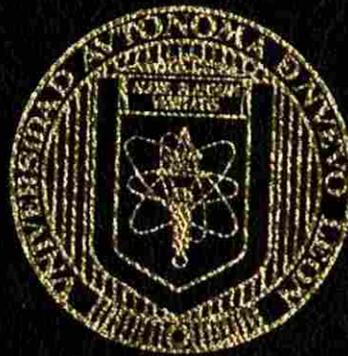


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



NUEVO ALGORITMO DE PROTECCION DE DISTANCIA  
BASADO EN EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES  
DE ONDA VIAJERA

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE  
LA INGENIERIA ELECTRICA CON ESPECIALIDAD  
EN POTENCIA

PRESENTA

JORGE CASTRUITA AVILA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

MARZO, 2004

2004

INJUEVO ALGORITMO DE PROTECCION DE DISTANCIA  
BASADO EN EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES  
DE ONDA VIAJERA

TH  
Z5853  
.M2  
FIME  
2004  
.C3



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# UANL

---

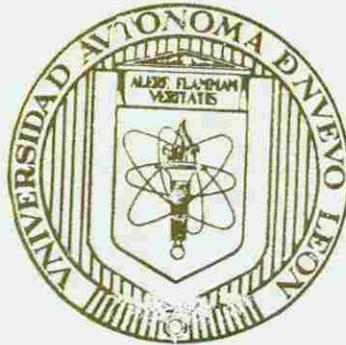
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

m

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



NUEVO ALGORITMO DE PROTECCION DE DISTANCIA  
BASADO EN EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES  
DE ONDA VIAJERA

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

TESIS

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE  
LA INGENIERIA ELECTRICA CON ESPECIALIDAD  
EN POTENCIA

PRESENTA

JORGE CASTRUITA AVILA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

MARZO, 2004

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



NUEVO ALGORITMO DE PROTECCION DE DISTANCIA  
BASADO EN EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES  
DE ONDA VIAJERA

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE  
LA INGENIERIA ELECTRICA CON ESPECIALIDAD  
EN POTENCIA

PRESENTA

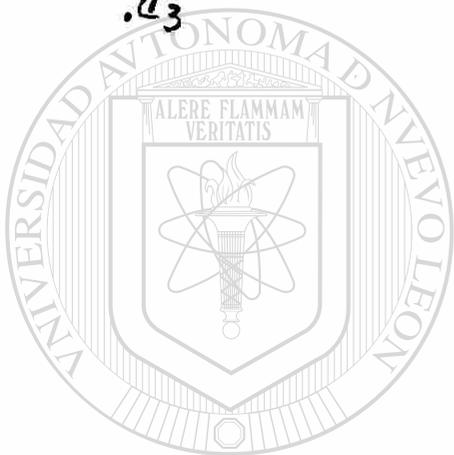
JORGE CASTRUITA AVILA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

MARZO, 2004

981414

TH  
Z5853  
.M2  
F17E  
2004  
.Q3



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

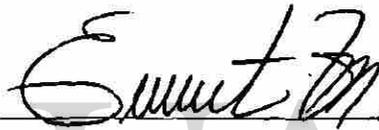


FONDO  
TESIS

Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica  
Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros de comité de tesis recomendamos que la tesis **NUEVO ALGORITMO DE PROTECCIÓN DE DISTANCIA BASADO EN EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES DE ONDA VIAJERA**, realizada por el alumno Jorge Castruita Avila, matricula 1158678, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Potencia.

El comité de tesis



Dr. Ernesto Vázquez Martínez

Asesor



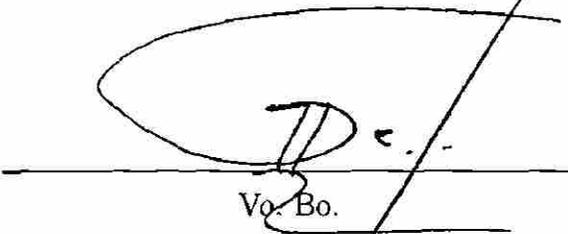
Dr. Óscar L. Chacón Mondragón

Coasesor



Dr. Arturo Conde Enríquez

Coasesor



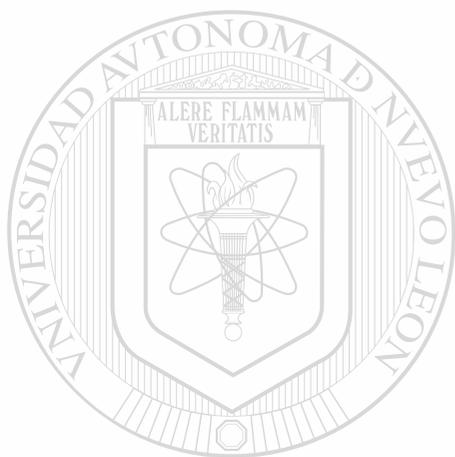
Vo. Bo.

Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodríguez

División de Estudios de Posgrado

## Dedicatoria

Dedico este trabajo a mis padres María Guadalupe y Ciro quienes me han apoyado en las decisiones que he tomado, les agradezco inmensamente su confianza y apoyo incondicional. Dedico también este trabajo a mis hermanos Jaime, Cristina, Ana Lilia, Laura Guadalupe y Cecilia por su apoyo en todo momento.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Agradecimientos

Al Dr. Ernesto Vázquez Martínez por su asesoría y valiosos comentarios en la realización de este trabajo.

Al Dr. Óscar L. Chacón Mondragón y al Dr. Arturo Conde Enríquez cuyos comentarios y sugerencias contribuyeron a mejorar este trabajo.

A todos los profesores del Programa Doctoral que contribuyeron a mi formación como estudiante.

A mis compañeros y Amigos de la Maestría con quienes conviví dos años de mi vida.

A Alberto Gonzalez, gran compañero y persona. Me enseñaste mucho.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Al CONACyT por el apoyo brindado durante la maestría

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Y a todas aquellas personas que me ayudaron de una u otra forma para lograr esta meta personal y profesional . . . gracias.

## Resumen

# NUEVO ALGORITMO DE PROTECCIÓN DE DISTANCIA BASADO EN EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES DE ONDA VIAJERA

Publicación No \_\_\_\_\_

Jorge Castruita Avila, M.C. en Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León, 2004

**Profesor Asesor: Dr. Ernesto Vázquez Martínez**

El objetivo central de la tesis consiste en desarrollar un nuevo algoritmo de protección de líneas de transmisión basado en ondas viajeras con capacidad de detectar fallas dentro de la línea protegida de manera rápida y selectiva.

Los actuales algoritmos de protección de líneas de transmisión han demostrado que es posible detectar y localizar fallas usando el principio de onda viajera, estos algoritmos comparan el contorno de las ondas incidentes y reflejadas entre la ubicación de la protección y el punto de falla para determinar la ubicación de un cortocircuito; sin embargo, estos algoritmos tienen problemas de confiabilidad ante fallas que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje y fallas de alta impedancia.

El algoritmo propuesto utiliza como información de entrada las señales de onda viajera generadas en el punto de aparición de la falla. Estas señales contienen abundante información sobre tipo de falla y su localización. El principio de operación se basa en la distorsión que sufre el primer frente de onda originado por un cortocircui-

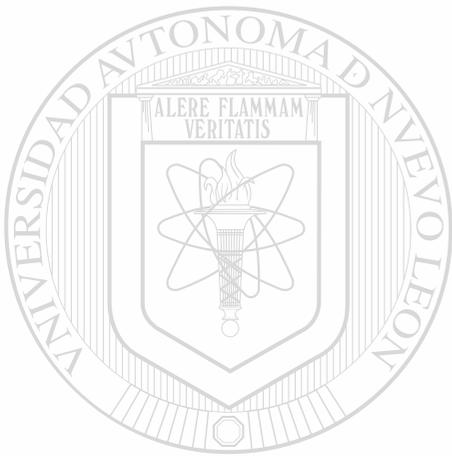
to. En el caso de una falla externa a la línea protegida, el frente de onda alcanza la ubicación de la protección a través de la discontinuidad que representa el cambio de la impedancia característica entre la línea propia y la adyacente, y las impedancias conectadas en la subestación intermedia (principalmente transformadores de potencia). Esta discontinuidad modifica el contorno del frente de onda. Sin embargo en el caso de fallas internas, los frentes de onda solo son afectados por la atenuación de la línea, ocasionando que el contorno prácticamente no sea modificado.

El algoritmo propuesto discrimina entre una falla interna o externa a partir del reconocimiento de patrones del contorno del primer frente de onda que arriva a la ubicación de la protección. El problema de reconocimiento se simplifica preprocesando la información con la técnica de análisis de componente principal, usada en análisis multivariable, que en base a la entropía de los datos, elimina información redundante y realiza patrones de comportamiento característicos de fallas internas y externas. De esta forma, el reconocimiento de patrones se realiza en un subespacio de 2 dimensiones sin la necesidad de un algoritmo de clasificación. El tiempo de operación del algoritmo es de  $25\mu\text{seg}$ .

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Se analizó el desempeño del algoritmo propuesto mediante casos de simulación en dos sistemas de potencia de prueba considerando las condiciones de falla más comunes, y las más críticas de detectar; como son los cortocircuitos cercanos a la ubicación de la protección, cortocircuitos en el extremo de la línea protegida, cortocircuitos que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje y cortocircuitos que ocurren a través de una alta impedancia. En todos los casos el algoritmo discriminó correctamente entre cortocircuitos internos y externos a la línea protegida.

Los resultados ponen de manifiesto que el algoritmo desarrollado satisface los requerimientos de confiabilidad, selectividad, sensibilidad y tiempo de operación impuestos para la protección de líneas de transmisión de alto voltaje, y representa la base para implementar un esquema de protección de líneas de transmisión de alta velocidad basado en ondas viajeras.



# UANL

---

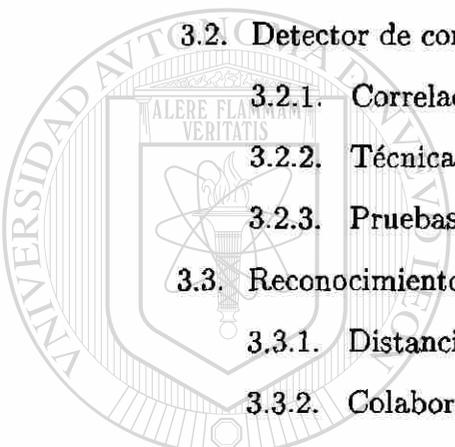
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Antecedentes . . . . .	3
1.3. Objetivos . . . . .	4
1.4. Limitaciones . . . . .	5
1.5. Estructura de la tesis . . . . .	6
<b>2. Propagación de ondas viajeras en líneas de transmisión</b>	<b>8</b>
<hr/>	
2.1. Introducción . . . . .	8
2.2. Propagación de ondas viajeras en líneas con conductores mutuamente acoplados . . . . .	9
2.2.1. Propagación de ondas en sistemas monofásicos . . . . .	12
2.2.2. Dependencia en frecuencia de los parámetros de la línea . . . . .	14
2.3. Propagación de ondas en sistemas trifásicos . . . . .	15
2.3.1. Análisis modal en líneas trifásicas . . . . .	16
2.4. Limitaciones impuestas por los transformadores de corriente y potencial . . . . .	20
2.5. Conclusiones del capítulo . . . . .	23



<b>3. Algoritmos de protección de líneas de transmisión basados en ondas viajeras</b>	<b>24</b>
3.1. Introducción . . . . .	24
3.1.1. Principio de operación del esquema de protección de onda viajera	25
3.1.2. Algoritmo direccional . . . . .	28
3.1.3. Algoritmo diferencial . . . . .	29
3.1.4. Algoritmo de distancia . . . . .	31
3.2. Detector de correlación . . . . .	31
3.2.1. Correlación estándar . . . . .	31
3.2.2. Técnica de doble correlación . . . . .	32
3.2.3. Pruebas realizadas a los algoritmos . . . . .	33
3.3. Reconocimiento de patrones . . . . .	39
3.3.1. Distancia de Manhattan . . . . .	39
3.3.2. Colaboración de distancia de Manhattan y correlación . . . . .	41
3.3.3. Pruebas para los algoritmos: Distancia de Manhattan y función compuesta . . . . .	42
3.4. <i>Waveletes</i> y transformada <i>wavelets</i> . . . . .	47
3.4.1. Detector de correlación con transformada <i>wavelets</i> . . . . .	48
3.5. Conclusiones del capítulo . . . . .	51
<b>4. Algoritmo de protección de líneas de transmisión</b>	<b>53</b>
4.1. Introducción . . . . .	53
4.2. Principio de aplicación del análisis de componente principal . . . . .	55
4.3. Conformación de las señales de entrada al algoritmo . . . . .	58
4.3.1. Tiempo de operación . . . . .	61

4.3.2. Patrones de prueba . . . . .	63
4.3.3. Determinación de las componentes principales . . . . .	64
4.3.4. Diagrama de flujo . . . . .	72
4.4. Pruebas . . . . .	73
4.5. Conclusiones del capítulo . . . . .	76
<b>5. Resultados</b>	<b>78</b>
5.1. Introducción . . . . .	78
5.2. Descripción del sistema de prueba . . . . .	79
5.3. Casos de falla . . . . .	80
5.4. Fallas críticas . . . . .	83
5.4.1. Fallas cercanas al bus local . . . . .	83
5.4.2. Fallas cercanas al bus remoto . . . . .	83
5.4.3. Análisis del efecto del ángulo de inserción de falla (POW) . . . . .	84
5.4.4. Análisis del efecto de la resistencia de falla . . . . .	85
5.5. Aspectos de implementación del algoritmo . . . . .	88
5.6. Conclusiones del capítulo . . . . .	89
<b>6. Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>91</b>
6.1. Introducción . . . . .	91
6.2. Conclusiones . . . . .	91
6.3. Aportaciones . . . . .	95
6.4. Recomendaciones para trabajos futuros . . . . .	95
<b>A. Sistemas de prueba</b>	<b>102</b>

<b>B. Análisis de componente principal</b>	<b>105</b>
B.1. Introducción . . . . .	105
B.1.1. Conceptos matemáticos usados en ACP . . . . .	106
B.1.2. Estadística . . . . .	106
B.1.3. Desviación Estándar . . . . .	106
B.1.4. Varianza . . . . .	108
B.1.5. Covarianza . . . . .	109
B.1.6. Matriz de covarianza . . . . .	110
B.1.7. Eigenvalores y Eigenvectores . . . . .	111
B.2. Análisis de componente principal . . . . .	112
B.2.1. Construcción de la población en componentes principales . . . . .	113
B.2.2. Ejemplo de aplicación de análisis de componente principal . . . . .	118

---

<b>C. Nomenclatura</b>	<b>122</b>
------------------------	------------

# Índice de figuras

2.1. Segmento $\Delta x$ de una línea de transmisión de dos conductores . . . . .	10
2.2. Ondas de voltaje y corriente viajando hacia adelante, y hacia atrás . . .	14
2.3. Modos de propagación en la transformación modal de Wedephol . . . . .	20
2.4. Principio de operación de un transductor óptico de corriente. . . . .	22
2.5. Principio de operación de un transductor óptico de voltaje. . . . .	22
3.1. Diagrama de lattice de los frentes de onda generado por una falla. . . . .	26
3.2. Plano $\Delta v - R_0 \Delta i$ utilizado en el algoritmo de Vitins. . . . .	29
3.3. Formas de onda S1 y S2 generadas por una falla en una línea monofásica	33
3.4. Sistema de prueba I. . . . .	34
3.5. Señales del relevador para una falla trifásica a 160 km . . . . .	35
3.6. Ubicación de falla ABC con algoritmo de correlación estándar y doble correlación . . . . .	35
3.7. Señales del relevador para una falla monofásica a 80 km . . . . .	36
3.8. Ubicación de falla A-G con algoritmo de correlación estándar y doble correlación . . . . .	37
3.9. Efecto de la resistencia de falla en el algoritmo de correlación . . . . .	38
3.10. Efecto del ángulo de inserción de falla en algoritmo de correlación . . .	39
3.11. Ubicación de falla ABC con el algoritmo de distancia de Manhattan y función compuesta . . . . .	43

3.12. Ubicación de la falla A-G con el algoritmo de distancia de Manhattan y función compuesta . . . . .	44
3.13. Distancia de Manhattan: Efecto de discontinuidad en el bus remoto para fallas cerca de la ubicación del relevador . . . . .	44
3.14. Función compuesta: Efecto de discontinuidad en el bus remoto para fallas cercanas de la ubicación del relevador . . . . .	45
3.15. Efecto de resistencia de falla en algoritmo de distancia de Manhattan .	46
3.16. Efecto del ángulo de inserción de falla en algoritmo de función compuesta	46
3.17. Wavelet madre utilizada en el algoritmo . . . . .	49
3.18. Localización de la falla trifásica a 160 km . . . . .	50
3.19. Localización de la falla monofásica a 162 km . . . . .	50
4.1. Comportamiento de las ondas viajeras al alcanzar una discontinuidad en un S.E.P. . . . .	56
4.2. Señales incrementales del relevador . . . . .	60
4.3. Ventana de datos de 25 $\mu$ seg usada por el algoritmo . . . . .	62
4.4. Sistema de prueba 2. . . . .	63
4.5. Principio de operación del detector de instante de inserción de falla. . .	67
4.6. Componentes principales de las fallas que ocurren de 1 a 8 ms . . . . .	68
4.7. Componentes principales de las fallas que ocurren de 9 a 16 ms . . . . .	68
4.8. Frentes de onda correspondientes a fallas monofásicas con $R_f = 0\Omega$ . .	69
4.9. Proyección en el subespacio formado por CP1 y CP2 de fallas monofásicas solidas . . . . .	69
4.10. Frentes de onda correspondientes a las fallas monofásicas con $R_f=50\Omega$	70
4.11. Proyección en el subespacio formado por CP1 y CP2 de fallas monofásicas con $R_f=50\Omega$ . . . . .	70
4.12. Frentes de onda correspondientes a las fallas trifásicas solidas $R_f = 0\Omega$	71

4.13. Proyección en el subespacio formado por CP1 y CP2 de fallas trifásicas solidas . . . . .	71
4.14. Diagrama de flujo del algoritmo propuesto. . . . .	72
4.15. Proyección de las fallas mostradas en Tabla 4.5 . . . . .	74
4.16. Proyección de fallas mostrados en la tabla 4.6 . . . . .	75
5.1. Sistema de prueba 3 . . . . .	79
5.2. Proyección de fallas trifásicas. . . . .	81
5.3. Proyección de fallas monofásicas con $R_f > 0$ . . . . .	82
5.4. Fallas cercanas al bus remoto. . . . .	84
5.5. Efecto del ángulo de inserción de falla en el desempeño del algoritmo. . . . .	85
5.6. Voltajes y corrientes para fallas monofásicas A-G con POW de $0^0$ y $1^0$ . . . . .	86
5.7. Efecto de la resistencia de falla en el desempeño del algoritmo. . . . .	87
5.8. Voltaje y corriente de fase para una falla A-G con $R_f = 640\Omega$ . . . . .	87
A.1. Sistema de prueba 1 . . . . .	102
A.2. Sistema de prueba 2 . . . . .	102
A.3. Sistema de prueba 3 . . . . .	103
A.4. Configuración y parámetros de línea 1 y línea 3 . . . . .	103
A.5. Configuración y parámetros de línea 2 y línea 4 . . . . .	104
B.1. Representación gráfica del significado de covarianza en $\mathbb{R}^2$ . . . . .	110
B.2. Datos originales . . . . .	118
B.3. Datos con la media substraída . . . . .	119
B.4. Significado de los eigenvectores . . . . .	120
B.5. Varianza de las 2 componentes principales . . . . .	121
B.6. Datos finales usando las 2 componentes principales . . . . .	121

# Índice de Tablas

3.1. Casos de prueba para los algoritmos. . . . .	34
4.1. Patrones de prueba. . . . .	64
4.2. Fallas A-G con $R_f = 0 \Omega$ con punto de inserción a $90^\circ$ . . . . .	69
4.3. Fallas A-G con $R_f = 50 \Omega$ con punto de inserción a $90^\circ$ . . . . .	70
4.4. Fallas ABC con $R_f = 0 \Omega$ con punto de inserción a $90^\circ$ . . . . .	71
4.5. Fallas ABC sólidas $R_f = 0\Omega$ . . . . .	74
4.6. Fallas A-G con $R_f > 0$ . . . . .	75
<hr/>	
5.1. Información de las líneas en el sistema de prueba 3. . . . .	80
5.2. Casos de falla: Fallas trifásicas sólidas. . . . .	81
5.3. Casos de falla monofásica con resistencia de falla. . . . .	82

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

La línea de transmisión es un elemento de gran importancia para el sistema eléctrico de potencia, ya que permite transferir energía eléctrica de las zonas de generación a las zonas de carga. Debido a que la línea de transmisión es un elemento de gran longitud generalmente se ve sometido a condiciones adversas, como viento, lluvia, nieve, accidentes, descargas atmosféricas o contaminación en aisladores, lo cual puede provocar cortocircuitos entre fases, arqueo en los aisladores, conductores caídos a tierra, u otro tipo de fallas. Cuando una falla de este tipo aparece en una línea es necesario desconectarla del resto del sistema, pues no hacerlo implicaría un esfuerzo considerable sobre elementos adyacentes, como transformadores y generadores, provocando una reducción considerable en su vida útil, además, se pone en peligro la integridad del sistema debido a una eventual pérdida de sincronismo entre generadores.

Cualquier falla que aparezca en una línea de transmisión debe ser desconectada lo más rápido posible, con el propósito de reducir los efectos provocados por el disturbio,

de no hacerlo puede dar origen a apagones generales como el que se registró el 14 de agosto 2003, afectando a Nueva York y otras seis ciudades del noreste de Estados Unidos y sureste de Canadá. El efecto en cadena fué provocado por una falla mal liberada dejando sin suministro de energía eléctrica a más de 50 millones de usuarios y pérdidas multimillonarias a nivel comercial e industrial.

La creciente inclinación a instalar líneas de transmisión con voltajes cada vez mayores, así como la tendencia de operar el sistema eléctrico de potencia (SEP) en un mercado desregulado, trae consigo la aparición de problemas nuevos y complicados desde el punto de vista de protecciones, tales como la necesidad de detección de fallas de manera ultra-rápida y selectiva, por lo tanto es necesario el desarrollo de nuevas propuestas para su aplicación en protección de líneas.

Con base en lo anterior, la motivación central del tema de tesis consiste en proponer un algoritmo de protección de líneas de transmisión basado en las ondas de alta frecuencia generadas en el punto de ubicación de la falla. Ya que estas son las primeras manifestaciones del disturbio, las cuales contienen información sobre el tipo de falla y su localización.

Es deseable que el algoritmo propuesto cumpla con los requerimientos básicos de confiabilidad y selectividad. Esto se puede conseguir aprovechando las cualidades de los esquemas basados en equipo digital, los cuales han evolucionado notablemente en la última década, y han tenido una gran aceptación en la comunidad de protecciones, desplazando casi por completo a los sistemas electromecánicos.

## 1.2. Antecedentes

Los algoritmos de protección de líneas de transmisión que usan las señales de alta frecuencia generadas en el punto de aparición de la falla se llaman protecciones de onda viajera, aunque su estudio inició en 1970, su implementación práctica estaba limitada por la lentitud de los procesadores y el bajo ancho de banda de los transductores de corriente y potencial existentes en esa época.

Entre las primeras propuestas se encuentra la de Takagi [1], quien en 1977, propuso un algoritmo que detectaba fallas dentro de la línea en base a la medición de las ondas viajeras en ambos extremos de la línea.

En 1983, Crossley y McLaren [4], presentaron una técnica para medir de manera ultra rápida la distancia a la falla, usando una técnica de correlación para reconocer el segundo frente de onda y distinguirlo de otras señales presentes en el sistema.

Posteriormente en 1988, Shehab y McLaren [13] sugirieron usar una técnica de doble correlación, con el propósito de distinguir entre reflexiones de la falla y reflexiones de puntos mas allá de la falla, además mejoraron la capacidad del algoritmo para detectar fallas cercanas al relevador y fallas de alta impedancia.

En 1998, Jie Lang y J.B. Devotta. [5], plantearon el uso de técnicas de reconocimiento de patrones para la protección de líneas de transmisión, su propuesta se basaba en técnicas como la de el vecino mas cercano y la distancia de Manhattan. Además propusieron una función discriminante basada en la combinación de la función de correlación y la distancia de Manhattan con la finalidad de mejorar el desempeño del algoritmo.

Más recientemente han surgido técnicas que utilizan la transformada *wavelets*; en 2000 Jie Lang y S. Elangovan propusieron analizar los frentes de onda mediante un análisis multi-escala. Básicamente aplicaron una transformación *wavelets* a las ondas viajeras para trabajar en sub-bandas de frecuencia, posteriormente, realizaban la correlación en las diferentes escalas, logrando mayor exactitud e inmunidad al ruido.

Otra propuesta basada en transformada *wavelets*, es la de Su Qianli y Z. Q. Bo [6], quienes el 2002, propusieron un algoritmo para detección de fallas y selección de fase fallada en base a el primer frente de onda de corriente, básicamente el algoritmo descompone el primer frente de onda de corriente, la detección de la falla se lleva a cabo en base la forma en que esta dispersa la energía en el espectro de frecuencia.

Los algoritmos mencionados anteriormente constituyen los trabajos más relevantes en el área, sin embargo debido a sus problemas particulares no han tenido aceptación general para su implementación en protección de líneas de transmisión, esto hace necesario desarrollar algoritmos de detección de fallas más confiables, por lo cual el problema sigue abierto a la investigación.

### 1.3. Objetivos

El objetivo de la tesis consiste en desarrollar un nuevo algoritmo para la protección de ultra-alta velocidad de líneas de transmisión en sistemas eléctricos de potencia, utilizando el primer frente de onda generado en el punto de aparición de la falla, lo que permite un menor tiempo de detección del disturbio. El algoritmo propuesto aprovecha el cambio que sufre el primer frente de onda al pasar por una discontinuidad en el SEP, cambio que es causado por la dependencia frecuencial en los coeficientes de reflexión

y refracción de la línea. El uso del primer frente de onda permite reducir el tiempo de detección de la falla y tiene la ventaja de poseer poca contaminación la cual generalmente es provocada por sucesivas reflexiones de la onda en la línea.

La selectividad del algoritmo propuesto utiliza análisis de componente principal para tomar una decisión de disparo confiable en caso de la existencia de una falla dentro de la línea protegida. El algoritmo es capaz de discriminar entre fallas dentro de la línea protegida y fallas externas independientemente de la topología del sistema. La evaluación del desempeño del algoritmo se realizará en 2 sistemas de prueba con configuraciones típicas.

Además se realizó un estudio comparativo acerca de las características de los algoritmos de protección de onda viajera y analizar su comportamiento bajo las condiciones de falla más comunes, y también bajo condiciones críticas como las fallas que tienen alta impedancia o las que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje. Así mismo hacer una evaluación de las ventajas y desventajas de esos algoritmos.

#### **1.4. Limitaciones**

Los transformadores de corriente (TC) y transformadores de potencial (TP) instalados actualmente no son una buena opción cuando se trata de medir señales transitorias debido a su ancho de banda limitada. Las pérdidas por corrientes de eddy en el núcleo de hierro se incrementan con la frecuencia y limitan por la parte superior el espectro de medición en el punto donde entran en resonancia la inductancia y la capacitancia de las bobinas que lo conforman, lo cual determina su frecuencia de corte, esto hace que se comporten como filtros pasa-bajas naturales.

Una alternativa para resolver estos problemas consiste en usar transductores ópticos de voltaje y corriente; los cuales se han desarrollado rápidamente en los últimos años para su empleo en medición y análisis de armónicas. Actualmente se están desarrollando transductores con ancho de banda cada vez mayor con el objetivo de incorporarlos a sistemas que operan con extra-alto voltaje. El rápido avance en esta tecnología permitirá su aplicación en equipo de protección basado en ondas viajeras en sistemas eléctricos de potencia.

El algoritmo de detección de fallas en líneas de transmisión propuesto en el presente trabajo requiere de un detector direccional cuya función básica consiste en generar una señal de bloqueo para fallas detrás de la línea protegida. El análisis detallado del funcionamiento de este tipo de detectores se ha tratado ampliamente en la bibliografía [2, 4, 7, 8, 9] y no es objeto de estudio en esta tesis.

---

## 1.5. Estructura de la tesis

En el capítulo 1 se explica la necesidad de desarrollo de algoritmos de detección de fallas de ultra-alta velocidad en líneas de transmisión, y se señalan las ventajas de usar el principio de onda viajera. También se da un breve resumen de las propuestas más relevantes que han sugerido algunos autores sobre el tema, y por último se describe la estructura general del trabajo de tesis.

En el capítulo 2 se expone el fenómeno de propagación de ondas viajeras, así como los modos de propagación en sistemas trifásicos balanceados, también se describen las limitaciones actuales que imponen los transformadores de corriente y potencial.

En el capítulo 3 se explica el funcionamiento de los actuales algoritmos basados en ondas viajeras; y se hace una evaluación de los algoritmos mostrando sus principales ventajas y desventajas.

En el capítulo 4 se explica detalladamente el algoritmo propuesto, el cual es capaz de discriminar entre fallas internas y externas utilizando el primer frente de onda originado por un cortocircuito en la línea de transmisión. El algoritmo hace uso de la técnica de análisis de componente principal, con el propósito de seleccionar la información más importante y poder tomar una decisión de disparo en el caso de la existencia de una falla dentro de la línea protegida.

En el capítulo 5 se muestra el desempeño del algoritmo en distintas condiciones de falla; para ello se utilizan dos sistemas de prueba para mostrar en detalle los resultados obtenidos.

---

En el capítulo 6 se presentan las conclusiones y las aportaciones de este trabajo; por último, se dan algunas recomendaciones para trabajos futuros en esta área.

## Capítulo 2

# Propagación de ondas viajeras en líneas de transmisión

### 2.1. Introducción

La aparición de una falla en la línea de transmisión provoca intercambios instantáneos de energía entre los campos eléctricos y magnéticos generando señales transitorias de alta frecuencia; esas señales se propagan por las líneas en forma de ondas viajeras siendo transmitidas y reflejadas en las discontinuidades de la red hasta que se atenúan.

Para propósito de analizar el comportamiento de esas señales en las líneas de transmisión es necesario usar modelos de línea con parámetros distribuidos, los cuales representan los parámetros de la línea ( $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $G$ ) de manera distribuida en toda la longitud de la línea, y generalmente se utilizan cuando se requiere una representación muy detallada del comportamiento transitorio de la línea en un amplio rango de frecuencias; tal es el caso del fenómeno de propagación de ondas viajeras.

Los modelos de línea con parámetros distribuidos tiene en cuenta que la línea no necesariamente tiene los mismos valores de voltaje y corriente en toda su longitud a determinado instante de tiempo, además incluyen los efectos de atenuación, desfaseamiento y velocidad de propagación de cualquier onda viajando a través de la línea.

El interés del presente trabajo consiste en analizar las señales de alta frecuencia generadas por alguna perturbación en la línea y que indiquen una condición no tolerable por el sistema, por lo tanto es necesario el uso de un modelo de línea con parámetros distribuidos y dependientes de la frecuencia.

## 2.2. Propagación de ondas viajeras en líneas con conductores mutuamente acoplados

Las ecuaciones generales de una línea de transmisión fueron inicialmente formuladas por Oliver Heaviside [10]. La representación de la línea con conductores mutuamente acoplados se hace presentando sus parámetros de manera distribuida de la forma  $R\Delta x$ ,  $L\Delta x$ ,  $G\Delta x$  y  $C\Delta x$ .

