

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



“OPTIMIZACION GEOMETRICA CON ELEMENTO
FINITO BASADA EN ALGORITMOS DE
CRECIMIENTO BIOLOGICO”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA DE MATERIALES

PRESENTA:
FRANCISCO RAMIREZ CRUZ

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

DICIEMBRE DEL 2008

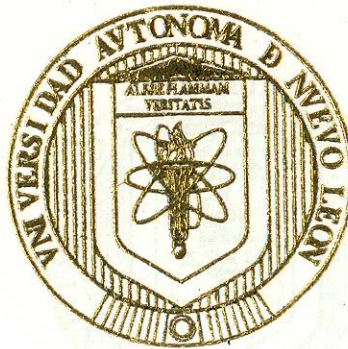


1080205228

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



"OPTIMIZACION GEOMETRICA CON ELEMENTO
FINITO BASADA EN ALGORITMOS DE
CRECIMIENTO BIOLOGICO"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA DE MATERIALES

PRESENTA:

FRANCISCO RAMIREZ CRUZ

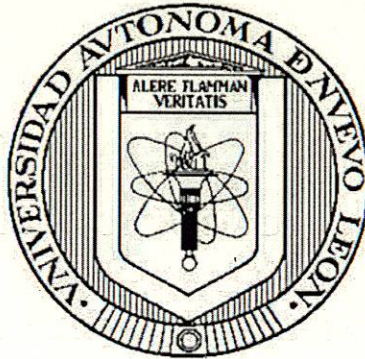
SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

DICIEMBRE DEL 2008

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



"OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA CON ELEMENTO FINITO BASADA
EN ALGORITMOS DE CRECIMIENTO BIOLÓGICO"

TESIS
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN
INGENIERÍA DE MATERIALES

PRESENTA
FRANCISCO RAMÍREZ CRUZ

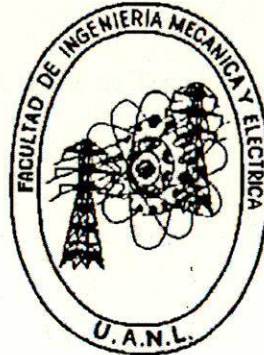
SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, N.L.

DICIEMBRE DEL 2008

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



"OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA CON ELEMENTO FINITO BASADA
EN ALGORITMOS DE CRECIMIENTO BIOLÓGICO"

TESIS
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN
INGENIERÍA DE MATERIALES

PRESENTA
FRANCISCO RAMÍREZ CRUZ


SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, N.L.

DICIEMBRE DEL 2008

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

Los miembros del Comité de Tesis solicitamos el apoyo necesario para que la Tesis "OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA CON ELEMENTO FINITO BASADA EN ALGORITMOS DE CRECIMIENTO BIOLÓGICO", realizada por el M.C. Francisco Ramírez Cruz como opción al grado de Doctor en Ingeniería de Materiales sea presentada el miércoles 10 de diciembre a las 17:00 en el auditorio Raúl Quintero.

El Comité de Tesis



Asesor
Prof. Dr. Guadalupe Alan
Castillo Rodríguez



Prof. Dr. Klaus Rall



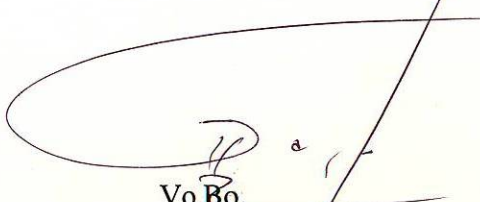
Prof. Dr. Vicente Parra Vega



Profra. Dra. Myriam Elías
Santos



Prof. Dr. Juan Muñoz
Saldaña



Vo.Bo.
Prof. Dr. Guadalupe Alan
Castillo Rodríguez

San Nicolás de los Garza, N.L. Octubre 30 del 2008

CON PROFUNDO AGRADECIMIENTO

A MI AMIGO

JOSÉ ANTONIO GONZÁLEZ TREVIÑO

A MI ESPOSA

NORMA ANGÉLICA DE LA GARZA ALANÍS

A MI PADRE

JAIME LADISLAO RAMÍREZ OCHOA

A MI MADRE

JULIA CRUZ NAVA

Prólogo

En nuestros días, el éxito de la mayoría de los productos está determinado por su funcionalidad. Sin embargo, los productos de uso doméstico son comercializados exitosamente si, y solo si, presentan propiedades estéticas, lo cual incluye no solamente la geometría, sino también otras características como son el color, el brillo y la sensación al tacto. En lo que refiere al diseño de máquinas, el estudio del diseño mecánico ha permitido al ser humano encontrar metodologías para fabricar componentes con las propiedades deseadas. La necesidad de encontrar partes que tengan mejor desempeño ha conducido no solamente a analizar acuciosamente los sistemas mecánicos, sino a desarrollar procesos de manufactura para nuevos materiales. El resultado de todo esto influye en la forma del componente.

La función está íntimamente ligada a la forma. Se puede decir que no hay forma sin función ni función sin forma: “tras la función viene la forma”. En la naturaleza, la parte contiene un significado funcional con respecto al todo; esto es, no existe un dilema forma-función. En la naturaleza forma y función son una misma cosa. No es así en el desarrollo tecnológico actual: la optimización de sistemas mecánicos comúnmente se entiende como el análisis del comportamiento (por ejemplo condiciones de operación, esfuerzos, desgaste, fallas) y de sus propiedades (materiales, condiciones superficiales). En donde a menudo no se rompe el paradigma de los cánones tradicionales del proceso de diseño: soluciones acotadas a costo, peso, volumen, tiempo, eficiencia, utilizando variables de decisión, funciones objetivo, parámetros y restricciones; lo cual influye dramáticamente en la solución.

Hoy existe una tendencia clara de uso de herramientas computacionales y algoritmos novedosos que ayudan indicando cual puede ser la solución de diseño para una construcción utilizando criterios en particular, como métodos discretos-continuos, lineales o no, estocásticos, etc. Las expectativas en el mediano plazo es que las formas de los componentes mecánicos sean determinadas por estos métodos de manera cuasi-automática, garantizando la funcionalidad deseada.

En México, las líneas de investigación y aplicación del conocimiento en diseño mecánico están desde hace algunas décadas firmemente consolidadas; no así las de los procesos de manufactura que prácticamente el único grado de interés que han conseguido ha sido la estandarización con los métodos de las potencias productivas extranjeras. La prioridad nacional hoy en día se centra en los procesos de manufactura que arrojen productos de alta calidad con costos mínimos.

La utilización de las formas de la naturaleza se encuentra en campos tan diversos como la medicina, la biología y la ingeniería de partes mecánicas entre otros. La presente investigación está enmarcada en las aplicaciones que, utilizando otras técnicas y procedimientos, han desarrollado investigadores en diversas partes del mundo.

El presente trabajo parte de la premisa que, si el diseño siguiera la más humilde de las formas de la naturaleza, nos brindaría formas adecuadas a nuestra propia esencia. Este estudio se centra en la mejora de la forma de elementos estructurales de máquinas, utilizando una técnica que, aunque no es nueva, presenta un área de oportunidad de aplicación debido a las crecientes capacidades de cálculo de los programas computacionales actuales.

La investigación se ha realizado cuidando los diferentes aspectos de la aplicación industrial. Presenta con claridad tanto el fundamento teórico y la metodología de aplicación así como los resultados de su implementación en la industria involucrada en este estudio. Las conclusiones no dejan lugar a dudas y enmarcan claramente la línea de investigación y desarrollo que investigadores de la FIME han procurado.

El autor es un joven científico que ha trabajado con diferentes grupos de investigadores desde sus estudios de licenciatura y más tarde en sus estudios de postgrado. El atractivo del trabajo que aquí presenta es que le da una perspectiva al proceso de diseño que en la naturaleza tiene millones de años de evolución y de existencia exitosa.

Francisco Eugenio López Guerrero
Diciembre 2008

Índice

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes.....	4
1.2. Justificación.....	5
1.3. Planteamiento de Tesis.....	6
1.4. Bosquejo de la Tesis.....	7
1.5. Resumen del Capítulo.....	10
2. Relaciones entre forma, carga, esfuerzo y deformación	11
2.1. Condiciones de diseño.....	11
2.2. Factor de seguridad.....	12
2.3. Esfuerzo en tres dimensiones.....	13
2.4. Teoría de la energía de distorsión (von Mises Hencky).....	18
2.5. Intensificación de esfuerzos.....	20
2.6. Factor de intensificación de esfuerzos.....	20
2.7. Resumen del Capítulo.....	27
3. Modelado de formas basado en la continuidad geométrica	28
3.1. Modelado geométrico.....	28
3.2. Curvas y superficies complejas.....	31
3.3. Continuidad geométrica.....	33
3.4. Resumen del Capítulo.....	34
4. El continuo elástico modelado con elementos finitos	35
4.1. El método del elemento finito.....	35
4.2. Construcción del modelo del elemento finito.....	38
4.3. Triángulo de deformación unitaria constante.....	39
4.4. Rigidez del elemento.....	45
4.5. Términos de fuerza.....	47
4.6. Resumen del Capítulo.....	53

5. El crecimiento biológico como criterio de optimización	54
5.1. El diseño en la naturaleza	54
5.2. El axioma de esfuerzos constantes	55
5.3. Tipos de optimización estructural	59
5.3.1. Optimización topológica	60
5.3.2. Optimización de la forma	60
5.4. Determinación del modelo matemático de crecimiento biológico utilizando árboles	62
5.4.1. Reconstrucción geométrica y análisis de esfuerzos en los troncos	63
5.4.2. Crecimiento natural	66
5.4.3. Crecimiento forzado	67
5.5. Implantación de los criterios de crecimiento biológico como algoritmos en un programa de cómputo de FEM	69
5.6. Resumen del Capítulo	73
6. Aplicaciones a elementos estructurales geoméricamente abstractos y sintetizados	74
6.1. Caso de estudio A: Transición tipo "T"	75
6.2. Caso de estudio B: Transición tipo brida	80
6.3. Caso de estudio C: Placa con perforación transversal	84
6.4. Caso de estudio D: Perforación elongada	88
6.5. Resumen del Capítulo	92
7. Resultados y discusión	93
7.1. Resultados del caso de estudio A	93
7.2. Resultados del caso de estudio B	95
7.3. Resultados del caso de estudio C	96
7.4. Resultados del caso de estudio D	98
7.5. Resultados del análisis de esfuerzos	101
7.6. Modificación de la posición de los nodos como resultado de la optimización	102
7.7. Resumen del Capítulo	107

8. Conclusiones y recomendaciones	108
8.1. Conclusiones.....	108
8.2. Recomendaciones para aplicación industrial.....	110
8.3. Recomendaciones para investigación.....	110
8.4. Resumen del Capítulo.....	111
9. Referencias	112
9.1. Referencias bibliográficas.....	112
9.2. Listado de figuras.....	117
9.3. Listado de tablas.....	119
10. Apéndices	120
10.1. Valores radiales de los troncos de control.....	121
10.2. Valores radiales de los troncos flexionados.....	132
10.3. Distribución de esfuerzo en troncos de los árboles.....	143
10.4. Esfuerzos en los troncos de crecimiento natural.....	145
10.5. Esfuerzos en los troncos de crecimiento forzado.....	151
10.6. Gráficas del crecimiento radial de los troncos y curvas de ajuste.....	157
10.7. Reglas de construcción y diseño de uniones en fundición.....	163
10.8. Estudio de intensificadores de esfuerzo en estructuras.....	164
11. Publicaciones donde se presentaron resultados de este trabajo	166
11.1. "Reducción de la concentración de esfuerzos para piezas de fundición por medio del método de elementos finitos utilizando algoritmos de crecimiento biológico". IX Congreso Anual SOMIM 2003 vol. VI, pág. 25, Sept. 2003, ISBN 968-9173-00-6.	
11.2. "Diseño óptimo de elementos mecánicos usando algoritmos de crecimiento biológico". Revista Ingenierías vol. VII, no. 22, Enero 2004, ISSN 1405-0676.	
11.3. "Optimización Geométrica con criterio de crecimiento biológico para la reducción de la concentración de esfuerzos en uniones". X Congreso Anual SOMIM 2004, pág. 416, Sept. 2004, ISBN 968-9173-00-6.	
11.4. "Optimización geométrica con criterio de crecimiento biológico para la reducción de la concentración de esfuerzos en placas con perforaciones transversales". XI Congreso Internacional Anual SOMIM, Sept. 2005, ISBN 968-9173-00-6.	

Capítulo 1

Introducción

La optimización estructural busca el desarrollo de una geometría particularmente favorable de un diseño entre posibles soluciones diferentes. La tarea crítica consiste en sintetizar la compleja relación existente entre los factores asociados a la definición propia del diseño. Considérese al diseño mecánico como la selección de materiales y geometría tales que satisfagan los requerimientos funcionales implícitos. Los métodos de optimización de diseño mecánico son los procedimientos a que un ingeniero puede recurrir cuando se enfrenta a su principal responsabilidad: *anticipar* la forma que tendrán los componentes cuya construcción ha sido encomendada para cumplir con la función exitosamente. La resistencia mecánica y el peso no son los únicos criterios que el ingeniero de manufactura busca optimizar en el producto sino también asegurar la vida útil y mejorar la eficiencia.

El ingeniero de diseño puede plantear soluciones basadas en las formas:

- 1) encuentra las formas que le ofrece la geometría y sus cánones que junto al proceso de manufactura define su forma a esto se le llama el método canónico;
- 2) llega a ellas después de un proceso azaroso de experimentación, prueba y error, con los medios a su alcance conocido como el método pragmático;
- 3) las obtiene inspirándose en otras formas o estructuras de ingeniería ya existentes el denominado método icónico;
- 4) bien toma formas externas al mundo de la ingeniería para convertirlas en formas ingenieriles el intitulado método analógico [SEN98].

El presente trabajo propone una metodología para el diseño óptimo de componentes mecánicos fundamentado en la biomecánica, esto es, la evolución que ha experimentado la naturaleza. Los estudios de estructuras biológicas basados en los métodos de la ingeniería mecánica ponen en evidencia los resultados de tal evolución [MAT97]. En la naturaleza se mantiene un proceso de supervivencia en el que los

sistemas poco eficaces desaparecen, dando lugar al perfeccionamiento de los que mejor se adaptan a las condiciones que imperan en el medio.

Esta solución puede resultar en lo óptimo en un sentido numérico, si lleva a cabo al extremo la maximización o minimización según sea el caso acerca de un parámetro cuantificable [FRE95]. Los algoritmos computacionales ayudan en gran medida a esta optimización y son motivo de desarrollo en la actualidad.

Los ciclos de desarrollo cortos con demanda de buena calidad del producto obligan al mismo tiempo a los diseñadores a usar en el proceso conceptual las herramientas de cómputo para así poder analizar posibles zonas críticas de una construcción. En la figura 1.1 se presenta una metodología que involucra las diversas fases para la fabricación óptima de componentes estructurales en el que se ha incluido un proceso de diseño basado en formas biológicas.

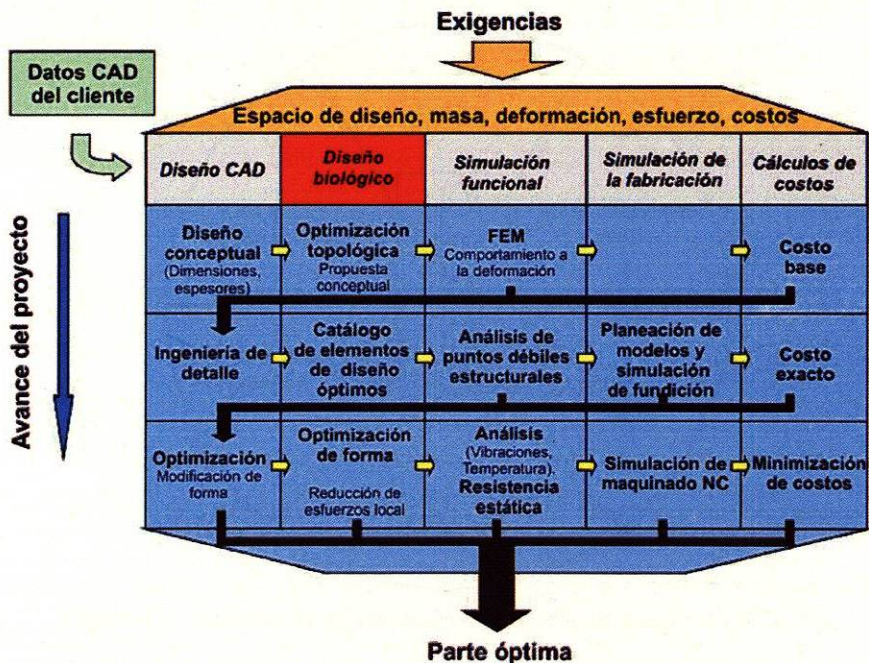


Figura 1.1.- Metodología moderna para la optimización de productos. Se ha incluido un proceso de diseño basado en la forma biológica.

El diseño metódico desarrolla un espectro de soluciones por medio de la variación de efectos físicos que definen la función completa a partir de la división de

funciones parciales basadas en una lista de exigencias y de la formulación del problema. De dicho campo de soluciones se escogen en una siguiente fase las soluciones más apropiadas para la tarea. En los últimos años se ha incluido exitosamente el uso de sistemas de cómputo para el diseño, simulación funcional, simulación de la fabricación y recientemente en la optimización de las fases de diseño conceptual e ingeniería de detalle y optimización de la forma, como se observa en la figura 1.1 en la segunda columna.

Con la ayuda de estrategias de optimización relacionadas con el Método de Elemento Finito (FEM por sus siglas en inglés) se perfeccionan componentes respecto a su peso, rigidez, modos de vibración, distribución homogénea de esfuerzos entre otros. En el diseño de máquinas, dependiendo de la función y su aplicación, la construcción tiene diversos objetivos de optimización [WEC97]. Algunos criterios de optimización se muestran en la figura 1.2.

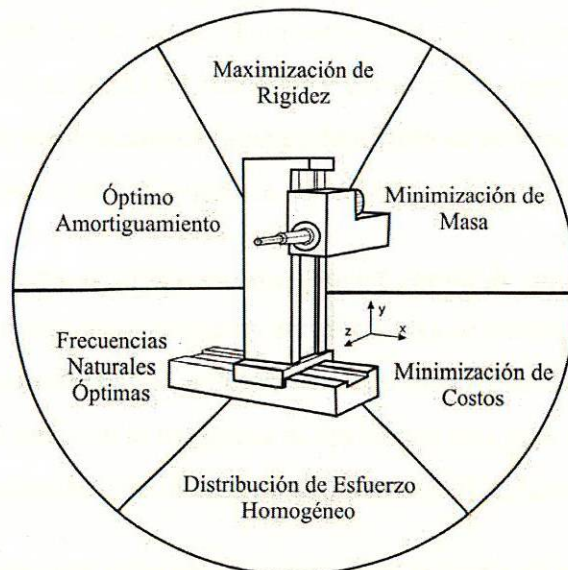


Figura 1.2.- Criterios de optimización en el diseño de máquinas [WEC97].

Aunque los procesos de diseño se limitan a geometrías sencillas y tradicionales debido a su costo de producción y no a su mejoramiento funcional, es importante encontrar métodos que permitan alcanzar en la mejor medida las características y la vida

del producto. Esto es especialmente importante en países cuyo desarrollo tecnológico y social sea sostenido y estén imbuidos en el mercado internacional.

Bajo este marco es deseable no solamente poder garantizar la calidad del componente estructural, sino también encontrar las combinaciones de máxima eficiencia y lograr con ello que una geometría novedosa pueda tener una vida funcional mucho mejor que una tradicional.

1.1 Antecedentes

Uno de los primeros en investigar los máximos niveles de esfuerzos en las fronteras de los objetos fue Baud [BAU34]. Estableció que el máximo esfuerzo presente en el contorno de los elementos puede ser reducido reformando su geometría de manera que la curva del esfuerzo tangencial a lo largo de su contorno sea constante.

Neuber describió la ley del decrecimiento [NEU57] basándose en los estudios de Baud, que refiere el incremento de esfuerzos y cómo éstos afectan las zonas contiguas. Neuber influenció de manera considerable el desarrollo de la descripción matemática de la teoría de la distribución de esfuerzos. La ley del decrecimiento de Neuber establece:

“Los altos niveles de esfuerzos en cualquier región de un componente debidos a su forma producen un decremento en los niveles de esfuerzo en la periferia de la zona altamente esforzada. La disminución de los niveles de esfuerzo es mayor en proporción directa con la magnitud de las cargas máximas de esfuerzo, y decrece con el distanciamiento de la zona de altos niveles de esfuerzo”.

Neuber encontró una solución en relación con la teoría de la elasticidad y produjo sólo esfuerzos mínimos en el contorno de barras planas sometidas a cargas de tensión.

Wheeler [WHE76], basándose en las consideraciones de Neuber, publicó los resultados de sus análisis al problema de la determinación de perfiles óptimos, definiéndolos como aquellos que presentaban distribuciones de esfuerzos constantes en las regiones de cambio geométrico.

D'Arcy Thompson [THO16] analizó estructuras biológicas y las propiedades mecánicas resultantes de sus formas. Heywood retomó esas consideraciones [HEY68], en su libro "Photoelasticity for Designers" analizó mediante métodos fotoelásticos una serie de componentes mecánicamente cargados en relación con la influencia de la geometría en las regiones de esfuerzo más elevadas. Encontrando una favorable curva de esfuerzo debido a su forma.

Recientemente una nueva rama de la ciencia denominada Biónica ha comenzado a investigar el diseño de estructuras biológicas y su posible transferencia al campo de la tecnología. Al respecto, de especial interés son los trabajos de Nachtigall [NAC71], cuya variedad de publicaciones puntualizan fenómenos en la naturaleza.

Metzger presentó los resultados de sus análisis del crecimiento de los árboles y lo relacionó con los esfuerzos a los que se somete su estructura [MET93].

1.2 Justificación

La resistencia es uno de los aspectos más significativos en el diseño de elementos mecánicos, de donde se deriva la relevancia de predecir las fallas ocasionadas por las altas concentraciones de esfuerzos. Los cambios en la geometría de un componente mecánico pueden ocasionar variaciones del esfuerzo [SHI89].

El mejoramiento de los componentes estructurales se logra bajo criterios funcionales, como lo son los esfuerzos y deformaciones a lo que el componente se ve sometido. Cuando se presentan regiones de intensificaciones de esfuerzos es común modificar la geometría para reforzar la zona y mejorar su desempeño; sin embargo estos cambios geométricos provocan que el máximo del esfuerzo se reubique con una magnitud menor pero aún siendo un intensificador. Estructuras biológicas han demostrado su eficiencia ampliamente dentro de la naturaleza [WOO90, GRA77, SUM96, MAT92] en términos de la distribución homogénea de esfuerzos. Este aspecto presenta una problemática que el presente trabajo aprovecha para plantear su propuesta de estudio.

En trabajos recientes [SAU91a, MAT02, MAT90b] investigadores han demostrado que las estructuras biológicas presentan una distribución de esfuerzo homogénea a lo largo de la zona donde particularmente se presente el esfuerzo máximo. Otros investigadores [VAL92, SAU91b, WHE76, RAM01] han demostrado el crecimiento adaptivo de estas estructuras dando la pauta para buscar su aplicación en el diseño mecánico.

El principal criterio en el mejoramiento de elementos mecánicos se refiere a la capacidad de resistir las cargas a las que se verán sometidos durante su vida útil. Una homogénea distribución de esfuerzos en las estructuras permite determinar un buen diseño. El que se presenten zonas críticas de esfuerzo se relaciona directamente con las propiedades de los materiales, las condiciones de carga y la geometría de los mismos. Al modificar la geometría se produce un cambio en la distribución de esfuerzos en los elementos mecánicos por lo que es deseable realizarla mediante un criterio de resultados comprobados.

Encontrar los modelos que desarrollan las estructuras naturales en su crecimiento adaptativo permitiría implementar sus mecanismos de optimización geométrica en el rediseño de elementos mecánicos, esperando obtener una distribución de esfuerzos mejorada. Esta tesis tiene su fundamento en esta búsqueda basada en la teoría de los esfuerzos constantes de Mattheck [MAT90d] y busca validar la utilidad de la aplicación de modelos de crecimiento natural en el diseño de elementos estructurales.

1.3 Planteamiento de Tesis

Este trabajo parte de la hipótesis de que es posible minimizar esfuerzos y deformaciones en componentes estructurales mediante la modificación de su geometría imitando el crecimiento adaptativo de estructuras naturales para reducir los esfuerzos en las zonas críticas. La metodología implementada consta de las etapas que a continuación se describen:

- Analizar las condiciones de optimización de elementos estructurales en la construcción de máquinas utilizando algoritmos de crecimiento biológico. Utilizando el análisis de la distribución de esfuerzos se observará al componente estructural en términos del esfuerzo von Mises como criterio de optimización.
- Homogenizar la distribución de esfuerzos en la región donde se presenta el máximo. La modificación de la distribución de esfuerzos se logrará haciendo modificaciones a la geometría del componente. Para lograrlo, es necesario identificar las zonas en donde es esto posible sin alterar la funcionalidad del producto.
- Obtener la geometría de un elemento estructural mecánicamente mejorado para perfeccionar los modelos estandarizados existentes y en desarrollo.
- Proponer la metodología para el diseño de las geometrías en la industria de componentes estructurales de máquinas.

Como casos de aplicación se seleccionaron una unión “T”, una placa perforada y un soporte de un generador eólico típicas de componentes estructurales. Sin embargo, la metodología aquí expuesta es válida para una gran variedad de casos, por lo que se espera que pueda ser implementada en la industria.

1.4 Bosquejo de la Tesis

Este documento consta de cuatro partes: [a] la problemática asociada a la relación de forma y función de elementos mecánicos (Capítulo 1, 2), [b] el continuo geométrico y su discretización para su análisis (Capítulo 3, 4), [c] los criterios de crecimiento biológico como método de optimización (Capítulo 5) y [d] la experimentación y resultados de casos aplicados con éxito en la industria que validan la

hipótesis presentada y su concordancia con estudios hechos por otros investigadores (Capítulos 6, 7, 8, 9 y 10).

En el Capítulo 2 se detallan las relaciones entre la forma, carga y deformación así como las consideraciones teóricas del diseño mecánico, para el estudio de la intensificación de esfuerzos en elementos mecánicos debido a los cambios de continuidad geométrica basados en la teoría de la energía por variación de forma como criterio para la predicción de fallas.

El Capítulo 3 introduce el concepto de construcción basado en curvas continuas y el uso actual de las metodologías de diseño de acuerdo a las nuevas geometrías de curvatura suave y matemáticas que las definen para lograr la minimización de los factores de concentración. Con esto, se cubre el fundamento para la mejora de la distribución de esfuerzos al modificar la geometría de productos.

En el Capítulo 4 se presentan las bases del método de elemento finito como herramienta de optimización, así como el proceso de cálculo iterativo de las simulaciones que dan como resultado los archivos de datos intermedios durante el proceso de optimización. También se presenta la sección determinante de la estructura de datos de dichos archivos.

En el Capítulo 5 se presenta una perspectiva sobre las estructuras que es posible encontrar en la naturaleza, así como el efecto de implementar sus mecanismos de crecimiento en el diseño de componentes mecánicos; así mismo se obtiene un modelo de crecimiento en troncos de los árboles, a partir del análisis de la distribución de esfuerzos al ser sometidos a cargas de flexión.

La aplicación de la metodología para la mejora de elementos estructurales geoméricamente abstractos se explica en el Capítulo 6, mientras que en el 7 se presentan los resultados de estos casos de aplicación y su relación con el marco teórico de los capítulos anteriores. Se confronta el estado de esfuerzos antes y después de las modificaciones geométricas. Se compara el alcance de los resultados con respecto a los objetivos planteados.

El Capítulo 8 reevalúa los objetivos y propósitos presentados en la introducción y muestra las conclusiones obtenidas durante el desarrollo del presente trabajo. Se discuten dichas conclusiones y se presentan propuestas de mejora, al mismo tiempo que se recomiendan nuevas líneas de investigación que se pueden continuar a partir del presente estudio.

En el Capítulo 9 se expone la literatura utilizada en las diferentes fases que el presente constituye, mientras que en el Capítulo 10 se presentan los datos producto de cada simulación, así como información relevante en detalle. Frecuentemente el texto hace referencia a estos apéndices. Finalmente en el Capítulo 11 se exponen copias de las publicaciones de los foros donde se presentaron resultados del presente trabajo de Tesis. Cada uno de ellos tuvo lugar durante el proceso en el que el desarrollo de esta Tesis en su momento se encontraba.

El presente trabajo de investigación se realizó en cooperación con el Departamento de Materiales y Automatización de la Universidad Técnica de Hamburgo y la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León bajo la dirección del Prof. Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodríguez profesor del Programa Doctoral en Ingeniería de Materiales, así como el Prof. Dr. Klaus Rall de la Technische Universität Hamburg-Harburg director del departamento de Materiales y Automatización de la misma institución.

La experimentación fue realizada en las instalaciones del departamento de ingeniería y desarrollo de nuevos productos de fundición en la empresa Heidenreich & Harbeck de la ciudad de Mölln en Alemania. Las herramientas computacionales utilizadas son: Solid Works v2004, Ansys v5.5, MSC.CONSTRUCT/SHAPE (módulos de algoritmos basados en el crecimiento biológico licencias adquiridas por la misma empresa), MSC.Nastran y MSC.Patran.

Este trabajo forma parte de la línea de generación y aplicación del conocimiento L1 "Optimización Geométrica de Productos" del Cuerpo Académico de Sistemas Integrados de Manufactura de la FIME.

1.5 Resumen del Capítulo

Este Capítulo expuso la importancia de mejorar los componentes estructurales a través de la optimización geométrica. Se presentó brevemente una técnica relativamente nueva para lograrlo, utilizando como herramienta la implantación de algoritmos computacionales basados en el crecimiento biológico observado en estructuras de la naturaleza. En los Capítulos siguientes se hará una explicación detallada al respecto.

Se planteó la necesidad de un estudio como éste, haciendo énfasis en su relación con respecto a otros trabajos. Se describió el ambiente en que este estudio está enmarcado, dejando en claro sus límites y alcances. Se presentó la justificación para el desarrollo del resto de los siguientes Capítulos.

Capítulo 2

Relaciones entre forma, carga, esfuerzo y deformación

2.1 Condiciones de diseño

La función del ingeniero de diseño es anticipar las circunstancias bajo las cuales es probable que ocurra una falla. Estas circunstancias son relaciones esfuerzo-deformación unitaria-resistencia que involucran a la mayoría de los elementos sólidos y a fenómenos de superficie como la fricción, el desgaste y la lubricación.

El análisis de diseño intenta predecir la resistencia o deformación de un elemento de máquina de manera que pueda soportar las cargas impuestas durante los ciclos que se requieran. Ciertas suposiciones (material elástico lineal, isótropo y homogéneo) tienen que realizarse acerca de las propiedades de los materiales bajo diferentes tipos de carga (axial, de flexión, de torsión y de cortante transversal, así como de varias combinaciones) y clasificación (estática, sostenida, por impacto o cíclica). Estas restricciones de carga pueden variar a través de las máquinas, pues ellas se relacionan con diferentes elementos de máquina, siendo esta un factor importante a considerar por el ingeniero de diseño.

La expresión de factor de diseño se refiere a alguna característica que influye en el diseño de un elemento. Algunos de estos factores se refieren directamente a las dimensiones, al material, al procesamiento o procesos de fabricación, o bien, a las propiedades mecánicas de una unión o a las necesidades funcionales del ensamble de los elementos del sistema. Otros se relacionan con la configuración total del sistema [SHI90].

2.2 Factor de seguridad

La resistencia de un elemento depende de factores como la clase, tratamiento y procesado del material. Es posible asociar una resistencia S a un elemento; sin embargo, el esfuerzo en el mismo es cero hasta que sea sometido a cargas externas, lo cual originará esfuerzos de acuerdo a la forma del componente y será independiente del material y de su procesamiento.

El término factor de seguridad es utilizado para designar la seguridad de las condiciones de un elemento. Considérese que un elemento mecánico se somete a ciertas cargas que serán denominadas F . Se supone que F es un término muy general y que puede representar una fuerza, un momento de flexión o de torsión, una pendiente, una deflexión o alguna clase de deformación o distorsión. Si F aumenta, finalmente llegará a ser tan grande que cualquier incremento adicional alteraría permanentemente la capacidad del elemento para realizar su función apropiada. Si se designa este valor límite o último de F como F_u , entonces el factor de seguridad se define como

$$n = \frac{F_u}{F} \quad (2.1)$$

Cuando el esfuerzo se hace igual a la resistencia, $n=1$, no existirá ya ninguna seguridad en absoluto. Por tanto, frecuentemente se usa el término margen de seguridad. Este margen se define por la ecuación

$$m = n - 1 \quad (2.2)$$

Sin embargo, la resistencia de un elemento es una cantidad que varía estadísticamente y el esfuerzo también es variable. Por este motivo un factor de seguridad $n>1$ no excluye la falla o la ruptura. La mayor utilidad del factor de seguridad se tiene cuando se compara el esfuerzo con la resistencia a fin de evaluar el grado de seguridad. El factor de seguridad es utilizado en la ingeniería de diseño para considerar las incertidumbres que puedan ocurrir cuando las cargas reales actúen sobre un elemento diseñado y construido [SPO98].

2.3 Esfuerzo en tres dimensiones

Puesto que los análisis que se encontrarán más adelante se relacionan con la teoría de falla de *von Mises-Hencky*, que será explicada en la siguiente sección, es importante conocer la metodología general para el cálculo del esfuerzo en tres dimensiones.

Considérese un bloque rectangular con vector diagonal h , como se muestra en la figura 2.1. Si se denomina α, β y γ los ángulos entre el vector diagonal y los ejes coordenados, como se muestra en la figura, la longitud del lado x del bloque será $h_x = h \cos \alpha$, la longitud del lado y del bloque será $h_y = h \cos \beta$ y la longitud del lado z será $h_z = h \cos \gamma$.

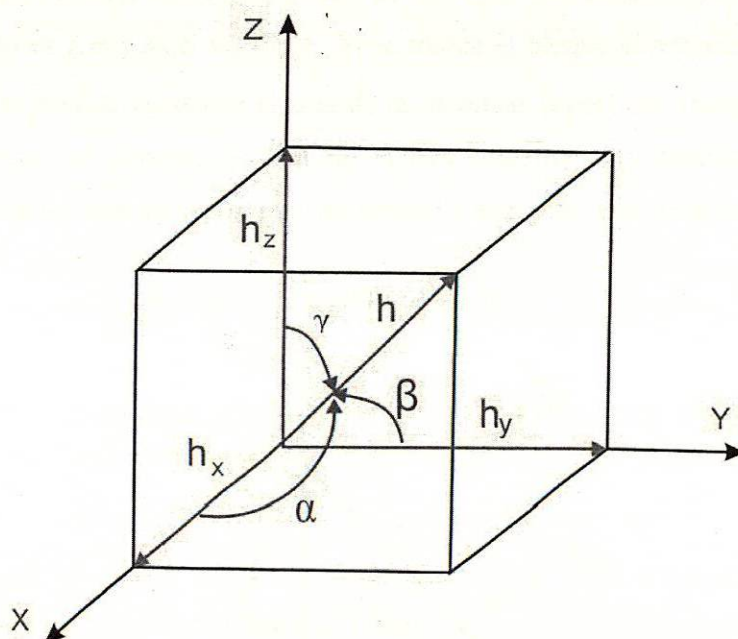


Figura 2.1.- Un vector diagonal "h", con componentes h_x, h_y y h_z .

La longitud de la diagonal está relacionada con sus lados por la relación:

$$h^2 = h_x^2 + h_y^2 + h_z^2 = h^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) \quad (2.3)$$

Se tiene entonces que

$$1 = (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) \quad (2.4)$$

Si se iguala

$$\cos \alpha = l, \cos \beta = m, \cos \gamma = n \quad (2.5)$$

se tiene que

$$1 = l^2 + m^2 + n^2 \quad (2.6)$$

Si se conoce un parámetro asociado con la diagonal h del bloque es posible encontrar su proyección sobre cualquiera de los ejes coordenados por medio de los cosenos directores l, m y n del vector h . Si se trunca el bloque al tetraedro mostrado en la figura 2.2, es posible encontrar el área de las diversas superficies triangulares de este sólido geométrico al conocer el área de la cara superior A y también los cosenos directores asociados con un vector que sea normal a esta cara. Por ejemplo:

$$A_x = Al, \quad A_y = Am, \quad A_z = An \quad (2.7)$$

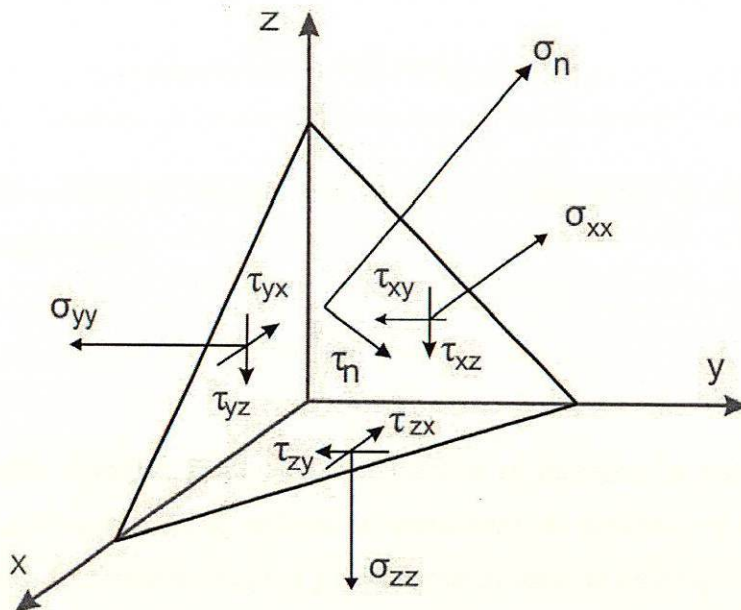


Figura 2.2.- Un tetraedro sometido a un estado general de esfuerzo.

Suponiendo que, respecto al tetraedro, se requiere conocer el estado de esfuerzo sobre la cara superior para cualquier orientación si un esfuerzo general se aplicara a las otras caras. Sobre este tetraedro se usarán vectores de esfuerzo con subíndices asociados con la línea de acción y el plano perpendicular a esa línea. Se utilizará entonces,

$$\sigma_{\text{línea de acción, plano de acción}}$$

Puede demostrarse que se tendrá equilibrio por momento en

$$\sigma_{\text{línea de acción, plano de acción}} = \sigma_{\text{plano de acción, línea de acción}} \quad (2.8)$$

En consecuencia

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (2.9)$$

El esfuerzo total sobre la cara superior puede expresarse como una componente normal de esfuerzo σ_n y un esfuerzo cortante τ_n , o en términos de tres componentes de esfuerzo S_x, S_y y S_z . La conversión entre esos dos sistemas de componentes es:

$$S_{total}^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2 \quad (2.10)$$

De esta relación es posible concluir que la componente de esfuerzo cortante sobre la cara superior es:

$$\tau_n = \sqrt{S_{total}^2 - \sigma_n^2} \quad (2.11)$$

Es posible convertir fácilmente los esfuerzos en fuerzas si se multiplican por el área sobre la que operan. Si se utilizan las ecuaciones de equilibrio y también las de fuerzas y se usan las componentes x, y y z del esfuerzo sobre la cara superior, se obtiene:

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= 0 \\
AS_x &= Al\sigma_{xx} + Am\tau_{xy} + An\tau_{xz} = 0 \\
\sum F_y &= 0 \\
AS_y &= Al\tau_{xy} + Am\sigma_{yy} + An\tau_{yz} = 0 \\
\sum F_z &= 0 \\
AS_z &= Al\tau_{xz} + Am\tau_{yz} + An\sigma_{zz} = 0
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Si se busca una orientación de la cara superior en la que no actúen esfuerzos cortantes (es decir, $\tau_n = 0$), la ecuación (2.11) permite concluir que:

$$S_x = S_{total}l, S_y = S_{total}m, S_z = S_{total}n \tag{2.13}$$

Si se sustituyen estas expresiones en las ecuaciones de equilibrio (2.12), existirán cosenos directores l_1, m_1 y n_1 que satisfagan las relaciones:

$$\begin{bmatrix} S_{total} & 0 & 0 \\ 0 & S_{total} & 0 \\ 0 & 0 & S_{total} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ m_1 \\ n_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ m_1 \\ n_1 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

La matriz en el lado derecho de este sistema de ecuaciones se denomina tensor de esfuerzo tridimensional y describe el estado de esfuerzo más general que es posible en un cuerpo sometido a cargas. Los valores S_{total} en la matriz en el lado izquierdo de este sistema de ecuaciones se conocen como valores propios y las componentes vectoriales correspondientes (l_1, m_1 y n_1) se conocen como vectores propios. Se tienen tres valores propios diferentes para este sistema (S_1, S_2 y S_3) y tres vectores propios diferentes y ortogonales entre sí. Se tendrá entonces una orientación única para un cubo elemental dentro de una parte sometida a un estado general de esfuerzo que no tendrá esfuerzo cortante sobre ninguna cara (fig. 2.3). En la configuración que se muestra en la figura 2.3, los valores propios se conocen como los esfuerzos normales principales. Los vectores propios muestran cómo orientar el cubo elemental sobre cuyas caras actúan los esfuerzos principales.

Existen varios procedimientos para encontrar los valores propios de este sistema que pueden aplicarse directamente. Una manera matemática directa de tratar este problema es pasar la matriz del lado izquierdo al lado derecho y obtener un sistema de la forma:

$$0 = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - S_{total} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} - S_{total} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} - S_{total} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ m_1 \\ n_1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

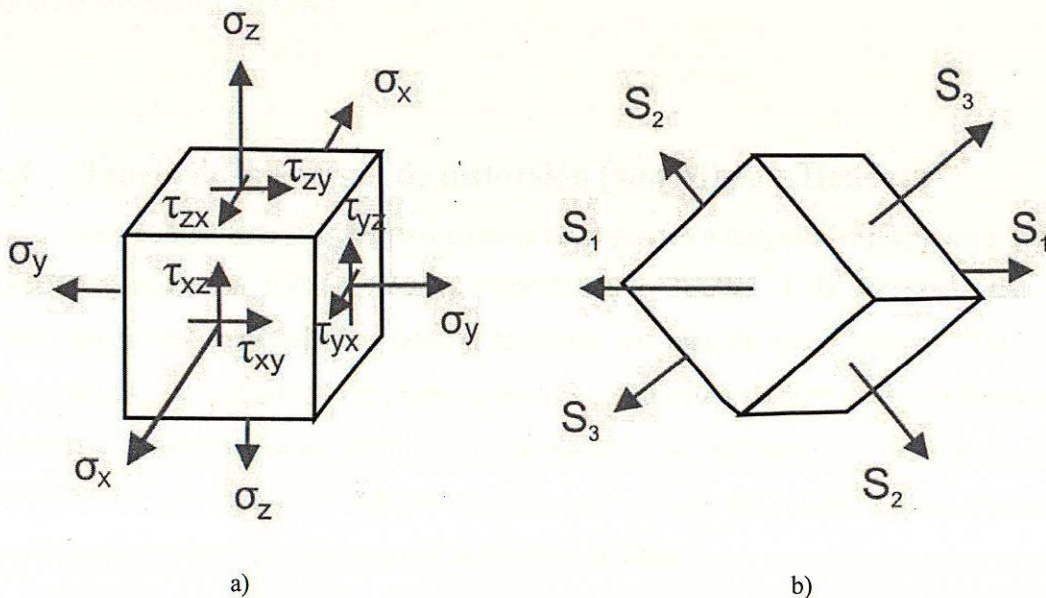


Figura 2.3.- Situaciones equivalentes de esfuerzos para un bloque elemental con orientaciones diferentes. (a) Condición general de esfuerzo con esfuerzos cortantes en cada cara. (b) Condición de esfuerzos principales sin esfuerzos cortantes en las caras.

Este sistema podría satisfacerse si el vector propio es cero, pero esto infringe la relación fundamental entre cosenos directores, el cual dice que:

$$l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1 \quad (2.16)$$

Entonces, la otra manera en que esta relación puede ser cero, es si el determinante de la matriz a la izquierda es cero. Desarrollando esta matriz en su determinante dará un polinomio de tercer orden:

$$\begin{aligned}
& S_{total}^3 - (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})S_{total}^2 \\
& + (\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{xx}\sigma_{zz} - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{xy}^2)S_{total} \\
& - (\sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} + 2\tau_{yz}\tau_{xz}\tau_{xy} - \sigma_{xx}\tau_{yz}^2 - \sigma_{yy}\tau_{xz}^2 - \sigma_{zz}\tau_{xy}^2) = 0
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Este polinomio de tercer orden tendrá raíces reales que corresponderán a los valores propios de los esfuerzos normales principales, S_1 , S_2 y S_3 . Es posible obtener la raíz de un polinomio de tercer orden mediante el método de Newton. Una vez encontrada, el orden del polinomio se reduce a uno cuadrático, el cual se resuelve con la fórmula cuadrática [SPO98].

2.4 Teoría de la energía de distorsión (von Mises – Hencky)

Los componentes mecánicos pueden estar sujetos a cargas complejas de presión, tracción, compresión, torsión, flexión, o combinación de ellas, de tal forma que para un cierto punto del material se producen tensiones en más de una dirección. Para una determinada relación de valores, tales tensiones combinadas pueden causar la fluencia o fractura del material, aún cuando individualmente no alcancen los valores de falla [SHI89]. La predicción de límites seguros para el uso del material bajo tensiones combinadas requiere la aplicación de un criterio de falla.

Existen una gran cantidad de criterios de falla, algunos de los cuales son aptos para predecir la falla por fractura en un caso, y en otros por fluencia. A los primeros se les denomina criterios de fractura y a los segundos criterios de fluencia. Todos los criterios de falla están basados en valores de tensiones, de modo que su aplicación involucra el cálculo de valores numéricos de tensiones que caracterizan las tensiones combinadas, y luego la comparación de este valor con la resistencia de fluencia o de fractura del material. Un material dado puede fallar tanto por fluencia como por fractura, dependiendo de sus propiedades y del estado de tensiones, de modo que en general debe ser considerada la posibilidad de que cualquiera de los dos eventos ocurra primero.

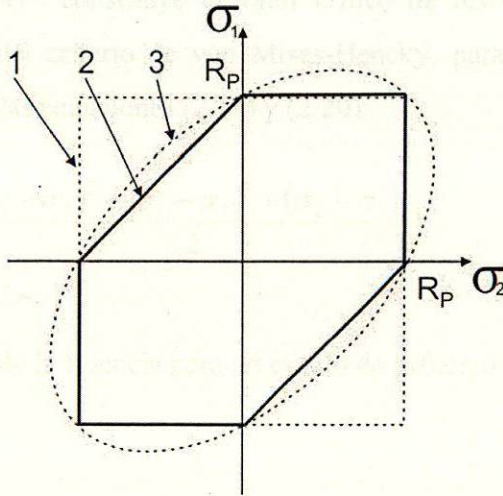


Figura 2.4.- Criterios de falla en el plano para esfuerzos principales.

El criterio de von Mises – Hencky se utiliza para predecir fallas por fluencia. Esta teoría establece que la fluencia en un punto del cuerpo se producirá siempre que la energía de distorsión en una unidad de volumen sea igual a la energía de distorsión en el mismo volumen, cuando se le someta a esfuerzo uniaxial hasta el valor de la resistencia de fluencia [SHI90].

La energía de distorsión (o energía por variación de forma) por unidad de volumen en base a las tensiones principales está dada por:

$$U = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \quad (2.18)$$

donde E es el módulo de elasticidad del material. Para el caso de carga uniaxial, y el valor de la tensión de fluencia es

$$U^* = \frac{1+\mu}{6E} [2S_f^2] \quad (2.19)$$

Al considerar que U^* constituye el valor crítico de resistencia a la fluencia referido en el enunciado del criterio de von Mises-Hencky, para el caso del ensayo uniaxial. De ahí, al igualar las ecuaciones (2.19) y (2.20):

$$S_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2} \quad (2.20)$$

lo cual define la iniciación de la fluencia para un estado de esfuerzo triaxial.

2.5 Intensificación de esfuerzos

Análisis y mediciones experimentales muestran que al aplicarle una carga a un miembro estructural, éste presenta niveles de esfuerzo más elevados en las regiones de cambio más abrupto de área de sección transversal. Este incremento de esfuerzo en las regiones cercanas a orificios, cuñas, filetes, muescas, chaveteros, uniones de soldadura, estrías, marcas de la herramienta o raspaduras accidentales se llama concentración de esfuerzos, y está presente para todo tipo de esfuerzo, axial, flexión o cortante. La sección variable que causa la concentración de esfuerzos es referida como intensificador de esfuerzo [PIL94]. El valor máximo del esfuerzo en tales regiones se encuentra multiplicando el esfuerzo nominal, tal como es dado por la ecuación elemental, por un factor de concentración de esfuerzos [SPO98].

2.6 Factores de intensificación de esfuerzos

En teoría los altos niveles de esfuerzo en las regiones próximas a un elevador de esfuerzo será K_t veces más grande que el esfuerzo nominal en la sección transversal de la región que presenta el cambio abrupto de geometría. De cualquier forma, K_t es un valor ideal basado en un comportamiento elástico lineal y sólo depende de las proporciones de las dimensiones del intensificador de esfuerzos y de la parte de discontinuidad geométrica [PIL94]. Si K_{\max} es el valor más alto del esfuerzo real en la

región de la discontinuidad geométrica, y K_n el esfuerzo nominal dado por la ecuación elemental para la sección transversal mínima, el factor K_t de concentración de esfuerzos se define como sigue:

$$K_t = \frac{K_{\max}}{K_n} \quad (2.21)$$

En la práctica, diferentes fenómenos pueden actuar para reducir los efectos de la concentración de esfuerzos; sin embargo, algunos otros como la deformación plástica, los esfuerzos residuales, el radio de la muesca, el tamaño de la parte, la temperatura y las características del material, así como el tipo de carga (estática, cíclica, o de impacto) pueden producir niveles de esfuerzo esperados por encima del valor teórico de K_t [PIL94].

Los factores de concentración de esfuerzos han sido determinados para una gran variedad de formas geométricas y tipos de carga [PET74], en todos se ilustra el hecho de que, conforme se hacen gradualmente los cambios geométricos, el efecto de los factores de concentración de esfuerzos decrece.

Uno de los principios que se relaciona de forma directa con el contenido de este trabajo es el “principio de flujo de fuerza”, que establece que para maximizar la capacidad de resistir los esfuerzos se debe colocar la mayor parte del material donde las fuerzas deben fluir [MAR87].

Otra de las consideraciones importantes de la síntesis de forma para este trabajo es la regla que recomienda diseñar configurando las partes para separar los esfuerzos gradualmente y eliminar los concentradores de esfuerzos [MAR87]. Esta consideración se puede relacionar directamente con el hecho de que muchas estructuras naturales [SEN98] aprovechan los beneficios de presentar formas caracterizadas por la continuidad geométrica [COR03], excluyentes de cambios abruptos y de elevadores de esfuerzos. Sin embargo, existen otras que a pesar de no cumplir con la característica unión tangencial de curvas sucesivas en sus geometrías, brindan los mismos resultados

evitando la concentración de esfuerzos al distribuirlos de forma homogénea a lo largo de su estructura; tal es el caso de los troncos de los árboles.

La trayectoria de una fuerza o un momento en un elemento de máquina son las líneas de flujo. En su dirección fluyen las fuerzas longitudinales y perpendicular a ellas los cortantes [STE94].

El flujo de fuerzas debe mantenerse en el mismo curso, de ser posible sin cambio de dirección, así evitamos compresión de las líneas de fuerza. Una compresión de las líneas de fuerza significa un incremento en el esfuerzo (figura 2.5).

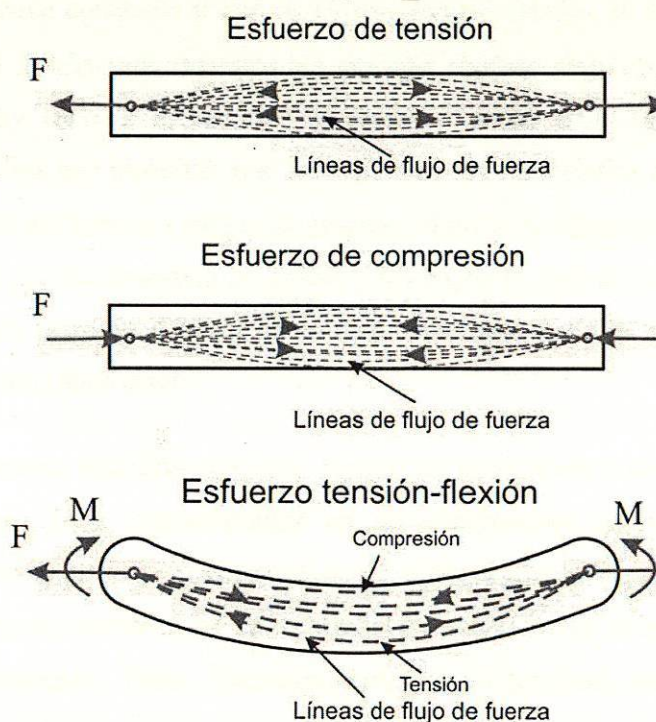


Figura 2.5.- Curso de las líneas de fuerza para diversas cargas.

El incremento del esfuerzo en la base del intensificador de esfuerzo o muesca proviene de la compresión de las líneas de fuerza y es con esto en gran medida dependiente de la forma de la muesca. Muecas agudas u obtusas ocasionan para una misma profundidad un incremento mayor de esfuerzos que muescas redondas (figura 2.6).

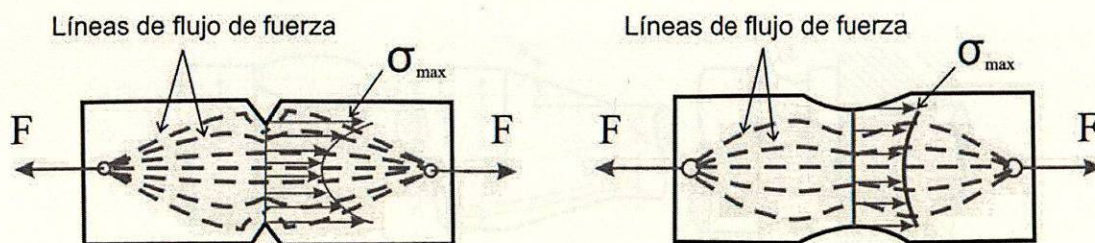


Figura 2.6.- Líneas de flujo de fuerza en muescas.

En el desarrollo de las relaciones básicas de esfuerzo, se supone que la sección transversal permanece constante y que no existen irregularidades en un elemento. Pero es un tanto difícil diseñar una máquina sin permitir algunos cambios en las secciones transversales de los elementos. Los ejes de máquina deben tener hombros o resaltos conformados en ellos que permitan que los cojinetes sean instalados adecuadamente, y de este modo tener resistencia a cargas de empuje; asimismo, deben poseer ranuras para cuñas a fin de que puedan montarse las poleas y los engranes que se requieran. Un perno tiene cabeza en un extremo y rosca en el otro, características que implican cambios bruscos en la sección transversal.

Otros elementos requieren agujeros, ranuras de lubricación y aberturas o muescas de diversas clases. Toda discontinuidad en un componente de máquina altera la distribución del esfuerzo en la proximidad de aquella característica, de manera que las ecuaciones de esfuerzo elementales ya no describen propiamente el estado de esfuerzo en la pieza o elemento. Estas discontinuidades se denominan *intensificadores de esfuerzos*, y las regiones en las que están se llaman *áreas de concentración de esfuerzo*.

Una manera de reducir la intensificación de esfuerzo en elementos típicos de máquina es realizar muescas próximas a las zonas de alta concentración como lo ilustra la figura 2.7.

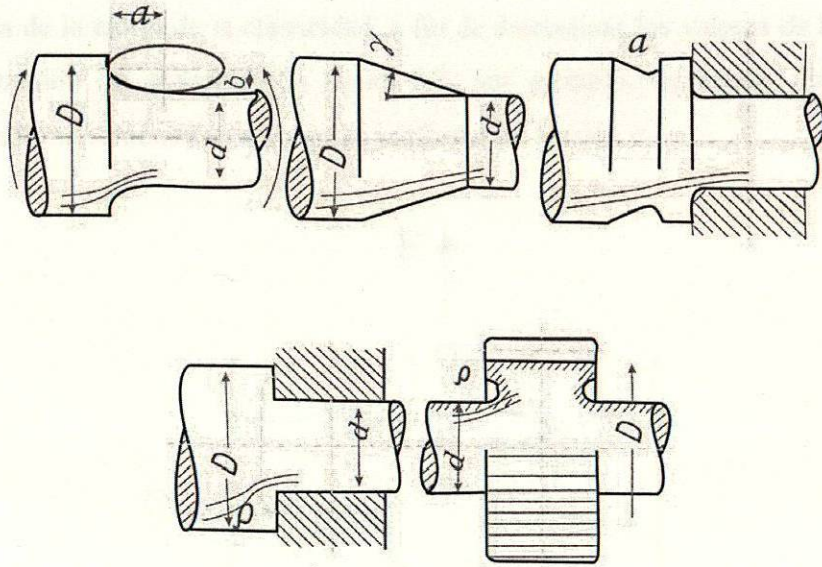


Figura 2.7.-Reducción de intensificador de esfuerzos en elementos de máquina.

Hay un *factor de intensificación de esfuerzo, teórico o geométrico*, el cual se utiliza para relacionar el esfuerzo máximo real en la discontinuidad con el nominal. Los factores están definidos por las ecuaciones:

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} \qquad K_{ts} = \frac{\tau_{\max}}{\tau} \qquad (2.22)$$

donde K_t se utiliza para los esfuerzos normales y K_{ts} para los cortantes. El esfuerzo nominal σ o bien τ_0 es más difícil de definir, pero por lo general es el calculado por medio de las ecuaciones elementales y el área neta de la sección transversal. No obstante, a veces se emplea mejor la sección transversal total, de modo que conviene verificar siempre lo anterior antes de calcular el esfuerzo máximo.

El subíndice t en K_t indica convencionalmente que el valor de este factor de concentración del esfuerzo depende sólo de la configuración geométrica de la pieza. Es decir, el material particular que se utiliza no influye en el valor de K_t . Por esta razón se le denomina factor *teórico* de concentración del esfuerzo.

Es posible analizar elementos de cierta configuración geométrica por medio de los métodos de la teoría de la elasticidad, a fin de determinar los valores de los factores de concentración del esfuerzo. La figura 2.8, por ejemplo, representa una placa de extensión infinita sometida a un esfuerzo uniforme de tensión σ .

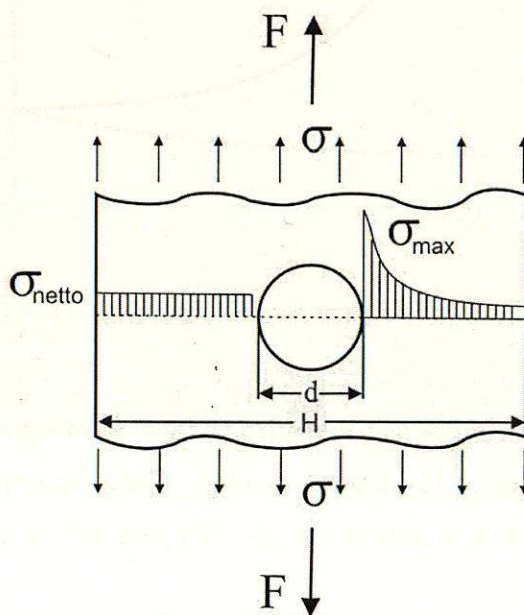


Figura 2.8.- Placa perforada sometida a tensión.

Un pequeño orificio presentará un esfuerzo en el borde de:

$$\sigma_{\max} = 3\sigma \quad (2.23)$$

de tal modo que $K_t = 3$. En este ejemplo obsérvese que la placa es infinita y el esfuerzo nominal σ es el esfuerzo de tensión en un punto alejado de la discontinuidad. Como lo muestra la proporción d/H en la grafica de la figura 2.9

La ecuación (2.23) puede utilizarse para determinar el esfuerzo en el borde de una grieta transversal. En este caso se ve que K_t se convierte en un número muy grande.

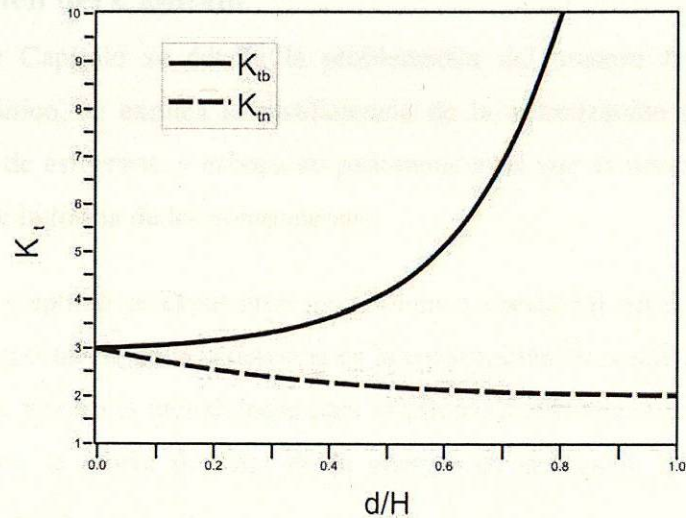


Figura 2.9.- Factor de intensificación en relación a la proporción d/H .

Los factores de concentración de esfuerzos han sido determinados para una gran variedad de formas geométricas y tipos de cargas. El resumen mejor conocido de resultados es el trabajo de Peterson [PET74], que se basa en resultados fotoelásticos.

Recientemente investigadores han desarrollado modelos para aproximar estos datos clásicos. Uno de los ejemplos de estos modelos aproximados han sido publicados por Norton [NOR00].

2.7 Resumen del Capítulo

En este Capítulo se detalla la problemática del manejo de la forma en un elemento mecánico, se explica la insuficiencia de la optimización en términos de la intensificación de esfuerzos, y esboza un panorama en el que es necesario involucrar la optimización de la forma de los componentes.

En este Capítulo se expusieron los factores a considerar en el diseño mecánico, resaltando la importancia de la resistencia en la consecución de condiciones seguras para un elemento. Se mostró la metodología para el cálculo de esfuerzos en tres dimensiones relacionados con la teoría de falla de la energía de distorsión que se utilizará en Capítulos posteriores.

Se definió ampliamente el término de concentración de esfuerzos, así como el fundamento teórico de los factores que permiten calcular los valores máximos de esfuerzo y sus implicaciones en el diseño de elementos mecánicos.

Capítulo 3

Modelado de formas basado en la continuidad geométrica

3.1 Modelado geométrico

Los cambios abruptos de forma influyen en la vida del componente, ya que éstos ocasionan concentración de esfuerzos. Hay una relación inversa entre la continuidad geométrica y dichas concentraciones, por lo que los productos cuya forma se basa en curvaturas continuas tienen mejor desempeño. Esta sección presenta los fundamentos matemáticos para la construcción de componentes con formas de curvatura continua.

Un método de representación de curvas consistente debe observar que:

- sea posible representar exactamente todas las curvas que sean necesarias,
- sea fácil, eficiente y lo más exacto posible procesarlas en computadora,
- el cálculo de puntos y derivadas sea sencillo,
- los métodos numéricos sean robustos y acarreen el mínimo error de redondeo,
- se requiera poca memoria computacional para procesar,
- sean sencillas y matemáticamente fáciles de entender.

El requisito para formar una curva a través de la unión de una sucesión de curvas es la continuidad geométrica [KLE95]. Ésta expresa la suavidad de la unión de dos curvas.

El uso de la forma paramétrica se ha extendido mucho debido a las propiedades matemáticas que permiten su manejo sencillo y flexible [GLA97]. La parametrización de una curva por medio de la de sus componentes coordenadas $x(u)$, $y(u)$, $z(u)$ puede ser arbitraria, y en consecuencia es posible obtener un espectro de curvas amplio [GLA97]. Las curvas de Bezier se basan en los polinomios de Bernstein, que a su vez se definen [FAR97] como:

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i! \cdot (n-i)!} u^i \cdot (1-u)^{n-i} \quad (3.1)$$

en donde $0 < u < 1$. i es el índice del vector de n polinomios.

Algunas ventajas que justifican su uso [PIE97, ENG96] son:

- no negatividad: $B_{i,n}(u) \geq 0$ para toda i, n y $0 < u < 1$,
- partición unitaria,
- $B_{0,n}(0) = B_{n,n}(1) = 1$,
- simetría con respecto a: $u = i/n$,
- definición recursiva inclusive sus derivadas.

Las curvas de Bezier son un caso particular de splines [PIE97], y se definen como la multiplicación de los polinomios de Bernstein por un vector de puntos $\{P_i\}$.

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u) \quad (3.2)$$

Las ventajas de representar curvas parametrizadas por este método se pueden concluir a través de sus propiedades matemáticas:

- Los polígonos de control aproximan la silueta de la curva,
- $P_0 = C(0)$ y $P_3 = C(1)$,
- las direcciones de tangencia de los puntos inicio y final son paralelas al segmento P_1-P_0 y P_3-P_2 ,
- al inicio ($u=0$) la curva toma la dirección de $P_0P_1P_2$. Al final ($u=1$) toma la dirección de $P_1P_2P_3$.

Las ecuaciones para cada una de las coordenadas por tanto, son:

$$C_x(u) = \sum_{i=0}^n P_{xi} \cdot B(i, n, u) \quad (3.3)$$

$$C_y(u) = \sum_{i=0}^n P_{yi} \cdot B(i, n, u)$$

Cuya curva graficada se muestra en la figura 3.1 para el caso de $\{P_i\}$. Se debe hacer notar la posición de los puntos $\{P_i\}$. El primer punto del vector es el punto de inicio de la curva; el último es el punto final de la curva. La curva sigue a los puntos intermedios, por lo que al vector $\{P_i\}$ se le llama vector de puntos de control. Al polígono formado por el vector $\{P_i\}$ se le conoce como polígono de control.

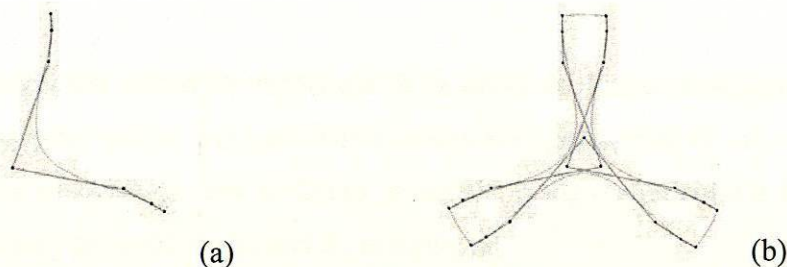


Figura 3.1.- Curva con $n=3$ mostrando los puntos de control y cuyo sólido se presenta en la figura 3.3. (a) Curva propuesta para una pieza mecánica y (b) arreglo de la misma curva conformando el perfil de la pieza.

