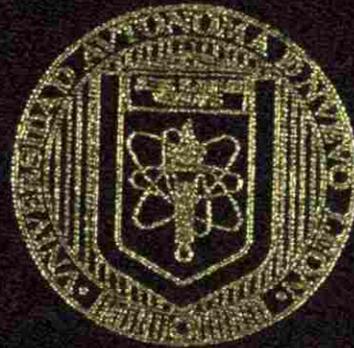


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



PRUEBAS DE COMPRESION DE ANILLOS  
PARA EL ESTUDIO DE LA FRICCION  
CON DIFERENTES LUBRICANTES

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA  
CON ESPECIALIDAD EN MATERIALES

PRESENTA

VICENTE ESPINOZA CANTU

CD. UNIVERSITARIA

NOVIEMBRE DE 2002

V.F.C. PRUEBAS DE COMPRESION DE ANILLOS PARA EL ESTUDIO  
DE LA FRICCION CON DIFERENTES LUBRICANTES

TM  
Z5853  
.M2  
FIME  
2002  
.E86



1020149012



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

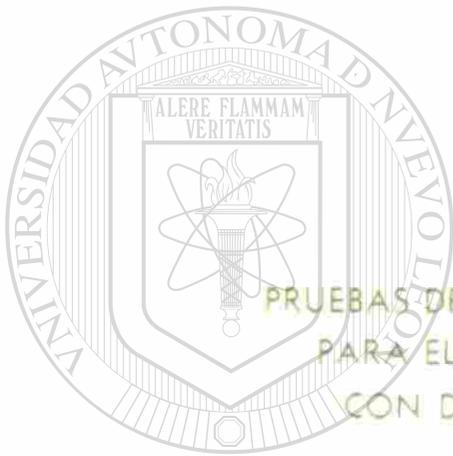


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



PRUEBAS DE COMPRESION DE ANILLOS  
PARA EL ESTUDIO DE LA FRICCION  
CON DIFERENTES LUBRICANTES

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

TESIS  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA  
CON ESPECIALIDAD EN MATERIALES

PRESENTA

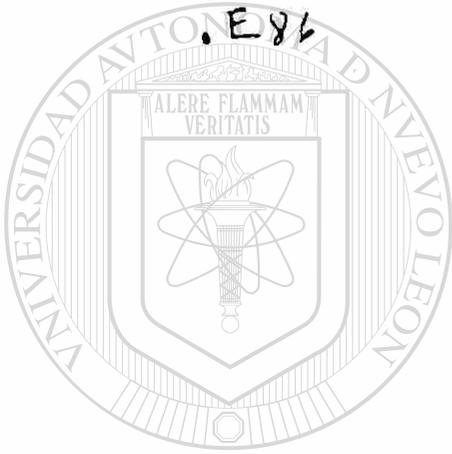
VICENTE ESPINOZA CANTU

CD. UNIVERSITARIA

NOVIEMBRE DE 2007

988610

TM  
Z 5853  
.H2  
TIHE  
J 002  
.E86



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO  
TESIS

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**



**PRUEBAS DE COMPRESIÓN DE ANILLOS PARA EL ESTUDIO  
DE LA FRICCIÓN CON DIFERENTES LUBRICANTES.**

---

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
DE LA INGENIERIA MECANICA CON ESPECIALIDAD EN  
MATERIALES**

**PRESENTA**

**VICENTE ESPINOZA CANTÚ**

**CD. UNIVERSITARIA**

**NOVIEMBRE DEL 2002**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**



**PRUEBAS DE COMPRESIÓN DE ANILLOS PARA EL ESTUDIO  
DE LA FRICCIÓN CON DIFERENTES LUBRICANTES.**

---

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
DE LA INGENIERIA MECANICA CON ESPECIALIDAD EN  
MATERIALES**

**PRESENTA**

**VICENTE ESPINOZA CANTÚ**

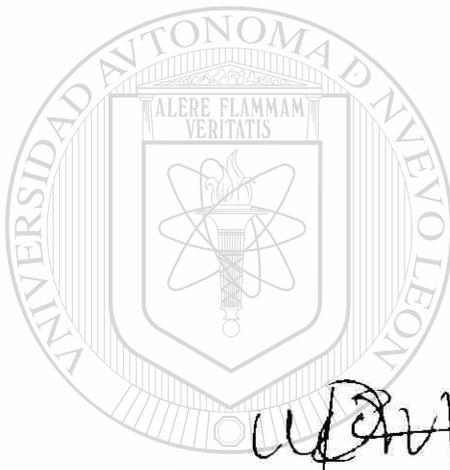
**CD. UNIVERSITARIA**

**NOVIEMBRE DEL 2002**

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "Pruebas de Compresión de Anillos para el Estudio de la Fricción con Diferentes Lubricantes." realizada por el alumno Vicente Espinoza Cantú, con matrícula 0798000 sea aceptada como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería con especialidad den Materiales.

El Comité de Tesis.



Asesor

Dr Rafael Colás Ortiz.

Coasesor

Dra. Martha Patricia Guerrero Mata.

Coasesor

Dr. Enrique Peña Muñoz.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Vo. Bo.

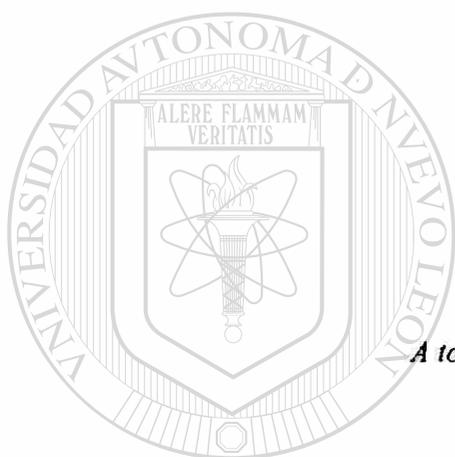
Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodríguez.

División de estudios de Postgrado

San Nicolás de los Garza, N.L.

Noviembre del 2002

# DEDICATORIA



*A todo aquel quien encuentre alguna respuesta a su pregunta.*

# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# AGRADECIMIENTOS

A Dios por haberme permitido culminar una etapa más en mi vida.

A mi familia por su comprensión y paciencia.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León y a Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica por ser mi segunda casa.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por ser participe directo en esta aventura.

A la Empresa Hojalata y Lámina S. A. por el apoyo técnico y económico en este proyecto, en especial al M. C. Gerardo Salinas.

Al Dr. Rafael Colás por su gran apoyo y por que con su buen humor que siempre me animó.

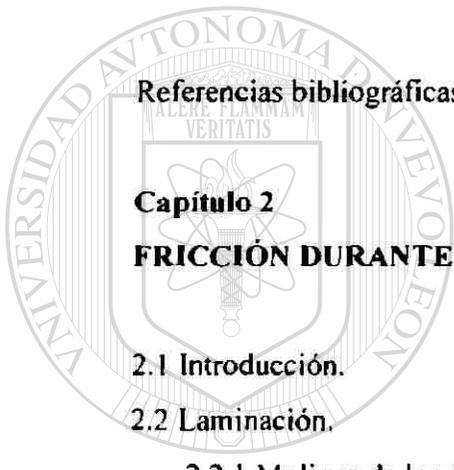
A la Dra. Martha Patricia Guerrero por su apoyo y consejos.

Al Dr. Enrique Peña Muñoz por la revisión de este trabajo.

A todos mis amigos y compañeros.

A todos lo que creyeron en mi, pero en especial a los que no creyeron.

	iii
<b>Dedicatoria</b>	i
<b>Agradecimientos</b>	ii
<b>Índice</b>	iii
<b>Resumen</b>	1
<b>Capítulo 1</b>	
<b>INTRODUCCIÓN.</b>	2
Referencias bibliográficas.	4
<b>Capítulo 2</b>	
<b>FRICCIÓN DURANTE EL PROCESO DE LAMINACIÓN EN FRÍO.</b>	
2.1 Introducción.	5
2.2 Laminación.	6
2.2.1 Molinos de laminación.	7
2.2.2 Laminación en caliente.	9
2.2.3 Laminación en frío.	10
2.3 Mecánica de Laminación.	12
2.3.1 Compresión por deformación plana.	12
2.3.2 Fuerzas durante laminación.	17
2.3.3 Teorías de laminación.	22
2.4 Efectos de la Fricción.	29
2.5 Lubricación.	33
2.5.1 Características y funciones de los lubricantes usados en el formado de metales.	37
2.5.2 Métodos para aplicar lubricantes en el laminado en frío.	38
Referencias bibliográficas.	39



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



### Capítulo 3

#### ENSAYO MECÁNICO DE FRICCIÓN.

3.1 Introducción.	40
3.2 Historia de las técnicas para medir la fricción.	41
3.3 Técnicas para medir la fricción.	42
3.4 Nomenclatura de la fricción.	43
3.4.1 Fricción estática.	43
3.4.2 Fricción cinética.	44
3.4.3 Comportamiento adhesivo- deslizante.	45
3.4.4 Fricción lubricada.	46
3.5 Parámetros de prueba.	46
3.6 Pruebas estándar de fricción.	47
3.7 Prueba de anillo.	47
3.7.1 Teoría.	48
3.7.2 Calibración de la prueba de anillo.	52
3.7.3 Geometría de los anillos.	53
Referencias bibliográficas.	54

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### Capítulo 4

#### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.

4.1 Introducción.	55
4.2 Toma de datos en planta.	55
4.2.1 Datos técnicos del molino de laminación.	55
4.2.2 Condiciones de operación.	56
4.2.3 Variables del proceso de laminación en frío en planta.	58
4.3 Material para ensayos mecánicos.	58
4.4 Composición química del material.	59

4.5 Ensayos mecánicos.	60
4.5.1 Compresión de anillos.	62
4.5.2 Condiciones de lubricación.	63
Referencias bibliográficas.	65

## Capítulo 5

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

5.1 Cálculo del coeficiente de fricción.	66
5.2 Correlación de la curva de calibración con los resultados experimentales.	68
5.2.1 Ensayos a baja velocidad.	68
5.2.2 Ensayos a velocidad intermedia.	69
5.2.3 Ensayos a alta velocidad.	71
5.3 Valores del factor de fricción y coeficiente de fricción.	72
5.4 Análisis visual de las probetas.	72
5.5 Relación entre el factor de fricción y la velocidad.	74
5.6 Comparación entre valor de proceso real y prueba de anillo.	75
5.7 Curvas Esfuerzo-Deformación.	76
Referencias bibliográficas.	79

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Capítulo 6

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

6.1 Conclusiones.	80
6.2 Recomendaciones.	81
<b>LISTA DE FIGURAS.</b>	82
<b>LISTA DE TABLAS.</b>	85
<b>ANEXO I</b>	86
<b>ANEXO II</b>	89

## RESUMEN

La importancia de la fricción en los procesos de formación de metales, en especial el proceso de laminación en frío y el debido control de las variables que influyen en éstos son las principales causantes de la elaboración de este estudio. Es por eso que el presente trabajo ofrece los resultados del estudio de la fricción mediante la prueba de compresión de anillos con diferentes condiciones de lubricación, el acero que fue sometido a prueba fue uno de bajo carbono del tipo AISI 1006. El objetivo de este trabajo fue obtener el valor del coeficiente de fricción bajo diferentes condiciones de prueba en laboratorio.

Para esto se maquinaron una serie de probetas con forma de anillo y se ensayaron en compresión. Las muestras estuvieron sujetas a 6 condiciones diferentes de lubricación, emulsión 6% emulsión 6%(\*), emulsión industrial, emulsión 10%, politetrafluoretileno y sin lubricante, las emulsiones fueron hechas a base de un aceite sintético y agua de ósmosis. Para cada condición de lubricación se comprimieron las probetas aproximadamente en 12.5, 25, y 50% en espesor, realizándose los ensayos a tres velocidades: alta (2400 mm/min; 40mm/s), intermedia (240 mm/min; 4 mm/s) y baja (24 mm/min; 0.4 mm/s). La mayor parte de las pruebas fueron realizadas a una temperatura de 20°C, solamente una serie de probetas fue ensayada a una temperatura de 60°C. Una vez realizados los ensayos se graficaron los cambios en espesor y diámetro interno, obteniéndose así los valores efectivos del factor de fricción para posteriormente obtener los valores del coeficiente de fricción.

(\*). Emulsión a 6% a 60°C.

# CAPITULO 1

## INTRODUCCIÓN

La palabra fricción viene del verbo latín *fricare* que tiene como significado frotar.

No existe un acuerdo universal de lo que verdaderamente causa la fricción, sin embargo se sabe que ésta es debida a una serie de factores que probablemente actúan juntos pero aparecen en distintas proporciones y bajo diferentes circunstancias. La fricción se puede definir como la resistencia al movimiento relativo de un cuerpo sobre otro bajo una carga normal, los cuerpos en cuestión pueden ser un gas y un sólido (fricción aerodinámica), o un líquido y un sólido (fricción líquida) o en el caso presente a los efectos de la fricción sólida que es la que se da entre dos cuerpos sólidos[1].

La necesidad de controlar la fricción es lo que conduce a realizar este estudio. En muchos casos se desea tener valores bajos de fricción como por ejemplo en cojinetes, engranes y en algunas operaciones de procesamiento de materiales; pero algunas otras veces lo que se necesita son valores altos de fricción como serian en frenos, embragues y superficies de rodamiento; en todos estos casos es necesario tener valores de fricción para que el diseño de estos componentes tengan un funcionamiento eficiente y sean seguros[1].

La fricción es comúnmente representada por el coeficiente de fricción para el cual se utilizan los símbolos  $\mu$  o el factor cortante de fricción  $m$ . El coeficiente de fricción es la relación que existe entre la fuerza de fricción,  $F$ , y la carga,  $N$  [1]:

$$\mu = \frac{F}{N} \quad (1.1)$$

La ley de fricción de Coulomb supone que el esfuerzo cortante ( $\tau$ ) es proporcional a la presión ( $p$ ) entre la pieza de trabajo y la herramienta de deformación.

$$\tau = \mu p \quad (1.2)$$

suponiendo que la fricción es constante el esfuerzo cortante es proporcional al esfuerzo de cedencia del material ( $\sigma_0$ ) [1]

$$\tau = m \sigma_0 / 3 \quad (1.3)$$

La laminación es un proceso de deformación en el cual el espesor del material de trabajo se reduce mediante fuerzas de compresión ejercidas por dos rodillos opuestos. Los procesos de laminación comúnmente son clasificados en laminación en caliente o en frío [2].

Una de las variables más importantes proceso de laminación en frío es el valor efectivo del coeficiente de fricción que existe entre la superficie de los rodillos de laminación y la pieza de trabajo. Es muy complicado medir el coeficiente de fricción de manera directa durante el proceso. En vista de esta dificultad, métodos matemáticos han sido desarrollados para estimar este coeficiente en condiciones normales de operación [3].

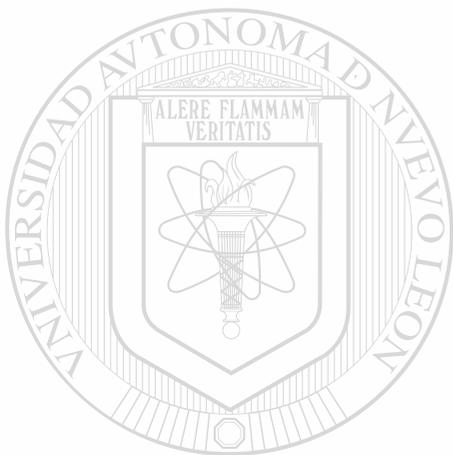
El objetivo de este trabajo es obtener el valor del coeficiente de fricción en un acero del tipo AISI 1006. Para lo anterior se sometieron una serie de probetas en forma de anillo a ensayos de compresión a diferentes condiciones de temperatura, tipos de lubricantes y velocidades de deformación. La hipótesis planteada en esta investigación es que existe una correlación para determinar el coeficiente de fricción dinámico a partir de este tipo de prueba estática.

**Referencias bibliográficas.**

[1] P. Crook and H.N. Farmer, ASM Handbook Vol 18: Friction, Lubrication and Wear Technology. ASM, 1992. 25, 27, 28, 59, 60.

[2] R. Colás y J.M. Cabrera, Laminación en caliente II Seminario de Tecnología Metalúrgica, 1998, 11.

[3] J. F. Mojica y J. L. Garza, Int. Conf. Stell Rolling. Sc. Techn. Flat Rolled Products, Iron Steel Inst. Jpn., Tokio, 1980. 1109



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## CAPITULO 2

# FRICCIÓN DURANTE EL PROCESO DE LAMINACIÓN EN FRÍO.

### 2.1 INTRODUCCIÓN.

En este capítulo se verá el proceso de laminación, especialmente cuando éste se trabaja en frío, asimismo se tratará la mecánica de la laminación donde el proceso predominante es la deformación plana, se hará un análisis de las fuerzas que actúan durante el proceso, también se verán algunas teorías de laminación aunadas a sus desarrollos, así como también se expondrá el importante papel que juega la fricción que se presenta en el laminado con un cierto coeficiente de fricción, pues la fuerza de compresión de los rodillos, (multiplicada por el coeficiente de fricción) da por resultado una fuerza de fricción entre los rodillos y la lámina, se verán los principales parámetros que afectan la fricción durante el proceso.

Cuando el proceso de formado de metales es en frío es posible utilizar lubricantes para disminuir la potencia y la fuerza requerida para reducir el material. En este capítulo se verán las diferentes condiciones de lubricación en el formado de metales haciendo énfasis en las condiciones hidrodinámicas que son las que se presentan en el presente caso, también se verán las diferentes maneras de aplicar lubricantes durante el proceso de laminación en frío así como las características y funciones que deben desempeñar éstos durante el proceso.

## 2.2 LAMINACIÓN.

Cuando el metal se lamina, pasa y se comprime entre dos rodillos que giran en la forma en que se indica en la Figura 2.1. Los cristales se alargan en la dirección del laminado y el material emerge a una velocidad más rápida que la de entrada. Los rodillos hacen contacto con el metal en una longitud dada por el arco  $AB$  en la Figura 2.1. En algún punto de contacto las superficies del material y el rodillo se mueven a la misma velocidad, éste es el punto  $C$  sin deslizamiento, en la Figura 2.1. Desde  $C$  a la salida en  $A$  el metal en efecto está siendo extruido y se mueve con más rapidez que la superficie del rodillo. En esa zona, la fricción entre la pieza de trabajo y el rodillo se opone al avance y estorba la reducción del metal. Las fuerzas normal y de fricción de un punto se indican en la Figura 2.1. El metal se mueve con más lentitud que los rodillos entre los puntos  $C$  y  $B$  y la fuerza de fricción resultante sobre el arco  $CB$  comprime el metal entre los rodillos. La posición del punto  $C$ , sin deslizamiento entre el arco  $AB$ , depende de la cantidad de reducción, los diámetros de los rodillos y el coeficiente de fricción. El punto  $C$  tiende a moverse hacia  $A$  conforme la reducción y el ángulo aumentan. Cuando el ángulo de contacto excede el ángulo de fricción, los rodillos no pueden arrastrar una pieza en forma espontánea dentro el espacio entre ellos.

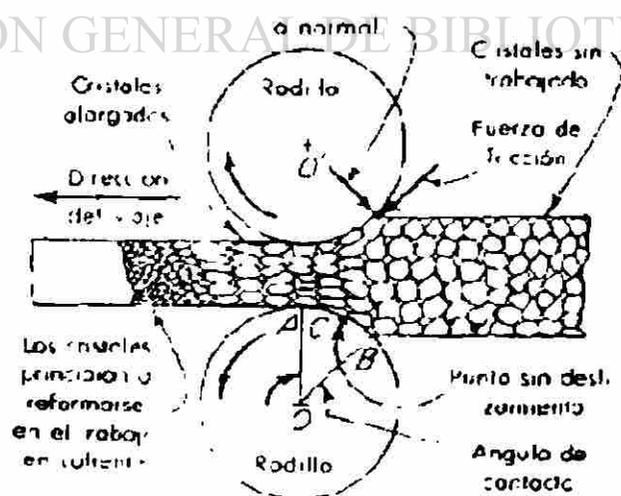


Fig. 2.1 Esquema que muestra lo que sucede cuando se lamina metal [1].

Cuando el ángulo de contacto es más del doble del ángulo de fricción entre el rodillo y el trabajo, el punto *C* coincide con *A* y el metal no puede arrastrarse a través por los rodillos aún si se coloca entre ellos. Esto se debe a que la componente horizontal de la presión normal de los rodillos contra el metal iguala y nulifica la componente horizontal de fricción que tiende a arrastrar el metal.

Conforme el metal se comprime entre los rodillos, se alarga debido a que es incompresible. Para realizar ésto, los rodillos tienen que aplicar presión tanto normal de apriete como friccional de arrastre. Por lo general, la presión normal de los rodillos en el trabajo es de una a varias veces la cantidad de esfuerzo de cedencia del metal. La presión puede elevarse a varios cientos de miles de Pa en operaciones severas. La fuerza friccional entre el rodillo y el trabajo en la dirección de impulsión se aproxima a la fuerza normal multiplicada por el coeficiente de fricción. Esta fuerza de fricción multiplicada por la velocidad superficial de los rodillos determina la potencia.

Las fuerzas y la potencia aumentan con la cantidad de reducción en el espesor de una pieza. Así, la resistencia y la capacidad de potencia del equipo y la facilidad de trabajo del metal determinan que tanto puede reducirse una pieza de trabajo en un paso entre rodillos [1]. Comúnmente los procesos de laminación son clasificados en proceso de laminación en caliente o en frío [2].

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### 2.2.1 Molinos de laminación.

Un molino de laminación por lo general se denomina según el número y arreglo de sus rodillos como se indica en la Figura 2.2. Un molino de dos rodillos de altura, sin reversa, hace el trabajo sólo en una dirección. El material puede regresarse pasando arriba de los rodillos, pero esto es lento, o puede pasar a través de una serie de rodillos para reducciones excesivas. El último es más rápido pero requiere mayor inversión en equipo. El trabajo puede pasarse hacia atrás y hacia delante a través de un molino de dos rodillos de altura con reversa, pero eso puede tomar tiempo y potencia adicionales. El trabajo puede pasarse entre los dos rodillos inferiores de un molino de tres rodillos de

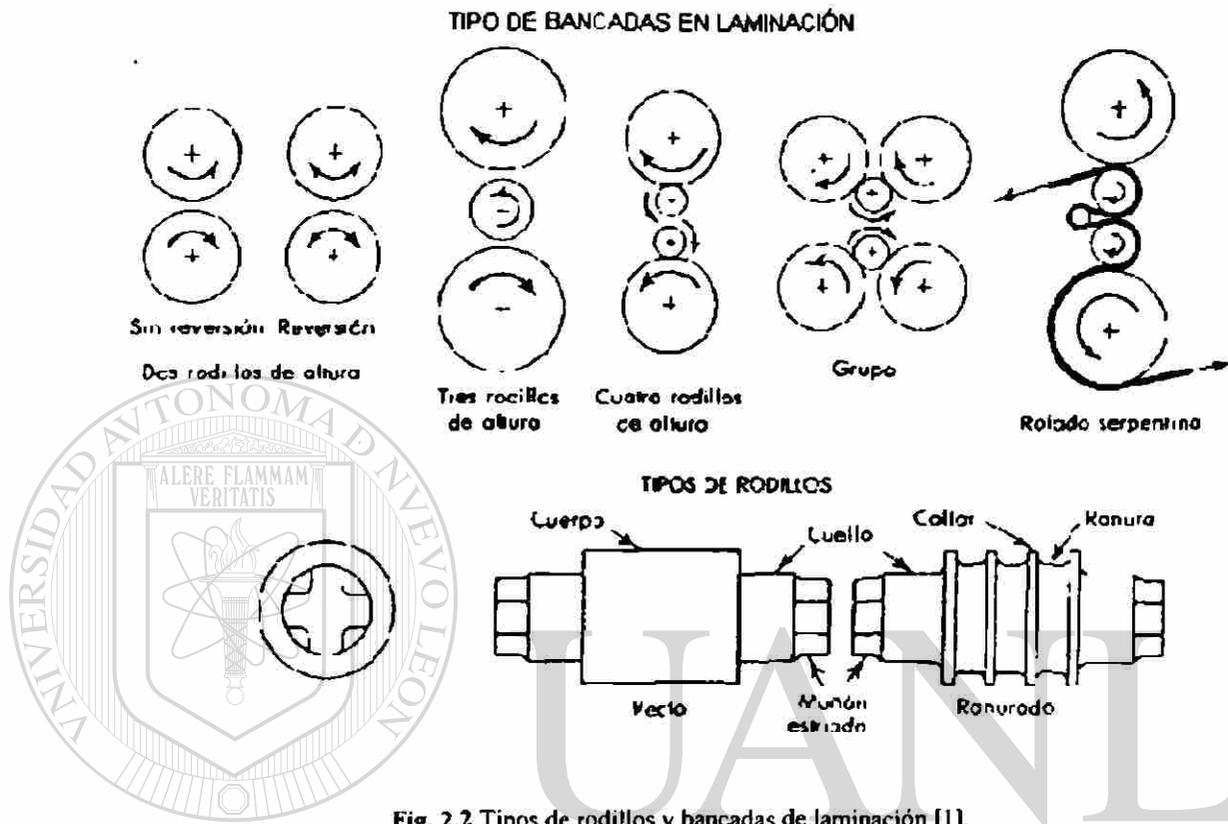


Fig. 2.2 Tipos de rodillos y bancadas de laminación [1].

altura y entonces subirse por un elevador y pasar regresando entre los dos rodillos superiores.

