

Análisis fractal de la microestructura dendrítica en una aleación de aluminio

Moisés Hinojosa, Oswaldo Montelongo, Ubaldo Ortíz*

Resumen

En este trabajo se aplica la geometría de fractales al análisis de la microestructura dendrítica de una aleación de aluminio vaciada. Mediante análisis de imágenes de microscopía óptica, obtenidas a diferentes magnificaciones, se cuantifican los perímetros y áreas de cúmulos de dendritas y a partir de estos datos se obtiene la dimensión fractal del conjunto de dendritas. Se obtiene también la dimensión fractal de dendritas individuales. Los resultados confirman que las microestructuras dendríticas son objetos fractales naturales y confirman la utilidad de la geometría fractal para describir la irregularidad y anisotropía de estas microestructuras.

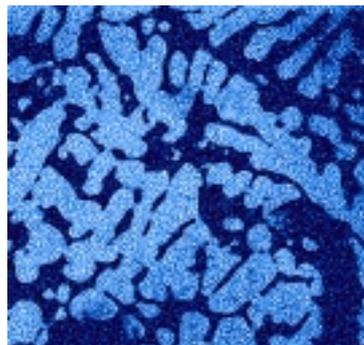


Fig. 1. Dendritas en la aleación de aluminio tipo A319. Las dendritas están formadas por una fase homogénea, en la región interdendrítica se aprecia una variedad de componentes de la microestructura, siendo particularmente notable la fase llamada "escritura china" por su morfología.

INTRODUCCIÓN

A partir de los ensayos pioneros de B.B. Mandelbrot en 1975 y 1982^{1,2} sobre geometría fractal, se desarrolló una nueva ciencia, rama de las matemáticas, llamada geometría fractal. Esta nueva geometría se basa en el uso de algoritmos y dimensiones fraccionarias, a diferencia de la tradicional geometría euclidiana que utiliza modelos matemáticos y dimensiones enteras. La geometría de fractales permite describir las morfologías de la naturaleza, mismas que no son adecuadamente descritas por las formas euclidianas.

En 1984, Mandelbrot y coautores³ estudiaron por vez primera la naturaleza fractal de las superficies de fractura en metales. Sus resultados sugirieron la existencia de una relación entre la energía de impacto y la dimensión fractal. En 1989, Hornbogen⁴ discute los principios de la aplicación del análisis fractal a diversos elementos microestructurales como fronteras de grano, dislocaciones y otros.

El uso de equipos para análisis y procesamiento digital de imágenes se remonta a etapas tempranas de la aplicación de geometría de fractales. En 1978 Flook⁵ implementó el algoritmo de "dilatación" para calcular dimensiones fractales de perfiles. Chermant y Coster⁶ adaptaron el método de coberturas de Minkowski para determinar la dimensión fractal, Kaye⁷ desarrolló su método de "amalgamación de mosaicos" como una adaptación del método de cobertura. En 1980, Shwarz y Exner⁸ implementaron métodos para la medición de dimensiones fractales en equipo de análisis de imágenes semiautomático.

Más recientemente, en 1992 Laird y coautores⁹ aplicaron análisis fractal mediante análisis de imágenes al estudio de la morfología de los carburos en fundiciones de hierro. En 1994, Lu y Hellawell¹⁰ aplicaron geometría fractal a la

* FIME-UANL. A.P. 149-F, C.p. 66450, Cd. Universitaria, N.L., México.

caracterización del grafito en hierros fundidos, y a su vez también aplicaron su metodología a la microestructura dendrítica de una aleación aluminio-silicio explorando posibles aplicaciones en control de calidad. En 1995, Streitenberger y coautores¹¹ reportaron la naturaleza fractal de las fronteras de grano en muestras de zinc utilizando relaciones área-perímetro. En 1996, Hinojosa¹² describe microestructuras de aceros inoxidables mediante geometría de fractales y calcula las dimensiones llamadas de estructura y textura.