El decremento en el voltaje en un segmento  $\Delta x$  de la línea de dos conductores mutuamente acoplados (ver figura 2.1) puede obtenerse aplicando la ley de voltajes de Kirchoff de la forma:

$$-\Delta v = v(x, t) - v(x + \Delta x, t) = (R + L \frac{\partial}{\partial t}) i(x, t) \Delta x \quad (2.1)$$

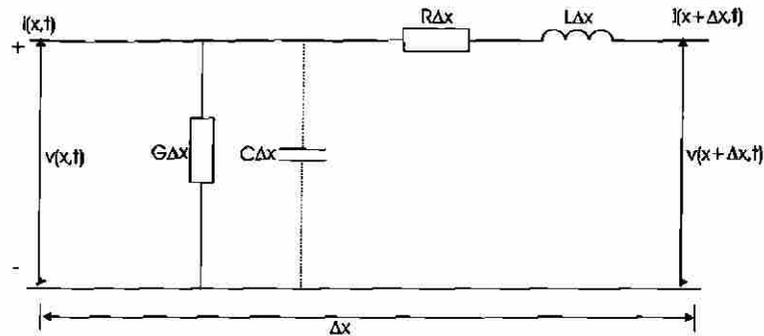


Figura 2.1: Equivalente de un segmento  $\Delta x$  de una línea de transmisión de dos conductores.

en el límite  $\Delta x \rightarrow 0$  la ecuación 2.1 se convierte en:

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = -L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} - Ri(x, t) \quad (2.2)$$

La corriente fluyendo por G y C puede obtenerse aplicando la ley de corriente de Kirchoff de la forma:

$$-\Delta i = i(x, t) - i(x + \Delta x, t) = (G + C \frac{\partial}{\partial t})v(x, t)\Delta x \quad (2.3)$$

en el límite  $\Delta x \rightarrow 0$  la ecuación 2.3 se convierte en:

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = -C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} - Gv(x, t) \quad (2.4)$$

Las ecuaciones (2.2) y (2.4) pueden extenderse a una línea de  $n$  conductores quedando de la forma:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} = -\mathbf{Zi} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{i}}{\partial x} = -\mathbf{Yv} \quad (2.6)$$

donde  $\mathbf{v}, \mathbf{i}$  son matrices columna de los voltajes de fase a tierra y corriente en los  $n$  conductores;  $\mathbf{Y}$  y  $\mathbf{Z}$  son las matrices de admitancia e impedancia respectivamente, las cuales son de orden  $n$  y tienen la forma:

$$Z_{ij} = \begin{cases} L_{ij} \frac{\partial}{\partial t} & , i \neq j \\ R_{ij} + L_{ij} \frac{\partial}{\partial t} & , i = j \end{cases} \quad (2.7)$$

$$Y_{ij} = \begin{cases} C_{ij} \frac{\partial}{\partial t} & , i \neq j \\ G_{ij} + C_{ij} \frac{\partial}{\partial t} & , i = j \end{cases} \quad (2.8)$$

Las ecuaciones (2.5) y (2.6) pueden combinarse para dar:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial x^2} = \mathbf{P} \mathbf{v} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{i}}{\partial x^2} = \mathbf{P}^T \mathbf{i} \quad (2.10)$$

donde  $\mathbf{P} = \mathbf{Z} \mathbf{Y}$  la cual es simétrica solo para líneas transpuestas. La ventaja de (2.9) y (2.10) es que solo están en función de voltajes y corrientes respectivamente.

Las ecuaciones (2.9) y (2.10) pueden simplificarse eliminando la variable del tiempo al transformarlas al dominio de la frecuencia utilizando la transformada modificada de Fourier quedando de la siguiente forma:

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{v}}}{dx^2} = \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{v}} \quad (2.11)$$

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{i}}}{dx^2} = \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{i}} \quad (2.12)$$

donde  $\bar{\mathbf{v}}$  es el vector columna de los voltajes de fase a tierra de Fourier,  $\bar{\mathbf{i}}$  es el vector columna de las corrientes de Fourier en cada conductor y  $\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{Z}}\bar{\mathbf{Y}}$  se obtiene a partir de  $\mathbf{Z}$  y  $\mathbf{Y}$  transformadas al dominio de Fourier.

La solución de las ecuaciones (2.11) y (2.12) en sistemas polifásicos es complicada debido al acoplamiento que existe entre fases. En la ecuación (2.11) el voltaje de cada fase esta en función de los voltajes de las otras fases y en la ecuación (2.12) la corriente en cada fase esta en función de las corrientes de las otras fases. En sistemas polifásicos es posible encontrar una solución desacoplando (2.11) y (2.12) por medio de análisis modal, posteriormente encontrar su solución general en el dominio de la frecuencia y finalmente transformarlas al dominio del tiempo usando la transformada inversa de Fourier.

### 2.2.1. Propagación de ondas en sistemas monofásicos

En una línea de transmisión monofásica con retorno por tierra las ecuaciones (2.11) y (2.12) se reducen a:

$$\frac{d^2\bar{v}}{dx^2} = k^2\bar{v} \quad (2.13)$$

$$\frac{d^2\bar{i}}{dx^2} = k^2\bar{i} \quad (2.14)$$

donde  $k^2 = (pL + R)(pC + G)$  y  $p$  representa el operador de transformación al dominio de la frecuencia.

La solución de (2.13) y (2.14) fue inicialmente planteadas por D'Alembert, las cuales en el dominio del tiempo son de la forma:

$$v(x, t) = [F_1(x)e^{kx} + F_2(x)e^{-kx}] \quad (2.15)$$

$$i(x, t) = -\frac{1}{Z_0} [F_1(x)e^{kx} - F_2(x)e^{-kx}] \quad (2.16)$$

$F_1$  y  $F_2$  están determinadas por las condiciones de frontera y  $k$  puede representarse

por:

$$k = \sqrt{(RG + (RC + GL)p) + LCp^2} = \frac{1}{c} \sqrt{(p + \alpha)^2 - \beta^2} \quad (2.17)$$

donde:

$$c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

velocidad de la onda

$$\alpha = 1/2[(R/L) + G/C]$$

constante de atenuación

$$\beta = 1/2[(R/L) - (G/C)]$$

constante de fase

$$Z_0 = \sqrt{L/C} [(p + \alpha + \beta)/(p + \alpha - \beta)]^{1/2} \text{ impedancia característica}$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Para una línea sin pérdidas ( $\alpha = \beta = 0$ ) las ecuaciones (2.15) y (2.16) se pueden representar de la forma:

$$v(x, t) = F_1(x - ct) + F_2(x + ct) \quad (2.18)$$

$$i(x, t) = [F_1(x - ct) - F_2(x + ct)]/Z_0 \quad (2.19)$$

donde el termino  $[F_1(x - ct)]$  en (2.18) y (2.19) describe una onda viajando en el sentido

$+x$  (ver figura 2.2a), y el termino  $[F_2(x + ct)]$  describe una onda viajando en el sentido  $-x$  (ver figura 2.2b), con velocidad de propagación  $c$  y sin distorsión.

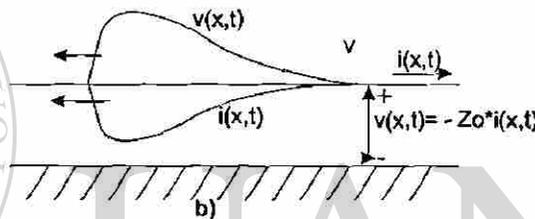
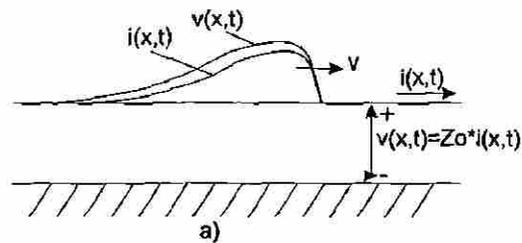


Figura 2.2: Desplazamiento de ondas de voltaje y corriente: a) hacia adelante, b) hacia atrás

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### 2.2.2. Dependencia en frecuencia de los parámetros de la línea

Las ecuaciones (2.15) y (2.16) son validas para una frecuencia específica, sin embargo en estudios de transitorios electromagnéticos es necesario incluir la dependencia en frecuencia en los parámetros de la línea. Para un sistema polifásico las matrices  $\mathbf{Z}$  y  $\mathbf{Y}$  se representan en función de la frecuencia de la forma:

$$Z_{ij} = R_{ij}(j\omega) + j\omega(L_{ij}^{int}(j\omega) + L_{ij}^{ext}(j\omega)) \quad (2.20)$$

donde  $R_{ij}(j\omega)$  incluye la resistencia del conductor y de retorno por tierra;  $L_{ij}^{int}(j\omega)$  es la inductancia asociada al flujo dentro del conductor y  $L_{ij}^{ext}(j\omega)$  es la inductancia por el flujo fuera del conductor.

La matriz de admitancia  $\mathbf{Y}$  puede representarse como:

$$Y_{ij} = G_{ij} + j\omega C_{ij} \quad (2.21)$$

donde  $\mathbf{G}$  es la matriz de conductancias representando las pérdidas en los aisladores;  $\mathbf{C}$  representa la capacitancia paralelo debido a la geometría de la línea.

En estudios de transitorios y análisis de armónicas es necesario incorporar dependencia en frecuencia en todos los parámetros de la línea. En este caso es necesario transformar las ecuaciones al dominio de la frecuencia con el propósito de solucionarlas y finalmente representarlas en el dominio del tiempo.

### 2.3. Propagación de ondas en sistemas trifásicos

En un sistema trifásico las señales de voltaje y corriente de fase contienen toda la información acerca de las ondas viajeras generadas por algún disturbio en la línea, sin embargo el acoplamiento mutuo que existe entre fases hace muy complicado el análisis en el dominio de fases (a,b,c). La solución se simplifica al descomponer por medio de análisis modal el sistema trifásico en tres modos de propagación (0,1 y 2) los cuales pueden tratarse como sistemas monofásicos [11].

### 2.3.1. Análisis modal en líneas trifásicas

El método de análisis modal aplicado en líneas de transmisión permite eliminar el acoplamiento mutuo que existe en los sistemas polifásicos permitiendo representar un sistema trifásico en términos de 3 modos independientes de propagación, cada modo con su propia velocidad y atenuación.

El objetivo del análisis modal es diagonalizar las ecuaciones (2.11) y (2.12), para ello es necesario representar el vector columna  $\bar{v}$  de la forma:

$$\bar{v} = \mathbf{S}\bar{v}_m \quad (2.22)$$

donde  $\mathbf{S}$  es una matriz no singular de orden 3, y  $\bar{v}_m$  es una matriz columna de 3x1. Sustituyendo (2.22) en (2.11) se obtiene:

$$\frac{d^2\bar{v}_m}{dx^2} = \bar{\mathbf{S}}^{-1}\bar{\mathbf{P}}\mathbf{S}\bar{v}_m \quad (2.23)$$

Es necesario escoger  $\mathbf{S}$  tal que  $[\bar{\mathbf{S}}^{-1}\bar{\mathbf{P}}\mathbf{S}]$  sea diagonal, para ello es necesario encontrar los tres eigenvectores:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2] \quad (2.24)$$

asociados a los tres eigenvalores:

$$\mathbf{D}_v = [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2] \quad (2.25)$$

de la matriz  $\bar{\mathbf{P}}$  que satisfagan:

$$(\bar{\mathbf{P}} - \lambda \bar{\mathbf{U}})\bar{\mathbf{X}} = 0 \quad (2.26)$$

donde  $\bar{\mathbf{U}}$  es la matriz unitaria de orden 3. Usando (2.26) se puede demostrar que:

$$\mathbf{S}\mathbf{D}_v = [\lambda_0 \mathbf{X}_0, \lambda_1 \mathbf{X}_1, \lambda_2 \mathbf{X}_2] = [\bar{\mathbf{P}}\mathbf{X}_0, \bar{\mathbf{P}}\mathbf{X}_1, \bar{\mathbf{P}}\mathbf{X}_2] = \bar{\mathbf{P}}\mathbf{S} \quad (2.27)$$

de tal forma que:

$$\mathbf{D}_v = \mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{P}}\mathbf{S} \quad (2.28)$$

y la ecuación (2.23) se reduce a:

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{v}}_m}{dx^2} = \mathbf{D}_v \bar{\mathbf{v}}_m \quad (2.29)$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

en donde  $\bar{\mathbf{v}}_m = [\bar{v}_0, \bar{v}_1, \bar{v}_2]$  representan los voltajes modales. La ecuación (2.23) representa tres ecuaciones diferenciales escalares desacopladas de la forma:

$$\frac{d^2 \bar{v}_0}{dx^2} = \lambda_0 \bar{v}_0 \quad (2.30)$$

$$\frac{d^2 \bar{v}_1}{dx^2} = \lambda_1 \bar{v}_1 \quad (2.31)$$

$$\frac{d^2 \bar{v}_2}{dx^2} = \lambda_2 \bar{v}_2 \quad (2.32)$$

El mismo procedimiento se aplica a (2.12). Para líneas transpuestas  $\bar{\mathbf{P}}^T = \bar{\mathbf{P}}$ , por lo tanto la ecuación (2.12) se puede representar por:

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{i}}}{dx^2} = \bar{\mathbf{P}} \cdot \bar{\mathbf{i}} \quad (2.33)$$

usando el mismo procedimiento se llega a:

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{i}}_m}{dx^2} = \mathbf{D}_i \bar{\mathbf{i}}_m \quad (2.34)$$

donde  $\bar{\mathbf{i}} = \mathbf{Q} \bar{\mathbf{i}}_m$  lo que representa 3 ecuaciones diferenciales escalares desacopladas donde  $\bar{\mathbf{i}}_m = [\bar{i}_0, \bar{i}_1, \bar{i}_2]$  representan las corrientes modales.

Las solución general de cada una de las ecuaciones independientes que forman (2.29) y (2.34) es de la forma:

$$F_1 e^{(\alpha+j\beta)x} + F_2 e^{-(\alpha+j\beta)x} \quad (2.35)$$

La interpretación de (2.35) es la misma que para líneas de transmisión monofásicas con retorno por tierra como se mostró en la sección 2.2.1.

Para líneas trifásicas transpuestas las matrices  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{Q}$  son iguales y los eigenvectores solución de  $\mathbf{P}$  tiene las siguientes características [7]:

- En uno de los eigenvectores todos sus componentes son iguales.
- En los otros dos eigenvectores la suma de sus componentes es cero.
- Todos los eigenvectores son linealmente independientes.

En la práctica es común el uso de las siguientes matrices de transformación:

Transformación de componentes simétricas:

$$\mathbf{S} = \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Transformación de Karrenbauer:

$$\mathbf{S} = \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Transformación de Wedephol:

$$\mathbf{S} = \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

La transformación de Wedephol es una de las transformaciones modales mas ampliamente usada en aplicaciones de protecciones, ya que solo contiene elementos reales, además de que ofrece una aproximación muy cercana a los modos de las líneas de configuración horizontal o delta. En la figura 2.3 se muestra la descripción física del comportamiento del modo 0 (modo de tierra) y los modos 1 y 2 (modos aéreos) bajo la transformación de Wedephol.

En análisis modal cada modo puede ser tratado como una sistema monofásico. El modo 0 tiene participación cuando hay corriente retornando por tierra y su principal

característica es que se propaga a baja velocidad y tiene alta atenuación. Los modos 1 y 2 tienen atenuación constante en un amplio rango de frecuencia y una mayor velocidad de propagación.

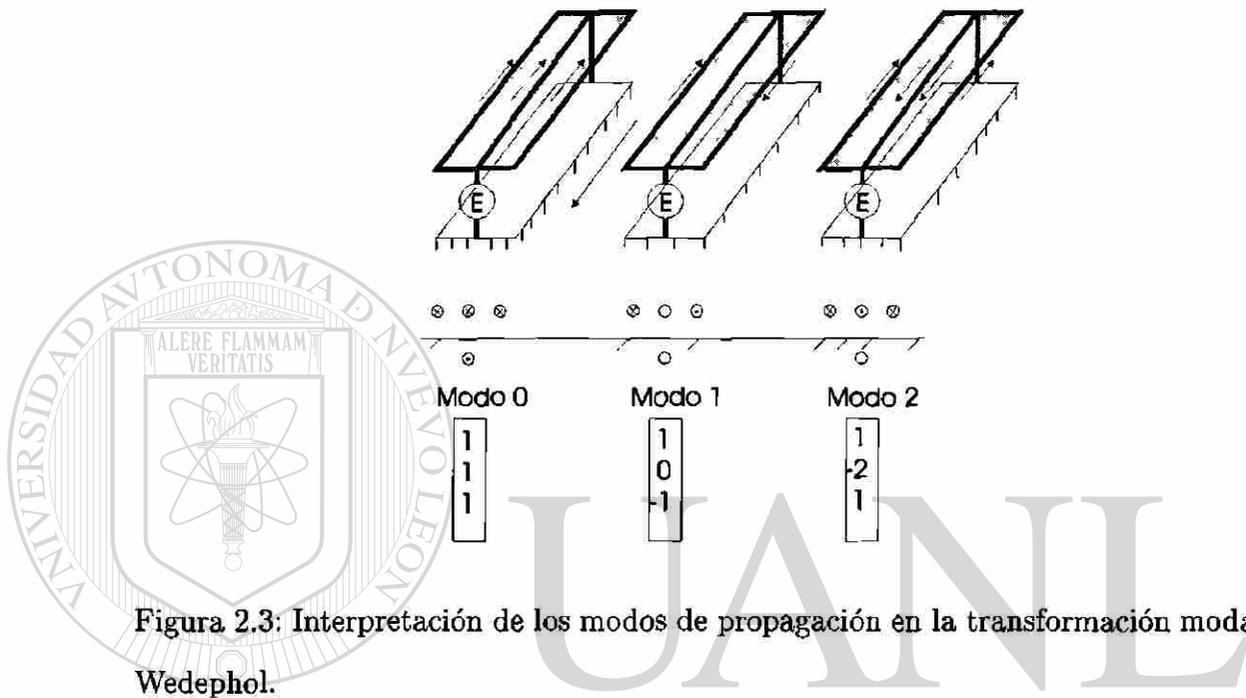


Figura 2.3: Interpretación de los modos de propagación en la transformación modal de Wedephol.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

## 2.4. Limitaciones impuestas por los transformadores de corriente y potencial

La utilización del principio de propagación de ondas viajeras nació en los años 60, sin embargo su utilización práctica como algoritmos de protección en relevadores estuvo limitada en parte por la baja velocidad de los procesadores y las limitaciones en el ancho de banda de los TC's y TP's. En teoría, para no afectar la forma de onda del lado primario (sistema) al lado secundario (equipos) los TC's y TP's deben tener una respuesta a la frecuencia con un ancho de banda infinito. En la realidad el ancho de banda de estos equipos no supera los 10 kHz. Considerando que las frecuencias

de las ondas viajeras son del rango de kHz. y MHz., los TC's y TP's representan filtros pasa-bajos, ocasionando que toda la información de alta frecuencia (OV) se pierda.

Una alternativa para resolver el problema de medición de señales de alta frecuencia en el sistema eléctrico de potencia consiste en usar transductores ópticos de corriente (OCT's) y transductores ópticos de voltaje (OVT's). Los OCT's y OVT's han recibido especial atención en los últimos años para aplicación en medición de variables eléctricas de los sistemas de alto voltaje [12]. En el caso de los esquemas de protección de onda viajera, son la mejor opción, ya que su ancho de banda es hasta de 100 kHz.

Los transductores ópticos de corriente aprovechan el efecto Faraday en su funcionamiento. La corriente fluyendo en un conductor induce un campo magnético, el cual, por el efecto Faraday afecta la velocidad y rota el plano de polarización de la luz viajando a través de un material con propiedades ópticas situado alrededor del conductor (ver figura 2.4). La ley de Ampere garantiza que la rotación total del plano es directamente proporcional a la corriente fluyendo en el conductor.

Los transductores ópticos de voltaje aprovechan el efecto Pockel en su funcionamiento. El voltaje en un conductor crea un campo eléctrico, el cual, por el efecto Pockel, modifica la luz polarizada en forma circular viajando a través de un material con propiedades ópticas expuesto al campo eléctrico. La luz pasando por el cristal modifica su polarización circular a polarización elipsoidal proporcionalmente a la intensidad del campo eléctrico existente entre línea y tierra (ver figura 2.5).

Los OCT's y OVT's tienen la ventaja de que son inmunes al ruido eléctrico, no exhiben histéresis y tienen mayor rango dinámico y respuesta a la frecuencia que los

transductores con núcleo de hierro. Actualmente han tenido gran aceptación en análisis de armónicas y su acelerado desarrollo permitirá su aplicación en esquemas de protección basados en ondas viajeras.

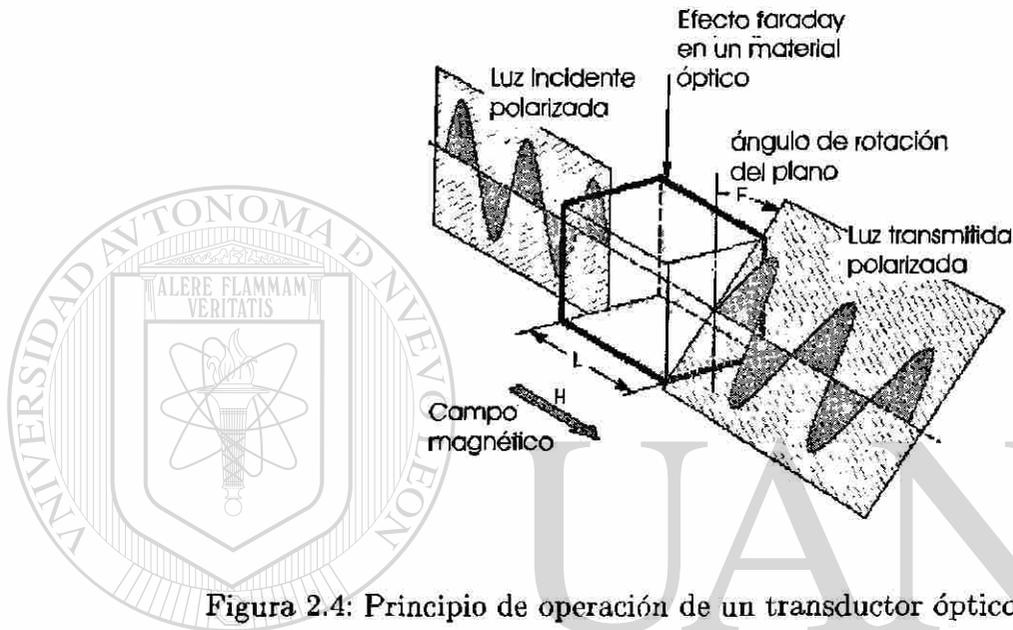


Figura 2.4: Principio de operación de un transductor óptico de corriente.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

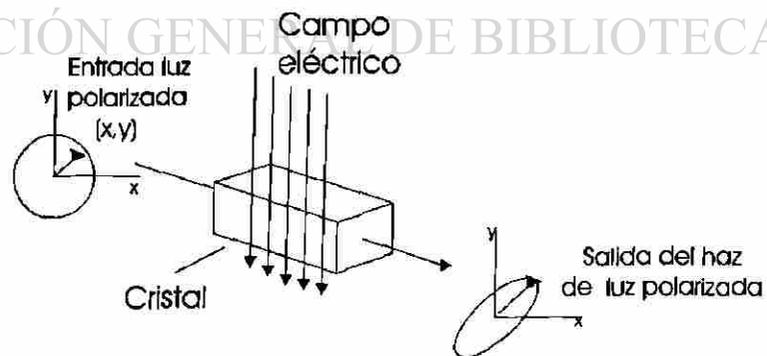


Figura 2.5: Principio de operación de un transductor óptico de voltaje.

## 2.5. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se mostró el origen de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas en una línea de dos conductores aéreos mutuamente acoplados y la forma en que esas ecuaciones pueden extenderse a líneas polifásicas de  $n$  conductores. Se presentó la solución propuesta por D'Alembert de las ecuaciones para un sistema monofásico con retorno por tierra y además se explicó el significado de cada uno de sus parámetros.

Se expuso la necesidad de representar la dependencia en frecuencia de los parámetros de las líneas de transmisión cuando se hacen análisis en un amplio rango de frecuencia, principalmente en estudios de señales de alta frecuencia producidas por fallas.

Las dificultades que ofrece la solución de sistemas polifásicos debido a los acoplamientos mutuos entre conductores se abordó en forma conceptual, y explicó brevemente las ventajas de aplicar el análisis modal para desacoplar las ecuaciones, permitiendo reducir el grupo de ecuaciones acopladas de la línea de  $n$  fases en  $n$  sistemas monofásicos desacoplados.

Finalmente, se describieron las limitaciones que impone el uso de TC's y TP's; se explicaron brevemente las ventajas del uso de transductores ópticos de voltaje y corriente en aplicaciones de protecciones, así como sus perspectivas en los próximos años en esquemas de protección de onda viajera.

## Capítulo 3

# Algoritmos de protección de líneas de transmisión basados en ondas viajeras

---

### 3.1. Introducción

En los últimos años se ha incrementado la necesidad de reducir los tiempos de detección de fallas en líneas de transmisión, con el fin de mejorar la estabilidad transitoria del SEP y aumentar la capacidad de transferencia de potencia. Para este propósito, varios investigadores han propuesto algoritmos de detección de fallas que usan la señales de alta frecuencia generadas en el punto de aparición de las fallas, las cuales contienen abundante información sobre tipo de falla y ubicación.

En las próximas secciones de este capítulo se explican brevemente los principios básicos de operación de los esquemas de protección diferencial, direccional y de distancia basados en ondas viajera, además se hace una evaluación del desempeño de los

algoritmos de correlación, reconocimiento de patrones y transformada *wavelets*. Los resultados de las pruebas muestran las ventajas y desventajas de los algoritmos.

### 3.1.1. Principio de operación del esquema de protección de onda viajera

Cualquier falla que ocurre en una línea de transmisión, genera ondas viajeras de alta frecuencia. Esas ondas se propagan a través de la línea siendo continuamente atenuadas y distorsionadas hasta que desaparecen. Al encontrar una discontinuidad parte de la onda pasara a otras secciones del sistema y el resto será reflejada la cual regresará al punto de falla donde en caso de que la impedancia de la falla sea diferente al de la línea, entonces se reflejara una onda de voltaje de polaridad opuesta y una onda de corriente de igual polaridad a las ondas de voltaje y corriente incidentes respectivas.

La aparición de una falla en una línea, es equivalente a la inyección de un voltaje en el punto de falla igual en magnitud pero de signo opuesto al de estado de pre-falla. La solución de este problema transitorio puede resolverse por el principio de superposición:

$$\text{Solución transitoria} = \text{Solución en estado estable} + \text{Solución Incremental}$$

Las señales incrementales son usadas por las protecciones de alta velocidad ya que ellas contienen la información de las ondas viajeras inyectadas por la falla; para obtener las señales incrementales las señales de pre-falla de estado estable se restan a las señales de post-falla. Las señales inyectadas en el punto de falla se propagaran a lo largo de la línea, al llegar a una discontinuidad esta se dividirá en dos secciones, una onda reflejada y una onda transmitida, la onda reflejada pasará por la ubicación del relevador, viajando hacia el punto de falla y de regreso.

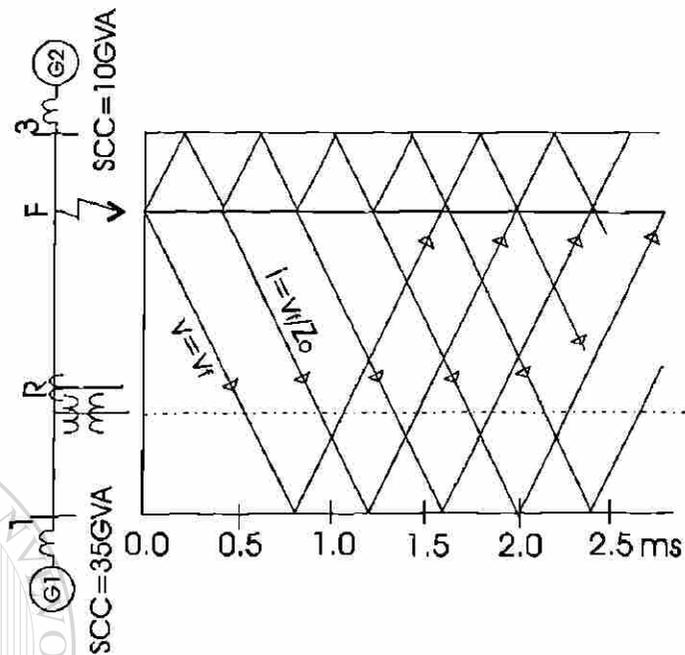


Figura 3.1: Diagrama de lattice de los frentes de onda generado por una falla.

El diagrama de lattice en la figura 3.1 ilustra los frentes de onda generados en el punto de falla. Una fuente inductiva refleja ondas de voltaje del mismo signo y una onda de corriente de signo opuesto a la respectiva onda incidente. Además la dependencia en frecuencial de la fuente provoca un efecto exponencial en la señal reflejada. Una falla sólida a tierra con resistencia de cero ohms, reflejará una onda de voltaje de la misma magnitud pero de polaridad opuesta a la onda de voltaje incidente, y reflejará una onda de corriente de la misma magnitud y polaridad que la onda de corriente incidente.

Como se mostró en la sección 2.2.1 las solución de las ecuaciones diferenciales que describen la propagación de ondas a lo largo de líneas de transmisión sin pérdidas son de la forma:

$$\begin{aligned}v(x, t) &= F_1(x - ut) + F_2(x + ut) \\i(x, t) &= [F_1(x - ut) - F_2(x + ut)]/Z_0\end{aligned}\tag{3.1}$$

Las ondas directas e inversas  $F_1$  y  $F_2$  pueden identificarse midiendo las señales de voltaje y corriente en la localización  $x$  de la línea; su valor es de la forma:

$$\begin{aligned}S_1 &= 2F_1(x - ct) = Z_0 \cdot i(x, t) - v(x, t) \\S_2 &= 2F_2(x + ct) = Z_0 \cdot i(x, t) + v(x, t)\end{aligned}\tag{3.2}$$

Las señales  $S_1$  y  $S_2$  medidas en la ubicación del relevador ( $x = 0$ ) son de la forma:

$$\begin{aligned}S_1 &= 2F_1(-ct) = Z_0 \cdot i(0, t) - v(0, t) \\S_2 &= 2F_2(ct) = Z_0 \cdot i(0, t) + v(0, t)\end{aligned}\tag{3.3}$$

Las ecuaciones (3.3) se reducen a:

$$S_1 = R_0 \cdot i(t) - V(t)\tag{3.4}$$

$$S_2 = R_0 \cdot i(t) + V(t)\tag{3.5}$$

Las ecuaciones (3.4) y (3.5) representan los cambios en la señal de la onda que viaja de la falla a la fuente, y de la fuente a la falla respectivamente, es posible sustituir  $Z_0$  por su parte real  $R_0$  sin que esto provoque un error significativo debido a que la parte compleja de  $Z_0$  es pequeña. Las ecuaciones (3.4) y (3.5) son la base de casi todos los algoritmos de protección de líneas de transmisión basados en ondas viajeras. No

obstante, estos algoritmos tienen problemas para detectar y localizar fallas con alta impedancia, fallas que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje [8] y las fallas que ocurren cerca de la ubicación del relevador; esto hace necesario desarrollar nuevos algoritmos que permitan la implementación de algoritmos de alta velocidad basados en el principio de ondas viajeras.

### 3.1.2. Algoritmo direccional

Los algoritmos de protección direccional basados en ondas viajeras determinan si una falla se encuentra adelante o atrás del relevador. La información generada por estos algoritmos se usa para decidir sobre la operación de la protección.

#### Algoritmo direccional de Vitins

El algoritmo de Vitins [3] basa su funcionamiento en la representación gráfica de las variables incrementales  $\Delta v$  y  $\Delta i$  en un plano  $\Delta v - R_0 \Delta i$ . Para fallas adelante del relevador la trayectoria se desplazará desde el origen hasta el segundo o cuarto cuadrante, dependiendo del ángulo de incidencia de la falla. Para fallas atrás del relevador la trayectoria se desplazará al primero o cuarto cuadrante (ver figura 3.2).

Las trayectorias descritas tienen forma elipsoidal desplazadas del origen, esto es provocado por la presencia de la componente aperiódica exponencial presente en la señal  $\Delta i$ . La rotación de las trayectorias son en el sentido de las manecillas del reloj para fallas adelante y en sentido contrario a las manecillas del reloj para fallas atrás del relevador.

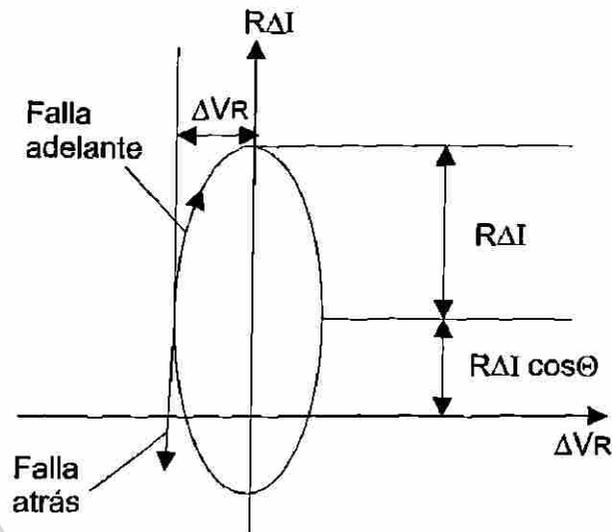


Figura 3.2: Plano  $\Delta v - R_0\Delta i$  utilizado en el algoritmo de Vitins.