Unos rodillos de soporte grandes respaldan los rodillos de trabajo pequeños en los molinos de cuatro rodillos de altura y de agrupamientos. Los rodillos pequeños son flexibles de por sí, pero es más barato reemplazarlos cuando se desgastan, hacen contacto con el trabajo en menos área, tienden a mantener centrado el trabajo, están sujetos a fuerzas de separación más pequeñas y requieren menos potencia que los rodillos grandes [1].

Una línea de laminación puede contener más de un tipo de molinos, con la posibilidad de que alguno de ellos sea reversible (la deformación se lleva a cabo por pases sucesivos en los que la dirección de giro de los rodillos se invierte) o se encuentren en tandem como se muestra en la Figura 2.3 [2].

Como se muestra en la Figura 2.2, los rodillos cilíndricos sirven para secciones planas y los rodillos ranurados para barras y perfiles. La mayoría se hacen de hierro o acero colado o forjado. Las dimensiones y propiedades de cada rodillo deben seleccionarse para condiciones óptimas de dureza, resistencia al desgaste, fortaleza, rigidez y resistencia al impacto. Los materiales más resistentes hacen posibles rodillos más pequeños con sus ventajas inherentes. El material de un rodillo no debe tener afinidad con el material de trabajo [1].



**Fig. 2.3** Las barras de acero viajan hasta 22 m/seg a través de 22 bancadas en un tren de laminación controlado electrónicamente para producir barras de 330 mm [1].

### **2.2.2 Laminación en caliente.**

El término de laminación en caliente se refiere a aquel en el que la deformación plástica se lleva a cabo a temperaturas superiores a las de la recristalización del metal, por ejemplo en el acero ésta se da aproximadamente entre 700 y 1200 ° C, en aleaciones

de cobre entre los 400 y 800 ° C y en aleaciones de aluminio entre los 200 y 500 ° C [2,3].

Durante todas las operaciones de trabajo en caliente, el metal está en un estado plástico y se forma rápidamente por presión además de que está libre de esfuerzos residuales y sus propiedades son isotrópicas; asimismo se aprovechan la baja resistencia mecánica y su alta velocidad de recuperación, por lo que es factible impartir fuertes reducciones en espesor, se elimina considerablemente la porosidad del metal, las impurezas en forma de inclusiones son descompuestas y distribuidas a través del metal, los granos bastos o columnares se refinan, también mejoran las propiedades físicas como la ductilidad y la resistencia al impacto de acuerdo principalmente con el refinamiento de grano. Las desventajas del laminado en caliente están relacionadas con las altas temperaturas en las que se trabaja el metal pues se tiene una rápida oxidación o formación de escamas en la superficie, con el consiguiente mal acabado superficial. Como resultado de las escamas no se pueden mantener tolerancias precisas. El equipo para el trabajo en caliente y los costos de mantenimiento son elevados, pero el proceso es económico comparado con el trabajo de los metales a temperaturas menores [2,4].

### **2.2.3 Laminación en frío.**

Se entiende que durante el proceso de laminación en frío la deformación que se está llevando a cabo en el metal está por debajo de su temperatura de recrystalización, generalmente en el acero esta operación se da a temperatura ambiente de 40 a 60 ° C pero hay que tomar en cuenta que algunos metales tienen una zona baja de recrystalización como lo son el plomo y el estaño y se les puede trabajar en caliente a temperatura ambiente [2.3,4].

Las láminas y cintas procesadas en frío componen una parte importante de la producción total del acero y son materias primas importantes para algunas industrias de alta producción de artículos de consumo, por ejemplo artefactos domésticos [1].

Se requiere mucha más presión para el trabajo en frío que para el trabajo en caliente. El metal disponible en un estado más rígido, no se deforma permanentemente hasta que los esfuerzos exceden el límite elástico. Como no puede haber recristalización de los granos en la región del trabajo en frío, no habrá recuperación por la distorsión de éstos o por la fragmentación. A medida que procede la deformación del grano, se desarrolla mayor oposición a esta acción, dando como resultado un aumento en la resistencia y dureza del metal. Este método de endurecimiento se conoce como endurecimiento por deformación y para algunos metales, representa el único método para impartirles tal propiedad. Lo que un metal pueda soportar de trabajo en frío depende de su composición y estructura, lo cual controla su posible ductilidad, mientras más ductilidad tenga un metal más será el trabajo en frío que se le pueda impartir.

Cuando el metal se deforma por el trabajo en frío, se desarrollan en su interior severos esfuerzos conocidos como esfuerzos residuales. Estos esfuerzos son indeseables y para eliminarlos, deberá recalentarse el metal debajo de la zona de su temperatura de recristalización, este proceso es llamado recocido y se aplica generalmente antes del paso del laminado final. En dicha zona, los esfuerzos se hacen inoperantes, sin cambios apreciables en las propiedades físicas o en la estructura del grano. Un calentamiento más prolongado en la zona de recristalización, elimina los efectos del trabajo en frío y restablece al metal a sus condiciones originales [4].

El acero procesado en caliente se decapa antes del laminado en frío para limpiar la superficie y eliminar las escamas de óxido. Con frecuencia a las láminas o cintas se les aplica primero una reducción liviana para establecer un buen acabado en la superficie y espesor uniforme como base para la buena calidad para el laminado pesado en frío posterior. La mayor parte del trabajo se hace con rodillos pequeños en molinos de cuatro rodillos de alto o de agrupamientos y con frecuencia se aplica tensión o empuje en

cualquier extremo o en ambos extremos de la lámina o cinta para minimizar los efectos de las altas presiones de la laminación en frío [1].

A muchos productos se les da el acabado en frío después del laminado en caliente, para hacerlos comercialmente aceptables. Los flejes y láminas hechos en caliente son suaves, tienen imperfecciones en las superficies, falta de precisión en las dimensiones y pérdida de algunas propiedades físicas deseables. El laminado en frío, reduce las dimensiones ligeramente, permitiendo un control dimensional más preciso. En este proceso no se tiene como resultado la oxidación superficial, por lo que se obtiene una superficie tersa y aumento de la resistencia y dureza [4].

En general el trabajo en frío produce los siguientes efectos:

- 1.- Se desarrollan esfuerzos en el metal que permanecen, a menos que se les elimine por tratamiento térmico subsecuente.
- 2.- Se crea una distorsión o fragmentación de la estructura del grano.
- 3.- Se aumenta la resistencia del metal con la pérdida correspondiente de ductilidad.
- 4.- Se aumenta la temperatura de recristalización para el acero.
- 5.- Se mejora el acabado en la superficie.
- 6.- Se pueden mantener tolerancias dimensionales precisas.

## 2.3 MECÁNICA DE LA LAMINACIÓN.

### 2.3.1 Compresión por deformación plana.

El modo de deformación predominante durante el proceso de laminación de productos planos es el de deformación plana, puesto que la reducción en altura que se

imparte a la pieza de trabajo se traduce en elongación, siendo posible despreciar, en la gran mayoría de los casos, el ensanchamiento lateral.

En la Figura 2.4 se muestra en forma esquemática la geometría de un dispositivo diseñado para realizar un ensayo de compresión por deformación plana. La resistencia mecánica que ofrece un material en este modo de conformado puede ser determinada mediante el análisis de fuerzas actuando en un plano transversal ( $x$ - $y$ ) tal y como se muestra en la Figura 2.5.

El balance de fuerzas a ambos lados de un elemento de espesor  $dx$  se puede escribir como:

$$(\sigma_x + d\sigma_x) h = \sigma_x h + 2 \tau_{xy} dx \quad (2.1)$$

que se reduce a :

$$h d\sigma_x = 2 \tau_{xy} dx \quad (2.2)$$

donde  $h$  es el espesor de la pieza,  $\sigma_x$  es el esfuerzo normal y  $\tau_{xy}$  es el esfuerzo cortante que se opone al desplazamiento lateral.

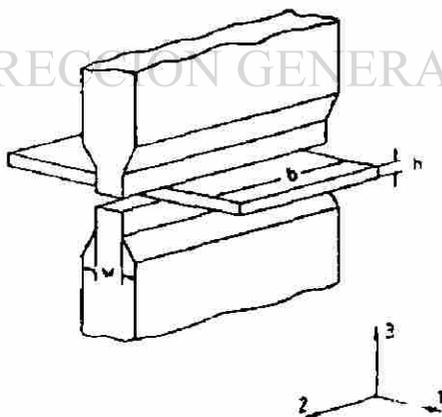


Fig. 2.4 Esquema de la prueba de compresión por deformación plana [2].

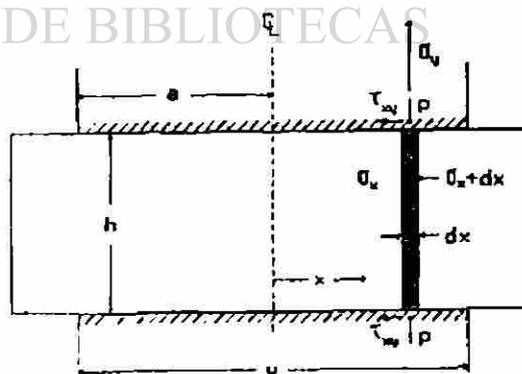


Fig. 2.5 Balance de fuerzas en el plano transversal de la prueba de compresión por deformación plana [2].

En deformación plana:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + 2k = \sigma_3 + \sigma' \quad (2.3)$$

donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  son las tensiones principales máxima y mínima,  $k$  la tensión tangencial de fluencia y  $\sigma'$  la de fluencia en deformación plana un sólido rígido perfectamente plástico, que se considera como constante.

Así en el caso, siendo discutido:

$$\sigma_x = \sigma_y + \sigma' = -p + \sigma' \quad (2.4)$$

donde  $p$  es la presión ejercida por el material contra la herramienta que lo deforma, Figura 2.5, por lo que:

$$d\sigma_x = -dp \quad (2.5)$$

entonces, a partir de la ecuación (2.2)

$$h dp = 2 \tau_{xy} dx \quad (2.6)$$

En los casos en que la deformación se realiza a temperatura ambiente, o en aquellas en las que es posible mantener lubricada la interfase material-herramienta, el coeficiente de fricción ( $\mu$ ) es lo suficientemente bajo como para que:

$$\tau_{xy} = \mu p \quad (2.7)$$

por lo que, a partir de la ecuación (2.6):

$$\frac{dp}{p} = \frac{2\mu dx}{h} \quad (2.8)$$

Integrando ambos lados de la ecuación se obtiene:

$$\ln(p) = -\frac{2\mu x}{h} + \ln(C) \quad (2.9.a)$$

que resulta en:

$$p = C \exp\left(-\frac{2\mu x}{h}\right) \quad (2.9.b)$$

donde  $C$  es la constante de integración que se evalúa en la frontera,  $x = a$  y  $\sigma_x = 0$ , lo que resulta en:

$$p = C = \sigma' \quad (2.10)$$

por lo que, al sustituir a la constante en la ecuación (2.9.b)

$$p = \sigma' \exp\left(-\frac{2\mu(a-x)}{h}\right) \quad (2.11)$$

En aquellos casos en que no es posible mantener lubricada a la pieza, como es el caso del trabajo en caliente, el material aledaño a la herramienta se deforma pásticamente, de tal modo que:

$$\tau_{xy} = k \quad (2.12)$$

por lo que, de acuerdo con la ecuación (2.6):

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$hdp = -2kdx = -\sigma' dx \quad (2.13)$$

que integrando, se convierte a:

$$p = -\sigma' \frac{x}{h} + C \quad (2.14)$$

Una vez determinada  $C$ , la ecuación (2.14) se transforma a:

$$p = -\sigma' \left(1 + \frac{a-x}{h}\right) \quad (2.15)$$

Las ecuaciones (2.11) y (2.15) indican la existencia de una colina de fricción en la interfase con la herramienta en ambos casos, Figura 2.6, por lo que la presión efectiva o promedio ( $P$ ) se determina por integración:

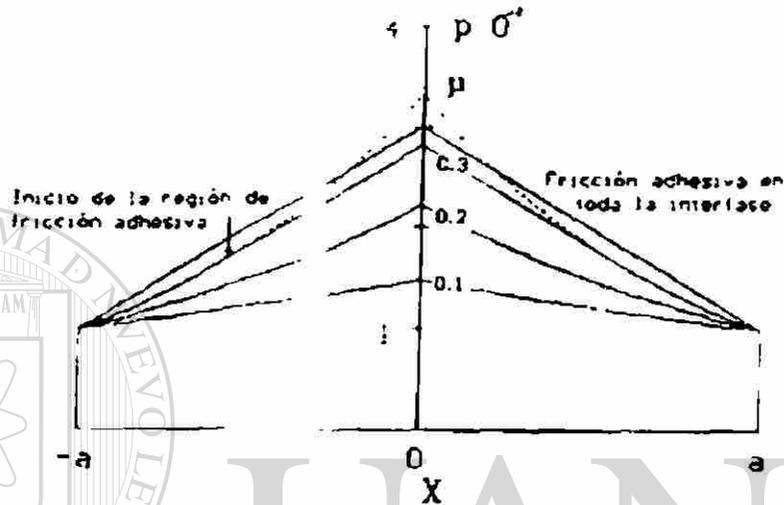


Fig. 2.6 Colinas de fricción calculadas para una relación de  $a = 2h$  [2].

$$P = \frac{1}{a} \int_{-a}^a p dx \quad (2.16)$$

Que, en el caso de que se apliquen lubricantes, ecuación (2.11), resulta en:

$$P = \sigma' \frac{h}{2\mu a} \left( \exp\left(\frac{2\mu a}{h}\right) - 1 \right) \quad (2.17)$$

y, cuando  $\mu$  es pequeño, se reduce a:

$$P = \sigma' \left( 1 + \frac{\mu a}{h} \right) \quad (2.18)$$

En el caso de fricción adhesiva se tiene:

$$P = \sigma' \left( 1 + \frac{a}{2h} \right) \quad (2.19)$$

La fuerza total requerida para deformar al material estará dada por:

$$F = 2 P a b \quad (2.20)$$

Donde  $F$  es la fuerza,  $P$  se obtiene de las ecuaciones (2.18) o (2.19), según sea el caso, y  $b$  es el ancho del material, Figura 2.4.

### 2.3.2 Fuerzas durante laminación.

El proceso de laminación se encuentra representado en la Figura 2.7. Sabiendo que el volumen es constante en la pieza de trabajo se cumplen las relaciones siguientes:

$$W \cdot H_b \cdot V_b = W \cdot H \cdot V = W \cdot H_a \cdot V_a \quad (2.21)$$

Donde  $W$  es el ancho de la lámina;  $H_b$ ,  $H$  y  $H_a$  son el espesor en la entrada, en la zona de deformación y en la salida, respectivamente; y  $V_b$ ,  $V$  y  $V_a$  son las velocidades en la entrada, en la zona de deformación y en la salida, respectivamente. Para satisfacer la ecuación (2.21), la velocidad en la salida  $V_a$  tiene que ser mucho mayor que la velocidad en la entrada. Por lo tanto la velocidad del material deformado en dirección de la laminación va aumentando constantemente de la zona de entrada a la salida. En sólo un punto a lo largo de la interfase entre el rodillo y la lámina la velocidad del rodillo,  $V_R$ , es igual a la velocidad de la lámina, éste es llamado plano neutro. Las fuerzas que se encuentran en el proceso de laminación son similares a las que se encuentran en compresión plana, puesto que la pieza sólo se mueve a la misma velocidad que los rodillos en este plano del entrehierro [2.5].

El análisis de las fuerzas de laminación puede ser realizado en forma similar a la que se empleó en el caso por deformación plana si se desprecia el efecto del ángulo  $\alpha$  y se toma la longitud de contacto como:

$$2 a = R \Delta h \quad (2.22)$$

donde  $R$  es el radio de los rodillos y  $\Delta h = h_b - h_a$  es la reducción en espesor. Al sustituir este valor junto con el espesor promedio de la lámina ( $\bar{h}$ ):

$$\bar{h} = h_a h_b \quad (2.23)$$

En las ecuaciones (2.11) y (2.15) se predice una colina de fricción con un máximo en el plano neutro.

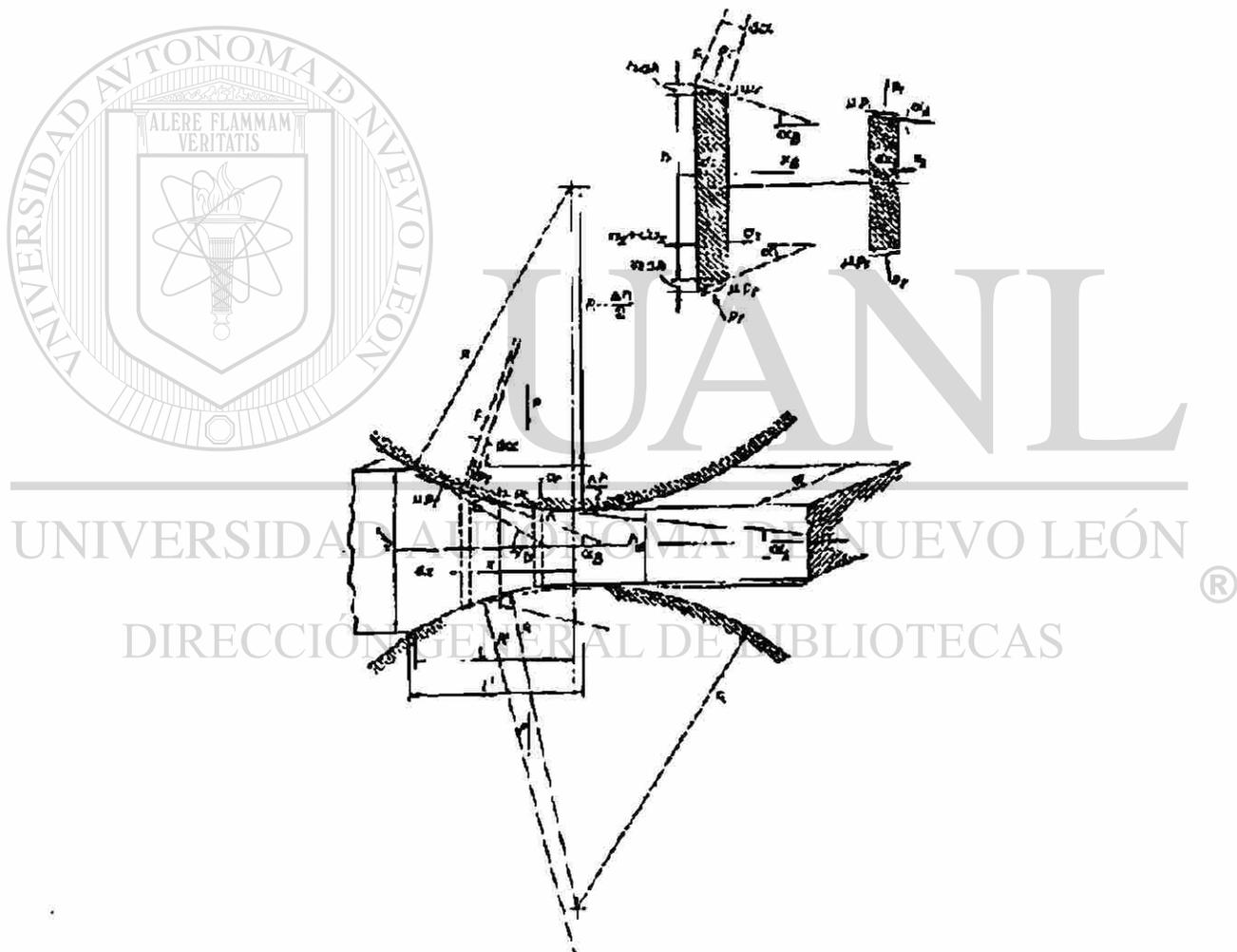


Fig. 2.7 Sección de la mordida durante la laminación, en la que se muestran los esfuerzos a ambos lados del plano neutro [2].

Es posible determinar la fuerza durante la laminación en caliente, si se supone que la fricción es adhesiva, al combinar las ecuaciones (2.10) y (2.20):

$$\frac{P}{b} = \sigma' R \Delta h \left( 1 + 0.25 \frac{R \Delta h}{h_a h_b} \right) \quad (2.24)$$

que pueden escribirse como:

$$\frac{P}{b} = \sigma' R \Delta h Q_p \quad (2.25)$$

La ecuación (2.15) fue modificada por Prandtl con el fin de incorporar la heterogeneidad en la deformación que se produce en el proceso de deformación:

$$P = \sigma' \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{(a-x)}{h} \right] \quad (2.26)$$

es decir, la falta de homogeneidad produce una reducción en la presión. El uso de la ecuación (2.26) en lugar de la (2.15) modifica el valor de  $Q_p$  en la ecuación (2.25).

La presión ejercida por el material en la mordida de los rodillos provoca la deformación elástica de éstos y, como se indica en la Figura 2.7, el arco de contacto aumenta, por lo que el radio a emplear en la ecuación (2.25) debe ser:

$$R' = R \left( 1 + \frac{C P}{\Delta h b} \right) \quad (2.27)$$

donde  $R'$  es el radio de los rodillos aplastados y  $C$  depende de las propiedades elásticas del material con que están hechos:

$$C = \frac{16(1-\nu^2)}{\pi E} \quad (2.28)$$

y, para el caso de los rodillos de hierro vaciado tiene un valor aproximado de  $2 \times 10^{-5} \text{ mm}^2/\text{N}$ .

El cálculo del par de torsión requerido para que la deformación se lleve a cabo se efectúa suponiendo que la fuerza de separación actúa con un brazo de palanca a una distancia  $a$  de la línea que une el centro de los rodillos como se puede ver en la Figura 2.8.

$$G = 2 Pa \quad (2.29)$$

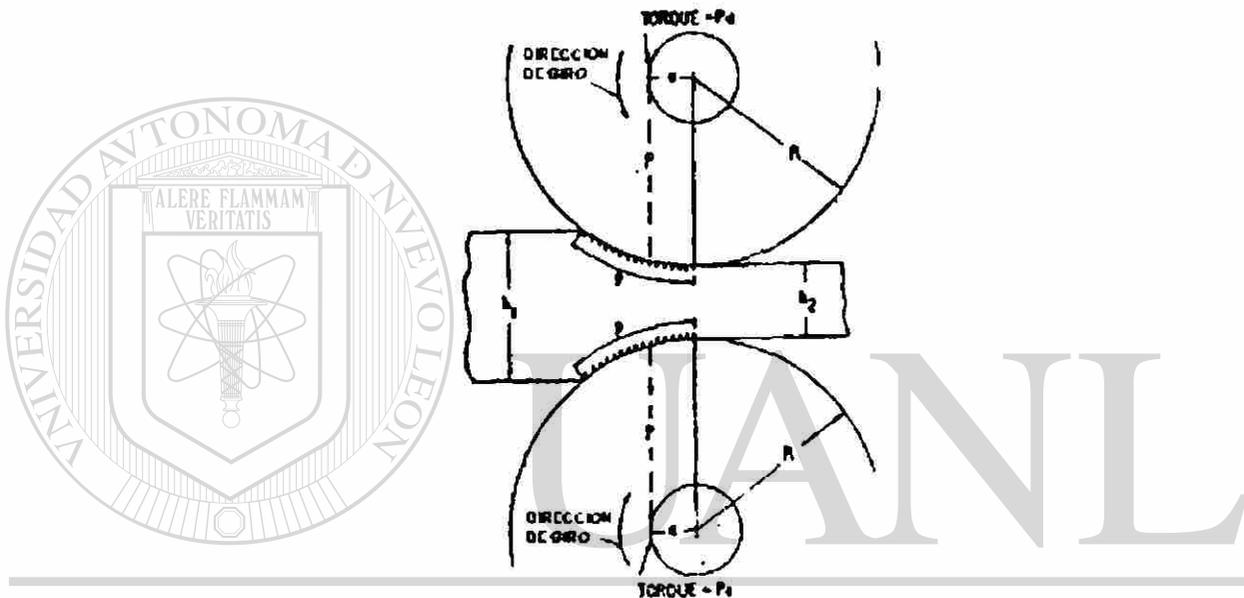


Fig. 2.8 Método empleado para determinar el par de torsión [2].

