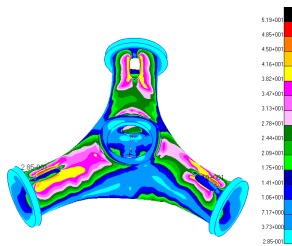


# Diseño óptimo de elementos mecánicos usando algoritmos de crecimiento biológico

Francisco Ramírez Cruz, Ubaldo Ortiz Méndez  
Programa Doctoral de Ingeniería de Materiales, FIME-UANL.  
ramirez@uanl.mx

Fco. Eugenio López Guerrero, Rigoberto Guzmán Anaya  
Departamento de Sistemas Integrados de Manufactura, FIME-UANL.  
Pedro de Alba s/n, Apdo. Postal 9-”F”, CP. 66450, San Nicolás, N.L., México.  
Tel: (0052-81) 8329-4020. Fax: (0052-81) 8332-0904.  
elopez@uanl.mx



## RESUMEN

*En el diseño de componentes mecánicos se encuentran frecuentemente cambios de geometría no uniformes que junto con las inclusiones y defectos dentro de los materiales pueden dar lugar a un incremento en el valor de los esfuerzos. La distribución de estos esfuerzos en piezas con geometría compleja se puede predecir y es deseable optimizar las zonas en donde estos se concentran. Se describe el uso de algoritmos de crecimiento biológico en un ambiente de elemento finito para modificar geometrías modeladas con matemática de superficies libres y curvas splines para poder alcanzar la distribución uniforme y optimizada de esfuerzos que se encuentra en la naturaleza. Convirtiendo así al diseño mecánico en un “diseño biológico”.*

## PALABRAS CLAVE

Elemento finito, crecimiento biológico, concentración de esfuerzos, superficies libres, optimización de la forma.

## ABSTRACT

*The geometries created by nature are often used as a base in the computer geometric modeling and they are applied in areas like biomechanics. Other natural behaviors are inspiring engineers to find better designs with improved functionality. This work presents the use of algorithms of biological growth embeded in a finite element environment in order to modify the shape of cast parts, minimizing their maximal stress. Initially the analysis of the shape using the method of conventional finite element is presented. Later the same geometries are optimized using algorithms of biological growth. Finally the results of both strategies are compared.*

## KEYWORDS

Finite element, bio-design, notch stress, biological growth, shape optimization, B-Splines.

## INTRODUCCIÓN

En la práctica de diseño de componentes mecánicos se analizan los aspectos funcionales, se dimensiona y calculan los esfuerzos debidos a las cargas que soportarán. Además se analizan los aspectos del proceso de manufactura que influyen directamente con la forma última del producto. En el caso de piezas fundidas es deseable evitar los corazones en el molde y así reducir costos.

El desarrollo vertiginoso de productos obliga al ingeniero en diseño a utilizar sistemas computacionales que le permitan analizar las posibles zonas críticas que presenten elevaciones de esfuerzo de piezas antes de que éstas sean fundidas. Resulta deseable que las piezas de fundición sean optimizadas bajo criterios de minimización de los esfuerzos máximos y poder así garantizar la vida útil del componente. Esto es posible desde la fase de análisis y diseño del componente por medio de técnicas de elemento finito y la aplicación de algoritmos de crecimiento biológico. Ver figura 1.

A través de múltiples análisis a estructuras biológicas como árboles, huesos, garras y espinas se ha comprobado con el método de elementos finitos que dichas estructuras se encuentran optimizadas respecto a su carga y que para todas ellas es válido el principio de superficies con esfuerzos constantes.<sup>1</sup>

Recientemente una nueva rama de ciencia llamada Biónica investiga el diseño de estructuras biológicas y su posible transferencia al campo de la tecnología. En este contexto debe ponerse atención especial a Nachtigall<sup>2</sup> cuya variedad de publicaciones expone muchos fenómenos interesantes en la naturaleza (alas de aves, escamas de tiburones, etc.).

