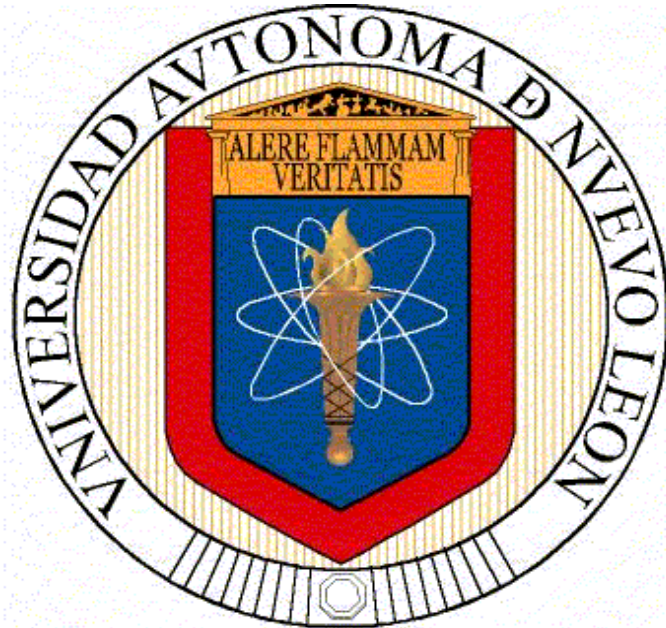


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



**ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UN FILTRO DE ACEITE SELLADO
MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO**

PRESENTA

CHRISTIAN ELI LEAL CANTU

**COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA
EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AUTOMOTRIZ**

DICIEMBRE, 2015

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



TESIS

**ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UN FILTRO DE ACEITE SELLADO
MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO**

PRESENTA

CHRISTIAN ELI LEAL CANTU

**COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA
EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AUTOMOTRIZ**

DICIEMBRE, 2015

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "Análisis estructural de un filtro de aceite sellado mediante el método de elemento finito", realizada por el alumno Christian Eli Leal Cantú, matrícula 1405393, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Automotriz.

El Comité de Tesis



Asesor

Dr. Oscar Jesús Zapata Hernández



Coasesor

Dr. Luis Arturo Reyes Osorio



Coasesor

Dr. René de Jesús Cerda Rojas



Vo.Bo.

Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirector de Estudios de Posgrado.

San Nicolás de los Garza, N.L. Diciembre 2015

DEDICATORIA

*En memoria de mi señor padre **Carlos Leal González** que fue mi inspiración en todo momento, descansa en paz padre. Mi señora madre **Alma Rosa Cantú Treviño**, por su apoyo incondicional en mis estudios de Posgrado y a lo largo de mi vida y a mi familia por todo su apoyo brindado.*

Especialmente a dios por permitirme vivir este momento.

*A mis asesores de tesis
Por su incondicional apoyo*

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Autónoma de Nuevo León por el apoyo brindado en mis estudios de posgrado a si mismo agradezco a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Se agradece los apoyos económicos brindados por el CONACYT para realizar el presente trabajo.

Al Dr. Oscar Jesús Zapata Hernández por compartir sus amplios conocimientos en el área de simulación numérica y elemento finito.

Al Dr. Luis Arturo Reyes Osorio por el entusiasmo, paciencia y apoyo recibido durante la realización de este trabajo.

Al Ing. Jesús Villareal Morales por compartir su alta experiencia en el ramo, para la realización del trabajo.

A la Dra. Tania Berber Solano por su paciencia, entusiasmo y alegría que me motivaron a terminar mi trabajo de tesis.

Al M.C. Mario Alberto Saldaña González, por haber creado en mí, bases y conocimientos sólidos, para formar criterios a la hora de analizar.

Al Ing. Dante Jiménez por sus enriquecedores comentarios y apoyo durante la realización de este trabajo.

Al Lic. Juan Alejandro Garza Aguirre por su apoyo, amistad y motivación durante la realización de este proyecto.

Al Dr. René de Jesús Cerda Rojas por sus valiosas recomendaciones y sugerencias para la revisión de esta tesis.

CONTENIDO

RESUMEN	1
CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN	3
1.1. Introducción.....	3
1.2. Objetivo.....	8
1.3. Hipótesis.....	8
1.4. Metodología	8
CAPÍTULO 2 METODOLOGÍA DE DISEÑO	9
2.1. Introducción.....	9
2.2. Diseño en Ingeniería Mecánica	11
2.3. Variables de diseño.....	12
2.3.1. Optimización del material	13
2.3.2. Optimización del tamaño	13
2.3.3. Optimización de forma	13
2.3.4. Optimización de topología.....	14
2.4. Metodología para el diseño de espoleta o muelle	15
CAPÍTULO 3 TEORÍA DE ELASTICIDAD	18
3.1. Introducción.....	18
3.2. Elasticidad.....	19
3.3. Esfuerzo, deformación y su relación	20
3.3.1. Esfuerzo	20
3.3.2. Deformación unitaria (ϵ)	22
3.3.3. Relación constitutiva esfuerzo-deformación	24
3.4. Desplazamientos, esfuerzos y deformaciones unitarias	26
3.4.1. Desplazamientos y deformaciones unitarias	26
3.4.2. Relación constitutiva de esfuerzos y deformaciones unitarias en 3D	28

3.5.Estado de esfuerzos en un punto y esfuerzos principales.....	30
3.5.1. El tensor de esfuerzos	30
3.5.2 Esfuerzos principales.....	31
3.6.Ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y comportamiento del material.....	32
3.6.1. Ecuaciones de equilibrio	32
3.6.2.Ecuaciones o condiciones de compatibilidad.....	34
3.6.3.Ecuaciones constitutivas.....	37
3.7.Principio de los trabajos virtuales	39
3.7.1.Sistemas ideales	41
3.7.2.Sistemas reales	43
3.8.Criterios de falla.....	44
3.8.1.Teoría del esfuerzo cortante máximo (Criterio de Tresca)	45
3.8.2.Teoría de la energía de distorsión máxima (Criterio de Von Mises)	46

CAPÍTULO 4 ANÁLISIS DE ELEMENTO FINITO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA

.....	48
4.1.Introducción.....	48
4.2.Definición del método de elemento finito.....	51
4.3.Historia del método de elemento finito.....	53
4.4.Formulación matemática para el método de elemento finito.....	54
4.4.1.Método de aproximación directa.....	54
4.4.2.Método de Ritz	54
4.4.3.Método de residuos ponderados	56
4.5.Métodos para resolver problemas de elasticidad mediante elemento finito	58
4.5.1.El método variacional.....	59

CAPÍTULO 5 EXPERIMENTACIÓN

5.1.Introducción.....	66
5.2.Pruebas físicas.....	67
5.2.1.Prueba de rigidez en espoleta.....	67
5.2.2.Prueba de cerrado en filtro de aceite.....	69
5.3.Propuestas de diseño	70

5.4.Preparación del modelo numérico.....	72
5.4.1.Simulación numérica para evaluar prueba de rigidez	72
5.4.1.1.Propiedades mecánicas	73
5.4.1.2.Condiciones frontera.....	74
5.4.1.3.Mallado.....	74
5.4.2.Simulación numérica para evaluar prueba de cerrado del filtro de aceite.....	75
5.4.2.1.Propiedades mecánicas.....	75
5.4.2.2.Condiciones frontera.....	77
5.4.3.3.Mallado.....	77
CAPÍTULO 6 RESULTADOS.....	79
6.1.Introducción.....	79
6.2.Pruebas de rigidez.....	80
6.2.1.Prueba física de rigidez de la espoleta.....	80
6.2.2.Resultados de simulación de prueba de rigidez de espoleta.....	80
6.2.3.Resultados de prueba de rigidez de espoleta aplicando 1 mm de desplazamiento a la válvula del elemento filtrante.....	86
6.3.Prueba de cerrado del filtro de aceite.....	91
CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	94
7.1.Conclusiones.....	94
7.2.Recomendaciones.....	95
REFERENCIAS.....	97
LISTADO DE IMÁGENES.....	102
LISTADO DE TABLAS.....	104
LISTADO DE SÍMBOLOS.....	105
RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO.....	107

RESUMEN

La industria automotriz en México se encuentra en continuo crecimiento, convirtiéndose en años recientes en un importante participante en la producción de vehículos a nivel mundial. El presente proyecto de investigación surge en una empresa de giro automotriz dedicada principalmente a la producción de filtros de aire y aceite. A través del tiempo y a medida en que los automóviles van evolucionando, la empresa debe cumplir las exigencias que se presentan año tras año por lo que se requiere cumplir con un estándar de calidad con el menor costo de producción posible.

Los filtros de aceite están diseñados con el propósito de atrapar aquellas partículas de contaminantes contenidas en el aceite que pudieran dañar las partes del motor. El principal objetivo planteado en este trabajo fue analizar el comportamiento mecánico de dos elementos de un filtro de aceite durante el sellado del mismo, analizando su comportamiento en conjunto con los demás elementos del filtro. Así mismo, se evaluó la respuesta mecánica de los elementos estudiados durante una prueba mecánica para validar el funcionamiento adecuado antes de operación.

Las pruebas mecánicas realizadas y los distintos diseños de elementos se propusieron indicando las partes modificadas. Se realizaron diferentes propuestas de diseños de espoleta para posteriormente realizar un análisis estructural mediante el método de elemento finito. En los diseños realizados se consideraron 3 variables principales, que son: el área de contacto entre los elementos, el cuerpo de espoleta y el nervio de espoleta. La geometría de la espoleta influyó considerablemente en el comportamiento mecánico durante el análisis estructural, medidas que se pueden tomar sin tener que adoptar un material con altas propiedades mecánicas para mejorar el comportamiento

mecánico. Al aumentar el área de contacto entre los elementos de análisis, el esfuerzo generado en la espoleta obtiene una disminución considerable.

En el presente estudio se desarrolló una metodología de diseño que permitió estudiar cambios geométricos virtuales en la espoleta. Dicha metodología puede ser adoptada por la empresa para este tipo de estudios, ahorrando costos y disminuyendo tiempos de fabricación. Este trabajo abre nuevas líneas de investigación relacionado al análisis de filtros de aceite, tales como: simulaciones considerando nuevas propuestas de material, modelos que involucren cambios geométricos en otros componentes del filtro para ahorro de material y simulaciones que involucren el sistema unificado del filtro.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Introducción

La industria automotriz en México ha estado en continuo crecimiento, convirtiéndose en el octavo productor de vehículos ligeros a nivel mundial. Se estima que la industria automotriz mexicana continuará creciendo en el futuro. Los pronósticos indican que la producción alcanzará 4 millones de unidades en el año 2018 y 5 millones en el 2020. En el 2011, México alcanzó a producir 136,678 vehículos pesados, ubicándose en el sexto lugar como productor global, después de China, Japón, India, Estados Unidos y Brasil. Se estima que la producción de vehículos pesados en México alcanzará los 196.8 millones de vehículos en el 2016 [1]. La técnica de prueba y error durante el diseño de un

elemento es una técnica tediosa que se ha implementado durante mucho tiempo en las industrias [2], además de tener un alto costo, se suele perder demasiado tiempo al no predecir con anterioridad el comportamiento de un elemento durante su funcionamiento. Un modelo matemático que incluya la combinación de efectos térmicos y mecánicos provocan que las ecuaciones gobernantes sean extremadamente difíciles de resolver mediante modelos analíticos; por lo tanto, se recurre a técnicas numéricas de las cuales se puede utilizar el método de elemento finito (MEF). Uno de los aspectos importantes del MEF es su confiabilidad y versatilidad, ya que el método puede ser utilizado de manera confiable en programas de ingeniería asistidos por computadora.

El MEF ha llegado a ser una herramienta importante para el ingeniero diseñador de un producto ya que en las recientes décadas se han desarrollado paquetes de simulación extremadamente eficientes que utilizan el MEF y con la ayuda de estos paquetes se pueden resolver ecuaciones en una forma aproximada. Además se puede obtener una visualización así como una animación gráfica que ayude a interpretar los resultados de una mejor manera para posteriormente ser validados con la fabricación de un prototipo. Por esto y más, la modelación y simulación de procesos es cada día una herramienta práctica, común e indispensable en el estudio de todas las áreas de ingeniería.

El presente proyecto nace en una empresa de giro automotriz dedicada principalmente a la producción de filtros de aire y aceite. A través del tiempo y a medida en que los automóviles van evolucionando, esta empresa debe cumplir las exigencias que se presentan año tras año por lo que es evidente cumplir con un estándar de calidad con el menor costo de producción posible. Para generar conocimiento y monitorear las condiciones del filtro, se planeó realizar un análisis estructural para evaluar principalmente el comportamiento de 2 elementos importantes en el filtro de aceite, como lo son: la cubierta y la espoleta que juegan un papel importante en el sistema de filtración.

Los filtros de aceite están diseñados con el propósito de atrapar aquellas partículas de contaminantes contenidas en el aceite que pudieran dañar las partes del motor, razón por la cual se hace necesaria e imprescindible la presencia de éste en el sistema de lubricación [3].

Cada fabricante de automóvil dispone de normas y requerimientos que debe cumplir el filtro de aceite esto en base a flujos, presiones y eficiencias proporcionadas por las bombas de aceite de cada unidad de transporte, además de requerir un filtro de aceite que provea una lubricación aún en condiciones críticas como lo es un filtro saturado de contaminante [4].

Los filtros de aceite cumplen una función importante en el proceso de lubricación, ya que se debe transportar un lubricante libre de contaminantes hacia el motor obteniendo así un dispositivo que separe y retenga en su interior estos contaminantes [5]. En la figura 1 se observa el diagrama de lubricación hacia un motor de combustión interna.

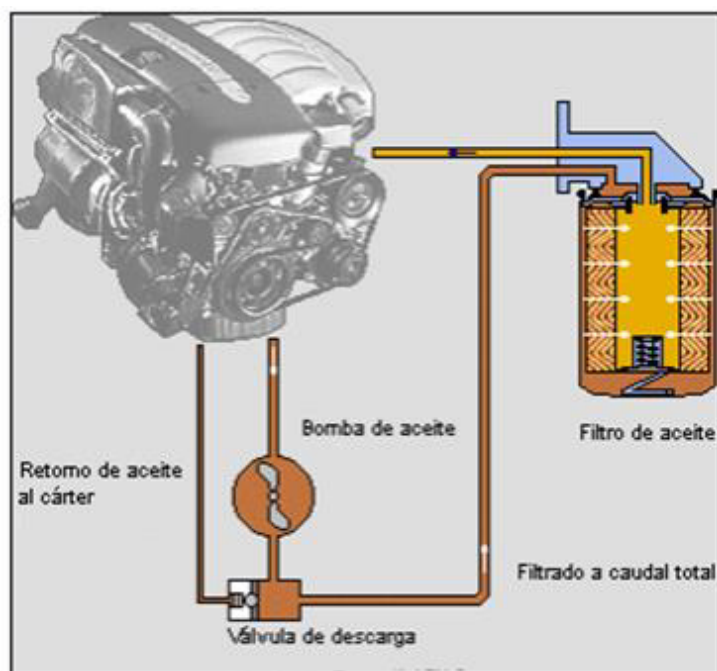


Figura 1.- Diagrama representativo de lubricación de un motor de combustión interna [6].

Los filtros de aceite se componen por diferentes elementos que son: cubierta, espoleta o muelle, válvula de alivio, elemento filtrante, diafragma y tapa placa. En la figura 2 se ilustra cada una de las partes que componen el filtro:



Figura 2.- Componentes del filtro de aceite [7].

- **Cubierta.-** Pieza que contiene todos los elementos del filtro de aceite que depende del modelo del motor para soportar la presión de aceite, la cual cambia de un motor a otro evitando así que el filtro se deteriore. El material de este elemento deberá tener un porcentaje de elongación muy elevado, esto por el nivel de deformación que requiere durante la manufactura de este elemento [8].
- **Espoleta o muelle.-** Esta pieza mantiene a los elementos del filtro en posición y le proporciona al filtro mejor cierre en el sistema, manteniendo una compresión en el sistema. El material debe tener un alto esfuerzo de cedencia [8].
- **Válvula de alivio.-** Este elemento se abre cuando el elemento filtrante se satura completamente, para poder proporcionar aceite al motor aún y cuando el elemento filtrante se encuentra saturado de contaminantes [9].
- **Elemento Filtrante.-** Conjunto encargado de filtrar el aceite, reteniendo a su máximo el mayor número de contaminantes, tanto en el papel, como en

el tubo central, se encuentra compuesto por papel de celulosa, un tubo de metal con poros y 2 tapas de metal.

- **Diafragma.**-Este elemento cumple la función de evitar que retorne el aceite, cuando el motor se encuentra sin operación. Está compuesto por material de caucho sintético que se usa principalmente en aplicaciones automotrices [10].
- **Tapa placa.**-Es el elemento por donde el aceite contaminado entra por los orificios pequeños y sale filtrado por el orificio central.

Este proyecto nace de una problemática que surgió al detectarse fallas estructurales en la espoleta en los filtros de aceite durante una prueba mecánica que sirve para validar el desempeño del filtro. Para esto se recurría a cambios de diseño a prueba y error sin seguir una metodología científica, generando un número mayor de pruebas físicas, resultando en pérdidas de tiempo de producción y económicas.

En este trabajo se utilizó el paquete de elemento finito ABAQUS, y se realizaron varios modelos computacionales para evaluar el comportamiento de dichos elementos anteriormente mencionados (espoleta y cubierta). Una aportación importante de este trabajo es disponer de modelos computacionales que permitan estudiar las fuerzas presentes en un filtro de aceite durante una prueba mecánica y el proceso de sellado o cierre del mismo.

Los resultados de este trabajo de investigación permitirán generar conocimiento a mayor detalle sobre el comportamiento de la espoleta y cubierta durante una prueba mecánica la cual es considerada la mas crítica para estos elementos y su proceso de engargolado o cerrado del filtro de aceite, además se generará una base datos de distintos diseños de espoleta, para la posterior evaluación de resultados y selección del diseño mas adecuado que cumpla con los requerimientos establecidos.

1.2. Objetivo

El objetivo del presente trabajo es evaluar la respuesta mecánica de la espoleta y cubierta en filtros de aceite durante el proceso de cerrado del sistema y una prueba mecánica para validar su funcionamiento, proponiendo diseños alternativos evitando el método prueba y error realizado por la industria.

1.3. Hipótesis

Un mejor montaje entre la espoleta y la cubierta permitirá un mejor comportamiento mecánico en la espoleta, así mismo aumentará la resistencia a la deformación, obteniéndose una mejor compresión en el filtro de aceite sin que la espoleta sobrepase su límite elástico.

1.4. Metodología

- Preparación de geometrías para la discretización y mallado.
- Generar modelos computacionales que describan el comportamiento de los elementos del filtro de aceite durante el proceso de cerrado y durante la prueba mecánica de rigidez.
- Realizar distintos diseños de espoleta, evaluar por medio de los modelos computacionales su operación y comparar resultados.

CAPÍTULO 2

METODOLOGÍA DE DISEÑO

2.1. Introducción

En el presente capítulo se da a conocer la importancia de tener una metodología al momento de diseñar una máquina o una estructura, esto para formular un plan y llegar al objetivo deseado. En el presente proyecto se siguieron las etapas mostradas en la figura 3 relacionadas al proceso de diseño:

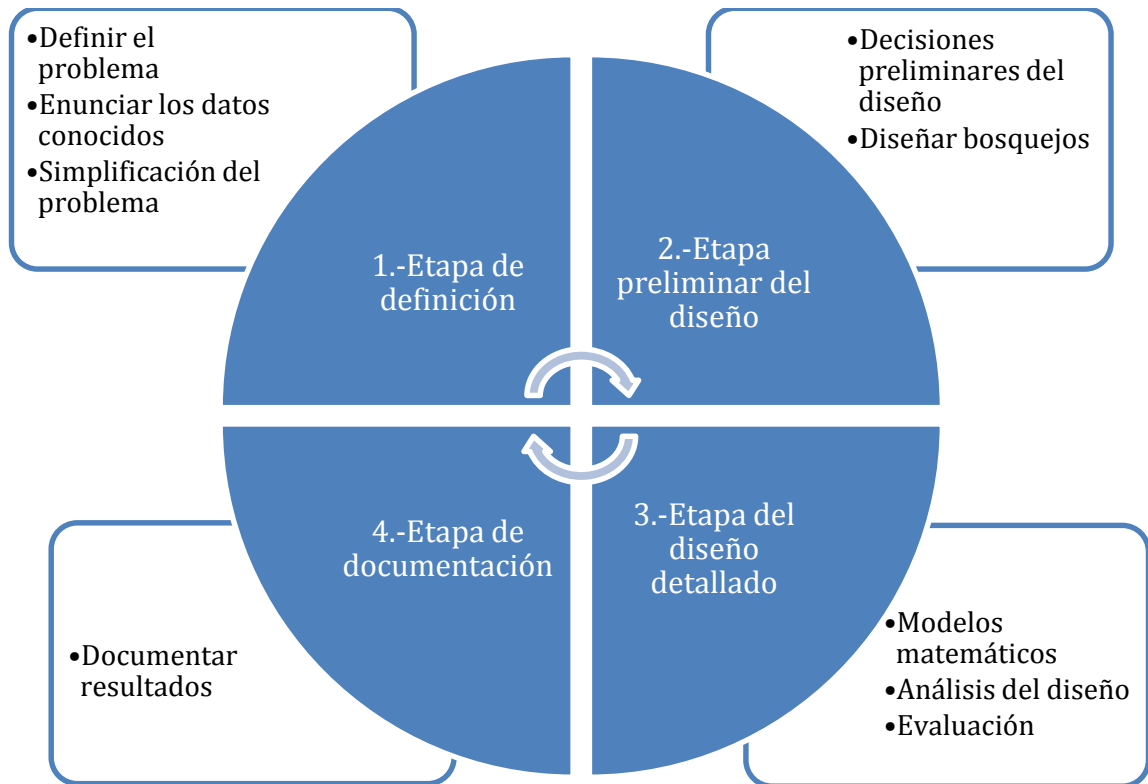


Figura 3.- Diagrama de las etapas del diseño.

- 1. Etapa de definición.-** Esta etapa consiste en definir el problema, recolectar datos del proceso y del producto tales como: material, velocidades de proceso, etc. Seguidos por propuestas hechas por el ingeniero diseñador para simplificar el problema. Por ejemplo, despreciar efectos térmicos durante el proceso de cierre del filtro.
- 2. Etapa preliminar del diseño.-** Consiste en definir las limitantes generales, para tomar algunas decisiones preliminares del diseño. El concepto preliminar del diseño debe quedar documentado en esta etapa con bosquejos de diseño claramente dibujados e identificados.
- 3. Etapa del diseño detallado.-** Consiste en realizar un análisis del diseño. Se realiza una modelación matemática del proceso y con la ayuda de métodos numéricos se toma una decisión sobre si proseguir o realizar una iteración hacia una mejor solución.

- 4. Etapa de documentación.-** Una vez que una iteración proporciona resultados satisfactorios, deberá completarse la documentación del diseño del elemento o sistema propuesto [12].

2.2. Diseño en Ingeniería Mecánica

La palabra diseño proviene del latín “designare”, que significa “designar o marcar”. Se pueden encontrar varias definiciones de la palabra diseño, siendo la más aplicable: delinear, trazar o planear como acción o como trabajo, concebir, inventar o idear. El diseño de ingeniería se puede definir como el proceso de aplicar las diversas técnicas y los principios científicos con el objeto de definir un dispositivo, un proceso o un sistema con suficiente detalle para permitir su realización [12]. El diseño mecánico es el diseño de objetos y de sistemas de naturaleza mecánica como por ejemplo: piezas, estructuras, mecanismos y dispositivos e instrumentos diversos. En su mayor parte, el diseño mecánico hace uso de las matemáticas, las ciencias de los materiales y las ciencias mecánicas aplicadas a la ingeniería.

El diseño en ingeniería mecánica se ha definido como el proceso de aplicación de diversas técnicas y principios científicos con el fin de definir un dispositivo, un proceso o un sistema con suficiente detalle para permitir su realización y optimización del mismo [13]. El diseño de ingeniería mecánica incluye el diseño mecánico, pero es un estudio de mayor profundidad que recopila todas las disciplinas de la ingeniería mecánica. Aparte de las ciencias fundamentales que se requieren, las bases del diseño de ingeniería mecánica son las mismas que las del diseño mecánico [14].

Los ingenieros de producto y los ingenieros mecánicos necesitan dominar un amplio rango de habilidades y conocimiento en su trabajo diario, para poder llevar

a cabo las fases del diseño tanto de máquinas como de sus elementos como lo son [15]:

- Dibujo técnico y diseño asistido por computadora (CAD).
- Propiedades y procesamiento de materiales.
- Procesos de manufactura.
- Aplicaciones de química como protecciones a la corrosión.
- Estática, dinámica, resistencia de los materiales, cinemática y mecanismos.
- Habilidad de trabajo en equipo.
- Mecánica de fluidos, termodinámica y transferencia de calor.
- Potencia fluida, fundamentos de fenómenos eléctricos y controles industriales.
- Diseño experimental y pruebas mecánicas de materiales.
- Creatividad, resolución de problemas y administración de proyectos
- Análisis de esfuerzos.
- Conocimiento especializado del comportamiento de elementos tales como engranes, bandas, cadenas, flechas, rodamientos, coples, sellos, resortes, conexiones (remachado, atornillado, soldado, pegado), motores eléctricos, motores de desplazamiento lineal, frenos y transmisiones.

