

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES**



TESIS

**ECUACIONES DE AHUSAMIENTO PARA ESTIMAR EL VOLUMEN DE
DOS ESPECIES DE PINO EN NUEVO SAN JUAN PARANGARICUTIRO,
MICHOACÁN**

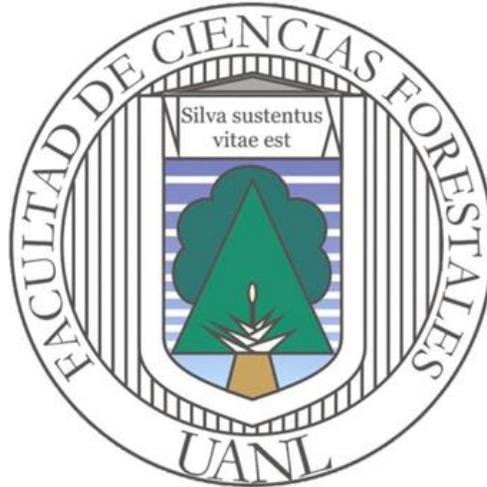
POR

GUADALUPE GERALDINE GARCÍA ESPINOZA

**PRESENTA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO
DE MAESTRÍA EN CIENCIAS FORESTALES**

DICIEMBRE, 2015

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
SUBDIRECCIÓN DE POSGRADO**



TESIS

**ECUACIONES DE AHUSAMIENTO PARA ESTIMAR EL VOLUMEN DE
DOS ESPECIES DE PINO EN NUEVO SAN JUAN PARANGARICUTIRO,
MICHOACÁN**

POR

GUADALUPE GERALDINE GARCÍA ESPINOZA

**PRESENTA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO
DE MAESTRÍA EN CIENCIAS FORESTALES**

DICIEMBRE, 2015

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
SUBDIRECCIÓN DE POSGRADO

ECUACIONES DE AHUSAMIENTO PARA ESTIMAR EL VOLUMEN DE DOS
ESPECIES DE PINO EN NUEVO SAN JUAN PARANGARICUTIRO
MICHOACÁN

TESIS DE MAESTRÍA

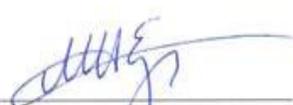
Para obtener el grado de
MAESTRÍA EN CIENCIAS FORESTALES

Por:
GUADALUPE GERALDINE GARCÍA ESPINOZA

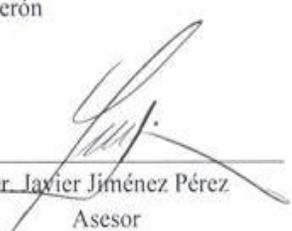
COMITÉ DE TESIS



Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón
Director



Dr. Marco Aurelio González Tagle
Asesor



Dr. Javier Jiménez Pérez
Asesor

Linares, Nuevo León, México

Diciembre, 2015

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por otorgarme el apoyo económico para la realización de mis estudios de maestría.

Al personal docente y administrativo de Facultad de Ciencias Forestales de Universidad Autónoma de Nuevo León por todas sus atenciones y por la oportunidad brindada para realizar mis estudios de maestría.

Agradezco al Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón por su dirección en mi trabajo de tesis, por sus consejos, asesorías, motivación, por la paciencia que tuvo conmigo y sobre todo por la amistad que siempre me brindó.

Al Dr. Marco Aurelio González Tagle por su disponibilidad, comentarios y asesorías brindadas para enriquecer el presente trabajo de tesis, así como todo el apoyo recibido durante mi estancia en Linares.

Al Dr. Javier Jiménez Pérez por sus comentarios y sugerencias que enriquecieron en gran medida en presente trabajo.

Al Dr. Benedicto Vargas Larreta por sus enseñanzas, amables comentarios y sugerencias para la realización del presente trabajo, pero sobre todo por la paciencia que tuvo conmigo.

Al Dr. Héctor Manuel de los Santos Posadas por permitirme asistir a sus cursos de maestría y por el tiempo dedicado a guiar mi trabajo de tesis.

Agradezco al Dr. Juan Gabriel Álvarez González por asesorarme y por todo el apoyo brindado durante mi estancia de investigación en la Universidad de Santiago de Compostela.

Al Dr. Eduardo J. Treviño Garza por todo el apoyo recibido durante mi estancia en la Facultad de Ciencias Forestales.

A la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán por permitirme realizar los estudios correspondientes para el presente trabajo.

A mis grandes amigos Luis Martínez Ángel y Jonathan Hernández Ramos por sus valiosos comentarios y sugerencias durante el proceso de análisis de datos del presente estudio.

DEDICATORIA

A mis padres: Con todo mi cariño y amor dedico el presente trabajo de tesis a mis padres J. Jesús García Magaña y Ma. Estela Espinoza Mallorquín por haber fomentado en mí el deseo de superación y anhelo de triunfo en la vida para que mis propósitos se vean realizados, gracias por impulsarme en los momentos más difíciles y por creer siempre en mí. Ha sido un privilegio ser su hija.

A mis hermanos: Alejandra, Jesús y Blanca Yuliana por sus consejos en todos los aspectos de mi vida y por el orgullo que sienten por mí, el cual ha sido un gran impulso.

A mis sobrinos: Alejandro, Magaly, Julia, Zarahí, Diego de Jesús y Jesús Santiago por brindarme sonrisas, por la alegría de verlos y compartir momentos maravillosos.

ÍNDICE

ÍNDICE DE CUADROS.....	iii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	iv
RESUMEN.....	v
ABSTRACT.....	vi
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. HIPÓTESIS.....	2
3. OBJETIVOS.....	2
3.1. Objetivo general.....	2
3.2. Objetivo particular.....	2
4. ANTECEDENTES.....	4
4.1. Mediciones dasométricas.....	4
4.1.1. Medición de diámetros.....	4
4.1.2. Medición de alturas.....	5
4.1.3. Medición de diámetros y alturas.....	6
4.1.4. Criterion RD1000® y LaserAce® 3D.....	6
4.1.5. Errores de medición.....	7
4.2. Cubicación sin apeo de árboles.....	8
4.3. Morfología del tronco.....	9
4.4. Funciones de volumen y ahusamiento.....	10
4.4.1. Funciones de volumen.....	10
4.4.2. Funciones de ahusamiento.....	11
4.5. Tablas con distribución de productos.....	14
5. MATERIAL Y MÉTODOS.....	16
5.1. Descripción del área de estudio.....	16
5.1.1. Geología y topografía.....	17
5.1.2. Suelo.....	17
5.1.3. Clima.....	17
5.1.4. Vegetación.....	18
5.2. Muestreo y medición de variables.....	18
5.2.1. Elección de la muestra.....	18
5.2.2. Tamaño de muestra.....	19
5.2.3. Cubicación de árboles muestra.....	20
5.3. Evaluación de la precisión del Criterion RD1000® y el LaserAce® en la medición de de árboles en pie.....	21
5.4. Muestra de ajuste.....	22
5.4.1. Detección de datos atípicos.....	22
5.4.2. Prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov.....	22
5.4.3. Ecuaciones segmentadas y compatibles de ahusamiento-volumen.....	22
5.4.3.1. Estrategia de ajuste.....	24
5.4.3.2. Estadísticos para medir el ajuste y comparar modelos.....	25
5.4.3.3. Corrección de autocorrelación y heterocedasticidad.....	26
5.4.3.4. Criterio de clasificación de Sakici <i>et al.</i> (2008).....	27

5.4.3.5. Comparación de ecuaciones de ahusamiento-volumen entre especies.....	27
5.4.3.6. Descripción del perfil fustal.....	29
5.4.3.7. Análisis de tipos dendrométricos.....	29
5.4.3.8. Construcción de tablas con distribución de productos.....	30
6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	31
6.1. Evaluación de la precisión del Criterion RD1000® y el LaserAce ®3D en la medición de árboles en pie.....	31
6.1.1. Descripción de los datos.....	31
6.1.2. Estimación del diámetro.....	31
6.1.3. Comparación del volumen calculado a partir de los diámetros medidos con el Criterion RD1000® y el LaserAce ®3D.....	33
6.2. Ajuste de ecuaciones de ahusamiento.....	34
6.2.1. Descripción de los datos.....	34
6.2.2. Prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov.....	35
6.2.3. Detección de datos atípicos.....	36
6.2.4. Ecuaciones segmentadas de ahusamiento.....	37
6.2.4.1. Corrección por autocorrelación y heterocedasticidad.....	42
6.2.5. Ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen.....	43
6.2.5.1. Corrección por autocorrelación y heterocedasticidad.....	47
6.2.5.2. Comparación de ecuaciones de ahusamiento-volumen entre especies.....	50
6.2.5.3. Descripción del perfil fustal.....	53
6.2.5.4. Análisis de los tipos dendrométricos a partir del modelo de Fang <i>et al</i> (2000).....	55
6.2.5.5. Tablas con distribución de productos.....	56
7. CONCLUSIONES.....	62
8. BIBLIOGRAFÍA.....	64

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Sistemas segmentados ajustados a las dos especies de estudio.....	23
Cuadro 2. Sistemas compatibles de ahusamiento volumen comercial para las dos especies de estudio.....	24
Cuadro 3. Estadísticos evaluados para la selección del modelo de mejor ajuste.....	25
Cuadro 4. Estadísticos descriptivos de la muestra.....	31
Cuadro 5. Valores medios del sesgo y el diámetro estimado con el Criterion RD1000® y LaserAce® 3D en 12 mediciones.....	32
Cuadro 6. Prueba de comparación de medias para los valores del diámetro en las distintas secciones del fuste.....	33
Cuadro 7. Valores medios del sesgo y precisión del volumen con el Criterion RD1000® y LaserAce® 3D para las dos especies de estudio.....	34
Cuadro 8. Valores de los estadísticos descriptivos de la base de datos utilizada para el ajuste de ecuaciones de ahusamiento.....	35
Cuadro 9. Resultados de la prueba de bondad de ajuste para las especies de estudio.....	36
Cuadro 10. Valores de los parámetros de las ecuaciones segmentadas ajustadas para <i>Pinus pseudostrobus</i>	38
Cuadro 11. Valores de los parámetros de las ecuaciones segmentadas ajustadas para <i>Pinus montezumae</i>	39
Cuadro 12. Valores de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen ajustados para <i>Pinus pseudostrobus</i>	44
Cuadro 13. Valores de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen ajustados para <i>Pinus montezumae</i>	45
Cuadro 14. Valores de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste del modelo completo de Fang <i>et al.</i> (2000) para ambas especies.....	51
Cuadro 15. Valores de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste del modelo reducido de Fang <i>et al.</i> (2000) para ambas especies.....	52
Cuadro 16. Valores para determinar diferencias entre el factor de forma en árboles de <i>Pinus pseudostrobus</i>	55
Cuadro 17. Valores para determinar diferencias entre el factor de forma en árboles de <i>Pinus montezumae</i>	56
Cuadro 18. Volumen comercial con distribución de productos (m ³) para rodales de <i>Pinus pseudostrobus</i>	59
Cuadro 19. Volumen comercial con distribución de productos (m ³) para rodales de <i>Pinus montezumae</i>	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 .Mapa de localización del municipio de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.....	16
Figura 2. Representación gráfica de la medición de variables de los árboles muestras para las diferentes secciones.....	20
Figura 3. Diámetro relativo (d/D) contra altura relativa (h/H) de las especies de estudio.....	36
Figura 4. Comportamiento del volumen acumulado con respecto a la altura sobre el fuste.....	37
Figura 5. Gráfica de residuales del ahusamiento del sistema de Fang <i>et al.</i> (2000) sin corregir heterocedasticidad.....	43
Figura 6. Gráfica de residuales del ahusamiento del sistema de Fang <i>et al.</i> (2000) corregido por heterocedasticidad.....	43
Figura 7. Gráfica de residuales del ahusamiento del sistema compatible de Fang <i>et al.</i> (2000) sin corrección de heterocedasticidad en <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	48
Figura 8. Gráfica de residuales del ahusamiento del sistema compatible de Fang <i>et al.</i> (2000) corregido por heterocedasticidad en <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>Pinus montezumae</i>	49
Figura 9. Comportamiento gráfico del ahusamiento observado contra el predicho del sistema compatible modelo de Fang <i>et al.</i> (2000).....	50
Figura 10. Comportamiento gráfico del volumen comercial observado contra el predicho del sistema compatible de Fang <i>et al.</i> (2000).....	50
Figura 11. Perfil del fuste de un árbol de 50 cm de diámetro normal para <i>Pinus pseudostrobus</i> descrito con el sistema compatible de Fang <i>et al.</i> (2000).....	54
Figura 12. Perfil del fuste de un árbol de 39.5 cm de diámetro normal para <i>Pinus montezumae</i> descrito con el sistema compatible de Fang <i>et al.</i> (2000).....	54
Figura 13. Volumen comercial (m^3) por clase diamétrica para <i>Pinus pseudostrobus</i>	60
Figura 14. Volumen comercial (m^3) por clase diamétrica para <i>Pinus montezumae</i>	60

RESUMEN

Las ecuaciones de ahusamiento permiten predecir el perfil fustal, diámetros y alturas para estimar el volumen a cualquier sección del árbol, y clasificar los productos de acuerdo con su dimensión, esto es útil para toma de decisiones en el manejo forestal. En la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, existen bosques de pino cuyo principal destino es la industria del aserrío; sin embargo, carece de herramientas de cubicación precisa para evitar la realización de un gasto significativo en apeo. Por lo anterior el objetivo del presente estudio fue ajustar ecuaciones de ahusamiento con información procedente de métodos no destructivos para el cálculo de volúmenes con distribución de productos de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en la región. Se emplearon un total de 30 árboles por especie para evaluar el sesgo del Criterion RD1000® y LaserAce® 3D en la medición de árboles en pie. Se midieron con la forcípula las secciones de 0.30, 0.6, 1.30, 2.30 y a partir de este punto cada 2 m hasta donde fue posible escalar. De manera análoga se procedió a medir la muestra de 165 árboles para el ajuste de ecuaciones de ahusamiento con el Criterion RD1000® debido a que el sesgo fue menor a 1%. Se ajustaron cuatro ecuaciones segmentadas y tres compatibles de ahusamiento-volumen con la técnica de regresión aparentemente no relacionada (SUR), los problemas de autocorrelación y heterocedasticidad fueron corregidos. Las ecuaciones seleccionadas por presentar menores valores en estadísticos del cuadrado medio del error (CME), raíz del CME (RCME), coeficiente de variación (CV), sesgo (E), el criterio de información de Akaike (AIC) , y el mayor coeficiente de determinación ajustado ($R^2_{ajustada}$) corresponden a las propuestas por Fang *et al.* (2000) para los sistemas segmentados y compatibles de ahusamiento-volumen. Las ecuaciones de ahusamiento propuestas de Fang *et al.* (2000) ajustadas con información procedente de métodos no destructivos son confiables para describir con bastante precisión el perfil fustal y para estimar el volumen con distribución de productos de dos especies de pino en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

Palabras clave: manejo forestal, métodos no destructivos, distribución de productos, perfil fustal, Fang *et al.*

ABSTRACT

Taper equations predict the description of the stem taper, diameter and height to estimate the volume to any section of the tree, and classify products according to their size, which is useful for decision-making in forest management. In the Indigenous Community of Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán there are pine forests whose main destination is the sawmill industry, however, lacks accurate dimensioning tools to avoid the significant expense in felling. Therefore the objective of this study was to adjust taper equations with information from nondestructive methods for calculating volumes product distribution for *Pinus pseudostrobus* and *Pinus montezumae* in the region. A total of 30 trees per species were employed to evaluate the bias dendrometer Criterion RD1000® and hipsometer LaserAce® 3D measurement of standing trees. A total of 30 trees per species were used to evaluate the bias of Criterion RD1000® and LaserAce® 3D in the measurement of standing trees. Sections 0.30, 0.6, 1.30, 2.30 were measured with the caliper and from this point every two m up where was possible climb. Similarly we proceeded to measure the 165 sample trees for adjusting the taper equations Criterion RD1000® because the bias was under 1%. Four segmented taper equations and three compatible taper/volume equations were adjusted with the technique of apparently unrelated regression (SUR), the autocorrelation and heteroscedasticity problems were corrected. The selected equations they presented lower values in the statistical mean square error (MSE), the root of MSE (RMSE), the variation coefficient (CV 5), bias (E), the Akaike Information Criterion (AIC) and the highest coefficient of determination adjusted (R^2_{adjusted}) correspond to those proposed by Fang *et al.* (2000) for segmented systems and compatible taper/volumen systems. Taper equations proposed by Fang *et al.* (2000) adjusted by information from non-destructive methods are reliable to describe quite accurately the stem taper and to estimate the volume distribution of products of two pine species in Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

Keywords: forest management, non-destructive methods, product distribution, the stem taper, Fang *et al.*

1. INTRODUCCIÓN

La estimación de las existencias maderables que puede proporcionar una masa forestal es una de las tareas más importantes para el gestor. Pero resulta necesario conocer, además del volumen total de madera, procedente de bosques naturales o plantaciones forestales, qué parte de dicho volumen puede dirigirse a los diferentes destinos comerciales (Diéguez *et al.*, 2009).

En la actualidad existe un profundo interés por los métodos no destructivos en el ámbito forestal, tanto para la evaluación de las propiedades de los productos como para su cuantificación (Rodríguez y Fernández, 2009). Se han generado metodologías con el propósito de estimar el volumen total y comercial para los distintos productos que se ofrecen en el mercado de madera aserrada y la simulación con modelos matemáticos es un instrumento útil para la toma de decisiones en el manejo forestal sustentable (Tapia y Návar, 2011).

Uno de los métodos de estudio son las funciones de ahusamiento que se basan en el supuesto de que la forma del árbol varía continuamente a lo largo del fuste y es decreciente a medida que la distancia del tocón a la punta comercial se aproxima a la altura total (Lee *et al.*, 2003). Las funciones de ahusamiento permiten al usuario estimar el diámetro en cualquier punto del fuste, altura del fuste en que se encuentra un diámetro límite especificado y volumen entre dos puntos cualesquiera del fuste, o un volumen hasta cualquier índice de utilización (Prodan *et al.*, 1997). Los productos forestales como los tutores, polines, aserrío, chapa y triplay pueden ser determinados objetivamente con estas tecnologías matemáticas.

En la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, existen bosques de pino cuyo principal destino es la industria para la obtención de productos de alto valor comercial. *Pinus pseudostrobus* Lindl. y *Pinus montezumae* Lamb son las

especies de mayor importancia en la industria forestal de esta región; sin embargo, se carece de herramientas de cubicación precisa para evitar la realización de un gasto significativo en apeo. Por lo anterior, se considera importante realizar estudios para la estimación del volumen con distribución de productos a través de ecuaciones de ahusamiento con información procedente de métodos indirectos que proporcionen información confiable para desarrollar planes de manejo sustentables de los bosques.

