

Distribución de modos transversales e híbridos en la dirección de propagación en una fibra óptica

Vidal Alfredo Trejo Rocha, Maripaz Moreno Díaz,
Norma Patricia Puente Ramírez

Posgrado en Ingeniería Eléctrica, FIME-UANL
vidal.trejorc@gmail.com

RESUMEN

Las fibras ópticas son utilizadas en las telecomunicaciones como un medio de transmisión de información, en los últimos años se han investigado nuevos métodos para aprovechar los modos electromagnéticos en fibras ópticas multimodo, como una opción para mejorar los sistemas de comunicaciones basados en fibra óptica. Con el fin de mejorar la comprensión de los modos electromagnéticos, este trabajo expone los principios de propagación y distribución de modos transversales e híbridos en fibras ópticas con perfil de índice escalonado. Se presenta el proceso de solución directa de la ecuación característica de la fibra óptica. Por medio de un programa computacional realizado en MATLAB, se soluciona un caso particular en el cual es excitado al menos un modo transversal eléctrico (TE), transversal magnético (TM), e híbridos (EH) y (HE). En los resultados se presentan los perfiles de campo electromagnético de dichos modos y se discute sobre los parámetros que rigen las características de los perfiles de campo electromagnético.

PALABRAS CLAVE

Fibra Óptica perfil de índice escalonado, Análisis Modal, Ecuación Característica, Modos Híbridos.

ABSTRACT

Optical fibers are used in telecommunications as a medium to transmit information, recently have been studied new methods to exploit the electromagnetic modes in multimode optical fibers as an option to improve communication systems based on optical fiber. To achieve a better understanding of the electromagnetic modes, this work exposes principles of the propagation and distribution of transversal and hybrid modes propagating through step-index fibers. For that, it is presented the process of direct solution of the optical fiber characteristic equation. A MATLAB computer program gives solution to a particular case in which at least one of the transverse-electric (TE), transversal-magnetic (TM), and hybrid (HE) and (EH) modes are solved. In the results, we show the electromagnetic field profiles of these modes are presented and discussed the parameters witch impose the characteristics of the electromagnetic field.

KEYWORDS

Step-Index Optical Fiber, Modal Analysis, Characteristic Equation, Hybrid Modes.

INTRODUCCIÓN

Desde la aparición comercial en 1980 de la primera generación de sistemas de comunicación por luz guiada, la fibra óptica ha sido usada como un medio de transmisión de datos. A mediados de la misma década en la transición entre la primera y la segunda generación se optó por el uso de las fibras monomodo (SMF, *Single-Mode Fiber*) sobre las multimodo (MMF, *Multi-Mode Fiber*) con la motivación de superar la limitación en la velocidad de transmisión causada por dispersión modal presente en la fibra MMF.¹ Posteriormente, cambios en la frecuencia de operación y en los métodos de detección permitieron mayores incrementos en la capacidad de información y en las distancias máximas permisibles sin repetidores para los enlaces ópticos.

Actualmente, una nueva limitante impuesta por efectos no lineales presentes en la fibra óptica ha sido encontrada.^{2,3} Para superar esta nueva restricción y en la búsqueda de satisfacer la siempre creciente demanda de velocidades transmisión han sido investigados métodos para el aprovechamiento de los modos electromagnéticos disponibles en las fibras MMF.⁴ Entre algunas de estas propuestas se encuentran técnicas de diversidad basadas en la redundancia de información en cada modo excitado⁵ y esquemas de acceso múltiple por división de modos (MMD, *Mode Division Multiplexing*),^{6,7} en el que a través de un grupo de modos se transmite distinta información agregando un nuevo grado de libertad en el diseño de sistemas de comunicación basados en fibras ópticas MMF. Además, las velocidades de fase asociadas a cada modo ofrecen la concepción de una gama de dispositivos intrínsecos a la fibra óptica como compensadores de dispersión sintonizables, controladores de polarización, entre otros.⁸

Estas investigaciones abren la posibilidad de emplear los modos electromagnéticos en fibras MMF como una opción para mejorar los sistemas de comunicaciones basados en fibra óptica y en el diseño de otros dispositivos ópticos. Es por esto que, con el fin de una mejor comprensión de los modos electromagnéticos, se presentan en este trabajo

principios básicos de la propagación y distribución de campo de los modos transversales e híbridos que son soportados en las fibras ópticas con perfil de índice escalonado.

