Estimando el fasor dinámico con el método de Shanks

Alejandro Torres Muñoz, José Antonio de la O Serna FIME-UANL, PROLEC GE

alejandro1.torres@ge.com, jdelao@mail.uanl.mx



RESUMEN

Se propone un nuevo algoritmo para la estimación fasorial, el cual permite obtener las variaciones dinámicas de la amplitud y la fase típicas de las oscilaciones de potencia. Se hace uso de un modelo autorregresivo de promedio móvil (ARMA) para la estimación de la señal. La parte AR corresponde a la frecuencia fundamental del sistema, y los mejores parámetros del modelo MA se obtienen haciendo uso de la metodología de Shanks. Estos parámetros nos proporcionan la información concerniente al vector de estado fasorial, el cual se obtiene al realizar la expansión en fracciones parciales del modelo ARMA estimado. Simulaciones y resultados experimentales demuestran que los estimados, no solamente son útiles para el control y monitoreo de los sistemas eléctricos de potencia, sino también para realizar la discriminación entre una falla y una oscilación de potencia.

PALABRAS CLAVE

Fasor dinámico, estimación fasorial, estimación frecuencial, modelo de señal tipo arma, demodulación, filtros digitales, método de Shanks, envolvente compleja, interpolación.

ABSTRACT

A new algorithm for phasor estimation is proposed. It is based on a signal model that allows amplitude and phase dynamic variations. An autoregressive and moving average (ARMA) model is assumed for the oscillating signal. Its AR part is fixed and defined only by the nominal fundamental frequency. Its best MA parameters are estimated with the Shanks' method. These parameters provide the key information from which the phasor state vector is estimated through the partial fraction expansion of the ARMA rational polynomial. Simulations and experimental results demonstrate that this estimates could be useful, not only for the monitoring and controlling of the power system, but also to discriminate between a fault and an oscillation state.

KEYWORDS

Dynamic phasor, Phasor estimation, frequency estimation, ARMA signal model, demodulation, digital filters, Shanks' method, complex envelope, interpolation.

INTRODUCCIÓN

La creciente demanda de energía eléctrica y la falta de medios de transmisión de energía, ha provocado que la mayoría de los sistemas eléctricos de potencia (SEP) del mundo, trabajen en sus límites operativos la mayor parte del tiempo. Por lo tanto, al realizar conmutaciones de carga o al liberarse fallas en el sistema, los SEP presentan oscilaciones de potencia, las cuales se caracterizan por poseer lentas variaciones de amplitud a frecuencias menores de la fundamental. Estas variaciones pueden ser un indicio de la pérdida de estabilidad y riesgos de colapso en el sistema.

La magnitud de la oscilación depende de las condiciones iniciales del sistema al momento de liberarse el fenómeno transitorio. Dicha magnitud, puede tomar valores no nominales antes de que el estado estable sea alcanzado de nuevo por el sistema, periodo en el cual los relevadores o equipos de medición fasorial presentan cierta dificultad para distinguir entre una falla y una oscilación. Esto se debe a que los algoritmos de medición fasorial tradicionales asumen amplitud y fase constante durante todo el intervalo de observación,^{1,2} lo que implica una fuerte restricción para el control y monitoreo efectivo del SEP bajo condiciones transitorias.

Por lo anterior, es necesario contar con nuevos algoritmos de estimación fasorial que distingan de manera segura y efectiva entre una falla y una oscilación, ya que esto podría ser la causa de los apagones ocurridos en los últimos años.

En este artículo, publicado en,³ se propone un algoritmo que asume las variaciones de amplitud y fase como funciones de tiempo para pequeños intervalos de observación. Esto se logra aproximando la función de la envolvente compleja por medio del polinomio de Taylor de segundo orden. El polinomio está formado por un término constante que corresponde a la amplitud y fase tradicionales, a éste se le agregan dos primeros términos de primer y segundo orden, los cuales nos indican la velocidad y la aceleración con la que cambia el fasor dinámico.⁴ Estos dos nuevos elementos nos proporcionan información muy importante acerca de la dinámica de los sistema eléctricos de potencia, la cual es crucial para poseer un mejor control y monitoreo efectivo de los SEP bajo condiciones transitorias.