2. HIPÓTESIS

Las ecuaciones de ahusamiento generadas con información procedente de métodos no destructivos describen con alto grado de confiabilidad el perfil fustal y el volumen con distribución de productos en especies de pino de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo general

Ajustar ecuaciones de ahusamiento con información procedente de métodos no destructivos para describir el perfil fustal y calcular volúmenes con distribución de productos de dos especies de pino en bosques de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán

3.2. Objetivos particulares

1. Evaluar la precisión del dendrómetro Criterion RD1000® vs el hipsómetro LaserAce® 3D para la medición de árboles en pie.
2. Comparar estadísticamente la bondad de ajuste de sistemas segmentados y compatibles de ahusamiento-volumen.

3. Ejemplificar la aplicación del mejor sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial en la elaboración de tablas de volumen con distribución de productos para dos especies de pino.

4. ANTECEDENTES

4.1. Mediciones dasométricas

Los silvicultores buscan constantemente el modo de recopilar información de la manera más eficiente posible. Los datos son elementos imprescindibles en la toma de decisiones que requiere la gestión de los bosques (Rodríguez *et al.*, 2009), por lo tanto la medición es un requerimiento básico para la extensión del conocimiento (Hush *et al.*, 1982).

La selección de los parámetros o variables a medir no es una cuestión trivial, y realizarla correctamente supone un importante ahorro de tiempo y dinero, además, la metodología de cada medida debe ser apropiada a los fines que se persiguen, por ello es importante relacionar las mediciones con lo que realmente se pretende conocer y adecuarlas a los recursos disponibles (Diéguez *et al.*, 2003). La medición del diámetro y la altura son de las partes más importantes en el análisis forestal (Clark *et al.*, 2000).

4.1.1. Medición de diámetros

Dentro de los aparatos de medición directa de diámetros se encuentran las cintas métricas y forcípulas. La diferencia entre ambas radica en que las primeras miden la circunferencia del árbol y permiten estimar el diámetro por la relación que existe entre ambas variables, mientras que las segundas miden directamente el diámetro (Diéguez *et al.*, 2003).

Hay instrumentos que no requieren el contacto con la sección a medir, en general, no están diseñados para medir exclusivamente diámetros, sino que permiten realizar mediciones de distancias, alturas e incluso variables dasométricas como áreas bisimétricas, alturas dominantes ,etcétera, por lo que se denominan dendrómetros de uso

múltiple. A continuación se mencionan los aparatos más empleados para la medición indirecta de diámetros:

1. Pentaprisma de Wheeler: Permite medir diámetros de secciones a distintas alturas desde cualquier distancia, siempre que sea visible la sección a medir.
2. Relascopio de Bitterlich: Dendrómetro de uso múltiple que permite medir, entre otras variables, distancias, alturas, diámetros y varios parámetros de la masa.
3. Tele-relascopio de Bitterlich: Basado en los mismos principios del relascopio, pero con importantes mejoras, entre las que destaca un sistema óptico de ocho aumentos que permite reducir sustancialmente los errores en las mediciones.
4. Dendrómetro láser: Son aparatos que emplean un haz de luz para calcular distancias al árbol y que, mediante el empleo de una mira especial, permiten medir diámetros y alturas (Diéguez *et al.*, 2003).

4.1.2. Medición de alturas

Las mediciones directas se consideran como métodos más exactos si se utilizan aparatos de alta precisión y con una metodología correcta. Se emplean escaleras de aluminio de 2 o 3 metros de longitud, se fijan al tronco mediante correas llamadas *escaladas del árbol*, se puede medir la altura total del árbol y del fuste, así como diámetros a diferentes alturas. Otro método que se utiliza para la medición de alturas es la *bicicleta forestal*, consiste en pedales de garfios en manos y pies. Se emplean además barras o varas de distintos materiales como madera, metal, hierro y acero, que contienen una punta que sirve para sujetarse al terreno y suelen llevar bandas de diferentes colores para indicar subdivisiones en la longitud que generalmente son de 10 cm cada una (Luna y Álvarez, 2014; Diéguez *et al.*, 2003).

En lo que concierne a la medición de la longitud de árboles apeados o de trozas de árboles, se efectúa normalmente con la ayuda de cintas metálicas o reforzadas con

soporte metálico, con el fin de evitar los inconvenientes de una mala reproductibilidad de las mediciones (Rondeux, 2010).

En el caso de la medición indirecta de árboles en pie se utilizan aparatos llamados hipsómetros que se basan en principios tanto geométricos, apoyándose en las relaciones existentes entre triángulos semejantes, como trigonométricos, que se basan en medidas de ángulos. Algunos aparatos de los más empleados son: cruz del hachero, reglas hipsométricas de Christen, Deelder, Jal, Lada y Workampff-Laue, Hipsómetros Haga, Sunnto, Blume-Leiss y Relascopio de Bitterlich (Diéguez *et al.*, 2003).

Los hipsómetros de tecnología láser son aparatos son muy completos, aparecieron en los años 90. Incluyen un láser de diodo, así como un sensor electrónico de inclinación vertical y una brújula. Las mediciones que pueden efectuarse son: alturas de árboles en pie, coordenadas geográficas de objetos visuales, pendientes, azimuts, áreas bisimétricas entre otros. La determinación de altura, se opera según el principio trigonométrico utilizando el láser a modo de telémetro y el medidor de ángulos verticales integrado a manera de clinómetro (Rondeux, 2010).

4.1.3. Medición de diámetros y alturas

Algunos de los aparatos digitales más empleados que permiten la medición de diámetros y alturas son: Hipsómetros Vértex, HLP I y Forest Pro, los Dendrómetros Lem 300-Geo, Criterion 400 (Diéguez *et al.*, 2003).

4.1.4. Criterion RD100[®] y LaserAce[®] 3D

El Criterion RD1000[®] es un dendrómetro de tecnología láser que se utiliza para medir diámetros de los árboles así como las alturas a las se presentan diámetros específicos,

además determina el porcentaje de pendiente y calcula el Factor de Área Basal (FAB). Los valores de las mediciones se muestran sobre el lente óptico. Además, presenta un puerto de salida para la transferencia de información aún colector de datos externos.

Las mediciones que se pueden obtener son las siguientes:

- Cálculo de pendiente porcentual: El sensor de inclinación del Criterion RD 1000[®] permite ver valores de inclinación. Los valores se muestran en la mira LED y aparece como unidades enteras de porcentaje de pendiente.
- BAF: Se especifica un valor de factor de área basal y visualmente estima si los árboles caen “dentro” o “fuera” de una parcela.
- In/Out: Se utilizan los factores de radio de parcela almacenados para determinar el estatus de árbol “limite”.
- Diámetro/Altura: Realiza una medición de la altura y del diámetro en cualquier punto (o múltiples puntos) a lo largo del tronco.

El LaserAce[®] 3D fue diseñado para medir la altura, diámetros a cualquier altura, distancias horizontales, volumen del fuste si es conocido el coeficiente mórfico de la especie a medir. Las mediciones se muestran en un panel LCD y puede ser configurado para conectarse a registradores de datos. El alcance de avistamiento de las observaciones permite al operador objetivos de hasta 150 m de distancia con 5 cm de precisión.

4.1.5. Errores de medición

Las fuentes de error en la medición de diámetros y alturas de los árboles son: la persona que maneja los aparatos, problemas con el instrumento y las dificultades de observación (Pérez, 1989).

Couto *et al.* (1989) señalan que los errores en la medición del diámetro son más importantes que los que se cometen en la medición de la altura, errores de 1 cm en la estimación del diámetro equivale a un máximo de 19% en el cálculo del volumen, mientras que un error de 1 m en mediciones de altura, corresponde al 14 % de ese volumen.

4.2. Cubicación sin apeo de árboles

El conocer las existencias de madera de un monte o señalamiento de corta de manera precisa y controlada en los errores de medición es fundamental para la correcta gestión de las masas forestales. Sin embargo, son pocas las administraciones que tienen normalizado el uso de herramientas de cubicación y homogeneizado el sistema de estimación de volúmenes de árboles, lo que conlleva a la realización de un gasto significativo en apeo (Rodríguez *et al.*, 2009).

Diversos estudios han estimado la precisión de dendrómetros ópticos en la medición de diámetros y alturas, Williams *et al.* (1994) y Garret *et al.* (1997) encontraron que el relascopio presenta sesgo en la medición de diámetros en altura, mientras que Williams *et al.* (1994) concluyeron que los hipsómetros láser son los que presentan mejores estimaciones en altura de los árboles. Clark *et al.* (2000) evaluaron la precisión en la medición del diámetro, encontraron que se obtienen mejores resultados con un dendrómetro óptico (pentaprisma) que con una cámara fotográfica, respecto a los volúmenes no se detectaron diferencias significativas con ambos métodos.

Se han empleado tablas de cubicación con clasificación de productos, normalmente elaboradas a partir de modelos de perfil del árbol, para lo cual hay que apeo una gran cantidad de árboles (Rodríguez *et al.*, 2009), pero existen pocos estudios con metodologías basadas en métodos no destructivos para calcular volúmenes de árboles en pie. En los bosques de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro,

Michoacán, existe poca información sobre el uso de herramientas digitales en la cuantificación precisa de los recursos forestales.

4.3.Morfología del tronco

El conocimiento de la forma externa del tronco de un árbol es muy importante porque permite estimar su volumen, total o clasificado según los destinos industriales, además de ayudar a comprender las condiciones de competencia en las que se desarrolla (Diéguez *et al.*, 2003).

Todos los árboles tienen una forma de fuste típica, varía entre especies, edad, tamaño de los árboles, también depende de las condiciones del sitio y de la densidad del rodal (Cancino, 2006). La descripción detallada del fuste permite además analizar el efecto de distintas operaciones silvícolas (raleos, podas, fertilización, etc.) (Barreto *et al.*, 2012), la influencia de todos estos factores posibilitará modificar la forma del árbol mediante la gestión forestal de acuerdo a los objetivos propuestos (Sterba, 1980).

A lo largo de la historia, y gracias a los avances producidos en ciencias como las matemáticas, se han desarrollado metodologías que tratan de describir la forma del tronco de los árboles y su volumen. De entre ellas, tres son las más importantes:

1. El método de los tipos dendrométricos, que consiste en asimilar el tronco de un árbol a figuras geométricas sencillas cuya forma es conocida. Naturalmente los troncos o fustes nunca tienen la forma de un cuerpo geométrico perfecto, pero a pesar de ello, en muchos casos se utilizan para investigar el volumen de los troncos. Tratándose de coníferas, la forma del fuste varía generalmente entre la de un paraboloides de revolución y la de un cono. Los tipos dendrométricos clásicos que se emplean son el cilindro, paraboloides apolónico, el cono y el neiloide (Romahn *et al.*, 1994; Diéguez *et al.*, 2003).

2. Los coeficientes mórficos y cocientes de forma, que comparan el volumen del tronco de un árbol con el de un cilindro y analizan la pauta de decrecimiento del diámetro del árbol a medida que asciende en altura.
3. Las funciones de perfil, que son ecuaciones matemáticas que relacionan el diámetro del árbol con la altura y definen con gran exactitud su forma (Diéguez *et al.*, 2003).

4.4. Funciones de volumen y ahusamiento

4.4.1. Funciones de volumen

Uno de los elementos más importantes en la evaluación de recursos forestales es la determinación del volumen existente dentro de un rodal. Debido a la dificultad que existe en su medición directa, se estima en forma indirecta al utilizar expresiones matemáticas donde las más comunes son las funciones de volumen y ahusamiento, estas metodologías tienen el propósito de estimar el volumen total y comercial para los distintos productos que se ofrecen en el mercado (Pérez, 2004).

Las tablas de volumen dentro del ámbito forestal son empleadas para llevar a cabo planes de manejo, ya que estos se plantean como la fase final de una serie de consideraciones donde se requieren resultados a futuro, el forestal para satisfacer la demanda de la producción con base en volúmenes exactos, se auxilia de los modelos matemáticos para predecir el crecimiento y comportamiento de un rodal (Muñoz *et al.*, 2005).

Quiñonez (2002), menciona que de no actualizarse las tablas de volúmenes ya existentes para determinadas regiones, hay una sobreestimación de las existencias reales de madera por hectárea y, por lo tanto, un cálculo erróneo de la posibilidad de producción anual.

Las funciones de volumen se clasifican en:

- a) Funciones de volumen local o tarifas que relacionan el volumen del árbol con sólo una variable dependiente, generalmente el diámetro normal o de referencia (d) o transformaciones y potencias de esta misma variable. Las funciones son de aplicación limitada en el área.
- b) Las funciones de volumen general son modelos que estiman el volumen con dos o más dimensiones del árbol, por lo general el diámetro y la altura total comercial y en algunos casos una expresión de forma. Generalmente son de aplicación más amplia que las locales, ya que la relación diámetro–altura está implícita en el modelo, lo que facilita su uso para clases de edad y sitio diferentes.
- c) Funciones de volumen hasta diferentes diámetros límites: son modelos que consisten en la estimación de forma consistente del volumen comercial hasta cualquier diámetro límite sobre el fuste y estimar la proporción de volumen hasta un índice de utilización especificado (Prodan *et al.*, 1997).

4.4.2. Funciones de ahusamiento

La cubicación de árboles en pie es mucho más delicada de realizar que la de los árboles apeados, pues supone el conocimiento previo, o la estimación de ciertas características dendrométricas. En lugar de proceder a estimaciones directas del volumen, se puede recurrir a medios indirectos utilizando las relaciones que existan entre el volumen de un árbol, y una u otra característica de dicho árbol que estén ligadas al volumen (Rondeux, 2010).

Las funciones de ahusamiento son métodos que describen la tasa de disminución del diámetro en cualquier parte del fuste a medida que se llega a la altura total del árbol (Prodan *et al.*, 1997; Torres y Magaña, 2001).

Las funciones de ahusamiento del tronco inicialmente fueron introducidas por Höjer en 1903 como un intento de describir el perfil del tronco de los árboles y desde entonces éste ha sido un tema de gran interés para los forestales (Kozak, 1988, 2004; Newnham, 1992; Riemer *et al.*, 1995; Bi, 2000; Fang *et al.*, 2000). La mayor dificultad de las funciones de ahusamiento en la estimación, se presenta en la base y punta del árbol (Cancino, 2006). Los modelos fustales permiten al usuario estimar tres características básicas de los árboles (Prodan *et al.*, 1997) que se mencionan a continuación:

- 1.- Diámetro en cualquier punto del fuste
- 2.- Altura del fuste en que se encuentra un diámetro limite especificado
- 3.- Volumen entre dos puntos cualesquiera del fuste, o volumen hasta cualquier índice de utilización

La literatura menciona diferentes tipos de funciones de ahusamiento. Las más comunes corresponden a:

a) Modelos generales del árbol completo

La forma más común para describir los cambios diamétricos que presentan desde la base hasta el fin del fuste contempla el empleo de una única función. Como ejemplos de esta forma de ajuste pueden nombrarse los modelos propuestos por Matte (1949), Osumi (1959), Kozak *et al.* (1969).

b) Modelos segmentados

Para intentar mejorar la caracterización del perfil del tronco de los árboles por las funciones de perfil simples, especialmente en la región basal donde se acumula gran parte del volumen del árbol se desarrollaron los modelos segmentados (Cao *et al.*, 1980).

Husch *et al.* (1982) proponen que en el fuste pueden diferenciarse varias formas, dependiendo de la ubicación de la sección en el árbol: un neiloide en la base, un paraboloides en la sección central y un cono en la parte superior.

Los modelos polinomiales segmentados descritos por Fuller (1969) consisten en una secuencia de submodelos. En el caso de una variable independiente, se divide su dominio y se define un submodelo para cada sección de la partición. Estos submodelos son luego unidos, con la condición de que las funciones se conecten correctamente en los puntos de unión para formar un modelo polinomial segmentado. La ventaja de los modelos segmentados es la predicción de los diámetros en las diferentes porciones del fuste con valor de sesgo menores a los encontrados al trabajar con funciones no segmentadas (Prodan *et al.*, 1997).

c) Modelos compatibles de ahusamiento-volumen

La compatibilidad de las funciones de volumen y ahusamiento fueron desarrolladas por Demarschalk (1972). Se necesita un sistema que use los componentes de ahusamiento y volumen comercial variable para lograr una verdadera integración que describa de forma simultánea tanto el perfil completo del árbol como el volumen (Pompa *et al.*, 2009).

Prodan *et al.* (1997) señalan que la compatibilidad se refiere a que los modelos al ser integrados, entregan el mismo volumen que una ecuación de volumen previamente ajustada a los datos. Este concepto es útil cuando existen funciones de volumen que seguirán en uso junto al modelo de ahusamiento por un periodo de tiempo considerable, situación en que será deseable no tener discrepancias entre ambos elementos de estimación (Diéguez *et al.*, 2009).

Con el ajuste simultáneo se elimina la discrepancia entre las funciones de volumen total y comercial ajustados de manera separada y hace posible una distribución de productos

de manera porcentual con respecto al volumen de manera más precisa (Cruz *et al.*, 2008). Ejemplos de este enfoque son los sistemas de Goulding y Murray (1976), Fang y Bailey (1999) y Fang *et al.* (2000).

El avance del conocimiento de la forma real del tronco de los árboles, así como el desarrollo de potentes herramientas informáticas y programas estadísticos, ha permitido que las ecuaciones matemáticas que se emplean como funciones de perfil sean cada vez más complejas, quedando obsoletas las rígidas ecuaciones que definen el perfil de los tipos dendrométricos (Diéguez *et al.*, 2003).

4.5. Tablas con distribución de productos

Es necesario el desarrollo de herramientas de gestión basadas en modelos que relacionen las variables que definen una masa o un árbol individual, uno de estos modelos son las tarifas con clasificación de productos, que son ecuaciones que permiten estimar el volumen de los árboles y, por tanto, de las masas, para diferentes destinos de la madera cuando las dimensiones (diámetros y longitudes) marcan dichos destinos (Castedo y Álvarez, 2000).

La construcción de una ecuación de volumen con clasificación de productos a partir de una función del perfil del tronco se basa en la capacidad de esta función para describir el diámetro del tronco a distintas alturas. Al tener en cuenta la aplicación de la integral definida para calcular el volumen de un sólido de rotación, es posible determinar el volumen de madera entre dos alturas cualesquiera a lo largo del tronco del árbol. Una vez que se especifica el diámetro límite hasta el que se quiere conocer el volumen, su correspondiente altura se determina invirtiendo analíticamente la función o bien por medio de algún procedimiento iterativo (Diéguez *et al.*, 2006). El método se recomienda

sobre todo para calcular el volumen del conjunto, es decir, por categorías bien establecidas de productos (Rondeux, 2010).

La ventaja de estas tarifas reside en que al clasificarse la madera por destinos se puede realizar una valoración económica de la producción del monte mucho más exacta que en el caso de tarifas clásicas, que sólo determinan el valor total del volumen. Se emplean para determinar el volumen de una masa como suma de los volúmenes de los árboles que la constituyen, compensándose de este modo los errores que se cometen en la cubicación de cada árbol individual, puesto que en unos casos serán errores por defecto y en otros casos por exceso (Diéguez *et al.*, 2009).