En este trabajo, se expone el proceso de solución directa de la ecuación característica de la fibra óptica. Posteriormente, por medio de un programa computacional realizado en MATLAB, se soluciona un caso particular en el cual es excitado al menos un modo transversal eléctrico (TE), transversal magnético (TM), e híbridos (HE) y (EH). Los resultados muestran los perfiles de campo electromagnético para estos modos en su componente en dirección de la propagación. Además, se destacan los parámetros que definen las características de los perfiles de campo electromagnético de los modos excitados, dichas características serán fáciles de apreciar en los gráficos obtenidos. También son expuestas aplicaciones recientes en fibras MMF y finalmente, se presentan las conclusiones.

Propagación de luz en fibras ópticas con perfil de índice escalonado

De manera más precisa, una fibra óptica es una guía de onda cilíndrica conformada por un núcleo de radio a con un índice de refracción n_1 , por donde la luz es guiada, y de un revestimiento de radio b con un índice de refracción n_2 ligeramente menor al del núcleo. En la figura 1 a) se ilustra la estructura de la fibra óptica. Cuando existe un cambio abrupto del índice de refracción en la frontera entre el núcleo y el revestimiento $r = a$, se dice que la fibra es de *perfil de índice escalonado*, lo cual es presentado en la figura 1 b).

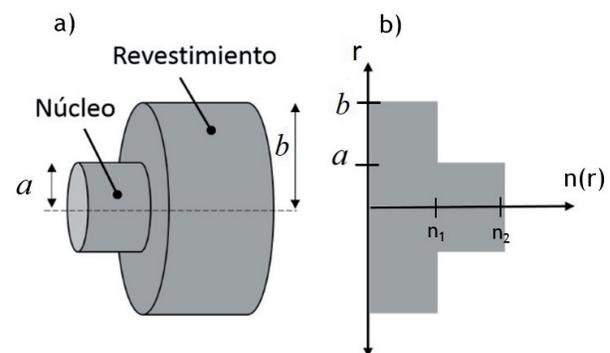


Fig. 1. a) Estructura de fibra óptica, b) Perfil de índice de refracción de fibra óptica de índice escalonado

El mecanismo de la propagación de la luz en fibras ópticas, se presenta a continuación bajo la perspectiva de dos técnicas de estudio:

1) Trazo de rayos: Se basa en la aproximación de las ondas de luz como ondas planas cuyas rutas pueden ser trazadas en forma de rayos.^{9,10} Esta técnica analiza el mecanismo básico de propagación de la luz en la fibra óptica por medio de la ley de Snell. Para ilustrar dicha ley, en la figura 2 se muestra la sección transversal de una fibra óptica con perfil de índice escalonado. Un rayo incide en la cara de la fibra óptica con un ángulo α_i y debido a la interacción del rayo en la interfaz fibra-aire, este es refractado con un ángulo α_r , al interior de la fibra óptica.

Cuando el rayo refractado llega a la frontera entre el núcleo y el revestimiento se pueden presentar los siguientes fenómenos:

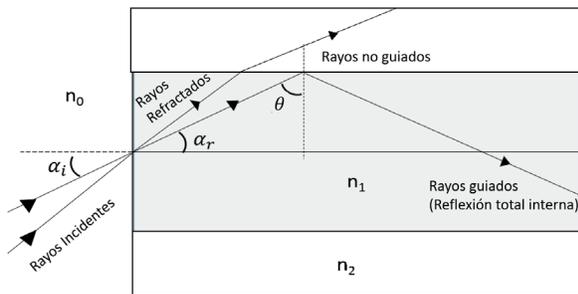


Fig. 2. Descripción del mecanismo de propagación de la luz en sección transversal de fibra óptica con perfil de índice escalonado por análisis de trazo de rayos.

- Si el ángulo complementario de incidencia θ cumple con la condición: $\text{sen } \theta \leq n_2/n_1$, el rayo es refractado al revestimiento.
- Los rayos que sean incididos con un ángulo θ en la frontera núcleo-revestimiento tal que $\text{sen } \theta \geq n_2/n_1$, presentarán reflexión total interna. Dichos rayos serán guiados en el núcleo de la fibra óptica.¹¹

2) Análisis modal: Se basa en el tratamiento de la luz como una onda electromagnética sujeta a satisfacer las ecuaciones de Maxwell, libres de fuentes y condiciones de frontera impuestas por el medio de propagación.^{9,10} Mediante el análisis modal, la onda electromagnética que es guiada por la fibra óptica puede ser representada como una superposición de ondas llamadas *modos o eigenfunciones*. Los modos son soluciones válidas al planteamiento de las ecuaciones de Maxwell y a las condiciones de frontera. Consisten en un conjunto

de ondas electromagnéticas viajeras de configuración sencilla que mantienen un patrón de onda estacionaria a lo largo de la dirección de propagación.¹²