Se presenta en este trabajo el modelo de la señal por medio de un modelo autorregresivo de promedio móvil (ARMA), y al identificar cada uno de sus parámetros por pequeños intervalos de tiempo nos conduce al nuevo método de estimación fasorial. Los coeficientes del modelo autorregresivo (AR) dependen solamente de la frecuencia nominal del sistema, y únicamente los mejores parámetros del modelo de promedio móvil (MA) son estimados haciendo uso de la metodología de Shanks, estos coeficientes nos aportan la información fasorial correspondiente de las señales del SEP.

Al realizar la demodulación del modelo ARMA correspondiente a la señal estimada, por medio de la expansión en fracciones parciales, se obtienen cada uno de los elementos que constituyen al vector de estado fasorial, la solución de la metodología es muy sencilla ya que se conocen los coeficientes del modelo AR, donde estos son constantes y la matriz de Gram requiere ser invertida solamente una vez. Esta técnica de estimación fasorial puede ser vista como un filtro pasa banda alrededor de la frecuencia fundamental del sistema, la cual captura el espectro de la oscilación, así como las dos derivadas de la fase y la amplitud.

Una vez expuestas las ideas concernientes al fasor dinámico en,⁴ surgió gran interés en aplicar las técnicas tradicionales de predicción lineal, las cuales hacen uso del principio de mínimos cuadrados. Se escogió la metodología de Shanks por ser la más adecuada, aunque se llegó a la conclusión de que el modelo ARMA está limitado, por ser estrictamente causal y por lo tanto genera un subespacio base incapaz e insuficiente de cubrir la simetría de los polinomios de Taylor. Sin embargo, el modelo ARMA es capaz de ajustar polinomios de Taylor a la derecha del intervalo de observación tal y como se muestra más adelante.

En las siguientes secciones se describe la formulación del modelo pasa banda de estimación fasorial haciendo uso de la metodología de Shanks. Enseguida se muestran las respuestas en frecuencia de los filtros de estimación para diferentes longitudes de ventana de interpolación, así como el análisis de la sensibilidad que presenta el modelo ante la presencia de ruido. Por último, se presentan varias simulaciones y resultados experimentales del modelo, concluyéndose que la metodología propuesta no solamente es útil para la estimación fasorial, sino que también es capaz de discriminar entre una falla y una oscilación de potencia por medio de la nueva información concerniente a la velocidad y la aceleración del fasor dinámico.

MODELO DE LA OSCILACIÓN

Hoy en día, las técnicas de estimación fasorial tradicionales mostradas por (1) asumen una señal de amplitud y fase constante durante el intervalo de observación, como la siguiente:

$$s(t) = a_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad 0 \le t \le T.$$
(1)

El modelo en (1) no abarca las variaciones dinámicas propias de una oscilación de potencia, lo cual constituye una severa restricción para el control y monitoreo efectivo de los sistemas eléctricos de potencia. En este artículo se propone un modelo pasa banda de estimación fasorial asumiendo que la amplitud y la fase son funciones del tiempo, tal y como se muestra a continuación:

$$s(t) = a(t)\cos(\omega_0 t + \varphi(t)), \quad 0 \le t \le T.$$
(2)

Reescribiendo (2) en función de exponenciales complejas se obtiene:

$$s(t) = \frac{1}{2} \left[P(t) e^{j\omega_0 t} + P^*(t) e^{-j\omega_0 t} \right] \quad 0 \le t \le T$$
(3)

donde $P(t)=a(t)e^{i\varphi(t)}$ es el fasor dinámico de la señal. En telecomunicaciones a este elemento se le conoce como la envolvente compleja de una señal pasa banda s(t).⁵ Esta función del tiempo compleja es fundamental para el análisis de la dinámica de los sistemas eléctricos de potencia.

Es posible aproximar el fasor dinámico P(t) en pequeños intervalos de observación por medio de polinomios de Taylor de segundo orden, que sin pérdida de generalidad, estaría dada por:

$$P^{(2)}(t) = P_0^{(2)} + P_1^{(2)} \frac{t}{1!} + P_2^{(2)} \frac{t^2}{2!}, \quad 0 \le t \le T.$$
(4)

donde $P^{(2)}(t)$ es el polinomio, mientras que los t é r m i n o s $P_0 = P(0), P_1 = P'(0), P_2 = P''(0) \in C$, representan las distintas derivadas del fasor dinámico en el origen. Conforme se aumenta el orden del polinomio de Taylor se mejora la aproximación, pero los estimados con el de segundo orden nos ofrecen ya buenos resultados para nuestro propósito. El modelo pasa banda de segundo orden de estimación fasorial expresado en función de exponenciales complejas es entonces:

$$s^{(2)}(t) = \frac{1}{2} \left(P^{(2)}(t) e^{j\omega_0 t} + P^{(2)*}(t) e^{-j\omega_0 t} \right) \quad 0 \le t \le T$$
(5)
Al discretizar (5) se obtiene:

$$s^{(2)}(n) = \operatorname{Re} \left\{ \left(\rho_0^{(2)} + \rho_1^{(2)} n + \rho_2^{(2)} \frac{n^2}{2!} \right) e^{j\theta_0 n} \right\} \quad 0 \le n \le N - 1$$

(6)

donde para cada N₀ (muestras por periodo fundamental), $\theta_0 = \frac{2\pi}{N_0}$, $\rho_1^{(2)} = P_1^{(2)} \tau_y \rho_2^{(2)} = P_2^{(2)} \tau^2$, $\tau = T_0 / N_0$

Este modelo cuadrático de estimación fasorial puede considerarse como un filtro adaptivo para cada intervalo de observación, donde su función de transferencia se obtiene al realizar la transformada "z" de (6), generándose lo siguiente:

$$S^{(2)}(z) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\rho_0^{(2)}}{1 - e^{j\theta} \theta_z - 1} + \frac{(\rho_1^{(2)} - \rho_2^{(2)}/2)e^{j\theta} \theta_z - 1}{(1 - e^{j\theta} \theta_z - 1)^2} + \frac{\rho_2^{(2)}e^{j\theta} \theta_z - 1}{(1 - e^{j\theta} \theta_z - 1)^3} + \frac{\rho_2^{(2)*}}{1 - e^{-j\theta} \theta_z - 1} + \frac{(\rho_1^{(2)} - \rho_2^{(2)}/2)^* e^{-j\theta} \theta_z - 1}{(1 - e^{-j\theta} \theta_z - 1)^2} + \frac{\rho_2^{(2)*}e^{-j\theta} \theta_z - 1}{(1 - e^{-j\theta} \theta_z - 1)^3} \right)$$

$$(7)$$

Al simplificar (7) se obtiene una función racional de la forma:

$$S^{(2)}(z) = \frac{\sum_{k=0}^{q} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{p} a_k z^{-k}}$$
(8)

donde q=5 y p=6 para el modelo cuadrático.

La ecuación (8) se refiere a un modelo ARMA de sexto orden correspondiente al modelo de la señal pasa banda propuesta en (6). La función de transferencia en (8) posee tres pares de polos complejos conjugados, tres de estos polos están ubicados sobre $e^{i\theta_0}$ y los otros tres son el conjugado de éste. Es importante hacer notar que estos polos sólo están definidos para la frecuencia nominal del sistema θ_0 . Por otro lado los coeficientes b_{k} , k=0,...,qcorrespondientes al modelo MA nos proporcionan la información fasorial correspondiente a la señal pasa banda, tal y como se observa en la expansión en fracciones parciales en (7).

MÉTODO DE SHANKS

.. ^

Los mejores coeficientes $\{b_k\}_{k=0}^q$ en (8) se obtienen usando la metodología de Shanks,^{6,7} la cual hace uso del principio de mínimos cuadrados. El error de estimación se define como la diferencia entre el segmento de la señal $s_d(n)$ y la señal estimada $\hat{s}(n)$ correspondiente al modelo en (6).

$$e(n) = s_d(n) - \hat{s}(n)$$

= $s_d(n) - \sum_{k=0}^{q} b_k v(n-k), \quad n = 0, \dots, N-1$
(9)

donde $\{v(n)\}_{n=0}^{N-1}$ es la respuesta del filtro AR al aplicar pulsos unitarios $\delta(n)$ por periodos de *N*. Los mejores estimados de b_k se obtienen al aplicar el principio de ortogonalidad ($\mathbf{V} \perp \mathbf{e} : \mathbf{V}^H \mathbf{e} = 0$) y al resolver las ecuaciones normales:

$$\mathbf{V}^{H}\mathbf{V}\mathbf{b} = \mathbf{V}^{H}\mathbf{s}_{d} \tag{10}$$

donde V es una matriz de $N \times (q+1)$ cuyos vectores son versiones retrasadas de v(n) correspondientes a la respuesta del filtro AR al aplicarle un impulso unidad, tal y como se muestra en la siguiente ecuación, y en lo que se refiere al vector \hat{b} , éste contiene los mejores estimados de b_k que minimizan el error de estimación mostrado por (9).

