

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



**PLANIFICACIÓN MULTIPERÍODO DE LAS  
FRECUENCIAS DE PASO Y LAS TABLAS DE  
TIEMPO CON INCERTIDUMBRE EN LA DEMANDA  
Y TIEMPO DE VIAJE**

**POR**

**PAULINA ALEJANDRA ÁVILA TORRES**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE**

**DOCTOR EN INGENIERÍA  
CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

**JUNIO, 2017**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**PLANIFICACIÓN MULTIPERÍODO DE LAS  
FRECUENCIAS DE PASO Y LAS TABLAS DE  
TIEMPO CON INCERTIDUMBRE EN LA DEMANDA  
Y TIEMPO DE VIAJE**

**POR**

**PAULINA ALEJANDRA ÁVILA TORRES**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE**

**DOCTOR EN INGENIERÍA  
CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

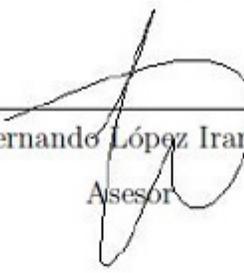
**SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN,**

**JUNIO 2017**

**Universidad Autónoma de Nuevo León**  
**Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**  
**Subdirección de Estudios de Posgrado**

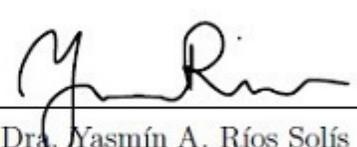
Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Planificación multiperiodo de las frecuencias de paso y las tablas de tiempo con incertidumbre en la demanda y tiempo de viaje», realizada por la alumna Paulina Alejandra Ávila Torres, con número de matrícula 1541904, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Doctor en Ingeniería con especialidad en Ingeniería de Sistemas.

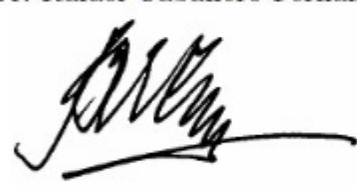
El Comité de Tesis

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Fernando López Irragarri

Asesor

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Rafael Caballero Fernández

  
\_\_\_\_\_  
Dra. Yasmín A. Ríos Solís

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Igor S. Litvinchev

Revisor

  
\_\_\_\_\_  
Dra. Fátima Pérez García

Revisor

Vo. Bo.

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Simón Martínez Martínez  
Subdirector de Estudios de Posgrado

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN, JUNIO 2017

*A mi familia, por su amor, apoyo y comprensión.*

*Especialmente a mi mamá Mary Torres*

*y a mi papá Román Ávila (†).*

# ÍNDICE GENERAL

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>XIII</b>
<b>Resumen</b>	<b>XIV</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Contexto . . . . .	1
1.2. Antecedentes . . . . .	3
1.3. Descripción del problema científico . . . . .	4
1.4. Justificación . . . . .	4
1.5. Objetivo general . . . . .	5
1.6. Objetivos específicos . . . . .	5
1.7. Novedad científica . . . . .	6
1.8. Estructura del documento . . . . .	7
1.9. Conclusiones del capítulo 1 . . . . .	7
<b>2. Marco teórico</b>	<b>8</b>
2.1. Conceptos básicos de la planificación del transporte urbano . . . . .	9
2.2. Programación entera . . . . .	12

---

2.3. Optimización multiobjetivo . . . . .	13
2.4. Optimización con metaheurísticas . . . . .	21
2.5. Programación difusa . . . . .	28
2.6. Estado del arte . . . . .	31
2.7. Conclusiones del capítulo 2 . . . . .	41
<b>3. Formulación del problema</b>	<b>43</b>
3.1. Descripción del problema . . . . .	43
3.2. Supuestos del problema . . . . .	51
3.3. Modelo lineal entero mixto difuso . . . . .	52
3.3.1. Definiciones del sistema de transporte . . . . .	52
3.3.2. Representación de elementos principales . . . . .	54
3.3.3. El modelo difuso . . . . .	59
3.4. Conclusiones del capítulo 3 . . . . .	66
<b>4. Metodología</b>	<b>68</b>
4.1. Metodología de apoyo a la decisión . . . . .	69
4.2. Pre-procesamiento . . . . .	69
4.3. Del modelo difuso al modelo preciso . . . . .	73
4.4. Implementación de SAUGMECON . . . . .	75
4.5. Implementación de SSPMO . . . . .	75
4.6. Implementación de método interactivo . . . . .	78
4.7. Conclusiones del Capítulo 4 . . . . .	79

---

<b>5. Experimentación</b>	<b>80</b>
5.1. Influencia de la demanda . . . . .	81
5.2. Resultados con AUGMECON2 . . . . .	82
5.3. Análisis de sensibilidad de los tiempos de cabecera . . . . .	85
5.4. Planeación del experimento . . . . .	86
5.5. SAUGMECON bi-objetivo con incertidumbre en la demanda . . . . .	87
5.6. SAUGMECON 3-objetivos con incertidumbre en demanda . . . . .	93
5.7. SAUGMECON 3-objetivos con incertidumbre en demanda y tiempo de viaje . . . . .	97
5.8. Análisis incertidumbre en demanda vs. incertidumbre en demanda y tiempo . . . . .	100
5.9. K-preferencia vs. segundo índice de Yager . . . . .	109
5.10. SSPMO bi-objetivo con incertidumbre en demanda . . . . .	116
5.11. Conclusiones del Capítulo 5 . . . . .	118
<b>6. Conclusiones</b>	<b>120</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	120
6.2. Trabajo futuro . . . . .	122
<b>Bibliografía</b>	<b>124</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

2.1. Proceso de planificación del transporte urbano (Ceder [19]). . . . .	11
2.2. Solución soportada y no soportada (González [42]). . . . .	17
2.3. Salida de escenarios infactibles (Zhang y Reimann [101]). . . . .	20
2.4. Explorando nuevos valores (Zhang y Reimann [101]). . . . .	20
2.5. Diagrama de SAUGMECON (Zhang y Reimann [101]). . . . .	21
2.6. Diagrama de bloque para determinar la frecuencia de paso (Ceder [20]).	37
3.1. Tiempos de salida (Ceder [20]) . . . . .	44
3.2. Tipos de nodos de sincronización (Ibarra-Rojas et al. [48]) . . . . .	45
3.3. Problema de programación multiperiodo. $S_h$ es el horizonte de planificación, $T^v$ son los periodos de tiempo. En cada $T^v$ la demanda es considerada casi constante. . . . .	49
3.4. Diferentes formas de representar salidas . . . . .	55
3.5. Políticas de tiempos de cabecera . . . . .	56
3.6. Primera salida. . . . .	57
3.7. Salidas consecutivas. . . . .	57
3.8. Última salida. . . . .	58

---

4.1. Ventana de tiempo para la sincronización . . . . .	71
5.1. Instancia pequeña resuelta con AUGMECON2. . . . .	84
5.2. Instancia pequeña resuelta con AUGMECON2. . . . .	84
5.3. Instancia 7 resuelta con SAUGMECON . . . . .	88
5.4. Instancia 23 resuelta con SAUGMECON . . . . .	88
5.5. Instancia 24 resuelta con SAUGMECON . . . . .	88
5.6. Correlación . . . . .	89
5.7. Efecto en tiempo de ejecución . . . . .	90
5.8. Costo vs. sincronización (instancia 20) . . . . .	91
5.9. Costo vs. sincronización (instancia 24) . . . . .	91
5.10. Comportamiento del costo en relación a los parámetros de la instancia	92
5.11. Comportamiento de las sincronizaciones en relación a los parámetros de la instancia . . . . .	93
5.12. Costo vs. Demanda instancia 2 (DF). . . . .	94
5.13. Costo vs Confianza instancia 2 (DF). . . . .	95
5.14. Sincronizaciones vs Demanda instancia 22. . . . .	95
5.15. Sincronizaciones vs Confianza instancia 22. . . . .	96
5.16. Tiempo de espera vs Demanda instancia 22. . . . .	96
5.17. Tiempo de espera vs Confianza instancia 22. . . . .	97
5.18. Costo vs. Demanda instancia 2 (DTF). . . . .	98
5.19. Costo vs. Confianza instancia 2 (DTF). . . . .	98

---

5.20. Sincronizaciones vs. Demanda instancia 22 (DTF). . . . .	99
5.21. Sincronizaciones vs. Confianza instancia 22 (DTF). . . . .	99
5.22. Tiempo de espera vs. Demanda instancia 22 (DTF). . . . .	100
5.23. Tiempo de espera vs. Confianza instancia 22 (DTF). . . . .	100
5.24. Costo vs Demanda instancia 2 (DF). . . . .	103
5.25. Costo vs. Demanda instancia 2 (DTF). . . . .	103
5.26. Costo vs. Confianza instancia 2 (DF). . . . .	104
5.27. Costo vs. Confianza instancia 2 (DTF). . . . .	104
5.28. Sincronizaciones vs Demanda instancia 22 (DF). . . . .	105
5.29. Sincronizaciones vs Demanda instancia 22 (DTF). . . . .	105
5.30. Sincronizaciones vs Confianza instancia 22 (DF). . . . .	106
5.31. Sincronizaciones vs Confianza instancia 22 (DTF). . . . .	106
5.32. Tiempo de espera vs. Demanda instancia 22 (DF). . . . .	107
5.33. Tiempo de espera vs. Demanda instancia 22 (DTF). . . . .	108
5.34. Tiempo de espera vs. Confianza instancia 22 (DF). . . . .	108
5.35. Tiempo de espera vs. Confianza instancia 22 (DTF). . . . .	109
5.36. DF-K vs DF-2Y instancia 2 (Demanda alta). . . . .	110
5.37. DF-K vs DF-2Y instancia 2 (Demanda baja). . . . .	111
5.38. DTF-K vs DTF-2Y instancia 2 (Demanda alta). . . . .	111
5.39. DTF-K vs DTF-2Y instancia 2 (Demanda baja). . . . .	112
5.40. Costo vs Periodos-Rutas-Nodos. . . . .	114

---

5.41. Costo vs Densidad-Tiempo de cabecera. . . . .	114
5.42. Sincronización vs Periodos-Rutas-Nodos. . . . .	115
5.43. Sincronización vs Densidad-Tiempo de cabecera. . . . .	115
5.44. Tiempo vs Periodos-Rutas-Nodos. . . . .	116
5.45. Tiempo vs Densidad-Tiempo de cabecera. . . . .	116
5.46. Instancia 1 resulta con SSPMO . . . . .	117
5.47. Instancia 9 resulta con SSPMO . . . . .	118

# ÍNDICE DE TABLAS

---

3.1. Revisión de literatura. . . . .	50
4.1. Proceso de toma de decisión. . . . .	69
4.2. Arreglo de tiempos de salida. . . . .	76
5.1. Demanda en los periodos. . . . .	81
5.2. Resultados con suma ponderada. . . . .	82
5.3. Tamaño de instancias. . . . .	83
5.4. Clasificación de instancias. . . . .	85
5.5. Características de las instancias. . . . .	86
5.6. Hipervolumen. . . . .	101
5.7. Métrica C. . . . .	102
5.8. Métrica C entre K-Preference y Segundo índice de Yager. . . . .	112
5.9. Hipervolumen entre K-Preference y Segundo índice de Yager. . . . .	113

# AGRADECIMIENTOS

---

A Dios por haberme permitido terminar mis estudios.

A mi familia por el apoyo brindado a lo largo de estos años.

A mi mamá por su apoyo incondicional.

A mis maestros del PISIS y de manera muy especial a mi director Dr. Fernando López Irarragorri por los conocimientos aportados y sus consejos en el trabajo de tesis.

Al Dr. Rafael Caballero y su equipo de trabajo por las aportaciones hechas a este trabajo de tesis.

A la Dra. Yasmín Ríos Solís, Dr. Igor Litvinchev y Dra. Fátima Pérez García por formar parte de mi comité de tesis.

A la UANL, FIME y CONACyT por el apoyo económico otorgado que me permitió realizar mis estudios de posgrado.

A la SMM, la Fundación Sofia Kovalevskaja, AUIP y Do Analytics por el apoyo económico que me permitió participar en congresos y realizar estancias de investigación.

# RESUMEN

---

Paulina Alejandra Ávila Torres.

Candidato para el grado de Doctor en Ingeniería  
con especialidad en Ingeniería de Sistemas.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio:

## PLANIFICACIÓN MULTIPERIODO DE LAS FRECUENCIAS DE PASO Y LAS TABLAS DE TIEMPO CON INCERTIDUMBRE EN LA DEMANDA Y TIEMPO DE VIAJE

Número de páginas: 138

**OBJETIVOS:** Realizar un estudio detallado del problema integrado de cálculo de frecuencia de paso y la construcción de tablas de tiempo desde una perspectiva multicriterio en un sistema de transporte multimodal, considerando planeación multiperiodo y diversos objetivos para los actores sociales que intervienen en el proceso de la planeación del transporte urbano, además se incorpora incertidumbre en demanda y tiempo de viaje.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: Una metodología de apoyo a la decisión multicriterio para el problema integrado de construcción de tablas de tiempo y cálculo de frecuencia de paso de frecuencia de paso.

Firma del director: \_\_\_\_\_

Dr. Fernando López Irarragorri

## CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN

---

En este capítulo se presenta el diseño de la investigación de este trabajo de tesis. El problema científico que se investiga es la integración del cálculo de frecuencias de paso y la selección de los tiempos de salida de las unidades, con incertidumbre en la demanda y tiempo de viaje, para la construcción de tablas de tiempo multiperiodo de un sistema de transporte urbano multimodal.

A continuación, se presenta la estructura de este capítulo. En la Sección 1.1 se analiza brevemente el proceso de planeación del transporte urbano, luego se describen de forma concisa algunos trabajos previos. En la Sección 1.2 se presentan algunos antecedentes del problema. A continuación en la Sección 1.3 se describe de manera general el problema que se aborda en esta investigación. En la Sección 1.4 se presenta la justificación de este problema. En las Secciones 1.5 y 1.6 se describen: el objetivo general y los objetivos específicos que rigen esta investigación.

Finalmente, se presenta la novedad científica en la Sección 1.7. En la Sección 1.8 se describe el contenido de cada uno de los capítulos que conforman este documento.

## 1.1 CONTEXTO

Según Ceder [20], el proceso de planeación de transporte urbano comúnmente incluye cuatro actividades básicas, usualmente ejecutadas en secuencia: (1) Diseño de la red, (2) Confección de las tablas de tiempos, (3) Asignación de vehículos y

(4) Asignación de operadores. Cada una de estas actividades tiene sub-actividades donde la salida de cada una de ellas es la entrada de la siguiente.

Estas cuatro actividades según Desaulniers & Hickman [31] están repartidas en tres subsistemas: estratégico, táctico y operacional. El objetivo del subsistema estratégico (diseño de la red) es maximizar la calidad del servicio, mientras que el subsistema de la planeación táctica se centra en las decisiones relacionadas con el servicio ofrecido al público (las frecuencias de paso y las salidas de unidades); finalmente el subsistema de planeación operacional (asignación de vehículos y asignación de operadores) se ocupa de cómo la operación debe ser llevada a cabo para brindar un servicio competitivo y de calidad.

En este trabajo, se aborda la Planificación táctica representada por la construcción de tablas de tiempo. Según Desaulniers & Hickman [31], el problema del cálculo de frecuencias mínimas de paso consiste en seleccionar las frecuencias que maximicen el servicio de los pasajeros, esto incluye restricciones de flota de vehículos, capacidad y políticas para un mínimo de frecuencias deseadas. El problema del establecimiento de frecuencias mínimas de paso es fundamental para los programadores de la planeación del transporte urbano en cuya solución deben considerarse al menos dos objetivos en conflicto como indica Wilson [39]: por una parte, las empresas desean minimizar los costos de operación y por la otra, los pasajeros desean un menor tiempo de viaje.

La selección de los tiempos de salida, consiste en la planificación de salidas de unidades a partir de las frecuencias de paso y otros parámetros. Un objetivo típico consiste en maximizar las sincronizaciones de unidades que refleja las necesidades de transportación de la comunidad. La tabla de tiempos es la base del éxito para las dos siguientes actividades dentro del proceso de planeación de transporte urbano como se señala en Borndorfer et al.[9].

En México, generalmente, la planificación de una empresa de transporte urbano se realiza manualmente. Los programadores de la operación intentan crear horarios

de salida en una tabla de tiempos mientras cumplen con la frecuencia requerida y la sincronización de nodos preestablecidos según lo señala Ceder [21].

La construcción de las tablas de tiempos según Molinero & Sánchez [69] es determinante para brindar un nivel deseado de servicio en diferentes periodos del día bajo diferentes condiciones o escenarios. En general, las tablas de tiempo son importantes para la empresa porque ayudan a mantener bajo control salarios y otros costos de la operación. Por este motivo, las tablas de tiempo son claves para una operación controlada y ordenada.

## 1.2 ANTECEDENTES

El problema que vamos a abordar en este trabajo se caracteriza según su: frecuencia, nodos de transferencia, nodos de aglomeración, costo fijo y costo variable, múltiples modos de transporte, demanda desconocida, división del horizonte de planificación en periodos e integración de frecuencia de paso y asignación de tiempos de salida. Anteriormente, en trabajos previos, problemas con este tipo de características han sido abordados, pero no de manera conjunta.

Autores como Hadas [43], Verbas et al.[96] y Baskaran [6] incorporan la frecuencia; los nodos de transferencia son abordados por Jensen et al. [52], Eranki [34] y Ibarra-Rojas et al [48] y Zhang et al. [50]. Uno de los principales objetivos es minimizar el costo de operación como se puede apreciar en Chen [23], Hadas [43], Baskaran [6], Liu [58], Chakroborty [22] y Zhao [114], entre otros.

Recientemente, los sistemas de múltiples modos de transporte han tenido un mayor auge (Liu [58], Zhang [50] y Wang [99]), así como considerar la incertidumbre en algunos parámetros como lo hacen Verbas [95], Rasmussen [81], Chen [23], Yan [106], Hadas [43], Baskaran [6] considerando la naturaleza estocástica de algunos parámetros como demanda y tiempo de viaje.

La integración de dos o más actividades del proceso de transporte urbano

es una característica altamente deseable ya que, de no hacerlo, se pueden crear tablas de tiempo no óptimas, Esta característica ha sido trabajada por autores como Chakroborty [22], Zhao [114], y Szeto [89].

En general, no se ha encontrado algún artículo que, además de considerar incertidumbre en demanda y tiempo de viaje, integre las actividades de frecuencia de paso y salidas de unidades, considerando múltiples objetivos y, además, realice una planificación multiperiodo en un sistema multimodal.

### 1.3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA CIENTÍFICO

En este trabajo se aborda el problema de establecer de forma integrada la frecuencia mínima de paso y la selección de los tiempos de salida para la construcción de tablas de tiempo. Para ello, vamos a tener en cuenta los siguientes puntos:

- Diferentes criterios que brinden beneficios a los actores sociales involucrados en el proceso del transporte urbano.
- Incertidumbre en la demanda y tiempo de viaje.
- Sincronización entre salidas en el mismo periodo o diferentes periodos.
- Planificación para múltiples periodos con demandas diferentes.
- Múltiples medios de transporte.

### 1.4 JUSTIFICACIÓN

El establecimiento de frecuencias mínimas de paso y la selección de los tiempos de salida son dos problemas a los que los planeadores de la operación se enfrentan durante la construcción de la tabla de tiempos. Típicamente, los programadores de la

operación suelen modificar en base a su experiencia, la tabla de tiempos para ajustar-la a la realidad. Esto repercute en las etapas de asignación de vehículos y asignación de operadores, ya que se modifica la planeación hecha, y cualquier cambio, efectuado en las frecuencias mínimas y su tabla de tiempos, puede implicar que se asigne un mayor número de vehículos y operadores, lo que puede ocasionar incremento en los costos de operación y disminución del nivel de servicio de los pasajeros.

El transporte público en México está a cargo de empresas privadas. Muchas de ellas no cuentan con ningún sistema computarizado y eficiente que determine la frecuencia de paso, salidas de unidades, etc; por lo general, la planificación realizada es de forma manual, lo que conlleva los inconvenientes descritos anteriormente.

Al integrar ambas actividades se logrará una planificación óptima, que permitirá a la empresa brindar un servicio de calidad al menor costo posible, donde el pasajero experimentará una sobrecarga mínima en las unidades y además el tiempo de espera al realizar un transbordo será el menor posible.

## 1.5 OBJETIVO GENERAL

El objetivo de esta tesis es el de realizar un estudio detallado del problema multiperiodo e integrado de las salidas y cálculo de frecuencia de paso desde una perspectiva multicriterio en un sistema de transporte multimodal, satisfaciendo las necesidades de los actores sociales que intervienen en el proceso de planificación del transporte urbano como la empresa, los pasajeros, el gobierno; y considerando incertidumbre en la demanda y tiempo de viaje.

## 1.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Crear un modelo matemático que integre el cálculo de la frecuencia de paso mínimo y la selección de los tiempos de salida, tomando en consideración la incertidumbre en la demanda y tiempo de viaje, sincronizaciones multiperiodo

y diferentes objetivos asociados a los actores sociales involucrados en el proceso de planeación de un sistema de transporte multimodal.

2. Desarrollar una metodología de apoyo a la decisión multicriterio para el proceso de decisión en la confección de tablas de tiempo.
3. Mostrar la aplicabilidad de la metodología en ejemplos concretos generados aleatoriamente a partir de datos reales.

## 1.7 NOVEDAD CIENTÍFICA

En esta tesis se desarrolla un modelo matemático entero mixto difuso, que considera las siguientes características:

- Integración de frecuencia de paso mínima y la selección de los tiempos de salida.
- Múltiples periodos.
- Criterios para diversos actores sociales del sistema de transporte público.
- Incertidumbre en la demanda y tiempo de viaje.
- Sincronización multiperiodo.
- Múltiples medios de transporte.

Además, se implementa un método de solución que resuelve instancias de tamaño razonable. En el Capítulo 3 se encuentra una descripción detallada de las características mencionadas anteriormente.

## 1.8 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

El presente documento está organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 2, se presenta el marco teórico abarcando los temas que están relacionados con el problema y la perspectiva desde la cual se aborda el problema. En ese capítulo se exponen temas como la teoría de planeación del transporte público, programación entera, lógica difusa, optimización multiobjetivo, entre otros. También, se presenta el estado del arte y se expone un análisis crítico de trabajos similares.

En el Capítulo 3 se plantea detalladamente el problema, se presenta el modelo matemático desarrollado y los supuestos considerados. En el Capítulo 4 se describe la metodología general que se sigue para resolver el problema aquí abordado. En el Capítulo 5 se presentan resultados experimentales. Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones y recomendaciones para trabajo futuro.

## 1.9 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 1

En la literatura revisada no se han encontrado trabajos que modelen de forma integrada las actividades de frecuencia mínima de paso y establecimiento de tiempos de salida de un sistema multimodal, para una planificación multiperiodo, con múltiples objetivos, considerando incertidumbre en demanda y tiempo de viaje.

El problema abordado en este trabajo de tesis, es de gran relevancia para México, pues generalmente este problema es resuelto de forma manual, con las limitaciones que esto implica: planificación para pares de rutas, soluciones no óptimas, mayor esfuerzo y mayor costo.

## CAPÍTULO 2

# MARCO TEÓRICO

---

En este capítulo se revisan algunos temas necesarios para una mejor comprensión del problema que se aborda en esta tesis. Se explican algunos conceptos básicos del transporte, y se describen las actividades que conforman el proceso de transporte urbano. Explicamos en qué consiste un problema de programación entera, y su formulación típica. Así mismo, se tocan temas de optimización multiobjetivo, donde mostramos definiciones como óptimo de Pareto, frontera de Pareto, y hablamos de métodos exactos para resolver este tipo de problemas.

Debido a la dificultad de algunos problemas para ser resueltos de manera exacta, en ciertas ocasiones es recomendable utilizar metaheurísticos. Se describirán las características comunes de los métodos metaheurísticos y se explicará de manera detallada el metaheurístico aquí utilizado. Igualmente, en este capítulo tratamos el tema de programación difusa, el cual nos sirve para incorporar incertidumbre al problema. Finalmente, hacemos una revisión del estado del arte.

En la Sección 2.1 se expone la teoría del transporte urbano, la Sección 2.2 muestra conceptos básicos relacionados a la programación entera. En la Sección 2.3 se exponen conceptos de optimización multiobjetivo.

Después, en la Sección 2.4 se desarrolla la metaheurística, definiendo las características relevantes así como la estrategia aplicada para este problema. En la Sección 2.5 se presentan los conceptos básicos de programación difusa y, finalmente, en la Sección 2.6 se hace un análisis crítico sobre el estado del arte.

## 2.1 CONCEPTOS BÁSICOS DE LA PLANIFICACIÓN DEL TRANSPORTE URBANO

El objetivo principal de la planeación del transporte público es ofrecer a la población un servicio de calidad que permita a los pasajeros viajar cómoda y rápidamente a una tarifa aceptable. Además, las agencias de transporte público desean realizar la operación al menor costo, también tienen un componente social, como reducir la contaminación y el tráfico, como lo indica Desaulniers [31]. El objetivo de abordar la teoría del transporte urbano, es para que el lector tenga una idea general del problema presentado en esta tesis, las etapas que conforman el proceso del transporte urbano, así como los objetivos de cada una de ellas.

El proceso de planeación se divide en subproblemas que generalmente se resuelven secuencialmente: estratégico, táctico y operacional. Los problemas de planeación estratégica se relacionan con decisiones a largo plazo como el diseño de las rutas y la red. La mayoría de estos problemas caen dentro de la categoría del diseño de la red y resuelven problemas de asignación como subproblemas. El objetivo de los problemas estratégicos consiste en maximizar la calidad del servicio bajo restricciones de cartera según Desaulniers [31].

El diseño de la red es un problema estratégico que consiste en determinar qué arcos incluir en la red, el diseño de la red de transporte incluye ensamblar estos arcos en rutas fijas y determinar la frecuencia de servicio en cada ruta. El resultado del diseño de la red es un conjunto de rutas y sus frecuencias. El objetivo del diseño de la red puede ser minimizar el tiempo total de viaje, con el fin de asegurar una cobertura adecuada de la red para brindar acceso a nodos específicos.

Los problemas de planeación táctica conciernen a decisiones relacionadas al servicio ofrecido al público, como las frecuencias de las rutas y las tablas de tiempos. Para diferentes escenarios estos problemas también se enfocan en la calidad del servicio.

El establecimiento de frecuencias es un problema que forma parte de la planificación táctica; su meta es seleccionar las frecuencias que maximicen la calidad del servicio al menor costo posible. La tarea más común es calcular la frecuencias considerando una capacidad máxima de las unidades.

La planificación de las salidas es otra de las actividades que se llevan a cabo en la planeación táctica. Su construcción requiere convertir las frecuencias de servicio en una programación fija, sus entradas son la estructura de la red, frecuencia de servicio y los tiempos de cabecera y el resultado es un conjunto de viajes y sus tiempos de salida programados en las terminales. Es con base en la tabla de tiempos que la asignación de vehículos y asignación de operadores (actividades de la planeación operacional) son construídas según lo indica Desaulniers [31].

Los problemas operacionales están relacionados a cómo la operación debe ser conducida para ofrecer el servicio propuesto al menor costo. El objetivo de todas las subactividades es minimizar el costo total.

La asignación de vehículos es la primera actividad de la planeación operacional, juega un rol importante en la administración de las agencias de transporte público ya que es la primera actividad que se enfoca en minimizar los costos. La asignación de vehículos es la programación de los mismos para satisfacer los viajes fijados al menor costo, según lo señalado por Desaulniers [31].

La siguiente actividad es la asignación de operadores. Al igual que la asignación de vehículos esta actividad es importante para la agencia de transporte público, desde el punto de vista económico, ya que determina el total a pagar a los operadores, consiste en determinar los días de trabajo y horario para los operadores a fin de cubrir los vehículos.

La Figura 2.1 muestra las etapas del proceso de transporte urbano, los datos que se requieren como entrada y lo que cada etapa produce de acuerdo a lo propuesto por Ceder [19].

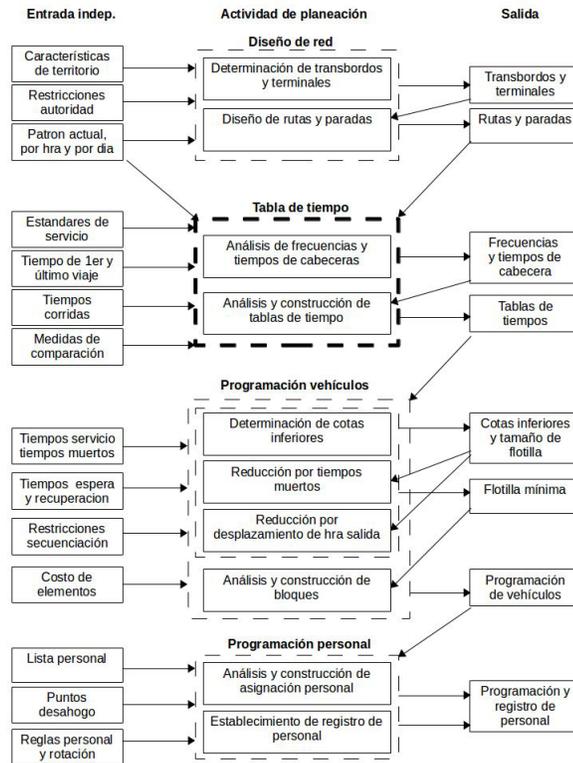


Figura 2.1: Proceso de planificación del transporte urbano (Ceder [19]).

A continuación, se presentan algunos conceptos básicos del sistema del transporte urbano, Eranki [34]:

- *Ruta*: Una ruta se compone de tramos de los cuales se conoce el inicio y fin, y son consecutivos.
- *Nodo*: Es un lugar o tramo donde las unidades se detienen para carga y descarga de pasajeros.
- *Tiempo de cabecera*: Es un tiempo definido entre dos salidas sucesivas de unidades asignadas a una ruta.
- *Frecuencia*: Número posible de salidas en cada ruta dentro de un periodo de tiempo.

- *Periodo pico*: Son las horas en las que hay mayor demanda de servicio.
- *Periodo valle*: Son las horas en las que existe menor demanda de servicio.
- *Sincronización*: Es la llegada de dos unidades de dos rutas diferentes a un mismo nodo o dos nodos diferentes, dentro de una ventana de tiempo.
- *Aglomeración*: Ocurre cuando una o más unidades no cumplen con su planificación y se acumulan en un mismo nodo.

## 2.2 PROGRAMACIÓN ENTERA

Existen problemas lineales donde es aceptable que las variables de decisión tomen valores fraccionales, por ejemplo se pueden producir 3.5 litros de vino o decir que se tiene, en promedio, una producción de 58.5 automóviles. Sin embargo, existen muchos problemas donde las soluciones fraccionales no son realistas (Wolsey [102]). Tal es el caso de programación de tablas de tiempo (cuando el tiempo lo mide en minutos), donde se busca encontrar un horario de autobuses, trenes u otros medios de transporte y que los tiempos sean lo suficientemente pequeños para que el tiempo de espera no sea excesivo, pero sí suficiente grande para permitir el transbordo entre unidades. Otro ejemplo, es en telecomunicaciones, donde un problema típico consiste en la instalación de una nueva capacidad para satisfacer una demanda prevista de voz/datos y el problema es minimizar el costo tomando en cuenta la posibilidad de fallo de una línea o un centro. Otro problema, es la planificación de una programación de generación de electricidad por hora o por semana para decidir qué generadores producirán electricidad y a qué nivel, por mencionar algunos (Wolsey [102]).

A continuación, se define el significado de un modelo matemático de programación lineal entera.

Suponga que tiene un problema representado por un modelo lineal

$$\text{máx}\{cx : Ax \leq b, x \geq 0\}$$

donde  $A$  es una matriz de  $m \times n$ ,  $c$  es un vector renglón  $n$ -dimensional y  $b$  es un vector columna  $m$ -dimensional. Ahora se agregan restricciones lineales que obligan que ciertas variables sólo tomen valores enteros. Este tipo de problemas son llamados problemas de programación entera (Wolsey [102]) (IP por sus siglas en inglés).

Existen, dentro de la programación entera, diferentes formulaciones (Wolsey [102]). El modelo que se presenta en el Capítulo 3 corresponde al tipo entero mixto:

La programación entera mixta (MIP, por sus siglas en inglés) se aplica cuando algunas variables, no todas, son enteras.

$$\begin{aligned} &\text{máx } cx + hy \\ &Ax + Gy \leq b \\ &x \geq 0, y \geq 0 \text{ entera} \end{aligned}$$

Ciertos problemas enteros son muy difíciles de resolver computacionalmente, especialmente los problemas combinatorios, de entre los que destacamos el problema del agente viajero o el problema de la mochila, entre otros. La manera más común de resolver este tipo de problemas es mediante Ramificación y Acotamiento (Branch and Bound) donde las relajaciones de programación lineal brindan las cotas para estos problemas. Otra forma de dar solución es mediante métodos metaheurísticos, de los cuales hablaremos más adelante.

## 2.3 OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO

La mayoría de los problemas de optimización del mundo real son de naturaleza multiobjetivo. La optimización multiobjetivo o multicriterio (MOP por sus

siglas en inglés) tiene la particular característica de que no existe una solución única que optimice simultáneamente todos los criterios (objetivos). Esta característica es consecuencia del conflicto de los atributos y da lugar al concepto de puntos no dominados, que se abordará en rigor más adelante.

Un problema de optimización multiobjetivo (MOP por sus siglas en inglés) es definido en (Félix [36]) como: El problema de encontrar un vector de variables de decisión que satisfaga las restricciones y optimice una función vectorial cuyos elementos representen las funciones objetivo. Estas funciones forman una descripción matemática de criterios de desempeño que están en conflicto entre sí.

A continuación, se definen los elementos principales de un modelo de optimización multiobjetivo.

- Variable de decisión: es un conjunto de  $n$  variables cuyos valores forman una solución (puede o no ser factible) a un problema de optimización. Agrupadas en un vector  $\bar{X}$  y cada variable representada por  $x_j$ ; donde  $j=1,2,\dots,n$ .
- Restricciones: delimitan el problema y validan las soluciones. Por lo tanto, se puede decir que las restricciones dibujan el contorno de la región donde se encuentra el conjunto factible del problema.
- Función objetivo: Las funciones objetivo forman el criterio de evaluación para saber qué tan buena es una solución; al igual que las restricciones, son funciones de las variables de decisión. En la optimización multiobjetivo existen dos o más funciones objetivo  $(f_1(\bar{X}), f_2(\bar{X}), \dots, f_k(\bar{X}))$  en cada problema. El vector de funciones objetivo puede representarse:

$$\bar{f}(\bar{X}) = [f_1(\bar{X}), f_2(\bar{X}), \dots, f_k(\bar{X})]^T.$$

En resumen, un problema de optimización multiobjetivo es un conjunto de  $n$  variables de decisión,  $k$  funciones objetivo,  $m$  restricciones de desigualdad y  $p$  de igualdad. En estos problemas, el objetivo de la optimización es encontrar el vector de decisión  $\bar{X}$  para:

Minimizar o Maximizar

$$\bar{f}(\bar{X}) = [f_1(\bar{X}), f_2(\bar{X}), \dots, f_k(\bar{X})]^T.$$

cumpliendo con:

$$\bar{g}(\bar{x}) \leq 0; \bar{g} = [g_1, g_2, \dots, g_m],$$

$$\bar{h}(\bar{x}) = 0; \bar{h} = [h_1, h_2, \dots, h_p].$$

Generalmente, no existe la solución óptima (óptima en todos los objetivos simultáneamente) (Félix [36]). Se busca entonces un compromiso aceptable. En este afán, es necesario tener claros los conceptos de conjunto factible, dominancia de Pareto, óptimo de Pareto y frente de Pareto, que a continuación se definen.

