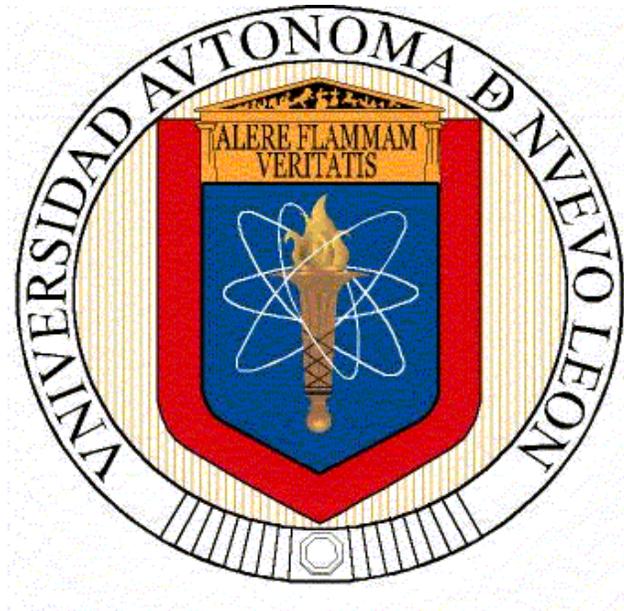


**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



**PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN
EN UNA EMPRESA AUTOMOTRIZ**

**POR
MYRIAM DEL CARMEN HERRERA BALDERAS**

**COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

JUNIO 2016

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN
EN UNA EMPRESA AUTOMOTRIZ

POR

MYRIAM DEL CARMEN HERRERA BALDERAS

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRIA EN CIENCIAS

EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

JUNIO 2016

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Programación de una línea de producción en una empresa automotriz», realizada por el alumno Myriam Del Carmen Herrera Balderas, con número de matrícula 1385848, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis

Dra. Iris Abril Martínez Salazar

Asesor

Dra. Ada Álvarez Socarrás

Revisor

XXXX

Revisor

Vo. Bo.

Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirector de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, junio 2016

A mis padres

Autor

ÍNDICE GENERAL

| | |
|---|------------|
| RESUMEN | xii |
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Descripción del Problema | 1 |
| 1.2. Justificación | 2 |
| 1.3. Hipótesis | 3 |
| 1.4. Objetivos | 3 |
| 1.5. Resumen del Contenido | 3 |
| 2. Marco Teórico | 5 |
| 2.1. Introducción | 5 |
| 2.2. Definiciones | 6 |
| 2.2.1. Notación | 7 |
| 2.2.2. Ambientes de máquina | 8 |
| 2.3. Caso de estudio | 12 |
| 2.4. Problema del Flow Shop Híbrido | 12 |
| 2.4.1. Definición | 12 |

| | |
|--|-----------|
| 2.4.2. Características | 13 |
| 2.4.3. Clasificación | 14 |
| 2.4.4. Complejidad y Métodos de solución | 14 |
| 2.5. El problema del Flow Shop Híbrido en la industria | 17 |
| 3. Planteamiento del Problema | 20 |
| 3.1. Descripción de la línea de Producción | 20 |
| 3.2. Descripción del Problema | 21 |
| 3.2.1. Supuestos | 22 |
| 3.2.2. Notación | 23 |
| 3.3. Formulación Matemática | 24 |
| 3.3.1. Variables del Problema | 24 |
| 3.3.2. Función Objetivo | 25 |
| 3.3.3. Restricciones | 25 |
| 4. Procedimiento Metaheurístico | 31 |
| 4.1. Introducción a las metaheurísticas | 31 |
| 4.2. Procedimientos de Búsqueda Ávidos, Aleatorizados y Adaptativos (GRASP) | 32 |
| 4.3. Metodología Propuesta | 33 |
| 4.3.1. Parámetros Iniciales | 33 |
| 4.3.2. Metaheurística GRASP | 33 |
| 4.3.3. Método Constructivo | 34 |

| | |
|--|-----------|
| 4.3.4. Método de Mejora | 36 |
| 5. Experimentación Computacional | 39 |
| 5.1. Equipo Computacional | 39 |
| 5.2. Generación de Instancias | 39 |
| 5.3. Experimentación de la Formulación Matemática | 40 |
| 5.4. Experimentación del Procedimiento Metaheurístico | 44 |
| 5.4.1. Ajuste de Parámetros | 44 |
| 5.4.2. Comparación contra las Soluciones obtenidas por la Formulación Matemática | 45 |
| 6. Conclusiones y Trabajo a Futuro | 48 |
| 6.1. Conclusiones | 48 |
| 6.2. Trabajo a Futuro | 49 |
| A. Apéndice A | 50 |
| A.1. Resultados de la Formulación Matemática | 50 |
| B. Apéndice B | 63 |
| B.1. Resultados del Procedimiento Metaheurístico en Comparación con la Solución de la Formulación Matemática | 63 |
| C. APÉNDICE C | 76 |
| C.1. Gráficas de los Resultados del Procedimiento Metaheurístico en Comparación con la Solución de la Formulación Matemática | 76 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| 3.1. Línea de producción con estructura de FSH | 21 |
| 3.2. Posición de los productos en la programación | 22 |
| 3.3. Cálculo de los tiempos de terminación 2 | 27 |
| 3.4. Cálculo de los tiempos de terminación 3 | 28 |
| 4.1. Destrucción parcial de la solución | 37 |
| C.1. Modelo vs. GRASP, $m = 5$; $m_{FA} = 2$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 77 |
| C.2. Modelo vs. GRASP, $m = 10$; $m_{FA} = 4$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 77 |
| C.3. Modelo vs. GRASP, $m = 10$; $m_{FA} = 5$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 78 |
| C.4. Modelo vs. GRASP, $m = 10$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 78 |
| C.5. Modelo vs. GRASP, $m = 10$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 79 |
| C.6. Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 79 |
| C.7. Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 80 |
| C.8. Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 8$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 80 |
| C.9. Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 9$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 81 |
| C.10. Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 10$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 81 |

| | |
|---|----|
| C.11. Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 11$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 82 |
| C.12. Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 12$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 82 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|---|----|
| 2.1. Notación para ambientes de máquina (α) | 9 |
| 2.2. Notación para características de procesamiento/restricciones (β) . . . | 10 |
| 2.3. Notación para las funciones objetivo (γ) | 11 |
| 5.1. Porcentaje de instancias pequeñas resueltas a optimalidad | 41 |
| 5.2. Porcentaje de instancias medianas resueltas a optimalidad | 41 |
| 5.3. Porcentaje de instancias grandes resueltas a optimalidad | 42 |
| 5.4. Tiempos de ejecución del modelo | 43 |
| 5.5. Resultados del diseño de experimentos | 44 |
| 5.6. Experimentación del GRASP en instancias pequeñas. | 46 |
| 5.7. Experimentación del GRASP en instancias medianas. | 46 |
| 5.8. Experimentación del GRASP en instancias grandes. | 47 |
| A.1. Instancias de $m = 5$; $m_{FA} = 2$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 51 |
| A.2. Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 4$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 52 |
| A.3. Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 5$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 53 |
| A.4. Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 54 |

| | |
|---|----|
| A.5. Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 55 |
| A.6. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 56 |
| A.7. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 57 |
| A.8. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 8$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 58 |
| A.9. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 9$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 59 |
| A.10. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 10$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 60 |
| A.11. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 11$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 61 |
| A.12. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 12$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 62 |
| | |
| B.1. Instancias de $m = 5$; $m_{FA} = 2$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 64 |
| B.2. Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 4$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 65 |
| B.3. Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 5$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 66 |
| B.4. Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 67 |
| B.5. Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 68 |
| B.6. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 69 |
| B.7. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 70 |
| B.8. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 8$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 71 |
| B.9. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 9$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 72 |
| B.10. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 10$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 73 |
| B.11. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 11$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 74 |
| B.12. Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 12$; $p = 5, 10, 15$ y 20 | 75 |

RESUMEN

Myriam Del Carmen Herrera Balderas.

Candidato para el grado de Maestría en Ciencias en
Ingeniería de Sistemas.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio:

PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN EN UNA EMPRESA AUTOMOTRIZ

Número de páginas: 90.

OBJETIVOS: Esta investigación tiene como propósito principal la introducción de un problema de programación de la producción que surge en una compañía productora de piezas automotrices. Se presenta una formulación matemática capaz de brindar una representación del problema planteado y debido a las necesidades del sector industrial involucrado, se propone un procedimiento metaheurístico que brinde buenas soluciones al problema planteado en un menor tiempo.

En ambas metodologías se tiene como objetivo el minimizar el tiempo total de terminación de los productos, tomando en consideración los tiempos de procesamiento y preparación de cada uno de ellos.

METODOLOGÍA:

1. Llevar a cabo un análisis detallado de la línea de producción para entender la problemática que se presenta durante la programación de los productos.
2. Elaborar una revisión literaria que permita identificar aquellas contribuciones científicas que cuenten con las mismas características que esta investigación con la finalidad de analizar los métodos de solución empleados.
3. Formular un modelo matemático que represente el flujo del proceso de la línea de producción.
4. Diseño de un algoritmo metaheurístico que sea sencillo y a su vez, brinde buenas soluciones en un tiempo de cómputo razonable.
5. Realizar la experimentación necesaria con la finalidad de analizar los resultados obtenidos.
6. Analizar los resultados obtenidos mediante las metodologías planteadas y desarrollo de conclusiones.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: La principal contribución constituye en la solución a una problemática real que surge en una empresa automotriz en el estado de Nuevo León, México. El modelo matemático presentado, así como el algoritmo metaheurístico propuestos son una aportación a esta área de estudios debido a la complejidad y estructura del problema presentado. Además, actualmente en la literatura son muy escasos los trabajos que aplican las herramientas de Investigación de Operaciones en casos de estudios reales.

Firma del asesor: _____

Dra. Iris Abril Martínez Salazar

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Dentro del sector industrial, uno de los principales retos que se enfrentan día a día es la programación de la producción. En un gran número de compañías esta ardua labor se realiza de forma manual y en base a la experiencia de las personas que trabajan directamente en las líneas de producción, provocando que no sean considerados todos los factores que intervienen en ella teniendo como consecuencia ineficiencias en la producción y a su vez generando un impacto negativo en las organizaciones.

La presente investigación es motivada por una problemática que se presenta en una compañía productora de piezas automotrices en el estado de Nuevo León, México.

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Actualmente, la empresa desea mejorar la programación de una de sus líneas de producción en la cual se fabrica una familia de piezas automotrices en un conjunto de máquinas de distintos grados de automatización, tiempos de ciclo y capacidades. Las máquinas trabajan de manera simultánea para realizar cada producto, sin embargo, algunas de ellas no son capaces de producir ciertas piezas, es decir, existen restricciones de compatibilidad de producto-máquina.

La línea de producción cuenta con un conjunto de máquinas iniciales en paralelo

de donde parten todos los productos. Después de que los productos son procesados por las máquinas iniciales estos son asignados al resto de las máquinas, las cuales se encuentran en serie.

Lo anteriormente descrito permite clasificar a la estructura del problema como un caso especial de un Flow Shop Híbrido (FSH) o Sistema de Flujo Híbrido (SFH). Este tipo de producción se puede encontrar frecuentemente en los procesos industriales tales como los que se llevan a cabo en la industria química, metalúrgica, farmacéutica, petrolera, alimenticia y textil.

Por lo tanto, en base a la descripción anterior en esta investigación se aborda un problema Flow Shop Híbrido en el cual se busca minimizar el tiempo de terminación total de todos los productos. Elmaghraby and Karnoub (1997) define a un problema de Flow Shop Híbrido como una serie de etapas de producción cada una de las cuales tiene varias máquinas que operan en paralelo, algunas etapas pueden tener una sola máquina pero al menos una etapa debe tener varias de ellas, el flujo de los trabajos a través del sistema es unidireccional, así mismo, cada trabajo debe ser procesado por una máquina en cada etapa y además tienen que ir a través de una o más etapas.

1.2 JUSTIFICACIÓN

La programación de los productos y el control del flujo de trabajo a través de un ambiente de producción es esencial en los procesos industriales (Weiss, 1995). Una programación adecuada puede reducir significativamente los costos de producción y reducir los tiempos de producción permitiendo cumplir con los compromisos de entrega a tiempo (Delgado et al., 2005).

En base a lo anterior, resulta de vital importancia para cualquier organización dentro del rubro industrial el contar con una adecuada programación de la producción de sus recursos. Por ello, la presente investigación contribuye en proponer dos

metodologías de solución para atacar una problemática real.

1.3 HIPÓTESIS

La implementación de una formulación matemática permite representar la asignación y secuenciación de los productos dentro de la línea de producción brindando las soluciones óptimas para la problemática bajo estudio.

Así mismo, debido a la complejidad de los modelos matemáticos, la aplicación de una metodología basada en técnicas metaheurísticas permite obtener soluciones de calidad en tiempo computacional razonable.

1.4 OBJETIVOS

- Analizar con detalle la línea de producción que motiva el presente trabajo, la cual carece de una metodología de planeación de producción.
- Realizar una revisión de problemas similares al caso de estudio planteado e investigar las diferentes metodologías de solución documentadas en el estado del arte.
- Plantear la formulación matemática de problema estudiado.
- Diseñar y desarrollar un algoritmo de solución basado en estrategias metaheurísticas.
- Realizar experimentación computacional y análisis de resultados.

1.5 RESUMEN DEL CONTENIDO

El capítulo 1 presenta una breve introducción a la problemática planteada, definiendo los objetivos y metodología a seguir durante el desarrollo de la investigación.

El segundo capítulo explica las características del problema de secuenciación a tratar, se presenta la revisión literaria de aquellos trabajos que tienen similitud con el problema presentado en este trabajo.

En el capítulo 3 se realiza el planteamiento del problema bajo estudio, así mismo, se presenta su formulación matemática desde el enfoque de la investigación de operaciones. También se mencionan los supuestos que están relacionados con este problema.

En el capítulo 4 se describe el procedimiento metaheurístico desarrollado.

El capítulo 5 hace énfasis en los resultados obtenidos con ambas metodologías propuestas. Se presentan los resultados arrojados por el modelo matemático, un diseño de experimentos para el ajuste de parámetros del algoritmo metaheurístico propuesto, así como los resultados obtenidos por la metaheurística utilizando el conjunto de parámetros elegido.

Finalmente, en el capítulo 6 se muestran las conclusiones a las que se llegaron con esta investigación.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se abordan una breve introducción a la programación de tareas, así como las definiciones y nomenclatura necesarias para entender el caso de estudio. Después se introduce una revisión literaria de artículos científicos relacionados con la presente investigación.

2.1 INTRODUCCIÓN

El sector industrial es un elemento crucial para el desarrollo económico de un país debido al impacto que puede tener en los niveles de empleo, inversión y por ende en el crecimiento económico (Rojas and Ruiz, 2001). Día a día las empresas y compañías compiten entre sí para brindar los mejores servicios y continuar activas en el mercado, sin embargo, esta no es una labor fácil debido al gran número de retos con los que se enfrentan y a la gran cantidad de decisiones involucradas.

La programación de tareas es uno de los problemas más usuales e importantes dentro de la industria, esta se puede definir como la asignación eficiente de recursos en un período de tiempo. Estos recursos pueden ser dinero, trabajos, productos, máquinas, tareas, entre otros. Parker (1996) menciona que en el área de la programación de tareas se pueden incluir problemáticas que surgen en sectores de producción, transporte y logística, así como los no tan evidentes en campos como la comunicación, gestión empresarial y los deportes. Por otra parte, muchas de estos enfoques y específicamente las problemáticas que se mencionan son significativos en un sentido

práctico. Es decir, soluciones eficaces de programación de tareas pueden producir grandes beneficios económicos, disminución de los tiempos de procesamiento y cumplimiento de las fechas de entrega.

2.2 DEFINICIONES

La definición de programación ha sido tratada por múltiples investigadores. Baker (1974) la define como la actividad de distribuir los recursos a lo largo del tiempo, para realizar un conjunto de tareas. Por otro lado, Morton (1993) la describe como el proceso de organizar, elegir y sincronizar los recursos, para llevar a cabo todas las actividades necesarias con el objetivo de generar los productos deseados, en el tiempo deseado, mientras se satisface cierto número de restricciones de relación entre las actividades, tiempos y recursos.

Un año después de la contribución de Morton, Gershwin (1994) se refirió al problema de programación como la asignación de recursos limitados a ciertas tareas u operaciones a través de un determinado período de tiempo. Años más tarde, Alharkan (1997) lo definió como la actividad de determinar cuándo una operación va a comenzar y finalizar, además de asignar recursos en el tiempo para llevar a cabo un conjunto de tareas.