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v(0) & 0 & \cdots & 0 \\ v(1) & v(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v(l+1) & v(l) & \cdots & v(0) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ v(N-1) & v(N-2) & \cdots & v(N-q-1) \end{bmatrix}$$
(11)

Si se analiza (10), observamos que $V^{H}V$ corresponde a la matriz de autocorrelación R_{vv} formada por la secuencia de datos v(n), y $V^{H}s_{d}$ representa la correlación cruzada $r_{h_{d}v}$ entre la secuencia de datos $s_{d}(n)$ y v(n), por lo tanto, la solución de los coeficientes \hat{b} puede escribirse como:

$$\mathbf{b} = \mathbf{R}_{vv}^{-1} \mathbf{r}_{h_d v} \tag{12}$$

Una vez obtenidos los mejores estimados de los coeficientes $\{b_k\}_{k=0}^q$, la función de transferencia de la señal estimada puede escribirse como:

$$\hat{S}^{(2)}(z) = \frac{\sum_{k=0}^{q} \hat{b}_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{p} a_k z^{-k}}$$
(13)

Si analizamos lo anterior, desde el punto de vista de álgebra vectorial, los elementos del modelo AR

representan un subespacio equivalente formado por las componentes del modelo de la señal: componente constante $e^{j\theta_0 n}$, componente lineal $ne^{j\theta_0 n}$ y componente cuadrático $n^2 e^{j\theta_0 n}$ $n \ge 0$. Es precisamente sobre este subespacio donde se proyecta la señal $s_d(n)$, generándose un modelo ARMA correspondiente a la señal estimada $\hat{s}(n)$, tal y como se muestra en la figura 1.



Fig. 1. Proyección de $s_d(n)$ sobre el subespacio Θ_0 .

Los mejores estimados de los coeficientes de Taylor $\hat{P}_i^{(2)} i = 0,1,2$ se obtienen realizando la expansión en fracciones parciales de (13) tal y como se realizó en (7), de esta manera se obtienen cada uno de los coeficientes de Taylor de (4). Esta solución corresponde a la mejor demodulación de la señal $s_d(n)$, por lo tanto, si dicha señal se encuentra dentro del subespacio Θ_0 la demodulación será exacta.

La información que nos proporciona cada uno de los coeficientes de la serie en (4) es primordial; el primero de ellos $\hat{P}_0^{(2)}$ nos proporciona una muestra del fasor dinámico, el segundo $\hat{P}_1^{(2)}$ su velocidad de cambio y por último $\hat{P}_2^{(2)}$ su aceleración. La relación que existe entre los coeficientes de Taylor y la amplitud y la fase se muestran a continuación:

$$\hat{a}(0) = 2 | \hat{P}_{0}^{(2)} |
\hat{\phi}(0) = \angle \hat{P}_{0}^{(2)} \\
\hat{a}'(0) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \hat{P}_{1}^{(2)} e^{-j\hat{\phi}(0)} \right\} \\
\hat{\phi}'(0) = \frac{2 \operatorname{Im} \left\{ \hat{P}_{1}^{(2)} e^{-j\hat{\phi}(0)} \right\}}{\hat{a}(0)} \\
\hat{a}''(0) = \hat{a}(0)\hat{\phi}'^{2}(0) + 2 \operatorname{Re} \left\{ \hat{P}_{2}^{(2)} e^{-j\hat{\phi}(0)} \right\} \\
\hat{\phi}''(0) = \frac{2 \operatorname{Im} \left\{ \hat{P}_{2}^{(2)} e^{-j\hat{\phi}(0)} \right\} - 2\hat{a}'(0)\hat{\phi}'(0)}{\hat{a}(0)} \tag{14}$$

Una vez establecida la relación que existe entre cada uno de los elementos de (14), nos es posible

realizar la reconstrucción de los polinomios de Taylor referentes a la amplitud y a la fase, las cuales se muestran a continuación:

$$\hat{a}^{(2)}(n) = \hat{a}(0) + \hat{a}'(0)\tau n + \frac{\hat{a}''(0)(\tau n)^2}{2!} 0 \le n \le N \quad (15)$$
$$\hat{\phi}^{(2)}(n) = \hat{\phi}(0) + \hat{\phi}'(0)\tau n + \frac{\hat{\phi}''(0)(\tau n)^2}{2!}$$