- Conjunto factible: El conjunto factible  $S$  está definido como el conjunto de vectores de decisión  $\bar{X}$  que satisfacen las restricciones de desigualdad  $\bar{g}_i(\bar{x})$  y las restricciones de igualdad  $\bar{h}_i(\bar{x})$ .
- Dominancia de Pareto: Para dos vectores de decisión  $\bar{x}^*, \bar{y}^* \in X$  se dice que  $x^*$  domina a  $y^*$ , si y solo si:
  - La solución  $\bar{x}^*$  no es peor que  $\bar{y}^*$  en ninguno de sus objetivos. En caso de minimización, esta condición se puede traducir en:
 
$$f_j(\bar{x}^*) \leq f_j(\bar{y}^*), \forall j = 1, 2, \dots, m.$$
  - La solución  $\bar{x}^*$  es estrictamente mejor que la solución  $\bar{y}^*$  en, al menos, un objetivo:
 
$$f_j(\bar{x}^*) < f_j(\bar{y}^*) \text{ para al menos un } j \in 1, 2, \dots, m$$

y lo denotaremos como  $f(\bar{x}^*) \leq f(\bar{y}^*)$ .

- Óptimo de Pareto: Una solución factible  $\bar{x} \in X$  es llamada eficiente u óptima de Pareto, si no existe otra  $x \in X$  tal que  $f(x) \leq f(\bar{x})$ . El concepto de óptimo de Pareto tiene gran importancia en optimización multiobjetivo.

- Frontera de Pareto: Para un MOP dado y un conjunto óptimo de Pareto  $P^*$ , la frontera de Pareto (FP) se define como:

$$FP^* = \{(f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) | x \in P^*\}.$$

Es decir, la frontera de Pareto está compuesta por los vectores en el espacio de objetivos que son óptimos de Pareto.

- Solución Pareto óptima local: Una solución  $x$  es Pareto óptima local si y solo si:

$$\forall w \in N(x), F(w) \text{ no domina a } F(x)$$

donde  $N(x)$  representa la vecindad de la solución  $x$ . Algunas soluciones Pareto óptimas pueden ser obtenidas a partir de la resolución de la siguiente expresión matemática:

$$(MOP_\lambda) = \text{mín } F(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(x)$$

$$x \in S$$

$$\text{con } \lambda_i \geq 0 \text{ para } i = 1, \dots, n \text{ y } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1.$$

Estas soluciones son conocidas como soluciones soportadas (González [42]). Las soluciones soportadas se generan a partir de la resolución de  $(MOP_\lambda)$  utilizando diferentes vectores de pesos  $\lambda$ . La complejidad de  $(MOP_\lambda)$  es la misma que la del problema de optimización mono-objetivo subyacente. Si los problemas de optimización mono-objetivo subyacentes presentan una complejidad polinomial, será relativamente sencillo generar soluciones soportadas. Sin embargo, existen otras soluciones Pareto óptimas que no pueden obtenerse resolviendo una  $(MOP_\lambda)$ . En realidad, estas soluciones, conocidas como soluciones no apoyadas, son dominadas por combinaciones convexas de soluciones apoyadas, es decir, puntos de la forma convexa  $Y = F(S)$ .

En la Figura 2.2 podemos ver las soluciones soportadas y no-soportadas de un MOP. Conceptos de dominancia leve y estricta. La solución  $u$  domina levemente a la solución  $v$ ; la solución  $u'$  domina levemente a la solución  $v'$ ; la solución  $u$  domina estrictamente a las soluciones  $v'$  y  $v''$ .

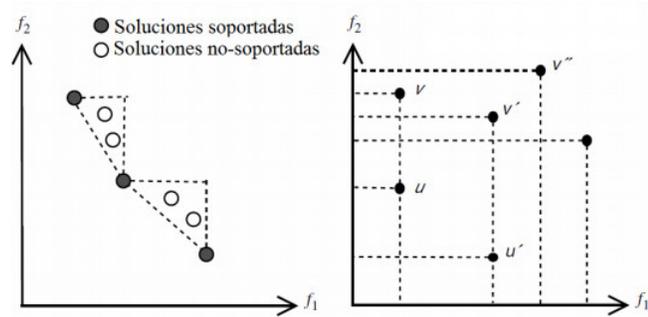


Figura 2.2: Solución soportada y no soportada (González [42]).

- Débilmente eficiente:  $x^* \in X$  es débilmente eficiente si no existe un  $x \in X$  tal que  $f(x) \leq f(x^*)$  (Ergott [32])

Las técnicas para resolver MOPs se pueden clasificar en (Luna [61]):

- A priori: cuando las decisiones se toman antes de buscar soluciones.
- Progresivas: cuando se integran la búsqueda de soluciones y la toma de decisiones.
- A posteriori: cuando se busca antes de tomar decisiones.

En las técnicas a priori y progresivas, la búsqueda está muy influenciada por la decisión de un experto que determina la importancia de un objetivo sobre otro y en las técnicas a posteriori se realiza una exploración lo más amplia posible para generar tantas soluciones de compromiso como sea posible.

La teoría de optimización multiobjetivo se aborda debido a que el modelo presentado en el Capítulo 3 es de este tipo. Los objetivos que se utilizan en la función objetivo son aquellos que se buscan optimizar comunmente, según la literatura revisada. Para el problema que se aborda aquí, se busca minimizar el costo de operación, maximizar las sincronizaciones y minimizar el tiempo de espera y para dar solución a este problema se seleccionó el método SAUGMECON, el cual es una mejora del  $\epsilon$ -constraint y a continuación se explicará a detalle.

SAUGMECON: UNA MEJORA DEL  $\epsilon$ -CONSTRAINT

El método SAUGMECON [101] combina características del método  $\epsilon$ -constraint y del modelo AUGMECON. El método  $\epsilon$ -constraint [44] optimiza un objetivo y agrega los otros objetivos al espacio de restricciones para garantizar que los requerimientos básicos son satisfechos. Sin embargo, uno de sus principales inconvenientes está relacionado al hecho de producir soluciones débilmente eficientes, además no se obtienen soluciones no soportadas. Con el fin de superar este inconveniente se implementó un  $\epsilon$ -constraint aumentado (AUGMECON) [64]. Este método transforma las desigualdades en restricciones de igualdad introduciendo variables de holgura no negativas y después aumenta la función objetivo con la suma ponderada de estas variables de holgura. AUGMECON garantiza que se obtienen soluciones no soportadas. Posteriormente, fue mejorado por Mavrotas y Kostas [65] con AUGMECON2 introduciendo un coeficiente de derivación (bypass coefficient) en el ciclo más interno (innermost loop).

SAUGMECON propuesto por Zhang y Reimann [101] utiliza desigualdades para los objetivos agregados al espacio de restricciones tal como lo hace  $\epsilon$ -constraint. Por otro lado, incorpora la suma de pesos de los objetivos restringidos en la función objetivo. SAUGMECON a diferencia de AUGMECON, no utiliza las variables de holgura. La función objetivo de SAUGMECON es más intuitiva, ya que el objetivo principal es optimizado y los otros objetivos son mejorados tanto como sea posible.

Similar al método  $\epsilon$ -constraint, los valores de las funciones objetivo, que son los que controlan los ciclos, varían entre su valor nadir (peor valor) y el valor óptimo. Estos valores son fácilmente alcanzables resolviendo los problemas de optimización mono-objetivo.

SAUGMECON utiliza dos mecanismos de aceleración:

1. Algoritmo de aceleración con pronta salida (early exit): Este primer algoritmo de aceleración se sale de los ciclos cuando se encuentran en su valor nadir y el

problema se vuelve infactible. Para implementar este algoritmo, los objetivos restringidos deben empezar desde su valor nadir y moverse a su valor óptimo. Una vez resuelto el modelo SAUGMECON y habiendo obtenido una solución infactible,  $ef_p$  toma el valor óptimo de cada función objetivo  $p$  y evalúa para cada una de ellas si ha llegado a su mínimo valor, de ser así igual  $ef_p$  al valor máximo de ese objetivo y sale de ciclo, pasa al siguiente punto a evaluar en el algoritmo principal (Figura 2.3).

2. Algoritmo de aceleración con omisión de pasos (bouncing steps): Las variables de control de los ciclos pueden avanzar. Específicamente, las variables de control de ciclos más internas se mueven directamente al valor objetivo asociado, el cual es incrementado para buscar nuevas soluciones no dominadas. De manera similar, cualquier otra variable de control de un ciclo se mueve al siguiente punto, cercano al peor valor relativo de su objetivo asociado, donde el algoritmo busca nuevas soluciones no dominadas. Si al resolver un subproblema, éste ha alcanzado su máximo valor, el algoritmo saldrá de ese ciclo y pasará al siguiente. Una vez resuelto el modelo SAUGMECON y habiendo obtenido una solución factible entonces, se evalúa para cada  $f_p^*$  (último valor óptimo obtenido) si este ha llegado su peor valor  $ef_p^{r_{wv}}$  de ser así lo iguala a  $f_p^*$ , así sale del ciclo y continúa el proceso de SAUGMECON (Figura 2.4).

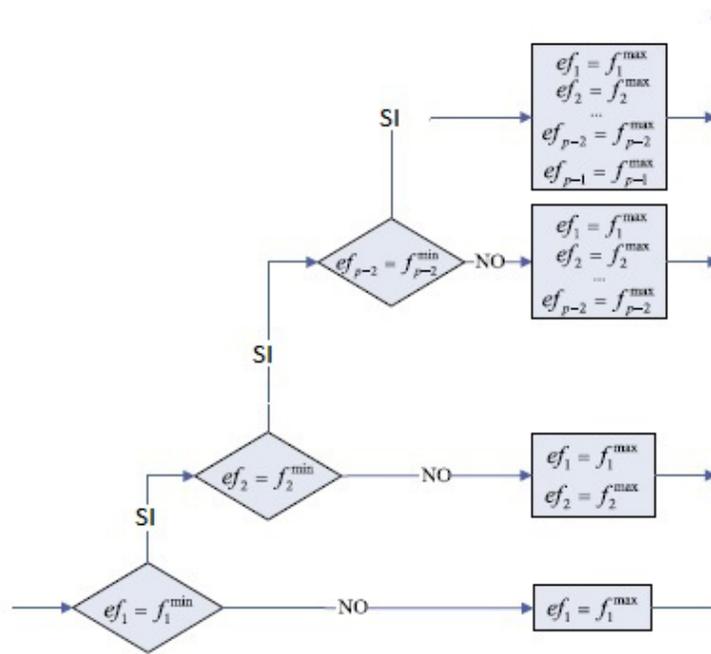


Figura 2.3: Salida de escenarios infactibles (Zhang y Reimann [101]).

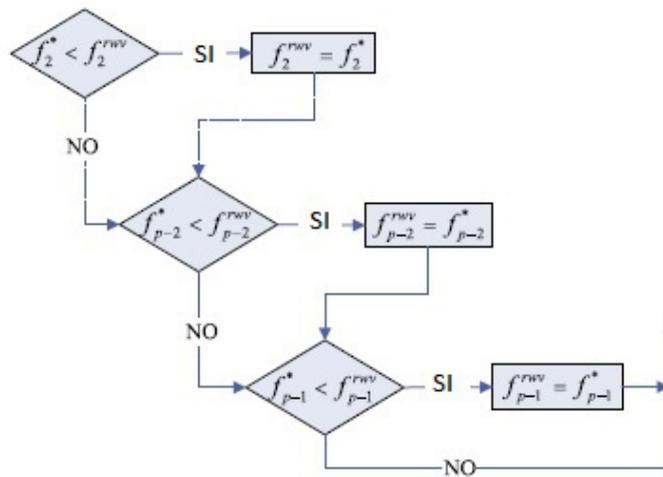


Figura 2.4: Explorando nuevos valores (Zhang y Reimann [101]).

Entre las principales ventajas de SAUGMECON con respecto a los otros métodos mencionados anteriormente, se encuentran:

- Permite encontrar todas las soluciones no dominadas, gracias a los mecanismos

de aceleración.

- Este método resulta ser mejor cuando el número de objetivos aumenta.

En la Figura 2.5 se puede ver el algoritmo completo del SAUGMECON.

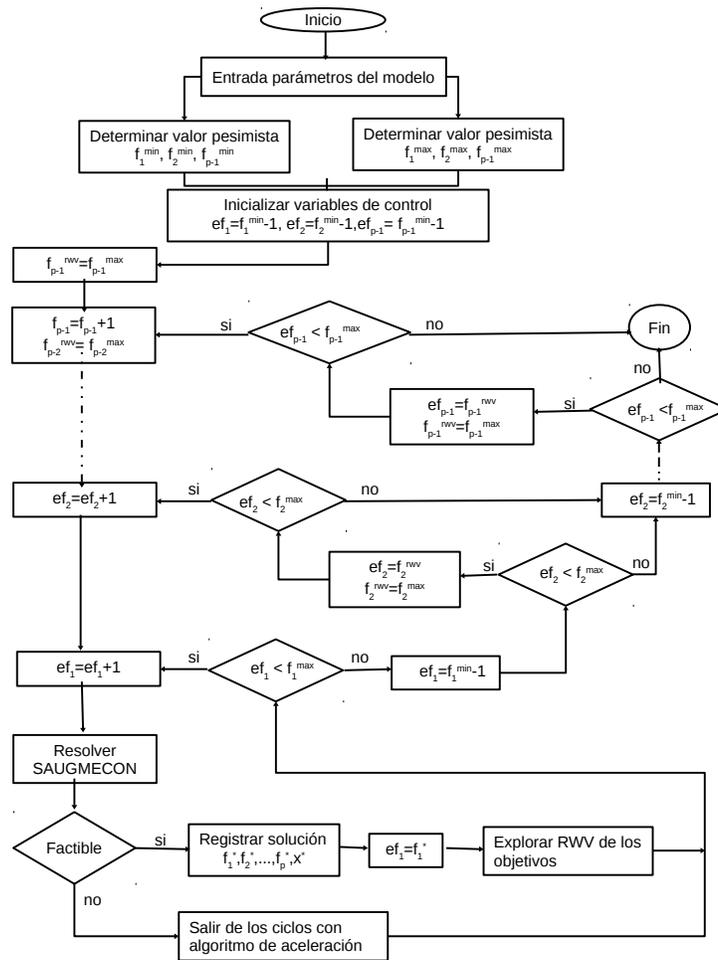


Figura 2.5: Diagrama de SAUGMECON (Zhang y Reimann [101]).

## 2.4 OPTIMIZACIÓN CON METAHEURÍSTICAS

En los años setenta surgió una nueva clase de algoritmos, cuya idea básica era combinar diferentes métodos heurísticos para conseguir una exploración del es-

pacio de búsqueda de forma eficiente y efectiva. Estas técnicas se han denominado metaheurísticas. Este término fue introducido por primera vez por Glover [40].

Osman & Laporte [75] dicen que una metaheurística es un proceso de generación iterativo que guía a una heurística subordinada combinando inteligentemente diferentes conceptos para explorar y explotar el espacio de búsquedas. Estrategias de aprendizaje son usadas para construir información y encontrar eficientemente soluciones cercanas al óptimo.

Existen dos conceptos de gran importancia para las metaheurísticas: *diversificación* e *intensificación* (Blum et al. [7]). El término diversificación se refiere a la evaluación de soluciones en regiones distantes del espacio de búsqueda (de acuerdo a una distancia previamente definida entre soluciones); también se conoce como exploración del espacio de búsqueda. El término intensificación (Luna [61]), por otro lado, se refiere a la evaluación de soluciones en regiones acotadas y pequeñas con respecto al espacio de búsqueda centradas en el vecindario de soluciones concretas (búsqueda intensiva en el espacio de soluciones).

La optimización con metaheurísticas ha obtenido mayor atención debido a que existen problemas para los que no se puede obtener una solución óptima en un tiempo aceptable con métodos exactos, según las condiciones específicas del problema que se intenta resolver. Con las metaheurísticas se sacrifica la garantía de encontrar una solución óptima por obtener una buena solución según el tomador de decisiones en un tiempo razonable (Blum et al. [7]). Una característica de las metaheurísticas es su flexibilidad, pues los cambios en la estructura del problema pueden ser fácilmente incorporados Viana et al [97] y Velez et al. [94]. A continuación, se describe la búsqueda tabú que emplearemos en la metaheurística que se utiliza en este trabajo.

Búsqueda tabú es un procedimiento metaheurístico cuya característica distintiva es el uso de memoria adaptativa y de estrategias especiales de estructura de problemas. La filosofía de la búsqueda tabú es derivar y explotar una colección de estrategias inteligentes para la solución de problemas, basadas en procedimientos

implícitos y explícitos de aprendizaje. La memoria adaptativa de búsqueda tabú no sólo explota la resolución del problema, sino que también exige la creación de estructuras para hacer posible tal explotación. Estas estructuras de memoria funcionan mediante referencia a cuatro dimensiones principales: reciente, frecuencia, calidad e influencia según Glover y Melián [41].

Un algoritmo básico de búsqueda tabú usa memoria a corto plazo en la forma de las llamadas *listas tabú* para escapar de un óptimo local o para evitar ciclos. En los algoritmos estándar de búsqueda tabú, las listas tabú son implementadas siguiendo la estrategia de que *el primero que entra, el primero que sale*. Las listas tabú generalmente almacenan características de soluciones visitadas recientemente. Al inicio del algoritmo la lista tabú es inicializada como vacía.

Para realizar un movimiento, el algoritmo primero determina aquellas soluciones del vecindario de la solución actual que contengan características que son encontradas en la lista tabú. Se dice que esas soluciones violan la condición tabú y son excluidas del vecindario, resultando en un conjunto restringido de vecinos. Sin embargo, almacenar sólo características de soluciones permite la posibilidad de que soluciones de alta calidad sin visitar sean excluidas del conjunto de vecinos. Para superar este problema, se define un criterio de aspiración que permite incluir una solución en el conjunto de vecinos restringidos aún cuando viole la condición tabú.

En cada iteración la mejor solución del conjunto de vecinos restringidos es seleccionada como la nueva solución actual. Las características correspondientes a esta solución son agregadas a la lista tabú, en caso de que la lista tabú hubiera alcanzado su máxima longitud, las características de la solución que ingresó con mayor anterioridad son eliminadas. Este algoritmo se detiene cuando llega a una condición de expiración. En general, una lista tabú previene de regresar a soluciones

recientemente visitadas, así lo afirma Blum et al. [7].

---

**Algoritmo 2.1:** Búsqueda Tabú

---

```

1 Generar solución inicial;
2 Inicializar estructuras;
3 mientras NoCriterioParada hacer
4   Inicializar la lista de candidatos en vacío;
5   para candidatos en vecindario hacer
6     si solución no contiene elementos en lista tabú entonces
7       agregar a la lista de candidatos
8   Seleccionar al mejor candidato de la lista candidatos;
9   si candidato tiene valor más alto que el mejor entonces
10     Mejor ← candidato y se agrega a la lista tabú
11   si lista tabú llena entonces
12     entonces expiran algunos elementos

```

---

En esta investigación, se emplea un metaheurístico multiobjetivo basado en búsqueda tabú propuesto por Molina et al. [68]. El cual se explica a continuación.

**SSPMO: Un procedimiento basado en búsqueda tabú y búsqueda dispersa para la optimización multiobjetivo**

Una búsqueda dispersa consiste en la construcción y mantenimiento del conjunto de referencia de soluciones mediante la aplicación de cinco métodos:

1. Generación diversificada.
2. Generación de subconjunto.
3. Combinación.
4. Mejora.
5. Actualización del conjunto de referencia.

La búsqueda dispersa orienta la exploración a un conjunto de puntos de referencia que normalmente está compuesto de buenas soluciones, obtenidas gracias a los esfuerzos de problemas anteriores donde el criterio para una solución no se restringe al valor de las funciones objetivo y puede aplicarse a sub-colecciones de soluciones en lugar de a una sola solución. El conjunto referencia es una colección de soluciones de alta calidad y soluciones diversas que son usadas para generar nuevas soluciones aplicando un método de combinación (Molina et al. [68]).

SSPMO consiste en una búsqueda tabú y una búsqueda dispersa híbrida que incluye dos fases:

- Generación de un conjunto de puntos eficientes mediante varias búsquedas tabú.
- Combinación de soluciones y la actualización de la frontera eficiente mediante una búsqueda dispersa.

En lo que sigue se describe de forma general cada fase del método SSPMO, para mayor detalle en su descripción o funcionamiento se recomienda revisar (Molina et al. [68]):

#### *Fase inicial*

El procedimiento inicia ligando  $p+1$  búsquedas tabú: La primera búsqueda tabú se inicia desde un punto arbitrario e intenta encontrar la solución óptima al problema con un solo objetivo  $f_1(x)$ . Supongamos, que  $x_1$  es el último punto visitado en esta búsqueda. Después, una búsqueda tabú se aplica nuevamente para encontrar la mejor solución con  $f_2(x)$  usando  $x_1$  como el punto inicial. Este proceso se repite hasta que el problema se ha resuelto para todos los  $p$  objetivos. Aquí se resuelve nuevamente el problema para la  $f_1(x)$  iniciando de  $x_p$  para terminar el ciclo alrededor del conjunto eficiente. Posteriormente, se lanzan varias búsquedas tabú usando un método de criterio global. En este paso se busca minimizar una función que mide la distancia hacia el punto ideal  $f^{max}$  (aquel para el cual cada criterio alcanza su

máximo valor). En general un punto que minimize la distancia a  $f^{max}$  es un punto eficiente.

---

**Algoritmo 2.2:** Fase 1 de SSPMO

---

```

1 Parámetros de entrada: InitPhase;
2 Generar punto inicial;
3 mientras número de búsquedas sin cambio < InitPhase hacer
4   | Selecccionar una de las  $p$  funciones objetivo para optimizar;
5   | El último punto visitado se convierte en el nuevo punto inicial;
6   | Lanzar búsqueda tabú para optimizar la función objetivo seleccionada
   |   | iniciando desde el punto inicial seleccionado ( $punto_{inicial}$ );
7   | Revisar si existe un cambio en el número de puntos eficientes
8 Seleccionando la función a optimizar;
9 Todos las funciones objetivo del problema son seleccionados en secuencia;
10 Para el resto de la búsqueda, un vector de pesos aleatorio es generado y se
   |   | construye una función compromiso.;
11 Búsqueda tabú;
12 Parámetros de entrada: TabuIter, TabuTenure;
13  $punto_{actual} = punto_{inicial}$ ;
14 para TabuIter hacer
15   | Generar vecindario del  $punto_{actual}$ ;
16   | si alguno de los vecinos es no tabú, factible y mejor que el  $punto_{actual}$ 
   |   | entonces
17   |   | | detener la exploración del vecindario y escoger este punto como el
   |   |   | | siguiente  $punto_{actual}$ 
18   |   | si el punto actual es no dominado por ninguno de sus vecinos entonces
19   |   | | entonces agregarlo a la lista de puntos eficientes
20   |   | Escoger el vecino factible no tabú con el mejor valor de la función objetivo
   |   |   | como el siguiente  $punto_{actual}$ ;
21   |   | El  $punto_{actual}$  es declarado tabú para la siguiente iteración TabuTenure

```

---

*Segunda Fase: búsqueda dispersa*

El principal mecanismo de la segunda fase consiste en la combinación de soluciones que son consideradas como eficientes y por lo tanto pertenecen al conjunto eficiente. Las soluciones que son combinadas son seleccionadas del conjunto de referencia (*Refset*) el cual es un subconjunto del conjunto eficiente. El *Refset* consiste en  $b$  soluciones ( $b > p$ ) e inicialmente se construye de la siguiente manera:

1. Seleccionar la mejor solución en el conjunto eficiente ( $E$ ) para cada función objetivo y se agrega al *Refset*.
2. Seleccionar  $b-p$  soluciones de  $E \setminus Refset$  que maximicen la distancia entre ellas y aquellas soluciones ya existentes en *Refset*. Debido a que las soluciones son seleccionadas aleatoriamente, la medida de la distancia es actualizada después de cada iteración.

Se mantiene una lista de soluciones que han sido seleccionadas como puntos de referencia para prevenir su selección en futuras iteraciones. Así cada solución que es agregada al *Refset* es también agregada al *TabuRefset*.

Un método de combinación lineal es usado para enlazar soluciones de referencia. Todos los pares de soluciones en *Refset* son combinados y cada combinación crea cuatro nuevas soluciones. Cada una de estas soluciones es sometida a un método de mejora, aquí se utiliza un método tabú para mejorar las soluciones, el mismo tabú que se usa en la fase inicial. Las soluciones generadas en la fase de mejora son revisadas para saber si es posible agregarlas al conjunto eficiente ( $E$ ).

Una vez que todos los pares de soluciones en *Refset* son combinados y las nuevas soluciones son mejoradas, el procedimiento actualiza el conjunto de referencia para la siguiente iteración de la búsqueda de dispersa. El primer paso en el proceso de actualización es elegir las mejores soluciones de acuerdo a cada función objetivo por separado, sin considerar si esos puntos eficientes no pertenecen a *TabuRefset*. Las  $b-p$  soluciones restantes se eligen así:

- Para cada solución  $x \in E \setminus TabuRefset$  se calcula la distancia al punto ideal (normalizada). Digamos que la mínima distancia es  $L_{\infty}^{min}(x)$ . Esta distancia mínima es usada como la probabilidad de que  $x$  sea declarada elegible como una solución de referencia. Esta es la probabilidad de que la solución sea incluida en la lista de soluciones elegibles  $LES$ .
- De la lista  $LES$ , se escogen  $b-p$  soluciones con la más mínima distancia a  $TabuRefset$ . La distancia es medida en relación al  $TabuRefset$  en lugar de  $Refset$  para alejarse de áreas que han sido exploradas.  $TabuRefset$  también es actualizado para evitar seleccionar puntos que son muy cercanos entre sí.

---

**Algoritmo 2.3:** Fase 2 de SSPMO
 

---

- 1 Construir la lista de soluciones elegibles  $LES$  de  $E$ . Calcular el MVL, el valor medio de  $L_{\infty}^{min}(x)$  para  $LES$ . Si MVL es menor que  $MeanDist$ , detenerse. De lo contrario, continuar al paso 2;
  - 2 Seleccionar la mejor solución en  $LES$  para cada una de las  $p$  funciones objetivos y agregar a  $RefSet$ . También agregar estas soluciones a  $TabuRefSet$ ;
  - 3 Seleccionar las  $b - p$  soluciones des  $LES \setminus TabuRefSet$  que maximicen la distancia entre ellas y las soluciones en  $TabuRefSet$ . Debido a que las soluciones son seleccionadas de manera secuencial (y agregadas a  $TabuRefSet$ ), la distancia a  $TabuRefSet$  es actualizada en cada iteración;
  - 4 Combinar pares de soluciones en  $RefSet$ , donde cada combinación proporciona cuatro soluciones de prueba;
  - 5 Mejorar cada una de las soluciones de prueba, usando búsqueda tabú guiada por una función compromiso.
- 

## 2.5 PROGRAMACIÓN DIFUSA

Es común que los coeficientes de los problemas de programación lineal reales sean estimaciones, pues el tomador de decisiones se siente más cómodo considerando

cierta vaguedad en los datos que un dato preciso (Campos y Verdegay [16]). En estos casos la programación matemática difusa resulta muy apropiada para modelar este tipo de problemas, que son resueltos típicamente mediante la optimización paramétrica .

La programación matemática difusa surge de la combinación de la teoría de conjuntos difusos con la programación lineal entera (Nasseri y Behmanesh[72]). Al igual que la programación estocástica, la programación matemática difusa se refiere a la optimización bajo incertidumbre, su principal diferencia consiste en la forma en que se modela la incertidumbre. En el caso de programación estocástica, la incertidumbre se modela a través de variables aleatorias y escenarios. Por otro lado, la programación difusa considera parámetros inciertos como números difusos y las restricciones son tratadas como conjuntos difusos. Una cierta violación de la restricción es permitida y el grado de satisfacción de la restricción se define mediante una función de pertenencia Nikolaos ([73]). Un modelo estocástico mira la incertidumbre como un fenómeno aleatorio descrito por distribuciones basadas en estimaciones o datos históricos. Un modelo difuso simula la incertidumbre basada en un comportamiento previsto (Riedewald [82]).

Digamos que  $\mathbb{R}$  es la recta real. Entonces un conjunto difuso  $\tilde{a}$  en  $\mathbb{R}$  se define como un conjunto de pares ordenados  $\tilde{a} = \{(x, \mu_a(x)) | x \in \mathbb{R}\}$ , donde  $\mu_a(x)$  representa la función de pertenencia al conjunto difuso. La función de pertenencia mapea cada elemento de  $\mathbb{R}$  a un valor de pertenencia entre 0 y 1 (Nasseri y Behmanesh[72]).

El conjunto  $\lambda$ -corte o  $\lambda$ -nivel de un conjunto difuso  $\tilde{a}$  es un conjunto definido por Nasseri y Behmanesh[72]  $A_\lambda = \{x \in \mathbb{R} | \mu_{\tilde{a}}(x) \geq \lambda\}$ .

Un número difuso  $\tilde{a}$  se define como un conjunto difuso en  $\mathbb{R}$ , cuya función de pertenencia  $\mu_a$  satisface las siguientes condiciones (Nasseri y Behmanesh[72]):

1.  $\mu_a$  es un mapeo de  $\mathbb{R}$  al intervalo cerrado  $[0,1]$ .
2. Es normalizado, eso es, que existe  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $\mu_a(x) = 1$ .

3. Siempre que  $\lambda \in (0, 1]$ , entonces  $a_\lambda = \{x; |\mu_a(x) \geq \lambda\}$  es un intervalo cerrado denotado por  $[a_\lambda^L, a_\lambda^R]$ .

Un modelo de programación matemática difusa se puede representar de la siguiente manera (Campos y Verdegay [16]).

$$\begin{aligned} \text{máx } y &= \tilde{c}x \\ \text{s.t.} \\ \tilde{a}_i x &< \tilde{b}_i, i \in M = \{1, 2, \dots, m\} \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

donde para cada  $i \in M$ ,  $\tilde{a}_i = (\tilde{a}_{i1}, \tilde{a}_{i2}, \dots, \tilde{a}_{in})$  es un vector de números difusos, al igual que  $\tilde{b}_i$  y  $\tilde{c}$ , y  $x \in \mathbb{R}^n$

Existen diversos tipos de números difusos, entre ellos son populares los trapezoidales y triangulares. En el modelo matemático presentado en el Capítulo 3 se utilizan números triangulares. Se dice que un número difuso  $\tilde{a}$  en  $\mathbb{R}$  es triangular si existen números reales  $s$  y  $l, r \geq 0$ , tales que

$$\mu_a(x) = \begin{cases} \frac{x-(s-l)}{l} & x \in [s-l, s] \\ \frac{(s+r)-x}{r} & x \in [s, s+r] \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Cuando existe incertidumbre en los coeficientes de las restricciones es necesario jerarquizar números difusos (Brunelli y Mezei [13]). Existen métodos que nos ayudan a transformar el problema difuso en un problema con números precisos, resolviendo un problema de jerarquización de números difusos. El problema de jerarquizar números difusos ha sido ampliamente estudiado en la literatura. Una gran cantidad de métodos han sido desarrollados para resolver el problema (Campos y Verdegay [16]). Existen dos tipos de jerarquización de números difusos (a) por el uso de una función (índice) ó (b) métodos que asumen que el tomador de decisiones hace eleccio-

nes a priori de un nivel de confianza (Campos y Verdegay [16]). Diferentes métodos proporcionan una jerarquización diferente.

Algunos de los métodos más comunes son listados por Brunelli & Mezei [13] quienes mencionan que el segundo índice de Yager coincide con otros métodos de jerarquización, de tal manera que este método es robusto. El segundo índice de Yager consiste en lo siguiente:

$$Y_2 = \int_0^{hgt(A)} M(A_\alpha) d\alpha,$$

donde  $hgt(A) = \sup_{x \in \text{supp}_A A(x)}$  es la altura de A y M es el valor medio, puede ser usado para jerarquizar números difusos con soporte arbitrario. En este caso  $hgt(A) = 1$  y  $M(A_\alpha) = \frac{a_\alpha^- + a_\alpha^+}{2}$

Otro método importante es el k-preferencia, recientemente utilizado por Perez et al. [77, 76] proporcionando buenos resultados.

En esta tesis, se emplea el método k-preferencia que pertenece al grupo (b). Así, al comparar dos números difusos  $\tilde{a} = (\underline{a}, a, \bar{a}) \leq \tilde{b} = (\underline{b}, b, \bar{b})$  implica (Campos y Verdegay [16]):

De acuerdo al método k-preferencia

$$ka + (1 - k)\bar{a} \leq kb + (1 - k)\bar{b}$$

$$ka + (1 - k)\underline{a} \leq kb + (1 - k)\underline{b}$$

donde  $k$  es el nivel de confianza del tomador de decisiones.

## 2.6 ESTADO DEL ARTE

En esta sección describiremos algunos trabajos más relevantes que consideran una o varias de las características que el problema abordado en este trabajo de

investigación incluye. Dichas características se describen en detalle en el Capítulo 3, que son: 1) Frecuencia mínima, 2) Nodos de transferencia, 3) Nodos de aglomeración, 4) Costo, 5) Sistemas multimodales, 6) Incertidumbre, 7) Planificación multiperiodo y 8) Integración de dos o más actividades del proceso de transporte.

Un artículo relevante en el tema de investigación es el de Eranki [34], en el que se propone un modelo entero mixto cuyo objetivo es maximizar el número de sincronizaciones definiendo que, una transferencia ocurre cuando las rutas involucradas permiten a los pasajeros hacer una transferencia dentro de una ventana de tiempo (Jensen et al. [52]). Este modelo está sujeto a las siguientes restricciones: la primera salida debe ser antes del tiempo máximo de cabecera y la última salida antes del fin del periodo de planeación, y la diferencia entre dos salidas consecutivas está dentro de los tiempos mínimo y máximo de cabecera. Eranki en su trabajo agrega una característica especial permitiendo que las sincronizaciones se den dentro de una ventana de tiempo. Sin embargo, al agregar estos tiempos de espera, el problema se vuelve más complejo, complicando aún más su resolución sobre una instancia real. Debido a la alta complejidad del problema, Eranki propone una heurística que introduce mejoras al modelo propuesto por Ceder et al. [21], dando una mayor flexibilidad para lograr una sincronización al agregar ventanas de tiempo.