### 3.1.3. Algoritmo diferencial

Los algoritmos basados en esquemas de protección diferencial determinan la existencia de una falla dentro de la línea protegida en base a la información medida en sus dos extremos.

#### Algoritmo diferencial de Takagi

El algoritmo de Takagi [1], detecta fallas dentro de la zona protegida a partir de una comparación de los frentes de onda de corriente medidos en los dos extremos de la protegida línea producidos por la aparición de una falla. Las ondas de corriente medidas en los dos extremos de la línea son de la forma:

$$\frac{2F_2}{Z_0} \quad (3.6)$$

$$\frac{2F_1}{Z_0} \quad (3.7)$$

Las cuales se pueden formar en la ubicación del relevador a partir de las cantidades incrementales:

$$\frac{2F_2}{Z_0} = \frac{S_2}{Z_0} = \frac{\Delta v}{Z_0} - \Delta i \quad (3.8)$$

$$\frac{2F_1}{Z_0} = \frac{S_1}{Z_0} = \frac{\Delta v}{Z_0} + \Delta i \quad (3.9)$$

Se puede definir una onda  $S_2$  (alejándose del bus local) que corresponde a una onda  $S_1$  (llegando al bus remoto), tal que:

$$S_1(t)_R = S_2(t - \tau)_B \quad (3.10)$$

$$S_1(t)_B = S_2(t - \tau)_R \quad (3.11)$$

Estas ecuaciones no son validas si existe una falla dentro de la línea protegida debido a la aparición de una discontinuidad entre los dos extremos. Las ecuaciones (3.10) y (3.11) pueden ser escritas de la forma:

$$\varepsilon_1(t) = i_R(t - \tau) + i_S(t) + \frac{1}{Z_0} [v_R(t - \tau) - v_S(t)] \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_2(t) = i_S(t - \tau) + i_R(t) + \frac{1}{Z_0} [v_S(t - \tau) - v_R(t)]$$

en las cuales:

$$\varepsilon_1(t) = 0, \varepsilon_2(t) = 0 \quad \text{para una falla externa}$$

$$\varepsilon_1(t) \neq 0, \varepsilon_2(t) \neq 0 \quad \text{para una falla interna}$$

Una de las desventajas principales de los algoritmos de protección diferencial es la necesidad de un canal de comunicación con un gran ancho de banda que permita transmitir todos los voltajes y corrientes incrementales entre los terminales de la línea protegida.

### 3.1.4. Algoritmo de distancia

Los algoritmos de distancia basados en ondas viajeras determinan la presencia de una falla dentro o fuera de la línea protegida en base a la medición de la distancia eléctrica desde el relevador a la ubicación de la falla. Para una falla adelante del relevador en el sistema mostrado en la figura 3.1, el frente de onda generado por la falla se propagará a través de la línea de transmisión, hasta llegar al punto de ubicación del relevador, en este punto será reflejado debido a la existencia de una discontinuidad en la barra, posteriormente la onda inicial reflejada se propaga desde el punto de medición hasta que llega al punto de falla. En el punto de falla la polaridad de la onda de voltaje se invierte y junto con la onda de corriente viajan de regreso hasta el punto de ubicación del relevador. La señal  $S1$  (onda viajando de la falla al relevador) cambia de acuerdo a los cambios previos en  $S2$  (onda viajando del relevador a la falla) y el tiempo  $\Delta\tau$  entre cambios similares en  $S2$  y  $S1$  son usados por el algoritmo para determinar la distancia a la falla (ver figura 3.3), es decir:

$$x_f = \frac{\Delta\tau}{2} \cdot u. \quad (3.13)$$

donde:

$x_f$  = distancia a la falla

$\Delta\tau$  = tiempo de viaje de la onda

$u$  = velocidad de propagación de la onda

## 3.2. Detector de correlación

### 3.2.1. Correlación estándar

Este algoritmo fue propuesto por Crossley y McLaren [4] en 1983, esta basado en un detector de correlación que se activa después que un detector de direccional indica una falla delante de la línea. El filtro de comparación es diseñado para una óptima detección

de la señal con ruido estacionario gaussiano. La función de correlación cruzada discreta mide la similitud entre secciones de la señal  $x$  y la señal  $y$  en función del retardo  $\tau$ .

$$\phi_{xy}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^n x(k\Delta t + \tau) \cdot y(k\Delta t) \quad (3.14)$$

Las secciones de las señales que usa el relevador S1 y S2 tienen media diferente. Cuando la función de correlación cruzada discreta es aplicada a esas señales es necesario normalizarlas para que tengan media cero esto con la finalidad de mejorar la capacidad de discriminación del algoritmo. La correlación cruzada discreta entre las secciones S1 y S2 con media cero es definida como sigue:

$$\phi_{s1-\bar{s}1, s2-\bar{s}2}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [S1(k\Delta t + \tau) - \bar{S}1] \cdot [S2(k\Delta t) - \bar{S}2] \quad (3.15)$$

donde:

$$\begin{aligned} \bar{S}1 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S1(k\Delta t + \tau) \\ \bar{S}2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S2(k\Delta t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

$\bar{S}1$  y  $\bar{S}2$  son las medias de sus respectivos grupos de muestras. La función de correlación indica el grado de similitud entre las dos formas de onda. La máxima salida de la función de correlación indica el mayor parecido entre las formas de onda, el tiempo de retardo  $\tau$  en el que este ocurre puede ser usado para determinar la distancia a la falla tal y como se muestra en la figura 3.3.

### 3.2.2. Técnica de doble correlación

En 1988, Shehab y McLaren [13] propusieron el uso de una salida de correlación que consiste de una ventana corta y una ventana larga, la salida final consiste en la suma algebraicas de las dos señales. El objetivo principal es resolver el problema de las

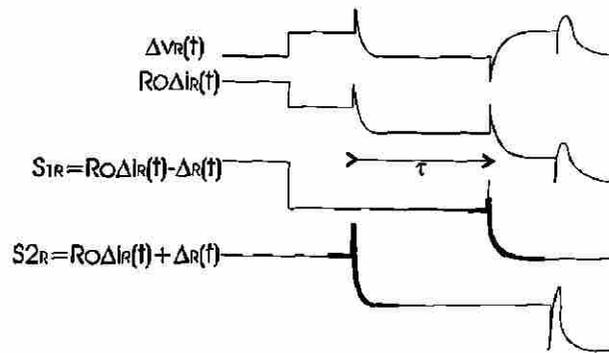


Figura 3.3: Formas de onda  $S_1$  y  $S_2$  generadas por una falla en una línea monofásica. Las inexactitudes en la medición de la distancia a la falla provocadas por las reflexiones debidas a la existencia de discontinuidades mas allá de la ubicación de la falla. La duración de las ventanas para las secciones almacenadas son  $L/4u$  y  $L/u$  milisegundos para ventana corta y ventana larga respectivamente, donde  $L$  es la longitud de la línea protegida en kilómetros, y  $u$  es velocidad de propagación en  $km/ms$ .

### 3.2.3. Pruebas realizadas a los algoritmos

El sistema de prueba consiste de dos generadores unidos por una línea trifásica en configuración delta de un solo circuito (figura 3.4). Las señales de prueba fueron generadas en *PSCAD*<sup>®</sup> – *EMTDC* [14], utilizando el modelo de línea con parámetros distribuidos y dependientes de la frecuencia, con un tiempo de muestreo de 40 kHz ( $\Delta t = 25\mu s$ ). La información del sistema de prueba se encuentra en el Apéndice A.

En la Tabla 3.1 se muestran los casos de falla a los que se sometieron los algoritmos analizados en este capítulo. Las pruebas incluyen fallas trifásicas sólidas y monofásicas con resistencia de falla, con diferentes instantes de inserción de falla (POW). A continuación se describen las pruebas hechas a los algoritmos de correlación y doble correlación.

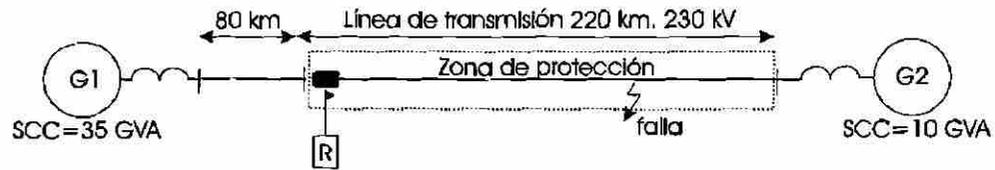


Figura 3.4: Sistema de prueba 1.

Tabla 3.1: Casos de prueba para los algoritmos.

Nombre	Tipo	Ubicación (km)	POW (grados)	$R_f$ (ohms)
Caso de falla 1	ABC	160	$90^0$	$0 \Omega$
Caso de falla 2	A-G	80	$45^0$	$60 \Omega$
Caso de falla 3	A-G	160	$90^0$	0, 25, 50 y $100 \Omega$
Caso de falla 4	A-G	160	$10^0, 30^0, 60^0$ y $90^0$	$0 \Omega$

#### Caso de falla 1: Falla trifásica

La figura 3.5 muestra las señales de voltaje y corriente, y las señales S1 y S2 para los modos 0 y 1, para el primer caso de falla descrito en la Tabla 3.1. Los resultados obtenidos en la localización de la falla están basados en el modo aéreo (modo 1). Como se puede ver en la figura 3.5c el modo de tierra (modo 0) no participa en este caso, ya que la falla no involucra tierra.

La figura 3.6a muestra el resultado de la función de correlación, donde el valor máximo ocurre a los 158 kilómetros. La velocidad del modo aéreo es de 295 km/ms y la falla es localizada aceptablemente. Resultados similares se obtienen con el algoritmo de doble correlación; la falla se localiza a 158 kilómetros como se muestra en la figura 3.6b. En fallas trifásicas el frente de onda es de magnitud grande por lo que no existe dificultad en localizar la falla.

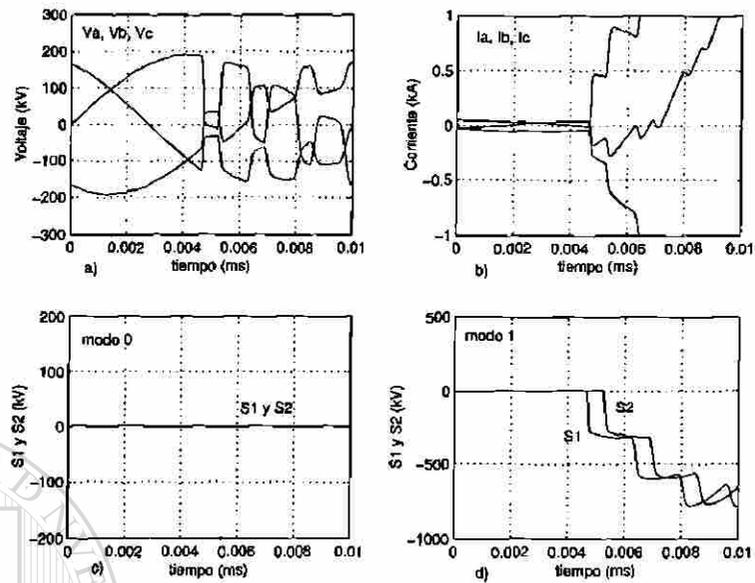


Figura 3.5: Falla trifásica a 160 km con  $R_f=0$  ohms,  $POW = 90^\circ$ . a) Voltajes de fase, b) Corrientes de fase c) S1 y S2 (modo 0), d) S1 y S2 (modo 1).

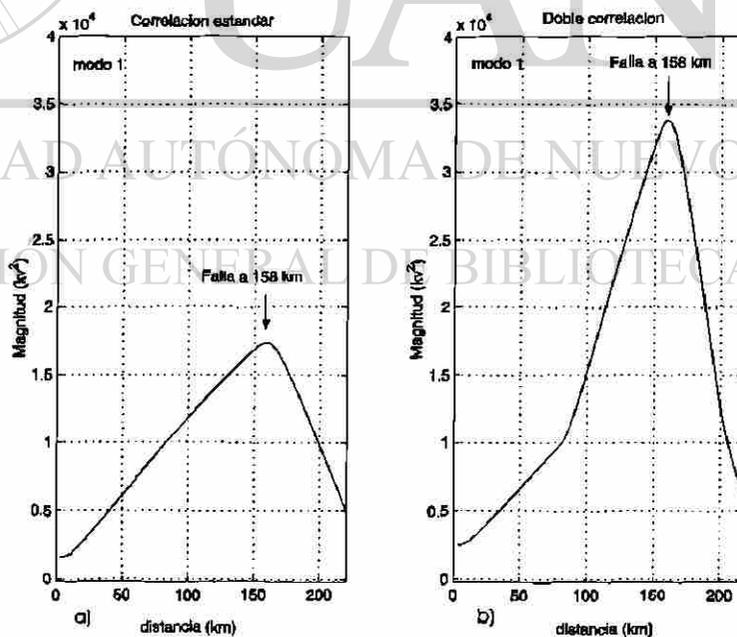


Figura 3.6: Ubicación de la falla ABC por medio del algoritmo de a) Correlación estándar y b) doble correlación.

### Caso de falla 2: Falla monofásica

La figura 3.7 muestra las señales de voltaje y corriente, y las señales S1 y S2 para los modos 0 y 1, para el caso de falla 2. Los resultados obtenidos en la localización de la falla están basados en el modo aéreo (modo 1).

La figura 3.8a muestra el resultado de la función de correlación, que indica un valor máximo a los 84 kilómetros. La salida del detector de correlación es de magnitud pequeña debido principalmente a la resistencia de falla de  $60 \Omega$ . En la figura 3.8b, el algoritmo de doble correlación indica una falla a 84 kilómetros. Los resultados en este caso son aceptables, el único inconveniente es la magnitud pequeña de la salida, debido a que la falla es a través de resistencia.

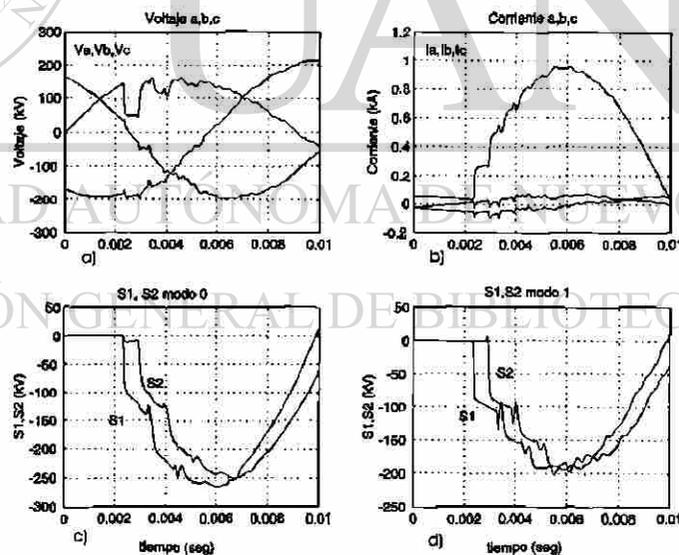


Figura 3.7: Falla monofásica a 80 km con  $R_f=60$  ohms,  $POW = 45^\circ$ . a) Voltajes de fase, b) Corrientes de fase c) S1 y S2 (modo 0), d) S1 y S2 (modo 1).

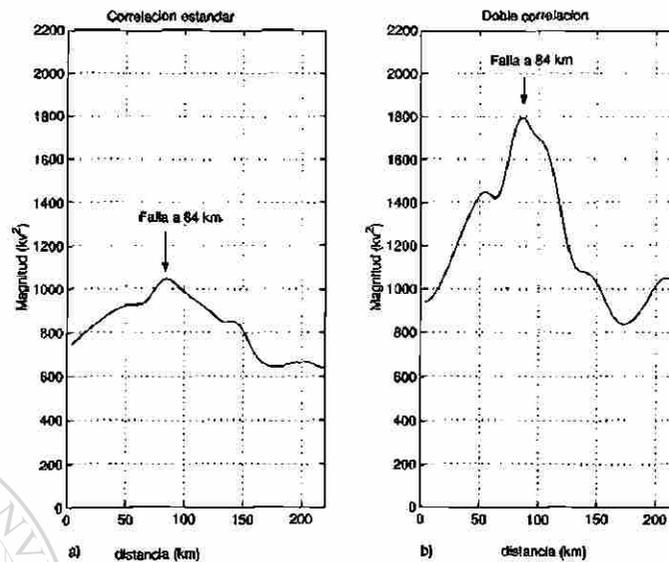


Figura 3.8: Ubicación de la falla A-G,  $POW = 45^\circ$  y  $R_f = 60$  ohms, por medio del algoritmo de a) Correlación estándar y b) doble correlación.

### Caso de falla 3: Efecto de la resistencia de falla

Las fallas que involucran resistencias de falla pueden provocar que la magnitud de salida de la función de correlación disminuya considerablemente. Este problema se incrementa con fallas de muy alta impedancia donde el transitorio generado por la aparición de la falla es muy pequeño; en estos caso puede generarse máximos locales en la salida de la función de correlación debido a discontinuidades remotas.

El efecto de fallas de alta impedancia puede observarse en la figura 3.9, la gráfica muestra fallas monofásicas a 160 kilómetros con resistencias de falla de 0, 25, 50 y 100  $\Omega$ , se puede apreciar que a medida que se aumenta la resistencia de falla la magnitud del detector de correlación disminuye considerablemente, esto puede conducir a inexactitudes en la estimación de la falla.

#### Caso de falla 4: Efecto del instante de inserción de falla

La magnitud de la onda viajera disminuye considerablemente a medida que la falla ocurre cerca del cruce por cero de la onda de voltaje. En estos casos es probable que la señal almacenada no corresponda a el primer frente de onda generado por la falla; bajo esta situación la distancia a la falla estimada no será confiable.

En la figura 3.10 se ilustra el efecto en la magnitud del algoritmo de correlación para cuatro fallas A-G con grados de inserción  $10^0$ ,  $30^0$ ,  $60^0$  y  $90^0$ , todas a 160 kilómetros de distancia de la ubicación del relevador y sólidas a tierra. Nótese que la magnitud de la función de correlación tiene valores muy pequeños en los casos donde la falla ocurre cerca del cruce por cero ( $10^0$  y  $30^0$ ), por lo que una no es posible una correcta localización de la falla.

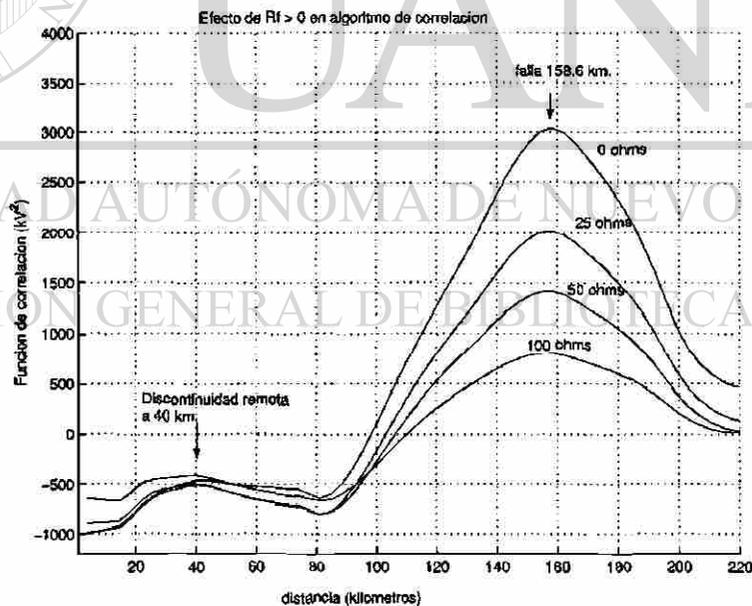


Figura 3.9: Efecto de la resistencia de falla en el algoritmo de correlación.

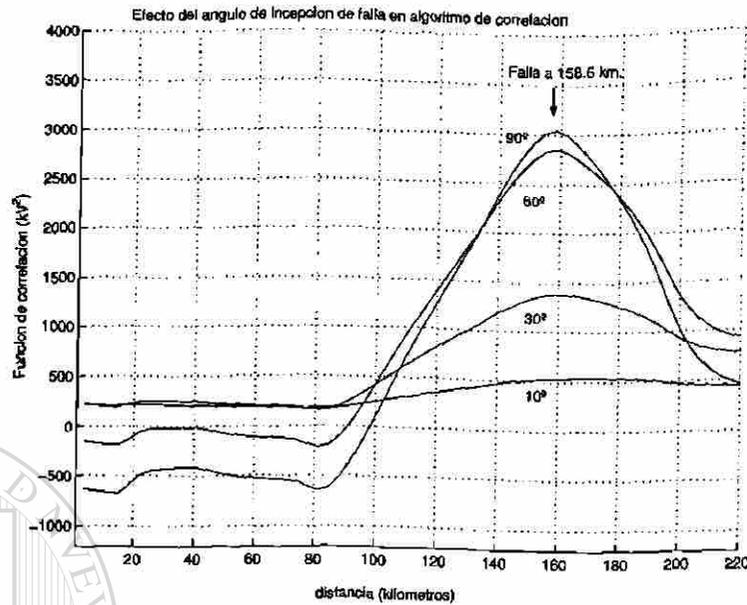


Figura 3.10: Efecto del ángulo de inserción de falla para el algoritmo de correlación.

### 3.3. Reconocimiento de patrones

#### 3.3.1. Distancia de Manhattan

El problema esencial de la protección de onda viajera consiste en reconocer el frente de onda generado por la aparición de una falla. Uno de los métodos más ampliamente usados en reconocimiento de patrones es el método del vecino más cercano, en el cual el grado de similitud de un vector de entrada y un vector de referencia es determinada por la distancia que los separa.

La aplicación de esta técnica en protección de onda viajera fue sugerida inicialmente por Lang y Elangovan [5], en 1998. Esta técnica está basada en el razonamiento que la distancia entre dos vectores es una buena descripción de su similitud. En las protecciones de onda viajera solo un patrón necesita ser reconocido, el cual es determinado

por la sección almacenada del primer frente de onda generado en el punto de falla, el cual se propaga a través de la línea de transmisión y puede ser medido en el punto de ubicación del relevador. El algoritmo solamente necesita estar calculando la distancia entre la sección  $S2$  y reflejos sucesivos en  $S1$ .

Cuando ambas señales tengan la máxima similitud entonces la distancia que los separa tendrá su mínimo valor. Para mejorar la capacidad de discriminación del algoritmo es necesario extraer la media de las señales  $S1$  y  $S2$ .

$$S2m(k) = |S2(k) - \overline{S2}| \quad (3.17)$$

$$S1m(k) = |S1(k) - \overline{S1}|$$

Posteriormente las señales son normalizadas:

$$S2n(k) = A \cdot S2m(k) / \max(S2m) \quad (3.18)$$

$$S1n(k) = A \cdot S1m(k) / \max(S1m)$$

El propósito de la constante  $A$  es proporcionar resolución para diferentes microprocesadores. Ahora los dos vectores pueden ser evaluados, usando la distancia de Manhattan:

$$d_M = \sum_{k=1}^N |S1(k) - S2(k)| \quad (3.19)$$

o la distancia Euclidiana:

$$d_E = \sqrt{\sum_{k=1}^N [S1(k) - S2(k)]^2} \quad (3.20)$$

Por simplicidad generalmente se usa la distancia de Manhattan.

### 3.3.2. Colaboración de distancia de Manhattan y correlación

La función de correlación y el método del vecino mas cercano miden el grado de similitud entre dos señales [5]. Para asegurar la confiabilidad y la capacidad de discriminación se define la siguiente función compuesta:

$$\phi = \frac{\phi(k)}{d_M(k) + C_1} \quad (3.21)$$

donde el propósito de la constante  $C_1$  es evitar divisiones entre cero.

Las señales  $S1$  y  $S2$  serán normalizadas al aplicarlas a la función de correlación con el propósito de mejorar la capacidad de discriminación en la función compuesta. En esta función, el recíproco de la distancia puede ser interpretado como un coeficiente que intensifica la capacidad de discriminación de la función de correlación normalizada.

Cuando se tenga una máxima correlación entre las señales  $S1$  y  $S2$  esto corresponderá a una mínima distancia de Manhattan, por lo tanto el valor en la salida de la función compuesta será acentuado. De tal forma que la confiabilidad y capacidad de discriminación del algoritmo se mejora significativamente.

### 3.3.3. Pruebas para los algoritmos: Distancia de Manhattan y función compuesta

#### Caso de falla 1: Falla trifásica

Para el caso de falla 1 descrito en la Tabla 3.1, el algoritmo de distancia de Manhattan indica una falla a 158 kilómetros (ver figura 3.11a). Para el caso de la función compuesta la falla se localiza a 159 kilómetros como se muestra en la figura 3.11b. Ambos algoritmos funcionan correctamente ya que la falla es muy severa y los frentes de onda son grandes en este caso, no existiendo problema para hacer una correcta estimación de la distancia a la falla.

#### Caso de falla 2: Falla monofásica

El caso de falla 2 se ilustra en la figura 3.12a; la localización de la falla es a 81 kilómetros usando el algoritmo de distancia de Manhattan. El resultado obtenido con el algoritmo de la función compuesta es 81 kilómetros como se muestra en la figura 3.12b. A pesar de ser una falla monofásica con resistencia de falla de 60 ohms la estimación de la distancia a la falla es aceptable en ambos algoritmos, lo que no sucede con los algoritmos basados en correlación.

#### Caso de falla 3: Efecto de la resistencia de falla

En la figura 3.15 se muestra el efecto de incrementar la resistencia de falla en el algoritmo de distancia de Manhattan; es evidente que a medida que la resistencia de falla es grande la salida de la función de correlación disminuye considerablemente, sin embargo la localización de la falla es aceptable.

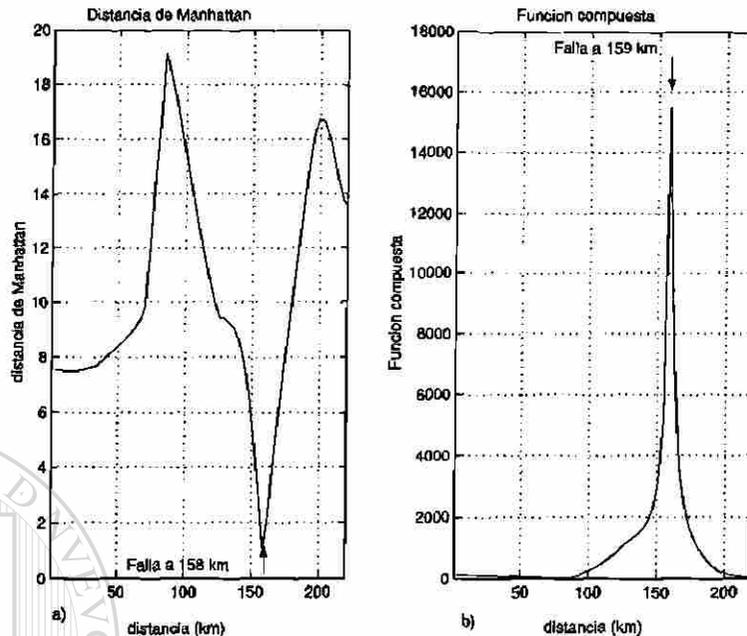


Figura 3.11: Ubicación de la falla ABC por medio del algoritmo de a) Distancia de Manhattan y b) Función compuesta.

Un inconveniente del algoritmo de distancia de Manhattan se puede observar para fallas muy cercanas a la ubicación del relevador y que además involucran resistencia de falla; en estos casos aparece un mínimo debido a la discontinuidad en el bus remoto. Esto se puede observar en el resultado obtenido usando el algoritmo de distancia de Manhattan para una falla monofásica a 10 kilómetros con  $R_f = 100\Omega$ .

En la figura 3.13 se muestra la estimación de la falla a 11 kilómetros, pero adicionalmente se observa otro mínimo a 210 kilómetros, esto puede conducir a confusiones sobre la ubicación real de la falla. Este problema no existe en el algoritmo de función compuesta como se puede observar en la figura 3.14.

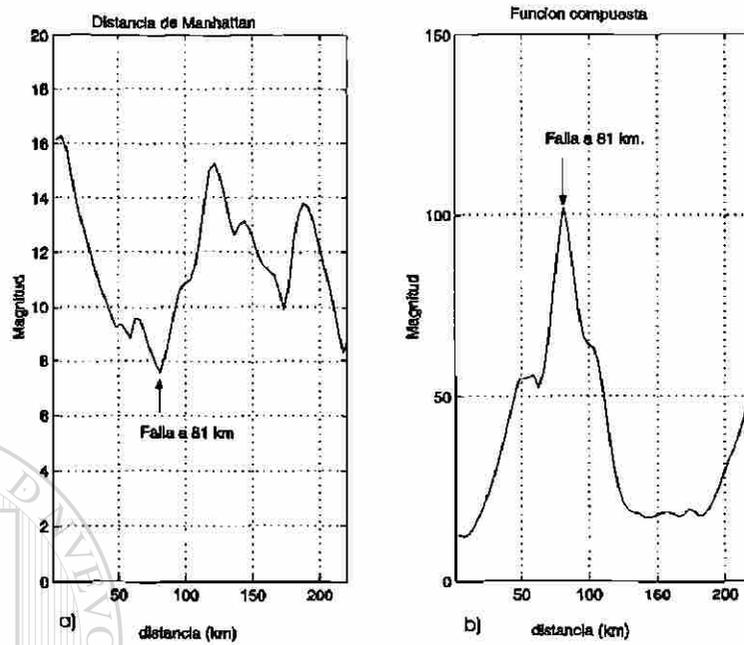


Figura 3.12: Ubicación de la falla A-G,  $POW = 30^\circ$  y  $R_f = 75$  ohms, por medio del algoritmo de a) Distancia de Manhattan y b) Función compuesta.

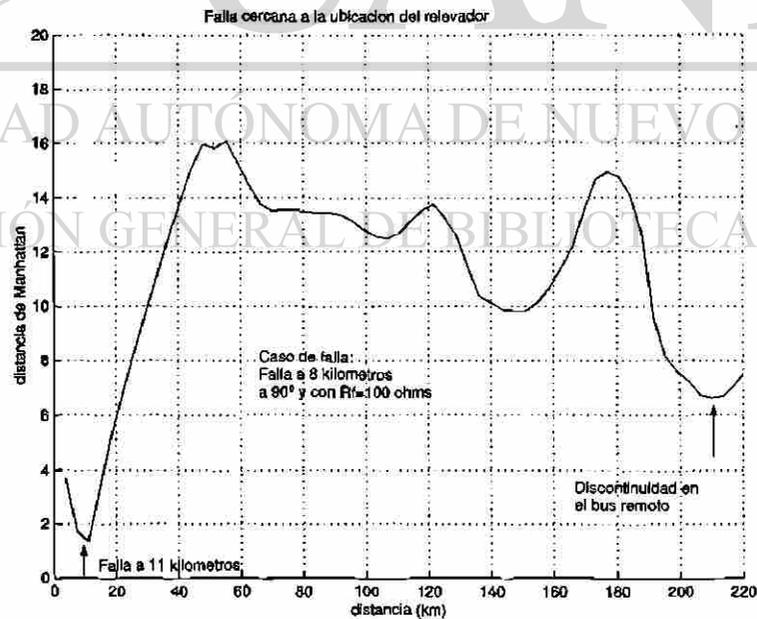


Figura 3.13: Distancia de Manhattan: Efecto de discontinuidad en el bus remoto para fallas cerca de la ubicación del relevador.