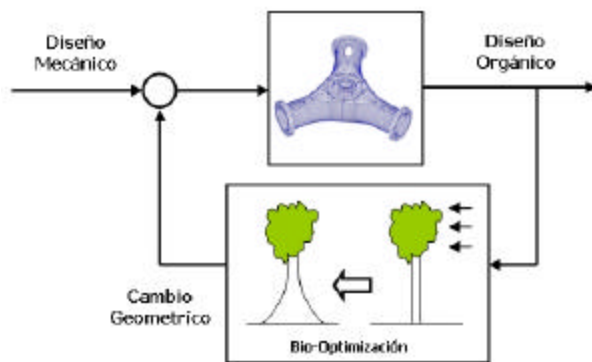


Fig. 1. Método para la optimización geométrica utilizando algoritmos de crecimiento biológico.

## OBJETIVOS

Los objetivos particulares de este trabajo son:

- Estimar la distribución de los esfuerzos en el cubo de un sistema de energía eólico mediante una simulación de elemento finito.
- Reducir la concentración de esfuerzos máximos aplicando el método *Bio-Design*.
- Comparar los resultados geométricos antes y después de la optimización.

## El método de elemento finito

El método de elemento finito basa su operación<sup>3</sup> en la capacidad de dividir un continuo en un número finito de elementos, para posteriormente resolver un sistema de funciones continuas, considerando las interacciones que pudieran ocurrir entre ellos.<sup>4</sup> Con la ayuda de este método es posible analizar el esfuerzo de una manera relativamente exacta y rápida de un componente así como posteriormente realizar su optimización. La secuencia de pasos para la solución de un problema por medio del elemento finito es:

- Discretizar la región,
- Especificar las funciones de interpolación,
- Desarrollar el sistema de ecuaciones,
- Resolver el sistema de ecuaciones.

Los programas computacionales de elemento finito ofrecen una forma de resolver problemas complejos mediante la subdivisión de elementos más simples interrelacionados.<sup>5</sup> En conjunto con el módulo de cálculo, las propiedades de los elementos imbuidos en los programas computacionales permiten resolver problemas acordes a ellas;<sup>6</sup> esa es la razón por la cual el espectro de selección de elementos en un programa de computadora de elemento finito es amplio.

El método tiene dos características:

- Utiliza elementos discretos para calcular los valores de los grados de libertad en los puntos de unión y con éstos obtener valores derivados que resulten de interés en cada miembro de un sistema discreto.
- Usa los elementos continuos para obtener soluciones aproximadas a sistemas continuos como transferencia de calor y mecánica de fluidos.

## LA TÉCNICA *BIO-DESIGN*

En contraste con programas de optimización matemáticos, los métodos de criterios de optimización sacan ventaja del conocimiento mecánico y físico del problema respectivo.

El criterio óptimo mejor conocido en el campo de mecánica estructural es el “Fully Stressed Design” (Diseño completamente esforzado). Las hipótesis acerca de la homogenización y minimización de esfuerzos son también criterios de optimización.<sup>7, 8</sup> Estos criterios y el comportamiento del modelo físico en respuesta a los cambios geométricos están imbuidos en los algoritmos de solución del método de crecimiento biológico.

El objetivo de este método consiste en reducir la concentración de esfuerzos a través del crecimiento adaptable hasta obtener una distribución de esfuerzos homogéneos a lo largo de la superficie del componente. La regla mecánica subyacente que determina una concentración de esfuerzos igualmente distribuidos es el axioma de esfuerzos constantes formulada por Mattheck.<sup>9</sup>

La secuencia de pasos para la solución de un problema de optimización geométrica por medio del método de crecimiento biológico es:

- Definir la región a optimizar.
- Especificar los objetivos de optimización (minimización del esfuerzo máximo).
- Definir restricciones del movimiento de los nodos.

En el problema de optimización se definen las variables de diseño (los nodos maestros) bajo las fronteras límite de la región o superficie que se desea modificar durante el *Bio-Design*, así como su dirección de cambio, es decir crecimiento, reducción o ambas, de la sección a optimizar. La figura 2 representa el cambio de posición de las variables de diseño.