Las ventajas de representar curvas parametrizadas por este método [FOL96] se pueden concluir a través de las propiedades:

- Los polígonos de control aproximan la silueta de la curva
- $P_0 = C(0)$ y $P_n = C(1)$
- Las direcciones de tangencia de los puntos inicio y final son paralelas al segmento P_1-P_0 y P_n-P_{n-1}

3.2 Curvas y superficies complejas

Una modificación refinada de la curva es posible “jalándola” hacia los puntos de control intermedios. De esta manera puede modificarse *sin alterar los puntos de control*, conservando con esto la continuidad geométrica [PIE97, FAR97].

El mecanismo para hacerlo es utilizando un *vector de pesos* $\{w_i\}$ y con ello obtener una curva racionalizada. Este vector es un valor de peso asignado a cada punto de control. El cálculo de las coordenadas será.

$$x(u) = \frac{X(u)}{W(u)} \quad y(u) = \frac{Y(u)}{W(u)} \quad z(u) = \frac{Z(u)}{W(u)} \quad (3.4)$$

En donde:

$$W(u) = \sum_{i=0}^n W_i \cdot B_{i,n}(u) \quad (3.5)$$

También es posible alterar la trayectoria de la curva de Bezier modificando la posición de los puntos de control. Para que exista continuidad geométrica en una cadena de curvas de Bezier es necesario que el último punto del polígono de control de una curva sea el primero del polígono de control de la siguiente.

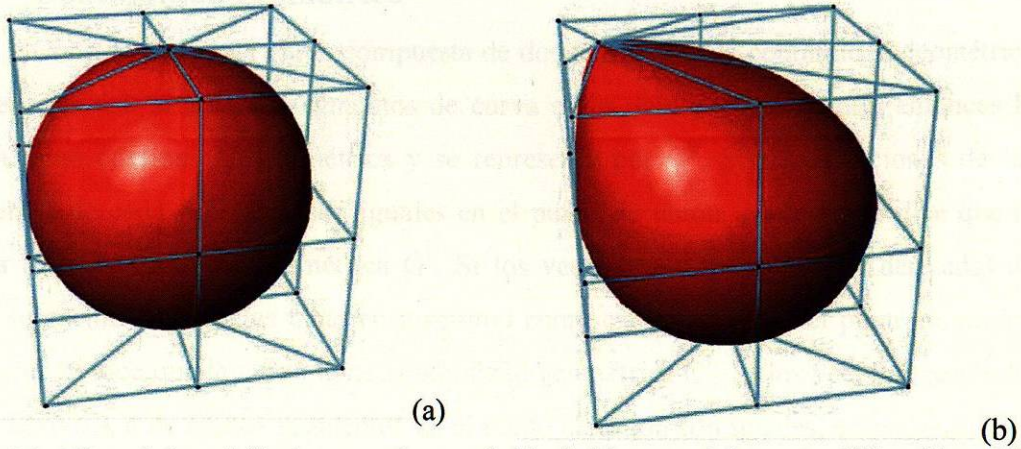


Figura 3.2.- Efecto de la posición de puntos de control. (a) primitiva geométrica como sólido y (b) cambio de posición de un punto de control.

Ya que la pendiente de la curva en sus extremos está determinada por el segmento de puntos de control inicial (o final, según sea el caso) la condición de continuidad geométrica está determinada por la posición de este segmento de la curva con respecto al siguiente. Para cumplir con la condición de G^1 basta con que los tres puntos que determinan la unión de los dos segmentos en cuestión sean colineales.

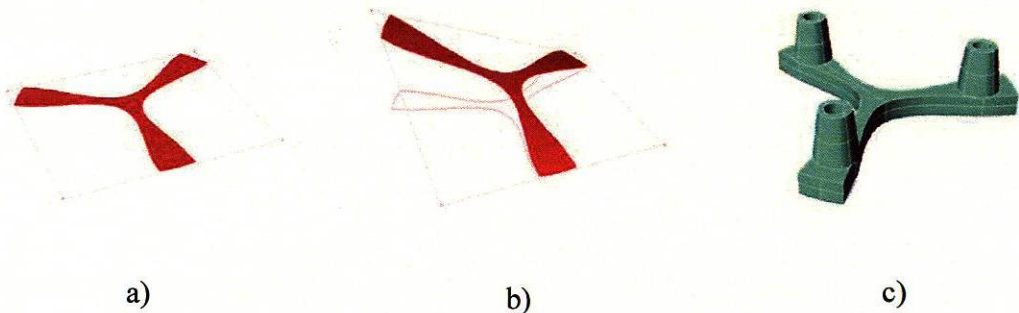
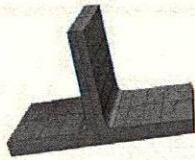


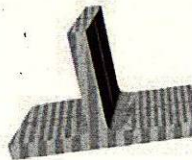
Figura 3.3 (a) Modelo construido a partir de curvas de Bezier mostrando los polígonos y los puntos de control. (b) El mismo modelo modificado a partir del reposicionamiento de algunos puntos de control. (c) Diseño final de la pieza mecánica mostrada en la figura 3.1.

3.3 Continuidad geométrica

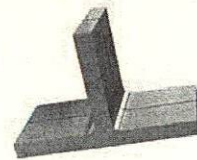
Considerando una curva compuesta de dos segmentos, la continuidad geométrica se definiría así: si los dos segmentos de curva están unidos en un punto, entonces la curva tiene continuidad geométrica y se representa por G^0 . Si las direcciones de las tangentes de cada segmento son iguales en el punto de unión, entonces se dice que la curva tiene continuidad geométrica G^1 . Si los vectores tangente (primer derivada) de cada segmento son iguales tanto en magnitud como en dirección en el punto de unión, entonces se dice que la curva tiene continuidad geométrica C^1 . Si los vectores resultado de la derivada n de ambos segmentos en el punto de unión son iguales, entonces se dice que la curva tiene C^n (continuidad geométrica n).



a)



b)



c)

Figura 3.4.- (a) Geometría resultado del programa de FEM. (b) Análisis de curvatura. (c) Modelo final.

3.4 Resumen del Capítulo

En este capítulo se presentaron las ventajas del diseño mecánico basado en curvas libres y se explicaron las condiciones de continuidad geométrica mínimas necesarias para evitar la concentración de esfuerzos.

Capítulo 4

El continuo elástico modelado con elementos finitos

4.1 El método del elemento finito

El método del elemento finito (FEM por sus siglas en inglés) es una herramienta poderosa en la solución numérica de un amplio rango de problemas de ingeniería. Las aplicaciones van desde el análisis por deformación y esfuerzo en la mecánica de sólidos hasta el análisis de los campos de los flujos de calor, fluidos y magnéticos entre otros. En este método de análisis, una región compleja que define un continuo se discretiza en formas geométricas simples llamadas elementos finitos (figura 4.1). Las propiedades del material y las relaciones gobernantes son consideradas sobre esos elementos y expresadas en términos de valores desconocidos en los bordes de los mismos. Un proceso de ensamble, cuando se consideran debidamente las cargas y restricciones, da lugar a un conjunto de ecuaciones. La solución de esas ecuaciones nos da el comportamiento aproximado del continuo.

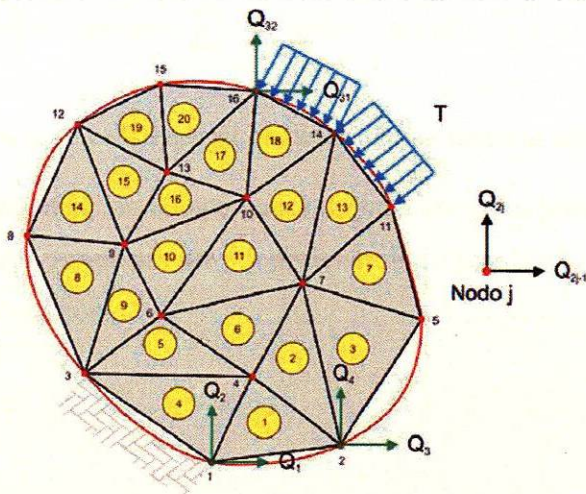


Figura 4.1.- Discretización de una región en elementos finitos.

En la mecánica de sólidos, el problema es satisfacer las ecuaciones del estado de equilibrio, donde los esfuerzos están relacionados con deformaciones unitarias que, a su vez, están relacionadas con desplazamientos. Esto conduce a resolver ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden. A la solución de este conjunto de ecuaciones se le llama generalmente una solución exacta. Tales soluciones exactas existen para geometrías y condiciones de carga simples, que pueden encontrarse en los textos sobre teoría de la elasticidad. Sin embargo en los problemas de ingeniería encontramos un alto grado de complejidad geométrica y condiciones de frontera y carga en los cuales tales soluciones es una tarea casi imposible. Los métodos de solución aproximada usualmente emplean métodos de energía potencial o con variación, que imponen condiciones menos estrictas sobre las funciones [ZIE94].

El principio de la energía potencial mínima establece que para sistemas conservativos, de todos los campos de desplazamiento cinemáticamente admisibles, aquellos que corresponden a condiciones de equilibrio extremizan la energía potencial total. Si la condición extrema es un mínimo, el estado de equilibrio es estable.

La energía potencial total Π de un cuerpo elástico se define como la suma de la energía de deformación unitaria total U y el potencial de trabajo WP . Para materiales elásticos lineales, usando la triangulación mostrada en la figura 4.1, la energía potencial total puede escribirse en la forma:

$$\Pi = \sum_e \frac{1}{2} \int_e \epsilon^T D \epsilon t dA - \sum_e \int_e u^T f t dA - \int_L u^T T t dl - \sum_i u_i^T P_i \quad (4.1)$$

donde $U_e = \frac{1}{2} \int_e \epsilon^T D \epsilon t dA$ es la energía de deformación unitaria del elemento.

Los desplazamientos, las componentes de tracción y los valores de la fuerza de cuerpo distribuida, son funciones de la posición indicada por (x, y) . El vector de desplazamiento \mathbf{u} es dado como

$$\mathbf{u} = [u, v]^T \quad (4.2)$$

donde u y v son las componentes x y y de \mathbf{u} respectivamente. Los esfuerzos y deformaciones unitarias están dados por

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T \quad (4.3)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = [\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}]^T \quad (4.4)$$

de la figura 4.1, que muestra el problema bidimensional en forma general, la fuerza de cuerpo, el vector de tracción y el volumen elemental están dados por

$$\mathbf{f} = [f_x, f_y]^T \quad \mathbf{T} = [T_x, T_y]^T \quad \text{y} \quad dV = t \, dA \quad (4.5)$$

donde t es el espesor a lo largo de la dirección z . La fuerza de cuerpo \mathbf{f} tiene las unidades de fuerza/volumen unitario y la fuerza de tracción \mathbf{T} tiene las unidades de fuerza/área unitaria. Las relaciones deformación unitaria plana-desplazamiento están dadas por

$$\boldsymbol{\epsilon} = \left[\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]^T \quad (4.6)$$

En dos dimensiones los problemas se modelan como esfuerzo plano y deformación unitaria plana que están relacionados por

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

que suelen escribirse como

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\epsilon} \quad (4.8)$$

Para los 3 nodos designados localmente como 1, 2 y 3, los correspondientes números globales de nodos están definidos en la figura 4.1. Esta información sobre la conectividad del elemento esta dada por un arreglo cuyo tamaño es el número de elementos y tres nodos por elemento.

Las componentes de desplazamiento de un nodo local j en la figura 4.2 están representadas por q_{2j-1} y q_{2j} en las direcciones x y y respectivamente. El vector de desplazamientos se expresa como

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_6]^T \quad (4.10)$$

4.3 Triángulo de deformación unitaria constante

Los desplazamientos en puntos dentro de un elemento tienen que ser representados en términos de los desplazamientos nodales del elemento. El método del elemento finito usa el concepto de funciones de forma para crear sistemáticamente esas interpolaciones. Para el triángulo de deformación unitaria constante las funciones de forma son lineales sobre el elemento.

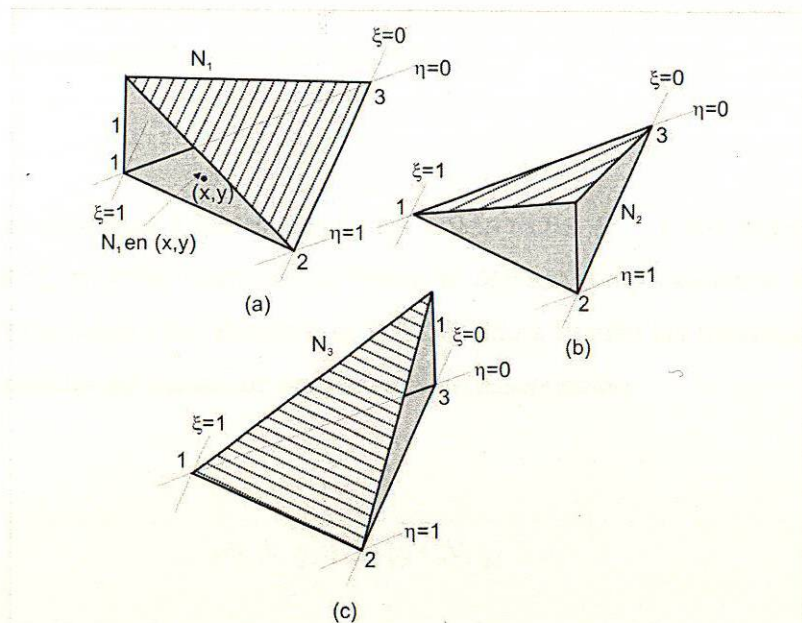


Figura 4.3.- Funciones de forma

Las tres funciones de forma N_1 , N_2 y N_3 correspondientes a los nodos 1, 2 y 3 respectivamente, se muestran en la figura 4.3. La función de forma N_1 es 1 en el nodo 1 y se reduce linealmente a 0 en los nodos 2 y 3. Los valores de la función de forma N_1 definen entonces una superficie plana que se muestra sombreada en la figura 4.3a. N_2 y N_3 son representadas con superficies similares con valores de 1 en los nodos 2 y 3, respectivamente, y de 0 en los bordes opuestos. Cualquier combinación lineal de esas funciones de forma representa también una superficie plana. En particular, $N_1 + N_2 + N_3$ representa un plano con altura de 1 en los nodos 1, 2 y 3 y entonces es paralelo al triángulo 123. En consecuencia para toda N_1 , N_2 y N_3 ,

$$N_1 + N_2 + N_3 = 1 \quad (4.11)$$

por lo que N_1 , N_2 y N_3 no son linealmente independientes, sólo dos de ellas lo son. Las funciones de forma independientes son representadas convenientemente por el par ξ , η , como sigue

$$N_1 = \xi \quad N_2 = \eta \quad N_3 = 1 - \xi - \eta \quad (4.12)$$

donde ξ , η son coordenadas naturales (fig. 4.3).

En el problema bidimensional, las coordenadas (x, y) son mapeadas en las coordenadas (ξ, η) y las funciones de forma se definen como funciones de ξ y η . Los desplazamientos dentro del elemento se escriben ahora usando las funciones de forma y los valores nodales del campo de desplazamiento desconocido.

$$\begin{aligned} u &= N_1 q_1 + N_2 q_3 + N_3 q_5 \\ v &= N_1 q_2 + N_2 q_4 + N_3 q_6 \end{aligned} \quad (4.13a)$$

o, usando la ecuación 4.12

$$u = (q_1 - q_5) \xi + (q_3 - q_5) \eta + q_5 \quad (4.13b)$$

$$v = (q_2 - q_6) \xi + (q_4 - q_6) \eta + q_6$$

Las relaciones 4.13a pueden expresarse en forma matricial definiendo una matriz \mathbf{N} de función de forma,

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

y

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{q} \quad (4.15)$$

Para el elemento triangular, las coordenadas (x, y) también pueden representarse en forma isoparamétrica. Este enfoque le da simplicidad al desarrollo y retiene la uniformidad con otros elementos complejos. Tenemos

$$x = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 \quad (4.16a)$$

$$y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3$$

o

$$x = (x_1 - x_3) \xi + (x_2 - x_3) \eta + x_3 \quad (4.16b)$$

$$y = (y_1 - y_3) \xi + (y_2 - y_3) \eta + y_3$$

Usando la notación $x_{ij} = x_i - x_j$ y $y_{ij} = y_i - y_j$, podemos escribir la ecuación 4.16b como

$$x = x_{13} \xi + x_{23} \eta + x_3 \quad (4.16c)$$

$$y = y_{13} \xi + y_{23} \eta + y_3$$

Esta ecuación relaciona las coordenadas (x, y) con las coordenadas (ξ, η) . La ecuación 4.13 a, b expresa u y v como funciones de ξ, η .

Al evaluar las deformaciones unitarias, las derivadas parciales de u y v se toman con respecto a x y y . De las ecuaciones 4.13 y 4.16 vemos que u, v y también x, y son funciones de ξ y η . Es decir, $u = u(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))$ y, similarmente, $v = v(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))$.

Usando la regla de la cadena para derivadas parciales de u , tenemos

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

Que puede escribirse en notación matricial como

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

donde la matriz cuadrada de (2×2) se denomina el jacobiano \mathbf{J} de la transformación:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Al tomar las derivadas de x y y , resulta

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} x_{13} & y_{13} \\ x_{23} & y_{23} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

También, de la ecuación 4.17 resulta

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

donde J^{-1} es la inversa del jacobiano J , dada por

$$J^{-1} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{23} & -y_{13} \\ -x_{23} & x_{13} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$\det J = x_{13} y_{23} - x_{23} y_{13}$$

De las ecuaciones 4.18 y 4.19, se infiere que

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{Bmatrix} y_{23} \frac{\partial u}{\partial \xi} & -y_{13} \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ -x_{23} \frac{\partial u}{\partial \xi} & +x_{13} \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (4.22a)$$

Reemplazando u por el desplazamiento v , obtenemos una expresión similar

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{Bmatrix} y_{23} \frac{\partial v}{\partial \xi} & -y_{13} \frac{\partial v}{\partial \eta} \\ -x_{23} \frac{\partial v}{\partial \xi} & +x_{13} \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (4.22b)$$

Usando las relaciones deformación unitaria-desplazamiento (4.6) y las ecuaciones 4.13b y 4.22, obtenemos

$$\epsilon = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (4.23a)$$

$$\epsilon = \frac{1}{\det J} \begin{Bmatrix} y_{23}(q_1 - q_5) - y_{13}(q_3 - q_5) \\ -x_{23}(q_2 - q_6) + x_{13}(q_4 - q_6) \\ -x_{23}(q_1 - q_5) + x_{13}(q_3 - q_5) + y_{23}(q_2 - q_6) - y_{13}(q_4 - q_6) \end{Bmatrix}$$

De la definición de x_{ij} y y_{ij} , podemos escribir $y_{31} = -y_{13}$ y $y_{12} = y_{13} - y_{23}$, etc. La ecuación anterior puede escribirse en la forma

$$\epsilon = \frac{1}{\det J} \begin{Bmatrix} y_{23}q_1 + y_{31}q_3 + y_{12}q_5 \\ x_{32}q_2 + x_{13}q_4 + x_{21}q_6 \\ x_{32}q_1 + y_{23}q_2 + x_{13}q_3 + y_{31}q_4 + x_{21}q_5 + y_{12}q_6 \end{Bmatrix} \quad (4.23b)$$

Esta ecuación puede escribirse en forma matricial como

$$\epsilon = B q \quad (4.24)$$

Donde B es una matriz de elemento deformación unitaria-desplazamiento de (3x6) que relaciona las 3 deformaciones unitarias con los seis desplazamientos nodales y esta dada por

$$B = \frac{1}{\det J} \begin{Bmatrix} y_{23} & 0 & y_{31} & 0 & y_{12} & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & x_{13} & 0 & x_{21} \\ x_{32} & y_{23} & x_{13} & y_{31} & x_{21} & y_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

Note que todos los elementos de la matriz B son constantes expresadas en términos de las coordenadas nodales.

Como las deformaciones unitarias son constantes en un elemento triangular de deformación unitaria constante, los esfuerzos correspondientes también son constantes. Los valores del esfuerzo deben calcularse para cada elemento. Usando las relaciones esfuerzo-deformación unitaria en la ecuación 4.8 y las relaciones deformación unitaria-desplazamiento en la ecuación 4.24 tenemos

$$\sigma = DBq \quad (4.26)$$

La conectividad se necesita de nuevo para extraer los desplazamientos nodales q del elemento del vector Q de desplazamiento global. La ecuación 4.26 se usa para calcular los esfuerzos en los elementos. Para fines de interpolación el esfuerzo calculado puede usarse como el valor en el centroide del elemento.

Las expresiones $u = N q$, $\epsilon = B q$, $\sigma = DBq$ relacionan el desplazamiento, la deformación unitaria y el esfuerzo, respectivamente, en términos de los valores nodales. Esas expresiones serán sustituidas en la expresión para la energía potencial 4.1 y así podemos obtener las matrices de rigidez y de carga.

4.4 Rigidez del elemento

Se sustituye la deformación unitaria de la relación deformación unitaria-desplazamiento del elemento en la ecuación 4.24 en la energía de deformación unitaria del elemento, para obtener

$$U_e = \frac{1}{2} \int_e \epsilon^T D \epsilon t dA \quad (4.27a)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_e q^T B^T DBq t dA$$

Considerando el espesor del elemento t como constante sobre el elemento, y teniendo en cuenta que todos los términos en las matrices D y B son constantes, tenemos

$$U_e = \frac{1}{2} q^T B^T D B t_e \left(\int_e dA \right) q \quad (4.27b)$$

Ahora, $\int_e dA = A_e$, donde A_e es el área del elemento. Entonces,

$$U_e = \frac{1}{2} q^T t_e A_e B^T D B q \quad (4.27c)$$

o

$$U = \frac{1}{2} q^T k^e q \quad (4.27d)$$

donde k^e es la matriz de rigidez del elemento dada por

$$k^e = t_e A_e B^T D B \quad (4.28)$$

Para esfuerzo plano o deformación unitaria plana, la matriz de rigidez del elemento puede obtenerse tomando la matriz D adecuada de propiedades del material. Notamos que k^e es simétrica ya que D es simétrica. La conectividad del elemento se usa para sumar los valores de la rigidez del elemento en k^e en las localizaciones globales correspondientes de la matriz de rigidez global K , por lo que

$$U = \sum_e \frac{1}{2} q^T k^e q \quad (4.29)$$

$$U = \frac{1}{2} Q^T K Q$$

La matriz de rigidez global K es simétrica y en banda o dispersa. El valor de rigidez K_{ij} es cero cuando los grados de libertad i y j no están conectados por medio de

un elemento. Si i y j están conectados por medio de uno o más elementos, los valores de rigidez asociados a esos elementos se acumulan.

4.5 Términos de fuerza

El término de fuerza de cuerpo $\int_e u^T f t dA$ que aparece en la energía potencial total en la ecuación 4.1 será considerada primero. Tenemos

$$\int_e u^T f t dA = t_e \int_e (u f_x + v f_y) dA \quad (4.30)$$

Usando las relaciones de interpolación dadas en la ecuación 4.16a, encontramos

$$\begin{aligned} \int_e u^T f t dA &= q_1 \left(t_e f_x \int_e N_1 dA \right) + q_2 \left(t_e f_y \int_e N_1 dA \right) \\ &+ q_3 \left(t_e f_x \int_e N_2 dA \right) + q_4 \left(t_e f_y \int_e N_2 dA \right) \\ &+ q_5 \left(t_e f_x \int_e N_3 dA \right) + q_6 \left(t_e f_y \int_e N_3 dA \right) \end{aligned} \quad (4.31)$$

De la definición de funciones de forma sobre un triángulo, mostrado en la figura 4.3, $\int_e N_1 dA$ representa el volumen de un tetraedro con área A_e en su base y altura en el vértice = 1 (adimensional). El volumen de este tetraedro está dado por $1/3 \times$ área de la base \times altura (fig. 4.4)

$$\int_e N_i dA = \frac{1}{3} A_e \quad (4.32)$$

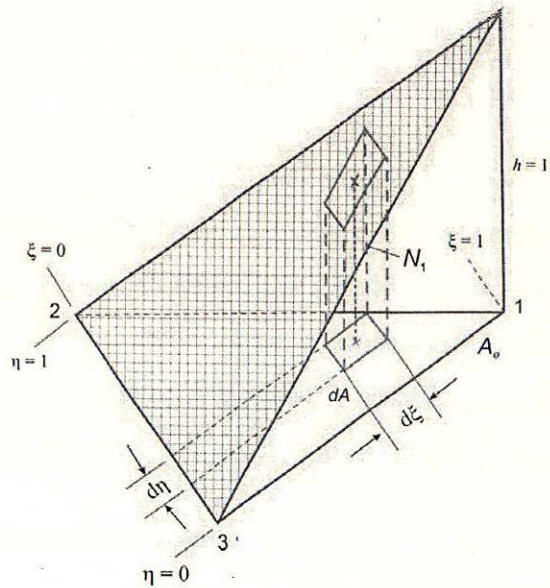


Figura 4.4.- Integral de una función de forma.

De manera similar, $\int_e N_2 dA = \int_e N_3 dA = \frac{1}{3} A_e$. Ahora la ecuación 4.31 puede escribirse en la forma

$$\int_e \mathbf{u}^T \mathbf{f} t dA = \mathbf{q}^T \mathbf{f}^e \quad (4.33)$$

donde \mathbf{f}^e es el vector fuerza de cuerpo del elemento, dado como

$$\mathbf{f}^e = \frac{t^e A^e}{3} [f_x, f_y, f_x, f_y, f_x, f_y]^T \quad (4.34)$$

Estas fuerzas nodales del elemento contribuyen al vector de carga global \mathbf{F} . La conectividad necesita usarse de nuevo para agregar \mathbf{f}^e al vector global de fuerza \mathbf{F} . El

vector f^e es de dimensión (6×1) , mientras que F es de $(N \times 1)$. Esto se puede expresar simbólicamente como

$$F \leftarrow \sum_e f^e \quad (4.35)$$

Una fuerza de tracción es una carga distribuida que actúa sobre la superficie del cuerpo. Esa fuerza actúa sobre los bordes que conectan los nodos de frontera. Una fuerza de tracción que actúa sobre el borde de un elemento contribuye al vector global de la carga F . Esta contribución puede determinarse considerando el término de fuerza de tracción $\int_e u^T T t dl$. Considere un borde l_{1-2} sobre el que actúa una tracción $T_x T_y$ en unidades de fuerza por unidad de superficie, mostrado en la figura 4.5a. Tenemos

$$\int_L u^T T t dl = \int_{l_{1-2}} (u T_x + v T_y) dl \quad (4.36)$$

Usando las relaciones de interpolación que contienen las funciones de forma

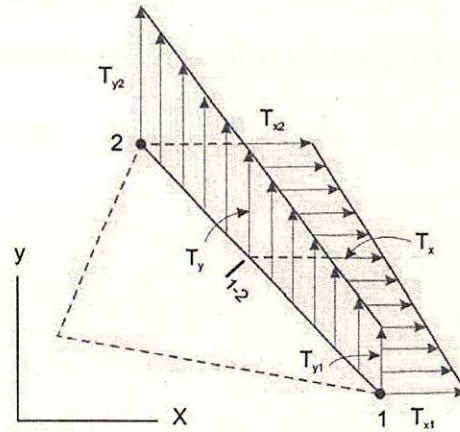
$$u = N_1 q_1 + N_2 q_3$$

$$v = N_1 q_2 + N_2 q_4$$

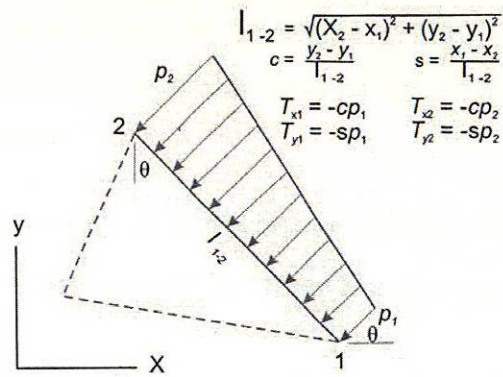
(4.37)

$$T_x = N_1 T_{x1} + N_2 T_{x2}$$

$$T_y = N_1 T_{y1} + N_2 T_{y2}$$



(a) Distribución de la componente



(b) Presión normal

Figura 4.5.- Carga de tracción.

y notando que

$$\int_{l_{1-2}} N_1^2 dl = \frac{1}{3} l_{1-2}, \quad \int_{l_{1-2}} N_2^2 dl = \frac{1}{3} l_{1-2}, \quad \int_{l_{1-2}} N_1 N_2 dl = \frac{1}{6} l_{1-2} \quad (4.38)$$

obtenemos

$$\int_{l_{1-2}} \mathbf{u}^T \mathbf{T} t dl = [\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 \mathbf{q}_3 \mathbf{q}_4] \mathbf{T}^e \quad (4.39)$$

donde \mathbf{T}^e esta dada por

$$\mathbf{T}^e = \frac{t_e l_{1-2}}{6} [2T_{x1} + T_{x2}, 2T_{y1} + T_{y2}, T_{x1} + 2T_{x2}, T_{y1} + 2T_{y2}]^T \quad (4.40)$$

Si p_1 y p_2 son presiones que actúan normalmente en la línea dirigida hacia la derecha cuando nos movemos de 1 a 2, como se muestra en la figura 4.5b, entonces

$$T_{x1} = -cp_1, \quad T_{x2} = -cp_2, \quad T_{y1} = -sp_1, \quad T_{y2} = -sp_2 \quad (4.41)$$

donde

$$s = \frac{(x_1 - x_2)}{l_{1-2}} \quad \text{y} \quad c = \frac{(y_2 - y_1)}{l_{1-2}} \quad (4.42)$$

En la ecuación 4.40 pueden ser consideradas cargas distribuidas tanto normales como tangenciales. Las contribuciones de la carga de tracción deben agregarse al vector global de fuerza F . Para las cargas distribuidas, necesitamos determinar las componentes equivalentes de carga puntual.

El término carga puntual es fácilmente considerado colocando un nodo en el punto de aplicación de la carga puntual. Si i es el nodo en el que se aplica $\mathbf{P}_i = [P_x, P_y]^T$, entonces

$$\mathbf{u}_i^T \mathbf{P}_i = Q_{2i-1} P_x + Q_{2i} P_y \quad (4.43)$$

Así P_x y P_y , y las componentes x y y de \mathbf{P}_i , son agregadas a las componentes $(2i-1)$ -ésima y $(2i)$ -ésima de la fuerza global F .

La contribución de las fuerzas de cuerpo, de las fuerzas de tracción y de las cargas puntuales a la fuerza global F puede representarse como $F \leftarrow \sum_e (f^e + T^e) + P$.

La consideración de la energía de deformación unitaria y los términos de fuerza nos da la energía potencial total en la forma

$$\Pi = \frac{1}{2} \mathbf{Q}^T \mathbf{K} \mathbf{Q} - \mathbf{Q}^T \mathbf{F} \quad (4.44)$$

Las modificaciones de rigidez y fuerza se hacen para tomar en cuenta las condiciones de frontera. Usando los métodos de resolución matricial, tenemos

$$K Q = F \quad (4.45)$$

Donde K y F son la matriz de rigidez modificada y el vector de fuerza modificado, respectivamente. Esas ecuaciones se resuelven por eliminación de Gauss u otros procedimientos, para obtener el vector de desplazamiento Q .

El método de elemento finito se ha convertido para los diseñadores e investigadores de todos los campos en una herramienta indispensable para los cálculos en ingeniería. Con la ayuda de este método es posible analizar el esfuerzo de una manera relativamente exacta y rápida de un componente así como posteriormente realizar su optimización geométrica.

4.6 Resumen del Capítulo

En este capítulo se explicó en detalle el método de elemento finito utilizado en los cálculos para la interpretación de los esfuerzos y deformaciones en las transiciones geométricas. Se desarrollaron las ecuaciones del principio de la minimización de la energía potencial total y con ello las ecuaciones de equilibrio que describen el estado de esfuerzos. Se sentaron las bases teóricas dirigidas a encontrar una teoría predictiva del comportamiento mecánico.

En los próximos Capítulos se presentará la aplicación de esta base teórica utilizando un marco de estructuras básicas encaminadas a observar y evaluar los estados de esfuerzo del componente propuesto con el fin de optimizarlo basado en este método.

Capítulo 5

El crecimiento biológico como criterio de optimización

5.1 El diseño en la naturaleza

Los huesos, árboles y otras estructuras biológicas sometidas a carga cambian su geometría para conseguir los requerimientos funcionales dependientes de las fuerzas a que son sometidas [MAT90b]. El cambio es adaptivo y logra homogeneidad local de esfuerzos en las transiciones geométricas. Es así como la selección natural demuestra el proceso mediante el cual una especie se adapta a su medio ambiente.

En la naturaleza, al igual que en el diseño de elementos mecánicos, el objetivo de la estructura consiste en lograr el máximo de resistencia mediante el mínimo de material (figura 5.1). La mejora estructural no consiste en hacer algo más resistente agregando masa y volumen, sino en utilizar el material de la forma más adecuada.

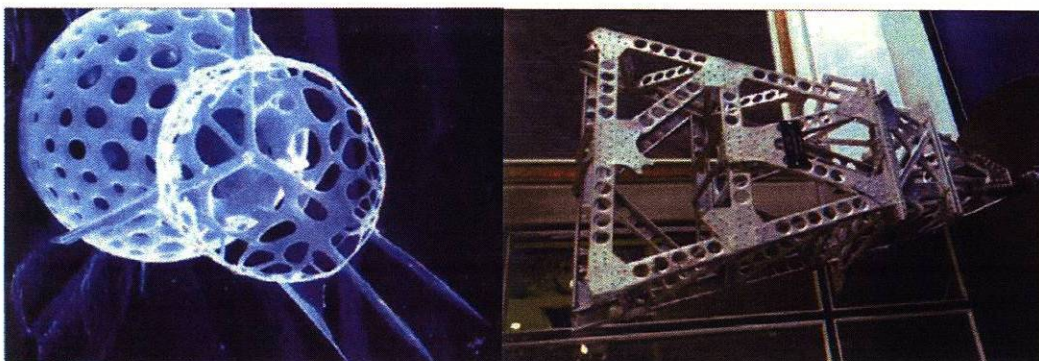


Figura 5.1.- Estructura natural (izquierda) y estructura diseñada por el hombre (derecha).
Utilización óptima de material

La naturaleza desarrolla las estructuras y formas que le ofrecen las mayores garantías de supervivencia. La gran diferencia entre las estructuras técnicas y las

orgánicas estriba en que las primeras son el soporte para los objetos diseñados por el hombre, mientras que las segundas son imprescindibles para todo ser viviente.

Toda forma, independiente de su función, contiene en sí misma una estructura. El propósito de una estructura estriba en canalizar los esfuerzos al terreno, trátase de un árbol, un puente, un edificio, una columna, etc.

En el árbol se encuentra un ejemplo en donde las ramas, la superficie superior de las fibras de madera se tensa; la gravedad empuja a las ramas hacia abajo, mientras que las fibras de la superficie inferior se comprimen. También se produce una flexión dentro de la madera cuando la gravedad atrae a las ramas, en tanto que el viento puede producir fuerzas de torsión. Así mismo se genera una fuerza cortante, cizallamiento durante el movimiento, entre las fibras de la madera, que se da cuando el viento agita las ramas y al tronco, curvándolos en un sentido u otro. Este Capítulo presenta un modelo matemático derivado de la experimentación con troncos de árboles sometidos a condiciones forzadas y naturales basado en los estudios de Osler et al [OSL96].

5.2 El axioma de esfuerzos constantes

En los años noventas Mattheck en el centro de investigaciones de Karlsruhe se dedicó a imitar el proceso de crecimiento natural controlado por carga en programas de elemento finito [MAT90c]. La búsqueda consiste en minimizar la intensificación de esfuerzos, a través de la utilización uniforme del material. Los primeros resultados fueron prometedores y aplicados a piezas pequeñas como tornillos y soportes para motores de hierro fundido.

El axioma de los esfuerzos constantes afirma que sobre la superficie de una estructura no existen zonas meta esforzadas (regiones con altos esfuerzos) tampoco zonas sub esforzadas (lastre innecesario). Esta regla de diseño esta presente en el crecimiento de estructuras biológicas que les conceden la más alta estabilidad con mínima aplicación de material.

Después de analizar una gran cantidad de estructuras biológicas mediante el método de elementos finitos (especialmente árboles y huesos) Mattheck encontró que las estructuras biológicas tienen geometrías libres de características que concentren esfuerzos [MAT90b]. Si este estado de equilibrio es alterado por cargas externas, la estructura trata de regresar al estado de equilibrio mediante un crecimiento cuidadosamente dirigido, sus estudios lo llevaron a la formulación del axioma de los esfuerzos constantes, a partir del cual es posible aseverar que el único buen diseño mecánico es en el que no existen puntos más propensos a fallar o en el que no existen áreas libres de cargas. En consecuencia, esto significa que para un elemento cargado el esfuerzo tiene que ser totalmente constante en cualquier parte del componente a lo largo de toda su estructura [MAT92].

Ley del decremento de Neuber.

Neuber [NEU57] propuso en sus trabajos de investigación algunas tesis que a continuación se plantean.

El incremento de esfuerzo en cualquier zona de un componente estructural es evocado por la forma del componente y conduce a una reducción del esfuerzo en la periferia de la zona esforzada. El esfuerzo decrece en relación directa con la magnitud del “pico de esfuerzo” y se reduce conforme la lejanía del pico de esfuerzo es mayor.

Todas las energías puestas en reducir el esfuerzo máximo en las zonas críticas se basan en este teorema. Además, el teorema de Neuber establece:

1. *Entre mayor es el esfuerzo en una zona de cambio geométrico mayor es el decremento de los esfuerzos en proporción con la distancia de la zona con alto nivel de esfuerzos.*
2. *Altos niveles de esfuerzos en cualquier región de un componente debidos a su forma producen un decremento en los niveles de esfuerzo en la periferia de la zona altamente esforzada. La disminución de los niveles de esfuerzo es mayor en proporción directa con la magnitud de las cargas máximas de esfuerzo, y decrece con el distanciamiento de la zona de altos niveles de esfuerzo.*

Formulación general del problema:

Se cuenta con un espacio de variación $\theta \subset CR^q (q = 2,3)$ con un contorno $\delta\theta$ y dentro de este contorno $\delta\theta$ las condiciones de frontera CF_i . Los esfuerzos resultantes de CF_i se deberán homogeneizar por medio de una forma óptima de V , con sus contornos δV_k , los cuales tienen que permanecer dentro del espacio de variación θ e incorporar a todas las regiones fijas S_j y a sus respectivos contornos δS_j .

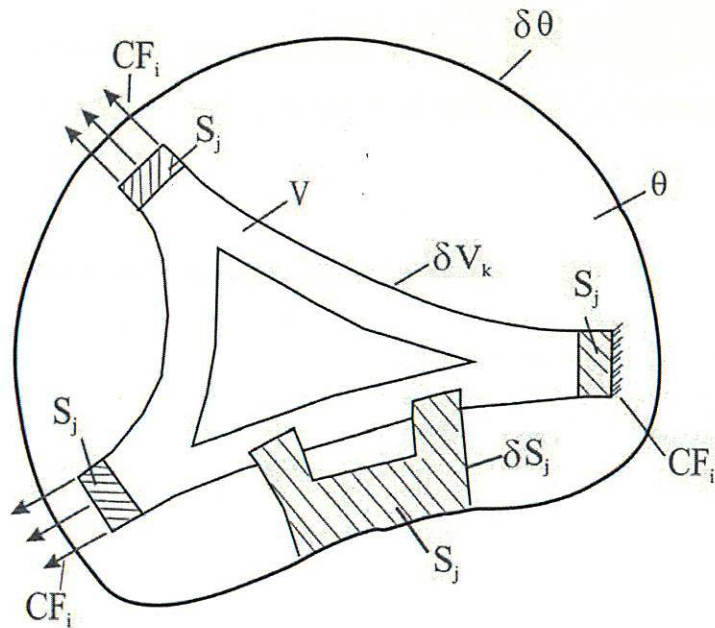


Figura 5.2.- Espacio de variación y forma optimizada.

El espacio de variación θ es el "límite externo" de las dimensiones geométricas, las condiciones frontera CF_i deben ser activadas dentro de este espacio. Las regiones fijas S_j son espacios geométricos que el componente optimizado debe contener obligatoriamente. Todas las regiones donde actúan las condiciones frontera deberán ser definidas como espacios fijos, los cuales también pueden ser condicionantes del diseño y pueden ser directamente preestablecidos.

El contorno del componente δV no debe ser necesariamente una línea o superficie cerrada, son permisibles los huecos, lo que significa que un modelo sólido puede convertirse en una estructura.

La relación entre el volumen del componente a ser optimizado y el volumen del espacio de variación se denomina eficiencia volumétrica, f . La eficiencia volumétrica es:

$$f = \frac{V}{\theta} \quad \text{y puede variar entre} \quad 1(V = \theta) \text{ y } \frac{\sum S_j}{\theta} \quad (5.1)$$

La homogenización de los niveles de esfuerzo alcanzable depende de las condiciones frontera y del espacio de variación al igual que de la eficiencia volumétrica.

Teorías de la homogenización de esfuerzos:

1. *El valor mínimo para los esfuerzos máximos se logra si los esfuerzos en el componente V han sido homogenizados bajo condiciones frontera CF_i . La condición frontera en un componente es homogenizada si en cada punto del componente, exceptuando los espacios fijos S_j , se presenta mismo esfuerzo máximo.*
2. *En el caso de topologías restringidas, el esfuerzo es mínimo si el contorno libre δV_k , que no pertenece al contorno de variación $\delta \theta$ o al contorno de los espacios fijos δS_j , presenta un homogéneo nivel de esfuerzos.*

Los componentes optimizados generalmente presentan una alta relación rigidez-peso. En el problema de la optimización de la forma, desde el punto de vista energético, se logra un óptimo cuando la energía almacenada es uniforme. La uniformidad de la densidad energética resulta del flujo de energía de un estado de mayor energía a uno de menor energía. El sistema tiende a un estado de energía total mínima. La hipótesis de von Mises es conocida también como la “hipótesis de energía del cambio estructural”.

El criterio óptimo mejor conocido en el campo de mecánica estructural es el “Fully Stressed Design” (Diseño completamente esforzado). Las hipótesis a cerca de la

homogenización y minimización de esfuerzos son también criterios de optimización [SAU91a, SAU91b]. Éstos criterios y el comportamiento del modelo físico en respuesta a los cambios geométricos están imbuidos en los algoritmos de solución del método de crecimiento biológico.

5.3 Tipos de optimización estructural

Desde inicios de este nuevo siglo se encuentran a disposición programas computacionales comerciales que imitan a través de procedimientos y cálculos complejos los principios de diseño en la naturaleza (vea figura 5.3). Su implementación era hasta la fecha solo limitada a la utilización en la industria automotriz así como en la aeronáutica.

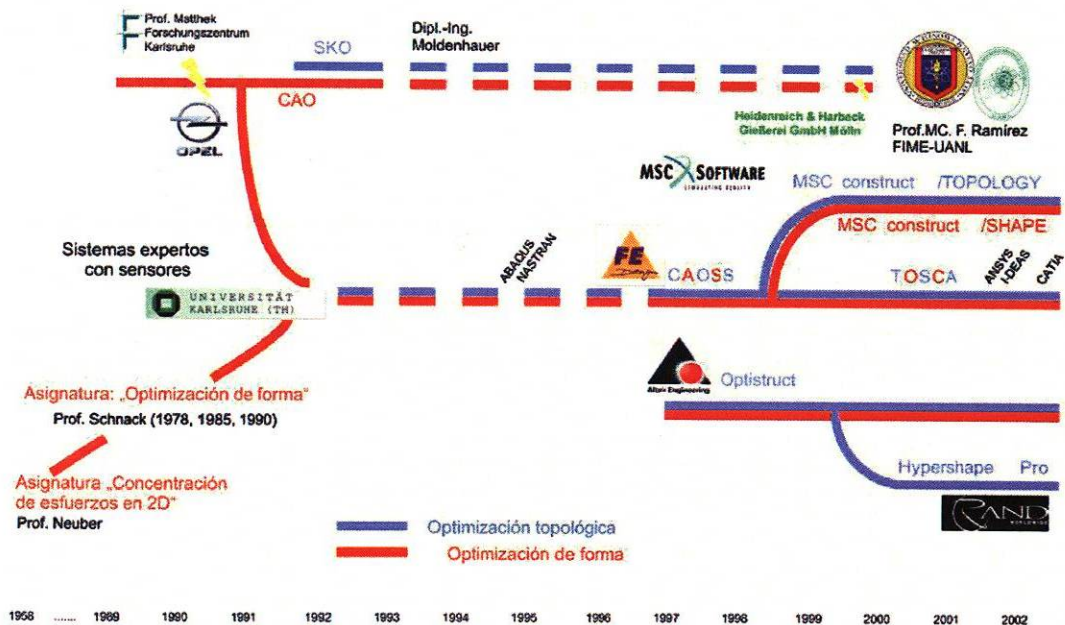


Figura 5.3.- Desarrollo histórico de software para optimización geométrica.

Los resultados recientemente publicados eran implementados con técnicas de colada fina o por arranque de viruta. Las geometrías resultantes de la optimización geométrica son económicamente más rentables a través de la fundición así que los proveedores de software muestran gran interés en la industria de la fundición.

5.3.1 Optimización topológica

La optimización topológica se define como la distribución homogénea de material dentro de un espacio definido bajo la trayectoria de carga (energía de deformación unitaria) óptima. El proceso de optimización inicia con la definición de las condiciones frontera como son la carga y sujeción de la estructura, el espacio de variación permitido y las zonas que no deberán sufrir alteración. El resultado se transforma en un diseño bajo condiciones de producción y en caso de concentración de esfuerzos aplicar la optimización de forma.

5.3.2 Optimización de la forma

A través de múltiples análisis a estructuras biológicas como árboles, huesos, garras y espinas se ha comprobado con el método de elementos finitos que dichas estructuras se encuentran optimizadas respecto a su carga y que para todas ellas es válido el principio de superficies con esfuerzos constantes [MAT90c].

El objetivo de este método consiste en reducir la concentración de esfuerzos a través del crecimiento adaptable hasta obtener una distribución de esfuerzos homogéneos a lo largo de la superficie del componente. La regla mecánica subyacente que determina una concentración de esfuerzos igualmente distribuidos es el axioma de esfuerzos constantes formulada por Mattheck [MAT92].

La secuencia de pasos para la solución de un problema de optimización geométrica por medio del método de crecimiento biológico es:

- Definir la región a optimizar.
- Especificar los objetivos de optimización (minimización del esfuerzo máximo).
- Definir restricciones del movimiento de los nodos.

En el problema de optimización se definen las variables de diseño (los nodos maestros) bajo las fronteras límite de la región o superficie que se desea modificar durante la optimización, así como su dirección de cambio es decir crecimiento, reducción o ambas de la sección a optimizar. La figura 5.4 representa el cambio de posición de las variables de diseño.



Figura 5.4 Definición de los nodos maestros.

A través de un análisis de elemento finito se estima la distribución de los esfuerzos σ_{criterio} utilizados en el proceso para que sirvan como criterio de optimización. Dependiendo del valor del esfuerzo de referencia σ_{ref} , serán calculados los vectores de desplazamiento de los nodos maestros. La dirección de cambio en cada iteración k es decir crecimiento o reducción de los nodos de diseño n esta dada por el vector normal a la superficie v_i de acuerdo a:

$$\begin{bmatrix} n_i^x \\ n_i^y \\ n_i^z \end{bmatrix}^{k+i} = \begin{bmatrix} n_i^x \\ n_i^y \\ n_i^z \end{bmatrix}^k + \alpha_i^k \begin{bmatrix} v_i^x \\ v_i^y \\ v_i^z \end{bmatrix}^{k+i} \quad (5.2)$$

α_i^k representa el valor a lo largo de la dirección de desplazamiento para los nodos maestros y esta definido por:

$$\alpha_i^k = \xi (\sigma_{\text{criterio}}^i - \sigma_{\text{ref}}^i) \quad (5.3)$$

El parámetro ξ es un factor de incremento que acelera el proceso y asegura la convergencia estable.

En la optimización las siguientes opciones son consideradas:

- Si $\alpha_i^k > 0$ habrá crecimiento
- Si $\alpha_i^k < 0$ habrá reducción

Es deseable restringir el desplazamiento de los nodos tanto sus coordenadas independientemente como también el desplazamiento máximo para limitar su posición en ciertos procesos de manufactura.

La reubicación de los nodos dentro del proceso de optimización tiene como requisito formar curvas con suavidad geométrica y evitar uniones con cambios abruptos en su trayectoria. Esta condición de continuidad geométrica es necesaria para evitar que en la zona de optimización se generen elevaciones de esfuerzo.

5.4 Determinación del modelo matemático de crecimiento biológico utilizando árboles

Varias teorías han sido propuestas para explicar el control de la forma de los troncos de los árboles [LAR63]. La teoría más aceptada sugiere que la forma está determinada como el crecimiento en respuesta a esfuerzos flexionantes en el tronco, resultantes de las cargas en su follaje debidas al viento; entre más alto sea un tallo mayor será el esfuerzo al que se somete [JAC54, LAR65, VAL92, OSA93]. Lo anterior se relaciona directamente con la teoría de que están formados de manera que los niveles de esfuerzo son constantes a lo largo de la longitud completa del tronco.

En la presente sección, se retoman los datos de la investigación de los efectos de los esfuerzos a flexión en el crecimiento de árboles realizada por Osler *et al*, que estudiaron tanto el engrosamiento radial del tronco como el crecimiento en altura, publicados en el artículo "*Effects of bending stress on taper and growth of stems of*

young Eucalyptus regnans trees" [OSL96]. Este trabajo permitió inferir un modelo basado en los resultados publicados y comprobar el crecimiento biológico en recientes tesis como la realizada por Romero [ROM06].

Osler *et al* diseñaron su experimentación de manera que en uno de sus arreglos un grupo de árboles fue sometido a una carga estática a flexión durante 8 semanas para analizar el crecimiento radial de los troncos durante el tiempo en el que permaneció la flexión y en las subsecuentes 12 semanas.

Otro arreglo experimental consistió en hacer permanecer verticales a los árboles mediante la utilización de una vara de soporte, mientras que un tercer arreglo consistió en dejarlos crecer libremente durante toda la experimentación. A este tercer grupo lo denominaron "control". Durante la experimentación los árboles fueron rotados cada dos días para prevenir la formación de madera de reacción y evitar un crecimiento asimétrico, principalmente en los tallos de los árboles sometidos a flexión.

Los árboles fueron mantenidos en condiciones controladas de humedad y temperatura, y aislados de corrientes de aire que pudieran influir en el crecimiento de los troncos de forma considerable.

Con el arreglo experimental detallado y mediante todas las consideraciones de control, cada 2 semanas se realizaron mediciones del radio de los troncos a diferentes alturas sobre el nivel de la tierra. Osler y su equipo [OSL96] ilustran el cambio de los perfiles de los troncos a través del tiempo reportando los resultados en forma de gráfica, por lo que fue necesario procesar la imagen mediante software para obtener de manera exacta los valores numéricos correspondientes. Los resultados obtenidos mediante este procedimiento se muestran en las secciones 10.1 y 10.2 de los apéndices.

5.4.1 Reconstrucción geométrica y análisis de esfuerzos en los troncos

En la reconstrucción de las geometrías se utilizaron programas de CAD. Con las lecturas de los radios se construyó un perfil, a partir del cual se generó el tronco del árbol mediante una superficie de revolución.

El análisis de esfuerzos sobre los troncos se realizó mediante el método de elementos finitos. En la discretización se crearon 61 nodos sobre el perfil de cada tronco espaciados a intervalos de 5mm a lo largo del eje vertical; el tipo de elemento utilizado fue un tetraedro sólido de 10 nodos. Se restringió el desplazamiento en cualquier dirección de los nodos pertenecientes a la cara inferior de los modelos y la carga flexionante fue aplicada en uno de los nodos de la parte superior de los troncos; la selección del nodo se realizó considerando el método para aplicar la carga utilizado en [OSL96]. En base a la misma investigación, se consideró un material homogéneo de comportamiento lineal y elástico con un módulo de elasticidad de 3×10^9 Pa. En todos los casos la carga aplicada a los troncos fue de 25 N. El procedimiento del análisis se ilustra en la figura 5.5.

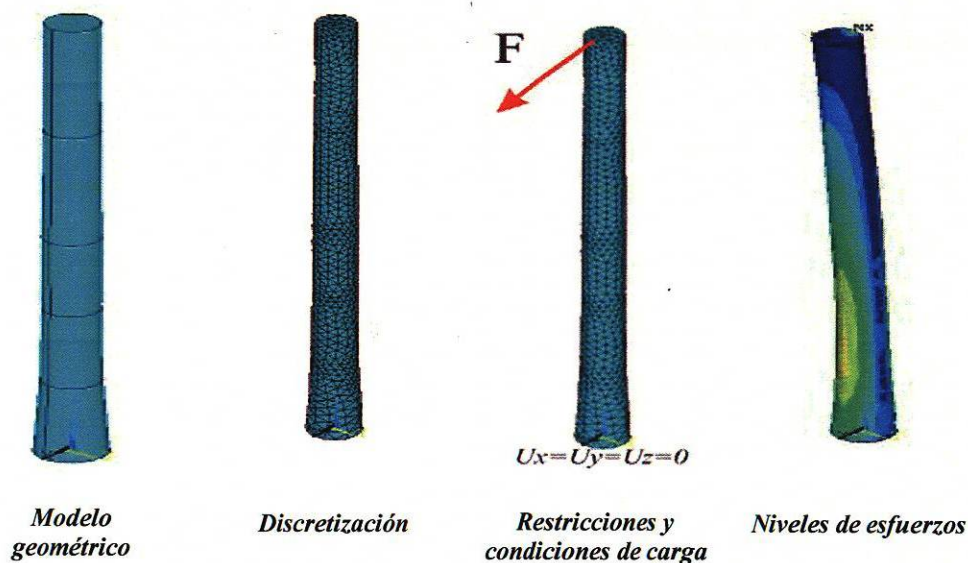


Figura. 5.5.- Metodología para el análisis de esfuerzos mediante el método de elementos finitos.

Después de someter los troncos de crecimiento natural y los de crecimiento forzado a las mismas condiciones de carga, se analizó el nivel de esfuerzos a lo largo del contorno de los troncos. La distribución de esfuerzos mediante FEM se encuentra en la sección 10.1 del apéndice.

Los valores de esfuerzo von Mises-Hencky en cada uno de los nodos en la superficie de los troncos se encuentran en la sección 10.2 del apéndice.

Resulta evidente que los niveles máximos de esfuerzo sobre los troncos se reducen conforme transcurre el tiempo. El mayor cambio en la distribución de esfuerzos se presentó durante las primeras 8 semanas de crecimiento. Durante ese período los árboles de crecimiento natural redujeron en un 39.51% los esfuerzos máximos en sus troncos, además, la desviación estándar de los valores de esfuerzo se redujo en un 64.19%, con lo que se demuestra que los árboles crecen de manera que su geometría tiende a homogenizar los niveles de esfuerzos a lo largo de su estructura, de acuerdo a la teoría de Mattheck. El efecto sobre la distribución de esfuerzos en los troncos de crecimiento forzado es aún más notable como lo muestran las graficas obtenidas (figura 5.6 y 5.7), ya que la distribución de esfuerzos alcanzada por los troncos de crecimiento natural hasta la semana 20, prácticamente la igualaron en tan sólo 8 semanas de crecimiento. En ese período la reducción de los niveles máximos de esfuerzo fue del 74.85% y la reducción de la desviación estándar de los esfuerzos en el contorno fue del 85.53%.

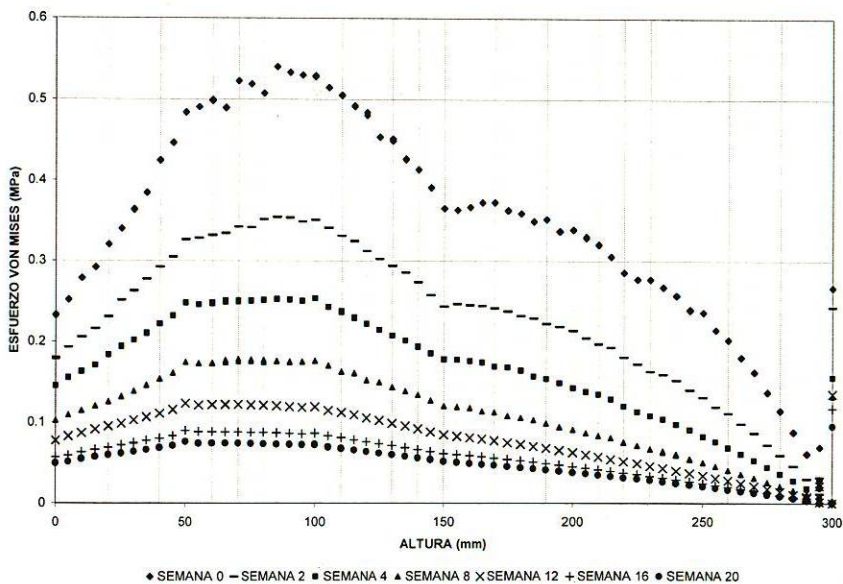


Figura 5.6.- Distribución de esfuerzos en los troncos de los árboles de crecimiento natural.

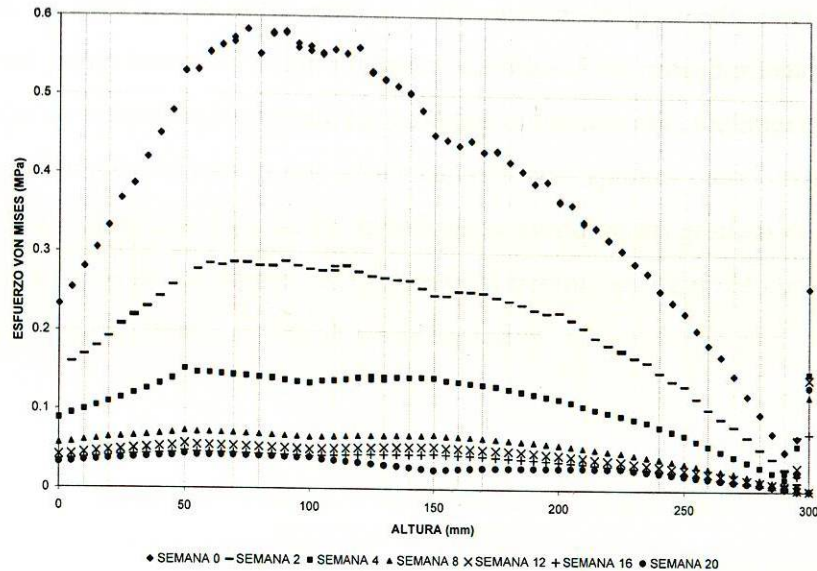


Figura 5.7.- Distribución de esfuerzos en los troncos de los árboles de crecimiento forzado.

Tanto en el caso de los árboles de crecimiento natural como en el de los de crecimiento forzado se obtienen niveles de esfuerzo notablemente más altos en la zona cercana a la altura de 300mm sobre el nivel de la tierra; sin embargo, estas condiciones de esfuerzo son intrascendentes para el análisis de acuerdo al principio de Saint Venant [SPO98], ya que son la consecuencia de la aplicación de la carga puntual aplicada a esa altura.

De los datos reportados en [OSL96], se obtuvieron dos modelos de crecimiento, uno predice el radio del tronco de los árboles que crecieron de forma natural y el otro el diámetro de los que crecieron de forma forzada; en ambos casos, es posible predecir el radio en cada semana de crecimiento dentro del rango de tiempo en el que se desarrolló la experimentación.

5.4.2 Crecimiento natural

Las constantes para los modelos de crecimiento natural se muestran en la tabla V.I, así como los valores de las pruebas de ajuste que evalúan la validez del modelo. Por conveniencia, se muestran también las constantes calculadas después de convertir las

mediciones al dividir cada radio entre el radio mayor de las mediciones del arreglo experimental, para obtener un valor a manera de índice. Este procedimiento facilitará la modificación de geometrías mediante los modelos obtenidos del crecimiento natural. La altura de medición (mm) para la que aplica cada modelo aparece como complemento al subíndice n . En la sección 10.6 de los apéndices se muestran las gráficas de crecimiento radial de los troncos de los árboles con respecto al tiempo, así como la curva que ajusta las lecturas correspondientes a cada altura de medición.

Tabla V.I.- Constantes de los modelos de crecimiento natural para cada altura de medición.								
Modelo	Radio (mm)				Radio / radio mayor			
	a	b	R^2	Chi^2	a	b	R^2	Chi^2
y_{n0}	7.17234	0.0491	1	0.0000006	2.08271	0.0578	0.99969	0.00004
y_{n50}	3.81997	0.11358	0.99999	0.00001	1.28109	0.11246	0.99994	0.0000075
y_{n100}	3.76215	0.11173	0.99925	0.00078	1.2704	0.10946	0.99945	0.00006
y_{n150}	4.64075	0.08733	0.99969	0.00035	1.60037	0.08376	0.99981	0.00002
y_{n225}	4.95299	0.09086	0.99882	0.00163	1.49214	0.10442	0.99868	0.0002
y_{n300}	4.88898	0.11937	0.99953	0.00089	1.63003	0.11877	0.99937	0.00013

5.4.3 Crecimiento forzado

Las constantes de los modelos de crecimiento forzado, así como los resultados de las pruebas de ajuste que miden la validez del modelo, se muestran en la tabla V.II. De igual forma, la altura de medición (mm) para la que aplica cada modelo aparece como complemento al subíndice f . En la sección 10.6 de los apéndices se incluyen las gráficas del crecimiento radial (mm) de los troncos respecto al tiempo, así como sus modelos de ajuste y_f .

Tabla V.II.- Constantes de los modelos de crecimiento forzado.

Modelo	Radio (mm)				Radio / radio mayor			
	<i>a</i>	<i>b</i>	R^2	Chi^2	<i>a</i>	<i>b</i>	R^2	Chi^2
y_{f0}	9.8531	0.07866	0.9944	0.0256	1.77534	0.08742	0.99479	0.00091
y_{f50}	18.64472	0.04006	0.99775	0.01253	3.34135	0.04415	0.99796	0.00043
y_{f100}	14.69702	0.05431	0.99523	0.02759	2.45086	0.06612	0.99455	0.00121
y_{f150}	24.58682	0.02355	0.99908	0.00348	2.88399	0.04175	0.99841	0.00023
y_{f225}	10.76467	0.0575	0.99818	0.00611	1.89519	0.06551	0.99814	0.00024
y_{f300}	11.60372	0.04365	0.9986	0.00348	1.99854	0.05046	0.99797	0.00019

Al ajustar una curva a las mediciones de cada uno de los dos arreglos experimentales considerados es posible calcular el radio esperado en el tronco de los árboles a diferentes alturas con un alto grado de aproximación para una edad comprendida dentro del período de crecimiento en el que fueron obtenidas las lecturas de los radios (ver resultados de pruebas de ajuste R^2 y Chi^2 , tablas V.I y V.II). El modelo de las curvas de ajuste presenta la siguiente forma:

$$y = a(1 - e^{-bt}) \quad (5.4)$$

Donde:

- y = Radio del tronco esperado.
- a = Constante de saturación, radio al que se detendrá el crecimiento del tronco.
- b = Radio del tronco en la primera semana de crecimiento dividido entre la constante de saturación a .
- t = Tiempo de crecimiento en el que se requiere conocer el radio.

Se utilizará el subíndice n para referirse a mediciones en los árboles que crecieron libremente y f para las realizadas en los forzados. Si se conocen los modelos que describen el crecimiento natural y_n y el forzado y_f , es posible calcular el modelo de optimización geométrica natural (Ω) desarrollado por los árboles mediante la siguiente ecuación:

$$\Omega = y_f - y_n \quad (5.5)$$

Puesto que los árboles del crecimiento forzado fueron sometidos a flexión durante 8 semanas solamente, la ecuación (5.5) describe el mecanismo de crecimiento desarrollado por los árboles durante ese período de tiempo.

5.5 Implantación de los criterios de crecimiento biológico como algoritmos en un programa de cómputo de FEM

A continuación se presenta el uso de algoritmos de crecimiento biológico en un ambiente de elemento finito para modificar geometrías modeladas con matemática de superficies libres y curvas splines para poder obtener la distribución uniforme y optimizada de esfuerzos similar a la que se encuentra en la naturaleza.

En el procedimiento de la optimización el modelo analítico desarrollado en la plataforma de elementos finitos representa la entrada (diseño inicial). En la etapa de preprocesamiento se genera el modelo de optimización para enviarlo a través del proceso iterativo (lazo de optimización) junto con los objetivos específicos (diseño óptimo) como lo muestra la figura 5.8.

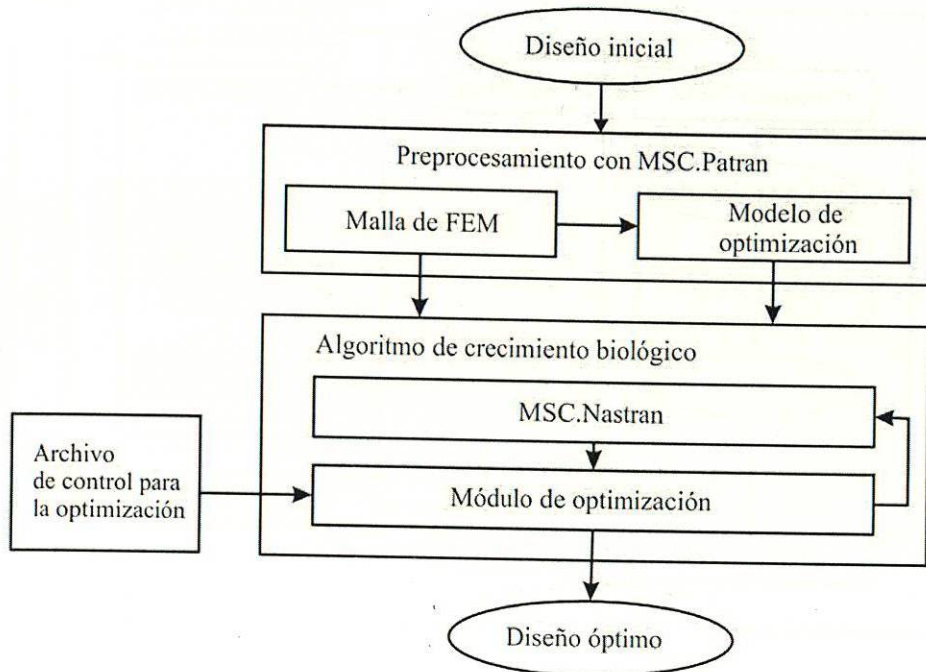


Figura 5.8.- Proceso de optimización contenido en el ambiente FEM de Patran-Nastran.

MSC.CONSTRUCT es un programa modular para la optimización estructural de componentes esforzados mecánicamente. Con el MSC.CONSTRUCT es posible realizar tanto optimización topológica como de forma basado en modelos de elementos finitos, prácticamente con cualquier tipo de cargas y restricciones sin ser necesaria una parametrización del modelo geométrico [MSC01].