2.3. Variables de diseño

La elección de las variables de diseño define las propiedades básicas del problema de optimización. Las variables de diseño en los problemas de optimización estructural se separan en: optimización de material, forma y de topología. El esfuerzo numérico del análisis de sensibilidad así como la robustez general del problema de optimización está fuertemente relacionado con la elección de las variables de diseño.

2.3.1 Optimización del material

En los problemas donde se debe optimizar el material, se utilizan parámetros del material como variables de diseño, mientras que la topología y la geometría del modelo estructural se mantienen constantes [16-17]. Generalmente si se elige un material con mayores propiedades mecánicas suele ser más costoso, por lo que este método se utiliza si las demás alternativas son nulas.

Un método muy flexible de la optimización del material es el llamado “Free Material Optimization” (FMO) el cual fue introducido por Bendsoe y sus colaboradores en la referencia [18], el método consiste en utilizar el tensor de rigidez elástica combinando las variables de material y desplazamiento hasta alcanzar la optimización más adecuada. En la referencia [19] también tratan el método aplicado a estructuras tipo lámina.

2.3.2 Optimización del tamaño

En este tipo de variable de diseño se utiliza mucho el dimensionamiento para investigar la dimensión óptima de los parámetros de la sección transversal que en detalle se relacionan con el modelo estructural aplicado. Por ejemplo, en las estructuras tipo viga donde existen cargas de flexión se requiere definición de secciones transversales más complejas, por ejemplo, el ancho, la altura o el momento de inercia. En cambio, en las estructuras tipo lámina generalmente se define su sección transversal por el espesor. Durante el proceso de optimización de tamaño la dimensión óptima de cada sección transversal es evaluada, el posible resultado es una estructura con un peso mínimo que cumple con los requerimientos tales como desplazamientos y esfuerzos máximos.

2.3.3 Optimización de forma

En esta variable de diseño se emplean variables de cambio de geometría para optimizar el producto, los trabajos recientes en el diseño de forma generalmente se clasifican de la siguiente manera: disminución de peso o masa con

restricciones de esfuerzo y disminución de esfuerzos generados tal y como se menciona en la referencia [20].

El presente trabajo se enfoca en esta variable de diseño utilizando la disminución de esfuerzos generados en la espoleta. En la figura 4 se observa un simple problema de optimización de forma en una estructura de vigas donde se puede observar que la topología de los tres diseños es equivalente con respecto a la geometría y por lo tanto el comportamiento de las cargas cambia completamente.

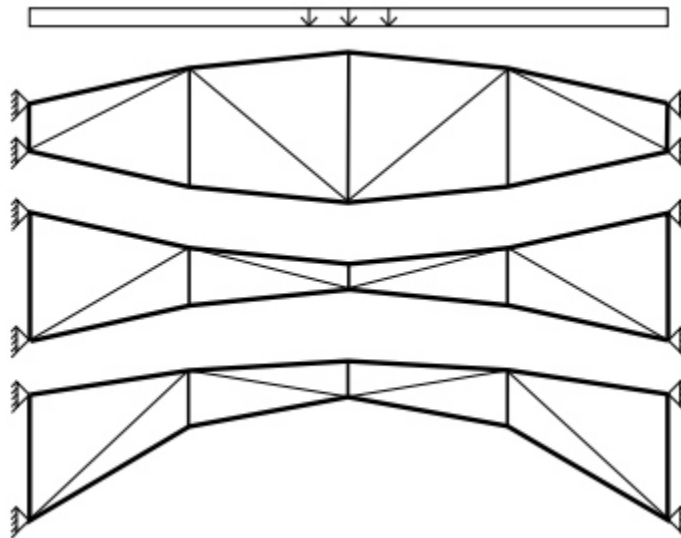


Figura 4.- Problema de optimización de forma.

2.3.4 Optimización de topología

Optimización de topología es un enfoque matemático que optimiza el diseño de material dentro de un espacio de diseño dado para un determinado conjunto de cargas y condiciones frontera de tal forma que el diseño resultante reúne un conjunto prescrito de requerimientos del diseño. En este tipo de problemas ni la geometría ni la topología de la estructura están predefinidos. Este método calcula la distribución más adecuada del material en el espacio del diseño dado y las condiciones frontera del modelo mecánico. El método de optimización topológica más famoso es SIMP llamado así por sus siglas en inglés (Solid Isotropic Material

with penalization) que establece una relación entre las propiedades de los materiales como el módulo de Young y la densidad del material [21].

Algunos problemas de optimización estructural requieren de una combinación de diferentes variables de diseño, esto para llegar al diseño más óptimo combinando los diferentes métodos que existen.

2.4. Metodología para el diseño de espoleta o muelle

Como anteriormente fue mencionado, la espoleta o muelle es una pieza metálica comúnmente hecha de acero que actúa como resorte sujetando el elemento filtrante a las paredes de la cubierta contra la tapa de montaje. Esto asegura sellos internos que evitan la migración de contaminantes hacia el motor [22]. Los aspectos a cuidar durante el diseño de una espoleta son: material y área de contacto, y deslizamiento entre la espoleta y la cubierta ya que esto definirá la energía potencial elástica absorbida por la espoleta sin que se produzcan transformaciones plásticas irreversibles. Esto quiere decir que al momento que se suprimen las fuerzas que provocan la deformación de la espoleta, la espoleta volverá a su estado inicial de antes de la aplicación de las cargas. En la figura 5 se observa un tipo de espoleta, las áreas donde se aplica la fuerza y el área de contacto y deslizamiento con la cubierta o bote.

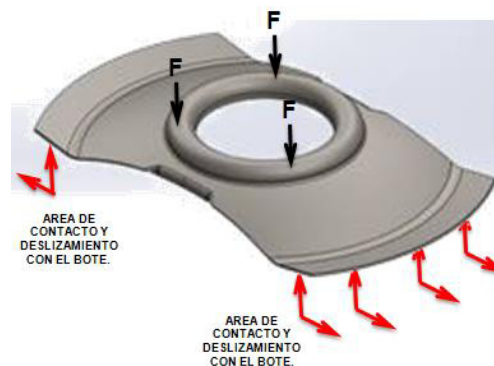


Figura 5.- Figura ilustrativa de las fuerzas y áreas de contacto de la espoleta.

Existen distintos diseños de espoleta dentro de los cuales se puede observar que varían, especialmente el área de contacto y deslizamiento ya que es el área donde se concentra la mayor parte de los esfuerzos mecánicos. A continuación se muestran algunos tipos de espoleta en las figuras 6 y 7:

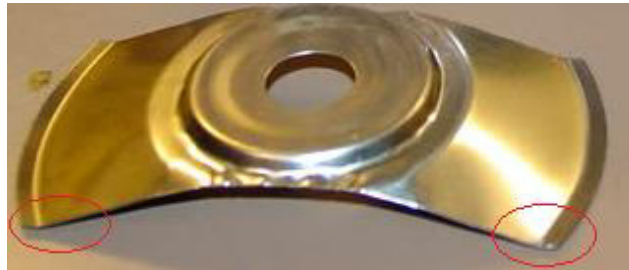


Figura 6.-Espoleta tipo 1 [23].



Figura 7.- Espoleta tipo 2 [24].

Algunos fabricantes de filtros de aceite utilizan un resorte helicoidal que reemplaza a la espoleta y cumple la función establecida, sin embargo, varias empresas recurren al uso de espoleta en vez de resorte puesto ya que el uso de resorte en filtros de aceite demanda más costo. En la figura 8 se ilustra un tipo de resorte usado en los filtros de aceite:



Figura 8.- Resorte helicoidal comúnmente usado en los filtros de aceite [25].

En la figura 9 se muestra una espoleta actual (llamada tipo A) que presenta un alto índice de deformación:



Figura 9.-Espoleta actual.

Utilizando una herramienta CAD para verificar el montaje y el área de contacto entre estos 2 elementos se obtiene la figura 10:

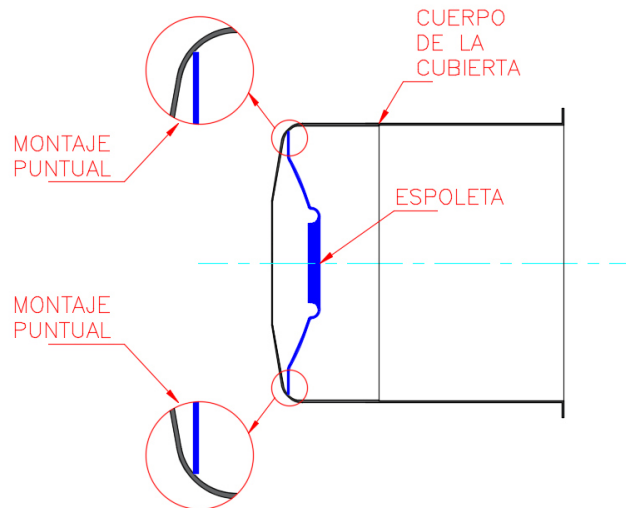


Figura 10.- Representación del montaje entre espoleta actual y cubierta.

En la figura 10 se puede observar que muy poca área de contacto en la espoleta puede originar concentraciones de esfuerzo no deseadas. Por lo tanto se diseñaran distintos bosquejos de espoleta enfatizando el área de contacto y el cuerpo de la misma para posteriormente simular el comportamiento mecánico de cada espoleta durante proceso de sellado del filtro de aceite y prueba mecánica para validar la misma, detallado en el capítulo 5.

CAPÍTULO 3

TEORÍA DE ELASTICIDAD

3.1 Introducción

En este capítulo se aborda el tema de teoría de elasticidad el cual fue el principio que se utilizó para resolver las ecuaciones propuestas en el modelo de análisis estructural del presente proyecto. Durante los últimos años, la teoría de la elasticidad ha sido aplicada a la resolución de numerosos problemas [26-30]. Existen diversos casos en los que los métodos elementales de la resistencia de los materiales resultan inadecuados para obtener la distribución de esfuerzos (generados en las estructuras) debiendo hacer uso de los métodos de la teoría de elasticidad. En la actualidad, se ha avanzado considerablemente en la

resolución de esos problemas de importancia práctica notable. En ciertas condiciones, en las que es difícil obtener una solución exacta, se ha hecho uso de métodos aproximados y el empleo de procedimientos experimentales.

La teoría de elasticidad no es la explicación física de la elasticidad. Estudia la respuesta de un modelo de material llamado sólido elástico, al ser aplicadas cargas o imponerse desplazamientos superficiales.

3.2 Elasticidad

Todos los materiales estructurales presentan en cierto grado la propiedad de elasticidad, es decir, si las fuerzas exteriores que deforman la estructura no rebasan un cierto límite, la deformación desaparece cuando se suprimen tales fuerzas [31]. En el presente proyecto de investigación, se supondrá que el cuerpo (espoleta) que sufre la acción de las fuerzas exteriores es perfectamente elástico, es decir que recupera su forma inicial después de suprimir las fuerzas, siempre y cuando el esfuerzo no sobrepase al de cedencia del material.

La elasticidad es la disposición de un material para recobrar sus dimensiones originales cuando cesan las cargas que lo deformaron. El límite de elasticidad, σ_p , es el límite del esfuerzo dentro del cual desaparece completamente la deformación después de la supresión de las cargas; es decir, no queda deformación permanente alguna [32]. A los sólidos reales con este comportamiento, se les reconoce un rango elástico en donde se comportan esencialmente de la manera descrita. Este rango varía según el material y las condiciones establecidas, manteniendo un grado de deformación proporcional a la carga. La teoría clásica de elasticidad lineal trata con una relación lineal homogénea entre esfuerzos a muy pequeñas deformaciones unitarias.

Si un cuerpo que se deforma al ser sometido a un cierto sistema de fuerzas, se le remueven dichas fuerzas que actúan sobre el cuerpo, y este recupera totalmente su forma inicial, se dice que es un cuerpo perfectamente elástico. Si un cuerpo cumple con esta condición, se afirma que este tiene un comportamiento elástico lineal, cuando en una prueba de tensión o de compresión simple, su deformación unitaria longitudinal es linealmente proporcional al esfuerzo. Por lo tanto la teoría de elasticidad lineal solo es aplicable en los siguientes casos:

- **Sólidos elásticos lineales**, en los que los esfuerzos y deformaciones estén relacionados linealmente.
- **Deformaciones pequeñas**, en este caso las deformaciones y desplazamientos pueden estar relacionados linealmente.

La teoría de elasticidad está basada sobre dos conceptos básicos que son: esfuerzo y deformación.

3.3 Esfuerzo, deformación y su relación

3.3.1.- Esfuerzo

Esfuerzo es la relación que guarda un vector de fuerza (que tiene magnitud, dirección y sentido) sobre una unidad de área (cm^2 , ft^2 , in^2 , etc.) [8]. En la figura 11 se muestra el efecto de las cargas externas, representadas genéricamente con W , sobre un cuerpo en una pequeña área dA de un punto O y una fuerza interna dP , la cual puede descomponerse en una fuerza normal dN y otra tangencial dT :

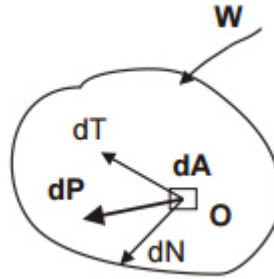


Figura 11.- Fuerzas en un punto de un cuerpo [34].

Los esfuerzos que relacionan a esta área con las fuerzas internas son el esfuerzo normal o directo (σ):

$$\sigma = \lim_{dA \rightarrow 0} \left(\frac{dN}{dA} \right) \quad (\text{Ec. 3.1})$$

Y el esfuerzo cortante o tangencial (τ) expresado de la siguiente manera:

$$\tau = \lim_{dA \rightarrow 0} \left(\frac{dT}{dA} \right) \quad (\text{Ec. 3.2})$$

Cuando se toma un elemento en O de tamaño dx , dy , dz y se le refiere a un sistema rectangular de coordenadas cartesianas x , y , z , se obtiene un juego de esfuerzos normales o directos, y otro de esfuerzos cortantes o tangenciales: seis esfuerzos normales σ (tres pares equilibrados) y doce esfuerzos de corte τ (seis pares equilibrados) [34]. Sin embargo, por equilibrio de momentos se cumple en el primer diagrama de esfuerzos de corte:

$$-\tau_{xy} (dz dx) dy + \tau_{yx} (dx dy) dx = 0 \quad (\text{Ec. 3.3})$$

Con lo cual se cumple: $\tau_{yx} = \tau_{xy}$. E igualmente para los otros pares según se indica en la figura 12:

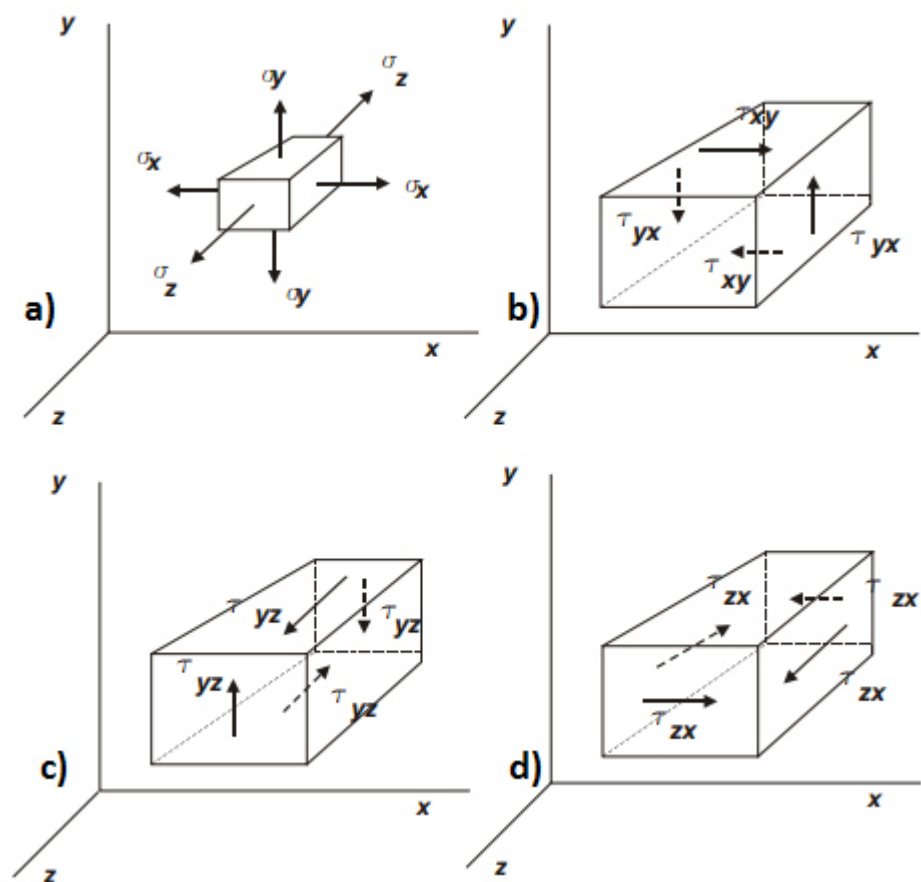


Figura 12.- Esfuerzos normales a) y de corte b) c) y d) en el elemento con dimensiones dx , dy , dz [34].

3.3.2.- Deformación unitaria (ε)

La deformación unitaria (ε), indica la variación de longitud o espacio entre dos partículas en dos estados mecánicos distintos, y se pueden expresar como la relación entre la variación de longitud inicial entre las partículas [33]. Las deformaciones son cambios de forma producidos por fuerzas o cargas externas que actúan sobre cuerpos no rígidos [32]. Bajo la aplicación de una carga externa el cuerpo elástico sólido se deforma, un ejemplo común de este fenómeno se muestra en la figura 13 donde se observa una viga en cantiléver sin deformar y mediante líneas punteadas después de haber recibido la carga externa.

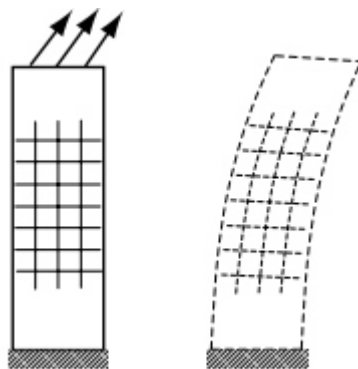


Figura 13.- Ejemplo de deformación en viga cantiléver [35].

Una malla cuadrada superpuesta se muestra en las configuraciones, e indica como cada parte del material se deforma recibiendo la carga externa. La figura 14 muestra un ejemplo de un cuerpo deformado desde una posición inicial a una posición final.

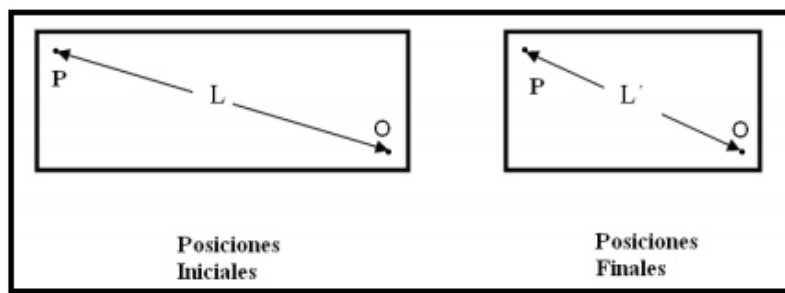


Figura 14.- Deformación de un cuerpo desde una posición inicial a una posición final [33].

Los desplazamientos mostrados en la figura 14 relacionados a las posiciones O y P no son iguales. La expresión para la deformación unitaria se define como:

$$\varepsilon = \frac{L-L'}{L} = \frac{\Delta L}{L} \quad (\text{Ec. 3.4})$$

Otro tipo de deformación que puede ocurrir puede ser expresado por el cambio de ángulo (ψ) entre dos direcciones inicialmente ortogonales tal y como se muestra en la figura 15:

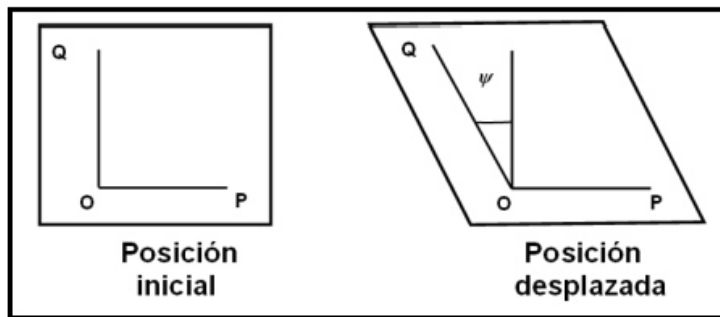


Figura 15.- Deformación de corte después de un desplazamiento [36].

La cantidad (γ) es llamada deformación por cortante correspondiente al punto O y la dirección OP y puede ser definida como:

$$\gamma = \frac{1}{2} \tan \psi \quad (\text{Ec.3.5})$$

3.3.3.- Relación constitutiva esfuerzo-deformación

La relación entre esfuerzos y deformaciones se basa en algunos ensayos básicos, tales como tensión, compresión y torsión [36]. En la figura 16 se muestra una curva esfuerzo-deformación de un material dúctil.

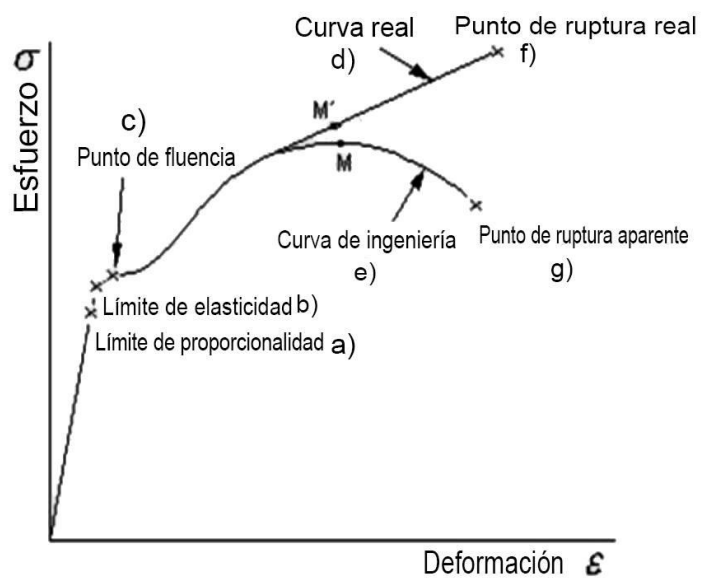


Figura 16.- Diagrama esfuerzo-deformación unitaria de un material dúctil.

En la figura anterior muestra un diagrama esfuerzo-deformación unitaria e indica cada uno de sus puntos tales como el a) límite de proporcionalidad en el cual los valores por debajo del límite de proporcionalidad cumplen con la ley de Hooke (Ec.3.6):

$$\sigma = E\varepsilon_x \quad (\text{Ec. 3.6})$$

Donde E es conocida como módulo de elasticidad en tensión o módulo de Young. Una fuerza de tensión en la dirección x , al mismo tiempo que produce la deformación lineal a lo largo de dicho eje origina contracción en las direcciones transversales Y y Z. La relación entre ambas relaciones se le conoce como coeficiente de Poisson (ν).

El punto b) muestra el límite de elasticidad donde indica la máxima tensión aplicable sin que el material sufra deformación permanente, el punto c) es llamado punto de fluencia que indica el inicio de la región plástica (zona en la cual aun retirando la carga, el material no recuperará su forma original, el punto d) representa la curva real que toma en cuenta el área que se reduce a medida que avanza el ensayo (área instantánea), el punto e) es la curva ingenieril a diferencia de la curva real, se considera la sección transversal constante, el punto f) corresponde a la ruptura real donde el elemento se estira hasta desprenderse el material, g) es el punto de ruptura aparente que indica el esfuerzo máximo antes de que el material alcance la fractura. Este diagrama es importante durante los procesos de manufactura puesto que analiza la región plástica (región que se encuentra superando el límite de elasticidad), que se requiere para el análisis de los procesos de deformación volumétrica y de lámina metálica como el laminado, forja, extrusión y doblado [36], estos procesos son usados durante la producción de los elementos del filtro de aceite. En lo que se refiere al análisis estructural para elementos mecánicos se procura trabajar debajo del límite elástico tal y como es el caso de la espoleta y la cubierta del filtro.

En cambio, para el esfuerzo cortante se utiliza la siguiente relación:

$$\tau = G\gamma \quad (\text{Ec. 3.7})$$

Donde τ es el esfuerzo cortante, γ la deformación por cortante y G el módulo de corte.

La ley de Hooke establece que, dentro del límite elástico, la deformación producida es proporcional al esfuerzo. De no modificarse adecuadamente, las formulas deducidas de la mecánica se aplican solamente dentro del límite elástico. Más allá de este se modifican por coeficientes experimentales, como por ejemplo, el módulo de ruptura [38]. La ley de Hooke es solo aplicable a deformaciones unitarias pequeñas, hasta alcanzar el límite de proporcionalidad.