La estimación del volumen por distribución de productos requiere adicionalmente de un sistema de valoración de la calidad de trozas, la información se incorpora como otra variable para identificar el potencial de la trocería para diferentes industrias como la de aserrío, contrachapado, celulósicos y otras. Esta información es muy dependiente de la localidad y de las condiciones de manejo del bosque o plantación. Al igual que el caso de las tablas de volumen, el volumen se puede estimar tanto a nivel total de la troza como el volumen por tipo de producto final (Hernández *et al.*, 2013).

5. MATERIAL Y MÉTODOS

5.1. Descripción del área de estudio

El área de estudio pertenece a la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, que posee una superficie de 18,138 ha y se ubica entre los 19° 34' y 19° 25' de latitud Norte y 102° 17' y 102° 00' de longitud Oeste. Los terrenos de la Comunidad colindan al Oeste y Norte con las comunidades de San Salvador Combutzio, Santa Ana Zirosto, Zacán y Angahuan y al Este y Sur limita con pequeñas propiedades (Figura 1) (Aguilar, 2008).

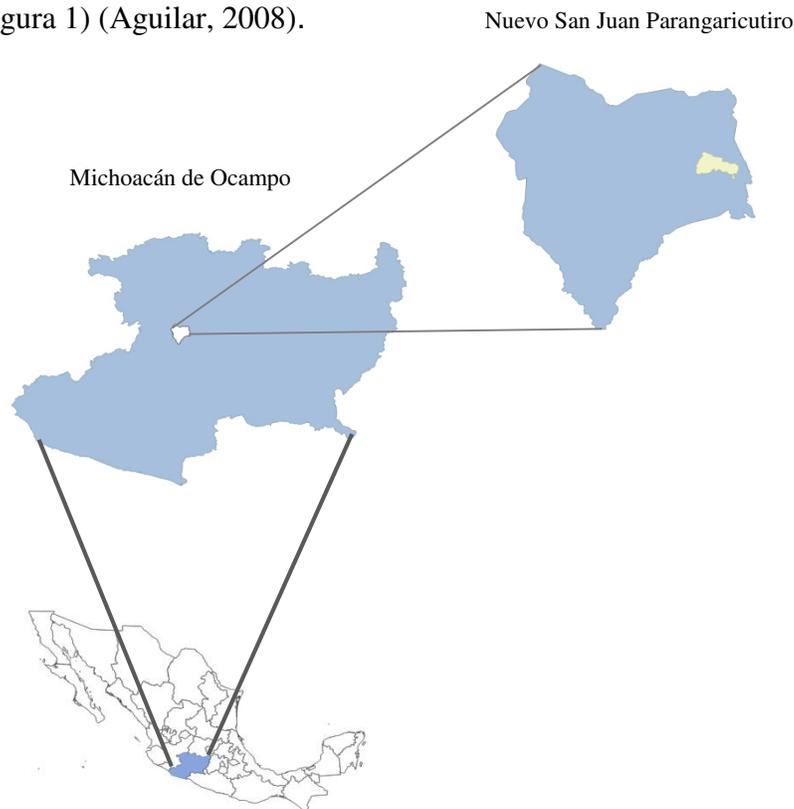


Figura 1. Mapa de localización del municipio de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, donde se realizó el estudio.

5.1.2. Geología y topografía

La región forma parte del Sistema Volcánico Transversal, específicamente del extremo suroccidental de la Sierra Purhépecha, dentro de la subprovincia volcánica Meseta Tarasca. Geológicamente se trata de una región de origen volcánico, con predominio de basaltos y andesitas. En la parte norte del predio, aproximadamente 1,684 ha (9.3% del total) están cubiertas con lava del volcán Parícutín (Aguilar, 2008).

En general, la topografía es accidentada, con pendientes que fluctúan entre 5% y 50%. La mayor altitud se presenta en los cerros de La Laguna (3,200 msnm), Cerro Prieto (3,100 msnm), Parío (2,910 msnm), San Nicolás (2,900 msnm) y Cutzato (2,810 msnm), el resto de las elevaciones presentan una altura inferior y la altura promedio es de 2,550 msnm (Aguilar, 2008).

5.1.2. Suelo

Los suelos de la región se han formado a partir de cenizas volcánicas; en el predio de la comunidad predominan los Andosoles húmicos de textura mediana, Andosoles ócricos de textura gruesa, los Regosoles dístricos de textura gruesa y Feozems háplicos de textura mediana. Al menos 30% de los terrenos de la comunidad se encuentran cubiertos por espesores variables de cenizas del volcán Parícutín, en función de cercanía al volcán y la topografía del terreno (Aguilar, *op. cit.*).

5.2.3. Clima

El clima de la zona es templado húmedo y corresponde a los tipos C (w2) (b) entre los 2,200 y 2,500 msnm y C (w2) (w) hacia el volcán Parícutín. Se registra la ocurrencia de abundantes lluvias en verano y lluvia invernal menor del 5% del total anual, ocurren

heladas entre 20-40 días por año (García, 1988). La temperatura media anual varía entre distintas localidades, pero en general es de 18° C, y oscila entre -3 y 18 °C en el mes más frío. El promedio anual de precipitación se estima en 1,600 mm, concentrada entre junio y octubre (Aguilar, *op. cit.*).

4.1.4. Vegetación

La vegetación predominante en la zona corresponde a bosques templados, que presentan una estructura heterogénea. En el área predominan los bosques de pino, encino, abeto y sus respectivas asociaciones. En el componente arbóreo destacan *Pinus michoacana*, *P. montezumae*, *P. douglasiana*, *P. leiophylla*, *P. pseudostrobus*, *Quercus laurina*, *Q. castanea*, *Q. rugosa*, *Abies religiosa*, *Arbutus xalapensis*, *Cornus disciflora*, *Garrya* sp., *Ternstroemia pringlei*, *Tilia mexicana*, *Nectandra* sp., *Alnus acuminata* sbsp. *glabrata* y *Alnus jorullensis* (Aguilar, *op. cit.*).

Los arbustos y hierbas abundan en zonas sin cobertura arbórea y en menor grado se presenta en los bosques de pino-encino, entre otros se encuentran *Lupinus* sp., *Senecio salignus*, *Baccaris conferta*, *Pteridium aquilinum*, *Adiantum* sp., *Salvia* sp., *Heteroteca* sp., *Vitis* sp., *Gnaphallium* sp. y *Agave* sp. Los pastos están representados por las especies *Aristida* sp., *Andropogon* sp., *Muhlenbergia* sp. y *Stipa* sp. (Aguilar, *op. cit.*).

5.2. Muestreo y medición de variables

5.2.1. Elección de la muestra

El muestreo se realizó en bosques de la comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán donde se distribuye de manera natural *Pinus montezumae* Lamb (*Pm*) y *Pinus pseudostrobus* Lindl. (*Ps*), en bosques puros o mezclados.

La selección de los árboles para elaborar modelos de volumen debería cubrir de la mejor manera posible la mayor diversidad de tamaños y formas (Torres y Magaña, 2001). Los árboles elegidos para el muestreo fueron representativos de la especie, completamente sanos, completos, con un solo fuste y lo más recto posible, no se incluyeron árboles aislados, tampoco individuos presentes en las orillas de los rodales ya que generan hábitos de crecimiento diferentes a los que se encuentran dentro de la masa. Los árboles de la muestra fueron distribuidos en toda el área de estudio por lo tanto presentan una amplia variabilidad de información ambiental por la influencia que tiene en la forma de los árboles.

5.2.2. Tamaño de muestra

Se realizó un muestreo preliminar de la masa para conocer el rango de las categorías diamétricas existentes. Se seleccionaron dos muestras distintas, una para la evaluar la medición de árboles en pie con el Criterion RD1000[®] y el hipsómetro LaserAce[®] 3D y la de ajuste para probar sistemas segmentados y compatibles de ahusamiento-volumen. La comparación en la medición de diámetros a diferentes alturas se realizó con 30 árboles, la segunda muestra consistió en 165 individuos por especie, donde se representaron todas de las categorías diamétricas encontradas en el área de estudio.

Para la toma de datos de la muestra de evaluación se marcaron los árboles con aerosol y midieron con forcípula las secciones de 0.30, 0.6, 1.30, 2.30 m y el resto a longitudes de 2 m hasta donde fue posible escalar con seguridad. Además dichas secciones se midieron con los dendrómetros Criterion RD1000[®] y LaserAce[®] 3D. Con el instrumento de menor sesgo registrado se procedió a medir las secciones para la muestra de ajuste (Figura 2).

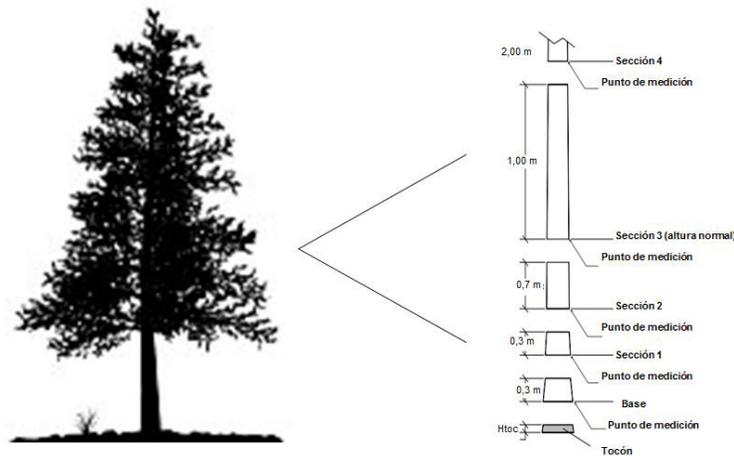


Figura 2. Representación gráfica de la medición de variables de los árboles muestra para las diferentes secciones (Vargas, 2013).

5.2.3. Cubicación de árboles muestra

Los diámetros de cada extremo de las trozas se transformaron en área basal y se procedió a calcular los volúmenes de las secciones mediante la fórmula de Smalian; para el tocón se empleó la Huber y para la punta la fórmula del cono. Las expresiones son las siguientes:

$$\text{Volumen del tocón (Fórmula de Huber): } V_{\text{tocón}} = 0.7854(d^3)(LS)$$

$$\text{Volumen de cada sección (Fórmula de Smalian): } V_{\text{sección}} = \left(\frac{ab_0 + ab_1}{2} \right) * LS$$

$$\text{Volumen de la punta (Fórmula del cono): } V_{\text{punta}} = \left(\frac{(ab_n) * LP}{3} \right)$$

Donde:

ab_0 = Área basal de la sección gruesa de la sección (m²)

ab_1 = Área basal de la sección angosta de la sección (m²)

ab_n = Área basal de la base de la punta (m²)

LS = Longitud de sección (m)

LP = Longitud de punta (m)

d = Diámetro (cm)

El volumen total (Vt), se obtuvo con la suma de todas las secciones del árbol.

LS = Longitud de sección (m)

LP = Longitud de punta (m)

d = Diámetro (cm)

5.3. Evaluación de la precisión del Criterion RD1000® y el LaserAce® 3D en la medición de árboles en pie

Para las dos especies de pino, los pares de datos altura (h) –diámetro (d) de los fustes se dividieron en secciones, se obtuvieron 12 mediciones en promedio por árbol, el número de secciones fue en función de la altura total. Las medidas obtenidas con la forcípula se consideraron como los valores reales. Se calcularon los estadísticos del sesgo en términos absolutos (s) y relativos ($s\%$), Las fórmulas de los estadísticos empleados son las siguientes:

$$s = \frac{\sum_{i=1}^n Y_{real} - Y_{medida i}}{n} \qquad s\% = \frac{\sum_{i=1}^n |Y_{real} - Y_{medida i}|}{Y_{real} \cdot n}$$

Donde:

s = sesgo

$s\%$ = sesgo en porcentaje

Y_{real} y $Y_{medida i}$ = valor del diámetro en cm medido con la forcípula, Criterion RD1000® y LaserAce® 3D, respectivamente

n = número de observaciones en las diferentes secciones del fuste

Para identificar si existen diferencias estadísticas en la medición del diámetro a diferentes alturas y volúmenes obtenidos con la forcípula y ambos dendrómetros, se aplicó una prueba de t con un nivel significativo de $\alpha = 0.05$.

5.4. Muestra de ajuste

5.4.1. Detección de datos atípicos

Para detectar posibles anomalías en la base de datos, se examinaron los gráficos de dispersión entre diámetro relativo y altura relativa, además del volumen acumulado y la altura. Se auditaron los datos hasta obtener comportamientos y tendencias lógicas.

5.4.2. Prueba de bondad de ajuste normal de Kolmogorov-Smirnov

Para comprobar estadísticamente si los datos de ambas especies presentan distribución normal se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov. Ésta prueba se basa en la comparación entre la función de la distribución acumulada de una distribución teórica $F_T(X)$ con la distribución acumulada de una muestra $F_m(X)$. Si las funciones de distribución $F_T(X)$ y $F_m(X)$ no son significativamente diferentes, entonces se dice que la muestra proviene de la función de distribución acumulada $F_T(X)$. Si las diferencias entre las funciones de distribución acumuladas son muy grandes, se atribuye a que la muestra no se distribuye normalmente (Marques, s/f).

Para esta prueba se plantearon las siguientes hipótesis:

H_0 = La muestra proviene de una población con distribución normal

H_1 = Las muestras no provienen de una población con distribución normal

5.4.3. Ecuaciones segmentadas y compatibles de ahusamiento-volumen

Se ajustaron cuatro modelos segmentados de ahusamiento y tres compatibles de ahusamiento y volumen para ambas especies, se optó por elegir estos modelos porque en el primer caso se presenta la ventaja en la predicción de diámetros, ya que en diferentes

porciones del fuste se obtienen valores de sesgo menores a los encontrados al trabajar con funciones no segmentadas (Prodan *et al.*, 1997), en el segundo caso la compatibilidad permite distribuir de forma porcentual el volumen por productos y eliminar las discrepancias existentes en la cubicación del volumen total y comercial ajustados de manera separada (Cruz *et al.*, 2008). Las expresiones usadas cumplen con la condición de que $h=H$ cuando $d=0$, por lo cual pueden emplearse para predecir diámetros (d) a cualquier altura del árbol (HM). La estructura de los modelos se presenta en los Cuadros 1 y 2.

Cuadro 1. Sistemas segmentados ajustados a las dos especies de estudio.

Sistema	Ecuación segmentada de ahusamiento
1) Fang <i>et al.</i> (2000)	$d = c_1 \left[H^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$ <p>donde $\begin{cases} I_1 = 1 & \text{si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 & \text{si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$</p> $C_1 = \left(\frac{\alpha^0 D \alpha_1 H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1(R_0 - R_1) + \beta_2(R_1 - \alpha_1 R_2) + \beta_3 \alpha_1 R_2} \right)^{1/2}$ $R_0 = (1 - H_B/H)^{K/\beta_1}$ $R_1 = (1 - P_1)^{K/\beta_1}$ $R_2 = (1 - P_2)^{K/\beta_2}$ $\alpha_1 = (1 - p_1)^{\frac{K(\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 \beta_2}} \alpha_2 = (1 - p_2)^{\frac{K(\beta_3 - \beta_2)}{\beta_2 \beta_3}}$ $\beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$ $K = \pi/40000$
2) Max Burkhardt (1976)	$d = D \left[\beta_1(q-1) + \beta_2(q^2-1) + \beta_3(P_1-q)^2 I_1 + \beta_4(P_2-q)^2 I_2 \right]^{1/2}$ <p>donde $\begin{cases} I_1 = 1 & \text{si } q \leq p_1; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 & \text{si } q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$</p> $q = HM/H$
3) Parresol <i>et al.</i> (1987)	$d = D [Z^2(\beta_1 + \beta_2 Z) + (Z - P_1)^2(\beta_3 + \beta_4(Z + 2P_1)I_1)]^{1/2}$ <p>donde $I_1 = 1$ si $Z \geq p_1$; de lo contrario 0</p> $Z = (H - HM)/H$
4) Zepeda y Domínguez (1997)	$d = D [\beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3(P_1 - X)I_1 + \beta_4(P_2 - X)^2 I_2]$ <p>donde $\begin{cases} I_1 = 1 & \text{si } X \geq P_1; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 & \text{si } X \geq P_2; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$</p> $X = (H - HM)/(H - 1.3)$

Donde; D = diámetro normal (m); d = diámetro (cm) a la altura HM (m) desde el nivel del tocón; H = altura total de los arboles (m); H_B = altura del tocón (m); $k = \pi/40000$; $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_0, \beta_1, \beta_3, \beta_4, P_1, P_2$ son parámetros ser estimados por el sistema.

Cuadro 2. Sistemas compatibles de ahusamiento volumen comercial ajustados para las dos especies de estudio.

Ecuación de ahusamiento	Ecuación de volumen comercial
<p>1) Fang <i>et al.</i> (2000)</p> $d = c_1 \left[H^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$ <p>donde $\begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$ $R_0 = (1 - H_B/H)^{k/\beta_1} R_1 = (1 - P_1)^{k/\beta_1}$ $R_2 = (1 - P_2)^{k/\beta_2} \beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$</p>	$C_1 = \left(\frac{\alpha^0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1(R_0 - R_1) + \beta_2(R_1 - \alpha_1 R_2) + \beta_3 \alpha_1 R_2} \right)^{1/2}$ $\alpha_1 = (1 - p_1)^{\frac{k(\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 \beta_2}} \alpha_2 = (1 - p_2)^{\frac{k(\beta_3 - \beta_2)}{\beta_2 \beta_3}}$ $V_c = C_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[\beta_1 R_0 + (I_1 + I_2) + (\beta_2 - \beta_1) R_1 + I_2 (\beta_3 - \beta_2) \alpha_1 R_2 - \beta (1 - q)^{\frac{k}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]$
<p>2) Max y Burkhart (1976)</p> $d = D \left[\beta_1(q-1) + \beta_2(q^2-1) + \beta_3(P_1-q)^2 I_1 + \beta_4(P_2-q)^2 I_2 \right]^{1/2}$ <p>donde $\begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$ $q = HM/H$</p>	$V_c = kD^2 H \left\{ \frac{\beta_2}{3} (q^3 - z_1^3) + \frac{\beta_1}{2} (q^2 - z_1^2) - (\beta_1 + \beta_2)(q - z_1) - \frac{\beta_3}{3} [(p_1 - q)^3 J_1 - (p_1 - z_1)^3 K_1] - \frac{\beta_4}{3} [(p_2 - q)^3 J_2 - (p_2 - z_1)^3 K_2] \right\}$ <p>donde $\begin{cases} J_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; J_2 = 0 \text{ si } q > p_2 \\ K_1 = 1 \text{ si } z_1 \leq p_1; K_2 = 0 \text{ si } z_1 > p_1 \end{cases}$</p>
<p>3) Parresol (1987)</p> $d = D \sqrt{X^2(\beta_1 + \beta_2 X) + (X - p_1)^2 [\beta_3 + \beta_4(X + 2p_1)I_1]}$ <p>donde $I_1 = 1 \text{ si } z \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0$</p>	$v = kD^2 H \left\{ \left[\frac{\beta_2 + \beta_4 I_1}{4(X^4 - z_b^4)} \right] + \left[\frac{\beta_1 + \beta_3 I_1}{3(X^3 - z_b^3)} \right] + \left[\frac{2\beta_1(p_1 I_1) + (2p_1 \beta_4)}{2(X^2 - z_b^2)} \right] + ((p_1^2 I_1 \beta_3) + (2p_1 - \beta_4)(X - z_b)) \right\}$

Donde; D = diámetro normal (m); d = diámetro (cm) a la altura HM (m) desde el nivel del tocón; H = altura total de los arboles (m); H_B = altura del tocón (m); V_c = Volumen comercial (m^3) $k = \pi/40000$; $z_b = (H-h_b)/H$; $z_1 = h_b/H$; $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, P_1, P_2$ son parámetros a ser estimados por el sistema; I variable indicadora.