Los modos pueden clasificarse por su campo eléctrico y magnético en la dirección de propagación E_z y H_z . Se identifica como modo *Transversal Eléctrico (TE)* a aquellos modos que preservan la condición de que la componente del campo eléctrico en el eje de propagación es cero i.e. $E_z=0$, mientras en los que la componente del campo magnético es cero i.e. $H_z=0$ son conocidos como modos *Transversal Magnético (TM)*. Por otro lado los modos en los que se presentan componentes axiales tanto de campo eléctrico como magnéticos i.e. $E_z \neq 0$ y $H_z \neq 0$ son conocidos como *modos híbridos*.¹³ Se designa como *modo híbrido EH* en los que la contribución del campo eléctrico es mayor al del magnético e *híbrido HE* en caso contrario.¹⁴

Considerando la naturaleza de onda electromagnética de la luz, un estudio más detallado de sus mecanismos de propagación en la fibra óptica involucra el planteamiento de las ecuaciones de Maxwell.

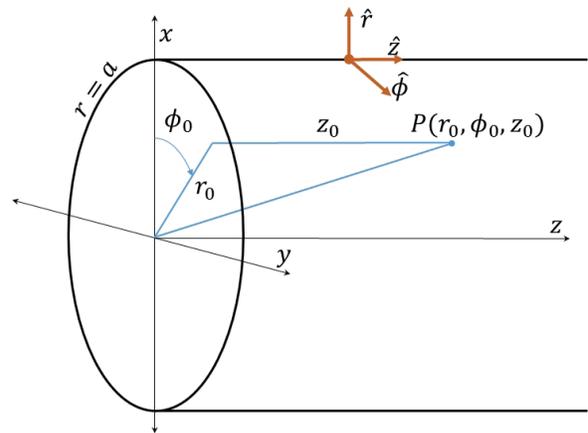


Fig. 3. Fibra óptica en sistema de coordenadas cilíndricas. Línea azul: Posición de un punto arbitrario P con coordenadas r_0, ϕ_0, z_0 . Línea naranja: dirección de los vectores unitarios $\hat{r}, \hat{\phi}, \hat{z}$ en la interfaz Núcleo-Revestimiento.

Solución de la ecuación de onda en coordenadas cilíndricas

Una condición necesaria para que los campos E y H satisfagan las ecuaciones de Maxwell es que cada una de sus componentes satisfaga la ecuación de onda y equivalentemente a la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 E + (nk)^2 E = 0. \tag{1}$$

Tomando en cuenta la geometría de la fibra óptica, se selecciona el sistema de coordenadas cilíndricas orientando el eje z a lo largo del eje de la fibra óptica, como se muestra en la figura 3. Entonces, la ecuación 1 se expresa con coordenadas (r, ϕ, z) en la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} & \left(\nabla^2 E_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_\phi}{\partial \phi} - \frac{E_r}{r^2} + (nk)^2 E_r \right) \hat{r} \\ & + \left(\nabla^2 E_\phi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} - \frac{E_\phi}{r^2} + (nk)^2 E_\phi \right) \hat{\phi} \\ & + (\nabla^2 E_z + (nk)^2 E_z) \hat{z} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

donde n es el índice de refracción del medio de propagación, $k=2\pi/\lambda$ el número de onda y λ la longitud de onda del campo incidente. Debido a que la componente \hat{z} en la ecuación 2, contiene únicamente términos en E_z , se procede a solucionar la ecuación para esta componente. Un procedimiento similar se sigue con el campo H y sus componentes. Con las expresiones para E_z y H_z , los términos E_r , E_ϕ , H_r , H_ϕ , pueden ser obtenidos utilizando las siguientes ecuaciones de Maxwell, las cuales se refieren a la ley de Faraday y Ley de Ampere-Maxwell asumiendo una dependencia temporal $e^{j\omega t}$.¹⁵

$$\nabla \times H = -j\omega \epsilon E, \quad (3)$$

$$\nabla \times E = -j\omega \mu H. \quad (4)$$

Las soluciones de la ecuación 2 para la componente E_z y H_z son expuestas en la tabla I.