3.4 Desplazamientos, esfuerzos y deformaciones unitarias

3.4.1.- Desplazamientos y deformaciones unitarias

Los componentes de desplazamientos que definen las deformaciones en un punto del cuerpo, se designan con u , v , w en correspondencia a los ejes x , y , z respectivamente. A estos desplazamientos se asocian deformaciones unitarias (en la dirección de cada eje, así como deformaciones por cortante o angulares como se muestra en la siguiente figura 17:

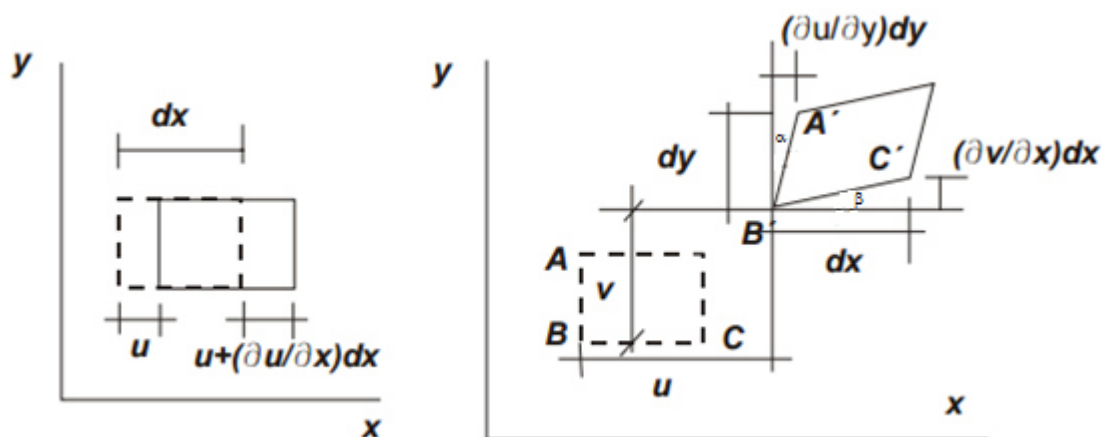


Figura 17.- Desplazamientos y deformaciones unitarias [34].

Se considera que el elemento tiene desplazamientos muy pequeños (dx , dy). Un desplazamiento longitudinal u en el inicio, se incrementa progresivamente hasta $(\delta u / \delta x) dx$ en la longitud del elemento, siendo la deformación unitaria longitudinal (directa) igual a:

$$\epsilon_x = \frac{\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) - u}{dx} \quad (\text{Ec. 3.8})$$

Y en consecuencia se obtiene:

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{Ec. 3.9})$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{Ec. 3.10})$$

También para la deformación por cortante, tomando en cuenta ángulos pequeños:

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta = \frac{(\partial u)}{\partial y} dy + \frac{(\partial v)}{\partial x} dx \quad (\text{Ec. 3.11})$$

Y por similitud se consigue las siguientes formulaciones:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{Ec. 3.12})$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{Ec. 3.13})$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad (\text{Ec. 3.14})$$

3.4.2.- Relación constitutiva de esfuerzos y deformaciones unitarias en 3D.

En la figura 18 se observa el caso de una deformación unitaria unidimensional:

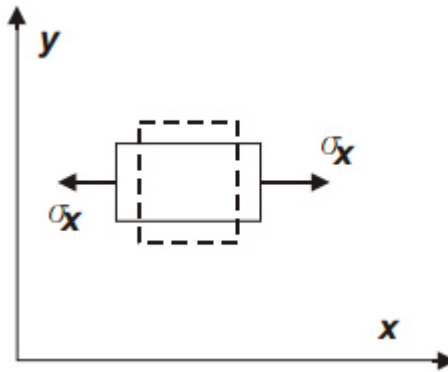


Figura 18.- Deformación directa y efecto de Poisson [34].

En el sentido transversal “y”, se produce una contracción que se cuantifica con la ayuda de la relación o coeficiente de Poisson (ν), que en el caso del acero es aproximadamente 0.3 y se calcula con la ecuación (3.15):

$$\epsilon_y = -\nu\epsilon_x = -\nu\frac{\sigma_x}{E} \quad (\text{Ec. 3.15})$$

En el caso tridimensional, el efecto se extiende en todas las direcciones conduciendo a las expresiones siguientes válidas para un material homogéneo e isotrópico:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z) \quad (\text{Ec. 3.16})$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (-\nu\sigma_x + \sigma_y - \nu\sigma_z) \quad (\text{Ec. 3.17})$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (-\nu\sigma_x - \nu\sigma_y + \sigma_z) \quad (\text{Ec. 3.18})$$

Igualmente, para el caso de esfuerzos y deformaciones por cortante, con (G) como módulo de corte o módulo de rigidez:

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad (\text{Ec. 3.19})$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz} \quad (\text{Ec. 3.20})$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx} \quad (\text{Ec. 3.21})$$

Los tres parámetros E , G , ν se encuentran relacionados, con la ecuación (3.22):

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{Ec. 3.22})$$

Deduciendo los esfuerzos a partir de deformaciones, ecuaciones (3.16) a la (3.18) se tiene:

$$\sigma_x = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\epsilon_x + \frac{\nu}{(1-\nu)} \epsilon_y + \frac{\nu}{(1-\nu)} \epsilon_z \right] \quad (\text{Ec. 3.23})$$

$$\sigma_y = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{(1-\nu)} \epsilon_x + \epsilon_y + \frac{\nu}{(1-\nu)} \epsilon_z \right] \quad (\text{Ec. 3.24})$$

$$\sigma_z = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{(1-\nu)} \epsilon_x + \frac{\nu}{(1-\nu)} \epsilon_y + \epsilon_z \right] \quad (\text{Ec. 3.25})$$

De igual forma se tienen las siguientes expresiones:

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (\text{Ec. 3.26})$$

$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad (\text{Ec. 3.27})$$

$$\tau_{zx} = G\gamma_{zx} \quad (\text{Ec. 3.28})$$

3.5 Estado de esfuerzos en un punto y esfuerzos principales

Después de realizar los análisis correspondientes para encontrar los esfuerzos internos en el punto crítico de un elemento mecánico se procede a diseñar la pieza o determinar si un elemento ya diseñado fallará por la acción de cargas externas.

3.5.1.- El tensor de esfuerzos

Considere un elemento infinitesimal tridimensional bajo la acción de esfuerzos tal y como se muestra en la figura 19:

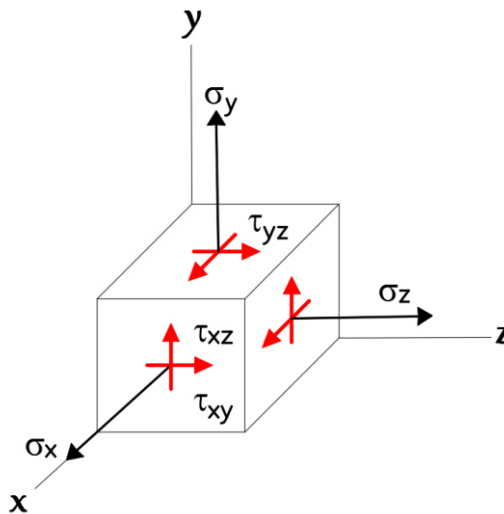


Figura 19.- Elemento tridimensional bajo la acción de esfuerzos.

Sobre el elemento actúan tres esfuerzos normales y seis esfuerzos cortantes sobre las caras. El estado de esfuerzos en el elemento es descrito mediante una matriz de 3x3 denominada el tensor de esfuerzos:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 3.29})$$

El tensor de esfuerzos no es un escalar, sino una matriz que describe la distribución de los esfuerzos en todas las direcciones del espacio dentro del material, es simétrico debido a que los esfuerzos cortantes cruzados deben ser iguales para garantizar equilibrio del elemento, siempre y cuando el material sea isotrópico.

3.5.2.- Esfuerzos principales

Los esfuerzos principales son los mayores esfuerzos que actúan sobre el elemento y se encuentran por medio de rotación de coordenadas. Los esfuerzos normales principales se denotan como σ_1 , σ_2 , y σ_3 , donde $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Los esfuerzos normales principales son los valores propios del tensor de esfuerzos. En el caso tridimensional, debe resolverse la ecuación:

$$\det \begin{bmatrix} \sigma - \sigma_x & -\tau_{xy} & -\tau_{xz} \\ -\tau_{xy} & \sigma - \sigma_y & -\tau_{yz} \\ -\tau_{xz} & -\tau_{yz} & \sigma - \sigma_z \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 3.30})$$

Los esfuerzos principales son las tres raíces de la ecuación (3.30). El esfuerzo cortante máximo absoluto se define como:

$$\tau_{max} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} \quad (\text{Ec. 3.31})$$

3.6 Ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y comportamiento del material

Para plantear un problema elástico son necesarias las relaciones que describen los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos de un cuerpo. Todas estas magnitudes se describen por 15 funciones matemáticas:

- Seis componentes del tensor de esfuerzos: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ y $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$.
- Tres componentes del vector de desplazamientos: u_x, u_y, u_z .
- Seis componentes del tensor de deformaciones: $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}$.

Para comprobar si se cumplen estas relaciones, formadas por 15 funciones, el siguiente paso es comprobar si las relaciones mostradas bastan para describir completamente el estado de un cuerpo [37]. Las ecuaciones necesarias para determinar el estado de un cuerpo son:

- Las ecuaciones de equilibrio.
- Las ecuaciones de compatibilidad.
- Las ecuaciones constitutivas.

3.6.1.- Ecuaciones de equilibrio

Para facilitar la comprensión de las ecuaciones de equilibrio, en la figura 20 se muestra un pequeño bloque rectangular en equilibrio (con dimensiones $\delta_x, \delta_y, \delta_z$) en la cual se indican los componentes del esfuerzo que actúan en cada cara, así como sus orientaciones.

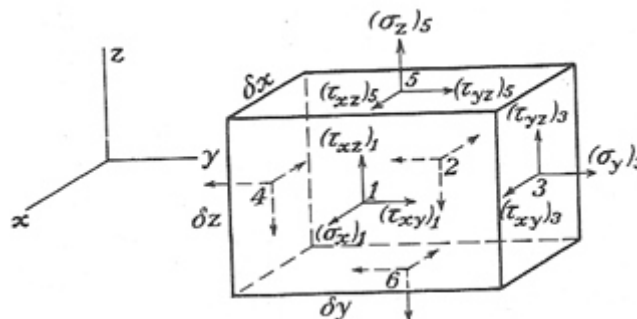


Figura 20.- Bloque rectangular con sus componentes de esfuerzo [31].

Se consideran las variaciones que experimentan dichas componentes, como consecuencia de los incrementos infinitamente pequeños, δ_x , δ_y , δ_z , de las coordenadas. Al calcular las fuerzas actuantes en el elemento, se considera que las caras son infinitamente pequeñas, de manera que la fuerza que corresponde a cada cara se obtiene multiplicando el esfuerzo por su área de la cara sobre la cual actúan. Llamando 1, 2, 3, 4, 5, 6 a los centros de las caras se designa $(\sigma_x)_1$ al valor de σ_x en 1 $(\sigma_x)_2$ al valor de σ_x en 2, etcétera. El símbolo σ_x representa el valor de esta componente del esfuerzo en el punto x , y , y z .

La fuerza relativa al elemento considerado deberá ahora intervenir en las ecuaciones, por ser del mismo orden de magnitud que los términos que corresponden a la variación de los componentes de esfuerzo. Si se designa como X , Y , Z las componentes de la fuerza específica, se obtiene una de las ecuaciones de equilibrio, haciendo sumatoria de fuerzas sobre la dirección x :

$$[(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_2] \delta y \delta z + [(\tau_{xy})_3 - (\tau_{xy})_4] \delta x \delta z + [(\tau_{xz})_5 - (\tau_{xz})_6] \delta x \delta y + X \delta x \delta y \delta z = 0 \quad (\text{Ec. 3.32})$$

De manera análoga se obtienen las otras dos ecuaciones de equilibrio y después de efectuar las simplificaciones, se obtienen las siguientes ecuaciones, que deben quedar satisfechas en todos los puntos del cuerpo considerado:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \quad (\text{Ec. 3.33})$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0 \quad (\text{Ec. 3.34})$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \quad (\text{Ec. 3.35})$$

Dónde X, Y y Z son fuerzas volumétricas.

3.6.2.- Ecuaciones o condiciones de compatibilidad

Para establecer las ecuaciones se deberá considerar que las seis componentes de la deformación en cada punto quedan completamente determinadas a partir de las tres funciones u , v , w que representan las componentes de su desplazamiento, así que las componentes de la deformación no pueden expresarse arbitrariamente en función de x , y , y z :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} \quad (\text{Ec. 3.36})$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} \quad (\text{Ec. 3.37})$$

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} \quad (\text{Ec. 3.38})$$

De donde se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (\text{Ec. 3.39})$$

Una permutación cíclica de las letras x , y , z , permitirá obtener otras dos relaciones análogas. Calculando ahora las derivadas:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} \quad (\text{Ec. 3.40})$$

$$\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (\text{Ec. 3.41})$$

$$\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} = \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (\text{Ec. 3.42})$$

$$\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} \quad (\text{Ec. 3.43})$$

Combinando las ecuaciones (3.40) a (3.43) se obtiene la ecuación (3.44):

$$\frac{2\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (\text{Ec. 3.44})$$

En consecuencia se llega a seis ecuaciones diferenciales entre las componentes de la deformación. Estas ecuaciones reciben el nombre de condiciones de compatibilidad y son las siguientes:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (\text{Ec. 3.45})$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \quad (\text{Ec. 3.46})$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial x \partial z} \quad (\text{Ec. 3.47})$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (\text{Ec. 3.48})$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (\text{Ec. 3.49})$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (\text{Ec. 3.50})$$

Estas seis ecuaciones bastan para asegurar la existencia del desplazamiento en un cuerpo. En la figura 21 los incisos a) y b) se observa un sólido elástico discretizado cuando se le aplica una carga al sólido, los elementos tienden a desarrollar desplazamientos discontinuos tal y como se muestra en el inciso c). Aplicando las condiciones de compatibilidad, los elementos demuestran un desplazamiento continuo esto para que siempre se mantengan los puntos unidos en todo momento.

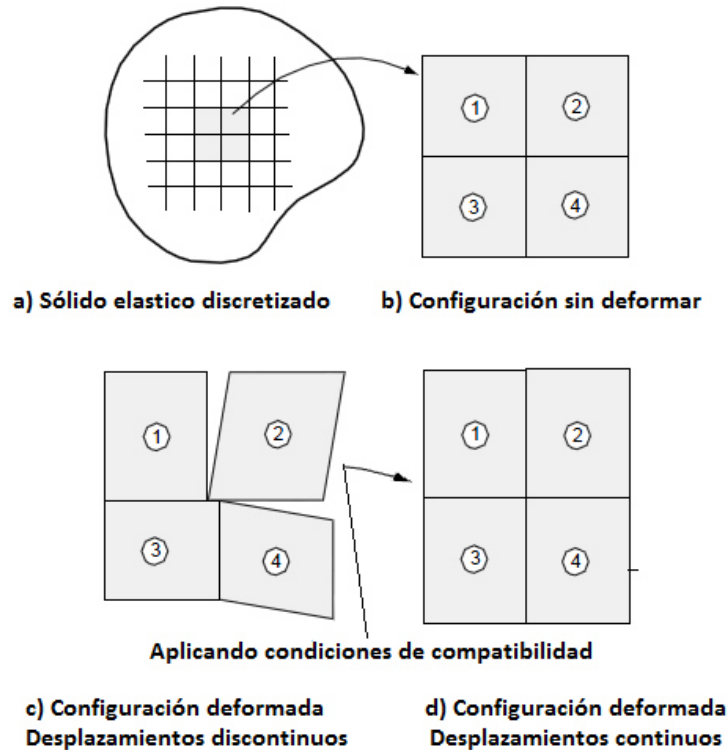


Figura 21.-Interpretación física de las condiciones de compatibilidad [35].

3.6.3.- Ecuaciones constitutivas

Estas ecuaciones caracterizan la respuesta de un determinado material frente a las cargas externas, es decir, la relación entre esfuerzos y deformaciones. También llamada ley de Hooke generalizada. Esta ley permite obtener el campo de esfuerzos, a partir del campo de deformaciones presentes en el cuerpo. Anteriormente se demostró que el esfuerzo está relacionado con la deformación por el módulo de elasticidad [38].

Si se invierten las ecuaciones (3.10) a (3.17) en términos del esfuerzo se obtienen las constantes de Lamé que son:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (\text{Ec. 3.51})$$

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (\text{Ec. 3.52})$$

Por lo tanto:

$$\sigma_x = \lambda e + 2G\varepsilon_x \quad (\text{Ec. 3.53})$$

$$\sigma_y = \lambda e + 2G\varepsilon_y \quad (\text{Ec. 3.54})$$

$$\sigma_z = \lambda e + 2G\varepsilon_z \quad (\text{Ec. 3.55})$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (\text{Ec. 3.56})$$

$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad (\text{Ec. 3.57})$$

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} \quad (\text{Ec. 3.58})$$

A estas expresiones se les denomina ecuaciones de Lamé-Hooke.

Las ecuaciones de equilibrio, las ecuaciones de compatibilidad y las ecuaciones constitutivas suman un total de 15 ecuaciones que igualan exactamente el número de incógnitas. Un método común es sustituir las relaciones entre desplazamientos y deformaciones en las ecuaciones constitutivas, lo cual hace que se cumplan las ecuaciones de compatibilidad. A su vez el resultado de esta sustitución se puede introducir en las ecuaciones de equilibrio lo cual convierte el anterior sistema en un sistema de tres ecuaciones en derivadas parciales y tres desplazamientos como incógnita. Existen muchos métodos para resolver este sistema, el método más simple para resolver el problema elástico es la formulación de Navier. Esta formulación reduce el sistema a un sistema de tres ecuaciones diferenciales para los desplazamientos. Esto se logra insertando en las ecuaciones de equilibrio, las ecuaciones constitutivas, las ecuaciones de los desplazamientos y las ecuaciones de las deformaciones donde se puede expresar el sistema de ecuaciones en un sistema de tres ecuaciones diferenciales parciales, sustituyendo las deformaciones por sus expresiones en función de los desplazamientos, obteniendo las ecuaciones de Navier [37]:

$$\mathbf{G} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial z} \right) \right] + \mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (\text{Ec.3.59})$$

$$\mathbf{G} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial z^2} + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial z} \right) \right] + \mathbf{Y} = \mathbf{0} \quad (\text{Ec.3.60})$$

$$\mathbf{G} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial z^2} + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial z} \right) \right] + \mathbf{Z} = \mathbf{0} \quad (\text{Ec.3.61})$$

3.7 Principio de los trabajos virtuales

Este principio es particularmente útil para sistemas estructurales relativamente complejos que contengan partes interconectadas. El principio de los trabajos virtuales (PVT) fue originalmente establecido para sistemas en equilibrio, sin embargo, este principio puede también ser aplicado a sistemas dinámicos. El PVT puede ser expresado de la siguiente manera: En un sistema que está en equilibrio, el trabajo de todas las fuerzas tanto internas como externas durante un desplazamiento hipotético (desplazamiento virtual), es igual a cero. En general, las ecuaciones de movimiento se obtienen introduciendo los desplazamientos virtuales, que corresponden a cada grado de libertad, e igualando a cero el trabajo resultante. Este procedimiento también es utilizado para la resolución de los problemas elásticos, basado también en consideraciones de tipo energético. Fue formulado por Jean Bernoulli en 1717 y para poder enunciar claramente se considera la figura 22 donde se observa una partícula en equilibrio y la suma de los trabajos realizados por las fuerzas activas (F) que sobre ella actúan es nula para cualquier desplazamiento virtual (δ) de la misma [39].

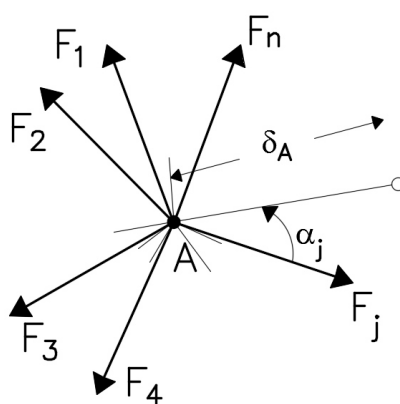


Figura 22.- Partícula en equilibrio [39].

Se entiende por desplazamiento virtual, cualquier desplazamiento infinitesimal arbitrario compatible con los vínculos establecidos para dicha partícula. Se

denominan fuerzas activas a las aplicadas directamente sobre la partícula, a diferencia de las reacciones originadas por los vínculos (que no desarrollan trabajo) pues se considera sin fricción.

La expresión matemática del principio para una partícula material es:

$$\delta W = F_{1A} \cdot \delta_A + F_{2A} \cdot \delta_A + \dots + F_{NA} \cdot \delta_A = \delta_A (\sum_{j=1}^n F_{jA}) = 0 \quad (\text{Ec.3.62})$$

Donde δW es el trabajo virtual distinguiéndose del trabajo real (W). En la aplicación del principio de los trabajos virtuales a los sólidos (conjuntos de partículas) se consideran dos procedimientos distintos:

- a) Para los sólidos rígidos ideales se considera que las partículas que los constituyen, sometidas a un sistema real de fuerzas, experimentan un conjunto de desplazamientos virtuales.
- b) Para los sólidos reales, en cambio, se supone que sus partículas están sometidas a un sistema de fuerzas virtuales, siendo los desplazamientos de las mismas muy pequeños, pero reales. Aunque el trabajo virtual desarrollado debiera recibir el nombre de trabajo virtual complementario δW , la práctica habitual es denominar indistintamente como trabajo virtual tanto al desarrollado por fuerzas reales con desplazamientos virtuales como al correspondiente a esfuerzos virtuales y desplazamientos reales.

Independientemente del sólido considerado, el principio de los trabajos virtuales expresa que todo trabajo virtual realizado por fuerzas (virtuales o reales) activas y de vínculo que actúan sobre un sólido con los desplazamientos de sus puntos (reales o virtuales) ha de ser nulo, logrando el equilibrio del sólido.

Antes de pasar al análisis general se deben tomar las siguientes consideraciones:

- En primer lugar se considera un cuerpo en equilibrio, al que con posterioridad se le provoca una deformación, dicha deformación es

arbitraria y posible, compatible con las condiciones de vínculo, pero que no proviene de las cargas originales en el cuerpo.

- Las cargas externas multiplicadas por esos desplazamientos arbitrarios representan el trabajo virtual de las fuerzas exteriores W_e .
- Los esfuerzos internos generados por las cargas en equilibrio originales generan trabajo debido a la deformación virtual impuesta, dando origen al trabajo virtual interno de deformación W_i .
- El principio de trabajos virtuales puede entonces expresarse sintéticamente mediante la expresión:

$$W_e = W_i \quad (\text{Ec.3.63})$$

3.7.1.- Sistemas ideales

En la figura 23 se muestra un ejemplo de un sólido rígido, sometido a su peso propio Q y a dos fuerzas horizontales y contrarias P , que se encuentra en equilibrio, por lo que el trabajo desarrollado por los esfuerzos P y Q para un desplazamiento virtual (de componentes δ_u , δ_v) es nulo, cuando se obliga al sólido a moverse exclusivamente en dirección horizontal [39].

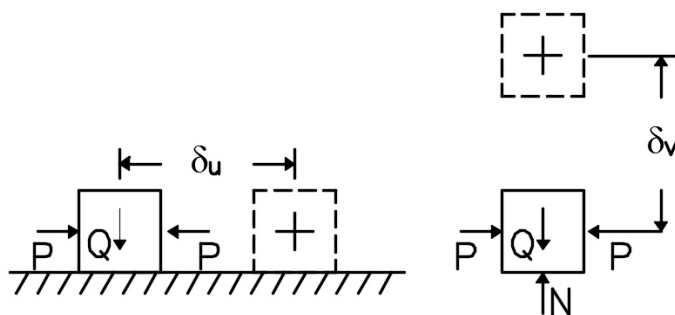


Figura 23.- Sólido rígido sometido a su propio peso [39].

Los trabajos virtuales se expresan por las siguientes ecuaciones:

$$\delta_u = (P - P) = 0 \quad (\text{Ec.3.64})$$

$$\delta_v = (Q - N) = 0 \quad (\text{Ec.3.65})$$

De esta última relación se deduce que $Q=N$.

En un sistema ideal elemental, constituido por dos partículas A y B , se considera que estas se encuentran unidas por una barra de rigidez infinita por lo que no se desarrolla trabajo alguno cuando dicho sistema sufre un desplazamiento virtual, tal y como se encuentra representado en la figura 24:

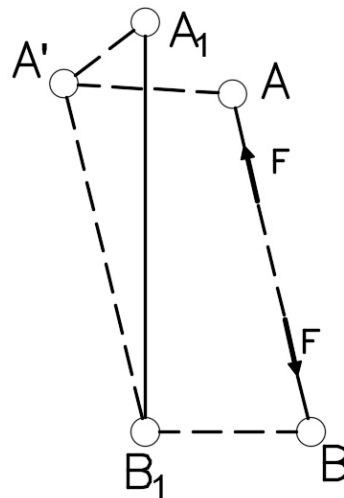


Figura 24.- Sistema ideal elemental constituido por 2 partículas [39].

Donde se representa el trabajo desarrollado por las fuerzas F , iguales y contrarias en los extremos A y B de dicha barra, este será nulo cuando el sistema experimente un desplazamiento virtual, de forma que la barra pasa a la posición $A_1 B_1$. En efecto, los movimientos de A y B pueden descomponerse en a) y b) que son:

- Los desplazamientos AA' , BB_1 iguales entre sí, por lo que la suma de los trabajos desarrollados por las fuerzas F es nula.
- El giro de la barra desde la posición $A'B_1$ a la posición $A_1 B_1$, quedando fijo el punto B_1 y desplazándose A' hasta A_1 en dirección ortogonal a $A'B_1$ no desarrolla trabajo aparente.