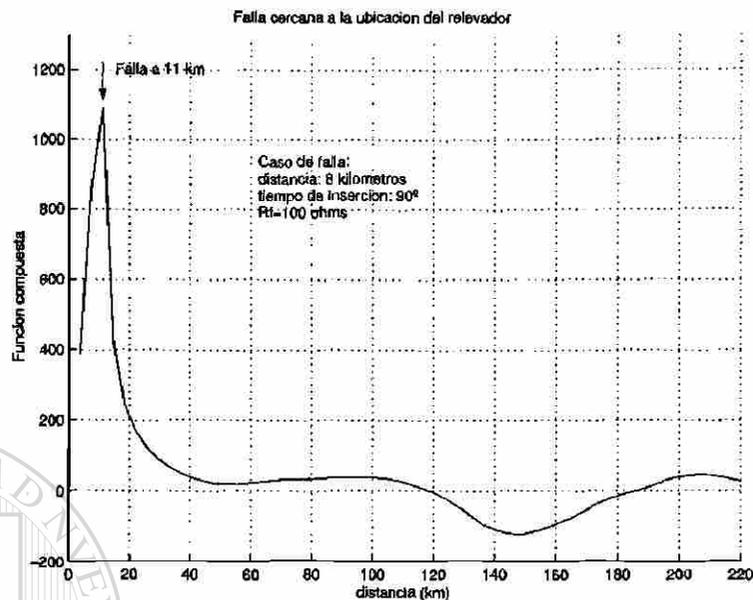


Figura 3.14: Función compuesta: Efecto de discontinuidad en el bus remoto para fallas cercanas de la ubicación del relevador.

#### Caso de falla 4: Efecto del ángulo de inserción de falla en el algoritmo de función compuesta

El algoritmo de función compuesta tiene mejor desempeño ante fallas con resistencia de alta impedancia. En la figura 3.16 se muestra el efecto del ángulo de inserción de falla para el algoritmo de función compuesta. Nótese que no existe problema para localizar fallas que ocurren cerca de los  $90^{\circ}$ ; sin embargo a medida que la falla ocurre cerca del cruce por cero de la onda de voltaje, la onda viajera generada tiene menor magnitud; aunque en estos caso la estimación de la distancia a la falla es correcta, se tiene el inconveniente de tener una señal de salida de magnitud pequeña, la cual no puede ser identificada en forma correcta debido, por ejemplo, a la distorsión que pueden introducir los TC's y TP's.

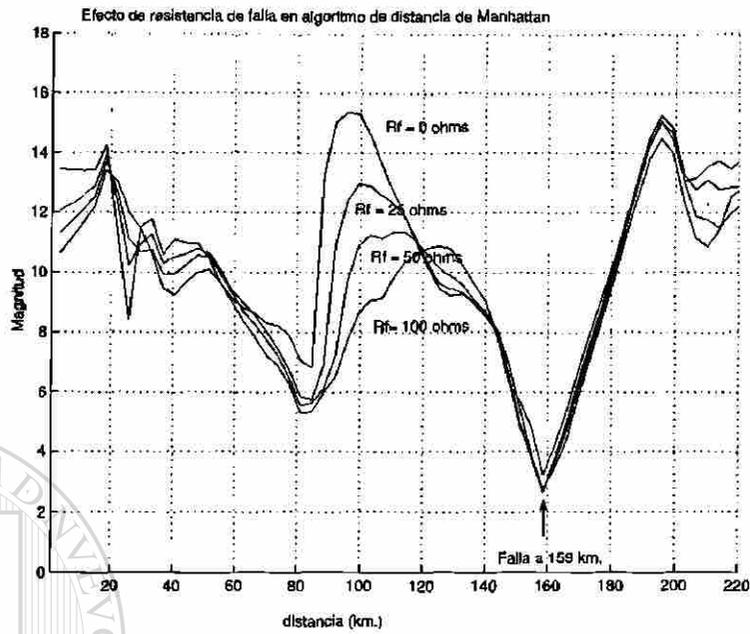


Figura 3.15: Efecto de la resistencia de falla en el algoritmo de distancia de Manhattan.

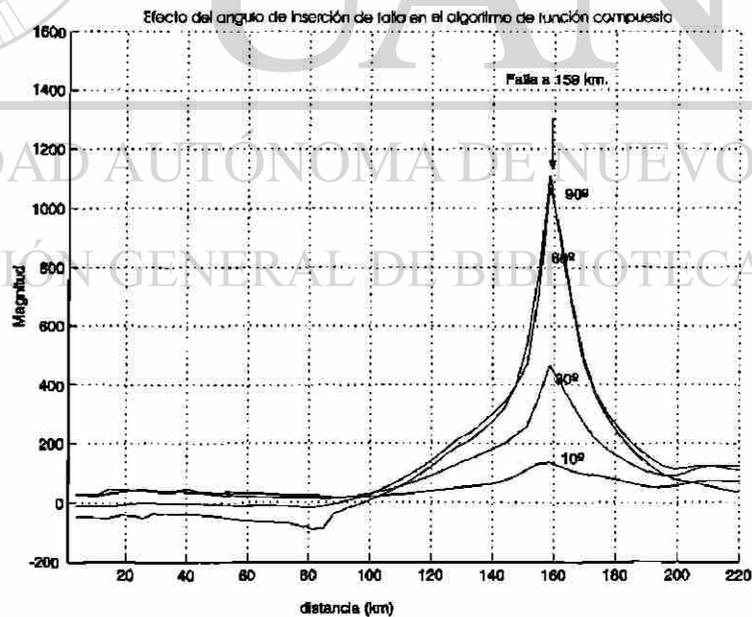


Figura 3.16: Efecto del ángulo de inserción de falla para el algoritmo de función compuesta.

### 3.4. Waveletes y transformada wavelets

La transformada *waveletes* es una novedosa herramienta para el análisis y procesamiento de señales. La teoría de *wavelets* fue inicialmente propuesta por Grossman y Morlet [15], y posteriormente desarrollada por Meyer y Daubachies [16]. Una de las principales ventajas que ofrece, es la capacidad para desarrollar un análisis local de señales no estacionarias y transitorias, proporcionando información tiempo-frecuencia más eficientemente que otras técnicas como la transformada de Fourier.

La transformada continua de *wavelets* (*CWT*) se define como la suma en el tiempo de multiplicar la señal analizada por versiones escaladas y trasladadas en el tiempo de una función  $\psi(t)$ .

$$W_{\psi}x(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3.22)$$

donde:

$\psi(t)$  = es la wavelet madre

$\frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  = son las versiones trasladadas y dilatadas de  $\psi(t)$

$a$  = constante de escalamiento

$b$  = constante de translacion

La *CWT* proporciona información tiempo-frecuencia de la señal analizada. La wavelet madre utilizada debe tener energía promedio cero, generalmente es asimétrica y de corta duración.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (3.23)$$

Debido a que la *CWT* es una representación redundante de la señal, en la práctica generalmente se utiliza la transformada discreta de *wavelets* *DWT*. Sus coeficientes pueden ser representados por:

$$W_\psi x(m, n) = \sum_k x(k) \psi_{m,n}(k) \quad (3.24)$$

donde  $\psi_{m,n}(k)$  es definido por:

$$\psi_{m,n}(k) = a_0^{-\frac{m}{2}} \psi(a_0^{-m} k - nb_0) \quad (3.25)$$

Las selecciones mas frecuentes para  $a_0$  y  $b_0$  son  $a_0 = 2$  y  $b_0 = 1$ .

### 3.4.1. Detector de correlación con transformada *wavelets*

Un algoritmo de protección de onda viajera que utiliza la transformada *wavelets* como herramienta para procesar las señales fue sugerido por Lieng y Elangovan [17], en el año 2000. La propuesta utiliza el principio de correlación, pero en este caso las señales  $S_1$  y  $S_2$  se separan en tres intervalos de frecuencia, donde las escalas menores corresponden a las altas frecuencias de la señal y las escalas mayores a las bajas frecuencias. La correlación se realiza de manera independiente en cada sub-banda y el resultado final esta formado por la suma de las tres correlaciones. Esto viene dado por la ecuación:

$$\phi(\tau) = \sum_m \sum_n W_\psi f_1(m, n) W_\psi f_2(m, n, +\tau) \quad (3.26)$$

La wavelet madre  $W_\psi$  utilizada para descomponer las señales corresponde a la segunda derivada de la función gaussiana la cual se muestra en la figura 3.17.

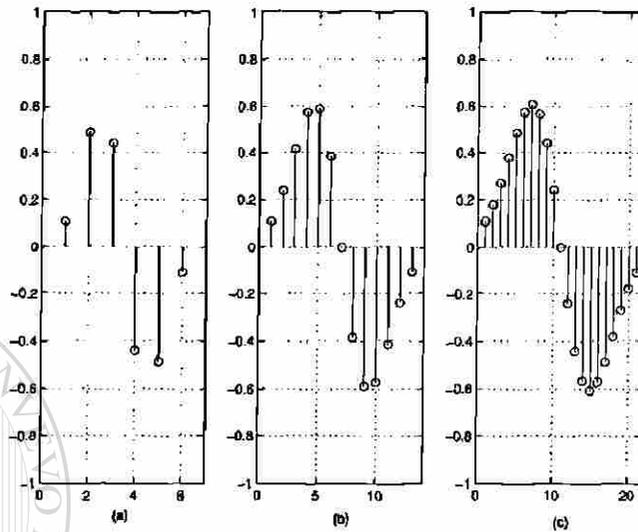


Figura 3.17: Wavelet usada en el algoritmo correspondiente a la derivada de la función gaussiana: *a)* escala 1, *b)* escala 2, y *c)* escala 3.

### Pruebas realizadas al algoritmo

Se realizaron dos pruebas para el sistema mostrado en la figura 3.4. En la primera prueba se simuló una falla trifásica a 160 kilómetros, con  $R_f = 0 \Omega$ ; en las gráficas 3.18a, 3.18b, 3.18c se muestran los resultados de las simulaciones hechas por el algoritmo para las escalas 1, 2 y 3, y en la gráfica 3.18d se muestra la suma total de las tres escalas, mostrando una estimación de la falla a 160 kilómetros de la ubicación del relevador.

En la segunda prueba se simuló una falla monofásica A-G a 160 kilómetros, con  $R_f = 75 \Omega$ ; en las gráficas 3.19a, 3.19b, 3.19c se muestran los resultados de las simulaciones hechas por el algoritmo para las escalas 1, 2 y 3, y en la gráfica 3.19d se muestra la suma total de las tres escalas. La estimación de la falla es de 162 kilómetros.

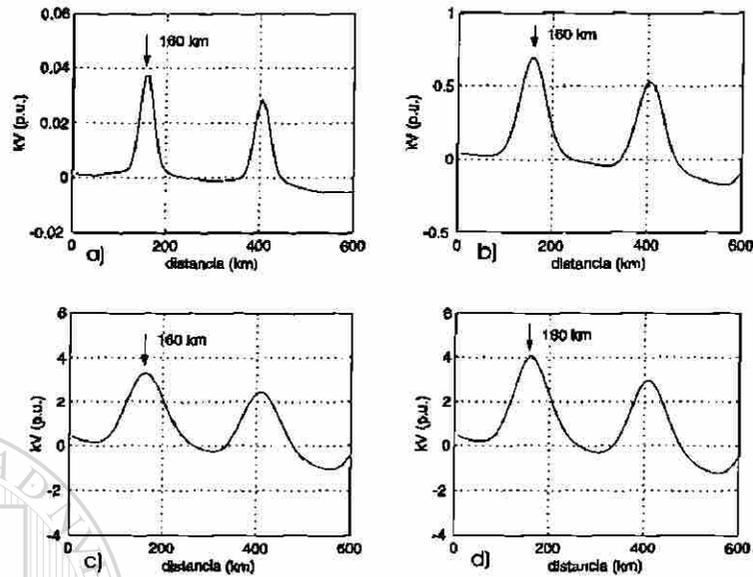


Figura 3.18: Localización de falla trifásica a 160 km usando el algoritmo de correlación con transformada *wavelets* a) escala 1, b) escala 2, c) escala 3 y d) suma de las 3 escalas.

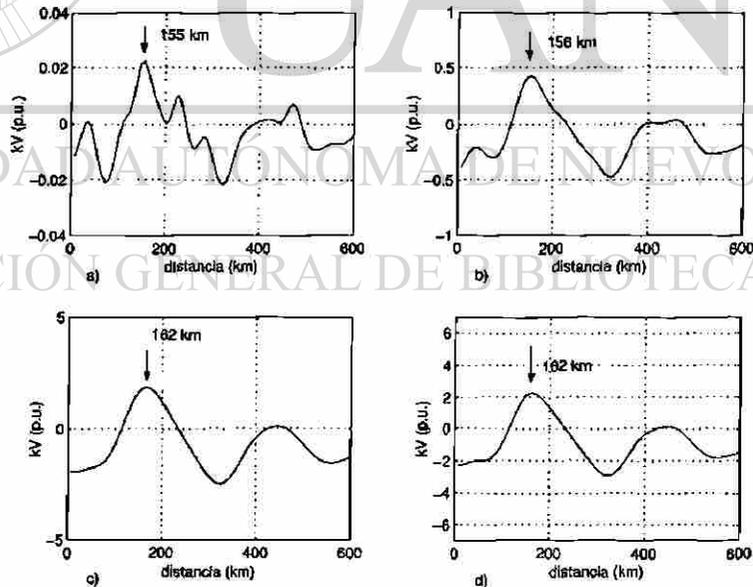


Figura 3.19: Localización de falla monofásica a 162 km usando el algoritmo de correlación con transformada *wavelets* a) escala 1, b) escala 2, c) escala 3 y d) suma de las 3 escalas.

La exactitud de este algoritmo es mejor que el de correlación estándar y tiene mayor capacidad de rechazo al ruido, sin embargo, presenta los mismos problemas frente a las fallas cercanas al cruce por cero de la onda de voltaje. Además, el uso de transformada *wavelets* impone fuertes requerimientos computacionales para operación del algoritmo en tiempo real.

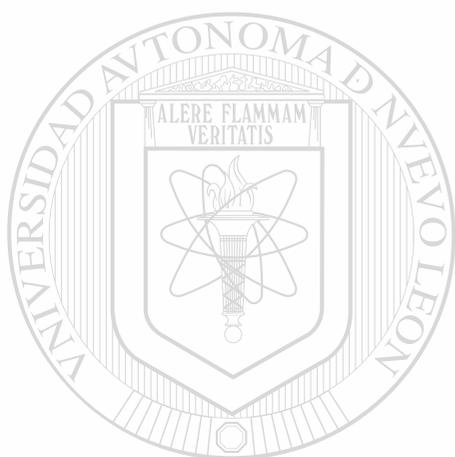
### 3.5. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se explicaron brevemente los algoritmos más relevantes propuestos por varios investigadores basados en ondas viajeras, tal es el caso de los esquemas de protección diferencial, direccional y de distancia. Se hizo énfasis en que estos algoritmos tienen como principal ventaja su velocidad de operación al detectar fallas en líneas de transmisión.

Se presentó el principio de operación de algoritmos basados en función de correlación, reconocimiento de patrones y transformada *wavelets*, y se hicieron diversas pruebas bajo distintas condiciones de fallas que incluyeron fallas trifásicas sólidas, fallas monofásicas con diferentes valores de resistencia, fallas cercanas a la ubicación del relevador y fallas con diferentes instantes de inserción en la onda de voltaje.

Los resultados de las pruebas hechas a los algoritmos mostraron que es posible detectar y localizar fallas de manera ultra-rápida usando las señales de onda viajera generadas por las fallas, sin embargo se detectaron algunas situaciones donde los algoritmos tuvieron problemas de confiabilidad, tal es el caso de las fallas que involucran resistencia de falla y las fallas que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje. Estos problemas han evitado la aceptación general de estos algoritmos, lo que hace

necesario hacer más investigación en el tema con la finalidad de desarrollar algoritmos de protección más robustos que resuelvan este problema.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Capítulo 4

# Algoritmo de protección de líneas de transmisión

### 4.1. Introducción

En este capítulo se describe el algoritmo propuesto para protección de líneas de transmisión en sistemas eléctricos de potencia; el objetivo principal del algoritmo es la detección de fallas en la línea utilizando las ondas viajeras que se generan ante la aparición de una falla, señales que contienen abundante información sobre ubicación, instante de inserción y tipo de falla.

El algoritmo propuesto en este trabajo es capaz de discriminar entre cortocircuitos internos y externos, utilizando la información del primer frente de onda que arriva a la ubicación del relevador. Esto tiene como consecuencia una reducción del tiempo de operación que es del orden de  $1/3$  del tiempo de operación de los algoritmos convencionales considerando el mismo tipo de falla y su ubicación en la línea de transmisión.

Debido a ello, el algoritmo propuesto es relativamente inmune a los procesos de reflexión que sufren las ondas viajeras en los extremos terminales de la línea de transmisión. En los algoritmos convencionales de protección de líneas basados en ondas viajeras, los procesos de reflexión de los frentes de onda ocasionan errores en la estimación del lugar de falla debido a que es difícil identificar los frentes de onda incidentes y reflejados en la ubicación del relevador, tal y como se describió en el capítulo 3. Cuando el cortocircuito ocurre cerca del extremo remoto de la línea (con respecto a la ubicación del relevador), estos errores pueden provocar que el cortocircuito se ubique en la línea adyacente, teniendo como consecuencia un fallo de operación; de igual forma, un cortocircuito al inicio de la línea adyacente puede ser ubicado en la línea propia, originando así una operación incorrecta de la protección.

La discriminación entre cortocircuitos internos y externos se hace con el uso de la técnica de análisis de componente principal (ACP) que es una técnica de análisis multivariable, ampliamente usada para encontrar patrones de comportamiento en conjuntos de datos; esta técnica utiliza la entropía de los datos para eliminar la información redundante, y realizar así patrones de comportamiento característicos.

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Es importante resaltar, que el algoritmo propuesto en esta tesis no indica la ubicación exacta del cortocircuito, y se concentra en indicar si se trata de una falla interna o externa, con un excelente nivel de desempeño aún en las condiciones críticas descritas en el capítulo anterior. La función de la localización exacta de la falla debe realizarse con un algoritmo independiente [18, 19]. En las próximas secciones de este capítulo se explica detalladamente el principio de operación del algoritmo, el procesamiento de las señales de entrada, la forma en que se procesan las señales de entrada, y los casos de falla utilizados para probar el algoritmo propuesto.

## 4.2. Principio de aplicación del análisis de componente principal

Las ondas viajeras que se generan ante la aparición de un disturbio en la línea de transmisión se propagan por las líneas hasta que llegan a una discontinuidad (elementos en una subestación, unión de varias líneas, etc); en ese punto las ondas se dividen en una onda reflejada y una onda transmitida (ver figura 4.1), la magnitud de cada una de esas ondas está dada por los coeficientes de reflexión ( $K_R$ ) y transmisión ( $K_T$ ) los cuales son de la forma:

$$K_R = \frac{Z_b - Z_a}{Z_a + Z_b} \quad (4.1)$$

$$K_T = \frac{2Z_b}{Z_a + Z_b} \quad (4.2)$$

donde  $Z_a$  y  $Z_b$  corresponden a las impedancias características de cada una de la líneas. En general los coeficientes de reflexión y transmisión son números complejos con magnitud menor que la unidad. La impedancia característica de la línea depende de la geometría de la línea y se define como:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (4.3)$$

Las ondas viajeras propagándose por una línea de transmisión experimentan una modificación en su contorno al atravesar por una discontinuidad que se caracteriza por un cambio de impedancia. En el caso de la figura 4.1, la onda incidente  $V_i$  que va

propagándose por la línea 2 con una impedancia característica  $Z_b$  alcanza la discontinuidad (subestación) y continua a través de la línea 1 con una impedancia  $Z_a$  como una onda refractada. Se aprecia que existe una modificación en la magnitud de la onda; esto se refleja en una modificación en el contorno de la onda viajera entre  $V_i$  y  $K_R V_i$ .

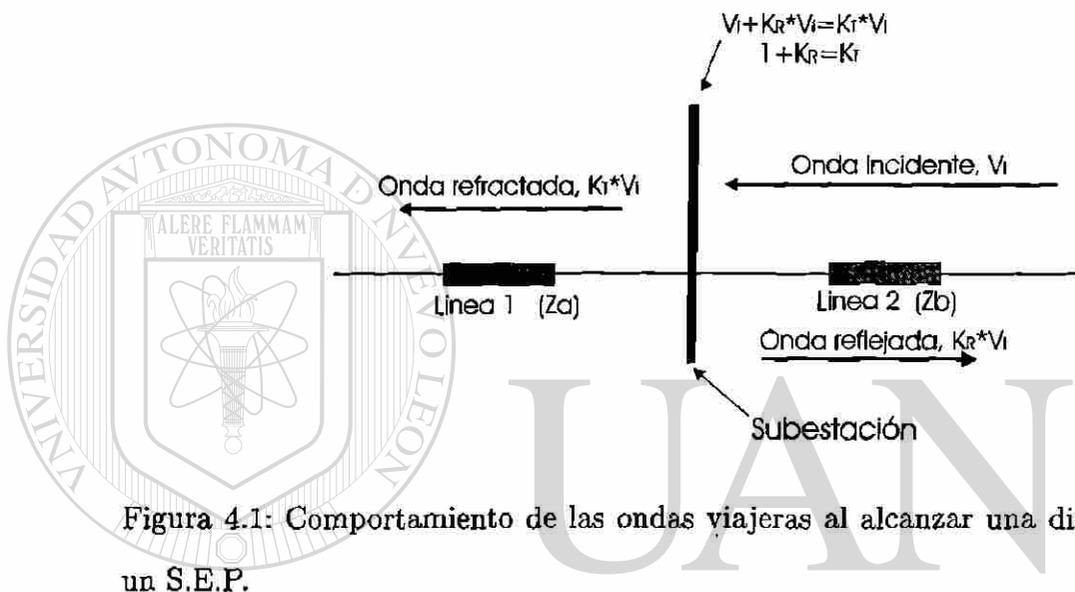


Figura 4.1: Comportamiento de las ondas viajeras al alcanzar una discontinuidad en un S.E.P.

En el caso de que ambas líneas sean idénticas ( $Z_a = Z_b$ ), el contorno de la onda viajera no se ve afectado, y no existe onda reflejada. Esta situación,  $Z_a = Z_b$  es difícil que se presente en sistemas eléctricos de potencia reales. Así mismo las ondas viajeras que se propagan a través de una línea de transmisión homogénea se ven mínimamente afectadas en su contorno aún considerando pérdidas por atenuación.

Por tanto, un frente de onda originado por una falla externa experimenta una modificación en su contorno al pasar por la discontinuidad que representa el cambio de la impedancia característica entre las líneas de transmisión ( $Z_b$  a  $Z_a$  en la figura 4.1). A diferencia de esto, un frente de onda originado por una falla interna solo es afectado por la atenuación propia de la línea.

La idea es aplicar un análisis de componente principal con el propósito de identificar rasgos distintivos de cada caso que nos permitan identificar si el frente de onda es debido a una falla interna o externa. Un ACP puede mostrar relaciones que no se habían considerado previamente, y permite interpretaciones que no se podrían hacer con resultados ordinarios, esta técnica fue inicialmente estudiada por H. Hotelling en 1933 [20, 21] y se define de la siguiente forma:

Para un grupo de vectores  $p$ -dimensionales  $\{t_n\}$ ,  $n \in \{1 \dots N\}$ , los  $q$  ejes principales  $w_j$ ,  $j \in \{1 \dots q\}$  son aquellos ejes ortonormales en los cuales la máxima varianza es retenida por proyección. Se puede demostrar que los ejes  $w_j$  corresponde a los  $q$  eigenvectores dominantes en:

$$S w_j = \lambda_j w_j \quad (4.4)$$

asociados a los eigenvalores mas grandes de la matriz de covarianza  $S$  formada por:

$$S = \frac{\sum_1^n (t_n - \bar{t})(t_n - \bar{t})}{n - 1} \quad (4.5)$$

donde  $\bar{t}$  es la media de la muestra. La nueva representación vectorial es:

$$x_n = W^T (t_n - \bar{t}) \quad (4.6)$$

donde  $W = [ w_1 \ w_2 \ \dots \ w_q ]$  y  $x_n$  corresponde a la representación reducida  $q$  dimensional de los vectores  $t_n$ .

Cuando se tienen datos que originalmente tienen  $p$  variables, generalmente su varianza puede ser explicada en términos de un pequeño número  $q$  de componentes principales, de tal forma que la información más representativa contenida en las variables originales se concentra en las primeras  $CP$ , esto significa que el grupo de datos que originalmente consistía de  $n$  observaciones y  $p$  variables puede ser reducido a uno conformado de  $n$  observaciones en  $q$  componentes principales. En el Apéndice B se presenta la explicación detallada del método.

### 4.3. Conformación de las señales de entrada al algoritmo

Los frentes de ondas viajeras generada por una falla contienen abundante información sobre la naturaleza de las discontinuidades por las que han sido modificados, esta información esta contenida en los frentes de onda que llegan a la ubicación del relevador.

El uso de análisis de componente principal se aplica con la idea de distinguir entre fallas internas y fallas externas, basándose en las características del primer frente de onda medido en la ubicación del relevador.

Se utiliza la matriz de transformación modal para desacoplar las señales incrementales de fase en sus respectivos modos de propagación:

$$\Delta V_m = S^{-1}[\Delta V_f] \quad (4.7)$$

$$\Delta I_m = Q^{-1}[\Delta I_f] \quad (4.8)$$

donde  $\Delta V_f$  y  $\Delta I_f$  son las matrices columna correspondientes a las cantidades incrementales de fase; y  $\Delta V_m$  y  $\Delta I_m$  corresponden a las matrices columna de voltaje y corrientes modales. Para el algoritmo propuesto se eligió la matriz de transformación de Wedephol por las ventajas analizadas en la sección 2.3.2.; su inversa es de la forma:

$$S^{-1} = Q^{-1} = 1/3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3/2 & 0 & -3/2 \\ 1/2 & -1 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Esta transformación descompone las señales de fase en sus correspondientes modos de propagación; dos de los cuales son aéreos viajando a la velocidad de la luz y un modo de tierra con velocidad de propagación dependiente de la frecuencia y con alta atenuación.

El algoritmo propuesto utiliza el primer frente de la señal S1 originado por el colapso de voltaje en el punto de falla. En la sección 3.1.1 se mostró que el valor de S1 (onda viajando de la falla al relevador) se puede obtener a partir de las ecuaciones (3.1). Para la ubicación del relevador ( $x=0$ ) la señal  $\Delta S1$  se pueden obtener a partir de:

$$\Delta S1^{(m)} = Z_0^{(m)} \cdot \Delta i^{(m)} - \Delta v^{(m)} \quad (4.10)$$

Las cantidades incrementales  $\Delta i^{(m)}$  y  $\Delta v^{(m)}$  (donde  $m$  corresponde a cada modo de propagación) medidas en la ubicación del relevador pueden obtenerse substrayendo las señales de pre-falla en estado estable (1 ciclo antes de la falla) de sus correspondientes señales de post-falla de la forma:

$$\begin{aligned} \Delta v(t) &= v(t) - v(t - nT) \\ \Delta i(t) &= i(t) - i(t - nT) \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde  $T$  corresponde al periodo de la señal de 60 Hz de frecuencia fundamental y  $n = 1$  indica que se están tomando como referencia las señales del ciclo anterior. La figura 4.2 ilustra como las señales incrementales de voltaje se obtienen restando las señales en estado estable (previamente almacenadas durante 1 ciclo) de las señales de falla por medio de un filtro delta [22].

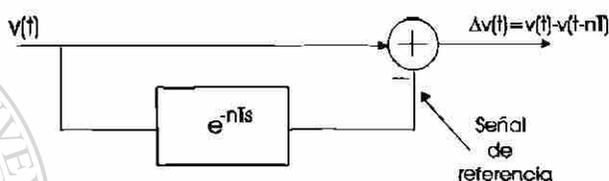


Figura 4.2: Señales incrementales obtenidas por un filtro delta.

Las pruebas realizadas en el presente trabajo se realizaron usando el modo aéreo 1 debido a que no presenta un grado de atenuación severo. Así mismo, se asume que los transductores usados no degradan la forma del frente de onda generado por la falla. Esto es válido para los transductores con gran ancho de banda como los OCT's y OTP's cuyo principio de operación se mostró en la sección 2.4.

En condiciones de estado estable las señales incrementales son cero, sin embargo cuando ocurre una falla la señal incremental  $\Delta S1$  se manifiesta, indicando la aparición de un cortocircuito en la línea de transmisión, de tal forma que:

$$\begin{aligned} \Delta S1 &= 0 && \text{Estado estable} \\ \Delta S1 &> \epsilon && \text{Cortocircuito} \end{aligned} \tag{4.12}$$

Para asegurar una buena representación del frente de onda es necesario escoger un  $\epsilon$  adecuado. Un valor aceptable es un incremento en magnitud mayor a 0.1 pu, tomando

como base el voltaje de operación de la línea de transmisión.

### 4.3.1. Tiempo de operación

Como se hizo mención al inicio del presente capítulo, el algoritmo propuesto tiene un tiempo de operación del orden de  $1/3$  de los algoritmos convencionales. Independientemente de la ubicación del cortocircuito, el tiempo de operación del algoritmo se expresa como:

$$t_{op} = t_{pov} + t_{pp} + t_a \quad (4.13)$$

donde  $t_{pov}$  es el tiempo en el que el frente de onda se propaga desde el cortocircuito hasta la ubicación del relevador,  $t_{pp}$  es el tiempo de procesamiento de información que se requiere para conformar las señales de entrada y  $t_a$  es el tiempo que utiliza el algoritmo para identificar la ubicación de la falla utilizando ACP (incluyendo el tiempo de la ventana de datos  $t_{vd}$ ).

La longitud de la ventana de datos  $t_{vd}$  es la principal componente de  $t_a$ , y su selección es crítica. Si  $t_{vd}$  es muy pequeña el algoritmo no tendrá suficiente información para identificar correctamente la ubicación de la falla, que se basa en el cambio de impedancia que experimentan los frentes de onda para una falla externa, y el cual no existe para una falla interna.

Por el contrario si  $t_{vd}$  es muy grande la ventana de datos contendrá información de las ondas reflejadas en la ubicación del relevador o en el extremo remoto de la línea. Esto ocasionará una distorsión en el contorno de los frentes de onda iniciales originados por el cortocircuito lo que puede dar lugar a una ubicación errónea del cortocircuito.

La selección de  $t_{vd}$  se hizo en forma empírica siendo de  $25 \mu\text{seg}$ . ya que así se logra una buena caracterización del frente de onda originado por el cortocircuito. La ventana de datos se forma con 25 muestras de la señal  $\Delta S1$  con un intervalo de  $1 \mu\text{seg}$ . entre muestras, lo que representa una frecuencia de muestreo de 1 MHz. La primera muestra de la ventana de datos corresponde al primer valor de  $\Delta S1$  que supera el umbral  $\epsilon$  como se indica en la ecuación (4.12). La figura 4.3 muestra la ventana de datos usada por el algoritmo.

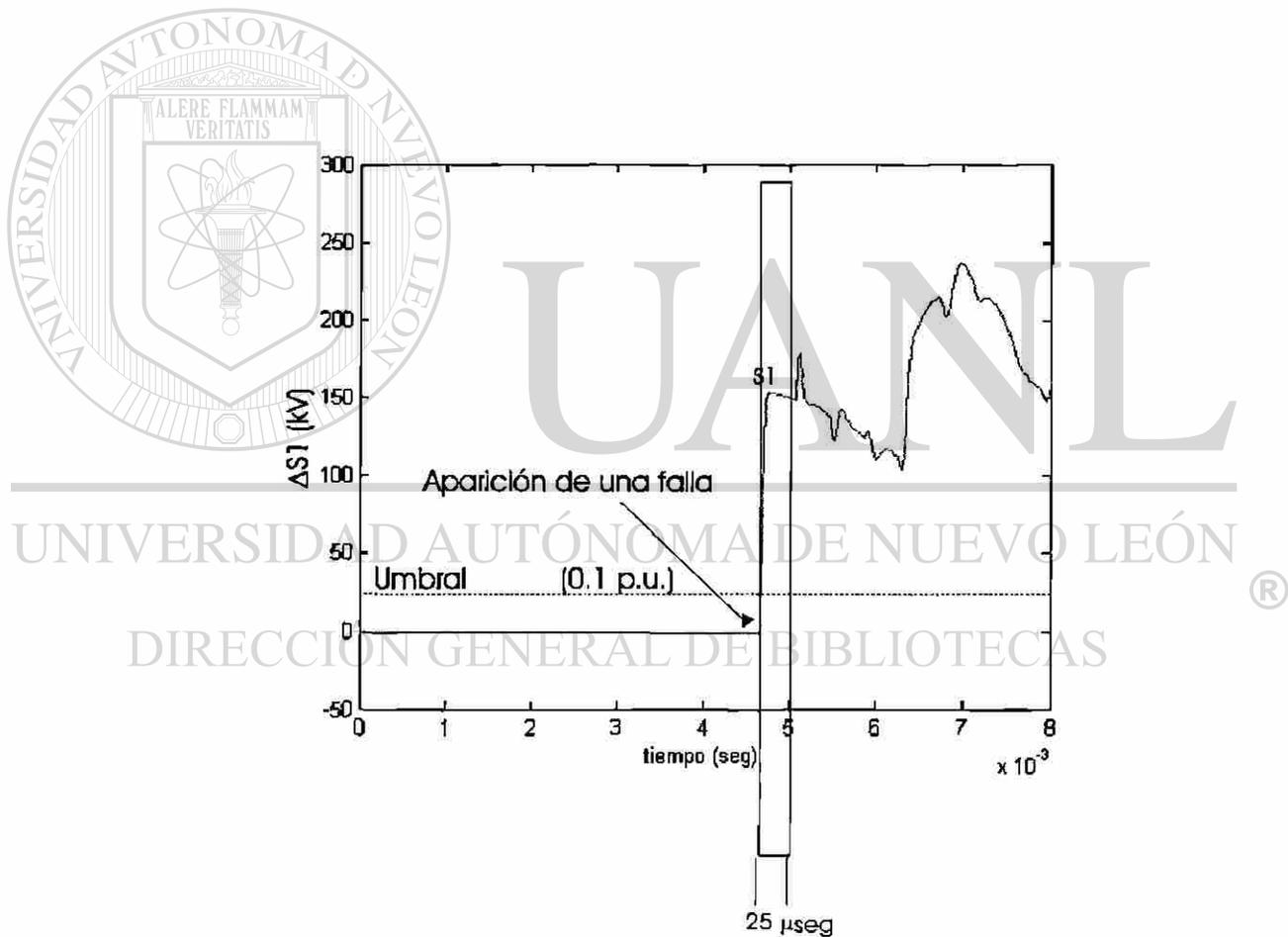


Figura 4.3: Ventana de datos de  $25 \mu\text{seg}$  usada por el algoritmo

### 4.3.2. Patrones de prueba

Las condiciones de fallas elegidas como patrones de prueba se muestran en la Tabla 4.1. Los frentes de onda generados por las fallas correspondientes al modo 1 (modo aéreo) fueron representados como vectores  $n$ -dimensionales de la forma  $\Delta S1 = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_p]$ , cuyos valores corresponden al primer frente de onda que alcanza la ubicación del relevador.