5.4.3.1. Estrategia de ajuste

El ajuste estadístico se realizó con la técnica de regresión aparentemente no relacionada (SUR) con el procedimiento MODEL SAS del paquete estadístico SAS/ETS® (Statistical Analysis System Institute Inc., 2008), que proporciona una mejor ganancia de la estimación de parámetros cuando los componentes del error se correlacionan para un

sistema de ecuaciones; además permite la compatibilidad total dentro del sistema, de forma que los parámetros comunes de ambas ecuaciones toman los mismos valores mientras se cumple el criterio de minimización de cuadrados de los errores (Galán *et al.*,2007).

5.4.3.2. Estadísticos para medir ajuste y comparar modelos

Los estadísticos y criterios que se emplearon para la selección y comparación de los modelos son los siguientes: raíz del cuadrado medio del error (REMC), coeficiente de variación (CV %), coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), sesgo promedio absoluto (\bar{E}), criterio de información Akaike (AIC) y el análisis gráfico de residuales. Las expresiones de los estadísticos se presentan en el Cuadro 3.

Cuadro 3. Estadísticos evaluados para la selección de la ecuación de mejor ajuste.

Estadístico	Expresión matemática
Raíz del error cuadrado medio (RECM)	$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$
Coficiente de variación (CV)	$CV = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i - \hat{Y}_i}{\bar{Y}}\right)^2}{n - 1}} \times 100$
Coficiente de determinación corregido por el número de parámetros (R^2_{Adj})	$R^2_{adj} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \left(\frac{n - 1}{n - p}\right)$
Sesgo promedio absoluto (\bar{E})	$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n}$
Criterio de información de Akaike (AIC)	$AIC = n \ln \left[\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / n \right] + 2p$

Donde; Y_i, \hat{Y}_i, \bar{Y} son los valores observados, estimados y promedio del ahusamiento (d) y volumen comercial (Vc) respectivamente, n es el número total de observaciones para el ajuste de los sistemas, p es el número de parámetros del sistema.

5.4.3.3. Corrección de autocorrelación y heterocedasticidad

La autocorrelación se define como la correlación entre miembros de series de observaciones ordenadas en el tiempo (información de series de tiempo) o en el espacio (información de corte de transversal), una causa común es la existencia de tendencias y ciclos en los datos. Se aplicó un modelo autorregresivo continuo (CAR (X)) en el componente de ahusamiento, fue programado con el procedimiento MODEL de SAS/ETS® (Statistical Analysis System Institute Inc., 2008) que considera la distancia entre mediciones de la altura comercial en cada árbol (Zimmerman y Núñez-Antón, 2001), la expresión es:

$$e_{ij} = d_1 y_1^{h_{ij}-h_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 y_2^{h_{ij}-h_{ij-2}} e_{ij-2} + E_{ij}$$

Donde e_{ij} es el j residual ordinario en el árbol i , $d_i=1$ para $j > 1$ y $d_i=0$ para $j=1$, y_1 = parámetro autorregresivo de orden i y $h_{ij} - h_{ij-1}$ es la distancia de separación de la j a la $j-1$ observación dentro de cada árbol.

Para corroborar la corrección de autocorrelación se examinaron los resultados de la prueba de Durbin-Watson (DW), valores pequeños indican alta correlación positiva (cerca de cero), próximos a 4 los residuos son correlacionados negativamente y cuando los valores son cercanos a 2 son deseables, es decir que los residuos son independientes (Pérez, 2003; Linnell, 1996; Draper y Smith, 1998).

Uno de los supuestos del modelo de regresión es que la varianza de la variable dependiente Y sea constante para cualquier nivel de la o de las variables independientes. Este supuesto es conocido como homocedasticidad u homogeneidad de la varianza. Es común, en relaciones que involucran variables biológicas, encontrar varianzas heterogéneas (Prodan et al., 1997).

El problema de heterocedasticidad del ahusamiento y volumen comercial fue corregido con una función de potencia de la varianza del residual $\sigma_i^2(D^2H)^\emptyset$ con él D y la H como variables independientes (Furnival, 1961; Cailliez; 1980; Crecente *et al.*, 2009). El valor \emptyset se obtuvo por el método sugerido por Harvey (1975), consiste en el uso del error estimado de modelo sin pesos $\hat{\epsilon}_i$ como la variable dependiente en la varianza del error del modelo $\hat{\epsilon}_i^2 = \emptyset_0(D^2H)^{\emptyset_1}$. Los parámetros fueron obtenidos mediante el procedimiento MODEL de SAS/ ETS®.

4.4.3.4. Criterio de clasificación de acuerdo con Sakici *et al.* (2008)

Para facilitar la selección del modelo de mejor ajuste, se generó un criterio de clasificación de acuerdo con Sakici *et al.* (2008) que fue utilizado por Tamarit *et al.* (2013) para comparar funciones compatibles de ahusamiento-volumen para árboles de *Tectona grandis* L.F., este criterio consiste en la jerarquización de los estadísticos de cada modelo. Se asignaron los valores del uno al tres en sistemas segmentados y del uno al cuatro en sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial de manera consecutiva en función al orden de importancia, el uno correspondió al valor del estadístico más deseable, los valores tres y cuatro fueron los más pobres y la sumatoria representó la calificación total de cada modelo. El sistema seleccionado fue el que presentó la calificación más baja.

4.4.3.5. Comparaciones de ecuaciones ahusamiento-volumen entre especies

En el área de estudio *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* están presentes en rodales mixtos y son manejados con el mismo tratamiento silvícola. En la práctica actual se utiliza una ecuación para el cálculo de volumen total en todas las especies de pino de la región, para la presente investigación se ajustaron previamente sistemas de

ahusamiento-volumen para cada especie por separado y la ecuación común que presentó los mejores estadísticos se probó para ambas especies de manera conjunta.

Se comparó el rendimiento del ajuste global para ambas especies (modelo reducido) y entre especies con variables indicadoras (modelo completo). En el modelo completo las variables indicadoras fueron consideradas aditivas a la especie de *Pinus montezumae* ya que presentó el mayor número de observaciones en el ajuste previo de las ecuaciones.

La hipótesis nula que se planteó indica que no existe diferencia en utilizar el modelo reducido o el completo. Los parámetros fueron replanteados en función a las variables indicadoras, de forma que cada parámetro global α_i o β_i se escribe de manera general como $\alpha_i = \alpha_{i1} + \alpha_{i2}I_2$ o $\beta_i = \beta_{i1} + \beta_{i2}I_2$, para $i=1,2$ de acuerdo al número de parámetros del modelo de mejor ajuste (Quiñonez *et al.*, 2014). Para comprobar la hipótesis nula se realizó una comparación de la suma de cuadrados de ambos modelos y se aplicó un test estadístico F^* que corresponde a la siguiente expresión:

$$F^* = \frac{[SSE(R) - SSE(F)] / [df_R - df_F]}{[SSE(F)] / [df_F]}$$

Donde F^* indica una F -distribución; $SSE(R)$ es la suma de cuadrados del error del modelo reducido con el mismo conjunto de parámetros para todas las especies; $SSE(F)$ es la suma de cuadrados del error de un modelo completo con un conjunto diferente de parámetros para cada especie basados en el uso de variables indicadoras, df_R y df_F son los grados de libertad del modelo reducido y el modelo completo, respectivamente (Corral *et al.*, 2004).

4.4.3.6. Descripción del perfil fustal

Se probaron cuatro ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen para la muestra de 165 árboles por especie que fue medida con el instrumento de menor sesgo registrado. Se dibujó el perfil fustal de un árbol de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* con los datos de los diámetros medidos con la forcípula y con los estimados con la ecuación compatible de ahusamiento-volumen de mejor ajuste para comparar la precisión en la descripción del perfil fustal.

4.4.3.7. Análisis de los tipos dendrométricos

El sistema de Fang *et al.* (2000) permite el análisis de los diferentes tipos dendrométricos que se representan en los segmentos del fuste, parte de un cuerpo geométrico con base circular, el valor está dado por d_i en cm, cuya altura está definida por h en m, es posible describir su volumen con la siguiente ecuación:

$$V = k \times \frac{\pi}{4000} \times d^2 \times h$$

El valor de k define el tipo de cuerpo que está describiendo. Sí $k = 1/2$, se tiene un paraboloides, cuando $k = 1/3$ es un cono y cuando $k = 1/4$ se tiene un neiloide. Los parámetros β_i del modelo y la aproximación de k se obtienen fácilmente, ya que en cada segmento $\beta_i = k_i \times \frac{\pi}{4000}$ y en consecuencia, $k_i \beta_i = \beta_i \times \frac{\pi}{4000}$. Dichos valores son volúmenes en transición hacia algún tipo de cuerpo y se espera que los valores de k mayores a 0.4 describan el volumen de la sección más como un paraboloides que un cono. Los valores de k mayores a 0.5 indican un estado de transición de paraboloides a cilindro (Uranga, 2014).

5.4.3.8. Construcción de tablas con distribución de productos

El fuste es la parte más importante del árbol desde el punto de vista económico. Por tanto, la determinación del volumen de madera y la clasificación de su calidad es una tarea importante de la investigación forestal práctica (Gadow *et al.*, 2007).

Una vez seleccionado el modelo de mejor ajuste, se procedió a construir dos ejemplos de tablas de distribución de productos para volumen comercial por clase de diámetro y altura en ambas especies de acuerdo a las especificaciones del aserradero de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

6.1. Evaluación de la precisión del Criterion RD1000® y el LaserAce® 3D en la medición de árboles en pie.

6.1.1. Descripción de la base de datos

En el Cuadro 4 se muestran los principales estadísticos de las variables medidas en la muestra de árboles trabajada con la forcípula, Criterion RD1000® y LaserAce® 3D.

Cuadro 4. Estadísticos descriptivos de la muestra de evaluación.

Especie	Estadísticos	Real		Criterion RD1000		LaserAce	
		D (cm)	V (m ³)	D (cm)	V (m ³)	D (cm)	V (m ³)
<i>Ps</i>	Media	35.25	1.51	35.33	1.54	35.24	1.49
	SD	11.60	1.06	11.52	1.06	11.57	1.04
	Mínimo	17.00	0.14	17.30	0.15	18.00	0.14
	Máximo	57.00	3.67	57.50	3.76	57.00	3.71
<i>Pm</i>	Media	33.68	1.42	34.09	1.45	33.73	1.39
	SD	10.93	0.99	11.17	1.00	11.23	0.99
	Mínimo	18.00	0.16	18.00	0.15	17.00	0.14
	Máximo	60.00	3.62	61.00	3.65	59.00	3.57

Donde; D= diámetro normal; V= volumen individual; SD= desviación estándar; *Ps* =*Pinus pseudostrobus*; *Pm*= *Pinus montezumae*.

6.1.2. Medición del diámetro

En el Cuadro 5 se presentan los valores del sesgo en términos absolutos (s) y relativos (s%) obtenidos en las 12 mediciones promedio del diámetro a diferentes alturas sobre el fuste por árbol en ambas especies. Se observa que existe poca variabilidad en la comparación de los diámetros reales con los obtenidos con ambos aparatos.

Cuadro 5. Valores medios del sesgo del diámetro estimado con el Criterion RD1000[®] y LaserAce[®] 3D en 12 mediciones.

Especie	Método	s (cm)	s (%)
<i>Ps</i>	Criterion	-0.5835	-0.0178
	RD1000		
<i>Pm</i>	LaserAce	0.9689	0.0678
	Criterion	-0.3323	-0.0473
	RD1000		
	LaserAce	-0.3274	0.0654

Para *Pinus pseudostrobus*, el menor sesgo se presentó con el dendrómetro Criterion RD1000[®] (-0.5835 cm), en tanto que con el LaserAce[®] 3D el valor fue superior (0.9689 cm). En relación a *Pinus montezumae*, el menor valor se obtuvo con el LaserAce[®] 3D (0.3274 cm) y con el Criterion RD1000[®] el valor fue ligeramente mayor (-0.3323 cm). De manera análoga en ambas especies y dendrómetros empleados el sesgo fue menor a 1 cm.

En general el Criterion RD1000[®] sobreestima los diámetros en ambas especies, mientras el LaserAce[®] los subestima. Resultados similares fueron encontrados por Luna y Álvarez (2014), en un estudio para validar ambos dendrómetros encontraron que el LaserAce[®] 3D tiende a subestimar los diámetros medidos en todos los casos, mientras que el Criterion RD1000[®] lo sobreestima en la mayoría de las secciones.

Las fuentes de error en la medición de diámetros y alturas de los árboles son: la persona que maneja los aparatos, problemas con el instrumento y las dificultades de observación (Pérez, 1989). Las medidas de las primeras secciones se observan con mayor claridad por lo tanto son más precisas comparadas con la parte final del árbol donde se presenta el mayor sesgo, esto se debe a que las ramas cubren la visual del tronco y no permite tener una medición precisa. Salas *et al.* (2005) evalúan el relascopio de espejos y forcípula finlandesa en la estimación de diámetros fustales, concluyeron que a medida

que se asciende en la medición del diámetro del fuste, existe menor capacidad para visualizar con precisión los bordes por lo tanto disminuye la precisión del diámetro.

Los resultados de la medición del diámetro en las diferentes secciones resultaron ser numéricamente distintos. Por ello, para determinar si existían diferencias estadísticas se aplicó una prueba de t con un nivel significativo de 0.05 (Cuadro 6).

Cuadro 6. Prueba de comparación de medias para los valores del diámetro en las distintas secciones del fuste.

Especie	Método	P- valor	Diferencia de medias
<i>Ps</i>	Real- Criterion RD1000	0.02033	-0.1462
	Real-LaserAce	0.0000065	0.2671
<i>Pm</i>	Real-Criterion RD1000	1.664E-14	-0.3694
	Real-LaserAce	0.0001033	0.2218

Los resultados de la prueba indican que existen diferencias significativas ($\alpha=0.05$) entre los valores diamétricos obtenidos con la forcípula y ambos aparatos, sin embargo, la diferencia de medias es baja, en todos los casos menor 0.5 cm.

6.1.3. Comparación del volumen calculado a partir de los diámetros medidos con el Criterion RD1000® y LaserAce® 3D

Se consideró como volumen real al obtenido al cubicar las secciones a partir de los diámetros medidos con la forcípula. Los valores medios del sesgo (*s* y *s*%) del volumen acumulado obtenido con el Criterion RD1000® y LaserAce® 3D respecto al volumen real se presentan en el Cuadro 7.

Cuadro 7. Valores medios del sesgo y precisión del volumen con el Criterion RD1000® y LaserAce® 3D para las especies de estudio.

Especie	Método	s (m ³)	s (%)
<i>Ps</i>	Criterion RD1000	-0.0057	-0.0237
	LaserAce	0.0073	0.0296
<i>Pm</i>	Criterion RD1000	-0.0183	-0.1117
	LaserAce	0.0022	0.0032

Las estimaciones con menor sesgo se presentaron con el Criterion RD1000® para *Pinus pseudostrobus* y con el LaserAce® 3D para *Pinus montezumae*. Los valores negativos indican una tendencia del aparato a sobreestimar el volumen y valores positivos a una subestimación, sin embargo; el sesgo medio es bastante bajo, por cual se puede considerar no significativo. Rodríguez y Fernández (2009) realizaron un estudio para calcular volúmenes de árboles en pie a partir de medidas tomadas con el Criterion RD1000® en masas naturales de *Pinus nigra* Arn., encontraron que con el dendrómetro se pueden medir alturas y diámetros de árboles no derribados y calcular a partir de los mismos volúmenes de trozas y totales de forma insesgada.

Se procedió a medir los datos para el ajuste de ecuaciones de ahusamiento con el Criterion RD1000® debido a que son mínimas las diferencias en las estimaciones en diámetro y volumen acumulado.

6.2. Ajuste de ecuaciones de ahusamiento

6.2.1. Descripción de los datos

En el Cuadros 8 se muestran los principales estadísticos de la muestra empleada para el ajuste de las ecuaciones segmentadas y compatibles de ahusamiento-volumen.

Cuadro 8. Valores de los estadísticos descriptivos de la base de datos utilizada para el ajuste de ecuaciones de ahusamiento.

	Variable	D (cm)	di (cm)	H (m)	hi (m)
P_s	Media	41.07	31.75	28.5	12.07
	SD	16.97	17.52	7.99	10.42
	Mínimo	14.50	0.00	11.3	0.10
	Máximo	72.40	86.90	44.2	44.19
P_m	Media	41.72	32.09	30.39	12.75
	SD	16.46	16.91	6.710	10.52
	Mínimo	13.70	0.00	12.10	0.10
	Máximo	72.10	86.7	39.60	39.59

Donde; SD es la desviación estándar, di es diámetro relativo y hi altura relativa.

Los valores del diámetro normal variaron entre 14.5 cm y 72.4 cm para *Pinus pseudostrobus* y 13.70 cm a 72.10 cm para *Pinus montezumae*, se representan las categorías diamétricas de 15 a 70 cm. El 85 % y el 89 % de los árboles de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, respectivamente, presentaron un diámetro normal de por lo menos 20 cm.

Se determinó la pendiente que existe entre el diámetro normal y el volumen para obtener el factor de proporcionalidad, que indica que por cada metro cuadrado (m^2) del área basal se tendrán alrededor de 16.19 m^3 y 16.30 m^3 de volumen en *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* respectivamente.

6.2.2. Prueba de bondad de ajuste normal de Kolmogorov-Smirnov

La prueba de Kolmogorov-Smirnov fue diseñada para muestras de poblaciones continuas, no requiere agrupar datos y puede aplicarse a muestras de cualquier tamaño. La discrepancia entre la distribución observada y teórica (D) fue mínima para ambas

especies (Cuadro 9), los valores de probabilidad (P -valor) son mayores a 0.05 por lo tanto no se rechaza la H_o , es decir las muestras provienen de poblaciones con distribución normal (Díaz, 2009).