3.7.2.- Sistemas reales

En los sólidos reales, como el representado en la figura 25, varían las distancias entre sus partículas, por lo que las fuerzas de vínculo virtuales, a nivel elemental, $\sigma_v dS$ y $\tau_v dS$ realizan un trabajo con los desplazamientos reales de sus puntos de aplicación $\varepsilon_r dl$, $\gamma_r dl$.

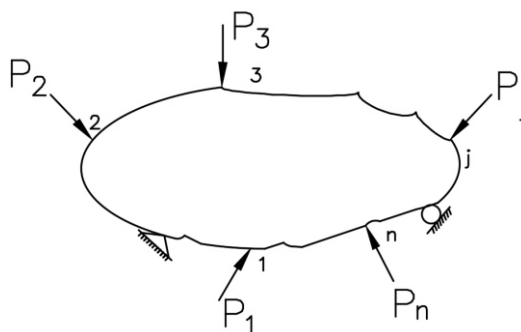


Figura 25.- Partícula con fuerzas aplicadas [39].

Este trabajo recibe el nombre de trabajo interno virtual y puede comprobarse que tiene siempre signo contrario al trabajo virtual desarrollado por las fuerzas exteriores; su expresión para todo el volumen del sólido es:

$$\delta W_i = \int_V (\sigma_v \varepsilon_r + \tau_v \gamma_r) dV \quad (\text{Ec.3.66})$$

Dónde V es el volumen.

Para el sólido deformable indicado, el trabajo virtual externo realizado por el sistema virtual de cargas con los desplazamientos reales tiene la expresión:

$$\delta W_e = \sum P_v \delta_r + \sum R_v \delta'_r \quad (\text{Ec.3.67})$$

P_v y R_v son las fuerzas virtuales y las reacciones virtuales en los vínculos externos, mientras que δ_r son los desplazamientos de los puntos de aplicación de aquellas y δ'_r los posibles movimientos de los apoyos.

La ecuación de los trabajos virtuales se representa como:

$$\sum P_v \delta_r + \sum R_v \delta'_r = \int_V (\sigma_v \epsilon_r + \tau_v \gamma_r) dV \quad (\text{Ec.3.68})$$

Cuando se trata de obtener la deformación en un punto es usual considerar que el sistema virtual de cargas está constituido por una fuerza unitaria que actúa en la sección donde se desea determinar el desplazamiento real δ_r y en su misma dirección. El método de los trabajos virtuales es de aplicación absolutamente general, no estando sometido a restricción alguna [40-41].

El método de elementos finitos utiliza el principio de trabajos virtuales para resolver problemas elásticos, lo cual será tratado en el capítulo 4.

3.8 Criterios de falla

En la industria automotriz es muy importante conocer las propiedades de los materiales tales como su resistencia, geometría, es decir, se deben conocer los límites de los materiales para determinar el esfuerzo que pueden resistir antes de la ruptura. Para ello se cuenta con los criterios o teorías de falla con los que se puede determinar mediante fórmulas, los esfuerzos permisibles en estructuras o componentes de máquinas. Para las teorías de falla se contemplan dos tipos de materiales [38]:

- Materiales dúctiles: son aquellos que al serles aplicada una o más fuerzas, tienen a deformarse antes de fallar.

- Materiales frágiles: son aquellos cuyo periodo de deformación elástica es sumamente corto y tienden a fracturarse directamente al fallar.

Para los materiales dúctiles existen dos teorías para calcular la falla o ruptura:

1. Teoría del esfuerzo cortante máximo (Criterio de Tresca).
2. Teoría de la energía máxima de distorsión (Criterio de Von Mises) siendo este el usado en el presente proyecto durante el análisis estructural de los elementos anteriormente mencionados en el capítulo 1.

3.8.1.- Teoría del esfuerzo cortante máximo (Criterio de Tresca)

Esta teoría fue expuesta por Henri Tresca y enuncia que un material no presentará cedencia en el punto analizado mientras el esfuerzo cortante máximo en dicho punto no supere el esfuerzo cortante máximo en el ensayo de tensión.

La figura 26 ilustra el criterio de Tresca:

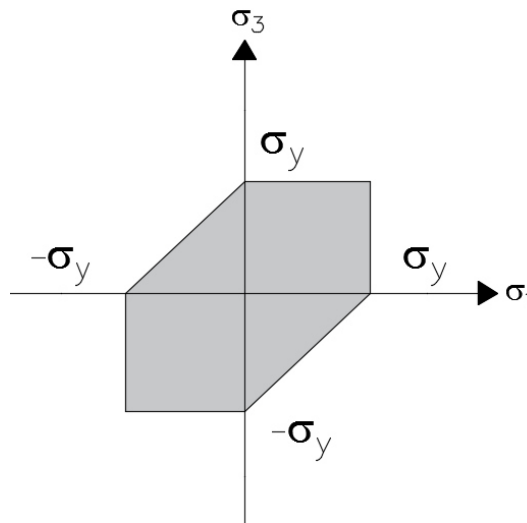


Figura 26. Representación gráfica del criterio de Tresca.

En la figura anterior σ_y representa el límite de fluencia obtenido en el ensayo de tensión, quiere decir, que el material superará el límite elástico a partir de los

límites en el gráfico, o bien, resistirá los esfuerzos mientras estos se mantengan en el área sombreada.

El criterio de Tresca puede ser escrito matemáticamente de la siguiente forma:

$$\tau_{max} \geq \frac{\sigma_y}{2} \quad (\text{Ec.3.69})$$

Donde

$$\tau_{max} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} \quad (\text{Ec.3.70})$$

Por lo que τ_{max} es el esfuerzo cortante máximo del punto considerado, σ_1 el esfuerzo principal mayor y σ_3 el esfuerzo principal menor.

3.8.2.- Teoría de la energía de distorsión máxima (Criterio de Von Mises)

Esta teoría fue formulada por Richard Von Mises y es aplicable para materiales dúctiles que sufren un esfuerzo de tensión y/o compresión. Enuncia que el material no fluirá en el punto analizado siempre que la energía de distorsión por unidad de volumen en el punto no supere la energía de distorsión por unidad de volumen que se da en el momento de la fluencia en el ensayo de tensión. Observando la figura 27, el material no superará el límite elástico mientras los esfuerzos se mantengan dentro de la zona sombreada.

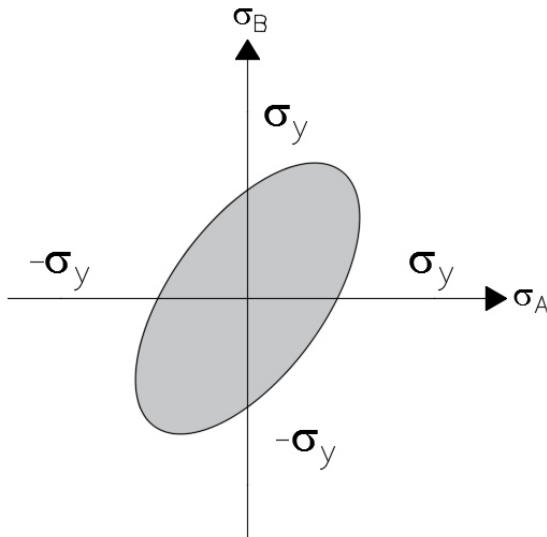


Figura 27.- Representación gráfica del criterio de Von Mises.

El esfuerzo de Von Mises o esfuerzo equivalente puede ser matemáticamente expresado de la siguiente forma:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \geq \sigma_y \quad (\text{Ec.3.70})$$

Donde:

σ_{eq} = Esfuerzo de Von Mises

σ_y = Límite o esfuerzo de fluencia

$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ = Esfuerzos principales en el punto considerado

Para los materiales frágiles también se aplican 2 teorías o criterios:

1. Teoría del esfuerzo máximo normal (Criterio de Rankine).
2. Criterio de falla de Mohr.

Las formulaciones se pueden consultar en la referencia [38].

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DE ELEMENTO FINITO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA

4.1. Introducción

El método de elemento finito (MEF) fue desarrollado hace más de 6 décadas, como un método para predecir con precisión y mayor aproximación la reacción de piezas complejas a diversas condiciones (condiciones frontera) también llamadas entradas. Antes del desarrollo del MEF, la única manera de validar un diseño o probar una teoría eran numerosas pruebas físicas. Esto era y sigue siendo costoso y consume mucho tiempo. El análisis de elementos finito nunca

sustituirá la prueba física final definitiva y validación de un diseño, pero puede reducir drásticamente el tiempo y el dinero gastado en los diferentes escenarios y conceptos intermedios [42]. El MEF en la actualidad es una herramienta vital e insustituible en muchas industrias como: la automotriz, aeroespacial, militar, productos de consumo, área médica, petroquímica, arquitectura, entre otras.

La problemática surge principalmente cuando se estudian sistemas con geometrías complejas o no se dispone de una condición frontera adecuada debido a alguna característica irregular o aleatoria en el sistema. Esta dificultad se puede contrarrestar considerando un conjunto de suposiciones para su solución pero este procedimiento podría resultar en la obtención de respuestas totalmente erróneas. Cabe destacar que las soluciones analíticas proporcionan un número infinito de soluciones para todo el dominio. Los sistemas con esas características son conocidos como sistemas continuos. Dado que la solución final de las ecuaciones está representada por una función o alguna serie infinita, se puede elegir cualquier punto sobre el dominio e introducirlo en la función para obtener un resultado. De forma alternativa un sistema puede ser definido como una colección de componentes o elementos sobre los cuales la respuesta del sistema puede ser descrita mediante la solución de un número finito de valores desconocidos. Tales sistemas se conocen como sistemas discretos. El procedimiento para convertir un sistema continuo a un sistema discreto se conoce como discretización. A lo largo de los años se han desarrollado distintos métodos de discretización para los sistemas continuos. Todos involucran una aproximación a la cual debe mejorar conforme se incrementa el número de variables discretas [43]. Esto representa una ventaja porque hoy en día se cuenta con computadoras de alta velocidad y por lo tanto es posible resolver un problema discreto en una cantidad relativamente corta de tiempo.

Los métodos numéricos han ido evolucionando con el paso de los años. Un método comúnmente utilizado es el método de diferencias finitas (MDF). Este método se utiliza para aproximar las ecuaciones diferenciales gobernantes

utilizando ecuaciones de diferencia; por ejemplo, una derivada dT/dx puede ser convertida a una ecuación de diferencia $\Delta T/\Delta x$. Para manipular derivadas de mayor orden, se utilizan las series de Taylor y a partir de esta se generan ecuaciones de diferencia hacia adelante, hacia atrás o centrada, o alguna combinación de ambas para ciertos tipos de ecuaciones diferenciales.

El procedimiento de discretización en el método de diferencias finitas consiste en generar un arreglo rectangular de n puntos sobre los cuales, se resolverán las ecuaciones gobernantes modificadas (ecuaciones discretizadas) para posteriormente ser ensambladas y obtener un conjunto de n variables desconocidas que pueden ser calculadas, utilizando herramientas como algebra lineal y/o operaciones aritméticas. Se tiene un punto de referencia i,j y las ecuaciones discretizadas se generan sobre ese punto de referencia y sus vecinos. Al arreglo formado de puntos se le conoce también como malla. En la figura 28 se ilustra un mallado de diferencias finitas en dos dimensiones:

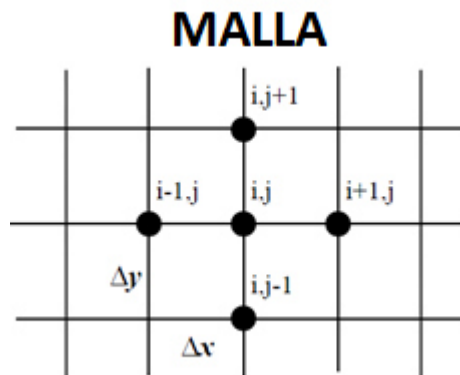


Figura 28.- Mallado de diferencias finitas en dos dimensiones.

Del cual en base a la figura anterior, la ecuación para el caso continuo:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.1)$$

Y para el caso discreto:

$$\frac{T_{i-1,j}^t - 2T_{1j}^t + T_{i+1,j}^t}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,1-j}^t - 2T_{ij}^t + T_{i,j+1}^t}{(\Delta y)^2} = c \frac{T_{ij}^{t+\Delta t} - T_{ij}^t}{\Delta t} \quad (4.2)$$

Cuando el dominio cuenta con demasiadas irregularidades en la geometría o alguna condición frontera compleja, la aplicación de la técnica resulta inapropiada [44,45]. Una versión refinada del método de diferencias finitas es el método de volumen finito (MVF). En este método el punto de referencia ahora se encuentra en el centro de la “celda” y es mayormente aplicado a problemas de mecánica de fluidos. Uno de los métodos que ha ganado una gran popularidad a nivel industrial y académico es el método de elemento finito y será discutido en la siguiente sección.

4.2. Definición del método de elemento finito

Antes de hacer énfasis en la definición del método de elemento finito es importante observar algunos aspectos que servirán como base para su mejor comprensión. El método de elemento finito (MEF) puede ser definido como una técnica numérica utilizada para obtener una solución aproximada de un problema de ingeniería. El procedimiento de discretización consiste en dividir el sistema continuo en m elementos que se encuentran conectados por nodos. A diferencia del MDF y MVF, el MEF permite utilizar elementos de diversas geometrías tales como triángulos, rectángulos o cuadriláteros en 2 dimensiones o elementos hexaédricos o tetraédricos en 3 dimensiones sobre los que se aplican la formulación.

El método de elemento finito no ofrece restricción al trabajar con una geometría complicada, dado que los elementos pueden ser elegidos de cualquier tamaño, forma y cualquier orientación para ajustarse a la geometría dada. Situación que

hace el análisis de diferencias finitas no sea eficiente en este tipo de casos. En la figura 29 se muestra un ejemplo de mallado utilizado en el método de diferencias finitas (caso a) y elemento finito (caso b espoleta).

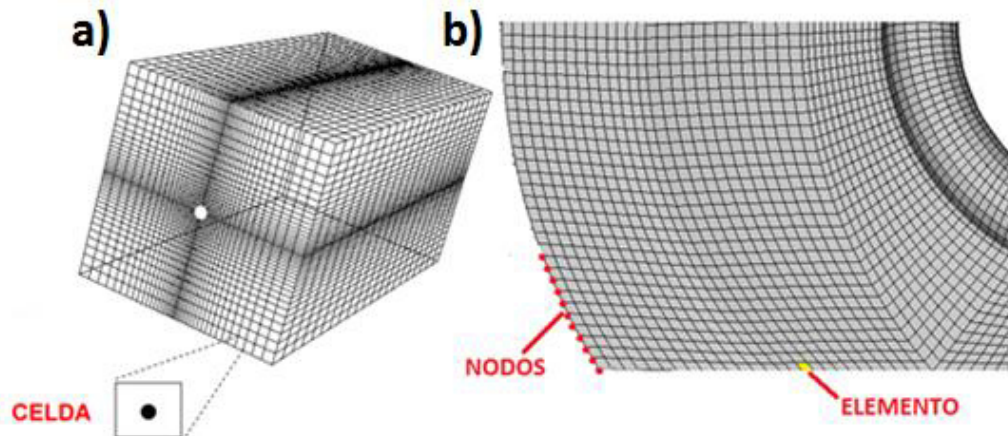


Figura 29.- Métodos de Discretización, (a) Diferencias finitas, (b) Método de elemento finito.

El método de elemento finito se enfoca más a problemas con condición de frontera de Neumann mientras que los métodos de diferencias finitas y de volumen finito son más aplicados a problemas con condición frontera Dirichlet [46].

Otra diferencia importante es la forma en que se pueden manipular las ecuaciones gobernantes: en el método de elemento finito las ecuaciones son definidas en forma independiente para cada elemento y se tienen como herramienta los siguientes métodos:

- Método variacional.
- Métodos de residuos ponderados.
- Métodos basados en las leyes de conservación sobre volúmenes de control.
- Representación integral (métodos libres de malla).

4.3. Historia del método de elemento finito

El método de elemento finito surge a partir de 2 ramas: la ingeniería y las matemáticas. Desde el punto de vista matemático se desarrollaron técnicas que se empleaban directamente sobre las ecuaciones diferencias, tales como los métodos de diferencias finitas, métodos de residuos ponderados y los métodos variacionales [47].

Rayleigh, Ritz y Galerkin, utilizaron funciones de prueba (también llamadas funciones de interpolación) para aproximar las soluciones de las ecuaciones diferenciales. Sin embargo, ellos empleaban el método sobre todo el dominio del problema analizado [48].

En 1943, Courant realizó un ensamble de elementos triangulares y empleó el principio de energía potencial mínima para resolver problemas de torsión [44,49]. En 1959 Greenstadt propuso un método de discretización, el cual involucraba celdas en lugar de puntos y para cada celda la función desconocida era representada mediante una serie de funciones, cada una asociada con cada celda para después aplicar un método variacional apropiado a cada celda y finalmente acoplar las ecuaciones obtenidas para todas las celdas. Muchas de sus ideas en conjunto con las de Galerkin sirvieron como base matemática para el método de elemento finito y prácticamente se han mantenido hasta hoy en día.

Desde el punto de vista ingenieril se atacaba el problema creando una analogía entre elementos discretos y porciones finitas de un dominio continuo. Las aplicaciones iniciales eran para resolver problemas estructurales. En 1940 Mchenry, Hrenikoff, Newmark y Southwell demostraron que se podían obtener buenas soluciones a problemas de elasticidad reemplazando pequeñas porciones del sistema continuo a un arreglo de barras elásticas simples. En 1956 Turner y Cough publicaron una solución para problemas que presentaban condiciones de esfuerzo plano utilizando elementos triangulares cuyas propiedades se determinaron a partir de las ecuaciones de la teoría de la

elasticidad. Después surge el término “elemento finito” utilizado por primera vez por Clough en 1960 [48,49]. Igualmente en ese año surge una publicación de Argyris en la cual establece en forma detallada una formulación matricial para la teoría estructural en la cual se demostraba que esta podía ser generalizada para cualquier tipo de aplicación que involucrara elementos estructurales.

Desde el punto de vista computacional Argyris publicó en 1954 una serie de artículos que cubrían análisis lineales estructurales y métodos eficientes de solución para ser resueltos mediante una computadora. Trabajos similares fueron realizados por Clough durante ese periodo [50]. A partir de los años 60 comenzaron a crearse paquetes computacionales de elemento finito, entre los primeros surgió NASTRAN el cual fue un punto de partida para la generación de paquetes computacionales como ANSYS, DEFORM, COSMOS [48], HYPERMESH, ABAQUS, entre otros.

4.4. Formulación matemática para el método de elemento finito

4.4.1.- Método de aproximación directa

Con la ayuda de este método es posible resolver problemas aplicando un razonamiento físico directo; es decir, las ecuaciones que forman el modelo son relativamente simples y no exigen un análisis matemático riguroso. Los elementos discretos pueden ser sencillamente identificados y las propiedades de cada elemento son obtenidas logrando un ensamble de todo el sistema [44].

4.4.2.- Método de Ritz

El método de Ritz es un método variacional en el cual se busca obtener una solución aproximada para el problema en cuestión utilizando una combinación lineal de funciones de prueba ψ_i con parámetros indeterminados c_i . Para poder

aplicar este método así como todos los métodos variacionales se requiere contar con un funcional, el cual es extremizado diferenciándolo con respecto a cada variable desconocida c_i . De este procedimiento se obtiene un sistema de n ecuaciones simultáneas de las cuales se obtendrá cada valor c_i . En el método de Ritz las funciones de prueba definen completamente el dominio que se está analizando y deben satisfacer las condiciones frontera presentas en éste [44,49]. El funcional I puede ser representado en dos dimensiones por la ecuación:

$$I(\varphi) = \iint F(\varphi, \varphi_x, \varphi_{xx}, \varphi_{xy}, \dots) dx dy \quad (4.3)$$

En la ecuación (4.3), F puede depender de una función φ así como sus derivadas parciales ($\varphi_x, \varphi_{xx}, \varphi_{xy} \dots$). Por ejemplo, en una dimensión la solución original φ puede ser aproximada a una función $\tilde{\varphi}$ en un intervalo $[x_1, x_2]$ utilizando una combinación lineal de las funciones prueba:

$$\varphi(x) \approx \tilde{\varphi}(x) = \psi_0 + \psi_i C_i \quad (4.4)$$

En esta ecuación ψ_i representa a las funciones de prueba. Existen n coeficientes c_i a ser determinados. Una vez que estas funciones son elegidas de tal forma que cumplan las condiciones frontera, son introducidas en el funcional el cual es posteriormente extremizado con respecto a cada coeficiente c_i :

$$\frac{\partial}{\partial c_i} [I(\tilde{\varphi})] = 0 \quad (4.5)$$

El grado de aproximación para la solución del problema dependerá del número de términos elegidos para la función de prueba.

Como se mencionó anteriormente, el método de elemento finito consiste en subdividir el dominio en entidades conocidas como elementos unidos mediante nodos. Aplicando el método de Ritz a esta técnica numérica, el funcional ahora será minimizado para cada elemento en forma independiente y posteriormente se sumarán todas las contribuciones de cada uno de los funcionales extremizados para cada elemento y de esta forma se obtendrá el sistema global de ecuaciones. En este caso las funciones de prueba ahora serán conocidas con el nombre de funciones de interpolación o funciones de forma (N_i). Ahora para cada elemento existirán n variables desconocidas donde n será el número de nodos por elemento (el número de elementos es m):

$$\mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{N}_i \mathbf{u}_i \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_j} [I^{(e)}] = \mathbf{0} \quad j = 1, 2 \dots n \quad (4.7)$$

En el caso de que exista un funcional cuadrático, es decir, que la función u y sus derivadas posean como grado máximo 2 la ecuación (4.7) tendrá la siguiente forma como se demostrará posteriormente [47].

$$\frac{\partial}{\partial u_j} [I^{(e)}] = \mathbf{K}_u - \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (4.8)$$

4.4.3.- Método de residuos ponderados

El método de residuos ponderados representa otra forma de obtener una formulación para el método de elemento finito. Esta técnica es apropiada cuando no se dispone del funcional en el método variacional. Esto es debido a que aún y cuando todos los problemas físicos pueden ser representados mediante un funcional, la obtención de este puede ser relativamente complicada. El procedimiento puede explicarse de la siguiente manera [44, 45,49]:

Se supone que se tiene una ecuación diferencial de la siguiente forma:

$$f[\varphi(x_1, x_2)] = D_{x_1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + D_{x_2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} - g\varphi + Q = 0 \quad (4.9)$$

Donde D_{x_1} y D_{x_2} , g y Q son constantes físicas. Inicialmente se aplica el concepto del método de Ritz utilizando las funciones de aproximación de la ecuación (4.6). Sustituyendo la ecuación (4.6) en la ecuación (4.9) origina un valor llamado residuo (R) o error el cual será diferente de cero debido a que la función de prueba está siendo utilizada para aproximar a la solución original:

$$R = f[\tilde{\varphi}(x_1, x_2)] \neq 0 \quad (4.10)$$

R también estará en función de los valores desconocidos u_i . Ahora los valores u_i serán determinados de tal forma que R desaparezca en un sentido promedio sobre el dominio completo, es decir:

$$\int_{\Omega} w_i R d\Omega = 0 \quad (4.11)$$

Los w_i son llamados funciones de ponderación. Según la elección de estas funciones es el nombre que se le da al método:

1. Método de Galerkin ($w_i = N_i$).
2. Método de Petrov-Galerkin ($w_i \neq N_i$).
3. Método de subdominio ($w_i = 1$).
4. Método de mínimos cuadrados ($w_i = \partial R / \partial u_i$).
5. Método de colocación ($w_i = \delta$). δ es la función delta de Dirac (impulso).

El método de diferencias finitas utiliza la forma fuerte en su formulación. Cuando se tiene un funcional y se aplica la primera variación con el fin de extremizarlo se llega a una forma integral especial conocida como forma débil. Esta forma requiere de una menor continuidad sobre las variables dependientes y normalmente produce un conjunto de ecuaciones discretizadas aun y cuando la geometría se compleja. El método de Galerkin se basa en la forma débil para su formulación.

4.5. Métodos para resolver problemas de elasticidad mediante elemento finito

La mayor parte de las aplicaciones del método de elementos finitos para problemas mecánicos sólidos se han basado en un principio variacional para la derivación de las ecuaciones de los elementos. Esto se debe en gran parte al hecho de que la mayoría de los problemas en la mecánica de sólidos tienen varios principios variacionales basado en interpretaciones físicas. Con este enfoque clásico se derivan las ecuaciones de los elementos para la elasticidad lineal tridimensional utilizando el principio de energía potencial [51]. Las incógnitas que se buscan en esta formulación tal y como se mencionó en el capítulo anterior son los desplazamientos y esta formulación es mejor conocida como la formulación del desplazamiento. En otros principios variacionales naturalmente se enfocan en las formulaciones de fuerza, donde las fuerzas son las incógnitas del problema y también existen formulaciones donde combinan las fuerzas y los desplazamientos como incógnitas, pero para problemas particulares un principio puede ser aplicado en ambos sentidos. Para la mayoría de los problemas la formulación de desplazamiento es la formulación más simple de aplicar y la más utilizada.