La analogía con deformación plana en la Figura 2.6, permite suponer que  $a$  en la ecuación (2.29) es la mitad del arco de contacto, sin embargo, durante laminación esta fracción ( $m$ ) depende de la posición del plano neutro y, para el caso de laminación en caliente de acero,  $m$  disminuye de 0.5 a casi 0.4 conforme se incrementa el cociente de la longitud de contacto sobre el espesor promedio de la cinta con lo que la ecuación (2.28) se transforma a:

$$G = 2 P m R' \Delta h \quad (2.30)$$

La forma de calcular la distancia del brazo de palanca al laminar en frío se complica un poco más, puesto que el aplastamiento que sufren los rodillos modifica la

geometría del paso, incrementando la longitud del arco de contacto como se puede observar en la Figura 2.9 de tal suerte que el punto de salida de la lámina se desplaza de G a D, aumentando el brazo de palanca de  $a$  a  $a + x_0$ , por lo que la fracción que contribuye al par de torsión se calcula por:

$$m = 0.5 \frac{R}{R'} - (0.5 - m') \frac{R}{R'} \quad (2.31)$$

donde  $m'$  toma el valor de 0.43 ó 0.48 según el proceso de laminación se efectúe con rodillos rugosos o lisos [2].

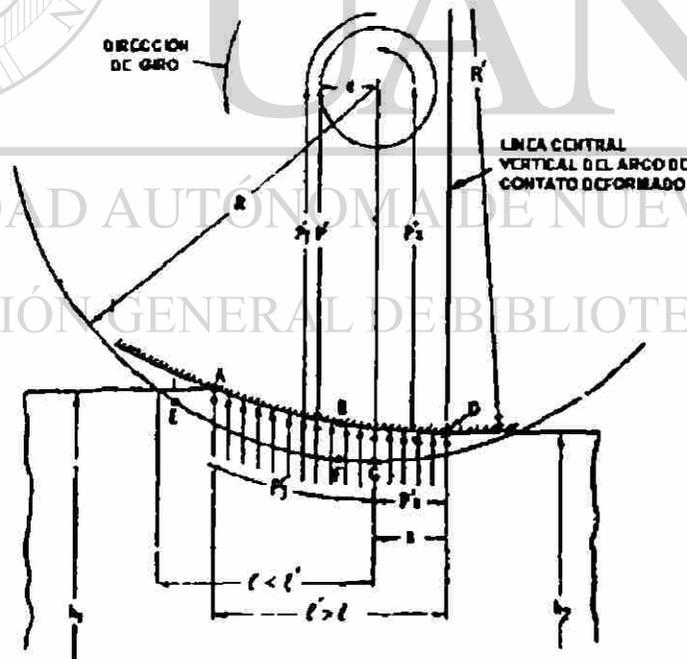


Fig. 2.9 Desplazamiento del plano de salida de la cinta como resultado del aplastamiento de los rodillos

[2].

### 2.3.3 Teorías de laminación.

Las teorías de laminación parten de la postulada por von Karman en 1925, quien resolvió las condiciones de equilibrio dentro de la mordida. Los principios en que se basan son consistentes con la distribución de fuerzas que se encuentran durante la deformación plana, pero las ecuaciones diferenciales que se emplean son más complejas y no pueden ser resueltas analíticamente sin establecer ciertas suposiciones o aproximaciones.

Ekelund publicó un análisis de laminación en 1927 en que el parámetro  $Q_p$  de la ecuación (2.25) se expresa como:

$$Q_p = \left[ 1 + \frac{1.6\mu(R\Delta h)^{0.5} - 1.2\Delta h}{h_a + h_b} \right] \quad (2.32)$$

donde el coeficiente de fricción ( $\mu$ ), en el caso de la laminación en caliente, se asocia con la temperatura (expresada en °C):

$$\mu = 0.84 - 0.0004 T \quad (2.33)$$

que resulta ser válida para temperaturas superiores a los 700 °C.

Orowan propuso en 1943 lo que se reconoce como la teoría definitiva de laminación, modificando la solución de Prandtl para la compresión con herramientas paralelas de superficie rugosa, ecuación (2.26), que Nadai había demostrado que se podía utilizar para el caso de compresión con placas inclinadas; de esta forma, él obtuvo la expresión para las fuerzas horizontales ( $f_x$ ) en el entrehierro:

$$\frac{df_x}{d\alpha} = 2 p_r R \operatorname{sen}(\alpha) \pm R \sigma' \cos(\alpha) \quad (2.34)$$

donde la notación es la indicada en la Figura 2.7, que resulta en:

$$\frac{f_x}{h} = P_r - \sigma' \nu \pm \frac{\sigma'}{2} \left[ \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\tan(\alpha)} \right] \quad (2.35)$$

El factor  $\nu$  se introduce por la heterogeneidad en la deformación plástica y toma un valor de  $\pi/4$  en láminas delgadas.

Sims propuso en 1954 lo que es tal vez la modificación a la teoría de Orowan más aceptada para laminación en caliente, en el que supuso entre otras cosas, fricción adhesiva a lo largo del arco de contacto.

La teoría de laminación desarrollada por Orowan es aplicable también para laminación en frío, sin embargo es más aplicable con la modificación que hicieron Bland y Ford.

El análisis de la distribución de presión ejercida contra los rodillos durante el proceso de laminación en frío se puede llevar a cabo con las siguientes suposiciones:

- Condiciones de deformación plana.
- Deformación homogénea en el entrehierro.
- Coeficiente de fricción constante.
- Arco circular de contacto.
- El plano neutro se encuentra dentro del arco de contacto.
- Se desprecia la deformación elástica.

El balance de las fuerzas actuando la dirección longitudinal ( $x$ ) del elemento de ancho unitario del lado de salida del plano neutro. *A*, Figura 2.7, queda como:

$$h d\sigma_x + \sigma_x + 2 p_r dx \tan \alpha + 2 \mu p_r dx = 0 \quad (2.36)$$

El balance de fuerzas en el elemento B, localizado en el lado de entrada, conduce a una ecuación similar, sólo que con el cambio en sentido de la fuerza friccional:

$$h d\sigma_x + \sigma_x + 2 p_r dx \tan \alpha - 2 \mu p_r dx = 0 \quad (2.37)$$

que, por conveniencia, pueden ser combinadas en una sola:

$$h d\sigma_x + \sigma_x + 2 p_r dx \tan \alpha \pm 2 \mu p_r dx = 0 \quad (2.38)$$

en la que el signo positivo se refiere al lado de salida del plano neutro y el negativo al lado de entrada. sustituyendo  $dh = 2 dx \tan \alpha$ :

$$h d\sigma_x + \sigma_x dh + 2 p_r dh - 2 \mu p_r dh \cot \alpha = 0 \quad (2.39)$$

$$d(h\sigma_x) = -p_r (1 \pm \mu \cot \alpha) dh \quad (2.40)$$

la relación entre  $\sigma_x$  se establece a partir del criterio de fluencia:

$$\sigma_1 = \sigma_x; \sigma_3 = \sigma_y = -p \quad (2.41)$$

conviene mencionar que la segunda igualdad surge de que, normalmente, tanto la fricción como el ángulo de contacto son de pequeña magnitud, por lo que  $\sigma_y \approx -p_r$  y esta última cantidad es igual a la presión vertical ( $p$ ), por lo que el sufijo se omite.

DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS

Sustituyendo los valores de la ecuación (2.41) por las condiciones de fluencia en la compresión plana:

$$\sigma_x + p = \sigma'; d(\sigma_x) = d(\sigma' - p) \quad (2.42)$$

con lo que la ecuación (2.40) se transforma a:

$$d(h\sigma_x) = d(h\sigma' - hp) = -p (1 \pm \mu \cot \alpha) dh \quad (2.43)$$

Se supone que el radio de los rodillos es constante y resulta conveniente expresar a  $dh$  en términos de sus coordenadas polares ( $R, \alpha$ ):

$$dh = -2 R d\alpha \sin \alpha \quad (2.44)$$

que resulta en:

$$d(h\sigma' - hp) = -2Rp \operatorname{sen} \alpha (1 \pm \mu \cot \alpha) d\alpha \quad (2.45)$$

expresando la ecuación anterior en términos del parámetro  $S = p/\sigma'$ , se modifica a:

$$\frac{d}{d\alpha} [h\sigma'(1-S)] = -2Rp \operatorname{sen} \alpha (1 \pm \mu \cot \alpha) \quad (2.46)$$

$$h\sigma' \frac{d(1-S)}{d\alpha} + (1-S) \frac{d(h\sigma')}{d\alpha} = -2Rp (\operatorname{sen} \alpha \pm \mu \cot \alpha) \quad (2.47)$$

Esta ecuación presenta cierta dificultad en su integración, sin embargo, puesto que la variación en la presión ejercida por los rodillos es mayor que la variación de la tensión de fluencia y el hecho de que el producto  $h\sigma'$  disminuye aún más, dado que  $h$  disminuye conforme  $\sigma'$  aumenta, permite despreciar el segundo término, por lo que la ecuación (2.47) se convierte en:

$$h\sigma' \frac{dS}{d\alpha} = -2Rp (\operatorname{sen} \alpha \pm \mu \cot \alpha) \quad (2.48)$$

que puede ser simplificada al considerar que el ángulo de contacto es pequeño

$$\operatorname{sen} \alpha \approx \alpha; \quad \cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \approx 1 \quad (2.49)$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$h = h_a + 2R(1 - \cos \alpha) \approx h_a + 2R \frac{\alpha^2}{2} \quad (2.50)$$

donde  $h_a$  es el espesor de salida de la lámina, por lo que la ecuación (2.48) se transforma a:

$$\frac{dS}{d\alpha} = -2RS \frac{\alpha \pm \mu}{h_a + R\alpha^2} \quad (2.51)$$

Ambos lados de la ecuación pueden ser integrados para obtener la solución general:

$$\frac{dS}{S} = \frac{2\alpha d\alpha}{h_a + R\alpha^2} \pm \frac{2\mu d\alpha}{h_a + R\alpha^2} \quad (2.52)$$

$$\ln S = \ln \left( \frac{h_a}{R} + \alpha^2 \right) \pm 2\mu \frac{1}{h_a/R} \tan^{-1} \left( \frac{\alpha}{h_a/R} \right) + C \quad (2.53)$$

donde  $C$  es la constante de integración. Introduciendo el parámetro  $H$  igual a:

$$H = 2 \frac{R}{h_a} \tan^{-1} \left( \alpha \frac{R}{h_a} \right) \quad (2.54)$$

la ecuación (2.53) se reduce a:

$$\ln S = \ln \left( \frac{h}{R} \right) \pm \mu H + C \quad (2.55)$$

así, del lado de salida del plano neutro:

$$S^* = C^* \frac{h}{R} \exp(\mu H) \quad (2.56.a)$$

Y del lado de entrada:

$$S = C \frac{h}{R} \exp(-\mu H) \quad (2.56.b)$$

Las constantes de integración en el caso de que no se aplique tensión en ningún

lado ( $\sigma_a = \sigma_b = 0$ ), se tiene para el lado de salida:

$$S_b = C^* \frac{h_b}{R} \exp(\mu H_a); H_a = 2 \frac{R}{h_a} \tan^{-1} \left( \alpha_a \frac{R}{h_a} \right) \quad (2.57)$$

pero

$$\alpha_a = 0; \quad \sigma_{xa} = 0 \quad (2.58)$$

por lo que  $H_a = 0$  y por la ecuación (2.42):

$$p_a = \sigma_a' - \sigma_{xa} = \sigma_a' \quad (2.59)$$

así que:

$$1 = C^* \frac{h_a}{R} \therefore C^* = \frac{R}{h_a} \quad (2.60)$$

y para el lado de entrada se tiene:

$$S_b = C^- \frac{h_b}{R} \exp(\mu H_b); H_b = 2 \frac{R}{h_b} \tan^{-1} \left( \alpha_b \frac{R}{h_b} \right) \quad (2.61)$$

como  $\sigma_{xb} = 0$ :

$$p_b = \sigma_b' - \sigma_{xb} = \sigma_b' \quad (2.62)$$

por lo que:

$$1 = C \frac{h_b}{R} \exp(-\mu H_b) \therefore C^- = \frac{R}{h_b} \exp(\mu H_b) \quad (2.63)$$

De acuerdo con las ecuaciones (2.60) y (2.63), las ecuaciones (2.56) pueden ser escritas como:

$$S^* = \frac{h}{h_a} \exp(\mu H) \quad (2.64.a)$$

para el lado de salida y

$$S = \frac{h}{h_b} \exp[-\mu(H_b - H)] \quad (2.64.b)$$

para el lado de entrada.

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Las ecuaciones presentadas hasta este punto son empleadas para laminación sin aplicar tensión; sin embargo, la mayor parte de la producción de lámina se lleva a cabo en trenes continuos o en instalaciones individuales que aplican tensión al enrollar y desenrollar la cinta.

La aplicación de tensión en el lado de salida cambia las condiciones:

$$\sigma_{xa} = t_a; \sigma_a = 0; H_a = 0 \quad (2.65)$$

por lo que la condición de fluencia, ecuación (2.42), queda como:

$$p_a = \sigma_a' - t_a \quad (2.66)$$

la constante de integración de la ecuación (2.56.a) resulta ser igual a:

$$S_a = 1 - \frac{t_a}{\sigma_a} = C^* \frac{h_a}{R} \exp(\mu H_a) = C^* \frac{h_a}{R} \quad (2.67)$$

de donde resulta que:

$$C^* = \left(1 - \frac{t_a}{\sigma_a}\right) \frac{R}{h_a} \quad (2.68.a)$$

la constante para el lado de entrada se calcula en forma similar:

$$C^- = \left(1 - \frac{t_b}{\sigma_b}\right) \frac{R}{h_b} \exp(\mu H_b) \quad (2.68.b)$$

Estas constantes son similares a las encontradas cuando se lamina sin tensión, ecuaciones (2.60) y (2.63), la única diferencia es el factor  $(1 - t/\sigma)$  que resulta ser igual a la unidad cuando  $t = 0$ . Consecuentemente las ecuaciones (2.64) se transforman a:

$$S^+ = \frac{h}{h_a} \left(1 - \frac{t_a}{\sigma_a}\right) \exp(\mu H) \quad (2.69.a)$$

para el lado de salida y

$$S^- = \frac{h}{h_b} \left(1 - \frac{t_b}{\sigma_b}\right) \exp[-\mu(H_b - H)] \quad (2.69.b)$$

para el lado de entrada.

Las ecuaciones (2.69) se igualan para encontrar la posición del plano neutro:

$$\exp[-\mu(H_b - 2H_n)] = \frac{h_b}{h_a} \begin{pmatrix} 1 - \frac{t_a}{\sigma_a} \\ 1 - \frac{t_b}{\sigma_b} \end{pmatrix} \quad (2.70)$$

donde el suscrito  $n$  se emplea para designar al plano neutro; si se iguala la expresión de la derecha de la ecuación (2.70) a  $y$ :

$$\ln y = \mu (H_b - 2H_n) \quad (2.71)$$

de donde:

$$H_n = \frac{H_n}{2} - \frac{\ln y}{2\mu} \quad (2.72)$$

sustitución de  $H_n$  en la ecuación (2.54) resulta en:

$$\alpha_n = \frac{h_a}{R} \tan \left( \frac{h_a}{R} \frac{H_n}{2} \right) \quad (2.73)$$

que es el ángulo al que se encuentra el plano neutro.

## 2.4 EFECTOS DE LA FRICCIÓN.

La fricción es causada por fuerzas entre los dos cuerpos en contacto actuando en su interfase. Estas fuerzas son determinadas por dos factores aunados a la carga que se aplica durante el proceso como son las propiedades de los materiales en contacto y el área de contacto. Las fuerzas de fricción no son directamente predecibles porque ambos factores el área y las propiedades de los materiales, dependen de muchas condiciones particulares.

El inicio del proceso de laminación requiere que la pieza a ser deformada sea tomada o mordida por los rodillos de trabajo, de tal forma que el componente horizontal de la fuerza de fricción ( $F$ ) sea mayor que el componente horizontal de la presión radial ( $N$ ) como se muestra en la Figura 2.10:

$$F \cos \alpha > N \sin \alpha \quad (2.74)$$

o

$$\frac{F}{N} > \tan \alpha \quad (2.75)$$

a partir de la cual se deduce la reducción máxima posible en un dado pase:

$$\Delta h \leq \mu^2 R \quad (2.76)$$

por definición  $F/N = \mu$  puede ser expresado como  $\tan (f)$ , donde se define como el ángulo de fricción, por lo que se puede decir que la pieza entrará sin ayuda cuando el ángulo de fricción sea mayor al de contacto ( $\alpha$ ).

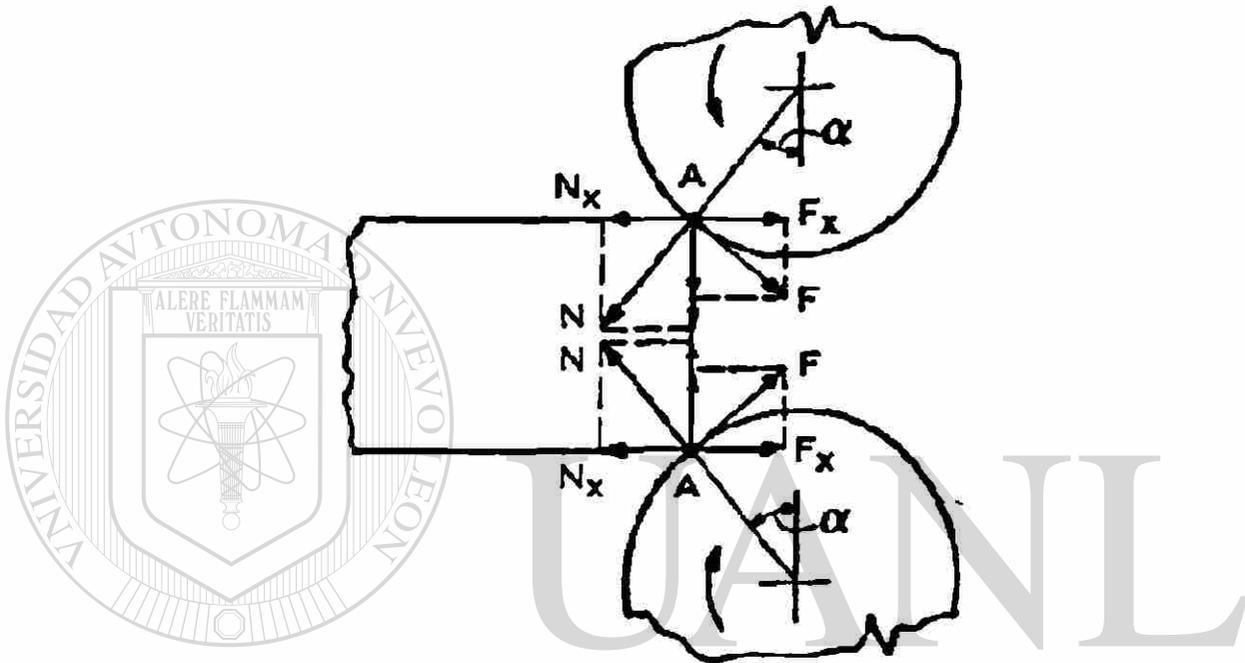


Fig. 2.10 Fuerzas requeridas durante la entrada de la pieza de trabajo [6].

El espesor mínimo que se puede obtener en un material depende de la resistencia del mismo ( $\sigma'$ ), de las condiciones de fricción y del tamaño de los rodillos empleados y, para el caso en que esto sean de acero, se encuentra:

$$h_{min} = 0.035 \mu R \sigma' \quad (2.77)$$

donde  $h_{min}$  se expresa en mm.

Las ecuaciones desarrolladas en el punto 2.3 son perfectamente válidas para evaluar los coeficientes de fricción a partir de las fuerzas de separación, de los pares e torsión o de la potencia consumida para procesar la lámina; sin embargo esto implica que la resistencia del material a laminar debe ser bien conocida, lo que resulta riesgoso cuando la reducción es pequeña, puesto que una variación del 5% en la tensión promedio equivale a un 100% de cambio en el coeficiente de fricción.

Se puede establecer una relación entre el par de torsión ( $G$ ), la fuerza de separación ( $P$ ) y las dimensiones de los rodillos de trabajo cuando la tensión aplicada del lado de entrada es de tal magnitud que el punto neutro se desplaza hasta el plano de salida, con lo que la cinta se resbala sin salir:

$$\mu = \frac{G}{PR} \quad (2.78)$$

Un método similar se emplea cuando no se dispone de la lectura del par de torsión directamente y consiste en la medición, con un dinamómetro, de la tensión aplicada del lado de entrada:

$$\mu = \frac{T}{4P} + \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (2.79)$$

donde  $T$  es la tensión que se aplica.

Aunque los métodos recientemente mencionados son atractivos para el cálculo del coeficiente de fricción  $\mu$ , tienen el inconveniente de no permitir que se establezca el balance entre las fuerzas de fricción en el arco de contacto y, en general, los valores que se obtienen con estas técnicas son mayores a los que se encuentran cuando se evalúa  $\mu$  por medio del deslizamiento de lado de salida.

En la Figura 2.11 se puede apreciar como la posición del plano neutro tiende a desplazarse hacia el centro del arco de contacto conforme el coeficiente de fricción aumenta, por lo que el ángulo en que se encuentra el plano neutro ( $\alpha_n$ ) es indicativo del valor de  $\mu$ :

$$\alpha_n = \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{\mu} \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \quad (2.80)$$

donde el ángulo de entrada  $\alpha$  está dado por:

$$\text{sen}\alpha = \frac{R\Delta h}{R} = \frac{h_h - h_u}{R} \quad (2.81)$$

por lo que la ecuación (2.80) puede ser transformada a:

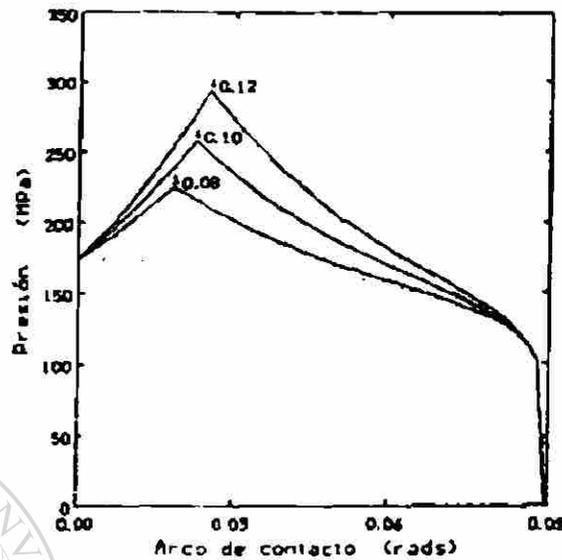


Fig. 2.11 Presiones durante laminación de aluminio, indicándose la posición del plano neutro con la flecha [2].

$$\alpha_n = \frac{h_b - h_a}{4R} \left( 1 - \frac{1}{\mu} \right) \quad (2.82)$$

El uso de tensiones a la entrada o salida implica que la posición del plano neutro sólo puede ser determinada si se conoce el valor de fluencia del material (ver punto 2.3.3), por lo que la ecuación (2.82) se modifica a:

$$\alpha_n = \frac{\sigma'(h_b - h_a) + h_b t_b - h_a t_a}{2\sigma'R'\mu} \quad (2.83)$$

donde  $t_a$  y  $t_b$  son las tensiones aplicadas a la salida y entrada de la cinta.