Cuadro 9. Resultados de la prueba de bondad de ajuste para las especies de estudio

Especie	D	P - valor
P_s	0.0869	0.1621
P_m	0.0708	0.3819

6.2.3. Detección de datos atípicos

Se examinaron los gráficos de dispersión entre diámetro relativo y altura relativa, fueron eliminados los datos atípicos, ya que la mayoría provenían de anomalías como nudos y errores en la toma de información. A continuación se muestra el comportamiento entre diámetro relativo (d/D) contra altura relativa (h/H) relativa (Figura 3) y del volumen acumulado respecto a la altura del fuste ($v-h$) (Figura 4) sin información errónea y tendencia lógica.

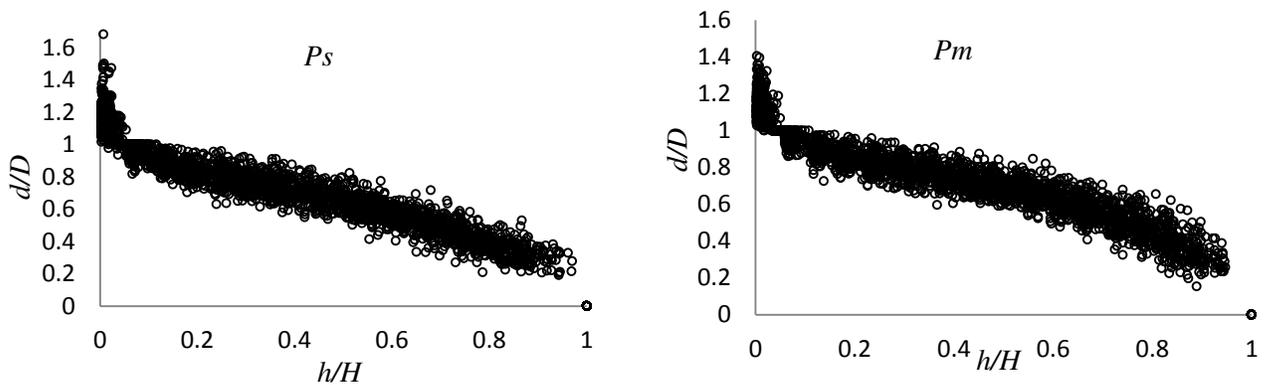


Figura 3. Diámetro relativo (d/D) contra altura relativa (h/H) de las especies de estudio.

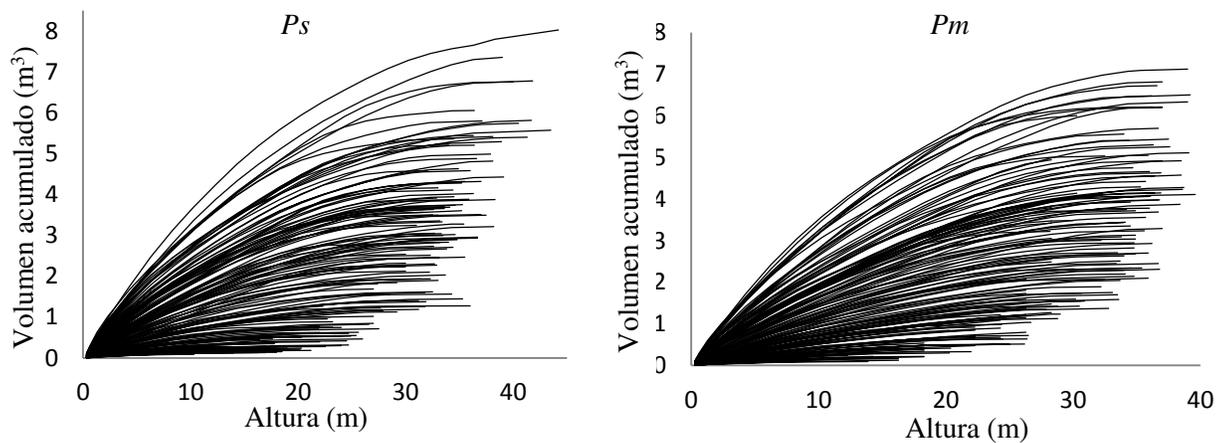


Figura 4. Comportamiento del volumen acumulado con respecto a la altura sobre el fuste.

6.2.4. Ecuaciones segmentadas de ahusamiento

Los sistemas de Fang *et al.* (2000) (1), Max y Burkhart (1976) (2), Parresol *et al.* (1987) (3) y Zepeda y Domínguez (1997) (4) conformaron el grupo de ecuaciones segmentadas de ahusamiento que se probaron y evaluaron para describir el perfil fustal de *Pinus pseudostrabus* y *Pinus montezumae*.

En el sistema 2, se asignó el coeficiente β_2 con un valor de 1.6 para lograr convergencia en *Pinus pseudostrabus*; este valor se tomó como referencia del trabajo de Max y Burkhart (1976) para bosques naturales de pino en la costa de Virginia, en donde reportan que el rango es de 1.5 a 2, más recientemente Hernández *et al.* (2013) asignaron un valor de 1.5 para *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo. En los Cuadros 10 y 11 se presentan los valores de los parámetros de las ecuaciones segmentadas ajustadas a las especies de estudio, todos fueron significativos en ambas especies a un nivel de 5 % excepto el parámetro β_2 del sistema 4 en *Pinus montezumae*, también se muestran los estadísticos de bondad de ajuste y la prueba de Durbin-Watson (DW) como medida de la corrección de la autocorrelación.

Cuadro 10. Valores de los parámetros de las ecuaciones segmentadas ajustadas para *Pinus pseudostrobus*.

Sistema	RCME	CV	R ² adj	Sesgo	AIC	P	Ψ	ε†	∞	DW	
1)	d	1.8976	5.9583	0.9882	0.1161	3581.1731	β1	0.000012	0.0000002	<.0001	1.9280
							β2	0.000037	0.0000002	<.0001	
							β3	0.000046	0.0000011	<.0001	
							P1	0.081747	0.00195	<.0001	
							P2	0.822504	0.00957	<.0001	
							Y1	0.843584	0.0127	<.0001	
							Y2	0.711964	0.0139	<.0001	
2)	d	1.9973	6.2773	0.9870	0.0995	3864.457	β1	-3.65575	0.00979	<.0001	1.9224
							β2	1.6			
							β3	39.17846	3.0156	<.0001	
							β4	-1.5248	0.0216	<.0001	
							P1	0.108776	0.00404	<.0001	
							P2	0.8808			
							Y1	0.834336	0.0133	<.0001	
Y2	0.689284	0.0154	<.0001								
3)	d	2.1891	6.8890	0.9843	0.0332	4374.923	β1	3.861751	0.0784	<.0001	1.9052
							β2	-4.13446	0.1493	<.0001	
							β3	-24.5657	1.8186	<.0001	
							β4	15.39135	0.7725	<.0001	
							P1	0.541			
							Y1	0.850414	0.013	<.0001	
							Y2	0.750364	0.013	<.0001	
4)	d	2.5732	8.0930	0.9785	0.0683	5276.0712	β1	0.705267	0.015	<.0001	1.9016
							β2	-0.04563	0.0496	0.3576	
							β3	-0.21224	0.0487	<.0001	
							β4	28.88954	2.0579	<.0001	
							P1	0.250558	0.0216	<.0001	
							P2	0.91455	0.00471	<.0001	
							Y1	0.84315	0.0127	<.0001	
Y2	0.722003	0.0137	<.0001								

Donde; Ψ es el estimador del parámetro, ε† es el error estándar y ∞ nivel de significancia de los parámetros.

Cuadro 11. Valores de los parámetros de las ecuaciones segmentadas ajustadas para *Pinus montezumae*.

Sistema	RCME	CV	R ² adj	Sesgo	AIC	P	Ψ	ε†	∞	DW	
1)	d	1.6249	5.0528	0.9907	0.0749	2877.3445	β1	0.000013	0.0000007	<.0001	1.8186
							β2	0.00004	0.0000007	<.0001	
							β3	0.000046	0.0000009	<.0001	
							P1	0.090997	0.00193	<.0001	
							P2	0.858757	0.00962	<.0001	
							Y1	0.926495	0.0109	<.0001	
2)	d	2.6357	8.2622	0.9774	0.2355	5411.9032	β1	-3.6761	0.0105	<.0001	1.8610
							β2	25.4525	1.7964	<.0001	
							β3	-1.72258	0.0229	<.0001	
							P1	0.13353			
							P2	0.8808	0.00468	<.0001	
							Y1	0.92384	0.0111	<.0001	
3)	d	1.92947	6.009	0.9869	0.0045	3889.0232	β1	5.539133	0.1071	<.0001	1.8310
							β2	-7.20436	0.2296	<.0001	
							β3	-17.7882	1.0215	<.0001	
							β4	14.51266	0.419	<.0001	
							P1	0.46			
							Y1	0.9300	0.0116	<.0001	
4)	d	1.6559	5.1552	0.9904	0.0345	2986.9046	β1	0.8798	0.8798	<.0001	1.8305
							β2	-0.2097	-0.20973	<.0001	
							β3	-0.17799	-0.17799	<.0001	
							β4	29.87924	29.87924	<.0001	
							P1	0.175509	0.175509	<.0001	
							P2	0.917089	0.917089	<.0001	
Y1	0.932072	0.0108	<.0001								
Y2	0.805378	0.00998	<.0001								

Los sistemas 1, 2 y 4 tienen la característica de presentar dos puntos de inflexión ($p1$ y $p2$) sobre la altura relativa del fuste. El sistema 1 estima el primer punto de inflexión en donde ocurre el cambio de neiloide a paraboloides al 8% y 9 % de la altura total, el segundo punto en el que sucede el cambio de paraboloides a cono ocurre al 82% y 85% para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, respectivamente. El sistema 2 estima el $p1$ al 10 % y 13 %, el $p2$ fue fijado al 88 % para ambas especies. El sistema 3 presenta un punto de inflexión el cual fue fijado al 54% y 46 % para lograr la convergencia y el modelo 4 estima el $p1$ al 25 % y 17 % de la altura total, el $p2$ a 91 % en ambos casos.

En los sistemas 1, 2 y 4 los puntos de inflexión no se relacionan. Resultados similares fueron reportados por Hernández *et al.* (2013) en donde los puntos de inflexión para el primer sistema ocurrieron al 1.34% de la altura del árbol, cerca de la base, y a 82.3% de la altura relativa sobre el fuste, para el segundo sistema ocurrieron al 10.7% y 88.3% en *Pinus patula*. Para *Pinus sylvestris* L. en el noreste de España, Diéguez *et al.* (2006) estimaron los segmentos al 10.3% y 60.7% para el sistema 1 y para el sistema 2 al 14% y 70% de altura relativa.

Se destaca el buen ajuste de los sistemas segmentados probados, se obtuvieron valores similares para los indicadores estadísticos; raíz del cuadrado medio del error (REMC), coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) y el coeficiente de variación (CV). En primer orden, la ecuación 1 que corresponde a la propuesta por Fang *et al.* (2000) obtuvo mejor ajuste respecto a los demás sistemas, presenta la calificación más baja según el criterio de jerarquización Sakici *et al.* (2008), otorgada por obtener las más altas precisiones en las estimaciones, ya que los valores de la RCME fueron los menores así como los del CV y el AIC, además de presentar los valores más altos de R^2_{adj} que indica que el modelo explica en mayor grado la variabilidad total presente en la variable dependiente en *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, respectivamente.

En plantaciones de Teca en el sureste de México, Tamarit *et al.* (2014) evaluaron la capacidad de ajuste de seis modelos segmentados, encontraron que el modelo de Fang *et al.* (2000) fue superior a los otros por presentar la calificación más baja según el criterio de jerarquización Sakici *et al.* (2008), el segundo mejor modelo fue el de Max y Burkhart (1976). Destacan que el sistema de Fang *et al.* (2000) presenta la ventaja adicional de tener de forma explícita una ecuación de volumen total que corresponde al modelo de Schumacher-Hall, además tiene en forma implícita una ecuación de volumen comercial que al obtenerla mediante la integración analítica resulta compatible con la función de ahusamiento, por lo que forman un sistema que puede ajustarse de manera simultánea.

Castedo y Álvarez (2000) ajustaron 17 funciones de perfil entre ellos los sistemas segmentados de Max y Burkhart (1976) y Parresol *et al.* (1987) en árboles de *Pinus radiata* en Galicia España, estos modelos fueron ligeramente superiores a los demás, señalan que son modelos a tener en cuenta por sus buenas características, ya que se adaptan a diferentes partes del tronco por lo tanto tienen una mejor aproximación del perfil real del tronco.

Rojo *et al.* (2005) evaluaron el rendimiento de algunas funciones de ahusamiento en *Pinus pinaster* en Galicia, España, el modelo de Max y Burkhart (1976) fue seleccionado por presentar el mejor ajuste de los sistemas segmentados. Este sistema es uno de los más usados y presenta mejores ajustes ya que une tres parábolas bajo las restricciones de continuidad, igual estimación de diámetro, y pendientes iguales en los puntos de unión (Prodan *et al.*, 1997).

Trincado y Burkhart (2006) realizaron un análisis del perfil fustal de *Pinus taeda* L. en la región de Piedmont y Coastal Plain, Estados Unidos , ajustaron el modelo segmentado de Max y Burkhart (1976) ya que se ha mostrado que estima de manera precisa los diámetros en varios estudios para dicha especie. La supuesta ventaja de usar modelos segmentados es la predicción de los diámetros en las diferentes proporciones del fuste con valores de sesgo inferiores a los encontrados al trabajar con funciones simples (Prodan, *op. cit.*).

Zhang *et al.* (2002) mencionan que para rodales manejados intensivamente basta estimar solo un punto de inflexión, en los bosques de Nuevo San Juan Parangaricutiro ,Michoacán se aplica el método de árboles padre para las especies de pino estudiadas. Sin embargo Fang *et al.* (2000) consideran que dos puntos de inflexión son suficientes para la mayoría de las especies, el primer punto estaría cerca del diámetro a la altura de 1.30 m y el segundo en una posición más elevada del tronco.

6.2.4.1. Corrección por autocorrelación y heterocedasticidad

Una manera para mejorar la interpretación de las propiedades estadísticas de los modelos es corregir por autocorrelación y heterocedasticidad (Pompa *et al.*, 2009). Se aplicó la prueba de Durbin-Watson (DW) como medida de la corrección de la autocorrelación de los errores en los modelos, los valores relativamente cercanos a 2 son deseables y se considera que no existe dependencia espacial o temporal (Anta *et al.*, 2004; Velasco *et al.*, 2007; Da Cunha y Guimares, 2009). Los valores del estadístico corroboran la corrección de la autocorrelación de los errores de los modelos segmentados (Cuadros 10 y 11).

Aunque los estadísticos y sus indicadores son elementos esenciales para calificar la bondad global del ajuste, no obstante, es necesario corroborar las predicciones de los datos de campo (Hernández *et al.*, 2013). El análisis de la distribución de los residuales se emplea con el propósito de determinar cuándo los residuales confirman los supuestos del modelo, es decir, no existencia de multicolinealidad, los errores no están correlacionados, están normalmente distribuidos y el error tienen varianzas uniformes (Velasco *et al.*, 2007; Da Cunha y Guimares, 2009) además de poder examinar visualmente la forma de las relaciones y corroborar la homocedasticidad o heterocedasticidad de los residuales (Prodan *et al.*, 1997). En las Figuras 5 y 6 se muestra la distribución de los residuales del modelo de mejor ajuste que corresponde a Fang *et al.* (2000) sin corrección de heterocedasticidad y con corrección.

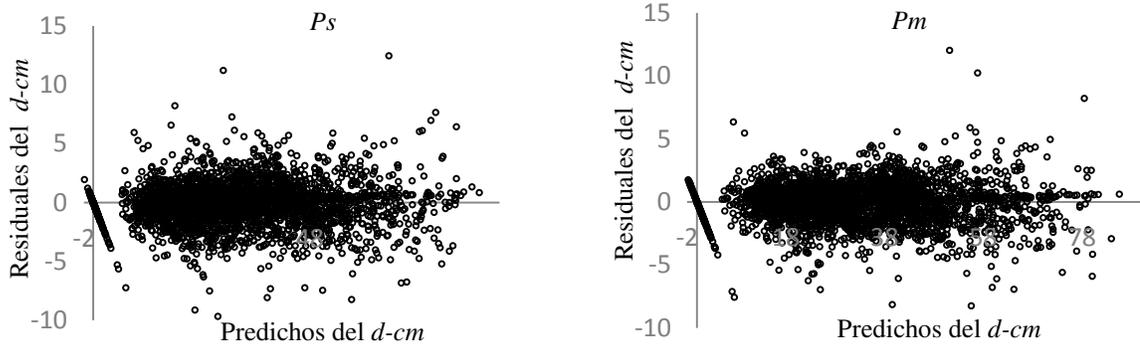


Figura 5. Gráfica de residuales de ahusamiento del sistema segmentado Fang *et al.* (2000) sin corregir la heterocedasticidad.

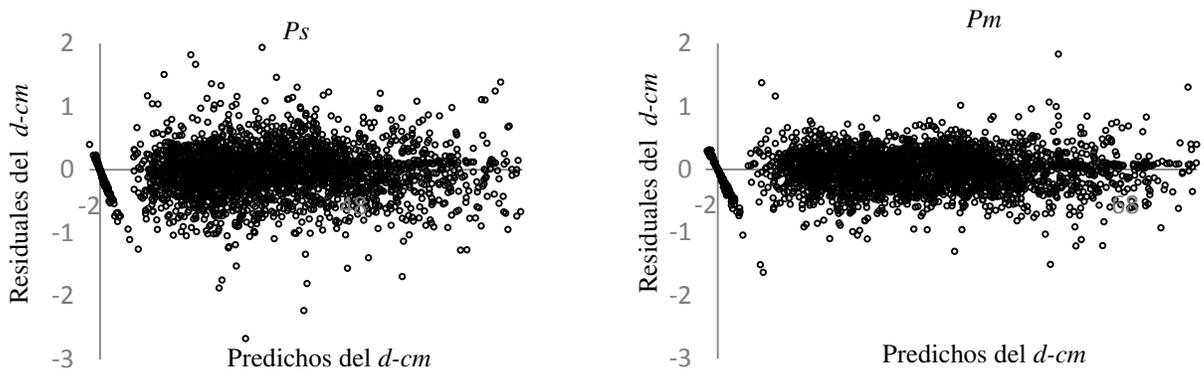


Figura 6. Gráfica de residuales de ahusamiento del sistema segmentado Fang *et al.* (2000) corregido por heterocedasticidad.