Para realizar una optimización estructural es necesario realizar un análisis estructural a través del método de elementos finitos para determinar el estado de esfuerzos. En particular para este estudio con el programa MSC.Nastran. El módulo MSC.CONSTRUCT/SHAPE genera automáticamente el cambio de geometría del componente. La forma resultante es óptima bajo las condiciones de carga y restricciones impuestas. El procesamiento de las iteraciones se presentada en la figura 5.9.

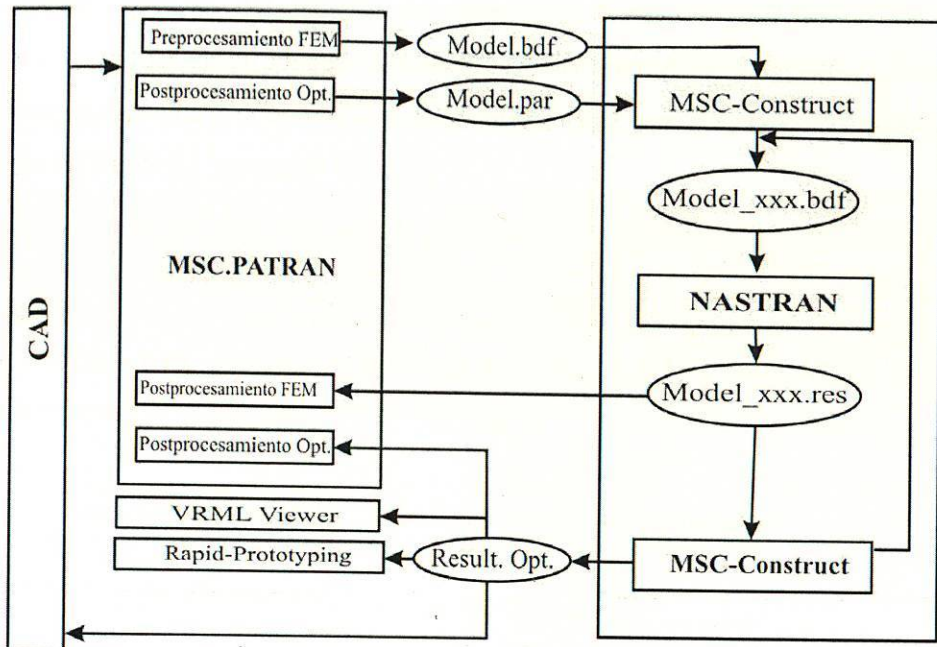


Figura 5.9.- Optimización con MSC.Construct

La geometría realizada en un sistema de CAD es importada vía IGES. En el preprocesador (PATRAN) se genera primeramente el modelo analítico, que contiene todos los datos necesarios para el cálculo con el FEM. Sobre la base del modelo analítico se genera un modelo de transición en el preprocesador. A través de la interfaz es leído este modelo de transición (en la figura 5.9 *model.bdf*) y con ello se prepara la optimización. En conjunto con las instrucciones de control (*model.par* se presenta en la tabla V.III), y el modelo de elementos finitos (*model.bdf*) forman el modelo de optimización. A nivel de sistema operativo se inicia la optimización con un comando de entrada. En seguida la optimización corre automáticamente en modo de Batch siendo controlado por una capa (shell) y en colaboración con el módulo de optimización el FE-Solver en nuestro caso NASTRAN.

El módulo de optimización genera para cada iteración los esfuerzos dependientes de los cambios geométricos y produce un modelo analítico modificado (*model_xxx.bdf*).

Cada variación del modelo de elementos finitos es guardada y es posible visualizar y evaluar en el postprocesador PATRAN además de controlar el formato de salida para eventuales procesamientos del modelo como son Prototipos Rápidos (*.STL) o Modelo de Realidad Virtual (*.VRML).

Tabla V.III.- Estructura del archivo de control para la optimización *model.par*

<pre> ! INPUT FILE FOR SHAPE OPTIMIZATION ! MODEL :L:/T_20_20_OPT/T_20_20_OPT ! AUTHOR :wirz ! DATE :29-May-02 11:01:16 ! REMARKS :REFERENZSPANNUNG 90MPa !!-- CONFIGURATION SECTION !!-- DATA INPUT SECTION READ_OPTION, SF_IDENT, ON READ, t_20_20_RF90.bdf ! OBJECT DEFINITION SECTION GROUP_DEF ID_NAME=ele_to_smooth TYPE=ELEM FORMAT=LIST LIST_BEGIN 62-185, 188-251, 311-474 END_ GROUP_DEF ID_NAME=design_nodes TYPE=NODE FORMAT=LIST LIST_BEGIN 63, 68-129, 134-194 END_ DV_SHAPE ID_NAME=dv_design ND_GROUP=design_nodes END_ DVCON_SHAPE ID_NAME=only_grow ND_GROUP=design_nodes CHECK_SHRINK=0. END_ MESH_SMOOTH ID_NAME=mesh_to_smooth EL_GROUP=ele_to_smooth BOUNDARY=FIX LEVEL_CONV=LOW END_ </pre>	<pre> DRESP ID_NAME=Spannung DEF_TYPE=CALC UPDATE=EVER ND_GROUP=design_nodes GROUP_OPER=DEVIATION REF_VALUE=90. TYPE=SIG_MISES LC_SEL=MAX LC_SET=ALL, ALL, ALL END_ OBJ_FUNC ID_NAME=min_Spannung DRESP=Spannung TARGET=MIN END_ !!-- OPTIMIZATION SECTION OPTIMIZE ID_NAME=Bio-Cast DV=dv_design DVCON=only_grow OBJ_FUNC=min_Spannung MESH_SMOOTH=mesh_to_smooth END_ OPT_PARAM ID_NAME=disp_scale OPTIMIZE=Bio-Cast SCALE=1.1 END_ STOP ID_NAME=max_iter ITER_MAX=10 END_ !!-- OUTPUT SECTION INCLUDE, uf_shape_pat.mac SAVE EXIT </pre>
--	---

5.6 Resumen del Capítulo

En este Capítulo se expusieron los aspectos referentes a las teorías que determinan el crecimiento biológico de estructuras naturales, haciendo especial énfasis en la influencia geométrica. El siguiente Capítulo complementa a éste, exponiendo la simulación basada en los algoritmos antes descritos para la mejora de estructuras mecánicas.

Se detalló el caso de las formas desarrolladas en los troncos de los árboles, tendientes a reducir gradualmente los niveles de esfuerzo en las zonas de concentración. Se obtuvieron mediante FEM los valores de esfuerzo en los troncos a lo largo de diferentes semanas de crecimiento, lo que permitió establecer total concordancia con la teoría de los esfuerzos constantes de Mattheck.

Este capítulo presentó el proceso de cálculo iterativo de las simulaciones de crecimiento que dan como resultado la optimización de la geometría. También se presentan la estructura de los archivos de datos intermedios durante el proceso de optimización.

Capítulo 6

Aplicaciones a elementos estructurales geoméricamente abstractos y sintetizados

La metodología para la optimización de forma ha sido expuesta en el Capítulo anterior utilizando como base el crecimiento biológico y el método de los elementos finitos. Se presentó la técnica de optimización y el cálculo del esfuerzo máximo y su relación con los parámetros programados de referencia como criterios de minimización de esfuerzo.

En este Capítulo se presentan aplicaciones para validar la implementación de la metodología expuesta. Los objetos de estudio comprenden elementos estructurales de máquinas que contienen transiciones geométricas que alteran el flujo de fuerzas uniforme. La detección de la región de intensificación de esfuerzo es la zona donde se definen las restricciones de movimiento de los nodos.

Cada una de las estructuras son fabricadas bajo un proceso de fundición en la empresa Heidenreich & Harbeck en Mölln, Alemania para diferentes clientes que construyen maquinaria. En seguida se presentan los casos de estudio que incluyen la descripción tecnológica de la situación inicial, las condiciones geométricas iniciales, el mallado de elementos finitos, las condiciones de frontera, las condiciones de esfuerzo iniciales y las restricciones impuestas a cada entidad. Esta información se resume en la siguiente tabla.

Tabla VI.I.- Información técnica de las condiciones de entrada.			
Caso	Nombre	Descripción	Parámetros de diseño
A	Transición tipo "T"	Unión entre paredes de una misma estructura. Generalmente utilizada en bancadas y soportes estructurales.	Radio de la unión, longitud de la base, longitud de la costilla.
B	Transición tipo brida	Unión entre paredes de una misma estructura. Generalmente utilizada en mecanismos de transmisión de ejes.	Radio de la unión, longitud del tubo, diámetro exterior e interior.
C	Placa con perforación transversal.	Elemento de unión entre componentes de tracción; su forma fué uno de los primeros intentos de optimización sin modificar la función de un componente estructural.	Diámetro del agujero, ancho y espesor de la placa.
D	Perforación elongada.	El agujero alargado se ubica en los extremos del cubo central de un generador eólico y sirve como soporte estructural entre la transmisión y las aspas.	Espesor de la cáscara. longitud y ancho de perforación.

6.1 Caso de estudio A: Transición tipo "T".

Descripción: Las uniones entre paredes sirven como refuerzo en estructuras mecánicas y son también transiciones geométricas que originan concentraciones de esfuerzo. Existe un espectro amplio de uso de esta unión "T", por lo que los tipos y las condiciones de carga son muy variados. De acuerdo a [RAM02] se seleccionó el caso de flexión para el presente estudio.

En el presente caso de estudio se consideró los estándares recomendados por la VDG-Verein Deutsche Gisserei (por sus siglas en alemán "Asociación de Fundidores Alemanes").

En la figura 6.1a y 6.1b se muestran los diseños estandarizados para una base con espesor menor a 25 mm y un espesor mayor a 25 mm respectivamente. En el diseño se busca una transición geométrica suave desde la pared a la costilla.

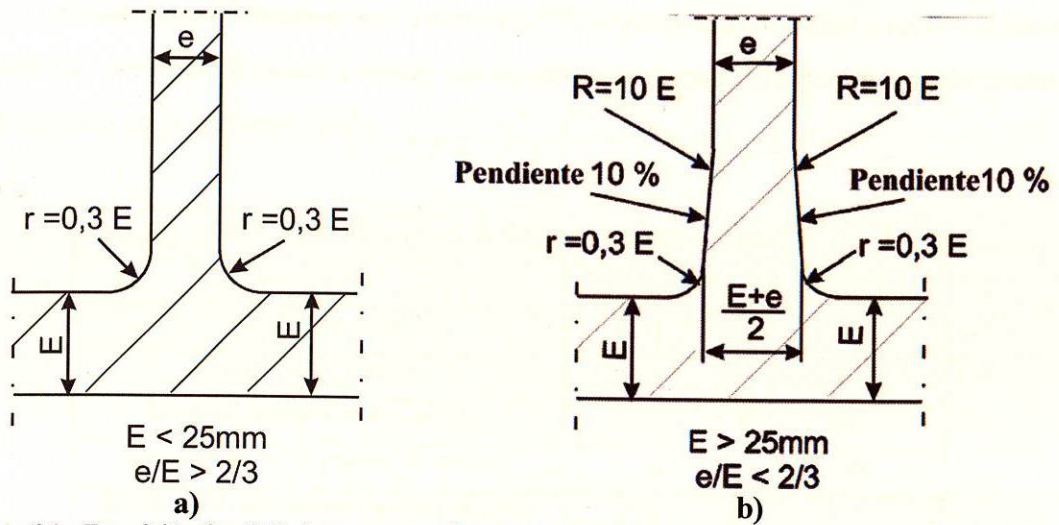


Figura 6.1.- Transición tipo "T" a) con espesor de pared menor de 25mm y b) con espesor de pared mayor de 25mm.

La geometría usada para el análisis y optimización se realizó considerando los parámetros de diseño mostrados en la tabla VI.II en un ambiente de diseño asistido por computadora (CAD) y es mostrado en la figura 6.2.

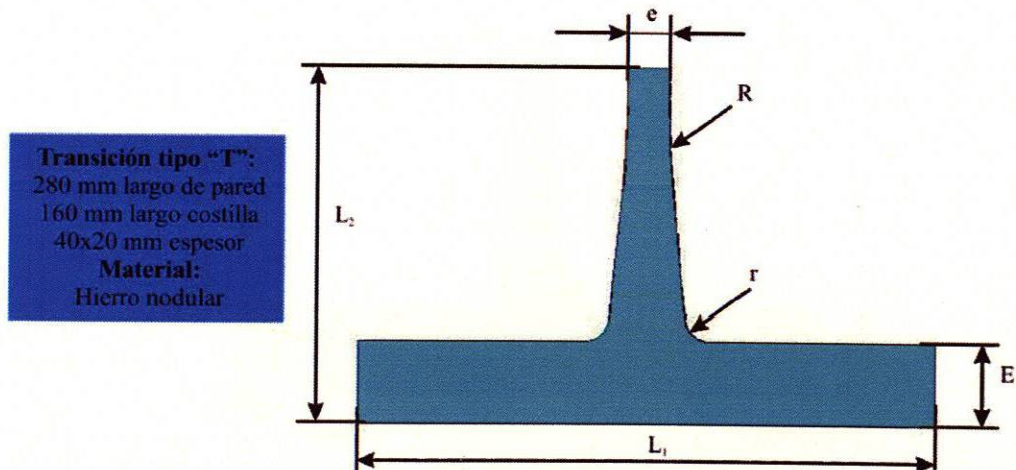


Figura 6.2.- Condiciones geométricas iniciales del caso A.

Condiciones iniciales: La unión tipo "T" con espesor de pared mayor a 25mm figura 6.2, presenta un diseño robusto por su elaborada forma. Los parámetros de diseño se presentan en la siguiente tabla.

Tabla VI.II.- Parámetros de diseño de la transición tipo "T"		
Descripción	Nomenclatura	Parámetro (mm)
Espesor de pared	E	40
Espesor de costilla	e	20
Longitud de pared (sobre la base)	L_1	280
Longitud de costilla (sobre la vertical)	L_2	160
Radio menor (transición pared-pendiente)	r	12
Radio mayor (transición pendiente-costilla)	R	200

Mallado de elementos finitos y sus propiedades: La discretización se realizó empleando una geometría construida en un ambiente de CAD procesada como superficie para usar elemento cuadrilátero tipo cáscara (Shell element). La figura 6.3 muestra la malla usando elementos tipo cuadrilátero de cuatro nodos. El espesor de cada elemento es constante a 1mm.

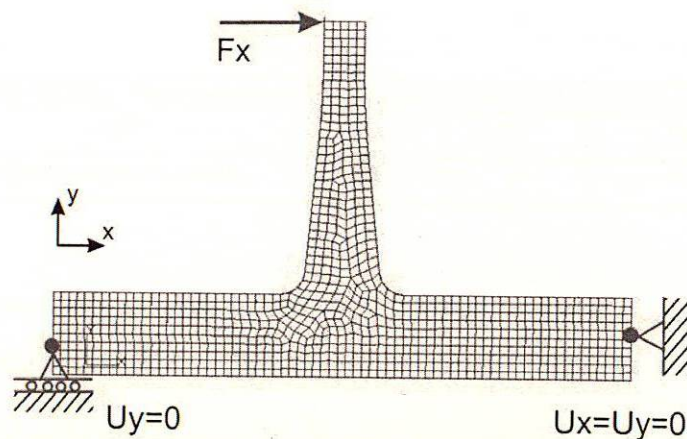


Figura 6.3.- Condiciones frontera y malla de elemento finito del caso A.

La tabla VI.III muestra los datos de los parámetros utilizados en el programa de elementos finitos, así como también las propiedades mecánicas del material.

Tipo de análisis	Estático
Tipo de elemento	Cuadrilátero de 4 nodos, tipo cáscara (Shell)
Número de elementos	896
Número de nodos	1007
Coefficiente de Poisson.	0.28
Módulo de elasticidad (GPa)	175
Densidad (kg/m ³)	7200

Condiciones de frontera: Los empotramientos de la estructura en un sistema de coordenadas cartesiano son para el extremo lateral derecho de la pared los grados de libertad traslacionales iguales a cero ($u_x=u_y=0$) mientras que en la pared lateral izquierda únicamente esta restringido el grado de libertad en dirección y ($u_y=0$), como lo muestra la figura 6.3. La carga de flexión actúa sobre la cúspide de la costilla en dirección de x . La transmisión de los empotramientos se realiza a través de los nodos presentes sobre las paredes y en el caso de la carga de flexión es directamente aplicada sobre el vértice formado en el extremo superior de la costilla. La tabla VI.IIIa presenta las magnitudes de las cargas usadas en este caso de estudio.

Lugar	F _x	F _y	F _z
Extremo superior costilla	500	0	0

Condiciones de esfuerzo inicial: El efecto de las condiciones de frontera del caso A es expuesto en términos de la distribución del tensor de esfuerzos von Mises.

El análisis de la distribución de esfuerzos muestra el máximo sobre la región de la transición radio-pendiente con un valor de $\sigma_{\max}=60.6 \text{ N/mm}^2$ y es presentado en la figura 6.4.

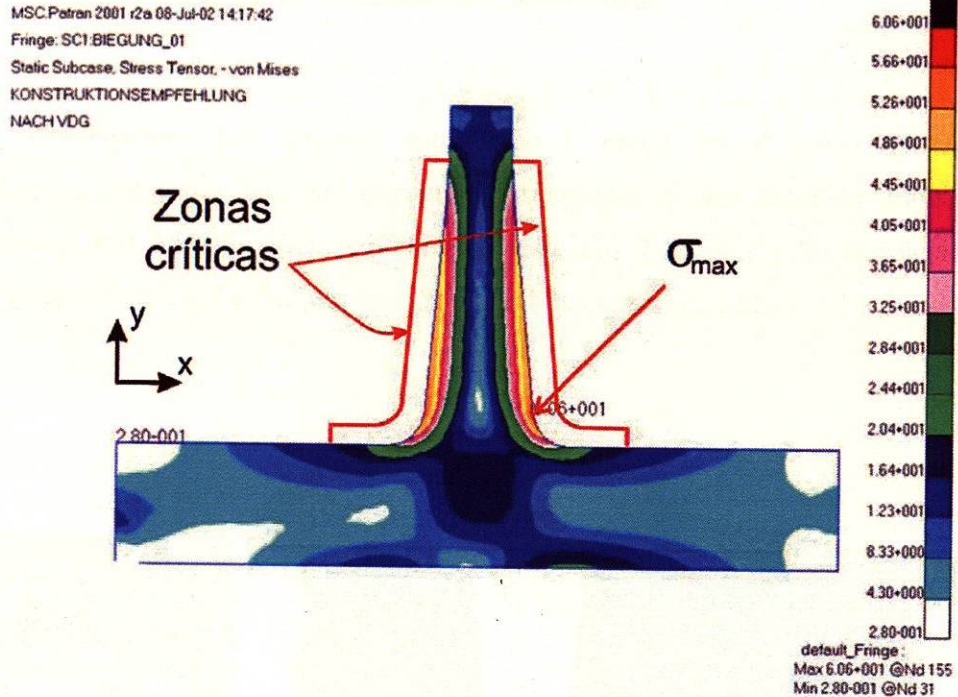


Figura 6.4.- Condiciones iniciales de distribución del tensor de esfuerzos von Mises del caso A.

Restricciones de optimización: La simulación del comportamiento inicial del esfuerzo permite establecer las restricciones que prevalecerán durante la fase de optimización. Para el caso A se consideran los siguientes objetivos:

- La región a optimizar son las paredes de la costilla mostradas como la zona crítica en la figura 6.4.
- El objetivo de optimización es la minimización del esfuerzo von Mises máximo a un valor de referencia $\sigma = 40 \text{ N/mm}^2$
- Los nodos maestros tienen capacidad de movimiento en los grados de libertad x y y con desplazamiento normal a la superficie.

6.2 Caso de estudio B: Transición tipo brida.

Descripción: Las uniones entre tubo y pared sirven como apoyo para rodamientos, engranes etc. en estructuras mecánicas y son también transiciones geométricas que originan concentraciones de esfuerzo. Los tipos y las condiciones de carga generalmente son a flexión, tensión y combinaciones entre ellos.

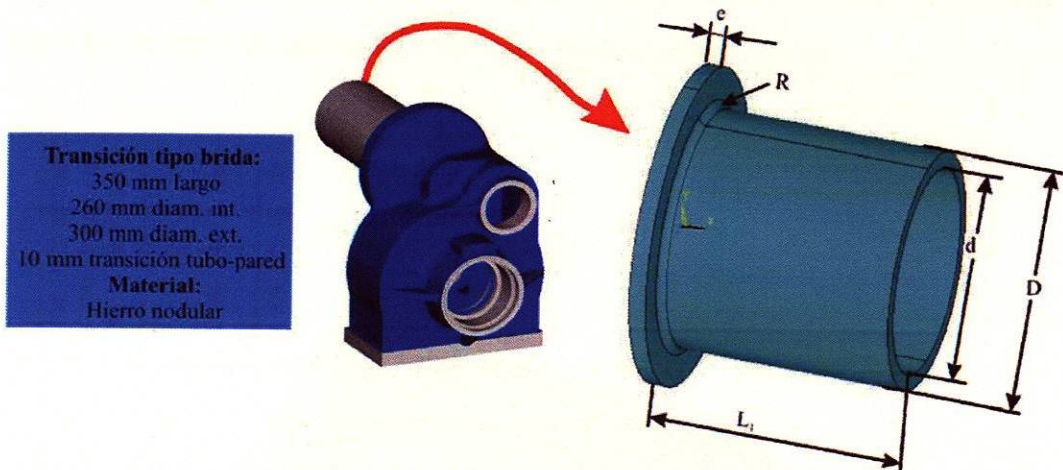


Figura 6.5.- Condiciones geométricas iniciales del caso B.

De acuerdo a un análisis sobre los factores de concentración de esfuerzo en diversas estructuras (apéndice 10.7) muestra el incremento del valor del factor de intensificación de esfuerzos en relación al incremento de las dimensiones del objeto de estudio. De este catálogo se seleccionó la condición de carga de tensión para el presente caso. En la figura 6.5 se muestra el modelo geométrico de la transición geométrica entre la pared y el tubo.

Condiciones iniciales: La unión tipo brida se muestra en la figura 6.5. Los parámetros de diseño se presentan en la tabla VI.IV.

Tabla VI.IV.- Parámetros de diseño de la transición tipo brida.		
Descripción	Nomenclatura	Parámetro (mm)
Diámetro exterior	D	300
Diámetro interior	d	260
Longitud del tubo	L_1	350
Radio de transición tubo-pared	R	10

Mallado de elementos finitos y sus propiedades: La discretización se realizó empleando una geometría construida en un ambiente de CAD procesada como sólido. La figura 6.6 muestra la malla usando elemento hexaédrico de 8 nodos.

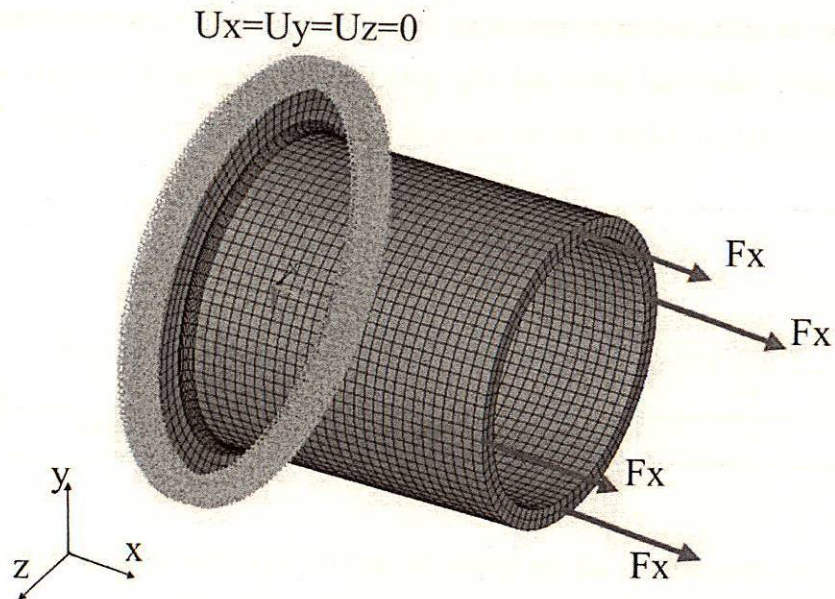


Figura 6.6.- Condiciones frontera y malla de elemento finito del caso B.

La tabla VI.V muestra los datos de los parámetros utilizados en el programa de elementos finitos, así como también las propiedades mecánicas del material.

Tipo de análisis	Estático
Tipo de elemento	Hexaedro de 8 nodos
Número de elementos	1850
Número de nodos	2014
Coefficiente de Poisson.	0.28
Módulo de elasticidad (GPa).	175
Densidad (kg/m ³).	7200

Condiciones de frontera: Los empotramientos de la estructura en un sistema de coordenadas cartesianas son para el extremo lateral izquierdo de la pared los grados de libertad traslacionales iguales a cero ($u_x=u_y=u_z=0$) como lo muestra la figura 6.6. La carga de tensión actúa sobre el extremo lateral derecho en dirección de x . La transmisión de los empotramientos se realiza a través de los nodos presentes sobre la pared y en el caso de la carga de tensión es directamente aplicada sobre los nodos formados por el mallado. La tabla VI.Va presenta las magnitudes de las cargas usadas en este caso de estudio.

Lugar	F _x	F _y	F _z
Pared lateral derecha	800	0	0

Condiciones de esfuerzo inicial: El efecto de las condiciones de frontera del caso B es expuesto en términos de la distribución del tensor de esfuerzos von Mises.

El análisis de la distribución de esfuerzos muestra el máximo sobre la región de la transición radio-pared con un valor de $\sigma_{\max} = 253 \text{ N/mm}^2$ y es presentado en la figura 6.7.

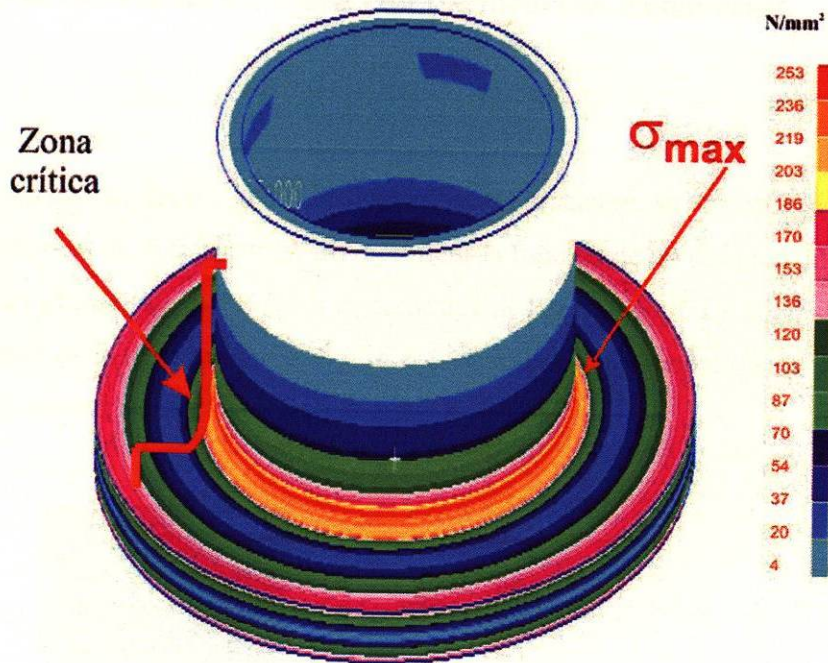


Figura 6.7.- Condiciones iniciales de distribución del tensor de esfuerzos von Mises del caso B.

Restricciones de optimización:

La simulación del comportamiento inicial del esfuerzo permite establecer las restricciones que prevalecerán durante la fase de optimización. Para el caso B se consideran los siguientes objetivos:

- La región a optimizar son las paredes del tubo mostradas como la zona crítica en la figura 6.7.
- El objetivo de optimización es la minimización del esfuerzo von Mises máximo a un valor de referencia $\sigma = 140 \text{ N/mm}^2$
- Los nodos maestros tienen capacidad de movimiento en los grados de libertad x , y y z con desplazamiento normal a la superficie.

6.3 Caso de estudio C: Placa con perforación transversal.

Descripción:

Elemento de unión entre componentes de tracción; su forma fué uno de los primeros intentos de optimización sin modificar la función de un componente estructural la transición geométrica que origina concentraciones de esfuerzo. La condición de carga generalmente es a tensión. En la figura 6.8 se muestra la geometría de la placa con perforación transversal.

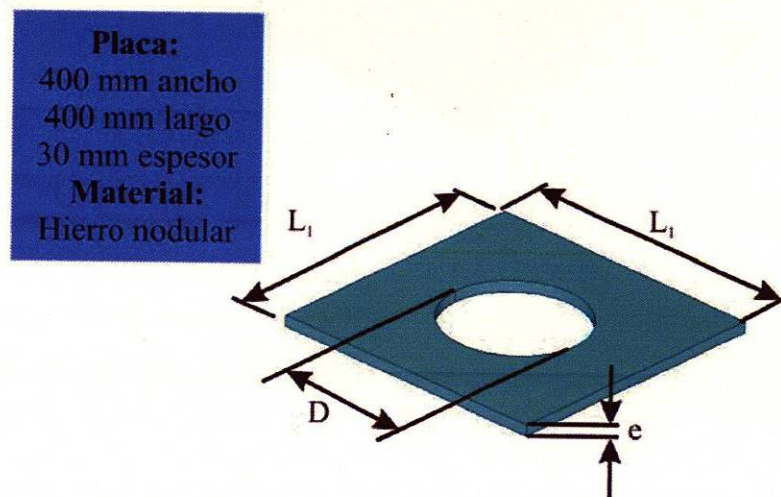


Figura 6.8.- Condiciones geométricas iniciales del caso C.

Condiciones iniciales:

Las características geométricas de este caso de estudio así como los parámetros de diseño se presentan en la tabla VI.VI.

Descripción	Nomenclatura	Parámetro (mm)
Diámetro de la perforación	D	400
Ancho de la placa	L_1	800
Espesor	e	30

Mallado de elementos finitos y sus propiedades: La discretización se realizó empleando una geometría construida en un ambiente de CAD procesada como sólido. La figura 6.9 muestra la malla usando elemento hexaédrico de 8 nodos.

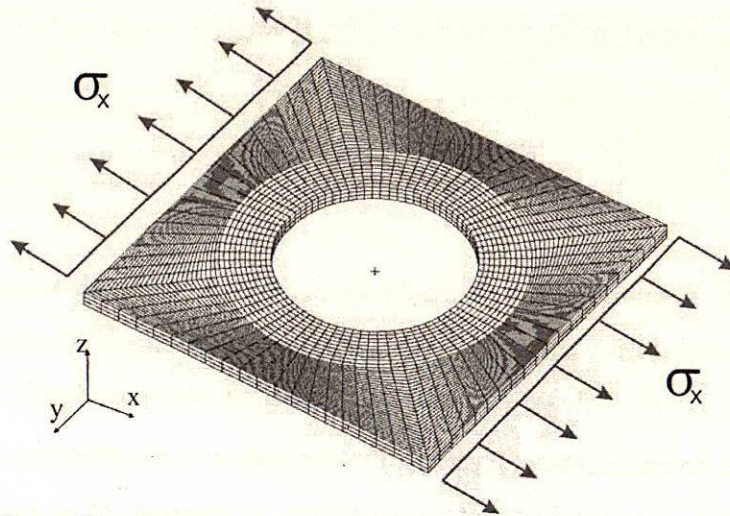


Figura 6.9.- Condiciones frontera y malla de elemento finito del caso C.

La tabla VI.VII muestra los datos de los parámetros utilizados en el programa de elementos finitos, así como también las propiedades mecánicas del material.

Tabla VI.VII.- Datos usados en el programa de FEM para el caso C.	
Tipo de análisis	Estático
Tipo de elemento	Hexaedro de 8 nodos
Número de elementos	8640
Número de nodos	8968
Coefficiente de Poisson.	0.28
Módulo de elasticidad (GPa).	175
Densidad (kg/m^3).	7200

Condiciones de frontera: La carga de tensión actúa sobre el extremo lateral derecho en dirección de x positiva y en dirección de x negativa sobre la pared lateral izquierda.

La carga de tensión es directamente aplicada sobre los nodos formados por el mallado. La tabla VI.VIIa presenta las magnitudes de las cargas usadas en este caso de estudio.

Lugar	σ_x	σ_y	σ_z
Pared lateral derecha	100	0	0
Pared lateral izquierda	-100	0	0

Condiciones de esfuerzo inicial: El efecto de las condiciones de frontera del caso C es expuesto en términos de la distribución del tensor de esfuerzos von Mises. El análisis de la distribución de esfuerzos muestra el máximo sobre la región del angostamiento perpendicular a la dirección de la carga y una magnitud de $\sigma_{\max} = 403 \text{ N/mm}^2$. La figura 6.10 presenta la distribución de esfuerzos von Mises, se puede observar una concentración de esfuerzos provocados por el recorte circular.

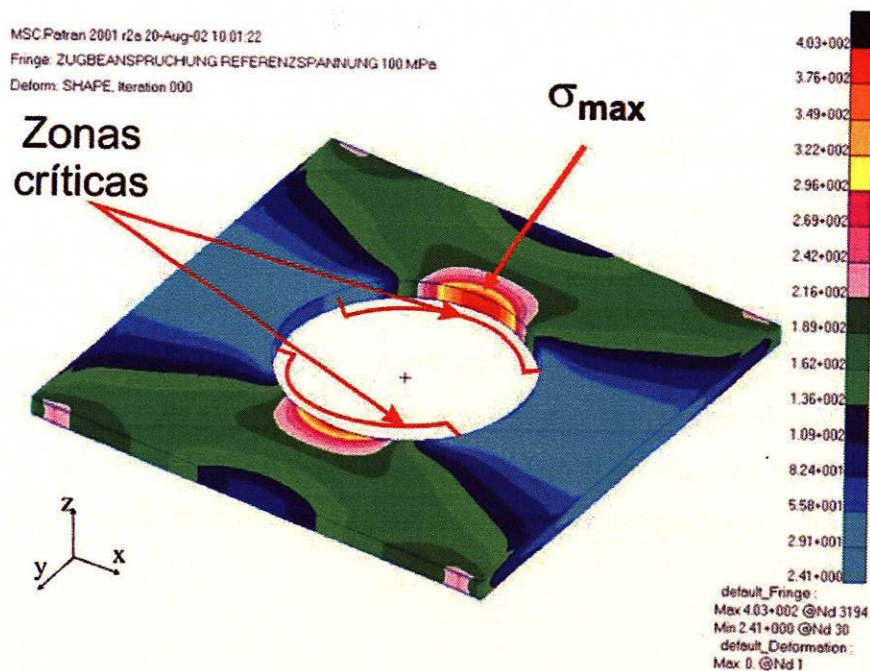


Figura 6.10.- Condiciones iniciales de distribución del tensor de esfuerzos von Mises del caso C.

Restricciones de optimización: La simulación del comportamiento inicial del esfuerzo permite establecer las restricciones que prevalecerán durante la fase de optimización. En caso de no aceptar una contracción de la perforación por razones de funcionamiento o mantenimiento, la fundición de refuerzo con un doble reborde alrededor de la perforación ofrece un camino práctico para la reducción del esfuerzo. Para dirigir este efecto en la optimización se restringió el movimiento de los nodos a lo largo de los ejes (x y), permitiendo modificar su posición exclusivamente a lo largo del eje z sometida a condición de simetría en el plano (x y). Para el caso C se consideran los siguientes objetivos:

- La región a optimizar son las zonas del tubo mostradas como críticas en la figura 6.10.
- El objetivo de optimización es la minimización del esfuerzo von Mises máximo a un valor de referencia $\sigma = 100 \text{ N/mm}^2$
- Los nodos maestros tienen capacidad de movimiento en los grados de libertad z con desplazamiento normal a la superficie.

Es posible que las condiciones del ensamble o la función de la placa perforada limiten la reducción de los niveles de esfuerzo mediante el incremento en el espesor. No sólo en construcciones ligeras ofrece la modificación del contorno de la perforación un incremento en la resistencia sino que adicionalmente presenta un factor de intensificación de esfuerzo. De tal manera que se controlo el desplazamiento de los nodos sobre el plano de construcción (x y) y así obligar la optimización de la forma del contorno de la perforación. En este caso, se restringió el movimiento de los nodos a lo largo del eje z, dando libertad al desplazamiento de los nodos en (x y).

6.4 Caso de estudio D: Perforación elongada.

Descripción:

El siguiente estudio de optimización considera un generador eléctrico de 250W impulsado por el viento cuyo cubo central posee una geometría como se muestra en la figura 6.11. La geometría a optimizar es la perforación elongada para servicio y mantenimiento a las aspas y la transmisión.

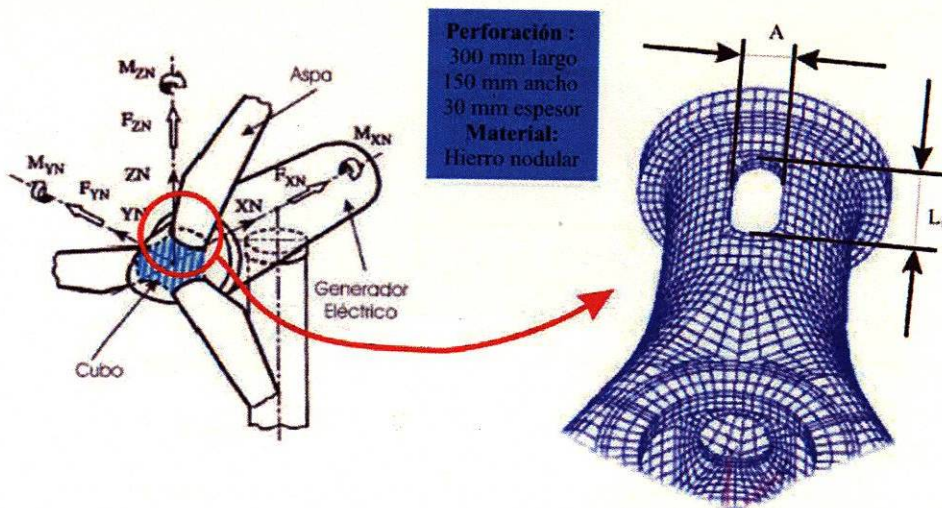


Figura 6.11.- Condiciones geométricas iniciales del caso D.

Condiciones iniciales:

La perforación elongada se muestra en la figura 6.11. Los parámetros de diseño se presentan en la tabla VI.VIII. Sobre los brazos del cubo central se ubica un orificio elongado para el mantenimiento y ensamble del sistema

Descripción	Nomenclatura	Parámetro(mm)
Longitud de la perforación	L_1	300
Ancho de la perforación	A	150
Espesor	e	30

Mallado de elementos finitos y sus propiedades:

La discretización se realizó empleando una geometría construida en un ambiente de CAD procesada como sólido. La figura 6.12 muestra la malla usando elemento hexaédrico de 8 nodos.

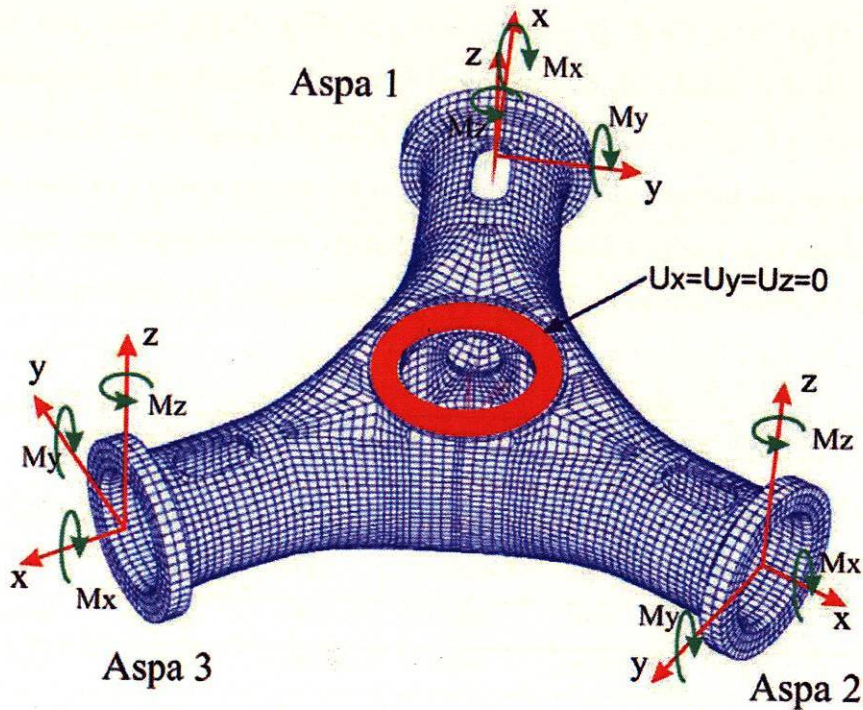


Figura 6.12.- Condiciones frontera y malla de elemento finito del caso D.

La tabla VI.IX muestra los datos de los parámetros utilizados en el programa de elementos finitos, así como también las propiedades mecánicas del material.

Tipo de análisis	Estático
Tipo de elemento	Hexaedro de 8 nodos
Número de elementos	5500
Número de nodos	7800
Coefficiente de Poisson.	0.28
Módulo de elasticidad (GPa).	175
Densidad (kg/m^3).	7200

Condiciones de frontera:

La transmisión de las cargas al modelo de elementos finitos se realiza a través de un nodo central a cada brida de sujeción de las aspas respectivamente. El nodo central está ubicado sobre el plano de cada brida y al centro de la misma. Para una distribución uniforme de las cargas sobre la brida se aplicaron condiciones multipunto, éstas aseguran una unión rígida entre los nodos sobre la brida y el nodo central. El empotramiento del modelo de elementos finitos está ubicado sobre la brida de conexión a la transmisión, en la figura 6.12 es la superficie del orificio central. La unión real sobre la transmisión es a través de tornillería. Los tres grados de libertad de translación de los nodos sobre esta superficie son igualados a cero, y así asegurar una unión rígida. La tabla VI.IXa presenta las magnitudes de las cargas y momentos usados en este caso de estudio.

Tabla VI.IXa.- Datos usados en la definición de condiciones frontera,
Fuerza (N) y momentos (Nm) para el caso D.

Lugar	Fx	Fy	Fz	Mx	My	Mz
Aspa 1	18180	-152	132500	10590	139800	0
Aspa 2	22950	1361	115000	9863	175900	0
Aspa 3	22450	-10670	119000	58080	172100	0

Condiciones de esfuerzo inicial:

El efecto de las condiciones de frontera del caso D es expuesto en términos de la distribución del tensor de esfuerzos von Mises. El análisis de la distribución de esfuerzos muestra el máximo sobre la zona del del orificio de montaje proximal a la brida de conexión a las aspas y tiene un valor de $\sigma_{\max} = 102 \text{ N/mm}^2$ y es presentado en la figura 6.13.

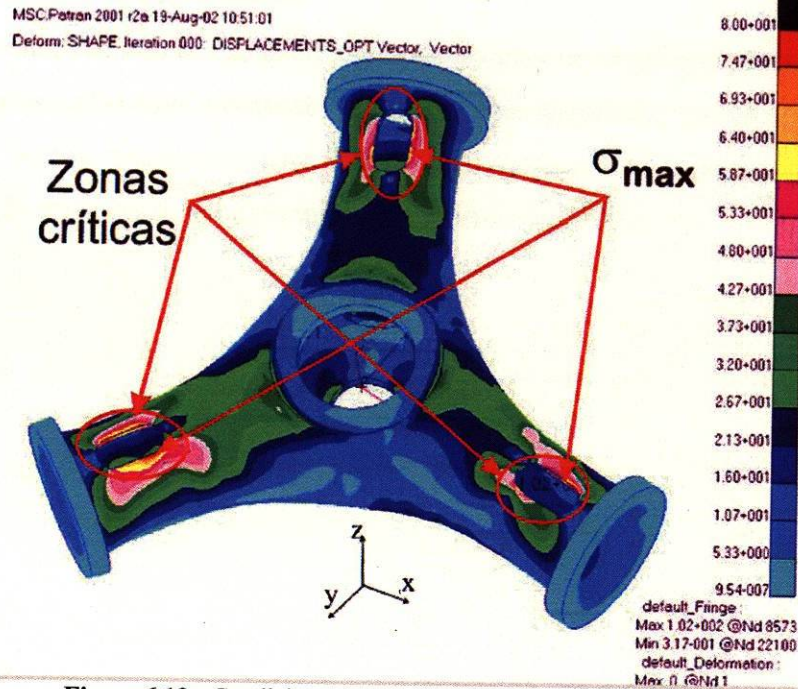


Figura 6.13.- Condiciones iniciales de distribución del tensor de esfuerzos von Mises del caso D.

Restricciones de optimización:

La simulación del comportamiento inicial del esfuerzo permite establecer las restricciones que prevalecerán durante la fase de optimización. La brida central para la conexión de la transmisión y las bridas de unión con las aspas no son consideradas como zonas de optimización. Para el caso D se consideran los siguientes objetivos:

- Las regiones a optimizar son los contornos de la perforación elongada mostradas como la zonas críticas en la figura 6.13.
- El objetivo de optimización es la minimización del esfuerzo von Mises máximo a un valor de referencia $\sigma = 40 \text{ N/mm}^2$
- Los nodos maestros tienen capacidad de movimiento en los grados de libertad x y y con desplazamiento normal a la pared de la perforación.

6.5 Resumen del Capítulo

En este Capítulo se expusieron diferentes casos de experimentación obtenidos de situaciones de aplicación industrial. Las geometrías mejoradas, usando la metodología propuesta, fueron analizadas para obtener una reducción de esfuerzo máximo. Los resultados de estos casos se muestran en el siguiente Capítulo.

Capítulo 7

Resultados y discusión

Este Capítulo expone los resultados de los casos de estudio presentados en el Capítulo anterior. En todos ellos se observa la influencia del cambio de la forma como consecuencia de la minimización del esfuerzo. Se analiza también la distribución de esfuerzos y los cambios geométricos producto de las simulaciones realizadas.

7.1 Resultados del caso de estudio A

Condiciones de esfuerzo óptimo: En la figura 7.1 se presenta la distribución de esfuerzos resultado de la optimización geométrica. Se observa una distribución homogénea del tensor de esfuerzo von Mises a lo largo de la zona crítica presentada en el Capítulo anterior. Se exhibe un máximo de $\sigma_{\max}=48 \text{ N/mm}^2$ a lo largo de la región crítica de la misma geometría.

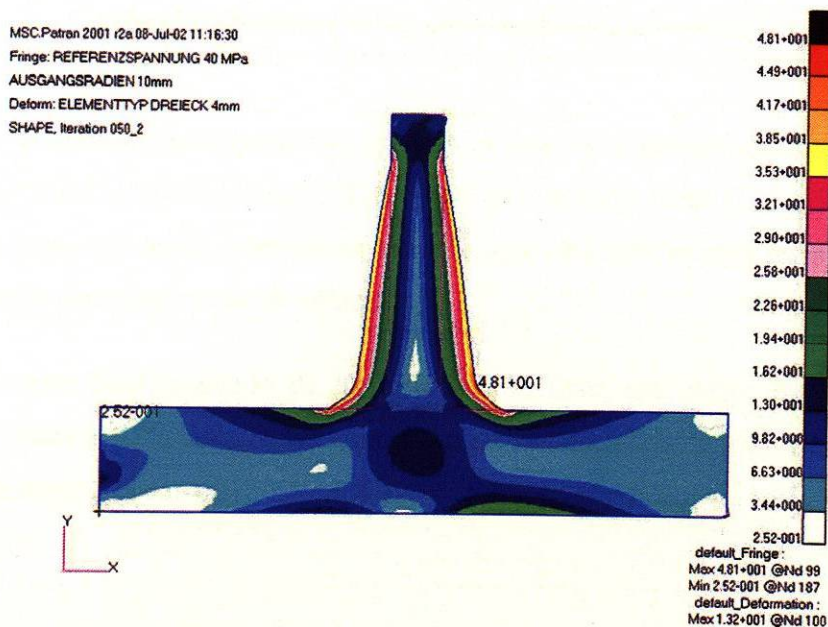


Figura 7.1.- Optimización geométrica con esfuerzos homogéneos del caso A.

Basados en la optimización de la forma se realizó el procedimiento de optimización alcanzando después de 50 iteraciones una distribución homogénea a lo largo de la transición pared-costilla.

La gráfica mostrada en la figura 7.2 presenta la distribución de esfuerzos tanto en la geometría inicial y el resultado de la optimización dejando evidencia de la mejora sustancial de la homogeneidad en la estructura optimizada y minimización del esfuerzo von Mises máximo.

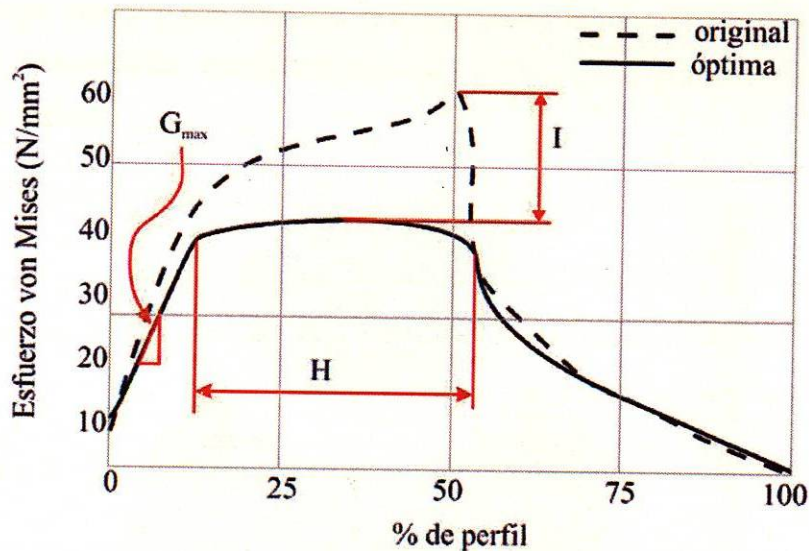


Figura 7.2.- Esfuerzo a lo largo de la transición pared-costilla.

Los esfuerzos homogéneos se logran en el rango H (aproximadamente del 15 al 50% del perfil de la región crítica). El gradiente del esfuerzo local G_{\max} más brusco se presenta al inicio del perfil, permitiendo con ello que casi toda la zona haya un cambio menor y por lo tanto más suave de esfuerzo.

La curva final resultado de la optimización tiene una mejor distribución de esfuerzos y hasta el 75% de la región un valor local sustancialmente menor a la original. El índice de mejora I ocurre al 50% del perfil; el valor se presenta en la tabla VII.I.

También se debe considerar que la zona crítica fue sometida solo a crecimiento y no a reducción según las restricciones impuestas de tal manera que el comportamiento de la estructura es el resultado de las restricciones impuestas.

7.2 Resultados del caso de estudio B

Condiciones de esfuerzo óptimo: En cuerpos con simetría en rotación se tiene una influencia superior con respecto a la geometría óptima encontrada, ya que los factores de concentración de esfuerzo son mayores en la medida que se incrementa el diámetro de trabajo.

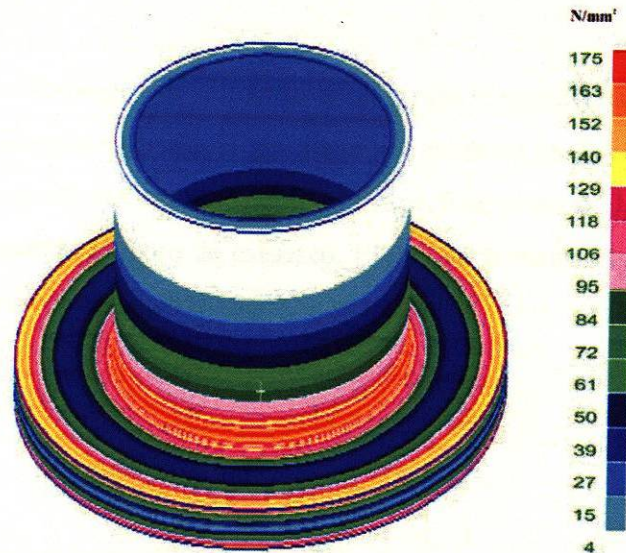


Figura 7.3.- Optimización geométrica con esfuerzos homogéneos del caso B.

Después de 12 iteraciones se observa en la figura 7.3 una distribución homogénea del tensor de esfuerzo von Mises a lo largo de la zona crítica presentada en el Capítulo anterior. Se exhibe un máximo de $\sigma_{\max}=175 \text{ N/mm}^2$ a lo largo de la región crítica de la misma geometría. La gráfica mostrada en la figura 7.4 presenta la distribución de esfuerzos tanto en la geometría inicial y el resultado de la optimización

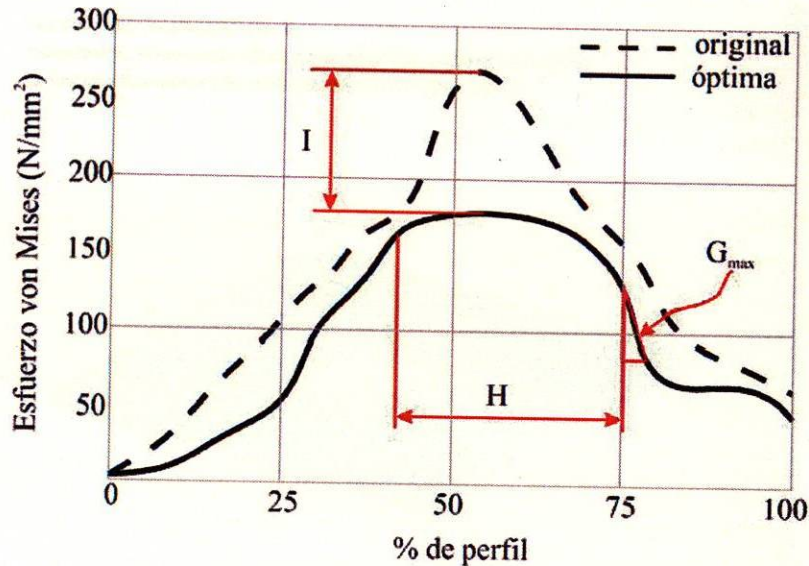


Figura 7.4.- Esfuerzo a lo largo de la transición tipo brida.

Los esfuerzos homogéneos se logran en el rango H (aproximadamente del 40 al 75% del perfil de la región crítica). El gradiente del esfuerzo local G_{\max} más brusco se presenta al 75% del perfil, que es donde existe la superficie plana de la brida, por lo que es de esperarse un cambio abrupto de esfuerzo. El índice de mejora I ocurre al 50% del perfil; el valor se presenta en la tabla VII.I.

7.3 Resultados del caso de estudio C

Condiciones de esfuerzo óptimo: Después de 15 iteraciones los resultados geométricos se observan en la figura 7.5 con una reducción del esfuerzo máximo de $\sigma_{\max} = 239 \text{ N/mm}^2$, un orificio intacto como se propuso en las restricciones del caso.

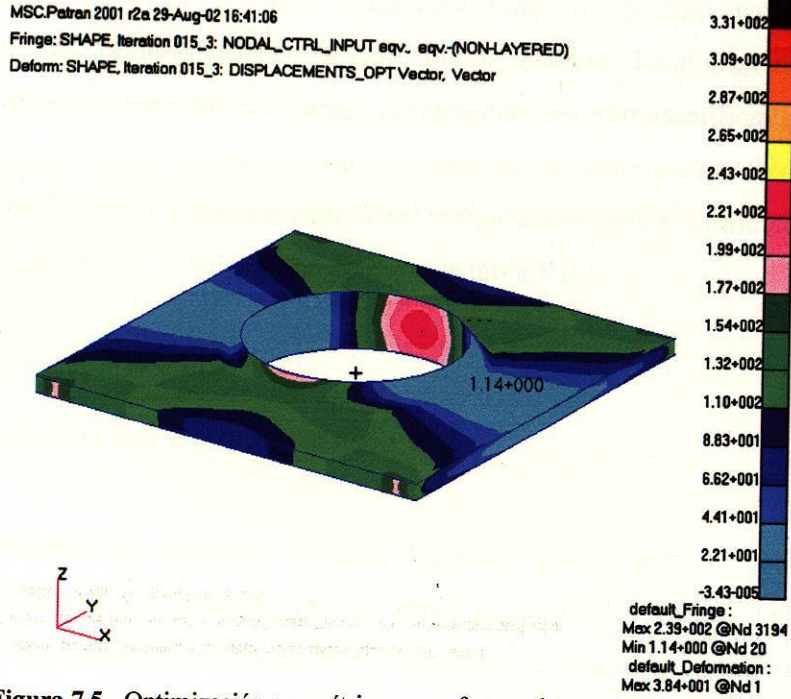


Figura 7.5.- Optimización geométrica con esfuerzos homogéneos del caso C.

La gráfica mostrada en la figura 7.6 presenta la distribución de esfuerzos tanto en la geometría inicial y el resultado de la optimización dejando evidencia de la mejora sustancial de la homogeneidad en la estructura optimizada y minimización del esfuerzo von Mises máximo.

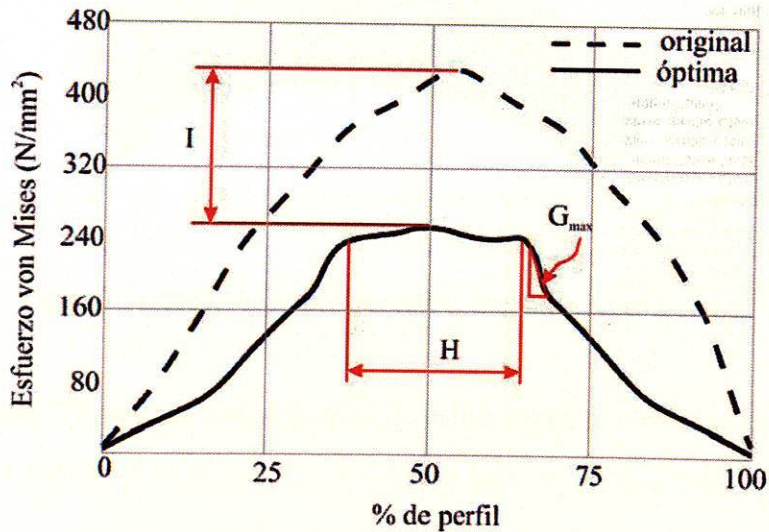


Figura 7.6.- Esfuerzo a lo largo de la perforación.

Los esfuerzos homogéneos se logran en el rango H (aproximadamente del 35 al 65% del perfil de la región crítica). El gradiente del esfuerzo local G_{\max} más brusco se presenta de manera simétrica en el perfil, permitiendo con ello identificar claramente la zona suave de esfuerzo. La curva final resultado de la optimización tiene una mejor distribución de esfuerzos y con un valor local menor a la original. El índice de mejora I ocurre al 50% del perfil; el valor se presenta en la tabla VII.I.

7.4 Resultados del caso de estudio D

Condiciones de esfuerzo óptimo: La brida central para la conexión de la transmisión y las bridas de unión con las aspas no son consideradas como zonas de optimización. Los resultados después de 38 iteraciones se muestran en la figura 7.7.

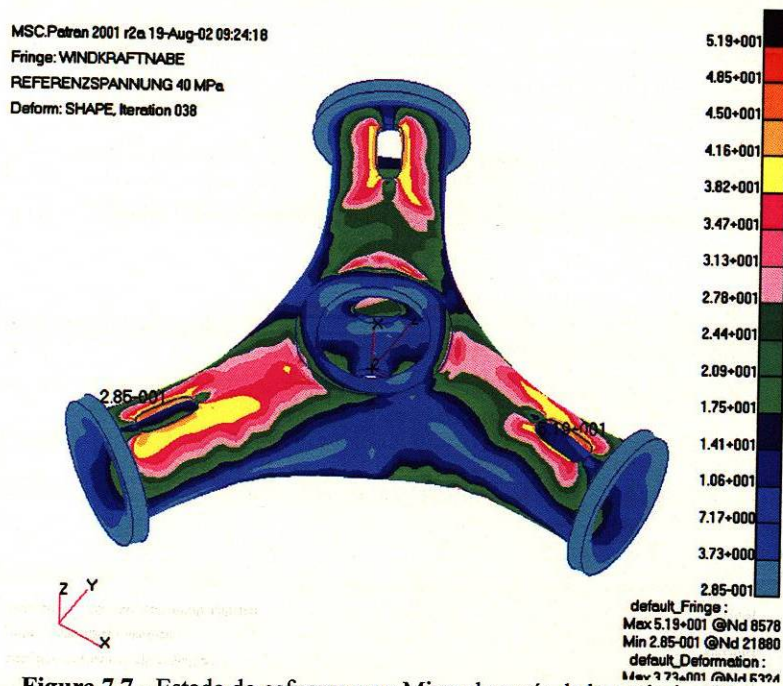


Figura 7.7.- Estado de esfuerzo von Mises después de la optimización.

La figura 7.7 muestra la distribución de esfuerzos en la estructura del cubo donde se observa una reducción de el esfuerzo von Mises máximo de $\sigma_{\max} = 52 \text{ N/mm}^2$.

La gráfica mostrada en la figura 7.8 presenta la distribución de esfuerzos tanto en la geometría inicial y el resultado de la optimización dejando evidencia de la mejora sustancial de la homogeneidad en la estructura optimizada y minimización del esfuerzo von Mises máximo.

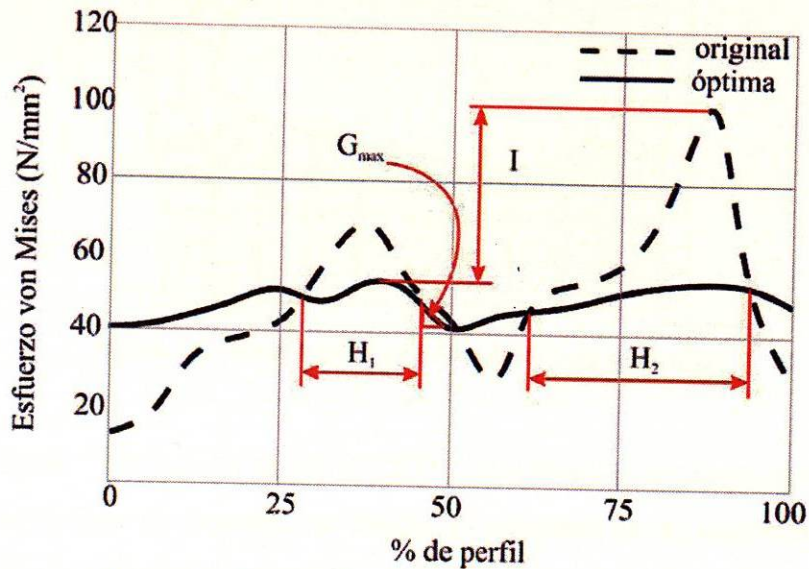


Figura 7.8.- Esfuerzo a lo largo de la perforación elongada.

Los esfuerzos homogéneos se logran a todo lo largo del perfil de la región crítica. Para este caso, el valor mínimo de esfuerzo no es cero, pues se trata de la optimización de solamente una zona del elemento estructural. Las zonas mejoradas son dos, denotadas por los subíndices 1 y 2 (ver figura 7.10) se indican como los rangos H_1 y H_2 .

El gradiente del esfuerzo local G_{max} más brusco al 50% del perfil. La curva final resultado de la optimización tiene una distribución de esfuerzos casi ideal pero con zonas optimizadas y no optimizadas de esfuerzo. El índice de mejora I ocurre al 85% del perfil; el valor se presenta en la tabla VIII.I.

La figura 7.9 muestra a la izquierda la malla de FEM en color azul antes y de rojo después de la optimización respectivamente.

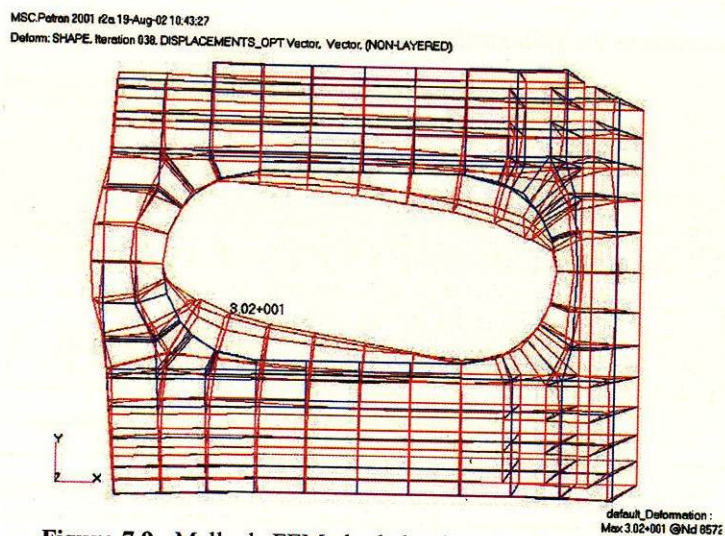


Figura 7.9.- Malla de FEM alrededor del orificio de montaje.

La figura 7.10 muestra Malla de FEM y distribución del desplazamiento nodal alrededor del orificio de montaje. en detalle. El resultado es un engrosamiento en el borde del orificio de montaje y simultáneamente un ligero giro sobre su propio eje.

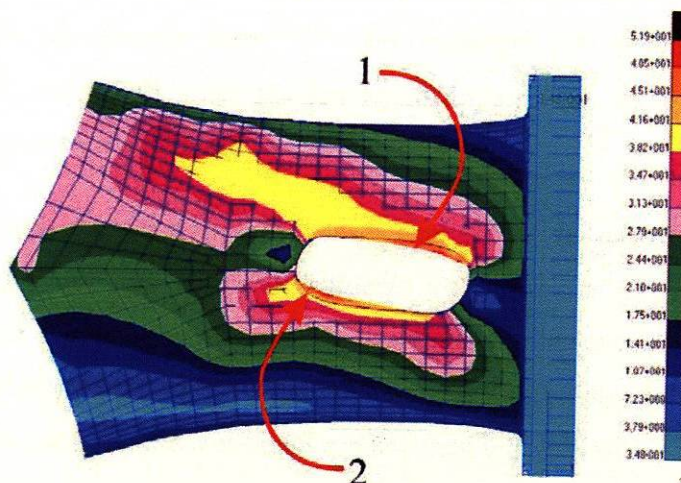


Figura 7.10.- Malla de FEM y distribución del desplazamiento nodal alrededor del orificio de montaje.

7.5 Resultados del análisis de esfuerzos

A partir del análisis estático de la distribución de los esfuerzos máximos a de los casos de estudio es posible comparar los resultados de la versión original (geometría inicial) vs. la geometría resultante (geometría optimizada). A continuación se presenta una tabla con los resultados condensados de cada caso de estudio.

Caso	Nombre	Esfuerzo von Mises máximo (N/mm ²)		Índice % de mejora
		Antes	Después	
A	Transición tipo "T"	60.6	48.1	21
B	Transición tipo brida	253	175	31
C	Placa con perforación transversal.	403	239	41
D	Perforación elongada.	102	51.9	50

Los casos de carga de torsión o flexión para los cuerpos en revolución tienen una mayor influencia en el resultado de la optimización en comparación con las transiciones encontradas en las uniones tipo "T". Sin embargo los resultados geométricos encontrados en estas transiciones pueden implementarse sin desventajas funcionales también en cuerpos en revolución.