El trabajo propuesto por Ceder et al. [21] presenta un modelo diferente que permite a los planeadores establecer restricciones de tiempos de cabecera para cada ruta, introducir diferentes frecuencias a cada ruta, además de aplicar otras restricciones. La función objetivo consiste en maximizar el número de llegadas simultáneas en el sistema, sujeto a que el primer viaje sale antes del tiempo máximo de cabecera, el último viaje sale antes del fin del horizonte de planeación, la diferencia entre dos salidas consecutivas debe estar dentro de los tiempos de cabecera y la sincronización existe si la llegada de las dos rutas a un nodo ocurre en el mismo tiempo.

En este mismo trabajo, Ceder et al. proponen una heurística para la resolución de este problema. Al utilizar un algoritmo heurístico desarrollado por los autores, se hace posible obtener una solución en un tiempo razonable.

Otra característica que comúnmente se aborda en este tipo de problemas, es el cálculo de la frecuencia de paso. Por ejemplo, Ceder [18, 20] propone cuatro métodos para determinar la frecuencia de paso agrupados en métodos de máxima carga (point check) y métodos de perfil de carga.

Es común que los datos de perfil de carga se recopilen de forma manual y cada cierta cantidad de años se actualicen, a lo largo de toda la longitud de la ruta (ride check). Por lo general, la información más reciente de carga de pasajeros vendrá de una o más paradas seleccionadas a lo largo del tramo de la ruta donde el autobús lleva la máxima carga. La información de los métodos de máxima carga es estudiada varias veces al año con el propósito de una posible revisión de los horarios que pueden derivar en tablas de tiempos nuevas o ajustes a las tablas de tiempo ya existentes.

Los métodos basados en perfil de carga brindan información más completa que los basados en la máxima carga, pero a un costo mas alto debido a la necesidad, ya sea por revisores de datos (data checkers) adicionales para proporcionar los datos requeridos o un sistema de vigilancia automatizado (por ejemplo, de APC, AVL, etc...).

Los cuatro métodos para determinar la frecuencia de paso que a continuación se presentan, se basan en los perfiles anteriormente presentados y dan la oportunidad al tomador de decisiones de evaluar el número de corridas de vehículos y evitar la sobrecarga. Estos métodos son importantes pues son empleados en la metodología de solución para brindar una cota inferior de la frecuencia, como se puede ver en el modelo presentado en el Capítulo 3.

- Métodos de máxima carga
  - Método 1: Este método se basa en la obtención de datos en un punto durante todo el día. Este punto representa el segmento de máxima carga en el día a lo largo de toda la ruta. Al calcular la frecuencia con este método se garantiza que el punto de máxima carga de todo el día para

una determinada ruta no presentará sobrecarga. La frecuencia se calcula:

$$F_{1j} = \text{máx}\left(\frac{P_{mdj}}{d_{oj}}, F_{mj}\right),$$

$$P_{md} = \text{máx}_{i \in S} \sum_{j=1}^q P_{ij} = \sum_{j=1}^q P_{i^*j}$$

$$P_{mdj} = P_{i^*j},$$

donde  $F_{mj}$  es la frecuencia mínima requerida para el periodo  $j$ ,  $S$  representa todas las paradas  $i$ , excluyendo la última parada,  $i^*$  es el punto de máxima carga en el día,  $P_{ij}$  representa el promedio del total de pasajeros a bordo,  $P_{md}$  es la carga máxima observada en ese punto, y  $d_{oj}$  es la ocupación deseada.

- Método 2: Garantiza que el punto de máxima demanda en un determinado periodo no excederá la carga deseada:

$$F_{2j} = \text{máx}\left(\frac{P_{mj}}{d_{oj}}, F_{mj}\right),$$

donde  $P_{mj} = \text{máx}_{i \in S} P_{ij}$ .

El objetivo de estos métodos es garantizar el espacio adecuado para acomodar al máximo número de pasajeros a bordo a lo largo de la ruta en un periodo de tiempo dado (Ceder [20]).

■ Métodos de perfil de carga

- Método 3: Garantiza que los pasajeros en el tramo de máxima carga no experimentan sobrecarga. Este método es apropiado cuando el planificador quiere conocer la cantidad de salidas que pueden esperarse teniendo el autobús al nivel máximo de la ocupación deseada sin llegar a la sobrecarga. Sin embargo, puede resultar en un viaje incómodo para los pasajeros si

la carga promedio está por encima de la ocupación deseada. La frecuencia a través de este método se calcula según:

$$F_{3j} = \text{máx}\left(\frac{A_j}{d_{oj} \cdot L}, \frac{P_{mj}}{c}, F_{mj}\right),$$

$$A_j = \sum_{i \in S} P_{ij} \cdot l_i,$$

$$L = \sum_{i \in S} l_i,$$

donde

$l_i$  : Distancia entre el nodo  $i$  y el siguiente nodo (distancia entre nodos).

$A_j$  : Área de pasajeros bajo perfil de carga en periodo  $j$ .

$L$  : Longitud de la ruta.

$d_{oj}$  : Ocupación deseada.

$F_{mj}$  : Frecuencia mínima requerida.

$P_{mj}$  : Es la máxima carga observada (a través de todas las paradas) en cada periodo  $j$ .

$c$  : Capacidad del vehículo.

- Método 4: Para controlar la situación de sobrecarga que se puede presentar con el método 3, se establece un criterio de nivel de servicio, el cual consiste en permitir que sólo cierta porción de la ruta tenga cargas mayores que la ocupación deseada. Elimina o controla la posibilidad de un viaje no placentero.

$$F_{4j} = \text{máx}\left(\frac{A_j}{d_{oj} \cdot L}, \frac{P_{mj}}{c}, F_{mj}\right)$$

s.a.

$$\sum_{i \in I_j} l_i \leq \beta_j \cdot L,$$

donde, matemáticamente,  $I_j = \{i : \frac{P_{ij}}{F_j} > d_{oj}\}$

Los datos requeridos para la obtención de la frecuencia son: distancia entre nodos (en kilómetros), ocupación deseada (por autobús), políticas de tiempos de cabecera

para cada intervalo de tiempo, el número de autobuses en cada intervalo, la carga observada (promedio) entre dos paradas adyacentes y para cada intervalo de tiempo, además de la capacidad del autobús.

Estos cuatro métodos cumplen con dos objetivos principales: (1) Establecer las frecuencias para mantener una calidad de servicio adecuado y minimizar el número de unidades y (2) Ubicar de manera eficiente los puntos de carga de pasajeros.

Con estos métodos se puede obtener la frecuencia para una ruta, de hecho Ceder [20] menciona que se puede hacer una combinación de métodos e indica el proceso para seleccionar el método más apropiado. En el diagrama de flujo de la Figura 2.6 se presenta este proceso. Primeramente, se requiere tener un registro de cantidad de pasajeros, posteriormente se construye el perfil de carga por periodo, después se calcula la densidad del perfil de carga  $\rho$ , que es el total de pasajeros/kilómetro dividido por el producto de la longitud de la ruta y la máxima carga. Si la densidad es menor o igual a 0.5, entonces se calcula la frecuencia con el método 3 y método 4 (con diferentes porcentajes), se mantiene los resultados del método 3 como una cota inferior, se selecciona un porcentaje adecuado y se utiliza el método 4 con el porcentaje seleccionado. Si la densidad es mayor que 0.5, entonces, se compara el método 1 y método 2 con una prueba estadística  $\chi^2$ . Si el valor obtenido para el método 1 es igual al método 2 entonces se utiliza el método 1, en caso contrario se utiliza el método 2.

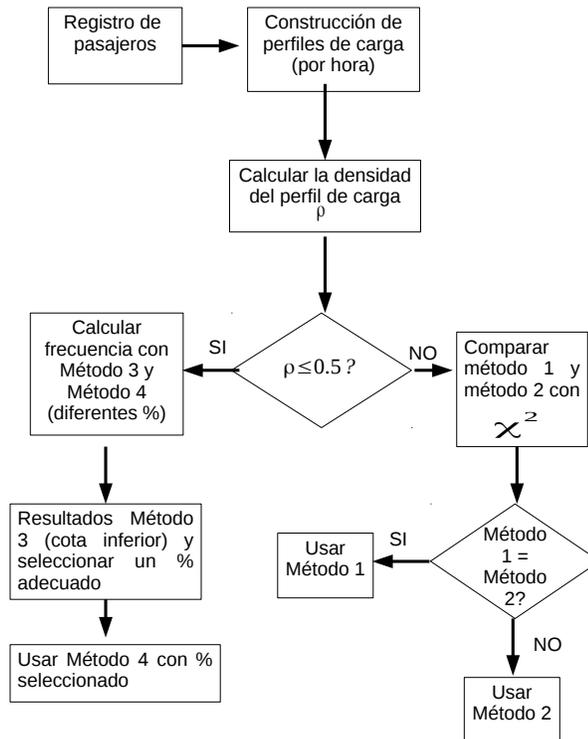


Figura 2.6: Diagrama de bloque para determinar la frecuencia de paso (Ceder [20]).

Hadas & Shnaiderman [43] proponen un nuevo concepto para calcular la frecuencia de paso, basado en modelos de cadena de suministros e integran costo (asociado con asientos vacíos y sobrecarga de pasajeros), demanda estocástica y tiempo de viaje. Realizan tres propuestas para calcular la frecuencia, con demanda determinista, con demanda estocástica, y con demanda y tiempo de viaje estocásticos. Por simplicidad, su modelo utiliza tiempos de cabecera en lugar de frecuencias; también asumen que las características de la demanda no cambia durante un periodo de tiempo. Para el cálculo de la frecuencia utilizan el método de chequeo (ride check) propuesto por Ceder [20].

Las actividades del proceso de transporte generalmente se resuelven de manera secuencial. Por ejemplo, Chakroborty [22], propone un modelo donde maneja el diseño de la red y la creación de tablas de tiempo de manera secuencial para au-

tobuses. En su modelo, incluye restricciones para el problema de tablas de tiempo relacionadas con el tamaño de la flota vehicular, capacidad del autobús, ventana de tiempos de espera, políticas de tiempos de cabecera y tiempos de transferencia. Dos de sus restricciones garantizan que una persona pueda transbordar al siguiente autobús disponible en el nodo de transferencia.

El objetivo del modelo es minimizar los tiempos de transferencia y de espera. En el modelo matemático propuesto se supone que la capacidad del autobús es mayor que la demanda y que los tiempos de llegada de los autobuses son deterministas cuando en realidad son estocásticos, y resolver un problema de manera exacta con estas características es complicado. Sin embargo, al implementar un algoritmo genético considera los tiempos de llegada estocásticos y la capacidad del autobús limitada. Utiliza algoritmos genéticos para resolver el problema y un mecanismo de optimización evolutiva como herramienta para resolver el problema de diseño de red.

Recientemente, se ha visto la necesidad de trabajar con dos o más actividades de manera integrada para brindar un servicio óptimo. Algunos de los trabajos que tratan esta temática son presentados a continuación.

Fang Zhao & Xiaogang Zeng [114] presentan un heurístico que maneja los problemas de diseño de red para autobuses, tiempos de cabecera y tablas de tiempo de manera integrada para autobuses. La meta es identificar una red que minimize el costo de los pasajeros. La metodología está basada en un algoritmo de búsqueda local iterativa combinada con recocido simulado, búsqueda tabú y búsqueda voraz.

Los supuestos que se establecen en este trabajo son: los tiempos de cabecera y tabla de tiempos para rutas individuales permanecen sin cambio en el periodo que se está analizando, la elección de ruta de los pasajeros está hecha por el menor tiempo de viaje, los autobuses tienen la misma capacidad y pueden ser asignados a cualquier ruta, cualquier origen-destino que requiera más de 2 transferencias se considera como no servido por el sistema y los pasajeros llegan de manera aleatoria a la parada del autobús para el abordaje inicial, entre otros.

Szeto & Wu [89] presentan un modelo donde resuelven el diseño de la red y el establecimiento de la frecuencia de manera simultánea. Su objetivo es mejorar el servicio de los autobuses reduciendo el número de transferencias y el tiempo total de viaje (incluye tiempo de espera y tiempo en el autobús). Dentro de sus restricciones se encuentra el tamaño de la flota vehicular, frecuencia, tiempo promedio de viaje y limitar el número de paradas. Los autores mencionan que sólo unos pocos investigadores han atacado el problema de diseño de red y establecimiento de frecuencia de manera simultánea.

El problema investigado en este artículo se caracteriza por dos aspectos que lo hacen distinto a los demás, primero los objetivos y restricciones son diferentes a los vistos en otros artículos, segundo el diseño del estudio de la red de autobuses es diferente; el diseño envuelve la planeación de las rutas troncales de autobuses para conectar las áreas suburbanas con el área urbana.

El método de solución propuesto por Szeto & Wu [89] es un algoritmo genético, desarrollado para resolver el problema de diseño de red, mientras que un heurístico es incorporado al algoritmo genético para resolver el problema de frecuencia. También tiene un mecanismo de control de diversidad basado en distancia hamming, la cual se define como el número de bits que tienen que cambiarse para transformar una palabra de código válida en otra palabra de código válida. Si dos palabras de código difieren en una distancia  $d$ , se necesitan  $d$  errores para convertir una en la otra.

Recientemente, se ha abordado la naturaleza incierta del problema, considerando incertidumbre en parámetros como demanda, tiempo de viaje, entre otros. Por ejemplo, Yan et al. [106] establecen un modelo con demanda estocástica para un problema de tabla de tiempos y ruteo de vehículos entre ciudades. Se aplica programación estocástica en dos fases para modelar este problema. Seleccionan diversos escenarios con demanda estocástica. Su objetivo es minimizar el costo del flujo de vehículos más el costo de flujo de pasajeros sobre todos los escenarios. En la primera fase, hay restricciones de conservación de flujo de vehículos, el número de autobuses no debe exceder la flota disponible, manteniendo el flujo de los arcos dentro de sus

cotas. En la segunda etapa, la función objetivo representa la minimización del costo del flujo de los pasajeros en un determinado escenario bajo el flujo de vehículos obtenido en la primera etapa. Además, tienen en cuenta restricciones de flujo de conservación de pasajeros y que la cantidad de pasajeros en un determinado escenario no exceda la capacidad del vehículo, entre otras. Desarrollan dos heurísticos para resolver este problema.

Baskaran & Krishnaiah [6] desarrollan un modelo de simulación para el problema de determinar la frecuencia, considerando la naturaleza estocástica del tiempo de llegada de los pasajeros y el tiempo de viaje, donde también determinan los tiempos de cabecera. El objetivo es minimizar el costo total comprendiendo el costo por el tiempo de espera de los pasajeros y el costo de operación de los autobuses.

Tilahun & Ong [91] presentan un modelo fuzzy multiobjetivo para el problema de frecuencia y tabla de tiempos, y lo resuelven utilizando un algoritmo genético asignando preferencias fuzzy a las necesidades de los clientes. Tilahun & Ong discuten y muestran cómo establecer la tabla de tiempos de los autobuses uniendo diferentes ciudades con el objetivo de minimizar el tiempo de espera de los pasajeros que desean cambiar de autobus.

Otros autores como Tirachini et al [92], Yang et al. [107], Teodorovic [90], Yan et al. [?], Sumalee et al. [87] han trabajado con incertidumbre en demanda. Autores como Yao et al. [110], LiWang [98], Wu [103], Wu et al. [104], Qi et al. [80] han incluido incertidumbre en el tiempo en sus propuestas. Mientras, Yao et al. [110], consideran tiempo de viaje estocástico.

Autores como Verbas et al. [95], Rasmussen et al. [81], Chen et al. [23], Yan et al.[106], Hadas et al. [43], Baskaran et al. [6] consideran la naturaleza estocástica de la demanda y tiempo de viaje; Chen et al. [23] manejan el problema de tiempos de cabecera y toma en cuenta la demanda y tiempo de viaje inciertos; mientras que Yan et al. [106] and Tilahun et al. [91] trabajan con el problema de ruteo de vehículos y frecuencia y tabla de tiempos respectivamente. Ambos consideran incertidumbre en

algunos parámetros.

Una característica importante que en años recientes se ha incorporado al sistema de transporte, es una planificación multimodal. Uno de los trabajos de mayor relevancia es el propuesto por Liu et al [58] en el que investigan algoritmos para la solución del problema multicriterio, multimodal. Para llegar a su destino, los pasajeros pueden alternar entre diferentes modos de transporte. En este trabajo se minimiza el tiempo total de viaje y el costo total del viaje. Ellos utilizan un heurístico para resolver el problema, “Label Correcting Algorithm” (LCA). El tiempo de transferencia incluye, el tiempo de caminar, el tiempo de espera y el tiempo de parada. Este modelo multimodal incluye autobuses y metro.

Wang et al. [99] proponen un modelo integrado, multimodal, dando la opción a elegir el modo de transporte y mejorando las conexiones entre ellos.

En el Capítulo 3, se muestran los trabajos previos más relevantes donde podemos ver que existen trabajos que son multiobjetivo, siendo los más típicos minimizar el costo de operación y el tiempo total de viaje de los pasajeros (Verbas et al. [96], Zhu et al. [116]). Sólo existen antecedentes de un trabajo multiperiodo, son pocos los trabajos hechos para sistemas multimodales o que trabajen con múltiples actividades (secuencial o integradas) y sólo algunos de ellos incorporan incertidumbre en algunos parámetros, pero también podemos observar que no existe ningún trabajo en la literatura revisada que combine todas estas características como lo hacemos en esta propuesta. Lo anterior, está sustentado por Daraio et al. [28], donde presentan un exhaustivo trabajo de revisión de literatura relacionado con las tablas de tiempo y el cálculo de frecuencia de paso.

## 2.7 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 2

A través de la literatura, podemos encontrar algunos trabajos con similitudes y diferencias en algunos aspectos del problema aquí planteado. Sin embargo, no

---

se ha encontrado ningún trabajo previo que aborde las siguientes características de manera conjunta: 1) Determinación de frecuencia de paso, 2) Nodos de transferencia, 3) Nodos de aglomeración, 4) Costo fijo y costo variable, 5) Múltiples modos de transporte, 6) Demanda desconocida, 7) División del horizonte de planificación en periodos y 8) Integración de frecuencia de paso y asignación de tiempos de salida. Estas características se verán en mayor detalle en el Capítulo 3 .

## CAPÍTULO 3

# FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

---

En este capítulo describimos detalladamente el problema que se aborda en este trabajo para calcular la frecuencia de paso y establecer los tiempos de salida (las dos actividades para la construcción de la tabla de tiempos) de manera integrada, incorporando incertidumbre y planificación multiperiodo para un sistema multimodal, así como las características principales del problema y de los supuestos en que nos basamos para realizar el modelo matemático. También explicamos el enfoque desde el cual modelamos las restricciones más importantes, como la asignación de viajes, las políticas de tiempo de cabecera y las sincronizaciones multiperiodo. Por último, mostramos y explicamos el modelo matemático.

El contenido de este capítulo se estructura como sigue: en la Sección 3.1 se describe el problema a abordar, en la Sección 3.2 se presentan los supuestos del modelo. A continuación, en la Sección 3.3 se definen cada una de las restricciones que conforman el modelo matemático y, finalmente, en la Sección 3.4 se presentan las conclusiones de este capítulo.

### 3.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El problema que se aborda en este trabajo consiste en la construcción de tablas de tiempos (segunda actividad del proceso de transporte). Para ello hay que establecer: (i) la frecuencia mínima de salidas de unidades (máxima cantidad de salidas), y (ii) el tiempo de salida de cada unidad en un horizonte de planificación dado (Figura

3.1).

Nuestra propuesta se diferencia de otras investigaciones previas en varios aspectos que se enumeran a continuación:

- Los puntos (i) y (ii) se abordan de manera integrada o son resueltos de forma simultanea.
- Se considera la planificación multiperiodo y las sincronizaciones multiperiodo.
- Las características (1) a (8) son incluidas y mencionadas en esta sección.

La principal contribución científica de este trabajo de investigación es el modelo multiobjetivo lineal entero mixto difuso para el problema de integración de la tabla de tiempo y la representación en el modelo las características que se describen a continuación.

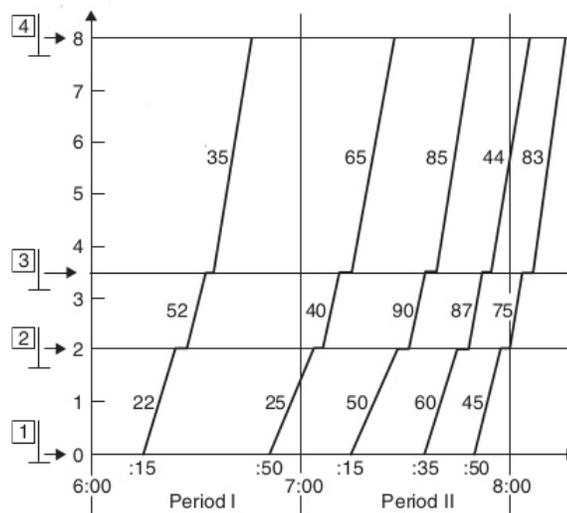


Figura 3.1: Tiempos de salida (Ceder [20])

Normalmente, las tablas de tiempo se construyen tratando de minimizar el costo de operación o el tiempo total de viaje de los pasajeros (Verbas et al. [96], Zhu et al. [116]), entre otras medidas de desempeño. Estas medidas, generalmente, se implementan a través de una medida proxy como la maximización de sincronizaciones

para reducir el máximo tiempo de espera en las transferencias teniendo en cuenta el hecho de que las sincronizaciones ocurren en los nodos de transferencia (Fig. 3.2).

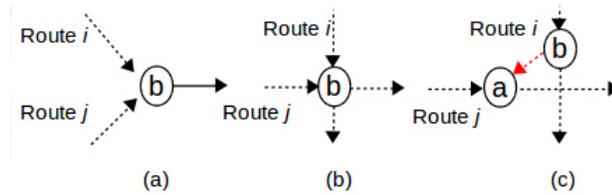


Figura 3.2: Tipos de nodos de sincronización (Ibarra-Rojas et al. [48])

La integración del cálculo de frecuencia mínima y la asignación de los tiempos de salida, además de hacer el problema más difícil de resolver, desde una perspectiva computacional, que resolver cada subactividad de forma secuencial (Ibarra-Rojas et al. [48]), hace el problema más difícil de modelar debido a que el número de salidas es desconocido cuando los tiempos de salida deben ser asignados. Esto no ocurre cuando ambas subactividades son resueltas de forma secuencial, pues en el primer caso la frecuencia mínima es calculada y es utilizada como una entrada para la asignación de los tiempos de salida.

La programación multiperiodo y la sincronización multiperiodo hacen el problema más complejo de resolver y modelar, pues se incluyen en el modelo más variables de decisión y restricciones.

Las características notables del problema se han dividido en: típicas (1-4), presentes en la mayoría de los artículos revisados; recientes (5-6), presentes en la mayoría de los artículos recientes; y deseables (7-8), no encontradas en ninguno de los artículos revisado:

1. La determinación de la frecuencia mínima depende de la definición de los tiempos de cabecera. Así mismo, los tiempos de salida dependen de la frecuencia mínima (columna 1 de la Tabla 3.1). Algunos autores han abordado problemas con características similares a ésta. Por ejemplo, Hadas et al. [43], Verbas et al. [96] [96] y Baskaran et al. [6] se enfocan en el problema del establecimiento

to de la frecuencia y su objetivo es minimizar el costo total. Otro autor que trabaja con el problema de frecuencia mínima es Tilahun et al. [91], los cuales combinan la frecuencia mínima con el problema de tabla de tiempos.

2. Hay ciertos nodos del sistema de transporte llamados *nodos de transferencia* en los cuales los pasajeros pueden cambiar de ruta. Una transferencia ocurre cuando las rutas involucradas se sincronizan para permitir a los pasajeros hacer la transferencia dentro de una ventana fija de tiempo [52] (columna 2 de la Tabla 3.1). Eranki [34] propone un modelo cuyo objetivo es maximizar el número de sincronizaciones sujeto a ciertas restricciones, en el que agrega una característica especial, permitiendo las sincronizaciones dentro de una ventana de tiempo. Por otro lado, Ibarra-Rojas & Ríos-Solís [48] formulan el problema de tabla de tiempos con el objetivo de maximizar el número de sincronizaciones para facilitar a los pasajeros las transferencias y evitar el aglomeramiento a lo largo de la red. Zhang et al. [50], además de proponer un modelo multimodal, consideran dos tipos de transferencia: una es entre el mismo nodo; y la otra es entre nodos diferentes.
3. Hay ciertos nodos del sistema de transporte llamados *nodos de aglomeración*, donde es común que se aglomeren las unidades. Esta aglomeración debe ser controlada (columna 3 de la Tabla 3.1). Algunos de los autores que incluyen nodos de aglomeración son Ibarra-Rojas & Ríos-Solís [48].
4. El costo de operación de un viaje puede ser calculado como i) un costo variable por kilómetro, que puede incluir gastos del conductor, mantenimiento del vehículo, gas y otros gastos y (ii) un costo fijo relacionado con el manejo de la organización que controla el transporte (columna 4 de la Tabla 3.1). Esta

función objetivo es la más utilizada en investigaciones previas (Chen et al. [23], Hadas et al. [43], Baskaran et al. [6], Liu et al. [58], Chakroborty [22], Zhao et al. [114]).

5. El sistema de transporte está compuesto típicamente por más de un modo de transporte, cada uno con sus propias regulaciones y requerimientos (columna 5 de la Tabla 3.1). Liu et al. [58] proponen un modelo para minimizar el tiempo y el costo total de viaje donde los pasajeros puedan alternar entre diferentes modos de transporte para llegar a su destino. Por otra parte, Zhang et al. [50] proponen un modelo de super red donde las redes para diferentes modalidades son integradas en una sola red, permitiendo un sistema de ruteo multimodal. También, Wang et al. [99] proponen un modelo de transporte multimodal regional-urbano integrado. Su modelo incluye una asignación de tiempo, y sugiere la distribución del viaje y la elección del modo de transporte así como mejorar las conexiones entre los diferentes modos de transporte.
  
6. A pesar de que la demanda es desconocida en el momento de la planificación, en general su variación dentro de un periodo de tiempo sigue un patrón que depende de la hora del día, el día de la semana o la estación del año, entre otros escenarios menos frecuentes (columna 6 de la Tabla 3.1). Autores como Verbas et al. [95], Rasmussen [81], Chen et al. [23], Yan et al. [106], Hadas et al. [43], Baskaran et al. [6] consideran la naturaleza estocástica de algunos parámetros como la demanda y el tiempo de viaje. Chen et al. [23] trabajan sobre el problema del cálculo de múltiples tiempos de cabecera y consideran estocásticos la demanda y el tiempo de viaje, mientras que Yan et al. [106] y Tilahun et al. [91] trabajan con ruteo-tabla de tiempos y frecuencia-tabla de tiempos respectivamente, considerando la incertidumbre en algunos paráme-

tros con el fin de obtener un sistema de líneas de autobuses que mejoren la conexión entre ciudades.

7. Por lo general, el horizonte de planificación es fijado a priori. En este periodo la demanda varía significativamente a lo largo del mismo. Por este motivo, los programadores dividen el horizonte de planificación en múltiples periodos. Se sabe que, dentro de ellos la demanda varía un poco (fluctúa alrededor de un valor central) y, sin embargo, la variación es más acentuada entre dos periodos consecutivos (columna 7 de la Tabla 3.1). Esto implica trabajar con las sincronizaciones multiperiodo. En nuestro conocimiento sólo Ibarra-Rojas [48] ha trabajado con planificación multiperiodo (Fig. 3.3) pero las sincronizaciones multiperiodo no son modeladas.
  
8. La integración del cálculo de las frecuencias y la asignación de los tiempos de salida es una característica deseable para cualquier modelo matemático y método de resolución para este problema (columna 8 de la Tabla 3.1). Por otra parte, soluciones subóptimas arrojan tablas de tiempo subóptimas (Cadarso et al. [15]). Algunos autores toman en cuenta dos o más actividades del sistema de transporte, como Chakroborty [22], Zhao & Zeng. [114], y Szeto & Wu [89]. Por otro lado, Chakroborty [22] trabaja con el diseño de la red (transit routing) y tabla de tiempos (scheduling) de manera secuencial con el fin de minimizar el tiempo total de transferencia y el tiempo de espera inicial, así como el tiempo de espera de un autobús en un nodo. Zhao & Zeng [114] presenta un método metaheurístico para la optimización de la red de tránsito que incluye el diseño de la red (route network design) y tabla de tiempos (tiempos de cabecera y asignación de tablas de tiempo) cuyo objetivo es minimizar el costo de los pasajeros. También Szeto & Wu [89] buscan reducir el número de transferencias y el tiempo total de viaje (incluye tiempo en viaje y tiempo de espera) de los

usuarios, resolviendo el diseño de la red y la tabla de tiempos de manera simultánea.

Nótese que no se ha encontrado ninguna publicación donde todas las características mencionadas sean consideradas para el diseño de modelos o métodos de solución para resolver un sistema de transporte urbano. En Daraio et al [28], se presenta una exhaustiva revisión bibliográfica de publicaciones que abordan este problema con tablas de tiempo y cálculo de frecuencias.

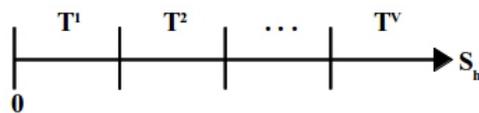


Figura 3.3: Problema de programación multiperiodo.  $S_h$  es el horizonte de planificación,  $T^v$  son los periodos de tiempo. En cada  $T^v$  la demanda es considerada casi constante.

También vale la pena mencionar que el modelo propuesto puede ser aplicado a sistemas de transporte monomodal y sistemas de transporte multimodal, sin ningún trabajo extra requerido para cambiar de un modo de transporte a otro. Pero la característica más importante es la sincronización multiperiodo, para evitar aglomeración entre diferentes sistemas de transporte, permitiendo transferencias eficientes, dado que en los nodos de transferencia la demanda puede ser distribuida entre diferentes modos de transporte. También conviene definir políticas para costo de operación, nivel de servicio, etc.

Se ha mencionado anteriormente, que el problema que se aborda aquí está relacionado a la planificación táctica, por esto no se presta suficiente atención al nivel de servicio. Sin embargo, cabe destacar que el nivel de servicio es considerado implícitamente en el cálculo de frecuencia mediante los métodos utilizados.

Autores	Frecuencia	Nodos de transferencia	Nodos de aglomeración	Costo	Multimodal	Incertidumbre	Multiperiodo	Integración
Chen et al.	x			x		x		
Chakroborty				x		x		x
Zhao & Zeng	x			x				x
Szeto & Wu	x							x
Hadas & Shnaiderman	x			x		x		
Baskaran & Krishnaiah	x			x		x		
Tilahun & Ong	x					x		
Liu et al.				x	x			
Zhang et al.		x			x			
Wang et al.		x			x			
Eranki		x						
Ibarra-Rojas et al.		x	x				x	
Avila et al.	x	x	x	x	x	x	x	x

Tabla 3.1: Revisión de literatura.

## 3.2 SUPUESTOS DEL PROBLEMA

Para la elaboración del modelo matemático, se han definido las condiciones bajo las cuales funciona el modelo. A continuación, se detallan los supuestos para el problema presentado en esta investigación:

1. No está permitido el aglomeramiento en los nodos de sincronización ni en los nodos de aglomeración donde el tiempo de espera mínimo es mayor a 0, de lo contrario el servicio ofrecido por las empresas no sería óptimo y se dificultaría la operación de las rutas.
2. La duración del periodo de planeación debe ser suficiente para programar las salidas. Si el periodo de planificación resulta insuficiente para que la frecuencia calculada sea ejecutada entonces el servicio que se ofrezca no será óptimo.
3. Los periodos son creados de acuerdo a la fluctuación de la demanda, de forma que dos periodos consecutivos tienen diferente demanda en promedio sobre los nodos para todas las rutas y dentro de cada periodo, la demanda tiene un comportamiento estable.
4. Los tiempos de cabecera (mínimo y máximo), dentro de un periodo de planificación y para cada ruta, no cambian. Una vez que se ha fijado un rango de tiempos de cabecera para una ruta en un periodo, éste permanece invariante por el resto del periodo, para obtener los tiempos de salida.
5. Todas las unidades tienen la misma capacidad. El caso contrario supondría incluir la decisión sobre el tipo de unidad a emplear, y esto pertenece a otra actividad del sistema de transporte urbano.
6. Hay suficientes unidades como para llevar a cabo la planificación.
7. Los puntos de sincronización son fijados por aquel que conoce los puntos donde existe aglomeración o donde los pasajeros realizan transbordos.

8. El tiempo requerido para la transferencia, el tiempo de espera de una unidad dentro de un tramo y la cantidad de pasajeros que realizan una transferencia, son conocidos.
9. Todos los pasajeros que realizan un transbordo, desean hacerlo con la unidad más próxima. Se desea que los pasajeros esperen la menor cantidad de tiempo posible para realizar la transferencia de ruta.
10. Dentro de un periodo la demanda es relativamente estable.
11. La demanda es desconocida, pero puede ser estimada para cada periodo, ya que el tomador de decisiones tiene un cierto conocimiento del rango en que varía en un mismo periodo.
12. Los parámetros de planificación deben ser tales que satisfagan la demanda durante el periodo de planificación establecido.

Lo anterior son las condiciones que se tomaron en cuenta en este problema. Sin embargo, se pueden considerar otros aspectos pero esto pudiera implicar una reformulación del problema.

### 3.3 MODELO LINEAL ENTERO MIXTO DIFUSO

#### 3.3.1 DEFINICIONES DEL SISTEMA DE TRANSPORTE

En esta sección se define formalmente un sistema de transporte multimodal, un escenario de planificación, y una tabla de tiempos y la factibilidad de la misma.

*Definición 1:* Definimos un sistema de transporte multimodal como la terna,  $S = (M, I = \cup_{m \in M} I^m, D = \cup_{m \in M} D^m, B = \cup_{m, n \in M} B^{mn})$ , donde  $M$  es el conjunto de modos de transporte,  $I$  es el conjunto de rutas,  $I^m$  es el conjunto de rutas del modo de transporte  $m$ ,  $D$  es el conjunto de nodos,  $D^m$  es el conjunto de nodos del modo de transporte  $m$ ,  $B$  es el conjunto de pares de nodos que deben sincronizar, y  $B^{mn}$  es el

conjunto de pares de nodos que deben sincronizar entre el modo de transporte  $m$  y  $n$ .

*Definición 2:* Sea  $S$  es un sistema de transporte multimodal y  $T$  el horizonte de planificación,  $V$  un índice de los periodos de tiempo  $T^v$  donde  $\cup_{v \in V} = T$  y  $T_i \cap T_j = \emptyset$  para  $i \neq j$  e  $i, j \in V$

- $\Omega$  la distribución de la demanda sobre los nodos de  $S$  y  $P$  un conjunto de políticas de los tiempos de cabecera.
- Un escenario de planificación como  $E(S) = (V, T, \Omega, P, \mu, \tau, \vartheta)$ , donde  $\mu : V \times D \times I \rightarrow D$  es una función para cualquier periodo dado  $v$ , ruta  $i$ , y nodo  $d_i$  de la ruta que devuelve el siguiente nodo en la ruta,
- $\tau : V \times D \times I \rightarrow \Upsilon$  es una función para cualquier periodo dado  $v$ , ruta  $i$ , y nodo  $d_i$  de la ruta que devuelve el tiempo requerido para llegar al siguiente nodo a visitar de la ruta,
- $\vartheta : V \times D \times I \rightarrow R$  es una función para cualquier periodo dado  $v$ , ruta  $i$ , y nodo de la ruta  $d_i$  que devuelve la demanda en ese nodo.

