

Toma de decisiones en la vida diaria bajo dos criterios cuantificables

Miguel Ángel Urbano Vázquez, Mauricio Cabrera Ríos
FIME-UANL
skmiguel@yalma.fime.uanl.mx, mauricio@yalma.fime.uanl.mx



RESUMEN

En la vida diaria existen situaciones en las que tomar una decisión se complica debido a la presencia de conflicto entre múltiples criterios de desempeño. La metodología que se presenta en este trabajo integra técnicas gráficas de optimización bicriterio y herramientas estadísticas y se utiliza para encontrar soluciones para situaciones con dos criterios cuantificables. La metodología se demuestra aquí con un caso de estudio.

PALABRAS CLAVE

Diseño de experimentos, optimización bicriterio.

ABSTRACT

The presence of conflict between multiple criteria complicates decision-making in many everyday life situations. The method here presented involves graphical bicriteria optimization techniques as well as statistical tools and is headed towards finding solutions in cases with two quantifiable criteria. The method is demonstrated here through a case study.

KEYWORDS

Design of experiments, bicriteria optimization.

INTRODUCCIÓN

En la vida cotidiana debemos tomar decisiones de todo tipo. No todas las decisiones son críticas, pero tomarlas es inevitable. Si ponemos atención a estas decisiones, críticas o no, podemos encontrar información muy interesante y potencialmente valiosa. Algunos casos especialmente interesantes son aquellos en los que se requiere tomar una decisión para “minimizar” costos y al mismo tiempo “maximizar” los beneficios. Es claro que tenemos un problema con dos criterios: costo y beneficio. En muchos de estos casos, estos criterios estarán en conflicto y requerirán ser analizados adecuadamente para llegar a una decisión.

Otros ejemplos comunes en los que el conflicto está presente incluyen la elección de la ruta más rápida para llegar a un cierto destino contra la ruta más escénica o la ruta más segura; o bien el elegir del menú del día la comida más nutritiva contra la más sabrosa o la más barata. Como se puede observar, todas

son decisiones muy comunes en la vida diaria; y aunque en la mayoría de los casos la decisión se hace únicamente tomando en cuenta una medida de desempeño, si existe conflicto, vale la pena determinar cuál sería una decisión balanceada entre varios criterios posibles.

Un ejemplo a nivel empresa puede ser la adquisición de maquinaria. En general, podemos hablar de que una selección ideal para muchas aplicaciones es una máquina que minimice el tiempo de ciclo de proceso y que al mismo tiempo maximice la calidad del producto medida de alguna manera cuantitativa. Un conflicto entre estos dos criterios es altamente probable. Es precisamente en este tipo de casos con dos criterios donde la metodología que aquí se demuestra en un caso cotidiano se puede convertir en una herramienta eficaz para la toma de decisiones.

En este trabajo, se aplica una metodología con bases cuantitativas para elegir entre tres diferentes marcas de clips bajo dos criterios de desempeño: costo y durabilidad (o vida útil). El análisis es objetivo, pues no se predetermina una preferencia entre los criterios. La metodología propuesta integra herramientas estadísticas y un método gráfico de optimización bicriterio. Un número de criterios mayor que dos no permitiría el uso de un método gráfico, por lo cual se acota aquí el análisis a casos bicriterio.

METODOLOGIA EMPLEADA

La metodología se presenta esquemáticamente en la figura 1.

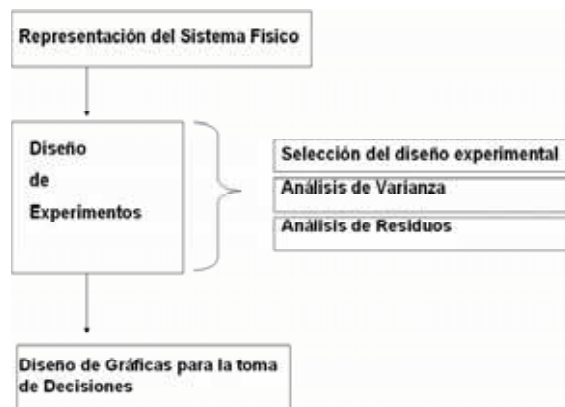


Fig. 1. Metodología Empleada.