La optimización geométrica encontrada para el caso del cilindro hueco y la pared muestra una reducción del tensor de esfuerzo von Mises máximo, logrando así la minimización del mismo. Las geometrías encontradas en la transición costilla y pared pueden ser implementadas sin presentar desventajas funcionales ya que en esa zona generalmente los componentes a ensamblar mantienen una curvatura.

7.6 Modificación de la posición de los nodos como resultado de la optimización.

A continuación se presenta el perfil de una transición semejante al caso A para ejemplificar el proceso de modificación de forma en el ambiente de FEM. El análisis de esfuerzos von Mises en la unión se observa una intensificación en el cambio de sección con un esfuerzo von Mises máximo de $\sigma_{\max}=246 \text{ N/mm}^2$. Después de 10 iteraciones la región crítica presenta un esfuerzo máximo de $\sigma_{\max}=111 \text{ N/mm}^2$ consiguiendo de esta manera una reducción de esfuerzos entre la geometría original.

Nodos resultantes

Los cambios geométricos en la zona crítica por cada iteración están representados en la figura 7.11 mostrando la suavidad geométrica provocada por el reposicionamiento de los nodos de cada geometría modelada con elementos finitos del y cuyo análisis se presenta a continuación.

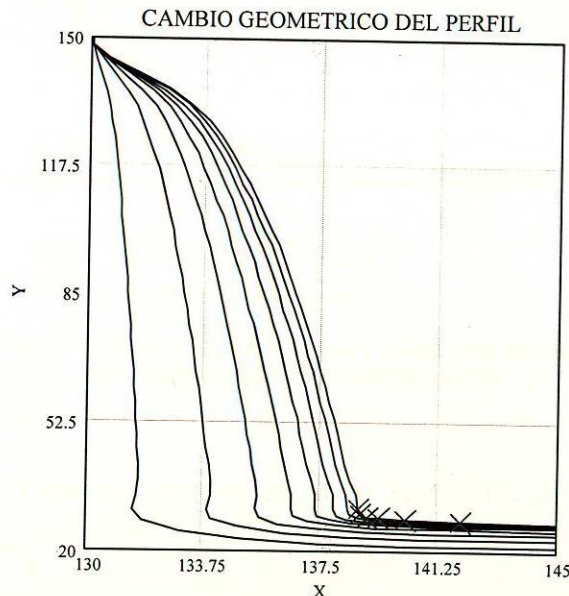


Figura 7.11.- Cambio geométrico del perfil de la unión T en cada iteración de la optimización.

Cálculos de los desplazamientos máximos de los nodos

La distancia entre nodos para cada eje está dada por:

$$X_{\varepsilon} := X_n - X_0$$

$$Y_{\varepsilon} := Y_n - Y_0$$

(7.1)

La figura 7.12 muestra los valores de los vectores de la ecuación (7.1). Los nodos cuyos desplazamientos son mayores son los nodos #25 al #30 (se denotan con las marcas X en las figuras 7.11 y 7.12) y se encuentran en los puntos más alejados del origen.

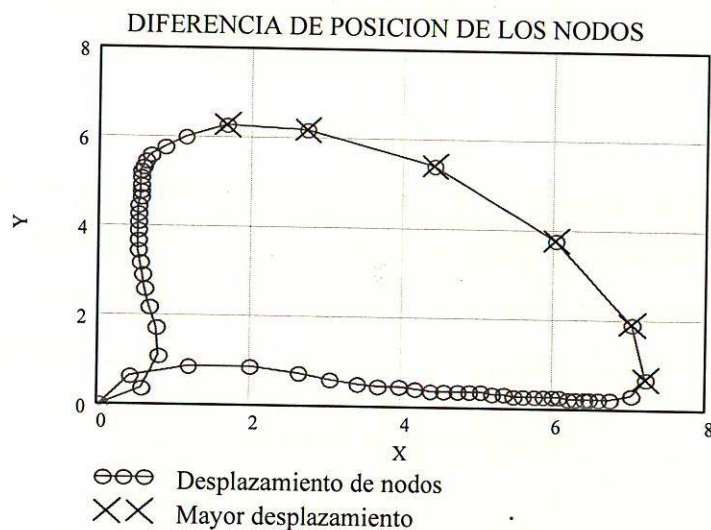


Figura 7.12.- Diferencia en la posición de los nodos de la geometría después de la optimización según la ecuación 7.1.

La tabla VII.II muestra los valores de las posiciones de los nodos con mayor desplazamiento.

Tabla VII.II.- Posición de los nodos con mayor desplazamiento.		
Nodo no.	Eje X	Eje Y
25	1.65	6.24
26	2.72	6.18
27	4.42	5.37
28	6.02	3.76
29	7.00	1.88
30	7.20	0.66

Para un número de iteraciones n , la función del desplazamiento del nodo α será:

$$PX(i, \alpha) := (X_i)_\alpha$$

$$PY(i, \alpha) := (Y_i)_\alpha$$
(7.2)

Los valores de desplazamiento por iteración se muestran en la figura 7.13. Es interesante observar la figura 7.14a y 7.14b los desplazamientos por cada eje, en donde se observa un comportamiento exponencial. Este comportamiento denota el criterio de optimización utilizado.

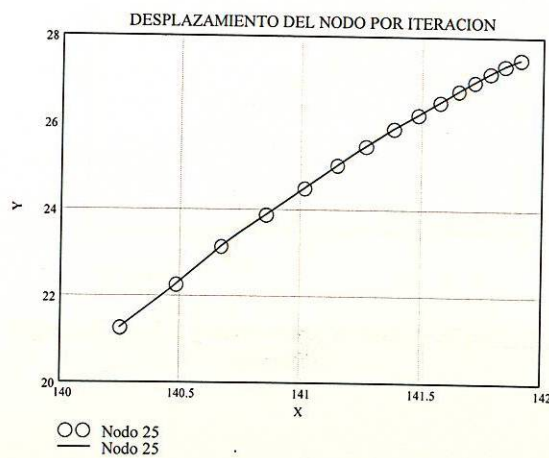
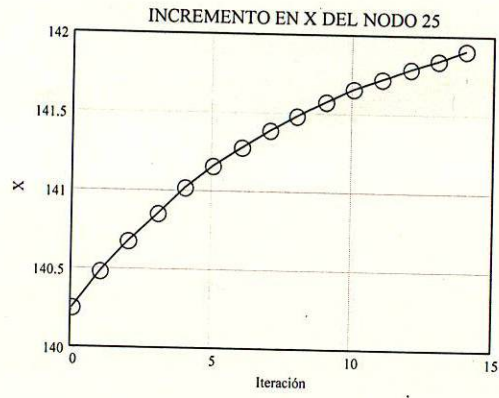
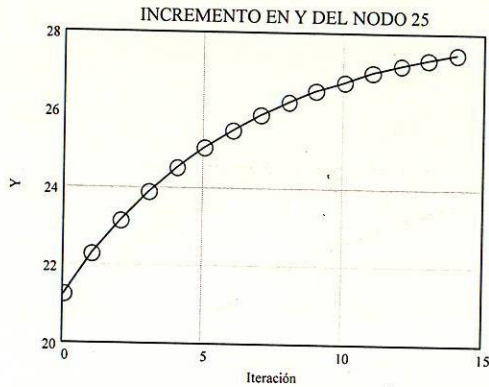


Figura 7.13.- Desplazamiento del nodo #25 para cada iteración.



(a)



(b)

Figura 7.14.- Desplazamiento del nodo #25 para cada eje después de la optimización. (a)Eje X y (b) Eje Y.

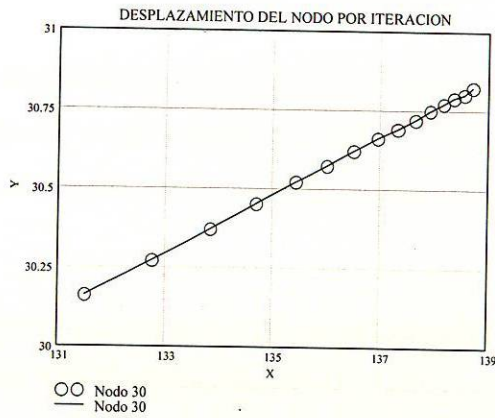


Figura 7.15.- Desplazamiento del nodo #30 para cada iteración.

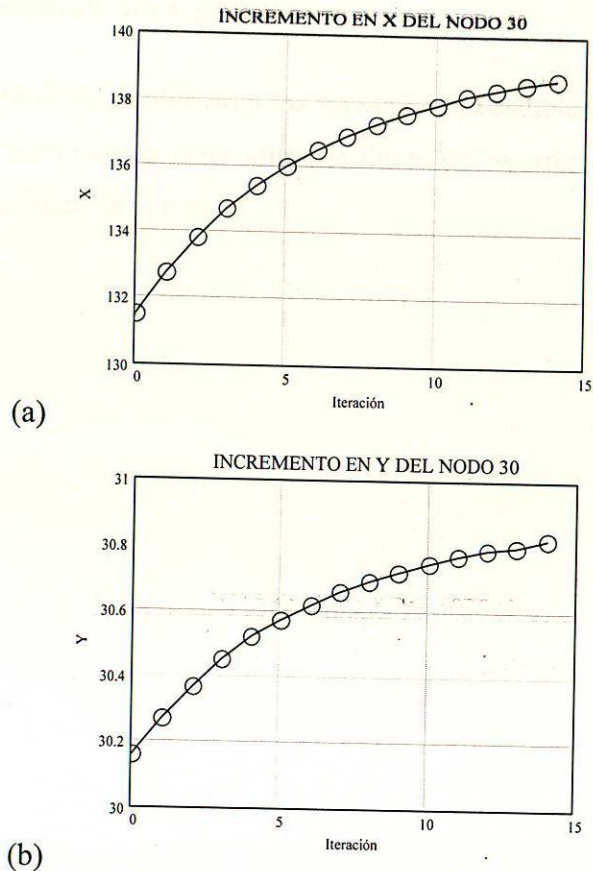


Figura 7.16.- Desplazamiento del nodo #30 para cada eje después de la optimización. (a)Eje X y (b) Eje Y.

El criterio para la modificación geométrica se basa en la diferencia del esfuerzo en la iteración con respecto al de referencia (ecuación 7.2), por lo que el cambio de posición de un nodo con respecto a la iteración anterior es exponencial (figuras 7.13, 7.14, 7.15, y 7.16).

Es evidente que en los cambios de sección se concentran los esfuerzos y por lo tanto sus nodos sufren los mayores desplazamientos.

7.7 Resumen del Capítulo

En este capítulo se condensaron los resultados. Se estableció la influencia que los resultados de esta tesis pueden tener sobre las líneas de investigación y las aplicaciones de desarrollo tecnológico de la región.

Capítulo 8

Conclusiones y recomendaciones

8.1 Conclusiones

Los resultados de este trabajo se basan en la observación de crecimiento en los troncos de árboles, sin embargo es necesario señalar que pueden existir otros criterios de crecimiento biológico que concuerdan con el axioma de los esfuerzos constantes.

La solución se ha logrado a través de herramientas computacionales para el diseño conceptual, modelado geométrico y con elementos finitos para el desarrollo de nuevos productos.

En el contexto del proyecto de investigación se analizaron herramientas modernas para la conceptualización y optimización de elementos estructurales que tienen aplicación típica en componentes de fundición, encontrando en todas ellas un comportamiento homogéneo de esfuerzos en las regiones de alta concentración de esfuerzos.

La presente investigación aporta una metodología que simplifica el diseñar y rediseñar los cambios apropiados en las geometrías, así como también la aplicación de las condiciones frontera en un ambiente de elemento finito, lo cual no es trivial. Una consecuencia de esta mejora es la reducción de los tiempos de desarrollo de producto.

La implementación de los mecanismos de crecimiento biológico en el diseño de elementos mecánicos representa una importante alternativa para obtener componentes mejorados. Los resultados de los casos de estudio presentados en este trabajo demuestran que se redujeron de forma significativa los valores máximos de esfuerzo y que su distribución de esfuerzos tendió a ser homogénea.

Aunque lo ideal es la optimización del elemento estructural completo, la técnica impide utilizar el método para ello, ya que los diagramas de esfuerzo incluyen necesariamente las condiciones frontera; sin embargo, los resultados de los casos de aplicación demuestran que el método puede ser usado de manera exitosa para mejoras locales y zonas críticas.

En el diseño y modelado clásicos se consigue la funcionalidad garantizada de un producto. Con metodologías como la que se presentó en este trabajo, pueden involucrarse otras variables de producción como el ahorro de material. Sin embargo, la curva de aprendizaje y el expertise para la correcta implantación de todos los módulos que componen este proceso es complicada e intensa. Esto tiene como consecuencia que a menudo los usuarios se desmotiven.

Las construcciones futuras toman distancia del diseño y modelado clásico con superficies paralelas o en rotación hacia las formas libres y geoméricamente complejas que garanticen una vida del producto mayor y una funcionalidad mejorada.

8.2. Recomendaciones para aplicación industrial

A continuación se enumeran algunas implementaciones de este trabajo en la industria que podrían influir en la productividad:

- Utilizar este trabajo como base para optimizar los parámetros de diseño usando diferentes materiales en otras situaciones. Los aspectos resultantes de la problemática de cada caso deberán abordarse por separado.
- Establecer relaciones entre las geometrías óptimas encontradas y las propiedades del material y así inferir resultados en otras situaciones de diseño que necesiten ser mejoradas.
- Analizar las diferencias posibles para casos con requerimientos de calidad más rigurosos.

8.3. Recomendaciones para investigación

Finalmente se presentan algunas direcciones de investigación dentro de la misma línea:

- Realizar análisis similares con cargas dinámicas para encontrar modelos de mecanismos de crecimiento naturales.
- Implementar el análisis para geometrías de superficie libre estableciendo la relación entre la pieza producida con respecto a la teórica.
- Establecer el ciclo de diseño CAD-FEM-CAD.

8.4 Resumen del Capítulo

En este capítulo se determinaron las conclusiones que el presente trabajo aporta. Una vez hecho esto, se estableció la influencia que los resultados de esta Tesis pueden tener sobre las líneas de investigación y las aplicaciones de desarrollo tecnológico de la región.

9. Referencias

9.1 Referencias bibliográficas

- [BAU34] Baud, R.V. Beiträge zur Kenntnis der Spannungsverteilung in prismatischen und keilförmigen Konstruktionselementen mit Querschnittsübergängen, Report 29, Schweiz. Verband für Metallprüfung in der Technik (Bericht 83 der Eidgen. Mat. Prüf.-Anstalt), Zürich, 1934.
- [BAU94] Baumgartner, A.: Ein Verfahren zur Strukturoptimierung mechanisch belasteter Bauteile auf der Basis des Axioms konstanter Spannung, VDI Verlag Reihe 18, Nr. 145, Düsseldorf, 1994
- [BOSS96] Bossart, P. y cols. Finite element analysis of human joints. Lawrence Livermore National laboratory, 1996.
- [BOT89] Botkin, M. E.; Yang, R. J.: Three-Dimensional Shape Optimization with Substructuring, AIAA Journal; 89-1221, 1989.
- [COR03] Cordero, J. M. y Cortés, J. Curvas y superficies para modelado geométrico. México: Alfaomega 2003.
- [DEL05] Delgado M. Enriquez J.: Distribución de esfuerzos en una prótesis parcial de cadera cementada. Revista de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica ISSN 1665-7381, 2005.
- [DUB90] Dubbel, H.; Beitz, W. (Hrsg); Küttner, K.H. (Hrsg): Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau. 17. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York, 1990.
- [ENG96] Engeln-Müllges. Numerik Algorithmen. VDI Verlag, 1996.
- [FAR97] Farin, G. Curves and surfaces for CAGD. Academic Press, 1997.
- [FOL96] Foley, James D. Computer Graphics Principles and Practice. Addison Wesley, 1996.
- [FOX70] Fox, L. R.: Optimization methods for engineering design, Addison Wesley, Massachusetts, 1970.
- [FRE95] Freitag, D.: Funktionsbasierte Konturoptimierung unter Einbezug konstruktiver Formelemente, VDI Verlag Reihe 20, Nr. 178, Kassel, 1995
- [FRI06] Fricova, M. y cols. Modelling of temporomandibular joint and fem analysis, rev. Acta of bioengineering and Biomechanics. Vol8(1), 2006.
- [GLA97] Glassner, A. The Perils of Problematic Parametrization. IEEE Computer Graphics and Applications, Sep-Oct 1997.

- [GRA77] Grassé, P.P.: Evolution of Living Organisms, New York, Academic Press, p.30, 1977.
- [HAM99] Hamrock B.; Jacobson B. ; Schmid S.: Elementos de Máquinas, Mc Graw Hill, 1999.
- [HEY68] Heywood, R.B.: Photoelasticity for Designers, Prensa Pergamon. Oxford, 1968.
- [JAC54] Jacobs M. R.: The effect of wind sway on the form and development of Pinus radiata. D.Don. Aust J Bot, 2, 35-51, 1954.
- [KLE95] Klein, Friedrich. NC-Steuerung für die 5-achsige Fräsbearbeitung auf der Basis von NURBS. Shaker Verlag. Ph.D. Dissertation, Technische Hochschule Aachen, 1995.
- [LAR63] Larson P. R.: Stem form development of forest trees. For Sci, Monograph 5, 1963.
- [LAR65] Larson P. R.: Stem form of young larix as influenced by wind and pruning. For Sci , 11, 412-424, 1965.
- [LOP01a] López, E., Colás, R., Ramírez, F., Rall, K. Maquinado de una sucesión de curvas. Revista Ingenierías Vol. IV, No. 11, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Abril-Junio 2001.
- [LOP01b] López Guerrero, F. Eugenio. Generación de Código de Maquinado en 3D para Modelos Geométricos Basados en Mallas. Revista Ingenierías Vol. III, No. 10, F.I.M.E., Enero-Marzo 2001.
- [MAR06] Martínez J. Carrera J.; Ferrer A.: Análisis experimental y numérico de esfuerzos en placas con orificio circular bajo un gradiente de carga lineal, Revista de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica. ISSN 1665-7381, 2006.
- [MAR87] Marshek, K.M.: Design of Machine and Structural Parts. Nueva York: Wiley-Interscience, 1987.
- [MAT02] Mattheck C.; Tesori J; Karlson.: Konstruieren wie die Natur-Bauteile, Wachsen "wie Bäume and Knähen. Z6V-zentrale für Gussverwendung, 2002.
- [MAT90] Mattheck, K. Why they grow, how they grow - the mechanics of trees, arboricultural Journal 14, 1990.
- [MAT90b] Mattheck, C.: Design and growth rules for Biological structures and their application to Engineering, Fatigue Fract. Engng Mater. Struct. Vol 13, No. 5, 535-550, 1990.

- [MAT90c] Mattheck, C.: Engineering components grow like trees, *Mat.-wiss. u. Werkstofftech.* 21, 143-168, 1990.
- [MAT90d] Mattheck, C.; Moldenhauer, H.: An intelligent CAD-Method based on Biological Growth, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* Vol 13, No. 1, 41-51, 1990.
- [MAT92] Mattheck, C. *Design in der Natur – Der Baum als Lehrmeister.* Freiburg im Breisburg: Rombach, 1992.
- [MAT97] Mattheck, K. *Design in der Natur - Der Baum als Lehrmeister.* Freiburg im Breisgau: Rombach 1997.
- [MET93] Metzger, K.: *Der Wind als maßgeblicher Faktor für das Wachstum der Bäume.* Mündener Forstliche Hefte. Springer Verlag, 1993.
- [MSC01] MSC.Construct Version 4.0 Users Manual, MSC.Software Corporation, Santa Ana California, 2001
- [MÜL87] Müller, R.: *Theoritische Untersuchung des einflusses der Spannungskonzentration durch Kerben bei mehrachsiger Belastung,* Dissertation, Karlsruhe, 1987
- [MÜL99] Müller. G.; Groth. C.: *FEM für Praktiker,* expert Verlag, Renningen-Malmsheim, 1999
- [NAC71] Nachtigall, W.: *Biotechnik.* Heidelberg: Quelle & Meyer, 1971.
- [NEU57] Neuber, H.: *Kerbspannungslehre, Grundlagen für genaue Festigkeitsberechnung.* Springer Verlag, 2, 1957.
- [NOR00] Norton, R., *Machine design and integrated approad.* 2 ed. -UpperSaddle-River, N.J. Prentice Hall, 2000.
- [OSA93] Osawa A.: *Effects of mechanical stresses and photosynthetic production on stem form development of Populus maximowiczii.* *Ann Bot*, 71, 489-494, 1993.
- [OSL96] Osler, G.H.R. , West, P.W. y Downes, G.M.: *Effects of bending stress on taper and growth of stems of young Eucalyptus regnans trees.* Springer-Verlag, 10, 239-246, 1996.
- [PET74] Peterson, R. E.: *Stress Concentration Factors,* John Wiley & Sons, New York, London, Sydney, Toronto, 1974.
- [PIE97] Piegl, Les: *The NURBS Book.* Springer Verlag, 1997.
- [PIL94] Pilkey, W. D.: *Formulas for stress, strain, and structural matrices.* United States of America: Library of Congreso Cataloging in Publication Data, 1994.

- [RAM01] Ramírez, F. "Validating of optimization models for the Bio-Cast-Design". Master Thesis, Technische Universität Hamburg-Harburg, 2001.
- [RAM02] Ramírez, F. Konstruktionselemente in großen Sandgussteilen. Interner Bericht. TU Hamburg-Harburg, 2001.
- [ROM06] Romero C.: Relación de la geometría de elementos mecánicos con el cambio de formas en la naturaleza como criterios de diseño, Tesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2006.
- [SAU91a] Sauter, J. Beanspruchungsminimierung von Bauteilen durch Gestaltoptimierung mit biologischer Intelligenz, ANSYS Users' Meeting, Tagungsband, 23.-25. Oktober 1991, Bamberg.
- [SAU91b] Sauter, J. CAOS oder die Suche nach der optimalen Bauteilform durch eine effiziente Gestaltoptimierungs-strategie, XX. Internationaler Finite Elemente Kongress, Tagungsband, 18.-19. November 1991, Baden-Baden, 1991.
- [SEN98] Senosiain Aguilar, J.: Bioarquitectura. México, D.F.: Limusa, 1998.
- [SHI89] Shigley, J.E. y Mitchell, L. D.: anual de diseño mecánico, tomo 1 (Tercera edición en español edición). México, D.F.: Mc Graw Hill, 1989.
- [SHI90] Shigley J. y C. Mischke.: Diseño en Ingeniería Mecánica. España: Mc Graw Hill, 1990.
- [SPO98] Spotts, M. F. y Shoup, T.E.: Elementos de máquinas. México, D.F.: Prentice Hall, 1998.
- [STE94] Steinhilper, W.; Röper, R.: Maschinen- und Konstruktionselemente, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1994.
- [SUM96] Summer, J. A. y Torres, M.: Scientific research about bats. Nacional Academic Press, 192-195, 1996.
- [TAK05] Takhounts, E. Analytical crash simulation, rev. Worcester Polytechnic Institute, 2005.
- [THO16] Thompson, D'Arcy.: On growth and form. Prensa de la Universidad de Cambridge, 1916.
- [TOC79] Tochtermann/Bodenstein : Konstruktionselemente des Maschinenbaues Springer- verlag Berlin. Vol 1 y 2, 1979.
- [VAL92] Valinger, E.: Effects of wind sway on stem form and crown development of Scots pine (*Pinus sylvestris* L.). Aust For , 55, 15-21, 1992.
- [WEC91] Weck, M.; Vonderhagen H.: Optimierung von Gussbauteilen hinsichtlich Festigkeit und Steifigkeit, VDG Fachbericht 058, Düsseldorf, 1991.

- [WEC97] Weck, M.: Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme 2, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1997.
- [WHE76] Wheeler, L.: On the role of constant-stress surfaces in the problem of minimizing elastic stress concentration. *Int. J. Solids Structures*, Bd. 12, Nr. 11, S 779/89, 1976.
- [WOO90] Wootton, R. J.: The Mechanical Design of Insect Wings. *Scientific American*, 263, 120, 1990.
- [ZIE94] Zienkiewicz O. ; Taylor R.: *El Método de los Elementos Finitos*, Mc Graw Hill, 1994.

9.2 Listado de figuras

Num.	Descripción	Página
1.1	Metodología moderna para la optimización de productos. Se ha incluido un proceso de diseño basado en la forma biológica.	2
1.2	Criterios de optimización en el diseño de máquinas [WEC97].	3
2.1	Un vector diagonal "h", con componentes h_x , h_y y h_z	13
2.2	Un tetraedro sometido a un estado general de esfuerzo.	14
2.3	Situaciones equivalentes de esfuerzos para un bloque elemental con orientaciones diferentes.	17
2.4	Criterios de falla en el plano para esfuerzos principales.	19
2.5	Curso de las líneas de fuerza para diversas cargas.	22
2.6	Líneas de flujo de fuerza en muescas.	23
2.7	Reducción de intensificador de esfuerzos en elementos de máquina.	24
2.8	Placa perforada sometida a tensión.	25
2.9	Factor de intensificación en relación a la proporción d/H.	26
3.1	Curva con $n=3$ mostrando los puntos de control y cuyo sólido se presenta en la figura 3.3. (a) Curva propuesta para una pieza mecánica y (b) arreglo de la misma curva conformando el perfil de la pieza.	30
3.2	Efecto de la posición de puntos de control. (a) primitiva geométrica como sólido y (b) cambio de posición de un punto de control.	32
3.3	(a) Modelo construido a partir de curvas de Bezier mostrando los polígonos y los puntos de control. (b) El mismo modelo modificado a partir del reposicionamiento de algunos puntos de control. (c) Diseño final de la pieza mecánica mostrada en la figura 3.1.	32
3.4	(a) Geometría resultado del programa de FEM. (b) Análisis de curvatura. (c) Modelo final.	33
4.1	Discretización de una región en elementos finitos.	35
4.2	Elemento triangular.	38
4.3	Funciones de forma.	39
4.4	Integral de una función de forma.	48
4.5	Carga de tracción.	50
5.1	Estructuras naturales (izquierda) y estructuras diseñadas por el hombre (derecha). Utilización óptima de material	54
5.2	Espacio de variación y forma optimizada	57
5.3	Desarrollo histórico de software para optimización geométrica.	59
5.4	Definición de los nodos maestros.	61
5.5	Metodología para el análisis de esfuerzos mediante el método de elementos finitos	64
5.6	Distribución de esfuerzos en los troncos de los árboles de crecimiento natural	65
5.7	Distribución de esfuerzos en los troncos de los árboles de crecimiento forzado.	66
5.8	Proceso de optimización contenido en el ambiente FEM de Patran-Nastran.	70
5.9	Optimización con MSC.Construct.	71
6.1	Transición tipo "T" a) con espesor de pared menor de 25mm y b) con espesor de pared mayor de 25mm.	76
6.2	Condiciones geométricas iniciales del caso A.	76
6.3	Condiciones frontera y malla de elemento finito del caso A.	77
6.4	Condiciones iniciales de distribución del tensor de esfuerzos von Mises del caso A.	79
6.5	Condiciones geométricas iniciales del caso B.	80
6.6	Condiciones frontera y malla de elemento finito del caso B.	81
6.7	Condiciones iniciales de distribución del tensor de esfuerzos von Mises del caso B.	83
6.8	Condiciones geométricas iniciales del caso C.	84
6.9	Condiciones frontera y malla de elemento finito del caso C.	85
6.10	Condiciones iniciales de distribución del tensor de esfuerzos von Mises del caso C.	86
6.11	Condiciones geométricas iniciales del caso D.	88

6.12	Condiciones frontera y malla de elemento finito del caso D.	89
6.13	Condiciones iniciales de distribución del tensor de esfuerzos von Mises del caso D.	91
7.1	Optimización geométrica con esfuerzos homogéneos del caso A.	93
7.2	Esfuerzo a lo largo de la transición pared-costilla.	94
7.3	Optimización geométrica con esfuerzos homogéneos del caso B.	95
7.4	Esfuerzo a lo largo de la transición tipo brida.	96
7.5	Optimización geométrica con esfuerzos homogéneos del caso C.	97
7.6	Esfuerzo a lo largo de la perforación.	97
7.7	Estado de esfuerzo von Mises después de la optimización.	98
7.8	Esfuerzo a lo largo de la perforación elongada.	99
7.9	Malla de FEM alrededor del orificio de montaje.	100
7.10	Malla de FEM y distribución del desplazamiento nodal alrededor del orificio de montaje.	100
7.11	Cambio geométrico del perfil de la unión T en cada iteración de la optimización.	102
7.12	Diferencia en la posición de los nodos de la geometría después de la optimización según la ecuación 7.1.	103
7.13	Desplazamiento del nodo #25 para cada iteración.	104
7.14	Desplazamiento del nodo #25 para cada eje después de la optimización. (a)Eje X y (b) Eje Y.	105
7.15	Desplazamiento del nodo #30 para cada iteración.	105
7.16	Desplazamiento del nodo #30 para cada eje después de la optimización. (a)Eje X y (b) Eje Y.	106

9.3 Listado de Tablas

Num.	Descripción	Página
V.I	Constantes de los modelos de crecimiento natural para cada altura de medición.	67
V.II	Constantes de los modelos de crecimiento forzado.	68
VI.I	Información técnica de las condiciones de entrada.	75
VI.II	Parámetros de diseño de la transición tipo "T"	77
VI.III	Datos usados en el programa de FEM para el caso A.	78
VI.IIIa	Datos usados en la definición de fuerza (N) para el caso A.	78
VI.IV	Parámetros de diseño de la transición tipo brida.	81
VI.V	Datos usados en el programa de FEM para el caso B.	82
VI.Va	Datos usados en la definición de fuerza (N) para el caso B.	82
VI.VI	Parámetros de diseño de la placa con perforación transversal.	84
VI.VII	Datos usados en el programa de FEM para el caso C.	85
VI.VIIa	Datos usados en la definición de tensión (N/mm^2) para el caso C.	86
VI.VIII	Parámetros de diseño de la perforación elongada.	88
VI.IX	Datos usados en el programa de FEM para el caso D.	89
VI.IXa	Datos usados en la definición de condiciones frontera, fuerza (N) y momentos (Nm) para el caso D.	90
VII.I	Resultados de la optimización geométrica de los diversos casos de estudio.	101
VII.II	Posición de los nodos con mayor desplazamiento.	104

Capítulo 10

Apéndices

- 10.1.- Valores radiales de los troncos de control**
- 10.2.- Valores radiales de los troncos flexionados**
- 10.3.- Distribución de esfuerzo en troncos de los árboles**
- 10.4.- Esfuerzos en los troncos de crecimiento natural**
- 10.5.- Esfuerzos en los troncos de crecimiento forzado**
- 10.6.- Gráficas del crecimiento radial de los troncos y curvas de ajuste**
- 10.7.- Reglas de construcción y diseño de uniones en fundición**
- 10.8.- Estudio de intensificadores de esfuerzo en estructuras**

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 0.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)		
0.0	7.5	29.6	6.3	60.0	5.6	89.6	5.2	119.3	5.1	147.5	5.2	177.2	4.9	208.9	4.6	239.3	4.3	269.6	4.1
0.7	7.5	29.6	6.4	60.7	5.6	89.6	5.2	120.0	5.1	148.2	5.2	177.9	4.9	209.6	4.6	239.3	4.4	270.4	4.1
1.4	7.4	30.4	6.3	61.4	5.6	90.4	5.2	120.7	5.1	148.9	5.2	178.6	4.9	210.4	4.6	240.0	4.3	271.1	4.1
1.4	7.5	31.1	6.3	62.1	5.5	90.4	5.2	121.4	5.1	149.6	5.2	179.3	4.9	211.1	4.6	240.7	4.3	271.8	4.1
2.1	7.4	31.1	6.3	62.1	5.6	91.1	5.2	122.1	5.1	150.4	5.2	180.0	4.9	211.8	4.6	241.4	4.3	272.5	4.1
2.8	7.4	31.8	6.3	62.8	5.5	91.8	5.2	122.8	5.1	151.1	5.2	180.7	4.9	212.5	4.6	242.1	4.3	273.2	4.1
3.5	7.4	32.5	6.2	63.5	5.5	92.5	5.2	123.5	5.1	151.8	5.2	181.4	4.9	213.2	4.6	242.8	4.3	273.9	4.1
4.2	7.3	32.5	6.3	64.2	5.5	93.2	5.2	124.2	5.1	152.5	5.2	182.1	4.9	213.2	4.6	243.5	4.3	274.6	4.1
4.9	7.3	33.2	6.2	64.9	5.5	93.9	5.1	124.9	5.1	153.2	5.2	182.8	4.9	213.2	4.6	244.2	4.3	275.3	4.0
4.9	7.3	33.9	6.2	65.6	5.5	93.9	5.2	124.9	5.2	153.9	5.1	183.5	4.8	213.9	4.6	244.9	4.3	276.0	4.0
5.6	7.3	34.6	6.2	66.4	5.5	94.6	5.1	125.6	5.1	153.9	5.2	184.2	4.8	214.6	4.6	245.6	4.3	276.7	4.0
6.4	7.3	35.3	6.1	67.1	5.4	95.3	5.1	125.6	5.2	154.6	5.1	184.2	4.9	215.3	4.6	246.4	4.3	277.4	4.0
7.1	7.2	35.3	6.2	67.1	5.5	96.0	5.1	126.4	5.1	154.6	5.2	184.9	4.8	216.0	4.6	247.1	4.3	278.1	4.0
7.8	7.2	36.0	6.1	67.8	5.4	96.7	5.1	126.4	5.2	155.3	5.1	185.6	4.8	216.7	4.6	247.8	4.3	278.8	4.0
8.5	7.2	36.7	6.1	68.5	5.4	97.4	5.1	127.1	5.1	156.0	5.1	186.4	4.8	217.4	4.5	248.5	4.3	279.5	4.0
9.2	7.2	37.4	6.1	69.2	5.4	98.1	5.1	127.1	5.2	156.7	5.1	187.1	4.8	217.4	4.6	249.2	4.3	280.2	4.0
9.9	7.1	38.1	6.1	69.9	5.4	98.8	5.1	127.8	5.1	157.4	5.1	187.8	4.8	218.1	4.5	249.9	4.3	280.9	3.9
10.6	7.1	38.8	6.0	70.6	5.4	99.5	5.1	127.8	5.2	158.1	5.1	188.5	4.8	218.8	4.5	250.6	4.3	281.6	3.9
10.6	7.1	39.5	6.0	71.3	5.4	100.2	5.1	128.5	5.1	158.8	5.1	188.5	4.8	219.5	4.5	251.3	4.2	281.6	3.9
11.3	7.1	40.2	5.9	71.3	5.4	100.2	5.1	128.5	5.2	159.5	5.1	189.2	4.8	220.2	4.5	251.3	4.3	282.4	3.9
12.0	7.1	40.9	5.9	72.0	5.4	100.9	5.1	129.2	5.1	160.2	5.1	189.9	4.8	220.9	4.5	252.0	4.2	283.1	3.9
12.7	7.0	41.6	5.9	72.0	5.4	100.9	5.1	129.2	5.2	160.2	5.1	190.6	4.8	221.6	4.5	252.7	4.2	283.8	3.9
13.4	7.0	42.4	5.9	72.7	5.4	101.6	5.1	129.9	5.1	160.9	5.1	191.3	4.8	222.4	4.5	253.4	4.2	284.5	3.9
14.1	6.9	43.1	5.8	73.4	5.4	101.6	5.1	129.9	5.2	161.6	5.1	192.0	4.8	223.1	4.5	254.1	4.2	285.2	3.9
14.1	7.0	43.8	5.8	74.1	5.4	102.4	5.1	130.6	5.1	162.4	5.1	192.7	4.8	223.8	4.4	254.1	4.2	285.9	3.9
14.8	6.9	44.5	5.8	74.8	5.4	102.4	5.1	130.6	5.2	163.1	5.1	193.4	4.8	223.8	4.5	254.8	4.2	286.6	3.9
15.5	6.9	45.2	5.8	75.5	5.3	103.1	5.1	131.3	5.2	163.8	5.1	194.1	4.7	224.5	4.4	255.5	4.2	287.3	3.9
16.2	6.9	45.9	5.7	75.5	5.4	103.8	5.1	132.0	5.2	164.5	5.1	194.1	4.8	225.2	4.5	256.2	4.2	287.3	3.9
16.9	6.8	46.6	5.7	76.2	5.3	104.5	5.1	132.7	5.2	165.2	5.1	194.8	4.7	225.9	4.5	256.9	4.2	288.0	3.9
17.6	6.8	47.3	5.7	76.9	5.3	105.2	5.1	133.4	5.2	165.9	5.0	195.5	4.7	226.6	4.5	257.6	4.2	288.7	3.9
18.4	6.8	48.0	5.7	77.6	5.3	105.9	5.1	134.1	5.2	166.6	5.1	196.2	4.7	227.3	4.5	258.3	4.2	289.4	3.9
19.1	6.8	48.7	5.6	78.4	5.3	106.6	5.1	134.8	5.2	166.6	5.0	196.9	4.7	228.0	4.4	258.4	4.2	290.1	3.9
19.8	6.7	48.7	5.7	79.1	5.3	107.3	5.1	135.5	5.2	167.3	5.0	197.6	4.7	228.7	4.4	258.4	4.2	290.8	3.9
20.5	6.7	49.4	5.6	79.8	5.3	108.0	5.1	136.2	5.2	168.0	5.0	198.4	4.7	228.7	4.5	259.1	4.2	291.5	3.9
21.2	6.7	50.1	5.6	80.5	5.3	108.7	5.1	136.9	5.2	168.7	5.0	199.1	4.7	229.4	4.4	259.8	4.2	292.2	3.9
21.9	6.7	50.8	5.6	81.2	5.3	109.4	5.1	137.6	5.2	169.4	5.0	199.8	4.7	230.1	4.4	260.5	4.2	292.9	3.8
22.6	6.6	51.5	5.6	81.9	5.3	110.1	5.1	138.4	5.2	170.1	5.0	200.5	4.7	230.8	4.4	261.2	4.2	293.6	3.8
23.3	6.6	52.2	5.6	82.6	5.3	110.8	5.1	139.1	5.2	170.8	5.0	200.5	4.7	231.5	4.4	261.9	4.2	294.4	3.8
24.0	6.6	52.9	5.6	83.3	5.3	111.5	5.1	139.8	5.2	171.5	4.9	201.2	4.7	232.2	4.4	262.6	4.2	295.1	3.8
24.0	6.6	52.9	5.6	84.0	5.3	112.2	5.1	140.5	5.2	171.5	5.0	201.9	4.7	232.9	4.4	263.3	4.2	295.8	3.8
24.7	6.6	53.6	5.6	84.7	5.3	112.9	5.1	141.2	5.2	172.2	4.9	202.6	4.7	233.6	4.4	264.0	4.1	296.5	3.8
25.4	6.5	54.4	5.6	85.4	5.2	113.6	5.1	141.9	5.2	172.2	5.0	203.3	4.7	234.4	4.4	264.7	4.1	297.2	3.8
25.4	6.6	55.1	5.6	85.4	5.3	114.4	5.1	142.6	5.2	172.9	4.9	204.0	4.7	234.4	4.4	265.4	4.1	297.9	3.8
26.1	6.5	55.8	5.6	86.1	5.2	115.1	5.1	143.3	5.2	173.6	4.9	204.7	4.7	235.1	4.4	266.1	4.1	298.6	3.8
26.8	6.5	56.5	5.6	86.8	5.2	115.8	5.1	144.0	5.2	174.4	4.9	205.4	4.7	235.8	4.4	266.8	4.1	299.3	3.8
27.5	6.4	57.2	5.6	87.5	5.2	116.5	5.1	144.7	5.2	175.1	4.9	206.1	4.7	236.5	4.4	267.5	4.1	300.0	3.8
28.2	6.4	57.9	5.5	88.2	5.2	117.2	5.1	145.4	5.2	175.8	4.9	206.8	4.6	237.2	4.4	268.2	4.1		
28.2	6.4	58.6	5.5	88.9	5.2	117.9	5.1	146.1	5.2	176.5	4.9	207.5	4.6	237.9	4.4	268.9	4.1		
28.9	6.4	59.3	5.5	88.9	5.2	118.6	5.1	146.8	5.2	177.2	4.9	208.2	4.6	238.6	4.4	269.6	4.1		

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 2.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)		
0.0	8.2	28.9	7.1	57.9	6.3	87.5	5.9	119.3	5.8	145.4	5.9	176.5	5.7	208.2	5.4	237.2	5.2	266.1	5.0	295.1	4.8
0.7	8.1	29.6	7.1	58.6	6.3	88.2	5.9	119.3	5.8	146.1	5.9	177.2	5.7	208.9	5.4	237.9	5.2	266.8	5.0	295.8	4.8
0.7	8.2	29.6	7.1	59.3	6.2	88.2	5.9	120.0	5.8	146.8	5.9	177.9	5.7	209.6	5.4	238.6	5.2	267.5	5.0	296.5	4.8
1.4	8.1	30.4	7.1	59.3	6.3	88.9	5.9	120.0	5.8	147.5	5.9	178.6	5.7	210.4	5.4	238.6	5.2	268.2	5.0	297.2	4.8
2.1	8.1	31.1	7.1	60.0	6.3	89.6	5.9	120.7	5.8	148.2	5.9	179.3	5.6	211.1	5.4	239.3	5.2	268.9	5.0	297.9	4.8
2.8	8.1	31.8	7.0	60.7	6.3	90.4	5.9	121.4	5.8	148.9	5.9	180.0	5.6	211.8	5.4	239.3	5.2	269.6	4.9	298.6	4.8
3.5	8.1	32.5	7.0	61.4	6.3	91.1	5.9	121.4	5.8	149.6	5.9	180.7	5.6	212.5	5.3	240.0	5.2	269.6	5.0	299.3	4.8
4.2	8.0	33.2	6.9	62.1	6.3	92.5	5.8	122.1	5.8	150.4	5.9	181.4	5.6	212.5	5.4	240.7	5.2	270.4	4.9	300.0	4.8
4.9	8.0	33.9	6.9	62.8	6.3	92.5	5.9	122.1	5.8	151.1	5.9	182.1	5.6	213.2	5.3	241.4	5.2	270.4	5.0		
5.6	7.9	34.6	6.9	63.5	6.3	93.2	5.8	122.8	5.8	151.8	5.8	182.8	5.6	213.2	5.4	242.1	5.2	271.1	4.9		
5.6	8.0	35.3	6.9	64.2	6.2	93.9	5.8	122.8	5.8	151.8	5.9	183.5	5.6	213.9	5.3	242.8	5.2	271.8	4.9		
6.4	7.9	36.0	6.8	64.2	6.3	94.6	5.8	123.5	5.8	152.5	5.8	184.2	5.6	214.6	5.3	243.5	5.2	272.5	4.9		
7.1	7.9	36.0	6.9	64.9	6.2	95.3	5.8	123.5	5.8	152.5	5.9	184.9	5.6	215.3	5.3	244.2	5.2	273.2	4.9		
7.1	7.9	36.7	6.8	65.6	6.2	96.0	5.8	124.2	5.8	153.2	5.8	185.6	5.6	216.0	5.3	244.9	5.2	273.9	4.9		
7.8	7.9	37.4	6.8	66.4	6.2	96.0	5.8	124.9	5.8	153.2	5.9	186.4	5.6	216.7	5.3	245.6	5.2	274.6	4.9		
8.5	7.8	37.4	6.8	67.1	6.2	96.7	5.8	125.6	5.8	153.9	5.8	187.1	5.6	217.4	5.3	246.4	5.2	275.3	4.9		
8.5	7.9	38.1	6.8	67.8	6.2	97.4	5.8	126.4	5.8	154.6	5.8	187.8	5.6	218.1	5.3	247.1	5.1	276.0	4.9		
9.2	7.8	38.8	6.7	67.8	6.2	98.1	5.8	127.1	5.8	155.3	5.8	188.5	5.6	218.1	5.3	247.1	5.2	276.7	4.9		
9.9	7.8	38.8	6.8	68.5	6.2	98.8	5.8	127.8	5.8	156.0	5.8	189.2	5.6	218.8	5.3	247.8	5.1	277.4	4.9		
9.9	7.8	39.5	6.7	68.5	6.2	99.5	5.8	128.5	5.8	156.7	5.8	189.9	5.6	219.5	5.3	247.8	5.2	277.4	4.9		
10.6	7.8	40.2	6.7	69.2	6.2	100.2	5.8	129.2	5.8	157.4	5.8	190.6	5.6	220.2	5.3	248.5	5.1	278.1	4.9		
11.3	7.8	40.2	6.7	69.9	6.2	100.9	5.8	129.9	5.8	158.1	5.8	191.3	5.6	220.9	5.3	248.5	5.2	278.1	4.9		
12.0	7.7	40.9	6.7	70.6	6.2	101.6	5.8	130.6	5.8	158.8	5.8	192.0	5.5	221.6	5.3	249.2	5.1	278.8	4.9		
12.7	7.7	41.6	6.7	71.3	6.2	102.4	5.8	131.3	5.8	158.8	5.8	192.0	5.6	222.4	5.3	249.9	5.1	278.8	4.9		
12.7	7.7	42.4	6.6	72.0	6.1	103.1	5.8	132.0	5.8	159.5	5.8	192.7	5.5	223.1	5.3	250.6	5.1	279.5	4.9		
13.4	7.7	43.1	6.6	72.0	6.2	103.8	5.8	132.7	5.8	160.2	5.8	193.4	5.5	223.8	5.3	251.3	5.1	280.2	4.9		
14.1	7.7	43.8	6.6	72.7	6.1	104.5	5.8	133.4	5.8	160.9	5.8	194.1	5.5	224.5	5.3	252.0	5.1	280.9	4.9		
14.8	7.6	43.8	6.6	73.4	6.1	105.2	5.8	134.1	5.8	161.6	5.8	194.8	5.5	225.2	5.3	252.7	5.1	281.6	4.9		
15.5	7.6	44.5	6.6	74.1	6.1	105.9	5.8	134.8	5.8	162.4	5.8	195.5	5.5	225.2	5.3	253.4	5.1	282.4	4.9		
15.5	7.6	45.2	6.5	74.8	6.1	106.6	5.8	135.5	5.8	163.1	5.8	196.2	5.5	225.9	5.3	253.4	5.1	283.1	4.9		
16.2	7.6	45.2	6.6	75.5	6.1	107.3	5.8	136.2	5.8	163.8	5.8	196.9	5.5	226.6	5.3	254.1	5.1	283.8	4.9		
16.9	7.6	45.9	6.5	76.2	6.1	108.0	5.8	136.9	5.8	164.5	5.8	197.6	5.5	227.3	5.3	254.8	5.1	284.5	4.9		
17.6	7.5	46.6	6.5	76.2	6.1	108.7	5.8	137.6	5.8	165.2	5.8	198.4	5.4	228.0	5.3	254.8	5.1	285.2	4.9		
17.6	7.6	47.3	6.4	76.9	6.1	109.4	5.8	138.4	5.8	165.9	5.7	198.4	5.5	228.7	5.3	255.5	5.1	285.9	4.8		
18.4	7.5	48.0	6.4	77.6	6.1	110.1	5.8	139.1	5.8	165.9	5.8	199.1	5.5	229.4	5.3	256.2	5.1	285.9	4.9		
19.1	7.5	48.0	6.4	78.4	6.1	110.8	5.8	139.8	5.8	166.6	5.7	199.8	5.4	230.1	5.2	256.9	5.1	286.6	4.8		
19.8	7.4	48.7	6.4	79.1	6.1	111.5	5.8	139.8	5.9	166.6	5.8	199.8	5.5	230.1	5.3	257.6	5.1	287.3	4.8		
20.5	7.4	49.4	6.4	79.8	6.1	112.2	5.8	140.5	5.8	167.3	5.7	200.5	5.4	230.8	5.2	258.4	5.1	288.0	4.8		
21.2	7.4	50.1	6.4	80.5	6.0	112.9	5.8	141.2	5.9	168.0	5.7	201.2	5.4	230.8	5.3	259.1	5.1	288.7	4.8		
21.9	7.4	50.8	6.4	81.2	6.0	113.6	5.8	141.9	5.8	168.7	5.7	201.9	5.4	231.5	5.2	259.8	5.1	289.4	4.8		
22.6	7.3	51.5	6.4	81.9	6.0	114.4	5.8	141.9	5.9	169.4	5.7	202.6	5.4	231.5	5.3	260.5	5.1	290.1	4.8		
23.3	7.3	52.2	6.3	82.6	6.0	115.1	5.8	142.6	5.8	170.1	5.7	203.3	5.4	232.2	5.2	261.2	5.1	290.8	4.8		
24.0	7.3	52.9	6.3	83.3	6.0	115.8	5.8	142.6	5.9	170.8	5.7	204.0	5.4	232.2	5.3	261.9	5.1	291.5	4.8		
24.7	7.3	53.6	6.3	84.0	6.0	116.5	5.8	143.3	5.8	171.5	5.7	204.7	5.4	232.9	5.2	262.6	5.1	292.2	4.8		
25.4	7.2	54.4	6.3	84.7	5.9	117.2	5.8	143.3	5.9	172.9	5.7	205.4	5.4	233.6	5.2	263.3	5.0	292.9	4.8		
26.1	7.2	55.1	6.3	84.7	6.0	117.9	5.8	144.0	5.8	173.6	5.7	205.4	5.4	234.4	5.2	263.3	5.1	292.9	4.8		
26.8	7.2	55.8	6.3	85.4	5.9	117.9	5.8	144.0	5.9	174.4	5.7	206.1	5.4	235.1	5.2	264.0	5.0	293.6	4.8		
27.5	7.2	56.5	6.3	86.1	5.9	118.6	5.8	144.7	5.8	175.1	5.7	206.8	5.4	235.8	5.2	264.7	5.0	293.6	4.8		
28.2	7.1	57.2	6.3	86.8	5.9	118.6	5.8	144.7	5.9	175.8	5.7	207.5	5.4	236.5	5.2	265.4	5.0	294.4	4.8		

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 4.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	8.8	28.9	7.7	58.6	6.9	89.6	6.6	115.8	6.5	148.9	6.6	180.0	6.3	208.6	6.1	239.3	5.9	270.4	5.8
0.7	8.8	28.9	7.8	59.3	6.9	89.6	6.6	116.5	6.5	149.6	6.6	180.7	6.3	210.4	6.1	240.0	5.9	271.1	5.8
1.4	8.7	29.6	7.7	60.0	6.9	90.4	6.6	117.2	6.5	150.4	6.6	181.4	6.3	211.1	6.1	240.7	5.9	271.8	5.8
1.4	8.8	30.4	7.7	60.7	6.9	91.1	6.6	117.9	6.5	151.1	6.6	182.1	6.3	211.8	6.1	241.4	5.9	271.8	5.8
2.1	8.7	30.4	7.7	61.4	6.9	91.8	6.6	118.6	6.5	151.8	6.5	182.8	6.3	212.5	6.1	242.1	5.9	272.5	5.8
2.8	8.7	31.1	7.7	62.1	6.9	92.5	6.6	119.3	6.5	151.8	6.6	183.5	6.3	212.5	6.1	242.8	5.9	273.2	5.8
2.8	8.7	31.8	7.7	62.8	6.9	93.2	6.5	120.0	6.5	152.5	6.5	184.2	6.3	213.2	6.1	243.5	5.9	273.9	5.8
3.5	8.7	32.5	7.6	63.5	6.9	93.2	6.6	120.7	6.5	153.2	6.5	184.9	6.3	213.9	6.1	244.2	5.9	274.6	5.8
4.2	8.7	33.2	7.6	64.2	6.9	93.9	6.5	121.4	6.5	153.9	6.5	185.6	6.3	214.6	6.1	244.9	5.9	275.3	5.8
4.9	8.6	33.2	7.6	64.9	6.9	93.9	6.6	122.1	6.5	154.6	6.5	186.4	6.3	215.3	6.1	245.6	5.9	276.0	5.8
5.6	8.6	33.9	7.6	65.6	6.9	94.6	6.5	122.8	6.5	155.3	6.5	187.1	6.3	216.0	6.1	246.4	5.9	276.7	5.8
6.4	8.6	34.6	7.6	66.4	6.9	95.3	6.5	123.5	6.5	156.0	6.5	187.8	6.3	216.7	6.1	247.1	5.9	277.4	5.8
7.1	8.6	35.3	7.5	67.1	6.8	96.0	6.5	124.2	6.5	156.7	6.5	188.5	6.2	217.4	6.1	247.8	5.9	278.1	5.8
7.8	8.5	36.0	7.5	67.8	6.8	96.7	6.5	124.9	6.5	157.4	6.5	188.5	6.3	218.1	6.1	248.5	5.9	278.8	5.8
8.5	8.5	36.7	7.5	68.5	6.8	97.4	6.5	125.6	6.5	158.1	6.5	189.2	6.2	218.8	6.0	248.5	5.9	279.5	5.8
9.2	8.4	37.4	7.4	69.2	6.8	98.1	6.4	126.4	6.5	158.8	6.5	189.2	6.3	218.8	6.1	249.2	5.9	280.2	5.7
9.2	8.5	38.1	7.4	69.9	6.8	98.1	6.5	127.1	6.5	159.5	6.4	189.9	6.2	219.5	6.0	249.9	5.9	280.2	5.8
9.9	8.4	38.8	7.4	70.6	6.8	98.8	6.4	127.8	6.5	159.5	6.5	190.6	6.2	219.5	6.1	250.6	5.9	280.9	5.7
10.6	8.4	39.5	7.3	70.6	6.8	99.5	6.4	128.5	6.5	160.2	6.4	191.3	6.2	220.2	6.0	251.3	5.9	280.9	5.8
10.6	8.4	39.5	7.4	71.3	6.8	100.2	6.4	129.2	6.5	160.2	6.5	192.0	6.2	220.9	6.0	252.0	5.9	281.6	5.7
11.3	8.4	40.2	7.3	71.3	6.8	100.9	6.4	129.9	6.5	160.9	6.4	192.7	6.2	221.6	6.0	252.7	5.9	281.6	5.8
12.0	8.3	40.9	7.3	72.0	6.8	101.6	6.4	130.6	6.5	161.6	6.4	193.4	6.2	222.4	6.0	253.4	5.9	282.4	5.7
12.0	8.4	41.6	7.3	72.7	6.8	102.4	6.4	131.3	6.5	162.4	6.4	194.1	6.2	223.1	6.0	254.1	5.9	282.4	5.8
12.7	8.3	42.4	7.3	73.4	6.8	103.1	6.4	132.0	6.5	163.1	6.4	194.8	6.2	223.8	6.0	254.8	5.9	283.1	5.7
13.4	8.3	43.1	7.2	74.1	6.8	103.1	6.5	132.7	6.5	163.8	6.4	195.5	6.2	224.5	6.0	255.5	5.9	283.8	5.7
14.1	8.3	43.1	7.3	74.8	6.8	103.8	6.4	133.4	6.5	164.5	6.4	195.5	6.2	225.2	6.1	256.2	5.9	284.5	5.7
14.8	8.3	43.8	7.2	75.5	6.7	103.8	6.5	134.1	6.5	165.2	6.4	196.2	6.2	225.9	6.0	256.9	5.9	285.2	5.7
15.5	8.2	44.5	7.2	75.5	6.8	104.5	6.4	134.8	6.5	165.9	6.4	196.2	6.2	225.9	6.1	257.6	5.8	285.9	5.7
16.2	8.2	45.2	7.2	76.2	6.7	104.5	6.5	135.5	6.5	166.6	6.4	196.9	6.2	226.6	6.0	257.6	5.9	286.6	5.7
16.9	8.2	45.9	7.1	76.9	6.7	105.2	6.4	136.2	6.5	166.6	6.4	196.9	6.2	226.6	6.1	258.4	5.8	287.3	5.7
17.6	8.2	46.6	7.1	77.6	6.7	105.2	6.5	136.9	6.5	167.3	6.4	197.6	6.2	227.3	6.0	258.4	5.9	288.0	5.7
18.4	8.1	47.3	7.1	78.4	6.7	105.9	6.4	136.9	6.6	168.0	6.4	198.4	6.2	228.0	6.0	259.1	5.8	288.7	5.7
19.1	8.1	47.3	7.1	79.1	6.7	105.9	6.5	137.6	6.5	168.7	6.4	199.1	6.2	228.7	6.0	259.8	5.8	289.4	5.7
19.8	8.1	48.0	7.1	79.8	6.7	106.6	6.5	137.6	6.6	169.4	6.4	199.8	6.2	229.4	6.0	260.5	5.8	290.1	5.7
19.8	8.1	48.7	7.1	79.8	6.7	107.3	6.4	138.4	6.6	170.1	6.4	200.5	6.2	230.1	6.0	261.2	5.8	290.8	5.7
20.5	8.1	49.4	7.0	80.5	6.7	107.3	6.5	139.1	6.6	170.8	6.4	201.2	6.2	230.8	6.0	261.9	5.8	291.5	5.7
21.2	8.0	50.1	7.0	80.5	6.7	108.0	6.5	139.8	6.6	171.5	6.4	201.9	6.2	231.5	6.0	262.6	5.8	292.2	5.7
21.2	8.1	50.8	7.0	81.2	6.7	108.7	6.5	140.5	6.6	172.2	6.4	202.6	6.2	232.2	6.0	263.3	5.8	292.9	5.7
21.9	8.0	51.5	7.0	81.9	6.7	109.4	6.4	141.2	6.6	172.9	6.4	203.3	6.1	232.9	6.0	264.0	5.8	293.6	5.7
22.6	8.0	52.2	7.0	82.6	6.7	109.4	6.5	141.9	6.6	173.6	6.4	203.3	6.2	233.6	6.0	264.7	5.8	294.4	5.7
23.3	7.9	52.9	7.0	83.3	6.7	110.1	6.4	142.6	6.6	174.4	6.3	204.0	6.1	234.4	6.0	265.4	5.8	294.4	5.7
23.3	8.0	53.6	6.9	84.0	6.7	110.1	6.5	143.3	6.6	174.4	6.4	204.0	6.2	235.1	5.9	266.1	5.8	295.1	5.7
24.0	7.9	54.4	6.9	84.7	6.6	110.8	6.5	144.0	6.6	175.1	6.3	204.7	6.1	235.1	6.0	266.8	5.8	295.8	5.7
24.7	7.9	55.1	6.9	84.7	6.7	111.5	6.5	144.7	6.6	175.8	6.3	205.4	6.1	235.8	5.9	267.5	5.8	296.5	5.7
25.4	7.9	55.8	6.9	85.4	6.6	112.2	6.5	145.4	6.6	176.5	6.3	206.1	6.1	235.8	6.0	268.2	5.8	297.2	5.7
26.1	7.8	56.5	6.9	86.1	6.6	112.9	6.5	146.1	6.6	177.2	6.3	206.8	6.1	236.5	5.9	268.9	5.8	297.9	5.7
26.8	7.8	57.2	6.9	86.8	6.6	113.6	6.5	146.8	6.6	177.9	6.3	207.5	6.1	237.2	5.9	269.6	5.8	298.6	5.7
27.5	7.8	57.9	6.9	87.5	6.6	114.4	6.5	147.5	6.6	178.6	6.3	208.2	6.1	237.9	5.9	269.6	5.8	299.3	5.7
28.2	7.8	57.9	6.9	88.2	6.6	115.1	6.5	148.2	6.6	179.3	6.3	208.9	6.1	238.6	5.9	270.4	5.8	300.0	5.7

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 6.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	9.3	30.4	8.2	59.3	7.3	90.4	7.0	121.4	6.9	150.4	7.1	181.4	6.8	211.8	6.6	238.6	6.5	268.9	6.4	299.3	6.3
0.7	9.3	31.1	8.2	59.3	7.4	91.1	7.0	122.1	6.9	151.1	7.1	182.1	6.8	212.5	6.6	239.3	6.5	269.6	6.3	300.0	6.2
1.4	9.3	31.8	8.1	60.0	7.4	91.8	7.0	122.1	7.0	151.8	7.1	182.8	6.8	212.5	6.6	240.0	6.5	269.6	6.4	300.0	6.3
2.1	9.3	31.8	8.2	60.7	7.4	92.5	7.0	122.8	6.9	152.5	7.0	183.5	6.8	213.2	6.6	240.7	6.5	270.4	6.3		
2.8	9.2	32.5	8.1	61.4	7.4	93.2	6.9	123.5	6.9	152.5	7.1	184.2	6.8	213.2	6.6	241.4	6.4	270.4	6.4		
3.5	9.2	33.2	8.1	62.1	7.4	93.2	7.0	124.2	6.9	153.2	7.0	184.9	6.8	213.9	6.6	241.4	6.5	271.1	6.3		
4.2	9.2	33.9	8.1	62.8	7.4	93.9	6.9	124.2	7.0	153.2	7.1	185.6	6.8	213.9	6.6	242.1	6.4	271.8	6.3		
4.9	9.2	34.6	8.0	63.5	7.3	94.6	6.9	124.9	7.0	153.9	7.0	186.4	6.8	214.6	6.6	242.1	6.5	272.5	6.3		
5.6	9.1	34.6	8.1	64.2	7.3	95.3	6.9	125.6	7.0	154.6	7.0	187.1	6.8	215.3	6.6	242.8	6.4	272.5	6.4		
5.6	9.2	35.3	8.0	64.9	7.3	96.0	6.9	126.4	7.0	155.3	7.0	187.8	6.8	216.0	6.6	242.8	6.5	273.2	6.3		
6.4	9.1	36.0	7.9	65.6	7.3	96.7	6.9	127.1	7.0	156.0	7.0	188.5	6.7	216.7	6.6	243.5	6.4	273.9	6.3		
7.1	9.1	36.0	8.0	66.4	7.3	97.4	6.9	127.8	7.0	156.7	7.0	188.5	6.8	217.4	6.6	244.2	6.4	274.6	6.3		
7.8	9.1	36.7	7.9	67.1	7.3	98.1	6.9	128.5	7.0	157.4	7.0	189.2	6.7	218.1	6.6	244.9	6.4	275.3	6.3		
8.5	9.0	37.4	7.9	67.8	7.3	98.8	6.9	129.2	7.0	158.1	7.0	189.2	6.8	218.8	6.5	245.6	6.4	276.0	6.3		
9.2	9.0	37.4	7.9	67.8	7.3	99.5	6.9	129.9	7.0	158.8	7.0	189.9	6.7	218.8	6.6	246.4	6.4	276.7	6.3		
9.9	9.0	38.1	7.9	68.5	7.3	100.2	6.9	130.6	7.0	159.5	7.0	189.9	6.8	219.5	6.5	247.1	6.4	277.4	6.3		
10.6	8.9	38.8	7.9	69.2	7.3	100.9	6.9	131.3	7.0	160.2	7.0	190.6	6.7	219.5	6.6	247.8	6.4	278.1	6.3		
11.3	8.9	39.5	7.8	69.9	7.3	101.6	6.9	132.0	7.0	160.9	7.0	191.3	6.7	220.2	6.5	248.5	6.4	278.8	6.3		
12.0	8.9	40.2	7.8	70.6	7.3	102.4	6.9	132.7	7.0	161.6	6.9	192.0	6.7	220.2	6.6	249.2	6.4	279.5	6.3		
12.7	8.9	40.2	7.8	71.3	7.3	103.1	6.9	133.4	7.0	162.4	6.9	192.7	6.7	220.9	6.5	249.9	6.4	280.2	6.3		
13.4	8.8	40.9	7.8	72.0	7.2	103.8	6.9	134.1	7.0	163.1	6.9	193.4	6.7	221.6	6.5	250.6	6.4	280.9	6.3		
14.1	8.8	41.6	7.8	72.7	7.2	104.5	6.9	134.8	7.0	163.8	6.9	194.1	6.7	222.4	6.5	251.3	6.4	281.6	6.3		
14.1	8.8	42.4	7.7	73.4	7.2	105.2	6.9	135.5	7.0	164.5	6.9	194.8	6.7	223.1	6.5	252.0	6.4	282.4	6.3		
14.8	8.8	43.1	7.7	74.1	7.2	105.9	6.9	136.2	7.0	165.2	6.9	195.5	6.7	223.8	6.5	252.7	6.4	283.1	6.3		
15.5	8.7	43.1	7.7	74.8	7.2	106.6	6.9	136.9	7.0	165.9	6.9	196.2	6.7	224.5	6.5	253.4	6.4	283.8	6.3		
15.5	8.8	43.8	7.7	75.5	7.2	106.6	6.9	137.6	7.0	166.6	6.9	196.9	6.7	225.2	6.6	254.1	6.4	284.5	6.3		
16.2	8.7	44.5	7.7	75.5	7.2	107.3	6.9	137.6	7.1	167.3	6.9	196.9	6.7	225.9	6.6	254.8	6.4	285.2	6.3		
16.9	8.7	45.2	7.6	76.2	7.2	107.3	6.9	138.4	7.0	168.0	6.9	197.6	6.7	226.6	6.6	255.5	6.4	285.9	6.3		
16.9	8.7	45.9	7.6	76.9	7.2	108.0	6.9	138.4	7.1	168.0	6.9	197.6	6.7	227.3	6.6	256.2	6.4	286.6	6.3		
17.6	8.7	46.6	7.6	77.6	7.2	108.0	6.9	139.1	7.0	168.7	6.9	198.4	6.7	228.0	6.6	256.9	6.4	287.3	6.3		
18.4	8.7	47.3	7.6	78.4	7.2	108.7	6.9	139.1	7.1	169.4	6.9	199.1	6.7	228.7	6.5	257.6	6.4	287.3	6.3		
19.1	8.6	48.0	7.5	79.1	7.2	109.4	6.9	139.8	7.0	170.1	6.9	199.8	6.7	228.7	6.6	257.6	6.4	287.3	6.3		
19.8	8.6	48.7	7.5	79.8	7.1	109.4	6.9	139.8	7.1	170.8	6.9	200.5	6.7	229.4	6.5	258.4	6.4	288.0	6.3		
20.5	8.6	49.4	7.5	79.8	7.2	110.1	6.9	140.5	7.0	171.5	6.9	201.2	6.7	229.4	6.6	258.4	6.4	288.7	6.3		
21.2	8.6	50.1	7.5	80.5	7.1	110.8	6.9	141.2	7.0	172.2	6.9	201.9	6.7	230.1	6.5	259.1	6.4	289.4	6.3		
21.9	8.5	50.8	7.4	81.2	7.1	111.5	6.9	141.9	7.0	172.9	6.9	202.6	6.7	230.1	6.6	259.1	6.4	290.1	6.3		
22.6	8.5	51.5	7.4	81.9	7.1	112.2	6.9	141.9	7.1	173.6	6.9	203.3	6.7	230.8	6.5	259.8	6.4	290.8	6.3		
23.3	8.4	52.2	7.4	82.6	7.1	112.9	6.9	142.6	7.0	174.4	6.9	204.0	6.7	230.8	6.6	260.5	6.4	291.5	6.3		
24.0	8.4	52.9	7.4	83.3	7.1	113.6	6.9	142.6	7.1	175.1	6.8	204.7	6.6	231.5	6.5	261.2	6.4	292.2	6.3		
24.7	8.4	53.6	7.4	84.0	7.1	114.4	6.9	143.3	7.1	175.1	6.9	204.7	6.7	231.5	6.6	261.9	6.4	292.9	6.3		
24.7	8.4	54.4	7.4	84.7	7.1	115.1	6.9	144.0	7.1	175.8	6.8	205.4	6.6	232.2	6.5	262.6	6.4	293.6	6.3		
25.4	8.4	55.1	7.4	84.7	7.1	115.8	6.9	144.7	7.1	175.8	6.9	206.1	6.6	232.9	6.5	263.3	6.4	294.4	6.3		
26.1	8.3	55.1	7.4	85.4	7.1	116.5	6.9	145.4	7.1	176.5	6.8	206.8	6.6	233.6	6.5	264.0	6.4	295.1	6.3		
26.8	8.3	55.8	7.4	86.1	7.1	117.2	6.9	146.1	7.1	177.2	6.8	207.5	6.6	234.4	6.5	264.7	6.4	295.8	6.3		
27.5	8.3	56.5	7.4	86.8	7.1	117.9	6.9	146.8	7.1	177.9	6.8	208.2	6.6	235.1	6.5	265.4	6.4	296.5	6.3		
28.2	8.3	57.2	7.4	87.5	7.1	118.6	6.9	147.5	7.1	178.6	6.8	208.9	6.6	235.8	6.5	266.1	6.4	297.2	6.3		
28.9	8.2	57.9	7.4	88.2	7.1	119.3	6.9	148.2	7.1	179.3	6.8	209.6	6.6	236.5	6.5	266.8	6.4	297.9	6.3		
28.9	8.3	58.6	7.3	88.9	7.1	120.0	6.9	148.9	7.1	180.0	6.8	210.4	6.6	237.2	6.5	267.5	6.4	298.6	6.3		
29.6	8.2	58.6	7.4	89.6	7.0	120.7	6.9	149.6	7.1	180.7	6.8	211.1	6.6	237.9	6.5	268.2	6.4	299.3	6.2		