*Definición 3:* Digamos que  $E(S)$  es un escenario del sistema de transporte multimodal  $S$ . Una tabla de tiempo  $\Lambda$  para  $E(S)$  se define como  $\Lambda(E(S)) = (\zeta, \rho, \theta)$ , donde  $\zeta$  es el conjunto de salidas de la tabla de tiempo,  $\rho : V \times I \times Z \in \zeta \rightarrow \Gamma \in P$  es una función que devuelve el conjunto de políticas de tiempo de cabecera que  $Z$  debe obedecer para cualquier periodo dado  $v$ , ruta  $i$  y el subconjunto  $Z$  de salidas de la ruta que devuelve el conjunto de políticas que  $Z$  realmente realiza.

*Definición 4:* Una tabla de tiempo  $\Lambda(E(S))$  es factible si  $\rho$  y  $\theta$  son idénticos.

Lo anterior, define las condiciones que debe cumplir una tabla de tiempos para ser factible. Además, se define un sistema de transporte y los escenarios de planificación.

### 3.3.2 REPRESENTACIÓN DE ELEMENTOS PRINCIPALES

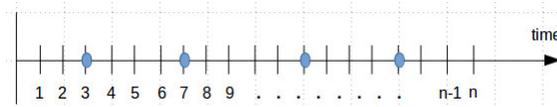
A continuación, se describe brevemente el enfoque que seguimos para representar los elementos principales del problema que aquí se aborda: la modelación de las variables de decisión (salidas y sincronizaciones) y las restricciones (políticas de tiempos de cabecera y sincronizaciones).

1. *Asignación de salidas por intervalos de tiempo.*

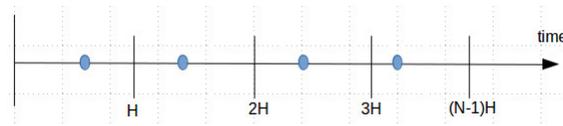
Para la asignación de salidas por intervalos de tiempo en Ceder [20] se proponen dos enfoques que funcionan bien para guiar al decisor: (i) Tiempos de cabecera uniforme y (ii) Cargas uniformes. Sin embargo, en situaciones reales en las que se espera cierta variabilidad en los parámetros del sistema, existe una necesidad de enfoques más flexibles para asignar salidas. En este trabajo, presentamos un enfoque que ofrece flexibilidad y reduce el número de variables de decisión y restricciones asociadas.

Supongamos, que el planeador es capaz de indicar un tiempo de cabecera mínimo y máximo para cada ruta en cada periodo del horizonte de planificación ( $H_{max}$  y  $H_{min}$ ). En este caso, las salidas son modeladas como variables de decisión para cada ruta y cada periodo en el modelo de optimización y, por lo general, son programadas como en la Figura 3.4(a) (Ceder [20], Zhao & Zeng [114]), es decir, se planifican por instante de tiempo. Esto, en nuestro caso, será un inconveniente adicional, pues desconocemos el número de salidas de cada ruta en cada periodo y, además, aumentaría el número de variables de decisión y el número de restricciones debido a los requerimientos de los tiempos de cabecera. Para evitar estos problemas proponemos representar las salidas como en la Figura 3.4(b). Para ello, dividimos cada periodo de tiempo

del horizonte de planificación en  $N$  intervalos de salida  $p_i$  donde los primeros  $N - 1$  intervalos de salida tienen una longitud exacta de  $H_{min}$ , y el último intervalo tiene una longitud de  $H_{min} + T^v \text{ mód } H_{min}$ . Con esta representación, e introduciendo otra variable ( $\alpha$ ), se reduce considerablemente la cantidad de variables de decisión que representan las salidas en relación a otros modelos presentados para la construcción de las tablas de tiempo (Ceder [20], Zhao & Zeng [114]). Una ventaja de la inserción de la variable  $\alpha$  en el modelo es que el aumento del número de restricciones debido a la introducción de la variable  $\alpha$  es despreciable.  $N^v$  es una cota superior de las salidas en un periodo de tiempo  $T^v$ , y es calculado como  $N^v = \lceil \frac{H_{max_i}^v}{H_{min_i}^v} \rceil$  que a su vez indica el número máximo de salidas que pueden ser programadas en un periodo de tiempo  $T^v$ .



(a) Típica



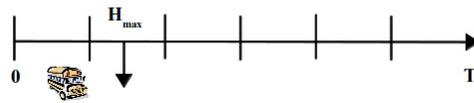
(b) Propuesta

Figura 3.4: Diferentes formas de representar salidas

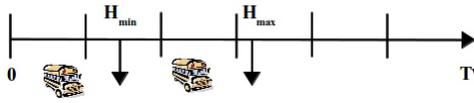
2. *Políticas de tiempo de cabecera.*

Es común que una asignación de salidas en un sistema de transporte urbano obedezca ciertas políticas de tiempos de cabecera (Figura 3.5). Las políticas más usuales son Ibarra-Rojas & Ríos-Solís [48] para el primer viaje, para el último viaje y para dos viajes consecutivos. Dada una ruta  $i$  en un periodo de tiempo  $v$ :

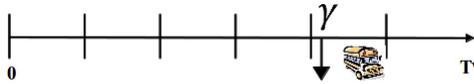
- (A) La primera salida debe efectuarse entre el inicio del periodo y el tiempo de cabecera máximo ( $H_{max_i}^v$ ).
- (B) Dos salidas consecutivas deben ser asignadas de tal manera que estén separadas por, al menos, un tiempo de cabecera mínimo ( $H_{min_i}^v$ ) y como mucho por el tiempo de cabecera máximo ( $H_{max_i}^v$ ).
- (C) La última salida debe efectuarse entre el final del periodo y un tiempo fijado por el tomador de decisiones.



(a) La primera salida antes de  $H_{máx}^v$



(b) Salidas consecutivas entre  $H_{mín}^v$  y  $H_{máx}^v$



(c) La última salida no antes de  $\gamma$

Figura 3.5: Políticas de tiempos de cabecera

En lo que sigue, definimos formalmente esas políticas por rangos de intervalos. Dada una ruta  $i$  y un periodo  $v$ , se representa el rango de intervalos de tiempo para las salidas como un conjunto índice  $RD_i^v = 1..N_i^v$  donde  $N_i^v$  se define como el máximo número de salidas para la ruta  $i$  en periodo  $v$  de acuerdo a la definición previa.

*Definición 5:* Digamos que  $RF_i^v \in RD_i^v$  es el rango de intervalos de tiempo para la programación de la primera salida de la ruta  $i$  en el periodo  $v$ , y está dado por el conjunto índice  $\{1, \dots, tc_i^v\}$ , donde  $tc_i^v$  es calculada como  $tc_i^v$

$= \lceil \frac{H_{max}^v}{H_{min_i}^v} \rceil$ .  $tc_i^v$  representa la porción entre los tiempos de cabecera mínimo y máximo expresado en unidades de intervalos de tiempos (Figura 3.6).

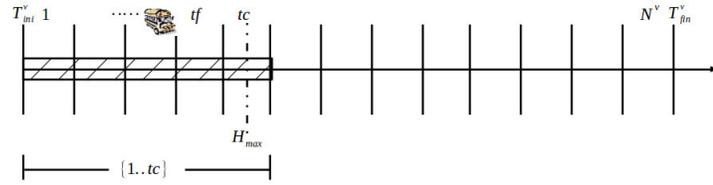


Figura 3.6: Primera salida.

*Definición 6:* Digamos que  $RN_i^v \in RD_i^v$  es el rango de intervalos de tiempo para la programación de dos salidas consecutivas ( $p_i^v$  y  $q_i^v$ ) para una ruta  $i$  y un periodo  $v$ , está dado por el conjunto índice  $\{mcp_i^v, \dots, msp_i^v\}$ , donde  $mcp_i^v$  es calculado como  $mcp_i^v = \max\{q - tc_i^v, 1\}$  y  $msp_i^v$  es calculado como  $msp_i^v = \max\{q - 1, 1\}$ . Eso significa que  $mcp_i^v$  y  $msp_i^v$  son el intervalo más lejano y el intervalo previo más cercano donde la salida  $p_i^v$  fue asignada en relación al intervalo actual donde  $q_i^v$  fue asignado. Figura 3.7.

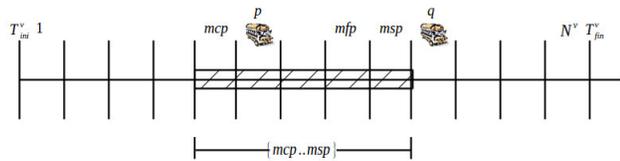


Figura 3.7: Salidas consecutivas.

*Definición 7:* Digamos que  $RL_i^v \in RD_i^v$  es el rango de intervalos de tiempo para la programación de la última salida de la ruta  $i$  en el periodo  $v$ , dado por el conjunto índice  $\{tm_i^v, \dots, N_i^v\}$ , donde  $tm_i^v$  es calculada como  $tm_i^v = \lceil \frac{-T_{ini}^v + (T_{fin}^v - \gamma_i^v)}{H_{min_i}^v} \rceil$ .  $tm_i^v$  es el intervalo más lejano (de  $N_i^v$ ) donde la última salida debe ser asignada. Figura 3.8.

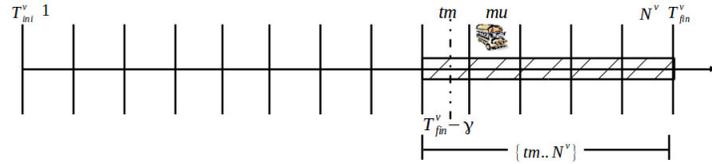


Figura 3.8: Última salida.

*Lema 1:* Sea  $E(S)$  un escenario para el sistema de transporte multimodal  $S$  donde  $P$  es un conjunto compuesto por las políticas A, B y C y  $\Lambda(E(S))$  una tabla de tiempos para  $S$  en el escenario  $E(S)$ . Entonces  $\Lambda(E(S))$  es factible según las políticas A, B, y C, si y solo si:

- a) La primera salida de cada periodo de tiempo  $v$  para cada ruta  $i$  es programada en  $RF_i^v$ .
- b) Dos salidas consecutivas  $p, q$  donde  $p$  es programada en  $RN_i^v$ .
- c) La última salida para cada periodo  $v$  de la ruta  $i$  es programada en  $RL_i^v$ .

### 3. Sincronizaciones multiperiodo.

En nuestra formulación las sincronizaciones son requeridas en: (a) un nodo de sincronización y comparte el mismo tramo, (b) un nodo de transferencia sencillo, cada ruta sigue por diferentes tramos y (c) entre dos nodos de transferencia cercanos (ver Figura 3.2). Las sincronizaciones también son modeladas como variables de decisión, donde cada sincronización tiene un par O-D para cada ruta, y un par de nodos (donde el nodo origen es el mismo nodo destino cuando se trata de una sincronización de nodo sencillo), y también el periodo de tiempo de planificación donde la sincronización debe tomar lugar. Todas esas propiedades de una sincronización requieren, al menos, de 5 índices, lo que implica definir una gran cantidad de variables de decisión representando las sincronizaciones y restricciones relacionadas. Para tener un buen control sobre las sincronizaciones, introducimos dos índices más: el índice de la salida origen y el índice para la salida destino, lo que haría un total de 7 índices empleados para la variable de sincronización.

Notése que las sincronizaciones en los nodos de transferencia son direccionales, es decir que un par de rutas que sincronizan pueden hacer transferencia de una ruta a otra y viceversa, de esta manera cuentan dos sincronizaciones.

### 3.3.3 EL MODELO DIFUSO

Aquí, se presenta el modelo matemático que se ha desarrollado para atacar el problema que se aborda en este trabajo de investigación. Dicho modelo, consta de 3 funciones objetivo y una serie de restricciones que debe cumplir.

#### Conjuntos:

$M$ : Conjunto de rutas.

$K$ : Conjuntos de tramos.

$V$ : Conjunto de periodos.

$B_{ij}^v$ : Conjunto de pares de tramos en los que potencialmente se sincronizan las rutas  $i$  y  $j$ .

$J(i)$ : Conjunto de rutas que tienen tramos en común con la ruta  $i$ .

#### Variables:

$X_{ip}^v$  toma el valor de 1 si existe viaje en la ruta  $i$  con tiempo de salida en el intervalo  $p$  en el periodo  $v$  y 0 en otro caso.

$Y_{ijkupq}^v$  toma el valor de 1 si el autobús de la ruta  $i$  con tiempo de salida en el intervalo  $p$  y el autobús de la ruta  $j$  con tiempo de salida en el intervalo  $q$  en el periodo  $v$ , llegan al tramo  $k - u$  (punto de sincronización predeterminado) dentro de la ventana de tiempo dada y 0 en otro caso.

$Z_{ijkv}^v$  : la diferencia entre el tiempo de llegada de las rutas  $i$  y  $j$  en los tramos  $k-u$  en el periodo  $v$ .

#### Parámetros

$G^v$  : Número de viajes en el periodo si se utiliza una frecuencia de salida igual a

$H_{max}^v$ .

$N^v$ : Conjunto máximo de salidas en periodo  $v$ .

$P_{máx_i}^v$  : Máxima carga de pasajeros a bordo en la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$\overline{P_{máx_i}^v}$  : Valor superior (del número difuso) del punto de máxima carga de pasajeros a bordo en la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$\underline{P_{máx_i}^v}$  : Valor inferior (del número difuso) del punto de máxima carga de pasajeros a bordo en la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$P_{maxd_i}$  : Máxima carga de pasajeros a bordo en el día en la ruta  $i$ .

$\overline{P_{maxd_i}}$  : Valor superior (del número difuso) del punto de máxima carga de pasajeros a bordo en el día en la ruta  $i$ .

$\underline{P_{maxd_i}}$  : Valor inferior (del número difuso) del punto de máxima carga de pasajeros a bordo en el día en la ruta  $i$ .

$d_i^v$  : Ocupación deseada del autobús de la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$Pas_i^v$  : Cantidad total de pasajeros/km en la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$\overline{Pas_i^v}$  : Valor superior (del número difuso) de la cantidad total de pasajeros/km en la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$\underline{Pas_i^v}$  : Valor inferior (del número difuso) de la cantidad total de pasajeros/km en la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$L_i$  : Longitud de la ruta  $i$ .

$cap_i^v$  : Capacidad del autobús de la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$l_k$  : Longitud del tramo  $k$ .

$\beta_i^v$  : Porción permitida de la ruta  $i$  de exceder la carga en el periodo  $v$ .

$H_{max_i}^v$  : Tiempo de cabecera máximo (en minutos) para la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$H_{min_i}^v$  : Tiempo de cabecera mínimo (en minutos) para la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$T^v$ : Periodo de planeación (en minutos) en el periodo  $v$ . Se define como el intervalo  $[T_{ini}^v, T_{fin}^v]$ .

$T_{ini}^v$ : Tiempo (en minutos) en que inicia el periodo de planificación en el periodo  $v$ .

$T_{fin}^v$ : Tiempo (en minutos) en que termina el periodo de planificación en el periodo  $v$ .

$\gamma_i^v$ : Tiempo (en minutos) deseado antes del fin de  $T^v$  para la última salida de la ruta

$i$  en el periodo  $v$ .

$W_{\text{máx}_i}^v$ : Tiempo (en minutos) máximo de espera de la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$W_{\text{mín}_i}^v$ : Tiempo (en minutos) mínimo de espera de la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$t_{ik}^v$ : Tiempo (en minutos) de viaje desde el punto de origen en la ruta  $i$  al tramo  $k$  en el periodo  $v$ .

$\delta_{ijk}^v$ : Cantidad mínima de tiempo (en minutos) que un pasajero necesita para cambiar del tramo  $k$  de la ruta  $i$  al tramo  $u$  de la ruta  $j$  en el periodo  $v$ .

$\overline{P}_{\text{máx}_i}^v$ : Promedio de máxima carga de pasajeros a bordo de la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$MC_i^v$ : Método  $i$  que se aplica para determinar la frecuencia en el periodo  $v$ .

$\overline{MC}_i^v$ : Valor superior (del número difuso) del método  $i$  que se aplica para determinar la frecuencia en el periodo  $v$ .

$\underline{MC}_i^v$ : Valor inferior (del número difuso) del método  $i$  que se aplica para determinar la frecuencia en el periodo  $v$ .

$f_{mr_i}^v$ : Frecuencia mínima requerida para satisfacer la demanda de la ruta  $i$  en el periodo  $v$   $f_{mr_i}^v = \frac{\overline{P}_{\text{máx}_i}^v}{d_i^v}$ .

$CostoFijo_i^v$ : Costo fijo para la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$CostoVariable_i^v$ : Costo variable para la ruta  $i$  en el periodo  $v$ .

$P_k^v$ : Promedio de pasajeros a bordo en el tramo  $k$  en el periodo  $v$ .

$\overline{P}_k^v$ : Valor superior (del número difuso) del promedio de pasajeros a bordo en el tramo  $k$  en el periodo  $v$ .

$\underline{P}_k^v$ : Valor inferior (del número difuso) del promedio de pasajeros a bordo en el tramo  $k$  en el periodo  $v$ .

$s_{jk}^v$ : Tiempo (en minutos) que dura un autobús de la ruta  $j$  en el tramo  $k$  durante el periodo  $v$ .

$\sigma_1$ : Nivel de confianza de la demanda  $[0,1]$ , indica qué tan seguro está el decisor sobre el nivel de demanda, 0 es nada seguro y 1 es muy seguro.

$\sigma_2$ : Nivel de confianza del tiempo  $[0,1]$ , indica qué tan seguro está el decisor sobre el tiempo de viaje, 0 es nada seguro y 1 es muy seguro.

$$tc_i^v = \left[ \frac{H_{\text{máx}_i}^v}{H_{\text{mín}_i}^v} \right]$$

$$\begin{aligned}
tf_i^v &= \lfloor \frac{H_{max_i}^v}{H_{min_i}^v} \rfloor \\
tm_i^v &= \lceil \frac{-T_{ini}^v + (T_{fin}^v - \gamma_i^v)}{H_{min_i}^v} \rceil \\
mcp_i^v &= \text{máx}\{p - tc_i^v, N^v\} \\
mfp_i^v &= \text{máx}\{p - tf_i^v, N^v\} \\
msp_i^v &= \text{máx}\{p - 1, 1\} \\
mu_i^v &= \text{mín}\{tm_i^v + 1, N^v\} \\
FreMin_i^v &= \text{mín}\{|N^v|, \text{máx}(MC_i^v, |G^v|)\} \\
\overline{FreMin}_i^v &= \text{mín}\{|N^v|, \text{máx}(\overline{MC}_i^v, |G^v|)\} \\
\underline{FreMin}_i^v &= \text{mín}\{|N^v|, \text{máx}(\underline{MC}_i^v, |G^v|)\} \\
f_i^v &= \text{min}\{j | X_{ij}^v == 1\} \quad \forall v \in V, v > 1 \\
l_i^{v-1} &= \text{max}\{j | X_{ij}^{v-1} == 1\} \quad \forall v \in V, v > 1
\end{aligned}$$

### Funciones Objetivo

En este problema se consideran 3 funciones objetivo, las cuales se detallan a continuación. La primera función objetivo (3.1) minimiza el costo total de operación, teniendo en cuenta, el costo fijo y el costo variable. Ambos costos dependen de la ruta y el periodo, el costo variable está afectado por la longitud de la ruta  $L_i$  y la cantidad de viajes hechos por la ruta en el periodo, dados por la variable  $X_{ip}^v$ .

$$\text{mín} \sum_{i \in M} \sum_{v \in V} (\text{CostoFijo}_i^v + \text{CostoVariable}_i^v \cdot L_i \cdot \sum_{p \in T^v} X_{ip}^v) \quad (3.1)$$

Otra función objetivo consiste en maximizar la cantidad total de sincronizaciones (3.2). Esto se realiza con la variable  $Y_{ijkupq}^v$  que indica la existencia de sincronización (valor 1) entre la ruta  $i$  y  $j$  en el tramo  $k - u$  de los viajes con tiempo de salida en el intervalo  $p$  y  $q$  en el periodo  $v$ .

$$\text{máx} \sum_{i \in M} \sum_{j \in J(i)} \sum_{(k,u) \in B_{ij}^v} \sum_{v \in V} \sum_{p \in T^v} \sum_{q \in T^v} Y_{ijkupq}^v \quad (3.2)$$

La tercera función objetivo (3.3) es la minimización del tiempo total de transferencia en el sistema mediante la variable  $Z_{ijkv}^v$ , que representa la diferencia entre el tiempo de llegada de las rutas  $i$  y  $j$  en los tramos  $k-u$  en el periodo  $v$  multiplicado por la cantidad estimada de pasajeros que realizan transbordo  $\pi_{ijkv}^v$ .

$$\text{mín} \sum_{i \in M} \sum_{j \in J(i)} \sum_{v \in V} \sum_{(k,u) \in B_{ij}^v} \pi_{ijkv}^v \cdot Z_{ijkv}^v \quad (3.3)$$

### Restricciones

Con la restricción (3.4) se acota el valor que puede tomar la variable  $\alpha_{ip}^v$  que nos indica el tiempo de salida de un viaje; cuando la variable  $X_{ip}^v$  está activa (toma el valor 1) indica que existe un viaje para la ruta  $i$  en el intervalo  $p$  en el periodo  $v$ , entonces se multiplica el tiempo máximo de cabecera por el intervalo actual y por el intervalo anterior, limitando así los valores que puede tomar la variable  $\alpha_{ip}^v$ .

$$\begin{aligned} \alpha_{ip}^v &\leq X_{ip}^v \cdot (T_{ini}^v + H_{min_i}^v \cdot p) \\ \alpha_{ip}^v &\geq X_{ip}^v \cdot (T_{ini}^v + (p-1) \cdot H_{min_i}^v) \\ &\forall v \in V, \forall i \in M, \forall p \in N^v \end{aligned} \quad (3.4)$$

En la restricción (3.5) la suma de todos los viajes programados para una ruta  $i$  debe ser mayor o igual que la frecuencia mínima ( $\widetilde{FreMin}_i^v$ , número difuso) calculada de la siguiente manera: es el mínimo entre el número máximo de viajes posibles (obtenido con el tiempo mínimo de cabecera) y el máximo entre la frecuencia calculada mediante algún método y el número mínimo de viajes.

$$\begin{aligned} \sum_{p \in N^v} X_{ip}^v &\geq \widetilde{FreMin}_i^v \\ &v \in V; i \in M \end{aligned} \quad (3.5)$$

La restricción (3.6) corresponde a la política (A), presentada anteriormente en este mismo capítulo, la cual nos dice que el primer viaje del primer periodo debe

ocurrir antes de un tiempo máximo de cabecera ( $H_{max_i}^v$ ). Verifica que exista un viaje en el rango de intervalos posibles para el primer viaje, es decir desde el intervalo 1 hasta el intervalo  $tf_i^v$ , de ser así el tiempo de salida debe ser menor o igual al tiempo máximo de cabecera. Con la sumatoria  $X_{ic}^v \geq 1$  se obliga a que “al menos” exista un viaje en los intervalos donde puede salir el primer viaje.

$$\alpha_{i(tc_i^v)}^v \leq \sum_{c=1}^{tf_i^v} X_{ic}^v \cdot M + (T_{ini}^v + H_{max_i}^v)$$

$$\sum_{c=1}^{(tc_i^v)} X_{ic}^v \geq 1$$

$$\forall v \in V, \forall i \in M \quad (3.6)$$

Las restricciones (3.7 y 3.8) representan las condiciones que deben cumplir las primeras salidas en cualquier periodo que no sea el primero. La restricción 3.7 indica que la diferencia entre la última salida del periodo previo y la primera salida del periodo actual ( $\alpha_{if_i^v}^v - \alpha_{il_i^{v-1}}^{v-1}$ ) debe ser mayor o igual que el máximo de los tiempos mínimos de cabecera (tiempo de cabecera del periodo actual y el periodo previo).

$$\max(H_{min_i}^{v-1}, H_{min_i}^v) \leq \alpha_{if_i^v}^v - \alpha_{il_i^{v-1}}^{v-1}$$

$$\forall i \in M, \forall v \in V, v > 1 \quad (3.7)$$

La restricción (3.8) indica que la diferencia entre la última salida del periodo previo y la primera salida del periodo actual  $\alpha_{if_i^v}^v - \alpha_{il_i^{v-1}}^{v-1}$  deber ser menor o igual que el mínimo de los tiempos máximos de cabecera (tiempo de cabecera del periodo actual y el periodo previo).

$$\alpha_{if_i^v}^v - \alpha_{il_i^{v-1}}^{v-1} \leq \min(H_{max_i}^v, H_{max_i}^{v-1})$$

$$\forall i \in M, \forall v \in V, v > 1 \quad (3.8)$$

Cuando  $\max(H_{min_i}^{v-1}, H_{min_i}^v) > \min(H_{max_i}^{v-1}, H_{max_i}^v)$  se utilizará el tiempo más largo  $[H_{min_i}^v, H_{max_i}^v]$ .

La restricción (3.9) corresponde a la política (B), presentada anteriormente en este mismo capítulo, la cual estipula las condiciones que deben cumplir dos viajes consecutivos. Así, la primera y la segunda ecuación indican que la diferencia entre dos viajes debe ser menor o igual al tiempo máximo de cabecera. La tercera restricción indica que la diferencia entre los viajes consecutivos debe ser mayor o igual al tiempo mínimo de cabecera. Y la cuarta restricción garantiza que exista “al menos” un viaje en el rango de intervalos posibles para los viajes consecutivos.

$$\begin{aligned}
\alpha_{ip}^v - \alpha_{i,(mcp_i^v)}^v &\leq T_{fin}^v \cdot \sum_{c=mfp_i^v}^{msp_i^v} X_{ic}^v + X_{i,(mcp_i^v)}^v \cdot H_{max_i}^v \\
\alpha_{ip}^v - \alpha_{i,(msp_i^v)}^v &\leq T_{fin}^v \cdot (1 - X_{i,(msp_i^v)}^v) + X_{ip}^v \cdot H_{max_i}^v \\
-(T_{fin}^v) \cdot (1 - X_{i,(msp_i^v)}^v) - T_{fin}^v \cdot (1 - X_{ip}^v) &\leq \alpha_{ip}^v - \alpha_{i,(msp_i^v)}^v - H_{min_i}^v \cdot X_{ip}^v \\
\sum_{c=mcp_i^v}^{msp_i^v} X_{ic}^v &\geq 1 - (1 - X_{ip}^v) \cdot (N^v + 1) \\
\forall v \in V, \forall i \in M &\quad (3.9)
\end{aligned}$$

Para el último viaje (3.10), si no existe un viaje asignado desde el penúltimo intervalo posible al máximo número de intervalos ( $\sum_{c=mu_i^v}^{N^v} X_{ic}^v = 0$ ), entonces el último viaje será asignado en el último intervalo posible, y el tiempo de salida debe ser mayor o igual que el final del periodo menos un tiempo deseado ( $T_{fin}^v - \gamma_i^v$ ). Esta restricción corresponde a la política (C).

$$\begin{aligned}
\alpha_{i(tm_i^v)}^v &\geq -M \cdot \sum_{c=mu_i^v}^{N^v} X_{ic}^v + (T_{fin}^v - \gamma_i^v) \\
\sum_{c=tm_i^v}^{N^v} X_{ic}^v &\geq 1 \\
\forall v \in V, \forall i \in M, \forall p, l \in N^v &\quad (3.10)
\end{aligned}$$

Cuando la variable  $Y_{ijkupq}^v$  es 1, entonces la diferencia entre el tiempo de salida, el tiempo de recorrido (el cual es difuso) y tiempo de transbordo y, por otra parte, el tiempo de salida, el tiempo de recorrido (difuso) y el tiempo de espera en tramo

debe ser mayor o igual a la ventana mínima de sincronización (3.11) y menor o igual a la ventana máxima de sincronización (3.12). En (3.13) se garantiza que hay dos viajes sincronizados entre si.

$$-1 \cdot (\alpha_{ip}^v + \widetilde{t}_{ik}^v + \delta_{ijk}^v) + (\alpha_{jq}^{v^*} + \widetilde{t}_{ju}^v + s_{jk}^v) \geq W_{\min_i}^v - M \cdot (1 - Y_{ijkupq}^v) \\ j \in J(i); p \in N^v, q \in N^{v^*}, v^* \leq v \quad (3.11)$$

$$-1 \cdot (\alpha_{ip}^v + \widetilde{t}_{ik}^v + \delta_{ijk}^v) + (\alpha_{jq}^{v^*} + \widetilde{t}_{ju}^v + s_{jk}^v) \leq W_{\max_i}^v + M \cdot (1 - Y_{ijkupq}^v) \\ j \in J(i); p \in N^v, q \in N^{v^*}, v^* \leq v \quad (3.12)$$

$$X_{ip}^v + X_{jq}^v \geq 2 \cdot Y_{ijkupq}^v \\ v, v^* \in V; i \in M; (k, u) \in B_{ij}^v; \\ j \in J(i); p \in N^v, q \in N^{v^*}, v^* \leq v \quad (3.13)$$

De esta forma, si existe sincronización ( $Y_{ijkupq}^v = 1$ ),  $Z_{ijk}^v$  tomará la diferencia máxima entre los tiempos de la ruta origen y la ruta destino (3.14). En caso contrario  $Z_{ijk}^v$  se penalizará tomando un valor muy grande. Además, el valor de  $Z_{ijk}^v$  será minimizado en la función objetivo (3.3).

$$Z_{ijk}^v \geq (1 - Y_{ijkupq}^v) \cdot M + ((\alpha_{jq}^{v^*} + \widetilde{t}_{ju}^{v^*} + s_{jk}^{v^*}) - (\alpha_{ip}^v + \widetilde{t}_{ik}^v + \delta_{ijk}^v)) \\ v, v^* \in V; i \in M; (k, u) \in B_{ij}^v; \\ j \in J(i); p \in N^v, q \in N^{v^*}, v^* \leq v \quad (3.14)$$

### 3.4 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 3

El problema que se aborda aquí es de gran importancia para la planificación del transporte urbano, especialmente para México donde son escasas las empresas transportistas que utilizan algún tipo de sistema automatizado. Con el modelo matemático que se presenta aquí se quiere lograr una planificación óptima de las

---

frecuencias de paso y la asignación de salidas. La principal contribución de este modelo matemático es la integración de la frecuencia de paso y las tablas de tiempo multiperiodo, incorporando incertidumbre en demanda y tiempo de viaje, y dando beneficios a los actores sociales del proceso de transporte urbano, como la minimización del costo total de operación y el tiempo de transferencia de los pasajeros, así como la maximización de las sincronizaciones multiperiodo, para un sistema de transporte multimodal.

## CAPÍTULO 4

# METODOLOGÍA

---

Uno de los principales objetivos de esta investigación es aportar una metodología de apoyo a la decisión. Por ello, se describe brevemente la acción que se implementa para cada fase del proceso de toma de decisiones. También explicamos el pre-procesamiento que se realiza para determinar qué método de frecuencia utilizar, el procesamiento requerido para calcular las posibles sincronizaciones y cómo pasar de un modelo difuso a uno preciso.

Además mencionamos cómo se realiza la implementación del método exacto, del metaheurístico y del método que se ha seleccionado para la fase de selección del proceso de toma de decisiones.

En este capítulo, se presenta en la Sección 4.1 la metodología de apoyo a la decisión. En la Sección 4.2 se explica el pre-procesamiento y en la Sección 4.3 se muestra cómo transformar el modelo difuso a un modelo preciso. A continuación, en la Sección 4.4 se explica el funcionamiento de SAUGMECON. Posteriormente, en la Sección 4.5 se presenta cómo se generan los vecinos y cómo se realiza la combinación de soluciones empleando SSPMO (A Scatter Tabu Search Procedure for Non-Linear Multiobjective Optimization). Finalmente, en la Sección 4.7 se encuentran las conclusiones del capítulo.

## 4.1 METODOLOGÍA DE APOYO A LA DECISIÓN

La intención de este trabajo de investigación es brindar una metodología de apoyo a la decisión para el proceso de la selección de tablas de tiempo del transporte urbano.

El proceso de toma de decisiones sigue 4 fases: Inteligencia, Diseño, Selección e Implementación. En la Tabla 4.1 se presentan las tres primeras fases junto con la propuesta en cada fase para resolver el problema de frecuencia de paso y tabla de tiempos integrado, que son abordadas en este trabajo de investigación.

De esta forma, la fase de inteligencia es cubierta con el modelo difuso propuesto en el Capítulo 3. A continuación, la fase de diseño abarca la optimización, para la cual utilizamos un método exacto (SAUGMECON) y un metaheurístico (SSPMO). Por último en la fase de selección se utiliza un método que permita seleccionar aquellas alternativas que representen compromisos aceptables.

Fase	Acción
I.- Inteligencia	Modelo
II.- Diseño	Optimización
III.- Selección	Método interactivo

Tabla 4.1: Proceso de toma de decisión.

## 4.2 PRE-PROCESAMIENTO

Aplicamos una serie de pre-procesos en el modelo matemático que ayudan a reducir el número de variables y el tiempo computacional. A continuación, presentamos los pre-procesos que se realizan:

1. El primer procedimiento de pre-procesamiento que aplicamos es el de reducción de dominio aplicada a las variables de decisión. Quizás sea el procedimiento

más simple, pero, a la vez, el más efectivo. Se realiza un pre-cálculo del rango de posibles valores que pueden obtener las variables. Por ejemplo, para la variable que indica si existe o no un viaje para determinado intervalo de tiempo, la reducción de dominio, etc...

2. A partir de las propiedades descritas en el capítulo anterior, desarrollamos los siguientes procedimientos para el pre-proceso de los datos y para reducir el número de variables de decisión y restricciones en el modelo matemático:

a) *Algoritmo para determinar el método de frecuencia.*

Ceder [20] propone cuatro métodos para determinar la frecuencia de paso, y divide estos métodos en dos grupos: métodos de máxima carga y métodos de perfil de carga.

- Métodos de máxima carga. El método I: satisface la demanda del punto de máxima carga durante el día y el método II: satisface el punto de máxima carga durante un periodo de tiempo
- Método de perfil de carga. Por un lado, el método III: garantiza que el nodo con máxima carga no experimentará sobrecarga mientras que el método IV: controla las posibles situaciones de sobrecarga, permitiendo sólo un porcentaje de la ruta con sobrecarga.

Con estos métodos podemos estimar cotas para la frecuencia de cada ruta. Para determinar cuál es el método más apropiado a utilizar, Ceder [20] propone un algoritmo 2.6 (Capítulo 2). Primero, se hace un recuento de pasajeros, posteriormente construimos un perfil de carga ( $\rho$ ) para cada periodo, definido como el total de pasajeros-kilómetro dividido por la longitud de la ruta por la carga máxima. Así, si  $\rho$  es menor o igual que 0.5, entonces se calcula la frecuencia con los métodos III y IV (utilizando diferentes porcentajes). Los resultados del método III se consideran como una cota inferior, mientras el método IV se utiliza con un porcentaje

determinado. Si  $\rho$  es mayor que 0.5 entonces comparamos el método I y el método II con una prueba estadística  $\chi^2$  que nos permite contrastar si el valor obtenido con el método I es igual que el método II, en cuyo caso utilizamos el método I. En caso de ser diferentes emplearemos el método II.