En ambas especies, después la corrección, se observa que la distribución es más homogénea y presenta una mejor estructura sin tendencias definidas. Por lo anterior, el modelo Fang *et al.* (2000) se considera como el apropiado para describir el perfil diamétrico del fuste en función del diámetro normal, altura del tocón y altura total para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en bosques de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

6.2.5. Ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen

Los sistemas 6, 7 y 8 forman el grupo de ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen, en los Cuadros 12 y 13 se presentan los valores de sus parámetros, estadísticos de bondad de ajuste y los resultados de la prueba de Durbin-Watson (DW) obtenidos del FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES. UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

ajuste simultáneo. Diéguez *et al.* (2009) señalan que al estimar todos los parámetros de manera simultánea, se optimiza la suma de cuadrados de los errores, de tal manera que se logra minimizar los errores de predicción del diámetro a diferentes alturas y del volumen. Todos los parámetros fueron significativos a un nivel de 5%. Los sistemas 6 y 7 estiman el $p1$ al 8 % de la altura total en ambas especies. La ecuación 8 estima sólo un punto de inflexión y los valores fueron de 68 % y 70 % para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*. El $p2$ estimado por el modelo 6 ocurre al 83% y 86 %, para el 7 fue fijado al 88 % para lograr la convergencia del sistema, en *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, respectivamente.

Cuadro 12. Valores de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen ajustadas para *Pinus pseudostrobus*.

Sistema	RCME	CV	R ² adj	Sesgo	AIC	P	Ψ	$\epsilon\ddagger$	∞	DW	
6)	Vac	0.1791	11.9628	0.9874	0.0041	-9580.2184	$\alpha 0$	0.000066	0.0000026	<.0001	1.8270
							$\alpha 1$	1.795571	0.011	<.0001	
							$\alpha 2$	1.041198	0.0173	<.0001	
							$\beta 1$	0.000012	0.0000002	<.0001	
							$\beta 2$	0.000037	0.0000001	<.0001	
	d	1.9032	5.9637	0.9882	0.1677	3597.574	$\beta 3$	0.000046	0.0000011	<.0001	
							$p 1$	0.08	0.0018	<.0001	
							$p 2$	0.83	0.00963	<.0001	
							$y 1$	0.81582	0.0133	<.0001	
							$y 2$	0.66966	0.0161	<.0001	
7)	Vac	0.1939	12.8916	0.9852	0.0206	-9137.0755	$\beta 1$	-3.47548	0.00783	<.0001	1.8120
							$\beta 2$	41.76374	2.8287	<.0001	
							$\beta 3$	-1.44075	0.0167	<.0001	
							$p 1$	0.107523	0.00359	<.0001	
							$p 2$	0.88			
	d	2.0051	6.2851	0.9869	0.1774	3886.408	$y 1$	0.804197	0.0138	<.0001	
							$y 2$	0.637745	0.0179	<.0001	
							$\beta 1$	2.279969	0.0465	<.0001	
							$\beta 2$	-1.33065	0.0768	<.0001	
							$\beta 3$	-0.51748	0.0637	<.0001	
8)	Vac	0.628	40.845	0.8455	0.1448	-2587.8006	$\beta 4$	1.371845	0.0834	<.0001	1.7170
							$p 1$	0.681164	0.0417	<.0001	
							$y 1$	0.89	0.0123	<.0001	
							$y 2$	0.79	0.0114	<.0001	
							$\beta 1$	2.279969	0.0465	<.0001	
							$\beta 2$	-1.33065	0.0768	<.0001	

Donde; Ψ es el estimador del parámetro, $\epsilon\ddagger$ es el error estándar y ∞ nivel de significancia de los parámetros.

Cuadro 13. Valores de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen ajustadas para *Pinus montezumae*.

Sistema	RCME	CV	R ² adj	Sesgo	AIC	P	Ψ	ε†	∞	DW									
6)	Vac	0.1726	11.1583	0.9884	0.0041	-10367.562	α0	0.000066	0.0000034	<.0001	1.7461								
							α1	1.817381	0.00792	<.0001									
							α2	1.037576	0.0188	<.0001									
							β1	0.000013	0.0000002	<.0001									
							β2	0.00004	0.0000001	<.0001									
							β3	0.000046	0.0000009	<.0001									
							p1	0.089949	0.00186	<.0001									
							p2	0.869455	0.00986	<.0001									
							y1	0.904084	0.0114	<.0001									
							y2	0.768215	0.0114	<.0001									
							β1	-3.6554	0.00792	<.0001									
							β2	29.7855	1.7466	<.0001									
							β3	-1.7158	0.017	<.0001									
							7)	Vac	0.1889	12.1291		0.9861	0.0230	-9835.9708	p1	0.12548	0.00369	<.0001	1.703
p2	0.88																		
y1	0.879309	0.0122	<.0001																
y2	0.7523	0.0124	<.0001																
β1	2.734941	0.0546	<.0001																
β2	-1.76625	0.0877	<.0001																
8)	d	2.4489	7.6266	0.97903	0.0132	5297.4615					β3				-0.55395	0.0695	<.0001	1.6170	
											β4				1.413368	0.0875	<.0001		
											p1				0.701449	0.0438	<.0001		
											y1				0.986864	0.0103	<.0001		
							y2	0.865578	0.00835	<.0001									

En un estudio Uranga (2014) comparó el efecto de la silvicultura de *Pinus patula* en tres regiones con el modelo de Fang *et al.* (2000), encontró que en un bosque natural bajo manejo extensivo el primer punto de inflexión se presenta casi al ras de la base del árbol al 0.06 % y el segundo a 19.5% de la altura total del fuste, en un bosque manejado ocurren al 1.36 % y 95.52 % y finalmente en plantaciones forestales comerciales 8.41% y 92.82% respectivamente.

Hernández (2004) señala que los puntos de inflexión entre las formas del tronco disminuyen con el tiempo, en otras palabras, la forma en las clases tempranas de crecimiento difiere al ahusamiento presentado por individuos mayores. En este trabajo se representaron individuos de todas las edades presentes en el área de estudio.

En ambas especies, la ecuación 6 que corresponde al sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial de Fang *et al.* (2000) obtuvo la calificación total más baja, el valor más alto de R^2_{adj} , el menor sesgo y coeficiente de variación, aunque el valor más alto en el criterio de información de Akaike en la ecuación de volumen comercial, pero una alta significancia en todos sus parámetros. El segundo mejor sistema para ambas especies fue el 7 mientras que el 8 no ajustó significativamente. Resultados en términos de calidad de ajuste fueron similares en un estudio de Pompa *et al.* (2009) para árboles de *Quercus sp.* en donde el modelo de Fang *et al.* (2000) describió de manera precisa el perfil fustal así como la predicción del volumen comercial en el noreste del estado de Chihuahua, México.

Li y Weiskittel (2010) compararon modelos para estimar el ahusamiento-volumen en especies de las principales coníferas de Región Acadia de América del Norte, la ecuación de mejor ajuste en la predicción del volumen del fustal de pino blanco fue la del sistema de Fang *et al.* (2000). Valencia (2013) ajustó el sistema de Biging (1984) y el sistema compatible de ahusamiento volumen de Fang *et al.* (2000) para *Pinus oocarpa* y *Pinus douglasiana* en el estado de Durango, ambos sistemas obtuvieron resultados similares, sin embargo el segundo presentó mayor precisión y se recomienda para la estimación del volumen comercial y como modelo para la distribución de productos para las especies de la UMAFOR 1008.

Brooks *et al.* (2008) seleccionaron el sistema compatible de ahusamiento-volumen de Max y Burkhart (1976) para calcular los diámetros relativos y los volúmenes de las especies de pino Brutian, cedro del Líbano y Cilicica abeto en Turquía, el modelo

demostró un rendimiento constante en términos de ajuste en la estimación de diámetro y volumen. En el presente estudio Max y Burkhart (1976) fue el segundo mejor sistema. Castedo y Álvarez (2000) evaluaron 17 funciones de perfil del tronco en *Pinus radiata*, en Galicia, España, los modelos de Max y Burkhart (1976) y Parresol *et al.* (1987) a pesar de presentar estadísticos de ajuste y validación ligeramente peores que los demás, calcularon los diámetros con mucho menor sesgo que el obtenido mediante el empleo de una única función polinómica para todo el tronco.

Son pocos los trabajos donde se reporta el ajuste de ecuaciones de ahusamiento con información procedente de métodos indirectos; Parket y Matney (1999) elaboran ecuaciones de perfil insesgadas mediante dendrómetros ópticos; Rodríguez y Fernández ajustaron una ecuación de perfil con datos medidos con el Criterion RD1000, no detectaron diferencias significativas en el sesgo ni en la precisión al compararse con la ecuación de la muestra de validación (árboles apeados).

Con el modelo de Fang *et al.* (2000) es posible entonces estimar el volumen total o bien el volumen comercial a un diámetro o altura mínima requerida, también se puede obtener el diámetro mínimo a una determinada altura comercial y viceversa. El sistema de Fang *et al.* (2000) fue seleccionado por presentar la calificación total más baja y se considera como el apropiado para describir el perfil diamétrico del fuste y para cubicar árboles individuales de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* en bosques de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

6.2.5.1. Corrección por autocorrelación y heterocedasticidad

Es común que la mayor parte de los modelos de volumen sufran problemas de heterocedasticidad dado que a mayores valores de diámetros y altura la variación en los volúmenes de los árboles se hace más grande (Torres y Magaña 2001). Después de la corrección por autocorrelación y heterocedasticidad, se observó que los residuos son

mucho más homogéneos (Figuras 7 y 8), lo que destaca es la disminución del error estándar de los parámetros al considerar la variabilidad específica del árbol, sin embargo, los valores de los parámetros no difieren de manera considerable. Hernández *et al.*(2013) corrigieron la violación a los supuestos de regresión (autocorrelación y heterocedasticidad) , encontró que si bien no mejora la capacidad predictiva del modelo, permite corregir la subestimación de la matriz de covarianzas de los parámetros, por consiguiente, se mejora la interpretación de las propiedades estadísticas.

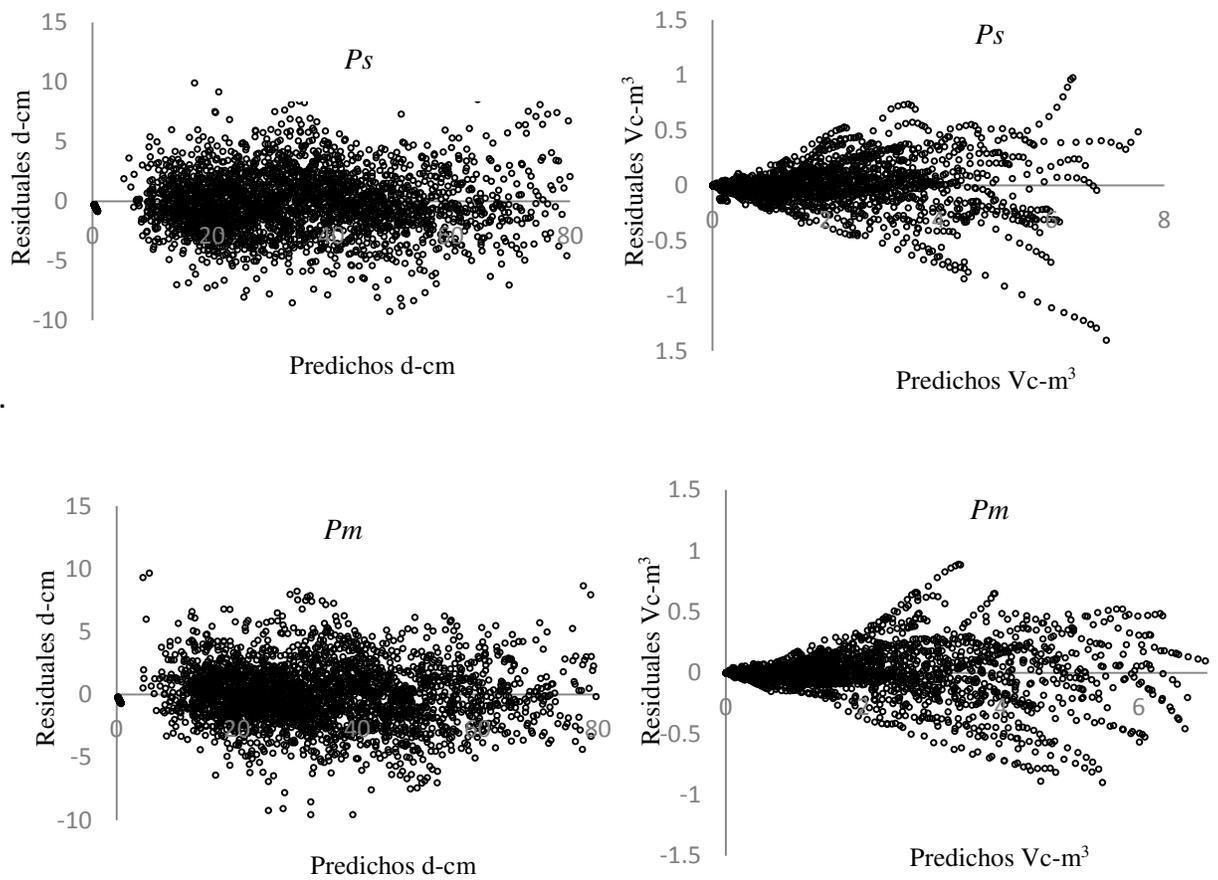


Figura 8. Gráfica de residuales de ahusamiento contra los valores predichos de diámetro y volumen comercial del sistema Fang *et al.* (2000) sin corrección por heterocedasticidad en *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

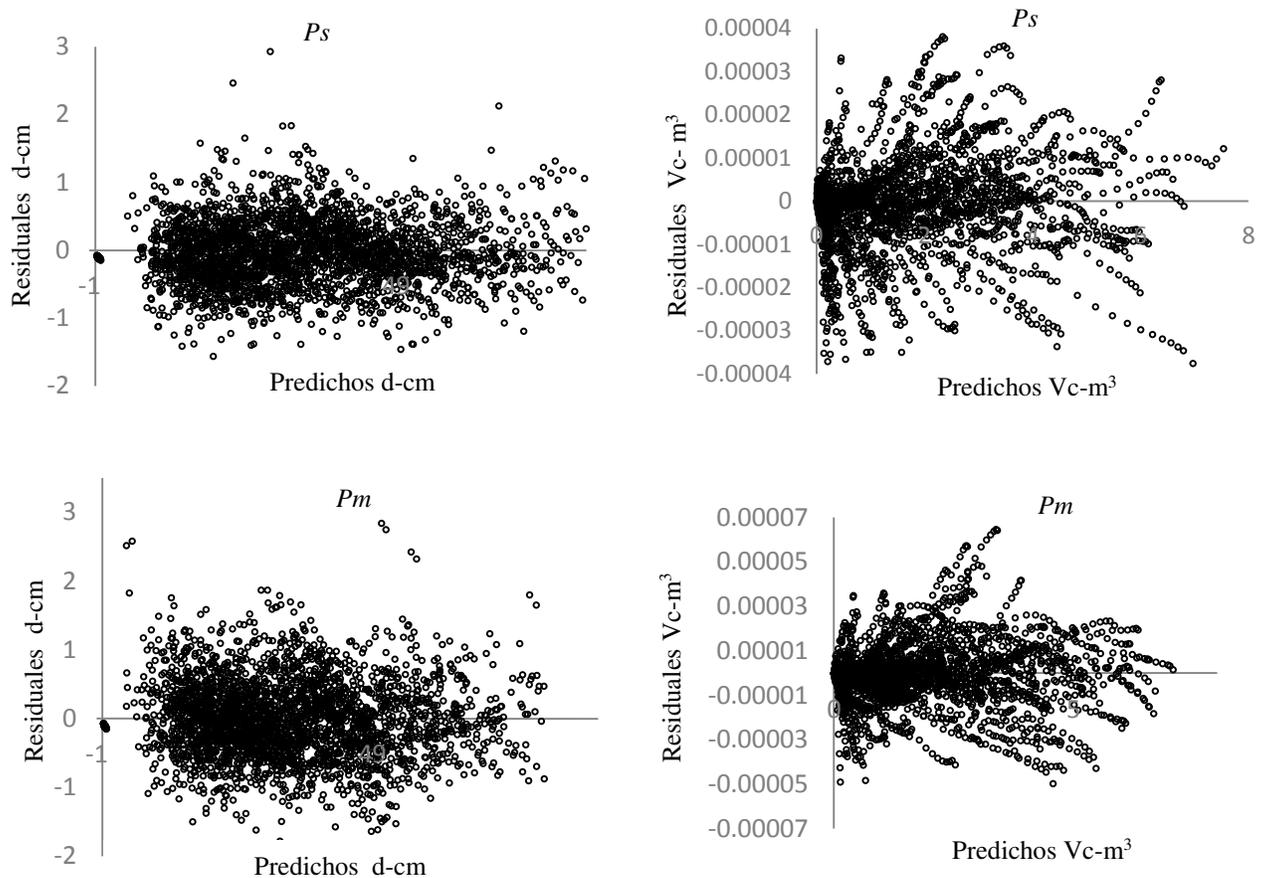


Figura 8. Gráfica de residuales de ahusamiento contra los valores predichos de diámetro y volumen comercial del sistema compatible Fang *et al.* (2000) corregido por heterocedasticidad en *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*.

El comportamiento de los diámetros observados contra las estimaciones realizadas (Figura 9) presentó una tendencia semejante, así como la el volumen comercial observado y predicho (Figura 10), indicador de un buen ajuste del modelo al promedio de la información analizada en ambas especies.

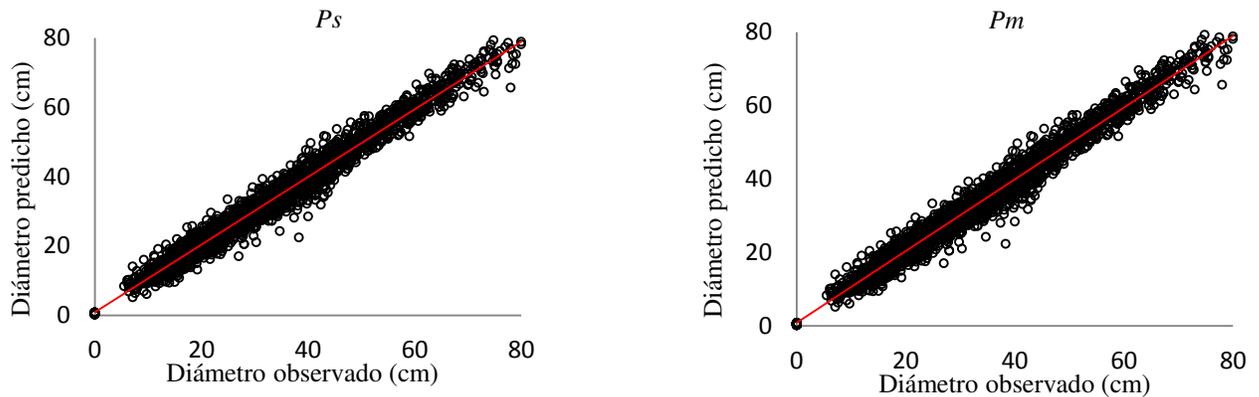


Figura 9. Comportamiento gráfico de los diámetros observados contra los predichos del sistema compatible de Fang *et al.* (2000).