El presente estudio se realiza con el fin de contribuir al desarrollo del análisis fractal mediante la caracterización de morfologías dendríticas en una aleación aluminio-silicio tipo A319. Como punto de partida para el presente trabajo se plantea la siguiente hipótesis: Las dendritas son objetos naturales irregulares que por su morfología y mecanismo de crecimiento deben ser fractales anisotrópicos. El análisis fractal deberá reflejar dicha anisotropía.

EXPERIMENTACIÓN

La metodología experimental consistió en la preparación metalográfica convencional de las muestras de aluminio-silicio A319. Una vez preparadas las muestras se llevaron al microscopio óptico para obtener y digitalizar imágenes a magnificaciones diversas. Las imágenes digitalizadas se procesaron en el equipo analizador de imágenes para medir las áreas y perímetros de las dendritas contenidas. Los datos del análisis de imágenes se utilizaron en el análisis para la obtención de la dimensión fractal a través de la relación área-perímetro.

Material

El material utilizado en este trabajo es una aleación de aluminio vaciado tipo A319. Esta

aleación tiene importantes aplicaciones en la industria automotriz. Además de presentar una microestructura dendrítica, este material tiene la característica de presentar un buen contraste entre sus fases en la condición de pulido aún sin ataque químico, lo que facilita el proceso de análisis de imágenes. La composición química de las muestras base aluminio fue (% peso): 8.03 Si, 3.36 Cu, 0.678 Fe, 0.481 Mn, 0.357 Mg, 0.528 Zn, 0.076 Ti.

Preparación metalográfica

Dichas muestras se obtuvieron de piezas de aluminio vaciado tipo A319, fueron cortadas, montadas y pulidas hasta un acabado espejo. No se realizó ataque químico. El corte de las probetas a analizar se realizó tomando en cuenta la direccionalidad de la estructura dendrítica, se obtuvieron cortes en dirección longitudinal y transversal respecto al eje de las dendritas.

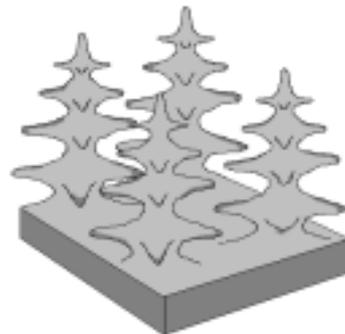


Fig. 2.- Esquema de una dendrita mostrando el eje principal y las ramas, se evidencia el carácter anisotrópico de estos elementos microestructurales.

Una dendrita se asemeja a un árbol, figura 2, de forma tal que el corte longitudinal de una dendrita mostrará la longitud del tronco y sus ramas, mientras que el corte transversal mostrará el diámetro del tronco y sus ramas, que a su vez

asemejan “islas”. Debido a estas diferencias individuales, y a que se espera encontrar una orientación preferente de las dendritas, las propiedades macroscópicas del material deben mostrar anisotropía. Por lo tanto se requiere de análisis fractal tanto para el corte transversal como longitudinal.

Captura de micrografías digitales

Las observaciones de la microestructura se efectuaron con un microscopio óptico metalográfico, conectado a un analizador de imágenes, a magnificaciones de 50, 100, 200, y 400X. Las imágenes se digitalizan a 512 x 480 píxeles y 256 niveles de gris. Se realizaron observaciones globales, en las que el interés estaba centrado en la totalidad de las dendritas; también se capturaron imágenes de dendritas individuales para ser analizadas por separado.

Observaciones globales

Para las observaciones globales, se digitaliza la imagen de un conjunto de dendritas a diferentes magnificaciones, se obtiene una imagen a 50X que cubre el mayor campo de observación, 4 imágenes a 100X, 16 imágenes a 200X y 64 imágenes a 400X con el fin de cubrir el mismo campo de observación para todas las magnificaciones.

Observaciones individuales

Para dendritas pequeñas el campo de observación a cualquier magnificación se cubre con una sola imagen en las diferentes magnificaciones. Sin embargo, para el caso de dendritas grandes puede requerirse de más de una imagen en las altas magnificaciones.