Representación del sistema físico

En esta parte de la metodología se identifican las variables controlables que son los factores que podemos variar a discreción dentro del sistema. Se definen también las variables no controlables, que son las que no están bajo nuestro control. También en esta fase se deben identificar las medidas de desempeño que se desean mejorar. El conocimiento previo y la intuición ingenieril pueden ayudar en esta fase para elevar la probabilidad de que las medidas de desempeño se encuentren en función de las variables controlables.¹

El diseño de experimentos

El diseño de experimentos es una colección de técnicas estadísticas que prescribe la planeación, ejecución y el análisis de pruebas planeadas donde se introducen cambios controlados en un proceso o un sistema con el objetivo de analizar la variación inducida por estos cambios en una medida de desempeño. La utilización adecuada de estas técnicas es indispensable para garantizar resultados experimentales estadísticamente confiables. En el contexto de la metodología que aquí se propone, el diseño de experimentos se divide en tres partes: seleccionar el diseño experimental, realizar un análisis de varianza y realizar un análisis de residuos.

Selección del diseño experimental

Existen muchos tipos de diseños de los cuales se puede escoger. Dentro de los más populares se puede encontrar al diseño factorial que, esencialmente, explora todas las combinaciones posibles entre los valores de las variables involucradas. Por ejemplo, un factor muestreado en tres valores (llamados niveles) y un segundo factor muestreado en cuatro niveles generarán un total de $3 \times 4 = 12$ combinaciones experimentales. Existen catálogos publicados de diseños experimentales, por ejemplo varios diseños se pueden encontrar en la referencia;² también se puede hacer uso de paquetes computacionales estadísticos con módulos de diseño de experimentos como el Minitab. Es importante seleccionar un diseño adecuado, pues las conclusiones estadísticas válidas dependen altamente de esta selección.



El análisis de varianza

Esta técnica ayuda a explicar la variabilidad en las observaciones contenidas en un diseño experimental. A través de su utilización se puede cuantificar el grado de influencia de los factores controlables en las medidas de desempeño analizadas, así como estimar el error experimental para experimentos con varias réplicas.

El análisis de residuos

Este análisis permite rectificar la validez de las conclusiones obtenidas a partir del análisis de varianza. Se debe verificar que los residuos cumplan los supuestos de independencia estadística, desviación estándar constante y distribución normal. Una práctica común es llevar a cabo este análisis con ayuda de gráficas.

Diseño de gráficas para la toma de decisiones

En esta fase se construye una serie de gráficas que ayuden a la toma de decisiones basada en los puntos anteriores. Existen muchos tipos de gráficas que pueden ser útiles, así que es necesario seleccionar algunas que sean adecuadas para el caso bajo análisis.

CASO DE ESTUDIO

En este caso de estudio se aplicó la metodología descrita anteriormente para evaluar tres tipos de Clips, “BACO”, “PELIKAN” y “BACO CON CUBIERTA DE PLÁSTICO”. El objetivo es elegir la mejor opción, si existe alguna, en base a dos

criterios: vida útil y costo.

Siguiendo la metodología, se llevó a cabo un diseño de experimentos para caracterizar la vida útil del clip. Dos factores que potencialmente afectarán la vida útil del clip fueron identificados: el ángulo de apertura del clip para mantener diferentes cantidades de papel y el tiempo en que el clip sujeta el papel.

El Diseño Experimental Factorial consistió en variar ambos factores a tres niveles cada uno. Los factores se identifican aquí como **ÁNGULO**, relacionado con la apertura necesaria para que el clip sujete diferentes cantidades de papel; y **TIEMPO**, que representa el tiempo bajo el cual el clip permanece deformado. Utilizar tres niveles sirvió para poder caracterizar curvatura de la vida útil con respecto de las variables controlables.