En el presente proyecto se utilizó el paquete de elemento finito ABAQUS para resolver las distintas iteraciones de diseño que se propusieron. El paquete utiliza el principio del método variacional para resolver las ecuaciones planteadas en el sistema. Para esto se determinarán los componentes de desplazamiento y esfuerzo mediante el método variacional (método comúnmente usados en problemas de elasticidad).

4.5.1.- El método variacional

El método variacional está relacionado con un concepto matemático llamado funcional. El funcional asociado a un problema dado, se puede obtener bien sea a partir de alguna expresión de energía (usualmente este es el caso en los problemas de la mecánica de los sólidos), o desde un problema de valor de contorno. Una vez obtenido el funcional asociado a un problema dado, el método variacional consiste en reducir el valor de la funcional con respecto a cada uno de los valores nodales de la(s) variable(s) del problema.

Entre las ventajas de este método se incluye la familiaridad de las técnicas de energía (en problemas de la mecánica de sólidos), y su fácil extensión a problemas de dos dimensiones y tres dimensiones. Entre las desventajas, se incluye la inexistencia del funcional para cierta clase de problemas (los que están relaciones con el flujo de fluidos visco-elásticos) y la dificultad de determinarlo, aun cuando exista para otros problemas [51].

Para resolver problemas de elasticidad en tres dimensiones se emplea la ley de Hooke representada de manera matricial (también llamada ecuación lineal constitutiva):

$$\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\} \quad (4.12)$$

Donde los componentes del vector de esfuerzo son:

$$\{\sigma\} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

[C] es la matriz del módulo linear elástico que se expresa de la siguiente manera:

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Y $\{\varepsilon\}$ es el vector de deformaciones infinitesimales, ecuación (4.15):

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} \{\delta\} \quad (4.15)$$

Donde resulta el vector de desplazamiento con las componentes u , v , w en las direcciones x , y , z :

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

Para calcular la energía interna de deformación (U) de un sólido elástico lineal de 3 dimensiones se emplea la siguiente ecuación:

$$U = \frac{1}{2} \int_V ([\epsilon][C]\{\epsilon\}) dV \quad (4.17)$$

Donde V es el volumen del sólido. Para obtener la energía del sistema se obtiene como:

$$\pi = U - W \quad (4.18)$$

Donde:

π = es la energía del sistema.

U = la energía de deformación o energía interna.

W = el trabajo efectuado por las fuerzas externas.

Sustituyendo la (4.17) en la (4.18), la energía del sistema se obtiene como:

$$\pi(u, v, w) = \frac{1}{2} \int_V (\{\epsilon\}[C]\{\epsilon\}) dV - \int_S \{\mathbf{d}\}\{\mathbf{T}\} dS \quad (4.19)$$

Donde $\{T\}$ son las fuerzas superficiales por unidad de área y la matriz está definida por sus componentes en x, y, z:

$$\{T\} = \{T_x \ T_y \ T_z\}^T \quad (4.20)$$

Y para asegurar que los elementos tengan convergencia, las derivadas deben de satisfacer las condiciones de compatibilidad tal y como se relató en el capítulo anterior.

Para calcular los desplazamientos en los nodos, el campo de desplazamientos se distribuye de la siguiente manera:

$$\{\tilde{\delta}\}^{(e)} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^r N_i(x, y, z) u_i \\ \sum_{i=1}^r N_i(x, y, z) v_i \\ \sum_{i=1}^r N_i(x, y, z) w_i \end{pmatrix} = [N]\{\delta\}^{(e)} \quad (4.21)$$

Donde la matriz $[N]$ se expresa de la siguiente manera:

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_r & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_r & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Si se sustituye la ecuación (4.21) en la ecuación (4.15) se puede expresar el vector deformación de la siguiente manera:

$$\{\epsilon\}^{(e)} = [B]\{\delta\}^{(e)} \quad (4.23)$$

Donde $[B]$ es la derivada de $[N]$ y es evaluada de la siguiente manera:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_1}{\delta x} & 0 & 0 & \frac{\delta N_2}{\delta x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\delta N_r}{\delta x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_1}{\delta y} & 0 & 0 & \frac{\delta N_2}{\delta y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\delta N_r}{\delta y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta N_1}{\delta z} & 0 & 0 & \frac{\delta N_2}{\delta z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\delta N_r}{\delta z} \\ \frac{\delta N_1}{\delta y} & \frac{\delta N_1}{\delta x} & 0 & \frac{\delta N_2}{\delta y} & \frac{\delta N_2}{\delta x} & 0 & \dots & \frac{\delta N_r}{\delta y} & \frac{\delta N_r}{\delta x} & 0 \\ \frac{\delta N_1}{\delta z} & 0 & \frac{\delta N_1}{\delta x} & \frac{\delta N_2}{\delta z} & 0 & \frac{\delta N_2}{\delta x} & \dots & \frac{\delta N_r}{\delta z} & 0 & \frac{\delta N_r}{\delta x} \\ 0 & \frac{\delta N_1}{\delta z} & \frac{\delta N_1}{\delta y} & 0 & \frac{\delta N_2}{\delta z} & \frac{\delta N_2}{\delta y} & \dots & 0 & \frac{\delta N_r}{\delta z} & \frac{\delta N_r}{\delta y} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

En la mayoría de las formulaciones de elemento finito se considera una incógnita escalar en cada nodo, en cambio en las formulaciones de elasticidad usando elemento finito (donde la variable a determinar es el desplazamiento con 3 componentes (x, y, z) en cada nodo) existen 3 incógnitas que son los valores de los componentes del desplazamiento. Sustituyendo estas cantidades en la ecuación (4.19) de energía potencial funcional se obtiene la energía potencial de un solo elemento (e) en términos nodales de desplazamiento, entonces se expresaría de la siguiente manera [31, 52, 53,54]:

$$\pi^{(e)} = \pi^{(e)}(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_r, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r, \mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_r) \quad (4.25)$$

O escrito de una manera explícita se obtiene:

$$\pi^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V \{\delta\}^{(e)T} [B][C][B]\{\delta\}^{(e)} dV - \int_{S_2} \{\delta\}^{(e)T} [N]^T \{T\}^{(e)} dS \quad (4.26)$$

En la ecuación (4.26) las integrales vienen aplicadas sobre el volumen del elemento y la superficie, sin embargo, para alcanzar el equilibrio del sistema se debe aplicar el principio de energía potencial, por lo cual se obtiene la siguiente formulación:

$$\delta\pi(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}) = \sum_{e=1}^m \delta\pi^{(e)}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}) = \mathbf{0} \quad (4.27)$$

Donde:

$$\delta\pi^{(e)}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^m \frac{\delta\pi^{(e)}}{\delta u_i} \delta u_i + \sum_{i=1}^m \frac{\delta\pi^{(e)}}{\delta v_i} \delta v_i + \sum_{i=1}^m \frac{\delta\pi^{(e)}}{\delta w_i} \delta w_i \quad (4.28)$$

Pero δu_i , δv_i , δw_i , son variables independientes (no necesariamente cero) por lo tanto:

$$\frac{\delta\pi^{(e)}}{\delta u_i} = \frac{\delta\pi^{(e)}}{\delta v_i} = \frac{\delta\pi^{(e)}}{\delta w_i} = \mathbf{0}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4.29)$$

Cada elemento (e) del sistema descrito en la ecuación anterior se emplea para encontrar las ecuaciones de los elementos. Esto es equivalente para minimizar la energía potencial por diferenciación $\pi^{(e)}$ con respecto al vector de desplazamiento $\{\delta\}^{(e)}$ y el resultado es igual a cero:

$$\frac{\delta\pi^{(e)}}{\delta\{\delta\}^{(e)}} = \mathbf{0} \quad (4.30)$$

En base a la ecuación (4.30) se obtiene la matriz de rigidez $[K]$, matriz en la cual se encuentran las propiedades de los elementos y se expresa por:

$$[K]^{(e)} = \int_{V^{(e)}} [B]^T [C] [B] dV \quad (4.31)$$

y la matriz de fuerzas superficiales debidas a una carga:

$$\{F_T\}^{(e)} = \int_{S_2^{(e)}} [N]^T \{T\}^{(e)} dS \quad (4.32)$$

CAPÍTULO 5

EXPERIMENTACIÓN

5.1 Introducción

En este capítulo se describe la metodología que se utilizó en el presente proyecto, las pruebas mecánicas realizadas y los distintos diseños de espoleta que se propusieron, indicando las partes que se modificaron. Así mismo, se explicará la preparación de los modelos numéricos, cubriendo los puntos 2 y 3 de la metodología de diseño descrita en la figura 3 de la sección 2.1, ya que el punto 1 fue descrito en la introducción del capítulo 1.

5.2 Pruebas físicas

Se realizaron 2 diferentes tipos de pruebas mecánicas para observar el desempeño de la espoleta: una prueba denominada prueba de rigidez y otra prueba llamada cierre del filtro de aceite. Estas son consideradas las pruebas críticas para evaluar un diseño de la espoleta, ya que una demuestra su funcionamiento como elemento y la otra evalúa su función dentro del filtro completo de aceite.

5.2.1.- Prueba de rigidez en espoleta

Consiste en evaluar la pieza aplicando una carga sobre la misma a una velocidad de 60 mm/min y observar su resistencia durante operación. Esto determinará la fuerza de reacción que ejerce la espoleta al llegar a un desplazamiento determinado. Un ejemplo de espoleta se muestra en la figura 30.



Figura 30.-Tipo de espoleta a evaluar durante la prueba mecánica.

Para medir la rigidez de una espoleta se utiliza una máquina de compresión colocando la espoleta tal y como se muestra en la figura 31 sobre una base que simula el contorno de una cubierta de un filtro de aceite. Se obtiene como resultado una curva de fuerza contra desplazamiento.

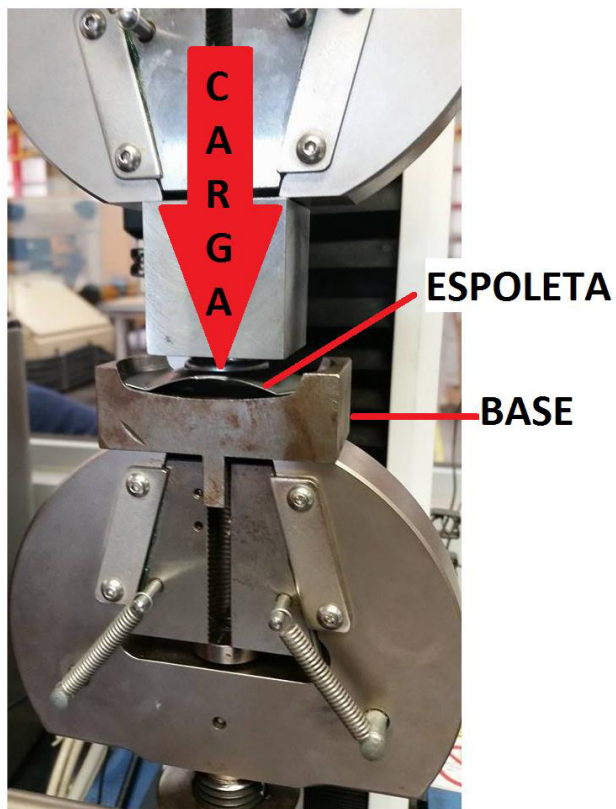


Figura 31.- Montaje para realizar la prueba de rigidez de espoleta.

En la siguiente figura se puede observar un esquema de montaje de la espoleta sobre la base durante la prueba mecánica realizada:

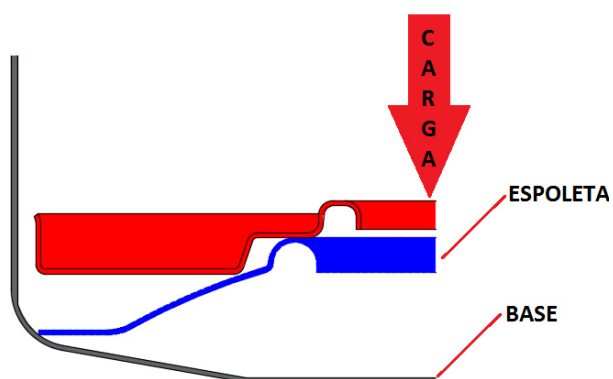


Figura 32.- Esquema de montaje de la espoleta durante la prueba mecánica.

5.2.2.- Prueba de cerrado en filtro de aceite

Esta prueba consiste en determinar si la espoleta en conjunto con todos los elementos del filtro de aceite cumple su función durante el ensamble manteniendo una buena compresión en el sistema, asegurando que soporte la carga de sellado que ejercen todos los elementos y no sufra deformación permanente tanto en la espoleta como la cubierta. Para realizar la prueba se utiliza la misma máquina a una velocidad de 20 mm/min y se colocan todos los elementos del filtro de aceite aplicando una carga sobre la tapa guía hasta que el filtro quede completamente cerrado tal y como se muestra en la figura 33:

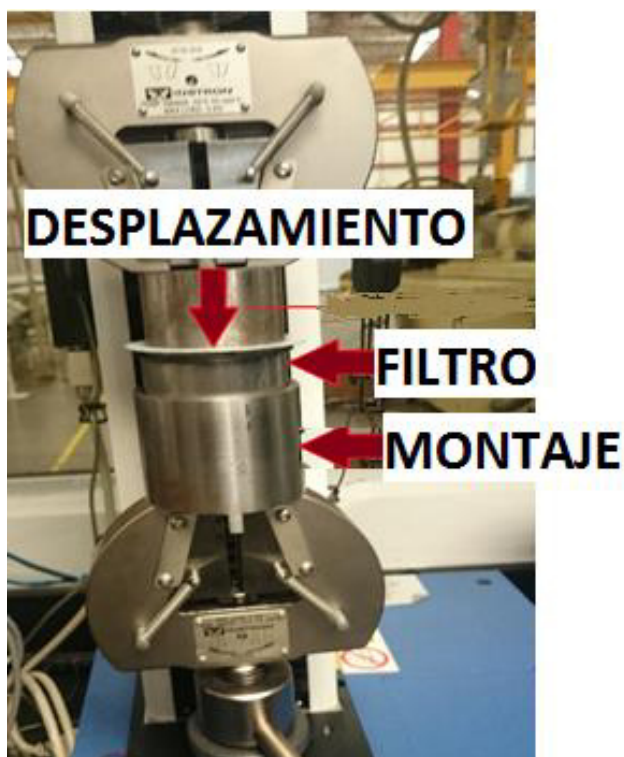


Figura 33.- Montaje para realizar prueba de cerrado del filtro de aceite.

5.3 Propuestas de diseño

Se realizaron propuestas de diferentes diseños de espoleta para posteriormente realizar un análisis estructural mediante el método de elemento finito. Se realizaron distintos diseños de espoleta, considerando 3 variables importantes durante el diseño de la espoleta que son:

1. Área de contacto entre los elementos.
2. Cuerpo de espoleta.
3. Nervio de espoleta.

y son mostradas en la figura 34.

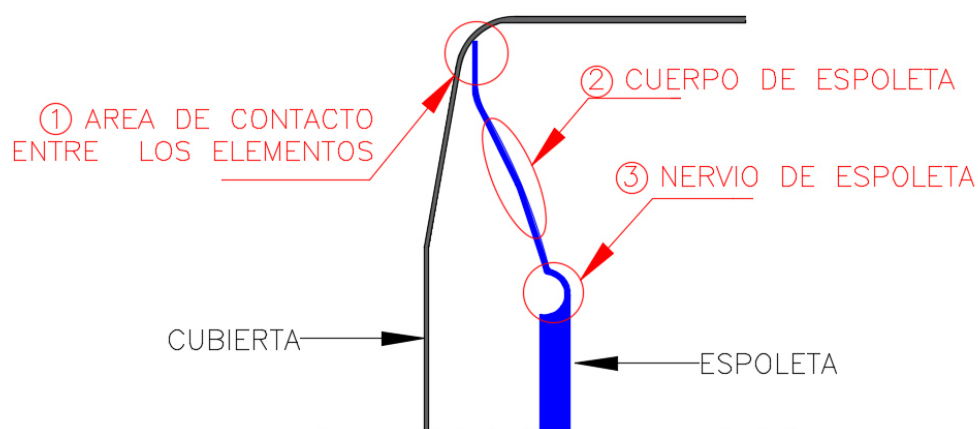


Figura 34.- Variables consideradas durante el diseño de espoleta.

Para la primer variable de diseño, la figura 35 muestra 4 propuestas de diseño modificando el área de contacto, es decir, el punto de apoyo entre los elementos para verificar el comportamiento con diferentes geometrías usando como base el diseño de la espoleta tipo A, figura 35a) señaladas con una elipse.

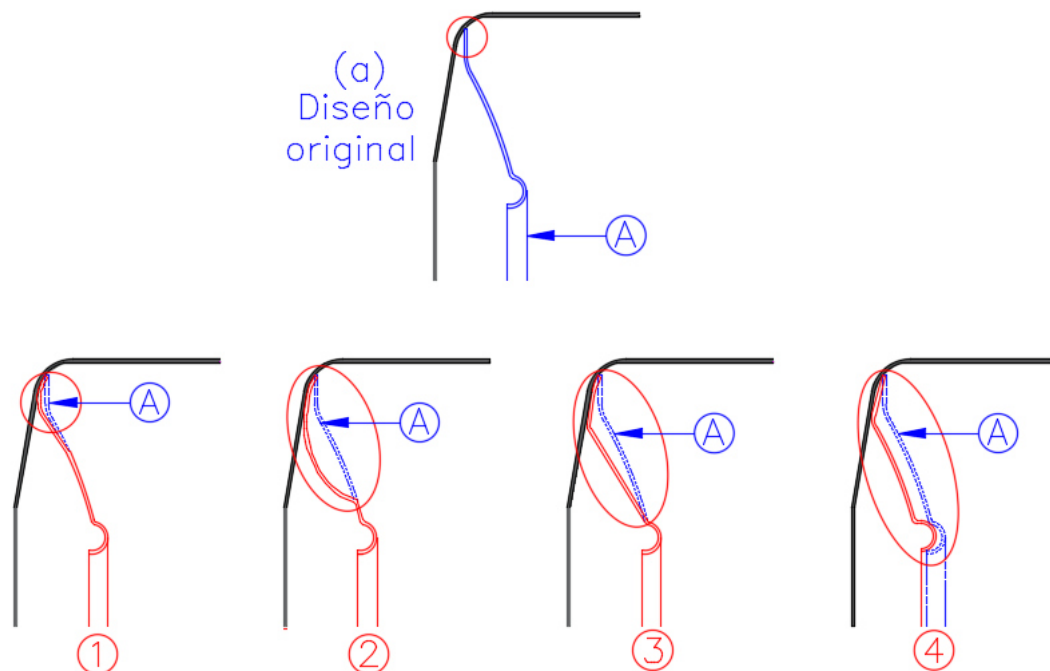


Figura 35.- Propuestas de diseño (1-4) en la determinación de la influencia del área de contacto entre los elementos.

Para la segunda variable de diseño se modificó el cuerpo de la espoleta como se muestra en las propuestas 5,6 y 7, figura 36. EF significa elemento filtrante:

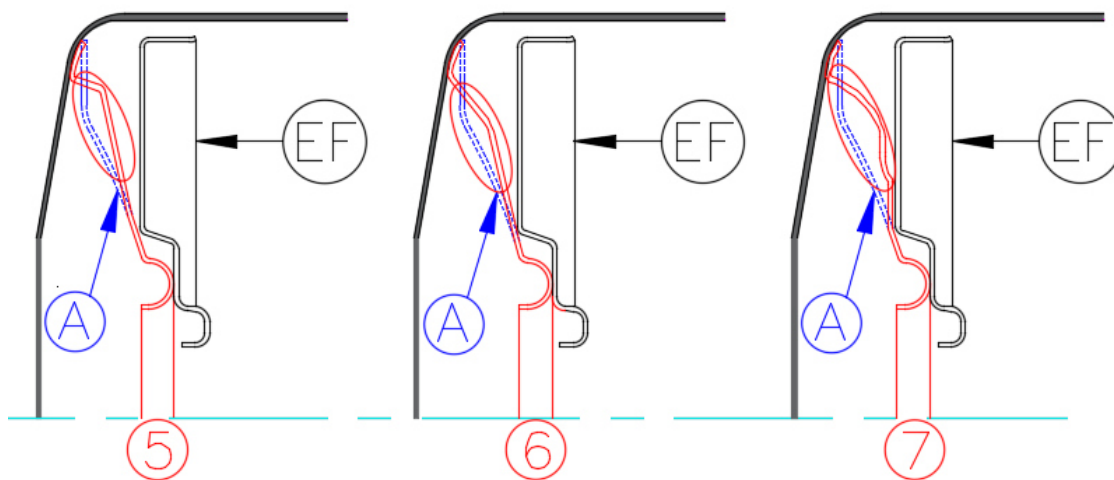


Figura 36.- Propuestas de diseño (5-7) en la determinación de la influencia del cuerpo de la espoleta.

Para evaluar el efecto del nervio en la espoleta se realizaron las propuestas 8 y 9, figura 37:

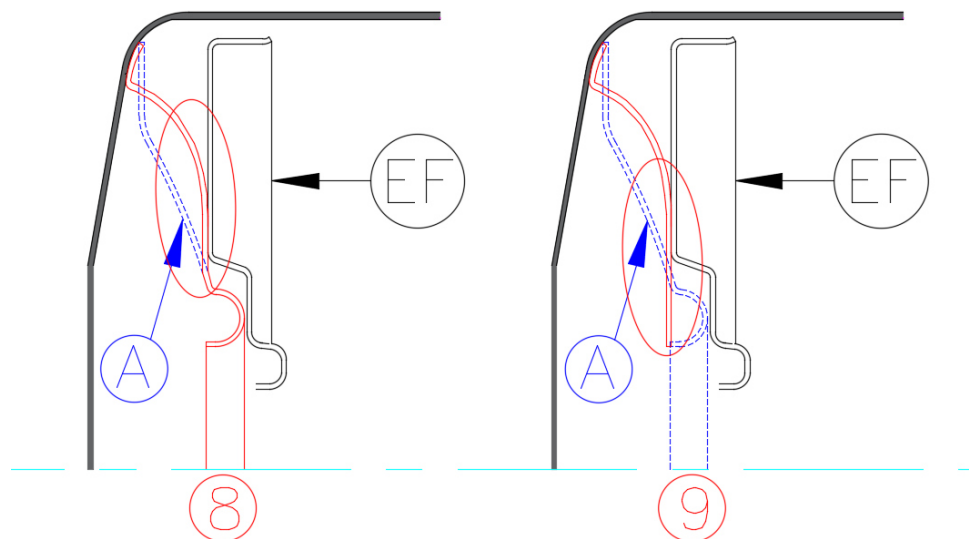


Figura 37.- Propuestas de diseño (8-9) en la determinación de la influencia del nervio de la espoleta.

5.4 Preparación del modelo numérico

En esta sección se explicará la preparación de los distintos modelos numéricos en el paquete de elemento finito ABAQUS.

5.4.1.- Simulación numérica para evaluar prueba de rigidez

En este modelo se consideró la tapa de válvula como elemento rígido; esto para disminuir el tiempo de simulación. Dicho elemento se colocó en contacto con la espoleta y se asignó una carga de 500N a un punto de referencia. Posteriormente se registraron los desplazamientos ejercidos sobre la espoleta, buscando representar la prueba descrita en la sección 5.21. La figura 38 muestra el ensamble del sistema.

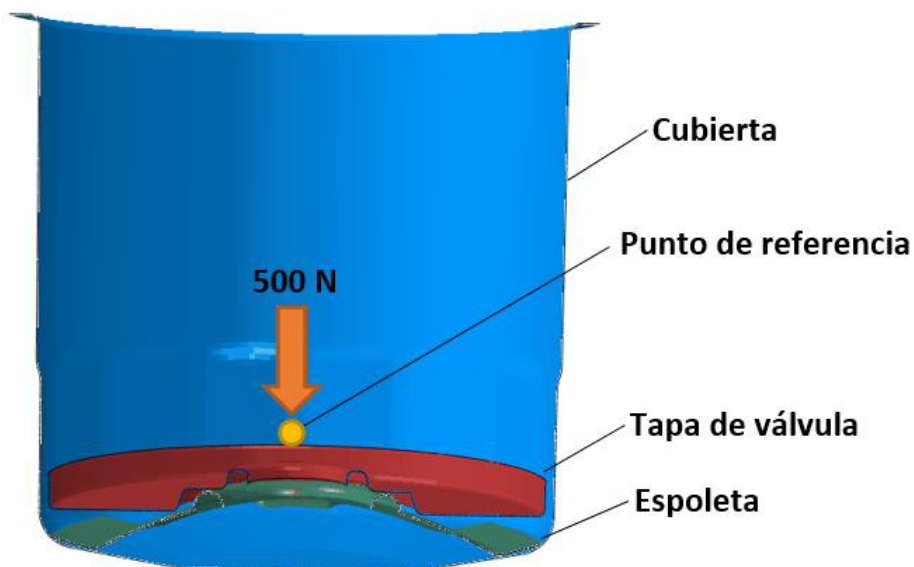


Figura 38.- Representación gráfica del modelo de rigidez de espoleta.

5.4.1.1.- Propiedades mecánicas

Las propiedades mecánicas para el cálculo del modelo fueron las distintivas del acero que son el módulo de elasticidad (200 GPa) y la razón de Poisson (0.3) el esfuerzo de cedencia de cada elemento se muestra en la tabla 1:

Tabla 1.- Propiedades mecánicas de los elementos considerados de la prueba de rigidez.