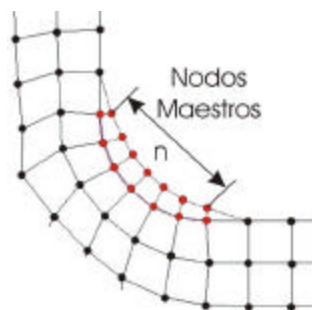


Fig. 2. Definición de los nodos maestros.

A través de un análisis de elemento finito se estima la distribución de los esfuerzos  $\sigma_{\text{criterio}}$  utilizados en el proceso para que sirvan como criterio de optimización por ejemplo:

- Teoría de la Energía de Distorsión llamada también “Teoría de von Mises”,
- Teoría del esfuerzo normal máximo,
- Criterio de Tresca.

entre otras. Dependiendo del valor del esfuerzo de referencia  $\sigma_{\text{ref}}$ , serán calculados los vectores de desplazamiento de los nodos maestros.

La dirección de cambio en cada iteración  $k$ , es decir crecimiento o reducción de los nodos de diseño  $n$ , está dada por el vector normal a la superficie  $v_i$  de acuerdo a:

$$\begin{bmatrix} n_i^x \\ n_i^y \\ n_i^z \end{bmatrix}^{k+i} = \begin{bmatrix} n_i^x \\ n_i^y \\ n_i^z \end{bmatrix}^k + \mathbf{a}_i^k \begin{bmatrix} v_i^x \\ v_i^y \\ v_i^z \end{bmatrix}^{k+i} \quad (1)$$

$\mathbf{a}_i^k$  representa el valor a lo largo de la dirección de desplazamiento para los nodos maestros y está definido por:

$$\mathbf{a}_i^k = \mathbf{x}(\mathbf{s}_{\text{criterio}}^i - \mathbf{s}_{\text{ref}}^i) \quad (2)$$

El parámetro  $\xi$  es un factor de incremento que acelera el proceso y asegura la convergencia estable.

En la optimización las siguientes opciones son consideradas:

- Si  $\alpha_i^k > 0$  habrá crecimiento.
- Si  $\alpha_i^k < 0$  habrá reducción.

Es deseable restringir el desplazamiento independiente de cada coordenada de los nodos así como también restringir el desplazamiento máximo del conjunto de nodos para facilitar ciertos procesos de manufactura.

La reubicación de los nodos dentro del proceso de optimización tiene como requisito formar curvas con suavidad geométrica y evitar uniones con cambios abruptos en su trayectoria. Esta condición de continuidad geométrica es necesaria para evitar que en la zona de optimización se generen elevaciones de esfuerzo. A continuación se detalla la forma matemática para cumplir con esta restricción geométrica en la optimización de elementos finitos con el *Bio-Design*.

## CURVAS DE BEZIER

La parametrización de una curva por medio de la de sus componentes coordenadas  $x(u)$ ,  $y(u)$ ,  $z(u)$  puede ser arbitraria, y en consecuencia es posible obtener un espectro de curvas amplio.<sup>10</sup> Las curvas de Bezier se basan en los polinomios de Bernstein, que a su vez se definen<sup>11</sup> como:

$$B_{i,n}(u) := \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (3)$$

En donde  $0 < u < 1$ .  $i$  es el índice del vector de  $n$  polinomios.

Algunas ventajas que justifican su uso<sup>12, 13</sup> son:

- No negatividad:  $B_{i,n}(u) \geq 0$  para toda  $i, n$  y  $0 < u < 1$ .
- Partición unitaria.
- $B_{0,n}(0) = B_{n,n}(1) = 1$ .
- Simetría con respecto a:  $u=i/n$ .
- Definición recursiva inclusive sus derivadas.