La medida de desempeño que se decidió investigar fue la cantidad de veces que un clip se puede utilizar hasta que se rompa. Al analizar la selección de esta medida de desempeño, se puede intuir que llevar a cabo un experimento en espera de que un clip se rompa bajo condiciones normales de uso no es práctico en términos del tiempo requerido. Por esta razón se decidió hacer una “prueba acelerada”, la cual consistió en abrir el clip un cierto ángulo como si estuviera sosteniendo una cantidad de papel específica y mantenerlo así por tiempos cortos. De esta manera pudimos obtener un estimado de la vida útil de los clips ante diversas condiciones de uso, determinadas por los niveles a los que se decidió muestrear las variables. Estos niveles se listan en la tabla I.

Cabe aquí cuestionar la inclusión de un ángulo de 89 grados. La razón para incluirlo fue simplemente para investigar un valor extremo y poder tener una idea de qué pasa con la variación en ese caso extremo.

En el diseño experimental, que consta de 9 combinaciones, en cada combinación experimental

Tabla I: Factores controlables y los niveles a los que se variaron.

| ÁNGULO (grados) | TIEMPO (segundos.) |
|-----------------|--------------------|
| 45 | 1 |
| 60 | 4 |
| 89 | 8 |

se tomaron 5 réplicas, lo cual permitió estimar el error experimental e incrementar la precisión del experimento.

Adicionalmente, el mismo diseño experimental se utilizó para evaluar los tres tipos diferentes de clips: BACO, PELIKAN y BACO C/PLÁSTICO. Después de ejecutar el experimento, se obtuvieron los datos mostrados en las tablas II a la IV.

Se pueden hacer muchas observaciones sobre el comportamiento de los datos a partir de las tablas antes mencionadas, así como tratar de explicar por qué sucedieron de esta manera en nuestro experimento desde un punto de vista fenomenológico, sin embargo, esto cae más allá del objetivo de este estudio y de la demostración del método que aquí se describe. Se da paso entonces al análisis estadístico

de los experimentos.

La siguiente fase en este estudio incluye el análisis de varianza (ANOVA) correspondiente a cada experimento, esto se hizo mediante el uso del paquete computacional estadístico MINITAB. Las tablas V a la VII muestran las salidas de MINITAB.

Con el objetivo de interpretar los resultados de las tablas V a la VII, se debe dar atención a las últimas columnas de las tablas ANOVA. El valor p que se muestra para cada fuente de variación identificada en la primera columna se interpreta de la siguiente manera: Si el valor $p < \alpha$ para determinada fuente de variación, entonces se concluye que esta fuente de variación afecta significativamente a la medida de desempeño al nivel especificado α . El valor α en este caso se refiere a la probabilidad de equivocarse

Tabla II. Tabla de experimentos clips Baco.

| TABLA DE EXPERIMENTOS CLIP'S BACO | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|-----------|-----|----|-----|----|----|------------|----|----|----|----|------------|----|----|----|
| ANGULO | TIEMPO | | | | | | 4 SEGUNDOS | | | | | 8 SEGUNDOS | | | |
| | 1 SEGUNDO | | | | | | | | | | | | | | |
| 45 | 96 | 128 | 94 | 105 | 90 | 58 | 49 | 63 | 48 | 43 | 30 | 38 | 36 | 32 | 27 |
| 60 | 20 | 39 | 45 | 42 | 40 | 16 | 24 | 28 | 30 | 25 | 10 | 15 | 14 | 20 | 18 |
| 89 | 10 | 12 | 13 | 15 | 25 | 13 | 32 | 22 | 15 | 23 | 12 | 10 | 15 | 14 | 11 |

Tabla III. Tabla de experimentos Clips Pelikan.

| TABLA DE EXPERIMENTOS CLIP'S PELIKAN | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-----------|-----|----|----|-----|-----|------------|-----|-----|-----|-----|------------|-----|-----|-----|
| ANGULO | TIEMPO | | | | | | 4 SEGUNDOS | | | | | 8 SEGUNDOS | | | |
| | 1 SEGUNDO | | | | | | | | | | | | | | |
| 45 | 89 | 120 | 95 | 97 | 110 | 245 | 236 | 241 | 190 | 220 | 115 | 125 | 130 | 123 | 117 |
| 60 | 67 | 59 | 65 | 70 | 64 | 77 | 80 | 65 | 71 | 69 | 80 | 91 | 83 | 75 | 77 |
| 89 | 41 | 67 | 62 | 58 | 60 | 45 | 50 | 47 | 59 | 53 | 30 | 40 | 37 | 42 | 39 |