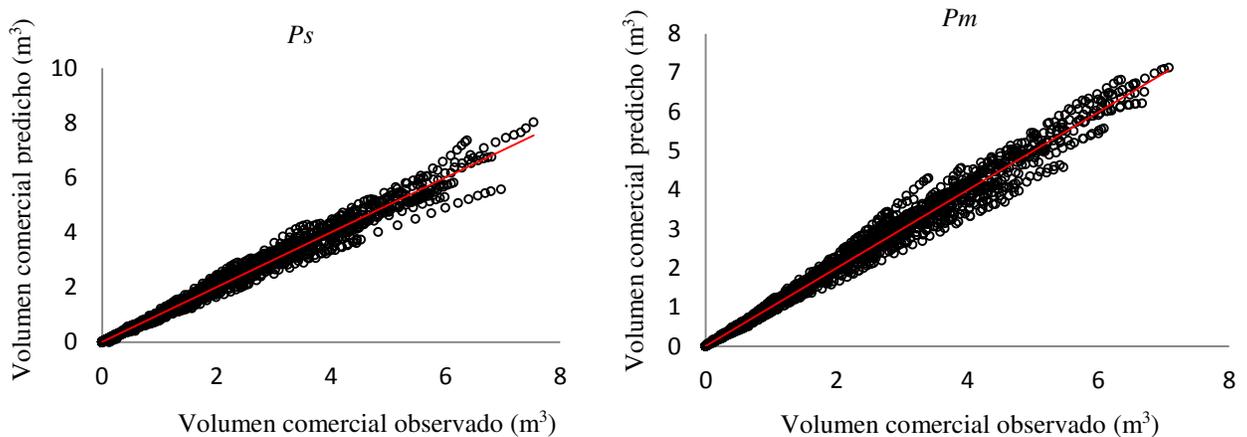


Figura 10. Comportamiento gráfico del volumen comercial observado contra el predicho del sistema compatible de Fang *et al.* (2000).

Las estimaciones del volumen comercial con la ecuación propuesta aunque presenta buenos ajustes, tiene problemas en *Pinus pseudostrobus* al predecir en árboles con volúmenes comerciales mayores a 6 m³, causa sesgo en las predicciones, se asume que la causa es por la poca información que se tiene en esta parte de los datos.

6.2.5.2. Comparación de ecuaciones de ahusamiento-volumen entre especies

El sistema de Fang *et al.* (2000) representa diversas bondades de aplicación para las especies que se desarrollan de forma mezclada, ya que permite modelar el ahusamiento

y volumen comercial de diferentes perspectivas; ajustes específicos para cada especie, ajuste global para todas las especies o con diferencias entre especies con el uso de variables indicadoras (Quiñonez *et al.*, 2014).

Para las dos especies de estudio los parámetros del mejor modelo compatible de ahusamiento-volumen que corresponde al modelo de Fang *et al.* (2000) fueron semejantes, por ello, se ajustó con ambas bases de datos de manera global (modelo reducido) y con uso de variables indicadoras (modelo completo). En los Cuadros 14 y 15 se muestran los resultados de los parámetros y los estadísticos de ajuste de ambos modelos. Los valores del $p1$ del modelo completo y reducido (7%) fueron inferiores a los obtenidos en los modelos previamente ajustados para ambas especies (8%). El $p2$ ocurre al 86 % de la altura total, mismo valor que se obtuvo en el ajuste individual para *Pinus montezumae*, lo cual indica que la tendencia es parabolóide en las dos especies.

Cuadro 14. Valores de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste del modelo completo de Fang *et al.* (2000) para ambas especies.

Sistema	RCME	CV	R ² adj	Sesgo	P	Ψ	ε†	∞	
Fang <i>et al.</i> (2000)	Vac	0.1850	12.1561	0.9866	0.0026	α00	0.000062	0.00000121	<.0001
						α01	-0.00000027	0.00000008	<.0007
	d	2.5400	7.9454	0.9782	0.0954	α1	1.83688	0.00477	<.0001
						α2	1.0225	0.00649	<.0001
						β1	0.00001	0.0000001	<.0001
						β2	0.00003	0.0000000	<.0001
						β3	0.00004	0.0000011	<.0001
						p1	0.07386	0.00171	<.0001
						p2	0.86360	0.00915	<.0001

Donde; Ψ es el estimador del parámetro, ε† es el error estándar y ∞ nivel de significancia de los parámetros.

Cuadro 15. Valores de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste del modelo reducido de Fang *et al.* (2000) para ambas especies.

Sistema	RCME	CV	R ² adj	Sesgo	P	Ψ	ε†	∞		
Fang <i>et al.</i> (2000)	Vac	0.1850	12.1606	0.9866	0.0020	α0	0.000062	0.00000121	<.0001	
						α1	1.837128	0.00475	<.0001	
	d	2.5407	7.9466	0.9782	0.1032	α2	1.02199	0.00647	<.0001	
						β1	0.000011	0.00000019	<.0001	
							β2	0.000039	0.00000007	<.0001
							β3	0.000044	0.00000017	<.0001
							p1	0.074761	0.00169	<.0001
							p2	0.867794	0.0102	<.0001

Donde; Ψ es el estimador del parámetro, ε† es el error estándar y ∞ nivel de significancia de los parámetros.

El modelo completo ajustado con variables indicadoras aditivas para *Pinus montezumae* describe las diferencias que existen entre parámetros, con este ajuste se logró reducir el error estándar de la estimación y la raíz del cuadrado medio del error en el componente del ahusamiento con respecto al modelo reducido. Resultados similares fueron obtenidos por Quiñonez *et al.* (2014) que ajustaron el sistema compatible de ahusamiento volumen de Fang *et al.* (2000) para cinco especies de pino y para establecer diferencias entre especies con variables indicadoras, el modelo completo resultó ser estadísticamente mejor que el reducido.

Para comprobar que no existe diferencias en utilizar el modelo completo y reducido se realizó una prueba de F^* , los valores obtenidos fueron 0.0822 y 0.0156 para la ecuación del ahusamiento y del volumen respetivamente. Los resultados de la prueba indican que no existen diferencias significativas entre el modelo completo y reducido en el componente del ahusamiento, es decir, que la forma del fuste de ambas especies es similar, en respuesta a que se desarrollan en masas puras y mezcladas, con una silvicultura semejante, en contraste con el volumen comercial que resultó ser significativamente diferente entre especies ($\alpha=0.05$). Aunque existe similitud en la forma

del fuste, el sistema de Fang *et al.* (2000) fue ajustado simultáneamente con el componente del ahusamiento y el volumen comercial, ya que éste último fue estadísticamente diferente se procedió a utilizar el ajuste para cada especie de manera específica para describir el perfil fustal y calcular los volúmenes comerciales. Corral *et al.* (2007) ajustaron el modelo de ahusamiento de Fang *et al.* (2000) para realizar comparaciones por pares para cinco especies de pino, obtuvieron diez comparaciones en donde en todos los casos se encontraron diferencias entre el modelo completo y reducido.

6.2.5.3. Descripción del perfil fustal

Para verificar la precisión en la descripción de la forma del modelo de Fang *et al.* (2000), se dibujó el perfil fustal de un árbol para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae*, se compararon los diámetros medidos con la forcípula (valores reales), los medidos con el Criterion RD1000[®] y los estimados con la ecuación (Figuras 11 y 12). Se puede apreciar que el sistema simula satisfactoriamente el perfil en la mayor parte del fuste para ambas especies, sin embargo, es claro que sobreestima las secciones, es más notorio en la especie de *Pinus pseudostrobus*. Se observa que los diámetros medidos con el Criterion RD1000[®] son bastante cercanos a los valores reales en ambas especies.

Desde un punto de vista económico, la parte más importante del tronco es la comprendida corresponde al primer tercio de la altura total del árbol, se aprecia de las estimaciones del diámetro en éste intervalo son bastante precisas.

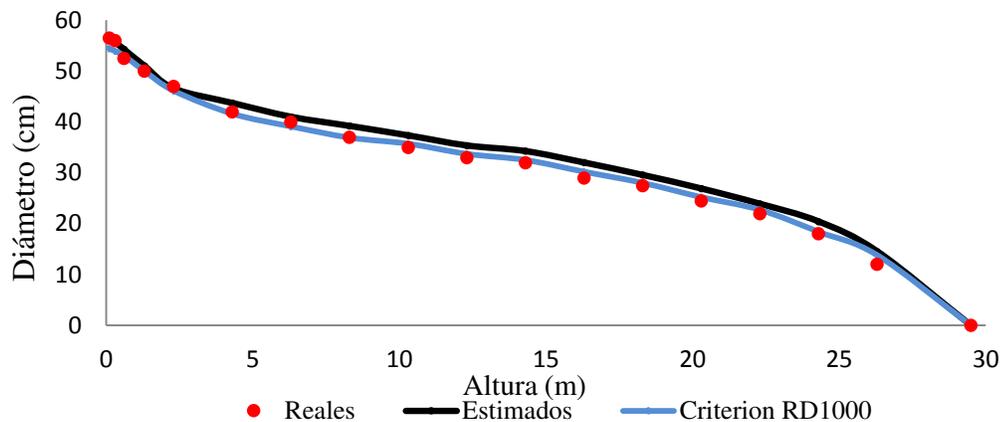


Figura 11. Perfil del fuste de un árbol de 50 cm de diámetro normal de *Pinus pseudostrobus* descrito el sistema compatible de Fang *et al.* (2000) ajustado con diámetros medidos con el Criterion RD1000® (puntos), comparados con los datos reales (línea negra) y los diámetros medidos con el Criterion RD1000® (línea azul).

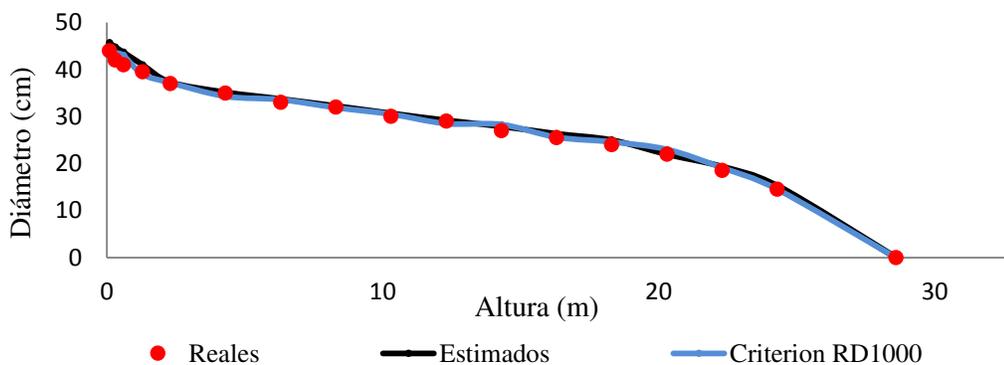


Figura 12. Perfil del fuste de un árbol de 39.5 cm de diámetro normal de *Pinus pseudostrobus* descrito el sistema compatible de Fang *et al.* (2000) ajustado con diámetros medidos con el Criterion RD1000® (puntos), comparados con los datos reales (línea negra) y los diámetros medidos con el Criterion RD1000® (línea azul).

Resultados similares reportan Luna y Álvarez (2014), dibujaron el perfil de un árbol a partir de los valores de diámetro obtenidos con el Criterion RD1000® y LaserAce®3D mediante el sistema de Fang *et al.* (2000), observaron que el modelo describe adecuadamente la forma del fuste con ambos aparatos de *Pinus cooperi* en el ejido la Victoria, Pueblo Nuevo Durango. Pastrana (2013) comparó los diámetros medidos con

la cinta diamétrica y los obtenidos por LaserAce[®]3D mediante el modelo de Fang *et al.* (2000), obtuvieron buenos ajustes y concluyeron que se puede usar el hipsómetro de manera confiable.

6.2.5.4. Análisis de los tipos dendrométricos a partir del modelo de Fang *et al.* (2000)

El factor de forma es la reducción del volumen de un cilindro al volumen real del árbol, es dependiente de cada serie de ahusamiento y debe ser visto como un indicador de la forma fustal. El factor de forma varía con las dimensiones del fuste, con la especie y difiere en cada individuo, pero también depende del sitio y densidad del rodal (Prodan *et al.*, *op. cit.*). El presente estudio se basó en la representación de todas las categorías diamétricas para poder calcular los promedios del factor de forma que sean estadísticamente confiables a partir del modelo de Fang *et al.* (2000). La función del sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial de Fang *et al.* (2000) asume las tres formas geométricas en que puede ser dividido un árbol: la punta que es considerada como un cono, la parte central como un paraboloides y la base como un neiloide. Los valores de la forma descriptiva de los cuerpos geométricos (*k*) de *Pinus pseudostrabus* y *Pinus montezumae* se muestra en los Cuadros 16 y 17.

Cuadro 16. Valores para determinar diferencias en el factor de forma en árboles *Pinus pseudostrabus*.

Parámetro	Estimador	Factor de forma (<i>k</i>)
β_1	0.000012	0.1527
β_2	0.000037	0.4710
β_3	0.000046	0.5856

Cuadro 17. Valores para determinar diferencias en el factor de forma de árboles *Pinus montezumae*.

Parámetro	Estimador	Factor de forma (k)
β_1	0.000013	0.1655
β_2	0.00004	0.5092
β_3	0.000046	0.5856

Para ambas especies en la parte inicial del fuste, el factor de forma corresponde a un neilode, en el centro y al final del árbol son del tipo parabolode, es decir la punta de ambas especies en la región es de tendencia robusta.

Los valores promedios del factor de forma corresponden a 0.46 y 0.49 para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* respectivamente, lo cual indica que ambas especies son de tipo parabolode. Diéguez *et al.* (2003) señala que los árboles de tipo parabolode son característicos de masas regulares de coníferas lo cual coincide con la descripción del área de estudio.

La silvicultura ofrece muchas posibilidades para adecuar la calidad de la madera a sus aplicaciones, no tanto por la factibilidad de mejorar sus propiedades físicas o mecánicas, que también es posible, aunque en pequeña medida, sino por reducir sus anomalías y alteraciones, y en caso de que el uso lo requiera, aumentarlas o fomentarlas (Peña *et al.*, 2011). Barrio *et al.* (2012) ajustaron modelos de perfil para analizar la influencia de las técnicas silvícolas aplicadas en la forma del fuste, esto para mitigar las decisiones inadecuadas, elevar el rendimiento y racionalizar el recurso de la madera.

6.2.5.5. Tablas de volumen con distribución de productos

Con los resultados obtenidos del modelo compatible ahusamiento-volumen de Fang *et al.* (2000) se procedió a realizar dos ejemplos de tablas con distribución de productos de volumen comercial promedio por categoría diamétrica y de altura para ilustrar el uso del

sistema (Cuadros 18 y 19). Los valores del volumen comercial (m^3) se calcularon con la siguiente expresión:

Ecuación de volumen comercial

$$V_c = c_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[\beta_1 r_0 + (I_1 + I_2) + (\beta_2 - \beta_1) r_1 + I_2 (\beta_3 - \beta_2) \alpha_1 r_2 - \beta (1 - q)^{\frac{k}{\beta}} \alpha_1^{I_1 + I_2} \alpha_2^{I_2} \right]$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{e^{\alpha_0 D \alpha_1 H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}}{\beta_1 (r_0 - r_1) + \beta_2 (r_1 - \alpha_1 r_2) + \beta_3 \alpha_1 r_2}}$$

$$r_0 = (1 - h_b/H)^{\frac{k}{\beta_1}} \quad r_1 = (1 - p_1)^{\frac{k}{\beta_1}} \quad r_2 = (1 - p_2)^{\frac{k}{\beta_2}}$$

$$\beta = \beta_1^{1 - (I_1 + I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2} \quad \alpha_1 = (1 - p_1)^{\frac{(\beta_2 - \beta_1)k}{\beta_1 \beta_2}} \quad \alpha_2 = (1 - p_2)^{\frac{(\beta_3 - \beta_2)k}{\beta_2 \beta_3}}$$

La ecuación de ahusamiento se presenta a continuación:

$$d = c_1 \sqrt{H^{\frac{k - \beta_1}{\beta_1}} (1 - q)^{\frac{k - \beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1 + I_2} \alpha_2^{I_2}}$$

$$\text{donde } \begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$$

Donde:

V_c = volumen comercial variable en (m^3)

D = diámetro normal (m)

d = diámetro superior (cm) a la altura h (m) desde el nivel del tocón

H = altura total de los árboles (m)

h_b = altura del tocón (m)

$$q = h/H$$

$$k = \pi/40000$$

$\alpha_i, \beta_i, \delta, p_1, p_2$ = coeficientes que estima el modelo

Toda función de ahusamiento debe permitir el cálculo de la altura a la cual se da el diámetro mínimo comercial deseado, lo cual es particularmente útil para la ecuación de volumen comercial (Cruz, 2007).

Se despeja la variable h de la función de ahusamiento a un diámetro (d) deseado:

$$h = H \times \left[1 - \left(\frac{d^2}{c_1^2 H^{\left(\frac{k-\beta_1}{\beta_1}\right)} p_1^{(I_1+I_2)} p_2^{I_2}} \right)^{\left(\frac{\beta}{k-\beta}\right)} \right]$$

Donde:

h = es la altura a un diámetro (d) deseado.

H = altura total

d = diámetro mínimo deseado

$\alpha_i, \beta_i, \delta, p_1, p_2$ = coeficientes que estima el modelo (Hernández *et al.*, 2013)

Se establecieron los límites comerciales según las especificaciones del aserradero de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán. Los productos son definidos en función al diámetro mínimo y máximo: leña (≥ 5 cm, < 10 cm), pulpa (≥ 10 cm hasta < 20 cm), aserrío (≥ 20 cm).

Cuadro 18. Volumen comercial con distribución de productos (m³) para rodales de *Pinus pseudostrobus*.

CD (cm)	L	P	A	L	P	A	L	P	A	L	P	A	L	P	A	L	P	A	L	P	A	
	Alturas																					
	10			15			20			25			30			35			40			
10	0.043			0.065																		
15	0.061	0.032		0.091	0.049		0.030	0.160														
20				0.014	0.223		0.019	0.302		0.023	0.381											
25				0.010	0.249	0.097	0.013	0.334	0.133	0.016	0.419	0.169										
30							0.010	0.435	0.221	0.257	0.828	0.281										
35							0.013	0.551	0.320	0.016	0.693	0.406	0.020	0.836	0.493							
40										0.016	0.857	0.545	0.019	1.033	0.662	0.023	1.211	0.779				
45										0.017	1.038	0.698	0.020	1.252	0.846	0.023	1.122	2.341	0.027	0.139	2.692	
50													0.021	0.089	2.449	0.025	0.103	2.877	0.028	0.118	3.307	
55													0.023	0.076	2.938	0.027	0.089	3.450	0.031	0.101	3.966	
60													0.025	0.066	3.459	0.029	0.077	4.062	0.034	0.088	4.669	
65																	0.032	0.068	4.713	0.037	0.077	5.417
70																	0.036	0.060	5.402	0.041	0.069	6.209

Donde; L es leña, P es pulpa y A es aserrío.