Las simulaciones se realizaron en el *PSCAD*<sup>®</sup> – *EMTDC* [14] utilizando el modelo de línea con parámetros distribuidos y dependientes de la frecuencia. El sistema de prueba en el que se realizaron simulaciones consiste de un sistema trifásico de 230 kV, con dos generadores  $G_1$  y  $G_2$  conectados por medio de dos líneas de transmisión con diferente impedancia característica y una geometría de la línea con configuración delta. La configuración de las líneas del sistema de prueba son prácticamente idénticas, solo se diferencian en que la línea 2 tiene 2 conductores por fase; la impedancia característica de la línea 1 es de  $394.65 \ \Omega$  y para la línea 2 es de  $318.75 \ \Omega$  lo que origina una discontinuidad en el punto donde se unen ambas líneas; el diagrama unifilar del sistema 2 se muestra en la figura 4.4 y los detalles del mismo se encuentran en el Apéndice A.

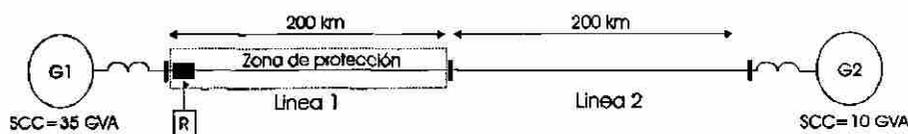


Figura 4.4: Sistema de prueba 2.

Tabla 4.1: Patrones de prueba.

Tipo de falla	Línea 1 (200 km)	Línea 2 (200 km)	inserción (ms)
Fallas A-G Rf=0Ω	10,20,30,40	1,5,10,20	Cada 1 ms
Fallas A-G Rf=50Ω	50,60,70,80	30,40,50,60	durante
Fallas ABC Rf=0Ω	90,95 y 99 %	70,80 y 90 %	un ciclo

### 4.3.3. Determinación de las componentes principales

Al aplicar un análisis de componente principal es necesario considerar los vectores correspondientes a los frentes de onda como puntos en un espacio de 25 dimensiones. La idea es representar esos puntos en unos nuevos ejes ortonormales, que retengan la varianza de los datos originales, y donde el primer eje (primera componente principal) caracterice la máxima varianza de los datos, el segundo eje (segunda componente principal), caracterice la segunda máxima varianza y así sucesivamente; la transformación es en realidad un rotación en el espacio  $p$ .

Con el propósito de que el algoritmo funcione en cualquier sistema de potencia, independientemente de su configuración y voltaje de operación, se normalizaron las señales  $\Delta S1$  (correspondientes a los frentes de onda medidos en la ubicación del relevador) para que estén entre 0 y 1; con el propósito no modificar el contorno de los frentes de onda, estos se escalaron de la forma:

$$t_n = \begin{cases} \Delta S1/\max(\Delta S1) & \text{si } |\max(\Delta S1)| > |\min(\Delta S1)| \\ \Delta S1/\min(\Delta S1) & \text{si } |\max(\Delta S1)| < |\min(\Delta S1)| \end{cases} \quad (4.14)$$

Los vectores  $t_n$  corresponden a las versiones normalizadas de los frentes de onda

usados como patrones de prueba. Hay otras alternativas de normalización como por ejemplo normalizar los datos en forma estadística para que tengan media cero y desviación estándar 1; de hecho cada tipo de normalización da lugar a distintas componentes principales con características particulares. La ventaja de (4.14) es que facilita el proceso de clasificación para discriminar entre fallas internas y externas. Por ejemplo, resuelve el problema de signo en la rotación de los ejes que representan las componentes principales (ver Apéndice B). Para cada instante de inserción de falla los vectores  $t_n$  pueden acomodarse de la forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_1(1,1) & t_1(1,2) & \dots & t_1(1,h) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ t_k(k,1) & t_k(k,2) & \dots & t_k(k,h) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ t_n(n,1) & t_n(n,2) & \dots & t_n(n,h) \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

El vector renglón conteniendo la media de cada columna de  $\mathbf{T}$  es de la forma:

$$\bar{\mathbf{t}} = \left[ \frac{\sum_{k=1}^n t_k(k,1)}{n} \quad \frac{\sum_{k=1}^n t_k(k,2)}{n} \quad \dots \quad \frac{\sum_{k=1}^n t_k(k,25)}{n} \right] \quad (4.16)$$

Y la matriz de covarianza de  $\mathbf{T}$  es de la forma:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \text{cov}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_1) & \text{cov}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) & \dots & \text{cov}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_h) \\ \text{cov}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) & \text{cov}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_2) & \dots & \text{cov}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_h) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\mathbf{s}_h, \mathbf{s}_1) & \text{cov}(\mathbf{s}_h, \mathbf{s}_2) & \dots & \text{cov}(\mathbf{s}_h, \mathbf{s}_h) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

donde  $\mathbf{s}_h$  es el  $h$ -ésimo vector columna de la matriz  $\mathbf{T}$ .

A partir de  $\mathbf{S}$  en 4.17 se obtienen los eigenvectores  $\mathbf{V}$  y eigenvalores  $\mathbf{D}$ .

$$\mathbf{V} = \left[ \mathbf{eig}_1 \quad \mathbf{eig}_2 \quad \dots \quad \mathbf{eig}_{25} \right] \quad (4.18)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag} \left[ \lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_{25} \right] \quad (4.19)$$

Con el propósito de visualizar las relación entre los diferentes frentes, es deseable hacer una proyección a un subespacio de menor dimensión. Para ello se escogieron los eigenvectores dominantes (asociados a los eigenvalores más grandes) de la matriz de covarianza  $\mathbf{S}$ , que por lo general corresponden a los dos primeros eigenvectores dominantes.

Los eigenvectores dominantes son los nuevos ejes sobre los que se van a proyectar los vectores  $\mathbf{t}_n$  a partir de la transformación:

$$\mathbf{CP}_{12} = \left[ \mathbf{eig}_1 \quad \mathbf{eig}_2 \right]^T \cdot \left[ \mathbf{t}_n - \bar{\mathbf{t}} \right] \quad (4.20)$$

donde  $\bar{\mathbf{t}}$  corresponde al vector columna con la media cada dimensión de los datos de prueba y  $\mathbf{CP}_{12}$  son las proyecciones de los vectores  $\mathbf{t}_n$  en el subespacio de las dos primeras componentes principales.

Con el propósito de eliminar el efecto del instante de inserción de falla [8] se repitió el ACP para tiempos de inserción de 1 a 16 ms con paso de 1 ms en la onda de voltaje, obteniéndose al final 16 pares pares de componentes principales, correspondiéndole un par de CP a cada punto de inserción. Para cualquier falla que se proyecte

debe conocerse previamente su punto de inserción, y esta información puede obtenerse a partir del detector propuesto por Shehab [23], que consiste de un contador el cual reinicia cada vez que se detecta un cruce por cero; cuando aparece una falla las señales incrementales obtenidas por medio de un filtro delta detienen el contador, el cual dependiendo del semi-ciclo en el que ocurrió la falla indican el instante de inserción de falla (ver figura 4.5). La señal redondeada es usada por el algoritmo para elegir el par de vectores de transformación adecuado (ver figuras 4.6 y 4.7).

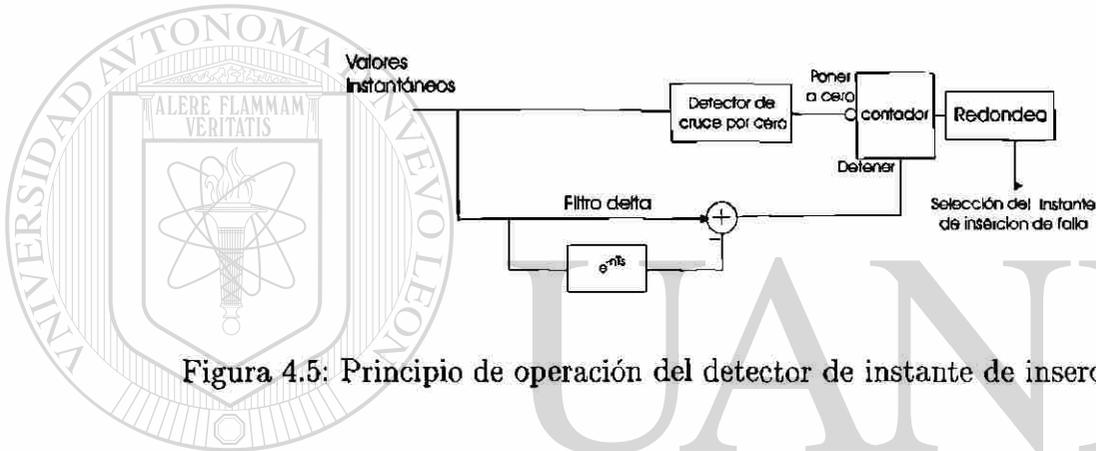


Figura 4.5: Principio de operación del detector de instante de inserción de falla.

En las figuras 4.8, 4.10, 4.12 se muestran las fallas A-G (sólidas), A-G (con  $R_f=50\Omega$ ) y ABC (sólidas) en L1 y en L2 (todas con tiempo de inserción de  $90^\circ$ ); las Tablas 4.2, 4.3 y 4.4 describen las situaciones en que se simuló cada cortocircuito. Las figuras 4.9, 4.11, 4.13 muestra sus correspondientes proyecciones en el subespacio de las dos primeras componentes principales. Los agrupamientos formados por las clases de fallas en L1 y fallas en L2 pueden ser clasificadas por medio de técnicas de clasificación como métodos estadísticos, vectores de soporte, redes neuronales, o lógica difusa [24]. La ventaja de usar ACP es que las primeras componentes principales retienen prácticamente toda la varianza de los datos bajo estudio; para el caso de las fallas con punto de inserción de  $90^\circ$  descritas en las figuras 4.9 a 4.13 las dos primeras componentes principales conservan el 98.61 % de la información, esto hace de ACP una técnica de proyección muy eficiente.

1ms		2ms		3ms		4ms		5ms		6ms		7ms		8ms	
CP1	CP2														
-1.87E-01	-8.02E-01	-1.79E-01	-4.79E-01	-1.77E-01	-4.93E-01	-1.74E-01	-4.85E-01	-1.78E-01	-4.98E-01	-1.80E-01	-4.93E-01	-1.84E-01	-5.07E-01	-1.99E-01	-4.96E-01
-4.80E-01	5.54E-01	-4.45E-01	-5.86E-01	-4.42E-01	-5.74E-01	-4.36E-01	-5.81E-01	-4.42E-01	-5.76E-01	-4.48E-01	-5.73E-01	-4.33E-01	-5.87E-01	-4.31E-01	-5.28E-01
-5.11E-01	-9.77E-02	-5.03E-01	-1.38E-01	-5.03E-01	-1.28E-01	-5.00E-01	-1.42E-01	-5.04E-01	-1.29E-01	-5.04E-01	-1.25E-01	-5.07E-01	-1.04E-01	-5.20E-01	-5.87E-02
-4.37E-01	1.55E-01	-4.39E-01	1.39E-01	-4.42E-01	1.49E-01	-4.43E-01	1.45E-01	-4.42E-01	1.52E-01	-4.39E-01	1.62E-01	-4.38E-01	1.80E-01	-4.33E-01	1.62E-01
-3.42E-01	2.58E-01	-3.50E-01	2.58E-01	-3.51E-01	2.63E-01	-3.55E-01	2.69E-01	-3.51E-01	2.64E-01	-3.49E-01	2.65E-01	-3.45E-01	2.83E-01	-3.32E-01	2.63E-01
-2.83E-01	2.87E-01	-2.72E-01	2.74E-01	-2.72E-01	2.73E-01	-2.78E-01	2.79E-01	-2.72E-01	2.73E-01	-2.71E-01	2.75E-01	-2.71E-01	2.70E-01	-2.62E-01	2.68E-01
-2.06E-01	2.48E-01	-2.13E-01	2.53E-01	-2.12E-01	2.49E-01	-2.18E-01	2.50E-01	-2.12E-01	2.48E-01	-2.12E-01	2.50E-01	-2.06E-01	2.46E-01	-1.98E-01	2.35E-01
-1.62E-01	2.23E-01	-1.58E-01	2.29E-01	-1.68E-01	2.19E-01	-1.70E-01	2.19E-01	-1.68E-01	2.18E-01	-1.68E-01	2.20E-01	-1.64E-01	2.18E-01	-1.51E-01	2.24E-01
-1.29E-01	1.99E-01	-1.30E-01	1.99E-01	-1.24E-01	1.91E-01	-1.28E-01	1.89E-01	-1.24E-01	1.89E-01	-1.24E-01	1.89E-01	-1.24E-01	1.81E-01	-1.13E-01	1.99E-01
-1.03E-01	1.75E-01	-1.09E-01	1.74E-01	-1.08E-01	1.68E-01	-1.09E-01	1.63E-01	-1.08E-01	1.64E-01	-1.08E-01	1.64E-01	-1.08E-01	1.69E-01	-0.93E-01	1.69E-01
-8.38E-02	1.58E-01	-8.89E-02	1.83E-01	-8.78E-02	1.83E-01	-8.87E-02	1.80E-01	-8.76E-02	1.81E-01	-8.78E-02	1.83E-01	-8.61E-02	1.84E-01	-8.37E-02	1.69E-01
-8.65E-02	1.37E-01	-7.30E-02	1.34E-01	-7.19E-02	1.24E-01	-7.29E-02	1.21E-01	-7.17E-02	1.22E-01	-7.21E-02	1.23E-01	-7.00E-02	1.25E-01	-6.81E-02	1.31E-01
-5.59E-02	1.21E-01	-6.03E-02	1.17E-01	-6.93E-02	1.08E-01	-6.98E-02	1.04E-01	-6.91E-02	1.05E-01	-6.94E-02	1.07E-01	-6.91E-02	1.09E-01	-6.52E-02	1.34E-01
-4.59E-02	1.07E-01	-5.00E-02	1.03E-01	-4.91E-02	9.38E-02	-4.84E-02	9.88E-02	-4.89E-02	9.14E-02	-4.92E-02	9.21E-02	-4.89E-02	9.48E-02	-3.54E-02	1.19E-01
-3.78E-02	9.19E-02	-4.15E-02	8.75E-02	-4.08E-02	7.91E-02	-4.09E-02	7.53E-02	-4.08E-02	7.68E-02	-4.07E-02	7.72E-02	-3.97E-02	8.05E-02	-2.71E-02	1.08E-01
-3.08E-02	7.53E-02	-3.48E-02	7.06E-02	-3.39E-02	6.27E-02	-3.40E-02	5.93E-02	-3.37E-02	6.09E-02	-3.38E-02	6.09E-02	-3.30E-02	6.36E-02	-2.92E-02	8.60E-02
-2.52E-02	5.75E-02	-2.89E-02	5.29E-02	-2.69E-02	4.54E-02	-2.83E-02	4.28E-02	-2.61E-02	4.36E-02	-2.82E-02	4.36E-02	-2.75E-02	4.65E-02	-1.47E-02	6.84E-02
-2.06E-02	4.09E-02	-2.41E-02	3.62E-02	-2.38E-02	2.97E-02	-2.35E-02	2.73E-02	-2.34E-02	2.80E-02	-2.35E-02	2.84E-02	-2.28E-02	3.10E-02	-1.01E-02	5.22E-02
-1.64E-02	2.74E-02	-1.98E-02	2.30E-02	-1.94E-02	1.71E-02	-1.93E-02	1.52E-02	-1.93E-02	1.56E-02	-1.93E-02	1.61E-02	-1.87E-02	1.88E-02	-5.90E-03	3.87E-02
-1.20E-02	1.89E-02	-1.80E-02	1.30E-02	-1.59E-02	7.79E-03	-1.55E-02	6.21E-03	-1.56E-02	6.49E-03	-1.56E-02	6.89E-03	-1.50E-02	9.22E-03	-1.29E-03	2.79E-02
-8.13E-03	9.89E-03	-1.24E-02	5.31E-03	-1.22E-02	6.77E-04	-1.21E-02	6.69E-04	-1.21E-02	6.45E-04	-1.21E-02	1.25E-04	-1.15E-04	1.98E-03	1.85E-03	1.98E-02
-5.89E-03	1.68E-03	-9.18E-03	4.05E-04	-8.65E-03	-4.82E-03	-8.65E-03	-9.93E-03	-8.65E-03	-9.07E-03	-8.62E-03	-8.67E-03	-8.62E-03	-8.62E-03	5.04E-03	1.68E-02
-2.90E-03	-3.24E-03	-3.20E-03	-8.05E-04	-8.16E-03	-8.51E-03	-8.07E-03	-1.02E-02	-8.66E-03	-1.05E-02	-8.11E-03	-1.02E-02	-8.47E-03	-8.60E-03	8.31E-03	3.88E-03
-1.06E-04	-6.43E-03	-3.44E-03	-1.04E-02	-3.48E-03	-1.33E-02	-3.40E-03	-1.39E-02	-3.39E-03	-1.42E-02	-3.31E-03	-1.39E-02	-2.76E-03	-1.26E-02	-1.12E-02	-2.27E-03
2.50E-03	-1.40E-02	-8.89E-04	-1.41E-02	-9.88E-04	-1.85E-02	-9.21E-04	-1.67E-02	-9.17E-04	-1.73E-02	-8.99E-04	-1.70E-02	-2.46E-04	-1.60E-02	1.38E-02	-7.89E-03

Figura 4.6: Componentes principales de las fallas que ocurren de 1 a 8 ms

9ms		10ms		11ms		12ms		13ms		14ms		15ms		16ms	
CP1	CP2														
-1.87E-01	-8.07E-01	-1.78E-01	-4.46E-01	-1.78E-01	-4.80E-01	-1.74E-01	-4.84E-01	-1.78E-01	-4.90E-01	-1.79E-01	-4.86E-01	-1.80E-01	-4.82E-01	-1.88E-01	-5.06E-01
-1.09E-01	-5.38E-01	-4.42E-01	-5.59E-01	-4.44E-01	-5.73E-01	-4.36E-01	-5.81E-01	-4.39E-01	-5.79E-01	-4.42E-01	-5.78E-01	-4.48E-01	-5.73E-01	-4.48E-01	-5.98E-01
-5.09E-01	9.84E-02	-5.01E-01	-1.65E-01	-5.03E-01	-1.30E-01	-5.00E-01	-1.42E-01	-5.04E-01	-1.34E-01	-5.04E-01	-1.29E-01	-5.04E-01	-1.25E-01	-5.07E-01	-1.04E-01
-4.38E-01	1.55E-01	-4.39E-01	1.10E-01	-4.41E-01	1.47E-01	-4.43E-01	1.45E-01	-4.42E-01	1.49E-01	-4.42E-01	1.52E-01	-4.39E-01	1.62E-01	-4.38E-01	1.80E-01
-3.42E-01	2.58E-01	-3.50E-01	2.40E-01	-3.51E-01	2.63E-01	-3.55E-01	2.69E-01	-3.51E-01	2.64E-01	-3.49E-01	2.65E-01	-3.45E-01	2.83E-01	-3.32E-01	2.63E-01
-2.84E-01	2.87E-01	-2.73E-01	2.68E-01	-2.72E-01	2.74E-01	-2.78E-01	2.76E-01	-2.74E-01	2.79E-01	-2.72E-01	2.73E-01	-2.71E-01	2.75E-01	-2.63E-01	2.68E-01
-2.06E-01	2.47E-01	-2.14E-01	2.56E-01	-2.12E-01	2.50E-01	-2.18E-01	2.50E-01	-2.12E-01	2.49E-01	-2.12E-01	2.49E-01	-2.12E-01	2.50E-01	-2.05E-01	2.47E-01
-1.63E-01	2.21E-01	-1.70E-01	2.28E-01	-1.68E-01	2.21E-01	-1.70E-01	2.19E-01	-1.69E-01	2.18E-01	-1.68E-01	2.18E-01	-1.67E-01	2.20E-01	-1.61E-01	2.20E-01
-1.30E-01	1.99E-01	-1.37E-01	2.14E-01	-1.34E-01	1.83E-01	-1.38E-01	1.90E-01	-1.35E-01	1.89E-01	-1.34E-01	1.89E-01	-1.34E-01	1.89E-01	-1.24E-01	1.90E-01
-1.05E-01	1.73E-01	-1.11E-01	1.83E-01	-1.05E-01	1.68E-01	-1.09E-01	1.64E-01	-1.08E-01	1.63E-01	-1.08E-01	1.63E-01	-1.08E-01	1.68E-01	-1.02E-01	1.71E-01
-8.55E-02	1.52E-01	-8.11E-02	1.73E-01	-8.06E-02	1.68E-01	-8.26E-02	1.41E-01	-8.22E-02	1.41E-01	-8.15E-02	1.41E-01	-8.15E-02	1.41E-01	-8.15E-02	1.41E-01
-7.02E-02	1.34E-01	-7.62E-02	1.58E-01	-7.22E-02	1.28E-01	-7.28E-02	1.21E-01	-7.22E-02	1.21E-01	-7.17E-02	1.22E-01	-7.16E-02	1.24E-01	-6.77E-02	1.31E-01
-5.79E-02	1.18E-01	-6.24E-02	1.40E-01	-6.88E-02	1.10E-01	-6.98E-02	1.05E-01	-6.96E-02	1.05E-01	-6.90E-02	1.05E-01	-6.92E-02	1.07E-01	-6.53E-02	1.16E-01
-4.80E-02	1.04E-01	-5.20E-02	1.25E-01	-4.93E-02	9.65E-02	-4.86E-02	9.02E-02	-4.82E-02	9.04E-02	-4.85E-02	9.11E-02	-4.89E-02	9.26E-02	-4.52E-02	1.01E-01
-3.98E-02	8.94E-02	-4.34E-02	1.09E-01	-4.10E-02	8.07E-02	-4.10E-02	7.67E-02	-4.07E-02	7.59E-02	-4.05E-02	7.65E-02	-4.05E-02	7.71E-02	-3.68E-02	8.07E-02
-3.19E-02	7.29E-02	-3.62E-02	6.90E-02	-3.41E-02	6.42E-02	-3.40E-02	5.97E-02	-3.38E-02	6.09E-02	-3.36E-02	6.03E-02	-3.36E-02	6.13E-02	-3.01E-02	6.32E-02
-2.78E-02	6.45E-02	-3.03E-02	7.14E-02	-2.84E-02	4.88E-02	-2.83E-02	4.29E-02	-2.82E-02	4.29E-02	-2.80E-02	4.33E-02	-2.80E-02	4.44E-02	-2.46E-02	4.22E-02
-2.30E-02	3.78E-02	-2.83E-02	3.54E-02	-2.37E-02	3.06E-02	-2.35E-02	2.76E-02	-2.35E-02	2.75E-02	-2.33E-02	2.78E-02	-2.32E-02	2.90E-02	-2.00E-02	3.87E-02
-1.89E-02	2.42E-02	-2.05E-02	3.84E-02	-1.85E-02	1.82E-02	-1.83E-02	1.55E-02	-1.83E-02	1.53E-02	-1.82E-02	1.68E-02	-1.81E-02	1.86E-02	-1.59E-02	2.41E-02
-1.51E-02	1.39E-02	-1.67E-02	2.86E-02	-1.67E-02	8.77E-03	-1.66E-02	6.44E-03	-1.65E-02	6.24E-03	-1.64E-02	6.40E-03	-1.63E-02	7.07E-03	-1.21E-02	1.46E-02
-1.17E-02	6.87E-03	-1.30E-02	1.89E-02	-1.23E-02	1.64E-03	-1.21E-02	-3.80E-04	-1.21E-02	-3.42E-04	-1.20E-02	-5.78E-04	-1.19E-02	5.48E-04	-8.62E-03	7.03E-03
-8.50E-03	-8.60E-04	-8.63E-03	6.77E-03	-8.11E-03	-4.19E-03	-8.37E-03	-5.75E-03	-8.34E-03	-6.09E-03	-8.30E-03	-6.66E-03	-8.84E-03	-9.03E-03	-6.42E-03	9.03E-04
-6.55E-03	-5.13E-03	-6.35E-03	1.52E-03	-6.19E-03	-8.35E-03	-6.08E-03	-1.81E-02	-6.05E-03	-1.04E-02	-6.07E-03	-1.09E-02	-5.97E-03	-1.09E-02	-5.72E-03	-8.58E-03
-2.80E-03	-1.08E-02	-3.38E-03	-4.77E-03	-3.48E-03	-2.18E-02	-3.41E-03	-1.37E-02	-3.39E-03	-1.41E-02	-3.30E-03	-1.43E-02	-3.29E-03	-1.33E-02	-2.34E-04	-8.58E-03
-2.44E-04	-1.49E-02	-6.60E-04	-1.06E-02	-6.85E-04	-1.60E-02	-6.27E-04	-1.69E-02	-6.12E-04	-1.71E-02	-6.25E-04	-1.70E-02	-6.17E-04	-1.69E-02	2.84E-03	-1.24E-02

Figura 4.7: Componentes principales de las fallas que ocurren de 9 a 16 ms

Tabla 4.2: Fallas A-G con  $R_f = 0 \Omega$  con punto de inserción a  $90^\circ$ .

Fallas en L1 (distancia en %)	Fallas en L2 (distancia en %)
10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 95 y 99 %	1, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 %

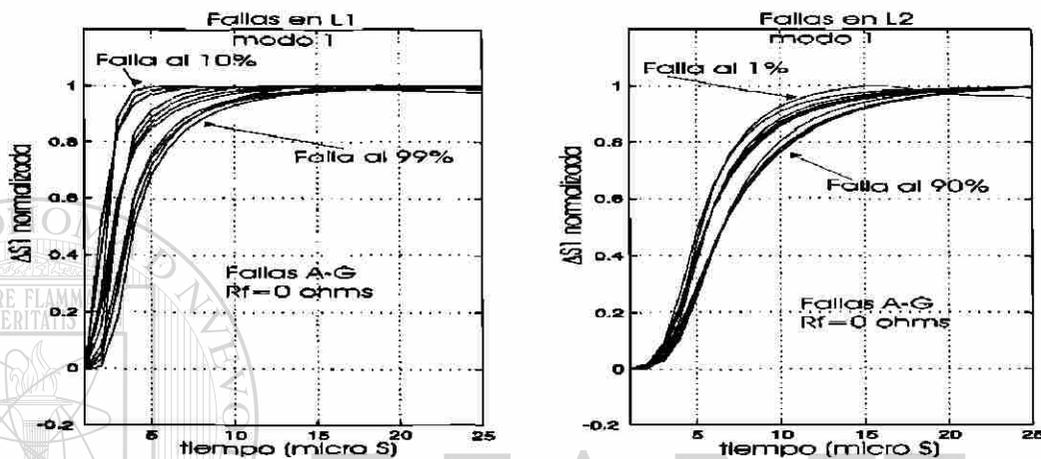
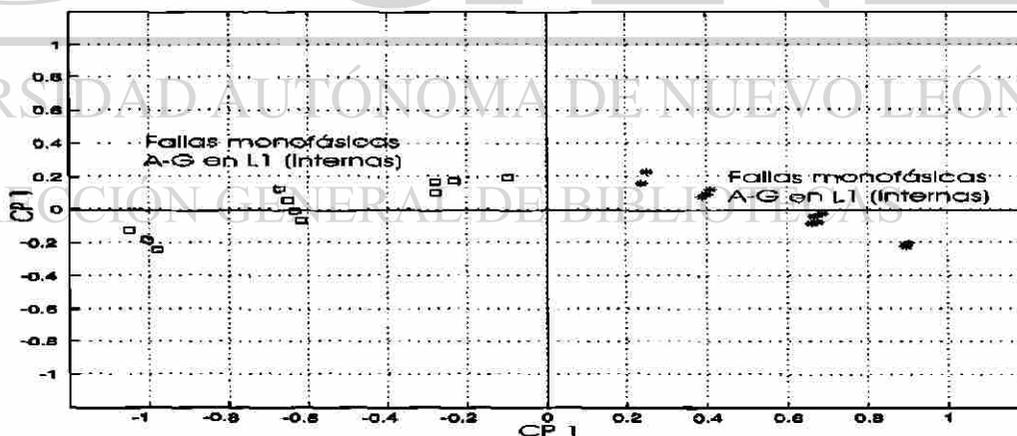
Figura 4.8: Frentes de onda correspondientes a las fallas monofásicas con  $R_f = 0 \Omega$ .Figura 4.9: Proyección en el subespacio formado por CP1 y CP2 de fallas monofásicas con  $R_f = 0 \Omega$ .

Tabla 4.3: Fallas A-G con  $R_f = 50 \Omega$  con punto de inserción a  $90^\circ$ .