Tabla I. Perfiles de campo E_z , H_z para núcleo y revestimiento en $z = 0$.¹⁵

Núcleo	Revestimiento
$\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A J_m(pr) \cos m\phi \\ B J_m(pr) \sin m\phi \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C K_m(qr) \cos m\phi \\ D K_m(qr) \sin m\phi \end{bmatrix}$

$J_m(r)$ y $K_m(r)$ son las funciones de Bessel de primera clase y modificada de segunda clase del orden m respectivamente, A, B, C, D constantes por ser determinadas y m un número entero. También se tiene que:

$$p^2 = (n_1 k)^2 - \beta^2, \quad (5)$$

$$-q^2 = (n_2 k)^2 - \beta^2, \quad (6)$$

$$V = ka \sqrt{n_1^2 - n_2^2}, \quad (7)$$

donde β es la constante de fase y el parámetro V es conocido como frecuencia normalizada. Se debe recalcar la dependencia y periodicidad angular que define el índice m en los perfiles de campo de la tabla I.

Es de especial interés analizar la frontera entre las regiones de núcleo y revestimiento, para ello se designan los siguientes parámetros, donde a es el radio del núcleo de la fibra:

$$P=pa, \quad (8)$$

$$Q=qa, \quad (9)$$

además se expone su dependencia con el parámetro de frecuencia normalizada en la siguiente expresión:

$$V^2=P^2+Q^2. \quad (10)$$

Condiciones de frontera y función característica

Las condiciones de frontera para la interface entre dos materiales dieléctricos distintos establece que las componentes tangenciales a la interface, es decir E_z , E_ϕ , H_z , H_ϕ , deben de ser continuas. Aplicando la condición de continuidad a las componentes en dirección a z de las expresiones en tabla I, se tiene que:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \frac{K_m(Q)}{J_m(P)}. \quad (11)$$

Al aplicar la misma condición a las componentes en ϕ resultan un conjunto de ecuaciones, para las cuales se obtienen soluciones no triviales para A, B, C y D únicamente si se satisface la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{Q} \frac{J'_v(P)}{J_v(P)} + \frac{1}{Q} \frac{K'_v(Q)}{K_v(Q)} \right) \left(\frac{J'_v(P)}{P J_v(P)} + \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \frac{K'_v(Q)}{Q K_v(Q)} \right) \\ & = \left[\frac{\beta m}{n_1 k} \left(\frac{1}{P^2} + \frac{1}{Q^2} \right) \right]^2. \end{aligned} \quad (12)$$

La ecuación 12 es conocida como la *ecuación característica de la fibra óptica de índice escalonado*.¹⁵ Solo los pares de valores (P, Q) que satisfacen la ecuación característica cumplen simultáneamente con las ecuaciones de Maxwell y con las condiciones de frontera entre el núcleo y revestimiento, por lo tanto, dichos pares (P, Q) están asociados a un modo electromagnético.

Después de una serie de simplificaciones a la ecuación 12, las soluciones pueden ser separadas en un conjunto de 4 ecuaciones características, mostradas en la tabla II, asociadas a los modos TE, TM, EH y EH. Las ecuaciones de los modos transversales resultan de la condición cuando $m=0$ y las de los híbridos, de propiedades de recursividad de las derivadas de las funciones de Bessel y la suposición de que el factor $\beta \approx n_1 k$, llamada *condición de guiado débil*.¹⁶

Tabla II. Ecuación característica para los modos Transversales [TM, TE] e híbridos [HE, EH].

$TE_{0,n}$	$TM_{0,n}$
$\frac{J_1(P)}{PJ_0(P)} + \frac{K_1(Q)}{QK_0(Q)} = 0.$	$\frac{J_1(P)}{PJ_0(P)} + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \frac{K_1(Q)}{QK_0(Q)} = 0$
$HE_{m,n}$	$TE_{m,n}$
$\frac{J_{m-1}(P)}{PJ_{m-1}(P)} - \frac{K_{m-1}(Q)}{QK_{m-1}(Q)} = 0$	$\frac{J_{m+1}(Ka)}{PJ_m(Ka)} + \frac{K_{m+1}(Q)}{QK_m(Q)} = 0.$

El término a la izquierda de la igualdad de cada ecuación de la tabla II puede ser visto, para los modos transversales, como una función de 2 variables (P , Q) y para los modos híbridos, como una secuencia de funciones indexadas con m evaluadas también con el mismo par de variables. Visto de esta manera, la solución del modo son las coordenadas (P , Q) de los cruces por cero para dichas funciones.

Intervalos de solución de la ecuación característica

Un análisis de las ecuaciones características es realizado observando su comportamiento cuando $Q=0$ y $Q=\infty$. El significado físico de que Q se aproxime a cero, es que la luz ya no es guiada en el núcleo y por lo tanto, el campo ya no decae a medida que se aleja del centro del núcleo. Esto se debe a los valores que toma la función de Bessel modificada de segunda clase y cómo este valor afecta a las ecuaciones de la tabla I. Por otro lado, cuando Q se aproxima a ∞ ya no se presenta propagación por el revestimiento, y se tiene que la mayor parte de la luz es guiada por el núcleo.