Análisis de imágenes

Una vez obtenidas las imágenes grises, sobre ellas se realizaron determinaciones cuantitativas de la microestructura dendrítica. Los parámetros

seleccionados para la medición fueron *área* (A) y *perímetro* (P). El equipo de análisis de imágenes permite realizar mediciones reproducibles a ± 1 pixel. El máximo error en las mediciones efectuadas es del orden de 0.2%, y se obtuvo en las imágenes a 50X que son las de menor resolución. La resolución de las mediciones, indicada por el factor de calibración del equipo, δ (micrómetros/pixel), fue de 1.904, 0.952, 0.479 y 0.236, para las magnificaciones de 50, 100, 200 y 400X, respectivamente. Este factor de calibración es la unidad de medición (yardstick) a la magnificación respectiva.

Relación área- perímetro

El análisis fractal realizado en el presente estudio consiste en la obtención de la dimensión fractal haciendo uso de la relación área-perímetro de Mandelbrot¹³, en forma similar al célebre “slit island analysis” de Mandelbrot y Passoja.³

Determinación de la dimensión fractal

El factor de forma es un parámetro que se utiliza para poder comparar diferentes objetos. Para objetos euclidianos, el factor de forma se presenta como una constante a cualquier magnificación, lo cual no se cumple para objetos fractales. Para éstos, la razón de cambio del factor de forma $\delta = P/A^{1/2}$ se puede utilizar para encontrar el valor de la dimensión fractal. En el presente estudio se realizan gráficos $A^{1/2}$ versus P , normalizados respecto al factor de calibración δ (unidad de medición) y la dimensión fractal se obtiene usando la relación:

$$\log(P/\delta) = D \log(A^{1/2}/\delta) + D \log \delta$$

Donde $D \log(\delta)$ es una constante, y por tanto, del gráfico logarítmico, figura 3, de los datos $A^{1/2}/\delta$ versus P/δ se tiene por pendiente a la dimensión fractal D .¹³

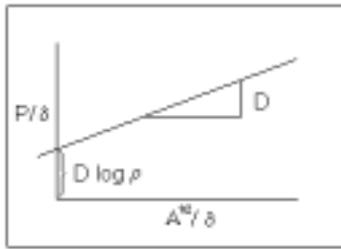


Fig.3. Obtención de la dimensión fractal a partir de la relación área-perímetro.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Observaciones globales, cúmulos de dendritas

La figura 4a muestra una imagen global obtenida del corte longitudinal en donde se puede observar un conjunto de dendritas. En este conjunto se puede observar una orientación preferente, anisotrópica.

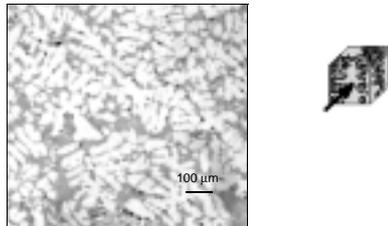


Fig.4a. Imagen global longitudinal de un cúmulo de dendritas.

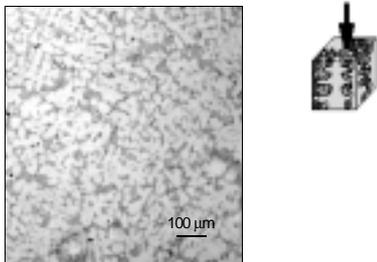


Fig. 4b. Imagen global transversal de un cúmulo de dendritas

La figura 4b muestra una imagen global obtenida del corte transversal en donde se puede observar otro conjunto de dendritas. A diferencia de la imagen de la figura 4a, en la figura 4b no se observa una orientación preferencial, se detecta mayor complejidad con curvas más intrincadas, asimismo el espacio queda mejor cubierto por las dendritas.