Tabla IV. Tabla de experimentos Clips Baco con cubierta de plástico.

| TABLA DE EXPERIMENTOS CLIP'S PELIKAN | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-----------|-----|----|-----|----|-----|------------|-----|-----|-----|-----|------------|-----|-----|-----|
| ANGULO | TIEMPO | | | | | | 4 SEGUNDOS | | | | | 8 SEGUNDOS | | | |
| | 1 SEGUNDO | | | | | | | | | | | | | | |
| 45 | 106 | 107 | 97 | 102 | 95 | 288 | 297 | 300 | 291 | 271 | 171 | 167 | 179 | 158 | 183 |
| 60 | 87 | 82 | 88 | 92 | 78 | 75 | 80 | 72 | 83 | 77 | 88 | 91 | 95 | 87 | 92 |
| 89 | 45 | 38 | 45 | 35 | 37 | 45 | 57 | 51 | 64 | 53 | 45 | 41 | 38 | 51 | 50 |

Tabla V. ANOVA clips Baco

| General Linear Model: VECES UTILIZADO versus AUNGULO, TIEMPO | | | | | | |
|---|-------|-------------|---------------|--------|--------------------|------|
| Factor | Type | Levels | Values | | | |
| ANGULO | Fixed | 3 | 45, 60, 89 | | | |
| TIEMPO | Fixed | 3 | 1, 4, 8 | | | |
| Analysis of Variance for VECES UTILIZADO, using adjusted ss for Tests | | | | | | |
| Source | DF | Seq SS | Adj SS | Adj MS | F | P |
| ANGULO | 2 | 17941.4 | 17941.4 | 8970.7 | 145.76 | 0.00 |
| TIEMPO | 2 | 7532.8 | 7532.8 | 3766.4 | 61.20 | 0.00 |
| ANGULO*TIEMPO | 4 | 6900.0 | 6900.0 | 1725.0 | 28.03 | 0.00 |
| ERROR | 36 | 2215.6 | 2215.6 | 61.5 | | |
| TOTAL | 44 | 34589.8 | | | | |
| | | S = 7.84503 | R-Sq = 93.59% | | R-Sq(adj) = 92.17% | |

Tabla VI. ANOVA clips Pelikan.

| General Linear Model: VECES UTILIZADO versus AUNGULO, TIEMPO | | | | | | |
|---|-------|---------------|------------|--------------------|--------|------|
| Factor | Type | Levels | Values | | | |
| ANGULO | Fixed | 3 | 45, 60, 89 | | | |
| TIEMPO | Fixed | 3 | 1, 4, 8 | | | |
| Analysis of Variance for VECES UTILIZADO, using adjusted ss for Tests | | | | | | |
| Source | DF | Seq SS | Adj SS | Adj MS | F | P |
| ANGULO | 2 | 84376 | 84376 | 42188 | 403.80 | 0.00 |
| TIEMPO | 2 | 15371 | 15371 | 7686 | 73.56 | 0.00 |
| ANGULO*TIEMPO | 4 | 30849 | 30849 | 7712 | 73.8 | 0.00 |
| ERROR | 36 | 3761 | 3761 | 104 | | |
| TOTAL | 44 | 134357 | | | | |
| S = 10.2214 | | R-Sq = 97.20% | | R-Sq(adj) = 96.58% | | |

Tabla VII. ANOVA clips Baco con cubierta de plástico.