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 8.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	9.8	28.9	8.7	59.3	7.8	90.4	7.4	122.1	7.4	152.5	7.4	184.2	7.2	215.3	7.1	246.4	6.9	273.9	6.8
0.7	9.8	29.6	8.7	60.0	7.8	91.1	7.4	122.8	7.4	153.2	7.4	184.9	7.2	216.0	7.1	247.1	6.9	274.6	6.8
1.4	9.8	30.4	8.6	60.7	7.8	91.1	7.4	123.5	7.4	153.9	7.4	185.6	7.2	216.7	7.1	247.8	6.9	275.3	6.8
2.1	9.7	30.4	8.7	60.7	7.8	91.8	7.4	124.2	7.4	154.6	7.4	186.4	7.2	217.4	7.0	248.5	6.9	276.0	6.8
2.8	9.7	31.1	8.6	61.4	7.8	92.5	7.4	124.9	7.4	155.3	7.4	187.1	7.2	218.1	7.0	249.2	6.9	276.7	6.8
3.5	9.7	31.8	8.6	62.1	7.8	93.2	7.4	125.6	7.4	156.0	7.4	187.8	7.2	218.8	7.0	249.9	6.9	277.4	6.8
4.2	9.7	32.5	8.6	62.8	7.8	93.9	7.4	126.4	7.4	156.7	7.4	188.5	7.2	218.8	7.1	250.6	6.9	278.1	6.8
4.9	9.6	33.2	8.5	63.5	7.8	94.6	7.4	127.1	7.4	156.7	7.4	189.2	7.2	219.5	7.0	251.3	6.9	278.8	6.8
4.9	9.7	33.9	8.5	64.2	7.8	95.3	7.3	127.8	7.4	157.4	7.4	189.2	7.2	220.2	7.0	252.0	6.9	279.5	6.8
5.6	9.6	34.6	8.4	64.9	7.8	95.3	7.4	128.5	7.4	157.4	7.4	189.9	7.2	220.9	7.0	252.7	6.9	280.2	6.8
6.4	9.6	34.6	8.5	65.6	7.7	96.0	7.3	129.2	7.4	158.1	7.4	190.6	7.2	221.6	7.0	253.4	6.9	280.9	6.8
7.1	9.6	35.3	8.4	66.4	7.7	96.7	7.3	129.9	7.4	158.8	7.4	191.3	7.2	222.4	7.0	254.1	6.9	281.6	6.8
7.8	9.5	36.0	8.4	67.1	7.7	97.4	7.3	130.6	7.4	159.5	7.4	192.0	7.2	223.1	7.0	254.8	6.9	282.4	6.8
7.8	9.6	36.0	8.4	67.8	7.7	98.1	7.3	131.3	7.4	160.2	7.4	192.7	7.2	223.8	7.0	255.5	6.9	283.1	6.8
8.5	9.5	36.7	8.4	68.5	7.7	98.8	7.3	132.0	7.4	160.9	7.4	193.4	7.2	224.5	7.0	255.5	6.9	283.8	6.8
9.2	9.4	37.4	8.3	69.2	7.7	99.5	7.3	132.7	7.4	161.6	7.4	194.1	7.2	225.2	7.1	256.2	6.9	284.5	6.8
9.2	9.5	37.4	8.4	69.9	7.7	99.5	7.3	132.7	7.4	162.4	7.4	194.8	7.2	225.9	7.0	256.2	6.9	285.2	6.8
9.9	9.4	38.1	8.3	70.6	7.7	100.2	7.3	133.4	7.4	163.1	7.4	195.5	7.2	225.9	7.1	256.9	6.9	285.9	6.8
10.6	9.4	38.8	8.3	71.3	7.7	100.2	7.3	133.4	7.4	163.8	7.4	196.2	7.2	226.6	7.0	256.9	6.9	286.6	6.8
11.3	9.4	39.5	8.3	72.0	7.7	100.9	7.3	134.1	7.4	164.5	7.4	196.9	7.2	227.3	7.0	257.6	6.9	287.3	6.8
12.0	9.3	40.2	8.2	72.7	7.7	101.6	7.3	134.1	7.4	165.2	7.4	197.6	7.2	227.3	7.1	257.6	6.9	287.3	6.8
12.7	9.3	40.9	8.2	73.4	7.7	102.4	7.3	134.8	7.4	165.9	7.3	198.4	7.2	228.0	7.0	258.4	6.9	288.0	6.8
13.4	9.3	41.6	8.2	74.1	7.6	103.1	7.3	134.8	7.4	165.9	7.4	199.1	7.1	228.7	7.0	258.4	6.9	288.0	6.8
14.1	9.3	42.4	8.2	74.8	7.6	103.8	7.3	135.5	7.4	166.6	7.3	199.1	7.2	229.4	7.0	259.1	6.9	288.7	6.8
14.8	9.2	43.1	8.1	75.5	7.6	104.5	7.3	135.5	7.4	167.3	7.3	199.8	7.1	230.1	7.0	259.8	6.9	289.4	6.8
15.5	9.2	43.8	8.1	76.2	7.6	105.2	7.3	136.2	7.4	168.0	7.3	200.5	7.1	230.8	7.0	260.5	6.9	290.1	6.8
16.2	9.2	44.5	8.1	76.9	7.6	105.9	7.3	136.9	7.4	168.7	7.3	201.2	7.1	231.5	7.0	261.2	6.9	290.1	6.8
16.9	9.2	45.2	8.1	77.6	7.6	106.6	7.3	137.6	7.4	169.4	7.3	201.9	7.1	232.2	7.0	261.9	6.9	290.8	6.8
17.6	9.1	45.9	8.0	77.6	7.6	107.3	7.3	138.4	7.4	170.1	7.3	202.6	7.1	232.9	7.0	262.6	6.9	291.5	6.8
17.6	9.2	46.6	8.0	78.4	7.6	108.0	7.3	139.1	7.4	170.8	7.3	203.3	7.1	233.6	7.0	263.3	6.9	292.2	6.8
18.4	9.1	47.3	7.9	78.4	7.6	108.7	7.3	139.8	7.4	171.5	7.3	204.0	7.1	234.4	7.0	264.0	6.9	292.9	6.8
19.1	9.1	48.0	7.9	79.1	7.6	109.4	7.3	140.5	7.4	172.2	7.3	204.7	7.1	235.1	7.0	264.7	6.9	293.6	6.8
19.8	9.1	48.7	7.9	79.8	7.6	110.1	7.3	141.2	7.4	172.9	7.3	205.4	7.1	235.8	7.0	265.4	6.9	294.4	6.8
20.5	9.0	48.7	7.9	80.5	7.6	110.8	7.3	141.9	7.4	172.9	7.3	206.1	7.1	236.5	7.0	266.1	6.9	295.1	6.8
20.5	9.1	49.4	7.9	81.2	7.6	111.5	7.3	142.6	7.4	173.6	7.3	206.8	7.1	237.2	7.0	266.8	6.9	295.8	6.8
21.2	9.0	50.1	7.9	81.9	7.6	112.2	7.3	143.3	7.4	174.4	7.3	206.8	7.1	237.9	7.0	267.5	6.9	296.5	6.8
21.9	8.9	50.8	7.9	82.6	7.5	112.9	7.3	144.0	7.4	175.1	7.3	207.5	7.1	238.6	6.9	268.2	6.9	297.2	6.8
22.6	8.9	51.5	7.9	82.6	7.6	113.6	7.3	144.7	7.4	175.8	7.3	207.5	7.1	238.6	7.0	268.9	6.9	297.9	6.8
23.3	8.9	52.2	7.8	83.3	7.5	114.4	7.3	145.4	7.4	176.5	7.3	208.2	7.1	239.3	6.9	269.6	6.8	298.6	6.8
24.0	8.9	52.9	7.8	84.0	7.5	115.1	7.3	146.1	7.4	177.2	7.3	208.2	7.1	239.3	7.0	269.6	6.9	299.3	6.8
24.7	8.8	53.6	7.8	84.7	7.5	115.8	7.3	146.8	7.4	177.9	7.3	208.9	7.1	240.0	7.0	270.4	6.8	300.0	6.8
24.7	8.9	54.4	7.8	85.4	7.5	116.5	7.4	147.5	7.4	178.6	7.3	209.6	7.1	240.7	7.0	270.4	6.9		
25.4	8.8	55.1	7.8	86.1	7.5	117.2	7.4	148.2	7.4	179.3	7.3	210.4	7.1	241.4	6.9	271.1	6.8		
26.1	8.8	55.8	7.8	86.8	7.4	117.9	7.4	148.9	7.4	180.0	7.3	211.1	7.1	242.1	6.9	271.1	6.9		
26.1	8.8	56.5	7.8	86.8	7.5	118.6	7.4	149.6	7.4	180.7	7.3	211.8	7.1	242.8	6.9	271.8	6.8		
26.8	8.8	56.5	7.8	87.5	7.4	119.3	7.4	149.6	7.5	181.4	7.3	212.5	7.1	243.5	6.9	271.8	6.9		
27.5	8.7	57.2	7.8	88.2	7.4	120.0	7.4	150.4	7.4	182.1	7.2	213.2	7.1	244.2	6.9	272.5	6.8		
27.5	8.8	57.9	7.8	88.9	7.4	120.7	7.4	151.1	7.4	182.8	7.2	213.9	7.1	244.9	6.9	273.2	6.8		
28.2	8.7	58.6	7.8	89.6	7.4	121.4	7.4	151.8	7.4	183.5	7.2	214.6	7.1	245.6	6.9	273.2	6.9		

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 10.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)		
0.0	10.4	28.9	9.3	58.6	8.4	88.2	8.1	116.5	8.0	147.5	8.1	177.2	7.9	206.8	7.7	236.5	7.6	268.9	7.4
0.7	10.4	28.9	9.3	59.3	8.4	88.2	8.1	117.2	8.0	148.2	8.1	177.9	7.9	207.5	7.7	237.2	7.6	269.6	7.4
1.4	10.3	29.6	9.3	60.0	8.4	88.9	8.1	117.9	8.0	148.9	8.1	178.6	7.8	208.2	7.7	237.9	7.6	270.4	7.4
1.4	10.4	30.4	9.3	60.7	8.4	89.6	8.1	118.6	8.0	149.6	8.1	178.6	7.9	208.9	7.7	238.6	7.6	271.1	7.4
2.1	10.3	31.1	9.2	61.4	8.4	90.4	8.1	119.3	8.0	150.4	8.1	179.3	7.8	209.6	7.7	239.3	7.6	271.8	7.4
2.8	10.3	31.8	9.2	62.1	8.4	91.1	8.1	120.0	8.0	151.1	8.1	179.3	7.9	210.4	7.7	240.0	7.6	272.5	7.4
3.5	10.3	32.5	9.2	62.8	8.4	91.8	8.1	120.7	8.0	151.8	8.1	180.0	7.8	211.1	7.7	240.7	7.6	273.2	7.4
4.2	10.2	33.2	9.2	62.8	8.4	92.5	8.0	121.4	8.0	152.5	8.1	180.7	7.8	211.8	7.7	241.4	7.6	273.9	7.4
4.2	10.3	33.9	9.1	63.5	8.4	92.5	8.1	122.1	8.0	153.2	8.1	181.4	7.8	212.5	7.6	242.1	7.6	274.6	7.4
4.9	10.2	34.6	9.1	64.2	8.4	93.2	8.0	122.8	8.0	153.9	8.0	182.1	7.8	212.5	7.7	242.8	7.6	275.3	7.4
5.6	10.2	35.3	9.1	64.9	8.4	93.9	8.0	123.5	8.0	153.9	8.1	182.8	7.8	213.2	7.6	243.5	7.6	276.0	7.4
5.6	10.2	36.0	9.1	65.6	8.4	94.6	8.0	124.2	8.0	154.6	8.0	183.5	7.8	213.2	7.7	244.2	7.6	276.7	7.4
6.4	10.2	36.7	9.0	66.4	8.4	95.3	8.0	124.9	8.0	154.6	8.1	184.2	7.8	213.9	7.6	244.9	7.6	277.4	7.4
7.1	10.1	37.4	9.0	67.1	8.3	96.0	8.0	125.6	8.0	155.3	8.0	184.9	7.8	214.6	7.6	245.6	7.6	278.1	7.4
7.8	10.1	38.1	8.9	67.1	8.4	96.7	8.0	126.4	8.0	155.3	8.1	185.6	7.8	215.3	7.6	246.4	7.6	278.8	7.4
8.5	10.1	38.1	9.0	67.8	8.3	97.4	7.9	127.1	8.0	156.0	8.0	186.4	7.8	216.0	7.6	247.1	7.6	279.5	7.4
9.2	10.1	38.8	8.9	68.5	8.3	98.1	7.9	127.8	8.0	156.7	8.0	186.4	7.8	216.7	7.6	247.8	7.5	280.2	7.4
9.9	10.0	39.5	8.9	69.2	8.3	98.8	7.9	128.5	8.0	157.4	8.0	187.1	7.8	217.4	7.6	248.5	7.6	280.9	7.4
9.9	10.1	40.2	8.9	69.9	8.3	99.5	7.9	129.2	8.0	158.1	8.0	187.8	7.8	218.1	7.6	248.5	7.6	281.6	7.4
10.6	10.0	40.9	8.8	70.6	8.3	100.2	7.9	129.9	8.0	158.8	8.0	188.5	7.8	218.8	7.6	249.9	7.5	282.4	7.4
11.3	10.0	41.6	8.8	70.6	8.3	100.9	7.9	130.6	8.0	159.5	8.0	189.2	7.8	219.5	7.6	249.9	7.6	283.1	7.4
12.0	9.9	42.4	8.8	71.3	8.3	101.6	7.9	131.3	8.0	160.2	8.0	189.9	7.8	220.2	7.6	250.6	7.5	283.8	7.4
12.7	9.9	43.1	8.8	72.0	8.3	102.4	7.9	132.0	8.0	160.9	8.0	190.6	7.8	220.9	7.6	251.3	7.5	284.5	7.4
12.7	9.9	43.8	8.7	72.7	8.3	103.1	7.9	132.7	8.0	161.6	8.0	191.3	7.8	221.6	7.6	252.0	7.5	285.2	7.4
13.4	9.9	44.5	8.7	73.4	8.3	103.8	7.9	133.4	8.0	162.4	8.0	192.0	7.8	221.6	7.6	252.7	7.5	285.9	7.4
14.1	9.9	45.2	8.7	74.1	8.3	104.5	7.9	134.1	8.0	163.1	7.9	192.7	7.8	222.4	7.6	253.4	7.5	286.6	7.4
14.8	9.8	45.9	8.7	74.8	8.2	105.2	7.9	134.8	8.0	163.1	8.0	193.4	7.8	222.4	7.6	254.1	7.5	287.3	7.4
15.5	9.8	46.6	8.6	74.8	8.3	105.9	7.9	134.8	8.1	163.8	7.9	194.1	7.8	223.1	7.6	254.8	7.5	288.0	7.4
15.5	9.8	46.6	8.7	75.5	8.2	106.6	7.9	135.5	8.0	164.5	7.9	194.8	7.7	223.1	7.6	255.5	7.5	288.0	7.3
16.2	9.8	47.3	8.6	76.2	8.2	107.3	7.9	135.5	8.1	165.2	7.9	194.8	7.8	223.8	7.6	256.2	7.5	288.7	7.4
16.9	9.8	48.0	8.6	76.9	8.2	108.0	7.9	136.2	8.1	165.9	7.9	195.5	7.7	224.5	7.6	256.9	7.5	289.4	7.3
17.6	9.7	48.7	8.6	77.6	8.2	108.7	7.9	136.9	8.0	166.6	7.9	195.5	7.8	225.2	7.6	257.6	7.5	290.1	7.3
18.4	9.7	49.4	8.6	78.4	8.2	109.4	7.9	136.9	8.1	167.3	7.9	196.2	7.7	225.9	7.6	258.4	7.5	290.1	7.4
19.1	9.7	50.1	8.5	79.1	8.2	110.1	7.9	137.6	8.0	168.0	7.9	196.9	7.7	226.6	7.6	259.1	7.5	290.8	7.3
19.8	9.7	50.1	8.6	79.1	8.2	110.1	8.0	137.6	8.1	168.7	7.9	197.6	7.7	227.3	7.6	259.8	7.5	290.8	7.4
20.5	9.6	50.8	8.5	79.8	8.2	110.8	7.9	138.4	8.1	169.4	7.9	198.4	7.7	228.0	7.6	260.5	7.5	291.5	7.3
20.5	9.7	50.8	8.6	80.5	8.2	110.8	8.0	139.1	8.0	170.1	7.9	199.1	7.7	228.7	7.6	261.2	7.5	291.5	7.4
21.2	9.6	51.5	8.5	81.2	8.2	111.5	7.9	139.1	8.1	170.1	7.9	199.8	7.7	229.4	7.6	261.9	7.4	292.2	7.3
21.9	9.6	52.2	8.5	81.9	8.2	111.5	8.0	139.8	8.1	170.8	7.9	200.5	7.7	230.1	7.6	261.9	7.5	292.9	7.3
22.6	9.6	52.9	8.5	82.6	8.2	112.2	7.9	140.5	8.1	170.8	7.9	201.2	7.7	230.8	7.6	262.6	7.4	293.6	7.3
23.3	9.5	53.6	8.5	83.3	8.2	112.2	8.0	141.2	8.1	171.5	7.9	201.9	7.7	231.5	7.6	262.6	7.5	294.4	7.3
23.3	9.6	54.4	8.4	84.0	8.1	112.9	7.9	141.9	8.1	172.2	7.9	202.6	7.7	232.2	7.6	263.3	7.4	295.1	7.3
24.0	9.5	54.4	8.5	84.0	8.2	112.9	8.0	142.6	8.1	172.2	7.9	202.6	7.7	232.9	7.6	264.0	7.4	295.8	7.3
24.7	9.4	55.1	8.4	84.7	8.1	113.6	7.9	143.3	8.1	172.9	7.9	203.3	7.7	232.9	7.6	264.7	7.4	296.5	7.3
24.7	9.5	55.8	8.4	85.4	8.1	113.6	8.0	144.0	8.1	173.6	7.9	203.3	7.7	233.6	7.6	265.4	7.4	297.2	7.3
25.4	9.4	56.5	8.4	86.1	8.1	114.4	7.9	144.7	8.1	174.4	7.9	204.0	7.7	234.4	7.6	266.1	7.4	297.9	7.3
26.1	9.4	57.2	8.4	86.8	8.1	114.4	8.0	145.4	8.1	175.1	7.9	204.7	7.7	235.1	7.6	266.8	7.4	298.6	7.3
26.8	9.4	57.9	8.4	87.5	8.1	115.1	8.0	146.1	8.1	175.8	7.9	205.4	7.7	235.1	7.6	267.5	7.4	299.3	7.3
28.2	9.3	58.6	8.4	87.5	8.1	115.8	8.0	146.8	8.1	176.5	7.9	206.1	7.7	235.8	7.6	268.2	7.4	300.0	7.3

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 12.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)		
0.0	10.8	26.9	9.8	58.0	8.8	87.7	8.4	116.7	8.3	147.2	8.4	178.3	8.2	209.4	8.1	239.2	7.9	270.3	7.8
0.0	10.8	27.6	9.7	58.7	8.7	87.7	8.4	117.5	8.3	147.9	8.4	178.3	8.3	210.1	8.1	239.9	7.9	271.0	7.8
0.7	10.8	28.3	9.7	59.4	8.7	88.4	8.4	118.2	8.3	148.6	8.4	179.0	8.2	210.8	8.1	240.6	7.9	271.7	7.8
1.4	10.8	29.0	9.7	60.1	8.8	88.4	8.4	118.9	8.3	149.3	8.4	179.7	8.2	211.6	8.1	241.3	7.9	272.4	7.8
2.1	10.7	29.7	9.6	60.8	8.8	89.2	8.4	119.6	8.3	149.3	8.4	180.4	8.2	212.3	8.1	242.0	7.9	273.1	7.8
2.8	10.7	29.7	9.7	61.6	8.8	89.9	8.4	120.3	8.3	150.0	8.4	181.1	8.2	213.0	8.1	242.7	7.9	273.8	7.8
3.5	10.7	30.4	9.6	62.3	8.8	90.6	8.4	121.0	8.3	150.0	8.4	181.8	8.2	213.7	8.1	243.4	7.9	274.5	7.8
4.2	10.6	31.1	9.6	63.0	8.7	91.3	8.4	121.7	8.3	150.7	8.4	182.5	8.2	214.4	8.1	244.1	7.9	275.2	7.8
4.2	10.7	31.8	9.6	63.0	8.8	92.0	8.3	122.4	8.3	151.4	8.4	183.3	8.2	215.1	8.0	244.8	7.9	275.9	7.8
5.0	10.6	32.5	9.5	63.7	8.7	92.0	8.4	123.1	8.3	152.1	8.4	184.0	8.2	215.1	8.1	245.5	7.9	276.7	7.8
5.7	10.6	33.3	9.5	64.4	8.7	92.7	8.3	123.8	8.3	152.8	8.4	184.7	8.2	215.8	8.0	246.2	7.9	277.4	7.8
5.7	10.6	34.0	9.4	65.1	8.7	93.4	8.3	124.5	8.3	153.5	8.4	185.4	8.2	215.8	8.1	246.9	7.9	277.4	7.8
6.4	10.6	34.0	9.5	65.8	8.7	94.1	8.3	125.2	8.3	154.2	8.4	186.1	8.2	216.5	8.0	247.6	7.9	278.1	7.8
7.1	10.6	34.7	9.4	66.5	8.7	94.8	8.3	125.9	8.3	155.0	8.4	186.8	8.2	217.2	8.0	248.3	7.9	278.1	7.8
7.8	10.5	35.4	9.4	67.2	8.7	95.5	8.3	126.7	8.3	155.7	8.4	187.5	8.2	217.9	8.0	249.1	7.9	278.8	7.8
8.5	10.4	36.1	9.4	67.2	8.7	96.2	8.3	127.4	8.3	156.4	8.4	188.2	8.2	218.6	8.0	249.8	7.9	279.5	7.8
9.2	10.4	36.8	9.3	67.9	8.7	96.2	8.3	128.1	8.3	157.1	8.4	188.9	8.2	219.3	8.0	250.5	7.9	280.2	7.8
9.9	10.4	36.8	9.4	68.6	8.7	96.9	8.3	128.1	8.4	157.8	8.4	189.6	8.2	220.0	8.0	250.5	7.9	280.2	7.8
10.6	10.4	37.5	9.3	69.3	8.7	97.6	8.3	128.8	8.3	158.5	8.4	190.3	8.2	220.8	8.0	251.2	7.9	280.9	7.8
11.3	10.3	38.2	9.3	70.0	8.7	98.3	8.3	128.8	8.4	159.2	8.3	191.0	8.2	221.5	8.0	251.2	7.9	281.6	7.8
11.3	10.4	38.9	9.3	70.8	8.7	99.1	8.3	129.5	8.3	159.2	8.4	191.7	8.2	222.2	8.0	251.9	7.9	282.3	7.8
12.0	10.3	39.6	9.2	71.5	8.6	99.8	8.3	129.5	8.4	159.9	8.3	192.5	8.2	222.9	8.0	251.9	7.9	283.0	7.8
12.7	10.3	40.3	9.2	71.5	8.7	100.5	8.3	130.2	8.3	160.6	8.3	193.2	8.2	223.6	8.0	252.6	7.9	283.7	7.8
12.7	10.3	41.0	9.2	72.2	8.6	101.2	8.3	130.2	8.4	161.3	8.3	193.9	8.2	224.3	8.0	253.3	7.9	284.4	7.8
13.4	10.3	41.7	9.2	72.9	8.6	101.9	8.3	130.9	8.3	162.0	8.3	194.6	8.1	225.0	8.0	254.0	7.9	285.1	7.8
14.2	10.3	42.5	9.1	73.6	8.6	102.6	8.3	130.9	8.4	162.7	8.3	194.6	8.2	225.7	8.0	254.7	7.9	285.8	7.8
14.9	10.2	43.2	9.1	74.3	8.6	103.3	8.3	131.6	8.4	163.4	8.3	195.3	8.1	225.7	8.1	255.4	7.9	286.6	7.8
15.6	10.2	43.9	9.1	75.0	8.6	104.0	8.3	132.3	8.4	164.2	8.3	196.0	8.1	226.4	8.0	256.1	7.9	287.3	7.8
15.6	10.2	44.6	9.1	75.0	8.6	104.7	8.3	133.0	8.3	164.9	8.3	196.7	8.1	227.1	8.0	256.8	7.9	288.0	7.8
16.3	10.2	45.3	9.0	75.7	8.6	105.4	8.3	133.0	8.4	165.6	8.3	197.4	8.1	227.8	8.0	257.5	7.9	288.7	7.8
17.0	10.1	46.0	9.0	75.7	8.6	106.1	8.3	133.7	8.4	166.3	8.3	198.1	8.1	228.5	8.0	258.3	7.9	289.4	7.8
17.0	10.2	46.7	8.9	76.4	8.6	106.8	8.3	134.4	8.4	167.0	8.3	198.8	8.1	229.2	8.0	259.0	7.9	290.1	7.7
17.7	10.1	46.7	9.0	77.1	8.6	107.5	8.3	135.1	8.4	167.0	8.3	199.5	8.1	230.0	8.0	259.7	7.9	290.1	7.8
18.4	10.1	47.4	8.9	77.8	8.6	108.3	8.3	135.8	8.4	167.7	8.3	200.2	8.1	230.7	8.0	260.4	7.9	290.8	7.7
19.1	10.1	48.1	8.9	78.5	8.6	109.0	8.3	136.6	8.4	168.4	8.3	200.9	8.1	231.4	8.0	261.1	7.9	290.8	7.8
19.8	10.0	48.8	8.9	79.2	8.6	109.7	8.3	137.3	8.4	169.1	8.3	201.7	8.1	232.1	8.0	261.8	7.8	291.5	7.7
19.8	10.1	49.5	8.9	80.0	8.5	110.4	8.3	138.0	8.4	169.8	8.3	202.4	8.1	232.8	7.9	261.8	7.9	292.2	7.7
20.5	10.0	50.2	8.8	80.0	8.6	111.1	8.3	138.7	8.4	170.5	8.3	203.1	8.1	232.8	8.0	262.5	7.8	292.9	7.7
21.2	9.9	50.9	8.8	80.7	8.5	111.8	8.3	139.4	8.4	171.2	8.3	203.8	8.1	233.5	7.9	262.5	7.9	293.6	7.7
21.2	10.0	51.7	8.8	81.4	8.5	112.5	8.3	140.1	8.4	171.9	8.3	204.5	8.1	233.5	8.0	263.2	7.8	294.3	7.7
21.9	9.9	52.4	8.8	82.1	8.5	112.5	8.3	140.8	8.4	172.6	8.3	204.5	8.1	234.2	7.9	263.9	7.8	295.0	7.7
22.6	9.9	53.1	8.8	82.8	8.5	113.2	8.3	141.5	8.4	173.3	8.3	205.2	8.1	234.2	8.0	264.6	7.8	295.8	7.7
23.3	9.9	53.8	8.8	83.5	8.5	113.2	8.3	142.2	8.4	174.1	8.3	205.2	8.1	234.9	8.0	265.3	7.8	296.5	7.7
24.1	9.8	54.5	8.8	84.2	8.4	113.9	8.3	142.9	8.4	174.8	8.3	205.9	8.1	235.6	7.9	266.0	7.8	297.2	7.7
24.1	9.9	54.5	8.8	84.2	8.5	113.9	8.3	143.6	8.4	175.5	8.3	205.9	8.1	235.6	8.0	266.7	7.8	297.9	7.7
24.8	9.8	55.2	8.8	84.9	8.4	114.6	8.3	144.3	8.4	176.2	8.3	206.6	8.1	236.3	7.9	267.5	7.8	298.6	7.7
25.5	9.8	55.9	8.8	85.6	8.4	115.3	8.3	145.0	8.4	176.9	8.3	207.3	8.1	237.0	7.9	268.2	7.8	299.3	7.7
26.2	9.8	56.6	8.8	86.3	8.4	115.3	8.3	145.8	8.4	177.6	8.2	208.0	8.1	237.7	7.9	268.9	7.8	300.0	7.7
26.9	9.7	57.3	8.8	87.0	8.4	116.0	8.3	146.5	8.4	177.6	8.3	208.7	8.1	238.4	7.9	269.6	7.8		

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 14.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)		
0.0	11.2	27.6	10.0	54.5	9.1	84.2	8.8	115.3	8.6	145.0	8.7	174.8	8.6	204.5	8.3	234.2	8.2	260.4	8.1	293.6	8.1
0.7	11.1	27.6	10.1	55.2	9.1	84.9	8.8	116.0	8.6	145.8	8.7	175.5	8.5	205.2	8.3	234.9	8.2	261.1	8.1	294.3	8.0
1.4	11.1	28.3	10.0	55.9	9.1	85.6	8.8	116.7	8.6	145.8	8.7	175.5	8.6	205.9	8.3	235.6	8.2	261.8	8.1	294.3	8.1
2.1	11.1	29.0	9.9	55.9	9.1	86.3	8.7	117.5	8.6	146.5	8.7	176.2	8.5	205.9	8.3	235.6	8.2	262.5	8.1	295.0	8.0
2.8	11.0	29.0	10.0	56.6	9.1	87.0	8.7	118.2	8.6	147.2	8.7	176.2	8.6	206.6	8.3	236.3	8.2	263.2	8.1	295.0	8.1
2.8	11.1	29.7	9.9	57.3	9.1	87.7	8.7	118.2	8.7	147.9	8.7	176.9	8.5	206.6	8.3	236.3	8.2	263.9	8.1	295.8	8.0
3.5	11.0	30.4	9.9	58.0	9.1	88.4	8.7	118.9	8.6	148.6	8.7	177.6	8.5	207.3	8.3	237.0	8.2	264.6	8.1	296.5	8.0
4.2	10.9	31.1	9.9	58.7	9.1	89.2	8.7	119.6	8.6	149.3	8.7	178.3	8.5	208.0	8.3	237.0	8.2	265.3	8.1	296.5	8.1
4.2	11.0	31.8	9.8	59.4	9.1	89.9	8.7	120.3	8.6	150.0	8.7	179.0	8.5	208.7	8.3	237.7	8.2	266.0	8.1	297.2	8.0
5.0	10.9	32.5	9.8	60.1	9.1	90.6	8.7	120.3	8.7	150.7	8.7	179.7	8.5	209.4	8.3	238.4	8.2	266.7	8.1	297.2	8.1
5.7	10.9	33.3	9.8	60.1	9.1	90.6	8.7	121.0	8.6	150.7	8.7	180.4	8.5	210.1	8.3	239.2	8.2	267.5	8.1	297.9	8.1
5.7	10.9	34.0	9.7	60.8	9.1	91.3	8.7	121.0	8.7	151.4	8.7	181.1	8.5	210.8	8.3	239.9	8.2	268.2	8.1	298.6	8.0
6.4	10.9	34.0	9.8	60.8	9.1	92.0	8.7	121.7	8.7	151.4	8.7	181.8	8.5	211.6	8.3	240.6	8.2	268.9	8.1	299.3	8.0
7.1	10.9	34.7	9.7	61.6	9.1	92.7	8.7	122.4	8.7	152.1	8.7	182.5	8.5	212.3	8.3	241.3	8.2	269.6	8.1	300.0	8.0
7.8	10.8	35.4	9.7	61.6	9.1	93.4	8.7	123.1	8.7	152.8	8.7	183.3	8.4	213.0	8.3	242.0	8.2	270.3	8.1		
8.5	10.8	35.4	9.7	62.3	9.1	94.1	8.6	123.8	8.7	153.5	8.7	183.3	8.5	213.7	8.3	242.7	8.2	271.0	8.1		
8.5	10.8	36.1	9.7	63.0	9.1	94.1	8.7	124.5	8.7	154.2	8.7	184.0	8.4	214.4	8.3	243.4	8.2	271.7	8.1		
9.2	10.8	36.8	9.7	63.7	9.1	94.8	8.6	125.2	8.7	155.0	8.7	184.0	8.5	215.1	8.2	244.1	8.2	272.4	8.1		
9.9	10.7	37.5	9.6	64.4	9.1	94.8	8.7	125.9	8.7	155.7	8.7	184.7	8.4	215.1	8.3	244.8	8.2	273.1	8.1		
9.9	10.8	38.2	9.6	65.1	9.0	95.5	8.6	126.7	8.7	156.4	8.7	185.4	8.4	215.8	8.2	245.5	8.2	273.8	8.1		
10.6	10.7	38.9	9.6	65.1	9.1	96.2	8.6	127.4	8.7	157.1	8.7	186.1	8.4	215.8	8.3	246.2	8.2	273.8	8.1		
11.3	10.7	39.6	9.5	65.8	9.0	96.9	8.6	128.1	8.7	157.8	8.7	186.8	8.4	216.5	8.2	246.9	8.2	274.5	8.1		
12.0	10.7	39.6	9.6	66.5	9.0	97.6	8.6	128.8	8.7	158.5	8.7	187.5	8.4	216.5	8.3	247.6	8.2	274.5	8.1		
12.7	10.6	40.3	9.5	67.2	9.0	98.3	8.6	129.5	8.7	159.2	8.7	188.2	8.4	217.2	8.2	248.3	8.2	275.2	8.1		
13.4	10.6	41.0	9.5	67.9	9.0	99.1	8.6	130.2	8.7	159.9	8.6	188.9	8.4	217.9	8.2	249.1	8.2	275.9	8.1		
14.2	10.6	41.7	9.4	68.6	9.0	99.1	8.6	130.9	8.7	159.9	8.7	189.6	8.4	218.6	8.2	249.8	8.2	276.7	8.1		
14.9	10.6	42.5	9.4	69.3	9.0	99.8	8.6	131.6	8.7	160.6	8.6	190.3	8.4	219.3	8.2	250.5	8.2	277.4	8.1		
15.6	10.5	42.5	9.4	70.0	8.9	99.8	8.6	132.3	8.7	161.3	8.6	191.0	8.4	220.0	8.2	251.2	8.1	278.1	8.1		
16.3	10.4	43.2	9.4	70.8	8.9	101.2	8.6	133.0	8.7	162.0	8.6	191.0	8.4	220.8	8.2	251.2	8.2	278.8	8.1		
17.0	10.4	43.9	9.3	71.5	8.9	101.2	8.6	133.7	8.7	162.7	8.6	191.7	8.4	221.5	8.2	251.9	8.2	279.5	8.1		
17.7	10.4	43.9	9.4	72.2	8.9	101.9	8.6	134.4	8.7	163.4	8.6	192.5	8.4	222.2	8.2	252.6	8.2	280.2	8.1		
17.7	10.4	44.6	9.3	72.9	8.9	102.6	8.6	135.1	8.7	164.2	8.6	193.2	8.4	222.9	8.2	253.3	8.1	280.9	8.1		
18.4	10.4	45.3	9.3	73.6	8.9	103.3	8.6	135.8	8.7	164.9	8.6	193.9	8.4	222.9	8.2	253.3	8.2	281.6	8.1		
19.1	10.3	45.3	9.3	73.6	8.9	104.0	8.6	136.6	8.7	165.6	8.6	194.6	8.4	223.6	8.2	254.0	8.1	282.3	8.1		
19.1	10.4	46.0	9.3	74.3	8.9	104.7	8.6	137.3	8.7	166.3	8.6	195.3	8.4	224.3	8.2	254.0	8.2	283.0	8.1		
19.8	10.3	46.7	9.2	75.0	8.9	105.4	8.6	138.0	8.7	167.0	8.6	196.0	8.4	225.0	8.2	254.7	8.1	283.7	8.1		
20.5	10.3	46.7	9.3	75.7	8.9	106.1	8.6	138.7	8.7	167.0	8.6	196.7	8.4	225.7	8.2	254.7	8.2	284.4	8.1		
20.5	10.3	47.4	9.2	76.4	8.9	106.8	8.6	139.4	8.7	167.7	8.6	197.4	8.4	226.4	8.2	255.4	8.1	285.1	8.1		
21.2	10.3	48.1	9.2	77.1	8.9	107.5	8.6	140.1	8.7	167.7	8.6	198.1	8.4	227.1	8.2	255.4	8.2	285.8	8.1		
21.9	10.2	48.1	9.2	77.8	8.8	108.3	8.6	140.8	8.7	168.4	8.6	198.8	8.4	227.8	8.2	256.1	8.1	286.6	8.1		
21.9	10.3	48.8	9.2	77.8	8.9	109.0	8.6	141.5	8.7	168.4	8.6	199.5	8.3	228.5	8.2	256.1	8.2	287.3	8.1		
22.6	10.2	49.5	9.2	78.5	8.8	109.7	8.6	142.2	8.7	169.1	8.6	199.5	8.4	229.2	8.2	256.8	8.1	288.0	8.1		
23.3	10.2	50.2	9.2	79.2	8.8	110.4	8.6	142.2	8.7	169.8	8.6	200.2	8.3	230.0	8.2	256.8	8.2	288.7	8.1		
24.1	10.2	50.9	9.2	80.0	8.8	111.1	8.6	142.9	8.7	170.5	8.6	200.2	8.4	230.7	8.2	257.5	8.1	289.4	8.1		
24.8	10.1	51.7	9.1	80.7	8.8	111.8	8.6	142.9	8.7	171.2	8.6	200.9	8.3	231.4	8.2	257.5	8.2	290.1	8.1		
24.8	10.2	51.7	9.2	81.4	8.8	112.5	8.6	143.6	8.7	171.9	8.6	201.7	8.3	232.1	8.2	258.3	8.1	290.8	8.1		
25.5	10.1	52.4	9.1	82.1	8.8	113.2	8.6	143.6	8.7	172.6	8.6	202.4	8.3	232.8	8.2	258.3	8.2	291.5	8.1		
26.2	10.1	53.1	9.1	82.8	8.8	113.9	8.6	144.3	8.7	173.3	8.6	203.1	8.3	233.5	8.2	259.0	8.1	292.2	8.1		
26.9	10.1	53.8	9.1	83.5	8.8	114.6	8.6	145.0	8.7	174.1	8.6	203.8	8.3	234.2	8.2	259.7	8.1	292.9	8.1		

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 16.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	12.0	28.2	10.8	57.9	9.7	88.9	9.4	120.7	9.3	151.8	9.3	182.8	9.2	211.8	8.9	243.5	8.8	272.5	8.8
0.0	12.1	28.9	10.7	58.6	9.7	89.6	9.4	121.4	9.3	151.8	9.4	183.5	9.1	212.5	8.9	243.5	8.9	273.2	8.8
0.7	12.0	29.6	10.7	59.3	9.7	90.4	9.3	122.1	9.3	152.5	9.3	183.5	9.2	213.2	8.9	244.2	8.8	273.9	8.8
1.4	11.9	29.6	10.7	60.0	9.8	90.4	9.4	122.8	9.3	153.2	9.3	184.2	9.1	213.9	8.9	244.2	8.9	274.6	8.8
1.4	12.0	30.4	10.7	60.7	9.8	91.1	9.3	123.5	9.3	153.9	9.3	184.9	9.1	214.6	8.9	245.6	8.8	275.3	8.8
2.1	11.9	31.1	10.6	61.4	9.8	91.8	9.3	124.2	9.3	154.6	9.3	185.6	9.1	215.3	8.9	245.6	8.9	276.0	8.8
2.8	11.9	31.1	10.7	62.1	9.7	92.5	9.3	124.9	9.3	155.3	9.3	186.4	9.1	216.0	8.9	246.4	8.8	276.7	8.8
3.5	11.9	31.8	10.6	62.1	9.8	93.2	9.3	125.6	9.3	156.0	9.3	187.1	9.1	216.0	8.9	246.4	8.9	277.4	8.8
4.2	11.8	32.5	10.6	62.8	9.7	93.9	9.3	125.6	9.3	156.7	9.3	187.8	9.1	216.7	8.9	247.1	8.8	278.1	8.8
4.9	11.8	33.2	10.6	63.5	9.7	94.6	9.3	126.4	9.3	157.4	9.3	188.5	9.1	216.7	8.9	247.8	8.8	278.8	8.8
4.9	11.8	33.9	10.5	64.2	9.7	95.3	9.3	127.1	9.3	158.1	9.3	189.2	9.1	217.4	8.9	248.5	8.8	279.5	8.8
5.6	11.8	34.6	10.4	64.9	9.7	96.0	9.3	127.1	9.3	158.8	9.3	189.9	9.1	218.1	8.9	249.2	8.8	280.2	8.8
6.4	11.7	34.6	10.5	65.6	9.7	96.7	9.3	127.8	9.3	159.5	9.3	190.6	9.1	218.8	8.9	249.9	8.8	280.9	8.8
6.4	11.8	35.3	10.4	65.6	9.7	97.4	9.3	128.5	9.3	160.2	9.3	190.6	9.1	219.5	8.9	250.6	8.8	281.6	8.8
7.1	11.7	36.0	10.4	66.4	9.7	98.1	9.3	129.2	9.3	160.9	9.3	191.3	9.1	220.2	8.9	251.3	8.8	282.4	8.8
7.8	11.7	36.7	10.4	67.1	9.7	98.8	9.3	129.9	9.3	161.6	9.3	191.3	9.1	220.9	8.9	252.0	8.8	283.1	8.8
8.5	11.7	37.4	10.3	67.8	9.7	99.5	9.2	130.6	9.3	162.4	9.3	192.0	9.1	221.6	8.9	252.7	8.8	283.8	8.8
9.2	11.6	38.1	10.3	68.5	9.7	99.5	9.3	131.3	9.3	163.1	9.3	192.0	9.1	222.4	8.9	253.4	8.8	284.5	8.8
9.9	11.6	38.8	10.3	69.2	9.7	100.2	9.2	132.0	9.3	163.8	9.3	192.7	9.1	223.1	8.9	254.1	8.8	285.2	8.8
10.6	11.6	39.5	10.3	69.9	9.7	100.9	9.2	132.7	9.3	164.5	9.3	192.7	9.1	223.8	8.9	254.8	8.8	285.9	8.8
11.3	11.5	40.2	10.2	70.6	9.6	100.9	9.3	133.4	9.3	165.2	9.3	193.4	9.1	224.5	8.8	255.5	8.8	286.6	8.8
12.0	11.4	40.9	10.2	71.3	9.6	101.6	9.2	134.1	9.3	165.9	9.3	194.1	9.1	224.5	8.9	256.2	8.8	287.3	8.8
12.0	11.5	41.6	10.2	72.0	9.6	101.6	9.3	134.8	9.3	166.6	9.3	194.8	9.1	225.2	8.9	256.9	8.8	288.0	8.8
12.7	11.4	42.4	10.2	72.7	9.6	103.1	9.2	135.5	9.3	167.3	9.2	195.5	9.1	225.2	8.9	257.6	8.8	288.7	8.8
13.4	11.4	43.1	10.1	73.4	9.6	103.1	9.3	136.2	9.3	167.3	9.3	196.2	9.1	225.9	8.9	258.4	8.8	289.4	8.8
14.1	11.4	43.8	10.1	73.4	9.6	103.8	9.3	136.9	9.3	168.0	9.2	196.9	9.1	226.6	8.9	259.1	8.8	290.1	8.8
14.8	11.4	44.5	10.1	74.8	9.6	104.5	9.3	137.6	9.3	168.0	9.3	197.6	9.1	227.3	8.9	259.8	8.8	290.8	8.8
15.5	11.3	45.2	10.0	75.5	9.6	105.2	9.3	138.4	9.3	168.7	9.2	198.4	9.1	228.0	8.9	260.5	8.8	291.5	8.8
16.2	11.3	45.9	10.0	76.2	9.6	105.9	9.3	139.1	9.3	169.4	9.2	199.1	9.0	228.7	8.9	261.2	8.8	292.2	8.7
16.9	11.3	46.6	9.9	76.9	9.6	106.6	9.3	139.8	9.3	170.1	9.2	199.1	9.1	229.4	8.9	261.9	8.8	292.2	8.8
17.6	11.2	46.6	10.0	77.6	9.6	107.3	9.3	140.5	9.3	170.8	9.2	199.8	9.0	230.1	8.9	262.6	8.8	292.9	8.7
18.4	11.2	47.3	9.9	78.4	9.5	108.0	9.3	141.2	9.3	171.5	9.2	199.8	9.1	230.8	8.9	263.3	8.8	292.9	8.8
19.1	11.2	48.0	9.9	78.4	9.6	108.7	9.3	141.9	9.3	172.2	9.2	200.5	9.0	231.5	8.9	264.0	8.8	293.6	8.7
19.8	11.1	48.7	9.9	79.1	9.5	109.4	9.3	142.6	9.3	172.9	9.2	201.2	9.0	232.2	8.9	264.7	8.8	294.4	8.7
19.8	11.2	49.4	9.8	79.8	9.5	110.1	9.3	143.3	9.3	173.6	9.2	201.9	9.0	232.9	8.9	265.4	8.8	295.1	8.7
20.5	11.1	49.4	9.9	80.5	9.5	110.8	9.3	144.0	9.3	174.4	9.2	202.6	9.0	233.6	8.9	266.1	8.8	295.8	8.7
21.2	11.1	50.1	9.8	81.2	9.5	111.5	9.3	144.7	9.3	174.4	9.2	203.3	9.0	234.4	8.9	266.8	8.8	296.5	8.7
21.9	11.1	50.8	9.8	81.9	9.5	112.2	9.3	145.4	9.3	175.1	9.2	204.0	9.0	235.1	8.9	267.5	8.8	297.2	8.7
22.6	11.0	51.5	9.8	82.6	9.4	112.9	9.3	146.1	9.3	175.1	9.2	204.7	9.0	235.8	8.9	268.2	8.8	297.9	8.7
23.3	10.9	52.2	9.8	82.6	9.5	113.6	9.3	146.1	9.4	175.8	9.2	205.4	9.0	236.5	8.9	268.2	8.8	298.6	8.7
23.3	11.0	52.9	9.8	83.3	9.4	114.4	9.3	146.8	9.3	176.5	9.2	206.1	9.0	237.2	8.9	268.9	8.8	298.6	8.8
24.0	10.9	52.9	9.8	84.0	9.4	115.1	9.3	146.8	9.4	177.2	9.2	206.8	9.0	237.9	8.9	268.9	8.8	299.3	8.7
24.7	10.9	53.6	9.8	84.7	9.4	115.8	9.3	147.5	9.4	177.9	9.2	207.5	9.0	238.6	8.9	269.6	8.8	300.0	8.7
24.7	10.9	54.4	9.8	85.4	9.4	116.5	9.3	148.2	9.4	178.6	9.2	208.2	9.0	239.3	8.9	270.4	8.8		
25.4	10.9	55.1	9.8	86.1	9.4	117.2	9.3	148.9	9.4	179.3	9.2	208.9	8.9	240.0	8.9	271.1	8.8		
26.1	10.8	55.8	9.8	86.1	9.4	117.9	9.3	149.6	9.4	180.0	9.2	208.9	9.0	240.7	8.9	271.1	8.8		
26.1	10.9	56.5	9.8	86.8	9.4	118.6	9.3	150.4	9.3	180.7	9.2	209.6	8.9	241.4	8.9	271.8	8.8		
26.8	10.8	57.2	9.7	87.5	9.4	119.3	9.3	150.4	9.4	181.4	9.2	210.4	8.9	242.1	8.9	271.8	8.8		
27.5	10.8	57.2	9.8	88.2	9.4	120.0	9.3	151.1	9.3	182.1	9.2	211.1	8.9	242.8	8.9	272.5	8.8		

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 18.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	12.3	30.4	10.9	59.3	10.0	88.9	9.7	120.0	9.6	146.8	9.7	177.2	9.4	207.5	9.3	237.2	9.2	268.2	9.1
0.7	12.2	31.1	10.9	60.0	10.1	89.6	9.6	120.7	9.6	147.5	9.7	177.9	9.4	208.2	9.2	237.9	9.1	268.9	9.1
1.4	12.2	31.1	10.9	60.7	10.1	90.4	9.6	121.4	9.6	148.2	9.7	178.6	9.4	208.9	9.2	237.9	9.2	269.6	9.1
2.1	12.2	31.8	10.9	61.4	10.0	91.1	9.6	122.1	9.6	148.9	9.7	179.3	9.4	209.6	9.2	238.6	9.1	270.4	9.1
2.8	12.2	32.5	10.8	62.1	10.0	91.8	9.6	122.8	9.6	149.6	9.7	180.0	9.4	210.4	9.2	238.6	9.2	271.1	9.1
3.5	12.1	33.2	10.8	62.8	10.0	92.5	9.6	122.8	9.6	150.4	9.7	180.7	9.4	211.1	9.2	239.3	9.1	271.8	9.1
4.2	12.1	33.9	10.8	63.5	10.0	92.5	9.6	123.5	9.6	151.1	9.7	181.4	9.4	211.8	9.2	239.3	9.2	272.5	9.1
4.2	12.1	34.6	10.8	64.2	10.0	93.2	9.6	123.5	9.6	151.8	9.6	182.1	9.4	212.5	9.2	240.0	9.1	273.2	9.1
4.9	12.0	35.3	10.7	64.9	10.0	93.2	9.6	124.2	9.6	151.8	9.7	182.8	9.4	213.2	9.2	240.0	9.2	273.9	9.1
5.6	12.0	36.0	10.7	65.6	9.9	93.9	9.6	124.2	9.6	152.5	9.6	182.8	9.4	213.2	9.2	240.7	9.1	274.6	9.1
6.4	12.0	36.0	10.7	65.6	10.0	94.6	9.6	124.9	9.6	153.2	9.6	183.5	9.4	213.9	9.2	241.4	9.1	275.3	9.1
7.1	11.9	36.7	10.7	66.4	9.9	95.3	9.6	124.9	9.6	153.9	9.6	184.2	9.4	213.9	9.2	242.1	9.1	276.0	9.1
7.8	11.9	37.4	10.6	67.1	9.9	96.0	9.6	125.6	9.6	154.6	9.6	184.9	9.4	214.6	9.2	242.8	9.1	276.7	9.1
8.5	11.9	37.4	10.7	67.8	9.9	96.7	9.6	125.6	9.6	155.3	9.6	185.6	9.4	214.6	9.2	243.5	9.1	277.4	9.0
9.2	11.9	38.1	10.6	68.5	9.9	97.4	9.5	126.4	9.6	156.0	9.6	186.4	9.4	215.3	9.2	244.2	9.1	277.4	9.1
9.9	11.8	38.8	10.6	69.2	9.9	97.4	9.6	126.4	9.6	156.7	9.6	187.1	9.4	216.0	9.2	244.9	9.1	278.1	9.1
10.6	11.8	39.5	10.6	69.2	9.9	98.1	9.5	127.1	9.6	157.4	9.6	187.8	9.4	216.7	9.2	245.6	9.1	278.8	9.1
11.3	11.8	40.2	10.5	69.9	9.9	98.8	9.5	127.8	9.6	158.1	9.6	188.5	9.4	217.4	9.2	246.4	9.1	279.5	9.1
12.0	11.7	40.9	10.4	70.6	9.9	99.5	9.5	128.5	9.6	158.8	9.6	189.2	9.4	218.1	9.2	247.1	9.1	280.2	9.1
12.0	11.8	40.9	10.5	71.3	9.9	100.2	9.5	129.2	9.6	159.5	9.6	189.9	9.4	218.8	9.2	247.8	9.1	280.9	9.1
12.7	11.7	41.6	10.4	72.0	9.9	100.9	9.5	129.9	9.6	159.5	9.6	190.6	9.3	219.5	9.2	248.5	9.1	281.6	9.0
13.4	11.7	42.4	10.4	72.7	9.8	101.6	9.5	130.6	9.6	160.2	9.6	190.6	9.4	220.2	9.2	249.2	9.1	281.6	9.1
14.1	11.7	43.1	10.4	72.7	9.9	102.4	9.5	131.3	9.6	160.2	9.6	191.3	9.3	220.9	9.2	249.9	9.1	282.4	9.0
14.8	11.6	43.8	10.4	73.4	9.8	103.1	9.5	132.0	9.6	160.9	9.6	192.0	9.3	221.6	9.2	250.6	9.1	283.1	9.0
15.5	11.6	44.5	10.3	73.4	9.9	103.8	9.5	132.7	9.6	161.6	9.6	192.0	9.4	222.4	9.2	251.3	9.1	283.8	9.0
15.5	11.6	45.2	10.3	74.1	9.8	104.5	9.5	133.4	9.6	161.6	9.6	192.7	9.3	223.1	9.1	252.0	9.1	284.5	9.0
16.2	11.6	45.9	10.3	74.8	9.8	105.2	9.5	134.1	9.6	162.4	9.6	193.4	9.3	223.8	9.1	252.7	9.1	285.2	9.0
16.9	11.5	46.6	10.2	75.5	9.8	105.9	9.5	134.8	9.6	163.1	9.6	194.1	9.3	224.5	9.1	253.4	9.1	285.9	9.0
17.6	11.5	46.6	10.3	76.2	9.8	106.9	9.6	135.5	9.6	163.8	9.6	194.8	9.3	225.2	9.2	254.1	9.1	286.6	9.0
18.4	11.4	47.3	10.2	76.9	9.8	106.6	9.5	136.2	9.6	164.5	9.6	195.5	9.3	225.9	9.2	254.8	9.1	287.3	9.0
19.1	11.4	48.0	10.2	76.9	9.8	106.6	9.6	136.9	9.6	165.2	9.6	196.2	9.3	226.6	9.2	255.5	9.1	288.0	9.0
19.8	11.4	48.7	10.2	77.6	9.8	107.3	9.6	137.6	9.6	165.9	9.6	196.9	9.3	227.3	9.2	256.2	9.1	288.7	9.0
20.5	11.4	49.4	10.1	78.4	9.8	108.0	9.6	138.4	9.6	166.6	9.6	197.6	9.3	228.0	9.2	256.9	9.1	289.4	9.0
21.2	11.3	50.1	10.1	79.1	9.8	108.7	9.6	139.1	9.6	167.3	9.6	198.4	9.3	228.7	9.2	257.6	9.1	290.1	9.0
21.9	11.3	50.8	10.1	79.8	9.8	109.4	9.6	139.8	9.6	168.0	9.5	198.4	9.3	229.4	9.2	258.4	9.1	290.8	9.0
21.9	11.3	51.5	10.1	80.5	9.8	110.1	9.6	140.5	9.6	168.0	9.6	199.1	9.3	230.1	9.2	259.1	9.1	291.5	9.0
22.6	11.3	52.2	10.1	81.2	9.8	110.8	9.6	141.2	9.6	168.7	9.5	199.8	9.3	230.8	9.2	259.8	9.1	292.2	9.0
23.3	11.3	52.9	10.1	81.9	9.7	111.5	9.6	141.9	9.6	168.7	9.6	200.5	9.3	231.5	9.2	260.5	9.1	292.9	9.0
24.0	11.2	52.9	10.1	81.9	9.8	112.2	9.6	142.6	9.6	169.4	9.5	201.2	9.3	232.2	9.2	261.2	9.1	293.6	9.0
24.7	11.2	53.6	10.1	82.6	9.7	112.9	9.6	142.6	9.7	170.1	9.5	201.9	9.3	232.9	9.2	261.9	9.1	294.4	9.0
25.4	11.2	54.4	10.1	83.3	9.7	113.6	9.6	143.3	9.7	170.8	9.5	202.6	9.3	233.6	9.2	262.6	9.1	295.1	9.0
26.1	11.1	55.1	10.1	84.0	9.7	114.4	9.6	144.0	9.6	171.5	9.5	203.3	9.3	234.4	9.2	263.3	9.1	295.8	9.0
26.8	11.1	55.8	10.1	84.7	9.7	115.1	9.6	144.0	9.7	172.2	9.5	204.0	9.3	235.1	9.1	264.0	9.1	296.5	9.0
27.5	11.1	56.5	10.0	85.4	9.7	115.8	9.6	144.7	9.6	172.9	9.5	204.7	9.3	235.1	9.2	264.0	9.1	297.2	9.0
28.2	11.0	56.5	10.1	86.1	9.7	116.5	9.6	144.7	9.7	173.6	9.5	205.4	9.3	235.8	9.1	264.7	9.1	297.9	9.0
28.2	11.1	57.2	10.1	86.8	9.7	117.2	9.6	145.4	9.6	174.4	9.5	206.1	9.3	235.8	9.2	265.4	9.1	298.6	9.0
28.9	11.0	57.9	10.0	87.5	9.7	117.9	9.6	145.4	9.7	175.1	9.5	206.8	9.2	236.5	9.1	266.1	9.1	299.3	9.0
29.6	10.9	57.9	10.1	88.2	9.7	118.6	9.6	146.1	9.6	175.8	9.5	206.8	9.3	236.5	9.2	266.8	9.1	300.0	9.0
29.6	11.0	58.6	10.0	88.9	9.6	119.3	9.6	146.1	9.7	176.5	9.4	207.5	9.2	237.2	9.1	267.5	9.1		

10.1. Valores radiales de los troncos de control – semana 20.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	12.6	29.6	11.2	60.7	10.3	92.5	9.9	120.7	9.8	151.1	9.9	182.1	9.7	211.1	9.5	242.1	9.4	273.2	9.3
0.7	12.5	29.6	11.3	61.4	10.3	93.2	9.9	120.7	9.9	151.8	9.9	182.8	9.7	211.8	9.5	242.1	9.4	273.9	9.3
1.4	12.4	30.4	11.2	61.4	10.3	93.9	9.9	121.4	9.8	152.5	9.9	183.5	9.7	212.5	9.5	242.8	9.4	273.9	9.3
1.4	12.5	31.1	11.2	62.1	10.3	94.6	9.9	121.4	9.9	153.2	9.9	184.2	9.7	213.2	9.5	243.5	9.4	274.6	9.3
2.1	12.4	31.8	11.1	62.8	10.3	95.3	9.8	122.1	9.9	153.9	9.9	184.2	9.7	213.9	9.5	244.2	9.4	274.6	9.3
2.8	12.4	31.8	11.2	63.5	10.3	95.3	9.9	122.8	9.9	154.6	9.9	184.9	9.7	214.6	9.5	244.9	9.4	275.3	9.3
2.8	12.4	32.5	11.1	64.2	10.3	96.0	9.8	123.5	9.9	155.3	9.9	185.6	9.7	215.3	9.5	245.6	9.4	276.0	9.3
3.5	12.4	33.2	11.1	64.9	10.3	96.7	9.8	124.2	9.9	156.0	9.9	186.4	9.7	216.0	9.5	246.4	9.4	276.7	9.3
4.2	12.3	33.2	11.1	65.6	10.3	97.4	9.8	124.9	9.9	156.7	9.9	187.1	9.7	216.7	9.5	247.1	9.4	276.7	9.3
4.2	12.4	33.9	11.1	66.4	10.2	98.1	9.8	125.6	9.9	157.4	9.9	187.8	9.7	217.4	9.5	247.8	9.4	277.4	9.3
4.9	12.3	34.6	11.0	67.1	10.2	98.8	9.8	126.4	9.9	158.1	9.9	188.5	9.7	218.1	9.4	248.5	9.4	278.1	9.3
5.6	12.3	35.3	11.0	67.8	10.2	98.8	9.8	127.1	9.9	158.8	9.9	189.2	9.7	218.1	9.5	249.2	9.4	278.8	9.3
6.4	12.3	36.0	10.9	68.5	10.2	99.5	9.8	127.8	9.9	159.5	9.9	189.9	9.7	218.8	9.4	249.9	9.4	279.5	9.3
7.1	12.2	36.7	10.9	69.2	10.2	99.5	9.8	128.5	9.9	160.2	9.9	190.6	9.7	218.8	9.5	250.6	9.4	280.2	9.3
7.8	12.2	37.4	10.9	69.9	10.2	100.2	9.8	129.2	9.9	160.9	9.8	191.3	9.7	219.5	9.4	251.3	9.4	280.9	9.3
7.8	12.2	38.1	10.9	70.6	10.2	100.2	9.8	129.9	9.9	160.9	9.9	192.0	9.6	220.2	9.4	252.0	9.4	281.6	9.3
8.5	12.2	38.8	10.8	71.3	10.2	100.9	9.8	130.6	9.9	161.6	9.8	192.0	9.7	220.9	9.4	252.7	9.4	282.4	9.3
9.2	12.1	39.5	10.8	72.0	10.2	100.9	9.8	131.3	9.9	162.4	9.8	192.7	9.6	221.6	9.4	253.4	9.4	283.1	9.3
9.2	12.2	40.2	10.8	72.7	10.2	101.6	9.8	132.0	9.9	163.1	9.8	192.7	9.7	222.4	9.4	254.1	9.4	283.8	9.3
9.9	12.1	40.9	10.8	73.4	10.1	102.4	9.8	132.7	9.9	163.8	9.8	193.4	9.6	223.1	9.4	254.8	9.4	284.5	9.3
10.6	12.1	41.6	10.7	73.4	10.2	103.1	9.8	133.4	9.9	164.5	9.8	194.1	9.6	223.8	9.4	255.5	9.4	285.2	9.3
11.3	12.1	42.4	10.7	74.1	10.1	103.8	9.8	134.1	9.9	165.2	9.8	194.8	9.6	224.5	9.4	256.2	9.3	285.9	9.3
12.0	12.0	43.1	10.7	74.8	10.1	104.5	9.8	134.8	9.9	165.9	9.8	195.5	9.6	225.2	9.4	256.9	9.3	286.6	9.3
12.7	12.0	43.8	10.6	75.5	10.1	105.2	9.8	135.5	9.9	166.6	9.8	196.2	9.6	225.2	9.5	256.9	9.4	287.3	9.3
13.4	11.9	43.8	10.7	76.2	10.1	105.9	9.8	136.2	9.9	167.3	9.8	196.9	9.6	225.9	9.4	257.6	9.3	288.0	9.3
14.1	11.9	44.5	10.6	76.9	10.1	106.6	9.8	136.9	9.9	168.0	9.8	197.6	9.6	226.6	9.4	258.4	9.3	288.7	9.3
14.8	11.9	45.2	10.6	77.6	10.1	107.3	9.8	137.6	9.9	168.0	9.8	198.4	9.6	227.3	9.4	258.4	9.4	289.4	9.3
15.5	11.8	45.9	10.6	77.6	10.1	108.0	9.8	138.4	9.9	168.7	9.8	199.1	9.6	228.0	9.4	259.1	9.3	290.1	9.3
16.2	11.8	46.6	10.5	79.1	10.1	108.7	9.8	139.1	9.9	168.7	9.8	199.8	9.6	228.7	9.4	259.8	9.3	290.8	9.2
16.9	11.8	47.3	10.4	79.8	10.1	109.4	9.8	139.8	9.9	169.4	9.8	200.5	9.6	229.4	9.4	259.8	9.4	290.8	9.3
17.6	11.8	47.3	10.5	80.5	10.1	110.1	9.8	140.5	9.9	170.1	9.8	200.5	9.6	230.1	9.4	260.5	9.3	291.5	9.2
18.4	11.7	48.0	10.4	81.2	10.1	110.8	9.8	141.2	9.9	170.8	9.8	201.2	9.6	230.8	9.4	261.2	9.3	292.2	9.2
18.4	11.8	48.7	10.4	81.9	10.1	111.5	9.8	141.9	9.9	171.5	9.8	201.2	9.6	231.5	9.4	261.9	9.3	292.9	9.2
19.1	11.7	49.4	10.4	82.6	10.0	112.2	9.8	142.6	9.9	172.2	9.8	201.9	9.6	232.2	9.4	261.9	9.4	293.6	9.2
19.8	11.7	50.1	10.4	83.3	10.0	112.9	9.8	143.3	9.9	172.9	9.8	201.9	9.6	232.9	9.4	262.6	9.3	294.4	9.2
20.5	11.7	50.8	10.4	84.0	10.0	113.6	9.8	144.0	9.9	173.6	9.8	202.6	9.6	233.6	9.4	263.3	9.3	295.1	9.2
21.2	11.6	51.5	10.4	84.7	10.0	114.4	9.8	144.7	9.9	174.4	9.8	202.6	9.6	234.4	9.4	264.0	9.3	295.8	9.2
21.9	11.6	52.2	10.4	85.4	10.0	115.1	9.8	145.4	9.9	175.1	9.8	203.3	9.6	235.1	9.4	264.7	9.3	296.5	9.2
22.6	11.6	52.9	10.4	86.1	10.0	115.8	9.8	146.1	9.9	175.8	9.8	204.0	9.6	235.8	9.4	265.4	9.3	297.2	9.2
23.3	11.5	53.6	10.3	86.8	9.9	116.5	9.8	146.1	9.9	176.5	9.7	204.7	9.6	236.5	9.4	266.1	9.3	297.9	9.2
24.0	11.5	54.4	10.3	86.8	10.0	117.2	9.8	146.8	9.9	176.5	9.8	205.4	9.6	237.2	9.4	266.8	9.3	298.6	9.2
24.7	11.4	55.1	10.3	87.5	9.9	117.2	9.9	147.5	9.9	177.2	9.7	206.1	9.6	237.9	9.4	267.5	9.3	299.3	9.2
25.4	11.4	55.8	10.3	88.2	9.9	117.9	9.8	147.5	9.9	177.2	9.8	206.8	9.6	238.6	9.4	268.2	9.3	300.0	9.2
26.1	11.4	56.5	10.3	88.9	9.9	118.6	9.8	148.2	9.9	177.9	9.7	207.5	9.6	238.6	9.4	268.9	9.3		
26.8	11.4	57.2	10.3	89.6	9.9	118.6	9.9	148.9	9.9	178.6	9.7	208.2	9.6	239.3	9.4	269.6	9.3		
27.5	11.3	57.9	10.3	90.4	9.9	119.3	9.8	149.6	9.9	179.3	9.7	208.9	9.6	240.0	9.4	270.4	9.3		
28.2	11.3	58.6	10.3	90.4	9.9	119.3	9.9	150.4	9.9	180.0	9.7	209.6	9.5	240.7	9.4	271.1	9.3		
28.2	11.3	59.3	10.3	91.1	9.9	120.0	9.8	150.4	9.9	180.7	9.7	209.6	9.6	241.4	9.4	271.8	9.3		
28.9	11.3	60.0	10.3	91.8	9.9	120.0	9.9	151.1	9.9	181.4	9.7	210.4	9.5	241.4	9.4	272.5	9.3		