En ambos casos se requiere que el parámetro P tome un valor de un conjunto de posibles valores para satisfacer la igualdad impuesta por las ecuaciones características. Tales valores para P definen un conjunto de intervalos disjuntos donde la solución de la ecuación característica existe. Lo valores P resultado de la condición en la que Q se aproxima a 0 son el inicio de los intervalos, mientras que los valores P cuando Q se aproxima a infinito definen el final de cada intervalo. En la tabla III se muestran los intervalos de solución para cada modo.

Metodología

Se examinó el caso en el que por lo menos un modo híbrido $HE_{m,n}$ y $EH_{m,n}$ es excitado. Para ello, se propuso una fibra óptica con un radio del núcleo

Tabla III. Intervalos de solución de las ecuaciones características.¹⁵

	Tipo de modo		
	$TE_{0,n}, TM_{0,n}$	$HE_{m,n}$	$EH_{m,n}$
Inicio de intervalo $Q \rightarrow 0$	$J_0(P)=0$	$m=1, J_0(P)=0$ incluyendo $P=0$ $m \geq 2, J_{m-2}(P)=0$ Excepto $P=0$	$J_m(P)=0$ Excepto $P=0$
Fin de intervalo $Q \rightarrow \infty$	$J_1(P)=0$	$J_{m-1}(P)=0$	$J_{m+1}(P)=0$

$a=9 \mu\text{m}$ e índices de refracción $n_1=1.45, n_2=1.4442$. Así mismo, se supuso una fuente emisora de luz con longitud de onda de operación de $\lambda=1.5 \mu\text{m}$. La selección fue realizada para producir una frecuencia normalizada de $V=4.8843$, cuya relación con los parámetros usados está dada por la ec. 5, y la cual excita los modos transversales: $TE_{0,1}, TM_{0,1}$ e híbridos: $HE_{1,1}, HE_{1,2}, HE_{2,1}, HE_{3,1}, EH_{1,1}$. En la figura 4, se ilustra la cantidad y tipos de modos excitados para una frecuencia normalizada dada.

Posteriormente, se obtuvieron los valores (P , Q) que cumplen con la ecuación 10 y que además son soluciones para cada una de las ecuaciones características de la tabla II. Se utilizaron los intervalos de solución mostrados en la tabla III para la búsqueda de las raíces de las ecuaciones características y con fin de evitar los valores en los cuales las mismas se indefinen.

Las constantes A, B de las amplitudes modales de E_z y H_z en la región del núcleo son supuestas unitarias. Por otro lado, las amplitudes del revestimiento C, D son evaluadas con la ecuación 11 y con la información de la solución (P, Q) del modo analizado. Finalmente, a partir de las expresiones en la tabla I los perfiles de campo eléctrico y magnético son obtenidos.

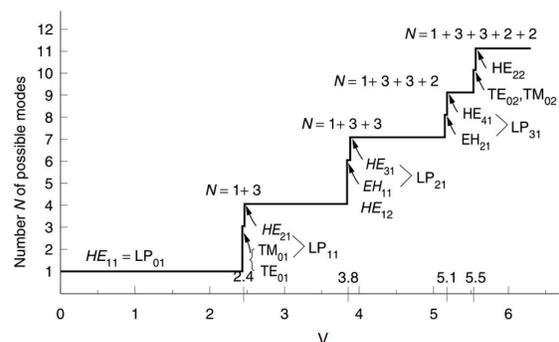


Fig. 4. Número de modos posibles en una fibra óptica de índice escalonado como función del parámetro de frecuencia normalizada V .¹⁵

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la figura 5 se presenta: 1) La evaluación del lado izquierdo de las ecuaciones características de la tabla II para los modos híbridos $HE_{m=1,n}$ y $HE_{m=2,n}$ en un rango de valores (P, Q) , 2) la evaluación para un conjunto de valores que pertenecen a los círculos definidos por $V=4.8843$, la frecuencia normalizada de la fibra óptica propuesta, y un parámetro $V=9$