El deslizamiento del lado de salida ( $\xi$ ) puede ser calculado por:

$$\xi = \frac{\alpha_n^2}{2} \left( \frac{2R'}{h_b} - 1 \right) \quad (2.84)$$

y este parámetro puede ser utilizado para evaluar el valor de  $\mu$  por medio de:

$$\mu = \frac{G}{PR} \left( 1 - \frac{2\xi h_b}{h_a - h_b} \right) \quad (2.85)$$

## 2.5 LUBRICACIÓN.

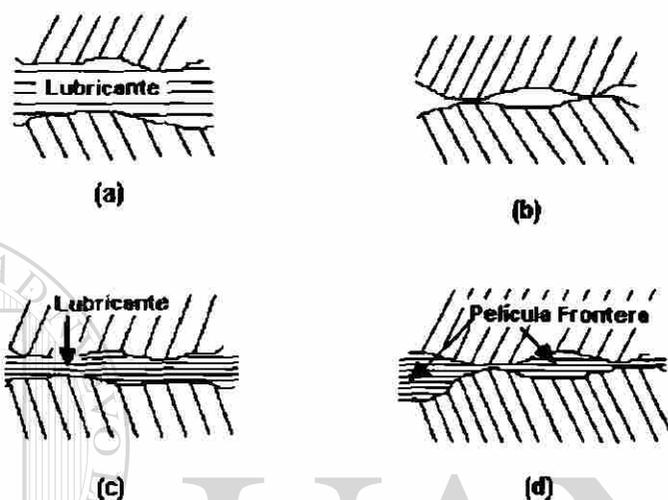
Cuando el proceso de laminación se realiza a temperaturas cercanas al ambiente (en frío) es posible emplear lubricantes que contribuyan a disminuir la fuerza y potencia requerida para reducir el material. En el formado de metales, la fluencia del material es causada por la fuerza transmitida de la herramienta a la pieza de trabajo. Por lo tanto, las condiciones de fricción entre la interfase herramienta-material están fuertemente relacionados con la fluencia del material, características de la superficie, defectos internos, esfuerzos actuantes en las herramientas, cargas y energías requeridas. Hay tres tipos básicos de lubricación que gobiernan las condiciones de fricción en el formado de metales [1,5]:

1.- Bajo condiciones secas, no existe lubricante en la interfase, sólo las capas de óxido se encuentran presentes entre la herramienta y la pieza de trabajo. En este caso la fricción es alta, estas condiciones de fricción son prácticas en selectos casos de operaciones de formado como lo son el laminado en caliente de placas y planchones y en procesos de extrusión de aleaciones de aluminio.

2.- Las condiciones hidrodinámicas existen cuando una capa de lubricante se encuentra presente entre la herramienta y la pieza de trabajo. En este caso las condiciones de fricción están gobernadas por la viscosidad del lubricante y por la velocidad relativa entre la herramienta y la pieza de trabajo. Las viscosidades de muchos lubricantes se ven afectadas disminuyendo sus valores debido al incremento de la temperatura. Por consiguiente, es más práctico encontrar estas condiciones de lubricación en procesos de formado a altas velocidades como lo son el laminado en frío y el estirado en frío, las condiciones hidrodinámicas sólo existen dentro de un cierto margen de velocidades, donde la temperatura en la interfase es relativamente baja.

3.-La lubricación frontera es la más común en los procesos de formado de metales. Incrementos en temperatura en la interfase aunados a las presiones altas en el proceso de formado no permiten que se den las condiciones de lubricación hidrodinámica. La lubricación frontera, por otro lado, no se presta para un análisis confiable. Por

consiguiente, mucho del conocimiento en este tipo de condición de lubricación en el formado de metales es empírico.



**Fig. 2.12** Tipos básicos de lubricación (a) Capa densa de lubricante (b) Condiciones secas (c) Condición hidrodinámica (d) Lubricación frontera [7].

Como se mencionó, durante el proceso de laminación en frío gobiernan las condiciones hidrodinámicas de lubricación, esto es debido a que las superficies de los rodillos y de la lámina no son perfectamente lisas ya que tienen irregularidades en forma de picos (o crestas) y valles (cavidades) Figura 2.13. El lubricante pasa desde la zona de entrada hasta la salida a través de un laberinto de canales creado por esas irregularidades. Como la lámina está siendo deformada las crestas están siendo aplastados y el lubricante se queda atrapado y se presuriza al disminuir el volumen de la cavidad.

A bajas velocidades de laminado el exceso de lubricante en la cavidad fluye de nuevo a la zona de entrada mientras que en condiciones de velocidades altas la mayor parte de lubricante permanece atrapado en las cavidades. El lubricante atrapado se presuriza causando una separación parcial entre los rodillos y la lámina. En condiciones de velocidades bajas de laminado la presión es transmitida de los rodillos a la lámina a través del contacto metal-metal.

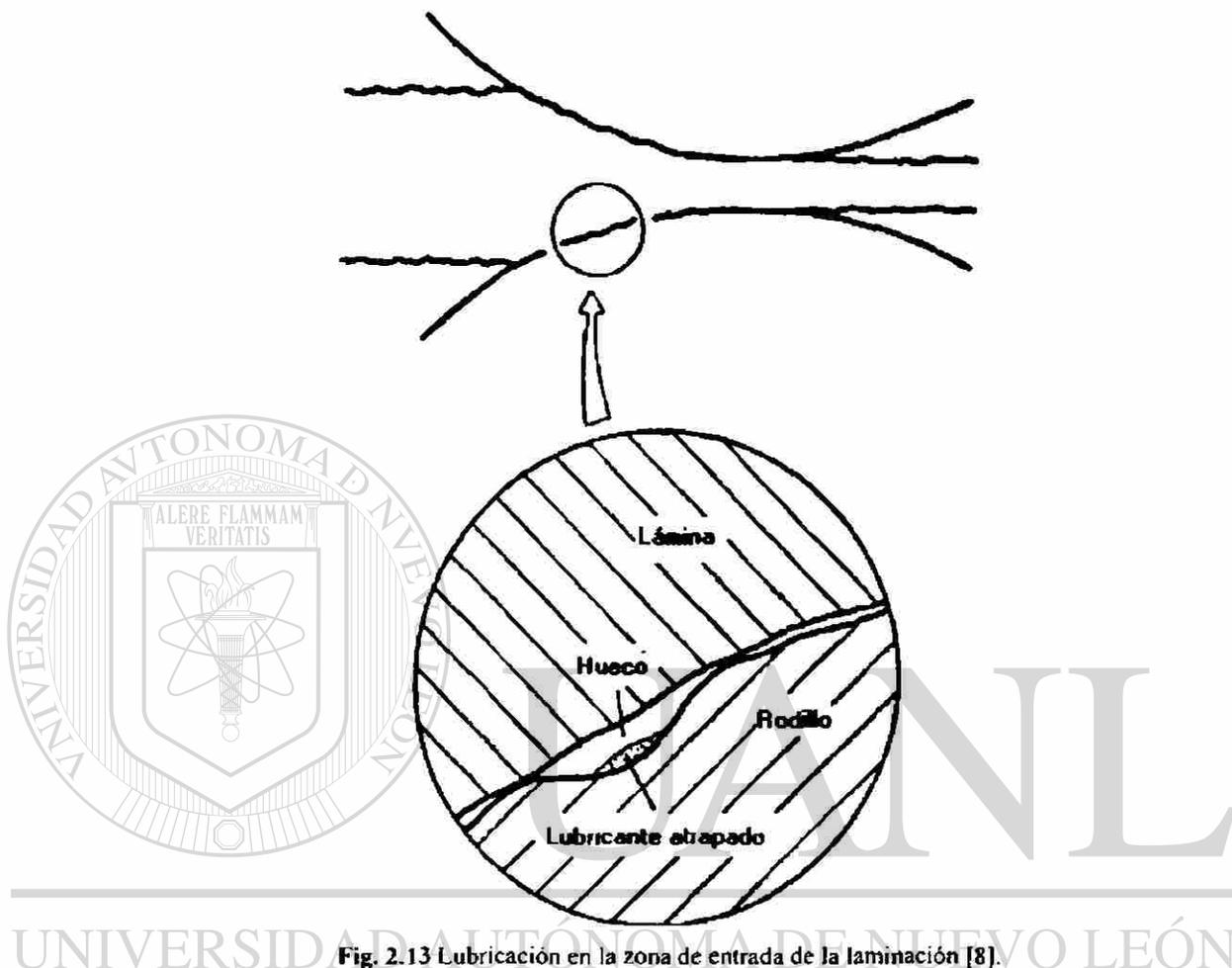


Fig. 2.13 Lubricación en la zona de entrada de la laminación [8].

En altas velocidades la presión es transmitida en su mayor parte por el lubricante. Como la presión transmitida a través del contacto metal-metal es menor en altas velocidades, la fricción disminuye. Eventualmente, a altas velocidades de laminación no existe el contacto metal-metal.

Cuando las condiciones se alcanzan para tener una lubricación hidrodinámica la fricción toma su valor mínimo (Figura 2.14). Por lo tanto, con el incremento de velocidades de laminación, altas velocidades en los esfuerzos cortantes son creadas en el líquido, donde el esfuerzo cortante es proporcional a la velocidad de deformación cortante. Los valores de fricción son mucho menores cuando existe lubricación hidrodinámica que cuando existe un contacto metal-metal.

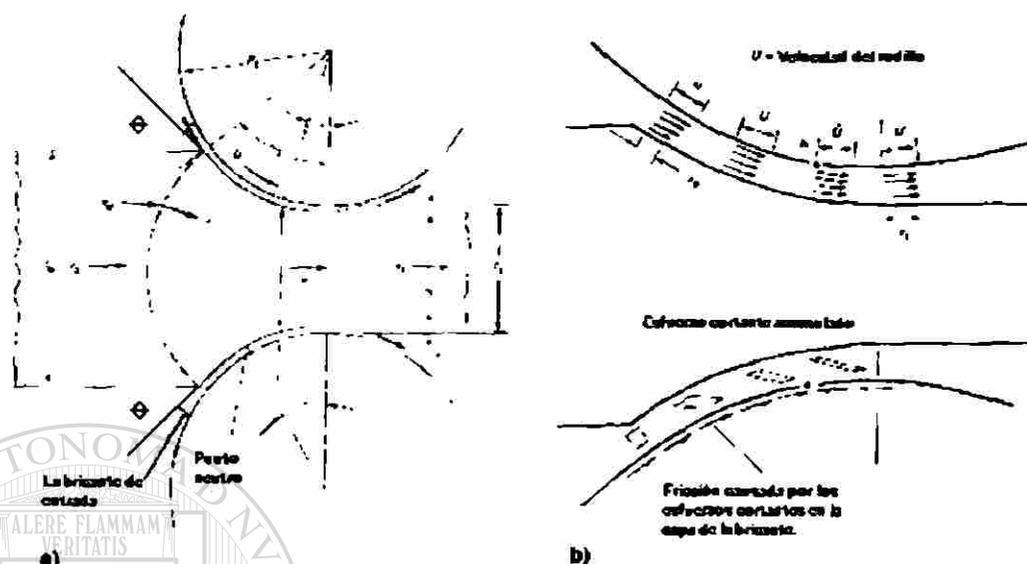


Fig.2.14 Lubricación hidrodinámica durante la laminación. a) Esquema completo. b) Esfuerzos cortantes en la capa de lubricante [8].

El parámetro crítico en este caso es el espesor de la capa hidroplastodinámica

( $h_l$ ):

$$h = \frac{6\eta v}{2k \tan(\theta)} \quad (2.86)$$

donde  $\eta$  es la viscosidad del lubricante,  $v$  la velocidad relativa de la superficie,  $2k$  es la tensión de fluencia del material siendo deformado y  $\theta$  es el ángulo de convergencia de las superficies, Figura 2.14. la inclusión de la variación de  $\mu$  conforme las condiciones de lubricación cambian a lo largo del arco de contacto resulta en la modificación de la forma y magnitud de la colina de fricción.

De acuerdo con la ecuación (2.86), el espesor de la capa de lubricante se incrementa conforme la velocidad de laminación aumenta, ver Figura 2.15, por lo que es de esperarse que el coeficiente de fricción disminuya a medida que se incremente la velocidad de laminación. lo que se ha reportado para aceros al carbono como se puede ver en la Figura 2.16.

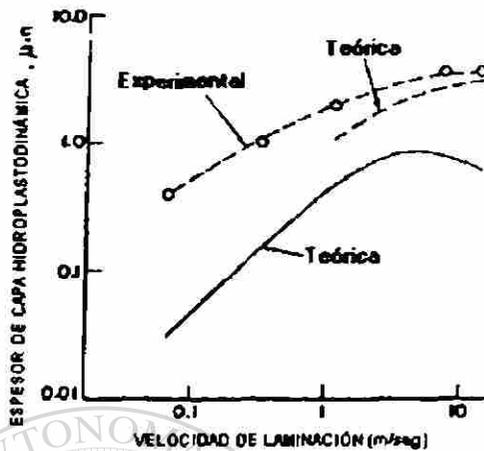


Fig. 2.15 Espesor de la capa hidroplastodinámica en función a la velocidad de la laminación [2].

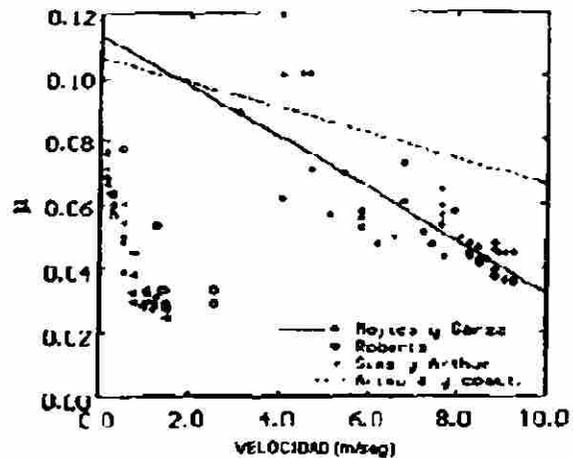


Fig. 2.16 Variación de  $\mu$  en función de la velocidad a que se laminaron varios aceros [2].

### 2.5.1 Características y funciones de los lubricantes usados en el formado de metales.

En el formado de metales, la fricción es controlada por el uso apropiado de lubricantes, éstos deben tener ciertas características, también deben desempeñar varias funciones importantes durante el proceso, sus características y funciones son:

- Reducir la fricción entre la herramienta y la pieza de trabajo. Esto se alcanza utilizando un lubricante con alta lubricidad.
- Actuar como un agente que separa la herramienta de la pieza de trabajo previniendo que lleguen a pegarse éstas.
- Poseer buenas propiedades aislantes, especialmente en el trabajo en caliente, así como reducir las pérdidas de calor entre la pieza de trabajo y la herramienta.
- Debe ser inerte para prevenir o minimizar alguna reacción con la herramienta y la pieza de trabajo.
- No debe ser abrasivo también debe reducir la erosión y el desgaste en la superficie de la herramienta.

- Debe estar libre de contaminantes y componentes dañinos y no debe producir gases peligrosos.
- Debe ser de fácil aplicación, asimismo deben ser fáciles de remover.
- Debe estar disponible comercialmente y a un costo razonable.

### 2.5.2 Métodos para aplicar lubricantes en el laminado en frío.

Existen tres métodos para aplicar los lubricantes durante el proceso de laminación en frío estos son:

- Lubricación con aplicación de agua por separado. Este método consiste en aplicar una capa de lubricante puro sobre la lámina antes del proceso y se aplica agua durante el mismo.
- Lubricación por dispersión. Este método consiste en mezclar agua con aceite en el molino de laminación aplicando la mezcla por una dispersión mecánica.
- Lubricación con emulsiones. Este método incluye el uso de emulsiones que son aceites o grasas emulsificadas con agua.

**Referencias bibliográficas.**

- [1] Lawrence E. Doyle, *Materiales y Proceso de Manufactura para Ingenieros* 3ª Ed., 1988, 276-283.
- [2] R. Colás y J.M. Cabrera, *Laminación en caliente II Seminario de Tecnología Metalúrgica*, 1998, 11, 27-41.
- [3] V. B. John, *Conocimiento de Materiales en Ingeniería* 1ª Ed., 1976, 131.
- [4] Myron L. Begeman and B. H. Amstead, *Procesos de Fabricación*, 1ª Ed., 1978, 191, 192, 219-221.
- [5] Taylan Altan, Soo-Ik Oh and Harold L. Gegel, *Metal Forming Fundamentals and Applications* 1ª Ed., 1983, 252, 253.
- [6] Vladimir B. Ginzburg, *Steel-Rolling Technology. Theory and Practice*, 1978, 369.
- [7] [www.google.com](http://www.google.com), search Surface Finish and Friction.
- [8] P. Crook and H.N. Farmer, *ASM Handbook Vol 18: Friction, Lubrication and Wear Technology*, ASM, 1992, 64, 65.

## CAPITULO 3

# ENSAYO MECÁNICO DE FRICCIÓN.

### 3.1 INTRODUCCIÓN.

En los procesos de formado de metales, las fuerzas de fricción son generadas en la interfase entre la herramienta y el material. Se considera a la fricción como el efecto más importante en las operaciones de formado de metales, por lo tanto, tiene que ser controlada adecuadamente para optimizar los procesos y, a su vez, producir de una manera económica materiales con una geometría y estructuras deseadas. El control efectivo de la fricción, requiere contar con datos exactos de las principales variables que influyen en los procesos de formado, algunas de éstas son la lubricación, temperatura, velocidad y la presión ejercida sobre el material.

Se han realizado una serie de estudios para obtener datos cuantitativos de la fricción en el procesamiento de los metales, ya sea durante la manufactura o en pruebas de laboratorio. Las investigaciones que se han hecho para obtener la fricción durante el proceso mismo tienen la desventaja de que es difícil separar la fuerza necesaria para vencer a la fricción de aquella necesaria para impartir la deformación requerida. Las pruebas de laboratorio sin embargo, proporcionan valiosas mediciones del comportamiento de la fricción bajo condiciones controladas haciendo que estas pruebas sean capaces de simular las condiciones de proceso tales como la temperatura, velocidad de deformación y presión de deformación [1]. En este Capítulo se verán diferentes técnicas que son utilizadas para medir la fricción, especialmente la fricción sólida, se

resumirán las pruebas que se han realizado a través del tiempo así como diferentes estándares de la ASTM para calcular los coeficientes de fricción y otras pruebas que no están estandarizadas aún.

### 3.2 HISTORIA DE LAS TÉCNICAS PARA MEDIR LA FRICCIÓN.

La reseña histórica de la tribología menciona a los griegos como los que se familiarizaron primero con el concepto de fricción. Sin embargo, Leonardo da Vinci fue el primero que originó los preceptos básicos de la fricción, las leyes básicas y las primeras pruebas para medir y estudiar la fricción [2]. En la Figura 3.1 se muestran los bosquejos de los aparatos que diseñó da Vinci para medir la fricción cerca del año de 1495. Él utilizó estos aparatos para mostrar que la fuerza de fricción depende de la presión entre dos cuerpos y que es independiente del área aparente de contacto. Esencialmente da Vinci introdujo el concepto de coeficiente de fricción. Él encontró que la relación entre la fuerza de fricción ( $F$ ) y la fuerza de presión ( $N$ ) era  $\frac{1}{4}$ , posteriormente sugirió que  $F = \frac{1}{4} N$ . El valor de  $\frac{1}{4}$  es muy cercano a los valores actuales en los materiales que probó da Vinci (madera, piedra, sogas de cáñamo, bronce, etc.) bajo condiciones de velocidad y carga pequeñas [3].

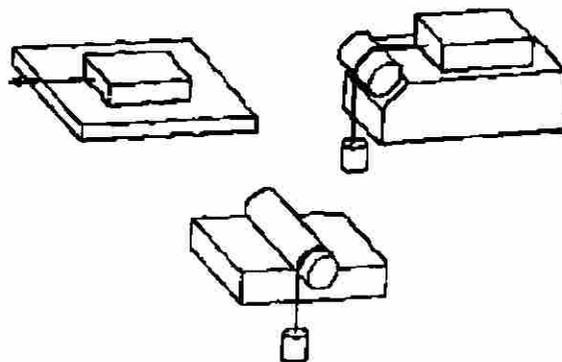


Fig. 3.1 Esquemas de aparatos para medir la fricción basados en los primeros trabajos de Leonardo da Vinci [3]

Alrededor del año 1750, el matemático Euler desarrolló el concepto del actual coeficiente de fricción:  $\mu = F / N$ . El también implantó el concepto de fricción estática, que establece que cuando un bloque está sobre un plano inclinado, la tangente del ángulo del plano es el coeficiente de fricción estático:

$$\mu_s = \tan \theta \quad (3.1)$$

desde este punto de vista tienen que ser considerados dos tipos de fricción (estática y cinética) y dos tipos de coeficiente de fricción (estático  $\mu_s$  y el cinético  $\mu_k$ )

### 3.3 TÉCNICAS PARA MEDIR LA FRICCIÓN.

El plano inclinado, como demostró da Vinci, es una de las técnicas más comúnmente aceptadas para medir la fricción. Otras técnicas populares que se utilizan para medir los coeficientes de fricción son mostradas en la Figura 3.2.

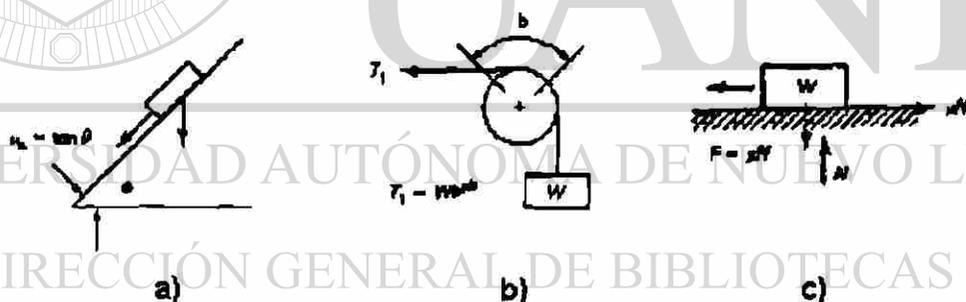


Fig. 3.2 Esquema de técnicas para medir fricción [3].

En la prueba del plano inclinado (Figura 3.2.a) un cuerpo es puesto sobre un plano el cual se inclina hasta que el cuerpo comienza a moverse. La tangente de este ángulo es el coeficiente de fricción estático, como se mencionó anteriormente. El problema con esta técnica es que no simula las condiciones reales de trabajo. Por lo general los diseñadores de maquinaria no incluyen sólo planos inclinados en sus diseños. Un material por si solo, no tiene un valor constante de coeficiente de fricción, ya que cada vez que sea probado con otro material diferente tendrá otro coeficiente de fricción. Para hacer válida esta prueba de fricción debería simular un sistema afín a ella.

En la Figura 3.2.b se puede ver la prueba *capstan*. Esta prueba de fricción se utiliza para sistemas en los cuales los objetos en estudio son cintas, cables, cuerdas o alguna tela deslizando sobre rodillos o superficies cilíndricas; mediante este tipo de prueba se pueden obtener tanto el coeficiente de fricción estático como el dinámico, generalmente las operaciones que se simulan mediante esta prueba son a grandes velocidades.

La Figura 3.2.c muestra la que es probablemente la técnica más común de entre todas para medir la fuerza de fricción mediante el cual se puede calcular la fuerza de fricción por la ecuación básica,  $F = \mu N$ .

### 3.4 NOMENCLATURA DE LA FRICCIÓN.

Términos como fricción estática, coeficiente de fricción cinético, comportamiento adhesivo-deslizante y fricción lubricada, son comúnmente usados en la tribología.

#### 3.4.1 Fricción estática.

Este término originalmente fue definido por Amontons en 1750. Según la ASTM G 40 el coeficiente de fricción estático está definido como la relación adimensional de la fuerza de fricción y la fuerza normal de presión entre dos cuerpos. El coeficiente de fricción estático es definido como: aquel correspondiente a la máxima fuerza que tiene que ser vencida para iniciar un movimiento macroscópico entre dos cuerpos [4]. Amontons estableció que en un plano de deslizamiento inclinado, éste coeficiente es igual a la tangente del ángulo de inclinación del plano. Si se monitorea la fuerza de fricción durante una prueba de deslizamiento en un plano inclinado graficándose deslizamiento contra tiempo se obtiene una curva similar a la que se muestra en la Figura 3.3.

Las fuerzas que actúan durante el deslizamiento del objeto en la Figura 3.3 se pueden detectar mediante sensores. Se observa un pico  $F^*$  que es la fuerza necesaria para

iniciar la prueba, ésta fuerza es utilizada para calcular el coeficiente de fricción estático. La fuerza  $F$  es usada para calcular el coeficiente de fricción cinético.

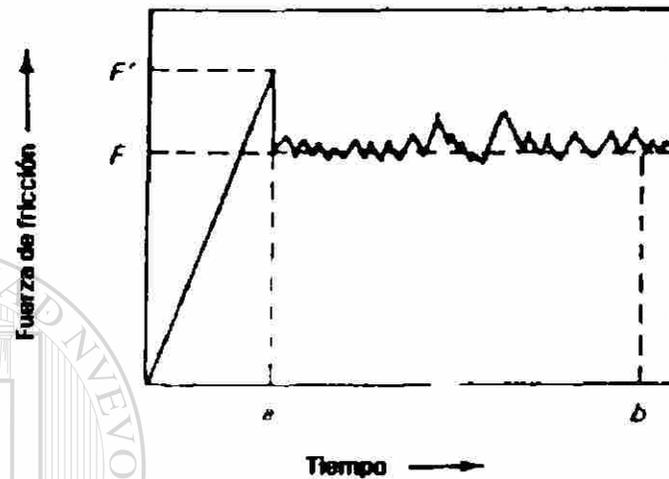


Fig. 3.3 Mediciones de la fuerza de fricción que permanece constante con el tiempo [3].