Cuadro 19. Volumen comercial con distribución de productos (m³) para rodales de *Pinus montezumae*.

CD (cm)	L	P	A	L	P	A	L	P	A	L	P	A	L	P	A	L	P	A	L	P	A	
	Alturas																					
	10			15			20			25			30			35			40			
10	0.045			0.069																		
15	0.064	0.034		0.096	0.052		0.129	0.071														
20				0.152	0.100		0.017	0.323		0.021	0.407											
25				0.008	0.266	0.104	0.011	0.356	0.143	0.014	0.448	0.182										
30							0.008	0.464	0.240	0.010	0.583	0.304										
35							0.006	0.588	0.348	0.007	0.739	0.442	0.009	0.891	0.536							
40										0.010	0.914	0.594	0.012	1.102	0.721	0.014	1.291	0.848				
45										0.010	1.109	0.762	0.012	1.337	0.924	0.014	1.567	1.087	0.016	1.797	1.251	
50													0.012	1.595	1.146	0.014	1.869	1.348	0.016	2.144	1.551	
55													0.013	1.876	1.385	0.016	2.552	1.932	0.017	2.521	1.874	
60													0.014	2.178	1.643	0.017	0.054	5.133	0.018	0.071	5.079	
65																	0.019	0.047	5.889	0.020	0.061	5.897
70																	0.021	0.041	6.689	0.022	0.053	6.765

La evolución de los productos a obtener se va diversificando durante su crecimiento, los rodales incrementan su valor económico conforme aumente su edad (Figuras 13 y 14).

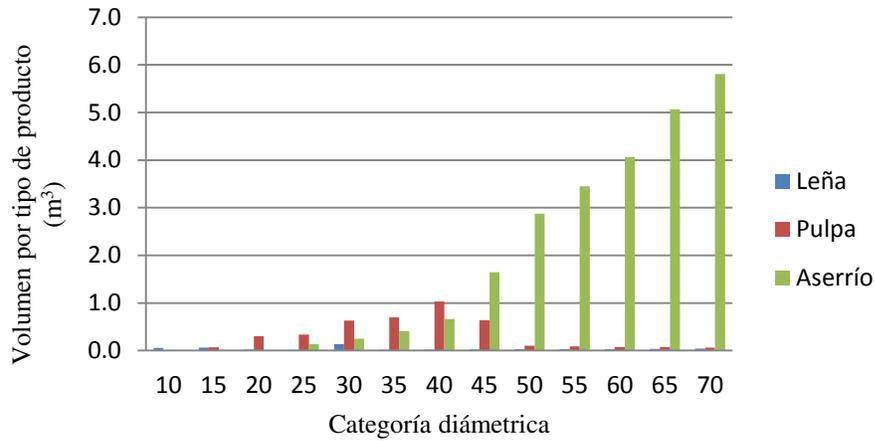


Figura 13. Volumen comercial (m³) por clase diamétrica para *Pinus pseudostrobus*.

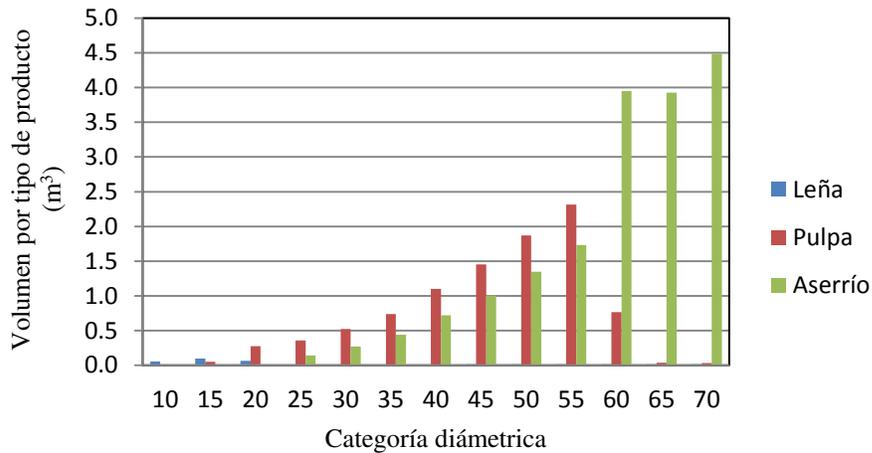


Figura 14. Volumen comercial (m³) por clase diamétrica para *Pinus montezumae*.

Los productos de leña y pulpa para papel registran menor volumen, comienzan a decaer notablemente en las categorías diamétricas de 45 cm y 60 cm en *Pinus pseudostrobus* y en *Pinus montezumae* respectivamente, mientras el aserrío es el producto predominante y representa el mayor valor de madera.

Respecto a los tipos de tarifas de cubicación con clasificación de productos, Diéguez *et al.* (2009) señalan que las más recomendables son las derivadas a partir de las funciones de perfil que son compatibles con las tarifas de cubicación de volumen total. La elección de este tipo de sistemas compatibles se basa en que, en ellos, la aplicación de una tarifa de cubicación de volumen total permite una rápida estimación del volumen de árboles idéntico al que se obtiene por integración de una función de perfil, cuyo empleo resulta más lento y laborioso.

7. CONCLUSIONES

- Con el Criterion RD1000® y el LaserAce®3D se obtienen estimaciones cercanas al valor real en los diámetros y el volumen a lo largo del fuste, por lo cual se pueden emplear indistintamente y se garantiza la confiabilidad del uso por presentar valores bajos de sesgo.
- De las cuatro ecuaciones segmentadas de ahusamiento ajustadas con información procedente de métodos no destructivos, el sistema de Fang *et al.* (2000) fue el que expresó mayor solidez estadística, por lo tanto puede ser empleado para describir el perfil diamétrico del fuste de *Pinus pseudostrobus* y *P. montezumae* en bosques de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.
- De los sistemas compatibles de ahusamiento-volumen, el basado en el modelo de Fang *et al.* (2000) fue el que mejor se ajustó a los datos, en consecuencia es el adecuado y estadísticamente confiable para describir el perfil fustal y para la cubicación con distribución de productos de *Pinus pseudostrobus* y *P. montezumae* en bosques de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.
- La confiabilidad del sistema compatible de ahusamiento-volumen de Fang *et al.* (2000) ajustado con información procedente de métodos no destructivos, se garantiza por la alta precisión en la descripción del perfil fustal de ambas especies sobre todo en la parte donde se concentra la mayor cantidad de volumen.
- Los valores promedios obtenidos del factor de forma dan como resultado que la tendencia de ambas especies es de tipo paraboloides, respuesta del manejo de la densidad para la obtención de productos de mejor calidad para la industria.

- La forma del árbol entre otros factores, refleja la silvicultura que se aplica a la masa forestal, de ahí la necesidad de conocer el factor de forma, los resultados obtenidos en el presente estudio pueden apoyar las decisiones sobre las intervenciones silvícolas para obtener mayores rendimientos maderables.
- Resulta de gran utilidad contar con tablas de volumen con distribución de productos con información procedente de métodos no destructivos, para la valoración y planificación adecuada de las masas forestales sin necesidad de un gasto significativo en apeo.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar D. 2008. Programa de manejo forestal persistente para el aprovechamiento de los recursos forestales maderables para el predio denominado Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Mich. 271 p.
- Anta BM, Álvarez JG y Díaz J. 2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia basada en un modelo de volumen porcentual. Invest Agrar: Sist Recur For 13(3): 506-517.
- Barreto H, Álvarez D y Torrens A. 2013. Modelos del perfil de fuste para *Pinus caribea* var. *Caribea* en la provincia Pinar del Río. Revista Científica Avances 14(3):259-268.
- Barrio A, López AM y Nieto V. 2014. Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. Colombia Forestal 17(2):137-149.
- Bi H. 2000. Trigonometric variable-form taper equations for Australian *Eucalyptus*. For. Sci. 46:397-409.
- Brooks JR, Jiang L, Ozçelik R, 2008. Compatible stem volume and taper equations for Brutian pine, Cedar of Lebanon, and Cilicica fir in Turkey. For. Ecol. Manage. 256: 147–151.
- Caillez F. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 1. Estimación del volumen. FAO, Roma. 92 p.

- Cancino JO. 2006. Dendrometría básica. Concepción: Universidad de Concepción. Facultad de Ciencias Forestales. Departamento e manejo de Bosques y Medio Ambiente. Disponible en: <http://repositorio.udec.cl/xmlui/handle/123456789/407>. (19-07-2015).
- Cao QV, Burkhardt HE and Max TA. 1980. Evaluations of two methods for cubic-foot volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. For. Sci. 26:71-80.
- Castedo F y Álvarez JG. 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil del tronco. Investigación Agraria; Sistema de Recursos Forestales, 9(2), 253-268.
- Castedo F y Álvarez JG. 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil del tronco. Investigación Agraria; Sistema de Recursos Forestales 9(2): 253-268.
- Clark NA, Wynne RH and Schmoltdt DL. 2000. A Review of Past Research on Dendrometers. Forest Science 46(4): 570 -576.
- Corral JJ, Álvarez JG, Ruíz AD and Gadow K. 2004. Compatible height and site index models for five pine species in El Salto, Durango (Mexico). Forest Ecology and Management 201:145–160.
- Corral JJ, Diéguez U, Corral R and Castedo F. 2007. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (México). For.Ecol.Manage.238:118-129.

- Couto TZ y Bastos LM. 1989. Erros na di mediçao de altura en povoamentos de *Eucalyptus* em regio planta. IPEF, N. (39): 21-31.
- Crecente F, Rojo A and Diéguez U. 2000. A merchantable volumen system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountains ranges of Spain. Ann. For.Sci. 66(808): 1-12.
- Cruz C., F. 2007. Modelos de volumen y crecimiento en altura dominante para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. Tesis de Doctorado. Colegio de Postgraduados. Postgrado Forestal. México. 78 p.
- Cruz F, De los Santos, HM y Valdez JR. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. Agrociencia 42(4):473-485.
- Da Cunha TA y Guimaraes CA. 2009. Modelo de regresión para estimar el volumen total con corteza de árboles de *Pinus taeda* L. en el sur de Brasil. Kuru: Revista forestal (Costa Rica) 6(16):15.
- Díaz A. Diseño estadístico de experimentos. 2009. Universidad de Antioquia: Medellín, Colombia. 277 p.
- Diéguez U, Castedo F, Álvarez J.G and Rojo A. 2006. Compatible taper function for plantations in northwestern Spain. Can. J. For. Res. 36: 1190-1205.
- Diéguez U, Rojo A, Castedo F, Álvarez JG, Barrio M, C F,...Sánchez RF. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Galicia, España: Xunta de Galicia. Disponible

en:http://mediorural.xunta.es/fileadmin/archivos/publicacions/herramientas_selvicolas.pdf.

Draper NR y Smith H. 1998. Applied regression analysis. John Wiley & Sons. 243 p.

Fang Z, Borders BE and Bailey RL. 2000. Compatible volume taper models for Loblolly and Slash pine based on system with segmented-stem form factors. For. Sci. 46(1):1-12.

Furnival G. 1961. An Index for comparing equations used in constructing volume tables. Forest Science 7(4): 337 - 341.

Gadow V, Sánchez O y Álvarez J.G. 2007. Estructura y crecimiento de bosque. University of Santiago de Compostela. Disponible en: http://www.usc.es/uxfs/IMG/pdf/Estructura_y_crecimiento_del_bosque1-2.pdf.

Galán R, De los Santos HM y Valdez JR. 2007. Crecimiento y rendimiento maderable de *Cedrela odorata* I. y *Tabebuia donnell-smithii* Rose en San José Chacalapa, Pochutla, Oaxaca. Madera y Bosques 14: 65-82.

Garret S, Kempf JJ and Copstead RL. 1997. Instruments for measuring stem diameters. Publ. 9724 1801-Sdtdc. USDA For. Serv. Tech. And Dev. Cent., San Dimas, Ca. 13 p.

Hernández D, De los Santos HM, Ángeles G, Valdez JR, Volke, V.H. 2013. Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* schlt. et cham. en Zacualtipán, Hidalgo. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 4(16): 35-45 p.

- Hernández ER. 2004. Función de ahusamiento y simulador de trozado para *Sequoia sempervirens* (D.Don) Endl. Tesis de ingeniero forestal. Facultad de ciencias forestales. Universidad de Chile, 84 pp.
- Husch B, Miller C and Beers T. 1982. Forest mensuration. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 402 p.
- Kozak A. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18: 1363-1368.
- Lee W, Seo J, Son Y, Lee K and Gadow V. 2003. Modeling stem profiles for *Pinus densiflora* in Korea. Forest Ecology and Management. 172: 69-77.
- Li R and Weiskittel AR. 2010. Comparison of model forms for estimating for stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. Ann. For. Sci. 67(3):302.
- Linnell A. 1996. Analysis of repeated measures and time series. An introduction with forestry examples. Working paper. British Columbia Ministry of forests. 45 p.
- Luna EO, y Álvarez DO. 2014. Validación del hipsómetro LaserAce® 3D y el dendrómetro Criterion RD1000® en el desarrollo de funciones de perfil: un ejemplo con *Pinus cooperi*. Tesis de licenciatura. Instituto tecnológico de El Salto .48 p.
- Marques M.J. s/f. Estadística básica, Un enfoque no paramétrico. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Estudios Superiores de Zaragoza. Disponible en:
<https://books.google.com.mx/books?id=SaGNZ9CDle0C&printsec=frontcover&dq=estadistica+basica+un+enfoco+no+parametricos&hl=es->

[419&sa=X&ved=0CBsQ6wEwAGoVChMI1MbovYT9yAIVyj4mCh1i7QZF#v=onepage&q=estadística%20básica%20un%20enfoco%20no%20paramétricos&f=false.](#)

- Muñoz HJ, Madrigal HS, García JJ y Lara M.2005. Tablas de volumen para tres especies forestales en el oriente de Michoacán. Informe final. Campo Experimental Uruapan. CIRPAC-INIFAP. Uruapan, Mich. Inédito.
- Newnham RM.1992. Variable-Form Taper Functions for Four Alberta Tree Species. Canadian Journal of Forest Res. 22: 210-223.
- Parker RC and Matney TG. 1999. Comparison of optical dendrometers for prediction of standing tree volume. South. J. Appl. For 23(2): 100-107.
- Peña S, Martínez I y Villasante A.2011. La silvicultura como primera operación de transformación de la madera. Rev. Cien. For. Méx.2 (4): 2007-1132.
- Pérez MA. 2004. Compatibilidad de funciones de volumen y ahusamiento para renovales de Roble en la Décima Región. Tesis de licenciatura. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Valdivia, Chile. 31 p.
- Pérez DN. 1989. Errores en la medición de alturas totales con clinómetro Suunto y una vara de longitud conocida Tascan. Revista Técnico Científica 6(1): 25-30.
- Pérez G, Domínguez M, Martínez P y Etchevers JD. 2012. Caracterización dasométrica e índice de sitio en plantaciones de caoba en Tabasco, México. Rev. Madera y Bosques 18(1):7-24.

- Pérez LD and Kannien DM. 2003. Provisional equations for estimating total and merchantable volume for *Tectona grandis* trees in Costa Rica. *Forests, Trees and Livelihoods* 13(4): 345-359.
- Pompa M, Corral JJ, Díaz MA y Martínez M. 2009. Función de ahusamiento y volumen compatible para *Pinus arizonica* Engelm. En el suroeste de Chihuahua. *Rev. Cien. For. Méx.* 34: 119-136.
- Prodan M, Peters R, Cox F and Real P. 1997. *Mensura Forestal*. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), Costa Rica. 561 p.
- Quiñonez CA. 2002. Tecnología para la determinación de volúmenes maderables de tres especies de pino del Estado de Durango. Ficha tecnológica. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Durango, Durango. 2 p.
- Quiñonez G, De los Santos HM, Álvarez JG y Velázquez A. 2014. Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. *Agrociencia* 48: 553-557.
- Riemer T, Gadow V y Sloboda B. 1995. Ein Modell zur Beschreibung von Baumschäften. *Allg. Forst Jagdztg.* 166:144-147.
- Rodríguez F y Fernández A. 2009. Herramientas de cubicación sin necesidad de apeo de árboles. 5º Congreso Forestal Español. Valladolid, España. 83-88 p.
- Rojo A, Perales X, Sánchez F, Álvarez JG y Gadow K. 2005. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). *Eur J Forest Res.* 124: 177-186.

- Romahn CF, Ramírez H y Treviño JL. 1994. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 345 p.
- Sakici OE, Misira N, Yavuza H and Misira M .2008.Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey .Scandinavian Journal of Forest Research 23(6): 522-523.
- Salas EC, Reyes M y Bassaber EC. 2005. Medición de diámetros fustales con relascopio y forcípula filandesa: efectos en la estimación del volumen. Bosque 26(2):81-90.
- SAS Institute Inc. 2008. SAS/STAT® 9.2 User's Guide. SAS Institute Inc. Raleigh, NC USA. s/p.
- SAS Institute Inc. 2010. Base SAS® 9.2 Procedures Guide: Statistical Procedures, Third Edition. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Sterba H. 1980. Stem curves: a review of the literature. For. Abstracts, 41(4): 141-145.
- Tamarit J C, De los Santos HM, Aldrete A, Valdez JR, Ramírez H y Guerra V. 2013. Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento–volumen. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 5(21):58-74.
- Tapia J y J Návar. 2011. Ajuste de modelos de volumen y funciones de ahusamiento para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Bosques de pino de la Sierra Madre Oriental de Nuevo León, México. Foresta Veracruzana 13(2):19-28.

- Torres JM y Magaña OS .2001. Evaluación de Plantaciones Forestales. Ed. LIMUSA, México. 472 p.
- Trincado G, Burkhart HE.2006. A generalized approach for modeling and localizing stem profile curves. *Forest Science* 52:670-682.
- Uranga LP.2014. Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz. Tesis Doctoral. Colegio de postgraduados .Campus montecillo, Texcoco, México. 91 p.
- Vargas L.2013.Validación y calibración del sistema biométrico utilizado en la elaboración de programas de manejo forestal maderable en la UMAFOR 0808 “Guadalupe y Clavo”, Chihuahua. Comisión Nacional Forestal. Informe técnico.48 p.
- Velasco BE, Madrigal S, Vázquez I, González A, Moreno F. 2007. Tablas de volumen con corteza para *Pinus douglasiana* y *P. pseudostrobus* del Sur Occidente de Michoacán. INIFAP. Ciencia Forestal en México. Vol. 32(101): 93-116.
- Williams MS, Bechtold WA and Labau VJ.1994. Five instruments for measuring tree height: An evaluation. *South. J. Appl. For.* 18 (2): 76-82.
- Zhang Y, Borders ED and Bailey RL.2002. Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing loblolly pine. *For.Sci.* 48: 595-607.
- Zimmerman DL and Núñez V. 2001. Parametric modelling of growth curve data: An overview (with discussion). *Test* 10:1-73.