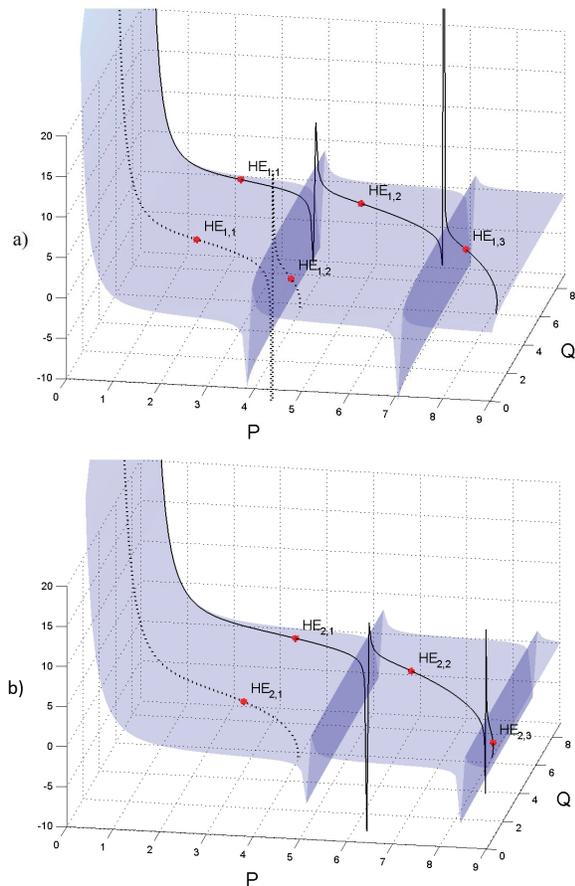


Fig. 5. Función característica para los modos a) $HE_{1,n}$ y b) $HE_{2,n}$. Línea punteada: $V=4.8843$; Línea sólida: $V=9$; y puntos: raíces de la función para V constante.

de referencia y 3) las soluciones de las ecuaciones características para los modos y parámetros V ya mencionados. De las gráficas se observa primero que las soluciones se encuentran confinadas en intervalos en el eje P limitados por valores en los que la función es indefinida, reflejando los resultados de la tabla III. Estos valores corresponden con las raíces de la función Bessel $J_m(r)$ en el denominador del primer término de las ecuaciones características de ambos modos. Así, la designación n del modo corresponde con la solución producida en el n -ésimo intervalo.

Luego, es evidente que un incremento en el parámetro V puede generar más soluciones y por tanto excitar más modos. Se observa también, que con el incremento del índice m las discontinuidades y las soluciones se desplazan a valores P mayores. Una consecuencia de esta última observación, es que siempre habrá una menor cantidad de soluciones para los modos híbridos con índices m mayores. Estos resultados pueden ser observados con la figura 4 y con los intervalos de inicio en la tabla III.

Los perfiles de campo electromagnético en la dirección de propagación de todos los modos excitados en la fibra óptica propuesta para la longitud de onda seleccionada son ilustrados en la figura 6. Una característica común a todos los perfiles, es su decaimiento exponencial para valores de r mayores al radio del núcleo a . Esta caída debe ser lo suficientemente grande para considerar que no existe alguna interacción con el límite de la fibra óptica.

Por otro lado, es visible que la amplitud máxima del perfil no es la misma para todos los modos. En un modo con índice m , este valor de amplitud corresponde al máximo de la función Bessel de primera clase $J_m(r)$. Dado que los máximos de la función $J_m(r)$ son decrecientes con el incremento de m , el máximo del perfil de campo también decae con el aumento del índice m .

Los modos transversales, mostrados en la figura 6 a-b), son radialmente simétricos y no tienen dependencia angular. Los campos E_z del modo $TE_{0,n}$ H_z del modo $TM_{0,1}$ no han sido incluidos dado que por definición son nulos. A diferencia de los modos híbridos en la figura 6 c-g), en los modos transversales gran parte de la intensidad de los campos está concentrada en el interior del núcleo.

En los modos híbridos, figura 6 c - g), se observa que los campos eléctricos y magnéticos son similares y solo difieren por un giro de 90° . Los modos $HE_{1,1}$ y $HE_{1,2}$, presentados en las figuras 6 c-d) difieren solo por una oscilación con el incremento de la distancia radial que luego es amortiguada en la región del revestimiento. Los modos $HE_{1,1}$, $HE_{2,1}$ y $HE_{3,1}$ se diferencian por el número de oscilaciones con el incremento angular, siendo m el número de oscilaciones completas. Estas observaciones resaltan la dependencia radial con el orden n y angular con m de los perfiles de campo de todos los modos.