<i>Elemento</i>	<i>Esfuerzo de cedencia (MPa)</i>
Cubierta	355
Espoleta	820
Elemento Filtrante	NA

Para el elemento filtrante no fue necesario asignar propiedades ya que fue modelado como un elemento rígido analítico; en consecuencia, no es necesario la discretización o mallado de la pieza.

5.4.1.2.- Condiciones frontera

En la figura 39 se muestran las condiciones frontera planteadas en el modelo además se consideró simetría, para calcular el modelo en $\frac{1}{2}$ de la geometría:

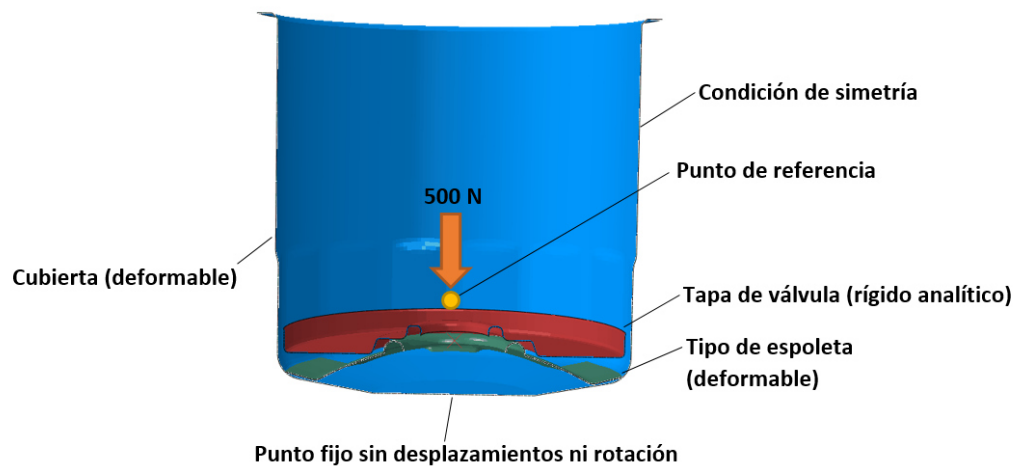


Figura 39.- Condiciones frontera del modelo de rigidez de espoleta.

5.4.1.3.- Mallado

Para el mallado se utilizó un tipo de elemento denominado S4R. Este tipo de elemento se utiliza en superficies tipo lámina y es comúnmente usado para disminuir el tiempo de simulación ya que solo se malla una superficie del componente y el espesor del elemento es un parámetro asignado en el programa. Este modelo contó con 40872 elementos y 41356 nodos, figura 40.



Figura 40.- Mallado del modelo prueba de rigidez en espoleta.

5.4.2.- Simulación numérica para evaluar prueba de cerrado del filtro de aceite

Para este modelo se utilizaron todos los elementos del filtro de aceite considerando el espaciamiento que existe entre la tapa guía y la cubierta, desplazando sobre un punto de referencia ese espaciamiento hasta que los elementos entren en contacto y cuantificando los esfuerzos obtenidos en la espoleta y cubierta, ver figura 41.

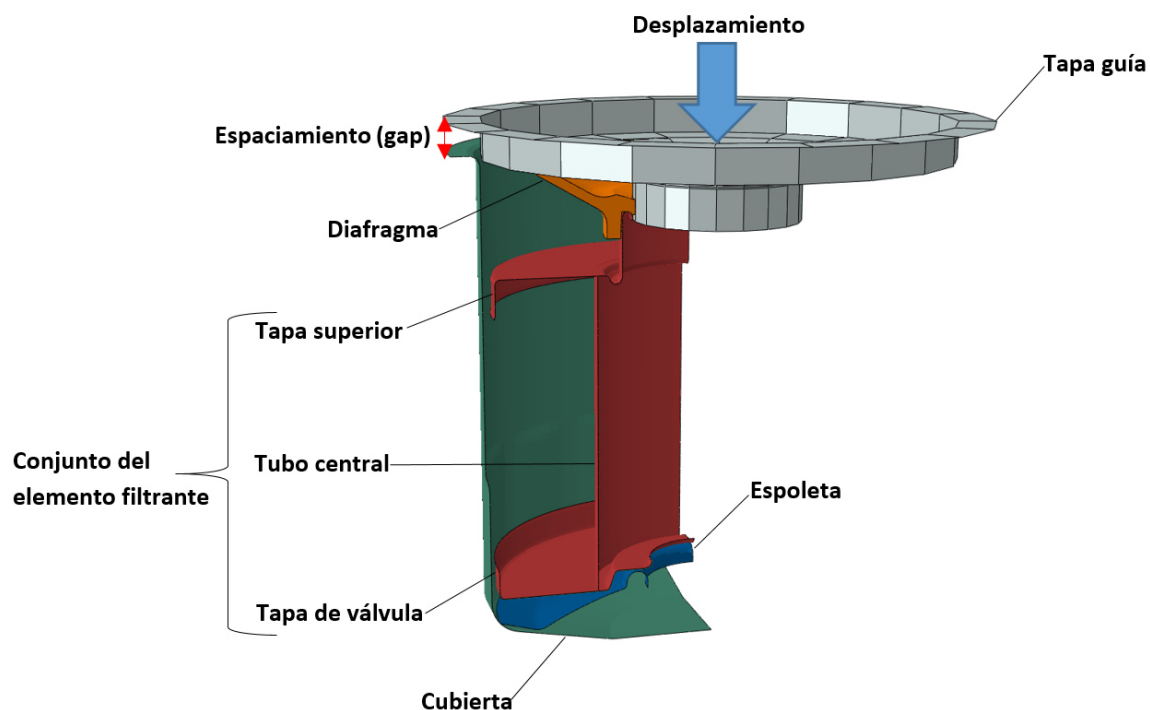


Figura 41.- Representación gráfica del modelo de sellado del filtro de aceite.

5.4.2.1.- Propiedades mecánicas

Las propiedades mecánicas de la espoleta y la cubierta fueron las mismas para este modelo que las consideradas para la prueba de rigidez, la tapa guía se consideró como elemento rígido analítico y el elemento filtrante se divide en 3 partes: tapa superior, tubo y tapa inferior ya que cada parte cuenta con esfuerzos de cedencia diferentes. Las propiedades mecánicas son mostradas en la tabla 2.

Tabla 2.- Propiedades mecánicas de los elementos considerados de la prueba de cerrado.

<i>Elemento</i>	<i>Esfuerzo de cedencia (MPa)</i>
Cubierta	355
Espoleta	820
Tapa superior (EF)	353
Tubo (EF)	375
Tapa inferior (EF)	300
Diafragma	NA
Placa guía	NA

El diafragma se consideró como un material hiperelástico, las propiedades fueron obtenidas de trabajos previos [55].

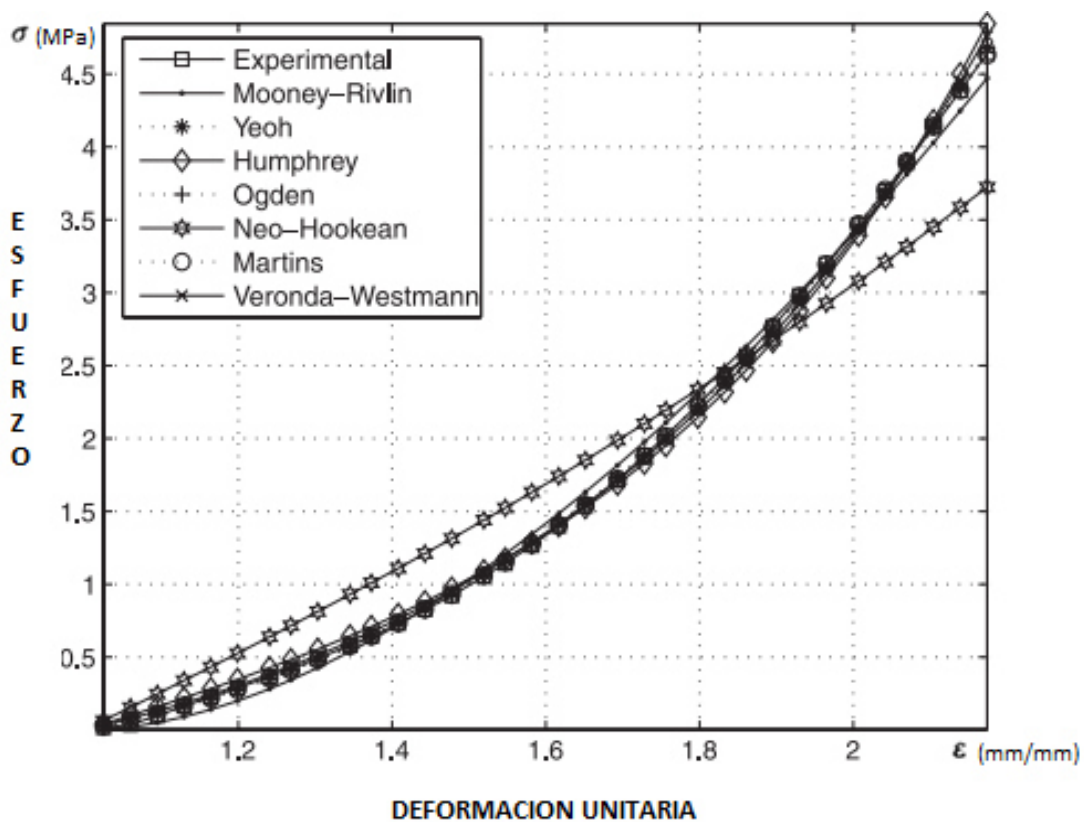


Figura 42.- Curva esfuerzo-deformación unitaria para una goma de silicón [55].

5.4.2.2.- Condiciones frontera

Las condiciones frontera en el modelo se representan en la figura 43:

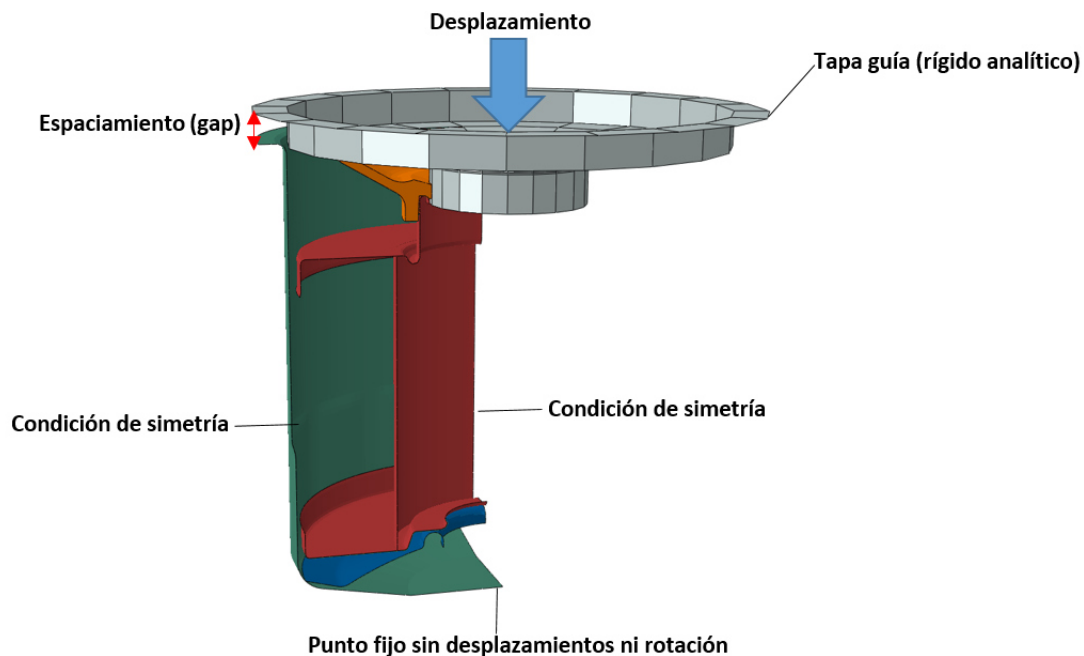


Figura 43.- Condiciones frontera del modelo de sellado del filtro de aceite.

Se utilizó condición de simetría para disminuir el tiempo de simulación del modelo, calculando el modelo en solo $\frac{1}{4}$ de la geometría.

5.4.2.3.- Mallado

Los elementos metálicos tales como: espoleta, cubierta y elemento filtrante conservaron el tipo de elemento S4R ya que el espesor es constante en estos elementos y para el diafragma se utilizó un tipo de elemento C3D8R que es un elemento continuo en 3 dimensiones, lineal con 8 nodos. El modelo numérico registró un total de 59205 elementos y 67933 nodos.

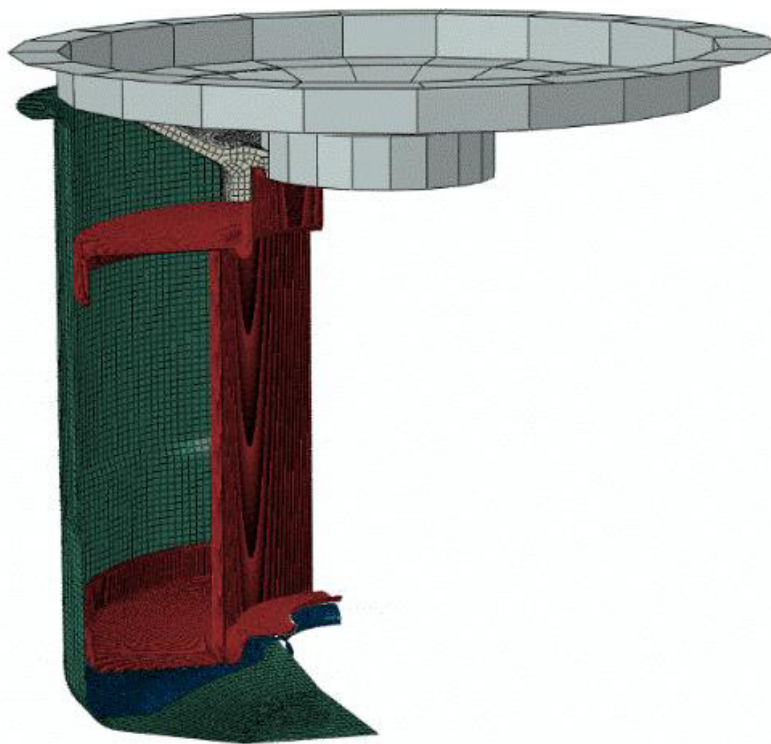


Figura 44.- Mallado del modelo de cerrado del filtro de aceite.

En el siguiente capítulo se mostrarán los resultados obtenidos a través de las simulaciones numéricas realizadas mediante el software de elemento finito ABAQUS para los diseños de espoleta propuestos.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

6.1 Introducción

En esta sección se presentan los resultados generados por las pruebas físicas así como en los modelos numéricos. Se evaluará el desempeño de cada propuesta de diseño realizada con los diferentes cambios geométricos mencionados en el capítulo 5.

Los resultados de simulación numérica fueron comparados con los resultados obtenidos por las pruebas físicas.

6.2 Pruebas de rigidez

6.2.1.- Prueba física de rigidez de la espoleta

En la tabla 3 se muestran los resultados obtenidos de la prueba de rigidez para 2 tipos de espoleta: la tipo A y la propuesta 4. De las pruebas realizadas a cada diseño se obtuvieron desplazamientos de 2.82 y 1.17 mm para cada diseño. Dichos resultados fueron comparados con los de la simulación numérica encontrándose porcentajes de error de 1.74 y 5.64% en los desplazamientos. Esto es indicador de que las condiciones consideradas del modelo fueron las adecuadas y por lo tanto se procedió a analizar los diseños restantes, explicados en la sección 6.3.1.

Tabla 3.- Resultados comparativos de simulación numérica y prueba mecánica de prueba de rigidez de espoleta.

TIPO DE ESPOLETA	Desplazamiento (mm)		Porcentaje de error (%)
	Real	Simulación	
A	2.82	2.87	1.74
Propuesta 4	1.17	1.24	5.64

6.2.2.- Resultados de simulación de prueba de rigidez de espoleta

En las figuras 45 a 49 se observan los resultados de los esfuerzos generados en la cubierta y la espoleta con el efecto de la variable 1, el área de contacto entre los elementos.

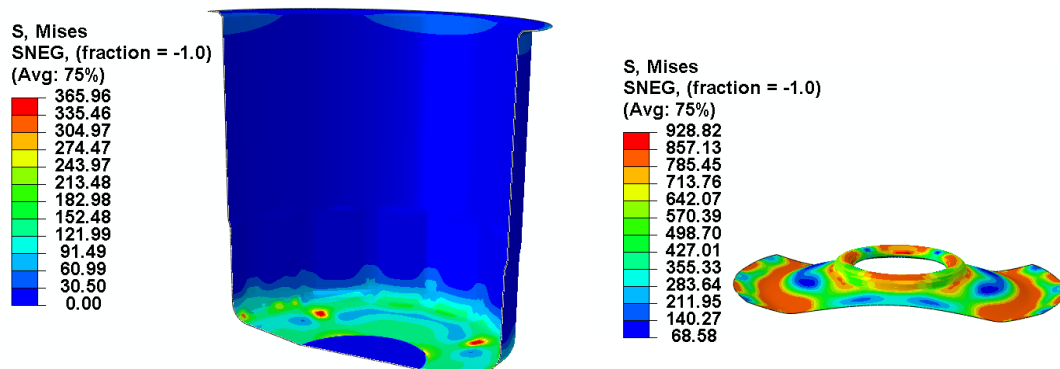


Figura 45.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta tipo A con carga de 500N.

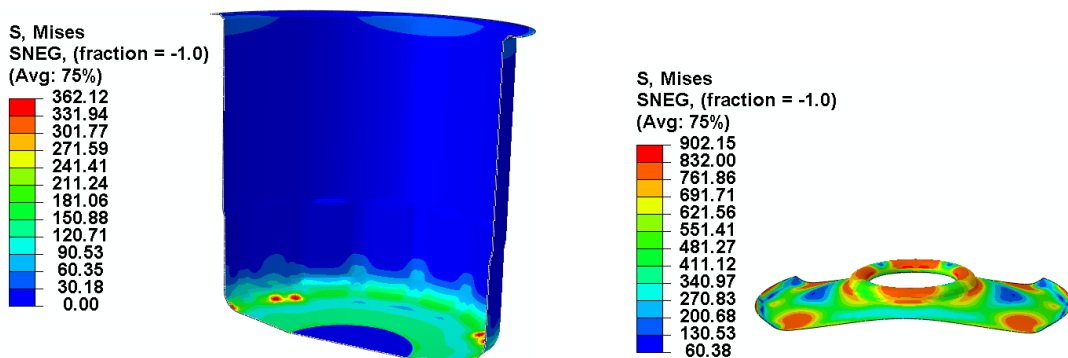


Figura 46.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 1 con carga de 500N.

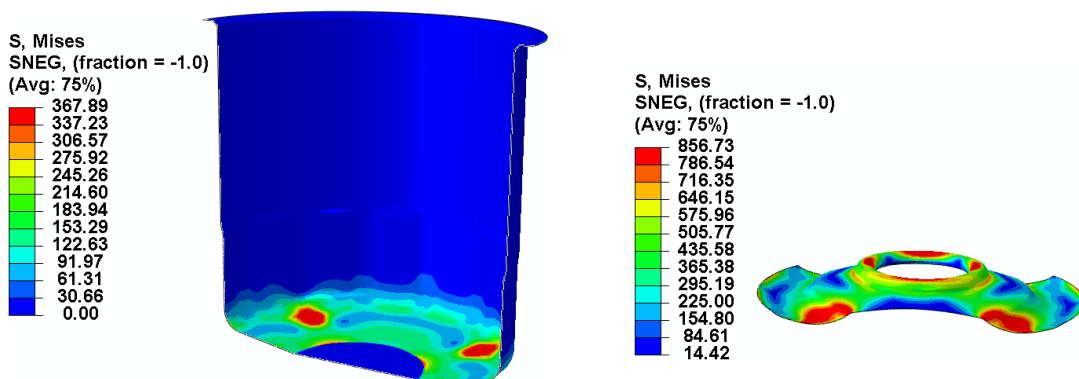


Figura 47.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 2 con carga de 500N.

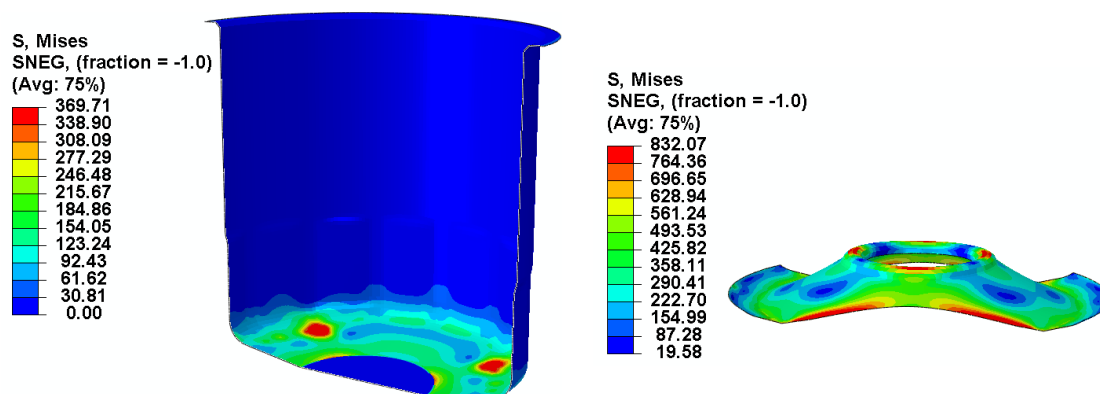


Figura 48.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 3 con carga de 500N.

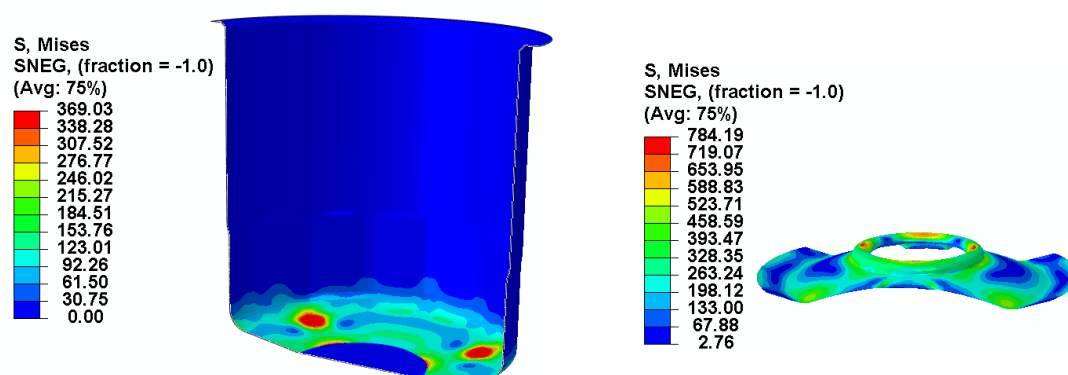


Figura 49.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 4 con carga de 500N.

En la tabla 4 se muestra una comparativa de los resultados obtenidos por modificar el área de contacto (variable 1) entre los elementos y bajo la acción de una carga de 500N.

Tabla 4.- Resultados modificando el área de contacto de los elementos.

Espoleta	Desplazamiento (mm)	Esfuerzo en cubierta (MPa)	Esfuerzo en espoleta (MPa)
A	2.87	365	928
Propuesta 1	1.83	362	902
Propuesta 2	1.5	367	856
Propuesta 3	1.04	369	832
Propuesta 4	0.91	369	784

De los resultados de las figuras 45 a la 49 los esfuerzos de la cubierta no presentaron variación significativa con el diseño de las propuestas de espoleta 1 a 4 concentrándose principalmente en los puntos de apoyo, donde se observa de color rojo las áreas de mayor concentración de esfuerzos. Respecto a las espoletas, al aumentar el área de apoyo con la cubierta se observó una disminución de los esfuerzos Von Mises.

En las figuras 50 a 52 se observan los resultados de los esfuerzos generados en la cubierta y la espoleta con el efecto que ejerce la variable 2, el cuerpo de la espoleta.

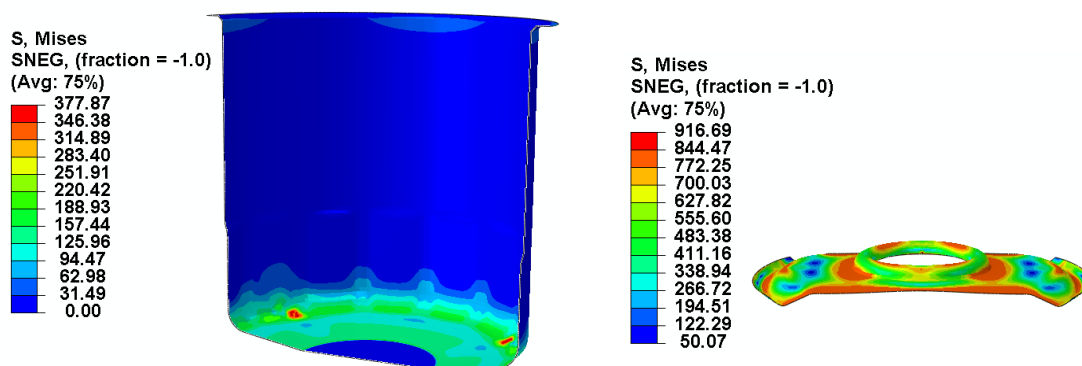


Figura 50.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 5 con carga de 500N.