3. *Sincronizaciones.* Inspirados en la contribución de Ibarra-Rojas y Ríos-Solís [49] definimos la ventana de tiempo que permite identificar un par factible de salidas, para dos rutas que deben sincronizar en un cierto nodo de sincronización. En la Figura 4.1 se muestra dicha situación. Consideremos para el viaje origen el tiempo de salida, que puede ser del periodo actual o de un periodo previo ( $\alpha_{ip}^{v*}$ ), el tiempo de recorrido ( $\tilde{t}_i^v$ ) y el tiempo que espera en un nodo ( $s_i^v$ ); para el viaje destino se considera ( $\alpha_{jq}^{v*}$ ), el tiempo de recorrido ( $\tilde{t}_j^v$ ) y el tiempo de transbordo del pasajeros ( $\delta_j^v$ ). La diferencia de tiempos de ambos viajes al llegar al nodo de sincronización debe encontrarse dentro de una ventana de tiempo ( $W_{min}^v$  y  $W_{max}^v$ ).

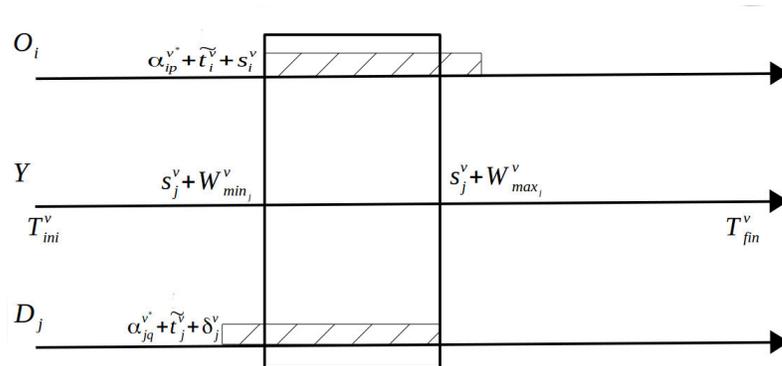


Figura 4.1: Ventana de tiempo para la sincronización

En el problema que se investiga en este trabajo, a diferencia del problema abordado por Ibarra-Rojas y Ríos-Solís, se consideran sincronizaciones multi-periodo, además de la posibilidad de que una sincronización ocurra entre dos

nodos diferentes del sistema (también se permite la sincronización en un mismo nodo).

A continuación se describe el procedimiento:

- a) Para un periodo dado  $v$ , seleccionamos un nodo de sincronización para cada par de rutas que deben sincronizar: identificando la ruta origen ( $O_i$ ) y la ruta destino ( $D_j$ ).
- b) Para cada par ( $O_i, D_j$ ) determinamos las salidas  $p_i$  y  $q_j$  del periodo  $v$  y los periodos previos que lleguen al nodo de sincronización en el periodo  $v$ .
- c) Para cada salida del conjunto ( $p_i$ ) determinamos qué salidas del conjunto ( $q_j$ ) pueden sincronizar la transferencia entre ellas, teniendo en cuenta el máximo tiempo de transferencia entre ambos nodos y el tiempo de espera en el nodo de la unidad de la ruta  $j$ .

De esta manera restringimos más el conjunto de variables que representan las posibles sincronizaciones, así como las restricciones de sincronización. En la siguiente proposición se presenta formalmente este resultado:

*Proposición 1:* Dado un periodo  $v$  y una transferencia definida entre los nodos O y D. Supongamos que  $S = \{i, j\}$  es el conjunto de rutas de pares que deben sincronizar en OD en el periodo  $v$ . Para cada par de rutas  $(i, j)$  en  $S$  dos salidas de  $v$  o periodos previos, una de la ruta  $i$  ( $p_i$ ) y la otra de la ruta  $j$  ( $q_j$ ) sincronizan en OD y el periodo  $v$  si y solo si  $w \leq q_j + t_j + d_j - (p_i + t_i + s_i) \leq W$  y ambos en el periodo  $v$ , donde  $[w, W]$  es el tiempo mínimo y máximo de espera para los pasajeros haciendo transferencia.

### 4.3 DEL MODELO DIFUSO AL MODELO PRECISO

Los métodos descritos por Ceder [20] han sido diseñados para datos deterministas. Sin embargo, en nuestro enfoque consideramos incertidumbre en la demanda, lo que nos lleva a una modificación de esos métodos. La incertidumbre en la demanda se representa a través de  $(MC_1^v - MC_4^v)$  que indica la cantidad mínima de salidas requeridas para satisfacer la demanda. El método de frecuencia I ( $MC_1^v$ ) representa el punto de máxima carga durante el día ( $\widetilde{P_{maxd_i}}$ ) a lo largo de la ruta, dividido entre la ocupación deseada ( $d_i^v$ ), que varía de acuerdo a la ruta y el periodo. El método de frecuencia II ( $MC_2^v$ ) representa el punto de máxima carga para una ruta en un periodo ( $\widetilde{P_{máx_i}^v}$ ) dividido por la ocupación deseada ( $d_i^v$ ). Un tercer método ( $MC_3^v$ ) se determina mediante el máximo entre el punto de máxima carga de una ruta en un periodo y el promedio de pasajeros-kilómetro ( $\widetilde{Pas_i^v}$ ). Este método garantiza que el nodo con máxima carga no presentará sobrecarga. El método de frecuencia IV ( $MC_4^v$ ) es similar al método III, con la diferencia de que este nuevo método establece un nivel de servicio restringiendo la sobrecarga de la ruta a sólo un porcentaje ( $\beta_i^v$ ) de su longitud.

$$\widetilde{FC}_i^v = \begin{cases} \frac{\widetilde{P_{maxd_i}}}{d_i^v} & \text{if } MC_1^v = 1 \\ \frac{\widetilde{P_{máx_i}^v}}{d_i^v} & \text{if } MC_2^v = 1 \\ \frac{\widetilde{Pas_i^v}}{d_i^v \cdot L_i} \& \& \frac{\widetilde{P_{máx_i}^v}}{cap_i^v} & \text{if } MC_3^v = 1 \\ \frac{\widetilde{Pas_i^v}}{d_i^v \cdot L_i} \& \& \frac{\widetilde{P_{máx_i}^v}}{cap_i^v} \& \& \sum_{k \in I^v} l_k \leq \beta_i^v \cdot L_i & \text{if } MC_4^v = 1 \end{cases} \quad (4.1)$$

Estamos considerando números difusos triangulares (4.1) así que necesitamos el valor central  $FC_i^v$  (4.2), el valor superior  $\overline{FC}_i^v$  (4.3) y el valor inferior  $\underline{FC}_i^v$  (4.4). Utilizamos operaciones básicas para transformar los números difusos en números precisos.

$$FC_i^v = \begin{cases} \frac{P_{max} d_i}{d_i^v} & \text{if } MC_1^v = 1 \\ \frac{P_{\max}^v}{d_i^v} & \text{if } MC_2^v = 1 \\ \max\left(\frac{Pas_i^v}{d_i^v \cdot L_i}, \frac{P_{\max}^v}{cap_i^v}\right) & \text{if } MC_3^v = 1 \\ \max\left(\frac{Pas_i^v}{d_i^v}, \frac{P_{\max}^v}{cap_i^v}\right) \& \& \sum_{k \in I^v} l_k \leq \beta_i^v \cdot L_i & \text{if } MC_4^v = 1 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\overline{FC}_i^v = \begin{cases} \frac{d_i^v \cdot \overline{P_{max} d_i}}{(d_i^v)^2} & \text{if } \overline{MC}_1^v = 1 \\ \frac{d_i^v \cdot \overline{P_{\max}^v}}{(d_i^v)^2} & \text{if } \overline{MC}_2^v = 1 \\ \max\left(\frac{\overline{Pas_i^v} \cdot d_i^v \cdot L_i}{(d_i^v \cdot L_i)^2}, \frac{\overline{P_{\max}^v} \cdot cap_i^v}{(cap_i^v)^2}\right) & \text{if } \overline{MC}_3^v = 1 \\ \max\left(\frac{\overline{Pas_i^v} \cdot d_i^v}{(d_i^v \cdot L_i)^2}, \frac{\overline{P_{\max}^v} \cdot cap_i^v}{(cap_i^v)^2}\right) \& \& \sum_{k \in I^v} l_k \leq \beta_i^v \cdot L_i & \text{if } \overline{MC}_4^v = 1 \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\underline{FC}_i^v = \begin{cases} \frac{d_i^v \cdot \underline{P_{max} d_i}}{(d_i^v)^2} & \text{if } \underline{MC}_1^v = 1 \\ \frac{d_i^v \cdot \underline{P_{\max}^v}}{(d_i^v)^2} & \text{if } \underline{MC}_2^v = 1 \\ \max\left(\frac{Pas_i^v \cdot d_i^v \cdot L_i}{(d_i^v \cdot L_i)^2}, \frac{P_{\max}^v \cdot cap_i^v}{(cap_i^v)^2}\right) & \text{if } \underline{MC}_3^v = 1 \\ \max\left(\frac{Pas_i^v \cdot d_i^v}{(d_i^v \cdot L_i)^2}, \frac{P_{\max}^v \cdot cap_i^v}{(cap_i^v)^2}\right) \& \& \sum_{k \in I^v} l_k \leq \beta_i^v \cdot L_i & \text{if } \underline{MC}_4^v = 1 \end{cases} \quad (4.4)$$

La frecuencia mínima ( $FreMin_i^v$ ) que nuestro modelo debe satisfacer es el máximo entre el total de salidas ( $N^v$ ), la frecuencia obtenida con uno de los métodos de frecuencia ( $FC_i^v$ ) y una frecuencia básica requerida ( $f_{mr_i}^v$ ). La frecuencia obtenida con los métodos de frecuencia y la frecuencia requerida son números difusos, porque la demanda está presente en ambos. Esto convierte a la frecuencia en número difuso, por lo que tendremos que encontrar el valor superior ( $\overline{FreMin}_i^v$ ) y el valor inferior ( $\underline{FreMin}_i^v$ ). Estos valores se pueden encontrar aplicando las siguientes igualdades:

$$FreMin_i^v = \max\{|N^v|, FC_i^v, f_{mr_i}^v\}$$

$$\overline{FreMin}_i^v = \max\{|N^v|, \overline{FC}_i^v, \overline{f_{mr_i}^v}\}$$

$$\underline{FreMin}_i^v = \max\{|N^v|, \underline{FC}_i^v, \underline{f_{mr_i}^v}\}$$

Como se puede ver en lo anteriormente descrito, aplicando algunas operaciones básicas se convierten los números difusos a números precisos y son estos últimos, los que se utilizan finalmente en el modelo matemático.

#### 4.4 IMPLEMENTACIÓN DE SAUGMECON

En la implementación de SAUGMECON, primero aplicamos el pre-procesamiento descrito en la Sección 4.2. Para ello, creamos un modelo general para construir tabla de compromiso (payoff) de los objetivos considerados menos relevantes, en este caso sincronizaciones y tiempo de espera. El costo, en este modelo, se toma como el objetivo de mayor relevancia. Para crear la tabla de payoff, se calcula el valor pesimista y el valor óptimo de sincronizaciones y tiempo de espera. A continuación, se resuelve el problema SAUGMECON considerando como función objetivo el costo más sincronizaciones y tiempo de espera, cada uno de ellos multiplicado por un valor  $\sigma$  muy pequeño dividido por el rango del objetivo (valor máximo - valor mínimo) y sujeto a las restricciones del problema a optimizar junto a las restricciones propias del método SAUGMECON.

Una vez resuelto el problema principal, para hacer más eficiente el método, se pasa la solución al siguiente punto, con el fin de hacer más eficiente el método. También, establecemos que el método encuentre 10 puntos en la frontera de Pareto, es decir SAUGMECON se ejecutará hasta encontrar 10 soluciones eficientes o llegar al tiempo máximo de ejecución.

#### 4.5 IMPLEMENTACIÓN DE SSPMO

Una vez que aplicamos el pre-procesamiento descrito en la Sección 4.2, SSPMO comienza originalmente a partir de una solución inicial para la cual se asigna un valor muy pequeño para una semilla y el valor objetivo de cada función. Posteriormente se genera un punto, se evalúa y se verifica que sea eficiente. Después, el método

busca, para cada objetivo, el mejor valor de su función y lo convierte en el punto actual. Esto se repite un cierto número de veces. Al acabar inicia la búsqueda tabú correspondiente a la fase 1, a partir del punto actual previamente encontrado. En nuestra implementación la solución inicial es la obtenida mediante SAUGMECON, es decir, se lee la solución y ésta es el punto de partida.

Una solución se construye de la siguiente manera:

Para la asignación de un viaje, primero dividimos el periodo de planificación en intervalos cuya longitud corresponde al tiempo mínimo de cabecera, según lo explicado en la Sección 3.3.2 del capítulo anterior. Después, aleatoriamente, seleccionamos en qué intervalo existirá un viaje, siempre cumpliendo con las definiciones 5, 6 y 7, para el primer viaje, viaje consecutivo y último viaje respectivamente (apartado 3.3.2).

A continuación generamos de manera aleatoria los tiempos de salida dentro de cada intervalo previamente seleccionado, siempre cumpliendo con las políticas de tiempos de cabecera (A), (B) y (C), las cuales se explicaron en el Apartado 3.3.2. El tiempo de salida asignado se almacena en un arreglo. Por ejemplo, supongamos que se tiene el periodo de 6am a 7am y se deben generar 4 viajes para la ruta 1 en el periodo 1. Ver Tabla 4.2 que indica que los viajes salen en el minuto 5, 20, 40 y 55. De esta manera es como se construye una solución.

P1R1	5	20	40	55
------	---	----	----	----

Tabla 4.2: Arreglo de tiempos de salida.

En SSPMO, para generar vecinos en un ruta en un periodo, se realiza lo siguiente:

1. Aleatoriamente se selecciona un viaje y se incrementa en uno el tiempo de salida de ese viaje.

2. Se evalúa la solución anteriormente modificada, para la función objetivo que está siendo evaluada. Recordemos que en SSPMO el problema se resuelve para cada función objetivo.
3. Se revisa si esa nueva solución es tabú.
4. Se verifica que sea factible. Si lo es, entonces se revisa que sea mejor que el punto actual, si es mejor entonces *punto actual = solución vecina*.

Si incrementando el tiempo de salida no se logra generar un vecino, se repite el procedimiento anterior decrementando en una unidad el tiempo de salida. Si con el decremento no se logra generar un vecino, entonces se va generando una nueva solución para cada ruta en cada periodo, se evalúa para la función objetivo, se verifica que no sea tabú y que sea factible y “si es mejor que el punto actual” entonces *punto actual = solución vecina* y se continúa con la ejecución de SSPMO.

En la segunda fase de SSPMO se construye la lista de soluciones elegibles. El principal mecanismo de búsqueda es la combinación de soluciones, seleccionadas del conjunto eficiente. La combinación de soluciones se realiza de la siguiente manera:

1. Cada solución del conjunto de soluciones de referencia (*RefSet*) se combina con el resto de las soluciones del mismo conjunto generando un número determinado de hijos. Llamemos al par de soluciones de *RefSet*: solución papá y solución mamá.
2. Cada hijo de ese par de soluciones se hace igual a la solución papá.
3. Después, para cada ruta en cada periodo se decide aleatoriamente si las salidas de ese hijo en esa ruta y en ese periodo se hacen igual a las salidas de esa ruta y ese periodo de la solución mamá.

## 4.6 IMPLEMENTACIÓN DE MÉTODO INTERACTIVO

Se seleccionó un método interactivo que le permite al tomador de decisiones seleccionar de manera sencilla su solución más preferida dentro de una amplia frontera de soluciones. Este método fue programado en C++ e inspirado en el trabajo presentado por Caballero [14].

Primero se inicializan los datos, después se muestran las estadísticas del conjunto actual de soluciones (puntos ideales y anti-ideales, mediana, máximos y mínimos de cada objetivo, distancia de la mediana en porcentaje con respecto al ideal de cada objetivo), se selecciona el objetivo sobre el cual se desea operar y se le ofrecen tres opciones al tomador de decisiones: 1) Filtro, 2) Agrupamiento, y 3) Referencia.

1. **Filtro:** el tomador de decisiones brinda un valor para el objetivo sobre el cual se opera y todas aquellas soluciones cuyo valor en dicho objetivo sea menor se descarta.
2. **Agrupamiento:** Antes de empezar, se solicita un número de grupos que se desean formar. Una vez formados estos grupos, se muestran las estadísticas y se pregunta al tomador de decisiones que elimine el o los grupos que desee.
3. **Referencia:** Se pregunta al tomador de decisiones por un valor ideal para el objetivo sobre el cual se opera. A continuación, se toman todas las soluciones más cercanas con respecto a ese valor y se muestra el valor en porcentaje de cada solución con respecto al punto ideal asociado al objetivo, de manera que se le permite al tomador de decisiones decidir hacia qué solución desea moverse.

Este proceso se repite hasta que el tomador de decisiones encuentra una solución que se adapte a sus necesidades, aplicando cualquiera de las tres operaciones: filtro, agrupamiento o referencia a su total libertad.

---

**Algoritmo 4.1:** Método Interactivo

---

- 1 Leer datos;
  - 2 Leer operación a realizar;
  - 3 **mientras** *continuar* **hacer**
  - 4     Si(opción = 1);
  - 5     Leer costo para filtro;
  - 6     Eliminar soluciones con costo mayor que filtro;
  - 7     Si(opción = 2);
  - 8     Leer número de elementos en grupo;
  - 9     Crear grupos;
- 

## 4.7 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 4

En este capítulo se ha presentado una metodología de apoyo a la decisión que permite desarrollar un comportamiento racional en el proceso de toma de decisiones. Esta metodología no debe interpretarse como algo rígido sino más bien como un marco de trabajo donde se expone como llevar a cabo el apoyo a la decisión.

La forma en que se representan las salidas en nuestra formulación es una de las grandes aportaciones que hacemos en este trabajo de tesis. Con el pre-procesamiento que se realizó logramos reducir el número de variables, tanto las variables de salidas como las de sincronizaciones.

## CAPÍTULO 5

# EXPERIMENTACIÓN

---

En este capítulo se presentan los resultados de diversos experimentos que se han hecho a lo largo de esta investigación. Distintos conjuntos de instancias han sido resueltos aplicando distintos métodos, como: la suma ponderada, AUGMECON2, SAUGMECON y SSPMO.

Para evaluar la eficiencia de los métodos de solución se han empleado instancias generadas de manera aleatoria. En primer lugar, en la Sección 5.1 realizamos un estudio de la influencia de la demanda, con el fin de determinar bajo qué características de la demanda se selecciona un método del cálculo de frecuencia. En este caso, la experimentación se hizo bajo el método de la suma ponderada. En la Sección 5.2 se generó un grupo de instancias que se resolvieron mediante Augmecon2. Nótese que este método tiene un inconveniente, y es que sólo produce soluciones eficientes y no explora toda la frontera de Pareto

Después, en la Sección 5.4, realizamos una planeación del experimento más detallado cuyos resultados se presentan a lo largo del capítulo. Así, en la Sección 5.5 se describen los resultados obtenidos para el problema con incertidumbre en demanda resuelto con SAUGMECON considerando dos objetivos, en la Sección 5.6 para el problema con incertidumbre en demanda resuelto con SAUGMECON y considerando tres objetivos, en la Sección 5.7 se muestran los resultados para el problema con incertidumbre en demanda y tiempo resuelto con SAUGMECON, en la siguiente Sección 5.8, se hace un análisis entre los problemas con incertidumbre en demanda e incertidumbre en demanda y tiempo. Posteriormente en la Sección 5.9 se hace

una comparación entre los métodos k-preferencia y segundo índice de Yager, posteriormente en la Sección 5.10 se presentan los resultados obtenidos con SSPMO. Finalmente, en la Sección 5.11, se presentan las conclusiones del capítulo.

## 5.1 INFLUENCIA DE LA DEMANDA

Para conocer cómo influye el nivel de la demanda en la selección del método de frecuencia que debe ser seleccionado, se generaron 70 instancias pequeñas variando la demanda entre periodos. La instancia presentada en la Tabla 5.1 consta de sólo 1 ruta, 3 periodos y 15 nodos. En este ejemplo, podemos ver que cuando la demanda es casi igual en un periodo, se utiliza el método I; mientras que si la demanda baja y varía dentro de un mismo periodo, se utiliza el método IV, y cuando la demanda varía pero no significativamente el método que se emplea es el número II. Un comportamiento similar se detectó en el resto de las instancias.

Periodos	Demanda	Método
Periodo 1	203 208 205 215 213	1
Periodo 2	3 30 5 50 8	3-4
Periodo 3	103 270 100 190 290	2

Tabla 5.1: Demanda en los periodos.

Apoyándonos en el mismo conjunto de instancias, se estudia la influencia de la incertidumbre de la demanda en los valores objetivos. En este experimento empleamos el método de suma ponderada, considerando como objetivos minimizar el costo y maximizar las sincronizaciones. Los pesos que se consideraron en este caso fueron 0, 0.25, 0.50, 0.75 y 1, realizando combinaciones entre ellos; estos mismos valores fungieron como niveles de confianza. Como era de esperar, los valores objetivos cambiaron cuando los niveles de confianza variaron. Es decir, el costo obtenido con el nivel de confianza 0 fue mayor que el costo obtenido con el nivel de confianza 1, mientras que las sincronizaciones no cambiaron significativamente debido a que de-

penden del tiempo y en este experimento el tiempo se consideró determinista. Estos resultados se pueden observar en la Tabla 5.2.

Pesos	Confianza	Costo	Sincr.	Salidas
.5-.5	0	9714050.12	44	21
.5-.5	0.25	9231890.12	42	20
.5-.5	0.5	8267570.12	36	18
.5-.5	0.75	7303250.12	30	16
.5-.5	1	6338930.12	24	14
.75-.25	0	9290690.12	40	20
.75-.25	0.25	8326370.12	34	18
.75-.25	0.5	7362050.12	28	16
.75-.25	0.75	6397730.12	22	14
.75-.25	1	5433410.12	16	12

Tabla 5.2: Resultados con suma ponderada.

## 5.2 RESULTADOS CON AUGMECON2

Se generó aleatoriamente un conjunto de 25 instancias, dicho generador fue desarrollado en OPL (Optimization Programming Language) y funciona de la siguiente manera: en primer lugar, se clasifican las instancias en pequeñas, medianas y grandes. El número de rutas se selecciona de manera aleatoria: para las instancias pequeñas entre 2 y 4 rutas, para instancias medianas entre 5 y 8 rutas, mientras que las instancias grandes tienen 8 rutas. La cantidad de periodos es seleccionado de manera aleatoria. En este caso, las instancias pequeñas tienen entre 3 y 5 periodos, las medianas y las grandes entre 8 y 10 periodos. El número de nodos para cada ruta es otro parámetro que se selecciona aleatoriamente. Así, para las instancias pequeñas se toman 10 y 18 nodos, las medianas entre 19 y 23 nodos, mientras que las instancias grandes entre 35 y 50 nodos. Para determinar el número de nodos de sincronización, seleccionamos un porcentaje de todas las combinaciones entre los nodos de dos rutas,

para lo que se tiene, para las instancias pequeñas un porcentaje de entre 1% y 2%, para las instancias medianas se tiene entre un 2% y 4% de combinaciones de nodos de rutas y en las instancias grandes se tiene entre 4% y 7%. Ver Tabla 5.3.

	Pequeñas	Medianas	Grandes
Rutas	2-4	5-8	8
Periodos	3-5	8-10	8-10
Nodos	10-18	19-23	35-50
Puntos de sincron.	1%-2%	2%-4%	4%-7%

Tabla 5.3: Tamaño de instancias.

Aquí, aplicamos el mismo diseño de experimentos explicado en la sección anterior. Para las instancias pequeñas limitamos el tiempo de ejecución a 3 horas y las medianas y las grandes a 4 y 8 horas respectivamente.

Configuramos CPLEX para detenerse por gap o tiempo de ejecución. En nuestro caso, la mayoría de las instancias se detuvieron porque llegaron al gap establecido. Obtuvimos las mejores soluciones cuando los tres parámetros (nivel de confianza, nivel de incertidumbre y nivel de demanda) son bajos. Conforme el nivel de los parámetros va aumentando, las soluciones van empeorando, obteniendo así la peor solución cuando todos los niveles de los parámetros son altos. Con esta experimentación podemos observar que AUGMECON2 sólo produce soluciones eficientes y no explora toda la frontera de Pareto, razón por la cual se optó por utilizar otro método de solución.

En las figuras que a continuación veremos (5.1 y 5.2) una frontera de Pareto se lee de la siguiente manera, el primer dígito indica el nivel de confianza, el segundo dígito representa el nivel de incertidumbre y el tercer dígito indica el nivel de demanda. Un 0 representa un nivel bajo, mientras que un 1 indica un nivel alto. Así, 000 se puede leer como bajo nivel de confianza, bajo nivel de incertidumbre y bajo nivel de demanda.

En la Figura 5.1, vemos cómo las mejores soluciones se obtienen cuando los

niveles de los 3 parámetros son bajos y, cuando los valores son altos, se obtienen las peores soluciones

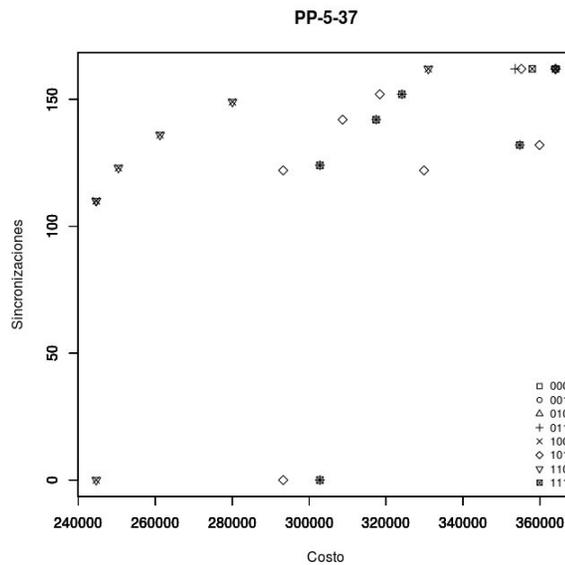


Figura 5.1: Instancia pequeña resuelta con AUGMECON2.

En la Figura 5.2 se ve más combinación de parámetros, presentando el mismo comportamiento: las mejores soluciones se obtienen con el nivel bajo de todos los valores y “conforme el nivel va aumentando las soluciones van empeorando”.

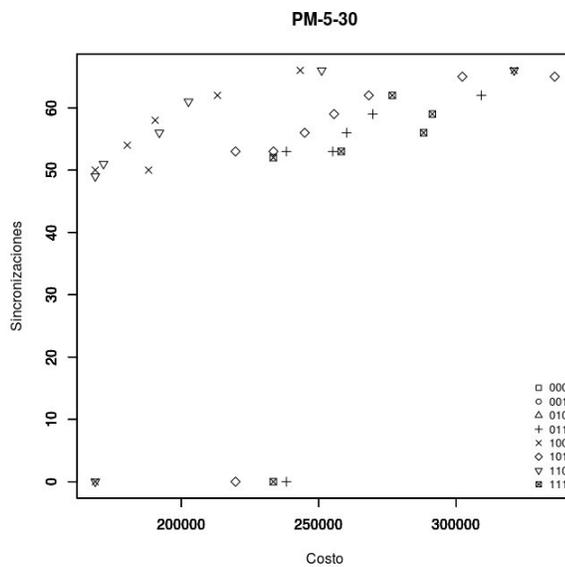


Figura 5.2: Instancia pequeña resuelta con AUGMECON2.

### 5.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LOS TIEMPOS DE CABECERA

Utilizando el mismo grupo de instancias que las empleadas con Augmecon2, y después de realizar la experimentación, clasificamos las instancias de acuerdo al gap obtenido en fáciles, difíciles y muy difíciles. El gap de las instancias fáciles en la mayoría de los casos se encuentra cerca del 5%, las instancias difíciles tienen un gap alrededor del 10% y las instancias muy difíciles tienen un gap entre el 60% y el 80%. Ver Tabla 5.4.

Fáciles	Difíciles	Muy difíciles
PP-5-37	PP-4-28	PP-3-37
PP-3-27	PD-3-43	PM-3-39
PP-3-25	MD-9-88	PM-3-38
PM-5-45	GP-8-179	MP-9-100
PM-5-30	GP-8-176	MP-8-105
PD-4-45		MP-8-103
PD-4-44		MM-9-104
PD-4-33		MM-9-82
MD-10-83		MD-9-105
		GM-8-178
		GM-10-153

Tabla 5.4: Clasificación de instancias.

Al realizar un análisis de sensibilidad de la amplitud (en minutos) de los tiempos de cabecera (mínimo y máximo), observamos que una amplitud de 20 minutos es sensible al cambio. Por ejemplo, cuando decrementamos la amplitud del tiempo de cabecera a 8 en la instancia PP-3-37 considerada como muy difícil, descubrimos que el tiempo de ejecución disminuyó y obtuvimos soluciones óptimas con un gap del 5%.

Tomamos varias instancias, incrementamos y decrementamos la amplitud del tiempo de cabecera. Al incrementar la amplitud, la instancia se convertía en difícil y al decrementar la amplitud se convertía en fácil. Sin embargo, las instancias con una densidad alta en puntos de sincronización son siempre difíciles al resolverse, sin importar el tiempo de cabecera.

## 5.4 PLANEACIÓN DEL EXPERIMENTO

El principal objetivo de este experimento es investigar el impacto de 3 factores (nivel de confianza, incertidumbre y nivel de demanda). Además de los 5 parámetros (rutas, periodos, nodos, nodos de sincronización y tiempos de cabecera) de mayor influencia, en la complejidad de la instancia. Para ello, se utilizan números difusos triangulares. Cada instancia ha sido ejecutada 8 veces, una para cada combinación de los 3 factores y cada ejecución limitada a 3600 segundos.

Generamos 32 instancias con los siguientes parámetros: un costo fijo y variable por periodo y ruta, el número de pasajeros, el tiempo de viaje entre nodos, la distancia entre dos nodos, el número de pasajeros que desean transbordar entre dos rutas, entre otros. Además, para definir una instancia hemos considerado 5 parámetros: el número de rutas, el número de periodos, el número de nodos, el número de puntos de sincronización y el rango de los tiempos de cabecera, los cuales han sido acotados en dos niveles según la Tabla 5.5. Para generar estas instancias se utilizó el software libre R.

Parámetro	Nivel bajo	Nivel alto
Rutas	8	20
Periodos	2	12
Nodos	10	150
Nodos sincr.	2	12
T. cabecera	5-10	5-20

Tabla 5.5: Características de las instancias.

Implementamos un diseño factorial, seleccionamos un nivel bajo (representado por 0) y alto (representado por 1) para cada uno de los factores considerados. Así, para el nivel de confianza seleccionamos 0.1 y 0.9, para el nivel de demanda seleccionamos un decremento del 35 % de la demanda regular y utilizamos el mismo porcentaje para el incremento de la demanda. Por otro lado, para cada nivel de demanda fijamos una variación del 10 % del valor central para el nivel bajo, y para el nivel alto un 25 % del valor central.

Primero, realizamos la experimentación para el modelo bi-objetivo, tomando como objetivos minimizar el costo y maximizar las sincronizaciones considerando incertidumbre sólo en la demanda. Posteriormente, agregamos un objetivo al modelo, minimizar el tiempo de espera, considerando incertidumbre en la demanda y el tiempo de viaje. Este experimento ha sido resuelto empleando SAUGMECON y SSPMO. Los resultados son descritos en los siguientes epígrafes.

## 5.5 SAUGMECON BI-OBJETIVO CON INCERTIDUMBRE EN LA DEMANDA

Las instancias que se emplearon para dar solución mediante SAUGMECON fueron las 32 instancias generadas aleatoriamente cuyas características son descritas en la Tabla 5.5. Una muestra de los resultados obtenidos para la combinación de los factores se puede observar en las Figuras 5.3, 5.4 y 5.5. La instancia 7, cuyos resultados están reflejados en la Figura 5.3 consta de 8 rutas, 2 periodos, 150 tramos por ruta, 12 puntos de sincronización por periodo y los tiempos de cabecera mínimo y máximo son 5 y 10 minutos. La instancia 23 y 24 constan de 20 rutas, 2 periodos, 150 tramos y 12 puntos de sincronización. La única diferencia entre estas instancias son los tiempos de cabecera, la instancia 23 tiene una amplitud de 5 minutos y la instancia 24 tiene una amplitud de 15 minutos.

A la vista de estos resultados, se puede deducir que cuanto mayor es el nivel de

confianza, mejores soluciones se obtienen. Además, el costo de las soluciones, dentro de una misma combinación, no varía, pero los costos entre combinaciones lo hacen aunque no significativamente. En esta experimentación el número de sincronizaciones no varía entre combinaciones, ya que el tiempo de viaje es considerado determinista.

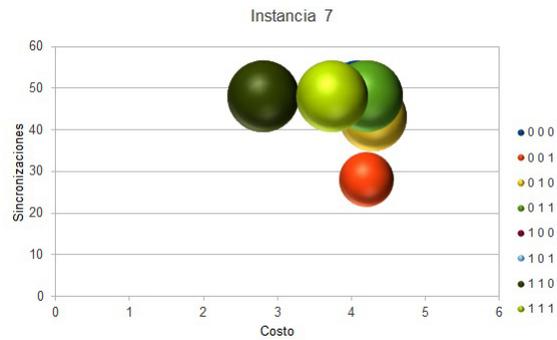


Figura 5.3: Instancia 7 resuelta con SAUGMECON

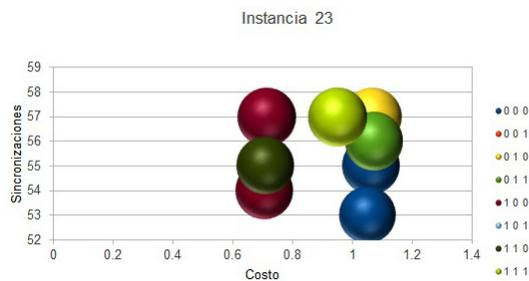


Figura 5.4: Instancia 23 resuelta con SAUGMECON

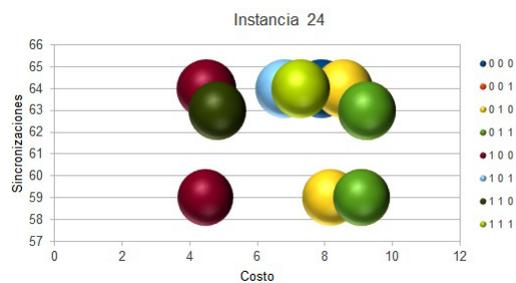


Figura 5.5: Instancia 24 resuelta con SAUGMECON

Era de nuestro interés conocer la relación que existe entre los parámetros que definen una instancia, así como los factores que se consideran para esta experimentación, por lo cual se realizó un estudio de correlaciones, donde se observa poca

correlación entre costo y sincronizaciones, es más son prácticamente independientes. Sin embargo, se aprecia cierta correlación entre el tiempo de ejecución y el costo, entre tiempo de ejecución y sincronización y entre costo y periodos y rutas (Figura 5.6).