### 3.4.2 Fricción cinética.

En la Figura 3.3 se podrá observar que la fuerza de fricción estática ( $F'$ ) tiene muchas variaciones, lo que causa problemas para tomar un valor de ésta fuerza para estimar el coeficiente de fricción, pero esta curva puede cambiar también con incrementos o decrementos constantes como se puede ver en la Figura 3.4.

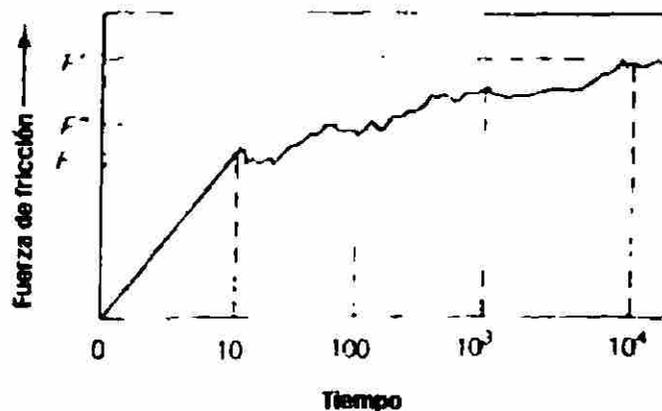


Fig. 3.4 Mediciones de la fuerza de fricción que varía con el tiempo [3].

El estándar ASTM G 40 define el coeficiente de fricción cinético como aquel bajo condiciones de movimiento macroscópico relativo entre dos cuerpos [4]. Esta definición no especifica si la fuerza es  $F$  o  $F'$  u otra medida deberá ser utilizada para calcular el coeficiente, como se muestra en la Figura 3.4. Este es un problema, pero es recomendable que el número de fuerzas que representan al sistema sean utilizadas.

### 3.4.3 Comportamiento adhesivo- deslizando.

El estándar ASTM G 40 define al comportamiento adhesivo-deslizante como una ligera oscilación que normalmente está asociada con el decremento del coeficiente de fricción a partir del incremento en la velocidad relativa [4]. En términos más simples, el comportamiento adhesivo-deslizante es la interrupción del movimiento que se presenta algunas veces cuando un cuerpo se desliza sobre otro. Tal comportamiento se puede observar en la Figura 3.5. una forma de relacionar el coeficiente de fricción en un sistema que presente este comportamiento es calcular los coeficientes máximos y mínimos utilizando las  $F'$  y  $F$  que se muestran en la Figura 3.5.  $F''$  podría ser utilizada para estimar el coeficiente estático de fricción.

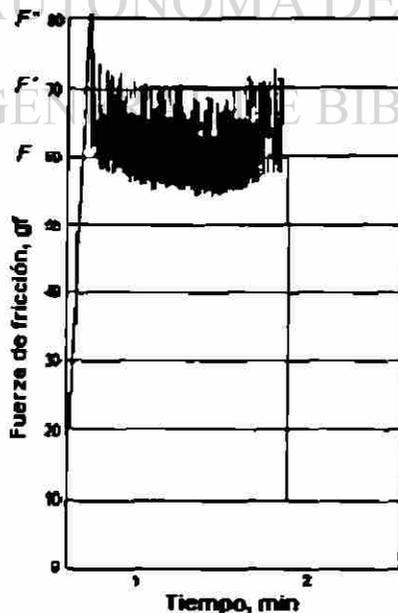


Fig. 3.5 Mediciones de la fuerza de fricción para un sistema con comportamiento adhesivo-deslizante[3].

#### 3.4.4 Fricción lubricada.

Si los cuerpos en cuestión se encuentran completamente separados por una película de lubricante (aceite, agua, gas, emulsión, etc.) el coeficiente de fricción del sistema se ve afectado directamente por el fluido. Cuando están presentes las condiciones de la lubricación frontera las superficies están parcialmente en contacto y el coeficiente de fricción del sistema está en función de las propiedades tanto del lubricante como de las superficies. Cuando se presentan condiciones secas de lubricación en un sistema, el coeficiente de fricción está relacionado principalmente con las propiedades del lubricante que está presente, ya sean óxidos en las superficies o algún lubricante sólido como serían el grafito o el politetrafluoretileno (teflón). Cuando gobiernan las condiciones hidrodinámicas de lubricación en un sistema, el coeficiente de fricción está en función de la viscosidad del lubricante, la fuerza de presión a la que se somete durante el proceso y la velocidad relativa.

#### 3.5 PARÁMETROS DE PRUEBA.

Los parámetros de prueba de fricción, tales como velocidad y carga, deberían ser lo más cercano a los que se presentan en los procesos, sin embargo, es muy difícil igualar estos parámetros durante las pruebas que se realizan en laboratorio. Para que una prueba de fricción sea válida, no se requieren duplicar exactamente las velocidades y cargas que se presentan durante un proceso real. Los coeficientes de fricción no muestran una ligera variación frente a las velocidades y cargas arriba del punto donde estos parámetros afectan las propiedades de las superficies de prueba. Es bien conocido que la velocidad afectará los valores de fricción en muchos metales cuando ésta es suficientemente alta como para ablandar la superficie y alterar las propiedades mecánicas del mismo. Otro parámetro que es difícil de alcanzar en pruebas de laboratorio es la temperatura, en el caso de los plásticos es sencillo contar con este parámetro, en cambio cuando se trata de metales y aleaciones es muy difícil obtener la temperatura deseada y además realizar la prueba en esas condiciones. Otro de los parámetros más comunes en

las pruebas de fricción son las cargas impartidas en los diferentes procesos que son objeto de simulación en el laboratorio. éstas son casi imposibles de igualar.

### 3.6 PRUEBAS ESTÁNDAR DE FRICCIÓN.

Un gran número de organizaciones han desarrollado pruebas estándar para medir coeficientes de fricción. Algunas pruebas que han sido estandarizadas por la ASTM están dirigidas hacia alguna aplicación en particular, mientras que otras son para evaluar diferentes materiales, otras organizaciones han realizado estándares para pruebas de fricción como lo es la ANSI [3], sin embargo existen otras pruebas que no están estandarizadas, una de esas pruebas es la llamada prueba de anillo, la cual se describirá a continuación.

### 3.7 PRUEBA DE ANILLO.

De todas las pruebas de laboratorio utilizadas para el estudio de la fricción la técnica de la prueba de fricción creada por Kunogi [5] y más tarde desarrollada por Male y Cockcroft [6] tiene la gran capacidad de medir la fricción bajo condiciones normales de proceso, como que en el caso presente es la laminación.

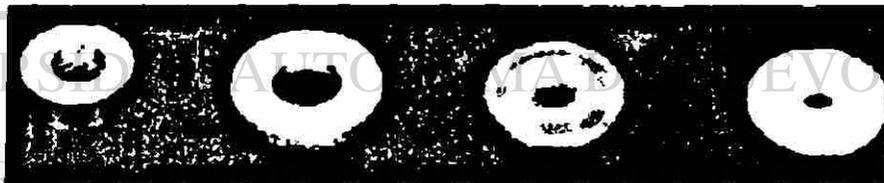
La técnica de la prueba de anillo es una simple operación de forja hecha en una pieza con una geometría de anillo mediante la cual es posible calcular el coeficiente de fricción en función del cambio de diámetro del anillo y del cambio en su espesor [7].

Cuando una probeta en forma de anillo se deforma en la dirección axial se obtiene un cambio de geometría, este cambio depende sólo de la cantidad de compresión que se ejerce en la dirección del espesor y de las condiciones de fricción que hay entre la interfase herramienta-anillo. Si la fricción fuera cero, el anillo se deformaría como un si fuera un disco sólido, cada elemento de él fluyendo radialmente hacia fuera de manera proporcional a partir del centro.

En el caso de que existiese un valor pequeño de fricción, el flujo hacia fuera toma lugar en menor grado, para la misma cantidad de compresión, el diámetro externo

es más pequeño que en el supuesto caso de fricción igual a cero. Si la fricción excede un valor crítico, la resistencia friccional del flujo hacia fuera se hace tan grande que una porción del material del anillo fluye hacia dentro del centro. Mediciones de los diámetros internos de los anillos deformados proporcionarán un medio efectivo para el estudio de la fricción interfacial, porque el diámetro interno aumenta si la fricción es baja y disminuye si la fricción es alta, como se muestra en la Figura 3.6 [1].

La prueba de anillo tiene una ventaja cuando es aplicada para el estudio de la fricción a altas temperaturas o en altas velocidades. Para medir la fricción con esta técnica, la fuerza necesaria para deformar el anillo y el esfuerzo de cedencia del material de que está hecho el mismo no tienen que ser conocidos. Así que el procedimiento para obtener el coeficiente de fricción mediante esta prueba es muy sencillo. Para obtener el valor del factor de fricción ( $f$ ), el diámetro interno del anillo comprimido tiene que ser comparado con el valor predicho para el uso de varios factores de fricción,  $f$ , o factores cortantes de fricción,  $m$ . Varios análisis matemáticos se han realizado con este fin.[8,9,10]



Izquierda a derecha probeta sin deformación deformada 50%, fricción baja, deformada 50%, fricción media, deformada 50%, fricción alta.

Fig. 3.6 Variación en la forma de las probetas de la prueba de anillos deformados la misma cantidad bajo diferentes condiciones de fricción [16].

### 3.7.1 Teoría.

El primer análisis satisfactorio para la compresión de un anillo fue hecho por Avitzur [11] a través de una solución matemática de límite superior, más tarde verificada por Hawkyard y Johnson [10], bajo las suposiciones de que: (a) no existe abarrilamiento, (b) el material obedece las leyes de esfuerzo-deformación de von Mises, no implicando el efecto de endurecimiento por deformación, deformación no elástica y que no hay cambio de volumen y (c) un factor de fricción constante,  $m$ , para una herramienta y

material dados para condiciones de superficie y temperatura constantes tal que el esfuerzo cortante interfacial,  $\tau$ , está dado por:

$$\tau = m \frac{\sigma_o}{3} \quad (1.3)$$

donde  $\sigma_o$  es el esfuerzo de cedencia del material del que está hecho el anillo. La suposición de que  $m$  y  $\sigma_o$  son constantes implica que por consecuencia  $\tau$  es también constante. Ciertas investigaciones [12,13,14] de la fricción indican que un esfuerzo de fricción interfacial constante puede ser justificado. Cuando el endurecimiento por deformación del anillo ocurre, suponiendo que se omite (b), es necesario que la interpretación de los resultados de la prueba de anillo sea cautelosa.

En la Figura 3.7 se muestra la deformación característica de dos anillos idénticos reducidos a un mismo espesor ( $\Delta T_o$ ). Un anillo está bien lubricado y es presionado en condiciones de fricción bajas, mientras que el otro anillo sin lubricar es presionado en condiciones altas de fricción. El comportamiento es drásticamente diferente en los dos casos. En la operación a baja fricción el radio interno ( $R_i$ ) del anillo aumenta en tamaño, mientras que en la operación a alta fricción el radio interno disminuye. Los radios externos ( $R_o$ ) en ambos casos aumentan. La dirección del abarrilamiento cambia según sea menor el deslizamiento relativo del anillo sobre los planos. Los radios externos ( $R_o$ ) aumentan en ambos casos.

La descripción del flujo considera un cilindro imaginario de radio  $R = R_n$ , donde  $R_n$  es el radio neutro. En el anillo de alta fricción todos los puntos con radio  $R > R_n$  tienden a moverse hacia fuera incrementando sus posiciones radiales, mientras que todos los puntos con posición de  $R < R_n$  tienden a moverse hacia adentro. Puntos en el radio  $R = R_n$  permanecen en el mismo sitio, por lo tanto este radio es llamado radio neutro. En este caso el radio neutro se encuentra dentro del mismo anillo tal que el radio neutro es mayor que el radio interno ( $R_n > R_i$ ).

En el anillo que fue comprimido a baja fricción el radio neutro es más pequeño que el radio interno, por lo tanto todos los puntos tienden a moverse en posición radial

donde  $R > R_n$ , el incremento del radio externo es menor en el anillo en condiciones altas de fricción que en el anillo en condiciones bajas [3].

Cuando  $R_n \leq R_i$ , la posición del radio neutro ( $R_n$ ) se puede determinar de la siguiente manera [3];

$$\left( \frac{R_n}{R_o} \right)^2 = \frac{3}{2} \frac{[1 + (R_i/R_o)^4] x^2}{x(x-1)[1 - (R_i/R_o)^4 x]} \quad (3.1.a)$$

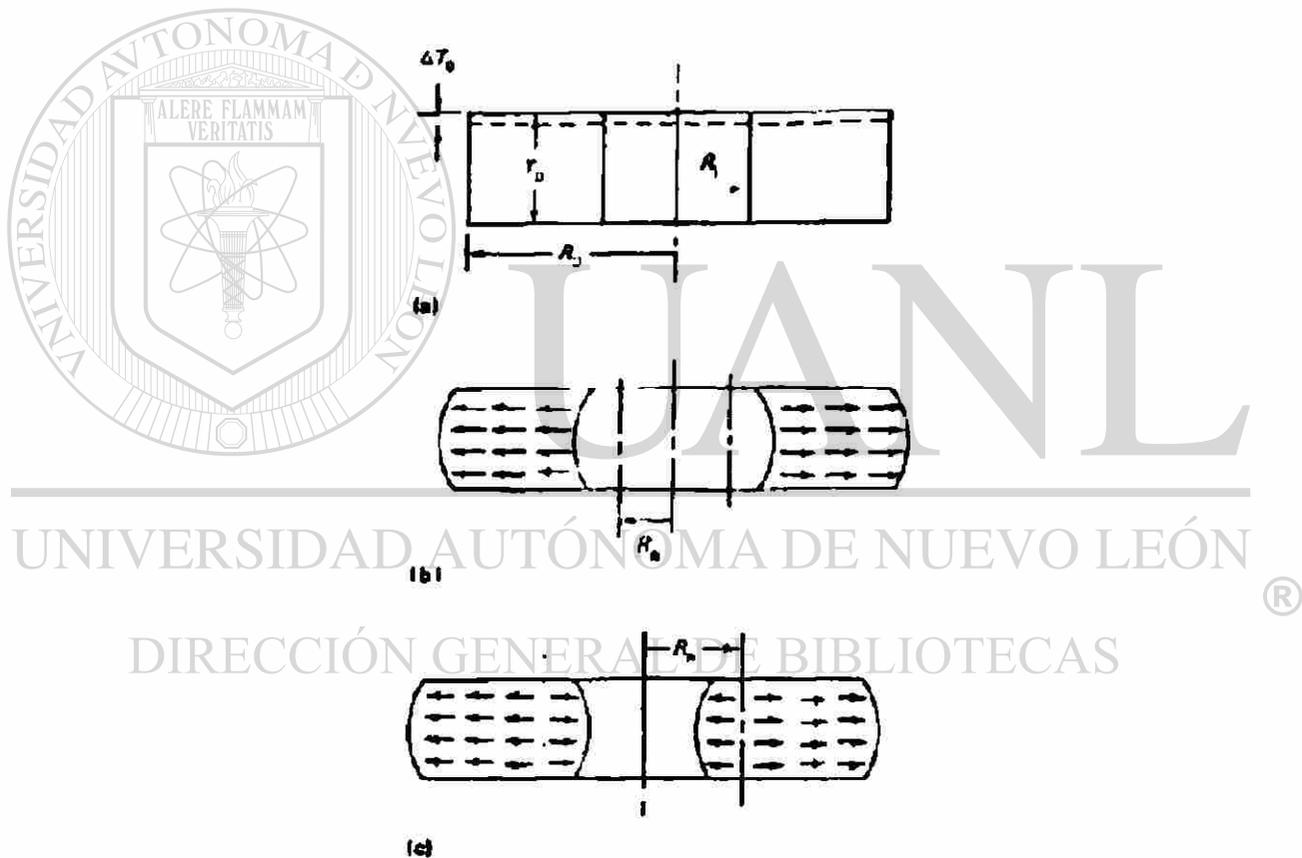


Fig. 3.7 Comportamiento de la deformación durante la forja de un anillo. (a) Anillo original. (b) Después de la deformación con fricción baja. (c) Después de la deformación con fricción alta [3].

donde :

$$x = \left\{ \frac{R}{R} \exp \left[ -m \frac{R_o}{T} \left( 1 - \frac{R_i}{R_o} \right) \right] \right\}^2 \quad (3.2)$$

mientras que cuando  $R_i \leq R_n \leq R_o$ , la posición del radio neutro se encuentra en la siguiente aproximación:

$$m \frac{R_o}{T} \approx \frac{1}{2 \left( 1 + \frac{R_i}{R_o} - 2 \frac{R_n}{R_o} \right)} \times \ln \left| \frac{\left( \frac{R_o}{R_i} \right)^2 \left( 1 + \frac{1 + 3 \left( \frac{R_i}{R_o} \right)^4 \left( \frac{R_o}{R_n} \right)^4}{1 + 1 + 3 \left( \frac{R_o}{R_i} \right)^4} \right)}{\left( \frac{R_o}{R_i} \right)^2} \right| \quad (3.1.b)$$

donde la ecuación (3.1.a) es válida cuando  $R_n$  está entre  $R_i$  y 0, y

$$m \frac{R_o}{T} \leq \frac{1}{2 \left( 1 - \frac{R_i}{R_o} \right)} \ln \left| \frac{3 \left( \frac{R_o}{R_n} \right)^2}{1 + 1 + 3 \left( \frac{R_o}{R_i} \right)^4} \right| \quad (3.3.a)$$

y la ecuación (3.3.b) es válida cuando  $R_n$  está entre  $\frac{R_o + R_i}{2}$  y  $R_o$ , y

$$m \frac{R_o}{T} \geq \frac{1}{2 \left( 1 - \frac{R_i}{R_o} \right)} \ln \left| \frac{3 \left( \frac{R_o}{R_n} \right)^2}{1 + 1 + 3 \left( \frac{R_o}{R_i} \right)^4} \right| \quad (3.3.b)$$

ni el esfuerzo de cedencia del material,  $\sigma_o$ , ni el esfuerzo cortante interfacial,  $\tau$ , aparecen en las ecuaciones finales en términos de valor absoluto, sólo como relación de  $m$ . El análisis supone que esta relación permanece constante para un material y condiciones de deformación constantes. Si el análisis fuera llevado a pequeños incrementos de deformación,  $\sigma_o$  y  $\tau$  se pueden suponer constantes para ese incremento, y la solución es válida. Así, si el factor cortante de fricción,  $m$ , es constante para en la operación entera, el análisis matemático puede continuarse en una serie de pequeños incrementos de deformación considerando la geometría final del anillo como un solo incremento desde la geometría inicial. La relación del esfuerzo cortante,  $\tau$ , y el esfuerzo de fluencia,  $\sigma_o$ , permanece constante, el endurecimiento por deformación del material del cual esta hecho el anillo no tiene efecto durante la deformación, pequeños incrementos en el endurecimiento pueden ser despreciados [1].

### 3.7.2 Calibración de la prueba de anillo.

Basados en estas suposiciones que se vieron en el punto anterior, las ecuaciones de plasticidad han sido resueltas para diferentes geometrías de anillos bajo un intervalo completo de valores de  $m$  que van desde cero hasta la unidad. Sin embargo fue evidente que el abarrilamiento se presentaba especialmente durante las pruebas que se realizaban a bajas velocidades, por lo que Male y de Pierre corrigieron las primeras curvas de calibración considerando el efecto de abarrilamiento, obteniendo como resultado una serie de curvas realizadas mediante un programa computacional el cual simula el flujo del material en un anillo comprimido, en la Figura 3.8 se muestra las curvas de calibración para un anillo de dimensiones 6:3:2, así con las mediciones del cambio de los diámetros internos y del espesor del anillo, el factor de fricción puede ser determinado [7,15].

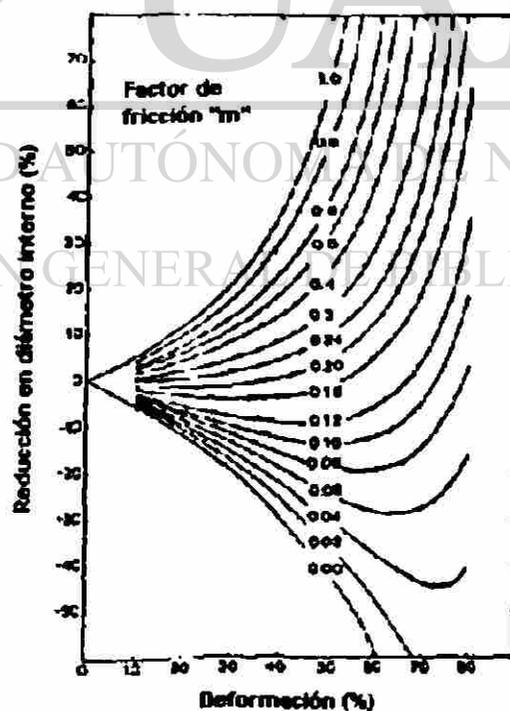


Fig. 3.8 Curvas de calibración de anillos de geometría 6:3:2 con formación de abarrilamiento [15].

### 3.7.3 Geometría de los anillos.

El espesor del anillo está usualmente expresado en relación a sus diámetros interno y externo. La geometría del anillo depende de las condiciones de fricción que se presenten. En operaciones en las cuales existen valores de fricción grandes, la geometría del anillo tendría la relación 6:3:1 (diámetro externo, diámetro interno y espesor), mientras que para pequeños valores de fricción se utiliza una geometría de 6:3:2, en la Figura 3.9 se muestran las relaciones geométricas que deben guardar las probetas [16].

Con la finalidad de medición de las probetas al final de los ensayos y facilidad de experimentación la geometría de anillo 6:3:2 es recomendable. Esta fue la geometría inicial usada por Male y Corckcroft y es sabido que ha sido adoptada una geometría estándar no oficial para estudios de fricción. Por lo tanto un método para calibración matemática de esta geometría 6:3:2 determinaría un medio exacto para la calibración de este estándar y otras geometrías de anillos [15].

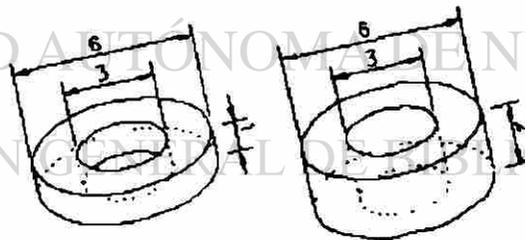


Fig. 3.9 Relaciones de geometrías de probetas (izq. geometría para valores mayores de fricción; der. geometría para valores menores de fricción).

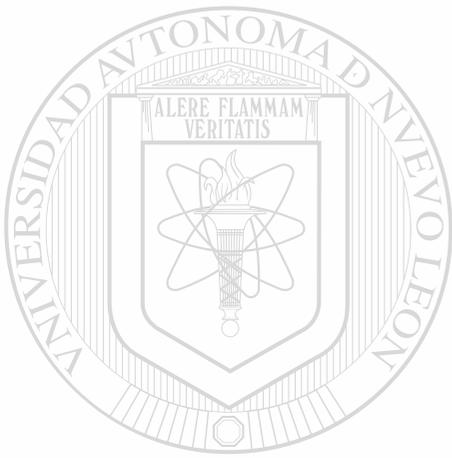
### Referencias bibliográficas.

- [1] Altan T. Male, Vincent De Pierre, The Validity of Mathematical Solutions for Determining Friction from the Ring Compression Test.
- [2] D. Dawson, History of Tribology, Oxford University, 1979. 22, 23.
- [3] P. Crook and H.N. Farmer. ASM Handbook Vol 18: Friction, Lubrication and Wear Technology, ASM, 1992. 45-57. 65.
- [4] Annual Book of Standards of ASTM Standards, ASTM, Standar Terminology Relating to Wear and Erosion. 640.
- [5] Kunogi, M., Reports of Scientific Research Institute, Tokyo, Vol 30, 1954, 63.
- [6] Male, A.T. and Crockroft. M. G. , A Method for the Determination of the Coefficient of Friction of Metals under Conditions of Bulk Plastic Deformation, J. Inst. of Metals, Vol. 93, 1964-65, 38.
- [7] Taylan Altan, Soo-Ik Oh and Harold L. Gegel, Metal Forming Fundamentals and Applications 1<sup>a</sup> Ed., 1983. 85-87.
- [8] Lee C.H. and Altan T. , Influence of Flow Stress and friction upon Metal Flow in Upset Forging of Rings and Cylinders, Trans. ASME, J. Engr. Industry, Vol. 94, No. 3 , 1972, 775.
- [9] Avitzur, B. , Metal Forming Processes And Analyses, 1968.
- [10] Hawkyard, J. B. and Johnson, W., An Analysis of the Changes in Geometry of a Short Hollow Cylinder during Axial Compression., Int. J. Mech. Sci, 1967, Vol. 9, 163.
- [11] Avitzur B. , Forging Of Hollow Disks. Israel Journal of Technology, Vol. 2, No. 3, 1964, 295.
- [12] Van Rooyen. G. T. And Backofen , W. A. , A Study of interface of Friction in Plastic Compression. International Journal Of Mechanical Sciences, Vol. 8, 1966. 731.
- [13] Peterson. M. B. and Ling. F. F. . Friction and Lubrication in Metal Processing, American Society of Mechanical Engineers, 1966, 39.