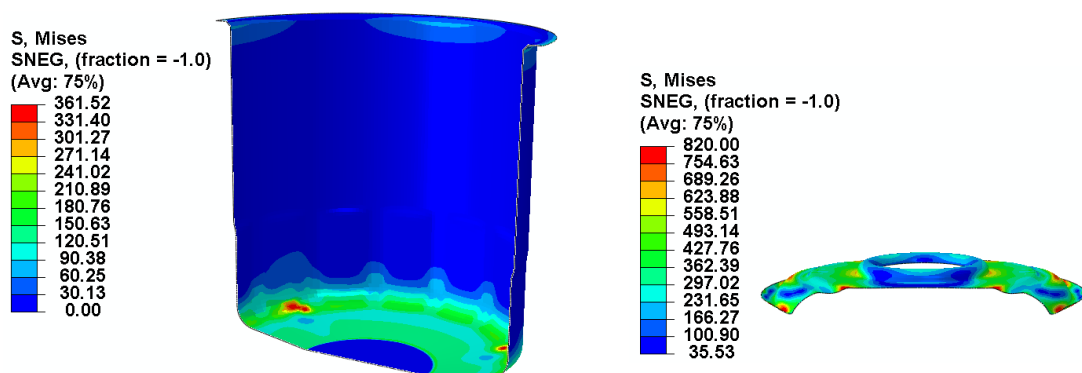


Figura 51.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 6 con carga de 500N.

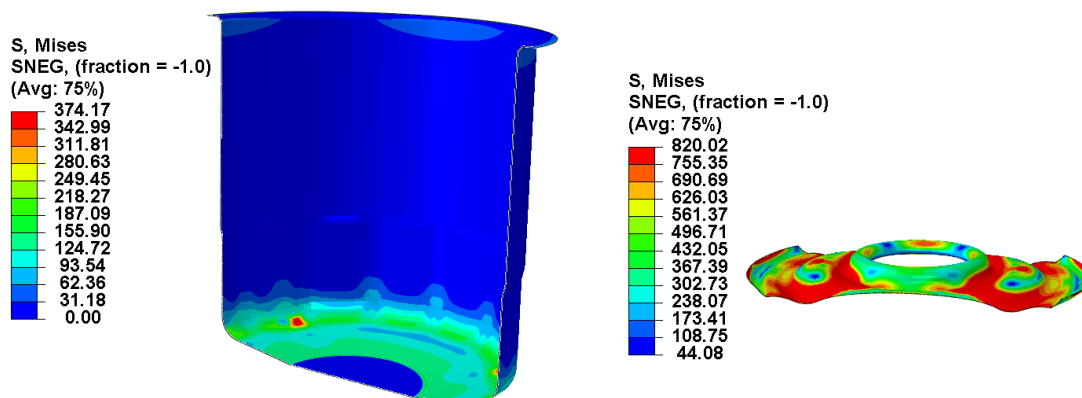


Figura 52.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 7 con carga de 500N.

En la tabla 5 muestra una comparativa de los resultados ejercidos en los elementos en base a la variable 2.

Tabla 5.- Resultados modificando el cuerpo de la espoleta.

Espoleta	Desplazamiento (mm)	Esfuerzo en cubierta (MPa)	Esfuerzo en espoleta (MPa)
Propuesta 5	2.6	377	916
Propuesta 6	1.02	361.52	820
Propuesta 7	3.17	374	820

Para los casos considerados en la tabla 5 con la fuerza aplicada de 500N todos los diseños propuestos sobrepasaron el límite de cedencia.

La combinación de las variables 1 y 2 permitió desarrollar las propuestas 8 y 9 y se consideró analizar el efecto del nervio ya que es una variable crítica durante la manufactura de la espoleta por lo que se diseñó la propuesta 8 con nervio y la propuesta 9 sin nervio para comparar resultados.

En la figura 53 y 54 se muestran los resultados con el efecto del nervio (variable 3) de la espoleta.

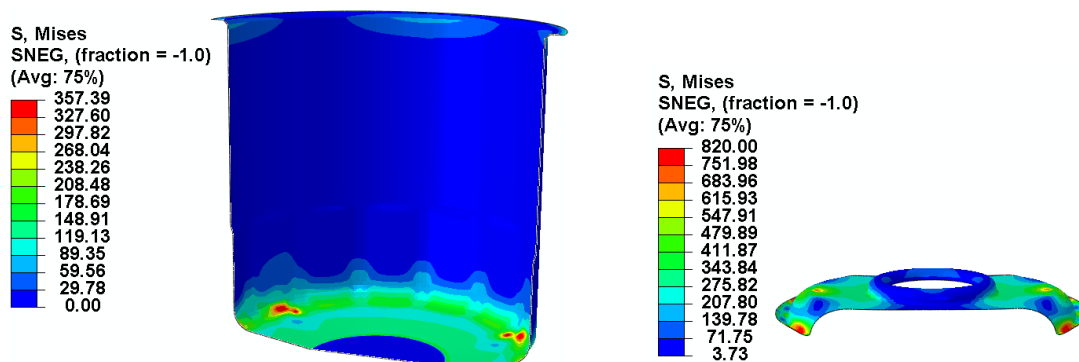


Figura 53.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 8 con carga de 500N.

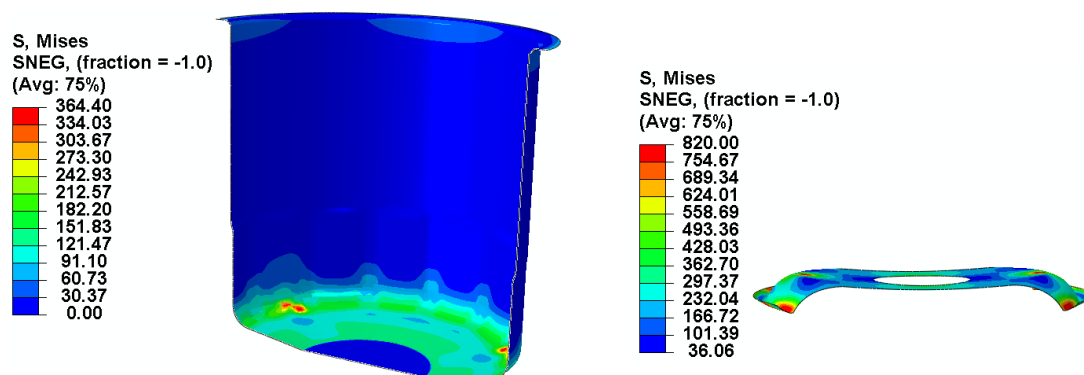


Figura 54.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 9 con carga de 500N.

En la tabla 6 se comparan resultados dados por el efecto del nervio de la espoleta durante el cálculo de desplazamientos.

Tabla 6.- Resultados modificando el nervio de la espoleta.

Espoleta	Desplazamiento (mm)	Esfuerzo en cubierta (MPa)	Esfuerzo en espoleta (MPa)
Propuesta 8	0.42	357	820
Propuesta 9	0.44	364	820

De igual manera, para los casos considerados en la tabla 6 con la fuerza aplicada de 500N todos los diseños propuestos sobrepasaron el límite de cedencia. Sin embargo, de los resultados obtenidos de la tabla 6 no se encontró un efecto significativo de la variable 3 en los desplazamientos ejercidos sobre la espoleta.

Basado en lo anterior se procedió a correr simulaciones asignando desplazamientos críticos en la espoleta de 1mm para determinar la fuerza de reacción en la válvula y poder evaluar el efecto de los diseños propuestos en la fuerza de compresión.

6.2.2.- Resultados de prueba de rigidez de espoleta aplicando 1 mm de desplazamiento a la válvula del elemento filtrante

En las figuras 55 a 59 se muestran los resultados obtenidos en los elementos por el efecto de la variable 1 asignando 1 mm de desplazamiento.

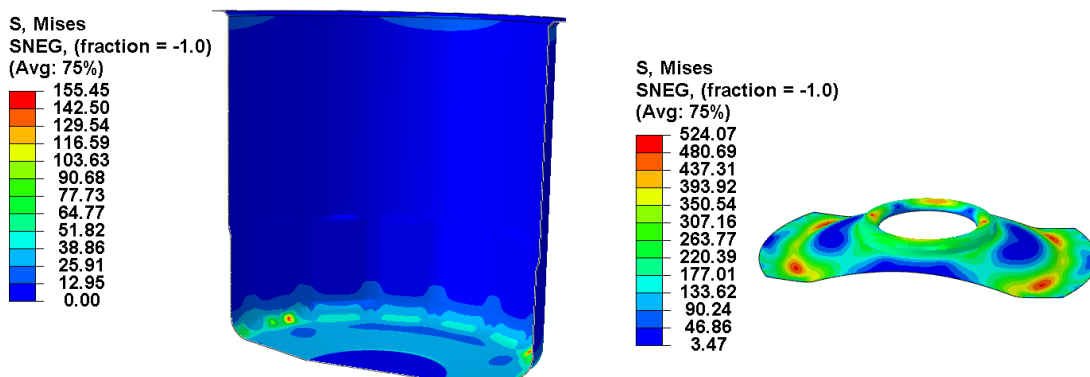


Figura 55.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta tipo A.

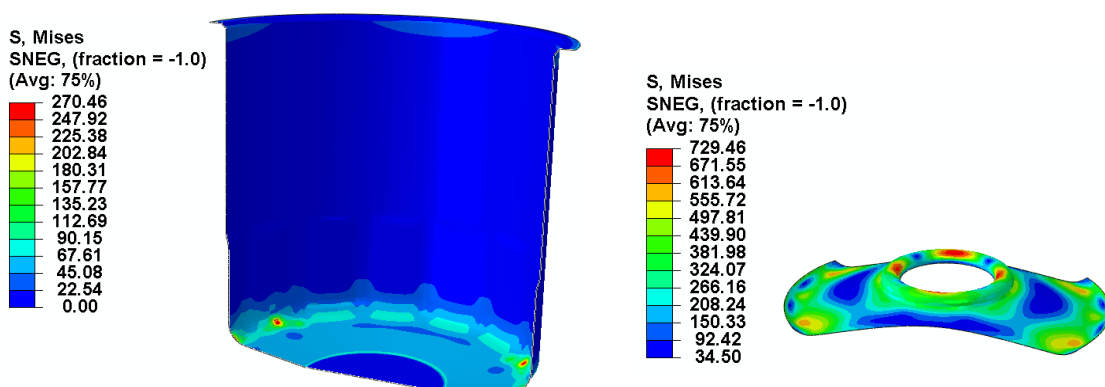


Figura 56.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 1.

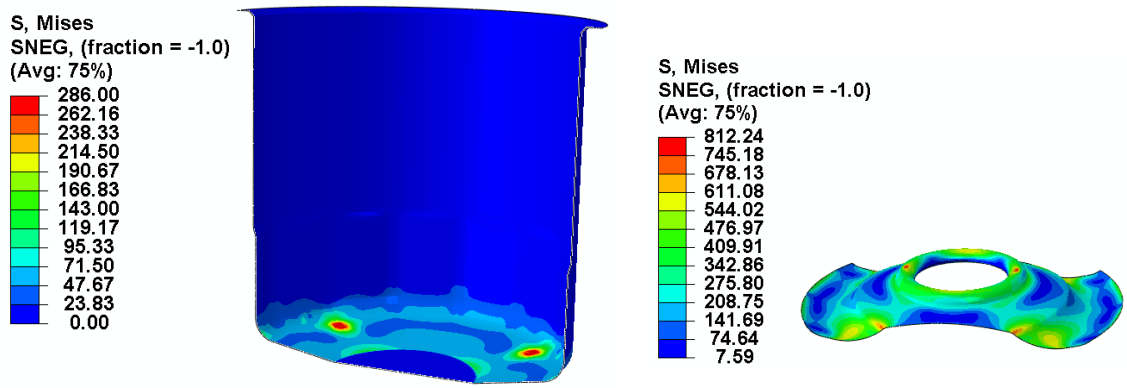


Figura 57.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 2.

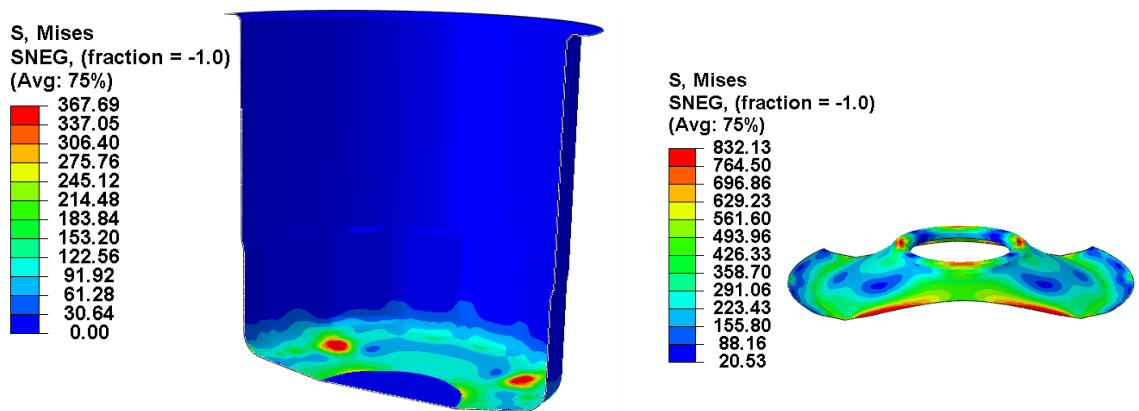


Figura 58.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 3.

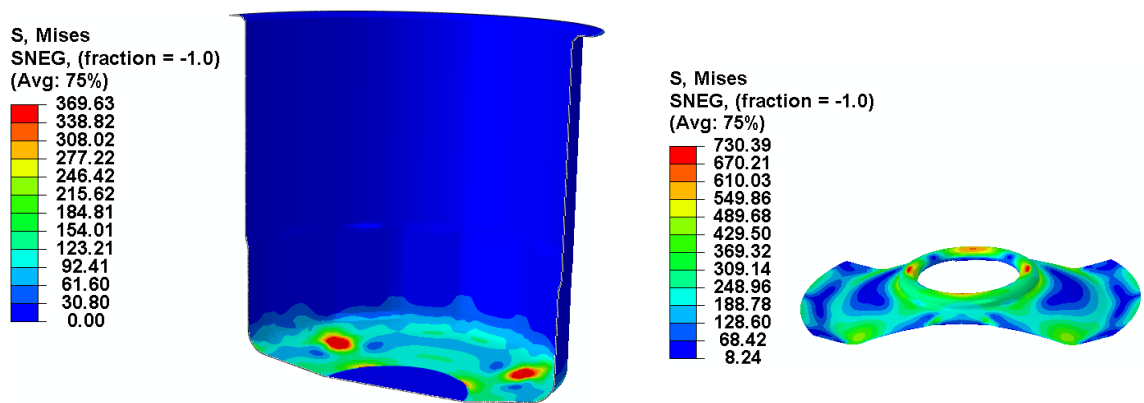


Figura 59.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 4.

En la tabla 7 se muestra una comparación de los resultados obtenidos con las diferentes geometrías de área de contacto (variable 1) a 1 mm de desplazamiento.

Tabla 7.- Resultados modificando el área de contacto.

Espoleta	Fuerza (N)	Esfuerzo en cubierta (MPa)	Esfuerzo en espoleta (MPa)
A	150	155	524
Propuesta 1	260	270	729
Propuesta 2	450	286	812
Propuesta 3	525	367	832
Propuesta 4	590	369	730

De los resultados de la tabla 8 la mejor propuesta que cumple con la prueba de rigidez es la propuesta 4 que resiste una fuerza mayor a 500N y aunque se sobrepasa el esfuerzo de cedencia en la cubierta, la espoleta registra esfuerzos menores al de cedencia que tiene un valor de 820 MPa.

En las figuras 60 a 62 se muestran los resultados de los esfuerzos generados en la cubierta y la espoleta con el efecto de modificar el cuerpo de la espoleta (variable 2) con 1 mm de desplazamiento:

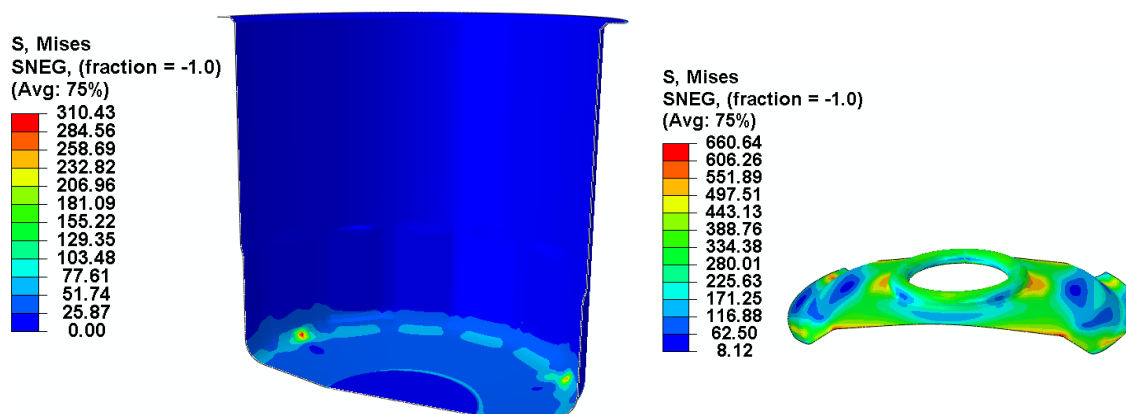


Figura 60.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 5.

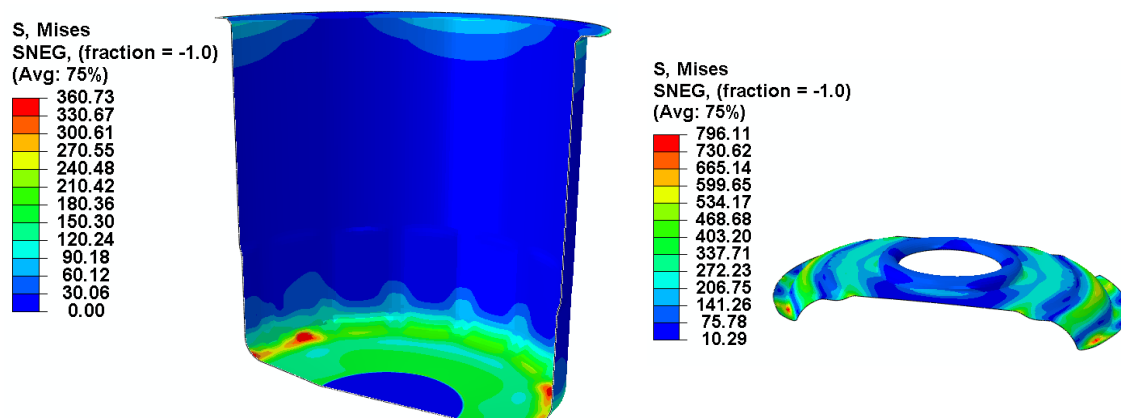


Figura 61.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 6.

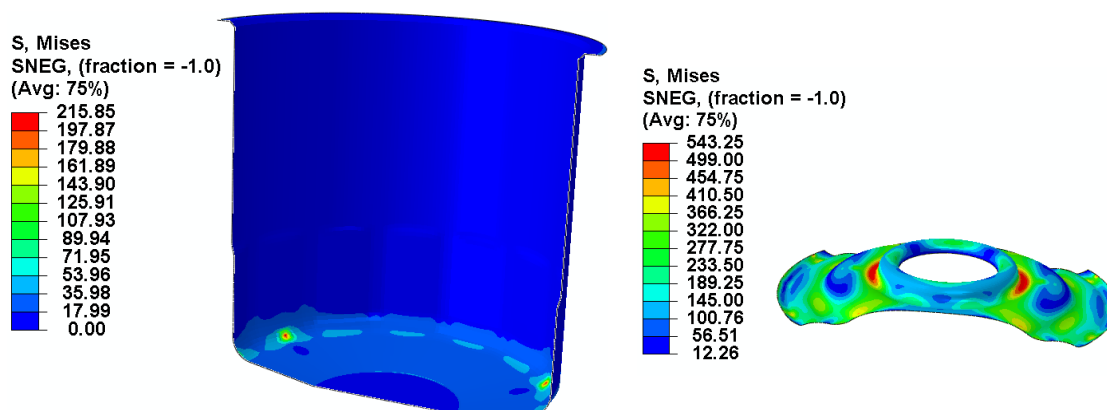


Figura 62.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 7.

En la tabla 8 se realiza una comparación de los resultados obtenidos por modificar el cuerpo de espoleta a 1 mm de desplazamiento.

Tabla 8.- Resultados modificando el cuerpo de espoleta.

Espoleta	Fuerza (N)	Esfuerzo en cubierta (MPa)	Esfuerzo en espoleta (MPa)
Propuesta 5	275	310	660
Propuesta 6	560	360	796
Propuesta 7	275	215	543

De la tabla 8 y de la figura 36 se observa que el aumento en el ángulo del cuerpo de la espoleta desfavorece el cálculo de la fuerza de compresión de los cuales sólo la propuesta 6 cumple con el requerimiento de la prueba de rigidez.

En las figuras 63 y 64 se muestran los resultados de los esfuerzos generados en la cubierta y la espoleta con el efecto de modificar el nervio de la espoleta (variable 3) con 1 mm de desplazamiento durante la simulación numérica.

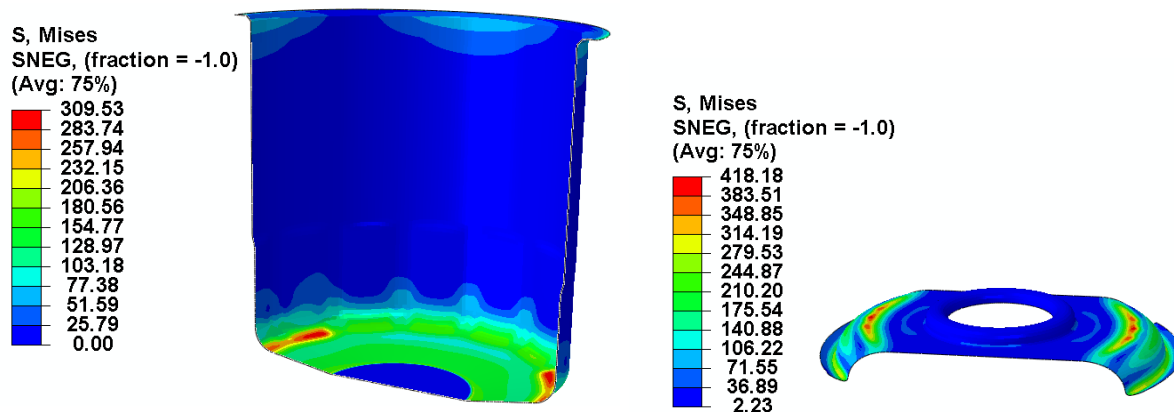


Figura 63.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 8.

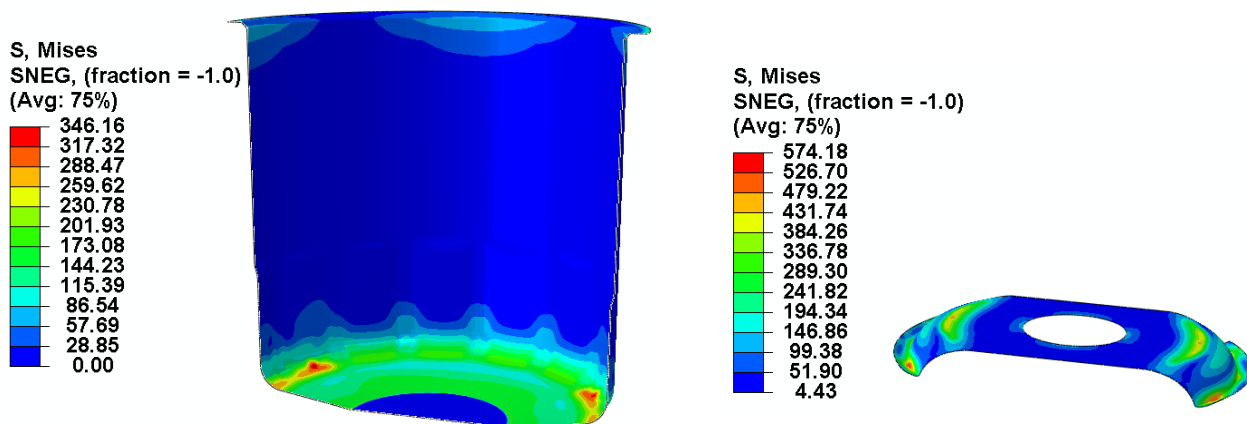


Figura 64.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 9.

En la tabla 9 se ilustran los resultados dados por modificar el nervio de la espoleta.

Tabla 9.- Resultados modificando el nervio de la espoleta.

Espoleta	Fuerza (N)	Esfuerzo en cubierta (MPa)	Esfuerzo en espoleta (MPa)
Propuesta 8	920	309	418
Propuesta 9	900	346	574

De la tabla 9 la remoción del nervio causa un incremento de un 37% en los esfuerzos en la espoleta y un 11.9% en la cubierta, sin embargo, la fuerza de compresión no varía de forma significativa cumpliéndose en ambos casos la condición de la prueba de rigidez y en ambos casos no se sobrepasa el límite de cedencia del material.