Cuando se habla de *programación* vale la pena hacer una distinción entre este término y *secuenciación*, ya que ambos están asociados. Programación se define como la asignación a cada operación de cada trabajo un tiempo de inicio y un tiempo de finalización en una escala del tiempo de máquina dentro de las relaciones de precedencia. Por otro lado, la secuenciación significa que por cada máquina en el sistema, hay que establecer el orden en que los trabajos deben esperar en la fila frente a esa máquina en particular en que tienen que ser procesados (Alharkan, 1997).

Los problemas de secuenciación y programación ocurren en diferentes industrias y diferentes circunstancias, como lo son:

- Procesamiento de productos en plantas de manufactura.
- Aeronaves esperando aterrizar en un aeropuerto.
- Ejecución de programas en centros computacionales.
- Programación de clases en una escuela.
- Pacientes esperando consulta en la sala de espera de un hospital.
- Barcos anclando en un puerto.
- Los quehaceres del hogar durante un día cualquiera.

Basado en lo anterior, para el caso de estudio presentado en este trabajo hacemos referencia únicamente al término *programación*. Esto debido a que consideramos que la *secuenciación* es parte de la misma, es decir, se realiza la asignación de productos mediante la definición de los tiempos de inicio y terminación de cada uno de ellos, así como el orden en que serán procesados por la máquina correspondiente.

2.2.1 NOTACIÓN

En todos los problemas de programación se asume que el número de trabajos (o tareas) y máquinas son finitos. El número de trabajos está denotado por n y el número de máquinas por m . Usualmente, el subíndice j se refiere a un trabajo o tarea, mientras el subíndice i hace referencia a una máquina. Si el trabajo requiere un número de operaciones, entonces el par (i, j) indica la operación de un trabajo en una máquina. La siguiente información está asociada con los trabajos j (Pinedo, 2012).

Tiempo de procesamiento (p_{ij}). El p_{ij} representa el tiempo de procesamiento del trabajo j en la máquina i . El subíndice i es omitido si el tiempo de procesamiento del trabajo j no depende de la máquina o si el trabajo j no es sólo procesado en la máquina dada.

Fecha de liberación (r_j). Es el tiempo en que el trabajo j arriba al sistema, por ejemplo, el primer momento en el cual el trabajo j puede comenzar su procesamiento..

Fecha de entrega (d_j). La fecha de entrega d_j del trabajo j representa la fecha de envío prometida al cliente. Se permite la terminación de un trabajo después de su fecha límite, pero en este caso se aplica una penalización.

Peso (w_j). El peso w_j de un trabajo j es básicamente un factor de prioridad que denota la importancia del trabajo j sobre el resto en el sistema. Por ejemplo, ese peso puede representar el costo actual de mantener dicho trabajo en el sistema o costo de inventario. También puede referirse a la cantidad de valor agregado del trabajo.

Alharkan (1997) dice que un problema de programación es comunmente descrito por una tripleta:

$$\alpha \mid \beta \mid \gamma$$

α : describe el ambiente de máquina o de programación.

β : se utiliza para explicar las características de procesamiento y restricciones.

γ : contiene información de la función objetivo a alcanzar.

Las tablas 2.1, 2.2 y 2.3 proporcionan más información sobre las tres notaciones mencionadas anteriormente.

2.2.2 AMBIENTES DE MÁQUINA

En la subsección anterior se nombró la nomenclatura que usualmente se utiliza en los problemas de programación, a continuación se explican algunas de ellas.

De acuerdo con Conway et al. (1967) los ambientes de programación son clasificados según los cuatro tipos de información:

Tabla 2.1: Notación para ambientes de máquina (α)

| Ambientes | Símbolo/Notación | Descripción |
|-----------------------------------|------------------|--|
| Solo una máquina | l | Una máquina |
| Máquinas idénticas en paralelo | P_m | P : máquinas en paralelo m : número de máquinas |
| Flow Shop | F_m | F : Flow Shop m : número de máquinas |
| Job Shop | J_m | J : Job Shop m : número de máquinas |

- Los trabajos y las operaciones para ser procesados.
- El número y tipo de máquinas.
- Las disciplinas que restringen la forma en que la asignación puede ser realizada.
- Los criterios que evalúan a la programación.

Dentro de ellos se encuentran:

Sistema de una sola máquina (l). El caso de una sola máquina es el más simple de todos los ambientes posibles. Se tiene una máquina y n trabajos a procesar.

Máquinas idénticas en paralelo (P_m). Existen m máquinas idénticas en paralelo. Un trabajo j requiere una operación y puede ser procesado en alguna de las m máquinas o en cualquiera que pertenezca a ese conjunto.

Máquinas no relacionadas en paralelo (R_m). Existen m máquinas diferentes en paralelo. Una máquina i puede procesar un trabajo j con una velocidad v_{ij} . El tiempo p_{ij} que el trabajo pasa en la máquina i es igual a p_j/v_{ij} .

Flow Shop (F_m). Se tienen m máquinas en serie. Cada trabajo tiene que ser procesado en cada una de las m máquinas. Todos los trabajos tienen que seguir la misma ruta, por ejemplo, primero tienen que ser procesados en la máquina 1, después

Tabla 2.2: Notación para características de procesamiento/restricciones (β)

| Termino | Símbolo/Notación | Descripción |
|------------------------------|------------------|--|
| Fecha de liberación | r_j | Un trabajo no puede comenzar su procesamiento en un máquina antes de su valor r_j |
| Preferencia | $Prmp$ | Un trabajo puede interrumpirse durante su procesamiento debido a la llegada de otro trabajo con mayor prioridad. |
| Restricciones de precedencia | $Prec$ | Cuando un trabajo depende de la terminación de otro. |
| Paros de línea (break-downs) | $Brkdwn$ | Implica que las máquinas no están continuamente disponibles para procesamiento. |
| Recirculación | $Recrc$ | Cuando un trabajo visita una máquina más de una vez. |
| Permutación | $Prmu$ | El orden de procesamiento de todos los trabajos en una máquina se mantiene en todo el sistema. |

Tabla 2.3: Notación para las funciones objetivo (γ)

| Ambientes | Símbolo/Notación |
|---------------------------------------|------------------|
| Makespan | C_{max} |
| Tardanza máxima | L_{max} |
| Tiempo total de terminación ponderado | $\sum w_j C_j$ |
| Tardanza total ponderada | $\sum w_j T_j$ |
| Tiempo total de terminación | $\sum C_j$ |

en la segunda y así sucesivamente. Al terminar su procesamiento en una máquina, el trabajo se une a una fila de espera en la siguiente máquina. Normalmente se asume que la fila opera bajo la disciplina FIFO (*First In First Out*), esto quiere decir que un trabajo no puede pasar a otro mientras espera.

Flow Shop Híbrido (FF_c). El flow shop híbrido es una generalización de los ambientes flow shop y máquinas en paralelo. En lugar de m máquinas en serie, ahora se tienen c etapas en serie cada una con un número de máquinas idénticas en paralelo. Cada trabajo debe ser procesado primero en la etapa 1, después en la 2 y así sucesivamente. Una etapa funciona como un conjunto de máquinas en paralelo, en cada una de ellas el trabajo j requiere ser procesado sólo en una máquina. Las filas entre varias etapas pueden o no operar de acuerdo a la regla FCFS (First Come First Served). Al flow shop híbrido también se le conoce como flow shop flexible.

Job Shop (J_m). En un job shop con m máquinas cada trabajo tiene su propia ruta predeterminada a seguir. Se presentan normalmente dos casos, en el primero cada trabajo puede visitar a lo máximo una vez cada máquina y en el segundo, los trabajos visitan más de una vez a cada una de ellas.

Job Shop Híbrido (FJ_c). Un job shop híbrido es una generalización del job shop y el ambiente de máquinas en paralelo. En lugar de m máquinas en serie hay c centros de trabajo y cada uno de ellos cuenta con un número de máquinas idénticas en paralelo. Cada trabajo tiene su propia ruta a seguir en el sistema; el trabajo j

requiere ser procesado por sólo una máquina en cada centro de trabajo.

2.3 CASO DE ESTUDIO

En base a lo descrito en la sección 1.1 y en las secciones anteriores de este capítulo, la estructura que presenta el caso a tratar en esta investigación es la de un flow shop híbrido.

El ambiente de máquina (α) lo conforman un número determinado de etapas en serie. La etapa inicial está compuesta por un conjunto de máquinas en paralelo, las cuales constituyen el punto de inicio del procesamiento de cada uno de los productos, cabe resaltar que los productos sólo pueden ser procesados en una máquina de esta etapa. Después, los productos pasan al resto de las etapas que están conformadas por solo una máquina.

Las restricciones (β) son principalmente la compatibilidad producto máquina, es decir, todos los productos pueden ser procesados por una o más máquinas de la etapa inicial. Al continuar el flujo en el sistema, los productos pueden ser procesados en una o más etapas hasta concluir en la etapa inicial. También se considera la ruta que sigue cada producto, esto permite identificar entre cuales máquinas de las etapas puede o no pasar el producto.

Por último, la función objetivo (γ) a tratar es la minimización del tiempo total de terminación de cada producto en el sistema (línea de producción).

2.4 PROBLEMA DEL FLOW SHOP HÍBRIDO

2.4.1 DEFINICIÓN

Uno de los pioneros en los trabajos de investigación relacionados con el problema del flow shop híbrido fue Salvador (1973). En su artículo considera un caso

general de flow shop en el cual los trabajos se trasladan a través de varias etapas, cada una está compuesta de uno o más procesadores idénticos. Los trabajos son procesados en uno de los procesadores en cada estado en orden ascendente del número de etapas.

A partir de la contribución de Salvador (1973) muchos investigadores han dedicado grandes esfuerzos al estudio de este problema. Además, esto también se debe al sin número de aplicaciones que tiene en la vida real.

El problema de programación del flow shop híbrido es una generalización de dos tipos de problemas particulares de programación: en máquinas en paralelo y en un flow shop. En el primero, la clave es la asignación de los trabajos a las máquinas; mientras que en el segundo, lo importante es la secuencia de los trabajos a través del sistema. Por lo tanto, una vez definidas las características del FSH la decisión principal es asignar y programar los trabajos a las máquinas en cada etapa, es decir, determinar el orden en el cual los trabajos tienen que ser procesados en diferentes máquinas de cada etapa de acuerdo a uno o más criterios dados Ribas et al. (2010).

2.4.2 CARACTERÍSTICAS

Dentro de los problemas del flow shop híbrido existe una serie de variantes de las cuales la mayoría tiene las siguientes características (Ruiz and Vázquez-Rodríguez, 2010):

- El número de etapas de procesamiento m es al menos 2.
- Cada etapa k tiene $M^{(k)} \geq 1$ máquinas en paralelo y en al menos una de las etapas $M^{(k)} > 1$.
- Todos los trabajos son procesados en el mismo flujo de producción: etapa 1, etapa 2, ... , etapa k . Un trabajo puede omitir algunas de las etapas, siempre que sea procesado en al menos una de ellas.
- Cada trabajo j requiere un tiempo de procesamiento p_{jk} en la etapa k .

2.4.3 CLASIFICACIÓN

Ribas et al. (2010) presentan una clasificación de acuerdo a las características de las máquinas, las restricciones de los trabajos y los criterios de optimización de los problemas de flow shop híbrido basados en su sistema de producción.

Dentro del ambiente máquina (α) se encuentran las máquinas paralelas idénticas, uniformes y no relacionadas. En las primeras, todas las máquinas de cada etapa se consideran idénticas, por lo tanto, el tiempo de procesamiento de un trabajo en cada etapa no depende de la máquina específica en que fue asignado. Para las segundas cada máquina tiene asociada una velocidad v_{ij} , es decir, cuando una operación que es procesada por una máquina requiere p_j/v_{ij} unidades de tiempo para ser terminada. En las terceras, el tiempo de procesamiento de un trabajo en una etapa depende de la máquina específica en que es procesado dentro de esa etapa.

Las principales restricciones (β) relacionadas a los trabajos son el tiempo de preparación de la máquina, el tiempo de transportación, la prioridad de los trabajos y la omisión de alguna etapa durante el procesamiento de un trabajo.

Finalmente, entre los criterios de optimización más usuales están el tiempo máximo de terminación, la tardanza máxima, la latencia máxima, el tiempo de terminación de los trabajos, la suma ponderada de los tiempos de terminación de los trabajos, la tardanza total de los trabajos y la tardanza ponderada total de los trabajos.

2.4.4 COMPLEJIDAD Y MÉTODOS DE SOLUCIÓN

El problema FSH es clasificado como NP-hard (Garey et al., 1976), (King, 1979), (Cho and Sahni, 1981), (Hoogeveen et al., 1996), (Dror and Mullaseril, 1996), (Linn and Zhang, 1999) y debido a esto, la comunidad científica ha propuesto una gran cantidad de métodos de solución empleando algoritmos heurísticos y metaheurísticos, abordando diferentes criterios de optimización.

MINIMIZACIÓN DEL MAKESPAN

Entre la gran cantidad de artículos que se encuentran en la literatura uno de los criterios de optimización más estudiados para el problema de flow shop híbrido es la minimización del makespan en diferentes ambientes de máquina. Pinedo (2012) define al makespan como el $\max(C_1, \dots, C_n)$, el cual es equivalente al tiempo total de terminación del último trabajo en el sistema. Un ejemplo es Sawik (1995), él propone un método heurístico RITM-NS (Route Idle Time Minimization - No Store) para programar una línea de flujo flexible sin buffers intermedios, este algoritmo se realiza parte por parte y en cada una de ellas se determina la secuencia de carga y la programación.

Posteriormente, para los problemas de flow shop híbrido con dos etapas, Guinet et al. (1996) presenta un algoritmo en dos partes, en la primera se realiza una descomposición del problema creando una lista ordenada de los trabajos con mayor prioridad y la segunda consiste en la asignación de los trabajos en las máquinas disponibles en cada etapa del flow shop híbrido. Oğuz and Ercan (1997) proponen un algoritmo en tres pasos, en el primero se realiza la secuenciación de los trabajos, después en el paso 2 se lleva a cabo la programación de los trabajos en la etapa 1, por último en el paso 3 se programan los trabajos de la etapa 5. Gupta et al. (1997) desarrollaron un algoritmo constructivo mediante un procedimiento de combinación en base a la regla de Johnson y otro de mejora basado en la exploración de los vecindarios. En ese mismo año Haouari and M'Hallah (1997) implementaron un recocido simulado y una búsqueda tabu. Tiempo después Kouvelis and Vairaktarakis (1998) plantearon un algoritmo utilizando las reglas First Available Machine (FAM) y Last Busy Machine (LBM). Más recientemente Oğuz et al. (2003) proponen un heurístico constructivo fundamentado en dos estructuras, la primera de ellas consiste en encontrar una secuencia para los trabajos y en la segunda dada la secuencia, trata de encontrar la programación de los trabajos en base a diferentes reglas de secuenciación.

Entre las contribuciones científicas que se enfocaron en el problema del flow shop híbrido con tres etapas se pueden mencionar a Soewandi and Elmaghraby (2001) quienes presentan un algoritmo de partición del sistema basado en las reglas de Johnson, First Available Machine (FAM) y Last Busy Machine (LBM). Babayan and He (2004) plantean un enfoque basado en agentes y teoría de juegos. Ying and Lin (2006) desarrollaron un algoritmo de colonia de hormigas utilizando como criterio de paro el número de iteraciones.

Otras investigaciones como las de Kurz and Askin (2003) y Logendran et al. (2006) estudian el problema del FSH con tiempos de preparación dependientes de la secuencia. En la primera investigación se exploran tres clases algoritmos: heurísticas cíclicas, heurísticas de inserción basadas en el problema del agente viajero y heurísticas basadas en la regla de Johnson. En la segunda se consideran tres algoritmos basados en búsqueda tabú, la diferencia entre ellos radica en la solución inicial de cada uno, ya que la secuencia de los trabajos se determina basándose en el tiempo acumulado de funcionamiento más largo.

Dentro de la literatura también se han encontrado diversos artículos dedicados al estudio de métodos de solución para un problema de FSH considerando un ambiente de máquina general, entre ellos están Oğuz et al. (2004), Wardono and Fathi (2004) y Hurink et al. (1994) quienes proponen una búsqueda tabú; Serifoğlu and Ulusoy (2004) desarrollaron un algoritmo genético, Akrami et al. (2006) implementaron un algoritmo genético y una búsqueda tabú; Jin et al. (2006) presentan dos metaheurísticas, un recocido simulado y una búsqueda profunda variable; por último, Ying (2009) propone un algoritmo voraz.

MINIMIZACIÓN DEL TIEMPO TOTAL DE TERMINACIÓN DE LOS TRABAJOS Y OTROS CRITERIOS DE OPTIMIZACIÓN

Además del makespan, muchos investigadores han dedicado grandes esfuerzos en solucionar diversos problemas de flow shop híbrido donde se presentan diferentes

criterios de optimización, así como ambientes de máquina.