Como puede observarse en la figura 5a, los puntos obtenidos al graficar $A^{1/2}/\delta$ contra P/δ se ajustan a una línea recta, de donde se confirma que el objeto tiene un comportamiento fractal, cuya autosimilitud solo puede ser de tipo estadístico, ya que se trata de un objeto natural. La dimensión fractal del cúmulo de dendritas correspondiente es de 1.41.

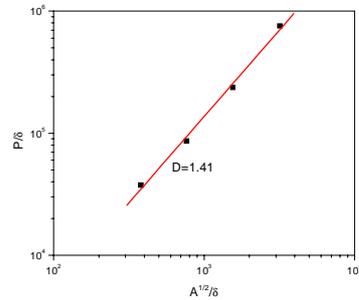


Fig.5a. Determinación de la dimensión fractal para el cúmulo de dendritas en la vista longitudinal, $D = 1.41$.

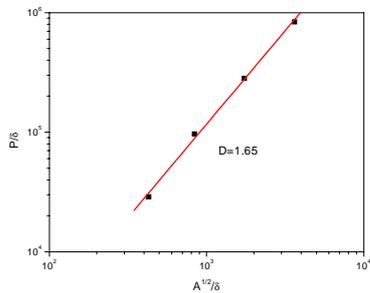


Fig.5b. Determinación de la dimensión fractal para el cúmulo de dendritas en la vista global transversal, $D = 1.65$.

La gráfica de la figura 5b correspondiente al corte transversal muestra nuevamente puntos que se ajustan a una línea recta que confirma el comportamiento fractal y la autosimilitud estadística. La dimensión fractal obtenida para este conjunto de dendritas en esta vista transversal tiene un valor de 1.56, significativamente superior al del corte longitudinal. Esto confirma el mayor grado de complejidad de la periferia de las dendritas para el corte transversal. Así mismo, se confirma que en este material se tiene anisotropía en cuanto a dimensión fractal.

Dendritas individuales

La figura 6 muestra la imagen de una dendrita individual. En esta imagen se puede observar que la línea que conforma el contorno no muestra un alto grado de complejidad, sus bordes son suaves y redondeados.



Fig. 6. Dendrita individual de contornos suaves

La dimensión fractal de esta dendrita tiene un valor de 1.01, según se muestra en la figura 7, lo cual indica que la curva que describe su periferia tiene un comportamiento euclidiano. Esta dendrita fue seleccionada por poseer un tamaño pequeño con respecto al resto del conjunto al que pertenece. Para esta dendrita no hubo incremento significativo en el

perímetro a mayor nivel de magnificación (no se presenta apreciablemente el efecto Richardson), las medidas obtenidas mostraron ligera variación, propia del error de la medición.

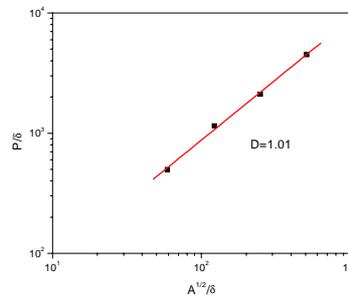


Fig. 7. La dimensión fractal de la dendrita individual de la Fig. 6 es $D = 1.01$, es un objeto prácticamente euclidiano.

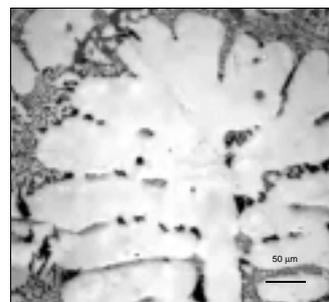


Fig. 8. Dendrita individual de contornos irregulares

La figura 8 muestra una dendrita individual de contornos irregulares, la línea que conforma el contorno es intrincada y muestra nuevos detalles irregulares al ser magnificada. La dimensión fractal de esta dendrita tiene un valor de 1.21, según se ilustra en la figura 9, lo cual indica que la curva que describe su periferia tiene un comportamiento fractal.