Las curvas de Bezier son un caso particular de splines,<sup>12</sup> y se definen como la multiplicación de estos polinomios por un vector de puntos  $\{P_i\}$ .

$$C(u) := \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u) \quad (4)$$

Las ventajas de representar curvas parametrizadas por este método<sup>14</sup> se pueden concluir a través de las propiedades::

- Los polígonos de control aproximan la silueta de la curva.
- $P_0 = C(0)$  y  $P_n = C(1)$ .
- Las direcciones de tangencia de los puntos inicio y final son paralelos al segmento  $P_1-P_0$  y  $P_n-P_{n-1}$ .

## CONTINUIDAD GEOMÉTRICA

El requisito para poder formar una curva a través de la unión de una sucesión de curvas es la continuidad geométrica.<sup>15-17</sup> Ésta expresa la suavidad de la unión de dos curvas. Significa que a lo largo de una trayectoria determinada en las uniones de las curvas no existen altibajos o cambios abruptos de trayectoria. Considerando una curva compuesta de dos segmentos, la continuidad geométrica se definiría

así: si los dos segmentos de curva están unidos en un punto, entonces la curva tiene continuidad geométrica y se representa por  $G^0$ . Si las direcciones de las tangentes de cada segmento son iguales en el punto de unión, entonces se dice que la curva tiene continuidad geométrica  $G^1$ . Si los vectores tangente (primer derivada) de cada segmento son iguales tanto en magnitud como en dirección en el punto de unión, entonces se dice que la curva tiene continuidad geométrica  $C^1$ . Si los vectores resultado de la derivada  $n$  de ambos segmentos en el punto de unión son iguales, entonces se dice que la curva tiene  $C^n$  (continuidad geométrica  $n$ ).

Una modificación refinada de la curva es posible "jalándola" hacia los puntos de control intermedios. De esta manera puede modificarse sin alterar los puntos de control, conservando con esto la continuidad geométrica.<sup>12, 11</sup> El mecanismo para hacerlo es utilizando un vector de pesos  $\{w_i\}$  y con ello obtener la curva racionalizada (ver figura 3). Este vector es un valor de peso asignado a cada punto de control. El cálculo de las coordenadas será.

$$x(u) := \frac{X(u)}{W(u)} \quad y(u) := \frac{Y(u)}{W(u)} \quad z(u) := \frac{Z(u)}{W(u)} \quad (5)$$

en donde

$$W(u) := \sum_{i=0}^n w_i \cdot B_{i,n}(u) \quad (6)$$

También es posible alterar la trayectoria de la curva de Bezier modificando la posición de los puntos de control. Para que exista continuidad geométrica en una cadena de curvas de Bezier es necesario que el último punto del polígono de control de una curva sea el primero del polígono de control de la siguiente. Ya que la pendiente de la curva en sus extremos está determinada por el segmento de puntos de control inicial (o final, según sea el caso) la condición de continuidad geométrica está determinada por la posición del segmento final de la curva con respecto al inicial de la siguiente. Para cumplir con la condición de  $G^1$  basta con que los tres puntos –que determinan la unión de los dos segmentos en cuestión- sean colineales.