Es importante enfatizar que la primera derivada de la fase $\hat{\phi}(0)$ corresponde a las desviaciones de la frecuencia alrededor de la frecuencia nominal del sistema, y la segunda $\hat{\phi}''(0)$ representa el índice en el sistema. Esta medición es muy importante al presentarse intercambios de potencia o para estimaciones de estado. En la siguiente sección se analizarán las respuestas en frecuencia de los tres modelos (constante, lineal y cuadrático), considerando al modelo de estimación fasorial (6) como un proceso de filtrado.

RESPUESTA EN FRECUENCIA

La respuesta en frecuencia se obtiene excitando al modelo de estimación fasorial como una secuencia real de exponenciales complejas $s_d(n) = e^{j\theta n}, n = 0, ..., N-1$, sobre el intervalo de $-\pi \le \theta \le \pi$. Este análisis nos ayuda a explicar el comportamiento de las estimaciones ante variaciones de frecuencia o cuando otras componentes se hacen presentes en la señal $s_d(n)$. La figura 2 muestra la respuesta en magnitud del fasor $\hat{P}_0^{(0)}$ estimado con el modelo constante para las longitudes de ventana de $\frac{N}{N_0} = -\frac{1}{8}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, 1$ ciclo. Para las



Fig. 2. Respuesta en magnitud del estimado del fasor $\hat{P}_0^{(0)}$.

primeras dos longitudes de ventana existe una gran sensibilidad a la presencia de ruido, la cual decrece conforme se va aumentando la longitud de la ventana de estimación. Sin embargo, al aumentar la longitud de la ventana se hace presente la concavidad alrededor de la frecuencia nominal, indicando una infiltración del fasor de aceleración en los estimados fasoriales. La infiltración también se hace presente alrededor de la frecuencia fundamental negativa, pero ahora causada por la velocidad del fasor. Estos comportamientos representan severas complicaciones por parte del modelo constante para estimar de manera adecuada la dinámica de los SEP bajo condiciones transitorias. Esto explica porqué el subespacio generado por el modelo constante es incapaz de evitar infiltraciones de la primera y segunda derivada del fasor en el fasor estimado. El modelo lineal, ilustrado en la figura 3, conserva la ganancia unitaria alrededor de la frecuencia fundamental *u*=1 para todas las longitudes ventana, y una ganancia en u=-1.

El filtro presenta cierta sensibilidad a la presencia de ruido para longitudes de ventana menores a un ciclo, en longitudes mayores a un ciclo se obtiene una ganancia cóncava alrededor de $u=\pm 1$, lo cual indica nuevamente la infiltración de la aceleración del fasor en los estimados. Finalmente el modelo cuadrático impide la infiltración de la primera y la segunda derivada, obteniéndose de esta manera mejores estimados que los anteriores, formándose un filtro pasa banda alrededor de la frecuencia fundamental, tal y como se puede apreciar en la figura 4. Es



Fig. 3. Respuesta en magnitud del estimado del fasor $\hat{P}_{0}^{(1)}$.

importante hacer notar que se obtienen ganancias prácticamente planas alrededor de $u=\pm 1$ permitiendo la oscilación de potencia sin distorsión significativa de amplitud. Sin embargo, las ganancias planas no son del todo perfectas debido a que el modelo utilizado es estrictamente causal y antisimétrico. La obtención de mejores ganancias planas se discute en.⁴



Fig. 4. Respuesta en magnitud del estimado del fasor $\hat{P}_0^{(2)}$.

RECHAZO DE RUIDO

En esta sección se considera la infiltración de ruido en los estimados fasoriales. Los estimados del vector de estado fasorial se obtienen haciendo uso del principio de mínimos cuadrados según,⁸ para el siguiente modelo de señal más ruido mostrado a continuación:

$$\mathbf{s} = \mathbf{V}\mathbf{b} + \mathbf{n} \tag{16}$$

asumiendo que V es conocido, b es determinístico y n es un ruido con distribución normal $N[0, \sigma^2 I]$. Así que cada señal recibida proviene del subespacio formado por el modelo más un ruido. En este caso $\hat{\boldsymbol{b}}$ en (12) es un estimado imparcial de b y s está distribuida de la forma $N[Vb, \sigma^2 I]$.