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 0.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	7.5	28.2	6.3	57.9	5.4	88.9	5.1	117.2	4.9	151.1	4.8	181.4	4.6	211.8	4.2	244.9	4.1	277.4	4.1
0.7	7.5	28.9	6.3	58.6	5.4	89.6	5.1	117.9	4.9	151.8	4.8	182.1	4.6	212.5	4.2	244.9	4.2	278.1	4.1
1.4	7.4	29.6	6.3	59.3	5.4	90.4	5.1	118.6	4.9	152.5	4.8	182.8	4.6	213.2	4.2	245.6	4.1	278.8	4.1
2.1	7.4	30.4	6.3	60.0	5.4	91.1	5.1	119.3	4.9	153.2	4.8	183.5	4.5	213.9	4.2	245.6	4.2	279.5	4.1
2.8	7.4	31.1	6.2	60.7	5.4	91.8	5.1	120.0	4.9	153.9	4.8	183.5	4.6	214.6	4.2	246.4	4.1	280.2	4.1
3.5	7.4	31.8	6.2	61.4	5.4	92.5	5.1	120.7	4.9	154.6	4.8	184.2	4.5	215.3	4.2	247.1	4.1	280.9	4.1
4.2	7.3	31.8	6.2	62.1	5.4	93.2	5.0	121.4	4.9	155.3	4.8	184.9	4.5	216.0	4.2	247.8	4.1	281.6	4.1
4.9	7.3	32.5	6.2	62.8	5.4	93.9	5.0	122.1	4.9	156.0	4.8	185.6	4.5	216.7	4.2	248.5	4.1	282.4	4.1
5.6	7.3	33.2	6.1	63.5	5.4	94.6	5.0	122.8	4.9	156.7	4.8	186.4	4.5	217.4	4.2	249.2	4.1	283.1	4.1
6.4	7.3	33.2	6.2	64.2	5.4	95.3	5.0	123.5	4.9	157.4	4.8	187.1	4.5	217.4	4.2	249.9	4.1	283.8	4.1
7.1	7.2	33.9	6.1	64.9	5.3	96.0	5.0	124.2	4.9	158.1	4.8	187.8	4.5	218.1	4.2	250.6	4.1	284.5	4.1
7.8	7.2	34.6	6.1	65.6	5.3	96.7	5.0	124.9	4.9	158.8	4.8	188.5	4.5	218.8	4.2	251.3	4.1	285.2	4.1
8.5	7.2	35.3	6.1	66.4	5.3	97.4	5.0	125.6	4.9	159.5	4.8	189.2	4.4	219.5	4.2	252.0	4.1	285.9	4.1
9.2	7.1	36.0	6.1	67.1	5.3	98.1	4.9	126.4	4.9	160.2	4.8	189.9	4.5	220.2	4.2	252.7	4.1	286.6	4.1
9.2	7.2	36.7	6.0	67.8	5.3	98.1	5.0	127.1	4.9	160.9	4.7	189.9	4.4	220.9	4.2	253.4	4.1	287.3	4.1
9.9	7.1	37.4	5.9	68.5	5.3	98.8	4.9	127.8	4.9	160.9	4.8	190.6	4.4	221.6	4.2	254.1	4.1	288.0	4.1
10.6	7.1	37.4	6.0	69.2	5.3	99.5	4.9	128.5	4.9	161.6	4.7	191.3	4.4	222.4	4.1	254.8	4.1	288.7	4.1
10.6	7.1	38.1	5.9	69.2	5.3	100.2	4.9	129.2	4.9	162.4	4.7	192.0	4.4	222.4	4.2	255.5	4.1	289.4	4.1
11.3	7.1	38.8	5.9	69.9	5.3	100.9	4.9	129.9	4.9	163.1	4.7	192.7	4.4	223.1	4.1	256.2	4.1	290.1	4.1
12.0	7.0	39.5	5.9	70.6	5.3	101.6	4.9	130.6	4.9	163.8	4.7	193.4	4.4	223.8	4.1	256.2	4.2	290.8	4.1
12.0	7.1	40.2	5.8	71.3	5.3	102.4	4.9	131.3	4.9	164.5	4.7	194.1	4.4	224.5	4.1	256.9	4.1	291.5	4.1
12.7	7.0	40.9	5.8	72.0	5.3	103.1	4.9	132.0	4.9	165.2	4.7	194.8	4.4	225.2	4.2	257.6	4.1	292.2	4.1
13.4	6.9	41.6	5.8	72.7	5.3	103.8	4.9	132.7	4.9	165.9	4.7	195.5	4.4	225.9	4.2	258.4	4.1	292.9	4.1
14.1	6.9	42.4	5.8	73.4	5.3	104.5	4.9	133.4	4.9	166.6	4.7	196.2	4.4	226.6	4.2	259.1	4.1	293.6	4.1
14.1	6.9	43.1	5.7	74.1	5.2	104.5	4.9	134.1	4.9	166.6	4.7	196.9	4.4	227.3	4.2	259.8	4.1	294.4	4.1
14.8	6.9	43.8	5.7	74.1	5.3	105.2	4.9	134.8	4.9	167.3	4.7	197.6	4.4	228.0	4.2	260.5	4.1	295.1	4.1
14.8	6.9	43.8	5.7	74.8	5.2	105.2	4.9	135.5	4.9	167.3	4.7	198.4	4.4	228.7	4.2	261.2	4.1	295.8	4.1
15.5	6.9	44.5	5.7	75.5	5.2	105.9	4.9	136.2	4.9	168.0	4.7	199.1	4.3	229.4	4.2	261.9	4.1	296.5	4.1
16.2	6.8	45.2	5.7	76.2	5.2	106.6	4.9	136.9	4.9	168.7	4.7	199.1	4.4	230.1	4.2	262.6	4.1	297.2	4.1
16.2	6.9	45.9	5.6	76.9	5.2	107.3	4.9	137.6	4.9	169.4	4.7	199.8	4.3	230.8	4.2	263.3	4.1	297.9	4.1
16.9	6.8	46.6	5.6	77.6	5.2	107.3	4.9	138.4	4.9	170.1	4.7	200.5	4.3	231.5	4.2	264.0	4.1	298.6	4.1
17.6	6.8	47.3	5.6	78.4	5.2	108.0	4.9	139.1	4.9	170.8	4.7	201.2	4.3	232.2	4.2	264.7	4.1	299.6	4.1
18.4	6.8	48.0	5.5	78.4	5.2	108.0	4.9	139.8	4.9	171.5	4.7	201.9	4.3	232.9	4.2	265.4	4.1	299.6	4.1
19.1	6.7	48.0	5.6	79.1	5.2	108.7	4.9	140.5	4.9	172.2	4.6	202.6	4.3	233.6	4.2	266.1	4.1	299.3	4.1
19.8	6.7	48.7	5.5	79.1	5.2	108.7	4.9	141.2	4.9	172.2	4.7	203.3	4.3	234.4	4.2	266.8	4.1	300.0	4.1
19.8	6.7	49.4	5.5	79.8	5.2	109.4	4.9	141.9	4.9	172.9	4.6	204.0	4.3	235.1	4.2	267.5	4.1	300.0	4.1
20.5	6.7	50.1	5.4	79.8	5.2	109.4	4.9	142.6	4.9	173.6	4.6	204.7	4.3	235.8	4.2	268.2	4.1		
21.2	6.6	50.1	5.5	80.5	5.2	110.1	4.9	143.3	4.9	174.4	4.6	204.7	4.3	236.5	4.2	268.9	4.1		
21.2	6.7	50.8	5.4	81.2	5.2	110.8	4.9	144.0	4.9	175.1	4.6	205.4	4.3	237.2	4.2	269.6	4.1		
21.9	6.6	51.5	5.4	81.9	5.2	110.8	4.9	144.7	4.9	175.8	4.6	205.4	4.3	237.9	4.2	270.4	4.1		
22.6	6.6	52.2	5.4	82.6	5.2	111.5	4.9	145.4	4.9	176.5	4.6	206.1	4.3	238.6	4.2	271.1	4.1		
23.3	6.6	52.9	5.4	83.3	5.2	112.2	4.9	146.1	4.8	177.2	4.6	206.1	4.3	239.3	4.2	271.8	4.1		
24.0	6.5	53.6	5.4	84.0	5.1	112.9	4.9	146.1	4.9	177.9	4.6	206.8	4.3	240.0	4.2	272.5	4.1		
24.7	6.5	54.4	5.4	84.7	5.1	113.6	4.9	146.8	4.8	177.9	4.6	207.5	4.3	240.7	4.2	273.2	4.1		
25.4	6.4	55.1	5.4	85.4	5.1	114.4	4.9	147.5	4.8	178.6	4.6	208.2	4.3	241.4	4.2	273.9	4.1		
25.4	6.5	55.1	5.4	86.1	5.1	115.1	4.9	148.2	4.8	178.6	4.6	208.9	4.3	242.1	4.2	274.6	4.1		
26.1	6.4	55.8	5.4	86.8	5.1	115.8	4.9	148.9	4.8	179.3	4.6	209.6	4.3	242.8	4.2	275.3	4.1		
26.8	6.4	56.5	5.4	87.5	5.1	116.5	4.9	149.6	4.8	180.0	4.6	210.4	4.3	243.5	4.2	276.0	4.1		
27.5	6.4	57.2	5.4	88.2	5.1	116.5	4.9	150.4	4.8	180.7	4.6	211.1	4.2	244.2	4.2	276.7	4.1		

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 2.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)		
0.0	8.7	27.5	7.6	57.9	6.7	88.9	6.3	117.9	6.1	148.9	5.9	179.3	5.6	210.4	5.3	240.7	5.2	271.8	5.1
0.7	8.7	28.2	7.6	58.6	6.6	88.9	6.4	118.6	6.1	149.6	5.9	180.0	5.6	211.1	5.3	241.4	5.2	272.5	5.1
1.4	8.7	28.9	7.6	58.6	6.7	89.6	6.3	119.3	6.1	150.4	5.9	180.7	5.6	211.8	5.3	242.1	5.2	273.2	5.1
1.4	8.7	29.6	7.6	59.3	6.6	90.4	6.3	120.0	6.1	151.1	5.8	180.7	5.6	212.5	5.3	242.8	5.2	273.9	5.1
2.1	8.7	30.4	7.5	60.0	6.7	91.1	6.3	120.7	6.1	151.8	5.8	181.4	5.6	213.2	5.3	243.5	5.2	274.6	5.1
2.8	8.6	31.1	7.4	60.7	6.7	91.8	6.3	120.7	6.1	152.5	5.8	182.1	5.6	213.9	5.3	244.2	5.2	275.3	5.1
2.8	8.6	31.1	7.5	61.4	6.7	92.5	6.3	121.4	6.1	153.2	5.8	182.8	5.6	214.6	5.3	244.9	5.2	276.0	5.1
3.5	8.6	31.8	7.4	62.1	6.7	93.2	6.3	121.4	6.1	153.9	5.8	183.5	5.6	215.3	5.3	245.6	5.2	276.7	5.1
3.5	8.6	32.5	7.4	62.8	6.7	93.2	6.3	122.1	6.1	154.6	5.8	184.2	5.6	216.0	5.3	246.4	5.2	277.4	5.1
4.2	8.5	33.2	7.4	63.5	6.7	93.9	6.3	122.8	6.1	155.3	5.8	184.9	5.6	216.7	5.3	247.1	5.2	278.1	5.1
4.2	8.6	33.9	7.4	64.2	6.6	94.6	6.3	123.5	6.1	156.0	5.8	185.6	5.6	217.4	5.2	247.8	5.2	278.8	5.1
4.9	8.5	34.6	7.3	64.2	6.7	95.3	6.3	124.2	6.1	156.7	5.8	186.4	5.5	217.4	5.3	248.5	5.2	279.5	5.1
5.6	8.5	35.3	7.3	64.9	6.6	96.0	6.3	124.9	6.1	156.7	5.8	186.4	5.6	218.1	5.2	249.2	5.2	280.2	5.1
6.4	8.4	36.0	7.3	65.6	6.6	96.7	6.3	125.6	6.1	157.4	5.8	187.1	5.5	218.8	5.2	249.9	5.2	280.9	5.1
7.1	8.4	36.7	7.3	66.4	6.6	97.4	6.3	126.4	6.1	158.1	5.8	187.8	5.5	219.5	5.2	250.6	5.2	281.6	5.1
7.1	8.4	37.4	7.2	67.1	6.6	98.1	6.2	127.1	6.1	158.8	5.8	188.5	5.5	220.2	5.2	251.3	5.2	282.4	5.1
7.8	8.4	38.1	7.2	67.8	6.6	98.1	6.3	127.8	6.0	159.5	5.8	189.2	5.5	220.9	5.2	252.0	5.2	283.1	5.1
8.5	8.4	38.1	7.2	68.5	6.6	98.8	6.2	128.5	6.0	160.2	5.8	189.9	5.5	221.6	5.2	252.0	5.2	283.8	5.1
9.2	8.3	38.8	7.2	69.2	6.6	99.5	6.2	129.2	6.0	160.9	5.8	190.6	5.5	221.6	5.2	252.7	5.1	284.5	5.1
9.9	8.3	39.5	7.1	69.2	6.6	100.2	6.2	129.9	6.0	161.6	5.8	191.3	5.5	222.4	5.2	252.7	5.2	285.2	5.1
9.9	8.3	39.5	7.2	69.9	6.6	100.9	6.2	130.6	6.0	162.4	5.7	192.0	5.5	222.4	5.2	253.4	5.2	285.9	5.1
10.6	8.3	40.2	7.1	70.6	6.6	101.6	6.2	131.3	6.0	162.4	5.8	192.7	5.4	223.1	5.2	254.1	5.1	286.6	5.1
11.3	8.3	40.9	7.1	71.3	6.6	102.4	6.2	132.0	6.0	163.1	5.7	192.7	5.5	223.1	5.2	254.1	5.2	287.3	5.1
12.0	8.2	41.6	7.1	72.0	6.6	102.4	6.2	132.7	6.0	163.8	5.7	193.4	5.4	223.8	5.2	254.8	5.1	288.0	5.0
12.7	8.2	42.4	7.1	72.7	6.6	103.1	6.2	133.4	6.0	163.8	5.8	194.1	5.4	223.8	5.2	255.5	5.1	288.0	5.1
12.7	8.2	43.1	7.0	73.4	6.5	103.1	6.2	134.1	6.0	164.5	5.7	194.8	5.4	224.5	5.2	256.2	5.1	288.7	5.0
13.4	8.2	43.8	7.0	74.1	6.5	103.8	6.2	134.8	6.0	165.2	5.7	195.5	5.4	225.2	5.2	256.9	5.1	289.4	5.0
14.1	8.1	44.5	6.9	74.8	6.5	103.8	6.2	135.5	6.0	165.9	5.7	196.2	5.4	225.9	5.2	257.6	5.1	289.4	5.1
14.8	8.1	45.2	6.9	75.5	6.5	104.5	6.2	136.2	5.9	166.6	5.7	196.9	5.4	226.6	5.2	258.4	5.1	290.1	5.0
15.5	8.1	45.2	6.9	76.2	6.5	104.6	6.2	136.2	6.0	167.3	5.7	197.6	5.4	227.3	5.2	259.1	5.1	290.1	5.1
16.2	8.1	45.9	6.9	76.9	6.5	105.2	6.2	136.9	5.9	168.0	5.7	197.6	5.4	228.0	5.2	259.8	5.1	290.8	5.0
16.9	8.0	46.6	6.9	77.6	6.5	105.2	6.2	136.9	6.0	168.7	5.7	198.4	5.4	228.7	5.2	260.5	5.1	291.5	5.0
16.9	8.1	47.3	6.8	78.4	6.5	105.9	6.2	137.6	5.9	169.4	5.7	199.1	5.4	229.4	5.2	261.2	5.1	292.2	5.0
17.6	8.0	48.0	6.8	79.1	6.4	106.6	6.2	138.4	5.9	169.4	5.7	199.8	5.4	230.1	5.2	261.9	5.1	292.9	5.0
18.4	8.0	48.7	6.8	79.1	6.5	107.3	6.2	139.1	5.9	170.1	5.7	200.5	5.4	230.8	5.2	262.6	5.1	293.6	5.0
19.1	7.9	49.4	6.7	79.8	6.4	108.0	6.2	139.8	5.9	170.1	5.7	201.2	5.4	231.5	5.2	263.3	5.1	294.4	5.0
19.8	7.9	49.4	6.8	80.5	6.4	108.7	6.2	140.5	5.9	170.8	5.7	201.9	5.4	232.2	5.2	264.0	5.1	295.1	5.0
19.8	7.9	50.1	6.7	81.2	6.4	109.4	6.2	141.2	5.9	171.5	5.7	202.6	5.4	232.9	5.2	264.7	5.1	295.8	5.0
20.5	7.9	50.8	6.7	81.9	6.4	110.1	6.2	141.9	5.9	172.2	5.7	203.3	5.4	233.6	5.2	265.4	5.1	296.5	5.0
21.2	7.9	51.5	6.7	82.6	6.4	110.8	6.2	142.6	5.9	172.9	5.7	204.0	5.4	234.4	5.2	266.1	5.1	297.2	5.0
21.9	7.8	52.2	6.7	83.3	6.4	111.5	6.2	143.3	5.9	173.6	5.7	204.7	5.4	234.4	5.2	266.8	5.1	297.9	5.0
22.6	7.8	52.9	6.7	83.3	6.4	112.2	6.1	144.0	5.9	174.4	5.7	205.4	5.3	235.1	5.2	267.5	5.1	298.6	5.0
22.6	7.8	53.6	6.7	84.0	6.4	112.9	6.1	144.0	5.9	175.1	5.6	206.1	5.3	235.8	5.2	267.5	5.1	299.3	5.0
23.3	7.8	54.4	6.7	84.7	6.4	113.6	6.1	144.7	5.9	175.1	5.7	206.8	5.3	236.5	5.2	268.2	5.1	300.0	5.0
24.0	7.8	54.4	6.7	85.4	6.4	114.4	6.1	145.4	5.9	175.8	5.6	207.5	5.3	237.2	5.2	268.9	5.1		
24.7	7.7	55.1	6.7	86.1	6.4	115.1	6.1	146.1	5.9	176.5	5.6	208.2	5.3	237.9	5.2	268.9	5.1		
25.4	7.7	55.8	6.7	86.8	6.4	115.8	6.1	146.8	5.9	177.2	5.6	208.9	5.3	238.6	5.2	269.6	5.1		
26.1	7.7	56.5	6.7	87.5	6.4	116.5	6.1	147.5	5.9	177.9	5.6	209.6	5.3	239.3	5.2	270.4	5.1		
26.8	7.6	57.2	6.7	88.2	6.4	117.2	6.1	148.2	5.9	178.6	5.6	210.4	5.3	240.0	5.2	271.1	5.1		

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 4.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)		
0.0	10.3	26.8	9.3	55.1	8.3	84.7	8.1	115.8	7.7	146.8	7.2	177.9	6.8	206.8	6.6	236.5	6.3	266.1	6.2	297.9	6.0
0.7	10.3	27.5	9.2	55.8	8.2	85.4	8.1	116.5	7.7	147.5	7.2	177.9	6.9	207.5	6.6	237.2	6.3	266.8	6.2	298.6	6.0
1.4	10.3	28.2	9.2	56.5	8.2	86.1	8.1	117.2	7.7	147.5	7.2	178.6	6.8	208.2	6.6	237.9	6.3	267.5	6.2	299.3	6.0
2.1	10.3	28.9	9.2	57.2	8.2	86.8	8.1	117.9	7.7	148.2	7.2	179.3	6.8	208.9	6.6	238.6	6.3	268.2	6.2	300.0	6.0
2.8	10.2	29.6	9.1	57.9	8.2	87.5	8.1	118.6	7.7	148.9	7.2	180.0	6.8	209.6	6.6	239.3	6.3	268.9	6.2		
2.8	10.3	29.6	9.2	58.6	8.2	88.2	8.1	119.3	7.6	149.6	7.2	180.7	6.8	210.4	6.6	240.0	6.3	269.6	6.2		
3.5	10.2	30.4	9.1	59.3	8.2	88.9	8.1	120.0	7.6	150.4	7.1	181.4	6.8	211.1	6.5	240.7	6.3	270.4	6.2		
4.2	10.2	31.1	9.1	60.0	8.3	89.6	8.1	120.7	7.6	151.1	7.1	182.1	6.8	211.1	6.6	241.4	6.3	271.1	6.2		
4.2	10.2	31.1	9.1	60.7	8.3	90.4	8.0	121.4	7.6	151.8	7.1	182.8	6.8	211.8	6.5	242.1	6.3	271.8	6.2		
4.9	10.2	31.8	9.1	61.4	8.3	90.4	8.1	122.1	7.6	152.5	7.1	182.8	6.8	212.5	6.5	242.8	6.3	272.5	6.2		
5.6	10.1	32.5	9.1	62.1	8.3	91.1	8.0	122.8	7.6	153.2	7.1	183.5	6.8	213.2	6.5	243.5	6.3	273.2	6.2		
5.6	10.2	33.2	9.0	62.8	8.2	91.8	8.0	122.8	7.6	153.9	7.1	184.2	6.8	213.9	6.5	244.2	6.3	273.9	6.2		
6.4	10.1	33.9	9.0	62.8	8.3	92.5	8.0	123.5	7.6	154.6	7.1	184.9	6.8	214.6	6.5	244.9	6.3	274.6	6.2		
7.1	10.1	34.6	8.9	63.5	8.2	93.2	8.0	124.2	7.6	155.3	7.1	185.6	6.8	215.3	6.5	245.6	6.3	275.3	6.2		
7.1	10.1	35.3	8.9	64.2	8.2	93.9	8.0	124.9	7.6	156.0	7.1	186.4	6.8	216.0	6.5	246.3	6.3	276.0	6.2		
7.8	10.1	36.0	8.9	64.9	8.2	94.6	8.0	125.6	7.6	156.7	7.1	187.1	6.8	216.7	6.4	246.8	6.3	276.0	6.1		
8.5	10.1	36.7	8.8	65.6	8.2	95.3	8.0	126.4	7.5	157.4	7.1	187.8	6.8	216.7	6.5	247.1	6.3	276.7	6.1		
9.2	10.0	36.7	8.9	66.4	8.2	96.0	8.0	126.4	7.6	158.1	7.1	188.5	6.7	217.4	6.4	247.8	6.3	277.4	6.1		
9.9	9.9	37.4	8.8	67.1	8.2	96.7	8.0	127.1	7.5	158.8	7.1	188.5	6.8	217.4	6.5	248.5	6.3	278.1	6.1		
9.9	10.0	38.1	8.8	67.8	8.2	97.4	7.9	127.8	7.5	159.5	7.1	189.2	6.7	218.1	6.4	249.2	6.3	278.8	6.1		
10.6	9.9	38.8	8.8	68.5	8.2	97.4	8.0	128.5	7.5	160.2	7.1	189.2	6.8	218.8	6.4	249.9	6.3	279.5	6.1		
11.3	9.9	39.5	8.7	68.5	8.2	98.1	7.9	129.2	7.5	160.9	7.0	189.9	6.7	219.5	6.4	250.6	6.3	280.2	6.1		
11.3	9.9	39.5	8.8	69.2	8.2	98.8	7.9	129.9	7.4	160.9	7.1	190.6	6.7	220.2	6.4	251.3	6.3	280.9	6.1		
12.0	9.9	40.2	8.7	69.9	8.2	99.5	7.9	129.9	7.5	161.6	7.0	191.3	6.7	220.9	6.4	252.0	6.3	281.6	6.1		
12.7	9.8	40.9	8.7	70.6	8.2	100.2	7.9	130.6	7.4	162.4	7.0	192.0	6.7	221.6	6.4	252.7	6.3	282.4	6.1		
13.4	9.8	41.6	8.7	71.3	8.2	100.9	7.9	131.3	7.4	163.1	7.0	192.7	6.7	222.4	6.4	253.4	6.3	283.1	6.1		
14.1	9.8	42.4	8.6	72.0	8.2	101.6	7.9	132.0	7.4	163.8	7.0	193.4	6.7	222.4	6.4	254.1	6.3	283.8	6.1		
14.8	9.8	42.4	8.6	72.7	8.2	102.4	7.9	132.7	7.4	164.5	7.0	193.4	6.7	223.1	6.4	254.8	6.2	284.5	6.1		
15.5	9.7	43.1	8.6	73.4	8.2	103.1	7.9	132.7	7.4	165.2	7.0	194.1	6.7	223.8	6.4	254.8	6.3	284.5	6.1		
16.2	9.7	43.1	8.6	74.1	8.2	103.8	7.9	133.4	7.4	165.9	7.0	194.1	6.7	224.5	6.4	255.5	6.2	285.2	6.1		
16.9	9.7	43.8	8.5	74.8	8.2	104.5	7.9	134.1	7.4	166.6	7.0	194.8	6.7	225.2	6.4	255.5	6.3	285.2	6.1		
17.6	9.6	44.5	8.5	75.5	8.1	105.2	7.9	134.8	7.4	167.3	6.9	194.8	6.7	225.9	6.4	256.2	6.2	285.9	6.1		
17.6	9.7	45.2	8.4	75.5	8.2	105.9	7.8	135.5	7.4	167.3	7.0	195.5	6.7	226.6	6.4	256.2	6.3	286.6	6.1		
18.4	9.6	45.2	8.5	76.2	8.1	106.6	7.8	136.2	7.4	168.0	6.9	196.2	6.7	227.3	6.4	256.9	6.2	287.3	6.1		
19.1	9.6	45.9	8.4	76.2	8.2	107.3	7.8	136.9	7.3	168.7	6.9	196.9	6.7	227.3	6.4	256.9	6.3	288.0	6.1		
19.1	9.6	46.6	8.4	76.9	8.1	108.0	7.8	137.6	7.3	169.4	6.9	197.6	6.7	228.0	6.4	257.6	6.2	288.7	6.1		
19.8	9.6	47.3	8.4	77.6	8.1	108.7	7.8	138.4	7.3	170.1	6.9	198.4	6.7	228.7	6.4	258.4	6.2	289.4	6.1		
20.5	9.5	48.0	8.3	78.4	8.1	109.4	7.8	139.1	7.3	170.8	6.9	199.1	6.7	229.4	6.4	259.1	6.2	290.1	6.1		
20.5	9.6	48.0	8.4	79.1	8.1	110.1	7.8	139.8	7.3	171.5	6.9	199.8	6.7	230.1	6.4	259.8	6.2	290.8	6.1		
21.2	9.5	48.7	8.3	79.8	8.1	110.8	7.8	140.5	7.3	171.5	6.9	200.5	6.6	230.8	6.4	260.5	6.2	291.5	6.1		
21.9	9.5	49.4	8.3	80.5	8.1	111.5	7.8	141.2	7.3	172.2	6.9	200.5	6.7	231.5	6.4	261.2	6.2	292.2	6.1		
22.6	9.4	50.1	8.3	81.2	8.1	112.2	7.7	141.9	7.3	172.2	6.9	201.2	6.6	232.2	6.4	261.9	6.2	292.9	6.1		
23.3	9.4	50.8	8.3	81.9	8.1	112.2	7.8	142.6	7.3	172.9	6.9	201.9	6.6	232.9	6.4	262.6	6.2	293.6	6.1		
23.3	9.4	51.5	8.3	82.6	8.1	112.9	7.7	143.3	7.2	173.6	6.9	202.6	6.6	233.6	6.4	263.3	6.2	294.4	6.0		
24.0	9.4	52.2	8.3	82.6	8.1	113.6	7.7	143.3	7.3	174.4	6.9	203.3	6.6	234.4	6.4	264.0	6.2	294.4	6.1		
24.7	9.3	52.9	8.3	83.3	8.1	114.4	7.7	144.0	7.2	175.1	6.9	204.0	6.6	235.1	6.3	264.7	6.2	295.1	6.0		
25.4	9.3	53.6	8.3	83.3	8.1	115.1	7.7	144.7	7.2	175.8	6.9	204.7	6.6	235.1	6.4	265.4	6.2	295.8	6.0		
26.1	9.3	54.4	8.3	84.0	8.1	115.1	7.7	145.4	7.2	176.5	6.9	205.4	6.6	235.8	6.3	265.4	6.2	296.5	6.0		
26.8	9.2	55.1	8.2	84.0	8.1	115.8	7.7	146.1	7.2	177.2	6.9	206.1	6.6	235.8	6.4	266.1	6.2	297.2	6.0		

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 6.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	11.2	28.2	10.3	57.9	9.4	88.9	9.2	117.9	8.8	145.4	8.2	175.8	7.8	206.1	7.5	235.1	7.3	265.4	7.1
0.7	11.2	28.9	10.2	58.6	9.4	89.6	9.2	118.6	8.7	146.1	8.2	176.5	7.8	206.8	7.5	235.8	7.2	266.1	7.1
1.4	11.2	29.6	10.2	59.3	9.4	90.4	9.2	119.3	8.7	146.8	8.2	177.2	7.8	207.5	7.4	235.8	7.3	266.8	7.1
2.1	11.1	30.4	10.2	59.3	9.4	90.4	9.2	120.0	8.7	147.5	8.2	177.9	7.8	207.5	7.5	236.5	7.2	267.5	7.1
2.8	11.1	31.1	10.2	60.0	9.4	91.1	9.2	120.7	8.6	148.2	8.1	178.6	7.8	208.2	7.4	237.2	7.2	268.2	7.0
3.5	11.1	31.8	10.1	60.7	9.4	91.8	9.2	120.7	8.7	148.9	8.1	179.3	7.8	208.9	7.4	237.9	7.2	268.2	7.1
3.5	11.1	32.5	10.1	61.4	9.4	92.5	9.2	122.1	8.6	149.6	8.1	180.0	7.8	209.6	7.4	238.6	7.2	268.9	7.0
4.2	11.1	33.2	10.1	62.1	9.4	93.2	9.2	122.1	8.7	150.4	8.1	180.7	7.8	210.4	7.4	239.3	7.2	269.6	7.0
4.9	11.1	33.9	10.1	62.8	9.4	93.9	9.2	122.8	8.6	150.4	8.1	181.4	7.8	211.1	7.4	240.0	7.2	270.4	7.0
5.6	11.0	34.6	10.1	63.5	9.4	94.6	9.2	122.8	8.7	151.1	8.1	182.1	7.7	211.8	7.4	240.7	7.2	271.1	7.0
6.4	11.0	35.3	10.0	64.2	9.4	95.3	9.2	123.5	8.6	151.1	8.1	182.8	7.7	211.8	7.4	241.4	7.2	271.8	7.0
7.1	10.9	36.0	10.0	64.9	9.4	96.0	9.2	123.5	8.7	151.8	8.1	183.5	7.7	212.5	7.4	242.1	7.2	272.5	7.0
7.8	10.9	36.7	9.9	65.6	9.4	96.7	9.1	124.2	8.6	151.8	8.1	184.2	7.7	213.2	7.4	242.1	7.2	273.2	7.0
8.5	10.9	36.7	10.0	65.6	9.4	96.7	9.2	124.2	8.7	152.5	8.1	184.9	7.7	213.9	7.4	242.8	7.2	273.9	7.0
8.5	10.9	37.4	9.9	66.4	9.4	97.4	9.1	124.9	8.6	153.2	8.1	185.6	7.7	214.6	7.4	242.8	7.2	274.6	7.0
9.2	10.9	38.1	9.9	66.4	9.4	97.4	9.2	124.9	8.7	153.9	8.1	186.4	7.7	215.3	7.4	243.5	7.2	275.3	7.0
9.9	10.8	38.1	9.9	67.1	9.4	98.1	9.1	125.6	8.6	154.6	8.1	186.4	7.7	216.0	7.4	244.2	7.2	276.0	6.9
9.9	10.9	38.8	9.9	67.8	9.4	98.1	9.2	126.4	8.6	155.3	8.1	187.1	7.7	216.7	7.4	244.9	7.2	276.0	7.0
10.6	10.8	39.5	9.9	68.5	9.4	98.8	9.1	127.1	8.6	156.0	8.1	187.1	7.7	217.4	7.3	245.6	7.2	276.7	6.9
11.3	10.8	40.2	9.8	69.2	9.4	99.5	9.1	127.8	8.5	156.7	8.0	187.8	7.7	217.4	7.4	246.4	7.2	277.4	6.9
12.0	10.8	40.9	9.8	69.9	9.4	100.2	9.1	127.8	8.6	156.7	8.1	187.8	7.7	218.1	7.3	247.1	7.2	278.1	6.9
12.0	10.8	41.6	9.8	70.6	9.4	100.9	9.1	128.5	8.5	157.4	8.0	188.5	7.7	218.8	7.3	247.8	7.2	278.8	6.9
12.7	10.8	42.4	9.8	71.3	9.4	101.6	9.1	129.2	8.5	158.1	8.0	189.2	7.7	219.5	7.3	248.5	7.2	279.5	6.9
13.4	10.7	43.1	9.7	72.0	9.3	102.4	9.1	129.9	8.5	158.8	8.0	189.9	7.7	220.2	7.3	249.2	7.2	280.2	6.9
14.1	10.7	43.8	9.7	72.7	9.3	103.1	9.1	130.6	8.4	159.5	8.0	190.6	7.7	220.9	7.3	249.9	7.2	280.9	6.9
14.8	10.7	44.5	9.7	73.4	9.3	103.8	9.0	130.6	8.5	160.2	8.0	191.3	7.7	221.6	7.3	250.6	7.2	281.6	6.9
15.5	10.7	44.5	9.7	74.1	9.3	103.8	9.1	131.3	8.4	160.9	8.0	192.0	7.6	222.4	7.3	251.3	7.1	282.4	6.9
16.2	10.6	45.2	9.7	74.8	9.3	104.5	9.0	132.0	8.4	161.6	8.0	192.0	7.7	222.4	7.3	251.3	7.2	283.1	6.9
16.2	10.7	45.9	9.6	75.5	9.3	105.2	9.0	132.7	8.4	162.4	7.9	192.7	7.6	223.1	7.3	252.0	7.1	283.8	6.9
16.9	10.6	45.9	9.7	76.2	9.3	105.9	9.0	133.4	8.4	162.4	8.0	193.4	7.6	223.8	7.3	252.0	7.2	284.5	6.9
17.6	10.6	46.6	9.6	76.9	9.3	106.6	9.0	133.4	8.4	163.1	7.9	194.1	7.6	224.5	7.3	252.7	7.1	285.2	6.9
18.4	10.6	47.3	9.6	77.6	9.3	107.3	8.9	134.1	8.4	163.8	7.9	194.8	7.6	225.2	7.3	253.4	7.1	285.9	6.9
18.4	10.6	48.0	9.6	77.6	9.3	108.0	8.9	134.8	8.4	164.5	7.9	195.5	7.6	225.9	7.3	254.1	7.1	286.6	6.9
19.1	10.6	48.7	9.6	78.4	9.3	108.7	8.9	135.5	8.4	165.2	7.9	196.2	7.6	226.6	7.3	254.8	7.1	287.3	6.9
19.8	10.6	49.4	9.5	79.1	9.3	109.4	8.9	136.2	8.3	165.9	7.9	196.9	7.6	227.3	7.3	255.5	7.1	288.0	6.9
20.5	10.5	49.4	9.6	79.8	9.3	109.4	8.9	136.2	8.4	166.6	7.9	197.6	7.6	228.0	7.3	256.2	7.1	288.7	6.9
21.2	10.5	50.1	9.5	80.5	9.3	110.1	8.9	136.9	8.3	166.6	7.9	197.6	7.6	228.7	7.3	256.9	7.1	289.4	6.9
21.9	10.4	50.8	9.5	81.2	9.3	110.8	8.9	137.6	8.3	167.3	7.9	198.4	7.6	229.4	7.3	257.6	7.1	290.1	6.9
21.9	10.5	51.5	9.5	81.9	9.3	111.5	8.9	138.4	8.3	168.0	7.9	199.1	7.6	230.1	7.3	258.4	7.1	290.8	6.9
22.6	10.4	52.2	9.5	82.6	9.3	112.2	8.9	139.1	8.3	168.7	7.9	199.8	7.6	230.8	7.3	258.4	7.1	291.5	6.9
23.3	10.4	52.9	9.5	83.3	9.2	112.9	8.8	139.8	8.3	169.4	7.9	200.5	7.6	231.5	7.3	259.1	7.1	292.2	6.8
23.3	10.4	53.6	9.5	83.3	9.3	112.9	8.9	140.5	8.3	170.1	7.9	201.2	7.6	232.2	7.3	259.8	7.1	292.2	6.9
24.0	10.4	54.4	9.4	84.0	9.2	113.6	8.8	141.2	8.3	170.8	7.9	201.9	7.5	232.9	7.2	260.5	7.1	292.9	6.8
24.7	10.4	54.4	9.5	84.7	9.2	114.4	8.8	141.9	8.3	172.2	7.8	201.9	7.6	232.9	7.3	261.2	7.1	293.6	6.8
25.4	10.3	55.1	9.4	85.4	9.2	115.1	8.8	142.6	8.2	172.2	7.9	202.6	7.5	233.6	7.2	261.9	7.1	294.4	6.8
26.1	10.3	55.1	9.5	86.1	9.2	115.8	8.8	143.3	8.2	172.9	7.8	203.3	7.5	233.6	7.3	262.6	7.1	295.1	6.8
26.8	10.3	55.8	9.4	86.8	9.2	115.8	8.8	144.0	8.2	173.6	7.8	204.0	7.5	234.4	7.2	263.3	7.1	295.8	6.8
27.5	10.3	56.5	9.4	87.5	9.2	116.5	8.8	144.7	8.2	174.4	7.8	204.7	7.5	234.4	7.3	264.0	7.1	296.5	6.8
28.2	10.2	57.2	9.4	88.2	9.2	117.2	8.8	144.7	8.2	175.1	7.8	205.4	7.5	235.1	7.2	264.7	7.1	297.2	6.8

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 8.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	12.1	31.1	11.1	62.1	10.4	93.9	10.1	124.9	9.6	156.7	9.0	183.5	8.6	213.2	8.2	244.2	7.9	276.0	7.7
0.7	12.0	31.8	11.1	62.8	10.4	93.9	10.2	125.6	9.6	157.4	9.0	183.5	8.7	213.9	8.2	244.9	7.9	276.7	7.7
0.7	12.1	32.5	11.1	63.5	10.4	94.6	10.1	126.4	9.6	158.1	8.9	184.2	8.6	214.6	8.2	245.6	7.9	277.4	7.7
1.4	12.0	33.2	11.0	64.2	10.4	95.3	10.1	127.1	9.5	158.8	8.9	184.9	8.6	215.3	8.2	246.4	7.9	278.1	7.7
1.4	12.1	33.9	11.0	64.9	10.4	96.0	10.1	127.8	9.5	159.5	8.9	185.6	8.6	216.0	8.2	247.1	7.9	278.8	7.7
2.1	11.9	34.6	10.9	65.6	10.4	96.7	10.1	128.5	9.5	160.2	8.9	186.4	8.6	216.7	8.2	247.8	7.9	279.5	7.7
2.1	12.1	35.3	10.9	66.4	10.4	97.4	10.1	129.2	9.4	160.9	8.9	187.1	8.6	217.4	8.1	248.5	7.9	280.2	7.7
2.8	11.9	36.0	10.9	67.1	10.4	98.1	10.1	129.2	9.5	161.6	8.9	187.8	8.5	217.4	8.2	249.2	7.9	280.9	7.6
3.5	11.9	36.7	10.9	67.8	10.4	98.8	10.1	129.9	9.4	162.4	8.9	187.8	8.6	218.1	8.1	249.9	7.9	280.9	7.7
4.2	11.9	36.7	10.9	68.5	10.4	99.5	10.1	130.6	9.4	162.4	8.9	188.5	8.5	218.1	8.2	250.6	7.9	281.6	7.7
4.9	11.9	37.4	10.9	69.2	10.4	100.2	10.1	131.3	9.4	163.1	8.9	189.2	8.5	218.8	8.1	251.3	7.9	282.4	7.7
5.6	11.8	38.1	10.8	69.9	10.3	100.9	10.1	132.0	9.4	163.8	8.9	189.9	8.5	219.5	8.1	252.0	7.9	283.1	7.6
6.4	11.8	38.8	10.8	69.9	10.4	101.6	10.1	132.7	9.4	164.5	8.9	190.6	8.5	220.2	8.1	252.7	7.9	283.1	7.7
7.1	11.8	39.5	10.8	70.6	10.3	102.4	10.0	133.4	9.4	165.2	8.9	191.3	8.5	220.9	8.1	253.4	7.9	283.8	7.6
7.1	11.8	40.2	10.8	71.3	10.3	103.1	10.0	134.1	9.4	165.9	8.8	192.0	8.5	221.6	8.1	254.1	7.8	284.5	7.6
7.8	11.8	40.9	10.8	72.0	10.3	103.8	10.0	134.8	9.3	166.6	8.8	192.7	8.4	222.4	8.1	254.1	7.9	285.2	7.6
8.5	11.8	41.6	10.7	72.7	10.3	104.5	10.0	135.5	9.3	167.3	8.8	193.4	8.4	223.1	8.1	254.8	7.8	285.9	7.6
9.2	11.7	41.6	10.8	73.4	10.3	105.2	9.9	136.2	9.3	168.0	8.8	194.1	8.4	223.1	8.1	255.5	7.8	286.6	7.6
9.9	11.7	42.4	10.7	74.1	10.3	105.9	9.9	136.9	9.3	168.7	8.8	194.8	8.4	223.8	8.1	256.2	7.8	287.3	7.6
10.6	11.7	43.1	10.7	74.8	10.3	106.6	9.9	137.6	9.3	169.4	8.8	195.5	8.4	224.5	8.1	256.9	7.8	288.0	7.6
10.6	11.7	43.8	10.7	75.5	10.3	107.3	9.9	137.6	9.3	170.1	8.8	196.2	8.4	225.2	8.1	257.6	7.8	288.7	7.6
11.3	11.7	44.5	10.7	76.2	10.3	107.3	9.9	138.4	9.3	170.8	8.8	196.2	8.4	225.9	8.1	258.4	7.8	289.4	7.6
12.0	11.7	45.2	10.6	76.9	10.3	108.0	9.9	139.1	9.3	171.5	8.8	196.9	8.4	226.6	8.1	259.1	7.8	290.1	7.6
12.7	11.6	45.2	10.7	77.6	10.3	108.7	9.9	139.8	9.3	172.2	8.8	197.6	8.4	227.3	8.1	259.8	7.8	290.8	7.6
13.4	11.6	45.9	10.6	78.4	10.3	109.4	9.8	140.5	9.2	172.9	8.8	198.4	8.4	227.3	8.1	260.5	7.8	291.5	7.6
14.1	11.6	46.6	10.6	79.1	10.3	109.4	9.9	141.2	9.2	173.6	8.7	199.1	8.4	228.0	8.1	261.2	7.8	292.2	7.6
14.8	11.6	47.3	10.6	79.8	10.3	110.1	9.8	141.9	9.2	173.6	8.8	199.8	8.4	228.0	8.1	261.9	7.8	292.9	7.6
15.5	11.6	48.0	10.6	80.5	10.3	110.8	9.8	142.6	9.2	174.4	8.7	200.5	8.4	228.7	8.1	262.6	7.8	293.6	7.6
16.2	11.6	48.7	10.6	81.2	10.2	111.5	9.8	143.3	9.2	175.1	8.7	201.2	8.3	229.4	8.1	263.3	7.8	294.4	7.6
16.9	11.5	49.4	10.5	81.2	10.3	112.2	9.8	144.0	9.2	175.8	8.7	201.2	8.4	230.1	8.1	264.0	7.8	295.1	7.6
17.6	11.5	50.1	10.5	81.9	10.2	112.9	9.8	144.7	9.2	176.5	8.7	201.9	8.3	230.8	8.1	264.7	7.8	295.8	7.5
18.4	11.4	50.8	10.5	82.6	10.2	113.6	9.8	145.4	9.1	177.2	8.6	202.6	8.3	231.5	8.1	265.4	7.8	296.5	7.6
19.1	11.4	51.5	10.5	83.3	10.2	114.4	9.8	145.4	9.2	177.2	8.7	203.3	8.3	232.2	8.1	266.1	7.8	296.5	7.5
19.8	11.4	52.2	10.5	84.0	10.2	115.1	9.7	146.1	9.1	177.9	8.6	204.0	8.3	232.9	8.1	266.8	7.8	297.2	7.5
20.5	11.4	52.9	10.5	84.7	10.2	115.1	9.8	146.8	9.1	177.9	8.7	204.7	8.3	233.6	8.1	267.5	7.7	297.9	7.5
21.2	11.4	53.6	10.5	85.4	10.2	115.8	9.7	147.5	9.1	178.6	8.6	204.7	8.3	234.4	8.1	267.5	7.8	298.6	7.5
21.9	11.3	54.4	10.4	86.1	10.2	116.5	9.7	148.2	9.1	178.6	8.7	205.4	8.3	235.1	8.1	268.2	7.7	299.3	7.5
22.6	11.3	54.4	10.5	86.8	10.2	117.2	9.7	148.9	9.1	179.3	8.6	206.1	8.3	235.8	8.0	268.2	7.8	300.0	7.5
23.3	11.3	55.1	10.4	87.5	10.2	117.9	9.7	148.9	9.1	179.3	8.7	206.8	8.3	236.5	8.0	268.9	7.7		
24.0	11.3	55.8	10.4	88.2	10.2	117.9	9.7	149.6	9.1	180.0	8.6	207.5	8.3	237.2	8.0	268.9	7.8		
24.7	11.3	56.5	10.4	88.2	10.2	118.6	9.7	150.4	9.1	180.0	8.7	208.2	8.3	237.9	8.0	269.6	7.7		
25.4	11.2	57.2	10.4	88.9	10.2	119.3	9.7	151.1	9.1	180.7	8.6	208.9	8.3	238.6	8.0	270.4	7.7		
26.1	11.2	57.9	10.4	89.6	10.2	120.0	9.7	151.8	9.1	180.7	8.7	209.6	8.2	239.3	8.0	271.1	7.7		
26.8	11.2	58.6	10.4	90.4	10.2	120.7	9.7	152.5	9.1	181.4	8.6	209.6	8.3	240.0	8.0	271.8	7.7		
27.5	11.2	59.3	10.4	91.1	10.2	121.4	9.6	153.2	9.1	181.4	8.7	210.4	8.2	240.7	7.9	272.5	7.7		
28.2	11.2	59.3	10.4	91.8	10.2	122.1	9.6	153.9	9.0	182.1	8.6	211.1	8.2	240.7	8.0	273.2	7.7		
28.9	11.1	60.0	10.4	92.5	10.2	122.8	9.6	154.6	9.0	182.1	8.7	211.8	8.2	242.1	7.9	273.9	7.7		
29.6	11.1	60.7	10.4	93.2	10.1	123.5	9.6	155.3	9.0	182.8	8.6	212.5	8.2	242.8	7.9	274.6	7.7		
30.4	11.1	61.4	10.4	93.2	10.2	124.2	9.6	156.0	9.0	182.8	8.7	213.2	8.2	243.5	7.9	275.3	7.7		

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 10.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	12.8	41.0	11.4	82.1	10.8	122.4	10.2	164.2	9.4	201.7	8.9	237.7	8.4	280.9	8.1
1.4	12.7	41.7	11.3	82.1	10.9	123.1	10.2	164.9	9.4	203.1	8.8	237.7	8.5	281.6	8.1
2.1	12.7	41.7	11.4	82.8	10.8	123.1	10.2	165.6	9.4	203.8	8.8	238.4	8.4	283.7	8.1
2.8	12.7	42.5	11.3	82.8	10.9	125.2	10.1	167.0	9.3	203.8	8.9	239.9	8.4	283.7	8.1
4.2	12.6	44.6	11.2	83.5	10.8	125.2	10.2	167.7	9.3	204.5	8.8	240.6	8.4	284.4	8.1
5.0	12.6	44.6	11.3	83.5	10.9	125.9	10.1	168.4	9.3	204.5	8.9	241.3	8.4	284.4	8.1
5.7	12.6	45.3	11.2	84.9	10.8	126.7	10.1	170.5	9.3	206.6	8.8	243.4	8.4	286.6	8.1
5.7	12.6	45.3	11.3	85.6	10.8	128.8	10.1	170.5	9.3	206.6	8.8	243.4	8.4	287.3	8.1
7.8	12.5	47.4	11.2	86.3	10.8	129.5	10.1	171.2	9.3	207.3	8.8	244.1	8.4	288.0	8.1
8.5	12.4	48.1	11.1	87.0	10.8	131.6	10.0	171.9	9.3	208.0	8.8	244.8	8.4	290.1	8.0
8.5	12.5	48.1	11.2	89.2	10.8	132.3	10.0	173.3	9.3	208.0	8.8	246.2	8.4	290.1	8.1
9.2	12.4	48.8	11.1	89.2	10.8	133.0	9.9	174.1	9.2	209.4	8.8	246.9	8.4	290.8	8.1
10.6	12.4	49.5	11.1	89.9	10.8	133.0	10.0	174.1	9.3	210.1	8.8	247.6	8.4	291.5	8.0
11.3	12.4	50.2	11.1	89.9	10.8	135.1	9.9	174.8	9.2	210.8	8.7	249.8	8.3	291.5	8.1
12.0	12.4	52.4	11.1	92.0	10.8	135.1	9.9	174.8	9.3	210.8	8.8	250.5	8.3	292.9	8.0
13.4	12.3	53.1	11.1	92.7	10.8	135.8	9.9	176.9	9.2	211.6	8.7	250.5	8.4	293.6	8.0
14.2	12.3	53.8	11.1	93.4	10.7	138.0	9.8	177.6	9.2	213.0	8.7	251.2	8.3	294.3	8.0
14.2	12.3	55.9	11.1	93.4	10.8	138.7	9.8	177.6	9.2	213.7	8.6	251.2	8.4	295.0	8.0
14.9	12.3	56.6	11.1	95.5	10.7	139.4	9.8	178.3	9.2	213.7	8.7	253.3	8.3	297.2	7.9
17.0	12.2	57.3	11.1	96.2	10.7	141.5	9.8	178.3	9.2	214.4	8.6	254.0	8.3	297.2	8.0
17.0	12.2	58.7	11.0	96.9	10.7	142.2	9.7	180.4	9.2	214.4	8.7	254.7	8.3	297.9	8.0
17.7	12.2	58.7	11.1	98.3	10.7	142.2	9.8	181.1	9.1	216.5	8.6	256.8	8.3	298.6	8.0
18.4	12.2	59.4	11.1	99.1	10.7	144.3	9.7	181.1	9.2	216.5	8.7	256.8	8.3	300.0	7.9
19.8	12.1	59.4	11.1	99.1	10.7	144.3	9.7	183.3	9.1	217.2	8.6	257.5	8.3		
20.5	12.1	60.1	11.1	99.8	10.7	145.0	9.7	184.0	9.1	217.2	8.7	258.3	8.3		
20.5	12.1	60.1	11.1	100.5	10.7	145.0	9.7	184.7	9.1	217.9	8.6	260.4	8.3		
21.2	12.1	62.3	11.1	101.2	10.7	145.8	9.7	185.4	9.1	217.9	8.7	261.1	8.3		
23.3	11.9	63.0	11.1	102.6	10.6	147.9	9.6	186.8	9.1	220.0	8.6	261.8	8.3		
23.3	12.0	63.7	11.1	103.3	10.6	147.9	9.7	187.5	9.1	220.0	8.7	263.2	8.2		
24.1	11.9	65.8	11.0	104.0	10.6	148.6	9.6	188.2	9.1	220.8	8.6	263.9	8.2		
24.1	12.0	65.8	11.1	106.1	10.6	150.0	9.6	188.2	9.1	220.8	8.7	263.9	8.3		
26.2	11.9	66.5	11.0	106.1	10.6	150.0	9.6	190.3	9.0	221.5	8.6	264.6	8.2		
26.9	11.8	68.6	11.0	106.8	10.6	150.7	9.6	190.3	9.1	222.9	8.6	266.7	8.2		
26.9	11.9	69.3	11.0	109.0	10.5	151.4	9.6	191.0	9.0	223.6	8.5	267.5	8.2		
27.6	11.8	70.0	11.0	109.7	10.5	152.1	9.6	191.0	9.1	223.6	8.6	268.2	8.2		
29.0	11.8	72.2	10.9	110.4	10.4	154.2	9.5	191.7	9.0	224.3	8.5	268.2	8.2		
29.0	11.8	72.2	11.0	112.5	10.4	154.2	9.6	191.7	9.1	224.3	8.6	270.3	8.2		
29.7	11.8	72.9	10.9	112.5	10.4	155.0	9.5	193.2	9.0	226.4	8.6	271.0	8.2		
30.4	11.8	72.9	11.0	113.2	10.4	155.0	9.6	193.9	9.0	227.1	8.6	271.7	8.2		
32.5	11.7	73.6	10.9	113.9	10.4	155.7	9.5	194.6	8.9	227.8	8.5	273.1	8.2		
33.3	11.7	75.7	10.9	115.3	10.3	157.1	9.5	194.6	9.0	227.8	8.6	273.8	8.2		
35.4	11.6	75.7	10.9	116.0	10.3	157.8	9.4	195.3	8.9	230.0	8.5	274.5	8.2		
35.4	11.6	76.4	10.9	116.7	10.3	157.8	9.5	195.3	9.0	230.7	8.5	276.7	8.1		
36.1	11.6	76.4	10.9	118.9	10.3	158.5	9.4	196.7	8.9	231.4	8.5	276.7	8.2		
36.8	11.6	77.1	10.9	119.6	10.3	158.5	9.5	197.4	8.9	233.5	8.5	277.4	8.1		
38.2	11.5	77.1	10.9	120.3	10.2	160.6	9.4	198.1	8.9	234.2	8.5	277.4	8.2		
38.9	11.4	78.5	10.9	120.3	10.3	161.3	9.4	199.5	8.9	234.9	8.5	278.1	8.1		
38.9	11.5	79.2	10.9	121.7	10.2	162.0	9.4	200.2	8.9	237.0	8.4	278.1	8.2		
39.6	11.4	80.0	10.9	122.4	10.2	163.4	9.4	200.9	8.9	237.0	8.5	280.2	8.1		

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 12.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	13.3	42.5	11.7	82.1	11.2	126.7	10.4	170.5	9.6	213.7	9.0	251.2	8.7
0.0	13.4	42.5	11.8	82.8	11.2	128.1	10.3	170.5	9.6	214.4	9.0	253.3	8.6
0.7	13.3	43.2	11.7	83.5	11.2	128.8	10.3	171.2	9.6	215.1	9.0	253.3	8.7
2.8	13.2	44.6	11.6	85.6	11.1	129.5	10.3	171.9	9.6	216.5	8.9	254.0	8.6
2.8	13.3	44.6	11.7	85.6	11.2	129.5	10.3	174.1	9.5	216.5	9.0	254.7	8.6
3.5	13.2	45.3	11.6	86.3	11.1	131.6	10.2	174.1	9.6	217.2	8.9	254.7	8.7
4.2	13.2	46.0	11.6	86.3	11.2	131.6	10.3	174.8	9.5	217.9	8.9	256.8	8.6
5.7	13.1	47.4	11.6	89.2	11.1	132.3	10.2	174.8	9.6	220.0	8.9	257.5	8.6
5.7	13.2	48.1	11.5	89.9	11.1	133.0	10.2	176.9	9.5	220.8	8.9	258.3	8.6
6.4	13.1	48.1	11.6	92.0	11.1	134.4	10.2	177.6	9.5	220.8	8.9	260.4	8.6
8.5	13.0	48.8	11.5	92.0	11.1	135.1	10.2	178.3	9.4	222.9	8.9	260.4	8.6
9.2	13.0	49.5	11.5	92.7	11.1	135.8	10.2	178.3	9.5	223.6	8.9	261.1	8.6
9.9	13.0	50.2	11.4	93.4	11.1	136.6	10.2	180.4	9.4	224.3	8.9	261.1	8.6
12.0	12.9	50.2	11.5	93.4	11.1	138.0	10.1	181.1	9.4	226.4	8.9	261.8	8.6
12.7	12.9	52.4	11.4	95.5	11.1	138.7	10.1	181.8	9.4	227.1	8.9	263.2	8.6
14.9	12.8	53.1	11.4	96.2	11.1	139.4	10.1	183.3	9.4	227.8	8.9	263.9	8.6
15.6	12.8	53.8	11.4	98.3	11.0	140.8	10.1	184.0	9.4	230.0	8.8	264.6	8.6
17.7	12.7	55.9	11.4	99.1	11.0	141.5	10.1	184.7	9.4	230.0	8.9	266.7	8.5
17.7	12.7	55.9	11.4	99.8	11.0	142.2	10.0	185.4	9.4	230.7	8.8	266.7	8.6
18.4	12.7	56.6	11.4	100.5	10.9	142.2	10.1	186.8	9.3	230.7	8.9	267.5	8.5
20.5	12.6	56.6	11.4	100.5	11.0	144.3	9.9	187.5	9.3	231.4	8.8	267.5	8.6
21.2	12.6	58.7	11.4	101.2	10.9	144.3	10.0	188.2	9.3	231.4	8.9	268.2	8.6
21.9	12.5	59.4	11.4	102.6	10.9	145.0	9.9	190.3	9.3	233.5	8.8	270.3	8.5
21.9	12.6	60.1	11.4	102.6	10.9	145.8	9.9	190.3	9.3	234.2	8.8	271.0	8.5
24.1	12.4	60.1	11.4	103.3	10.9	147.2	9.9	191.0	9.3	234.9	8.8	271.7	8.5
24.8	12.4	62.3	11.4	104.0	10.9	147.9	9.9	191.7	9.3	236.3	8.8	273.8	8.4
24.8	12.4	63.0	11.4	106.1	10.8	148.6	9.8	193.2	9.3	237.0	8.8	273.8	8.5
26.2	12.3	63.7	11.4	106.8	10.8	148.6	9.9	193.9	9.3	237.7	8.8	274.5	8.4
26.9	12.3	65.8	11.3	107.5	10.8	150.0	9.8	194.6	9.2	238.4	8.8	274.5	8.5
27.6	12.3	65.8	11.4	109.7	10.7	150.7	9.8	194.6	9.3	239.9	8.8	276.7	8.4
27.6	12.3	66.5	11.3	109.7	10.8	151.4	9.8	195.3	9.2	240.6	8.8	277.4	8.4
29.7	12.2	66.5	11.4	110.4	10.7	152.1	9.8	196.7	9.2	241.3	8.8	278.1	8.4
30.4	12.2	67.2	11.3	110.4	10.8	152.1	9.8	197.4	9.2	243.4	8.7	280.2	8.4
30.4	12.2	68.6	11.3	112.5	10.7	154.2	9.8	198.1	9.2	243.4	8.7	280.2	8.4
31.1	12.2	69.3	11.3	112.5	10.7	155.0	9.8	198.1	9.2	243.4	8.8	280.9	8.4
32.5	12.1	70.0	11.3	113.2	10.7	155.7	9.8	200.2	9.2	244.1	8.7	281.6	8.4
33.3	12.1	70.0	11.3	113.9	10.7	157.1	9.7	200.9	9.2	244.1	8.8	283.0	8.4
33.3	12.1	72.2	11.3	115.3	10.6	157.8	9.7	201.7	9.2	244.8	8.7	283.7	8.4
34.0	12.1	72.9	11.3	116.0	10.6	158.5	9.7	203.8	9.1	244.8	8.8	284.4	8.4
35.4	12.0	73.6	11.3	116.7	10.6	159.2	9.7	203.8	9.2	246.9	8.7	286.6	8.4
36.1	11.9	75.0	11.3	118.9	10.6	160.6	9.7	204.5	9.1	246.9	8.7	287.3	8.4
36.1	12.0	75.7	11.3	119.6	10.6	161.3	9.7	205.2	9.1	247.6	8.7	288.0	8.4
36.8	11.9	76.4	11.2	120.3	10.6	161.3	9.7	206.6	9.1	247.6	8.7	290.1	8.3
38.2	11.9	76.4	11.3	121.7	10.5	162.0	9.7	207.3	9.1	248.3	8.7	290.8	8.3
38.9	11.8	77.1	11.2	122.4	10.4	164.2	9.7	208.0	9.1	248.3	8.7	291.5	8.3
38.9	11.9	78.5	11.2	122.4	10.5	164.9	9.7	208.0	9.1	250.5	8.6	291.5	8.4
39.6	11.8	79.2	11.2	123.1	10.4	167.0	9.6	210.1	9.1	250.5	8.7	293.6	8.3
41.7	11.7	80.0	11.2	125.2	10.4	167.7	9.6	210.8	9.1	250.5	8.7	293.6	8.3
41.7	11.8	82.1	11.2	125.9	10.4	168.4	9.6	211.6	9.1	251.2	8.7	294.3	8.3

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 14.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)		
0.0	13.6	42.5	12.0	87.0	11.4	131.6	10.4	177.6	9.7	220.0	9.1	261.8	8.8
0.0	13.7	43.2	11.9	89.2	11.3	132.3	10.4	178.3	9.6	220.0	9.1	263.9	8.8
0.7	13.6	44.6	11.9	89.2	11.4	134.4	10.4	178.3	9.7	220.8	9.1	264.6	8.8
2.8	13.5	45.3	11.9	89.9	11.3	135.1	10.3	180.4	9.6	220.8	9.1	264.6	8.8
3.5	13.5	46.0	11.8	89.9	11.4	135.1	10.4	181.1	9.6	221.5	9.1	266.7	8.8
4.2	13.5	47.4	11.8	92.0	11.3	135.8	10.3	181.8	9.6	223.6	9.1	267.5	8.8
6.4	13.4	48.1	11.7	92.7	11.3	138.0	10.3	184.0	9.6	224.3	9.0	268.2	8.8
7.1	13.4	48.1	11.8	93.4	11.3	138.7	10.3	184.7	9.6	224.3	9.1	270.3	8.7
9.2	13.3	48.8	11.7	95.5	11.3	139.4	10.3	185.4	9.6	226.4	9.1	270.3	8.7
9.2	13.3	49.5	11.7	96.2	11.3	140.8	10.2	187.5	9.5	227.1	9.1	270.3	8.8
9.9	13.2	50.2	11.7	96.9	11.3	141.5	10.2	187.5	9.6	227.8	9.1	271.0	8.8
9.9	13.3	50.2	11.7	98.3	11.3	141.5	10.2	188.2	9.5	228.5	9.1	271.7	8.7
12.0	13.2	52.4	11.7	99.1	11.3	142.2	10.2	190.3	9.4	230.0	9.0	271.7	8.7
12.7	13.1	53.1	11.7	99.8	11.3	142.2	10.2	190.3	9.5	230.0	9.1	271.7	8.8
12.7	13.2	53.8	11.7	100.5	11.2	144.3	10.1	191.0	9.4	230.7	9.0	273.8	8.7
14.9	13.1	55.9	11.6	100.5	11.3	144.3	10.2	191.0	9.5	230.7	9.1	273.8	8.7
15.6	13.0	55.9	11.7	101.2	11.2	145.0	10.1	191.7	9.4	231.4	9.0	274.5	8.7
16.3	13.0	56.6	11.6	102.6	11.2	147.9	10.1	193.2	9.4	231.4	9.1	274.5	8.7
17.7	12.9	56.6	11.7	103.3	11.2	148.6	10.1	193.9	9.4	233.5	9.0	277.4	8.7
18.4	12.9	57.3	11.6	104.0	11.2	150.0	10.0	194.6	9.4	234.2	9.0	277.4	8.7
18.4	12.9	58.7	11.6	106.1	11.1	150.7	10.0	194.6	9.4	234.9	9.0	278.1	8.7
19.1	12.9	59.4	11.7	106.8	11.1	151.4	10.0	195.3	9.4	236.3	9.0	278.1	8.7
20.5	12.8	60.1	11.7	106.8	11.1	152.1	10.0	196.7	9.4	237.0	9.0	280.2	8.7
21.2	12.8	62.3	11.6	107.5	11.1	154.2	9.9	197.4	9.4	237.7	8.9	280.2	8.7
21.9	12.8	62.3	11.7	109.0	11.0	154.2	10.0	198.1	9.3	237.7	9.0	280.9	8.6
24.1	12.7	63.0	11.6	109.7	11.0	155.0	9.9	198.1	9.4	239.9	8.9	280.9	8.7
24.8	12.7	63.0	11.7	110.4	11.0	155.7	9.9	200.2	9.3	240.6	8.9	281.6	8.6
26.9	12.6	63.7	11.6	112.5	10.9	157.8	9.9	200.9	9.3	241.3	8.9	281.6	8.7
26.9	12.6	65.8	11.6	112.5	10.9	157.8	9.9	201.7	9.3	243.4	8.9	281.6	8.7
27.6	12.6	66.5	11.6	113.2	10.9	158.5	9.9	203.8	9.3	244.1	8.9	283.7	8.6
28.3	12.6	67.2	11.6	113.2	10.9	159.2	9.9	203.8	9.3	244.8	8.9	284.4	8.6
29.7	12.4	69.3	11.6	115.3	10.8	160.6	9.9	204.5	9.3	246.9	8.9	285.1	8.6
30.4	12.4	70.0	11.6	116.0	10.8	161.3	9.8	205.2	9.3	246.9	8.9	286.6	8.6
30.4	12.4	72.2	11.6	116.7	10.8	161.3	9.9	206.6	9.2	247.6	8.9	287.3	8.6
31.1	12.4	72.9	11.6	118.2	10.8	162.0	9.8	207.3	9.2	247.6	8.9	288.0	8.6
32.5	12.3	73.6	11.6	118.9	10.8	162.0	9.9	207.3	9.3	248.3	8.9	290.1	8.6
32.5	12.4	75.7	11.5	119.6	10.7	164.2	9.8	208.0	9.2	250.5	8.9	290.8	8.6
33.3	12.3	76.4	11.5	119.6	10.8	164.9	9.8	208.7	9.2	251.2	8.9	290.8	8.6
34.0	12.3	77.1	11.5	121.7	10.7	167.0	9.8	209.4	9.2	251.9	8.9	291.5	8.6
34.0	12.3	78.5	11.4	121.7	10.7	167.7	9.8	210.1	9.2	253.3	8.9	291.5	8.6
36.1	12.2	79.2	11.4	122.4	10.7	168.4	9.8	210.8	9.2	254.0	8.8	293.6	8.6
36.8	12.2	79.2	11.5	123.1	10.7	170.5	9.7	210.8	9.2	254.0	8.9	294.3	8.6
36.8	12.2	80.0	11.4	125.2	10.6	171.2	9.7	213.0	9.2	254.7	8.8	295.0	8.6
38.2	12.1	80.0	11.5	125.9	10.6	171.9	9.7	213.7	9.2	254.7	8.9	296.5	8.6
38.9	12.1	82.1	11.4	128.1	10.6	174.1	9.7	214.4	9.2	256.8	8.8	297.2	8.5
39.6	12.1	82.8	11.4	128.8	10.5	174.1	9.7	215.1	9.2	257.5	8.8	297.2	8.6
39.6	12.1	83.5	11.4	128.8	10.6	174.8	9.7	216.5	9.1	258.3	8.8	297.9	8.5
41.7	12.0	85.6	11.4	129.5	10.5	174.8	9.7	217.2	9.1	260.4	8.8	297.9	8.6
42.5	11.9	86.3	11.4	130.9	10.4	176.9	9.7	217.9	9.1	261.1	8.8	300.0	8.5