Fallas en L1 (distancia en %)	Fallas en L2 (distancia en %)
10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 95 y 99 %	1, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 %

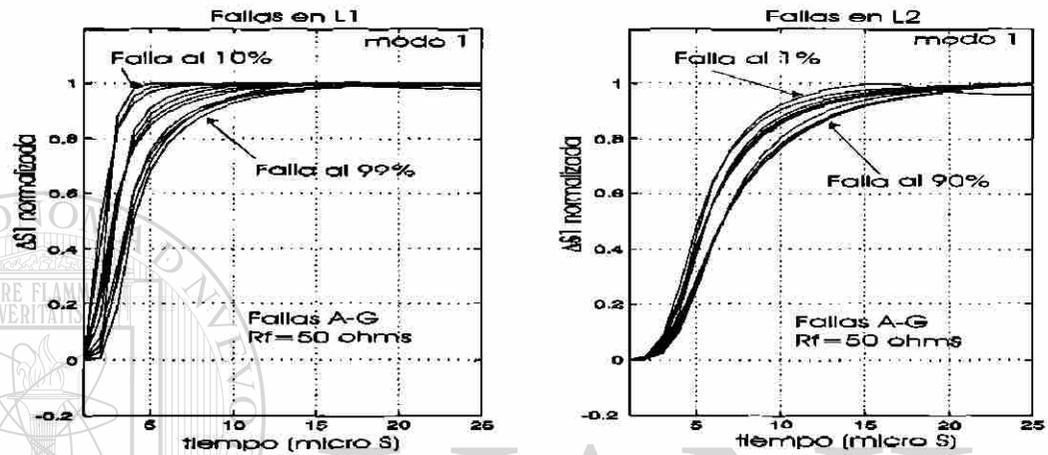
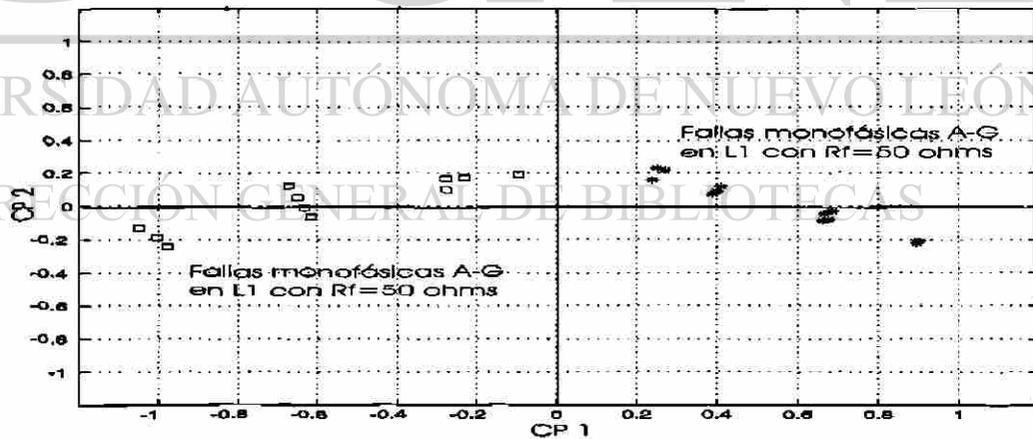
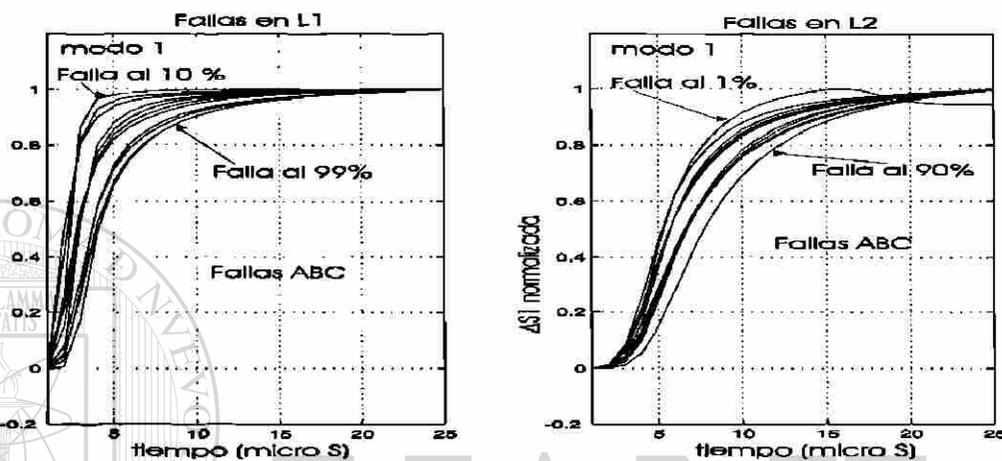
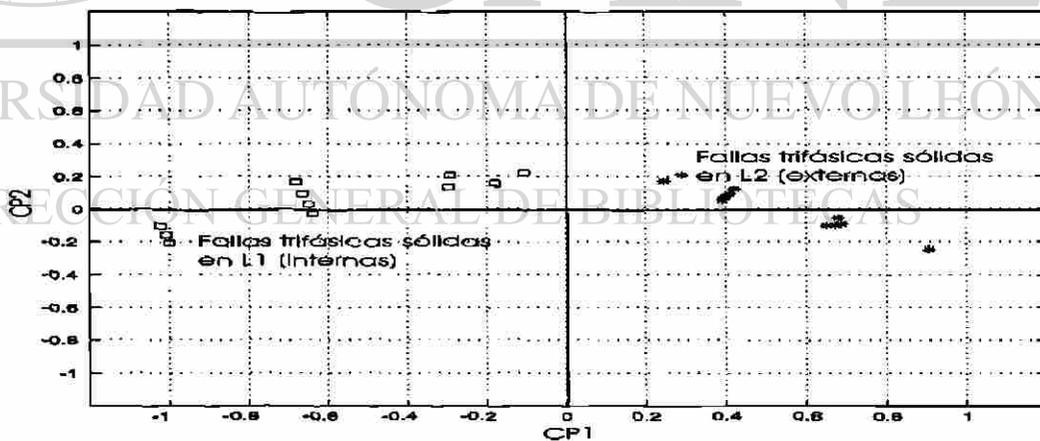
Figura 4.10: Frentes de onda correspondientes a las fallas monofásicas con  $R_f=50 \Omega$ .Figura 4.11: Proyección en el subespacio formado por CP1 y CP2 de fallas monofásicas con  $R_f=50 \Omega$ .

Tabla 4.4: Fallas ABC con  $R_f = 0 \Omega$  con punto de inserción a  $90^\circ$ .

Fallas en L1 (distancia en %)	Fallas en L2 (distancia en %)
10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 95 y 99 %	1, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 %

Figura 4.12: Frentes de onda correspondientes a las fallas trifásicas con  $R_f = 0 \Omega$ .Figura 4.13: Proyección en el subespacio formado por CP1 y CP2 de fallas trifásicas con  $R_f = 0 \Omega$ .



El algoritmo cuenta con un detector direccional (el cual no es objetivo de estudio en esta tesis, pero puede usarse sin problema alguno de los propuestos en [1, 3, 4]) que genera una señal de bloqueo para fallas que ocurren detrás de la línea protegida.

#### 4.4. Pruebas

Las pruebas descritas en la sección previa corresponden a las proyecciones de los datos de la señal  $\Delta S1$  en las CP, obtenidas a partir de la misma información. Con la finalidad de demostrar la efectividad del algoritmo propuesto se simularon fallas en el mismo sistema de prueba (ver figura 4.4) con valores de tiempo de inserción, distancia y resistencia de falla distintos a los indicados en la Tabla 4.1, cada uno de los cuales fueron analizados con las mismas CP, indicadas en las figuras 4.6 y 4.7.

La figura 4.15 muestra las proyecciones para las fallas trifásicas mostradas en la Tabla 4.5, en el caso de las fallas internas sus correspondientes proyecciones se ubicaron en el semi-plano izquierdo, y para las fallas externas se ubicaron en el semi-plano derecho. En la figura 4.15 se resalta el caso de falla más cercana al bus remoto correspondiente a una falla a 193.21 kilómetros en L1.

La Tabla 4.6 muestra las fallas monofásicas a las que se sometió el algoritmo; sus correspondientes proyecciones se muestran en la figura 4.16; se aprecia como el algoritmo discrimina correctamente entre fallas internas y externas; se resalta un caso de falla crítico correspondiente a una falla en L1 ocurriendo a una distancia de 188.46 kilómetros de la ubicación del relevador.

Tabla 4.5: Fallas ABC sólidas  $R_f = 0\Omega$ .

tipo	dist. (km)	inserción (ms)	tipo	dist. (km)	inserción (ms)
ABC (int)	81.80	10.48	ABC (ext)	22.43	13.40
ABC (int)	122.18	5.94	ABC (ext)	144.39	6.80
ABC (int)	62.85	9.51	ABC (ext)	78.82	1.05
ABC (int)	35.00	11.46	ABC (ext)	82.31	3.18
ABC (int)	9.19	12.42	ABC (ext)	80.36	4.82
ABC (int)	193.21	2.97	ABC (ext)	8.28	11.21

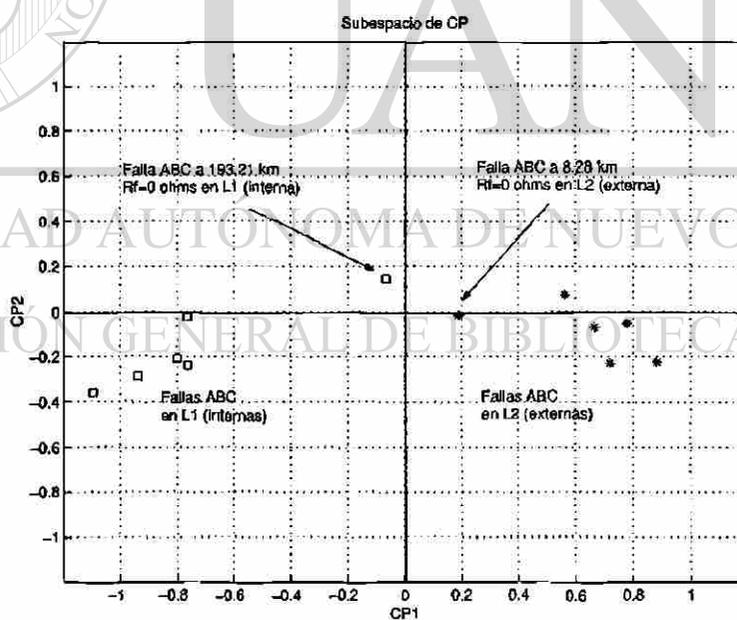
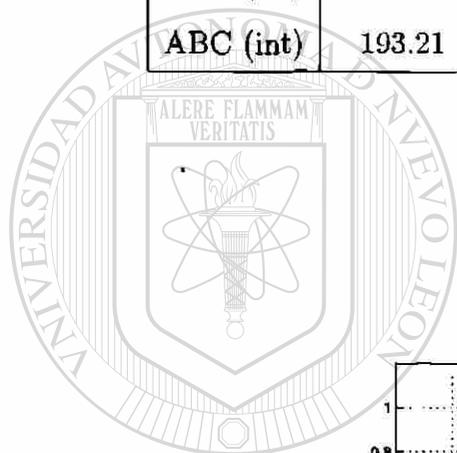


Figura 4.15: Proyección de fallas mostrados en la Tabla 4.5 en el subespacio de CP.

Tabla 4.6: Fallas A-G con  $Rf > 0$ .

tipo	dist.(km)	ins.(ms)	Rf ( $\Omega$ )	tipo	dist.(km)	ins.(ms)	Rf ( $\Omega$ )
AG (int)	61.24	9.10	74.6	AG (ext)	22.43	11.48	36.40
AG (int)	10.60	10.10	20.0	AG (ext)	144.39	6.27	15.7
AG (int)	57.18	3.75	22.8	AG (ext)	78.82	8.03	67.81
AG (int)	61.53	8.78	71.5	AG (ext)	82.31	1.18	56.14
AG (int)	68.35	14.90	60.4	AG (ext)	80.36	6.35	75.26
AG (int)	188.46	3.90	5.36	AG (ext)	108.28	4.61	10.47

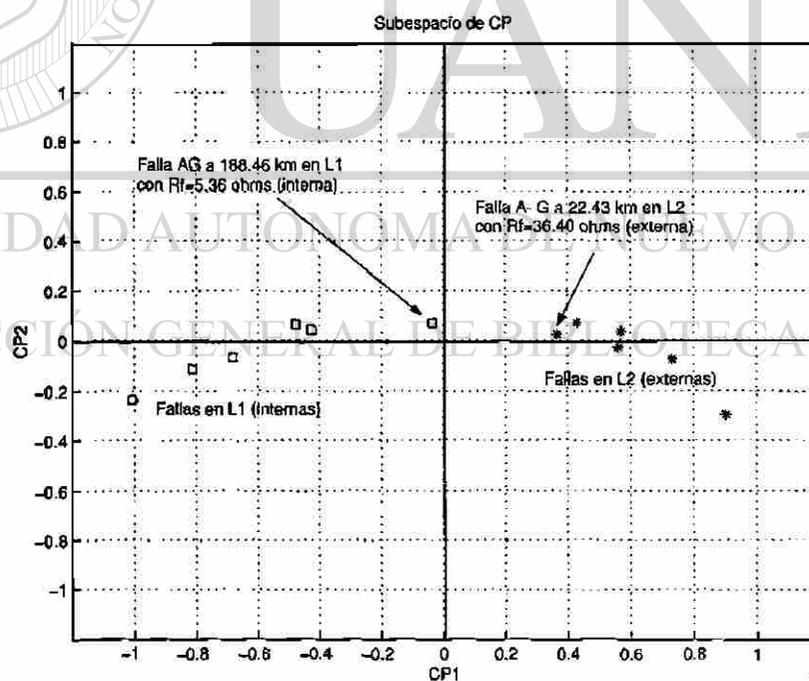


Figura 4.16: Proyección de los casos de falla mostrados en la tabla 4.6 en el subespacio de CP.

El algoritmo no tuvo problemas para clasificar las fallas independientemente del semi-ciclo en el que ocurren, su ubicación, la resistencia de falla ó el instante de inserción; incluso, el algoritmo resuelve el problema de clasificación, por lo que no es necesario utilizar alguna otra técnica de clasificación de información; esto es posible ya que para cada falla se calcula el instante de inserción, lo que permite elegir el par de vectores de transformación adecuados para el instante de inserción de falla. Esto incrementa la confiabilidad al algoritmo para una correcta discriminación de la ubicación de la falla.

#### 4.5. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se explicó el principio de funcionamiento del algoritmo propuesto para protección de líneas de transmisión, utilizando como información el primer frente de las ondas viajeras; el algoritmo aprovecha la información contenida en el contorno del frente de onda el cual contiene información sobre las discontinuidades por las que ha sido modificado; el uso del primer frente de onda disminuye considerablemente el tiempo de operación de la protección, además de que no es necesario un canal de comunicación para intercambiar datos entre los extremos de la línea protegida.

Se explicó que la dependencia en frecuencia de los coeficientes de reflexión y transmisión modifican el contorno de cualquier frente de onda que pasan por una discontinuidad. Esta modificación puede usarse por un relevador para distinguir entre fallas que ocurren dentro y fallas que ocurren fuera de la línea protegida.

Se mostró que discriminar entre fallas internas y fallas externas en el dominio del tiempo es muy complejo, por lo que se propone el uso de la técnica de ACP; esto permite proyectar los datos originales definidos en un espacio de 25 dimensiones, en un subespacio de dos dimensiones donde se visualiza en forma clara si se trata de una falla interna o externa de la línea protegida. En el caso de fallas internas sus correspondientes proyecciones caen en el semi-plano izquierdo del espacio de CP, mientras que para fallas externas sus proyecciones se ubican en el semi-plano derecho; esta característica elimina la necesidad de una etapa de clasificación.

La dependencia del algoritmo con respecto al instante de inserción de falla se elimina obteniendo 16 pares de componentes principales, correspondiéndole un par para cada punto de inserción; para las fallas que ocurran entre esos instantes el tiempo de inserción se fija al inmediato superior, esto permite que cualquier falla pueda ser clasificada sin importar el instante en que ocurrió ni su ubicación en la línea de transmisión.

---

Los resultados muestran la capacidad del algoritmo para distinguir entre fallas internas y externas usando solamente el primer frente de onda, lo que implica una disminución considerable en el tiempo de detección y liberación de fallas en líneas de transmisión, lo que tiene un impacto positivo en la estabilidad transitoria del sistema de potencia y un mejoramiento en la calidad del suministro de energía eléctrica proporcionada a los usuarios entre otros aspectos.

# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1. Introducción

En este capítulo se presentan los resultados de las pruebas a las que se sometió el algoritmo propuesto, las simulaciones de falla se hicieron en un sistema de prueba más complejo usando las componentes principales generadas para el sistema de prueba 2; los casos de falla simulados incluyeron fallas trifásicas (la más severa) y fallas monofásicas (la más común), también se incluyeron casos de fallas críticos, tal es el caso de fallas que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje y fallas con alta impedancia.

Las pruebas realizadas se hicieron con la finalidad de demostrar que el algoritmo puede detectar fallas en la línea protegida independientemente de la topología del sistema de potencia, esto es posible gracias a que las señales de entrada son normalizadas antes de ser procesadas, los resultados obtenidos muestran el buen desempeño del algoritmo propuesto.

## 5.2. Descripción del sistema de prueba

La existencia de mas líneas de transmisión en un sistema provoca una discontinuidad más severa en el punto donde se unen las líneas, esto facilita la discriminación entre fallas internas y externas. En la figura 5.1 se muestra el sistema de prueba usado para simular los casos de falla, el sistema básicamente consta de dos generadores unidos por cuatro líneas de transmisión, todas las líneas son de configuración delta con los parámetros mostrados en la Tabla 5.1. Información detallada del sistema de prueba puede encontrarse en el Apéndice A.

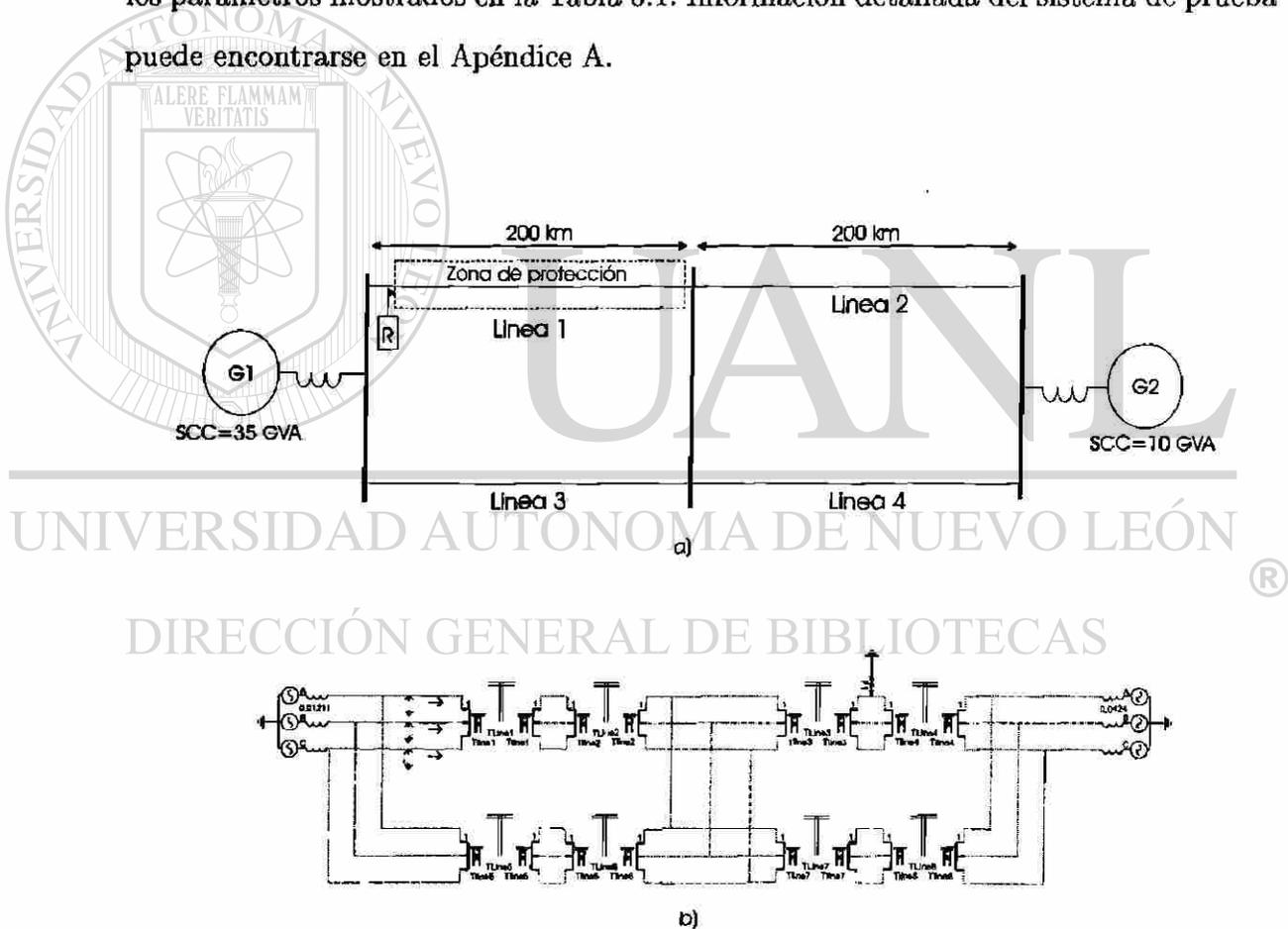


Figura 5.1: Sistema de prueba 3: a) Esquema gráfico, b) Representación en el EMTDC.

Tabla 5.1: Información de las líneas en el sistema de prueba 3.

Líneas	Longitud (km)	Hilos por fase	$Z_0$
Línea 1 = Línea 3	200	1	394.65 $\Omega$
Línea 2 = Línea 4	200	2	318.75 $\Omega$

### 5.3. Casos de falla

Los casos de falla elegidos representan las fallas más comunes a las que están expuestas las líneas de transmisión, la idea de realizar esas pruebas consiste en analizar el desempeño del algoritmo usando los vectores de transformación generados en el sistema de prueba 2. La Tabla 5.2 muestra las fallas trifásicas a las que se sometió el algoritmo, la figura 5.2 muestra sus correspondientes proyecciones en el subespacio de las dos primeras componentes principales; las fallas internas (simuladas en la línea 1) se agruparon en el semi-plano derecho y las fallas externas (simuladas en la línea 2) en el semi-plano izquierdo, lográndose una correcta discriminación entre de fallas internas y fallas externas. Resultados similares se obtienen para los casos de fallas monofásicas simulados, la Tabla 5.3 muestra la información de las fallas monofásicas con diferentes resistencia de fallas y la figura 5.3 muestra sus correspondientes proyecciones en las dos primeras componentes principales; en todos los caso las fallas internas se ubicaron en el semi-plano izquierdo y las fallas externas en el semi-plano derecho, esto resuelve la necesidad de incluir una etapa de clasificación.

Las pruebas realizadas se hicieron utilizando los vectores de transformación obtenidos para el sistema de prueba 2. La normalización utilizada permite la aplicación del algoritmo a cualquier sistema de prueba independientemente de su topología, por lo tanto no es necesario recalcular las componentes principales en cada implementación.

Tabla 5.2: Casos de falla: Fallas trifásicas sólidas.

tipo	POW(ms)	dist. (km)	tipo	POW (ms)	dist. (km)
ABC(int)	14	8	ABC(ext)	9.9	30
ABC(int)	7	88	ABC(ext)	14.3	135
ABC(int)	6	70	ABC(ext)	13.1	192
ABC(int)	13.4	24	ABC(ext)	12	6
ABC(int)	9.0	190	ABC(ext)	11	95
ABC(int)	5.9	143	ABC(ext)	4	110

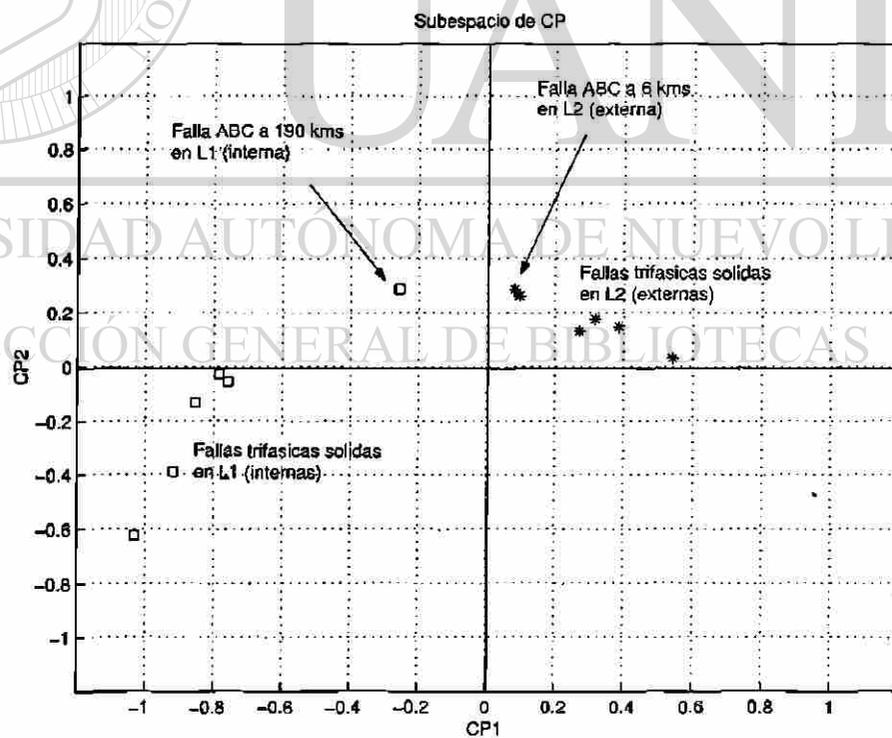
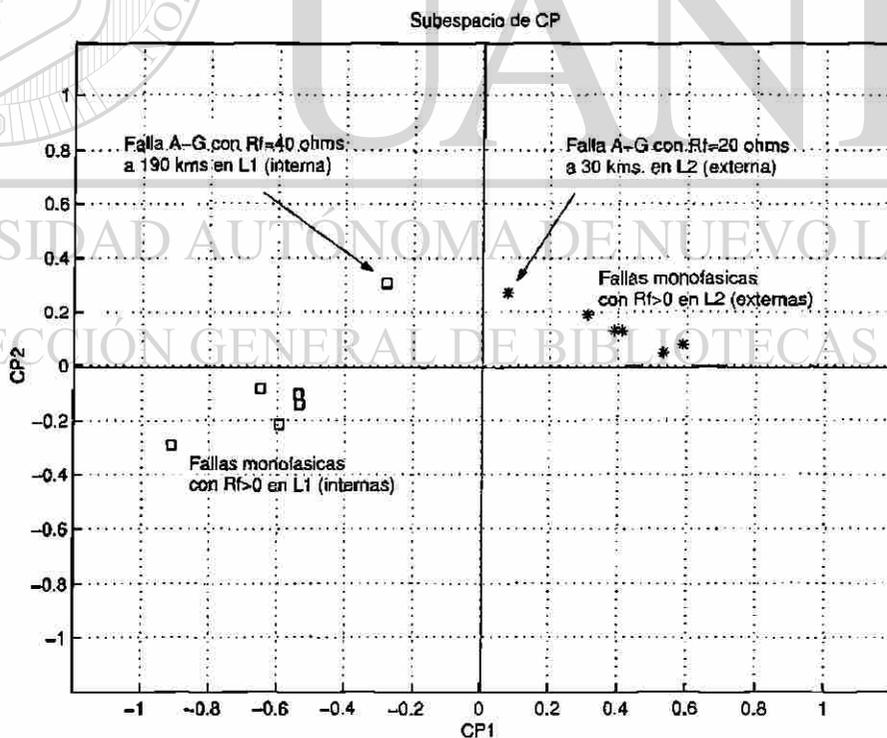


Figura 5.2: Proyección de fallas trifásicas.

Tabla 5.3: Casos de falla monofásica con resistencia de falla.

tipo	POW(ms)	dist.(km)	$R_f \Omega$	tipo	POW(ms)	dist.(km)	$R_f \Omega$
A-G(int)	9	90	20	A-G(ext)	2.4	30	20
A-G(int)	4	88	40	A-G(ext)	11.1	135	40
A-G(int)	3	70	60	A-G(ext)	6.0	139	60
A-G(int)	10.9	24	20	A-G(ext)	13	145	20
A-G(int)	4.8	190	40	A-G(ext)	9	95	40
A-G(int)	8.6	143	60	A-G(ext)	3	195	60

Figura 5.3: Proyección de fallas monofásicas con  $R_f > 0$ .

## 5.4. Fallas críticas

Existen casos de fallas difíciles de detectar por los algoritmos basados en ondas viajeras, estos casos involucran fallas de alta impedancia y fallas que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje, en estos casos las ondas viajeras generadas tienen magnitud muy pequeña y en el caso de las fallas que ocurren exactamente en el cruce por cero no existe transitorio asociado por la aparición del disturbio ( $v = 0$ ), por lo tanto es prácticamente imposible detectar ese tipo de fallas. En las siguientes secciones se hace un estudio del comportamiento del algoritmo propuesto ante ese tipo de fallas.

### 5.4.1. Fallas cercanas al bus local

El uso de la ventana de datos impone restricciones al detectar y discriminar fallas que ocurren cerca del bus local, esto se debe a que una onda viajera generada por una falla cercana llegará rápidamente a la ubicación del relevador reflejándose continuamente entre el bus y el punto de falla, estas reflexiones sucesivas provocan distorsión en el frente de onda originalmente generado por la falla. La distancia mínima a la que el frente de onda no es afectado está dado  $x = u \cdot T_v$ , donde  $u$  es la velocidad de la onda,  $T_v$  es el tamaño de la ventana de datos.

### 5.4.2. Fallas cercanas al bus remoto

El algoritmo no tiene problemas para discriminar fallas con estas características, en la figura 5.4 se muestra un caso de falla a 198 kms en la línea 1 (correspondiente a una falla interna al 99%); y un caso de falla a 2 kms en la línea 2 (correspondiente a una falla externa al 1% del bus remoto), en esos casos el algoritmo funcionó correctamente.

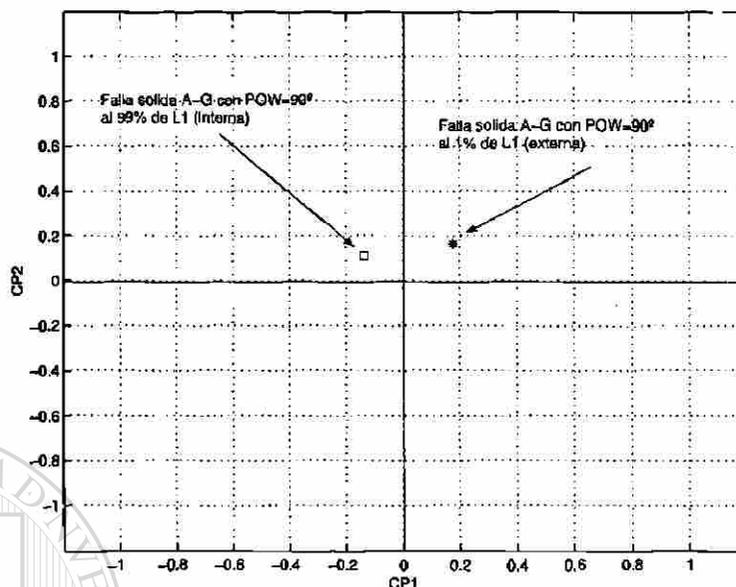


Figura 5.4: Fallos cercanos al bus remoto.

### 5.4.3. Análisis del efecto del ángulo de inserción de falla (POW)

Con el propósito de analizar el desempeño del algoritmo propuesto bajo estos escenarios se realizaron pruebas para una falla a 120 kilómetros de la ubicación del relevador, la falla es monofásica sólida con instantes de inserción de  $90^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$ ,  $5^{\circ}$ ,  $1^{\circ}$ ,  $0^{\circ}$ . La gráfica 5.5 muestra los resultados de la discriminación de la falla para diferentes ángulos de inserción.

El ángulo de inserción en el que ocurre una falla influye significativamente en los cambios en el voltaje y la corriente en la línea. Un ángulo de inserción de falla cercano o igual al cruce por cero de la onda de voltaje, genera cambios muy pequeñas en la magnitud de las señales medidas en la ubicación del relevador, esto puede observarse en la figura 5.6a y 5.6c donde se muestran las señales de voltaje y corriente para una falla monofásica que ocurre a  $0^{\circ}$ . En la figura 5.6b y 5.6d se muestran las señales de voltaje y

corriente para una falla monofásica que ocurre a  $1^{\circ}$ . En ambos casos se observa que las señales transitorias generadas por la falla son muy pequeñas, a pesar eso el algoritmo mostró buena capacidad para discriminar fallas que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje, excepto el caso donde el ángulo de inserción es exactamente  $0^{\circ}$  (ver figura 5.5).