[14] Kasuga, Y. and Yamaguchi, K. . Friction and Lubrication in the Deformation Processing of Metals, JSME Semi-International Symposium, Tokyo, 1967.

[15] Vincent de Pierre, Mathematical Calibration of the Ring Test with Buldge Formation, 1972.

[16] John R. Newby, Joseph R. Davis, ASM Handbook Vol 8 Mechanical Testing, 1992, 585, 586.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## CAPITULO 4

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.

#### 4.1 INTRODUCCIÓN.

Dado que el fin que se persigue en este trabajo es correlacionar la fricción dinámica que se presenta durante el proceso de laminación en frío en un molino con la fricción en una prueba estática de laboratorio, el procedimiento experimental se dividirá en dos partes: toma de datos en planta y ensayos mecánicos de laboratorio.

#### 4.2 TOMA DE DATOS EN PLANTA.

Es importante conocer el tipo de molino que se va a utilizar para el desarrollo de esta investigación, así como también las diferentes actividades realizadas en la planta de producción y los parámetros principales para controlar el proceso de laminación en frío. Como se mencionó en capítulos anteriores, los molinos de laminación se denominan por el número y arreglo de sus rodillos (ver 2.2). El tipo de molino que se sujeta al presente estudio es un molino Reversible de configuración cuatro, ver Figura 4.1.

##### 4.2.1 Datos técnicos del molino de laminación.

Como se mencionó anteriormente el molino de laminación en frío que esta sometido al presente caso es reversible de configuración cuatro, la marca del fabricante

del molino es Bliss y puede trabajar con espesores de laminas desde 0.22 hasta 3.81 mm, los anchos de las laminas puede variar entre 914 y 1244 mm, alcanzando velocidades desde 0 hasta 490,000 mm/min y aplicando hasta 7000 KNw de fuerza. El tipo de rodillo de trabajo que se emplea en este molino de laminación es un rodillo de acero forjado que tiene un diámetro aproximado de 406 mm (16pulg.), mientras que los rodillos de apoyo tienen un diámetro de 1158 mm (44 5/8 pulg.).

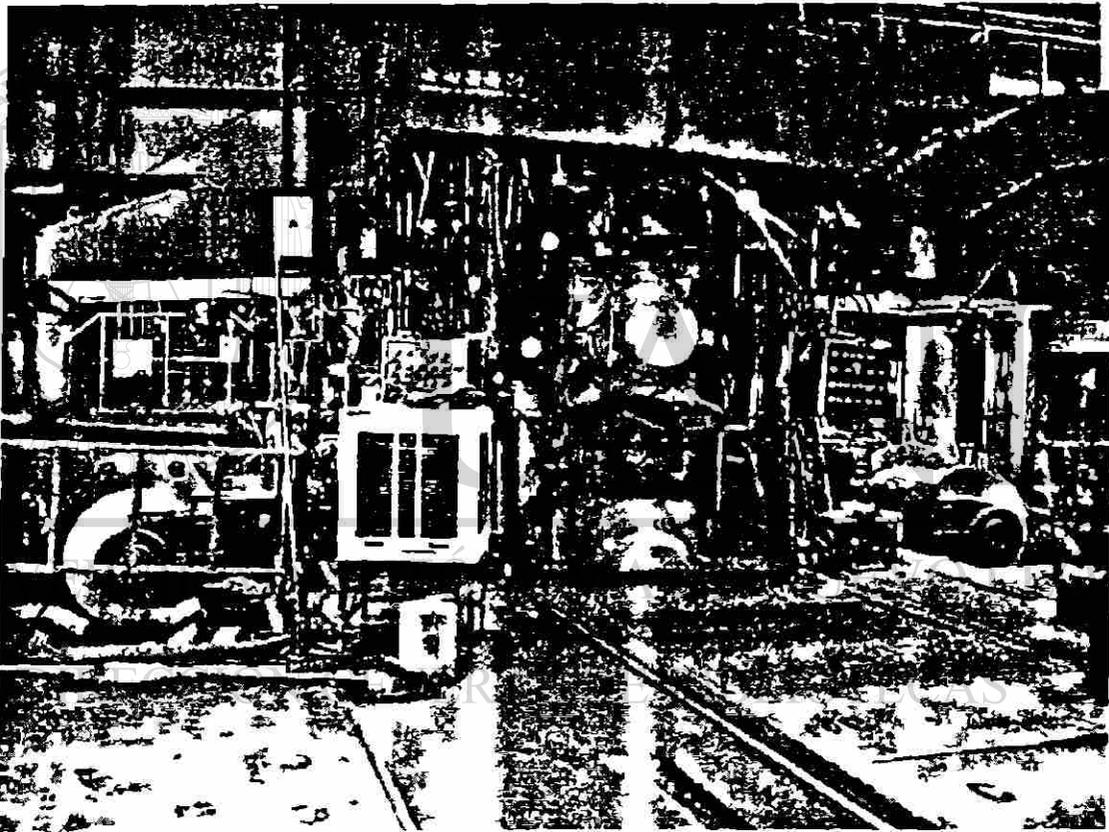


Fig. 4.1 Molino de laminación reversible de configuración cuatro.

#### 4.2.2 Condiciones de operación.

Las condiciones de operación del molino dependen en su totalidad de las características que se requieren en el acero a laminar. algunas de las más importantes son el tipo de acero, los calibres (espesor) y el ancho con los que se procesarán. Debido a esto, los rodillos pueden ser cambiados dos o tres veces en un transcurso de 24 horas

de operación, un factor importante en el proceso de laminación en frío son las condiciones en que se encuentra el lubricante y cómo se aplica el mismo, en el presente caso el método de aplicación es por dispersión (2.5.2) a través de 4 boquillas a cada lado de entrada de la cinta de laminación al molino, dos de ellas se encuentran en la parte superior y dos en la parte inferior. Las boquillas en uso se alternan debido a que sólo se lubrica el lado de entrada de la cinta de lamina y también porque el molino que se esta utilizando es reversible, en la Figura 4.2 se muestra un esquema que indica la posición de las boquillas de dispersión (cabezal de enfriamiento).

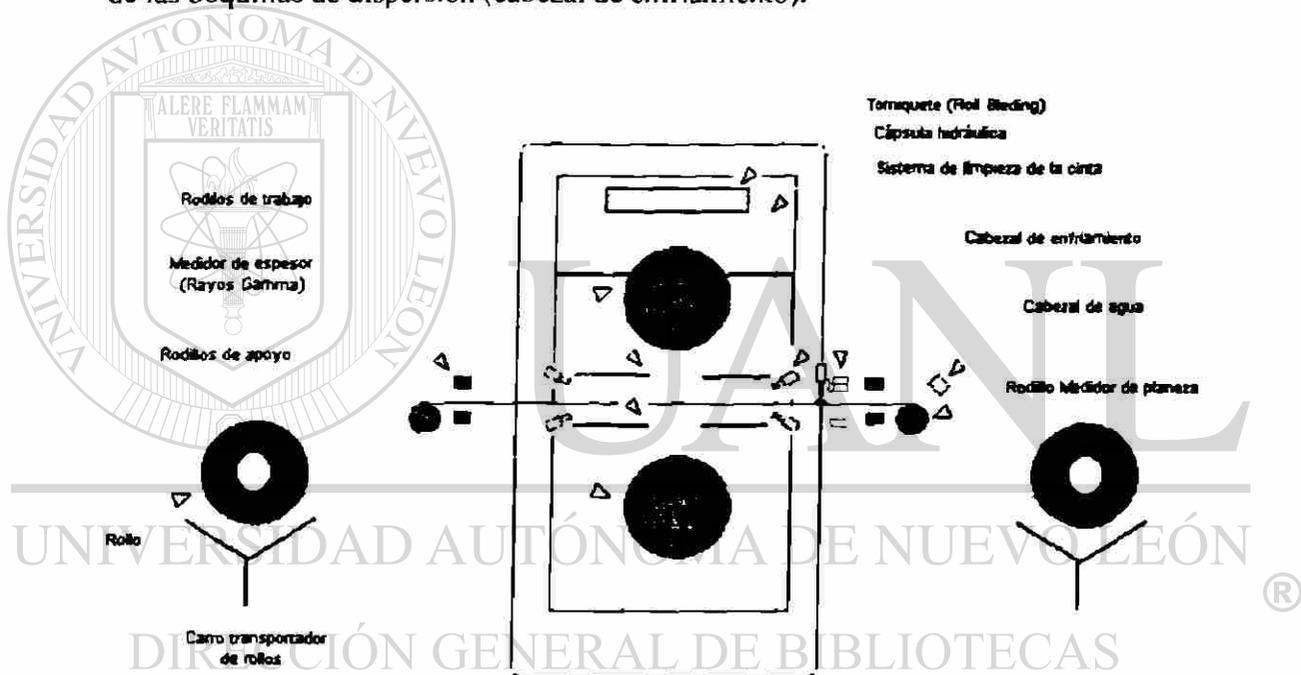


Fig. 4.2 Esquema de molino de laminación.

El lubricante que se utiliza es una emulsión de un aceite sintético mezclado con agua de ósmosis en proporciones de 5 a 9%. esta emulsión se encuentra bajo revisión continua debido principalmente a que durante el proceso de laminación se contamina con aceites que ayudan a mantener en buenas condiciones de funcionamiento los diversos componentes del molino de laminación y también con pequeñas virutas que se desprenden de los rodillos y de la lamina que se esta procesando, por estas razones, la emulsión pasa continuamente a través de filtros para mantener la limpieza y el porcentaje adecuados para evitar variaciones en el proceso.

Otro dato de operación del mismo molino es la temperatura a la que se procesa la lámina de acero, ésta varía según el grado de deformación que se está aplicando a la lámina en cuestión; cualquier variación extrema en la temperatura puede ser factor a un cambio en las condiciones de lubricación, la temperatura promedio que se presenta es de 54° C siendo el intervalo general de operación de 50 a 60 ° C.

#### **4.2.3 Variables del proceso de laminación en frío en planta.**

El molino de laminación cuenta con una cabina de operación donde se controla la mayor parte del proceso, en la misma cabina un operador le da seguimiento a las condiciones con las que debe trabajar el molino, las cuales han sido establecidas previo al procesamiento del rollo de lámina; todas las variables se almacenan en una base de datos después que ha terminado el proceso, siendo posible acceder a esta información a través de una red interna en la planta. La información puede ser manejada en archivos tales como EXCEL, en el ANEXO I se pueden ver algunas variables del proceso que podrán contribuir para dilucidar el caso presente, estos datos han sido seleccionados de un rollo de lámina del mismo tipo de acero (AISI 1006) del cual están hechas las probetas con las cuales se tratará de corroborar dicho trabajo.

#### **4.3 MATERIAL PARA ENSAYOS MECÁNICOS.**

El material que se sujeta al presente estudio fue obtenido de una sección de mordida de un molino de laminación en caliente y correspondían a un acero del tipo AISI 1006. En la Figura 4.3 se puede observar un esquema que muestra la sección de material del cual se extrajeron las probetas.

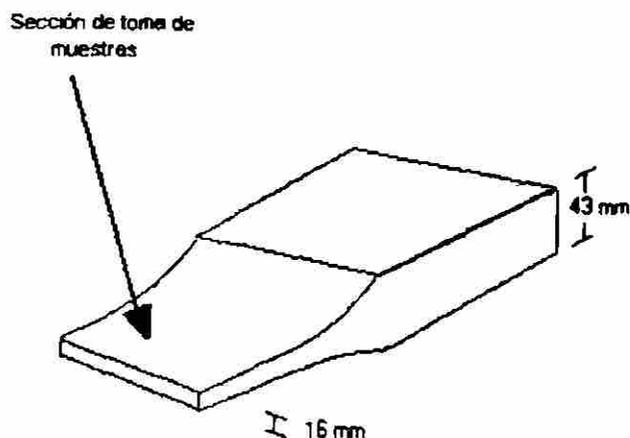


Fig. 4.3 Sección de mordida de acero en molino.

#### 4.4 COMPOSICION QUÍMICA DEL MATERIAL.

Antes de proceder a preparar el material para el presente estudio se investigó en la literatura la composición química del acero en cuestión. Es sabido que el sistema de clasificación para acero al carbono y aleaciones es la sugerida por la SAE-AISI, este sistema es aplicable en aceros trabajados en caliente, en frío, ya sean láminas, alambres, perfiles tubulares, etc. En la Tabla 4.1 se muestran las composiciones químicas nominales de algunos aceros al carbón AISI.

Tabla 4.1 Composición química nominal (% en peso) de aceros al carbono [ 1 ].

SAE-AISI	C	Mn	P max	S max
Número				
1006	0.08 max	0.45 max	0.040	0.050
1008	0.10 max	0.50 max	0.040	0.050
1009	0.15 max	0.60 max	0.040	0.050

En la Tabla 4.2 se muestran los porcentajes en peso de los principales elementos del acero al carbono en cuestión.

Tabla 4.2 Composición química nominal (% en peso) de acero al carbono

SAE-AISI	C	Mn	P	S
Número				
1006	0.061	0.229	0.009	0.009

#### 4.5 ENSAYOS MECÁNICOS.

Para poder maquinar las probetas lo primero que se hizo fue cortar de la sección de mordida del acero varias barras de 325 x 30 x 16 mm, como se muestra en la Figura 4.4.

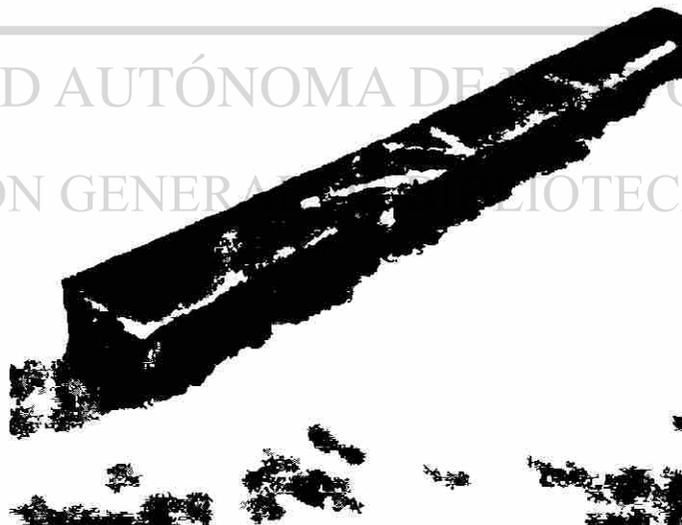


Fig. 4.4 Barra de sección de mordida.

Posteriormente al corte de las barras se maquinaron una serie de probetas en forma de anillo respetando la geometría 6:3:2 (diámetro externo, diámetro interno y espesor respectivamente)[2] siendo las dimensiones de éstas 12, 6 y 4 mm, también se

hizo un taladro en la cara exterior de 0.16 mm (1/16 de pulgada) para colocar un termopar en una probeta en la Figura 4.5 se puede ver una probeta con el barreno antes mencionado, en el mismo taladro se insertó una alambre inoxidable para poder tener mejor manejo de las probetas. Una vez que se maquinaron las probetas fueron medidas con un vernier digital. Las mediciones de espesor, diámetro interno y externo en los anillos fueron realizadas en cuatro direcciones (distanciadas angularmente 90°), el diámetro interno del anillo fue medido en las dos caras del anillo, es decir en la cara inferior y en la superior [3].



**Fig. 4.5** Anillo con taladro de 0.16mm.

Una vez obtenidas las dimensiones de los anillos se procedió a preparar las emulsiones que se utilizaron en los ensayos de compresión, como se mencionó en el capítulo anterior, las emulsiones fueron preparadas a base de un aceite sintético y agua de osmosis, siendo los porcentajes de 6 y 10 % en volumen.

#### 4.5.1 Compresión de anillos.

Los ensayos de compresión fueron realizados en una máquina servo-hidráulica universal INSTRON 8502, la cual puede aplicar hasta 100 KNw de fuerza, alcanzando velocidades hasta 10000 mm/min, ver Figura 4.6. Las temperaturas a las que fueron ensayadas las probetas fueron 20 y 60 °C, en la primera que se realizó a 60 °C se colocó un termopar en el taladro ubicado en la cara lateral del anillo, las velocidades de prueba fueron reguladas a modo de comprimir los anillos a 24, 240 y 2400 mm/min (0.4, 4, 40 mm/s), aplicando porcentajes de deformación en espesor aproximados de 12.5, 20, 25 y 50%.

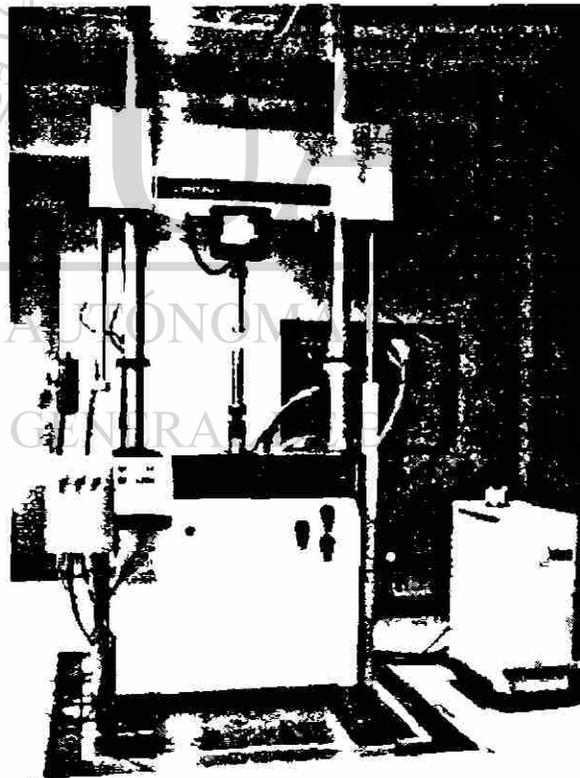


Fig. 4.6 Máquina servo-hidráulica INSTRON 8502.

#### 4.5.2 Condiciones de lubricación.

Se aplicaron 6 diferentes condiciones de lubricación en la realización de estas pruebas, todas las superficies que se encontraban en contacto durante las pruebas fueron limpiadas con acetona y secadas con aire, antes de ser ensayadas.

1. Sin Lubricante a 20 °C.
2. Politetrafluoretileno (PTFE, cinta de 0.25 mm de espesor en cara superior e inferior ) a 20 °C.
3. Emulsión 6% a 20 °C.
4. Emulsión 6% a 60 °C.
5. Emulsión 10% a 20 °C.
6. Emulsión Industrial a 20 °C.

Para calentar la emulsión se utilizó una placa calefactora, así mismo esta placa fue utilizada para mantener en constante movimiento a las emulsiones mediante un sistema propulsor magnético, con la finalidad de que la emulsión se separara en el recipiente, ver

Figura 4.7.

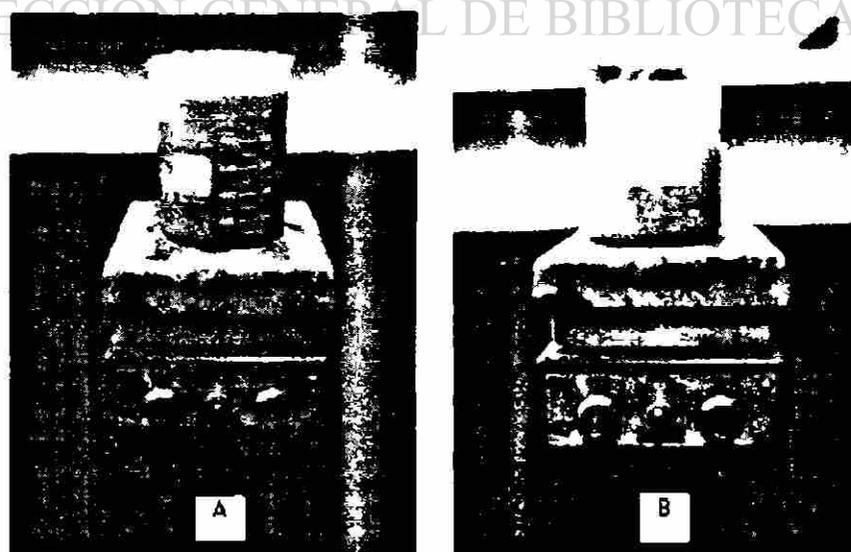
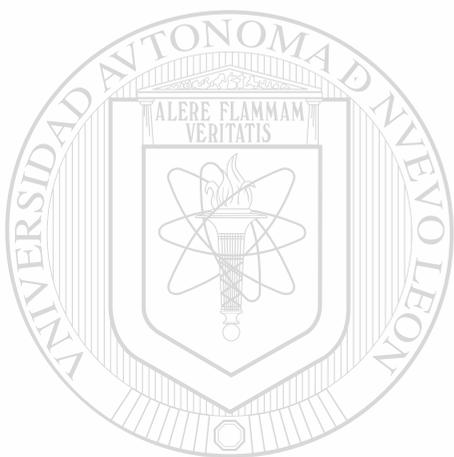


Fig. 4.7 A) Emulsión Industrial a 20 °C (contaminada) B) Emulsión 6% a 20 °C.

Los anillos fueron medidos de la misma forma descrita anteriormente una vez realizadas las series de ensayos de compresión.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**Referencias bibliográficas.**

[1] Joseph R. Davis, Kathleen M. Mills, ASM Handbook Vol 1, Properties and Selection Irons, Steels and High Performance Alloys, 1990, 150.

[2] John R. Newby, Joseph R. Davis, ASM Handbook Vol 8 Mechanical Testing, 1992, 585, 586.

[3] Tarcísio Carvalho Fonseca, Rubem de Souza Monteiro Lisboa, Emprego da Plasticina na Determinação do Coeficiente de Atrito na Conformação Mecânica, XXXIV Seminario de Laminación-Procesos e Produtos Laminados e Revestidos, 1997, 334.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## CAPITULO 5

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

#### 5.1 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN.

El cálculo del coeficiente de fricción ( $\mu$ ) fue hecho a través de la ley de fricción de Coulomb que supone que el esfuerzo cortante ( $\tau$ ) es proporcional a la presión ( $p$ ) entre la pieza de trabajo y la herramienta de deformación, esto es:

$$\tau = \mu p \quad (1.2)$$

si se supone que la fricción es constante, el esfuerzo cortante es proporcional al cedencia del material ( $\sigma_0$ ) [1]

$$\tau = m \sigma_0 / 3 \quad (1.3)$$

donde  $m$  es el factor cortante de fricción que está relacionado con  $\mu$  por:

$$\mu = \frac{m}{3} \quad (5.1)$$

El factor cortante de fricción  $m$  se obtiene a partir de la curva de calibración de anillos de geometría 6:3:2, ver Figura 5.1, en la cual se grafican los porcentajes en cambios de las dimensiones del diámetro interior ( $\Delta Di$ ) y el espesor ( $\Delta H$ ) de las probetas, para hacer estos cálculos se procedió de la manera siguiente:

$$\Delta H = \frac{100(H_i - H_f)}{H_i} \quad (5.2)$$

$$\Delta D_i = \frac{100(D_i - D_{i_f})}{D_i} \quad (5.3)$$

donde  $H_i$  y  $D_i$  son el espesor y el diámetro interno iniciales del anillo y  $H_f$  y  $D_{i_f}$  son el espesor y el diámetro interno después de la compresión del anillo.