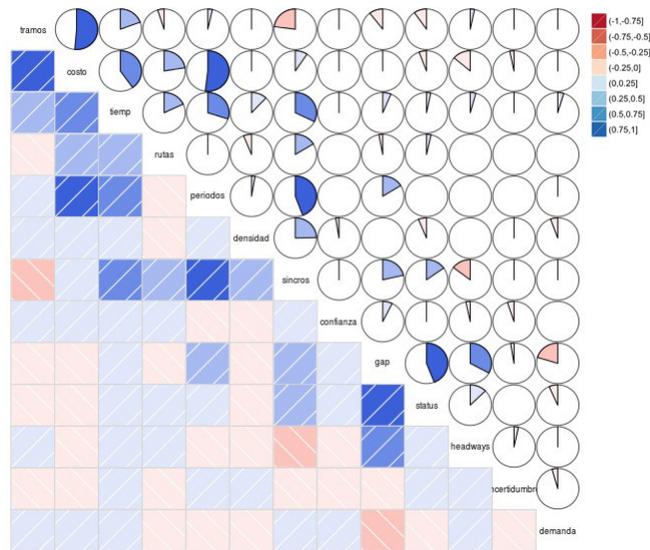


Figura 5.6: Correlación

Entre los factores que intervienen en el tiempo de ejecución, la cantidad de periodos, seguido por rutas y nodos son los que producen un mayor nivel de variación, mientras la incertidumbre (fuzziness) es el factor que menor variación produce (Figura 5.7). De esto se puede deducir que el tamaño de la instancia tiene mayor efecto que las sincronizaciones o incertidumbre.

SAUGMECON: *Restricción primer viaje con periodos mayores que 1*

Realizamos la experimentación con SAUGMECON incluyendo la nueva restricción del modelo, la cual es para el primer viaje de los periodos que no son el primer periodo.

Se analizó el comportamiento del costo en relación a la confianza, incertidumbre y nivel de demanda. En la Figura 5.8 se muestra una instancia con 20 rutas, 2

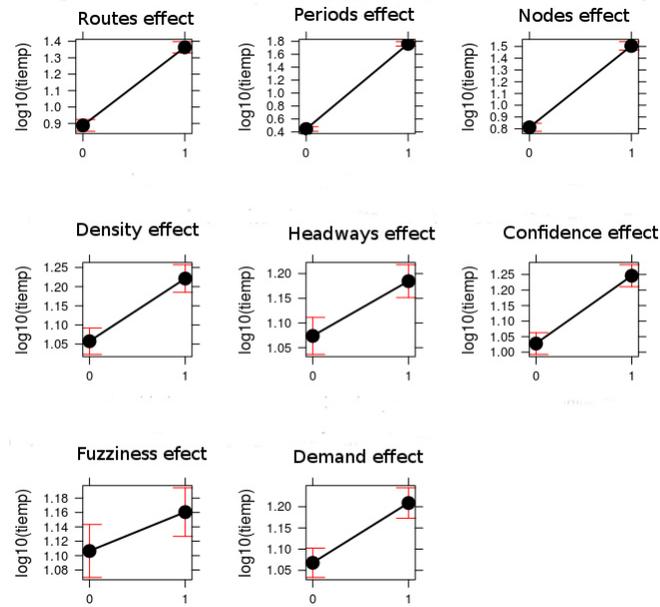


Figura 5.7: Efecto en tiempo de ejecución

periodos, 10 nodos por ruta, 12 puntos de sincronización por periodo y un rango en los tiempos de cabecera de 15 minutos. Se varió la demanda, la incertidumbre y el nivel de demanda, donde 0 indica un nivel bajo y 1 un nivel alto, de tal manera que 000 indica bajo nivel de confianza, incertidumbre y demanda respectivamente.

En esa misma figura, se puede observar uno de los casos detectados donde los resultados obtenidos indican que a mayor confianza mejores resultados (100, 110, 101 y 111). De hecho, los mejores resultados se obtienen cuando el nivel de confianza y el nivel de incertidumbre son altos y el nivel de demanda bajo (110). Un punto intermedio se da cuando existe un nivel bajo de los 3 factores considerados (000). Y por último los peores resultados se obtienen cuando el nivel de confianza es bajo, el nivel de incertidumbre es alto y existe una alta demanda (011).

Otro caso que se identificó indica que los resultados son mejores en aquellos casos donde la confianza es mayor (100, 110, 101 y 111) y los peores resultados se obtienen con un nivel bajo de confianza. La instancia seleccionada para mostrar tal comportamiento consta de 20 rutas, 2 periodos, 150 nodos por ruta, 12 puntos

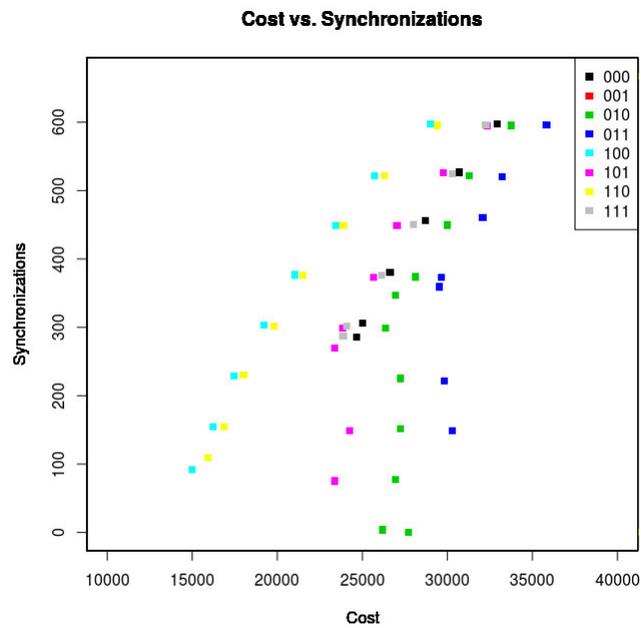


Figura 5.8: Costo vs. sincronización (instancia 20)

de sincronización por periodo y un rango de 5 minutos entre el tiempo mínimo y máximo de cabecera (Figura 5.9).

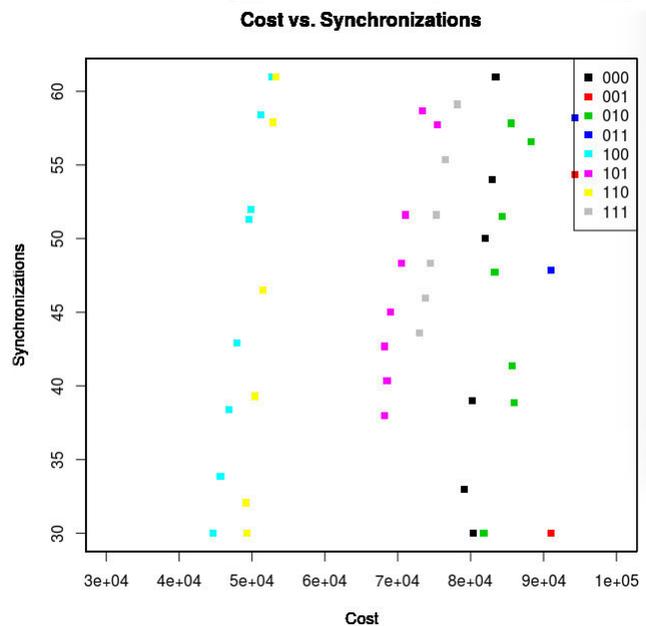


Figura 5.9: Costo vs. sincronización (instancia 24)

Es importante notar la diferencia del efecto de la incertidumbre en la demanda

en los dos casos presentados aquí: cuando la demanda es alta y cuando la demanda es baja. Es evidente que el efecto difuso sobre la demanda tiene un mayor impacto cuando la instancia es de mayor tamaño, ya que esto implica una mayor demanda de pasajeros en la instancia (Figura 5.9) y se pueden ver más definidas las diferentes combinaciones de factores (confianza, incertidumbre y demanda). En cambio, el impacto que tiene la demanda cuando la instancia es de menor tamaño no es tan evidente (Figura 5.9). Con estos dos casos se muestra el impacto del uso de una metodología difusa.

Además se analizó el comportamiento del costo en relación a las características de la instancia y se encontró que los factores con mayor influencia en el costo son: periodos, rutas, y nodos. También, cuando el rango entre el tiempo mínimo y máximo de cabecera es más amplio el costo incrementa. Además, cuando la instancia tiene más puntos de sincronización, el costo también incrementa debido a eso trata de generar un mayor número de viajes para satisfacer el objetivo de sincronizaciones (Ver Figura 5.10).

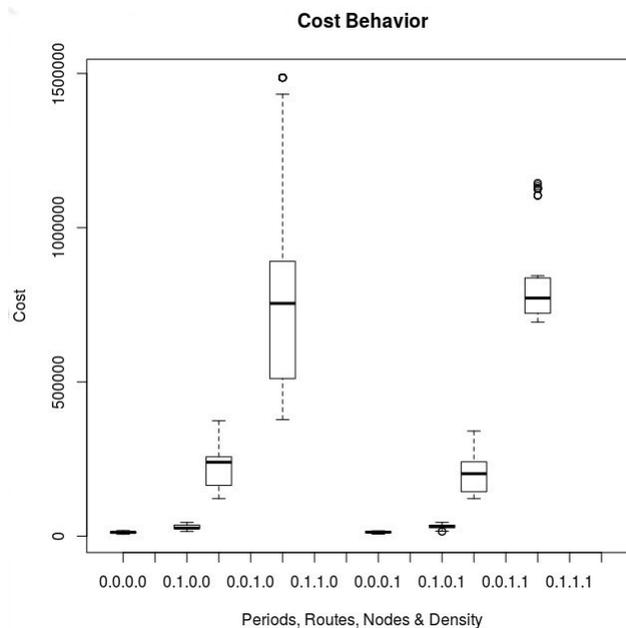


Figura 5.10: Comportamiento del costo en relación a los parámetros de la instancia

También se ha analizado el comportamiento de las sincronizaciones, de lo que

se puede deducir que los factores de la incertidumbre no tienen efecto en las sincronizaciones debido a que sólo se considera incertidumbre en la demanda. En este caso, los parámetros con mayor influencia son periodos, rutas y el número de puntos de sincronización (Figura 5.11).

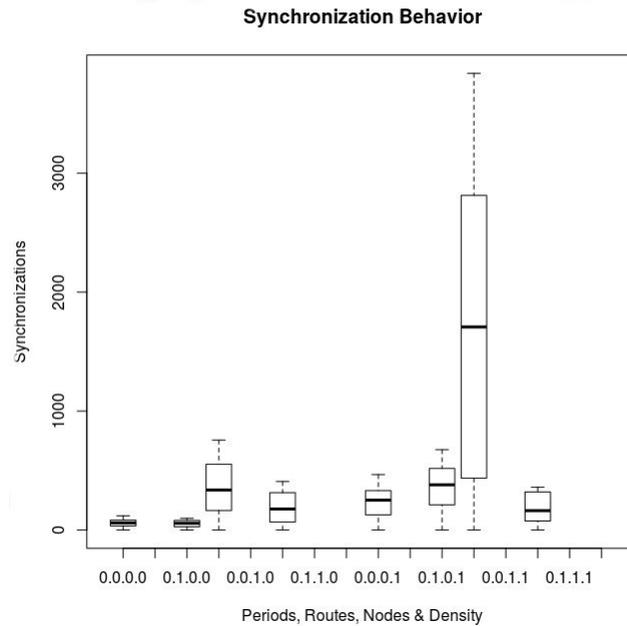


Figura 5.11: Comportamiento de las sincronizaciones en relación a los parámetros de la instancia

Con esta experimentación se evidenció que el efecto difuso tiene un mayor impacto en las instancias de mayor tamaño y el impacto que esto tiene sobre el costo.

## 5.6 SAUGMECON 3-OBJETIVOS CON INCERTIDUMBRE EN DEMANDA

A continuación, se presentan los resultados que se obtuvieron para el problema con 3 funciones objetivo (costo, sincronizaciones y tiempo) y considerando sólo incertidumbre en la demanda. Los resultados se obtienen mediante SAUGMECON y posteriormente se comparan con el problema 3-objetivos con incertidumbre en de-

manda y tiempo, para conocer el comportamiento al considerar incertidumbre en ambos parámetros.

En general, para el problema tri-objetivo con demanda difusa (DF), podemos observar que cuando hay un alto nivel de demanda, el costo incrementa. También en este problema se observa que el costo incrementa cuando el nivel de confianza es bajo. Por otra parte, cuando el nivel de confianza es alto, hay un costo menor. Lo anterior se puede ver ejemplificado en las Figuras 5.12 y 5.13.

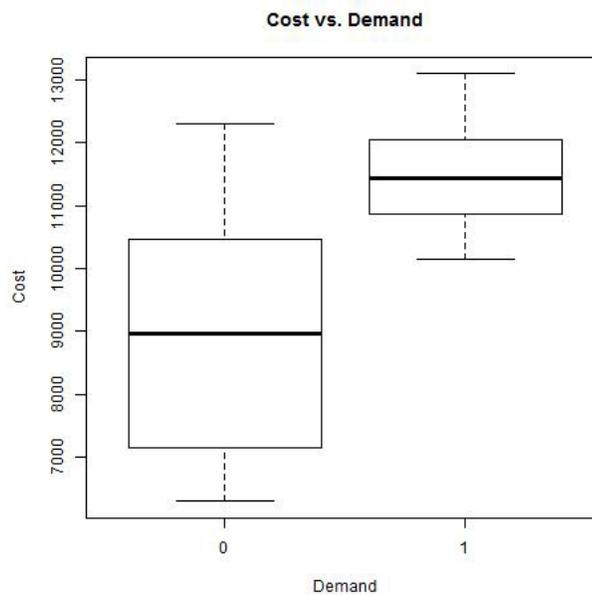


Figura 5.12: Costo vs. Demanda instancia 2 (DF).

El efecto del nivel de la demanda en el número de sincronizaciones indica que en el problema DF existe el mismo número máximo de sincronizaciones para ambos niveles de demanda. El efecto del nivel de confianza en el problema DF señala que cuando el nivel de confianza es bajo hay más sincronizaciones, mientras que, cuando el nivel de confianza es alto el número de sincronizaciones es ligeramente menor (Figuras 5.14 y 5.15).

Al comparar el tiempo de espera con el nivel de confianza, se observa que, en el problema DF hay un tiempo de espera menor cuando el nivel de confianza de la

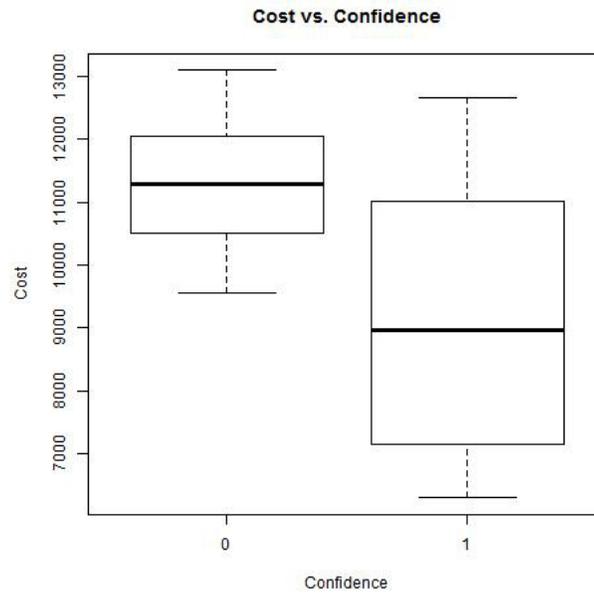


Figura 5.13: Costo vs Confianza instancia 2 (DF).

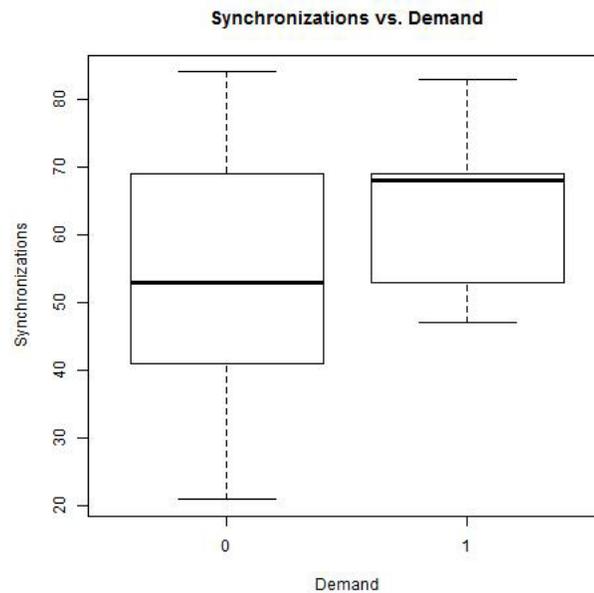


Figura 5.14: Sincronizaciones vs Demanda instancia 22.

demanda es bajo y el tiempo de espera es mayor cuando el nivel de confianza es alto (Figuras 5.16 y 5.17).

Después de la experimentación realizada notamos que, en general, la incerti-

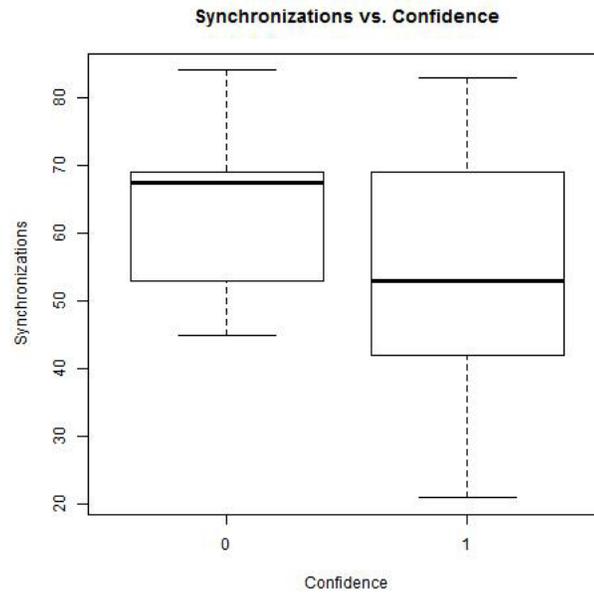


Figura 5.15: Sincronizaciones vs Confianza instancia 22.

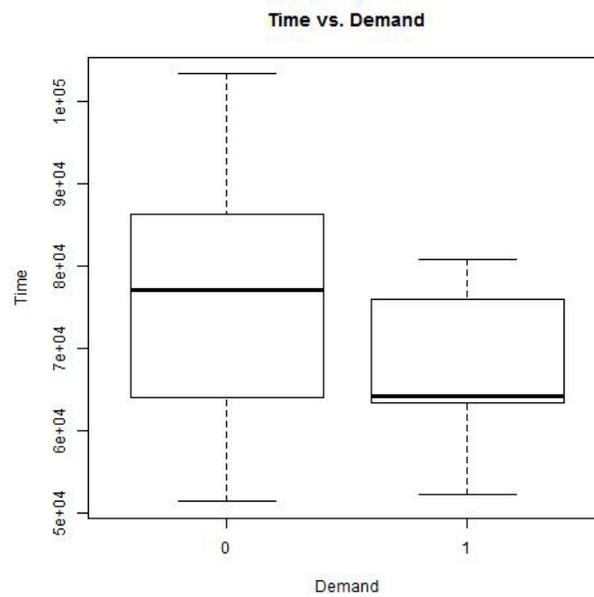


Figura 5.16: Tiempo de espera vs Demanda instancia 22.

dumbre de los números difusos, o dicho de otra forma la amplitud del número difuso, no influye significativamente en los resultados.

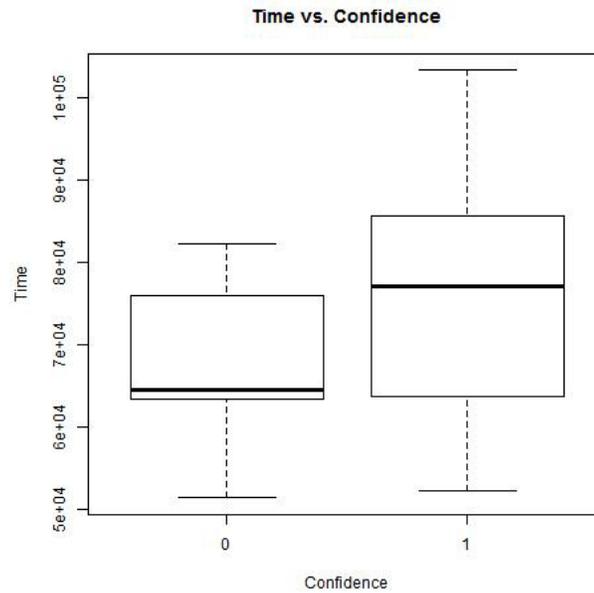


Figura 5.17: Tiempo de espera vs Confianza instancia 22.

## 5.7 SAUGMECON 3-OBJETIVOS CON INCERTIDUMBRE EN DEMANDA Y TIEMPO DE VIAJE

Aquí consideramos incertidumbre en la demanda y el tiempo, resolvemos el problema con SAUGMECON y se desea ver cómo influye la incertidumbre en demanda y tiempo en las funciones objetivo.

En el problema donde se considera incertidumbre en la demanda y el tiempo de viaje, cuando el nivel de confianza de la demanda es bajo y el nivel de confianza del tiempo es alto, el costo es menor; pero cuando el nivel de confianza de la demanda es alto y el nivel de confianza del tiempo es bajo, el costo es bajo (Figuras 5.18 y 5.19).

En relación con el número de sincronizaciones, los resultados indican que hay un bajo número de sincronizaciones cuando la incertidumbre se considera en la demanda y tiempo de viaje (Figuras 5.20 y 5.21).

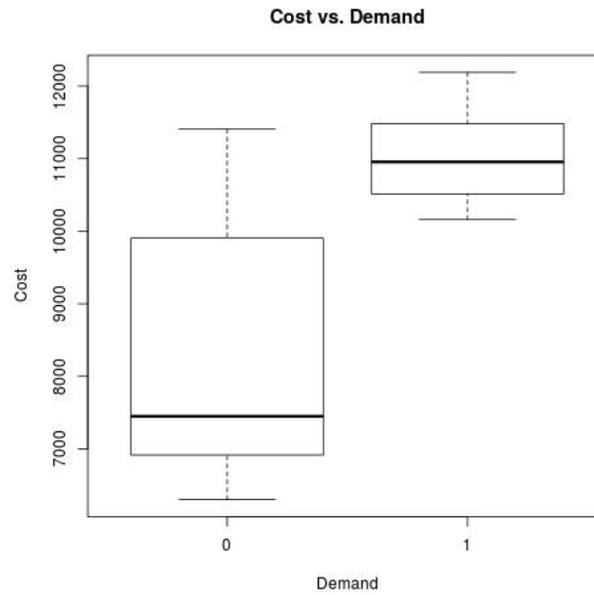


Figura 5.18: Costo vs. Demanda instancia 2 (DTF).

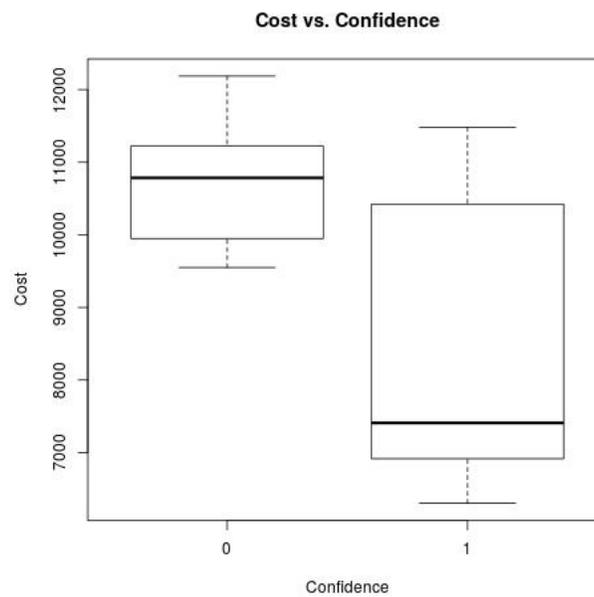


Figura 5.19: Costo vs. Confianza instancia 2 (DTF).

Aquí cuando el nivel de confianza de la demanda es bajo y el nivel de confianza del tiempo es alto existen más sincronizaciones; mientras que si el nivel de confianza de la demanda es alto y se da un bajo nivel de confianza en el tiempo, hay menos

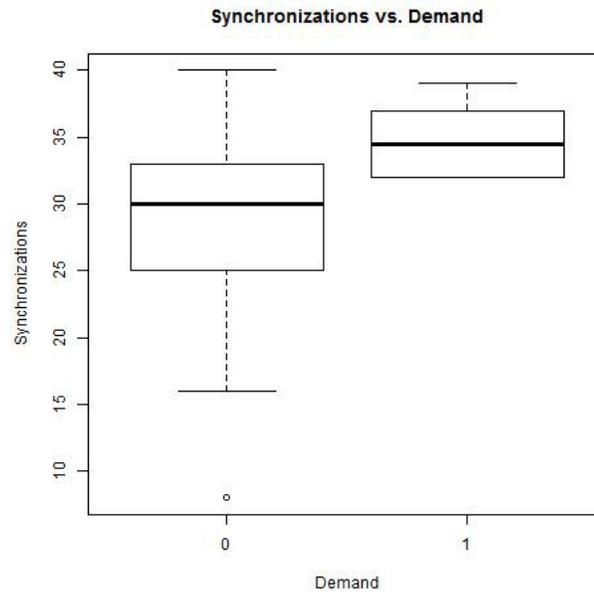


Figura 5.20: Sincronizaciones vs. Demanda instancia 22 (DTF).

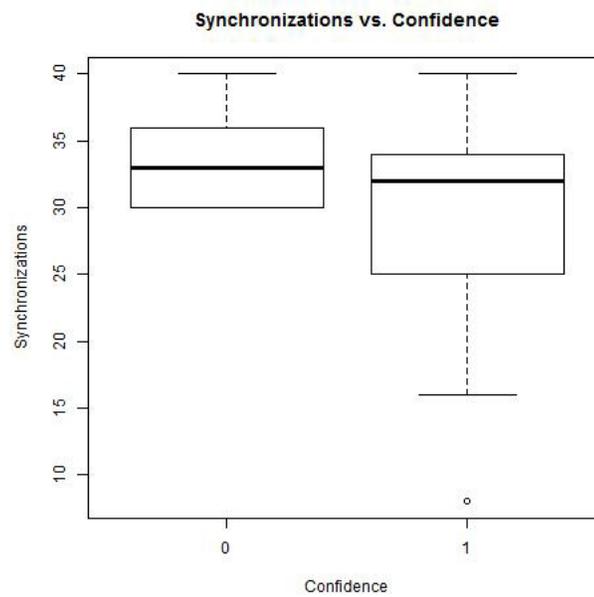


Figura 5.21: Sincronizaciones vs. Confianza instancia 22 (DTF).

sincronizaciones (Figuras 5.22 y 5.23).

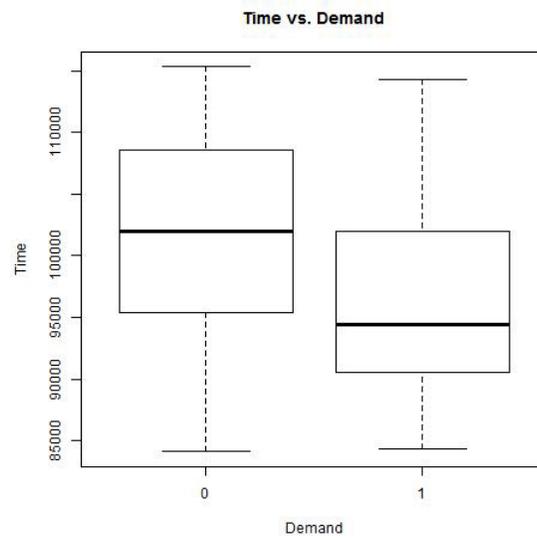


Figura 5.22: Tiempo de espera vs. Demanda instancia 22 (DTF).

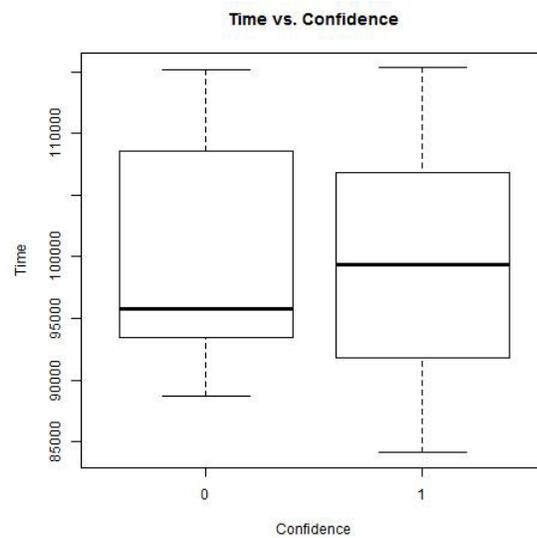


Figura 5.23: Tiempo de espera vs. Confianza instancia 22 (DTF).

## 5.8 ANÁLISIS INCERTIDUMBRE EN DEMANDA VS. INCERTIDUMBRE EN DEMANDA Y TIEMPO

El objetivo de comparar los resultados de ambos problemas: demanda difusa, y demanda y tiempo difusos, es analizar la influencia de la incertidumbre de la

demanda y tiempo de viaje en las funciones objetivos (costo, sincronizaciones y tiempo).

Primero, se realiza una prueba de hipervolumen para comparar las fronteras de ambos problemas. Se encuentra que los resultados obtenidos con el problema de incertidumbre en demanda tiene mejores resultados que los resultados que los que se obtienen con el problema con incertidumbre en la demanda y el tiempo de viaje. En cada uno de estos problemas las mejores fronteras en relación con la prueba de hipervolumen son aquellas con un alto nivel de confianza y un bajo nivel de demanda (Tabla 5.6).

Combinación	Instancia 2		Instancia 22	
	DTF	DF	DTF	DF
000	7651439308.44	12239153166.33	5205127351.15	7072188122.93
001	5630682397.14	9543406649.96	4429965849.47	5711167571.80
010	6500901161.85	10718772881.80	6175709267.60	8037705094.93
011	5631444573.08	9542805006.01	4429965849.47	5711167571.80
100	13240114324.60	16902089050.58	7665185680.05	8397624814.13
101	7302308010.88	10506872876.77	5083077912.67	5711167571.80
110	13309049369.98	16916850158.38	7482200080.28	8397624814.13
111	7302308010.88	10506872876.77	5083077912.67	5711167571.80

Tabla 5.6: Hipervolumen.

También se realizó la prueba de métrica  $C$ , la cual es un indicador binario que se describe de la siguiente manera: digamos que  $A$  y  $B$  son dos conjuntos de aproximación  $C(A,B)$  indica la fracción de soluciones en  $B$  que son dominadas por al menos una solución en  $A$ , por lo tanto  $C(A, B) = 1$  indica que todas las soluciones en  $B$  son dominadas por al menos una solución en  $A$  y  $C(A, B) = 0$  indica que ninguna solución en  $B$  es dominada por alguna solución en  $A$ . Se observó que para las instancias pequeñas el problema con incertidumbre en demanda domina a las soluciones del problema con incertidumbre en demanda y tiempo de viaje, pero en las instancias grandes con el problema de incertidumbre en demanda y tiempo de viaje domina (en la mayoría de los casos) al problema con incertidumbre en demanda

(Tabla 5.7).

Combinación	Instancia 2		Instancia 22	
	DF/DTF	DTF/DF	DF/DTF	DTF/DF
000	4.22	0	2.60	3.33
001	4.57	0	2.30	3.27
010	4.63	0	2.60	2.23
011	4.57	0	2.30	3.27
100	2.13	0	1.40	0.27
101	4.67	0	2.40	3.09
110	1.79	0	1.65	0.09
111	4.25	0	2.40	3.09

Tabla 5.7: Métrica C.

Cuando el nivel de demanda es bajo, el costo es bajo y cuando el nivel de demanda es alto, el costo es alto; lo anterior aplica para ambos problemas (Figuras 5.24 y 5.25).

En el problema DF, el costo en relación con el nivel de confianza indica que cuando el nivel de confianza es bajo, el costo incrementa, pero cuando el nivel de confianza es alto existe un costo bajo (Figura 5.26). Sin embargo, en el problema DTF, cuando el nivel de confianza es bajo y el nivel de confianza del tiempo es alto, el costo es bajo; pero cuando el nivel de confianza de la demanda es alto y el nivel de confianza del tiempo es bajo, el costo es bajo, como se puede apreciar en la Figura 5.27.

En relación al número de sincronizaciones, los resultados indican que hay un número bajo de ellas cuando se considera la incertidumbre en demanda y tiempo de viaje (DTF). El efecto del nivel de la demanda en el número de sincronizaciones dice que en el problema DF (Figura 5.28) existe el mismo número de sincronizaciones para ambos niveles de demanda, mientras en el problema DTF (Figura 5.29) el máximo número de sincronizaciones varía, encontrando más sincronizaciones cuando el nivel de demanda es mayor.

El efecto del nivel de confianza en el problema DF (Figura 5.30) es que cuan-

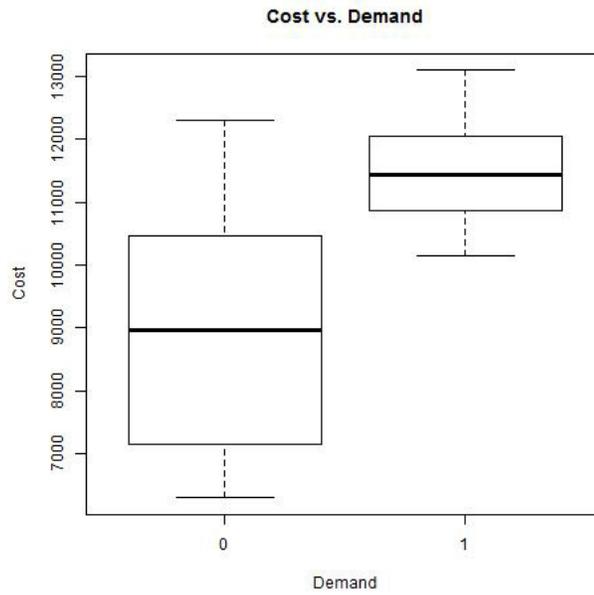


Figura 5.24: Costo vs Demanda instancia 2 (DF).