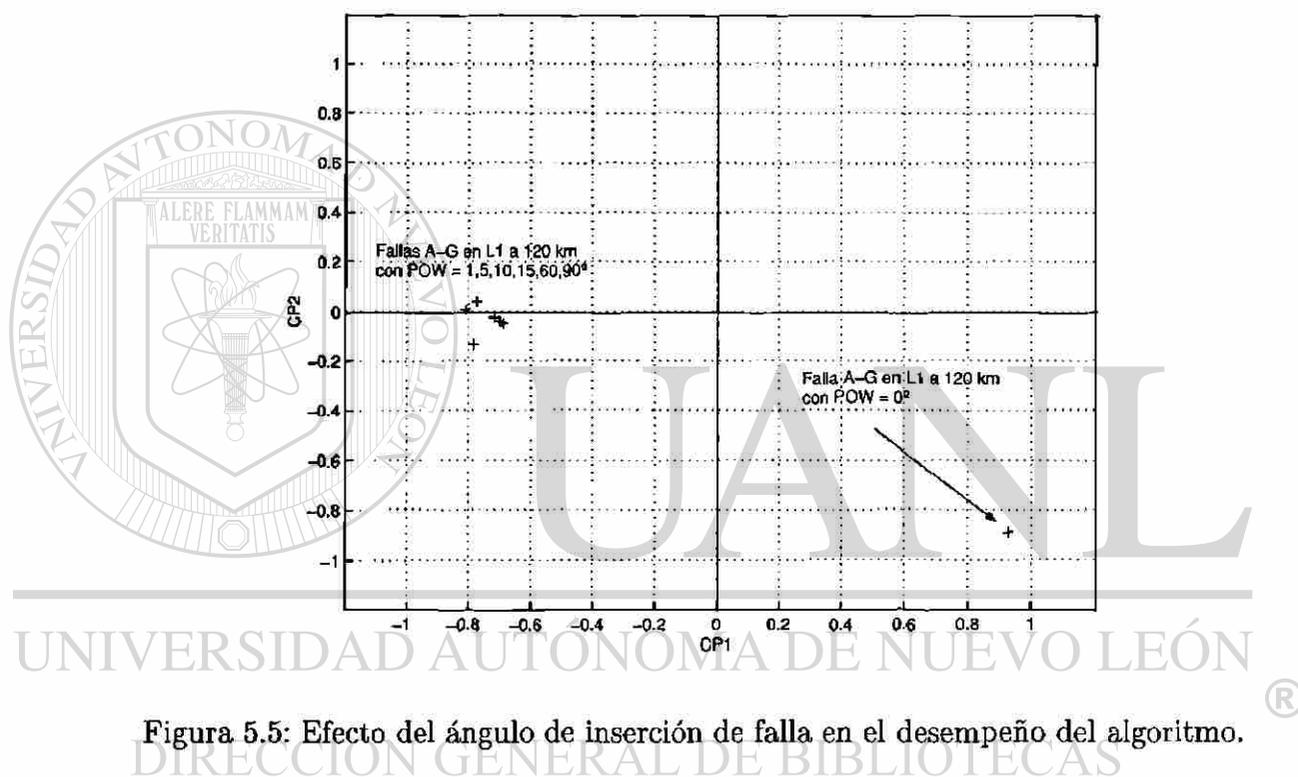


Figura 5.5: Efecto del ángulo de inserción de falla en el desempeño del algoritmo. <sup>®</sup>

#### 5.4.4. Análisis del efecto de la resistencia de falla

Con el propósito de visualizar el efecto de la resistencia de falla en el desempeño del algoritmo se hicieron simulaciones para una falla monofásica (A-G) a 120 kilómetros de la ubicación del relevador con resistencias de falla de 0, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 640  $\Omega$ ; la falla para todos los casos fue con un ángulo de inserción de  $90^{\circ}$ . Los resultados se muestran en la figura 5.7.

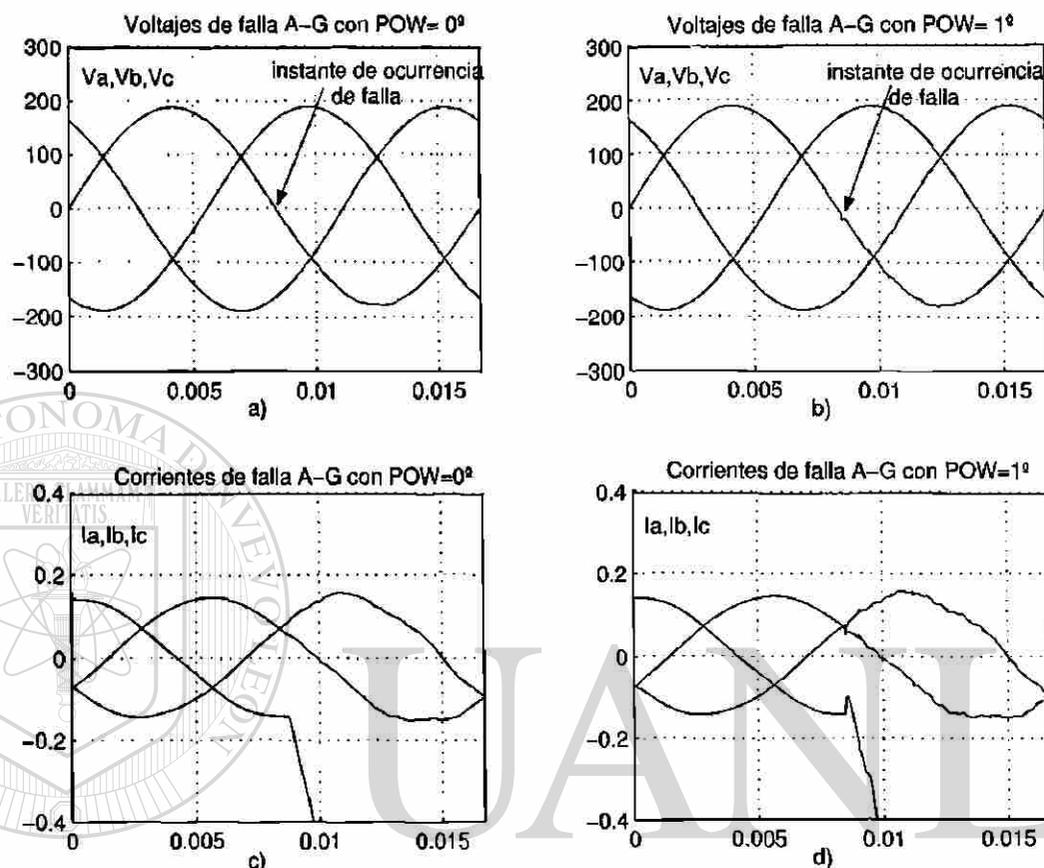


Figura 5.6: Voltajes y corrientes para fallas monofásicas A-G con POW de  $0^\circ$  y  $1^\circ$ .

Las fallas de muy alta impedancia generalmente provocan cambios muy pequeños en las señales de voltaje y corriente de fase (ver figura 5.8), esto provoca que las ondas viajeras generadas por estas fallas sean de magnitud muy pequeña. A pesar de eso el algoritmo propuesto no tuvo ningún problema para detectar ese tipo de fallas, al menos hasta un valor de  $640 \Omega$ . Esto significa, que este algoritmo puede ser una alternativa de solución al problema de conductores caídos en sistemas de distribución [10], que dan origen a fallas de muy alta impedancia generalmente difíciles de detectar por los algoritmos convencionales.

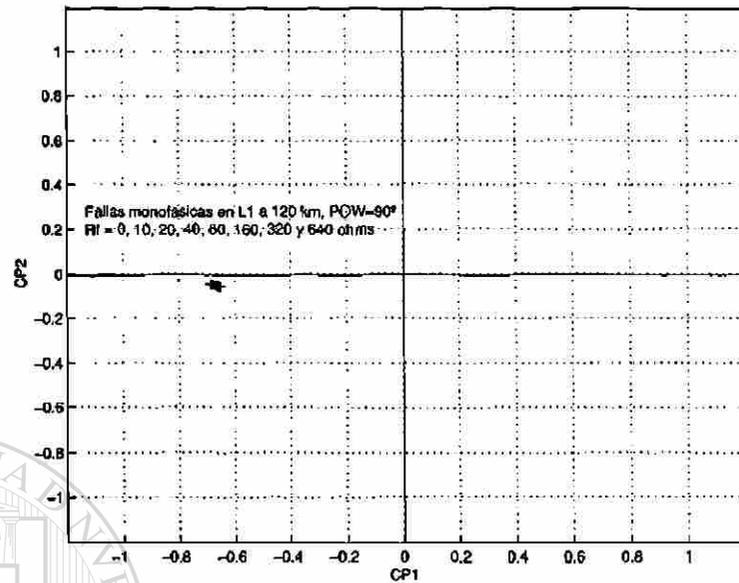


Figura 5.7: Efecto de la resistencia de falla en el desempeño del algoritmo.

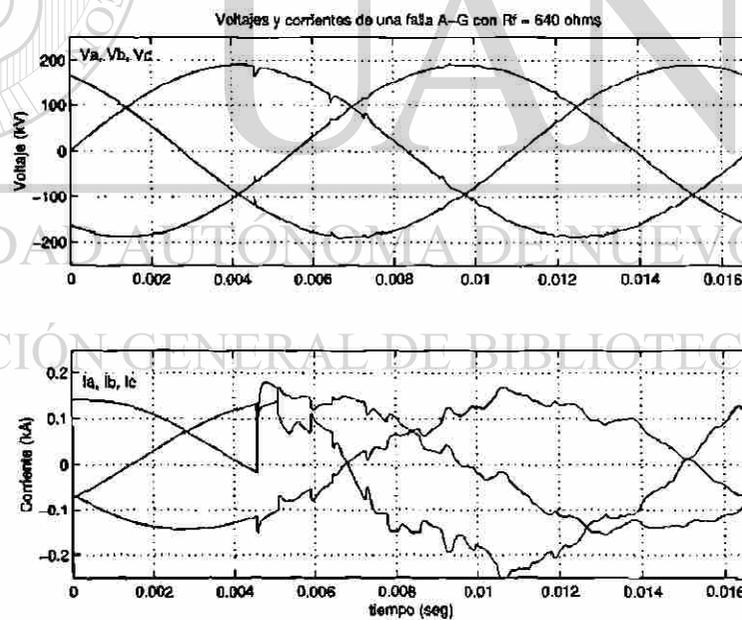


Figura 5.8: Voltaje y corriente de fase para una falla A-G con  $R_f = 640\Omega$ .

## 5.5. Aspectos de implementación del algoritmo

Los aspectos que deben considerarse al implementar el algoritmo son los siguientes:

- El proceso de medición de las señales transitorias involucra la necesidad de uso de transductores de voltaje y corriente de alta precisión capaces de medir señales de alta frecuencia generadas ante la aparición de algún disturbio en la línea de transmisión; la mejor alternativa hasta el momento es el uso de transductores ópticos de voltaje y corriente los cuales se han desarrollado en los últimos años, lográndose un gran ancho de banda.
- El procesador de señales utilizado debe ser lo suficientemente rápido para manejar la información de voltaje y corriente de fase medida por los transductores. A partir de los cambios detectados en esas señales se determina la existencia de ondas viajeras y se identifica su origen. Los requerimientos de memoria están determinados por la necesidad de almacenar durante un ciclo los voltajes y corrientes de cada una de las fases. La información de los vectores de transformación deben almacenarse en una memoria que no pierda la información por falta de energía.
- Al proteger una línea de transmisión en un sistema mallado es necesario tener una protección de onda viajera en cada extremo de la línea, esto con la finalidad de desconectar la aportación de la corriente a la falla de ambos extremos de la línea; esto no es necesario al aplicar el esquema de protección en sistemas radiales ya que en estos casos solo hay aportación de corriente a la falla por uno de los extremos de la línea de transmisión.
- Es importante tener en cuenta que el algoritmo propuesto incluye un detector direccional que genera una señal de bloqueo para fallas que ocurren atrás de la ubicación del relevador, existen diferentes propuestas reportadas en la bibliografía.

que pueden utilizarse sin problemas [1, 3, 4]; esta característica aunado a la existencia de un relevador en cada extremo de la línea hace innecesario intercambiar información de las señales medidas en ambos extremos de la línea protegida lo cual es una gran ventaja en líneas de transmisión medias y largas.

## 5.6. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se analizó el desempeño del algoritmo en un sistema de prueba formado por dos generadores y cuatro líneas de transmisión, los resultados de las pruebas a las que se sometió el algoritmo incluyeron fallas monofásicas y fallas trifásicas. En las pruebas realizadas el algoritmo mostró gran capacidad para discriminar las fallas más comunes que ocurren en las líneas de transmisión; las pruebas realizadas y los resultados obtenidos demuestran que es posible utilizar el primer frente de onda para determinar si una falla se encuentra dentro o fuera de la línea protegida.

El análisis incluyó un estudio de fallas críticas que pueden presentarse en las líneas de transmisión, como son las fallas que ocurren cerca del bus local y el bus remoto de la línea, las fallas que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje y fallas con alta impedancia; para el caso de las fallas de alta impedancia el algoritmo no tuvo ningún problema, sin embargo en el caso de las fallas que ocurren cerca del cruce por cero el algoritmo mostró buen desempeño solo teniendo problemas para discriminar fallas que ocurren exactamente en el cruce por cero de la onda de voltaje.

Las señales generadas por fallas que ocurren cerca de la ubicación del relevador contienen ruido que dificulta su correcta discriminación. El desarrollo teórico y las simulaciones mostraron que el uso de una ventana de datos de  $25\mu\text{seg}$  implica que solo

es posible detectar fallas que ocurren mas allá de 7.5 kilómetros de la ubicación del relevador.

El algoritmo mostró buena capacidad para detectar fallas con alta impedancia, esta característica puede ser aprovechada para detectar fallas provocadas por conductores caídos en sistemas de distribución ya que en estas situaciones las resistencias de falla son muy altas, lo que dificulta su detección con algoritmos basados en señales de frecuencia fundamental.

Por último se mencionaron algunas consideraciones generales de implementación, tal es el caso del uso de los transductores necesarios para medir los cambios en las señales de voltaje y corriente generadas ante la aparición de una falla, se mencionaron algunas características necesarias del procesador de señales usado, y la ventaja de que el algoritmo no necesita intercambio de información en las señales en ambos extremos de la línea, haciendo innecesario el uso de un canal de comunicación.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# Capítulo 6

## Conclusiones y recomendaciones

### 6.1. Introducción

En las próximas secciones de este capítulo se recopilan las conclusiones generales del presente trabajo de tesis, posteriormente se mencionan las aportaciones y por último se dan algunas recomendaciones para trabajos futuros.

### 6.2. Conclusiones

- Los esquemas de protección de líneas de transmisión basados en ondas viajeras son una buena alternativa cuando se quiere detectar y localizar fallas de manera ultra-rápida, a pesar de que estos esquemas requieren procesadores muy rápidos y transductores con gran ancho de banda, las ventajas que ofrecen los hacen muy atractivos para su implementación en líneas de transmisión.
- Las pruebas realizadas a los algoritmos existentes mostraron que es posible detectar y localizar fallas de manera ultra-rápida usando las señales de onda viajera

generadas por las fallas, sin embargo se detectaron algunas situaciones donde los algoritmos tuvieron problemas de confiabilidad, tal es el caso de las fallas que involucran alta impedancia y las fallas que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje, estos problemas han evitado la aceptación general de estos algoritmos.

- El algoritmo propuesto es el primero en su tipo al utilizar la información contenida en el primer frente de onda generado por el colapso de voltaje en el punto de aparición de la falla; el frente de onda originado por una falla externa es modificado en su contorno al pasar por la discontinuidad que representa el cambio de impedancia de ambas líneas y la impedancia de los equipos conectados en el bus remoto, en cambio un frente de onda generado por una falla interna se ve minimamente afectado principalmente por la atenuación propia de la línea. Esta información es utilizada por el algoritmo para distinguir entre fallas que ocurren dentro y fallas que ocurren fuera de la línea protegida.

- Con el propósito de que el algoritmo funcione en cualquier sistema de potencia, independientemente de su configuración y voltaje de operación, se normalizaron las señales  $\Delta S1$  (correspondientes a los frentes de onda medidos en la ubicación del relevador) para que estén entre 0 y 1; la ventaja de la normalización elegida es que facilita el proceso de clasificación para discriminar entre fallas internas y externas, resolviendo el problema de signo en la rotación de los ejes que representan las componentes principales.

- El uso de la ventana de datos impone restricciones al detectar y discriminar fallas

que ocurren cerca del bus local, esto se debe a que una onda viajera generada por una falla cercana llegara rápidamente a la ubicación del relevador reflejándose continuamente entre el bus y el punto de falla, estas reflexiones sucesivas provocan distorsión en el frente de onda originalmente generado por la falla.

- La distancia mínima a la que el frente de onda no es afectado esta dado  $x = u \cdot T_v$ , donde  $u$  es la velocidad de la onda,  $T_v$  es el tamaño de la ventana de datos. Eso significa que con una ventana de datos de 25  $\mu$ seg el algoritmo es confiable para fallas mayores a 7.5 km de la ubicación del relevador.

- El algoritmo de protección propuesto usa la técnica de ACP con el propósito de obtener una representación en un subespacio de 2 dimensiones de los frentes de onda originados por un cortocircuito; esto permite simplificar el proceso de discriminación de la ubicación del cortocircuito ya que no se requieren el uso de técnicas de clasificación.

- Se eligió una proyección a las dos primeras componentes ya que estas retienen prácticamente toda la información de los datos bajo estudio; para el caso de las fallas simuladas las dos primeras componentes principales conservan arriba del 98 % de la información, esto hace de ACP una técnica de proyección muy eficiente.

- La dependencia en el instante de inserción de fallas se eliminó obteniendo 16 pares de componentes principales, correspondiéndole 1 par para cada punto de inserción (16 en un ciclo de 60 Hertz); las fallas que ocurran entre esos instantes se redondea al inmediato superior, esto permite que cualquier falla pueda ser

clasificada sin importar el instante en que ocurrió ni su ubicación.

- Los resultados muestran la capacidad del algoritmo propuesto para distinguir entre fallas internas y externas usando solamente el primer frente de onda, lo que implica una disminución considerable en el tiempo de detección y liberación de fallas en líneas de transmisión.

- El algoritmo tiene gran capacidad para discriminar fallas cercanas al bus remoto, pudiendo distinguir desde fallas internas al 99 % hasta fallas al 1 % de la línea adyacente, esta característica supera a los algoritmos existentes.

- El algoritmo se probó en un sistema de potencia más complejo formado por dos generadores y cuatro líneas de transmisión. Usando los vector de transformación obtenidos en el sistema de potencia tipo radial. Los resultados obtenidos muestran la excelente capacidad del algoritmo para discriminar entre fallas internas (semi-plano izquierdo del subespacio de CP) y fallas externas (semi-plano derecho del subespacio de CP).

- Las pruebas incluyeron un estudio de fallas críticas de detectar que pueden presentarse en las líneas de transmisión, que son las fallas que ocurren cerca del cruce por cero de la onda de voltaje y fallas con alta impedancia; para el caso de las fallas de alta impedancia el algoritmo no tuvo ningún problema y en el caso de las fallas que ocurren cerca del cruce por cero el algoritmo mostró buen desempeño solo teniendo problemas para discriminar fallas que ocurren exactamente en el cruce por cero de la onda de voltaje.

### 6.3. Aportaciones

- Se hizo un análisis exhaustivo de los algoritmos de protección de líneas de transmisión basados en función de correlación, reconocimiento de patrones y transformada *wavelets*, bajo distintas condiciones para identificar sus ventajas así como las situaciones donde no son confiables.
- Se propuso un algoritmo rápido y confiable para detectar fallas en líneas de transmisión, el algoritmo utiliza como información de entrada el primer frente de onda viajera generada por el colapso de voltaje en el punto de aparición de la falla en la línea de transmisión. El uso del primer frente de onda viajera disminuye el tiempo de detección de falla en 1/3 del tiempo de operación de los algoritmos convencionales basados en onda viajera.
- Aplicación de la técnica de ACP en la discriminación entre fallas internas y fallas externas de la línea protegida; esta técnica incrementa la confiabilidad del algoritmo y permite una correcta discriminación del origen de la falla en base al contorno del primer frente de la onda viajera.

### 6.4. Recomendaciones para trabajos futuros

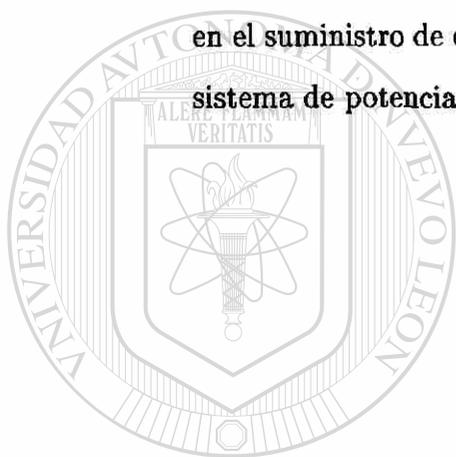
Los resultados obtenidos en las pruebas a las que se sometió el algoritmo propuesto fueron buenos, sin embargo es necesario estudiar el comportamiento del algoritmo en otros escenarios operativos que pueden ocurrir en un SEP. Con ese propósito se hacen las siguientes recomendaciones para trabajos futuros:

- *Investigar el desempeño del algoritmo en líneas de transmisión que incluyen compensación serie capacitiva.* En algunas líneas de transmisión se conectan y des-

conectan capacitores en serie para disminuir la reactancia total de la línea con el propósito de aumentar la transferencia de potencia en líneas de enlace críticas. Esta situación provoca cambios en la impedancia equivalente de la línea de transmisión y por ello es necesario evaluar el impacto de la reactancia capacitiva en el comportamiento del algoritmo.

- *Analizar la posibilidad de diseñar e implementar un algoritmo usando los tres modos de propagación y evaluar la posibilidad de hacer un procesamiento paralelo en un equipo multi-microprocesador.* El uso de los tres modos de propagación provoca un aumento considerable en la información que debe ser procesada, sin embargo es deseable investigar que tanto se mejora la confiabilidad de los algoritmos para detectar fallas en las líneas de transmisión.
- *Desarrollar esquemas de protección de respaldo para relevadores basados en ondas viajeras.* Los equipos de protección no son perfectos y pueden fallar en su funcionamiento lo cual generalmente es provocado por errores en el equipo (transductores, interruptores, cableado etc.), esta situación puede provocar que el relevador no detecte alguna falla que aparezca en la línea de transmisión, por ello es altamente deseable investigar esquemas de protección de respaldo local y remoto basados en ondas viajeras con aplicación a líneas de transmisión.
- *Investigar la posibilidad de identificar la fase fallada de la línea de transmisión utilizando ondas viajeras con el propósito de implementar un esquema de re-cierre monopolar.* Los esquemas de re-cierre monopolar son altamente deseables en sistemas débiles donde una desconexión de las tres fases puede provocar

pérdida de sincronismo entre generadores. Gran parte de las fallas que ocurren en las líneas de transmisión son fallas monofásicas temporales, en estos casos existe la posibilidad de identificar la fase fallada en la línea de transmisión y desconectar solo esa fase, esto permite que las otras 2 fases continúen transfiriendo energía eléctrica, una vez que la falla ha desaparecido se re-cierra la fase previamente desconectada. El uso de ondas viajeras reduciría considerablemente el tiempo en que se detecta la fase fallada lo cual mejoraría considerablemente la continuidad en el suministro de energía eléctrica é incrementaría la estabilidad transitoria del sistema de potencia.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

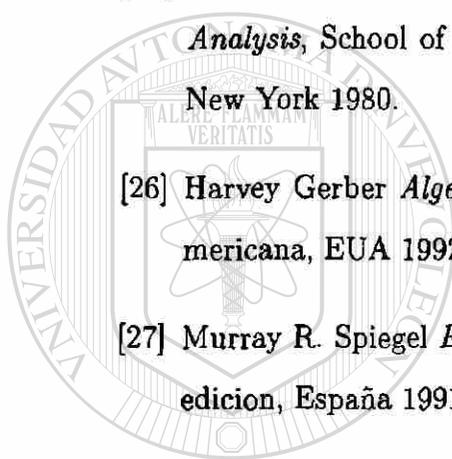
# Bibliografía

- [1] T. Takagi, J. Baba, K. Uemura and T. Sakaguchi *Fault protection based on travelling wave theory - part I: Theory*, 1977 Summer Power Meeting, Mexico City, July 17-22, paper N° A77750 – 3
- [2] H. W. Dommel and J. M. Michels *High speed relaying using travelling waves transient analysis*, 1978 Winter Power Meeting, New York, N.Y. January 29 - February 3, paper N° A78214 – 9
- [3] M. Vitins *A fundamental concepts for high speed relaying* IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS – 100, n°1, January 1981, pp 163 – 173
- [4] P. A. Crossly and P. G. McLaren *Distance protection based on travelling waves*, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol PAS–102, n°9, September 1983, pp. 272-279
- [5] Jie Lang, S. Elangovan *Pattern recognition technique for travelling wave protection*, Department of Electrical Engineering, National University of Singapore, 1998
- [6] Z. Q. Bo and Su Qianli *New approach of fault detection and fault phase selection based on initial current traveling waves*, Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing, 100084, China. 2002

- [7] A. T. Johns and S. K. Salman *Digital protection for power systems*, The Institution of Electrical Engineers, IEE Power series, London, United Kingdom, 1995
- [8] Ernesto Vázquez Martínez *Protección de onda viajera de líneas de transmisión*, Universidad Autónoma de Nuevo Leon, FIME, DIE.
- [9] IEEE Tutorial course *Microprocessor relays and protection systems*, IEEE Power Engineering Education Commite, IEEE Power System Relaying Committee, IEEE Power Engineering Society, 88EH0269-1-PWR, New York, NY, 1987
- [10] Lou van der Sluis *Transients in Power systems*, Delft University of Technology, The Netherlands, John Wiley and Sons, LTD 2001.
- [11] J.P. Bickford, N. Mullineux and J.R. Reed *Computation of power system transients*, IEE Monograph series, Published by: The Institution of electrical Engineers, London and New York 1976
- [12] Farnoosh Rahmatian and Nicholas A. F. Jaeger *138 kV and 345 kV wide-band SF<sub>6</sub> free optical voltage transducer*, Department of Electrical and Computer Engineering at the University of British Columbia, BC, Canada. IEEE January PES Winter Power Meeting 2002.
- [13] E. H. Eldin, P. G. McLaren *Travelling wave distance protection - problem areas and solutions*, University Engineering Department, Trumpington Street Cambridge, U.K. IEEE Power System Relaying Commite of the IEEE Power Engineering Society. New Orleans, Louisiana February 1987.
- [14] *PSCAD*® – EMTDC TOOL FOR POWER SYSTEM SIMULATION, Manitoba Hydro *The Manitoba HVDC Research Centre*, website [www.pscad.com](http://www.pscad.com), Canada.

- [15] Michel Misiti, Yves Misiti, Georges Oppenheim and Joes Michel-Poggi. *Wavelet Toolbox User's Guide*, The MathWorks Inc. Natick MA. 1996.
- [16] Gerald kaiser *A friendly guide to wavelets*, Department of mathematics, University of Massachusetts at Lowell. Lowell, MA 1994.
- [17] J. Liang, S. Elangovan, J. B. X. Devotta *Application of wavelet transform in travelling wave protection*, Departament of Electrical Engineering, National University of Singapore, February 2000.
- [18] T. Takagi, M. Yamaura *Development of a new type fault locator using the one-terminal voltage and current data* IEEE Power System relaying Comite of the IEEE PES winter meeting Toshiba Corporation November 1982.
- [19] A. R. Shirani, A. F. Fathi *A new approach for faul location problem on power lines* Electric Power Research Center Theran Iran, IEEE Power System relaying Comite of the IEEE PES May 1991.
- 
- [20] Stefan Van Aelst *Principal Component Analysis*, Ghent University, Faculty of Sciences, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Krijgslaan 281, S9 B-9000 Gent BELGIUM.
- [21] T. W. Anderson *An Introduction to multivariate Statistical Analysis*, Stanford University, John Wiley and sons. December 1957.
- [22] Gabriel Benmouy, Jeff Roberts *Superimposed Quantities: Their true nature and application in relays* Schweitzer Engineering Laboratories, Inc. Pullman, WA USA, SEL USA 1999.

- [23] E. H. Shehab-Eldin, P. G. McLaren *Travelling wave distance protection-problem areas and solution*, University Engineering Department, Trumpington Street, Cambridge, U.K. July 1988.
- [24] Christopher M. Bishop *Reconocimiento de patrones* Departamento de automatica, ingenieria electronica e informatica industrial. Oxford University Press, 1995
- [25] Christopher Chatfield and Alexander J. Collins *Introduction to Multivariate Analysis*, School of Mathematics, Bath University, Chapman and Hall, London-New York 1980.
- [26] Harvey Gerber *Algebra Lineal*, Simon Fraser University, Grupo editorial iberoamericana, EUA 1992.
- [27] Murray R. Spiegel *Estadística*, Hartford Graduate Center, Serie Sahum, Segunda edicion, España 1991.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Apéndice A

## Sistemas de prueba

En las próximas secciones se muestran la configuración de los sistemas de prueba y los parámetros de las líneas de transmisión usados a lo largo de la tesis.

### Sistema de prueba 1

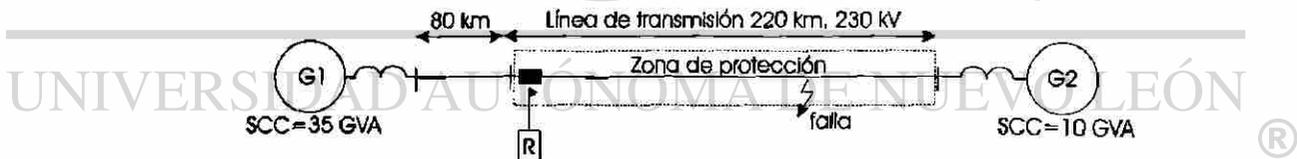


Figura A.1: Sistema de prueba 1

### Sistema de prueba 2

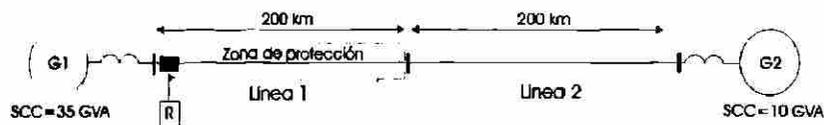


Figura A.2: Sistema de prueba 2

**Sistema de prueba 3**

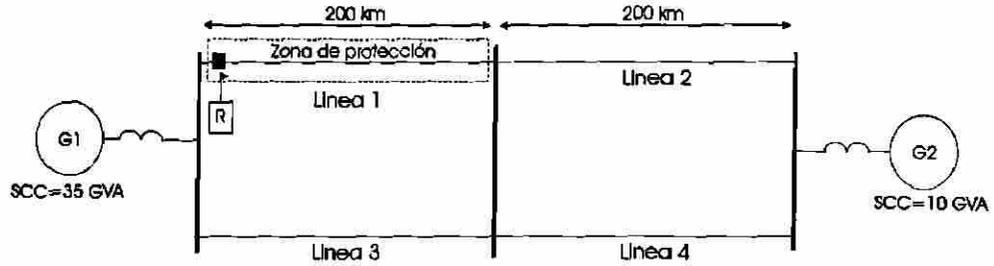


Figura A.3: Sistema de prueba 3

**Parámetros de líneas de transmisión**

**Configuración L1**



Figura A.4: Configuración y parámetros de línea 1 y línea 3

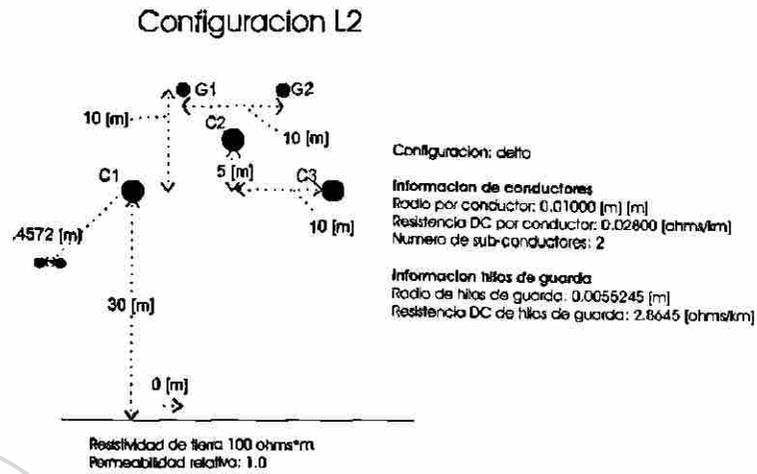
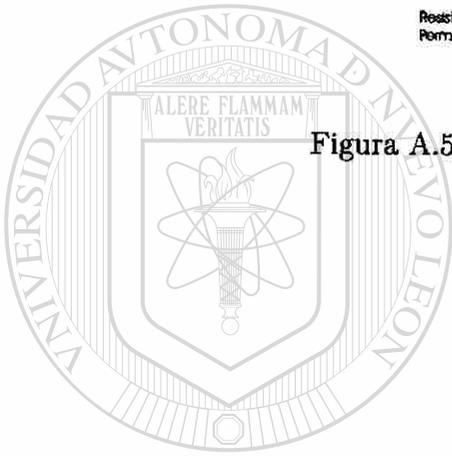


Figura A.5: Configuración y parámetros de línea 2 y línea 4



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Apéndice B

### Análisis de componente principal

#### B.1. Introducción

El análisis de componente principal (ACP) es una técnica estadística de análisis multivariable ampliamente usada para encontrar patrones en datos de alta dimensión [25]. Esto se logra analizando la estructura de la varianza-covarianza de los datos analizados y a través de combinaciones lineales de los datos originales permite expresar la información de tal forma que se acentúen las similitudes y diferencias en los datos bajo estudio. La ventaja fundamental de ACP es que una vez que se han encontrado los patrones en los datos se puede seleccionar la información más importante reduciendo el número de dimensiones de los datos, sin que exista mucha pérdida de información. Para entender como trabaja esta técnica es necesario tener en mente algunos conceptos matemáticos usados en ACP como media, desviación estándar, varianza, covarianza, matriz de covarianza, eigenvectores y eigenvalores [21].