| General Linear Model: VECES UTILIZADO versus AUNGULO, TIEMPO | | | | | | |
|---|-------|---------------|------------|--------------------|---------|------|
| Factor | Type | Levels | Values | | | |
| ANGULO | Fixed | 3 | 45, 60, 89 | | | |
| TIEMPO | Fixed | 3 | 1, 4, 8 | | | |
| Analysis of Variance for VECES UTILIZADO, using adjusted ss for Tests | | | | | | |
| Source | DF | Seq SS | Adj SS | Adj MS | F | P |
| ANGULO | 2 | 159909 | 159909 | 79954 | 1728.54 | 0.00 |
| TIEMPO | 2 | 31670 | 31670 | 15835 | 342.33 | 0.00 |
| ANGULO*TIEMPO | 4 | 59524 | 59524 | 14881 | 321.71 | 0.00 |
| ERROR | 36 | 1665 | 1665 | 46 | | |
| TOTAL | 44 | 252768 | | | | |
| S = 6.80114 | | R-Sq = 99.34% | | R-Sq(adj) = 99.19% | | |

en concluir que ha ocurrido un cambio en la medida de desempeño cuando en realidad no ha ocurrido. Típicamente se utiliza un valor de α de 0.05, esto es de 5%.³ El valor p es el mínimo valor de α bajo el que aún concluiríamos que determinada fuente de variación tiene un efecto significativo.

Siguiendo las reglas anteriores se concluye entonces para los tres experimentos que el factor “ANGULO”, el factor “TIEMPO” y la interacción de ambos factores tienen un efecto estadísticamente significativo sobre la medida de desempeño analizada al nivel α de 5%. Además se pudo obtener un coeficiente de determinación ajustado R-sq de 92.17% para el primer experimento; de 96.58% para el segundo experimento, y un de 99.19% para el tercer experimento. Este coeficiente nos dice aproximadamente qué porcentaje de la variación total de nuestros datos podemos explicar con las fuentes de variación que identificamos y su alto valor da mayor soporte a nuestras conclusiones estadísticas.

Para verificar que las conclusiones a las que se llegaron a partir de la ANOVA fueran confiables, se realizó un análisis de residuos (entiéndanse los

residuos como errores de aproximación de los datos experimentales), el cual a través de una serie de gráficas ayuda a verificar que éstos cumplan con los supuestos de independencia estadística, desviación estándar constante y una distribución normal.

En la figura 2a se muestran los Residuos vs. Orden de Experimentación, en donde se busca determinar que no exista un patrón reconocible para los residuos.

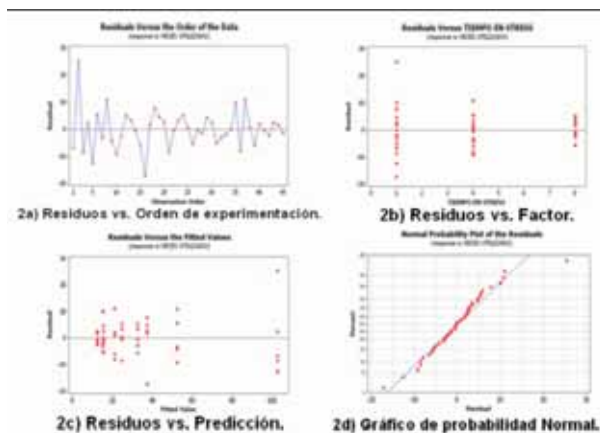


Fig. 2. Gráficas de residuos.

Se busca un comportamiento aleatorio alrededor de 0 para así comprobar su independencia.

La figura 2b muestra los Residuos vs. Tiempo, que ayuda a verificar que los residuos tengan una desviación estándar aproximadamente constante alrededor de 0. La figura 2c muestra los Residuos vs. Predicción, con la cual se verifica que los residuos no se encuentren correlacionados con la magnitud de las predicciones, pues eso violaría el supuesto de independencia. Por último la grafica 2d muestra un gráfico de probabilidad normal. En este último gráfico, si se aprecia un patrón rectilíneo, se interpreta como una indicación de normalidad.

En estos gráficos se puede notar la existencia de algunos valores anormales. Se repitieron todas las ANOVAS sin ellos para comprobar que su presencia no cambiaran las conclusiones estadísticas.

Las gráficas del Análisis de Residuos de los tres experimentos mostraron que los residuos cumplieron suficientemente con los supuestos de independencia, desviación estándar constante y una distribución normal.