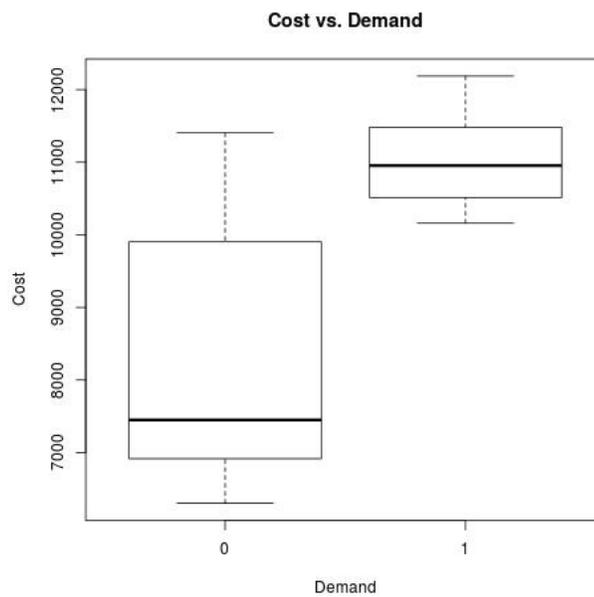


Figura 5.25: Costo vs. Demanda instancia 2 (DTF).

do el nivel de confianza es bajo hay más sincronizaciones pero un menor rango. Sin embargo, cuando el nivel de confianza es alto el número de sincronizaciones es ligeramente más bajo. En el problema DTF (Figura 5.31), cuando el nivel de confianza de

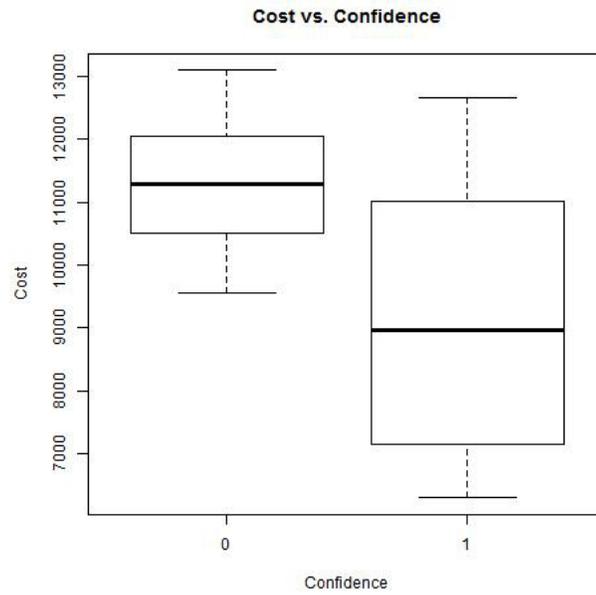


Figura 5.26: Costo vs. Confianza instancia 2 (DF).

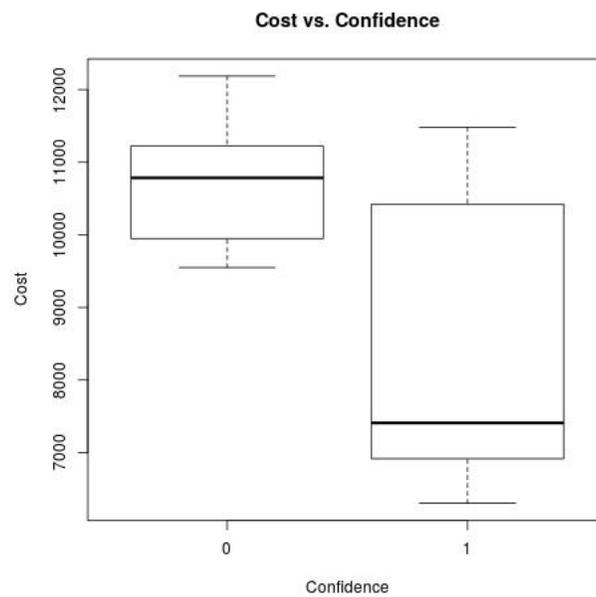


Figura 5.27: Costo vs. Confianza instancia 2 (DTF).

demanda es bajo y el nivel de confianza del tiempo es alto hay más sincronizaciones; y cuando el nivel de confianza de la demanda es alto y el nivel de confianza alto para el tiempo hay menos sincronizaciones.

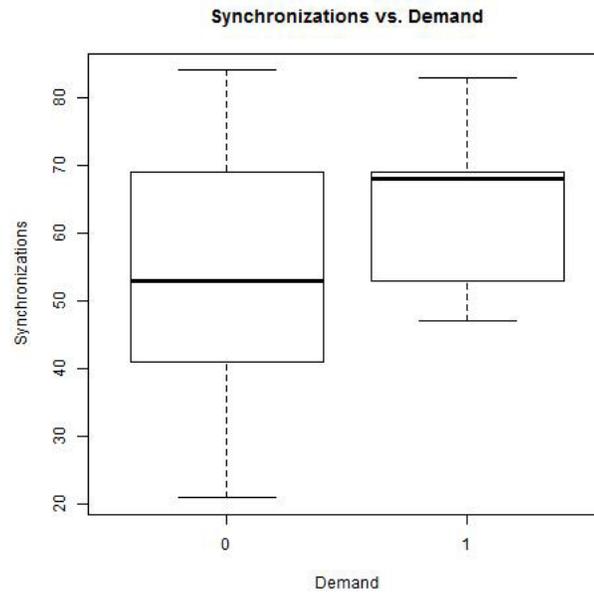


Figura 5.28: Sincronizaciones vs Demanda instancia 22 (DF).

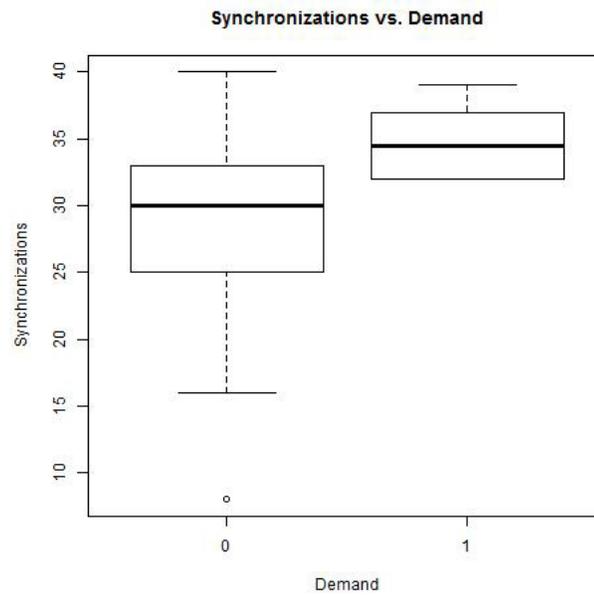


Figura 5.29: Sincronizaciones vs Demanda instancia 22 (DTF).

También se deduce que cuando hay incertidumbre en la demanda y el tiempo de espera, los tiempos de espera son mayores. En el problema DF, al comparar el tiempo de espera con el nivel de demanda se deduce que, cuando el nivel de demanda

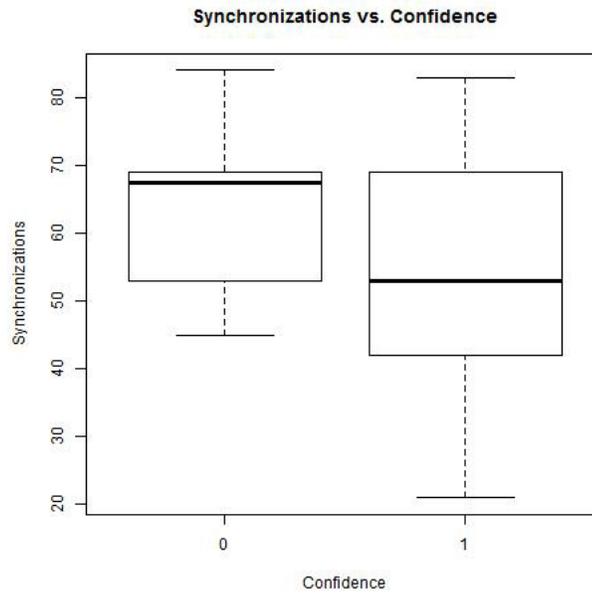


Figura 5.30: Sincronizaciones vs Confianza instancia 22 (DF).

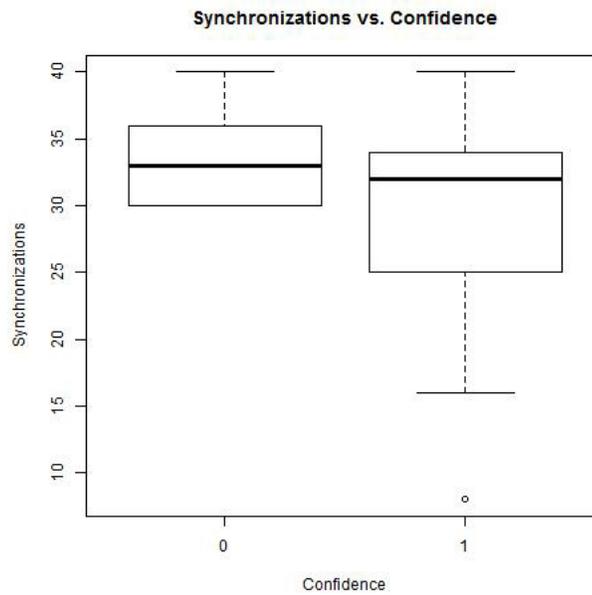


Figura 5.31: Sincronizaciones vs Confianza instancia 22 (DTF).

es bajo, el tiempo de espera es alto, cuando el nivel de demanda es alto, el tiempo de espera es bajo (Figura 5.32). En el problema DTF, cuando el nivel de demanda es bajo, el tiempo de espera es alto, y cuando el nivel de demanda es alto, el tiempo

de espera es bajo (Figura 5.33).

Cuando el tiempo de espera es comparado con el nivel de confianza, en el problema DF hay tiempo de espera bajo cuando el nivel de confianza de la demanda es bajo, y el tiempo de espera es alto cuando el nivel de confianza de la demanda es alto (Figura 5.34).

Por otro lado, en relación al problema DTF cuando el nivel de confianza de la demanda es bajo y el nivel de confianza del tiempo es alto, el tiempo de espera es alto; pero cuando el nivel de confianza de la demanda es alto y el nivel de confianza del tiempo es bajo, el tiempo de espera es bajo (Figura 5.35).

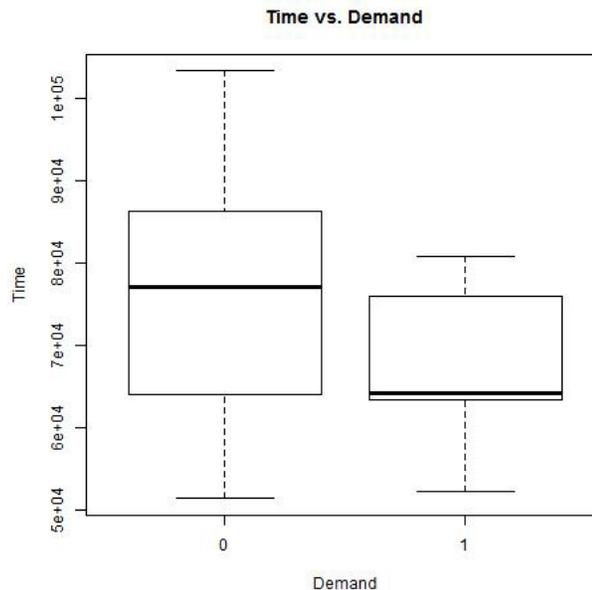


Figura 5.32: Tiempo de espera vs. Demanda instancia 22 (DF).

En general, la incertidumbre de los números difusos (el rango del número difuso) no afecta significativamente en los resultados.

Después de los experimentos, se puede concluir que, cuando hay solo incertidumbre en la demanda (DF), el tiempo de espera es menor y hay más sincronizaciones pero el costo y el número de viajes son mayores. En el problema con incertidumbre en demanda y tiempo de viaje (DTF), hay un mayor tiempo de espera, menos

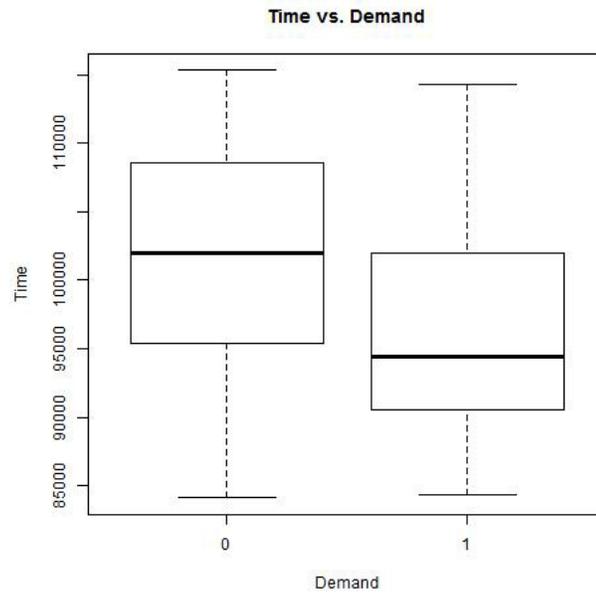


Figura 5.33: Tiempo de espera vs. Demanda instancia 22 (DTF).

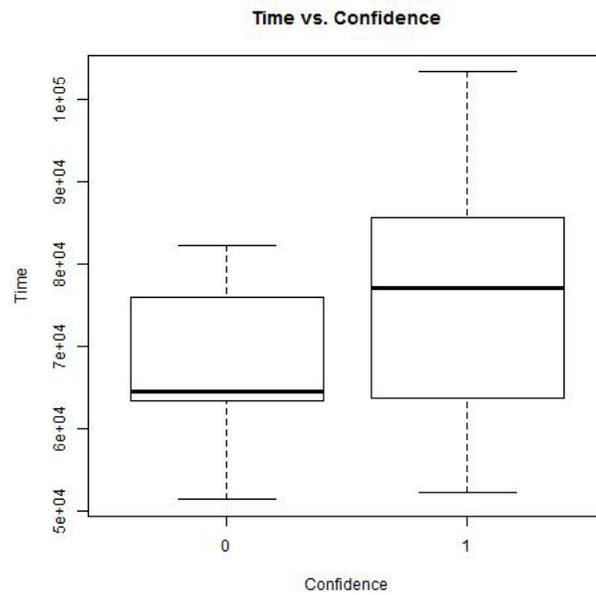


Figura 5.34: Tiempo de espera vs. Confianza instancia 22 (DF).

sincronizaciones, pero el costo y el número de viajes es menor.

Aún cuando la diferencia es mínima en costos y número de viajes entre ambos problemas, debemos hacer notar que las compañías de transporte generalmente tie-

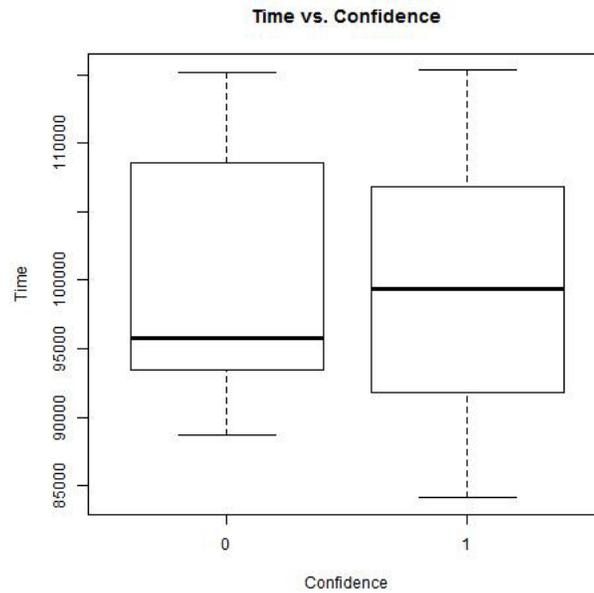


Figura 5.35: Tiempo de espera vs. Confianza instancia 22 (DTF).

nen muchas rutas que funcionan todo el día, toda la semana, y esa mínima diferencia ahorrará mucho dinero al final del mes. Esto muestra la importancia de considerar la incertidumbre en la demanda y tiempo de viaje, que acerca el problema a la realidad.

## 5.9 K-PREFERENCIA VS. SEGUNDO ÍNDICE DE YAGER

En esta sección, se compara la calidad de los resultados obtenidos con el método de k-preferencia y el método del segundo índice de Yager para el problema con incertidumbre en la demanda y el problema con incertidumbre en la demanda y tiempo de viaje.

En las Figuras 5.36 a 5.39 se puede ver la frontera de Pareto de la instancia 2 para el problema con incertidumbre en demanda y el problema con incertidumbre en demanda y tiempo, respectivamente. En estas figuras, los puntos negros representan los resultados obtenidos con el método de k-preferencia y bajo nivel de confianza, los puntos rojos las soluciones con el método k-preferencia y alto nivel de confianza y los puntos verdes los resultados obtenidos con el segundo índice de Yager.

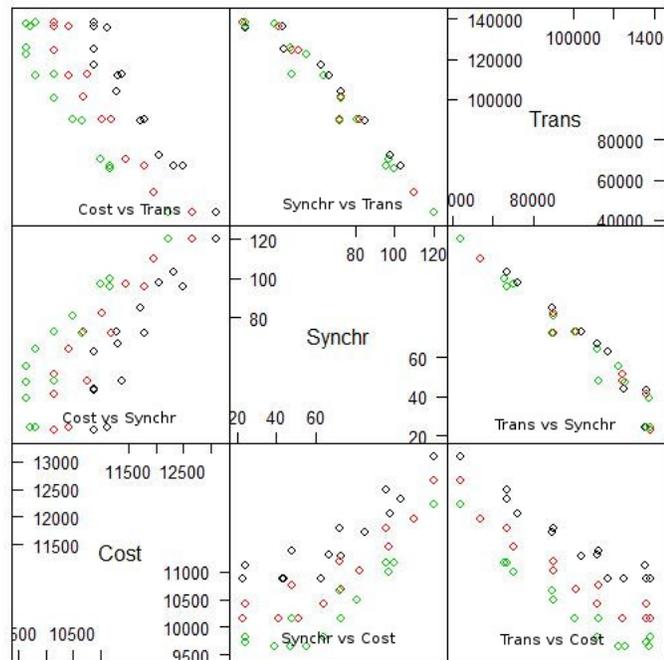


Figura 5.36: DF-K vs DF-2Y instancia 2 (Demanda alta).

El método k-preferencia se compara con el método del segundo índice de Yager con sólo incertidumbre en la demanda y alto nivel de demanda (Figura 5.36), donde el segundo índice de Yager da mejores resultados que el método de k-preferencia (con alto nivel de confianza). Cuando el nivel de demanda es bajo, el método k-preferencia (con alto nivel de confianza) da mejores resultados que el segundo índice de Yager, pero con muy poca diferencia, es más hay instancias donde los resultados son muy similares entre ambos métodos (Figura 5.37).

Los resultados del problema con demanda y tiempo difuso comparando ambos métodos, cuando la demanda es alta, el segundo índice de Yager da mejores resultados que el método k-preferencia con alto nivel de confianza (Figura 5.38). Por otro lado, en el lado derecho se aborda el mismo problema considerando demanda baja, donde se aprecia que k-preferencia da mejores resultados que el segundo índice de Yager (Figura 5.39).

Sin embargo, el tiempo de ejecución con el segundo índice de Yager es más

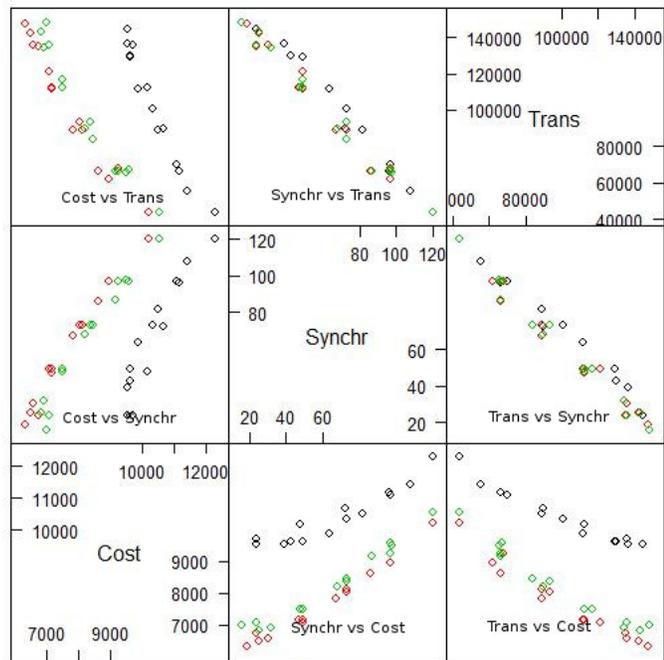


Figura 5.37: DF-K vs DF-2Y instancia 2 (Demanda baja).

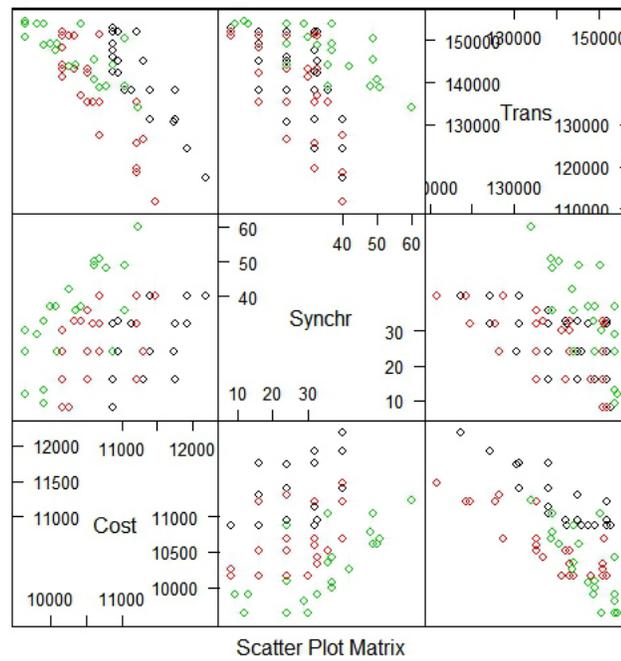


Figura 5.38: DTF-K vs DTF-2Y instancia 2 (Demanda alta).

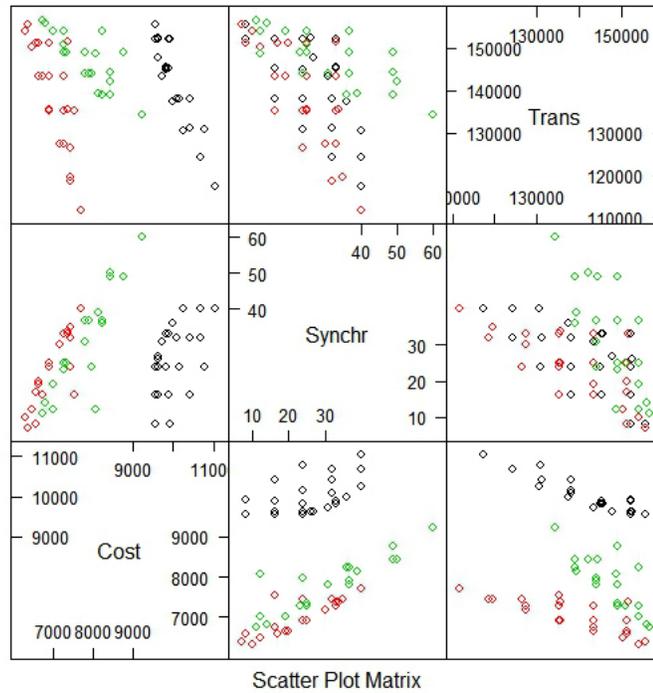


Figura 5.39: DTF-K vs DTF-2Y instancia 2 (Demanda baja).

bajo que el tiempo de ejecución del método k-preferencia.

También se han comparado la frontera de Pareto de ambos métodos en los dos problemas DF y DTF usando la métrica C (Tabla 5.8) y la prueba de hipervolumen (Tabla 5.9).

	DFY/DFK	DFK/DFY	DTFY/DTFK	DTFK/DTFY
i2-AD	3	0	1.33	0.52
i2-BD	0	1.07	0	4.09
i4-AD	1.60	1.46	0	0.50
i4-BD	0.06	1.40	0.60	0.40

Tabla 5.8: Métrica C entre K-Preference y Segundo índice de Yager.

En la Tabla 5.8, se puede ver que en el problema con demanda difusa (DF), considerando una alta demanda, se obtiene una mayor cantidad de soluciones del segundo índice de Yager, que domina a las soluciones de k-preferencia; y cuando la demanda es baja, k-preferencia domina al segundo índice de Yager. Por otro lado,

en el problema con demanda y tiempo difuso (DTF) y baja demanda, en la mayoría de los casos, el segundo índice de Yager domina a k-preferencia, pero cuando la demanda es alta (en la mayoría de los casos) k-preferencia domina al segundo índice de Yager.

	DFK	DFY	DTFK	DTFY
i2-AD	10006155437.1836	13305288827.5781	976466126.28072	892594438.31898
i2-BD	17857197065.005	13639368491.3941	2865983667.53528	966569878.947561
i4-AD	455070606820.051	457264988465.202	4503472450.68126	7898566421.35935
i4-BD	580602833950.52	569936566945.229	6223998247.45532	8785924377.79404

Tabla 5.9: Hipervolumen entre K-Preference y Segundo índice de Yager.

Los resultados de la prueba de hipervolumen se demuestran en la Tabla 5.9. Aquí se observa que el método k-preferencia es mejor en el problema con demanda difusa (DFK) cuando hay una baja demanda (BD) y el segundo índice de Yager (DFY) es mejor cuando hay una alta demanda (AD); pero en el problema con demanda y tiempo difuso, ambos métodos son los suficientemente buenos cuando hay una alta demanda, y k-preferencia es mejor que el segundo índice de Yager cuando hay una baja demanda.

El mayor costo se obtiene cuando el número de periodos y nodos están en su nivel alto, seguido del caso en que periodos y rutas son altos y el resto de las combinaciones de periodo, rutas y nodos no influyen significativamente en el costo. También afecta al costo la amplitud del tiempo de cabecera y el número de nodos de sincronizaciones, aunque en menor grado (Figuras 5.40 y 5.41).

Se obtienen los valores más altos de sincronizaciones cuando los periodos y rutas están en sus valores altos, donde también influye la amplitud de los tiempos de cabecera (Figuras 5.42 y 5.43).

Los niveles altos de periodos y rutas también afectan al tiempo de espera de los pasajeros pues, cuando estos valores son altos, el tiempo de espera es mayor, así como los puntos de sincronización y la amplitud de los tiempos de cabecera (Figuras

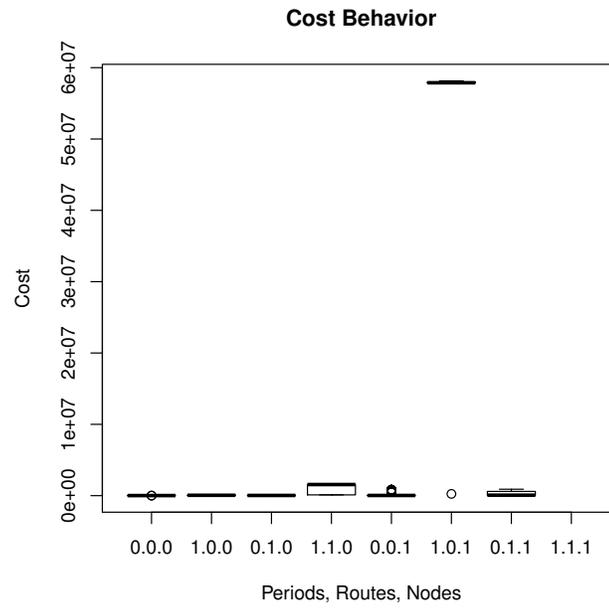


Figura 5.40: Costo vs Periodos-Rutas-Nodos.

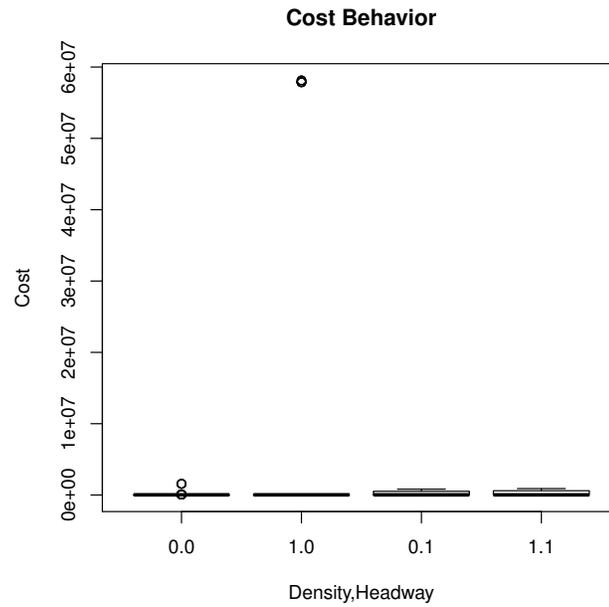


Figura 5.41: Costo vs Densidad-Tiempo de cabecera.

5.44 y 5.45).

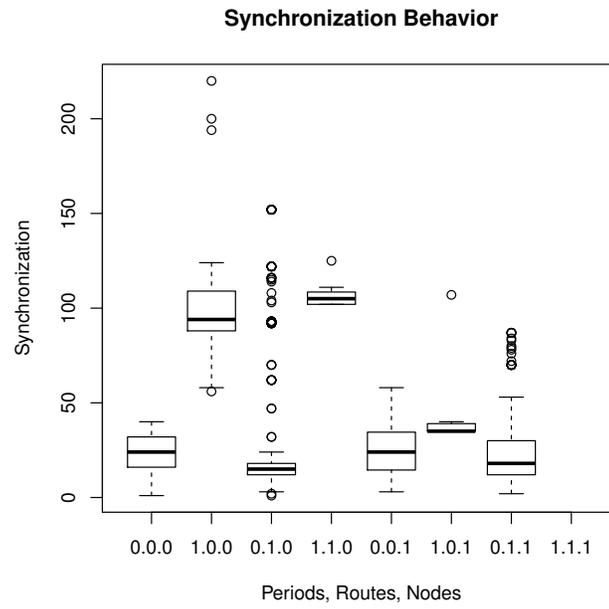


Figura 5.42: Sincronización vs Periodos-Rutas-Nodos.

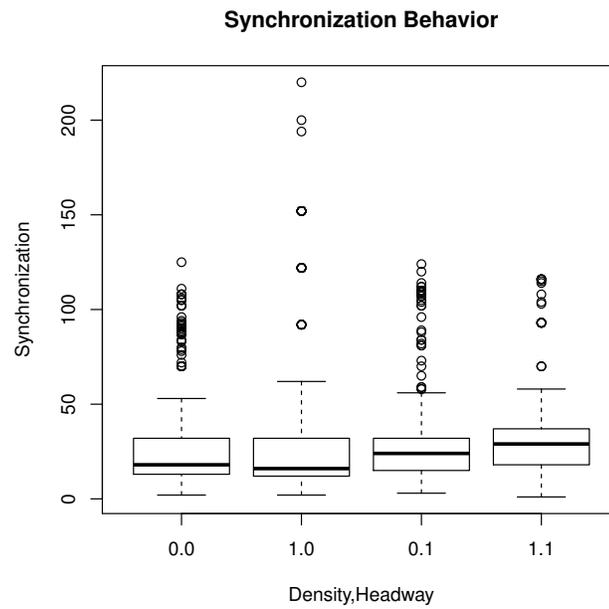


Figura 5.43: Sincronización vs Densidad-Tiempo de cabecera.

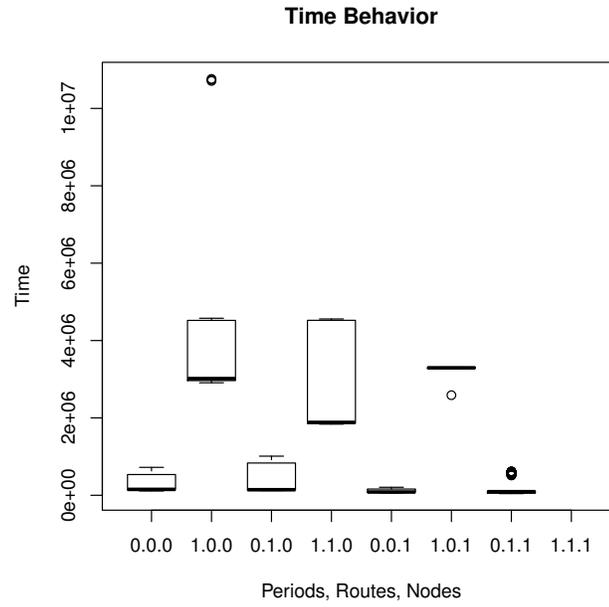


Figura 5.44: Tiempo vs Periodos-Rutas-Nodos.

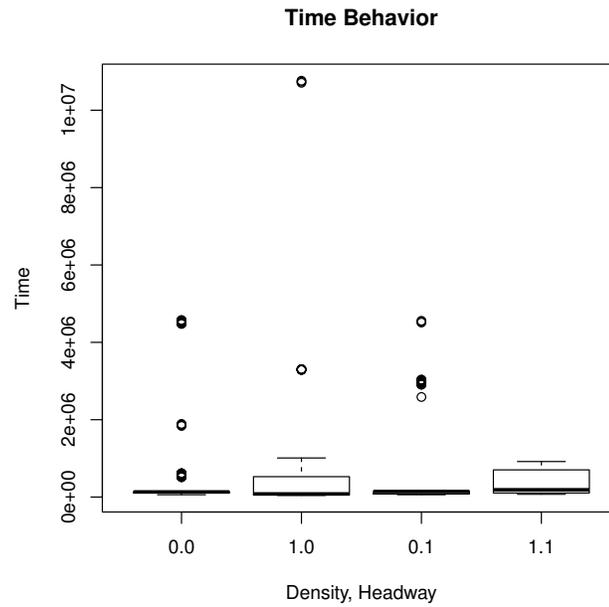


Figura 5.45: Tiempo vs Densidad-Tiempo de cabecera.

## 5.10 SSPMO BI-OBJETIVO CON INCERTIDUMBRE EN DEMANDA

Las Figuras 5.46 y 5.47 muestran los resultados obtenidos para la instancia 1 y la instancia 9 respectivamente. La instancia 1 cuenta con 8 rutas, 2 periodos,

10 tramos (por ruta), 2 puntos de sincronización (por periodo) y una amplitud de tiempos de cabecera de 5 minutos.