### B.1.1. Conceptos matemáticos usados en ACP

En esta sección se mostraran algunos conceptos matemáticos necesarios para entender el proceso de ACP. Además se incluye una sección donde se explican brevemente las medidas estadística de distribución, lo cual permite saber como están dispersos los datos. También se presenta una breve sección en álgebra matricial y eigenvectores y eigenvalores, los cuales son muy importantes al realizar un ACP.

### B.1.2. Estadística

El propósito generalizado de la estadística esta basado en la idea de que se tiene un gran grupo de datos el cual se desea analizar con el fin de encontrar relación entre los puntos individuales que conforman el grupo. Para ello es necesario aplicar algunas mediciones a el grupo de datos así como interpretar de manera correcta los resultados de esas mediciones.

### B.1.3. Desviación Estándar

Para explicar la desviación estándar necesitamos un grupo de datos, los cuales en términos estadísticos consiste en una muestra que sea representativa de la población de la que fue tomada, con el fin de trabajar solamente con la muestra y evitar el uso de la población entera. Un muestra se puede representar de la siguiente forma:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] \quad (\text{B.1})$$

Existen algunas cosas que podemos calcular acerca del grupo de datos  $\mathbf{x}$ . Por ejemplo podemos calcular la media de la muestra, cuya formula es:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (\text{B.2})$$

Nótese que el símbolo  $\bar{x}$  indica la media del grupo  $x$ . Desafortunadamente la media solo encuentra el punto medio de los datos, pero no nos da mayor información de los datos en estudio. Por ejemplo, a continuación se presentan dos grupos de datos que tienen exactamente la misma media (10), pero son obviamente diferentes:

$$[0 \ 8 \ 12 \ 20] \ y \ [8 \ 9 \ 11 \ 12] \quad (B.3)$$

Como se puede observar los dos grupos tienen la misma media (10), de tal forma que es necesario aplicar una medida que nos de mayor información acerca de la dispersión de los datos, como lo es la desviación estándar. La desviación estándar ( $s$ ) de un grupo de datos es una medida de su dispersión o variación, la cual se define como:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (B.4)$$

La razón por la que se divide entre  $n - 1$  en lugar de  $n$ , es ampliamente tratada en [27] donde se explica el cambio de denominadores y la diferencia entre muestras y pobla-

ciones. **Ejemplo:** Aplicar la desviación estándar a los grupos presentados en B.3:

**Grupo 1:** [ 0 8 12 20]

$x$	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
0	-10	100
8	-2	4
12	2	4
20	10	100
total		208
Dividido por $(n - 1)$		69.33
Raíz cuadrada		8.3266

**Grupo 2: [ 8 9 11 12]**

x	(x - $\bar{x}$ )	(x - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup>
8	-2	4
9	-1	1
11	1	1
12	2	4
total		10
Dividido por (n - 1)		3.333
Raíz cuadrada		1.8257

Una vez que le aplicamos la desviación estándar a los grupos (1 y 2), como se esperaba el primer grupo tiene mayor desviación estándar, por el hecho de que sus datos están más dispersos de la media.

**B.1.4. Varianza**

La varianza es otra medida de dispersidad de los datos, la cual es muy parecida a la desviación estándar. La fórmula para obtenerla es:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)} \quad (\text{B.5})$$

Como se puede apreciar se trata de la desviación estándar elevada al cuadrado,  $s^2$  es el símbolo para la varianza de un grupo de datos. Las dos son medidas de dispersidad de los datos. Aunque la desviación estándar es más comúnmente usada, la varianza provee una sólida plataforma para explicar el concepto de covarianza, concepto básico utilizado en ACP.

### B.1.5. Covarianza

Las últimas dos medidas de dispersión que se presentaron son puramente unidimensionales. Pero muchos datos en la vida real tienen más que una dimensión, y el objetivo del análisis estadístico consiste en ver si existe alguna relación entre las dimensiones, por ejemplo podríamos estar interesados en conocer la relación que existe entre la altura de los alumnos y la calificación alcanzada en un examen. La desviación estándar y la varianza operan solamente en una dimensión, de tal forma que se hace necesario contar con una forma de medir el grado en que los valores de una dimensión varían con respecto a otras dimensiones. La covarianza nos puede proporcionar esa información ya que nos permite hacer la medición entre dos dimensiones. Si tenemos un grupo de datos de 3 dimensiones  $(x, y, z)$  entonces podemos medir la covarianza entre las dimensiones  $X$  y  $Y$ , dimensiones  $X$  y  $Z$  y por último las dimensiones  $Y$  y  $Z$ . La fórmula de la covarianza es muy similar a la de la varianza. La fórmula de la varianza puede ser escrita como:

$$var(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})}{(n - 1)} \quad (B.6)$$

Donde simplemente se expandió el término al cuadrado para formar dos partes. La fórmula de la covarianza es:

$$cov(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n - 1)} \quad (B.7)$$

Como se puede ver se trata de la misma fórmula excepto que en el segundo término en corchetes, las  $X$ 's se reemplazaron por  $Y$ 's. La información que genera el cálculo de la covarianza nos indica cómo están relacionadas los datos de las dimensiones, por ejemplo en la figura B.1 a) Si el valor de la covarianza es positivo las dos dimensiones crecen juntas, b) Un valor negativo indica que mientras una dimensión crece, la otra se decreta, c) En el caso de covarianza cero, indica que las dimensiones son independientes una de otra.

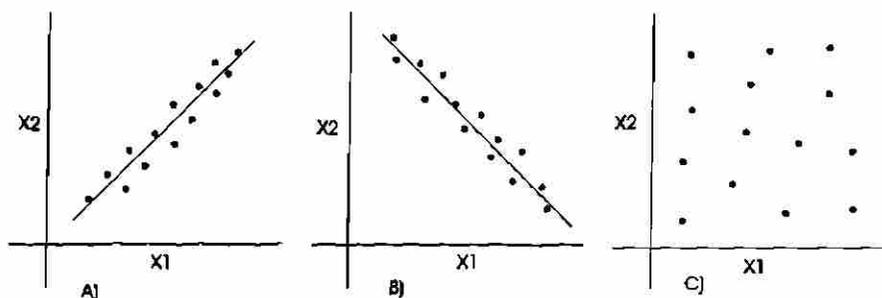


Figura B.1: Representación gráfica del significado del valor de la covarianza en  $\mathbb{R}^2$ , a) La covarianza positiva indica que las dos dimensiones crecen juntas, b) La covarianza negativa indica que mientras una dimensión crece y la otra se decrementa, c) covarianza cero indica que no hay relación entre las dimensiones

La covarianza es de gran utilidad cuando se quiere conocer relaciones existentes entre datos de alta dimensión donde una visualización gráfica no esta disponible.

### B.1.6. Matriz de covarianza

La varianza es una medida entre dos dimensiones, si tenemos un grupo de datos con más de dos dimensiones, entonces existe más de una medida de covarianza que puede ser calculada. Por ejemplo, para un grupo de datos de 3 dimensiones (dimensiones  $x, y, z$ ), se puede calcular  $cov(x, y)$ ,  $cov(x, z)$  y  $cov(y, z)$ . De hecho para un grupo  $n$ -dimensional es necesario calcular  $\frac{n(n+1)}{2}$  valores diferentes de covarianza.

Es de gran utilidad acomodar todas las covarianzas calculadas en una matriz, la cual por definición es de la siguiente forma:

$$C^{n \times n} = (c_{i,j}, c_{i,j} = cov(Dim_i, Dim_j)) \quad (B.8)$$

donde  $C^{n \times n}$  es una matriz con  $n$  filas y  $n$  columnas, y la  $Dim_i$  es la  $i$ -ésima dimensión. La fórmula indica que la matriz es cuadrada ( $n \times n$ ) y que cada término es el resultado de calcular la covarianza entre dos dimensiones. Por ejemplo para una matriz de covarianza de 3 dimensiones ( $x, y, z$ ), la matriz quedaría de la siguiente forma:

$$\mathbf{cov} = \begin{bmatrix} \text{cov}(x, x) & \text{cov}(x, y) & \text{cov}(x, z) \\ \text{cov}(y, x) & \text{cov}(y, y) & \text{cov}(y, z) \\ \text{cov}(z, x) & \text{cov}(z, y) & \text{cov}(z, z) \end{bmatrix}$$

Aquí el término de la fila 2, y columna 3, es el valor de la covarianza calculado entre la 2ª y 3ª dimensión. Nótese que la diagonal principal consiste de las varianzas de cada una de las dimensiones. Además debido a que  $\text{cov}(a, b) = \text{cov}(b, a)$ , la matriz es simétrica con respecto a la diagonal principal.

### B.1.7. Eigenvalores y Eigenvectores

Asumiendo que  $A$  es una matriz  $n \times n$  (matriz cuadrada), supóngase que un vector  $\mathbf{x}$  diferente de cero es tal que al ser multiplicado por  $A$ , el resultado es el mismo vector  $\mathbf{x}$ , escalado por  $\lambda$ . En forma matemática:

$$A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$$

donde  $\lambda$  es un escalar multiplicado por el vector  $\mathbf{x}$ .

Si la ecuación anterior es verdadera, entonces se dice que  $\mathbf{x}$  es un eigenvector de la matriz  $A$ , y  $\lambda$  es un eigenvalor de la matriz  $A$  [26].

Los eigenvectores y eigenvalores pueden solamente ser encontrados para matrices cuadradas.

## B.2. Análisis de componente principal

Con la finalidad de conocer la relación existente entre un grupo de variables puede ser de utilidad transformar las variables originales en un nuevo grupo de variables, no correlacionadas, llamadas componentes principales (CP). Esas nuevas variables son combinaciones lineales de las variables originales y están ordenadas en forma decreciente de importancia, de tal manera que la primera componente principal cuenta con la mayor dispersión en los datos originales. ACP fue propuesto originalmente por Karl Pearson y posteriormente fue desarrollado más detalladamente por Harold Hotelling en 1930 [20]. La transformación consiste en una rotación ortogonal en el espacio  $p$ . La técnica para encontrar esta transformación es llamada análisis de componente principal cuyos objetivos generales son:

### Reducción de datos:

Quando se tienen datos que originalmente tienen  $p$  variables, generalmente su varianza puede ser explicada en términos de un pequeño número ( $m$ ) de componentes principales, de tal forma que cuando mucha de la información total contenida en las variables originales se concentra en las primeras CP, entonces el grupo de datos que originalmente consistía de  $n$  observaciones y  $p$  variables puede ser reducido a uno conformado de  $n$  observaciones en  $m$  componentes principales.

### Interpretación:

Un análisis de componente principal puede mostrar relaciones que no se habían

considerado previamente, y permite interpretaciones que no se podrían hacer con resultados ordinarios.

### B.2.1. Construcción de la población en componentes principales

Supóngase  $X = [X_1 \dots X_p]$  es una variable aleatoria  $p$ -dimensional con media  $\mu$  y matriz de covarianza  $\Sigma$ . El problema consiste en encontrar un nuevo grupo de variables, a las que llamaremos  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  las cuales no estén correlacionadas y su varianza se decrementa de la primera a la última. Cada  $Y_j$  será una combinación lineal de las  $X$ 's así que:

$$\begin{aligned} Y_j &= a_{1j}X_1 + a_{2j}X_2 + \dots + a_{pj}X_p \\ &= a_j^T X \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

donde:  $a_j^T = a_{1j}, \dots, a_{pj}$  es un vector de constantes. La ecuación anterior contiene un factor de escala arbitrario. Para asegurar que la transformación sea ortogonal impondremos la condición  $a_j^T a_j = \sum_{k=1}^p a_{kj}^2 = 1$  lo que asegura que las distancias en el espacio  $p$  se conservan. La primera componente principal  $Y_1$ , se obtiene escogiendo  $a_1$  de tal forma que tenga la varianza más grande posible. Es decir, se escoge  $a_1$  de tal forma que se maximice la varianza de  $a_1^T x$  sujeta a la restricción  $a_1^T a_1 = 1$ . Esta propuesta fue sugerida originalmente por Harold Hotelling dando equivalentes resultados a los trabajos de Karl Pearson, el cual encontró la línea en el espacio  $p$  cuya suma de las distancias al cuadrado de los puntos a la línea es minimizada.

La segunda componente principal es encontrada escogiendo  $a_2$  para el cual  $Y_2$  tenga la mayor varianza posible para todas las combinaciones en la ecuación B.9 las cuales deben ser no correlacionadas con  $Y_1$ . Similarmente se obtiene  $Y_3, \dots, Y_p$  tales que no estén correlacionadas y tengan varianza decreciente.

Para encontrar la primera componente principal escogeremos  $a_1$  la cual maximice la varianza de  $Y_1$  sujeta a la restricción de normalización  $a_1^T a_1 = 1$ . La varianza de esta dada por:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y_1) &= \text{Var}(a_1^T X) \\ &= a_1^T \Sigma a_1 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Así que  $a_1^T \Sigma a_1$  será la función objetivo.

El procedimiento estándar para maximizar una función de varias variables sujeto a una o más restricciones es el método de los multiplicadores de Lagrange. En el caso de solo una restricción, este método usa el hecho de que los puntos estacionarios de una función diferenciable de  $p$  variables, sea  $f(x_1, \dots, x_p)$ , sujeta a la restricción  $g(x_1, \dots, x_p) = c$ , existe un número  $\lambda$  llamado multiplicador de Lagrange tal que:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} - \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, \dots, p \quad (\text{B.11})$$

en los puntos estacionarios.

Esas  $p$  ecuaciones junto con la restricción son suficientes para determinar los puntos estacionarios (y los correspondientes valores de  $\lambda$ ). De todas formas es necesario saber si un punto estacionario es un máximo o un mínimo, para esto es de gran ayuda formar

una nueva función,  $L(x)$  tal que:

$$L(x) = f(x) - \lambda[g(x) - c] \quad (\text{B.12})$$

donde el termino entre corchetes es cero. Entonces la ecuación B.12 puede escribirse simplemente como:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.13})$$

Aplicando este método a nuestro problema, podemos escribir:

$$L(a_1) = a_1^T \Sigma a_1 - \lambda(a_1^T a_1 - 1) \quad (\text{B.14})$$

A partir de la cual se obtiene:

$$\frac{\partial L}{\partial a_1} = 2\Sigma a_1 - 2\lambda a_1 \quad (\text{B.15})$$

Igualando a 0 nos queda:

$$(\Sigma - \lambda I)a_1 = 0 \quad (\text{B.16})$$

Si la ecuación B.16 tiene una solución para  $a_1$  diferente al vector nulo, entonces  $(\Sigma - \lambda I)$  debe ser una matriz singular. Así que debe ser escogido para que:

$$|\Sigma - \lambda I| = 0 \quad (\text{B.17})$$

Así que una solución para la ecuación B.16 diferente de cero existe si y solo si  $\lambda$  es un eigenvalor de  $\Sigma$ .  $\Sigma$  tiene  $p$  eigenvalores ya que  $\Sigma$  es una matriz definida positiva, los cuales podemos denotar por  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p \geq 0$ . Ahora escogeremos un eigenvalor para determinar el primer componente principal:

$$\begin{aligned} \text{Var}(a_1^T X) &= a_1^T \Sigma a_1 \\ &= a_1^T \lambda I a_1 \\ &= \lambda \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Como queremos maximizar la varianza escogeremos el  $\lambda$  que sea el más grande eigenvalor al cual se denominara  $\lambda_1$ . Entonces a partir de la ecuación B.16 la primera componente principal  $a_1$  será el eigenvector de  $\Sigma$  correspondiente al más grande eigenvalor. La segunda componente principal llamada  $Y_2 = a_2^T X$  es obtenida por extensión al razonamiento anterior teniendo en cuenta la restricción  $a_2^T a_2 = 1$ . y la condición de que  $Y_2$  no debe estar relacionada con  $Y_1$ . Para esta última tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(Y_2, Y_1) &= \text{Cov}(a_2^T X, a_1^T X) \\ &= E[a_2^T (X - \mu)(X - \mu)^T a_1] \\ &= a_2^T a_1 \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

el cual se requiere que sea cero. Ya que  $\Sigma a_1 = \lambda_1 a_1$  se puede usar la condición equivalente mas simple  $a_2^T \Sigma a_1 = 0$ . Lo que significa que  $a_1$  y  $a_2$  son ortogonales. Con la finalidad de maximizar la varianza  $Y_2$  de  $Y_2$  dada por  $a_2^T \Sigma a_2$ , sujeta a las dos restricciones, es necesario introducir dos multiplicadores de Lagrange, los cuales serán denotados por  $\lambda$  y  $\delta$ , y a partir de la ecuación:

$$L(a_2) = a_2^T \Sigma a_2 - \lambda(a_2^T a_2 - 1) - \delta a_2^T a_1 \quad (\text{B.20})$$

En los puntos estacionarios tenemos:

$$\frac{\partial L}{\partial a_2} = 2(\Sigma - \lambda I)a_2 - \delta a_1 = 0 \quad (\text{B.21})$$

Si pre-multiplicamos esta ecuación por  $a_1^T$ , obtenemos:

$$2a_1^T \Sigma a_2 - \delta = 0 \quad (\text{B.22})$$

esto debido a que  $a_1^T a_2 = 0$ . Pero de la ecuación B.19 es necesario que  $a_2^T \Sigma a_2$  sea cero así que  $\delta$  es cero en el punto estacionario. Por lo tanto la ecuación se convierte en:

$$(\Sigma - \lambda I)a_2 = 0 \quad (\text{B.23})$$

Con un poco de razonamiento, se puede ver que la elección de  $\lambda$  corresponde al segundo mas grande eigenvalor de  $\Sigma$ , y  $a_2$  será su correspondiente eigenvector. Continuando con este razonamiento la  $j$ -esima componente principal será el eigenvector asociado a el  $j$ -esimo mas grande eigenvalor. Una importante propiedad es que los eigenvalores pueden ser interpretados como las varianzas de sus respectivas componentes. La suma de las varianzas es dada por:

$$\sum_{i=1}^p \text{Var}(Y_i) = \sum_{i=1}^p \lambda_i = \text{trace}(\Lambda) \quad (\text{B.24})$$

Pero:

$$\begin{aligned} \text{trace}(\Lambda) &= \text{trace}(A^T \Sigma A) \\ &= \text{trace}(\sigma A A^T) \\ &= \text{trace}(\Sigma) \\ &= \sum_{i=1}^p \text{Var}(X_i) \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Lo que muestra que la suma de las varianzas de las variables originales y sus componentes principales es la misma. Por lo tanto es conveniente enunciar lo siguiente la  $i$ -esima componente principal cuenta con una proporción de  $\frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^p \lambda_j}$  de la variación total en los datos originales. Aunque debemos recordar que no estamos haciendo un análisis en el sentido estricto de la expresión. Cabe señalar que las primeras  $m$  componentes principales cuentan con una proporción de  $\frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j}{\sum_{j=1}^p \lambda_j}$  de la varianza total.

## B.2.2. Ejemplo de aplicación de análisis de componente principal

### Obtener algunos datos

Se aplicara ACP a un grupo sencillo de datos en dos dimensiones con la finalidad de poder mostrar figuras lo que permite visualizar lo que esta pasando en cada paso. Los datos usados se presentan a continuación en forma de gráfica y tabla:

x	y
2.5	2.4
0.5	0.7
2.2	2.9
1.9	2.2
3.1	3.0
2.3	2.7
2.0	1.6
1.0	1.1
1.5	1.6
1.1	0.9

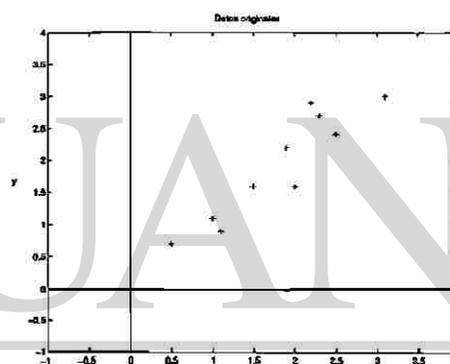


Figura B.2: Datos originales

### Extraer la media de los datos

Para que ACP funcione apropiadamente es necesario realizar una traslación al origen, para lo cual se debe sustraer la media de cada uno de los datos de la dimensión. Esto produce grupos de datos cuya media es cero. La figura B.3 muestra los datos del

ejemplo con traslación al origen, en forma tabular y gráfica.

$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$
0.69	0.49
-1.31	-1.21
0.39	0.99
0.09	0.29
1.29	1.09
0.49	0.79
0.19	-0.31
-0.81	-0.81
-0.31	-0.31
-0.71	-1.01

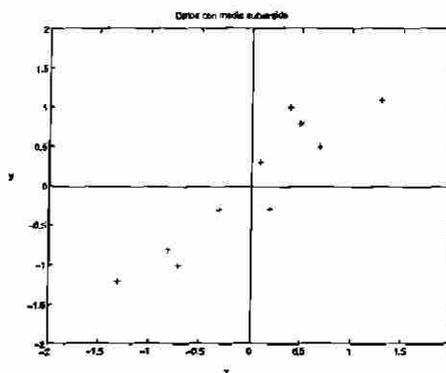


Figura B.3: Datos con la media sustraída

### Calcular la matriz de covarianza

Como los datos son de dos dimensiones, obtendremos una matriz de 2 x 2. La matriz calculada (ver sección A.1.6) queda de la forma:

$$\text{cov} = \begin{bmatrix} 0.6166 & 0.6154 \\ 0.6154 & 0.7166 \end{bmatrix}$$

### Calcular eigenvectores y eigenvalores de la matriz de covarianza

Es necesario calcular los eigenvectores y eigenvalores de la matriz de covarianza. Ellos contienen información importante para el ACP. Para la matriz de covarianza del ejemplo se obtiene:

$$\text{eigenvalores} = \begin{bmatrix} 1.2840 & 0 \\ 0 & 0.0491 \end{bmatrix}$$

$$\text{eigenvectores} = \begin{bmatrix} -0.6779 & -0.7352 \\ -0.7352 & 0.6779 \end{bmatrix}$$

Es importante notar que los eigenvectores son ortonormales, su significado se puede ver en la figura B.4, donde las líneas punteadas corresponden a los eigenvectores 1 y 2, los cuales son ortogonales y unitarios. Se puede observar que la línea correspondiente al eigenvector  $e_1$  caracteriza la mayor información del comportamiento de los datos, la línea  $e_2$  corresponde al segundo eigenvector el cual contiene menor información acerca del comportamiento de los datos. El resto del proceso de ACP consiste en transformar los datos para expresarlos en términos de esas nuevos ejes.

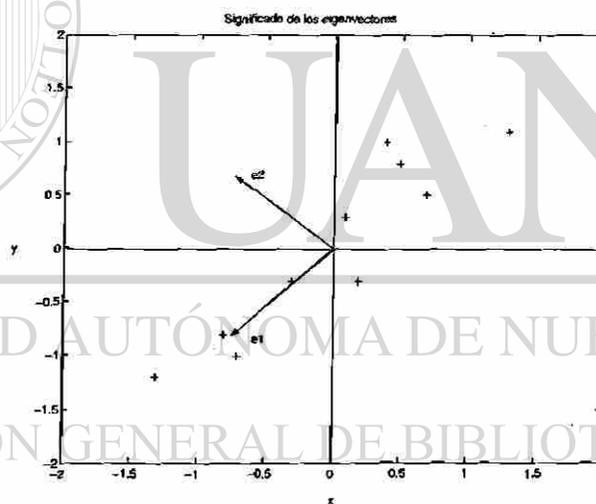


Figura B.4: Significado de los eigenvectores

### Elegir las componentes principales y formar el vector de transformación

Es necesario ordenar los eigenvalores y su eigenvector asociado del más grande al más pequeño. El eigenvector asociado al eigenvalor más grande corresponde a la primera componente principal, el eigenvector asociado al segundo eigenvalor más grande

corresponde a la segunda componente principal y así sucesivamente. Podemos ignorar las componentes menos significativas, lo que implica pérdida de información, pero si los eigenvalores correspondientes son pequeños, entonces las pérdidas son despreciables. Una vez que escogemos cuantas componentes principales vamos a usar, formamos una matriz de transformación  $T$  con los eigenvectores:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} eig_1 & eig_2 & \dots & eig_n \end{bmatrix}$$

### Obtener los nuevos datos

Finalmente se lleva a cabo la transformación de los datos, lo cual nos dará como resultado los datos originales en términos de los eigenvectores previamente escogidos los cuales serán los nuevos ejes, esto se muestra en la figura B.6. La figura B.5 muestra la varianza de las dos componentes principales.

$$\text{Datos finales} = \mathbf{T} \cdot \text{Datos ajustados} \quad (\text{B.26})$$

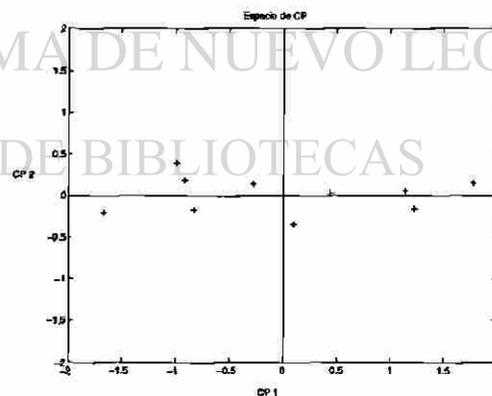
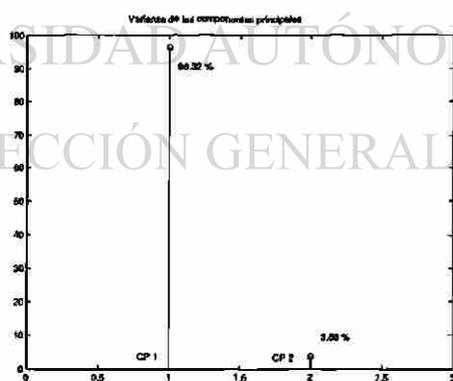
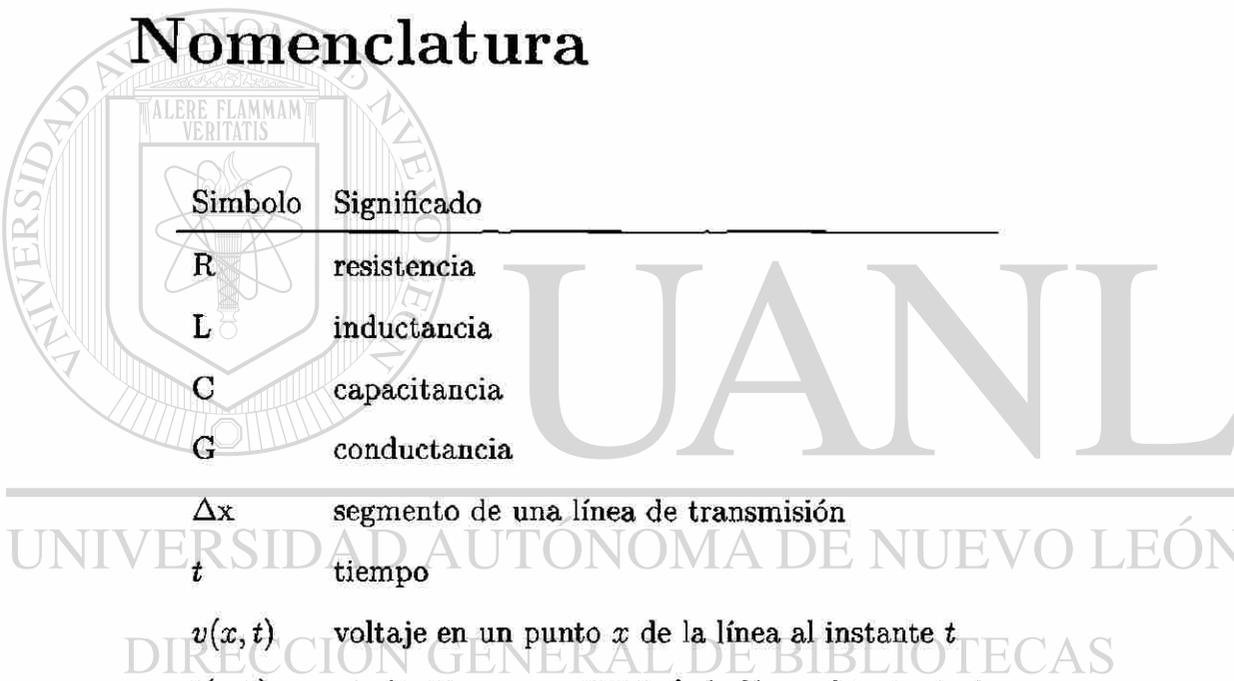


Figura B.5: Varianza de las 2 componentes principales

Figura B.6: Datos finales usando las 2 componentes principales

# Apéndice C

## Nomenclatura



Simbolo	Significado
R	resistencia
L	inductancia
C	capacitancia
G	conductancia

---

$\Delta x$  segmento de una línea de transmisión

$t$  tiempo

$v(x, t)$  voltaje en un punto  $x$  de la línea al instante  $t$

$i(x, t)$  corriente en un punto  $x$  de la línea al instante  $t$

**Z** matriz de impedancia

**Y** matriz de admitancia

**v** matriz columna de los voltajes de fase (a,b,c)

**i** matriz columna de las corrientes de fase (a,b,c)

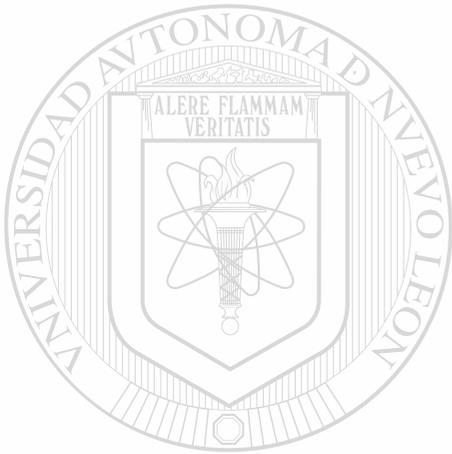
**P** matriz formada por el producto **ZY**

**P<sup>T</sup>** matriz formada por el producto **YZ**

**p** operador de Laplace

$u$	velocidad de una onda viajera
$\alpha$	constante de atenuación
$\beta$	constante de fase
$Z_0$	impedancia característica de la línea de transmisión
$F_1, F_2$	condiciones de frontera de la línea
$S, Q$	matrices de transformación modales
$v_m$	matriz columna de los voltajes modales (modos 0,1 y 2)
$i_m$	matriz columna de las corrientes modales (modos 0,1 y 2)
$v_0, v_1, v_2$	voltajes modales (modos 0,1 y 2)
$i_0, i_1, i_2$	corrientes modales (modos 0, 1 y 2)
$S1$	onda viajando de la falla al relevador
$S2$	onda viajando del relevador a la falla
$x_f$	distancia a la falla
$\Delta\tau$	tiempo de viaje de la onda
$\bar{S}1$	media de $S1$
$\bar{S}2$	media de $S2$
$\phi_{S1-\bar{S}1-S2-\bar{S}2}$	correlación entre $S1$ y $S2$
$d_M$	distancia de Manhattan
$K_R$	coeficiente de reflexión
$K_T$	coeficiente de transmisión
$t_n$	vectores $p$ -dimensionales
$S$	matriz de covarianza de los vectores $t_n$
$w_j$	$j$ ejes ortonormales (eigen-vectores de $S$ )
$\lambda_j$	$j$ eigen-valores de $S$
$W^T$	matriz de transformación al subespacio de las CP
$x_n$	representación reducida $q$ -dimensional de los vectores $t_n$

- $\epsilon$  umbral de operación
- $t_{op}$  tiempo de operación del algoritmo
- $t_{pov}$  tiempo en que el cortocircuito se propaga desde el punto de falla hasta la ubicación del relevador
- $t_{pp}$  tiempo de procesamiento de la información
- $t_a$  tiempo que utiliza el algoritmo para identificar la ubicación de la falla
- $CP_{12}$  matriz columna con las componentes principales 1 y 2



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