Entre los artículos que estudian el problema del flow shop híbrido con restricciones de precedencia y lapsos de tiempo se cita a Botta-Genoulaz (2000). En esta investigación se presenta la adaptación de seis heurísticas basadas en los trabajos Nawaz et al. (1983) y de Campbell et al. (1970) con el objetivo de minimizar la máxima latencia.

Para años posteriores Kyparisis and Koulamas (2001) proponen para un caso general del FSH, la minimización del tiempo total de terminación ponderado aplicando una adaptación de la heurística de tiempo de procesamiento ponderado más corto. Gupta et al. (2002) estudian el problema del flow shop híbrido con tiempos de procesamiento controlables y asignación de fechas de terminación, para este caso de estudio los autores plantean dos algoritmos. El primero es un heurístico constructivo que realiza una secuencia parcial añadiendo o insertando trabajos, el segundo es un heurístico iterativo de mejora basado en una búsqueda local. Yang (2011) desarrolla un heurístico que ordena los trabajos en base a la regla STP, después determina una secuencia y programación para cada uno de ellos. Finalmente, Najafi et al. (2012) analizan un FSH enfocado a minimizar la tardanza total mediante un algoritmo inmunológico artificial basado en la simulación del sistema inmune fisiológico de organismos vivos en defensa de organismos patógenos extraños.

2.5 EL PROBLEMA DEL FLOW SHOP HÍBRIDO EN LA INDUSTRIA

El problema del flow shop híbrido es muy común, especialmente en los procesos industriales donde se tienen múltiples máquinas disponibles en cada etapa (Brah and Hunsucker, 1991), así como en ambientes de manufactura flexible (Zijm and Nelissen, 1990).

A continuación se presentan algunos de los artículos que han realizado diversas

investigaciones sobre problemáticas reales relacionadas con el problema del FSH que han ocurrido en diferentes áreas del sector industrial.

En la década de los 90's Tsubone et al. (1993) realizaron una investigación referente a la producción de la programación de una industria de manufactura de filmes fotográficos. El sistema de producción presenta una estructura de flow shop híbrido conformado por dos etapas de manufactura: en la primera se realiza el corte de los rollos de película mediante dos máquinas, los rollos son procesados solamente en una de ellas dependiendo de las características del mismo; en la segunda etapa se lleva a cabo el entrelazado y envoltura de las hojas del filme en cuatro diferentes procesos, cada uno difiere en los tamaños de rango para procesar cada hoja, las cuales son asignadas sólo a un proceso según sus especificaciones. El sistema de producción es dividido en dos subproblemas resueltos por medio de un algoritmo heurístico basado en la experiencia de los trabajadores encargados de realizar la programación de la producción.

Lin and Liao (2003) trabajaron en un problema de programación de una compañía productora de etiquetas adhesivas orientado a minimizar la tardanza máxima ponderada. El sistema de producción estaba integrado por un flow shop híbrido de dos etapas, la primera consiste de una única máquina de alta velocidad llamada calentador utilizada para pegar el material de la superficie y crear las etiquetas adhesivas, en esta etapa los tiempos de preparación son dependientes de la secuencia; la segunda está conformada por dos máquinas idénticas encargadas de cortar las etiquetas según la anchura predeterminada. Los autores propusieron un método heurístico enfocado en tres pasos: determinar la secuencia de producción en la etapa 1 mediante el algoritmo de aproximación de Gupta and Tunc (1991), después se envían los trabajos a la fila de la etapa 2 utilizando la regla FIFO y por último, se implementa una búsqueda tabú para mejorar la programación obtenida.

Un año más tarde Yang et al. (2004) consideraron un caso de estudio en la fabricación multicapa de condensadores de cerámicos en Tainan, Taiwan. La línea de producción bajo estudio tiene un flujo de proceso único con restricciones de pre-

cedencia, además está conformada por nueva etapas producción. Se desea decidir una programación para los trabajos que minimice la tardanza total de los mismos implementando un algoritmo de búsqueda tabú.

Voss and Witt (2007) desarrollaron un investigación en torno a una compañía de acero alemana. La línea de producción bajo estudio presenta la estructura de un flow shop híbrido con dieciséis etapas, de las cuales tres de ellas están formadas por máquinas uniformes en paralelo con diferentes velocidades. Se consideran restricciones de precedencia, capacidad, así como la omisión de algunas etapas dependiendo del producto a fabricar. El objetivo de este trabajo es minimizar la tardanza ponderada, para lo cual los autores aplican un heurístico con reglas de secuenciación clasificadas por Drexl and Kolisch (1993). En ese mismo año, Chen et al. (2007) presentaron un problema de programación de un sistema de manipulación de contenedores en una terminal marítima con el objetivo de minimizar el makespan o el tiempo de servicio a un conjunto de naves. El problema fue formulado como un flow shop híbrido con restricciones de precedencia y de bloqueo, siendo resuelto mediante una búsqueda tabú.

Desprez et al. (2009) plantearon el caso de estudio real de una compañía en donde se desea minimizar la tardanza de los trabajos, se presentan penalidades por el incumplimiento con las fechas entrega. Los investigadores implementaron un algoritmo genético para la resolución del problema planteado.

Finalmente, Gicquel et al. (2012) estudiaron el problema del flow shop híbrido en un bio-proceso industrial en el cual son utilizadas diversas técnicas de fermentación. El bio-proceso está compuesto de cuatro etapas: fermentación paso 1, fermentación paso 2, mezcla de nutrientes y filtración de nutrientes. Se realiza la formulación matemática del problema y se resuelve mediante el método exacto de corte y acotamiento.

CAPÍTULO 3

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A natural way to attack machine scheduling problems is to formulate them as mathematical programming models, (Kan, 2012).

3.1 DESCRIPCIÓN DE LA LÍNEA DE PRODUCCIÓN

Actualmente en la línea de producción, se fabrican tres tipos de piezas automotrices, las cuales están subdivididas en diferentes modelos o productos debido a sus características particulares.

Por otro lado, la línea de producción está conformada por diversas máquinas encargadas de realizar diferentes procesos, las cuales están distribuidas en diferentes etapas: la primera de ellas está compuesta por un conjunto de máquinas iniciales en paralelo donde comienza el flujo de producción para cada producto, en esta etapa los productos pueden ser o no asignados a todas las máquinas; el resto de las etapas están formadas por una única máquina. Después de finalizar su procesamiento en la etapa inicial, los productos son asignados al resto de las etapas de acuerdo a su ruta de producción, es decir, según las características y procesos que requiera el modelo este puede omitir algunas de las etapas de producción.

En base a la descripción anterior, se clasifica a la estructura de la línea de producción como un flow shop híbrido. Esto se puede apreciar en la figura 3.1.

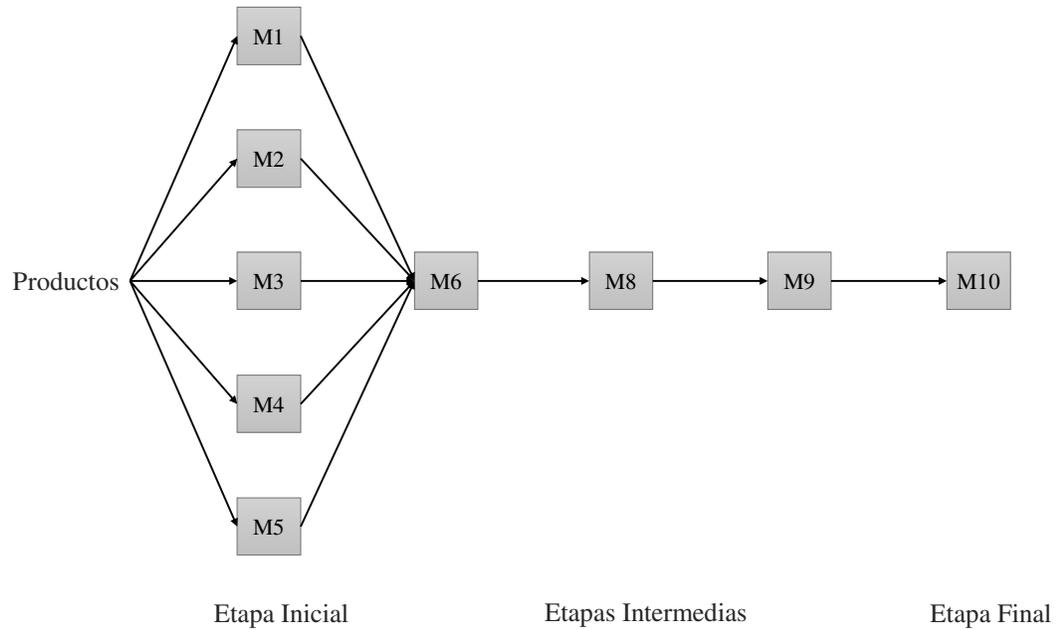


Figura 3.1: Línea de producción con estructura de FSH

Actualmente, la programación de la producción es llevada a cabo en base a la experiencia de la persona encargada de línea y de la compatibilidad que existe entre los productos y la maquinaria.

3.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Existe un conjunto de máquinas $M = \{1, 2, 3, \dots, m, m + 1\}$, donde la máquina $m + 1$ representa una máquina ficticia que representa el punto de terminación de todos los productos. Se tienen diversas etapas de procesamiento, la etapa inicial está conformada por un subconjunto denominado fase A (FA) de m máquinas en paralelo y el resto de las etapas están integradas por una única máquina cada una.

Se cuenta con un conjunto $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ de productos para ser programados en la línea de producción. Los productos tienen definida una o varias rutas de producción dependiendo de la compatibilidad producto-máquina. Así mismo, cada

producto tiene asociado un tiempo de procesamiento y un tiempo de preparación en la máquina m .

El objetivo es minimizar el tiempo total de terminación de los trabajos en la línea de producción.

3.2.1 SUPUESTOS

- El número de etapas de procesamiento es al menos 2.
- Sólo se considera la etapa inicial con al menos 3 máquinas en paralelo.
- Todos los productos están disponibles en el tiempo inicial cero.
- Cada producto tiene asociada al menos una ruta de producción definida.
- Los tiempos de preparación no son dependientes de la secuencia.
- Se define una posición para cada producto en la programación de cada máquina. La figura 3.2 ilustra este supuesto.

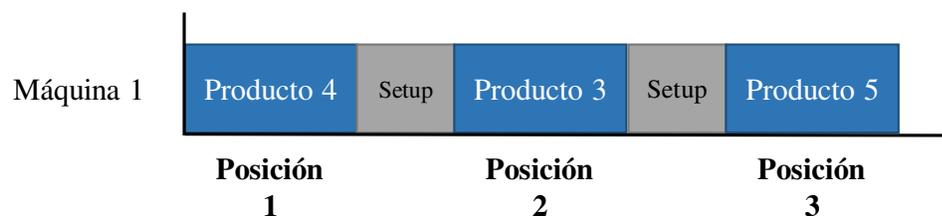


Figura 3.2: Posición de los productos en la programación

La posición es aquel lugar que ocupa un producto en la secuencia de una máquina una vez que fue asignado a ella.

- La producción es interrumpida, es decir, una vez que un producto comienza a ser procesado por una máquina este debe ser terminado en su totalidad antes de continuar con el siguiente producto.

- No se consideran restricciones de precedencia, es decir, no se tiene un orden establecido para el procesamiento de los trabajos.

3.2.2 NOTACIÓN

A continuación se mencionan los subíndices y parámetros utilizados para la formulación matemática del problema.

SUBÍNDICES

i : el subíndice i es el producto anterior que fue procesado una máquina k .

j : el subíndice j hace referencia al producto actual que es secuenciado en una máquina k .

h : el subíndice h es la máquina anterior donde fue procesado el producto j .

k : el subíndice k se refiere a la máquina actual donde es procesado el producto j .

t : el subíndice t es la posición en la cual se coloca el producto j en la secuencia de la máquina k .

q : el subíndice q es la posición anterior donde fue colocado el producto j en la secuencia de la máquina k .

PARÁMETROS

B_{jk} : es la matriz binaria de compatibilidad en donde se especifica si el producto j puede ser procesado en la máquina k .

C_{jhk} : es la matriz binaria que define las rutas de producción, es decir, indica si el producto j puede ser programado de la máquina h a la máquina k .

p_{jk} : es el tiempo de procesamiento del producto j en la máquina k .

s_{jkk} : es el tiempo de preparación para cada producto j dado que se realizó inmediatamente después del producto i en la máquina k .

M : representa un número de gran magnitud.

3.3 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

A continuación se muestra la formulación matemática del flujo del proceso de la línea de producción bajo estudio.

3.3.1 VARIABLES DEL PROBLEMA

Para la modelación matemática del problema de flow shop híbrido presentado en esta investigación, se emplearon dos tipos de variables: binarias y auxiliares. En las siguientes subsecciones se detalla cada una de ellas.

VARIABLE BINARIA

Para la modelación del FSH se define la siguiente variable binaria.

$$x_{jkt} = \begin{cases} 1 & \text{Si el producto } j \text{ es procesado en la máquina } k \text{ en la posición } t. \\ 0 & \text{En otro caso.} \end{cases}$$

VARIABLES AUXILIARES

Z_j : es el tiempo total de terminación de cada producto j .

r_{jkt} : es el tiempo de procesamiento requerido para que el producto j sea procesado en la máquina k en la posición t .

w_{jkt} : es el tiempo de terminación del producto j en la máquina k en la posición t .

3.3.2 FUNCIÓN OBJETIVO

El criterio de optimización para el presente caso de estudio es la minimización del tiempo total de los trabajos procesados en la línea de producción.

$$\text{Minimizar } z = \sum_{j \in N} C_j$$

3.3.3 RESTRICCIONES

1. Restricción para la asignación de trabajos

$$\sum_{k \in FA} \sum_{t \in N} x_{jkt} = 1, \quad \forall j \in N \quad (3.1)$$

Todos los productos deben ser asignados a una máquina en la etapa inicial o fase A.

2. Restricción de compatibilidad de producto - máquina

$$\sum_{t \in N} x_{jkt} \leq B_{jk}, \quad \forall j \in N, k \in M \quad (3.2)$$

Indica que un producto j puede o no ser procesado en la máquina k en la posición t de acuerdo a las especificaciones de la matriz binaria B_{jk} .

3. Restricción de rutas de producción

$$\sum_{t \in N} x_{jkt} < \sum_{\substack{k \in M \\ k \neq h}} \sum_{t \in N} x_{jkt} * C_{jhk}, \quad \forall j \in N, h \in M, h \neq k \quad (3.3)$$

Garantiza que el producto j que fue procesado en la máquina h deba ser procesado en la máquina adyacente k .

4. Restricción de finalización del flujo de producción

$$\sum_{\substack{j \in N \\ t \neq N}} x_{j(m+1)t} = n \quad (3.4)$$

Asegura que todos los productos son procesadas por la máquina ficticia $m + 1$ y por consiguiente, la terminación del procesamiento de todos los productos.

5. Restricción de posición en una máquina

$$\sum_{j \in N} x_{jkt} \leq 1, \quad \forall k \in M, t \in N \quad (3.5)$$

En cada posición t de cada máquina k se asigna a lo más un producto j .

6. Restricción para la eliminación de los tiempos muertos

$$\sum_{j \in N} x_{jkt} \leq \sum_{i \in N} x_{ikt-1}, \quad \forall k \in M, t \in N - \{1\} \quad (3.6)$$

Menciona que si se asigna un producto en la posición t de la máquina k , en la posición $t - 1$ de esa misma máquina debe estar asignado un producto j .

7. Restricción para el tiempo de procesamiento total por producto en cada máquina

$$r_{jkt} \geq x_{jkt} * p_{jk} + \sum_{i \in N} (x_{ikt-1} * s_{ijk} - [(1 - x_{jkt}) * s_{ijk}]), \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N - \{1\} \quad (3.7)$$

Calcula el tiempo de procesamiento r_{jkt} del producto j en la máquina k en la posición t .

8. Restricción para los tiempos de terminación por producto - 1

$$w_{jkt} \geq \sum_{\substack{q \in N \\ q \leq N}} \sum_{i \in N} r_{jkt} - M(1 - x_{jkt}), \quad \forall k \in FA, j \in N, t \in N \quad (3.8)$$

Calcula el tiempo de terminación del producto j desde el origen, es decir, desde que comienza su procesamiento en la etapa inicial.

9. Restricción para los tiempos de terminación por producto - 2

$$w_{jkt} \geq \sum_{i \in N} w_{ikt-1} + r_{jkt} - M(1 - x_{jkt}), \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N \quad (3.9)$$

Indica que el cálculo del tiempo de terminación del producto j en la máquina k en la posición t es mayor o igual a la suma de los tiempo de terminación del producto i en la máquina k en la posición $t - 1$. La figura 3.3 ilustra esta restricción.