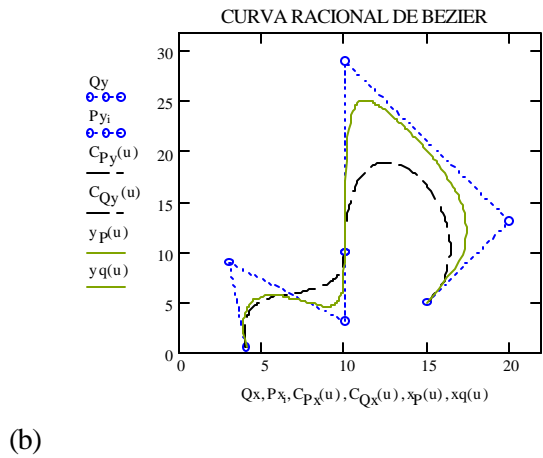
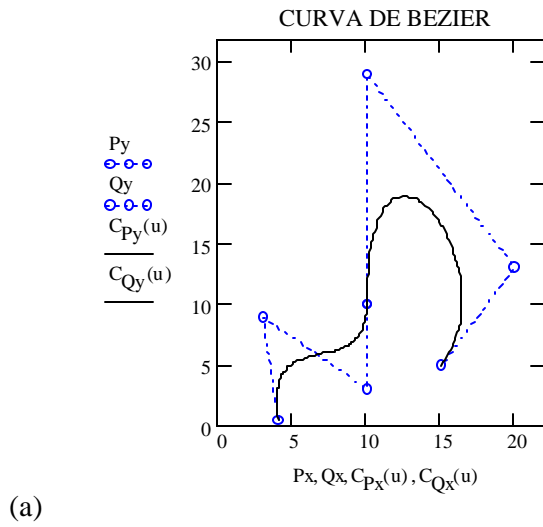
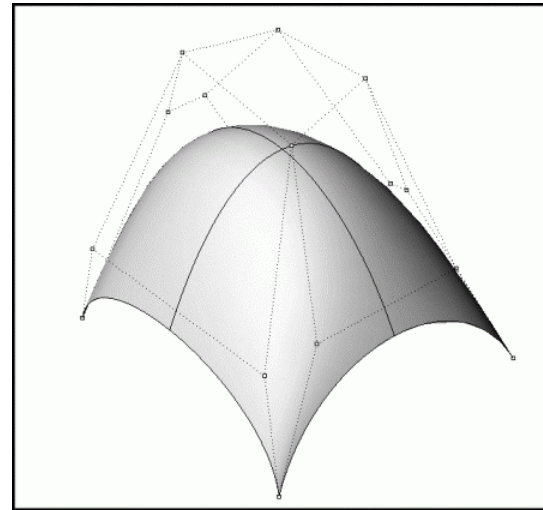


Fig. 3. (a) Ejemplo de dos curvas Bezier mostrando los polígonos y vectores de puntos de control. (b) Curva resultante tras considerar el vector de pesos  $\{w_i\}$ .

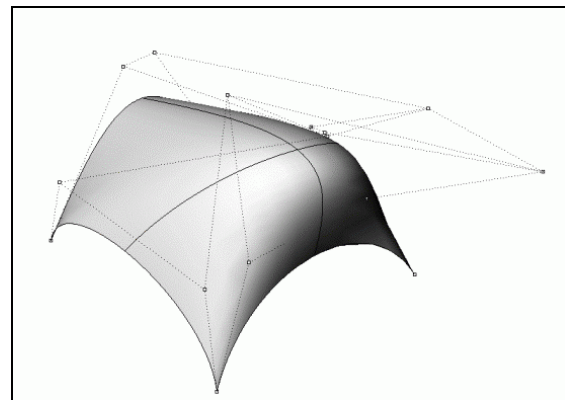
Este método se encuentra imbuido en el algoritmo de crecimiento biológico. De esta manera asegura obtener una transición suave entre las superficies de unión.

## METODOLOGÍA

A partir del análisis estático de la distribución de los esfuerzos máximos a través del método de elementos finitos del cubo (figura 5) utilizado en un sistema de energía eólica diseñado para una potencia de 250 kW, es posible definir la zona crítica a optimizar.



(a)



(b)

Fig. 4. (a) Modelo construido a partir de curvas Bezier mostrando los polígonos y los puntos de control. (b) El mismo modelo modificado a partir del reposicionamiento de algunos puntos de control.

Las condiciones iniciales de la optimización son las variables de diseño (nodos maestros) y esfuerzo de referencia que se obtiene considerando la región crítica y en base de un estudio previo del diseño calculado por la empresa AERODYN y entregados a la compañía GERMANISCHEN LLOYD para su verificación.

El foco de interés de este trabajo consiste en analizar la distribución de los esfuerzos máximos en la zona crítica después de la optimización así como los cambios geométricos generados.