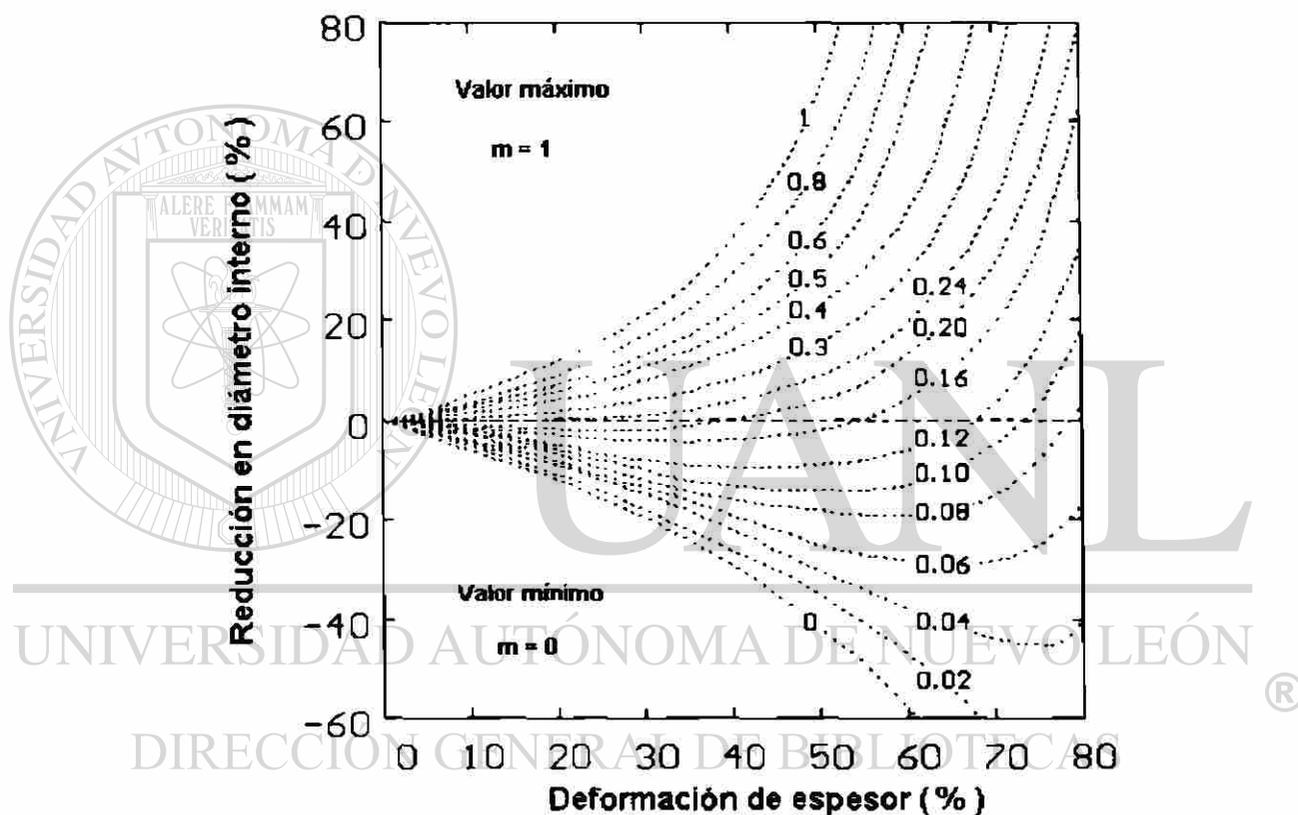


Fig. 5.1 Curva de calibración de anillos de geometría 6:3:2 [2].

En el trabajo presente fueron ensayadas 45 probetas de acero al carbono del tipo AISI 1006, en el ANEXO II se puede observar la información de las mismas antes y después de ser ensayadas. De las probetas antes mencionadas, tres fueron ensayadas a una temperatura de 60 °C, mientras que el resto fueron comprimidas a una temperatura de 20 °C. Los porcentajes de deformación en altura que se aplicaron fueron 12.5, 20, 25 y 50 % aproximadamente. Se realizaron diecinueve ensayos a una velocidad de 240

mm/min (4 mm/s) en condiciones de lubricación con emulsión al 6%, emulsión al 10%, emulsión industrial, con una película de politetrafluoretileno (PTFE) y sin lubricante. Doce ensayos se regularon a una velocidad de 2400 mm/min (40 mm/s), mientras que catorce pruebas fueron hechas a 24 mm/min (0.4 mm/s).

## 5.2 CORRELACIÓN DE LA CURVA DE CALIBRACIÓN CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.

### 5.2.1 Ensayos a baja velocidad.

En la Figura 5.2 se muestran los resultados experimentales obtenidos de los ensayos realizados en velocidad baja 24 mm/min (4 mm/s) en anillos a una temperatura de 20 °C.

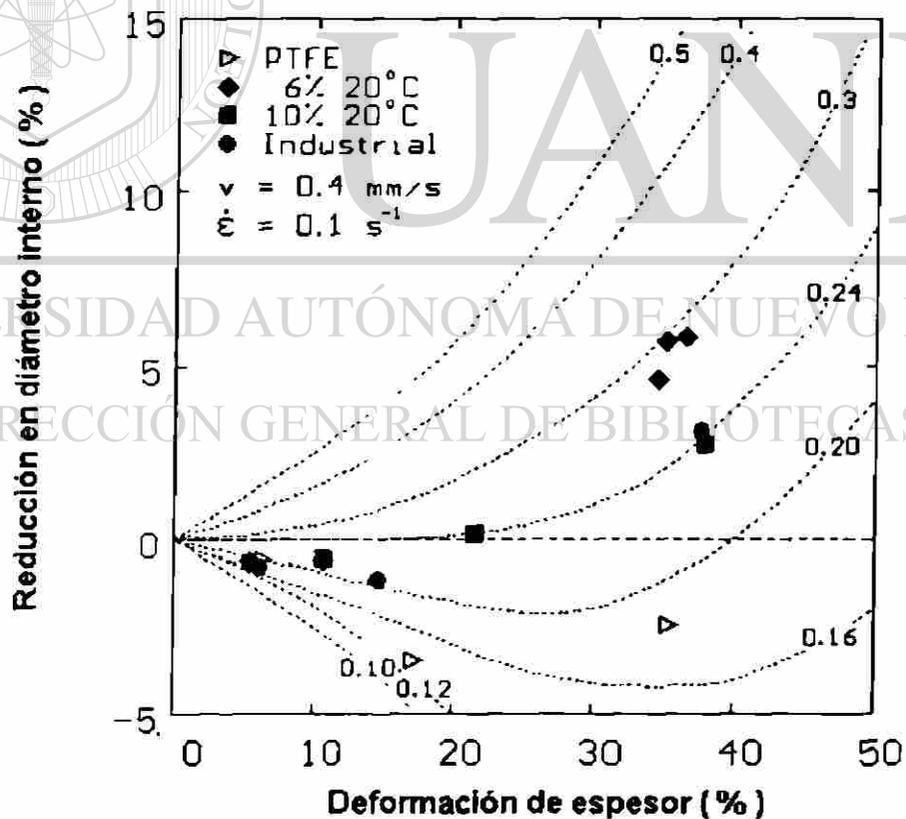


Fig. 5.2 Comparación entre valores teóricos y experimentales con diferentes condiciones de lubricación a una velocidad de 24 mm min (0.4 mm/s).

La condición de velocidad baja de las pruebas hace que se presenten índices relativamente mayores de fricción que en las pruebas realizadas a mayores velocidades como se podrá corroborar más adelante.

### 5.2.2 Ensayos a velocidad intermedia.

Los valores experimentales obtenidos para anillos deformados a 20 °C y a una velocidad de 240 mm/min (4 mm/s) se pueden observar en la Figura 5.3. La condición de fricción más fuerte se presentó cuando las pruebas se realizaron sin lubricante. En la misma figura se pueden observar las curvas con otras condiciones de lubricación. La condición que presenta una cantidad mayor de fricción después de las ensayadas sin lubricante es la marcada en la curva por la emulsión al 6 % a 60 °C, en este caso la temperatura influye directamente en las propiedades de la emulsión por lo que la fricción aumenta.

En la primera prueba que se realizó bajo estas condiciones de temperatura se introdujo un termopar en la cara lateral del anillo, con el fin de monitorear el cambio de temperatura durante la prueba tal y como se puede ver la curva de tiempo contra temperatura, de la Figura 5.4 en la que se observa la disipación de calor durante el período de deformación de la probeta.

En la Figura 5.3 se puede observar que los ensayos realizados con la emulsión de 6% a 20 °C y la emulsión industrial (6%) mantienen el mismo valor, esto no debería presentarse así debido a que la emulsión industrial tenía contaminantes y, por consecuencia, ésta debería tener un factor de fricción mayor, la explicación de que se presente el mismo comportamiento en ambas emulsiones es debido a que la industrial estaba contaminada con aceites de otra índole (lubricantes que ayudan a las partes en movimiento del molino de laminación).

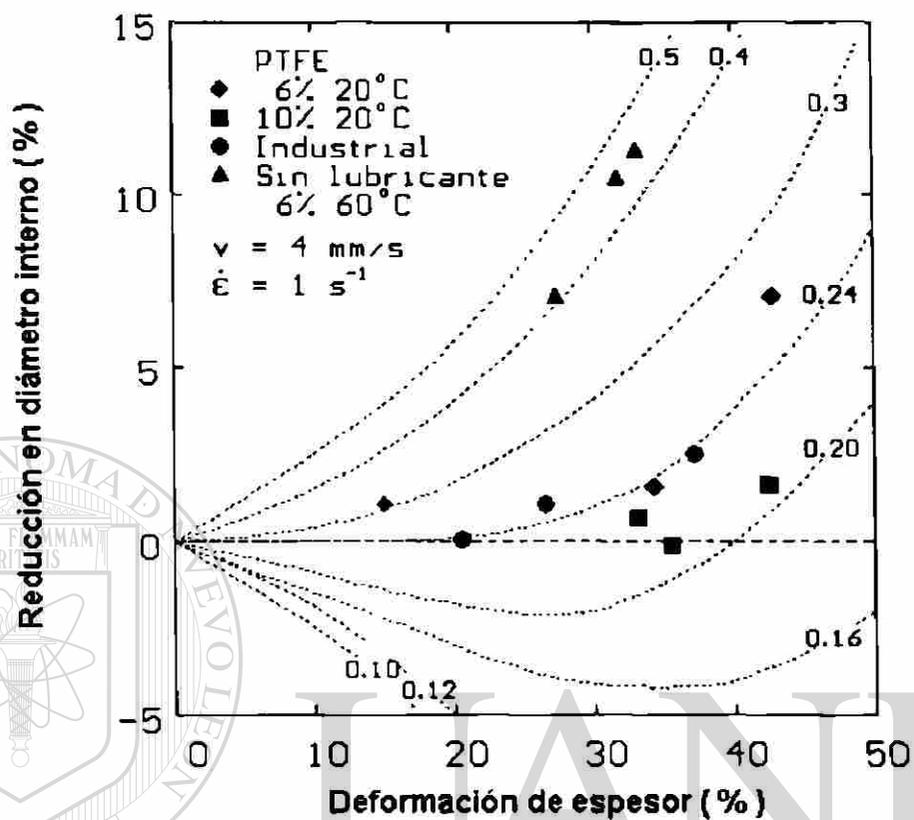


Fig. 5.3 Comparación de valores máximos y mínimos teóricos con curvas experimentales a una velocidad de 240 mm/min (4 mm/s).

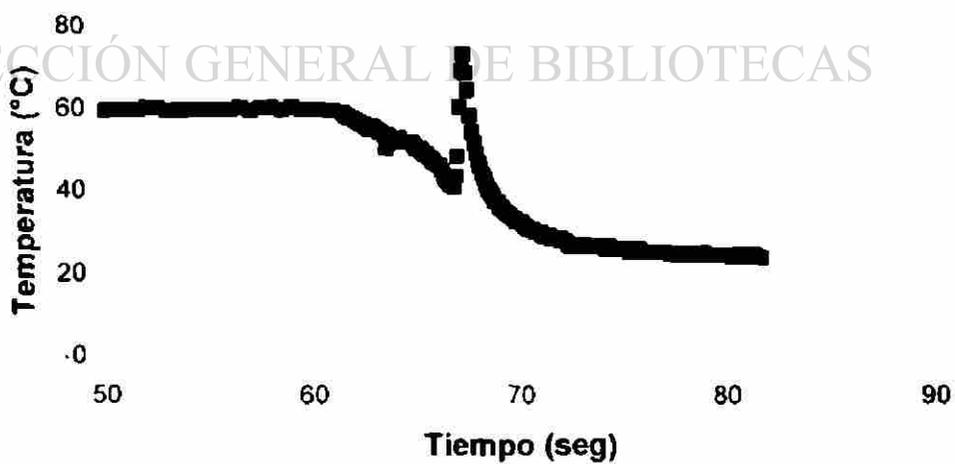


Fig. 5.4 Curva de temperatura contra tiempo en probeta ensayada a 60 °C a una velocidad de 240 mm min (4 mm/s).

### 5.2.3 Ensayos a alta velocidad.

Las condiciones mínimas de fricción se alcanzaron cuando se ensayaron las probetas a la velocidad de 2400 mm/min (40 mm/s) a 20 °C. En la Figura 5.5 se pueden observar los valores experimentales obtenidos de los ensayos antes mencionados siendo las probetas ensayadas con una película de politetrafluoretileno en las partes superior e inferior de las mismas, las que presentaron menor índice de fricción. Asimismo las condiciones de lubricación de las emulsiones presentaron un índice menor de fricción que en las pruebas realizadas a menores velocidades.

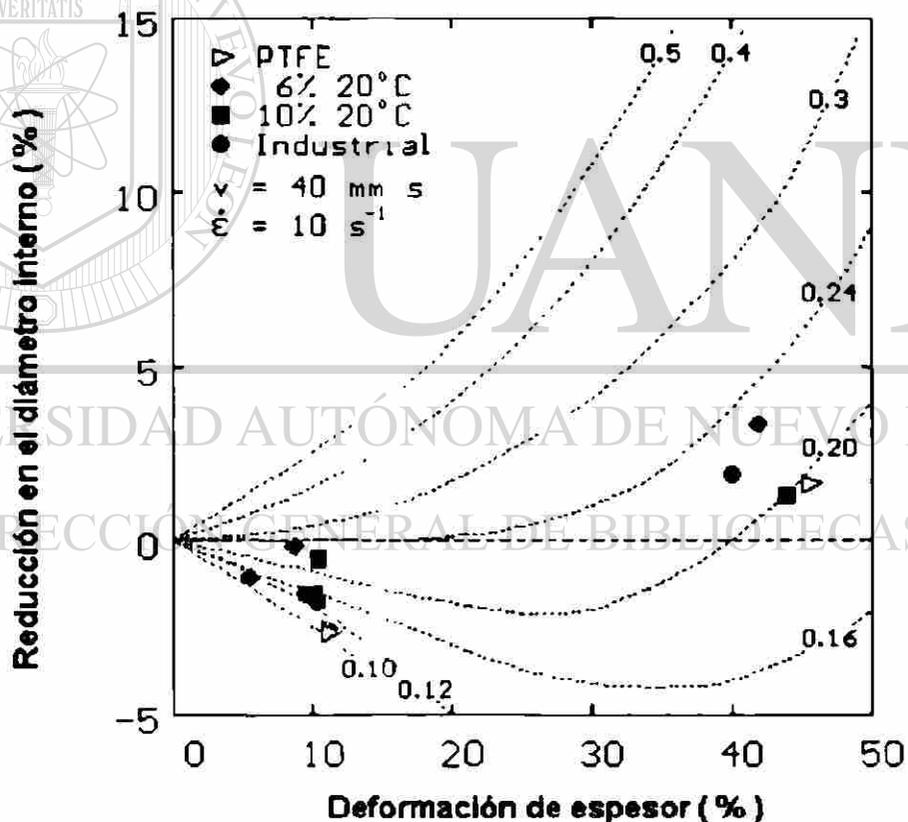


Fig. 5.5 Comparación entre valores teóricos y experimentales con diferentes condiciones de lubricación a una velocidad de 2400 mm min (40 mm s).

### 5.3 VALORES DEL FACTOR DE FRICCIÓN Y COEFICIENTE DE FRICCIÓN.

Los valores del factor de fricción y del coeficiente de fricción que tomaron las diferentes condiciones de prueba se muestran en la Tabla 5.1. Los valores reportados para el factor de fricción se calcularon en base a la posición relativa de los diversos ensayos con respecto a las curvas de calibración en las Figuras 5.2, 5.3 y 5.5, mientras que los valores del coeficiente de fricción se obtuvieron a partir de la ecuación (5.3).

Tabla 5.1 Valores de  $m$  y  $\mu$  de la prueba de anillo.

Condición de Lub.	V (mm/min)	$m$	$\mu$
Sin Lubricante 20°C	24	s/e	s/e
Sin Lubricante 20°C	240	0.45	0.26
Sin Lubricante 20°C	2400	s/e	s/e
Emul. 6% 60° C	24	s/e	s/e
Emul. 6% 60° C	240	0.30	0.17
Emul. 6% 60° C	2400	s/e	s/e
Emul. 6% 20° C	24	0.27	0.16
Emul. 6% 20° C	240	0.26	0.15
Emul. 6% 20° C	2400	0.23	0.13
Emul. Industrial 20°C	24	0.25	0.14
Emul. Industrial 20°C	240	0.24	0.14
Emul. Industrial 20°C	2400	0.22	0.13
Emul. 10% 20°C	24	0.23	0.13
Emul. 10% 20°C	240	0.21	0.12
Emul. 10% 20°C	2400	0.20	0.12
PTFE 20°C	24	0.18	0.10
PTFE 20°C	240	0.18	0.10
PTFE 20°C	2400	0.18	0.10

s/e = sin ensayo

### 5.4 ANÁLISIS VISUAL DE LAS PROBETAS.

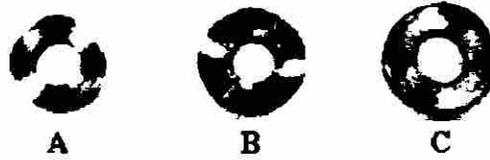
El análisis visual de las probetas ayudó a comprender el fenómeno de flujo de material en las diversas condiciones de fricción que se presentaron en las pruebas. En la Figura 5.6 se pueden observar cuatro probetas ensayadas bajo condiciones bajas de fricción ( PTFE 20 °C, 240 mm/min). la probeta A no ha sido deformada, la probeta B

fue deformada un 12.5 % en espesor. la probeta C un 25% y la probeta D un 50 %. Como estas probetas fueron ensayadas en condiciones de fricción baja, el flujo del material fue hacia fuera, de manera proporcional a partir del centro, por lo que el diámetro interno final fue mayor que el inicial. El diámetro interno de la probeta D es menor que el de la C y esto se debió, probablemente, al rompimiento de la cinta de PTFE durante el transcurso de la prueba, quedando la probeta en la ultimo período del ensayo a condiciones de fricción más fuertes.



## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

En la Figura 5.7 se muestran tres probetas, la probeta A está sin deformar, la probeta B fue ensayada en condiciones de fricción máxima (sin lubricante 20 °C) y la probeta C fue ensayada en condición mínima de fricción (PTFE 20 °C) a una velocidad de 240 mm/min (4 mm/s). En la probeta B la fricción excedió el valor crítico, por lo que la resistencia friccional del flujo hacia fuera se hizo muy grande haciendo que una porción del material del anillo fluyese hacia el centro. Es por eso que diámetro interno final es menor que el inicial. En la probeta C el flujo radial fue hacia fuera proporcionalmente al centro, por lo que el diámetro interno final es mayor que el inicial.



A) Sin deformación B) 50%  $\Delta H$  (Seco 20°C). C) 50%  $\Delta H$  (Teflon 20°C)

**Fig. 5.7** Variación de dimensiones en anillos bajo las mismas condiciones de deformación y diferentes condiciones de lubricación.

### 5.5 RELACIÓN ENTRE EL FACTOR DE FRICCIÓN Y LA VELOCIDAD.

En la Figura 5.8 se puede observar el comportamiento que tiene el factor de fricción con respecto a la velocidad de prueba, en ella se constata que el factor de fricción está directamente relacionado con la velocidad cuando se emplea una emulsión líquida y esto se debe a que las pruebas se realizaron en condiciones de lubricación hidrodinámica, es decir que se encuentra una capa de lubricante entre la herramienta y la pieza de trabajo. Las superficies tanto de los dados y la probeta no son completamente lisas, cuando hay velocidades bajas de prueba el lubricante se queda atrapado en la interfase, el exceso de lubricante fluye hacia fuera, provocando un contacto metal-metal; debido a esto el índice de fricción aumenta cuando las velocidades son menores. Cuando hay velocidades mayores el lubricante se queda atrapado en las cavidades transmitiéndose la presión entre el dado y la probeta a través del lubricante por lo que la fricción disminuye. Es interesante observar que el factor de fricción no presenta cambio cuando el lubricante es sólido como es el caso de la cinta de politetrafluoretileno ya que los valores del factor de fricción permanecen constantes durante el transcurso de las tres pruebas en diferentes velocidades.

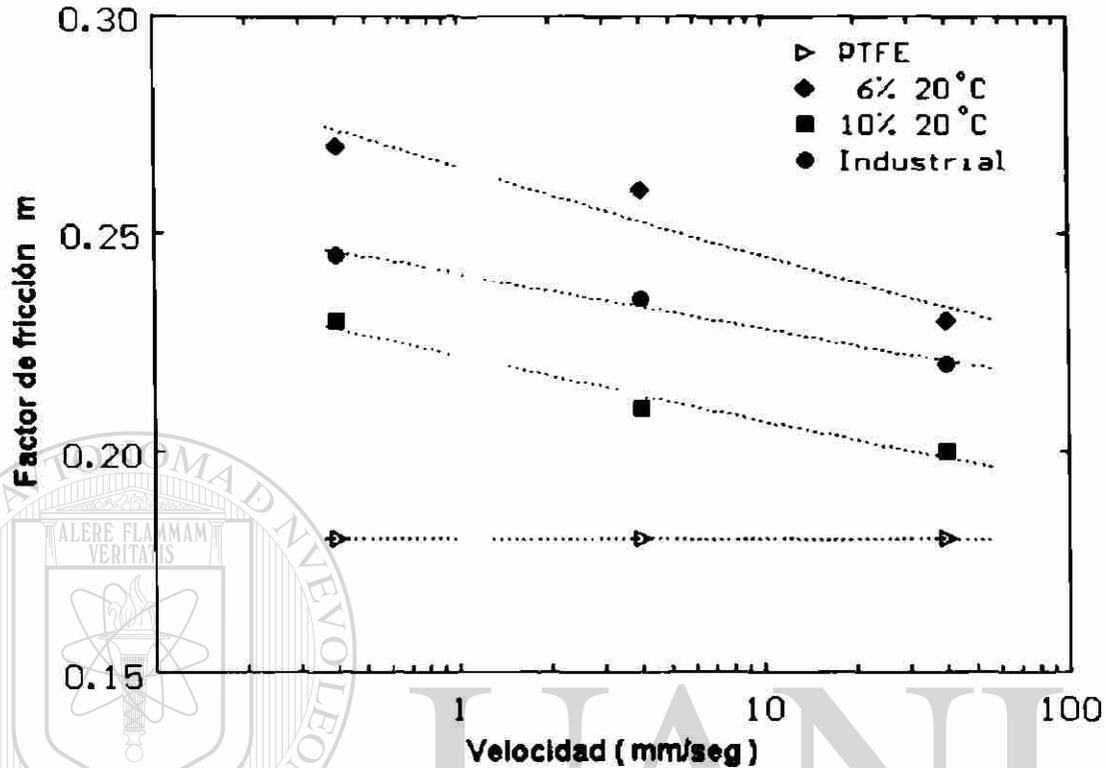


Fig. 5.8 Relación entre Factor de fricción  $m$  y velocidad de ensayo.

## 5.6 COMPARACIÓN ENTRE VALOR DE PROCESO REAL Y PRUEBA DE ANILLO.

Los resultados obtenidos del valor de coeficiente de fricción mediante la prueba de compresión de anillos se corroboran en la Figura 5.9, donde se compara contra los cálculos realizados por Mojica y Garza [3], Roberts [4], Sims y Arthur [5], y Aimura y coaut. [6]. La condición de lubricación contra la cual fue hecha dicha comparación fue con la emulsión industrial, el valor obtenido del coeficiente de fricción fue de 0.12, calculado a partir de los datos de la Tabla 5.1 con la ecuación (5.3) y se acerca a los valores obtenidos por Mojica y Garza, asimismo con los valores obtenidos por Aimura y coaut.