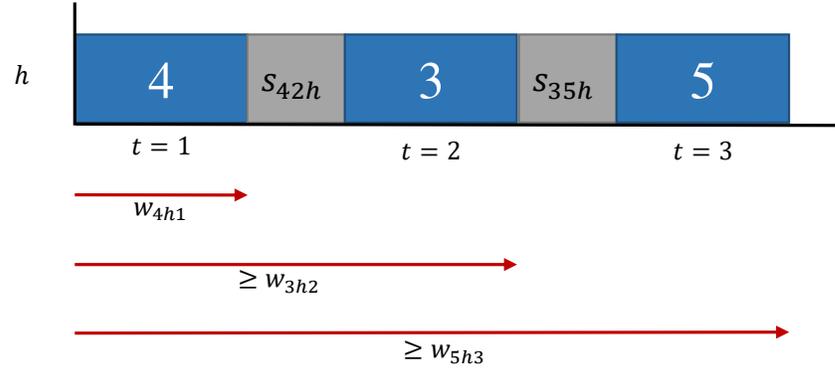


Figura 3.3: Cálculo de los tiempos de terminación 2

10. Restricción para los tiempos de terminación por producto - 3

$$w_{jkt} \geq \sum_{\substack{h \in M \\ k \neq h}} \sum_{q \in N} (w_{jhq} * C_{jkh}) + p_{jk} - M(1 - x_{jkt}), \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N \quad (3.10)$$

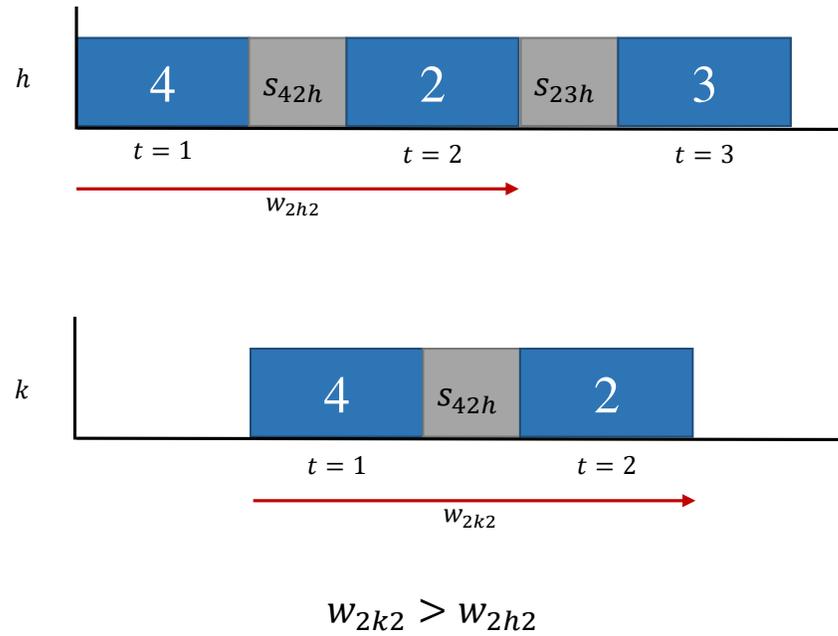


Figura 3.4: Cálculo de los tiempos de terminación 3

Calcula el tiempo de terminación del producto j si este es procesado en la máquina k en la posición t basado en la máquina predecesora h . La figura 3.4 ilustra esta restricción.

11. Restricción para el tiempo de terminación total por producto

$$Z_j \geq w_{jkt}, \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N \quad (3.11)$$

Define el tiempo total de terminación para cada producto j en el flujo de producción.

12. Naturaleza de las variables

$$x_{jkt} = \{0, 1\}, \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N \quad (3.12)$$

$$r_{jkt} \geq 0, \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N \quad (3.13)$$

$$w_{jkt} \geq 0, \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N \quad (3.14)$$

$$Z_j \geq 0, \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N \quad (3.15)$$

De esta forma, la formulación matemática para el problema del flow shop híbrido de esta investigación es:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{j \in N} C_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in FA} \sum_{t \in N} x_{jkt} = 1 \quad \forall j \in N \quad (3.1)$$

$$\sum_{t \in N} x_{jkt} \leq B_{jk} \quad \forall j \in N, k \in M \quad (3.2)$$

$$\sum_{t \in N} x_{jkt} < \sum_{\substack{k \in M \\ k \neq h}} \sum_{t \in N} x_{jkt} * C_{jhk} \quad \forall j \in N, h \in M, h \neq k \quad (3.3)$$

$$\sum_{\substack{j \in N \\ t \neq N}} x_{j(m+1)t} = n \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jkt} \leq 1 \quad \forall k \in M, t \in N \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jkt} \leq \sum_{i \in N} x_{ik(t-1)} \quad \forall k \in M, t \in N - \{1\} \quad (3.6)$$

$$r_{jkt} \geq x_{jkt} * p_{jk} + \sum_{i \in N} (x_{ik(t-1)} * s_{ijk} - [(1 - x_{jkt}) * s_{ijk}]) \quad \begin{array}{l} \forall j \in N, k \in M, \\ t \in N - \{1\} \end{array} \quad (3.7)$$

$$w_{jkt} \geq \sum_{\substack{q \in N \\ q \leq N}} \sum_{i \in N} r_{jkt} - M(1 - x_{jkt}) \quad \forall k \in FA, j \in N, t \in N$$

(3.8)

$$w_{jkt} \geq \sum_{i \in N} w_{ik(t-1)} + r_{jkt} - M(1 - x_{jkt}) \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N$$

(3.9)

$$w_{jkt} \geq \sum_{\substack{h \in M \\ k \neq h}} \sum_{q \in M} (w_{jhq} * C_{jhk}) + p_{jk} - M(1 - x_{jkt}) \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N$$

(3.10)

$$Z_j \geq w_{jkt} \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N$$

(3.11)

$$x_{jkt} = \{0, 1\} \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N$$

(3.12)

$$r_{jkt} \geq 0 \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N$$

(3.13)

$$w_{jkt} \geq 0 \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N$$

(3.14)

$$Z_j \geq 0 \quad \forall j \in N, k \in M, t \in N$$

(3.15)

CAPÍTULO 4

PROCEDIMIENTO METAHEURÍSTICO

Este capítulo presenta la metodología de solución propuesta, la cual está basada en un procedimiento metaheurístico GRASP. En la primera sección se muestra una breve descripción sobre las metaheurísticas y el procedimiento seleccionado, después se detalla el algoritmo propuesto para el presente caso de estudio.

4.1 INTRODUCCIÓN A LAS METAHEURÍSTICAS

Dada la dificultad para resolver de forma exacta toda una serie de importantes problemas para los cuales, por otra parte, es necesario ofrecer alguna solución dado su interés práctico, comenzaron a aparecer algoritmos que proporcionan soluciones factibles, las cuales aunque no optimicen la función objetivo, se acercan al valor óptimo en un tiempo razonable. Este tipo de algoritmos se denominan heurísticas y su interés práctico radica en ser una herramienta que brinda soluciones a problemas reales (Díaz et al., 1996).

Zanakis and Evans (1981) definen a los métodos heurísticos como:

Procedimientos simples, a menudo basados en el sentido común, que se suponen ofrecerán una buena solución (aunque no necesariamente la óptima), a problemas difíciles, de un modo fácil y rápido.

Además de los algoritmos heurísticos, existen otros métodos que funcionan como estrategias maestras que guían y modifica otras heurísticas para producir soluciones más allá de aquellas que normalmente serían generadas por una optimización local, estos métodos reciben el nombre de metaheurísticas (Glover and Laguna, 1999).

La metodología de solución propuesta para nuestro caso de estudio está basada en un procedimiento metaheurístico GRASP desarrollado por Feo and Resende (1995), por ello en la sección 4.1 se hace una breve descripción de esta metaheurística y finalmente, en la sección 4.2 se describe ampliamente la metodología propuesta para esta investigación.

4.2 PROCEDIMIENTOS DE BÚSQUEDA ÁVIDOS, ALEATORIZADOS Y ADAPTATIVOS (GRASP)

La metaheurística GRASP cuyas siglas en inglés son Greedy Randomized Adaptive Search Procedures, es la más joven de las metaheurísticas surgidas durante la década de los 80 con el fin de resolver problemas difíciles en el campo de optimización combinatoria (Díaz et al., 1996).

GRASP es un método multiarranque en el cada iteración consiste en una fase de construcción de una solución miope aleatorizada, seguida de una fase de mejora o búsqueda local usando la solución construida como punto de partida de dicha búsqueda. La filosofía de esta metaheurística está en la premisa de que soluciones iniciales buenas y diversas juegan un papel importante en el éxito de los métodos de búsqueda local.

Los principales componentes de GRASP para la fase de construcción son:

- Función de evaluación miope.
- Procedimiento de elección al azar.

- Procedimiento de actualización adaptativo.

La primera fase constituye el núcleo de la metaheurística, esta consiste en construir iterativamente una solución factible mediante la selección aleatoria de los mejores candidatos en base a una función de evaluación miope. La fase de mejora puede realizarse mediante una búsqueda local o un procedimiento de mejora sencillo como intercambios en la estructura de la solución.

4.3 METODOLOGÍA PROPUESTA

4.3.1 PARÁMETROS INICIALES

La metodología de solución propuesta está conformada por un conjunto de parámetros que inicializan el procedimiento metaheurístico, dichos parámetros son:

m : número de máquinas totales en el flujo de producción.

m_{FA} : cantidad de máquinas pertenecientes a la etapa inicial o fase A.

n : número de productos a procesar.

tam : tamaño de la lista de máquinas candidatas.

$iter$: representa las iteraciones del algoritmo.

Cabe mencionar que en el capítulo 4 se presenta la justificación de la elección del tamaño de la lista de mejores candidatos, así como el número de iteraciones del algoritmo.

4.3.2 METAHERÍSTICA GRASP

La estructura general del procedimiento metaheurístico está representada por el algoritmo 1, este consiste en un algoritmo multiarranque iterado $iter$ veces. En cada

iteración construye una solución mediante la selección de un producto al azar, el cual es insertado en una máquina con respecto a una función de evaluación; después se realiza un procedimiento de mejora mediante la destrucción y reconstrucción de dicha solución. Finalmente, se procede a verificar si la nueva solución generada es mejor a la solución incumbente.

Algoritmo 1: GRASP

Entrada: Parámetros iniciales

Salida : Solución

```

1.1 inicio
1.2   Incumbente =  $\emptyset$ ;
1.3   para iter veces hacer
1.4     Fase de Construcción
1.5      $x = \text{Constructivo}(\emptyset)$ ;
1.6     Fase de Mejora
1.7     mientras (se encuentre una mejor solución) hacer
1.8        $\text{NuevaSolución} = \text{Búsqueda Local}(x)$ ;
1.9       si (NuevaSolución es mejor que el Incumbente) entonces
1.10         $\text{Incumbente} \leftarrow \text{NuevaSolución}$ ;

```

4.3.3 MÉTODO CONSTRUCTIVO

La etapa inicial del algoritmo 2 corresponde a recibir una solución, la cual puede ser vacía o parcial. En el primer caso, cuando la solución es vacía se crea una lista de productos (*LP*) conformada por todos los productos que serán programados en la línea de producción. Después, se selecciona al azar un producto de la *LP* y se revisa los $p_{jk} + s_{ijk}$ del producto en cada máquina; en base a esta evaluación se seleccionan aquellas máquinas donde la suma de los tiempos de procesamiento y de preparación sean los menores y estas son agregadas a la lista de máquinas candidatas (*LMC*). En seguida, se escoge una máquina de la *LMC* y se inserta el producto en

la posición donde tenga un menor tiempo. Una vez que el producto es insertado, se prosigue con el siguiente hasta que $LP = \emptyset$. Para el caso 2 se realiza el mismo procedimiento del caso 1, pero en este punto la solución de entrada es una solución parcial, es decir, el algoritmo Constructivo recibe una solución que fue destruida parcialmente por el algoritmo 4 y reconstruida por este mismo algoritmo.

Algoritmo 2: Constructivo (x')

Entrada: Parámetros iniciales

x' : solución parcial

LP : lista de productos por secuenciar

LMC : lista de máquinas candidatas de tamaño tam ;

Salida : Solución incumbente.

2.1 inicio

2.2 | **si** ($x' = \emptyset$) **entonces**

2.3 | | Crear LP con todos los productos;

2.4 | **en otro caso**

2.5 | | Crear LP con los productos que no estén en x' ;

2.6 | **mientras** ($LP \neq \emptyset$) **hacer**

2.7 | | Seleccionar al azar un producto de LP ;

2.8 | | Guardar en LMC las máquinas donde el producto tenga el mejor
| $p_{jk} + s_{ijk}$ respetando la compatibilidad producto-máquina y flujo de
| producción;

2.9 | | Seleccionar una máquina de la LMC ;

2.10 | | Insertar el producto en la posición de menor tiempo disponible en la
| máquina seleccionada anteriormente;

2.11 | | eliminar el producto de LP ;

4.3.4 MÉTODO DE MEJORA

BÚSQUEDA LOCAL

En la fase de mejora se realiza una búsqueda local. El algoritmo 3 inicialmente recibe la solución creada por la fase constructiva, después selecciona un producto de las máquinas de la etapa inicial de la línea de producción y aplica el algoritmo 4, el cual regresa una solución parcial que posteriormente será reconstruida por el algoritmo 2.

Algoritmo 3: Búsqueda Local(x)

Entrada: Solución x .

x' : solución parcial

Salida : Solución incumbente.

3.1 inicio

3.2 **para** *todos los productos en las máquinas de la etapa inicial* **hacer**

3.3 Seleccionar un producto p ;

3.4 $x' = \text{Destrucción}(x, p)$;

3.5 $\text{NuevaSolución} = \text{Reconstrucción}(x')$;

3.6 **si** (*NuevaSolución es mejor que el Incumbente*) **entonces**

3.7 $\text{Incumbente} \leftarrow \text{NuevaSolución}$;

DESTRUCCIÓN PARCIAL DE LA SOLUCIÓN

El algoritmo 4 recibe el producto p seleccionado por el algoritmo 3 y la solución construida por el algoritmo 2. En seguida se selecciona la máquina donde el producto p fue insertado y se eliminan los productos que se encuentran en posiciones posteriores a él. Después, se procede a eliminar todos los productos del reto de las máquinas. El resultado final es una solución parcial, es decir, la solución solo tendrá parte de su secuencia en la máquina seleccionada dejando al resto de ellas sin productos asignados. La figura 4.1 muestra un ejemplo.

Algoritmo 4: Destrucción (x, p) **Entrada:** Solución x y el producto seleccionado p .**Salida** : Solución incumbente.

4.1 inicio

4.2 $x' = x;$ 4.3 **para** (la solución x') **hacer**4.4 Seleccionar la máquina donde el producto p fue insertado;4.5 Eliminar todos los productos que estén una posición después del
 producto p ;

4.6 Eliminar todos los productos del resto de las máquinas;

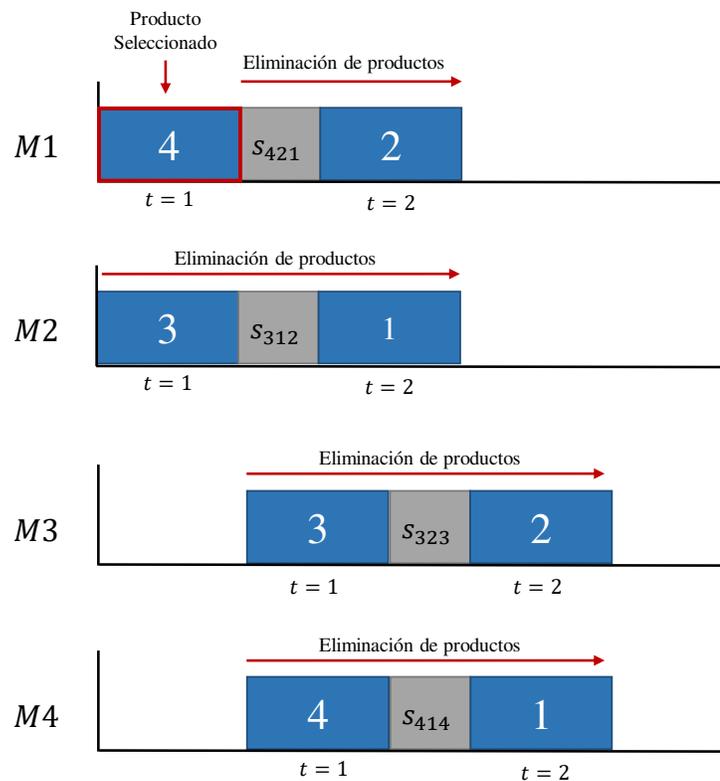


Figura 4.1: Destrucción parcial de la solución

RECONSTRUCCIÓN DE LA SOLUCIÓN

La reconstrucción de la solución es llevada a cabo por el algoritmo 2 explicado anteriormente.