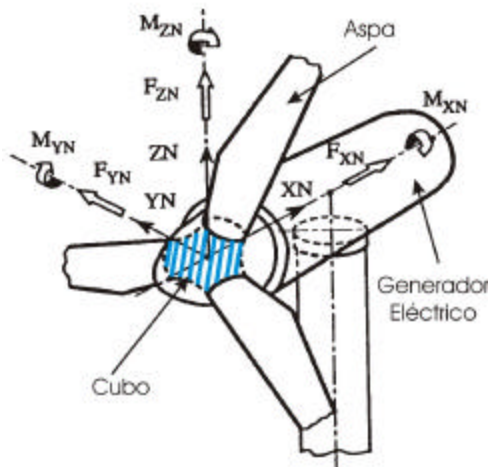


Fig. 5. Sistema de Fuerzas y Momentos actuantes sobre el cubo central de un generador eólico.

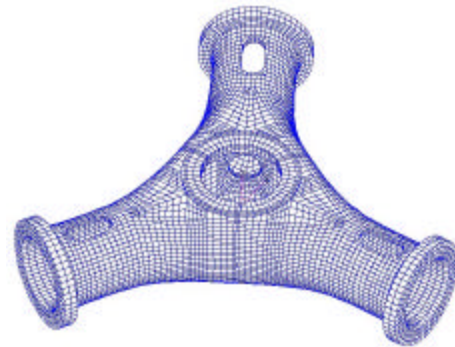


Fig. 6 Modelo geométrico de elementos finitos del cubo central representado en la figura 5.

## RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

La simulación se hizo utilizando un programa de computadora comercial tanto para la distribución de esfuerzos como para la optimización.

La figura 6 muestra el modelo geométrico del cubo que sirve como el principal elemento de conversión de la fuerza impulsora del viento en el par de giro del generador de energía eléctrica representado en la figura 5. El cubo tiene una longitud de brazo de 1325mm. Los 3 brazos tienen un diámetro de 500mm.

En la parte central se encuentra una brida con un diámetro de 650mm que sirve como sujeción del cubo con la transmisión de la central eólica. En cada uno de los brazos se encuentra un agujero alargado de 300mm de largo y 150mm de ancho que sirve para dar acceso al montaje de las aspas.

El material usado en la simulación es hierro fundido nodular comercial para los cubos eólicos. Los valores de Poisson, el Módulo de elasticidad y la densidad se muestran en la tabla I.

Tabla I. Valores utilizados.

Coeficiente de Poisson	0.28
Módulo de Elasticidad (N/mm <sup>2</sup> )	175000
Densidad (kg/dm <sup>3</sup> )	7.2

En la modelación se asignaron las condiciones de frontera mostradas en la figura 5 cuyos valores se presentan en la tabla 2a y 2b provenientes del informe GL-Prüfbericht Nr. 70371-1 del 24 de enero de 1994.

Tabla IIa. Datos usados en la definición de condiciones frontera. Fuerza en *N*.

Lugar	Fx	Fy	Fz
Aspa 1	18180	-152	132500
Aspa 2	22950	1361	115000
Aspa 3	22450	-10670	119000

Tabla IIb. Datos usados en la definición de condiciones frontera. Momentos en *Nm*.

Lugar	Mx	My	Mz
Aspa 1	10590	139800	0
Aspa 2	9863	175900	0
Aspa 3	58080	172100	0

La tabla 3 muestra los datos de los parámetros utilizados en la simulación presentada en la figura 7.

El análisis de elementos finitos concuerda con los estudios previamente realizados por la Compañía AERODYN y avalados por la Compañía GERMA-

La tabla III muestra los datos de los parámetros utilizados en la simulación presentada en la figura 7.

Tipo de análisis	Estático
Tipo de elemento	Hexaedro de ocho nodos
Número de elementos	5500
Número de nodos	7800

NISCHER LLOYD quien cuenta con los permisos de certificación de centrales eólicas en Alemania. En la figura 7 se observa una concentración de esfuerzos en los agujeros alargados con un esfuerzo máximo de

$$\sigma_{\max} = 102 \text{ N/mm}^2$$

De acuerdo a la distribución de esfuerzos de von Mises el valor de esfuerzo de referencia es

$$\sigma_{\text{ref}} = 40 \text{ N/mm}^2$$

Es decir se desea minimizar los esfuerzos máximos hasta dicha frontera.