Para un *b* dado, obtenemos un \hat{b} de (12) para una serie de corridas y con la ayuda de la expansión en fracciones parciales el vector de estado fasorial \hat{P} se consigue con la ayuda de (7). Entonces el error medio cuadrático se obtiene de la siguiente manera:

$$\mathbf{P} - \hat{\mathbf{P}} = \mathbf{E} \tag{17}$$

La figura 5 muestra el error medio cuadrático normalizado del vector de estado fasorial debido a la presencia de ruido blanco en la señal de entrada, usando el modelo cuadrático $E^{(2)}$ y modelo constante $E^{(0)}$, por intervalos de dos ciclos, cuando la relación de señal a ruido va de 0 a 80 dB. El error del fasor correspondiente al modelo cuadrático es 10 veces mayor que el error obtenido haciendo uso del modelo constante. Este factor se debe a un lóbulo principal más ancho en las respuestas en frecuencia del modelo cuadrático (véase figuras 4 y 2).



Fig. 5. Error medio cuadrático normalizado de los estimados con infiltración de ruido, usando el modelo constante $(E_0^{(0)})$ y cuadrático $(E^{(2)})$ con ventanas de dos ciclos.

SIMULACIONES

En esta sección se somete el modelo cuadrático de estimación fasorial (6) ante una señal real obtenida de una unidad de medición fasorial (PMU) instalada en una subestación del Sistema Interconectado Nacional de México, la cual fue muestreada a 48 muestras/ ciclo durante un segundo. Esta señal real mostrada en la figura 6 contiene un 5^{to} armónico (1.51%), además que presenta una oscilación.

La figura7 muestra la reconstrucción de la amplitud y la fase producidas con interpolaciones del modelo de segundo orden (6) por ventanas de 2 ciclos. Se observan pequeñas discontinuidades al final del intervalo en ambas gráficas, las cuales pueden ser mitigadas al aumentar el orden del modelo o al reducir



Fig. 6. Señal real y su representación en frecuencia.

la longitud de la ventana de interpolación; ambos casos provocarían que el modelo presentara cierta inestabilidad al aparecer señales con frecuencias diferentes a la fundamental. Por lo anterior, se propone realizar la estimación fasorial de manera instantánea, empleando nuevamente el modelo (6) por ventanas de 2 ciclos, pero ahora obteniendo los estimados en cada muestra (sin interpolar), tal y como se muestra en la figura 8.

Si se analiza la figura 8 se observa que las discontinuidades desaparecen, percibiéndose una estimación con mayor uniformidad en ambas gráficas.

Al analizar el comportamiento de cada una de las derivadas de la fase (figura 9), se observa en la



Fig. 7. Reconstrucción de la amplitud y fase de la señal con interpolación cada dos ciclos.



Fig. 8. Estimados instantáneos de la amplitud y la fase.

gráfica correspondiente a la frecuencia, un cambio de ± 4 Hz en la zona de falla, mientras que en la zona de postfalla se percibe una pequeña variación de ± 0.2 Hz alrededor de la frecuencia nominal.

La primera derivada de la fase $\varphi'(n)$ nos proporciona información importante acerca del comportamiento de la frecuencia durante los tres estados característicos de la señales de potencia: prefalla, falla y postfalla. La segunda derivada de la fase puede verse como un cambio que sufre la frecuencia con respecto al tiempo df/dt, donde este elemento juega un papel muy importante en la detección o estimación del desequilibrio de generación y carga, originado generalmente por el disparo de generadores, rechazo de carga, liberación de fallas, etc. Por lo tanto, tomando en cuenta la topología y condiciones iniciales del sistema, se podría establecer un umbral correspondiente a la variación de $\varphi''(n)$, obteniéndose un indicador de la presencia de disturbios en el sistema.9

DISCUSIÓN

La técnica propuesta en este artículo presenta varias fuentes de error: a) por aproximación con series de Taylor, b) por mínimos cuadrados y c) el generado por la expansión en fracciones parciales al utilizar el algoritmo residuez de MATLAB.