CAPÍTULO 5

EXPERIMENTACIÓN COMPUTACIONAL

En este capítulo se describen los resultados de los experimentos computacionales realizados para evaluar el desempeño de las metodologías propuestas en los capítulos 3 y 4. Así mismo, se presentan las características del equipo de cómputo empleado y una breve descripción de las instancias utilizadas por ambas metodologías.

5.1 EQUIPO COMPUTACIONAL

Las metodologías propuestas para este trabajo fueron desarrolladas en el lenguaje de programación C++ mediante el entorno de desarrollo Microsoft Visual Studio 2012 y ejecutadas en un computadora con Procesador Intel® Xenon® CPU E3-1245 v3 @ 3.40GHz, RAM 16.0 GB, Windows 7 Professional.

5.2 GENERACIÓN DE INSTANCIAS

Para la presente investigación se generaron instancias basadas en las características de la línea de producción bajo estudio. Se consideran siete parámetros: número de máquinas totales, número de máquinas en la etapa inicial, número de productos, matriz de compatibilidad producto-máquina, matriz de ruta de producción por producto, tiempos de procesamiento y tiempos de preparación.

Las instancias están divididas en tres grupos dependiendo la cantidad de máquinas totales: pequeñas con 5 máquinas, medianas con 10 máquinas y grandes con 15 máquinas. Para cada grupo de instancias se consideran 5, 10, 15 y 20 productos a programar. La cantidad de máquinas en la etapa inicial está definida por un rango inicial y final que son determinados en base a un porcentaje con respecto a la cantidad de máquinas totales:

$$\text{Rango inicial} = \text{No. de máquinas totales} * 0.40$$

$$\text{Rango final} = \text{No. de máquinas totales} * 0.60$$

Los porcentajes fueron seleccionados para que el número mínimo de máquinas en la etapa inicial fueran al menos 2 y se respetara un mínimo de tres máquinas en el resto de las etapas.

Las matrices de compatibilidad producto-máquina y ruta de producción fueron creadas mediante números aleatorios de 0 y 1 con una distribución uniforme. De igual forma, se generaron números aleatorios entre 0 y 10 con una distribución uniforme para representar los tiempos de procesamiento y preparación de los productos.

Con base a las características antes mencionadas fueron generadas 420 instancias distribuidas entre los tres grupos, a su vez, cada grupo está organizado en diferentes subgrupos dependiendo del número de máquinas en la etapa inicial (F. A.) y la cantidad de productos.

5.3 EXPERIMENTACIÓN DE LA FORMULACIÓN MATEMÁTICA

La experimentación computacional para la formulación matemática fue implementada en el lenguaje de programación C++ haciendo uso de las herramientas proporcionadas por CPLEX 12.6, ILOG Concert Technology. Se define un tiempo límite de ejecución de 3200 segundos.

En las tablas 5.1, 5.2 y 5.3 se muestran los diferentes subgrupos para los tres grupos de instancias y los porcentajes de aquellas que fueron resueltas a optimalidad.

Tabla 5.1: Porcentaje de instancias pequeñas resueltas a optimalidad

| Máquinas | Máq. F. A. | Productos | Cantidad | Modelo |
|----------|------------|-----------|----------|--------|
| 5 | 2 | 5 | 10 | 100 % |
| 5 | 2 | 10 | 10 | 0 % |
| 5 | 2 | 15 | 10 | 0 % |
| 5 | 2 | 20 | 10 | 0 % |

Tabla 5.2: Porcentaje de instancias medianas resueltas a optimalidad

| Máquinas | Máq. F. A. | Productos | Cantidad | Modelo |
|----------|------------|-----------|----------|--------|
| 10 | 4 | 5 | 10 | 100 % |
| 10 | 4 | 10 | 10 | 0 % |
| 10 | 4 | 15 | 10 | 0 % |
| 10 | 4 | 20 | 10 | 0 % |
| 10 | 5 | 5 | 10 | 100 % |
| 10 | 5 | 10 | 10 | 0 % |
| 10 | 5 | 15 | 10 | 0 % |
| 10 | 5 | 20 | 10 | 0 % |
| 10 | 6 | 5 | 10 | 100 % |
| 10 | 6 | 10 | 10 | 0 % |
| 10 | 6 | 15 | 10 | 0 % |
| 10 | 6 | 20 | 10 | 0 % |
| 10 | 7 | 5 | 10 | 100 % |
| 10 | 7 | 10 | 10 | 0 % |
| 10 | 7 | 15 | 10 | 0 % |
| 10 | 7 | 20 | 10 | 0 % |

En las tablas anteriores se puede observar que la formulación matemática es capaz de resolver a optimalidad únicamente aquellas instancias cuyo subgrupo consta de 5 productos a secuenciar dentro del límite de tiempo establecido, es decir, se conoce la solución óptima para el 28.57 % de las instancias.

Tabla 5.3: Porcentaje de instancias grandes resueltas a optimalidad

| Máquinas | Máq. F. A. | Productos | Cantidad | Modelo |
|----------|------------|-----------|----------|--------|
| 15 | 6 | 5 | 10 | 100 % |
| 15 | 6 | 10 | 10 | 0 % |
| 15 | 6 | 15 | 10 | 0 % |
| 15 | 6 | 20 | 10 | 0 % |
| 15 | 7 | 5 | 10 | 100 % |
| 15 | 7 | 10 | 10 | 0 % |
| 15 | 7 | 15 | 10 | 0 % |
| 15 | 7 | 20 | 10 | 0 % |
| 15 | 8 | 5 | 10 | 100 % |
| 15 | 8 | 10 | 10 | 0 % |
| 15 | 8 | 15 | 10 | 0 % |
| 15 | 8 | 20 | 10 | 0 |
| 15 | 9 | 5 | 10 | 100 % |
| 15 | 9 | 10 | 10 | 0 % |
| 15 | 9 | 15 | 10 | 0 % |
| 15 | 9 | 20 | 10 | 0 % |
| 15 | 10 | 5 | 10 | 100 % |
| 15 | 10 | 10 | 10 | 0 % |
| 15 | 10 | 15 | 10 | 0 % |
| 15 | 10 | 20 | 10 | 0 % |
| 15 | 11 | 5 | 10 | 100 % |
| 15 | 11 | 10 | 10 | 0 % |
| 15 | 11 | 15 | 10 | 0 % |
| 15 | 11 | 20 | 10 | 0 % |
| 15 | 12 | 5 | 10 | 100 % |
| 15 | 12 | 10 | 10 | 0 % |
| 15 | 12 | 15 | 10 | 0 % |
| 15 | 12 | 20 | 10 | 0 % |

La tabla 5.4 consiste en el análisis de los tiempos de ejecución considerando solamente las instancias que fueron resueltas a optimalidad. La columna uno, dos y tres representan el número de máquinas totales, las máquinas de la etapa inicial y la cantidad de productos; la columna cuatro y cinco contienen el tiempo promedio de ejecución en segundos y la desviación estándar de la metodología propuesta.

Tabla 5.4: Tiempos de ejecución del modelo

| Máquinas | Máq. F. A. | Productos | Tiempo (s) | Desv. Est. |
|----------|------------|-----------|------------|------------|
| 5 | 2 | 5 | 2.6474 | 3.31 |
| 10 | 4 | 5 | 3.0855 | 1.55 |
| 10 | 5 | 5 | 2.2867 | 1.50 |
| 10 | 6 | 5 | 2.0591 | 1.30 |
| 10 | 7 | 5 | 2.7533 | 1.85 |
| 15 | 6 | 5 | 3.3103 | 1.93 |
| 15 | 7 | 5 | 4.0731 | 3.09 |
| 15 | 8 | 5 | 2.744 | 1.16 |
| 15 | 9 | 5 | 3.0781 | 2.77 |
| 15 | 10 | 5 | 3.0949 | 1.41 |
| 15 | 11 | 5 | 2.2214 | 0.97 |
| 15 | 12 | 5 | 1.7504 | 0.84 |

De la tabla anterior se puede concluir que los tiempos de ejecución para las instancias resueltas a optimalidad son buenos debido a que ninguno de ellos excede los 10 segundos, por lo tanto, el proporcionar la solución óptima para la programación de la línea de producción en un corto tiempo representa un gran beneficio para el enfoque práctico de esta investigación. Por otro lado, en el apéndice A se puede apreciar que el resto de los tiempos de ejecución para aquellas instancias que no fueron resueltas a optimalidad son muy cercanos al límite de tiempo establecido, por lo cual, es necesaria la implementación de un procedimiento metheurístico que apoye en la búsqueda de buenas soluciones en un tiempo de ejecución aceptable para el presente caso de estudio.

Así mismo, el apéndice A muestra los resultados individuales para cada una de las instancias utilizadas por la formulación matemática.

5.4 EXPERIMENTACIÓN DEL PROCEDIMIENTO

METAHEURÍSTICO

En esta sección se presenta el ajuste de parámetros realizado con la finalidad de seleccionar los parámetros idóneos para la ejecución del algoritmo, además se muestran los resultados obtenidos por la experimentación, la cual fue realizada en lenguaje C++ e implementada en Visual Studio 2012.

5.4.1 AJUSTE DE PARÁMETROS

El ajuste de parámetros es realizado por medio de un diseño de experimentos factorial. Se consideran como factores el tamaño de la lista de mejores candidatos y el número de iteraciones del algoritmo, así mismo, se definen como variables de respuesta al valor objetivo y el tiempo de ejecución de la metodología propuesta.

El diseño de experimentos es realizado para 3 réplicas considerando 10 instancias de cada grupo. Para el factor tamaño de lista de mejores candidatos se manejan 5 niveles: tamaño 1, 2, 3, 4 y 5; para el factor número de iteraciones se utilizan 5 niveles: 100, 200, 300, 400 y 500 iteraciones.

Se aplica la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis a los datos descritos anteriormente. A continuación, la tabla 5.5 proporciona los valores de las interacciones entre los factores y las variables de respuesta.

Tabla 5.5: Resultados del diseño de experimentos

| Interacción | Valor p |
|----------------------------------|-----------------------------|
| No. Iteraciones - Tiempo | 0.6865 |
| No. Iteraciones - Valor Objetivo | 0.263 |
| Tamaño LRC - Tiempo | 0.9533 |
| Tamaño LRC - Valor Objetivo | 0.6481 |

En base a la tabla anterior se aprecia que el valor p para cada una de las interacciones es mayor a un $\alpha = 0.05$, por lo tanto, con un 95 % de confianza se concluye

que los datos utilizados por el procedimiento metaheurístico son estadísticamente iguales, por lo cual, es permisible la utilización de cualquier combinación de parámetros. Para la experimentación del procedimiento metaheurístico se seleccionaron 400 iteraciones y una lista de tamaño 5.

5.4.2 COMPARACIÓN CONTRA LAS SOLUCIONES OBTENIDAS POR LA FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Debido a que la formulación matemática no resuelve todas las instancias a optimalidad, las soluciones obtenidas por la experimentación del procedimiento metaheurístico son comparadas con las soluciones que brinda el modelo matemático dentro del tiempo límite marcado, para lo cual se realizaron 10 réplicas del algoritmo para cada una de las instancias.

Las tablas 5.6, 5.7 y 5.8 presentan los resultados generados por el algoritmo para los subgrupos de los tres tipos de instancias. La primera, segunda, tercer y cuarta columna corresponden a la cantidad de máquinas totales, máquinas en la etapa inicial de la línea de producción, número de productos y la cantidad de instancias; la sexta, séptima, octava y novena columna mencionan el porcentaje de optimalidad, el GAP promedio, el coeficiente de variabilidad y el tiempo promedio de ejecución.

Los GAP reportados en cada una de las tablas corresponden a los promedios de los GAP obtenidos por el algoritmo, los cuales calculados de la siguiente manera:

$$GAP = 100 * \frac{SoluciónIncumbente - SoluciónÓptima}{SoluciónÓptima} \quad (5.1)$$

donde la solución incumbente corresponde a la mejor solución obtenida por el procedimiento metaheurístico y la solución óptima representa la solución brindada por el modelo matemático.

Tabla 5.6: Experimentación del GRASP en instancias pequeñas.

| Máq. | Máq. F. A. | Prod. | Cant. | Porcentaje Optimalidad | GAP Promedio | Coef. Var. | Tiempo Prom. |
|------|---------------|-------|-------|---------------------------|-----------------|---------------|-----------------|
| 5 | 2 | 5 | 10 | 40 % | 3.31 % | 0.165 | 0.0031 |
| 5 | 2 | 10 | 10 | 0 % | 4.40 % | 0.111 | 0.0113 |
| 5 | 2 | 15 | 10 | 0 % | 10.43 % | 0.099 | 0.0257 |
| 5 | 2 | 20 | 10 | 0 % | 9.76 % | 0.044 | 0.0350 |

Tabla 5.7: Experimentación del GRASP en instancias medianas.

| Máq. | Máq. F. A. | Prod. | Cant. | Porcentaje Optimalidad | GAP Promedio | Coef. Var. | Tiempo Prom. |
|------|---------------|-------|-------|---------------------------|-----------------|---------------|-----------------|
| 10 | 4 | 5 | 10 | 40 % | 2.14 % | 0.128 | 0.00395 |
| 10 | 4 | 10 | 10 | 0 % | 10.07 % | 0.172 | 0.0135 |
| 10 | 4 | 15 | 10 | 0 % | 10.03 % | 0.095 | 0.02771 |
| 10 | 4 | 20 | 10 | 0 % | 6.11 % | 0.069 | 0.03806 |
| 10 | 5 | 5 | 10 | 20 % | 6.32 % | 0.123 | 0.00813 |
| 10 | 5 | 10 | 10 | 0 % | 9.69 % | 0.150 | 0.01545 |
| 10 | 5 | 15 | 10 | 0 % | 15.12 % | 0.075 | 0.02423 |
| 10 | 5 | 20 | 10 | 0 % | 7.57 % | 0.039 | 0.03676 |
| 10 | 6 | 5 | 10 | 20 % | 8.92 % | 0.220 | 0.00733 |
| 10 | 6 | 10 | 10 | 0 % | 7.81 % | 0.146 | 0.01446 |
| 10 | 6 | 15 | 10 | 0 % | 9.43 % | 0.094 | 0.02254 |
| 10 | 6 | 20 | 10 | 0 % | 13.60 % | 0.093 | 0.03518 |
| 10 | 7 | 5 | 10 | 80 % | 0.69 % | 0.128 | 0.00686 |
| 10 | 7 | 10 | 10 | 0 % | 8.11 % | 0.183 | 0.01226 |
| 10 | 7 | 15 | 10 | 0 % | 19.44 % | 0.112 | 0.02181 |
| 10 | 7 | 20 | 10 | 0 % | 9.48 % | 0.060 | 0.03053 |

Para los tres tipos de instancias se puede apreciar que el tiempo de ejecución del procedimiento metaheurístico es considerablemente menor en comparación con el tiempo proporcionado por la formulación matemática. Considerando la complejidad de la estructura del problema se observa que las soluciones obtenidas por el procedimiento metaheurístico son buenas e incluso en la tabla 5.8 se aprecian GAP's negativos, esto quiere decir que las soluciones resultantes son mejores que aquellas brindadas por la formulación matemática.