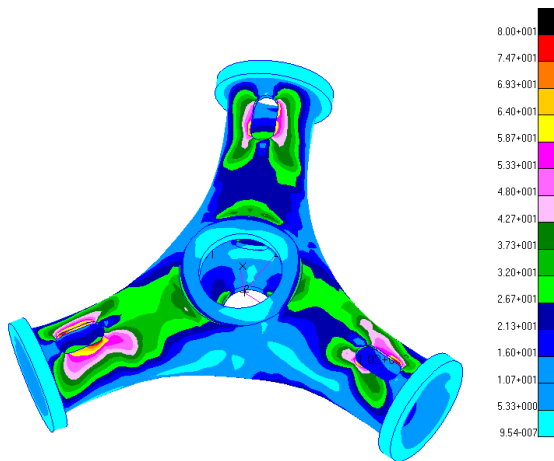


Fig. 7. Distribución de esfuerzos de von Mises a lo largo de la geometría del cubo antes de la optimización.

## RESULTADOS DE LA OPTIMIZACIÓN

La figura 8 es el resultado de la aplicación del método de diseño biológico y muestra la distribución de esfuerzos en la estructura del cubo. Se observa una reducción del esfuerzo máximo a un nivel de

$$\sigma_{\max} = 52 \text{ N/mm}^2$$

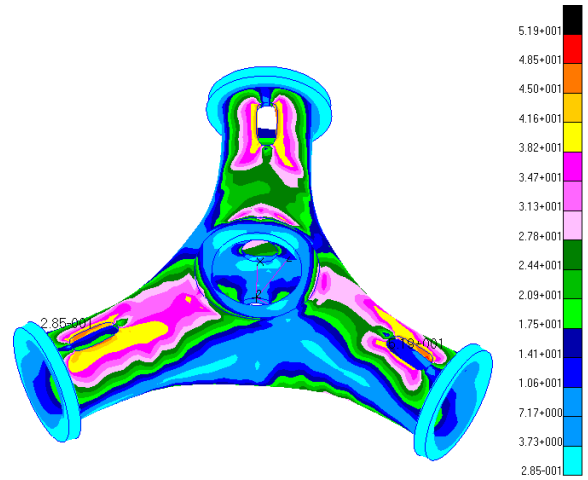


Fig. 8. Distribución de esfuerzos de von Mises a lo largo de la geometría del cubo después de la optimización.

La figura 9 muestra en detalle un brazo del cubo donde se observa la distribución de esfuerzos propuesta por el método *Bio-Design*. Después de la nueva geometría de elemento finito con una reducción de esfuerzo en regiones donde ésta se concentra, significando un paso a la solución de esfuerzos homogéneos distribuidos.

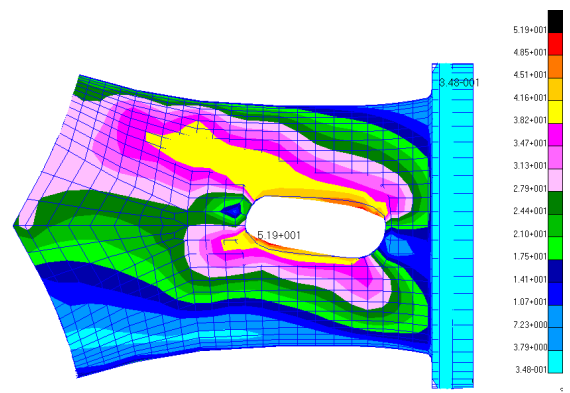


Fig. 9. Detalle de la distribución de esfuerzos en uno de los brazos del cubo después de la optimización.

## CONCLUSIONES

La distribución de esfuerzos en el cubo del generador eólico para las condiciones dadas puede calcularse por simulación de elemento finito.