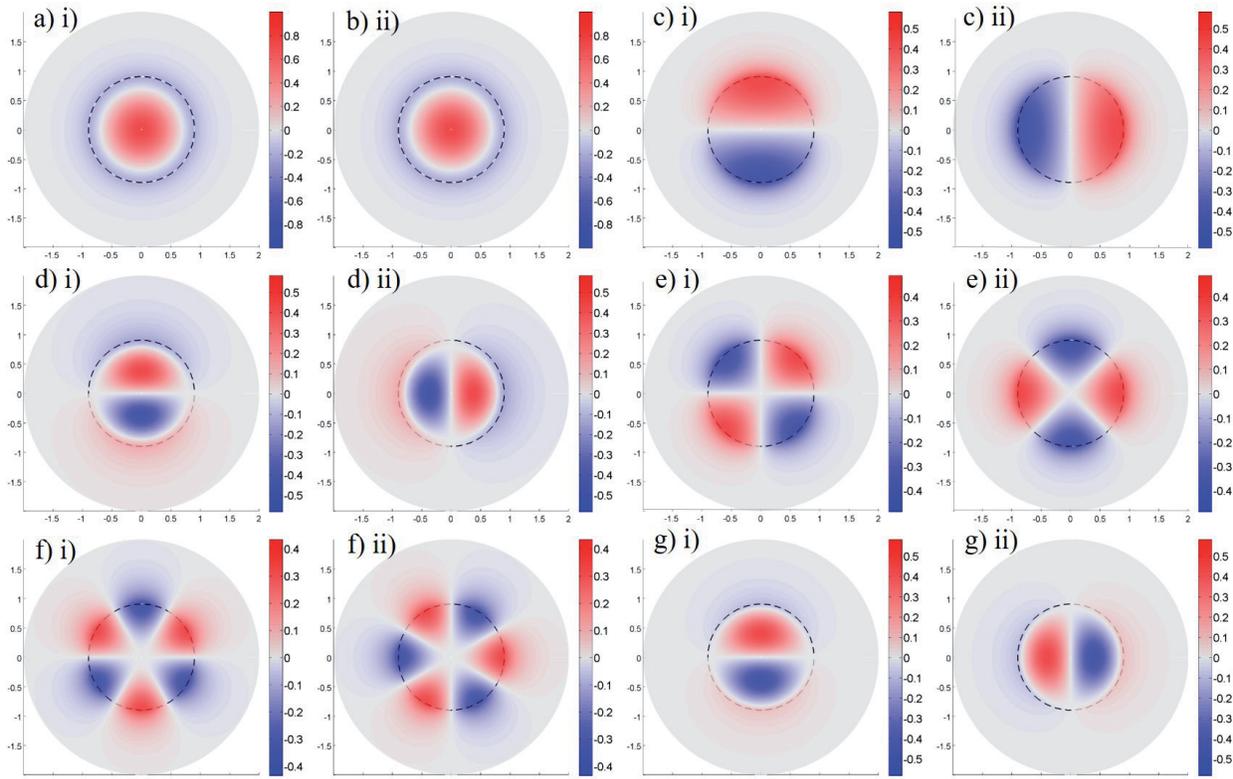


Fig. 6. Perfiles de campo i) E_z y ii) H_z en $z=0$ para modos transversales: a) $TM_{0,1}$, b) $TE_{0,1}$. Híbridos: c) $HE_{1,1}$, d) $HE_{1,2}$, e) $HE_{2,1}$, f) $HE_{3,1}$ y g) $EH_{1,1}$. Línea punteada: radio del núcleo a .

Aplicaciones y perspectivas

Gracias su distribución espacial de potencia, los modos de alto orden ($m>0$, $n>0$) han sido usados en aplicaciones con láseres de alta potencia de pulsos ultra cortos.¹⁷ Además se ha probado su alta estabilidad bajo influencia de las interacciones no lineales en la fibra óptica.¹⁸

Se ha demostrado la posibilidad de la realización del proceso de translación frecuencial por medio del mezclado no lineal de modos debido a no linealidades inducidas en la fibra óptica.^{19,20}

Como fue mostrado en la derivación de la ecuación característica, la composición modal es producto de las condiciones de frontera. Esta dependencia hace al contenido modal sensible a perturbaciones en la geometría de la fibra óptica que pueden ser provocados por esfuerzos mecánicos. Bajo este principio han sido propuestos sensores de flexión y deformación,^{21,22,23} además de sensores biomédicos no invasivos para el monitoreo de la frecuencia cardiaca y respiratoria.²⁴

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se discutieron los conceptos básicos para la comprensión de la propagación de ondas electromagnéticas en la fibra óptica de índice escalonado. Fue dada una introducción al concepto de modo electromagnético.