Tabla 5.8: Experimentación del GRASP en instancias grandes.

| Máq. | Máq. F. A. | Prod. | Cant. | Porcentaje Optimalidad | GAP Promedio | Coef. Var. | Tiempo Prom. |
|------|---------------|-------|-------|---------------------------|-----------------|---------------|-----------------|
| 15 | 6 | 5 | 10 | 50 % | 5.08 % | 0.172 | 0.01046 |
| 15 | 6 | 10 | 10 | 0 % | 7.13 % | 0.095 | 0.01838 |
| 15 | 6 | 15 | 10 | 0 % | 12.32 % | 0.079 | 0.03224 |
| 15 | 6 | 20 | 10 | 0 % | -10.42 % | 0.086 | 0.0487 |
| 15 | 7 | 5 | 10 | 20 % | 5.85 % | 0.192 | 0.01046 |
| 15 | 7 | 10 | 10 | 0 % | 8.58 % | 0.158 | 0.01838 |
| 15 | 7 | 15 | 10 | 0 % | 11.93 % | 0.137 | 0.03224 |
| 15 | 7 | 20 | 10 | 0 % | -9.59 % | 0.084 | 0.0487 |
| 15 | 8 | 5 | 10 | 10 % | 4.62 % | 0.198 | 0.01215 |
| 15 | 8 | 10 | 10 | 0 % | 5.68 % | 0.158 | 0.01595 |
| 15 | 8 | 15 | 10 | 0 % | 15.03 % | 0.075 | 0.03086 |
| 15 | 8 | 20 | 10 | 0 % | -15.28 % | 0.071 | 0.0425 |
| 15 | 9 | 5 | 10 | 30 % | 6.45 % | 0.130 | 0.00953 |
| 15 | 9 | 10 | 10 | 0 % | 4.87 % | 0.139 | 0.01341 |
| 15 | 9 | 15 | 10 | 0 % | 12.31 % | 0.099 | 0.02584 |
| 15 | 9 | 20 | 10 | 0 % | -8.71 % | 0.063 | 0.04563 |
| 15 | 10 | 5 | 10 | 10 % | 7.73 % | 0.193 | 0.01 |
| 15 | 10 | 10 | 10 | 0 % | 5.11 % | 0.130 | 0.01594 |
| 15 | 10 | 15 | 10 | 0 % | 11.59 % | 0.097 | 0.02837 |
| 15 | 10 | 20 | 10 | 0 % | -12 % | 0.064 | 0.04051 |
| 15 | 11 | 5 | 10 | 40 % | 2.89 % | 0.240 | 0.00841 |
| 15 | 11 | 10 | 10 | 10 % | 4.60 % | 0.142 | 0.01402 |
| 15 | 11 | 15 | 10 | 0 % | 10.82 % | 0.094 | 0.02294 |
| 15 | 11 | 20 | 10 | 0 % | -9.53 % | 0.084 | 0.03307 |
| 15 | 12 | 5 | 10 | 50 % | 2.62 % | 0.149 | 0.00655 |
| 15 | 12 | 10 | 10 | 0 % | 12.01 % | 0.130 | 0.0132 |
| 15 | 12 | 15 | 10 | 0 % | 10.11 % | 0.173 | 0.0204 |
| 15 | 12 | 20 | 10 | 0 % | -4.66 % | 0.075 | 0.02903 |

Los detalles de los resultados del algoritmo son presentados en el apéndice B, así mismo, en el apéndice C se muestra gráficamente la comparación del valor objetivo de la formulación matemática con respecto al procedimiento metaheurístico.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

6.1 CONCLUSIONES

Como se explicó anteriormente en el capítulo 1 y 2, para el sector industrial tiene un gran impacto una adecuada programación de la producción de sus recursos. Es por ello que en este trabajo se han propuesto dos metodologías de solución para este tipo de problemas, la primera de ellas está basada en la formulación matemática del flujo del proceso de la línea de producción bajo estudio y la segunda considera un procedimiento metaheurístico GRASP.

Ambas metodologías fueron sometidas a experimentación para evaluar el rendimiento de las mismas utilizando instancias de pruebas basadas en la estructura y características de la línea de producción. La implementación de la formulación matemática resuelve a optimalidad el 9.52% de las instancias totales en un máximo de 11 segundos, en cambio para 90.48% de las instancias no se encuentra el valor óptimo dentro del tiempo límite establecido. Basado en las comparaciones realizadas entre ambas metodologías en la subsección 5.4.2, se aprecia que el procedimiento metaheurístico proporciona buenas soluciones en menor tiempo que la formulación matemática, incluso en algunas instancias donde no se conoce el valor óptimo el metaheurístico da una mejor solución que la encontrada por el modelo.

En general, se concluye que para el presente caso de estudio el procedimiento metaheurístico presenta un mejor desempeño que la formulación matemática, esto debido a que dentro del sector industrial es necesaria una buena solución, no necesariamente la óptima, en el menor tiempo posible, de lo contrario esto podría repercutir en los tiempos de entrega de los productos, en la falta de producto en almacén y en los costos de producción.

6.2 TRABAJO A FUTURO

Se propone como trabajo a futuro:

1. Realizar modificaciones en la formulación matemática con la finalidad de resolver problemas relacionados al presentado en esta investigación.
2. Desarrollar una nueva alternativa en la fase constructiva de la metaheurística y proponer otro método de destrucción en la búsqueda local.
3. Implementar el procedimiento metaheurístico propuesto en la línea de producción bajo estudio y realizar el análisis de resultados correspondiente.

APÉNDICE A

APÉNDICE A

A.1 RESULTADOS DE LA FORMULACIÓN MATEMÁTICA

En este apartado se muestran los resultados individuales para cada una de las instancias que fueron probadas por la formulación matemática del caso bajo estudio.

La presente experimentación considera los tres grupos de instancias: pequeñas de 5 máquinas, medianas de 10 máquinas y grandes de 15 máquinas; así como sus correspondientes subgrupos de acuerdo al número de máquinas en la etapa inicial y al número de productos a programar en la línea de producción.

Los resultados están clasificados en tablas de acuerdo a la cantidad de máquinas totales (m), la cantidad de máquinas en la etapa inicial (m_{FA}) y la cantidad de productos (p) asignados. La primera columna corresponde al nombre de la instancia, la segunda hace referencia al valor objetivo, la tercera representa el valor del GAP y la cuarta menciona el tiempo de ejecución de la formulación matemática en segundos. Adicionalmente se agrega en la primera columna un (*) a aquellas instancias que fueron resueltas a optimalidad durante la experimentación.

Tabla A.1: Instancias de $m = 5$; $m_{FA} = 2$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|---------------------|----------------|------|------------|
| Instancia_5_2_5_1* | 151 | 0 % | 6.037 |
| Instancia_5_2_5_2* | 94 | 0 % | 0.812 |
| Instancia_5_2_5_3* | 167 | 0 % | 1.123 |
| Instancia_5_2_5_4* | 120 | 0 % | 0.702 |
| Instancia_5_2_5_5* | 179 | 0 % | 1.248 |
| Instancia_5_2_5_6* | 129 | 0 % | 0.312 |
| Instancia_5_2_5_7* | 136 | 0 % | 10.717 |
| Instancia_5_2_5_8* | 148 | 0 % | 3.23 |
| Instancia_5_2_5_9* | 111 | 0 % | 1.357 |
| Instancia_5_2_5_10* | 140 | 0 % | 0.936 |
| Instancia_5_2_10_1 | 471 | 76 % | 3600.07 |
| Instancia_5_2_10_2 | 476 | 78 % | 3600.02 |
| Instancia_5_2_10_3 | 569 | 79 % | 3600.02 |
| Instancia_5_2_10_4 | 425 | 64 % | 3600.02 |
| Instancia_5_2_10_5 | 421 | 72 % | 3600.02 |
| Instancia_5_2_10_6 | 376 | 73 % | 3600.02 |
| Instancia_5_2_10_7 | 408 | 68 % | 3600.02 |
| Instancia_5_2_10_8 | 454 | 65 % | 3600.07 |
| Instancia_5_2_10_9 | 552 | 80 % | 3601.45 |
| Instancia_5_2_10_10 | 394 | 61 % | 3600.02 |
| Instancia_5_2_15_1 | 877 | 85 % | 3600.05 |
| Instancia_5_2_15_2 | 997 | 86 % | 3600.03 |
| Instancia_5_2_15_3 | 1022 | 88 % | 3600.07 |
| Instancia_5_2_15_4 | 1036 | 90 % | 3600.07 |
| Instancia_5_2_15_5 | 867 | 86 % | 3600.04 |
| Instancia_5_2_15_6 | 908 | 86 % | 3602.59 |
| Instancia_5_2_15_7 | 915 | 88 % | 3600.15 |
| Instancia_5_2_15_8 | 901 | 87 % | 3600.03 |
| Instancia_5_2_15_9 | 980 | 88 % | 3600.05 |
| Instancia_5_2_15_10 | 1007 | 86 % | 3600.04 |
| Instancia_5_2_20_1 | 1960 | 93 % | 3600.1 |
| Instancia_5_2_20_2 | 1830 | 92 % | 3603.48 |
| Instancia_5_2_20_3 | 2039 | 92 % | 3600.13 |
| Instancia_5_2_20_4 | 1649 | 91 % | 3600.13 |
| Instancia_5_2_20_5 | 1743 | 91 % | 3600.1 |
| Instancia_5_2_20_6 | 1567 | 90 % | 3603.12 |
| Instancia_5_2_20_7 | 1768 | 91 % | 3600.08 |
| Instancia_5_2_20_8 | 1658 | 91 % | 3600.08 |
| Instancia_5_2_20_9 | 1831 | 92 % | 3600.1 |
| Instancia_5_2_20_10 | 2034 | 93 % | 3600.08 |

Tabla A.2: Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 4$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|----------------------|----------------|------|------------|
| Instancia_10_4_5_1* | 120 | 0 % | 5.99 |
| Instancia_10_4_5_2* | 136 | 0 % | 1.7 |
| Instancia_10_4_5_3* | 123 | 0 % | 1.404 |
| Instancia_10_4_5_4* | 165 | 0 % | 3.635 |
| Instancia_10_4_5_5* | 165 | 0 % | 1.856 |
| Instancia_10_4_5_6* | 149 | 0 % | 1.653 |
| Instancia_10_4_5_7* | 125 | 0 % | 2.777 |
| Instancia_10_4_5_8* | 177 | 0 % | 3.354 |
| Instancia_10_4_5_9* | 149 | 0 % | 3.307 |
| Instancia_10_4_5_10* | 137 | 0 % | 5.179 |
| Instancia_10_4_10_1 | 460 | 80 % | 3602.19 |
| Instancia_10_4_10_2 | 359 | 79 % | 3604.03 |
| Instancia_10_4_10_3 | 300 | 84 % | 3603.3 |
| Instancia_10_4_10_4 | 270 | 76 % | 3600.07 |
| Instancia_10_4_10_5 | 389 | 75 % | 3607.05 |
| Instancia_10_4_10_6 | 385 | 73 % | 3605.93 |
| Instancia_10_4_10_7 | 351 | 75 % | 3600.03 |
| Instancia_10_4_10_8 | 406 | 81 % | 3603.64 |
| Instancia_10_4_10_9 | 370 | 81 % | 3600.02 |
| Instancia_10_4_10_10 | 470 | 77 % | 3600.38 |
| Instancia_10_4_15_1 | 1001 | 87 % | 3600.1 |
| Instancia_10_4_15_2 | 915 | 88 % | 3610.03 |
| Instancia_10_4_15_3 | 839 | 87 % | 3605.39 |
| Instancia_10_4_15_4 | 849 | 87 % | 3605.26 |
| Instancia_10_4_15_5 | 879 | 84 % | 3604.81 |
| Instancia_10_4_15_6 | 1023 | 88 % | 3604.43 |
| Instancia_10_4_15_7 | 949 | 87 % | 3606.15 |
| Instancia_10_4_15_8 | 759 | 87 % | 3600.05 |
| Instancia_10_4_15_9 | 888 | 89 % | 3600.07 |
| Instancia_10_4_15_10 | 792 | 87 % | 3600.17 |
| Instancia_10_4_20_1 | 1591 | 92 % | 3600.08 |
| Instancia_10_4_20_2 | 1857 | 94 % | 3600.11 |
| Instancia_10_4_20_3 | 1712 | 92 % | 3600.1 |
| Instancia_10_4_20_4 | 1846 | 93 % | 3600.11 |
| Instancia_10_4_20_5 | 2122 | 94 % | 3600.1 |
| Instancia_10_4_20_6 | 1812 | 94 % | 3600.1 |
| Instancia_10_4_20_7 | 1904 | 93 % | 3600.13 |
| Instancia_10_4_20_8 | 1715 | 94 % | 3600.5 |
| Instancia_10_4_20_9 | 1671 | 92 % | 3600.1 |
| Instancia_10_4_20_10 | 1435 | 92 % | 3600.18 |

Tabla A.3: Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 5$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|----------------------|----------------|------|------------|
| Instancia_10_5_5_1* | 113 | 0 % | 1.856 |
| Instancia_10_5_5_2* | 133 | 0 % | 2.839 |
| Instancia_10_5_5_3* | 142 | 0 % | 0.733 |
| Instancia_10_5_5_4* | 145 | 0 % | 4.867 |
| Instancia_10_5_5_5* | 99 | 0 % | 0.998 |
| Instancia_10_5_5_6* | 137 | 0 % | 4.508 |
| Instancia_10_5_5_7* | 140 | 0 % | 1.248 |
| Instancia_10_5_5_8* | 129 | 0 % | 1.919 |
| Instancia_10_5_5_9* | 102 | 0 % | 0.795 |
| Instancia_10_5_5_10* | 106 | 0 % | 3.104 |
| Instancia_10_5_10_1 | 426 | 75 % | 3603.5 |
| Instancia_10_5_10_2 | 414 | 75 % | 3600.05 |
| Instancia_10_5_10_3 | 300 | 58 % | 3600.03 |
| Instancia_10_5_10_4 | 325 | 76 % | 3600.14 |
| Instancia_10_5_10_5 | 447 | 78 % | 3603.37 |
| Instancia_10_5_10_6 | 431 | 76 % | 3600.03 |
| Instancia_10_5_10_7 | 499 | 79 % | 3603.09 |
| Instancia_10_5_10_8 | 353 | 77 % | 3604.08 |
| Instancia_10_5_10_9 | 381 | 77 % | 3600.02 |
| Instancia_10_5_10_10 | 503 | 81 % | 3600.07 |
| Instancia_10_5_15_1 | 1012 | 88 % | 3603.58 |
| Instancia_10_5_15_2 | 842 | 87 % | 3603.22 |
| Instancia_10_5_15_3 | 831 | 85 % | 3603.93 |
| Instancia_10_5_15_4 | 812 | 86 % | 3603.16 |
| Instancia_10_5_15_5 | 818 | 84 % | 3603.9 |
| Instancia_10_5_15_6 | 947 | 88 % | 3615.7 |
| Instancia_10_5_15_7 | 928 | 87 % | 3610.71 |
| Instancia_10_5_15_8 | 921 | 87 % | 3605.54 |
| Instancia_10_5_15_9 | 1022 | 90 % | 3600.08 |
| Instancia_10_5_15_10 | 768 | 85 % | 3600.07 |
| Instancia_10_5_20_1 | 1810 | 93 % | 3600.52 |
| Instancia_10_5_20_2 | 1553 | 92 % | 3600.14 |
| Instancia_10_5_20_3 | 1650 | 92 % | 3603.12 |
| Instancia_10_5_20_4 | 1630 | 92 % | 3600.16 |
| Instancia_10_5_20_5 | 1602 | 92 % | 3600.16 |
| Instancia_10_5_20_6 | 1809 | 93 % | 3600.1 |
| Instancia_10_5_20_7 | 1666 | 92 % | 3600.13 |
| Instancia_10_5_20_8 | 1916 | 94 % | 3600.11 |
| Instancia_10_5_20_9 | 1892 | 95 % | 3600.11 |
| Instancia_10_5_20_10 | 1541 | 90 % | 3600.1 |

Tabla A.4: Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|----------------------|----------------|------|------------|
| Instancia_10.6.5.1* | 108 | 0 % | 1.934 |
| Instancia_10.6.5.2* | 121 | 0 % | 1.076 |
| Instancia_10.6.5.3* | 73 | 0 % | 0.843 |
| Instancia_10.6.5.4* | 140 | 0 % | 4.087 |
| Instancia_10.6.5.5* | 108 | 0 % | 1.232 |
| Instancia_10.6.5.6* | 97 | 0 % | 4.305 |
| Instancia_10.6.5.7* | 105 | 0 % | 2.449 |
| Instancia_10.6.5.8* | 95 | 0 % | 2.605 |
| Instancia_10.6.5.9* | 164 | 0 % | 1.451 |
| Instancia_10.6.5.10* | 115 | 0 % | 0.609 |
| Instancia_10.6.10.1 | 454 | 80 % | 3603.67 |
| Instancia_10.6.10.2 | 418 | 79 % | 3603.05 |
| Instancia_10.6.10.3 | 383 | 77 % | 3602.45 |
| Instancia_10.6.10.4 | 408 | 78 % | 3603.44 |
| Instancia_10.6.10.5 | 424 | 71 % | 3603.72 |
| Instancia_10.6.10.6 | 281 | 71 % | 3603.58 |
| Instancia_10.6.10.7 | 456 | 75 % | 3604.45 |
| Instancia_10.6.10.8 | 501 | 78 % | 3603.83 |
| Instancia_10.6.10.9 | 341 | 77 % | 3603.59 |
| Instancia_10.6.10.10 | 330 | 78 % | 3605.11 |
| Instancia_10.6.15.1 | 901 | 86 % | 3600.08 |
| Instancia_10.6.15.2 | 841 | 86 % | 3603.37 |
| Instancia_10.6.15.3 | 835 | 87 % | 3600.47 |
| Instancia_10.6.15.4 | 876 | 87 % | 3600.11 |
| Instancia_10.6.15.5 | 929 | 87 % | 3602.61 |
| Instancia_10.6.15.6 | 957 | 88 % | 3600.1 |
| Instancia_10.6.15.7 | 873 | 88 % | 3600.07 |
| Instancia_10.6.15.8 | 917 | 89 % | 3600.11 |
| Instancia_10.6.15.9 | 808 | 88 % | 3603.86 |
| Instancia_10.6.15.10 | 799 | 86 % | 3600.19 |
| Instancia_10.6.20.1 | 1954 | 93 % | 3600.39 |
| Instancia_10.6.20.2 | 2076 | 95 % | 3600.13 |
| Instancia_10.6.20.3 | 1516 | 91 % | 3601.56 |
| Instancia_10.6.20.4 | 1796 | 93 % | 3600.27 |
| Instancia_10.6.20.5 | 1280 | 91 % | 3600.41 |
| Instancia_10.6.20.6 | 1455 | 92 % | 3600.18 |
| Instancia_10.6.20.7 | 1471 | 91 % | 3600.21 |
| Instancia_10.6.20.8 | 1465 | 92 % | 3600.19 |
| Instancia_10.6.20.9 | 1670 | 91 % | 3600.18 |
| Instancia_10.6.20.10 | 1573 | 91 % | 3601.38 |