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 16.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	14.0	44.6	12.3	86.3	11.8	138.7	10.7	181.1	10.1	224.3	9.6	270.3	9.2
0.7	14.0	45.3	12.3	86.3	11.9	140.8	10.7	181.8	10.1	225.0	9.6	270.3	9.3
2.8	13.9	45.3	12.3	87.0	11.8	141.5	10.6	184.0	10.0	226.4	9.6	271.0	9.2
3.5	13.9	46.0	12.3	88.4	11.8	141.5	10.7	184.0	10.1	227.1	9.6	271.0	9.3
3.5	13.9	47.4	12.2	89.2	11.8	142.2	10.6	184.7	10.0	227.8	9.5	271.7	9.2
4.2	13.9	48.1	12.2	89.9	11.8	144.3	10.6	186.8	10.0	227.8	9.6	271.7	9.3
5.7	13.8	48.1	12.2	92.0	11.8	145.0	10.6	187.5	9.9	230.0	9.5	273.8	9.2
6.4	13.8	48.8	12.2	92.7	11.8	145.8	10.6	187.5	10.0	230.0	9.6	274.5	9.2
6.4	13.8	49.5	12.2	93.4	11.8	147.2	10.5	188.2	9.9	230.7	9.5	275.2	9.2
7.1	13.8	50.2	12.2	95.5	11.8	147.9	10.4	188.2	10.0	230.7	9.6	276.7	9.2
8.5	13.7	52.4	12.2	96.2	11.8	147.9	10.5	190.3	9.9	231.4	9.5	277.4	9.2
9.2	13.7	53.1	12.1	99.1	11.7	148.6	10.4	191.0	9.9	231.4	9.6	278.1	9.2
9.2	13.7	53.1	12.2	99.8	11.7	150.0	10.4	191.7	9.9	233.5	9.5	280.2	9.2
9.9	13.7	53.8	12.1	101.2	11.7	150.0	10.4	193.9	9.9	234.2	9.5	280.9	9.2
12.0	13.6	55.9	12.1	103.3	11.6	150.7	10.4	194.6	9.9	234.9	9.5	280.9	9.2
12.0	13.6	56.6	12.1	104.0	11.6	150.7	10.4	195.3	9.9	237.0	9.4	281.6	9.2
12.7	13.6	57.3	12.1	106.1	11.6	151.4	10.4	197.4	9.8	237.0	9.5	283.0	9.2
14.9	13.4	59.4	12.1	106.8	11.6	151.4	10.4	197.4	9.9	237.7	9.4	283.7	9.2
14.9	13.5	60.1	12.1	109.0	11.5	152.1	10.4	198.1	9.8	237.7	9.5	284.4	9.2
15.6	13.4	62.3	12.1	109.7	11.4	154.2	10.4	200.2	9.8	239.9	9.4	285.1	9.2
17.7	13.3	63.0	12.1	110.4	11.4	155.0	10.4	200.9	9.8	240.6	9.4	286.6	9.2
17.7	13.4	63.0	12.1	112.5	11.4	155.7	10.3	201.7	9.8	241.3	9.4	287.3	9.1
18.4	13.3	63.7	12.1	113.2	11.4	155.7	10.4	201.7	9.8	243.4	9.4	288.3	9.2
19.1	13.3	63.7	12.1	113.9	11.4	157.1	10.3	203.8	9.8	244.1	9.4	288.0	9.1
20.5	13.2	65.8	12.1	115.3	11.3	157.8	10.3	204.5	9.8	244.8	9.4	288.0	9.2
20.5	13.3	66.5	12.1	116.0	11.3	158.5	10.3	205.2	9.7	246.9	9.4	290.1	9.1
21.2	13.2	67.2	12.1	116.7	11.3	159.2	10.3	205.2	9.8	247.6	9.4	290.8	9.1
21.9	13.2	68.6	12.1	118.9	11.2	160.6	10.3	206.6	9.7	248.3	9.4	291.5	9.1
24.1	13.1	69.3	12.0	119.6	11.2	160.6	10.3	207.3	9.7	248.3	9.4	293.6	9.1
24.8	13.1	69.3	12.1	121.7	11.2	161.3	10.3	208.0	9.7	250.5	9.4	294.3	9.1
24.8	13.1	70.0	12.0	122.4	11.1	161.3	10.3	208.7	9.7	251.2	9.4	295.0	9.1
26.9	13.0	70.0	12.1	123.1	11.1	162.0	10.3	210.1	9.7	253.3	9.3	296.5	9.1
27.6	12.9	72.2	12.0	124.5	11.1	164.2	10.3	210.8	9.7	254.0	9.3	297.2	9.1
27.6	13.0	72.9	12.0	125.2	11.1	164.9	10.2	211.6	9.7	254.0	9.4	297.2	9.1
29.7	12.9	73.6	12.0	125.9	11.1	164.9	10.3	211.6	9.7	254.7	9.3	297.9	9.1
29.7	12.9	75.7	11.9	128.1	11.0	165.6	10.2	213.7	9.7	254.7	9.4	300.0	9.1
30.4	12.9	75.7	12.0	128.8	10.9	167.7	10.2	214.4	9.7	256.8	9.3		
31.1	12.9	76.4	11.9	128.8	11.0	168.4	10.2	215.1	9.7	257.5	9.3		
32.5	12.8	76.4	12.0	129.5	10.9	169.1	10.2	216.5	9.6	258.3	9.3		
33.3	12.8	77.1	11.9	130.9	10.9	170.5	10.2	217.2	9.6	260.4	9.3		
35.4	12.7	78.5	11.9	131.6	10.9	171.2	10.2	217.9	9.6	261.1	9.3		
36.1	12.7	79.2	11.9	132.3	10.8	171.9	10.2	218.6	9.6	261.8	9.3		
36.8	12.6	80.0	11.9	132.3	10.9	174.1	10.2	220.0	9.6	263.2	9.3		
38.2	12.6	80.0	11.9	134.4	10.8	174.8	10.1	220.0	9.6	263.9	9.3		
38.9	12.6	82.1	11.9	134.4	10.8	174.8	10.2	220.8	9.6	264.6	9.3		
39.6	12.5	82.8	11.9	135.1	10.8	176.9	10.1	221.5	9.6	265.3	9.3		
41.7	12.4	83.5	11.9	135.8	10.8	177.6	10.1	223.6	9.5	266.7	9.3		
42.5	12.4	84.9	11.9	137.3	10.7	178.3	10.1	223.6	9.6	267.5	9.3		
42.5	12.4	85.6	11.9	138.0	10.7	180.4	10.1	224.3	9.5	268.2	9.3		

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 18.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	14.3	41.9	12.7	82.5	12.1	130.1	11.1	178.4	10.3	228.2	9.7	272.3	9.4
0.7	14.2	42.7	12.6	82.5	12.1	131.5	11.1	181.3	10.2	228.9	9.7	273.0	9.4
1.4	14.2	43.4	12.6	83.2	12.1	132.2	11.1	182.0	10.2	228.9	9.7	275.1	9.4
2.8	14.2	44.8	12.5	83.9	12.1	132.9	11.0	182.7	10.2	229.6	9.7	275.8	9.4
3.6	14.1	45.5	12.5	86.0	12.0	132.9	11.1	184.8	10.2	231.0	9.7	276.5	9.4
4.3	14.1	46.2	12.5	86.0	12.1	135.1	10.9	185.5	10.2	231.0	9.7	278.7	9.3
5.7	14.1	48.3	12.4	86.7	12.0	135.8	10.9	186.3	10.2	231.8	9.7	278.7	9.4
6.4	14.0	49.1	12.4	86.7	12.1	136.5	10.9	188.4	10.2	231.8	9.7	279.4	9.3
7.1	14.0	49.8	12.3	89.6	12.0	137.9	10.9	189.1	10.1	232.5	9.7	279.4	9.4
8.5	13.9	49.8	12.4	90.3	12.0	138.6	10.9	191.2	10.1	232.5	9.7	280.1	9.4
9.2	13.9	50.5	12.3	92.4	12.0	139.3	10.8	191.9	10.1	234.6	9.7	281.5	9.3
9.2	13.9	50.5	12.4	93.1	12.0	139.3	10.9	192.7	10.1	235.3	9.7	282.2	9.3
10.0	13.9	52.6	12.3	93.8	11.9	141.5	10.8	194.8	10.1	236.0	9.7	282.9	9.3
10.7	13.9	53.3	12.3	93.8	12.0	142.2	10.8	195.5	10.1	238.2	9.7	285.1	9.3
12.1	13.8	54.0	12.3	96.0	11.9	142.9	10.8	196.2	10.1	238.9	9.7	285.8	9.3
12.8	13.8	54.0	12.3	96.7	11.9	144.3	10.7	198.3	10.0	241.0	9.6	286.5	9.3
14.9	13.7	56.2	12.3	97.4	11.9	145.0	10.7	198.3	10.1	241.7	9.6	287.9	9.3
14.9	13.7	56.2	12.3	98.8	11.9	145.0	10.7	199.1	10.0	242.4	9.6	288.6	9.3
15.6	13.7	56.9	12.3	99.5	11.9	145.7	10.7	201.2	10.0	244.5	9.6	289.3	9.3
16.4	13.6	57.6	12.3	100.2	11.9	147.9	10.6	201.9	9.9	245.3	9.6	289.3	9.3
17.8	13.6	59.7	12.3	100.9	11.9	148.6	10.6	201.9	10.0	246.0	9.6	291.5	9.3
18.5	13.6	59.7	12.3	101.7	11.8	149.3	10.6	202.6	9.9	248.1	9.6	292.2	9.3
19.2	13.5	60.4	12.3	103.1	11.8	150.7	10.6	202.6	10.0	248.8	9.6	292.9	9.3
20.6	13.4	62.6	12.3	103.8	11.8	151.4	10.6	204.7	9.9	248.8	9.6	295.0	9.2
21.3	13.4	63.3	12.3	104.5	11.8	152.1	10.6	205.5	9.9	249.5	9.6	295.0	9.3
22.0	13.4	64.0	12.3	106.6	11.7	152.8	10.6	206.2	9.9	251.7	9.6	295.7	9.3
22.0	13.4	66.1	12.2	107.3	11.7	155.0	10.5	207.6	9.9	252.4	9.6	296.4	9.3
24.2	13.3	66.1	12.3	109.5	11.6	155.7	10.5	208.3	9.9	253.1	9.6	298.6	9.2
24.9	13.3	66.8	12.2	109.5	11.7	156.4	10.5	209.0	9.9	254.5	9.6	299.3	9.2
24.9	13.3	66.8	12.3	110.2	11.6	158.5	10.4	209.7	9.9	255.2	9.5	300.0	9.2
27.0	13.2	67.5	12.2	110.9	11.6	158.5	10.5	211.1	9.8	255.2	9.6		
27.7	13.2	69.0	12.2	113.0	11.5	159.2	10.4	211.1	9.9	255.9	9.5		
27.7	13.2	69.7	12.2	113.0	11.6	159.2	10.5	211.8	9.8	255.9	9.6		
28.4	13.2	69.7	12.2	113.7	11.6	160.0	10.4	212.6	9.8	258.1	9.5		
29.9	13.1	70.4	12.2	115.9	11.4	161.4	10.4	214.7	9.8	258.8	9.5		
30.6	13.1	70.4	12.2	116.6	11.4	162.1	10.4	215.4	9.8	259.5	9.5		
30.6	13.1	72.5	12.2	117.3	11.4	162.8	10.4	216.1	9.8	259.5	9.6		
31.3	13.1	73.2	12.2	119.4	11.4	164.9	10.4	218.2	9.8	261.6	9.5		
32.7	13.0	73.9	12.2	120.1	11.4	165.6	10.4	219.0	9.8	262.3	9.5		
33.4	12.9	76.1	12.1	122.3	11.3	166.4	10.4	219.7	9.8	263.0	9.5		
33.4	13.0	76.1	12.2	123.0	11.3	168.5	10.4	221.1	9.7	264.5	9.4		
34.1	12.9	76.8	12.1	123.7	11.3	169.2	10.3	221.8	9.7	265.2	9.4		
36.3	12.8	76.8	12.2	125.1	11.2	169.2	10.4	222.5	9.7	265.9	9.4		
36.3	12.9	77.5	12.1	125.8	11.2	171.3	10.3	224.6	9.7	266.6	9.4		
37.0	12.8	78.9	12.1	126.5	11.2	172.0	10.3	225.4	9.7	268.0	9.4		
39.1	12.7	79.6	12.1	126.5	11.2	172.7	10.3	226.1	9.7	268.7	9.4		
39.1	12.8	80.3	12.1	128.7	11.1	174.9	10.3	226.1	9.8	269.4	9.4		
39.8	12.7	80.3	12.1	128.7	11.2	175.6	10.3	227.5	9.7	271.6	9.4		
41.9	12.6	81.0	12.1	129.4	11.1	176.3	10.3	228.2	9.7	271.6	9.4		

10.2. Valores radiales de los troncos flexionados – semana 20.

ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)	ALTURA (mm)	RADIO (mm)
0.0	14.5	46.2	12.7	89.6	12.2	130.1	11.3	174.9	10.5	218.2	9.9	262.3	9.7
0.0	14.6	48.3	12.6	90.3	12.2	132.2	11.2	175.6	10.4	219.0	9.9	263.0	9.7
0.7	14.5	49.1	12.6	92.4	12.1	132.2	11.2	176.3	10.4	219.7	9.9	264.5	9.7
1.4	14.5	49.8	12.6	92.4	12.2	132.9	11.2	178.4	10.4	221.1	9.9	265.2	9.7
3.6	14.4	50.5	12.6	93.1	12.1	133.6	11.2	178.4	10.4	221.8	9.9	265.2	9.7
4.3	14.4	51.2	12.6	93.8	12.1	135.1	11.1	179.1	10.4	222.5	9.9	265.9	9.7
6.4	14.3	52.6	12.6	96.0	12.1	135.8	11.1	179.1	10.4	222.5	9.9	266.6	9.7
7.1	14.2	53.3	12.6	96.0	12.1	136.5	11.1	179.9	10.4	224.6	9.9	268.0	9.7
7.1	14.3	54.0	12.6	96.7	12.1	138.6	11.0	179.9	10.4	225.4	9.9	268.7	9.7
9.2	14.2	56.2	12.5	97.4	12.1	138.6	11.1	181.3	10.4	226.1	9.9	269.4	9.7
10.0	14.1	56.9	12.5	99.5	12.0	139.3	11.0	182.0	10.4	226.1	9.9	270.1	9.7
10.7	14.1	57.6	12.5	99.5	12.1	141.5	10.9	182.7	10.4	228.2	9.9	271.6	9.7
12.1	14.1	59.7	12.5	100.2	12.0	141.5	11.0	184.8	10.3	228.9	9.9	272.3	9.7
12.8	14.0	59.7	12.6	100.9	12.0	142.2	10.9	184.8	10.4	229.6	9.9	273.0	9.7
14.9	13.9	60.4	12.5	101.7	12.0	142.9	10.9	185.5	10.3	231.0	9.9	275.1	9.6
15.6	13.9	61.1	12.5	103.1	11.9	144.3	10.9	186.3	10.3	231.8	9.9	275.1	9.7
16.4	13.9	62.6	12.5	103.8	11.9	145.0	10.8	188.4	10.3	232.5	9.9	275.8	9.6
16.4	13.9	63.3	12.4	104.5	11.9	145.0	10.9	188.4	10.3	234.6	9.8	275.8	9.7
18.5	13.8	63.3	12.5	104.5	11.9	145.7	10.8	189.1	10.3	235.3	9.8	276.5	9.7
18.5	13.8	64.0	12.4	106.6	11.8	145.7	10.9	191.2	10.3	235.3	9.9	278.0	9.6
19.2	13.8	66.1	12.4	106.6	11.9	147.9	10.8	191.9	10.2	236.0	9.8	278.7	9.6
21.3	13.7	66.8	12.4	107.3	11.8	148.6	10.8	191.9	10.3	236.0	9.9	279.4	9.6
21.3	13.7	67.5	12.4	108.1	11.8	149.3	10.8	192.7	10.2	237.4	9.8	281.5	9.6
22.0	13.7	69.0	12.4	109.5	11.8	150.7	10.7	192.7	10.3	238.2	9.8	282.2	9.6
24.2	13.6	69.7	12.4	110.2	11.8	151.4	10.7	194.8	10.2	238.9	9.8	282.9	9.6
24.2	13.6	70.4	12.4	110.9	11.7	152.1	10.7	195.5	10.2	239.6	9.8	285.1	9.6
24.9	13.5	72.5	12.3	110.9	11.8	152.8	10.7	196.2	10.2	241.0	9.8	285.1	9.6
24.9	13.6	72.5	12.4	113.0	11.7	155.0	10.7	198.3	10.2	241.7	9.8	285.8	9.6
27.0	13.4	73.2	12.3	113.0	11.7	155.0	10.7	198.3	10.2	242.4	9.8	285.8	9.6
27.7	13.4	73.2	12.4	113.7	11.7	155.7	10.7	199.1	10.2	243.1	9.8	286.5	9.6
28.4	13.4	73.9	12.3	114.5	11.7	155.7	10.7	199.1	10.2	244.5	9.8	287.9	9.6
29.9	13.3	75.4	12.3	115.9	11.6	156.4	10.7	201.2	10.2	245.3	9.8	288.6	9.6
30.6	13.3	76.1	12.3	116.6	11.6	157.8	10.7	201.9	10.2	246.0	9.8	289.3	9.6
31.3	13.3	76.1	12.3	117.3	11.6	158.5	10.7	202.6	10.1	246.0	9.8	290.0	9.6
33.4	13.2	76.8	12.3	119.4	11.5	159.2	10.6	202.6	10.2	248.1	9.8	292.2	9.6
34.1	13.2	76.8	12.3	119.4	11.6	159.2	10.7	204.7	10.1	248.8	9.8	292.9	9.6
34.1	13.2	77.5	12.3	120.1	11.5	161.4	10.6	205.5	10.1	249.5	9.8	293.6	9.6
36.3	13.1	78.9	12.3	120.1	11.6	162.1	10.6	206.2	10.1	251.7	9.8	295.0	9.5
37.0	13.1	79.6	12.3	120.9	11.5	162.8	10.6	208.3	10.1	252.4	9.8	295.0	9.6
37.0	13.1	80.3	12.3	122.3	11.4	164.9	10.6	208.3	10.1	253.1	9.8	295.7	9.5
38.4	13.0	82.5	12.2	123.0	11.4	164.9	10.6	209.0	10.1	254.5	9.8	295.7	9.6
39.1	13.0	82.5	12.3	123.7	11.4	165.6	10.6	209.0	10.1	255.2	9.7	296.4	9.5
39.8	12.9	83.2	12.2	123.7	11.4	166.4	10.6	211.1	10.1	255.2	9.8	296.4	9.6
40.5	12.9	83.9	12.2	125.8	11.3	168.5	10.6	211.8	10.1	255.9	9.7	298.6	9.5
41.9	12.9	86.0	12.2	125.8	11.4	169.2	10.6	212.6	10.0	255.9	9.8	299.3	9.5
42.7	12.8	86.0	12.2	126.5	11.3	171.3	10.5	212.6	10.1	258.1	9.7	300.0	9.5
43.4	12.8	86.7	12.2	126.5	11.4	172.0	10.5	214.7	10.0	258.8	9.7		
44.8	12.8	87.4	12.2	128.7	11.3	172.7	10.5	215.4	10.0	259.5	9.7		
45.5	12.7	88.9	12.2	129.4	11.3	174.9	10.4	216.1	10.0	261.6	9.7		

10.3 Distribución de esfuerzo en troncos de los árboles

En las figuras 10.3a y 10.3b se muestran los resultados obtenidos mediante FEM, en ellos se aprecia en escala de colores el cambio en la distribución de esfuerzos ocasionado por el crecimiento adaptativo de los troncos.

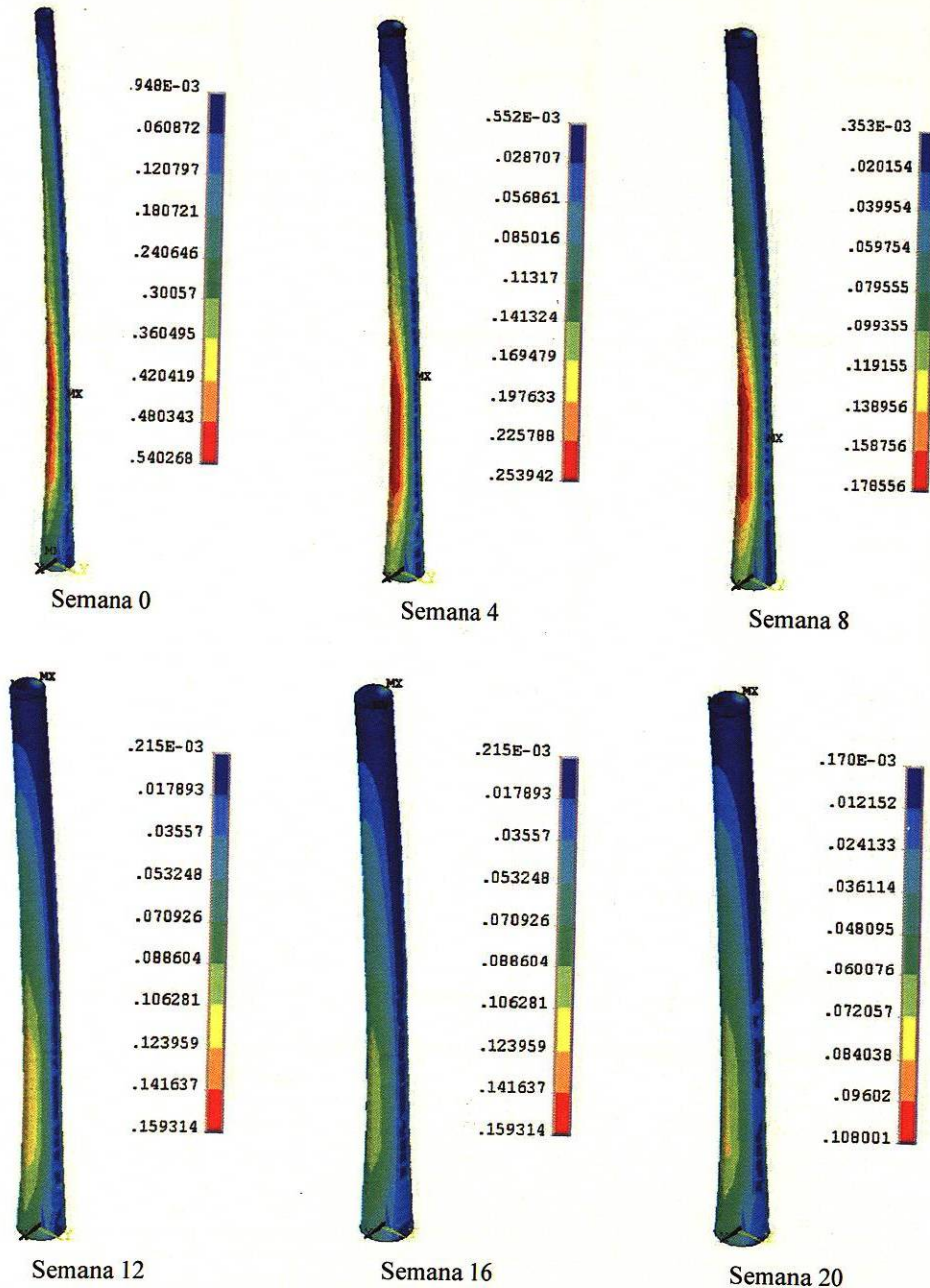


Figura 10.3a.- Nivel de esfuerzos (MPa) en los troncos de crecimiento natural en las diferentes semanas de crecimiento.

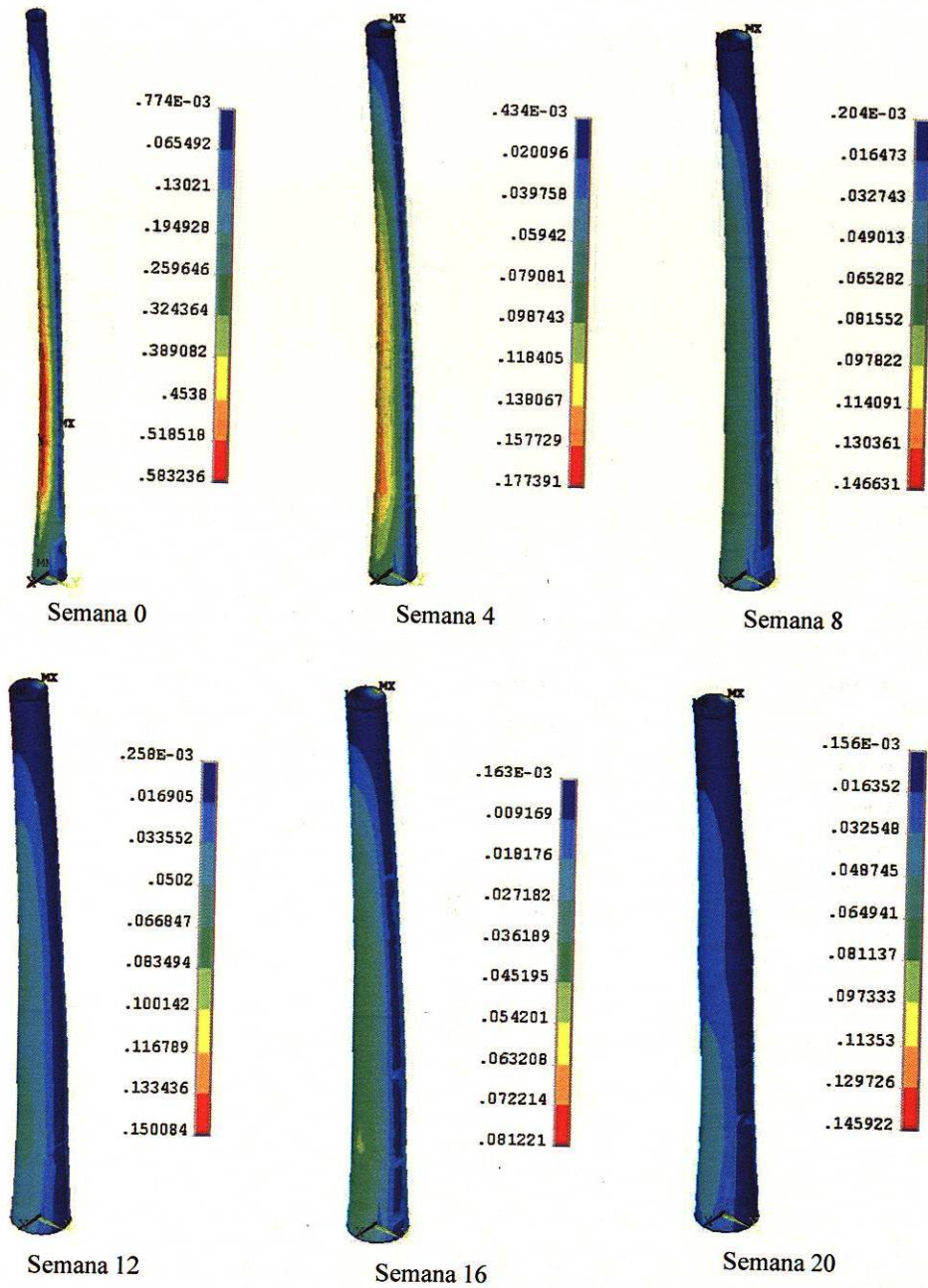


Figura 10.3b.- Nivel de esfuerzos (MPa) en los troncos de crecimiento forzado en las diferentes semanas de crecimiento.

10.4 Esfuerzos en los troncos de crecimiento natural - semana 0.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	4.50	0.00	225.00	0.2775	1029	-4.90	0.00	180.00	0.3593
2	-4.50	0.00	225.00	0.2775	1031	-4.86	0.00	185.00	0.3495
18	-3.78	0.00	300.00	0.2674	1033	-4.81	0.00	190.00	0.3520
20	-4.45	0.00	230.00	0.2778	1035	-4.77	0.00	195.00	0.3368
22	-4.40	0.00	235.00	0.2679	1037	-4.72	0.00	200.00	0.3394
24	-4.36	0.00	240.00	0.2571	1039	-4.68	0.00	205.00	0.3291
26	-4.31	0.00	245.00	0.2400	1041	-4.63	0.00	210.00	0.3208
28	-4.26	0.00	250.00	0.2364	1043	-4.59	0.00	215.00	0.3056
30	-4.21	0.00	255.00	0.2147	1045	-4.54	0.00	220.00	0.2861
32	-4.16	0.00	260.00	0.2024	1048	5.12	0.00	155.00	0.3633
34	-4.11	0.00	265.00	0.1807	1050	5.08	0.00	160.00	0.3668
36	-4.07	0.00	270.00	0.1621	1052	5.03	0.00	165.00	0.3725
38	-4.02	0.00	275.00	0.1375	1054	4.99	0.00	170.00	0.3730
40	-3.97	0.00	280.00	0.1147	1056	4.94	0.00	175.00	0.3631
42	-3.92	0.00	285.00	0.0883	1058	4.90	0.00	180.00	0.3594
44	-3.87	0.00	290.00	0.0618	1060	4.86	0.00	185.00	0.3494
46	-3.83	0.00	295.00	0.0698	1062	4.81	0.00	190.00	0.3521
48	3.78	0.00	300.00	0.0028	1064	4.77	0.00	195.00	0.3374
65	4.45	0.00	230.00	0.2774	1066	4.72	0.00	200.00	0.3389
67	4.40	0.00	235.00	0.2677	1068	4.68	0.00	205.00	0.3305
69	4.36	0.00	240.00	0.2576	1070	4.63	0.00	210.00	0.3202
71	4.31	0.00	245.00	0.2393	1072	4.59	0.00	215.00	0.3061
73	4.26	0.00	250.00	0.2364	1074	4.54	0.00	220.00	0.2862
75	4.21	0.00	255.00	0.2146	1627	5.06	0.00	100.00	0.5281
77	4.16	0.00	260.00	0.2025	1628	-5.06	0.00	100.00	0.5289
79	4.11	0.00	265.00	0.1807	1645	-5.07	0.00	105.00	0.5145
81	4.07	0.00	270.00	0.1627	1647	-5.08	0.00	110.00	0.5048
83	4.02	0.00	275.00	0.1376	1649	-5.09	0.00	115.00	0.4922
85	3.97	0.00	280.00	0.1148	1651	-5.10	0.00	120.00	0.4806
87	3.92	0.00	285.00	0.0884	1653	-5.11	0.00	125.00	0.4533
89	3.87	0.00	290.00	0.0612	1655	-5.12	0.00	130.00	0.4485
91	3.83	0.00	295.00	0.0294	1657	-5.13	0.00	135.00	0.4254
636	5.61	0.00	50.00	0.4839	1659	-5.14	0.00	140.00	0.4133
637	-5.61	0.00	50.00	0.4835	1661	-5.15	0.00	145.00	0.3910
653	7.50	0.00	0.00	0.2335	1664	5.07	0.00	105.00	0.5146
655	5.80	0.00	45.00	0.4462	1666	5.08	0.00	110.00	0.5053
657	5.99	0.00	40.00	0.4241	1668	5.09	0.00	115.00	0.4911
659	6.18	0.00	35.00	0.3843	1670	5.10	0.00	120.00	0.4837
661	6.37	0.00	30.00	0.3632	1672	5.11	0.00	125.00	0.4537
663	6.56	0.00	25.00	0.3399	1674	5.12	0.00	130.00	0.4512
665	6.74	0.00	20.00	0.3204	1676	5.13	0.00	135.00	0.4268
667	6.93	0.00	15.00	0.2920	1678	5.14	0.00	140.00	0.4131
669	7.12	0.00	10.00	0.2789	1680	5.15	0.00	145.00	0.3910
671	7.31	0.00	5.00	0.2521	2032	-5.56	0.00	55.00	0.4993
673	-7.50	0.00	0.00	0.2322	2034	-5.50	0.00	60.00	0.4993
690	-5.80	0.00	45.00	0.4458	2036	-5.44	0.00	65.00	0.4894
692	-5.99	0.00	40.00	0.4242	2038	-5.39	0.00	70.00	0.5224
694	-6.18	0.00	35.00	0.3844	2040	-5.33	0.00	75.00	0.5187
696	-6.37	0.00	30.00	0.3643	2042	-5.28	0.00	80.00	0.5072
698	-6.56	0.00	25.00	0.3401	2044	-5.22	0.00	85.00	0.5403
700	-6.74	0.00	20.00	0.3205	2046	-5.17	0.00	90.00	0.5332
702	-6.93	0.00	15.00	0.2922	2048	-5.11	0.00	95.00	0.5300
704	-7.12	0.00	10.00	0.2786	2051	5.56	0.00	55.00	0.4903
706	-7.31	0.00	5.00	0.2524	2053	5.50	0.00	60.00	0.4980
1001	5.17	0.00	150.00	0.3652	2055	5.44	0.00	65.00	0.4892
1002	-5.17	0.00	150.00	0.3653	2057	5.39	0.00	70.00	0.5222
1019	-5.12	0.00	155.00	0.3633	2059	5.33	0.00	75.00	0.5201
1021	-5.08	0.00	160.00	0.3668	2061	5.28	0.00	80.00	0.5080
1023	-5.03	0.00	165.00	0.3726	2063	5.22	0.00	85.00	0.5396
1025	-4.99	0.00	170.00	0.3726	2065	5.17	0.00	90.00	0.5358
1027	-4.94	0.00	175.00	0.3628	2067	5.11	0.00	95.00	0.5297

10.4 Esfuerzos en los troncos de crecimiento natural - semana 4.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	6.06	0.00	225.00	0.1136	1013	-6.36	0.00	180.00	0.1647
2	-6.06	0.00	225.00	0.1136	1015	-6.32	0.00	185.00	0.1570
18	-5.67	0.00	300.00	0.1559	1017	-6.29	0.00	190.00	0.1542
20	-6.03	0.00	230.00	0.1086	1019	-6.26	0.00	195.00	0.1493
22	-6.00	0.00	235.00	0.1044	1021	-6.22	0.00	200.00	0.1432
24	-5.98	0.00	240.00	0.0978	1023	-6.19	0.00	205.00	0.1383
26	-5.95	0.00	245.00	0.0912	1025	-6.16	0.00	210.00	0.1352
28	-5.93	0.00	250.00	0.0828	1027	-6.12	0.00	215.00	0.1292
30	-5.90	0.00	255.00	0.0762	1029	-6.09	0.00	220.00	0.1203
32	-5.87	0.00	260.00	0.0688	1032	6.52	0.00	155.00	0.1778
34	-5.85	0.00	265.00	0.0613	1034	6.49	0.00	160.00	0.1765
36	-5.82	0.00	270.00	0.0532	1036	6.46	0.00	165.00	0.1744
38	-5.80	0.00	275.00	0.0449	1038	6.42	0.00	170.00	0.1695
40	-5.77	0.00	280.00	0.0362	1040	6.39	0.00	175.00	0.1685
42	-5.74	0.00	285.00	0.0281	1042	6.36	0.00	180.00	0.1648
44	-5.72	0.00	290.00	0.0187	1044	6.32	0.00	185.00	0.1571
46	-5.69	0.00	295.00	0.0296	1046	6.29	0.00	190.00	0.1542
48	5.67	0.00	300.00	0.0012	1048	6.26	0.00	195.00	0.1492
65	6.03	0.00	230.00	0.1086	1050	6.22	0.00	200.00	0.1432
67	6.00	0.00	235.00	0.1044	1052	6.19	0.00	205.00	0.1383
69	5.98	0.00	240.00	0.0978	1054	6.16	0.00	210.00	0.1352
71	5.95	0.00	245.00	0.0912	1056	6.12	0.00	215.00	0.1292
73	5.93	0.00	250.00	0.0828	1058	6.09	0.00	220.00	0.1203
75	5.90	0.00	255.00	0.0762	1595	6.44	0.00	100.00	0.2539
77	5.87	0.00	260.00	0.0688	1596	-6.44	0.00	100.00	0.2539
79	5.85	0.00	265.00	0.0611	1613	-6.46	0.00	105.00	0.2432
81	5.82	0.00	270.00	0.0532	1615	-6.47	0.00	110.00	0.2367
83	5.80	0.00	275.00	0.0449	1617	-6.48	0.00	115.00	0.2293
85	5.77	0.00	280.00	0.0364	1619	-6.49	0.00	120.00	0.2220
87	5.74	0.00	285.00	0.0279	1621	-6.50	0.00	125.00	0.2147
89	5.72	0.00	290.00	0.0179	1623	-6.51	0.00	130.00	0.2079
91	5.69	0.00	295.00	0.0067	1625	-6.52	0.00	135.00	0.2016
620	7.00	0.00	50.00	0.2482	1627	-6.53	0.00	140.00	0.1946
621	-7.00	0.00	50.00	0.2484	1629	-6.54	0.00	145.00	0.1861
637	8.78	0.00	0.00	0.1453	1632	6.46	0.00	105.00	0.2432
639	7.18	0.00	45.00	0.2319	1634	6.47	0.00	110.00	0.2380
641	7.36	0.00	40.00	0.2219	1636	6.48	0.00	115.00	0.2305
643	7.53	0.00	35.00	0.2102	1638	6.49	0.00	120.00	0.2222
645	7.71	0.00	30.00	0.2019	1640	6.50	0.00	125.00	0.2148
647	7.89	0.00	25.00	0.1948	1642	6.51	0.00	130.00	0.2078
649	8.07	0.00	20.00	0.1840	1644	6.52	0.00	135.00	0.2015
651	8.24	0.00	15.00	0.1709	1646	6.53	0.00	140.00	0.1935
653	8.42	0.00	10.00	0.1631	1648	6.54	0.00	145.00	0.1854
655	8.60	0.00	5.00	0.1556	2000	-6.94	0.00	55.00	0.2456
657	-8.78	0.00	0.00	0.1454	2002	-6.89	0.00	60.00	0.2485
674	-7.18	0.00	45.00	0.2322	2004	-6.83	0.00	65.00	0.2510
676	-7.36	0.00	40.00	0.2220	2006	-6.78	0.00	70.00	0.2511
678	-7.53	0.00	35.00	0.2107	2008	-6.72	0.00	75.00	0.2512
680	-7.71	0.00	30.00	0.2022	2010	-6.67	0.00	80.00	0.2520
682	-7.89	0.00	25.00	0.1936	2012	-6.61	0.00	85.00	0.2529
684	-8.07	0.00	20.00	0.1835	2014	-6.56	0.00	90.00	0.2517
686	-8.24	0.00	15.00	0.1708	2016	-6.50	0.00	95.00	0.2503
688	-8.42	0.00	10.00	0.1632	2019	6.94	0.00	55.00	0.2456
690	-8.60	0.00	5.00	0.1553	2021	6.89	0.00	60.00	0.2468
985	6.56	0.00	150.00	0.1779	2023	6.83	0.00	65.00	0.2493
986	-6.56	0.00	150.00	0.1786	2025	6.78	0.00	70.00	0.2498
1003	-6.52	0.00	155.00	0.1778	2027	6.72	0.00	75.00	0.2505
1005	-6.49	0.00	160.00	0.1765	2029	6.67	0.00	80.00	0.2513
1007	-6.46	0.00	165.00	0.1748	2031	6.61	0.00	85.00	0.2528
1009	-6.42	0.00	170.00	0.1695	2033	6.56	0.00	90.00	0.2524
1011	-6.39	0.00	175.00	0.1685	2035	6.50	0.00	95.00	0.2509

10.4 Esfuerzos en los troncos de crecimiento natural - semana 8.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	7.06	0.00	225.00	0.0718	1053	-7.29	0.00	180.00	0.1060
2	-7.06	0.00	225.00	0.0718	1055	-7.26	0.00	185.00	0.1036
18	-6.78	0.00	300.00	0.1334	1057	-7.24	0.00	190.00	0.0993
20	-7.04	0.00	230.00	0.0671	1059	-7.21	0.00	195.00	0.0948
22	-7.02	0.00	235.00	0.0634	1061	-7.18	0.00	200.00	0.0916
24	-7.00	0.00	240.00	0.0608	1063	-7.16	0.00	205.00	0.0875
26	-6.98	0.00	245.00	0.0548	1065	-7.13	0.00	210.00	0.0839
28	-6.96	0.00	250.00	0.0507	1067	-7.11	0.00	215.00	0.0813
30	-6.94	0.00	255.00	0.0461	1069	-7.08	0.00	220.00	0.0757
32	-6.93	0.00	260.00	0.0412	1072	7.42	0.00	155.00	0.1198
34	-6.91	0.00	265.00	0.0361	1074	7.39	0.00	160.00	0.1185
36	-6.89	0.00	270.00	0.0313	1076	7.37	0.00	165.00	0.1143
38	-6.87	0.00	275.00	0.0262	1078	7.34	0.00	170.00	0.1129
40	-6.85	0.00	280.00	0.0210	1080	7.31	0.00	175.00	0.1087
42	-6.83	0.00	285.00	0.0160	1082	7.29	0.00	180.00	0.1061
44	-6.81	0.00	290.00	0.0118	1084	7.26	0.00	185.00	0.1035
46	-6.80	0.00	295.00	0.0234	1086	7.24	0.00	190.00	0.0993
48	6.78	0.00	300.00	0.0006	1088	7.21	0.00	195.00	0.0948
65	7.04	0.00	230.00	0.0676	1090	7.18	0.00	200.00	0.0915
67	7.02	0.00	235.00	0.0648	1092	7.16	0.00	205.00	0.0876
69	7.00	0.00	240.00	0.0599	1094	7.13	0.00	210.00	0.0839
71	6.98	0.00	245.00	0.0553	1096	7.11	0.00	215.00	0.0813
73	6.96	0.00	250.00	0.0506	1098	7.08	0.00	220.00	0.0757
75	6.94	0.00	255.00	0.0459	1679	7.28	0.00	100.00	0.1763
77	6.93	0.00	260.00	0.0409	1680	-7.28	0.00	100.00	0.1762
79	6.91	0.00	265.00	0.0362	1697	-7.29	0.00	105.00	0.1706
81	6.89	0.00	270.00	0.0314	1699	-7.31	0.00	110.00	0.1630
83	6.87	0.00	275.00	0.0261	1701	-7.33	0.00	115.00	0.1614
85	6.85	0.00	280.00	0.0211	1703	-7.34	0.00	120.00	0.1522
87	6.83	0.00	285.00	0.0158	1705	-7.36	0.00	125.00	0.1499
89	6.81	0.00	290.00	0.0103	1707	-7.38	0.00	130.00	0.1439
91	6.80	0.00	295.00	0.0034	1709	-7.39	0.00	135.00	0.1394
616	7.89	0.00	50.00	0.1750	1711	-7.41	0.00	140.00	0.1347
617	-7.89	0.00	50.00	0.1748	1713	-7.43	0.00	145.00	0.1276
633	9.83	0.00	0.00	0.1028	1716	7.29	0.00	105.00	0.1708
635	8.08	0.00	45.00	0.1615	1718	7.31	0.00	110.00	0.1631
637	8.28	0.00	40.00	0.1538	1720	7.33	0.00	115.00	0.1609
639	8.47	0.00	35.00	0.1463	1722	7.34	0.00	120.00	0.1526
641	8.67	0.00	30.00	0.1391	1724	7.36	0.00	125.00	0.1499
643	8.86	0.00	25.00	0.1323	1726	7.38	0.00	130.00	0.1439
645	9.06	0.00	20.00	0.1265	1728	7.39	0.00	135.00	0.1394
647	9.25	0.00	15.00	0.1208	1730	7.41	0.00	140.00	0.1347
649	9.44	0.00	10.00	0.1152	1732	7.43	0.00	145.00	0.1275
651	9.64	0.00	5.00	0.1098	2116	-7.83	0.00	55.00	0.1732
653	-9.83	0.00	0.00	0.1029	2118	-7.77	0.00	60.00	0.1736
670	-8.08	0.00	45.00	0.1615	2120	-7.70	0.00	65.00	0.1770
672	-8.28	0.00	40.00	0.1540	2122	-7.64	0.00	70.00	0.1786
674	-8.47	0.00	35.00	0.1465	2124	-7.58	0.00	75.00	0.1780
676	-8.67	0.00	30.00	0.1394	2126	-7.52	0.00	80.00	0.1774
678	-8.86	0.00	25.00	0.1325	2128	-7.46	0.00	85.00	0.1758
680	-9.06	0.00	20.00	0.1263	2130	-7.40	0.00	90.00	0.1749
682	-9.25	0.00	15.00	0.1206	2132	-7.34	0.00	95.00	0.1753
684	-9.44	0.00	10.00	0.1152	2135	7.83	0.00	55.00	0.1729
686	-9.64	0.00	5.00	0.1097	2137	7.77	0.00	60.00	0.1728
1025	7.44	0.00	150.00	0.1207	2139	7.70	0.00	65.00	0.1744
1026	-7.44	0.00	150.00	0.1208	2141	7.64	0.00	70.00	0.1760
1043	-7.42	0.00	155.00	0.1198	2143	7.58	0.00	75.00	0.1761
1045	-7.39	0.00	160.00	0.1184	2145	7.52	0.00	80.00	0.1747
1047	-7.37	0.00	165.00	0.1143	2147	7.46	0.00	85.00	0.1764
1049	-7.34	0.00	170.00	0.1129	2149	7.40	0.00	90.00	0.1754
1051	-7.31	0.00	175.00	0.1085	2151	7.34	0.00	95.00	0.1757

10.4 Esfuerzos en los troncos de crecimiento natural - semana 12.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	8.00	0.00	225.00	0.0494	925	-8.23	0.00	180.00	0.0731
2	-8.00	0.00	225.00	0.0493	927	-8.21	0.00	185.00	0.0706
18	-7.72	0.00	300.00	0.1357	929	-8.18	0.00	190.00	0.0682
20	-7.98	0.00	230.00	0.0461	931	-8.16	0.00	195.00	0.0658
22	-7.96	0.00	235.00	0.0432	933	-8.13	0.00	200.00	0.0633
24	-7.94	0.00	240.00	0.0403	935	-8.10	0.00	205.00	0.0603
26	-7.93	0.00	245.00	0.0373	937	-8.08	0.00	210.00	0.0576
28	-7.91	0.00	250.00	0.0343	939	-8.05	0.00	215.00	0.0546
30	-7.89	0.00	255.00	0.0311	941	-8.03	0.00	220.00	0.0519
32	-7.87	0.00	260.00	0.0279	944	8.36	0.00	155.00	0.0830
34	-7.85	0.00	265.00	0.0246	946	8.34	0.00	160.00	0.0814
36	-7.83	0.00	270.00	0.0212	948	8.31	0.00	165.00	0.0797
38	-7.81	0.00	275.00	0.0177	950	8.28	0.00	170.00	0.0775
40	-7.80	0.00	280.00	0.0142	952	8.26	0.00	175.00	0.0752
42	-7.78	0.00	285.00	0.0109	954	8.23	0.00	180.00	0.0730
44	-7.76	0.00	290.00	0.0082	956	8.21	0.00	185.00	0.0704
46	-7.74	0.00	295.00	0.0217	958	8.18	0.00	190.00	0.0681
48	7.72	0.00	300.00	0.0005	960	8.16	0.00	195.00	0.0656
65	7.98	0.00	230.00	0.0461	962	8.13	0.00	200.00	0.0630
67	7.96	0.00	235.00	0.0433	964	8.10	0.00	205.00	0.0603
69	7.94	0.00	240.00	0.0402	966	8.08	0.00	210.00	0.0576
71	7.93	0.00	245.00	0.0373	968	8.05	0.00	215.00	0.0546
73	7.91	0.00	250.00	0.0343	970	8.03	0.00	220.00	0.0518
75	7.89	0.00	255.00	0.0312	1399	8.28	0.00	100.00	0.1197
77	7.87	0.00	260.00	0.0280	1400	-8.28	0.00	100.00	0.1194
79	7.85	0.00	265.00	0.0246	1417	-8.29	0.00	105.00	0.1150
81	7.83	0.00	270.00	0.0213	1419	-8.30	0.00	110.00	0.1123
83	7.81	0.00	275.00	0.0178	1421	-8.31	0.00	115.00	0.1095
85	7.80	0.00	280.00	0.0142	1423	-8.32	0.00	120.00	0.1057
87	7.78	0.00	285.00	0.0106	1425	-8.33	0.00	125.00	0.1025
89	7.76	0.00	290.00	0.0066	1427	-8.34	0.00	130.00	0.0990
91	7.74	0.00	295.00	0.0020	1429	-8.35	0.00	135.00	0.0958
556	8.83	0.00	50.00	0.1238	1431	-8.37	0.00	140.00	0.0919
557	-8.83	0.00	50.00	0.1239	1433	-8.38	0.00	145.00	0.0882
573	10.78	0.00	0.00	0.0774	1436	8.29	0.00	105.00	0.1149
575	9.03	0.00	45.00	0.1160	1438	8.30	0.00	110.00	0.1126
577	9.22	0.00	40.00	0.1112	1440	8.31	0.00	115.00	0.1096
579	9.42	0.00	35.00	0.1068	1442	8.32	0.00	120.00	0.1059
581	9.61	0.00	30.00	0.1032	1444	8.33	0.00	125.00	0.1028
583	9.81	0.00	25.00	0.0988	1446	8.34	0.00	130.00	0.0992
585	10.00	0.00	20.00	0.0953	1448	8.35	0.00	135.00	0.0960
587	10.19	0.00	15.00	0.0915	1450	8.37	0.00	140.00	0.0924
589	10.39	0.00	10.00	0.0869	1452	8.38	0.00	145.00	0.0885
591	10.58	0.00	5.00	0.0830	1740	-8.78	0.00	55.00	0.1217
593	-10.78	0.00	0.00	0.0779	1742	-8.72	0.00	60.00	0.1220
610	-9.03	0.00	45.00	0.1159	1744	-8.67	0.00	65.00	0.1228
612	-9.22	0.00	40.00	0.1113	1746	-8.61	0.00	70.00	0.1224
614	-9.42	0.00	35.00	0.1068	1748	-8.56	0.00	75.00	0.1219
616	-9.61	0.00	30.00	0.1032	1750	-8.50	0.00	80.00	0.1213
618	-9.81	0.00	25.00	0.0988	1752	-8.44	0.00	85.00	0.1209
620	-10.00	0.00	20.00	0.0959	1754	-8.39	0.00	90.00	0.1197
622	-10.19	0.00	15.00	0.0918	1756	-8.33	0.00	95.00	0.1187
624	-10.39	0.00	10.00	0.0870	1759	8.78	0.00	55.00	0.1217
626	-10.58	0.00	5.00	0.0831	1761	8.72	0.00	60.00	0.1223
897	8.39	0.00	150.00	0.0850	1763	8.67	0.00	65.00	0.1220
898	-8.39	0.00	150.00	0.0849	1765	8.61	0.00	70.00	0.1224
915	-8.36	0.00	155.00	0.0830	1767	8.56	0.00	75.00	0.1216
917	-8.34	0.00	160.00	0.0814	1769	8.50	0.00	80.00	0.1214
919	-8.31	0.00	165.00	0.0797	1771	8.44	0.00	85.00	0.1207
921	-8.28	0.00	170.00	0.0777	1773	8.39	0.00	90.00	0.1197
923	-8.26	0.00	175.00	0.0753	1775	8.33	0.00	95.00	0.1188

10.4 Esfuerzos en los troncos de crecimiento natural - semana 16.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	8.89	0.00	225.00	0.0359	841	-9.16	0.00	180.00	0.0530
2	-8.89	0.00	225.00	0.0359	843	-9.13	0.00	185.00	0.0513
18	-8.72	0.00	300.00	0.1181	845	-9.10	0.00	190.00	0.0495
20	-8.88	0.00	230.00	0.0334	847	-9.07	0.00	195.00	0.0477
22	-8.87	0.00	235.00	0.0313	849	-9.04	0.00	200.00	0.0458
24	-8.85	0.00	240.00	0.0292	851	-9.01	0.00	205.00	0.0438
26	-8.84	0.00	245.00	0.0269	853	-8.98	0.00	210.00	0.0418
28	-8.83	0.00	250.00	0.0246	855	-8.95	0.00	215.00	0.0397
30	-8.82	0.00	255.00	0.0223	857	-8.92	0.00	220.00	0.0377
32	-8.81	0.00	260.00	0.0198	860	9.30	0.00	155.00	0.0605
34	-8.80	0.00	265.00	0.0175	862	9.27	0.00	160.00	0.0593
36	-8.79	0.00	270.00	0.0150	864	9.24	0.00	165.00	0.0577
38	-8.78	0.00	275.00	0.0125	866	9.21	0.00	170.00	0.0562
40	-8.77	0.00	280.00	0.0101	868	9.18	0.00	175.00	0.0547
42	-8.76	0.00	285.00	0.0077	870	9.16	0.00	180.00	0.0529
44	-8.74	0.00	290.00	0.0065	872	9.13	0.00	185.00	0.0513
46	-8.73	0.00	295.00	0.0212	874	9.10	0.00	190.00	0.0495
48	8.72	0.00	300.00	0.0005	876	9.07	0.00	195.00	0.0477
65	8.88	0.00	230.00	0.0334	878	9.04	0.00	200.00	0.0458
67	8.87	0.00	235.00	0.0314	880	9.01	0.00	205.00	0.0437
69	8.85	0.00	240.00	0.0292	882	8.98	0.00	210.00	0.0418
71	8.84	0.00	245.00	0.0270	884	8.95	0.00	215.00	0.0398
73	8.83	0.00	250.00	0.0246	886	8.92	0.00	220.00	0.0377
75	8.82	0.00	255.00	0.0222	1315	9.22	0.00	100.00	0.0869
77	8.81	0.00	260.00	0.0199	1316	-9.22	0.00	100.00	0.0868
79	8.80	0.00	265.00	0.0174	1333	-9.23	0.00	105.00	0.0837
81	8.79	0.00	270.00	0.0150	1335	-9.24	0.00	110.00	0.0814
83	8.78	0.00	275.00	0.0125	1337	-9.26	0.00	115.00	0.0787
85	8.77	0.00	280.00	0.0100	1339	-9.27	0.00	120.00	0.0765
87	8.76	0.00	285.00	0.0074	1341	-9.28	0.00	125.00	0.0741
89	8.74	0.00	290.00	0.0044	1343	-9.29	0.00	130.00	0.0716
91	8.73	0.00	295.00	0.0012	1345	-9.30	0.00	135.00	0.0692
516	9.83	0.00	50.00	0.0900	1347	-9.31	0.00	140.00	0.0667
517	-9.83	0.00	50.00	0.0900	1349	-9.32	0.00	145.00	0.0642
533	12.00	0.00	0.00	0.0575	1352	9.23	0.00	105.00	0.0837
535	10.05	0.00	45.00	0.0838	1354	9.24	0.00	110.00	0.0816
537	10.27	0.00	40.00	0.0805	1356	9.26	0.00	115.00	0.0787
539	10.48	0.00	35.00	0.0780	1358	9.27	0.00	120.00	0.0763
541	10.70	0.00	30.00	0.0753	1360	9.28	0.00	125.00	0.0740
543	10.92	0.00	25.00	0.0724	1362	9.29	0.00	130.00	0.0715
545	11.13	0.00	20.00	0.0694	1364	9.30	0.00	135.00	0.0692
547	11.35	0.00	15.00	0.0665	1366	9.31	0.00	140.00	0.0667
549	11.57	0.00	10.00	0.0633	1368	9.32	0.00	145.00	0.0643
551	11.78	0.00	5.00	0.0592	1644	-9.77	0.00	55.00	0.0888
553	-12.00	0.00	0.00	0.0572	1646	-9.71	0.00	60.00	0.0887
570	-10.05	0.00	45.00	0.0837	1648	-9.65	0.00	65.00	0.0881
572	-10.27	0.00	40.00	0.0805	1650	-9.59	0.00	70.00	0.0881
574	-10.48	0.00	35.00	0.0777	1652	-9.53	0.00	75.00	0.0878
576	-10.70	0.00	30.00	0.0745	1654	-9.47	0.00	80.00	0.0876
578	-10.92	0.00	25.00	0.0721	1656	-9.41	0.00	85.00	0.0870
580	-11.13	0.00	20.00	0.0694	1658	-9.34	0.00	90.00	0.0867
582	-11.35	0.00	15.00	0.0667	1660	-9.28	0.00	95.00	0.0861
584	-11.57	0.00	10.00	0.0636	1663	9.77	0.00	55.00	0.0887
586	-11.78	0.00	5.00	0.0594	1665	9.71	0.00	60.00	0.0887
813	9.33	0.00	150.00	0.0619	1667	9.65	0.00	65.00	0.0882
814	-9.33	0.00	150.00	0.0618	1669	9.59	0.00	70.00	0.0882
831	-9.30	0.00	155.00	0.0605	1671	9.53	0.00	75.00	0.0879
833	-9.27	0.00	160.00	0.0592	1673	9.47	0.00	80.00	0.0876
835	-9.24	0.00	165.00	0.0576	1675	9.41	0.00	85.00	0.0872
837	-9.21	0.00	170.00	0.0561	1677	9.34	0.00	90.00	0.0867
839	-9.18	0.00	175.00	0.0545	1679	9.28	0.00	95.00	0.0860

10.4 Esfuerzos en los troncos de crecimiento natural - semana 20.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	9.44	0.00	225.00	0.0301	821	-9.71	0.00	180.00	4.42E-02
2	-9.44	0.00	225.00	3.01E-02	823	-9.68	0.00	185.00	4.28E-02
18	-9.22	0.00	300.00	9.60E-02	825	-9.65	0.00	190.00	4.12E-02
20	-9.43	0.00	230.00	2.82E-02	827	-9.62	0.00	195.00	3.98E-02
22	-9.41	0.00	235.00	2.64E-02	829	-9.59	0.00	200.00	3.82E-02
24	-9.40	0.00	240.00	2.44E-02	831	-9.56	0.00	205.00	3.66E-02
26	-9.38	0.00	245.00	2.25E-02	833	-9.53	0.00	210.00	3.51E-02
28	-9.37	0.00	250.00	2.06E-02	835	-9.50	0.00	215.00	3.34E-02
30	-9.36	0.00	255.00	1.86E-02	837	-9.47	0.00	220.00	3.16E-02
32	-9.34	0.00	260.00	1.66E-02	840	9.86	0.00	155.00	5.05E-02
34	-9.33	0.00	265.00	1.46E-02	842	9.83	0.00	160.00	4.94E-02
36	-9.31	0.00	270.00	1.26E-02	844	9.80	0.00	165.00	4.83E-02
38	-9.30	0.00	275.00	1.05E-02	846	9.77	0.00	170.00	4.70E-02
40	-9.28	0.00	280.00	8.47E-03	848	9.74	0.00	175.00	4.56E-02
42	-9.27	0.00	285.00	6.61E-03	850	9.71	0.00	180.00	4.42E-02
44	-9.25	0.00	290.00	5.56E-03	852	9.68	0.00	185.00	4.28E-02
46	-9.24	0.00	295.00	1.97E-02	854	9.65	0.00	190.00	4.13E-02
48	9.22	0.00	300.00	3.69E-04	856	9.62	0.00	195.00	3.98E-02
65	9.43	0.00	230.00	2.83E-02	858	9.59	0.00	200.00	3.81E-02
67	9.41	0.00	235.00	2.63E-02	860	9.56	0.00	205.00	3.66E-02
69	9.40	0.00	240.00	2.44E-02	862	9.53	0.00	210.00	3.50E-02
71	9.38	0.00	245.00	2.25E-02	864	9.50	0.00	215.00	3.32E-02
73	9.37	0.00	250.00	2.06E-02	866	9.47	0.00	220.00	3.16E-02
75	9.36	0.00	255.00	1.86E-02	1307	9.78	0.00	100.00	7.23E-02
77	9.34	0.00	260.00	1.67E-02	1308	-9.78	0.00	100.00	7.33E-02
79	9.33	0.00	265.00	1.46E-02	1325	-9.79	0.00	105.00	7.03E-02
81	9.31	0.00	270.00	1.26E-02	1327	-9.80	0.00	110.00	6.84E-02
83	9.30	0.00	275.00	1.05E-02	1329	-9.81	0.00	115.00	6.60E-02
85	9.28	0.00	280.00	8.39E-03	1331	-9.82	0.00	120.00	6.41E-02
87	9.27	0.00	285.00	6.16E-03	1333	-9.83	0.00	125.00	6.20E-02
89	9.25	0.00	290.00	3.57E-03	1335	-9.84	0.00	130.00	6.01E-02
91	9.24	0.00	295.00	9.50E-04	1337	-9.85	0.00	135.00	5.81E-02
496	10.39	0.00	50.00	7.63E-02	1339	-9.87	0.00	140.00	5.64E-02
497	-10.39	0.00	50.00	7.62E-02	1341	-9.88	0.00	145.00	5.45E-02
513	12.56	0.00	0.00	5.00E-02	1344	9.79	0.00	105.00	6.93E-02
515	10.60	0.00	45.00	7.17E-02	1346	9.80	0.00	110.00	6.76E-02
517	10.82	0.00	40.00	6.89E-02	1348	9.81	0.00	115.00	6.59E-02
519	11.04	0.00	35.00	6.65E-02	1350	9.82	0.00	120.00	6.42E-02
521	11.25	0.00	30.00	6.40E-02	1352	9.83	0.00	125.00	6.20E-02
523	11.47	0.00	25.00	6.18E-02	1354	9.84	0.00	130.00	6.00E-02
525	11.69	0.00	20.00	5.97E-02	1356	9.85	0.00	135.00	5.81E-02
527	11.90	0.00	15.00	5.76E-02	1358	9.87	0.00	140.00	5.59E-02
529	12.12	0.00	10.00	5.51E-02	1360	9.88	0.00	145.00	5.41E-02
531	12.34	0.00	5.00	5.14E-02	1652	-10.33	0.00	55.00	7.41E-02
533	-12.56	0.00	0.00	4.95E-02	1654	-10.27	0.00	60.00	7.43E-02
550	-10.60	0.00	45.00	7.13E-02	1656	-10.20	0.00	65.00	7.44E-02
552	-10.82	0.00	40.00	6.87E-02	1658	-10.14	0.00	70.00	7.42E-02
554	-11.04	0.00	35.00	6.65E-02	1660	-10.08	0.00	75.00	7.40E-02
556	-11.25	0.00	30.00	6.42E-02	1662	-10.02	0.00	80.00	7.36E-02
558	-11.47	0.00	25.00	6.22E-02	1664	-9.96	0.00	85.00	7.34E-02
560	-11.69	0.00	20.00	6.01E-02	1666	-9.90	0.00	90.00	7.31E-02
562	-11.90	0.00	15.00	5.77E-02	1668	-9.84	0.00	95.00	7.28E-02
564	-12.12	0.00	10.00	5.48E-02	1671	10.33	0.00	55.00	7.43E-02
566	-12.34	0.00	5.00	5.15E-02	1673	10.27	0.00	60.00	7.44E-02
793	9.89	0.00	150.00	5.17E-02	1675	10.20	0.00	65.00	7.43E-02
794	-9.89	0.00	150.00	5.22E-02	1677	10.14	0.00	70.00	7.42E-02
811	-9.86	0.00	155.00	5.09E-02	1679	10.08	0.00	75.00	7.40E-02
813	-9.83	0.00	160.00	4.96E-02	1681	10.02	0.00	80.00	7.36E-02
815	-9.80	0.00	165.00	4.84E-02	1683	9.96	0.00	85.00	7.31E-02
817	-9.77	0.00	170.00	4.70E-02	1685	9.90	0.00	90.00	7.29E-02
819	-9.74	0.00	175.00	4.56E-02	1687	9.84	0.00	95.00	7.23E-02

10.5 Esfuerzos en los troncos de crecimiento forzado - semana 0.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	4.94	0.00	100.00	0.5615	1014	4.47	0.00	220.00	0.3192
2	-4.94	0.00	100.00	0.5559	1016	4.49	0.00	215.00	0.3341
18	5.44	0.00	50.00	0.5294	1018	4.52	0.00	210.00	0.3394
20	4.99	0.00	95.00	0.5652	1020	4.54	0.00	205.00	0.3629
22	5.04	0.00	90.00	0.5788	1022	4.57	0.00	200.00	0.3660
24	5.09	0.00	85.00	0.5790	1024	4.60	0.00	195.00	0.3920
26	5.14	0.00	80.00	0.5518	1026	4.62	0.00	190.00	0.3893
28	5.19	0.00	75.00	0.5832	1028	4.65	0.00	185.00	0.4047
30	5.24	0.00	70.00	0.5720	1030	4.67	0.00	180.00	0.4163
32	5.29	0.00	65.00	0.5633	1032	4.70	0.00	175.00	0.4306
34	5.34	0.00	60.00	0.5538	1034	4.73	0.00	170.00	0.4289
36	5.39	0.00	55.00	0.5314	1036	4.75	0.00	165.00	0.4429
38	-5.44	0.00	50.00	0.5299	1038	4.78	0.00	160.00	0.4369
55	-4.99	0.00	95.00	0.5597	1040	4.80	0.00	155.00	0.4435
57	-5.04	0.00	90.00	0.5804	1043	-4.08	0.00	295.00	0.0677
59	-5.09	0.00	85.00	0.5774	1045	-4.10	0.00	290.00	0.0511
61	-5.14	0.00	80.00	0.5516	1047	-4.13	0.00	285.00	0.0735
63	-5.19	0.00	75.00	0.5832	1049	-4.15	0.00	280.00	0.0979
65	-5.24	0.00	70.00	0.5672	1051	-4.18	0.00	275.00	0.1210
67	-5.29	0.00	65.00	0.5623	1053	-4.21	0.00	270.00	0.1469
69	-5.34	0.00	60.00	0.5534	1055	-4.23	0.00	265.00	0.1709
71	-5.39	0.00	55.00	0.5317	1057	-4.26	0.00	260.00	0.1860
494	4.83	0.00	150.00	0.4497	1059	-4.28	0.00	255.00	0.2047
495	-4.83	0.00	150.00	0.4499	1061	-4.31	0.00	250.00	0.2263
512	4.84	0.00	145.00	0.4817	1063	-4.34	0.00	245.00	0.2399
514	4.85	0.00	140.00	0.5038	1065	-4.36	0.00	240.00	0.2546
516	4.86	0.00	135.00	0.5123	1067	-4.39	0.00	235.00	0.2771
518	4.87	0.00	130.00	0.5207	1069	-4.41	0.00	230.00	0.2886
520	4.89	0.00	125.00	0.5285	1071	-4.44	0.00	225.00	0.3053
522	4.90	0.00	120.00	0.5601	1073	-4.47	0.00	220.00	0.3186
524	4.91	0.00	115.00	0.5527	1075	-4.49	0.00	215.00	0.3332
526	4.92	0.00	110.00	0.5579	1077	-4.52	0.00	210.00	0.3416
528	4.93	0.00	105.00	0.5517	1079	-4.54	0.00	205.00	0.3626
531	-4.84	0.00	145.00	0.4813	1081	-4.57	0.00	200.00	0.3675
533	-4.85	0.00	140.00	0.5026	1083	-4.60	0.00	195.00	0.3917
535	-4.86	0.00	135.00	0.5123	1085	-4.62	0.00	190.00	0.3895
537	-4.87	0.00	130.00	0.5199	1087	-4.65	0.00	185.00	0.4048
539	-4.89	0.00	125.00	0.5303	1089	-4.67	0.00	180.00	0.4162
541	-4.90	0.00	120.00	0.5606	1091	-4.70	0.00	175.00	0.4295
543	-4.91	0.00	115.00	0.5525	1093	-4.73	0.00	170.00	0.4285
545	-4.92	0.00	110.00	0.5576	1095	-4.75	0.00	165.00	0.4431
547	-4.93	0.00	105.00	0.5532	1097	-4.78	0.00	160.00	0.4367
967	-4.05	0.00	300.00	0.2584	1099	-4.80	0.00	155.00	0.4435
984	4.08	0.00	295.00	0.0232	2400	6.47	0.00	25.00	0.3673
986	4.10	0.00	290.00	0.0499	2402	6.68	0.00	20.00	0.3324
988	4.13	0.00	285.00	0.0735	2404	6.88	0.00	15.00	0.3046
990	4.15	0.00	280.00	0.0979	2406	7.09	0.00	10.00	0.2806
992	4.18	0.00	275.00	0.1210	2408	7.29	0.00	5.00	0.2541
994	4.21	0.00	270.00	0.1470	2410	-7.50	0.00	0.00	0.2329
996	4.23	0.00	265.00	0.1710	2427	-5.65	0.00	45.00	0.4791
998	4.26	0.00	260.00	0.1861	2429	-5.85	0.00	40.00	0.4503
1000	4.28	0.00	255.00	0.2044	2431	-6.06	0.00	35.00	0.4198
1002	4.31	0.00	250.00	0.2258	2433	-6.26	0.00	30.00	0.3861
1004	4.34	0.00	245.00	0.2395	2435	-6.47	0.00	25.00	0.3672
1006	4.36	0.00	240.00	0.2540	2437	-6.68	0.00	20.00	0.3326
1008	4.39	0.00	235.00	0.2769	2439	-6.88	0.00	15.00	0.3048
1010	4.41	0.00	230.00	0.2889	2441	-7.09	0.00	10.00	0.2808
1012	4.44	0.00	225.00	0.3054	2443	-7.29	0.00	5.00	0.2542