Con el método *Bio-Design* se obtuvo una reducción de esfuerzos del 50% aproximadamente

entre la geometría original (figura 7) y la geometría resultante (figura 8) después de 38 iteraciones.

Como se puede reconocer en este ejemplo las construcciones futuras deberán estar modeladas con matemática de superficies libres y curvas splines para poder alcanzar la distribución uniforme y optimizada de esfuerzos que se encuentra en la naturaleza. Esto convierte al diseño mecánico en “diseño biológico”.

## RECONOCIMIENTOS Y EQUIPO UTILIZADO

El presente trabajo fue realizado por los autores como parte de su proyecto de investigación dentro del programa de colaboración y en su estancia doctoral en el Departamento de Máquinas Herramienta y Automatización de la Universidad Técnica de Hamburg-Harburg, Alemania así como en el Programa Doctoral de Ingeniería de Materiales FIME-UANL bajo el apoyo de PROMEP, utilizando las instalaciones del Departamento de Sistemas Integrados de Manufactura de la FIME UANL:

- Licencia de software MSC.Patran y MSC.Nastran v. 2002 r2 para Windows 2000.
- Licencia de software de optimización MSC.Construct para Windows 2000.
- Equipo de cómputo PC Intel Pentium III, 500 MHz, 500 MB RAM y Disco Duro de 40 GB.

## REFERENCIAS

1. Mattheck, K. Why they grow, how they grow - the mechanics of trees, arboricultural Journal 14 (1990)
2. Nachtigall, W. Biotechnik, Heidelberg: Quelle & Meyer, 1971.
3. Zienkiewicz, O.; R. Taylor. “The finite element method”. Ed. Mc Graw Hill, 1967.
4. S. Moaveni. “Finite element analysis”. Ed. Prentice Hall, 1999.
5. M. Gupta., N. Srikanth, L. ThamO. Zienkiewicz, R. Taylor. “The modeling and determination of elastic modulus of aluminium matrix composites

using the free-free beam technique”. Aluminium transactions, vol.2 no.1, 2000.

6. Ramírez, F. “Validating of optimization models for the Bio-Cast-Design”. Master Thesis, Technische Universität Hamburg-Harburg, 2001.
7. Sauter, J. Beanspruchungsminimierung von Bauteilen durch Gestaltoptimierung mit biologischer Intelligenz, ANSYS Users’ Meeting, Tagungsband, 23.-25. Oktober 1991, Bamberg.
8. Sauter, J. CAOS oder die Suche nach der optimalen Bauteilform durch eine effiziente Gestaltoptimierungsstrategie, XX. Internationaler Finite Elemente Kongress, Tagungsband, 18.-19. November 1991, Baden-Baden, 1991.
9. Mattheck, K. Design in der Natur - Der Baum als Lehrmeister. Freiburg im Breisgau: Rombach 1992.
10. Glassner, A. The Perils of Problematic Parametrization. IEEE Computer Graphics and Applications, Sep-Oct 1997.
11. Farin, G. Curves and surfaces for CAGD. Academic Press, 1997.
12. Piegel, Les The NURBS Book. Springer Verlag, 1997.
13. Engeln-Müllges. Numerik Algorithmen. VDI Verlag, 1996.
14. Foley, James D. Computer Graphics Principles and Practice. Addison Wesley, 1996.
15. Klein, Friedrich. NC-Steuerung für die 5-achsige Fräsbearbeitung auf der Basis von NURBS. Shaker Verlag. Ph.D. Dissertation, Technische Hochschule Aachen, 1995.
16. López, E., Colás, R., Ramírez, F., Rall, K. Maquinado de una sucesión de curvas. Revista Ingenierías Vol. IV, No. 11, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Abril-Junio 2001.
17. López Guerrero, F. Eugenio. Generación de Código de Maquinado en 3D para Modelos Geométricos Basados en Mallas. Revista Ingenierías Vol. III, No. 10, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Enero-Marzo 2001.