Tabla A.5: Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|----------------------|----------------|------|------------|
| Instancia_10_7_5_1* | 136 | 0 % | 1.81 |
| Instancia_10_7_5_2* | 149 | 0 % | 1.513 |
| Instancia_10_7_5_3* | 126 | 0 % | 2.043 |
| Instancia_10_7_5_4* | 132 | 0 % | 2.309 |
| Instancia_10_7_5_5* | 102 | 0 % | 3.26 |
| Instancia_10_7_5_6* | 99 | 0 % | 7.784 |
| Instancia_10_7_5_7* | 137 | 0 % | 1.544 |
| Instancia_10_7_5_8* | 120 | 0 % | 2.215 |
| Instancia_10_7_5_9* | 120 | 0 % | 2.839 |
| Instancia_10_7_5_10* | 127 | 0 % | 2.216 |
| Instancia_10_7_10_1 | 351 | 79 % | 3604.14 |
| Instancia_10_7_10_2 | 338 | 70 % | 3603.65 |
| Instancia_10_7_10_3 | 360 | 70 % | 3604 |
| Instancia_10_7_10_4 | 397 | 74 % | 3602.58 |
| Instancia_10_7_10_5 | 443 | 74 % | 3605.17 |
| Instancia_10_7_10_6 | 357 | 77 % | 3604.47 |
| Instancia_10_7_10_7 | 309 | 70 % | 3601.49 |
| Instancia_10_7_10_8 | 246 | 48 % | 3603.83 |
| Instancia_10_7_10_9 | 347 | 78 % | 3604.23 |
| Instancia_10_7_10_10 | 434 | 80 % | 3604.15 |
| Instancia_10_7_15_1 | 794 | 85 % | 3601.8 |
| Instancia_10_7_15_2 | 910 | 87 % | 3605.2 |
| Instancia_10_7_15_3 | 903 | 87 % | 3605.18 |
| Instancia_10_7_15_4 | 627 | 86 % | 3608.69 |
| Instancia_10_7_15_5 | 750 | 85 % | 3605.87 |
| Instancia_10_7_15_6 | 917 | 87 % | 3608.13 |
| Instancia_10_7_15_7 | 788 | 87 % | 3602.3 |
| Instancia_10_7_15_8 | 850 | 88 % | 3601.86 |
| Instancia_10_7_15_9 | 723 | 88 % | 3602.66 |
| Instancia_10_7_15_10 | 871 | 88 % | 3601.38 |
| Instancia_10_7_20_1 | 1787 | 92 % | 3600.46 |
| Instancia_10_7_20_2 | 1486 | 91 % | 3600.25 |
| Instancia_10_7_20_3 | 1555 | 92 % | 3600.49 |
| Instancia_10_7_20_4 | 1574 | 91 % | 3600.15 |
| Instancia_10_7_20_5 | 1545 | 92 % | 3600.43 |
| Instancia_10_7_20_6 | 1594 | 91 % | 3600.13 |
| Instancia_10_7_20_7 | 1535 | 92 % | 3600.14 |
| Instancia_10_7_20_8 | 1800 | 93 % | 3600.38 |
| Instancia_10_7_20_9 | 1627 | 92 % | 3600.41 |
| Instancia_10_7_20_10 | 1509 | 91 % | 3600.13 |

Tabla A.6: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|----------------------|----------------|-------|------------|
| Instancia_15.6.5.1* | 122 | 0 % | 1.747 |
| Instancia_15.6.5.2* | 92 | 0 % | 3.588 |
| Instancia_15.6.5.3* | 150 | 0 % | 2.964 |
| Instancia_15.6.5.4* | 110 | 0 % | 3.572 |
| Instancia_15.6.5.5* | 105 | 0 % | 2.527 |
| Instancia_15.6.5.6* | 101 | 0 % | 1.482 |
| Instancia_15.6.5.7* | 144 | 0 % | 7.832 |
| Instancia_15.6.5.8* | 121 | 0 % | 1.279 |
| Instancia_15.6.5.9* | 155 | 0 % | 4.852 |
| Instancia_15.6.5.10* | 119 | 0 % | 3.26 |
| Instancia_15.6.10.1 | 400 | 81 % | 3602.3 |
| Instancia_15.6.10.2 | 417 | 77 % | 3600.04 |
| Instancia_15.6.10.3 | 417 | 80 % | 3600.03 |
| Instancia_15.6.10.4 | 448 | 83 % | 3603.37 |
| Instancia_15.6.10.5 | 359 | 81 % | 3603.81 |
| Instancia_15.6.10.6 | 420 | 82 % | 3600.03 |
| Instancia_15.6.10.7 | 421 | 82 % | 3602.22 |
| Instancia_15.6.10.8 | 342 | 82 % | 3601.1 |
| Instancia_15.6.10.9 | 381 | 81 % | 3603.73 |
| Instancia_15.6.10.10 | 336 | 81 % | 3601.78 |
| Instancia_15.6.15.1 | 883 | 88 % | 3601.25 |
| Instancia_15.6.15.2 | 916 | 88 % | 3602.19 |
| Instancia_15.6.15.3 | 1007 | 89 % | 3601.8 |
| Instancia_15.6.15.4 | 900 | 89 % | 3600.22 |
| Instancia_15.6.15.5 | 912 | 89 % | 3606.84 |
| Instancia_15.6.15.6 | 819 | 89 % | 3605.71 |
| Instancia_15.6.15.7 | 919 | 89 % | 3600.28 |
| Instancia_15.6.15.8 | 797 | 87 % | 3600.17 |
| Instancia_15.6.15.9 | 805 | 88 % | 3603 |
| Instancia_15.6.15.10 | 976 | 90 % | 3605.53 |
| Instancia_15.6.20.1 | 1790 | 95 % | 3600.14 |
| Instancia_15.6.20.2 | 1810 | 95 % | 3600.11 |
| Instancia_15.6.20.3 | 2168 | 96 % | 3600.19 |
| Instancia_15.6.20.4 | 2073 | 95 % | 3600.22 |
| Instancia_15.6.20.5 | 1806 | 95 % | 3600.33 |
| Instancia_15.6.20.6 | 2352 | 100 % | 3600.27 |
| Instancia_15.6.20.7 | 2372 | 96 % | 3600.33 |
| Instancia_15.6.20.8 | 1904 | 96 % | 3600.24 |
| Instancia_15.6.20.9 | 1862 | 95 % | 3600.19 |
| Instancia_15.6.20.10 | 1819 | 95 % | 3600.16 |

Tabla A.7: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|----------------------|----------------|------|------------|
| Instancia_15_7_5_1* | 85 | 0 % | 4.368 |
| Instancia_15_7_5_2* | 81 | 0 % | 5.07 |
| Instancia_15_7_5_3* | 137 | 0 % | 3.463 |
| Instancia_15_7_5_4* | 132 | 0 % | 2.542 |
| Instancia_15_7_5_5* | 84.0002 | 0 % | 2.808 |
| Instancia_15_7_5_6* | 117 | 0 % | 1.248 |
| Instancia_15_7_5_7* | 117 | 0 % | 1.654 |
| Instancia_15_7_5_8* | 112 | 0 % | 3.386 |
| Instancia_15_7_5_9* | 113 | 0 % | 3.993 |
| Instancia_15_7_5_10* | 116 | 0 % | 12.199 |
| Instancia_15_7_10_1 | 377 | 81 % | 3602.98 |
| Instancia_15_7_10_2 | 326 | 77 % | 3602.97 |
| Instancia_15_7_10_3 | 389 | 83 % | 3603.4 |
| Instancia_15_7_10_4 | 406 | 83 % | 3603.79 |
| Instancia_15_7_10_5 | 386 | 82 % | 3600.07 |
| Instancia_15_7_10_6 | 306 | 78 % | 3600.04 |
| Instancia_15_7_10_7 | 483 | 82 % | 3603.78 |
| Instancia_15_7_10_8 | 453 | 80 % | 3600.04 |
| Instancia_15_7_10_9 | 360 | 82 % | 3602.42 |
| Instancia_15_7_10_10 | 533 | 83 % | 3603.19 |
| Instancia_15_7_15_1 | 844 | 90 % | 3600.3 |
| Instancia_15_7_15_2 | 698 | 87 % | 3600.25 |
| Instancia_15_7_15_3 | 1057 | 90 % | 3600.11 |
| Instancia_15_7_15_4 | 898 | 91 % | 3600.5 |
| Instancia_15_7_15_5 | 704 | 87 % | 3600.08 |
| Instancia_15_7_15_6 | 920 | 88 % | 3600.1 |
| Instancia_15_7_15_7 | 885 | 89 % | 3605.46 |
| Instancia_15_7_15_8 | 772 | 88 % | 3600.22 |
| Instancia_15_7_15_9 | 1001 | 89 % | 3600.1 |
| Instancia_15_7_15_10 | 887 | 89 % | 3602.55 |
| Instancia_15_7_20_1 | 2083 | 98 % | 3600.04 |
| Instancia_15_7_20_2 | 1663 | 95 % | 3600.49 |
| Instancia_15_7_20_3 | 2218 | 97 % | 3600.13 |
| Instancia_15_7_20_4 | 2038 | 96 % | 3600.22 |
| Instancia_15_7_20_5 | 2064 | 95 % | 3600.44 |
| Instancia_15_7_20_6 | 2143 | 95 % | 3600.13 |
| Instancia_15_7_20_7 | 1709 | 96 % | 3600.13 |
| Instancia_15_7_20_8 | 1931 | 96 % | 3600.24 |
| Instancia_15_7_20_9 | 1866 | 94 % | 3600.25 |
| Instancia_15_7_20_10 | 1917 | 97 % | 3600.24 |

Tabla A.8: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 8$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|----------------------|----------------|------|------------|
| Instancia_15.8.5.1* | 151 | 0 % | 2.808 |
| Instancia_15.8.5.2* | 142 | 0 % | 3.478 |
| Instancia_15.8.5.3* | 90 | 0 % | 2.278 |
| Instancia_15.8.5.4* | 165 | 0 % | 4.353 |
| Instancia_15.8.5.5* | 131 | 0 % | 1.185 |
| Instancia_15.8.5.6* | 156 | 0 % | 1.123 |
| Instancia_15.8.5.7* | 82 | 0 % | 3.76 |
| Instancia_15.8.5.8* | 147 | 0 % | 2.496 |
| Instancia_15.8.5.9* | 132 | 0 % | 1.872 |
| Instancia_15.8.5.10* | 123 | 0 % | 4.087 |
| Instancia_15.8.10.1 | 336 | 78 % | 3604.93 |
| Instancia_15.8.10.2 | 353 | 78 % | 3600.08 |
| Instancia_15.8.10.3 | 439 | 82 % | 3607.05 |
| Instancia_15.8.10.4 | 364 | 75 % | 3604.73 |
| Instancia_15.8.10.5 | 419 | 79 % | 3604.15 |
| Instancia_15.8.10.6 | 506 | 83 % | 3603.59 |
| Instancia_15.8.10.7 | 333 | 81 % | 3604.92 |
| Instancia_15.8.10.8 | 402 | 80 % | 3603.65 |
| Instancia_15.8.10.9 | 500 | 83 % | 3604.53 |
| Instancia_15.8.10.10 | 346 | 77 % | 3603.51 |
| Instancia_15.8.15.1 | 849 | 89 % | 3600.63 |
| Instancia_15.8.15.2 | 714 | 85 % | 3600.18 |
| Instancia_15.8.15.3 | 787 | 88 % | 3600.47 |
| Instancia_15.8.15.4 | 827 | 89 % | 3600.22 |
| Instancia_15.8.15.5 | 931 | 89 % | 3600.1 |
| Instancia_15.8.15.6 | 797 | 88 % | 3602.73 |
| Instancia_15.8.15.7 | 923 | 88 % | 3600.1 |
| Instancia_15.8.15.8 | 978 | 90 % | 3602.06 |
| Instancia_15.8.15.9 | 782 | 89 % | 3600.39 |
| Instancia_15.8.15.10 | 758 | 87 % | 3601.88 |
| Instancia_15.8.20.1 | 2021 | 98 % | 3600.11 |
| Instancia_15.8.20.2 | 1950 | 96 % | 3600.18 |
| Instancia_15.8.20.3 | 2116 | 97 % | 3600.24 |
| Instancia_15.8.20.4 | 2166 | 98 % | 3600.13 |
| Instancia_15.8.20.5 | 1894 | 96 % | 3600.11 |
| Instancia_15.8.20.6 | 1619 | 97 % | 3600.21 |
| Instancia_15.8.20.7 | 2452 | 98 % | 3600.13 |
| Instancia_15.8.20.8 | 2071 | 97 % | 3600.15 |
| Instancia_15.8.20.9 | 2115 | 98 % | 3600.13 |
| Instancia_15.8.20.10 | 1780 | 97 % | 3600.13 |

Tabla A.9: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 9$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|----------------------|----------------|-----|------------|
| Instancia_15_9_5_1* | 118 | 0% | 2.075 |
| Instancia_15_9_5_2* | 132 | 0% | 3.385 |
| Instancia_15_9_5_3* | 143 | 0% | 1.139 |
| Instancia_15_9_5_4* | 111 | 0% | 0.921 |
| Instancia_15_9_5_5* | 117 | 0% | 10.499 |
| Instancia_15_9_5_6* | 141 | 0% | 1.654 |
| Instancia_15_9_5_7* | 114 | 0% | 2.73 |
| Instancia_15_9_5_8* | 125 | 0% | 3.916 |
| Instancia_15_9_5_9* | 116 | 0% | 2.262 |
| Instancia_15_9_5_10* | 87 | 0% | 2.2 |
| Instancia_15_9_10_1 | 457 | 67% | 3606.03 |
| Instancia_15_9_10_2 | 460 | 76% | 3605.9 |
| Instancia_15_9_10_3 | 453 | 76% | 3600.14 |
| Instancia_15_9_10_4 | 438 | 79% | 3602.38 |
| Instancia_15_9_10_5 | 455 | 82% | 3604.03 |
| Instancia_15_9_10_6 | 344 | 78% | 3604.86 |
| Instancia_15_9_10_7 | 394 | 76% | 3602.69 |
| Instancia_15_9_10_8 | 357 | 79% | 3603.25 |
| Instancia_15_9_10_9 | 338 | 80% | 3603.95 |
| Instancia_15_9_10_10 | 444 | 80% | 3604.87 |
| Instancia_15_9_15_1 | 823 | 85% | 3601.84 |
| Instancia_15_9_15_2 | 846 | 87% | 3600.1 |
| Instancia_15_9_15_3 | 797 | 87% | 3600.14 |
| Instancia_15_9_15_4 | 927 | 89% | 3600.1 |
| Instancia_15_9_15_5 | 900 | 88% | 3602.44 |
| Instancia_15_9_15_6 | 970 | 88% | 3600.1 |
| Instancia_15_9_15_7 | 715 | 84% | 3600.08 |
| Instancia_15_9_15_8 | 860 | 89% | 3601.99 |
| Instancia_15_9_15_9 | 795 | 86% | 3600.32 |
| Instancia_15_9_15_10 | 1008 | 90% | 3601.95 |
| Instancia_15_9_20_1 | 1582 | 92% | 3600.35 |
| Instancia_15_9_20_2 | 1930 | 98% | 3600.18 |
| Instancia_15_9_20_3 | 2420 | 97% | 3600.27 |
| Instancia_15_9_20_4 | 1808 | 96% | 3600.19 |
| Instancia_15_9_20_5 | 2110 | 97% | 3600.18 |
| Instancia_15_9_20_6 | 2053 | 98% | 3600.18 |
| Instancia_15_9_20_7 | 1503 | 92% | 3600.19 |
| Instancia_15_9_20_8 | 1612 | 93% | 3600.18 |
| Instancia_15_9_20_9 | 2176 | 97% | 3600.27 |
| Instancia_15_9_20_10 | 1906 | 92% | 3600.1 |