10.5 Esfuerzos en los troncos de crecimiento forzado - semana 4.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	6.44	0.00	225.00	0.0944	1075	-6.80	0.00	185.00	0.1243
2	-6.44	0.00	225.00	0.0944	1077	-6.76	0.00	190.00	0.1213
18	-6.00	0.00	300.00	0.1495	1079	-6.71	0.00	195.00	0.1182
20	-6.41	0.00	230.00	0.0899	1081	-6.67	0.00	200.00	0.1152
22	-6.38	0.00	235.00	0.0865	1083	-6.62	0.00	205.00	0.1110
24	-6.36	0.00	240.00	0.0803	1085	-6.58	0.00	210.00	0.1062
26	-6.33	0.00	245.00	0.0747	1087	-6.53	0.00	215.00	0.1021
28	-6.30	0.00	250.00	0.0703	1089	-6.49	0.00	220.00	0.0981
30	-6.27	0.00	255.00	0.0627	1092	7.07	0.00	155.00	0.1377
32	-6.24	0.00	260.00	0.0567	1094	7.02	0.00	160.00	0.1361
34	-6.21	0.00	265.00	0.0499	1096	6.98	0.00	165.00	0.1342
36	-6.18	0.00	270.00	0.0432	1098	6.93	0.00	170.00	0.1325
38	-6.15	0.00	275.00	0.0367	1100	6.89	0.00	175.00	0.1304
40	-6.12	0.00	280.00	0.0299	1102	6.84	0.00	180.00	0.1271
42	-6.09	0.00	285.00	0.0234	1104	6.80	0.00	185.00	0.1239
44	-6.06	0.00	290.00	0.0234	1106	6.76	0.00	190.00	0.1207
46	-6.03	0.00	295.00	0.0577	1108	6.71	0.00	195.00	0.1176
48	6.00	0.00	300.00	0.0008	1110	6.67	0.00	200.00	0.1149
65	6.41	0.00	230.00	0.0900	1112	6.62	0.00	205.00	0.1109
67	6.38	0.00	235.00	0.0865	1114	6.58	0.00	210.00	0.1062
69	6.36	0.00	240.00	0.0802	1116	6.53	0.00	215.00	0.1021
71	6.33	0.00	245.00	0.0750	1118	6.49	0.00	220.00	0.0982
73	6.30	0.00	250.00	0.0701	1599	7.94	0.00	100.00	0.1345
75	6.27	0.00	255.00	0.0627	1600	-7.94	0.00	100.00	0.1344
77	6.24	0.00	260.00	0.0567	1617	-7.86	0.00	105.00	0.1370
79	6.21	0.00	265.00	0.0499	1619	-7.78	0.00	110.00	0.1371
81	6.18	0.00	270.00	0.0432	1621	-7.69	0.00	115.00	0.1393
83	6.15	0.00	275.00	0.0367	1623	-7.61	0.00	120.00	0.1415
85	6.12	0.00	280.00	0.0299	1625	-7.53	0.00	125.00	0.1392
87	6.09	0.00	285.00	0.0232	1627	-7.44	0.00	130.00	0.1393
89	6.06	0.00	290.00	0.0154	1629	-7.36	0.00	135.00	0.1420
91	6.03	0.00	295.00	0.0053	1631	-7.28	0.00	140.00	0.1415
632	8.28	0.00	50.00	0.1518	1633	-7.19	0.00	145.00	0.1417
649	10.33	0.00	0.00	0.0881	1636	7.86	0.00	105.00	0.1370
651	8.48	0.00	45.00	0.1394	1638	7.78	0.00	110.00	0.1375
653	8.69	0.00	40.00	0.1330	1640	7.69	0.00	115.00	0.1388
655	8.89	0.00	35.00	0.1263	1642	7.61	0.00	120.00	0.1406
657	9.10	0.00	30.00	0.1203	1644	7.53	0.00	125.00	0.1428
659	9.31	0.00	25.00	0.1143	1646	7.44	0.00	130.00	0.1417
661	9.51	0.00	20.00	0.1093	1648	7.36	0.00	135.00	0.1416
663	9.72	0.00	15.00	0.1042	1650	7.28	0.00	140.00	0.1415
665	9.92	0.00	10.00	0.0993	1652	7.19	0.00	145.00	0.1417
667	10.13	0.00	5.00	0.0946	2008	-8.24	0.00	55.00	0.1472
669	-10.33	0.00	0.00	0.0887	2010	-8.21	0.00	60.00	0.1469
686	-8.48	0.00	45.00	0.1394	2012	-8.18	0.00	65.00	0.1453
688	-8.69	0.00	40.00	0.1328	2014	-8.14	0.00	70.00	0.1447
690	-8.89	0.00	35.00	0.1262	2016	-8.11	0.00	75.00	0.1435
692	-9.10	0.00	30.00	0.1202	2018	-8.08	0.00	80.00	0.1418
694	-9.31	0.00	25.00	0.1144	2020	-8.04	0.00	85.00	0.1399
696	-9.51	0.00	20.00	0.1092	2022	-8.01	0.00	90.00	0.1377
698	-9.72	0.00	15.00	0.1041	2024	-7.98	0.00	95.00	0.1357
700	-9.92	0.00	10.00	0.0993	2027	8.24	0.00	55.00	0.1471
702	-10.13	0.00	5.00	0.0942	2029	8.21	0.00	60.00	0.1468
1045	7.11	0.00	150.00	0.1409	2031	8.18	0.00	65.00	0.1456
1063	-7.07	0.00	155.00	0.1378	2033	8.14	0.00	70.00	0.1440
1065	-7.02	0.00	160.00	0.1361	2035	8.11	0.00	75.00	0.1431
1067	-6.98	0.00	165.00	0.1342	2037	8.08	0.00	80.00	0.1417
1069	-6.93	0.00	170.00	0.1327	2039	8.04	0.00	85.00	0.1406
1071	-6.89	0.00	175.00	0.1306	2041	8.01	0.00	90.00	0.1382
1073	-6.84	0.00	180.00	0.1273	2043	7.98	0.00	95.00	0.1356

10.5 Esfuerzos en los troncos de crecimiento forzado - semana 8.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	8.11	0.00	225.00	0.0474	897	-8.68	0.00	180.00	0.0622
2	-8.11	0.00	225.00	0.0474	899	-8.61	0.00	185.00	0.0607
18	-7.50	0.00	300.00	0.1201	901	-8.55	0.00	190.00	0.0597
20	-8.07	0.00	230.00	0.0446	903	-8.49	0.00	195.00	0.0580
22	-8.03	0.00	235.00	0.0422	905	-8.43	0.00	200.00	0.0566
24	-7.99	0.00	240.00	0.0396	907	-8.36	0.00	205.00	0.0549
26	-7.95	0.00	245.00	0.0371	909	-8.30	0.00	210.00	0.0531
28	-7.91	0.00	250.00	0.0343	911	-8.24	0.00	215.00	0.0510
30	-7.87	0.00	255.00	0.0313	913	-8.17	0.00	220.00	0.0491
32	-7.83	0.00	260.00	0.0283	916	8.99	0.00	155.00	0.0670
34	-7.79	0.00	265.00	0.0252	918	8.93	0.00	160.00	0.0663
36	-7.74	0.00	270.00	0.0220	920	8.87	0.00	165.00	0.0656
38	-7.70	0.00	275.00	0.0185	922	8.80	0.00	170.00	0.0643
40	-7.66	0.00	280.00	0.0150	924	8.74	0.00	175.00	0.0634
42	-7.62	0.00	285.00	0.0116	926	8.68	0.00	180.00	0.0621
44	-7.58	0.00	290.00	0.0087	928	8.61	0.00	185.00	0.0610
46	-7.54	0.00	295.00	0.0222	930	8.55	0.00	190.00	0.0596
48	7.50	0.00	300.00	0.0005	932	8.49	0.00	195.00	0.0582
65	8.07	0.00	230.00	0.0446	934	8.43	0.00	200.00	0.0565
67	8.03	0.00	235.00	0.0422	936	8.36	0.00	205.00	0.0549
69	7.99	0.00	240.00	0.0398	938	8.30	0.00	210.00	0.0529
71	7.95	0.00	245.00	0.0372	940	8.24	0.00	215.00	0.0511
73	7.91	0.00	250.00	0.0344	942	8.17	0.00	220.00	0.0491
75	7.87	0.00	255.00	0.0314	1427	10.06	0.00	100.00	0.0655
77	7.83	0.00	260.00	0.0284	1445	-9.96	0.00	105.00	0.0660
79	7.79	0.00	265.00	0.0252	1447	-9.86	0.00	110.00	0.0664
81	7.74	0.00	270.00	0.0220	1449	-9.76	0.00	115.00	0.0671
83	7.70	0.00	275.00	0.0185	1451	-9.66	0.00	120.00	0.0674
85	7.66	0.00	280.00	0.0150	1453	-9.56	0.00	125.00	0.0675
87	7.62	0.00	285.00	0.0114	1455	-9.46	0.00	130.00	0.0677
89	7.58	0.00	290.00	0.0072	1457	-9.36	0.00	135.00	0.0678
91	7.54	0.00	295.00	0.0022	1459	-9.26	0.00	140.00	0.0680
556	10.50	0.00	50.00	0.0732	1461	-9.16	0.00	145.00	0.0679
557	-10.50	0.00	50.00	0.0731	1464	9.96	0.00	105.00	0.0660
573	12.06	0.00	0.00	0.0572	1466	9.86	0.00	110.00	0.0666
575	10.66	0.00	45.00	0.0704	1468	9.76	0.00	115.00	0.0671
577	10.81	0.00	40.00	0.0693	1470	9.66	0.00	120.00	0.0675
579	10.97	0.00	35.00	0.0677	1472	9.56	0.00	125.00	0.0675
581	11.12	0.00	30.00	0.0665	1474	9.46	0.00	130.00	0.0677
583	11.28	0.00	25.00	0.0652	1476	9.36	0.00	135.00	0.0678
585	11.43	0.00	20.00	0.0643	1478	9.26	0.00	140.00	0.0680
587	11.59	0.00	15.00	0.0620	1480	9.16	0.00	145.00	0.0679
589	11.74	0.00	10.00	0.0604	1796	-10.46	0.00	55.00	0.0715
591	11.90	0.00	5.00	0.0579	1798	-10.41	0.00	60.00	0.0713
593	-12.06	0.00	0.00	0.0568	1800	-10.37	0.00	65.00	0.0710
610	-10.66	0.00	45.00	0.0704	1802	-10.32	0.00	70.00	0.0704
612	-10.81	0.00	40.00	0.0689	1804	-10.28	0.00	75.00	0.0698
614	-10.97	0.00	35.00	0.0675	1806	-10.23	0.00	80.00	0.0691
616	-11.12	0.00	30.00	0.0663	1808	-10.19	0.00	85.00	0.0683
618	-11.28	0.00	25.00	0.0649	1810	-10.14	0.00	90.00	0.0675
620	-11.43	0.00	20.00	0.0639	1812	-10.10	0.00	95.00	0.0666
622	-11.59	0.00	15.00	0.0620	1815	10.46	0.00	55.00	0.0716
624	-11.74	0.00	10.00	0.0607	1817	10.41	0.00	60.00	0.0713
626	-11.90	0.00	5.00	0.0582	1819	10.37	0.00	65.00	0.0709
869	9.06	0.00	150.00	0.0685	1821	10.32	0.00	70.00	0.0705
887	-8.99	0.00	155.00	0.0670	1823	10.28	0.00	75.00	0.0699
889	-8.93	0.00	160.00	0.0664	1825	10.23	0.00	80.00	0.0691
891	-8.87	0.00	165.00	0.0655	1827	10.19	0.00	85.00	0.0682
893	-8.80	0.00	170.00	0.0644	1829	10.14	0.00	90.00	0.0675
895	-8.74	0.00	175.00	0.0633	1831	10.10	0.00	95.00	0.0666

10.5 Esfuerzos en los troncos de crecimiento forzado - semana 12.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	8.89	0.00	225.00	0.0359	813	-9.46	0.00	180.00	0.0483
2	-8.89	0.00	225.00	0.0359	815	-9.39	0.00	185.00	0.0470
18	-8.28	0.00	300.00	0.1424	817	-9.33	0.00	190.00	0.0460
20	-8.85	0.00	230.00	0.0338	819	-9.27	0.00	195.00	0.0446
22	-8.81	0.00	235.00	0.0319	821	-9.20	0.00	200.00	0.0433
24	-8.77	0.00	240.00	0.0301	823	-9.14	0.00	205.00	0.0418
26	-8.73	0.00	245.00	0.0280	825	-9.08	0.00	210.00	0.0404
28	-8.68	0.00	250.00	0.0259	827	-9.01	0.00	215.00	0.0389
30	-8.64	0.00	255.00	0.0237	829	-8.95	0.00	220.00	0.0374
32	-8.60	0.00	260.00	0.0213	832	9.77	0.00	155.00	0.0519
34	-8.56	0.00	265.00	0.0190	834	9.71	0.00	160.00	0.0512
36	-8.52	0.00	270.00	0.0165	836	9.64	0.00	165.00	0.0507
38	-8.48	0.00	275.00	0.0139	838	9.58	0.00	170.00	0.0500
40	-8.44	0.00	280.00	0.0113	840	9.52	0.00	175.00	0.0490
42	-8.40	0.00	285.00	0.0087	842	9.46	0.00	180.00	0.0481
44	-8.36	0.00	290.00	0.0067	844	9.39	0.00	185.00	0.0470
46	-8.32	0.00	295.00	0.0297	846	9.33	0.00	190.00	0.0459
48	8.28	0.00	300.00	0.0005	848	9.27	0.00	195.00	0.0446
65	8.85	0.00	230.00	0.0338	850	9.20	0.00	200.00	0.0433
67	8.81	0.00	235.00	0.0319	852	9.14	0.00	205.00	0.0418
69	8.77	0.00	240.00	0.0301	854	9.08	0.00	210.00	0.0404
71	8.73	0.00	245.00	0.0281	856	9.01	0.00	215.00	0.0389
73	8.68	0.00	250.00	0.0260	858	8.95	0.00	220.00	0.0373
75	8.64	0.00	255.00	0.0237	1283	11.00	0.00	100.00	0.0498
77	8.60	0.00	260.00	0.0214	1284	-11.00	0.00	100.00	0.0498
79	8.56	0.00	265.00	0.0190	1301	-10.88	0.00	105.00	0.0505
81	8.52	0.00	270.00	0.0165	1303	-10.77	0.00	110.00	0.0510
83	8.48	0.00	275.00	0.0139	1305	-10.65	0.00	115.00	0.0514
85	8.44	0.00	280.00	0.0113	1307	-10.53	0.00	120.00	0.0518
87	8.40	0.00	285.00	0.0084	1309	-10.42	0.00	125.00	0.0521
89	8.36	0.00	290.00	0.0052	1311	-10.30	0.00	130.00	0.0524
91	8.32	0.00	295.00	0.0014	1313	-10.18	0.00	135.00	0.0527
500	11.44	0.00	50.00	0.0568	1315	-10.07	0.00	140.00	0.0529
501	-11.44	0.00	50.00	0.0570	1317	-9.95	0.00	145.00	0.0528
517	13.33	0.00	0.00	0.0416	1320	10.88	0.00	105.00	0.0505
519	11.63	0.00	45.00	0.0541	1322	10.77	0.00	110.00	0.0510
521	11.82	0.00	40.00	0.0529	1324	10.65	0.00	115.00	0.0514
523	12.01	0.00	35.00	0.0516	1326	10.53	0.00	120.00	0.0517
525	12.20	0.00	30.00	0.0505	1328	10.42	0.00	125.00	0.0521
527	12.39	0.00	25.00	0.0490	1330	10.30	0.00	130.00	0.0524
529	12.58	0.00	20.00	0.0477	1332	10.18	0.00	135.00	0.0527
531	12.77	0.00	15.00	0.0462	1334	10.07	0.00	140.00	0.0529
533	12.96	0.00	10.00	0.0448	1336	9.95	0.00	145.00	0.0530
535	13.14	0.00	5.00	0.0425	1338	-11.40	0.00	55.00	0.0551
537	-13.33	0.00	0.00	0.0417	f340	-11.36	0.00	60.00	0.0549
554	-11.63	0.00	45.00	0.0541	f342	-11.31	0.00	65.00	0.0544
556	-11.82	0.00	40.00	0.0528	1344	-11.27	0.00	70.00	0.0539
558	-12.01	0.00	35.00	0.0515	1346	-11.22	0.00	75.00	0.0534
560	-12.20	0.00	30.00	0.0502	1348	-11.18	0.00	80.00	0.0528
562	-12.39	0.00	25.00	0.0489	f350	-11.13	0.00	85.00	0.0523
564	-12.58	0.00	20.00	0.0476	f352	-11.09	0.00	90.00	0.0516
566	-12.77	0.00	15.00	0.0463	1659	-11.04	0.00	95.00	0.0508
568	-12.96	0.00	10.00	0.0447	1671	11.40	0.00	55.00	0.0552
570	-13.14	0.00	5.00	0.0427	1673	11.36	0.00	60.00	0.0549
785	9.83	0.00	150.00	0.0534	1675	11.31	0.00	65.00	0.0544
786	-9.83	0.00	150.00	0.0533	1677	11.27	0.00	70.00	0.0539
803	-9.77	0.00	155.00	0.0519	1679	11.22	0.00	75.00	0.0534
805	-9.71	0.00	160.00	0.0513	1681	11.18	0.00	80.00	0.0528
807	-9.64	0.00	165.00	0.0507	1683	11.13	0.00	85.00	0.0522
809	-9.58	0.00	170.00	0.0499	1685	11.09	0.00	90.00	0.0516
811	-9.52	0.00	175.00	0.0491	1687	11.04	0.00	95.00	0.0508

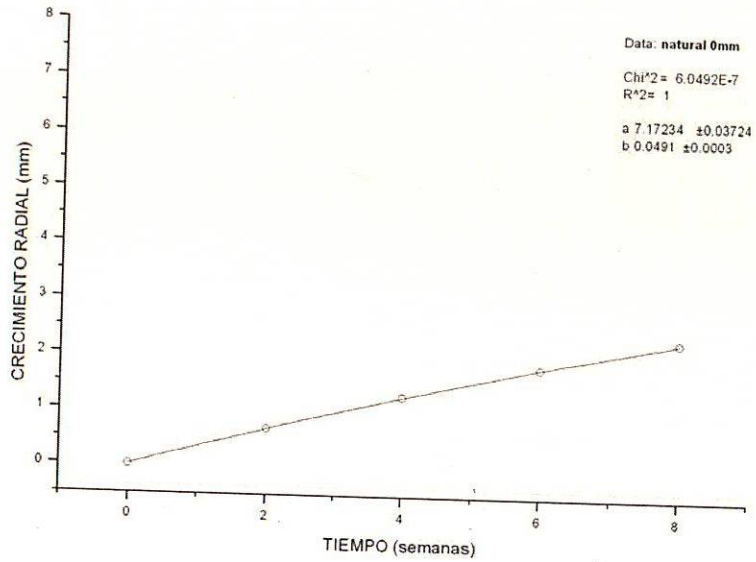
10.5 Esfuerzos en los troncos de crecimiento forzado - semana 16.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	9.56	0.00	225.00	0.0292	805	-10.09	0.00	180.00	0.0394
2	-9.56	0.00	225.00	0.0292	807	-10.03	0.00	185.00	0.0384
18	-9.06	0.00	300.00	0.0728	809	-9.97	0.00	190.00	0.0374
20	-9.52	0.00	230.00	0.0274	811	-9.91	0.00	195.00	0.0363
22	-9.49	0.00	235.00	0.0257	813	-9.85	0.00	200.00	0.0353
24	-9.46	0.00	240.00	0.0240	815	-9.79	0.00	205.00	0.0341
26	-9.42	0.00	245.00	0.0222	817	-9.73	0.00	210.00	0.0328
28	-9.39	0.00	250.00	0.0204	819	-9.67	0.00	215.00	0.0316
30	-9.36	0.00	255.00	0.0186	821	-9.61	0.00	220.00	0.0303
32	-9.32	0.00	260.00	0.0167	824	10.38	0.00	155.00	0.0432
34	-9.29	0.00	265.00	0.0148	826	10.33	0.00	160.00	0.0426
36	-9.26	0.00	270.00	0.0128	828	10.27	0.00	165.00	0.0420
38	-9.22	0.00	275.00	0.0108	830	10.21	0.00	170.00	0.0413
40	-9.19	0.00	280.00	0.0087	832	10.15	0.00	175.00	0.0404
42	-9.16	0.00	285.00	0.0068	834	10.09	0.00	180.00	0.0394
44	-9.12	0.00	290.00	0.0058	836	10.03	0.00	185.00	0.0385
46	-9.09	0.00	295.00	0.0050	838	9.97	0.00	190.00	0.0375
48	9.06	0.00	300.00	0.0003	840	9.91	0.00	195.00	0.0363
65	9.52	0.00	230.00	0.0274	842	9.85	0.00	200.00	0.0353
67	9.49	0.00	235.00	0.0258	844	9.79	0.00	205.00	0.0341
69	9.46	0.00	240.00	0.0240	846	9.73	0.00	210.00	0.0328
71	9.42	0.00	245.00	0.0222	848	9.67	0.00	215.00	0.0316
73	9.39	0.00	250.00	0.0204	850	9.61	0.00	220.00	0.0303
75	9.36	0.00	255.00	0.0186	1279	11.72	0.00	100.00	0.0411
77	9.32	0.00	260.00	0.0167	1280	-11.72	0.00	100.00	0.0410
79	9.29	0.00	265.00	0.0148	1297	-11.59	0.00	105.00	0.0418
81	9.26	0.00	270.00	0.0128	1299	-11.47	0.00	110.00	0.0422
83	9.22	0.00	275.00	0.0108	1301	-11.34	0.00	115.00	0.0426
85	9.19	0.00	280.00	0.0087	1303	-11.21	0.00	120.00	0.0429
87	9.16	0.00	285.00	0.0068	1305	-11.08	0.00	125.00	0.0432
89	9.12	0.00	290.00	0.0038	1307	-10.96	0.00	130.00	0.0435
91	9.09	0.00	295.00	0.0009	1309	-10.83	0.00	135.00	0.0437
508	12.17	0.00	50.00	0.0475	1311	-10.70	0.00	140.00	0.0438
509	-12.17	0.00	50.00	0.0474	1313	-10.57	0.00	145.00	0.0438
525	14.00	0.00	0.00	0.0361	1316	11.59	0.00	105.00	0.0417
527	12.35	0.00	45.00	0.0447	1318	11.47	0.00	110.00	0.0422
529	12.53	0.00	40.00	0.0445	1320	11.34	0.00	115.00	0.0426
531	12.72	0.00	35.00	0.0437	1322	11.21	0.00	120.00	0.0429
533	12.90	0.00	30.00	0.0426	1324	11.08	0.00	125.00	0.0432
535	13.08	0.00	25.00	0.0416	1326	10.96	0.00	130.00	0.0435
537	13.27	0.00	20.00	0.0406	1328	10.83	0.00	135.00	0.0436
539	13.45	0.00	15.00	0.0396	1330	10.70	0.00	140.00	0.0437
541	13.63	0.00	10.00	0.0385	1332	10.57	0.00	145.00	0.0438
543	13.82	0.00	5.00	0.0366	1644	-12.12	0.00	55.00	0.0459
545	-14.00	0.00	0.00	0.0360	1646	-12.08	0.00	60.00	0.0456
562	-12.35	0.00	45.00	0.0452	1648	-12.03	0.00	65.00	0.0452
564	-12.53	0.00	40.00	0.0446	1650	-11.99	0.00	70.00	0.0448
566	-12.72	0.00	35.00	0.0438	1652	-11.94	0.00	75.00	0.0443
568	-12.90	0.00	30.00	0.0426	1654	-11.90	0.00	80.00	0.0438
570	-13.08	0.00	25.00	0.0416	1656	-11.86	0.00	85.00	0.0433
572	-13.27	0.00	20.00	0.0406	1658	-11.81	0.00	90.00	0.0427
574	-13.45	0.00	15.00	0.0395	1660	-11.77	0.00	95.00	0.0421
576	-13.63	0.00	10.00	0.0385	1663	12.12	0.00	55.00	0.0459
578	-13.82	0.00	5.00	0.0367	1665	12.08	0.00	60.00	0.0456
777	10.44	0.00	150.00	0.0444	1667	12.03	0.00	65.00	0.0452
778	-10.44	0.00	150.00	0.0444	1669	11.99	0.00	70.00	0.0448
795	-10.38	0.00	155.00	0.0433	1671	11.94	0.00	75.00	0.0443
797	-10.33	0.00	160.00	0.0427	1673	11.90	0.00	80.00	0.0438
799	-10.27	0.00	165.00	0.0420	1675	11.86	0.00	85.00	0.0433
801	-10.21	0.00	170.00	0.0412	1677	11.81	0.00	90.00	0.0427
803	-10.15	0.00	175.00	0.0403	1679	11.77	0.00	95.00	0.0420

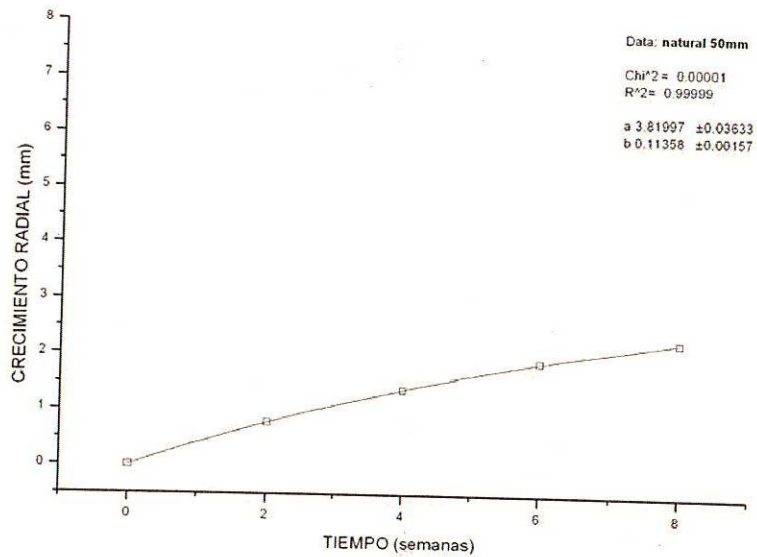
10.5 Esfuerzos en los troncos de crecimiento forzado - semana 20.

NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)	NODO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ESFUERZO VON MISES (MPa)
1	9.50	0.00	300.00	0.0003	669	-12.51	0.00	155.00	0.0246
2	-9.50	0.00	300.00	0.1320	1046	12.00	0.00	100.00	0.0395
18	9.80	0.00	225.00	0.0273	1047	-12.00	0.00	100.00	0.0369
20	9.52	0.00	295.00	0.0008	1064	-12.07	0.00	105.00	0.0395
22	9.54	0.00	290.00	0.0032	1066	-12.14	0.00	110.00	0.0357
24	9.56	0.00	285.00	0.0056	1068	-12.21	0.00	115.00	0.0343
26	9.58	0.00	280.00	0.0076	1070	-12.28	0.00	120.00	0.0329
28	9.60	0.00	275.00	0.0095	1072	-12.35	0.00	125.00	0.0314
30	9.62	0.00	270.00	0.0113	1074	-12.42	0.00	130.00	0.0300
32	9.64	0.00	265.00	0.0131	1076	-12.49	0.00	135.00	0.0287
34	9.66	0.00	260.00	0.0149	1078	-12.56	0.00	140.00	0.0271
36	9.68	0.00	255.00	0.0166	1080	-12.63	0.00	145.00	0.0254
38	9.70	0.00	250.00	0.0184	1083	12.07	0.00	105.00	0.0368
40	9.72	0.00	245.00	0.0201	1085	12.14	0.00	110.00	0.0358
42	9.74	0.00	240.00	0.0217	1087	12.21	0.00	115.00	0.0344
44	9.76	0.00	235.00	0.0234	1089	12.28	0.00	120.00	0.0330
46	9.78	0.00	230.00	0.0250	1091	12.35	0.00	125.00	0.0315
48	-9.80	0.00	225.00	0.0273	1093	12.42	0.00	130.00	0.0301
65	-9.52	0.00	295.00	0.0232	1095	12.49	0.00	135.00	0.0287
67	-9.54	0.00	290.00	0.0053	1097	12.56	0.00	140.00	0.0271
69	-9.56	0.00	285.00	0.0063	1099	12.63	0.00	145.00	0.0254
71	-9.58	0.00	280.00	0.0076	1302	12.50	0.00	50.00	0.0439
73	-9.60	0.00	275.00	0.0095	1304	12.05	0.00	95.00	0.0390
75	-9.62	0.00	270.00	0.0113	1306	12.10	0.00	90.00	0.0400
77	-9.64	0.00	265.00	0.0131	1308	12.15	0.00	85.00	0.0406
79	-9.66	0.00	260.00	0.0149	1310	12.20	0.00	80.00	0.0411
81	-9.68	0.00	255.00	0.0167	1312	12.25	0.00	75.00	0.0415
83	-9.70	0.00	250.00	0.0184	1314	12.30	0.00	70.00	0.0421
85	-9.72	0.00	245.00	0.0201	1316	12.35	0.00	65.00	0.0424
87	-9.74	0.00	240.00	0.0218	1318	12.40	0.00	60.00	0.0425
89	-9.76	0.00	235.00	0.0234	1320	12.45	0.00	55.00	0.0421
91	-9.78	0.00	230.00	0.0250	1322	-12.50	0.00	50.00	0.0438
596	12.70	0.00	150.00	0.0239	1339	-12.05	0.00	95.00	0.0389
598	9.99	0.00	220.00	0.0268	1341	-12.10	0.00	90.00	0.0399
600	10.19	0.00	215.00	0.0270	1343	-12.15	0.00	85.00	0.0406
602	10.38	0.00	210.00	0.0271	1345	-12.20	0.00	80.00	0.0410
604	10.57	0.00	205.00	0.0270	1347	-12.25	0.00	75.00	0.0414
606	10.77	0.00	200.00	0.0269	1349	-12.30	0.00	70.00	0.0419
608	10.96	0.00	195.00	0.0269	1351	-12.35	0.00	65.00	0.0422
610	11.15	0.00	190.00	0.0268	1353	-12.40	0.00	60.00	0.0423
612	11.35	0.00	185.00	0.0267	1355	-12.45	0.00	55.00	0.0420
614	11.54	0.00	180.00	0.0264	1554	14.50	0.00	0.00	0.0325
616	11.73	0.00	175.00	0.0264	1556	12.70	0.00	45.00	0.0412
618	11.93	0.00	170.00	0.0263	1558	12.90	0.00	40.00	0.0407
620	12.12	0.00	165.00	0.0258	1560	13.10	0.00	35.00	0.0397
622	12.31	0.00	160.00	0.0253	1562	13.30	0.00	30.00	0.0388
624	12.51	0.00	155.00	0.0244	1564	13.50	0.00	25.00	0.0377
626	-12.70	0.00	150.00	0.0238	1566	13.70	0.00	20.00	0.0367
643	-9.99	0.00	220.00	0.0268	1568	13.90	0.00	15.00	0.0357
645	-10.19	0.00	215.00	0.0270	1570	14.10	0.00	10.00	0.0347
647	-10.38	0.00	210.00	0.0271	1572	14.30	0.00	5.00	0.0330
649	-10.57	0.00	205.00	0.0270	1574	-14.50	0.00	0.00	0.0324
651	-10.77	0.00	200.00	0.0269	1591	-12.70	0.00	45.00	0.0411
653	-10.96	0.00	195.00	0.0269	1593	-12.90	0.00	40.00	0.0407
655	-11.15	0.00	190.00	0.0269	1595	-13.10	0.00	35.00	0.0396
657	-11.35	0.00	185.00	0.0269	1597	-13.30	0.00	30.00	0.0387
659	-11.54	0.00	180.00	0.0267	1599	-13.50	0.00	25.00	0.0377
661	-11.73	0.00	175.00	0.0266	1601	-13.70	0.00	20.00	0.0367
663	-11.93	0.00	170.00	0.0263	1603	-13.90	0.00	15.00	0.0358
665	-12.12	0.00	165.00	0.0259	1605	-14.10	0.00	10.00	0.0347
667	-12.31	0.00	160.00	0.0252	1607	-14.30	0.00	5.00	0.0331

10.6 Gráficas del crecimiento radial de los troncos y curvas de ajuste.

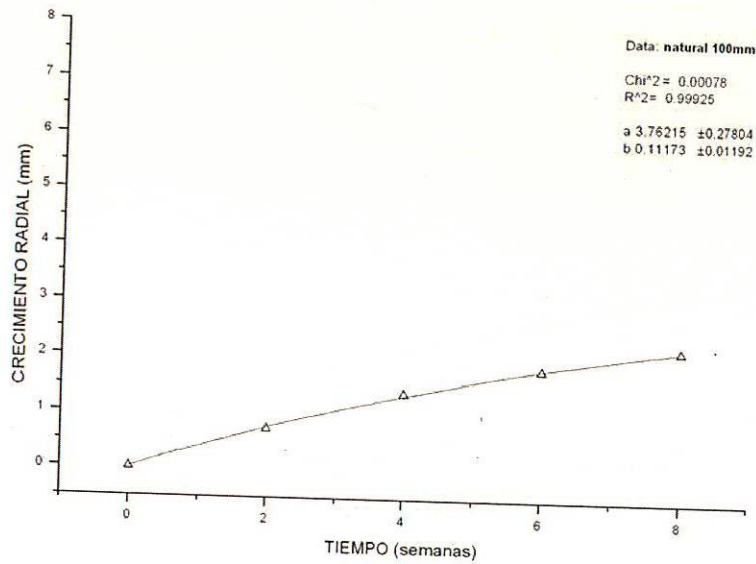


Crecimiento radial natural a 0mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{n00} .

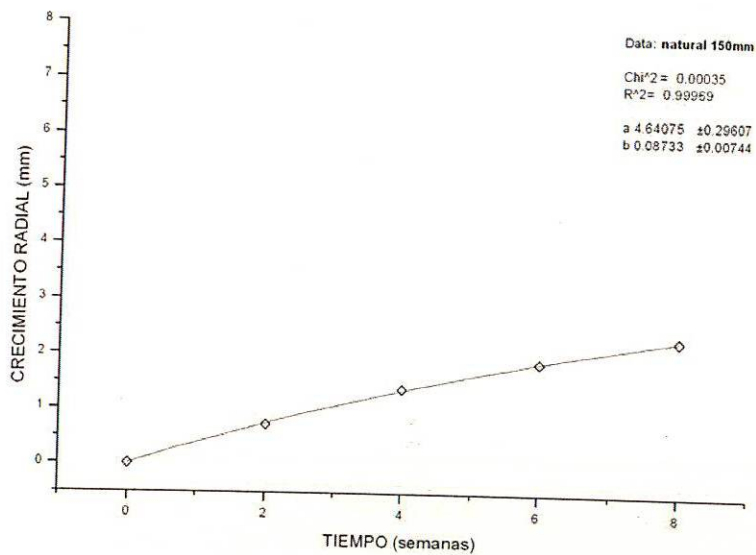


Crecimiento radial natural a 50mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{n50} .

10.6 Gráficas del crecimiento radial de los troncos y curvas de ajuste.

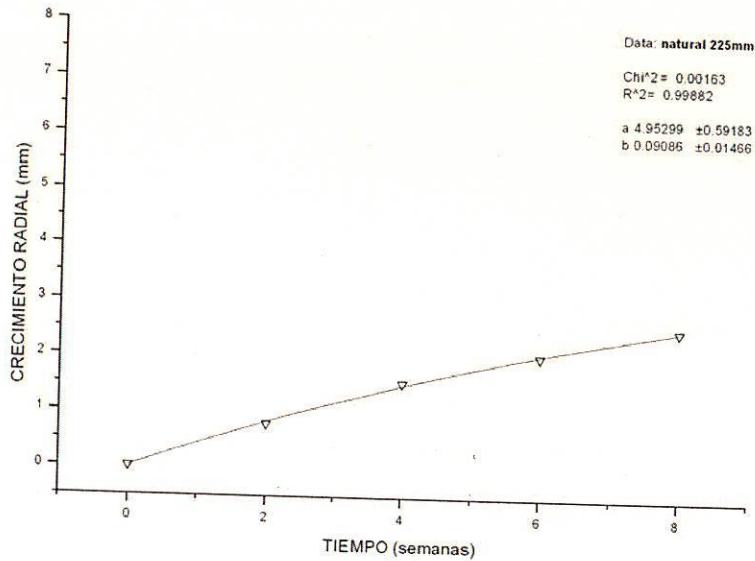


Crecimiento radial natural a 100mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{n100} .

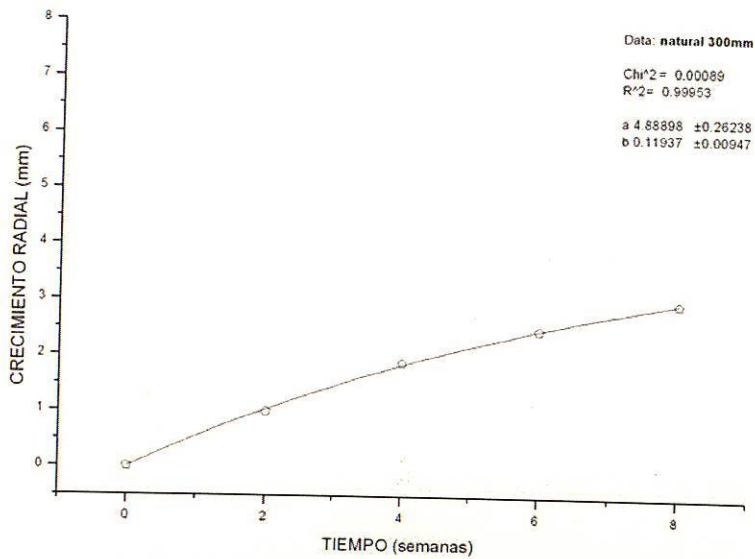


Crecimiento radial natural a 150mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{n150} .

10.6 Gráficas del crecimiento radial de los troncos y curvas de ajuste.

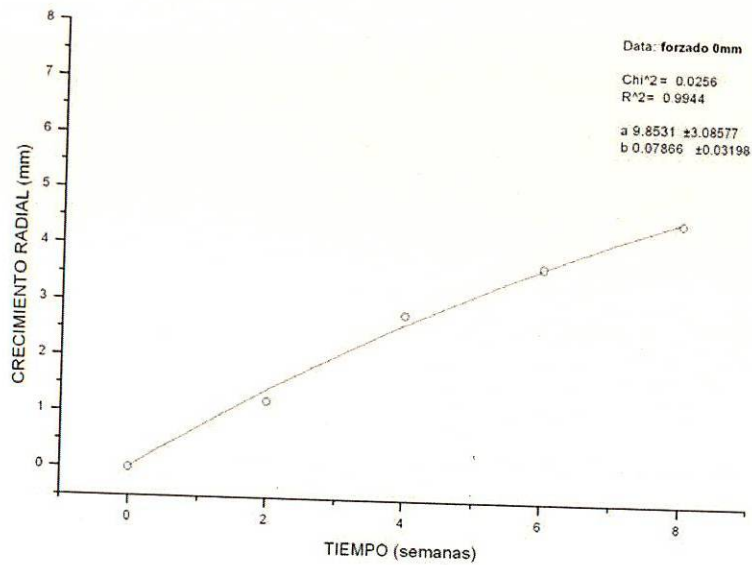


Crecimiento radial natural a 225mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{n225} .

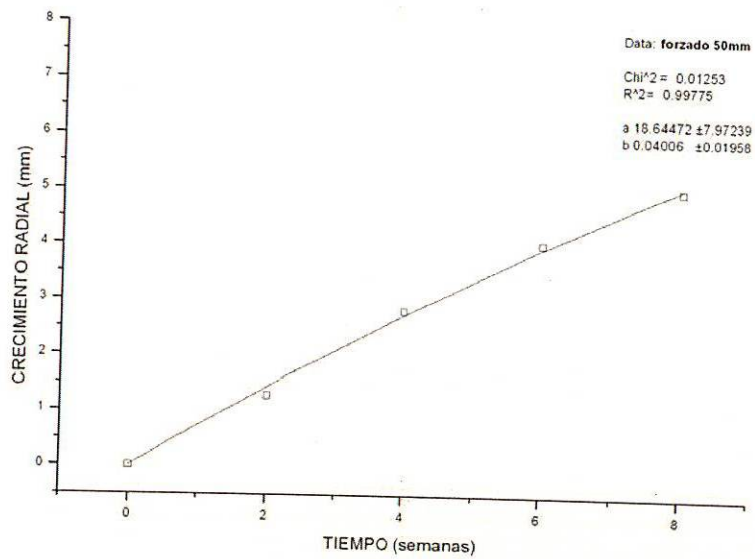


Crecimiento radial natural a 300mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{n300} .

10.6 Gráficas del crecimiento radial de los troncos y curvas de ajuste.

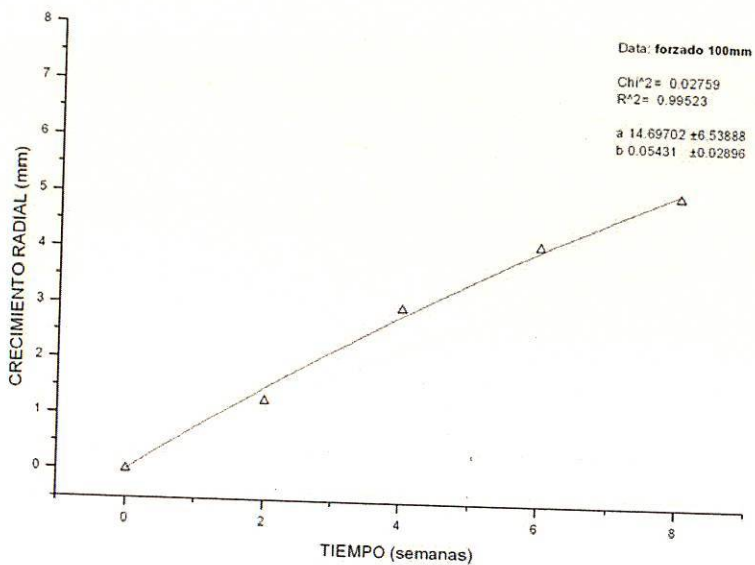


Crecimiento radial forzado a 0mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{f0} .

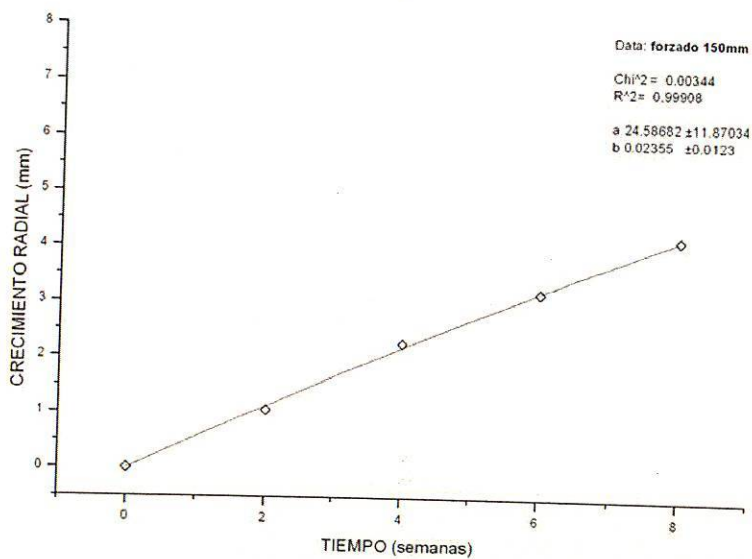


Crecimiento radial forzado a 50mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{f50} .

10.6 Gráficas del crecimiento radial de los troncos y curvas de ajuste.

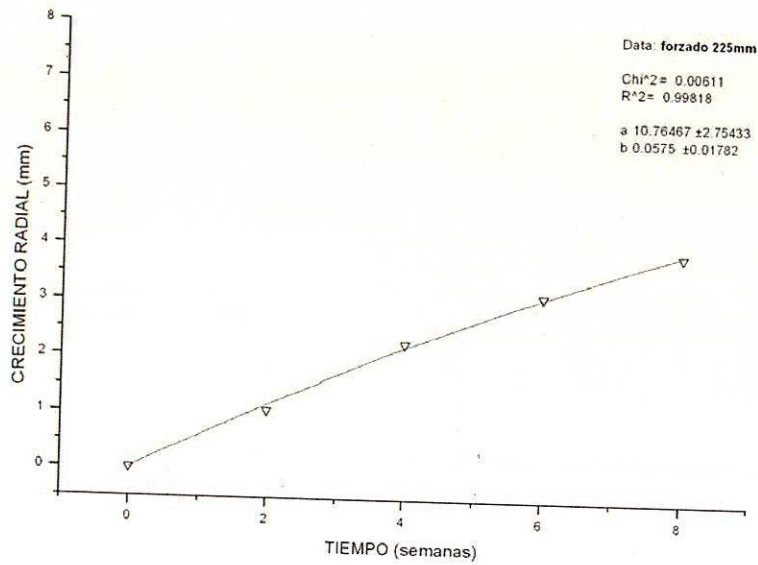


Crecimiento radial forzado a 100mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{f100} .

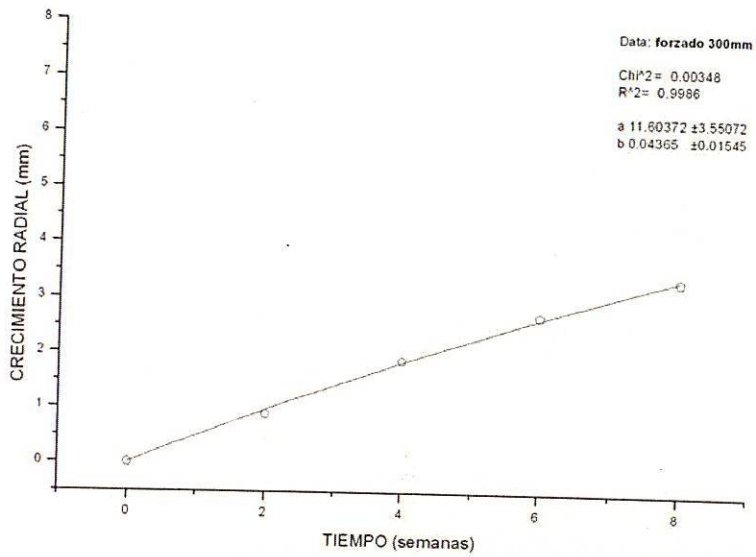


Crecimiento radial forzado a 150mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{f150} .

10.6 Gráficas del crecimiento radial de los troncos y curvas de ajuste.



Crecimiento radial forzado a 225mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{f225} .



Crecimiento radial forzado a 300mm con respecto al tiempo y modelo de ajuste y_{f300} .

10.7 Reglas de construcción y diseño de uniones en fundición

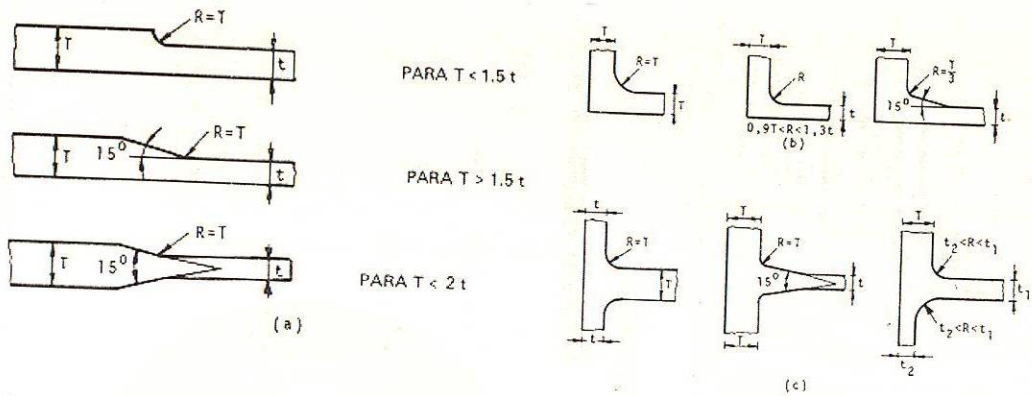


Figura 10.7a.- Reglas de diseño para piezas de fundición: (a) cambio de dimensiones; (b) cambio de instrucciones; (c) piezas en T.

Algunas de las principales reglas de diseño que se deben seguir para obtener buenas piezas de fundición se describen brevemente a continuación [ALT90]. Las figuras 10.7a y 10.7b ilustran las reglas más importantes.

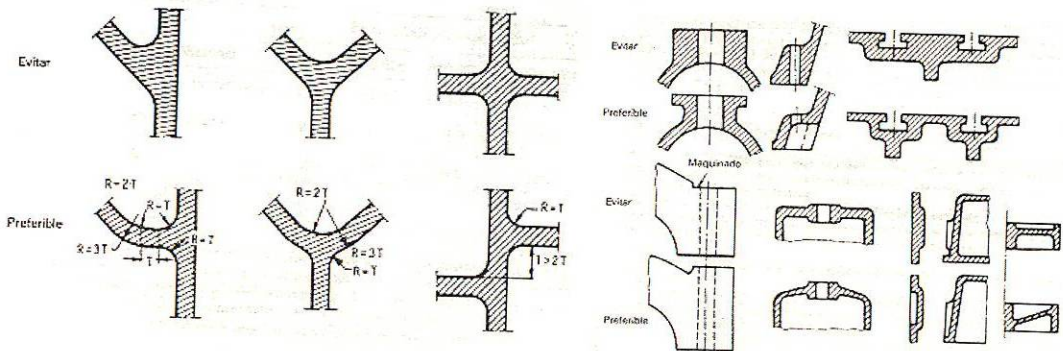
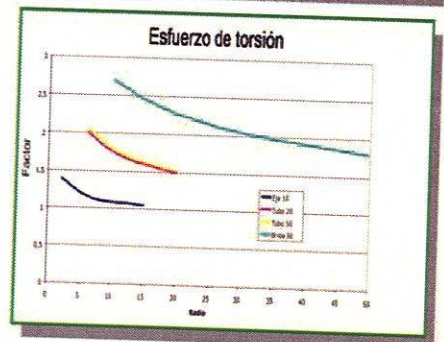
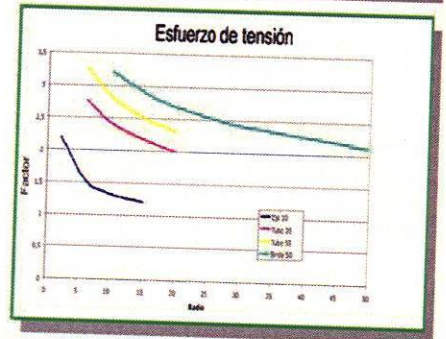
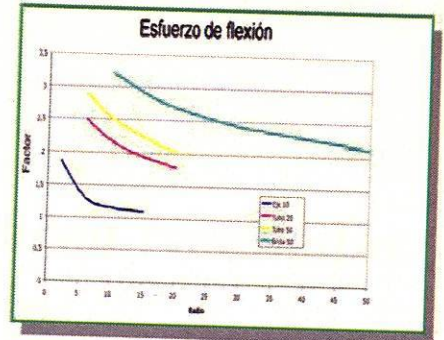


Figura 10.7b.- Reglas de diseño para piezas de fundición.

10.8 Estudio de intensificadores de esfuerzo en estructuras



Capítulo 11

Anexos

Foros en donde se presentaron resultados de este trabajo

A continuación se presentan copias de las publicaciones y constancias de participación en foros académicos resultado de este proyecto de tesis. Cada uno de ellos tuvo lugar durante el proceso en el que el desarrollo de esta tesis en su momento se encontraba.

Diseño óptimo de elementos mecánicos usando algoritmos de crecimiento biológico

Francisco Ramírez Cruz, Ubaldo Ortiz Méndez

Programa Doctoral de Ingeniería de Materiales, FIME-UANL.
ramirez@uanl.mx

Fco. Eugenio López Guerrero, Rigoberto Guzmán Anaya

Departamento de Sistemas Integrados de Manufactura, FIME-UANL.

Pedro de Alba s/n, Apdo. Postal 9-"F", CP. 66450, San Nicolás, N.L., México.

Tel: (0052-81) 8329-4020. Fax: (0052-81) 8332-0904.

elopez@uanl.mx



RESUMEN

En el diseño de componentes mecánicos se encuentran frecuentemente cambios de geometría no uniformes que junto con las inclusiones y defectos dentro de los materiales pueden dar lugar a un incremento en el valor de los esfuerzos. La distribución de estos esfuerzos en piezas con geometría compleja se puede predecir y es deseable optimizar las zonas en donde estos se concentran. Se describe el uso de algoritmos de crecimiento biológico en un ambiente de elemento finito para modificar geometrías modeladas con matemática de superficies libres y curvas splines para poder alcanzar la distribución uniforme y optimizada de esfuerzos que se encuentra en la naturaleza. Convirtiendo así al diseño mecánico en un "diseño biológico".

PALABRAS CLAVE

Elemento finito, crecimiento biológico, concentración de esfuerzos, superficies libres, optimización de la forma.

ABSTRACT

The geometries created by nature are often used as a base in the computer geometric modeling and they are applied in areas like biomechanics. Other natural behaviors are inspiring engineers to find better designs with improved functionality. This work presents the use of algorithms of biological growth embeded in a finite element environment in order to modify the shape of cast parts, minimizing their maximal stress. Initially the analysis of the shape using the method of conventional finite element is presented. Later the same geometries are optimized using algorithms of biological growth. Finally the results of both strategies are compared.

KEYWORDS

Finite element, bio-design, notch stress, biological growth, shape optimization, B-Splines.

REDUCCIÓN DE LA CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS PARA PIEZAS DE FUNDICIÓN POR MEDIO DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZANDO ALGORITMOS DE CRECIMIENTO BIOLÓGICO.

Francisco Ramírez Cruz, Fco. Eugenio López Guerrero, Ubaldo Ortíz Méndez, Rigoberto Guzmán Anaya
Departamento de Sistemas Integrados de Manufactura. División de Ingeniería Mecánica.
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León,
Pedro de Alba s/n, Apdo. Postal 9-"F", CP. 66450, San Nicolás de los Garza, N.L., México.
Teléfono: (0052-81) 8329-4020. Fax: (0052-81) 8332-0904.
Correo electrónico: ramirez@uanl.mx, elopez@uanl.mx

RESUMEN

En el diseño de componentes mecánicos se encuentran frecuentemente cambios de geometría no uniformes que junto con las inclusiones y defectos dentro de los materiales pueden dar lugar a un incremento en el valor de los esfuerzos. La distribución de estos esfuerzos en piezas con geometría compleja se puede predecir y es deseable optimizar las zonas en donde estos se concentran.

Este trabajo presenta el uso de algoritmos de crecimiento biológico en un ambiente de elemento finito para modificar geometrías modeladas con matemática de superficies libres y curvas splines para poder alcanzar la distribución uniforme y optimizada de esfuerzos que se encuentra en la naturaleza. Convirtiendo así al diseño mecánico en un "diseño biológico".

Palabras clave: elemento finito, crecimiento biológico, concentración de esfuerzos, superficies libres, optimización de la forma.

ABSTRACT

The geometries created by the nature are often used as base in the computer geometric modeling and they are applied in areas like biomechanics. Other natural behaviors are support the engineers to find better designs that have improved functionality. This work presents the use of algorithms of biological growth embed in a finite element environment in order to modify the shape of foundry pieces, minimizing their maximal stress. Initially the analysis of the shape using the method of conventional finite element is presented. Later the same geometries are optimized with algorithms of biological growth. Finally the results of both cases are compared.

Keywords: Finite element, bio-design, notch stress, biological growth, shape optimization, B-Splines.

INTRODUCCIÓN

En la práctica de diseño de componentes mecánicos se analizan los aspectos funcionales, se dimensiona y calculan los esfuerzos debidos a las cargas que soportarán. Además se analizan los aspectos del proceso de manufactura que influyen directamente con la forma última del producto. En el caso de piezas fundidas es deseable evitar los corazones en el molde y así reducir costos.

El desarrollo vertiginoso de productos obliga al ingeniero en diseño a utilizar sistemas computacionales que le permitan analizar las posibles zonas críticas que presenten elevaciones de esfuerzo de piezas antes de que éstas sean fundidas. Resulta deseable que las piezas de fundición sean optimizadas bajo criterios de minimización de los esfuerzos máximos y poder así garantizar la vida útil del componente. Esto es posible desde la fase de análisis y diseño del componente por medio de técnicas de elemento finito y la aplicación de algoritmos de crecimiento biológico. Ver figura 1.

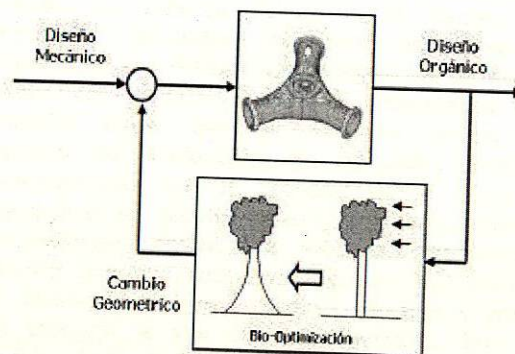


Figura 1 Método para la optimización geométrica utilizando algoritmos de crecimiento biológico.

OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA CON CRITERIO DE CRECIMIENTO BIOLÓGICO PARA LA REDUCCIÓN DE LA CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS EN UNIONES

Francisco Ramírez Cruz, Fco. Eugenio López Guerrero, José Luis Castillo Ocañas
Cuerpo Académico de Sistemas Integrados de Manufactura.
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León,
Pedro de Alba s/n, Apdo. Postal 9-"F", CP. 66450, San Nicolás de los Garza, N.L., México.
Teléfono: (0052-81) 8329-4020. Fax: (0052-81) 8332-0904.
Correo electrónico: ramirez@uanl.mx, elopez@uanl.mx

RESUMEN

En la fabricación de máquinas, el diseño de los componentes mecánicos de sus estructuras debe considerar principalmente que la forma de éstos satisfagan las necesidades funcionales. Si se considera que el material del componente ya ha sido previamente determinado por algún análisis, el diseño geométrico de la pieza se rige por la adecuada distribución de esfuerzos mecánicos.

Este trabajo presenta un método de optimización geométrica para una unión T utilizada en la estructura de una máquina. Se analizó su geometría bajo condiciones de flexión por medio de elemento finito. Se encontró la transición óptima de la unión para una distribución uniforme de esfuerzos utilizando criterios de crecimiento biológico.

Palabras clave: elemento finito, crecimiento biológico, concentración de esfuerzos, superficies libres, optimización de forma.

ABSTRACT

In the production of machines, the mechanical design of their structures must have as the highest priority the functional needs. If the material of the component has been previously determined, the geometry is conditioned by an adequate stress distribution.

This work presents a geometric optimization method for a T union used in a machine structure. The union was analyzed under a load situation with a finite element system. A new shape was found with a optimal stress distribution with a biological growth optimization criteria.

Keywords: Finite element, bio-design, notch stress, biological growth, free form surfaces, shape optimization.

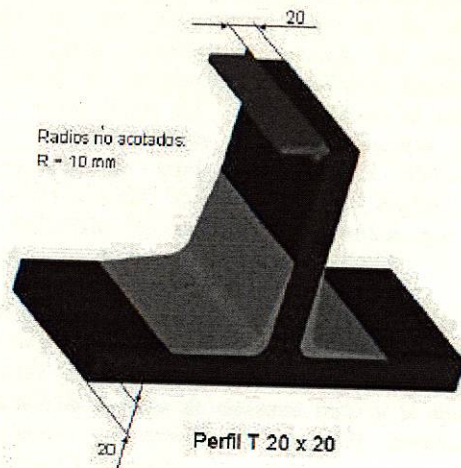


Figura 1 Optimización geométrica de la unión T utilizando algoritmos de crecimiento biológico para las condiciones de carga mostradas.

INTRODUCCIÓN

En el diseño de componentes y estructuras mecánicas se analizan los aspectos funcionales, se dimensiona y calculan los esfuerzos debidos a las cargas que soportarán y se analizan los aspectos del proceso de manufactura que influyen directamente con la forma última del producto. Debido al requerimiento de respuesta rápida que los mercados exigen, el ingeniero de diseño hoy en día utiliza sistemas computacionales que le permitan analizar eficaz y rápidamente las posibles zonas críticas que presenten las piezas antes de que éstas sean producidas. Resulta deseable que las piezas sean mejoradas bajo criterios de minimización de los esfuerzos máximos y poder así garantizar la vida útil del componente. Esto es posible desde la fase de análisis y diseño del componente por medio de técnicas de elemento finito

OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA CON CRITERIO DE CRECIMIENTO BIOLÓGICO PARA LA REDUCCIÓN DE LA CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS EN PLACAS CON PERFORACIONES TRANSVERSALES

Francisco Ramírez Cruz, Fco. Eugenio López Guerrero, Iván Romero Martínez.
Cuerpo Académico de Sistemas Integrados de Manufactura.
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León,
Pedro de Alba s/n, Apdo. Postal 9-"F", CP. 66450, San Nicolás de los Garza, N.L., México.
Teléfono: (0052-81) 8329-4020. Fax: (0052-81) 8332-0904.
Correo electrónico: ramirez@uanl.mx, elopez@uanl.mx.

RESUMEN

El diseño de componentes mecánicos incluye normalmente secciones transversales no uniformes que junto con las inclusiones y defectos dentro de los materiales pueden dar lugar a un incremento en el valor de los esfuerzos. Es posible predecir la distribución de estos esfuerzos de forma analítica o mediante diferentes métodos, entre los que se encuentra el del elemento finito, lo que permite diseñar optimizando las zonas de concentración de esfuerzos.

Este trabajo presenta un método de optimización geométrica para placas con perforaciones transversales, geometrías ampliamente utilizadas en el diseño de máquinas. Se analizó la geometría bajo condiciones de tensión por medio de elemento finito y se encontró la transición óptima de la perforación para una distribución uniforme de esfuerzos utilizando criterios de crecimiento biológico, mejorando significativamente el factor de concentración de esfuerzos.

Palabras clave: elemento finito, crecimiento biológico, concentración de esfuerzos, diseño de máquinas, optimización de la forma.

ABSTRACT

The design of machines normally involves structural members with non uniform cross sections that added to material internal defects might cause an increase in stress concentrations.

This work presents a geometric optimization method for a flat bar with a transverse hole in tension. The flat bar was analysed under a load situation with a finite element system. A new shape was found with an optimal stress distribution with a biological growth optimization criteria.

Keywords: Finite element, bio-design, notch stress, biological growth, design of machines, shape optimization.

INTRODUCCIÓN

En la práctica de diseño de componentes mecánicos se analizan los aspectos funcionales, se dimensiona y se calculan los esfuerzos debidos a las cargas que soportarán. Además se analizan los aspectos del proceso de manufactura que influyen directamente con la forma última del producto. Debido al requerimiento de respuesta rápida que los mercados exigen, el ingeniero de diseño hoy en día utiliza sistemas computacionales que le permitan analizar eficaz y rápidamente las posibles zonas críticas que presenten las piezas antes de que éstas sean producidas.

Resulta deseable que las piezas sean mejoradas bajo criterios de minimización de los esfuerzos máximos y poder así garantizar la vida útil del componente por medio de técnicas de elemento finito y la aplicación de criterios de optimización [1, 2] basados en el crecimiento biológico.

En la figura 1 se ejemplifica el efecto del cambio de geometría en la concentración de esfuerzos.

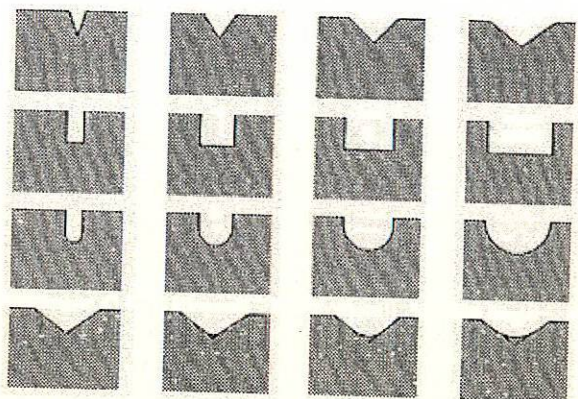


Figura 1. Efecto del cambio de geometría en la concentración de esfuerzos, ordenadas de acuerdo a su efecto en el flujo de esfuerzos (Decreciente de izquierda a derecha y de arriba abajo).