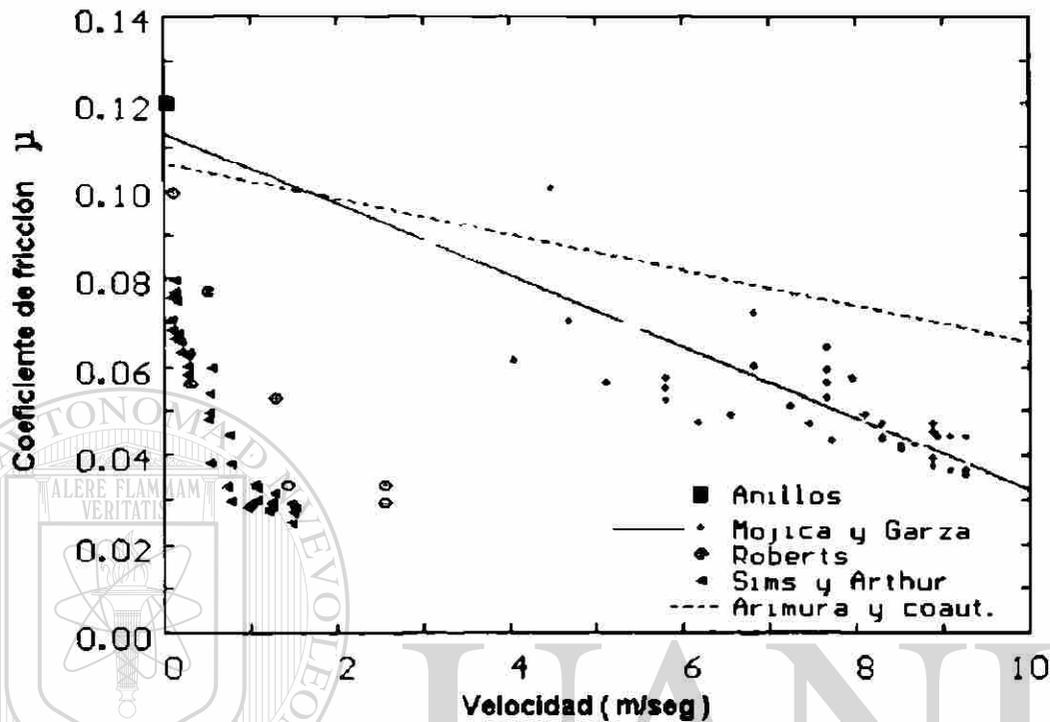


Fig. 5.9 Relación entre valores de fricción de proceso real y prueba de anillos.

## 5.7 CURVAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN.

La prueba de anillo tiene una ventaja cuando es aplicada al estudio de la fricción, pues la fuerza necesaria para deformar la probeta y el esfuerzo de cedencia del material con que esta hecha la misma no tiene porque ser conocido. De acuerdo a ésto, de manera adicional al estudio de fricción, la prueba de anillo puede ser utilizada para determinar el esfuerzo de cedencia del material que está a prueba [7]. En la Figura 5.10 se muestran las curvas esfuerzo contra deformación obtenidas en los diferentes ensayos de compresión realizados a 24 mm/min (0.4 mm/s), en la Figura 5.11 para los ensayos a 240 mm/min (4 mm/s) y en la Figura 5.12 para los ensayos a 2400 mm/min (40 mm/s). El cálculo se realizó a partir de los valores de carga contra desplazamiento, suponiendo los coeficientes de fricción ( $\mu$ ) que aparecen en la Tabla 5.1, para cada condición dada.

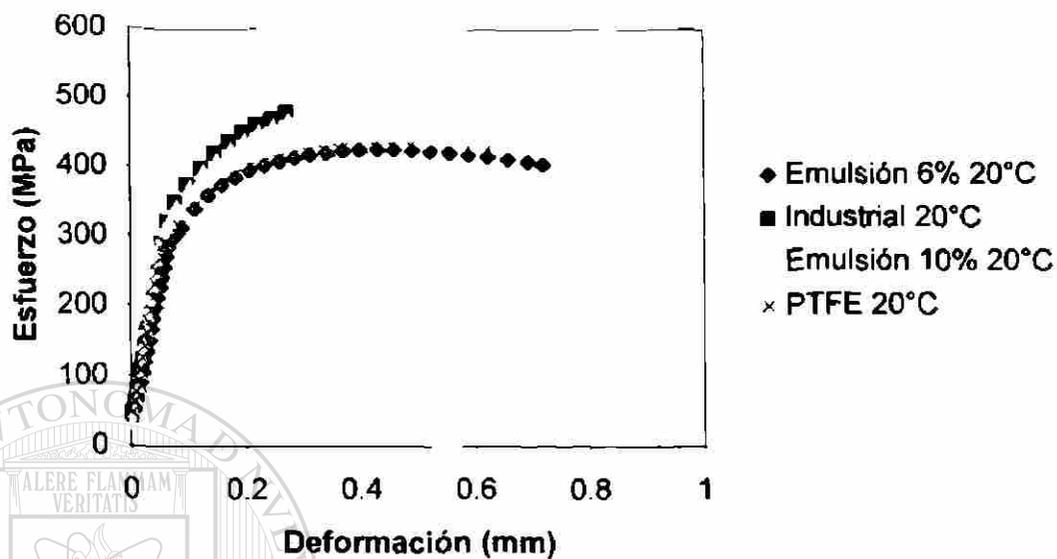


Fig. 5.10 Curvas Esfuerzo-Deformación a una velocidad de 24 mm/min (0,4 mm/s).

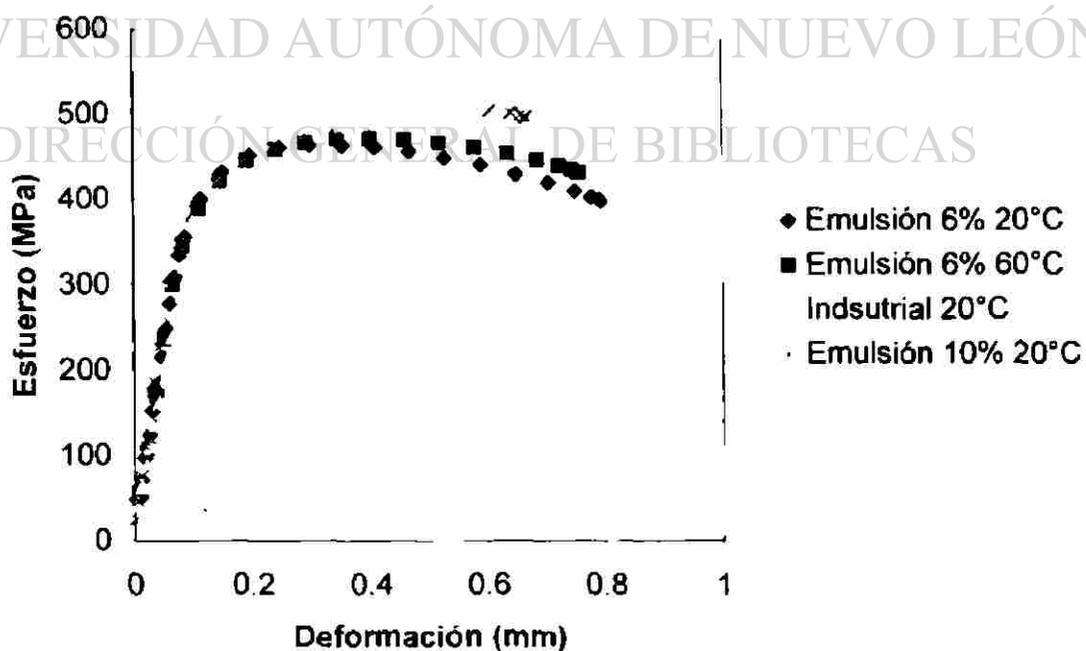


Fig. 5.11 Curvas Esfuerzo- Deformación a una velocidad de 240 mm/min (4 mm/s)

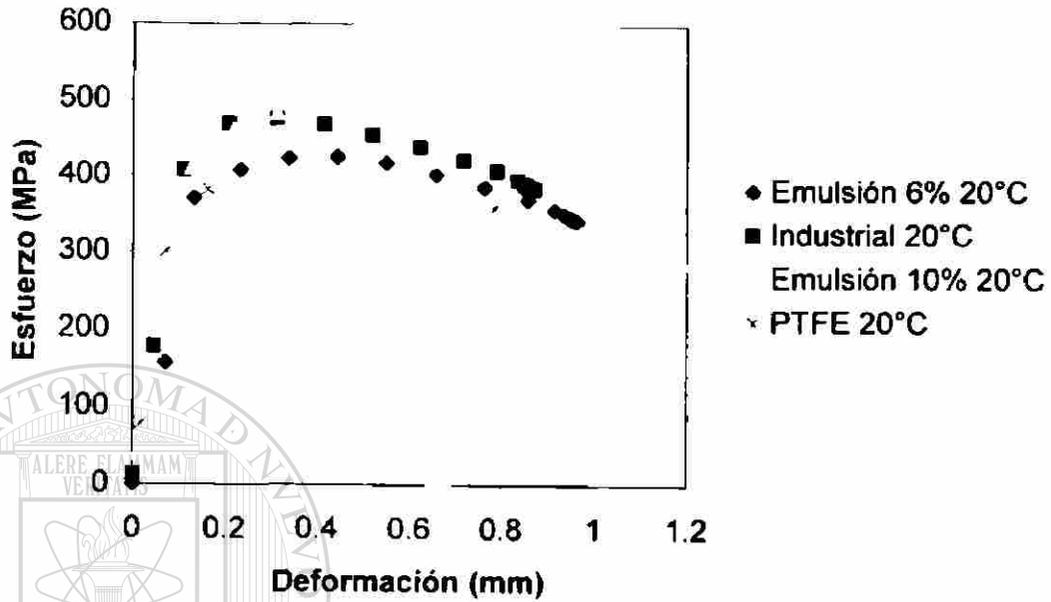
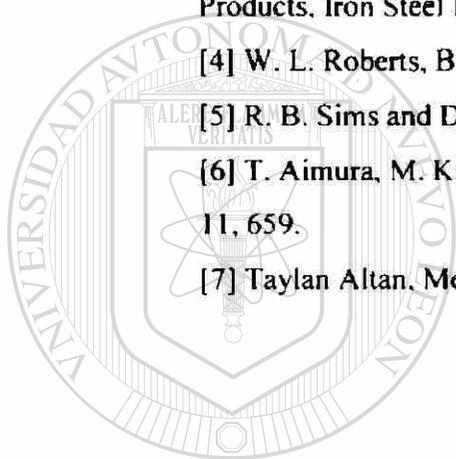


Fig. 5.12 Curvas Esfuerzo-Deformación a 2400 mm/min (40 mm/s).

**Referencias bibliográficas.**

- [1] P. Crook and H.N. Farmer. ASM Handbook Vol 18: Friction, Lubrication and Wear Technology, ASM, 1992, 25.
- [2] Vincent de Pierre. Mathematical Calibration of the Ring Test with Buldge Formation. 1972.
- [3] J. F. Mojica y J. L. Garza. Int. Conf. Stell Rolling. Sc. Techn. Flat Rolled Products. Iron Steel Inst. Jpn.. Tokio, 1980. 1109.
- [4] W. L. Roberts, Blast Furnace and Steel Plant, 1967, 499.
- [5] R. B. Sims and D. F. Arthur. J. Iron Steel Inst., 1947, 156, 380.
- [6] T. Aimura, M. Kamata and J. Kihara, Proc. ICSTIS, suppl. Trans. ISIJ, 1971, 11, 659.
- [7] Taylan Altan, Metal Forming, Fundamentals and Applications, 1983, 54, 87.



# UANL

---

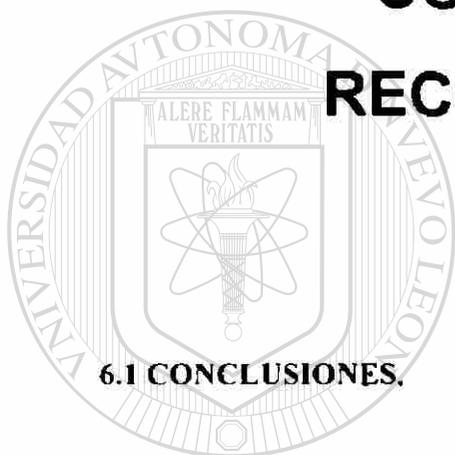
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## CAPITULO 6

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.



### 6.1 CONCLUSIONES.

En este estudio se concluye que la técnica de prueba de compresión de anillos ofrece buenos resultados debido a que puede simular las condiciones de fricción en la interfase material-herramienta que se presentan en el proceso de laminación en frío.

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Los resultados fueron satisfactorios, dado que fue posible simular las condiciones de lubricación, a pesar de que la diferencia entre las velocidades de deformación entre el proceso real y la prueba de laboratorio es muy grande, pero es posible extrapolar los resultados.

Se observaron los factores que afectaron los valores de fricción, tales como los porcentajes de emulsión, contaminantes, temperatura y velocidad de deformación, adicionalmente se pudo observar el comportamiento que tuvieron los lubricantes cuando las condiciones hidrodinámicas rigen la fricción.

## 6.2 RECOMENDACIONES.

Sería recomendable realizar ensayos con diferentes porcentajes de deformación para una misma condición, ésto para poder elaborar curvas más cercanas a las de calibración.

Con respecto a simular condiciones específicas de un proceso sería recomendable hacer las pruebas en temperaturas cercanas a las de operación de un molino de laminación en frío para tener un acercamiento más real.

Otro punto interesante sería dedicar un espacio para hacer un estudio sobre las propiedades de los lubricantes, también es recomendable utilizar una variedad más amplia en los porcentajes de emulsión.

La técnica empleada en esta investigación puede ser utilizada para realizar estudios adicionales con diferentes tipos de materiales tomando en cuenta las condiciones de fricción que prevalecen en los procesos que se desean simular, pues se debe seleccionar la geometría de la probeta adecuada, así como también las curvas correspondientes para dicha geometría.

Debido a los resultados obtenidos sería recomendable llevar a cabo una modelación numérica de la prueba de anillos.

## LISTA DE FIGURAS.

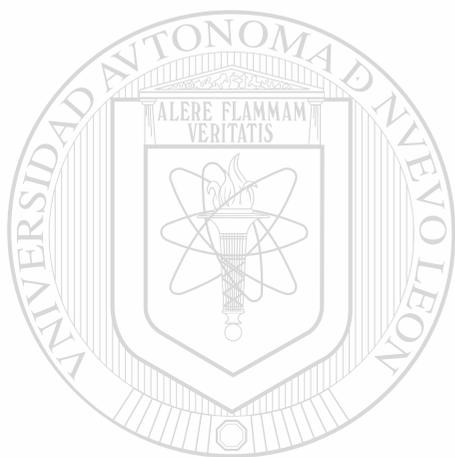
<b>Fig.</b>	<b>Descripción</b>	<b>Pag.</b>
2.1	Esquema que muestra lo que sucede cuando se lamina metal.	6
2.2	Tipos de rodillos y bancadas de laminación.	8
2.3	Las barras de acero viajan hasta 22 m/seg a través de 22 bancadas en un tren de laminación controlado electrónicamente para producir barras de 330 mm.	9
2.4	Esquema de la prueba de compresión por deformación plana.	13
2.5	Balace de fuerzas en el plano transversal de la prueba de compresión por deformación plana.	13
2.6	Colinas de fricción calculadas para una relación de $a = 2h$ .	16
2.7	Sección de la mordida durante la laminación, en la que se muestran los esfuerzos a ambos lados del plano neutro.	18
2.8	Método empleado para determinar el par de torsión.	20
2.8	Desplazamiento del plano de salida de la cinta como resultado del aplastamiento de los rodillos.	21
2.10	Fuerzas requeridas durante la entrada de la pieza de trabajo.	30
2.11	Presiones durante laminación de aluminio, indicándose la posición del plano neutro con la flecha.	32
2.12	Tipos básicos de lubricación (a) Capa densa de lubricante (b) Condiciones secas (c) Condición hidrodinámica (d) Lubricación frontera.	34
2.13	Lubricación en la zona de entrada de la laminación.	35
2.13	Lubricación hidrodinámica durante la laminación. a) Esquema completo. b) Esfuerzos cortantes en la capa de lubricante.	36
2.14	Espesor de la capa hidroplastodinámica en función a la velocidad de la laminación.	37

2.15	Variación de $\mu$ en función de la dinámica en función a la velocidad a que se laminaron varios aceros.	37
3.1	Esquemas de aparatos para medir la fricción basados en los primeros trabajos de Leonardo da Vinci.	41
3.2	Esquema de técnicas para medir fricción.	42
3.2	Mediciones de la fuerza de fricción que permanece constante con el tiempo.	44
3.4	Mediciones de la fuerza de fricción que varía con el tiempo.	44
3.5	Mediciones de la fuerza de fricción para un sistema con comportamiento adhesivo-deslizante.	45
3.6	Variación en la forma de las probetas de la prueba de anillos deformados la misma cantidad bajo diferentes condiciones de fricción.	48
3.7	Comportamiento de la deformación durante la forja de un anillo. (a) Anillo original. (b) Después de la deformación con fricción baja. (c) Después de la deformación con fricción alta.	50
3.8	Curvas de calibración de anillos de geometría 6:3:2 con formación de abarrilamiento.	52
3.9	Relaciones de geometrías de probetas (izq. geometría para valores mayores de fricción; der. geometría para valores menores de fricción).	53
4.1	Molino de laminación reversible de configuración cuatro.	56
4.2	Esquema de molino de laminación.	57
4.3	Sección de mordida de acero en molino.	59
4.4	Barra de sección de mordida.	60
4.5	Anillo con taladro de 0.16mm.	61
4.6	Máquina servo-hidráulica INSTRON 8502.	62
4.7	A) Emulsión Industrial a 20 °C (contaminada) B) Emulsión 6% a 20 °C.	63
5.1	Curva de calibración de anillos de geometría 6:3:2.	67

5.2	Comparación entre valores teóricos y experimentales con diferentes condiciones de lubricación a una velocidad de 24 mm/min (0.4 mm/s).	68
5.3	Comparación de valores máximos y mínimos teóricos con curvas experimentales a una velocidad de 240 mm/min (4 mm/s).	70
5.4	Curva de temperatura contra tiempo en probeta ensayada a 60 °C a una velocidad de 240 mm/min (4 mm/s).	70
5.5	Comparación entre valores teóricos y experimentales con diferentes condiciones de lubricación a una velocidad de 2400 mm/min (40 mm/s).	71
5.6	Variación en las dimensiones de anillos deformados bajo la misma condición de lubricación, pero diferentes porcentajes de deformación en espesor.	73
5.7	Variación de dimensiones en anillos bajo las mismas condiciones de deformación y diferentes condiciones de lubricación.	74
5.8	Relación entre Factor de fricción $m$ y velocidad de ensayo.	75
5.9	Relación entre valores de fricción de proceso real y prueba de anillos.	76
5.10	Curvas Esfuerzo-Deformación a una velocidad de 24 mm/min (0.4 mm/s).	77
5.11	Curvas Esfuerzo- Deformación a una velocidad de 240 mm/min (4 mm/s)	77
5.12	Curvas Esfuerzo-Deformación a una velocidad de 2400 mm/min (40 mm/s).	78

## LISTA DE TABLAS.

<b>Tabla</b>	<b>Descripción</b>	<b>Pag.</b>
4.1	Composición química nominal (% en peso) de aceros al carbono.	59
4.2	Composición química nominal (% en peso) de acero al carbono.	60
5.1	Valores de $m$ y $\mu$ de la prueba de anillo.	72



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# ANEXO I

Información recopilada durante la producción de un rollo de acero del tipo AISI 1006 obtenida de un molino de laminación.

Rollo	232511000
EquipoMed	63
EquipoProc	52
Operador	52280
Fecha	29/09/00
Hora	10:46:14
#Muestras	798
DistMuestras (M*10)	42
Long (m)	3382
TensDesUltPase (bs 10)	945
TensEnrUltPase (bs 10)	1046
TiempoExtRea (seg)	282
TiempoIntRea (seg)	1331
CalPromUltPase (m s*10)	123
DesvStdUltPase	2
AcabRollo	M1
FzaRiUltPase (ton)	993
#RodTrabSup	6581
#RodTrabInf	983655
Rugosidad	56
DiamRodTrabSup (pu g)	14.8901+0.004
#PasesRea	6
#PasesStd	6
BandaProm (m s*10)	772
DesvStdBanda (m s*10)	4
CedRo Rea Pase1 (m s*10)	560
CedRo Rea Pase2	400
CedRo Rea Pase3	290
CedRo Rea Pase4	210
CedRo Rea Pase5	155
CedRo Rea Pase6	123
CedRo StdPase1	560
CedRo StdPase2	400
CedRo StdPase3	290
CedRo StdPase4	210
CedRo StdPase5	155
CedRo StdPase6	123
Ca PromPaseaPase	560#401#290#210#155#123

Información recopilada durante la producción de un rollo de acero del tipo AISI  
1006 obtenida de un molino de laminación (continuación)

LongRolo PaseaPase	2498#3421#4734#6528#8834#11097
TiempoEnhEnrPte(tep)	236
TiempoPase1 t1) (seg)	195
TiempoEnhEnrOte(teo)	46
TiempoPase2	169
TiempoPase3	183
TiempoPase4	226
TiempoPase5	260
TiempoPase6	298
VtasDespEnhPte	35
VtasDespPtePase1	45
VtasDespPtePase2	0
VtasDespPtePase3	11
VtasDespPtePase4	0
VtasDespPtePase5	47
VtasDespPtePase6	0
VtasDespEnhOte	14
VtasDespOtePase2	109
VtasDespOtePase3	0
VtasDespOtePase4	11
VtasDespOtePase5	0
VtasDespOtePase6	0
PesoCacEntRolo(kg)	8469
PesoCacDespPte(kg)	175
PesoCacDespOte(kg)	233
TensPtePaseaPase( bs 10)	225~#1852#1998#1845#1100#1046
TensOtePaseaPase( bs 10)	4#2152#1869#1541#1466#945
FzaPaseaPase (TON)	813#829#801#797#840#993
#Sec(1)	232511000
PesoSecEnt(1)	8681
PosEnRoloEnt(1)	1
PosEnRoloSa(1)	1
Orden(1)	391421
Ca Espesor(1)	L
Ca Superf(1)	E
Ca P aneza(1)	P
Ruta(1)	736
Proc(1)	79
Acero(1)	7061
AnchoEnt(1)(pu g*1000)	38000

Información recopilada durante la producción de un rollo de acero del tipo AISI

1006 obtenida de un número de laminación (continuación)

AnchoObj(1)(pu g*1000)	38000
Banda(1)(m s*10)	800
TipoOrla(1)	OR
CaEntLnea(1)(m s*10)	800
CaObj(1)(m s*10)	123
Tolerancia de Proceso (1)(m s*10)	-6
Tolerancia Comercia +(1)(m s*10)	15
ToCom-(1)	-15
Tolerancia Lm tada+(1)(m s*10)	10
ToLim (1)	10
Tolerancia ExtraLim tada+(1)(m s*10)	5
ToExtraLm-(1)	5
#SecPadre(1)	232511000
Ace teDPP(1)	N
Ca fSa (1)	0
DefectoSal(1)	0
PesoMn moAutorizado(1)(kg 100)	60
PesoMaxAut(1)(kg 100)	120
S gu enteLnea(1)	TN
T poSo dRolo(1)	0
CantSo d(1)	10S052M10
T poSoldDCP(1)	ML
GrupoContab e(1)	1371
LavEnMo (1)	N
T poTemp (1)	0

# ANEXO II

Dimensiones de probetas antes de ser ensayadas

# P	Cond de pba	V mm/min	Esp Prom mm	D <sub>i</sub> Pr mm	D <sub>e</sub> mm	D <sub>i</sub> mm	1 D <sub>i</sub> mm	2 D <sub>i</sub> mm	3 D <sub>i</sub> mm	4 H mm	1 H mm	2 H mm	3 H mm	4
	e													
	a													
1	f									4				4
2	E									4	4	4	4	4
3	E									4	4	4	4	4
4	E									4				4
5	E									4	4	4	4	4
6	E									4	4	4	4	4
7	E									4	4	4	4	4
8	E									4	4	4	4	4
9	E									4	4	4	4	4
10	E									4	4	4	4	4
11	E									4	4	4	4	4
12	E									4	4	4	4	4
13	E									4	4	4	4	4
14	E									4	4	4	4	4
15	E									4	4	4	4	4
16	E									4	4	4	4	4
17	E									4	4	4	4	4
18	E									4	4	4	4	4
19	E									4	4	4	4	4
20	E									4	4	4	4	4
21	E									4	4	4	4	4
22	E									4	4	4	4	4
23	E									4	4	4	4	4
24	E									4	4	4	4	4
25	E									4	4	4	4	4
26	E									4	4	4	4	4
27	E									4	4	4	4	4
28	E									4	4	4	4	4
29	E									4	4	4	4	4
30	E									4	4	4	4	4
31	E									4	4	4	4	4
32	E									4	4	4	4	4
33	E									4	4	4	4	4
34	E									4	4	4	4	4
35	E									4	4	4	4	4
36	E									4	4	4	4	4
37	E									4	4	4	4	4
38	E									4	4	4	4	4
39	E									4	4	4	4	4
40	E									4	4	4	4	4
41	E									4	4	4	4	4
42	E									4	4	4	4	4
43	E									4	4	4	4	4
44	E									4	4	4	4	4
45	E									4	4	4	4	4
46	E									4	4	4	4	4
47	E									4	4	4	4	4
48	E									4	4	4	4	4
49	E									4	4	4	4	4
50	E									4	4	4	4	4

N

# P N

V / a