6.3 Prueba de cerrado del filtro de aceite

En la tabla 10 se muestran los resultados obtenidos para la prueba de cierre con los mismos diseños de la sección 6.2.1.

Tabla 10.- Resultados de las pruebas de cerrado del filtro de aceite.

Tipo de espoleta	Prueba	Gap	Fuerza requerida para el cerrado
A	1	4.94	359.56
	2	4.38	266.52
	3	3.91	256.79
	4	5.76	254.11
	5	5.82	312.85
	6	4.07	309.57
Propuesta 4	7	3.62	489.71
	8	3.1	446.18
	9	3.21	424.32
	10	3.25	500.017
	11	3.49	500.04
	12	3.68	428.45

A continuación, se muestran los resultados de la simulación numérica para evaluar el comportamiento de la espoleta tipo A y cubierta en conjunto con los elementos del filtro de aceite durante el cerrado.

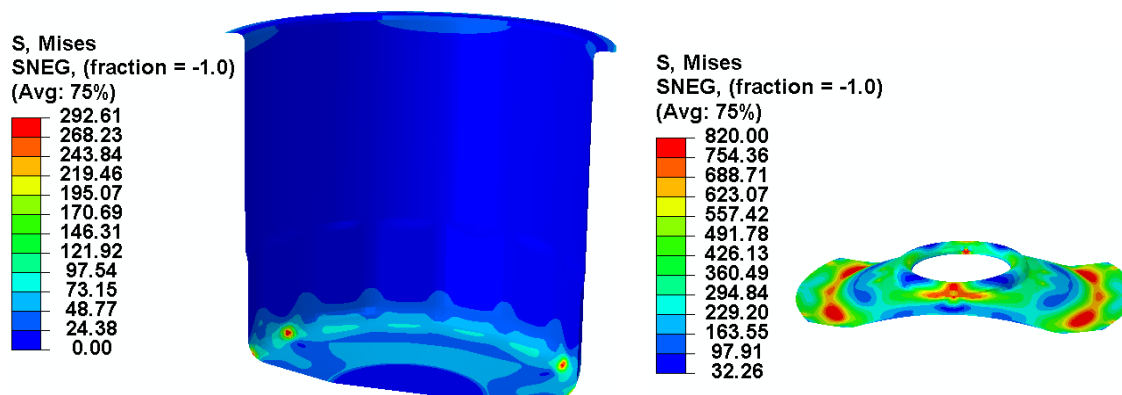


Figura 65- Esfuerzos obtenidos (MPa) en cubierta y espoleta tipo A.

Se procedió a comparar los resultados de las prueba física con los de la simulación para el diseño tipo A considerando el caso con el gap de 5.76mm.

En la figura 66 se muestra la curva fuerza-desplazamiento para dicho diseño:

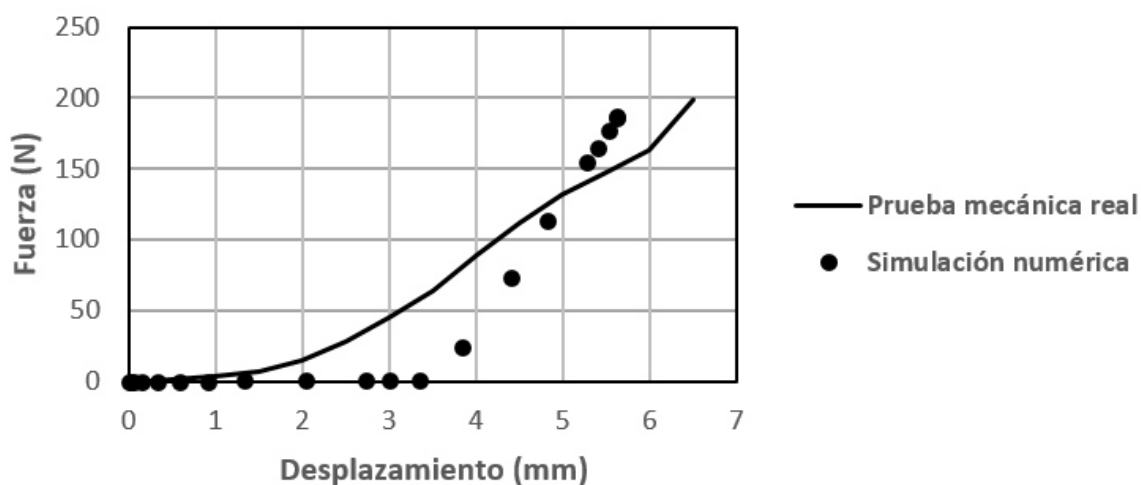


Figura 66.- Gráfica comparativa de resultados reales y simulados de cerrado del filtro de aceite.

De la figura anterior se aprecia que no hubo una buena correlación de resultados en las etapas intermedias del desplazamiento de la espoleta, convergiendo solo hasta el final del cierre. Esto puede deberse principalmente a que se hicieron suposiciones tales como no considerar el papel filtrante, adhesivo y los poros del tubo central que forman parte del elemento filtrante ver figura 2. Así mismo, las propiedades consideradas para el diafragma el cual es un material hiperelástico no fueron suficientes para poder reproducir la prueba física por lo que se requiere de la obtención de las propiedades mecánicas que están fuera del alcance de este proyecto.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones

Se desarrolló una metodología de diseño que permitió estudiar cambios geométricos virtuales en la espoleta. Dicha metodología puede ser adoptada por la empresa para este tipo de estudios, ahorrando costos y disminuyendo tiempos de fabricación. Se desarrollaron modelos numéricos para evaluar la respuesta mecánica de la espoleta.

La geometría de la espoleta influyó considerablemente en el comportamiento mecánico durante el análisis estructural, medidas que se pueden tomar sin tener

que adoptar un material con altas propiedades mecánicas para mejorar el comportamiento mecánico.

Al aumentar el área de contacto entre los elementos el esfuerzo generado en la espoleta obtiene una disminución considerable.

No se encontró un efecto significativo de los nervios de la espoleta durante el cálculo de las fuerzas de compresión.

El aumento en el ángulo del cuerpo de la espoleta desfavorece el cálculo de la fuerza de compresión y no debe de pasar de 60 grados.

La combinación de las variables de diseño 1 y 2 permitió desarrollar propuestas que cumplen con los requerimientos de la prueba de rigidez.

Este trabajo abre nuevas líneas de investigación relacionado al análisis de filtros de aceite, tales como: simulaciones considerando nuevas propuestas de material, simulaciones que involucren cambios geométricos en otros componentes del filtro para ahorro de material, simulaciones que involucren el sistema completo del filtro que permita su optimización, entre otros.

7.2 Recomendaciones

Se recomienda evaluar las propiedades del sistema completo del elemento filtrante.

Realizar caracterización del diafragma para obtener de manera adecuada las propiedades mecánicas que serán datos de entrada para las simulaciones.

Se recomienda rediseñar la prueba mecánica de rigidez adaptando el conjunto del elemento filtrante incluyendo (papel filtrante, adhesivo y los poros del tubo central) a la mordaza superior de la maquina de prueba y comparar resultados, en la figura 67 se muestra un esquema.

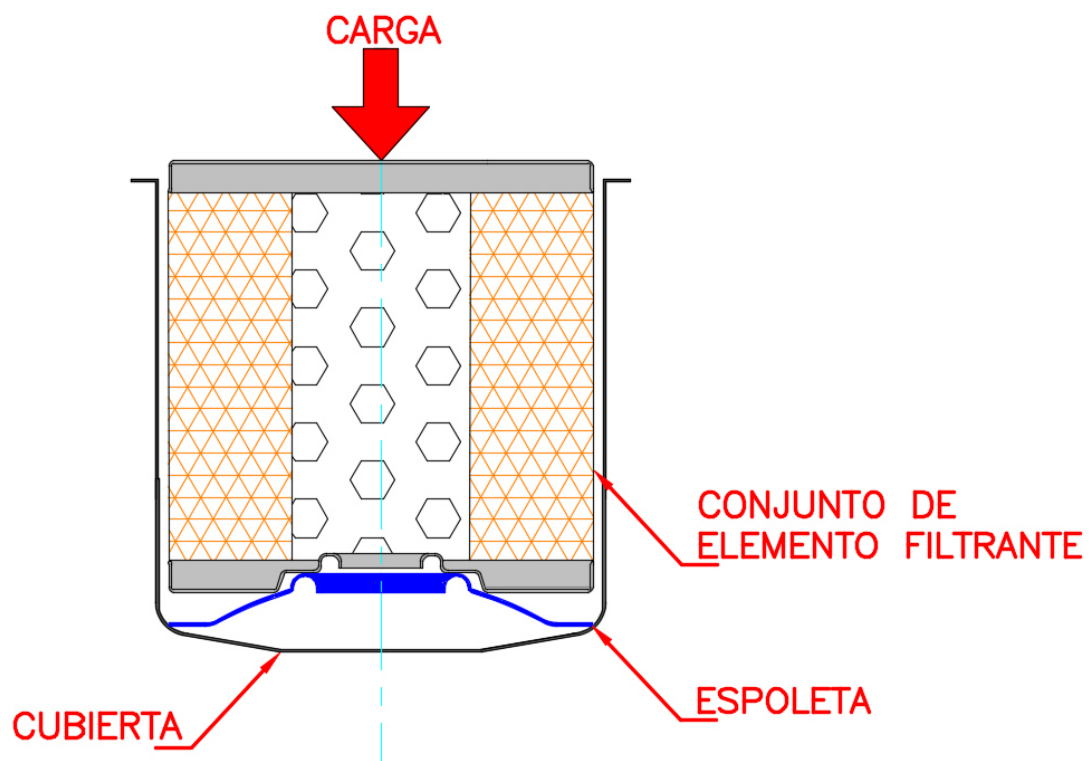


Figura 67.- Esquema de propuesta de nueva prueba de rigidez de espoleta.

REFERENCIAS

1. Asociación Mexicana de la Industria Automotriz (AMIA), (2014), Recuperado de: <http://www.amia.com.mx/>.
2. Elbitar T., Gemeal A., (2008), "Finite element analysis of deep drawing and hole flanging processing of an oil filter cover", Central Metallurgical R&D Institute (cmrdi) – ZIP code 11421, P.O. 87 Helwan, Cairo, Egypt.
3. Lamon, D. and Zhang, D., (2010), "The Evaluation of Mechanical Design and Comparison of Automotive Oil Filters," SAE Int. J. Fuels Lubr. 3(2):346-361, 2010, doi: 10.4271/2010-01-1542.
4. Society of Automotive Engineers, (2009), "SAE Normative, SAE Oil Filter Test Procedure", SAE International.
5. Sanami, Y., Yamaguchi, S., and Funae, K., (2000), "Development of New Filter-Element for Oil Filter," SAE Technical Paper 2000-01-0916, 2000, doi: 10.4271/2000-01-0916.
6. Filtros de aceite de motores de gasolina, (2008), Recuperado de: http://filtrosmonicayimer.blogspot.mx/2008_08_01_archive.html.
7. Ea oil filters for cars and light trucks, (2011), Recuperado de: <http://enginecare.com.au/product/eao-ea15k-amsoil-ea-oil-filters-for-car-and-light-trucks/>.
8. ASTM A624 / A624M-03, (2008), "Standard Specification for Tin Mill Products, Electrolytic Tin Plate, Single Reduced", ASTM International, West Conshohocken, PA, www.astm.org.
9. ASTM A109 / A109M-14, (2014), "Standard Specification for Steel, Strip, Carbon (0.25 Maximum Percent)", Cold-Rolled, ASTM International, West Conshohocken, PA, www.astm.org.
10. ASTM A1008 / A1008M-15, (2015), "Standard Specification for Steel, Sheet, Cold-Rolled, Carbon, Structural, High-Strength Low-Alloy, High-Strength Low-Alloy with Improved Formability, Solution Hardened, and

Bake Hardenable”, ASTM International, West Conshohocken, PA, www.astm.org.

11. ASTM D2000-12, (2012), “Standard Classification System for Rubber Products in Automotive Applications”, ASTM International, West Conshohocken, PA, www.astm.org.
12. Norton L. Robert, (2011), “Diseño de máquinas”, Prentice hall, (pp 3-26).
13. Norton L. Robert, (1999), “Design of machinery an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines”, McGraw Hill, (pp. 7-73).
14. Shigley E. Joseph, (1983), “Diseño en ingeniería mecánica”, McGraw Hill, (pp 3-30).
15. Mott L. Robert, (2004), “Machine Elements in Mechanical Design Fourth Edition”, Prentice Hall, (pp 9-26).
16. R. T. Haftka and Z. Gürdal, (1992), “Elements of Structural Optimization”, Kluwer Academic Publishers.
17. J.S. Arora., (2004), “Introduction to Optimum Design”, Elsevier Academic Press.
18. M. P. Bendsøe, et. al., (1994), “An analytical model to predict optimal material properties in the context of optimal structural design”. In Journal of Applied Mechanics, volume 61, pages 930–937.
19. S. Gaile, G. Leugering, and M. Stingl, (2009), “Free material optimization for plates and shells”, In System Modeling and Optimization 23rd IFIP TC 7 Conference, Cracow, Poland, pages 239–250.
20. M. E. Botkin, (1982), "Shape Optimization of Plate and Shell Structures", AIAA Journal, Vol. 20, No. 2 pp. 268-273.
21. M. P. Bendsøe, (1989), "Optimal shape design as a material distribution problem. In Structural Optimization", volume 1, pages 193– 202.
22. Filtros de aceite automotriz, (2014), Recuperado de: www.gonherfilters.com.
23. Filtros de aceite automotriz, (2013), Recuperado de: <http://www.motorcraft.com.mx/>

24. Filtros de aceite automotriz, (2011), Recuperado de: <http://mx.fram.framautogroup.com/>
25. Filtros de aceite automotriz, (2009), Recuperado de: <http://www.wixfilters.com/>
26. J.H. Bramble, L.E. Payne, (1961), "A new decomposition formula in theory of elasticity", JOURNAL OF RESEARCH of the National Bureau of Standards-B. Mathematics and Mathematical Physics Vol. 65B, No.2, April-June.
27. S. N. Bagdatli, (2014), "Non-linear vibration of nanobeams with various boundary condition based on nonlocal elasticity theory", Department of Mechanical Engineering, Celal Bayar University, Yunusemre, 45140 Manisa, Turkey.
28. M.A. Valdebenitoa, et. al., (2015), "Approximate fuzzy analysis of linear structural systems applying intervening variables", Elsevier, Volume 162, 1 January 2016, Pages 116–129.
29. G. Wang, et. al. (2015), "Engineering analysis with boundary elements", Elsevier, Vol. 261, Dec 15, Pages 207-217.
30. Sadowski J. A. et. al., (2014), "Statistical analysis of the material properties of selected structural carbon steels", Elsevier, Vol.53 mar 15, pages 26-35.
31. Timoshenko S., Goodier J.N., (1975), "Teoría de la elasticidad" Ediciones Urmo.
32. Baumeister T., et. al., (1984), "Marks el manual del ingeniero mecánico" Mcgraw Hill.
33. Aguirre Acevedo D., (2009), "Determinación de la magnitud de esfuerzos in situ", Tesis, UNAM.
34. Johnson D. (Nottingham Trent University), (2000), "Advanced structural mechanics". Thomas Telford Publishing. London, UK.
35. H. S. Martin, (2005), "Elasticity theory, applications and numerics", Elsevier.
36. Ayala Estrada R., (1984), "Esfuerzo y deformación en dos dimensiones", tesis, UANL.

37. Rodríguez Morales M.,(2010), “El método de elemento frontera aplicado a estructuras simples”, tesis,IPN.
38. Dieter E. George, (1986), “Mechanical Metallurgy”, Mcgraw Hill.
39. Rodríguez M., Llardent A., (2013), “Elasticidad y resistencia de materiales II, Editorial UNED.
40. P.W. Tomas, et. al., (1992), “resistencia de materiales”, Ediciones universidad de Salamanca.
41. Paz. M, (1992), “Dinámica estructural teoría y cálculo”, Editorial reverté, S.A.
42. S. García, (2014), “Análisis estructural de un patín eléctrico” Tesis de Ingeniería.
43. C. Zheng, D. Raabe y D. Li ,(2012), “Prediction of post-dynamic austenite-to-ferrite transformation and reverse transformation in a low-carbon steel by cellular automaton modeling”, Acta Materialia 60, 4768-4779.
44. Y. Shingaki y S. Okabe ,(2012), “Influence of Crystal Orientation on Magnetic Properties in 3% Silicon Steel With Ultra-High Tension TiN Coating, IEEE Transactions on Magnetics”, Vol. 48 No. 4, pp. 1469-1472.
45. A. Haldar, S. Suwas y D. Bhattacharjee, (2008), Proceedings of the International Conference on Microstructure and Texture in Steels and Other Materials, Springer.
46. C. Schäfer, V. Mohles y G. Gottstein, (2011), “Modeling of non-isothermal annealing: Interaction of recrystallization, recovery, and precipitation”, Acta Materialia 59, pp. 6574-6587.
47. E. A. Jäggle y E. J. Mittemeijer, (2011), “The kinetics of grain-boundary nucleated phase transformations: Simulations and modeling”, Acta Materialia 59, pp. 5775-5786.
48. C. M. Sellars, (1980), “Hot Working and Forming Processes, Ed. The Metal Society”, London.
49. J. Kliber, R. Fabík, I. Vitez y K. Drozd , (2010), “Hot Forming Recrystallization Kinetics in Steel”, Metalurgija 49, pp. 67-71.

50. L. J. Zhu, D. Wu y X. M. Zhao, (2008), "Effect of Silicon Addition on Recrystallization and Phase Transformation Behavior of High-Strength Hot-Rolled TRIP Steel", *Acta Metall. Sin. (Engl. Lett.)* Vol. 21 No.3 pp. 163-168.
51. K. H. Huebner, et. al., (1995), "The finite element method for engineers", Wiley interscience.
52. A. P. Boresi and K.P. Chong, (1987), "Elasticity in Engineering Mechanics, Elsevier.
53. J. M. Whitney, (1987), "Structural Analysis of Anisotropic Laminated Plates, Technomic, Lancaster.
54. K. Washizu, (1982), "Variational Methods in Elasticity and Plasticity, #d ed., Perdamon", Elmsford.
55. R.M Jorge, et. al., (2006), " A comparative study of several material models for prediction of hyperelastic properties: Application to Silicone-Rubber and Soft Tissues, IDMEC/Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto, Portugal.

LISTADO DE IMÁGENES

Figura 1.- Diagrama representativo de lubricación de un motor de combustión interna [6].	5
Figura 2.- Componentes del filtro de aceite [7].	6
Figura 3.- Diagrama de las etapas del diseño.	10
Figura 4.- Problema de optimización de forma.	14
Figura 5.- Figura ilustrativa de las fuerzas y áreas de contacto de la espoleta.	15
Figura 6.- Espoleta tipo 1 [23].	16
Figura 7.- Espoleta tipo 2 [24].	16
Figura 8.- Resorte helicoidal comúnmente usado en los filtros de aceite [25].	16
Figura 9.- Espoleta actual.	17
Figura 10.- Representación del montaje entre espoleta actual y cubierta.	17
Figura 11.- Fuerzas en un punto de un cuerpo [34].	21
Figura 12.- Esfuerzos normales a) y de corte b) c) y d) en el elemento con dimensiones dx , dy , dz [34].	22
Figura 13.- Ejemplo de deformación en viga cantiléver [35].	23
Figura 14.- Deformación de un cuerpo desde una posición inicial a una posición final [33].	23
Figura 15.- Deformación de corte después de un desplazamiento [36].	24
Figura 16.- Diagrama esfuerzo-deformación unitaria de un material dúctil.	24
Figura 17.- Desplazamientos y deformaciones unitarias [34].	26
Figura 18.- Deformación directa y efecto de Poisson [34].	28
Figura 19.- Elemento tridimensional bajo la acción de esfuerzos.	30
Figura 20.- Bloque rectangular con sus componentes de esfuerzo [31].	33
Figura 21.- Interpretación física de las condiciones de compatibilidad [35].	36
Figura 22.- Partícula en equilibrio [39].	39
Figura 23.- Sólido rígido sometido a su propio peso [39].	41
Esquema de montaje de la espoleta durante la prueba mecánica	
Figura 24.- Sistema ideal elemental constituido por 2 partículas [39].	42
Figura 25.- Partícula con fuerzas aplicadas [39].	43
Figura 26.- Representación gráfica del criterio de Tresca	45
Figura 27.- Representación gráfica del criterio de Von Mises	47
Figura 28.- Mallado de diferencias finitas en dos dimensiones.	50
Figura 29.- Métodos de Discretización, (a) Diferencias finitas, (b) Método de elemento finito.	52
Figura 30.- Tipo de espoleta a evaluar durante la prueba mecánica.	67
Figura 31.- Montaje para realizar la prueba de rigidez de espoleta.	68
Figura 32.- Esquema de montaje de la espoleta durante la prueba mecánica.	68
Figura 33.- Montaje para realizar prueba de cerrado del filtro de aceite.	69
Figura 34.- Variables consideradas durante el diseño de espoleta.	70
Figura 35.- Propuestas de diseño (1-4) en la determinación de la influencia del área de contacto entre los elementos.	71

Figura 36.- Propuestas de diseño (5-7) en la determinación de la influencia del cuerpo de la espoleta.....	71
Figura 37.- Propuestas de diseño (1-4) en la determinación de la influencia del nervio de la espoleta.	72
Figura 38.- Representación gráfica del modelo de rigidez de espoleta.	73
Figura 39.- Condiciones frontera.....	74
Figura 40.- Mallado.	74
Figura 41.- Representación gráfica del modelo de sellado del filtro de aceite....	75
Figura 42.- Curva esfuerzo-deformación unitaria para una goma de silicón [55].	76
Figura 43.- Condiciones frontera	77
Figura 44.- Mallado.	77
Figura 45.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta tipo A con carga de 500N.	81
Figura 46.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 1 con carga de 500N.	81
Figura 47.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 2 con carga de 500N	81
Figura 48.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 3 con carga de 500N.....	82
Figura 49.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 4 con carga de 500N.....	82
Figura 50.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 5 con carga de 500N.....	83
Figura 51.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 6 con carga de 500N.....	83
Figura 52.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 7 con carga de 500N.....	84
Figura 53.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 8 con carga de 500N.....	85
Figura 54.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 9 con carga de 500N.....	85
Figura 55.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta tipo A.	86
Figura 56.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 1.	86
Figura 57.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 2.	87
Figura 58.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 3.	87
Figura 59.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 4.	87
Figura 60.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 5.	88
Figura 61.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 6.	89
Figura 62.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 7.	89
Figura 63.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 8.	90
Figura 64.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta propuesta 9.	90
Figura 65.- Esfuerzos generados (MPa) en cubierta y espoleta tipo A.	92
Figura 66.- Gráfica comparativa de resultados reales y simulados de cerrado del filtro de aceite.....	92
Figura 67.- Esquema de propuesta de nueva prueba de rigidez de espoleta.....	96

LISTADO DE TABLAS

CAPÍTULO 5 EXPERIMENTACIÓN	66
Tabla 1.- Propiedades mecánicas de los elementos considerados de la prueba de rigidez.....	73
Tabla 2.- Propiedades mecánicas de los elementos considerados de la prueba de cerrado.	76
CAPÍTULO 6 RESULTADOS	79
Tabla 3.- Resultados comparativos de simulación numérica y prueba mecánica de prueba de rigidez de espoleta.....	80
Tabla 4.- Resultados modificando el área de contacto de los elementos.	82
Tabla 5.- Resultados modificando el cuerpo de la espoleta.....	84
Tabla 6.- Resultados modificando el nervio de la espoleta.	85
Tabla 7.- Resultados modificando el área de contacto.....	88
Tabla 8.- Resultados modificando el cuerpo de espoleta.....	89
Tabla 9.- Resultados modificando el nervio de la espoleta.	91
Tabla 10.- Resultados de las pruebas de cerrado del filtro de aceite.	91

LISTADO DE SÍMBOLOS

C

c_i Parámetros indeterminados

E

E Módulo de elasticidad

e

e constante de Lamé

F

F Fuerza

G

G Módulo de corte

K

K Matriz de Rigidez

T

T Fuerza superficial

U

U Energía de deformación o energía interna

u Desplazamientos

V

V Volumen

W

W Trabajo

W_e Trabajo efectuado por cargas externas

W_i Trabajo efectuado por cargas internas

Símbolos griegos

γ	Deformación por esfuerzo cortante
δ	Desplazamientos
ε	Deformación unitaria
λ	Constante de Lamé
ν	Coefficiente de Poisson
π	Energía del sistema
σ	Tensor de esfuerzos
τ	Esfuerzo cortante
ψ	Cambio de ángulo

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Christian Eli Leal Cantu

Candidato para el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Automotriz

Tesis: “Análisis estructural de un filtro de aceite sellado mediante el método de elemento finito”

Christian Eli Leal Cantu nació en la ciudad de Monterrey N.L. México el 24 de Octubre de 1990. Es hijo del Sr. Carlos Leal González y la Sra. Alma Rosa Cantu Treviño.

Cursó sus estudios profesionales en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, obteniendo el título de Ingeniero Mecánico Administrador en Agosto del 2013.

Posteriormente inició sus estudios de Posgrado en la Maestría en Ciencias de la Ingeniería Automotriz, becado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), dentro de la misma facultad.