Adicionalmente fue posible obtener para cada experimento una gráfica de efectos principales y una gráfica de interacción las cuales ayudaron a confirmar las conclusiones del análisis de varianza. Éstas se muestran en la figura 3 y figura 4 respectivamente. Para el experimento de clips BACO se puede observar en la figura 3 que cuando el factor Ángulo y el factor Tiempo se encuentran en sus niveles más bajos la medida de desempeño (veces utilizado) se incrementa. En la figura 4 se puede observar que en los datos comprendidos entre los niveles 1 y 4 del factor tiempo se muestra una gran interacción, y en los datos comprendidos entre los niveles 4 y 8 la interacción fue casi nula. Se puede observar en la figura 4 que haber incluido un valor extremo de ángulo acusa una mayor interacción. Se analizaron nuevamente los resultados sin tomar en cuenta este valor extremo para verificar si las condiciones serían las mismas. En efecto, las conclusiones permanecieron iguales en todos los casos.

Para resumir, podemos concluir en esta fase que el **ÁNGULO** y el **TIEMPO** tienen efectos significativos en la vida útil de los clips tanto por separado como en interacción, y que por tanto, probamos la durabilidad de los clips en condiciones de uso que sí la afectan.

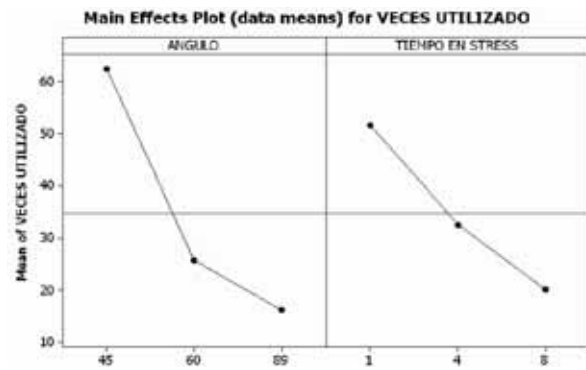


Fig. 3. Gráfica de efectos principales.

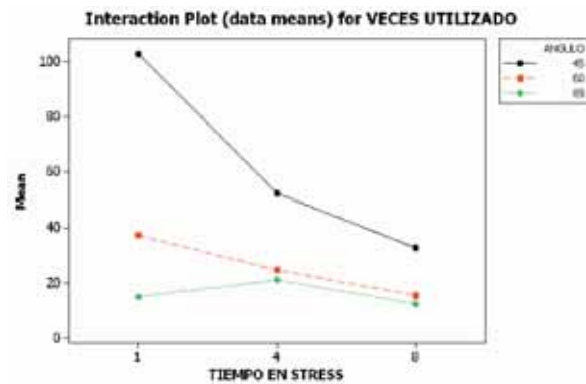


Fig. 4. Gráfica de interacción.

De ahí que la variación de estas condiciones nos deba ayudar a comparar entre diferentes marcas de clips ante un espectro muy amplio de utilización.

DISEÑO DE GRÁFICAS PARA LA TOMA DE DECISIONES

Con el objetivo de seleccionar un tipo de clips, se optó por considerar las medias generales resultantes de la experimentación y los costos asociados a cada tipo de clip. De esta manera se conjugan ambas medidas de desempeño: el precio y la vida útil de cada tipo de clip. Esta información se puede apreciar en la figura 5. En esta figura el eje “x” corresponde al costo por pieza, el cual deseamos que sea lo menor posible, y el eje “y” corresponde a la vida útil promedio, la cual deseamos que sea lo más alta posible.

Si la elección de un clip se basa solamente en el costo por pieza (eje “x”) la marca de clips elegida sería “PELIKAN” pues tuvo un costo de \$0.025 por clip, a comparación de la marca “BACO” que costó

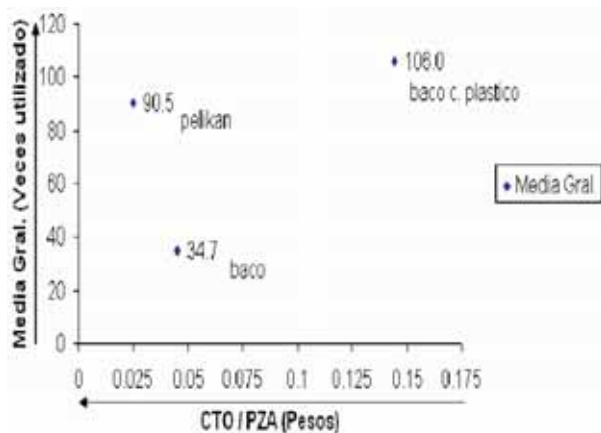


Fig. 5. Media general Vs. costo/pieza.