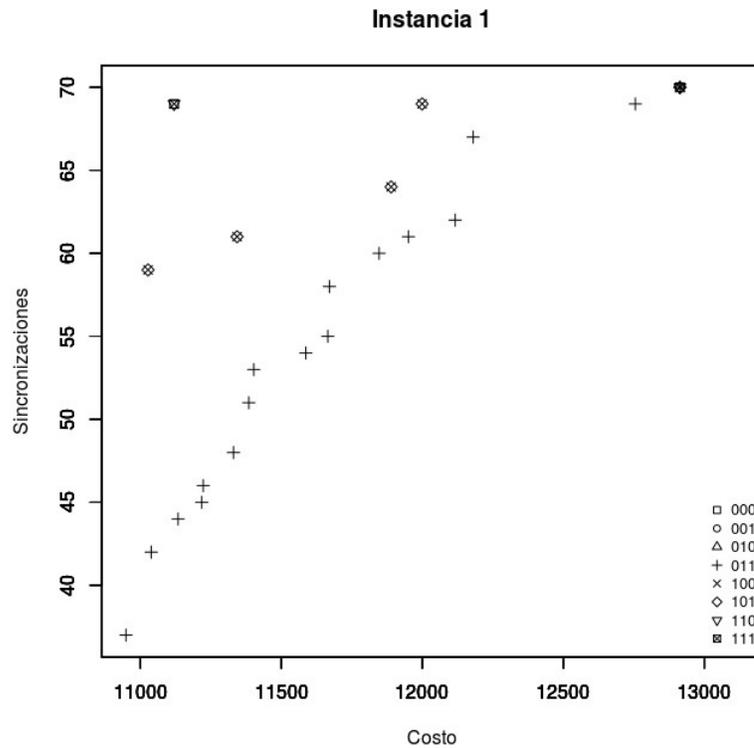


Figura 5.46: Instancia 1 resulta con SSPMO

La instancia 9 consta de características similares a las anteriores: 8 rutas, 12 periodos, 10 tramos, 2 puntos de sincronización y una amplitud de tiempos de cabecera de 5 minutos.

En ambos casos se puede observar que cuando el nivel de confianza es alto se tienen mejores soluciones. En este caso, el costo de las soluciones presentan variabilidad dentro de una combinación, pero varía relativamente poco entre combinaciones. También las soluciones obtenidas con SSPMO en comparación con SAUGMECON cuentan con una mayor cantidad de puntos en la frontera de Pareto.

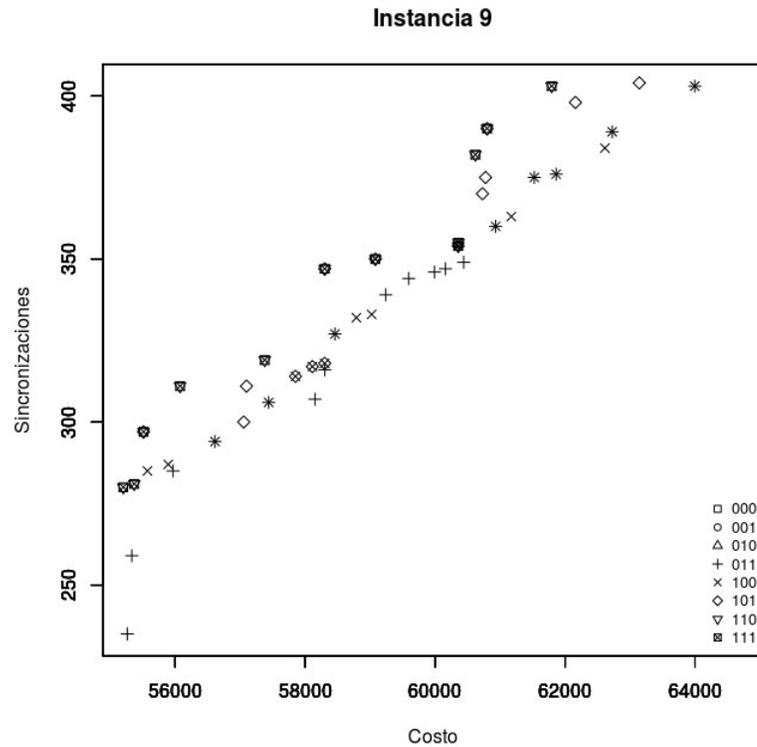


Figura 5.47: Instancia 9 resulta con SSPMO

## 5.11 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 5

Probamos la influencia de diferentes elementos de la instancia como, periodo, rutas, nodos, puntos de sincronización, y rango de tiempos de cabecera. Diseñamos un experimento con 3 factores: nivel de confianza, incertidumbre y nivel de demanda. En el problema bi-objetivo, el tiempo de ejecución es mayor cuando el número de puntos de sincronización es alto y el número de viajes a programar también es alto; pero el número de periodos es el factor principal en la variación del tiempo de ejecución, seguido por rutas y nodos.

Cuando hay solo incertidumbre en la demanda (DF), el tiempo de espera es menor y hay más sincronizaciones, pero el costo y el número de viajes son mayores. Mientras, en el problema con incertidumbre en demanda y tiempo de viaje (DTF), hay un mayor tiempo de espera, menos sincronizaciones, pero el costo y el número de viajes es menor.

Cuando se comparó el segundo índice de Yager y el k-preferencia se puede ver que en el problema con demanda difusa (DF), cuando hay una alta demanda, una mayor cantidad de soluciones del segundo índice de Yager domina a las soluciones de k-preferencia y cuando la demanda es baja, k-preferencia domina al segundo índice de Yager. En el problema con demanda y tiempo difuso (DTF) y baja demanda, en la mayoría de los casos, el segundo índice de Yager domina al método k-preferencia, pero cuando la demanda es alta (en la mayoría de los casos) k-preferencia domina al segundo índice de Yager.

## CAPÍTULO 6

# CONCLUSIONES

---

En este capítulo, se plasman las conclusiones y recomendaciones generales con las cuales creemos que la propuesta presentada aquí se vería enriquecida. En la Sección 6.1 se presentan las conclusiones, mientras que en la Sección 6.2 se habla acerca del trabajo futuro.

### 6.1 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo de programación matemática difusa para la construcción de las tablas de tiempo que resulta novedoso por la integración del cálculo de las frecuencias mínimas de paso y el establecimiento de las salidas de las unidades, en el que se incluyen características que se abordan por primera vez, como: planificación multiperiodo, sincronizaciones multiperiodo, incertidumbre en la demanda y tiempo de viaje. Este modelo permite desarrollar metodologías de apoyo a la decisión efectivas para la construcción de la tabla de tiempos en una empresa de transporte urbano.

Se realizaron experimentos científicos que han mostrado que el modelo propuesto puede ser resuelto de manera eficiente con múltiples objetivos para instancias creadas a partir de problemas reales en empresas medianas o pequeñas (con un máximo de 20 rutas, considerando hasta 12 periodos de planificación en un escenario). También se logró identificar qué factores tienen una mayor incidencia en la complejidad de una instancia: periodos, tramos y rutas.

En este sentido, se identifican otros dos factores que afectan la complejidad de las instancias: la amplitud de los tiempos de cabecera y la densidad de sincronizaciones. CPLEX es eficiente en todo tipo de instancias con estructura simple, es decir una amplitud no muy grande entre el tiempo de cabecera mínimo y máximo y una densidad de nodos de sincronización no muy alta. Sin embargo, para instancias con estructura compleja (amplitud grande y alta densidad) el tiempo de ejecución de 10 horas resulta insuficiente para obtener soluciones eficientes con las instancias que se utilizaron. A mayor amplitud de los tiempos de cabecera y densidad de nodos de sincronización será más difícil resolver la instancia.

Mostramos el comportamiento de los efectos de la demanda sobre la selección de un método de frecuencia, y cómo afecta la variación de distintos factores como el nivel de confianza, el nivel de incertidumbre y el nivel de la demanda en las soluciones obtenidas. Todos estos factores dependen de la experiencia y preferencia del tomador de decisiones. Se obtienen mejores resultados cuando existen mejores estimaciones de la demanda.

La dificultad en la realización práctica del modelo de programación difuso propuesto radica en que se requiere establecer un nivel de confianza para cada número difuso incluido en el modelo, y además estimar la magnitud de la incertidumbre asociada a los números difusos. Sin embargo, los experimentos han mostrado que en los casos estudiados, la magnitud de la incertidumbre tiene un muy bajo impacto en las soluciones, es decir las soluciones son poco sensibles a cambios no muy grandes en este factor. No obstante se recomiendan pruebas de sensibilidad o análisis paramétricos de los mismos para evaluar su influencia en problemas reales.

Se concluyó que el tiempo de ejecución será mayor cuando el número de sincronizaciones es alto y el número de viajes a programar también es alto. Pero, el número de periodos es el factor principal para la variación del tiempo de ejecución.

Al comparar los problemas con incertidumbre en demanda (DF), el tiempo de espera es menor, hay mas sincronzaciones, pero el costo y, por consecuencia,

el número de viajes es mayor. Por otro lado, en el problema con incertidumbre en demanda y tiempo de viaje (DTF), hay un mayor tiempo de espera, menos sincronizaciones, y el costo y el número de viajes son menores

A pesar de la mínima diferencia en costo y viajes entre ambos problemas (DF y DTF), es importante hacer notar que las compañías de transporte generalmente tienen muchas rutas que operan a lo largo del día durante los siete días de la semana y que esa mínima diferencia ahorraría mucho dinero al final del mes. Esto demuestra lo importante que es considerar incertidumbre en demanda y tiempo de viaje, ya que en general hace el problema más cercano a la realidad.

## 6.2 TRABAJO FUTURO

El problema presentado en este trabajo de investigación tiene una amplia gama de oportunidades para continuar su estudio. A continuación, mencionamos algunas de ellas.

Una de las propuesta de trabajo futuro sería la incorporación de datos de trayectorias de pasajeros, como saber dónde suben al autobús y dónde descienden de este, y así tendríamos una mejor estimación de los requerimientos y volúmenes de transferencia.

Incorporar incertidumbre en los parámetros del problema hace que se acerque más a la realidad, por lo cual sería interesante incluir incertidumbre en otros parámetros como: tiempo de transferencia, tiempo de espera del autobús en un nodo, número de pasajeros en transferencia, entre otros. Sobre este mismo tema, también deberíamos considerar otros tipos de números difusos, como los números trapezoidales, comparar soluciones y comprobar la calidad de las mismas.

En este trabajo de investigación integramos la frecuencia de paso con la tabla de tiempos, posteriormente, nos gustaría crear una propuesta más robusta al integrar estas actividades con la programación de vehículos y la programación del personal

(siguientes actividades del proceso de transporte urbano).

Después de concluir con el trabajo de investigación, se observó que las características del problema son ideales para realizar una simulación del mismo, por lo cual es un trabajo futuro que nos gustaría llevar a cabo; además de implementarlo en empresas de transporte reales.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] ABBAS-TURKI, A.-J., GRUNDER, O. y ELMOUNDI, A., «Public transportation schedule based on modular controlled stochastic petri nets», en *15th Triennial World Congress*, Barcelona, España, pág. 1549, 2002.
- [2] AGACHAI, S., KENETSU, U. y WILLIAM, H. L., «Stochastic multi-modal transport network under demand uncertainties and adverse weather condition», *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **19**(2), págs. 338–350, 2011.
- [3] BAAJ, M. y MAHMASSANI, H. S., «Hybrid route generation heuristic algorithm for the design of transit networks», *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **3**(1), págs. 31–50, 1995.
- [4] BARRA, A., CARVALHO, L., TEYPAZ, N., CUNG, V. D. y BALASSIANO, R., «Solving the transit network design problem with constraint programming», en *11th World Conference in Transport Research*, 2007.
- [5] BARTHOLDI III, J. J. y EISENSTEIN, D. D., «A self-coordinating bus route to resist bus bunching», *Transportation Research Part B: Methodological*, **46**(4), págs. 481–491, 2012.
- [6] BASKARAN, R. y KRISHNAIAH, K., «Simulation model to determine frequency of a single bus route with single and multiple headways», *Int. J. Business Performance and Supply Chain Modelling*, **4**(1), págs. 40–59, 2012.

- 
- [7] BLUM, C. y ROLI, A., *Hybrid Metaheuristics. An emerging approach to optimization*, Springer, 2008.
- [8] BOHANEK, M., «Decision Support», en D. Mladenic, N. Lavrac, M. Bohanec y S. Moyle (editores), *Data Mining and Decision Support*, tomo 745, Springer US, págs. 23–35, 2003.
- [9] BORNDORFER, R., GROTSCHTEL, M. y PFETSCH, M. E., «Models for Line Planning in Public Transport», en *Computer-aided Systems in Public Transport*, tomo 600, Springer Berlin Heidelberg, págs. 363–378, 2008.
- [10] BRANS, J.-P. y MARESCHAL, B., *Multiple criteria decision analysis*, capítulo 5, Kluwer Academic Publishers, 2005.
- [11] BRINGMANN, K. y FRIEDRICH, T., «Approximating the Least Hypervolume Contributor: NP-Hard in General, But Fast in Practice», en *Evolutionary Multi Criterion Optimization*, tomo 5467, Springer Berlin Heidelberg, págs. 6–20, 2009.
- [12] BRITO, J., MARTINEZ, F. J., MORENO, J. A. y VERDEGAY, J., «Fuzzy optimization for distribution of frozen food with imprecise times», *Fuzzy Optimization and Decision Making*, **11**(3), págs. 337–349, 2012.
- [13] BRUNELLI, M. y MEZEI, J., «How different are ranking methods for fuzzy numbers. A numerical study», *International Journal of Approximate Reasoning*, **54**(5), págs. 627–639, 2013.
- [14] CABALLERO, R. E. A., «Un método interactivo para elegir una solución sobre una amplia frontera eficiente», en *XIV Jornadas de ASEPUMA y II Encuentro Internacional*, 2006.
- [15] CADARSO, L. y MARÍN, A., «Integration of timetable planning and rolling stock in rapid transit networks», *Annals of Operations Research*, **199**(1), págs. 113–135, 2012.

- 
- [16] CAMPOS, L. y VERDEGAY, J., «Linear programming problems and ranking of fuzzy numbers», *Fuzzy Sets and Systems*, **32**(1), págs. 1–11, 1989.
- [17] CEDER, A., «Bus frequency determination using passenger count data», *Transportation Research Part A: General*, **18**(5–6), págs. 439–453, 1984.
- [18] CEDER, A., «Methods for creating bus timetables», *Transportation Research Part A: General*, **21**(1), págs. 59–83, 1987.
- [19] CEDER, A., *Designing public transport network and routes*, capítulo 3, Elsevier Science Ltd, 2003.
- [20] CEDER, A., *Public transit planning and operation: theory, modelling and practice*, primera edición, Elsevier, USA, 2007.
- [21] CEDER, A., GOLANY, B. y TAL, O., «Creating bus timetables with maximal synchronization», *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, **35**(10), págs. 913–928, 2001.
- [22] CHAKROBORTY, P., «Genetic Algorithms for Optimal Urban Transit Network Design», *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **18**(3), págs. 184–200, 2003.
- [23] CHEN, H., «Stochastic optimization in computing multiple headways for a single bus line», *Proceedings of the 35th Annual Simulation Symposium*, págs. 316–323, 2002.
- [24] CHEN, H., «Stochastic optimization in computing multiple headways for a single bus line», en *Simulation Symposium, 2002. Proceedings. 35th Annual*, págs. 316–323, 2002.
- [25] CHEN, S., LESTREL, P., KERR, W. y MCCOLL, J., «Describing shape changes in the human mandible using elliptical Fourier functions», *The European Journal of Orthodontics*, **22**(3), págs. 205–216, 2000.

- [26] CURRIE, G., KINNEAR, R. y WALLIS, I., «Setting public transport service standards - An economic approach», en *Proceedings of 26th Australasian Transport Research Forum*, New Zealand Institute of Highway Technology, págs. 1–22, 2003.
- [27] DAGANZO, C. F., «A headway-based approach to eliminate bus bunching: Systematic analysis and comparisons», *Transportation Research Part B: Methodological*, **43**(10), págs. 913–921, 2009.
- [28] DARAIO, C., MARCO, D., DI COSTA, F., LEPORELLI, C., MATTEUCCI, G. y NASTASI, A., «Efficiency and effectiveness in the urban public transport sector: A critical review with directions for future research», *European Journal of Operational Research*, **248**(1), págs. 1–20, 2016.
- [29] DE PALMA, A. y LINDSEY, R., «Optimal timetables for public transportation», *Transportation Research Part B*, **35**(1), págs. 789–813, 2001.
- [30] DEMEYER, S., AUDENAERT, P., PICKAVET, M. y DEMEESTER, P., «Multimodal Network Equilibrium with Stochastic Travel Times», *ET Intell. Transp. Syst.*, **8**(2), págs. 112–123, 2014.
- [31] DESAULNIERS, G. y HICKMAN, M. D., «Capítulo 2 Public Transit», en *Transportation*, tomo 14, Elsevier, págs. 69–127, 2007.
- [32] EHRGOTT, M., *Multicriteria Optimization*, segunda edición, Springer, 2005.
- [33] EHRGOTT, M. y GANDIBLEUX, X., «A Survey and Annotated Bibliography of Multiobjective Combinatorial Optimization», *OR Spektrum*, **22**(4), págs. 425–460, 2000.
- [34] ERANKI, A., *A model to create bus timetables to attain maximum synchronization considering waiting times at transfer stops*, Tesis Doctoral, University of South Florida, 2004.
- [35] FAN, L. y MUMFORD, C., «A metaheuristic approach to the urban transit routing problem», *Journal of Heuristics*, **16**(3), págs. 353–372, 2010.

- [36] FÉLIX, L., *Un procedimiento basado en relaciones de sobreclasificación y algoritmos genéticos multiobjetivo para resolver problemas de cartera de proyectos de importancia social*, Tesis Doctoral, Universidad de Cualiacán, 2006.
- [37] FERNÁNDEZ, E., *Application of Multicriteria Optimization to Design and Modelling of Circuits and Components*, Tesis Doctoral, Universidad Tecnológica de Poznan, 1987.
- [38] FOURNIER, S., «Dedicated heuristic for a back and forth single line bus trip timetabling problem», XLII SBPO, 2010.
- [39] FURTH, P. y WILSON, N., «Setting frequencies on bus routes: theory and practice», *Transportation Research Board*, **1**(818), págs. 1–7, 1981.
- [40] GLOVER, F., «Future paths for integer programming and links to artificial intelligence», *Computeres & Operations Research*, **13**, págs. 533–549, 1986.
- [41] GLOVER, F. y MELIÁN, B., «Búsqueda tabú», *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, **19**, págs. 29–48, 2003.
- [42] GONZALEZ-ÁLVAREZ, D. L., *Metaheurísticas, Optimización multiobjetivo y Paralelismo para descubrir Motifs en secuencias de ADN*, Tesis Doctoral, Universidad de Extremadura, 2013.
- [43] HADAS, Y. y SHNAIDERMAN, M., «Public-transit frequency setting using minimum-cost approach with stochastic demand and travel time», *Transportation Research Part B: Methodological*, **46**(8), págs. 1068–1084, 2012.
- [44] HAIMES, Y., LASDON, L. y WISMER, D., «On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization», *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, **1**(3), págs. 296–297, 2014.
- [45] HAME, L. y HAKULA, H., «Dynamic journeying under uncertainty», *European Journal of Operational Research*, **225**(3), págs. 455–471, 2013.

- [46] HANSEN, M. P., «Tabu search for multiobjective optimization: MOTS», MCDM Cape Town South Africa, 1997.
- [47] HWANG, C. y MASUD, A., *Multiple objective decision making. Methods and applications: A state of the art survey*, Springer-Verlang, USA, 1979.
- [48] IBARRA-ROJAS, O. J., LÓPEZ-IRARRAGORRI, F. y RÍOS-SOLÍS, Y., «Multiperiod synchronization bus timetabling», *Transportation science*, **50**(3), págs. 805–822, 2014.
- [49] IBARRA-ROJAS, O. J. y RÍOS-SOLÍS, Y. A., «Synchronization of bus timetabling», *Transportation Research Part B: Methodological*, **46**(5), págs. 599–614, 2012.
- [50] J. ZHANG, T. A. y TIMMERMANS, H., «A multimodal transport network model for advanced traveler information system», *Journal of Ubiquitous System and Pervasive Networks*, (1), págs. 21–27, 2012.
- [51] JANSSON, K., «Optimal Public Transport Price and Service Frequency», *Journal of Transport Economics and Policy*, **27**(1), págs. 33–50, 1993.
- [52] JENSEN, J. P., NIELSEN, O. A. y PRATO, C. G., *Public transport optimisation emphasising passengers' travel behaviour.*, Tesis Doctoral, Technical University of Denmark Danmarks Tekniske Universitet, Department of Transport Institut for Transport, Traffic modelling and planning Trafikmodellering og planlægning, 2015.
- [53] JIANGUO, Q., LIXING, Y., YUAN, G. y SHUKAI, L., «Robust train timetabling problem with optimized train stop plan», en *12th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, págs. 936–940, 2015.
- [54] JIANJUN, W., MUHAN, L., HUIJUN, S., TONGFEI, L., ZIYOU, G. y DAVID, Z. W., «Equity-based timetable synchronization optimization in urban subway network», *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **51**, págs. 1–18, 2015.

- [55] JONES, D., MIRRAZAVI, S. y TAMIZ, M., «Multi-objective metaheuristics: An overview of the current state-of-the-art», *European Journal of Operational Research*, **137**(1), págs. 1–9, 2002.
- [56] KWAN, C. M. y CHANG, C., «Timetable synchronization of mass rapid transit system using multiobjective evolutionary approach», *IEEE transactions on systems, man and cybernetics- part C Applications and reviews*, **38**(5), págs. 636–648, 2008.
- [57] LIEBCHEN, C., «Periodic Timetable Optimization in Public Transport», en *Operations Research Proceedings 2006*, tomo 2006, Springer Berlin Heidelberg, págs. 29–36, 2007.
- [58] LINZHONG, L., JUHUA, Y., HAIBO, M., XIAOJING, L. y FANG, W., «Exact algorithms for multi-criteria multi-modal shortest path with transfer delaying and arriving time-window in urban transit network», *Applied Mathematical Modelling*, **38**(9–10), págs. 2613–2629, 2014.
- [59] LIU, L., OLSZEWSKI, P. y GOH, P.-C., *Transport Systems Telematics*, tomo 104, capítulo Combined Simulated Annealing and Genetic Algorithm Approach to Bus Network Design, Springer Berlin Heidelberg, págs. 335–346, 2011.
- [60] LÓPEZ IRARRAGORRI, F., «Toma de decisiones bajo criterios múltiples», Notas de clase, Enero 2011.
- [61] LUNA VALERO, F., *Metaheurísticas avanzadas para problemas reales en redes de telecomunicaciones*, Tesis Doctoral, Universidad de Málaga, 2008.
- [62] MARÍN, A. y JARAMILLO, P., «Urban rapid transit network capacity expansion», *European Journal of Operational Research*, **191**(1), págs. 45–60, 2008.
- [63] MAUTTONE, A. y URQUHART, M. E., «A route set construction algorithm for the transit network desing problem», *Computers & Operations Research*, **36**(1), págs. 2440–2449, 2009.

- [64] MAVROTAS, G., «Effective implementation of the e-constraint method in multi-objective mathematical programming problems», *Appl. Math. Comput.*, **213**, págs. 455–465, 2009.
- [65] MAVROTAS, G. y KOSTAS, F., «An improved version of the augmented e-constraint method (AUGMECON2) for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems», *Applied Mathematics and Computation*, **219**(18), págs. 9652–9669, 2013.
- [66] MENG, M., SHAO, C. F., WONG, Y. D. y ZHANG, J., «Multimodal Network Equilibrium with Stochastic Travel Times», *Mathematical Problems in Engineering*, **2014**, pág. 8, 2014.
- [67] MOHAYMANY, A. S. y AMIRIPOUR, S. M., «Creating bus timetables under stochastic demand», *International Journal of Industrial Engeneering and Production Research*, **30**(3), págs. 83–91, 2009.
- [68] MOLINA, J., LAGUNA, M., MARTÍ, R. y CABALLERO, R., «SSPMO: A Scatter Tabu Search Procedure for Non-Linear Multiobjective Optimization», *INFORMS Journal on Computing*, **19**(1), págs. 91–100, 2007.
- [69] MOLINERO MOLINERO, A. y SÁNCHEZ ARELLANO, L. I., *Transporte público: planeación, diseño, operación y administración*, Universidad Autónoma del Estado de México, 1997.
- [70] NACHTIGALL, K., «Periodic network optimization with different arc frequencies», *Discrete Applied Mathematics*, **69**(1–2), págs. 1–17, 1996.
- [71] NACHTIGALL, K. y VOGET, S., «A genetic algorithm approach to periodic railway synchronization», *Computers and amp. Operations Research*, **23**(5), págs. 453–463, 1996.
- [72] NASSERI, S. y BEHMANESH, E., «Linear programming with triangular fuzzy numbers - A case study in a finance and credit institute», *Fuzzy Information and Engineering*, **5**(3), págs. 295–315, 2013.

- [73] NIKOLAOS, V. S., «Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities», *Computers & Chemical Engineering*, **28**(6–7), págs. 971–983, 2004.
- [74] ODIJK, M. A., «A constraint generation algorithm for the construction of periodic railway timetables», *Transportation Research Part B: Methodological*, **30**(6), págs. 455–464, 1996.
- [75] OSMAN, I. y LAPORTE, G., «Metaheuristics: A bibliography», *Annals of Operations Research*, **63**, págs. 513–623, 1996.
- [76] PEREZ, F., GOMEZ, T., y CABALLERO, R., «Un modelo difuso para la selección de carteras de proyectos con incertidumbre en los costes», *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA*, **13**, págs. 129–143, 2012.
- [77] PEREZ, F. y GOMEZ, T., «Multiobjective project portfolio selection with fuzzy constraints», *Annals of Operation Research*, **245**(1), págs. 7–29, 2016.
- [78] PÉREZ, P., GARCÍA, E. y JUNCO, M. D. L. A., «Finding in Multimodal Networks without Timetables», en *Vehicular 2014 : The Third International Conference on Advances in Vehicular Systems, Technologies and Applications*, págs. 29–32, June 2014.
- [79] PRADO LLANES, L. M., *Clasificación multicriterio aplicada a la caracterización de la maduración ósea en niños y adolescentes con oclusión normal y edades entre 9 y 16 años*, Tesis de Maestra, Universidad Autónoma de Nuevo León, Febrero 2009.
- [80] QI, J., YANG, L., GAO, Y. y LI, S., «Robust train timetabling problem with optimized train stop plan», en *12th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, págs. 936–940, 2015.

- [81] RASMUSSEN, T. K., ANDERSON, M. K., NIELSEN, O. A. y PRATO, C. G., «Timetable-based simulation method for choice set generation in large-scale public transport networks», *EJTIR*, **16**(3), págs. 467–489, 2016.
- [82] RIEDEWALD, F., *Comparison of deterministic, stochastic and fuzzy logic uncertainty modelling for capacity extension projects of DI/WFI pharmaceutical plant utilities with variable/dynamic demand.*, Tesis Doctoral, University College Cork., 2011.
- [83] ROY, B., *Multicriteria methodology for decision aiding*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1996.
- [84] SCHOBEL, A. y SCHOLL, S., «Line Planning with Minimal Traveling Time», 5th Workshop on Algorithmic Methods and Models for Optimization of Railways, 2005.
- [85] SPARING, D. y GOVERDE, R. M., «Identifying effective guaranteed connections in a multimodal public transport network», *Public Transp*, **5**, págs. 79–94, 2013.
- [86] STEUER, R., *Multiple criteria optimization: Theory, computation and application*, John Wiley, USA, 1986.
- [87] SUMALEE, A., UCHIDA, K. y LAM, W., «Stochastic multi-modal transport network under demand uncertainties and adverse weather condition», *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **19**(2), págs. 338–350, 2011.
- [88] SZETO, W. y JIANG, Y., «Transit route and frequency design: Bi-level modeling and hybrid artificial bee colony algorithm approach», *Transportation Research Part B: Methodological*, **67**, págs. 235–263, 2014.
- [89] SZETO, W. y WU, Y., «A simultaneous bus route design and frequency setting problem for Tin Shui Wai, Hong Kong», *European Journal of Operational Research*, **209**(2), págs. 141–155, 2011.

- [90] TEODOROVIC, D. y LUCIC, P., «Schedule synchronization in public transit using the Fuzzy Ant System», *Transportation Planning and Technology*, **28**(1), págs. 47–76, 2005.
- [91] TILAHUN, S. y ONG, H. C., «Bus timetabling as a fuzzy multiobjective optimization problem using preference based genetic algorithm», *Promet - Traffic & Transportation*, **24**(3), págs. 183–191, 2012.
- [92] TIRACHINI, A., HENSHER, D. A. y ROSE, J. M., «Crowding in public transport systems: Effects on users, operation and implications for the estimation of demand», *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, **53**, págs. 36–52, 2013.
- [93] TIRACHINI, A., HENSHER, D. A. y ROSE, J. M., «Multimodal pricing and optimal design of urban public transport: The interplay between traffic congestion and bus crowding», *Transportation Research Part B: Methodological*, **61**, págs. 33–54, 2014.
- [94] VÉLEZ, M. C. y MONTOYA, J. A., «Metaheurísticos: Una alternativa para la solución de problemas combinatorios en administración de operaciones», *Revista de Escuela de Ingeniería de Antioquía*, **8**, págs. 99–115, 1997.
- [95] VERBAS, Í. Ö., FREI, C., MAHMASSANI, H. S. y CHAN, R., «Stretching resources: sensitivity of optimal bus frequency allocation to stop-level demand elasticities», *Public Transport*, **7**(1), págs. 1–20, 2015.
- [96] VERBAS, Í. Ö. y MAHMASSANI, H. S., «Exploring trade-offs in frequency allocation in a transit network using bus route patterns: Methodology and application to large-scale urban systems», *Transportation Research Part B: Methodological*, **81**, págs. 577–595, 2015.
- [97] VIANA, A. y SOUSADE, J. P., «Using metaheuristics in multiobjective resource constrained project scheduling», *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, **120**, págs. 359–374, 2000.

- [98] WANG, L., QIN, Y., XU, J. y JIA, L., «A Fuzzy Optimization Model for High-Speed Railway Timetable Rescheduling», *Discrete Dynamics in Nature and Society*, págs. 1–22, 2012.
- [99] WANG, Y., ZHU, X. y BINGWU, L., «Integrated multimodal metropolitan transportation model», *Procedia Social and Behavioral Sciences*, **96**, págs. 2138–2146, 2013.
- [100] WEI, F., *Optimal transit route network design problems: Algorithms, implementations and numerical results*, Tesis Doctoral, University of Texas at Austin, 2004.
- [101] WEIHUA, Z. y REIMANN, M., «A simple augmented e-constraint method for multi-objective mathematical integer programming problems», *European Journal of Operations Research*, **234**, págs. 15–24, 2014.
- [102] WOLSEY, L. A., *Integer programming*, John Wiley & Sons, USA, 1998.
- [103] WU, J., LIU, M., SUN, H., LI, T., GAO, Z. y WANG, D., «Equity-based timetable synchronization optimization in urban subway network», *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **51**, págs. 1–18, 2015.
- [104] WU, Y., TANG, J., YU, Y. y PAN, Z., «A stochastic optimization model for transit network timetable design to mitigate the randomness of traveling time by adding slack time», *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **52**, págs. 15–31, 2015.
- [105] XIAO, F., WILLIAM, H. K. L. y CHEN, B. Y., «A reliability-based traffic assignment model for multi-modal transport network under demand uncertainty», *Journal of advanced transportation*, **48**, págs. 66–85, 2014.
- [106] YAN, S., CHIN-JEN, C. y CHING-HUI, T., «Inter-city bus routing and timetable setting under stochastic demands», *Transportation research part A*, **40**(1), págs. 572–586, 2006.

- [107] YANG, L., LI, K. y GAO, Z., «Train Timetable Problem on a Single-line Railway with Fuzzy Passenger Demand», *Trans. Fuz Sys.*, **17**(3), págs. 617–629, 2009.
- [108] YANG, X.-S., *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*, Luniver Press, 2010.
- [109] YANN, C. y SIARRY, P., *Multiobjective optimization: Principles and case of Studies*, primera edición, Springer, 2003.
- [110] YAO, B., HU, P., LU, X., GAO, J. y ZHANG, M., «Transit network design based on travel time reliability», *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **43**(3), págs. 233–248, 2014.
- [111] YING-HUI, W. y JIA-FU, T., «Optimizing timetable synchronization for regional public transit with minimum transfer waiting times», en *Control and Decision Conference (CCDC), 2012 24th Chinese*, págs. 3782–3786, May 2012.
- [112] YINGHUI, W., JIAFU, T., YANG, Y. y ZHENDONG, P., «A stochastic optimization model for transit network timetable design to mitigate the randomness of traveling time by adding slack time», *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **52**, págs. 15–31, 2015.
- [113] ZHANG, Y. y GE, H., «Freeway Travel Time Prediction Using TakagiSugenoKang Fuzzy Neural Network», *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **28**(8), págs. 594–603, 2013.
- [114] ZHAO, F. y ZENG, X., «Optimization of transit route network, vehicle headways and timetables for large-scale transit networks», *European Journal of Operational Research*, **186**(2), págs. 841–855, 2008.
- [115] ZHI-CHUN, L., WILLIAM, H. K. L., WONG, S. C. y SUMALEE, A., «An activity-based approach for scheduling multimodal transit services», *Transportation*, **37**, págs. 751–774, 2010.

- 
- [116] ZHU, Y.-T., MAO, B.-H., LIU, L. y LI, M.-G., «Timetable Design for Urban Rail Line with Capacity Constraints», *Discrete Dynamics in Nature and Society*, **2015**, 2015.

# FICHA AUTOBIOGRÁFICA

---

Paulina Alejandra Ávila Torres

Candidato para el grado de Doctor en Ingeniería  
con especialidad en Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

PLANIFICACIÓN MULTIPERIODO DE LAS  
FRECUENCIAS DE PASO Y LAS TABLAS DE  
TIEMPO CON INCERTIDUMBRE EN LA DEMANDA  
Y TIEMPO DE VIAJE

Soy ingeniera en sistemas computacionales, egresada del Instituto Tecnológico de Nuevo Laredo en el año 2006. En el 2009 participé del verano de investigación científica de la FIME en la Universidad Autónoma de Nuevo León, trabajando en un proyecto de clasificación de inventarios con el Dr. Fernando López Irarragorri. Posteriormente, en el semestre agosto-diciembre 2009 me integré a su grupo de trabajo como asistente de investigación, en ese tiempo participé en dos proyectos: Clasificación ABC multicriterio de inventarios y Desarrollo de un DSS para apoyar la toma de decisiones en la planificación de una empresa de transporte urbano. En enero de 2010 ingresé a la maestría en ciencias en ingeniería de sistemas, en 2011 participé

---

de una estancia académica en la Universidad de Málaga bajo la supervisión del Dr. Rafael Caballero, concluí mis estudios en junio de 2012 y en agosto de ese mismo año ingresé al doctorado en ciencias en ingeniería de sistemas, en 2013 realicé una estancia académica en la Universidad de Málaga, además fui acreedora al premio de la Fundación Sofía Kovalevskaja y obtuve uno de los cinco premios en Eureka. En 2014, realicé nuevamente una estancia académica en la Universidad de Málaga. He participado en la escuela de invierno de programación estocástica (2013), ese mismo año presenté parte de mi trabajo en el ISORAP. Posteriormente en 2014 participé en la escuela de verano de programación entera y optimización combinatoria. En de Noviembre de 2015 a Junio de 2016 fui alumna del programa de Doctorado en Economía y Empresa de la Universidad de Málaga como parte del plan de cotutela.