Se realizó un programa computacional basado en el comportamiento de la ecuación característica de la fibra óptica para obtener sus modos excitados. Se demuestra la dependencia de la cantidad de modos soportados con el parámetro de frecuencia normalizada V y de manera particular se trabajó el caso de 7 modos excitados.

En los perfiles de campo eléctrico y magnético se observó la dependencia radial impuesta por el índice n y angular del índice m . Donde m define el número de líneas rectas con amplitud cero atravesando el centro del perfil y las soluciones P para cada índice n , un factor de compresión radial.²⁴

REFERENCIAS

1. G. P. Agrawal, *Fiber Optic Communication Systems*, 3 ed., New York: Wiley-Interscience, 2002.
2. D. J. Richardson, Filling the light pipe, *Science Applied Physics*, vol. 330, no. 6002, pp. 327-328, 2010.
3. R. Essiambre *et al.*, Capacity Limit of Optical Fiber Networks, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 28, no. 4, 2010.
4. R. Ryf *et al.*, 32-bit/s/Hz Spectral Efficiency WDM Transmission over 177-km Few-Mode Fiber, in *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2013*, OSA Technical Digest, (online), 2013.
5. H. R. Stuart, Dispersive Multiplexing in Multimode Optical Fiber, *Science*, vol. 289, no. 5477, pp. 281-283, 2000.
6. F. Bernd y H. Bülow, Mode Group Division Multiplexing in Graded-Index Multimode Fibers, *Bell Labs Technical Journal*, vol. 18, no. 3, p. 153-172, 2013.
7. G. S. Gordon, Feasibility Demonstration of a Mode-Division Multiplexed MIMO-Enabled Radio-Over-Fiber Distributed Antenna System, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, no. 20, 2014.
8. S. Ramachandran, Dispersion-Tailored Few-Mode Fibers: A Versatile Platform for In-Fiber Photonic Devices, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 23, no. 11, 2005.
9. A. W. Snyder, J. D. Love, *Optical Waveguide theory*, London: Chapman & Hall, 1983, pp. 205-211.
10. L. Felsen, Modes and beams in optical fibre waveguides, *Optical and Quantum Electronics*, vol. 9, no. 3, pp. 189-195, 1977.
11. M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, 7 ed., New York: Cambridge University Press, 1999.
12. G. Keisser, *Optical Fiber Communications*, New York: McGraw-Hill, 1991, pp. 23-45.
13. IRE Standards on Antennas and Waveguides: Definitions of Terms, 1953, *Proceedings of the IRE*, vol. 41, no. 12, pp. 1721-1728, 1953.
14. E. Snitzer, Cylindrical Dielectric Waveguide Modes, *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 51, no. 5, pp. 491-498, 1961.
15. I. Keigo, *Elements of Photonics*, vol. II, New York: Wiley Interscience, 2002, pp. 709-727.
16. D. Gloge, Weakly guiding fibers, *Appl. Opt.*, vol. 10, p. 2252-2258, 1971.
17. S. Ramachandran *et al.*, Ultra-large effective-area, higher-order mode fibers: a new strategy for high-power lasers, *Laser & Photonics Reviews*, vol. 2, no. 3, pp. 429-448, 2008.
18. S. Ramachandran *et al.*, Light propagation with ultralarge modal areas in optical fibers, *Optics Letters*, vol. 31, no. 12, 2006.
19. R. Essiambre *et al.*, Experimental Investigation of Inter-Modal Four Wave-Mixing in Few-Mode Fibers, *Photonics Technology Letters*, vol. 25, no. 6, 2013.
20. J. Demas *et al.*, Intermodal nonlinear mixing with Bessel beams in optical fiber, *Optics Letters*, vol. 2, no. 1, 2015.
21. A. Li *et al.*, Few-mode fiber based optical sensors, *Optics Express*, vol. 23, no. 2, 2015.
22. B. Nelsen *et al.*, Robust fiber optic flexure sensor exploiting mode coupling in few-mode fiber, in *Proc. SPIE 9525, Optical Measurement Systems for Industrial Inspection IX*, 95250F, Munich, Germany, 2015.
23. Y. Weng *et al.*, Single-end simultaneous temperature and strain sensing techniques based on Brillouin optical time domain reflectometry in few-mode fibers, *Optics Express*, vol. 23, no. 7, 2015.
24. J. Zhang, Few-Mode Fiber Based Sensor in Biomedical Application, in *Proc. SPIE 9480, Fiber Optic Sensors and Applications XII*, 94800O, Baltimore, Maryland, United States, 2015.