\$0.045 por clip y la marca “BACO CON CUBIERTA DE PLÁSTICO” con un \$0.144 por clip. Por otro lado, si únicamente se basa en la vida útil (eje “y”) la marca elegida sería “BACO CON CUBIERTA DE PLÁSTICO” pues obtuvo una media de 106.0 deformaciones antes de ruptura, a comparación de la marca “BACO” que obtuvo un 34.7 deformaciones y la marca “PELIKAN” con 90.5 deformaciones. Es fácil ver hacia dónde apuntaría una optimización que pusiera toda la importancia en el costo o bien toda la importancia en vida útil. Es importante también notar que hay una opción que no hubiera sido favorecida en ningún caso: los clips “BACO”.

En términos de una optimización bicriterio, podemos decir que los puntos determinados para las opciones “PELIKAN” y “BACO CON CUBIERTA DE PLÁSTICO”, dominan a la opción “BACO”, la cual puede ser descartada de toda selección. Podemos además notar que pasar de la opción “PELIKAN” a “BACO CON CUBIERTA DE PLÁSTICO” o viceversa, implica ganar en una medida de desempeño a costa de perder en la otra. Matemáticamente, este comportamiento aunado a estar en el contorno deseable de nuestro conjunto de datos, las convierte en soluciones “eficientes” del problema bicriterio. En el caso aquí descrito, estas dos soluciones eficientes conforman la “frontera eficiente” de nuestro conjunto de datos.

En general, los problemas de optimización de criterios múltiples se abocan a encontrar la frontera eficiente para así determinar una serie de soluciones (eficientes) que representan los mejores balances entre todas las medidas de desempeño. En este caso,

la visualización gráfica con la que podemos contar al considerar solamente dos medidas de desempeño provee una manera muy conveniente de llevar a cabo este análisis. En un caso con más de dos medidas de desempeño se deberá considerar una técnica de optimización multicriterio adecuada.

Aún quedaría, sin embargo, escoger una marca de clips de las dos opciones eficientes que encontramos: PELIKAN o BACO CON CUBIERTA DE PLÁSTICO. La elección en este caso dependería si nos inclinamos por el precio o por la vida útil. Es importante notar que es solamente hasta el final de este análisis donde debemos expresar una preferencia por uno o por otro y no al inicio del análisis, pues esto le quitaría objetividad al proceso. Un punto a favor de los clips PELIKAN es que para considerar la otra opción eficiente se deberá pagar varias veces el precio por clip teniendo solamente una mejora marginal en la vida útil.

CONCLUSIONES

En este trabajo se utilizó una metodología basada en estadística y en optimización bicriterio por el método gráfico para tomar decisiones con bases cuantitativas en problemas cotidianos. Se demostró la metodología por medio de un caso de selección de una marca de clips entre tres opciones considerando costo y vida útil. La metodología es lo suficientemente general para atacar problemas bicriterio de pertinencia mayor, tales como la selección de equipo de manufactura en la industria.

REFERENCIAS

1. Castro, C.E., Cabrera-Ríos, M., Lilly, B., Castro, J.M. y Mount-Campbell, C.A. (2003) Identifying the Best Compromises between Multiple Performance Measures in Injection Molding Using Data Envelopment Analysis, *J. of integrated design and process science*, 7:1, pp 77-86.
2. Montgomery, D.C. (1997) *Design and Analysis of Experiments*, 4th Edition, John Wiley & Sons, New York.
3. Cabrera-Ríos, M. (2005) *Introducción al Diseño y Análisis de experimentos*, Apuntes de la Materia Diseño Estadístico de Experimentos, mcabrera@mail.uanl.mx.