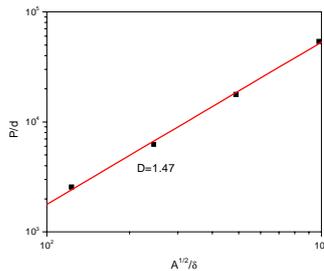


Fig. 9. La dimensión fractal de la dendrita individual de la Fig. 8 es $D = 1.47$, lo que concuerda con la irregularidad de sus contornos.

El análisis fractal aquí reportado refleja la estructura anisotrópica de las dendritas, puesto que las propiedades mecánicas también son dependientes de la dirección, estamos encontrando una relación indirecta y cualitativa entre los parámetros fractales de la microestructura y la anisotropía de propiedades del material. Se reporta^{14,15} que no existe ninguna variación sistemática de la dureza de las dendritas individuales con su dimensión fractal, este resultado es acorde a observaciones anteriores, no se ha podido establecer una relación directa entre la dimensión fractal de la microestructura con las propiedades mecánicas. Sin embargo, resultados recientes¹⁶ en el campo de la topografía estadística de superficies de fractura sí indican una relación entre los parámetros de autoafinidad y la microestructura, pero no a través de la dimensión fractal, sino de la llamada longitud de correlación.

CONCLUSIONES

Las dendritas de la aleación Al-Si presentan autosimilitud estadística, son objetos fractales autoafines. Se calculó la dimensión fractal para dendritas sobre un mismo plano muestral, encontrando diferentes dimensiones fractales, por lo

que una dendrita particular no necesariamente tiene la misma dimensión fractal que la de la imagen global en la que se encuentra. El análisis fractal es sensible a la anisotropía de la microestructura. Este resultado es de relevancia, ya que las propiedades mecánicas, determinadas por los componentes microestructurales, también son anisotrópicas, así que estos resultados representan un paso más en la búsqueda de relaciones microestructura-propiedades-dimensión fractal.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo del CONACYT, la FIME y la UANL, así como la amable colaboración del Dr. Eulogio Velasco de la empresa NEMAK S. A. de C.V.

REFERENCIAS

1. B.B. Mandelbrot, *Les Objects Fractals. Forme, Hasard et Dimension*, 1975, Flammarion, Paris.
2. B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Co., New York, 1982
3. B.B. Mandelbrot, D. Passoja y A.J. Paullay. *Nature*, 1984, 304, p. 771.
4. E. Hornbogen, *Fractals in Microstructure of Metals*, International Materials Reviews, No. 6, p. 277, 1989.
5. A.G. Flook. *Powder Technology*, 21, 295-298, 1978.
6. J.L. Chermant y M. Coster, *Proceedings of the Symposium on Quantitative Metallography*, Florencia, 1978.
7. B.H. Kaye, *Proceedings of Particle Size Analysis*. Heysen, Londres, 1977, 250-259.

8. H. Schwarz y H.E.Exner. *Powder Technology*, 27, 1980, 207-213.
9. G. Laird *et al.* *Met. Trans. A*, 23, p. 2941, 1992.
10. S.Z. Lu y A. Hellawell. *Acta Metallurgica et Materialia*, No. 12, pp 4035-4047, 1994.
11. Streitenberger *et al.* *Scripta Metallurgica et Materialia*, 33, No 4 pp. 541-546, 1995.
12. M. Hinojosa, Tesis Doctoral, FIME, UANL, 1996.
13. J. Feder, *Fractals*, 1988, Plenum Press. New York, 1988.
14. O. Montelongo, Tesis de Maestría, FIME UANL, 1998.
15. M. Hinojosa, O. Montelongo, J. Aldaco y U. Ortiz, *Memorias del XX Simposio Nacional de Siderurgia*, p. 16-1 a 16-7, Instituto Tecnológico de Morelia, Nov. 1999.
16. M. Hinojosa, E. Bouchaud and B. Nghiem, "Long Distance Roughness of Fracture Surfaces in Heterogeneous Materials", *Materials Research Society Symposium Proceedings*, Volume 539, pp. 203-208, 1999