En el primer caso, el error de Taylor se acentúa por el hecho de que la metodología de Shanks está basada en un modelo de señal tipo ARMA, el cual es asimétrico en el tiempo. Por lo tanto, la aproximación



Fig. 9. Estimados de la frecuencia y sus derivadas.

de Taylor es calculada solamente hacia la derecha del intervalo.

Con respecto al error por mínimos cuadrados, se puede decir que es el error más importante de los tres y se hace presente cuando el segmento de la señal propuesta no se ajusta al modelo ARMA.

En cuanto a los errores debidos a la expansión en fracciones parciales, estos pueden considerarse importantes ya que se tiene una función de transferencia con tres pares de polos complejos conjugados. Actualmente, se está trabajando en encontrar un procedimiento alternativo para resolver los errores de la expansión, ya que el algoritmo de MATLAB nos arroja errores del orden de 10⁻³. Otra área de investigación consiste en diseñar un nuevo modelo simétrico de señal.

Finalmente se muestran las limitaciones que presentan las metodologías tradicionales de mínimos cuadrados, basados en modelos de señal tipo ARMA ampliamente usados en procesamientos de señales. A pesar de que se tienen tres fuentes de error, la técnica presentada en este artículo nos proporciona buenos estimados fasoriales para las aplicaciones ya mencionadas.

Las limitaciones señaladas anteriormente se atribuyen en la literatura al método de Shanks. La contribución de este trabajo consiste en haberlas adjudicado a la asimetría temporal del modelo ARMA empleado en dicho método, que en realidad no es sino la aplicación de mínimos cuadrados a una señal con ese particular modelo. Una de las ventajas de este método es que es bastante conocido, tanto como la expansión en fracciones parciales. Pero sus desventajas son tanto la asimetría obtenida en las respuestas en frecuencia, alrededor de la frecuencia fundamental; como la dificultad algorítmica de encontrar con suficiente exactitud los fasores y sus derivadas, a través de la expansión en fracciones parciales de un polinomio racional.

CONCLUSIONES

Se propuso un modelo de señal tipo ARMA para la estimación del fasor dinámico de las señales de potencia. Los coeficientes del modelo son estimados con la ayuda de la metodología de Shanks, y las estimaciones fasoriales se obtienen con la ayuda de la expansión en fracciones parciales de la función de transferencia del modelo, siendo los estimados de Shanks útiles para ciertas aplicaciones, tales como la discriminación entre una falla y una oscilación de potencia. La principal limitación del modelo ARMA es su simetría en tiempo, la cual permite aproximar la señal solamente en la parte derecha del intervalo de Taylor. También se presentan los errores generados al utilizar el algoritmo de expansión en fracciones parciales. Por lo tanto es necesario realizar una investigación para resolver estos problemas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo recibido de la Universidad Autónoma de Nuevo León bajo el proyecto PAICYT CA-1241-06 y a PROLEC GE por el apoyo brindado para la realización de esta investigación.

REFERENCIAS

- 1. L. Wang, "Frequency responses of phasor-based microprocessor relaying algorithms," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 14, no. 1, pp. 98-109, Jan, 1999.
- 2. A. G. Phadke and J. S. Thorp, Computer Relaying for Power Systems, John Wiley and Sons, 1988.
- A. Torres, J.A. de la O, "Shanks Method for Dyanamic Phasor Estimation," IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 57, No. 4, April 2008, pp-

813-819.

- A. de la O, "Dynamic phasor estimates for power system oscillations and transient detection," IEEE PES General Meeting, Jun. 2006 Montreal, Canada, in Press IEEE Trans. Instrum. Meas.
- 5. L. W. Couch II, Digital Analog Communication Systems, 5th ed. New York: Prentice Hall, 1997, ch. 4, p. 228.
- J. G. Proakis and G. Manolakis, Digital Signal Processing, 3rd ed. New York: Prentice Hall, 1996, ch. 8, pp. 709-710.
- J. G. Proakis and C. M. Rader, Algorithms for Statistical Signal Processing, 1st ed. New Jersey: Prentice Hall, 2001, ch. 4, pp. 177-217.
- A. J. Thorpe and L. L. Scharf, "Data adaptive rank-shaping methods for solving least squares problems," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, no. 7, pp. 1591-1601, July 1995.
- 9. J. Zuo, Z. Zhong, R. M. Gardner, H. Zhang, and Y. Liu, "Off-line event filter for the wide area frequency measurements," IEEE PES General Meeting, June 2006 Montreal, Canada.