Tabla A.10: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 10$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|-----------------------|----------------|-------|------------|
| Instancia_15_10_5_1* | 113 | 0 % | 1.357 |
| Instancia_15_10_5_2* | 124 | 0 % | 3.026 |
| Instancia_15_10_5_3* | 155 | 0 % | 2.559 |
| Instancia_15_10_5_4* | 96 | 0 % | 3.151 |
| Instancia_15_10_5_5* | 103 | 0 % | 5.116 |
| Instancia_15_10_5_6* | 144 | 0 % | 2.605 |
| Instancia_15_10_5_7* | 145 | 0 % | 5.85 |
| Instancia_15_10_5_8* | 81 | 0 % | 1.856 |
| Instancia_15_10_5_9* | 120 | 0 % | 3.37 |
| Instancia_15_10_5_10* | 143 | 0 % | 2.059 |
| Instancia_15_10_10_1 | 502 | 82 % | 3604.18 |
| Instancia_15_10_10_2 | 398 | 82 % | 3602.45 |
| Instancia_15_10_10_3 | 330 | 70 % | 3605.48 |
| Instancia_15_10_10_4 | 360 | 78 % | 3604.93 |
| Instancia_15_10_10_5 | 441 | 81 % | 3603.98 |
| Instancia_15_10_10_6 | 437 | 83 % | 3602.69 |
| Instancia_15_10_10_7 | 501 | 80 % | 3605.67 |
| Instancia_15_10_10_8 | 420 | 81 % | 3606.07 |
| Instancia_15_10_10_9 | 363 | 76 % | 3605.09 |
| Instancia_15_10_10_10 | 409 | 77 % | 3605.59 |
| Instancia_15_10_15_1 | 961 | 87 % | 3602.41 |
| Instancia_15_10_15_2 | 902 | 87 % | 3603.95 |
| Instancia_15_10_15_3 | 662 | 87 % | 3600.36 |
| Instancia_15_10_15_4 | 789 | 88 % | 3604.73 |
| Instancia_15_10_15_5 | 928 | 88 % | 3602.11 |
| Instancia_15_10_15_6 | 891 | 89 % | 3600.1 |
| Instancia_15_10_15_7 | 822 | 89 % | 3600.16 |
| Instancia_15_10_15_8 | 824 | 87 % | 3600.1 |
| Instancia_15_10_15_9 | 900 | 88 % | 3602.3 |
| Instancia_15_10_15_10 | 776 | 86 % | 3601.77 |
| Instancia_15_10_20_1 | 2012 | 98 % | 3600.1 |
| Instancia_15_10_20_2 | 1544 | 91 % | 3603.3 |
| Instancia_15_10_20_3 | 2120 | 97 % | 3600.16 |
| Instancia_15_10_20_4 | 1787 | 97 % | 3600.19 |
| Instancia_15_10_20_5 | 1935 | 96 % | 3600.36 |
| Instancia_15_10_20_6 | 2075 | 97 % | 3600.16 |
| Instancia_15_10_20_7 | 2013 | 97 % | 3600.16 |
| Instancia_15_10_20_8 | 2000 | 100 % | 3600.3 |
| Instancia_15_10_20_9 | 1824 | 95 % | 3600.19 |
| Instancia_15_10_20_10 | 2117 | 97 % | 3600.16 |

Tabla A.11: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 11$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|-----------------------|----------------|-------|------------|
| Instancia_15_11_5_1* | 175 | 0 % | 2.433 |
| Instancia_15_11_5_2* | 92.0001 | 0 % | 2.324 |
| Instancia_15_11_5_3* | 75 | 0 % | 1.404 |
| Instancia_15_11_5_4* | 115 | 0 % | 1.419 |
| Instancia_15_11_5_5* | 117 | 0 % | 1.435 |
| Instancia_15_11_5_6* | 90 | 0 % | 3.557 |
| Instancia_15_11_5_7* | 110 | 0 % | 2.356 |
| Instancia_15_11_5_8* | 130 | 0 % | 4.165 |
| Instancia_15_11_5_9* | 146 | 0 % | 1.654 |
| Instancia_15_11_5_10* | 118 | 0 % | 1.467 |
| Instancia_15_11_10_1 | 364 | 78 % | 3604.34 |
| Instancia_15_11_10_2 | 434 | 78 % | 3606.6 |
| Instancia_15_11_10_3 | 398 | 76 % | 3604.4 |
| Instancia_15_11_10_4 | 344 | 78 % | 3604.99 |
| Instancia_15_11_10_5 | 334 | 65 % | 3606.62 |
| Instancia_15_11_10_6 | 454 | 77 % | 3606.65 |
| Instancia_15_11_10_7 | 334 | 78 % | 3603.87 |
| Instancia_15_11_10_8 | 437 | 72 % | 3603.64 |
| Instancia_15_11_10_9 | 434 | 80 % | 3604.73 |
| Instancia_15_11_10_10 | 468 | 80 % | 3606.77 |
| Instancia_15_11_15_1 | 937 | 87 % | 3601.3 |
| Instancia_15_11_15_2 | 923 | 86 % | 3600.1 |
| Instancia_15_11_15_3 | 942 | 88 % | 3608.46 |
| Instancia_15_11_15_4 | 847 | 89 % | 3600.22 |
| Instancia_15_11_15_5 | 894 | 84 % | 3600.15 |
| Instancia_15_11_15_6 | 732 | 87 % | 3601.44 |
| Instancia_15_11_15_7 | 871 | 89 % | 3603.9 |
| Instancia_15_11_15_8 | 869 | 84 % | 3606.04 |
| Instancia_15_11_15_9 | 826 | 87 % | 3602.31 |
| Instancia_15_11_15_10 | 791 | 87 % | 3600.1 |
| Instancia_15_11_20_1 | 1797 | 92 % | 3600.39 |
| Instancia_15_11_20_2 | 2299 | 100 % | 3600.18 |
| Instancia_15_11_20_3 | 1751 | 92 % | 3600.13 |
| Instancia_15_11_20_4 | 1654 | 91 % | 3602.09 |
| Instancia_15_11_20_5 | 2256 | 100 % | 3601.44 |
| Instancia_15_11_20_6 | 1499 | 92 % | 3600.21 |
| Instancia_15_11_20_7 | 1467 | 92 % | 3600.33 |
| Instancia_15_11_20_8 | 2227 | 100 % | 3600.28 |
| Instancia_15_11_20_9 | 1615 | 94 % | 3600.27 |
| Instancia_15_11_20_10 | 2517 | 99 % | 3600.21 |

Tabla A.12: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 12$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | Valor Objetivo | GAP | Tiempo (s) |
|-----------------------|----------------|-------|------------|
| Instancia_15_12_5_1* | 112 | 0 % | 1.638 |
| Instancia_15_12_5_2* | 122 | 0 % | 0.936 |
| Instancia_15_12_5_3* | 117 | 0 % | 3.37 |
| Instancia_15_12_5_4* | 107 | 0 % | 1.092 |
| Instancia_15_12_5_5* | 138 | 0 % | 1.669 |
| Instancia_15_12_5_6* | 115 | 0 % | 2.964 |
| Instancia_15_12_5_7* | 147 | 0 % | 1.108 |
| Instancia_15_12_5_8* | 112 | 0 % | 0.905 |
| Instancia_15_12_5_9* | 118 | 0 % | 1.841 |
| Instancia_15_12_5_10* | 120 | 0 % | 1.981 |
| Instancia_15_12_10_1 | 378 | 78 % | 3604.14 |
| Instancia_15_12_10_2 | 402 | 78 % | 3605.81 |
| Instancia_15_12_10_3 | 309 | 71 % | 3607.43 |
| Instancia_15_12_10_4 | 365 | 73 % | 3605.79 |
| Instancia_15_12_10_5 | 371 | 80 % | 3607.37 |
| Instancia_15_12_10_6 | 439 | 81 % | 3605.84 |
| Instancia_15_12_10_7 | 375 | 73 % | 3606.26 |
| Instancia_15_12_10_8 | 317 | 69 % | 3604.93 |
| Instancia_15_12_10_9 | 348 | 69 % | 3605.29 |
| Instancia_15_12_10_10 | 417 | 79 % | 3605.29 |
| Instancia_15_12_15_1 | 900 | 89 % | 3600.25 |
| Instancia_15_12_15_2 | 896 | 87 % | 3605.84 |
| Instancia_15_12_15_3 | 776 | 88 % | 3600.1 |
| Instancia_15_12_15_4 | 835 | 87 % | 3600.27 |
| Instancia_15_12_15_5 | 885 | 88 % | 3601.99 |
| Instancia_15_12_15_6 | 990 | 87 % | 3600.13 |
| Instancia_15_12_15_7 | 832 | 87 % | 3600.27 |
| Instancia_15_12_15_8 | 671 | 85 % | 3610.95 |
| Instancia_15_12_15_9 | 660 | 87 % | 3602.69 |
| Instancia_15_12_15_10 | 887 | 88 % | 3602.02 |
| Instancia_15_12_20_1 | 1870 | 93 % | 3600.13 |
| Instancia_15_12_20_2 | 1593 | 91 % | 3600.46 |
| Instancia_15_12_20_3 | 1581 | 91 % | 3600.22 |
| Instancia_15_12_20_4 | 1465 | 91 % | 3600.49 |
| Instancia_15_12_20_5 | 2025 | 100 % | 3600.21 |
| Instancia_15_12_20_6 | 2056 | 100 % | 3600.19 |
| Instancia_15_12_20_7 | 2202 | 100 % | 3600.25 |
| Instancia_15_12_20_8 | 1711 | 92 % | 3600.13 |
| Instancia_15_12_20_9 | 2247 | 100 % | 3600.18 |
| Instancia_15_12_20_10 | 1715 | 93 % | 3600.19 |

APÉNDICE B

APÉNDICE B

B.1 RESULTADOS DEL PROCEDIMIENTO METAHEURÍSTICO EN COMPARACIÓN CON LA SOLUCIÓN DE LA FORMULACIÓN MATEMÁTICA

En esta sección se presentan los resultados individuales obtenidos por el procedimiento metaheurístico para cada una de las instancias que fueron probadas por la formulación matemática. Se consideran nuevamente los tres grupos de instancias: 5 máquinas, 10 máquinas y 15 máquinas.

Los resultados está clasificados en tablas con respecto a la cantidad de máquinas totales (m), la cantidad de máquinas en la etapa inicial (m_{FA}) y la cantidad de productos (p) a programar en la línea de producción. La primera columna menciona el nombre de la instancia (se marca con * a las instancias que se conoce su valor objetivo óptimo), la columna dos muestra el valor de la función objetivo obtenida por la formulación matemática, la columna tres representa el valor de la mejor solución encontrada por el procedimiento metaheurístico, la columna cuatro es el GAP de la mejor solución encontrada con respecto a la solución proporcionada por el modelo, la columna cinco representa el porcentaje de variabilidad de las soluciones encontradas al realizar 10 réplicas del algoritmo para cada instancia y por último, la columna seis muestra el tiempo promedio de ejecución en segundos para la metodología propuesta.

Tabla B.1: Instancias de $m = 5$; $m_{FA} = 2$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|---------------------|-----------------|----------------|---------|----------------------------|---------------|
| Instancia_5_2_5_1* | 151 | 157 | 3.97 % | 0 % | 0 |
| Instancia_5_2_5_2* | 94 | 100 | 6.38 % | 0 % | 0.0031 |
| Instancia_5_2_5_3* | 167 | 167 | 0 % | 0.94 % | 0.003 |
| Instancia_5_2_5_4* | 120 | 126 | 5.00 % | 0 % | 0.0063 |
| Instancia_5_2_5_5* | 179 | 179 | 0 % | 0 % | 0.0016 |
| Instancia_5_2_5_6* | 129 | 132 | 2.33 % | 0.48 % | 0.0016 |
| Instancia_5_2_5_7* | 136 | 146 | 7.35 % | 0.22 % | 0.003 |
| Instancia_5_2_5_8* | 148 | 148 | 0 % | 0 % | 0.0076 |
| Instancia_5_2_5_9* | 111 | 120 | 8.11 % | 0 % | 0 |
| Instancia_5_2_5_10* | 140 | 140 | 0 % | 0.23 % | 0.0046 |
| Instancia_5_2_10_1 | 471 | 501 | 6.37 % | 3.41 % | 0.0061 |
| Instancia_5_2_10_2 | 476 | 504 | 5.88 % | 3.09 % | 0.0062 |
| Instancia_5_2_10_3 | 569 | 562 | -1.23 % | 2.87 % | 0.0122 |
| Instancia_5_2_10_4 | 425 | 450 | 5.88 % | 2.41 % | 0.0154 |
| Instancia_5_2_10_5 | 421 | 445 | 5.70 % | 1.44 % | 0.0128 |
| Instancia_5_2_10_6 | 376 | 395 | 5.05 % | 2.78 % | 0.0108 |
| Instancia_5_2_10_7 | 408 | 441 | 8.09 % | 2.48 % | 0.014 |
| Instancia_5_2_10_8 | 454 | 486 | 7.05 % | 2.73 % | 0.0093 |
| Instancia_5_2_10_9 | 552 | 543 | -1.63 % | 2.59 % | 0.0156 |
| Instancia_5_2_10_10 | 394 | 405 | 2.79 % | 2.74 % | 0.011 |
| Instancia_5_2_15_1 | 877 | 909 | 3.65 % | 4.38 % | 0.0107 |
| Instancia_5_2_15_2 | 997 | 1037 | 4.01 % | 3.48 % | 0.0374 |
| Instancia_5_2_15_3 | 1022 | 1174 | 14.87 % | 1.70 % | 0.0188 |
| Instancia_5_2_15_4 | 1036 | 1053 | 1.64 % | 2.09 % | 0.0313 |
| Instancia_5_2_15_5 | 867 | 981 | 13.15 % | 2.44 % | 0.022 |
| Instancia_5_2_15_6 | 908 | 1037 | 14.21 % | 2.53 % | 0.0264 |
| Instancia_5_2_15_7 | 915 | 934 | 2.08 % | 2.84 % | 0.0247 |
| Instancia_5_2_15_8 | 901 | 1025 | 13.76 % | 3.36 % | 0.0328 |
| Instancia_5_2_15_9 | 980 | 1248 | 27.35 % | 1.45 % | 0.0233 |
| Instancia_5_2_15_10 | 1007 | 1104 | 9.63 % | 2.15 % | 0.0296 |
| Instancia_5_2_20_1 | 1960 | 2167 | 10.56 % | 2.51 % | 0.0249 |
| Instancia_5_2_20_2 | 1830 | 1951 | 6.61 % | 2.11 % | 0.0329 |
| Instancia_5_2_20_3 | 2039 | 2077 | 1.86 % | 2.38 % | 0.0377 |
| Instancia_5_2_20_4 | 1649 | 1894 | 14.86 % | 3.04 % | 0.0437 |
| Instancia_5_2_20_5 | 1743 | 1984 | 13.83 % | 2.74 % | 0 |
| Instancia_5_2_20_6 | 1567 | 1876 | 19.72 % | 2.36 % | 0.0529 |
| Instancia_5_2_20_7 | 1768 | 1909 | 7.98 % | 2.22 % | 0.0407 |
| Instancia_5_2_20_8 | 1658 | 1962 | 18.34 % | 2.06 % | 0.0374 |
| Instancia_5_2_20_9 | 1831 | 1966 | 7.37 % | 1.62 % | 0.0312 |
| Instancia_5_2_20_10 | 2034 | 1962 | -3.54 % | 3.09 % | 0.0485 |

Tabla B.2: Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 4$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|----------------------|-----------------|----------------|---------|----------------------------|---------------|
| Instancia_10_4_5_1* | 120 | 120 | 0 % | 0.80 % | 0 |
| Instancia_10_4_5_2* | 136 | 140 | 2.94 % | 0 % | 0.0033 |
| Instancia_10_4_5_3* | 123 | 132 | 7.32 % | 0 % | 0.0017 |
| Instancia_10_4_5_4* | 165 | 171 | 3.64 % | 2.01 % | 0.0025 |
| Instancia_10_4_5_5* | 165 | 167 | 1.21 % | 1.00 % | 0.0096 |
| Instancia_10_4_5_6* | 149 | 149 | 0 % | 0 % | 0.0021 |
| Instancia_10_4_5_7* | 125 | 131 | 4.80 % | 2.22 % | 0.0048 |
| Instancia_10_4_5_8* | 177 | 177 | 0 % | 0 % | 0.0035 |
| Instancia_10_4_5_9* | 149 | 149 | 0 % | 0.28 % | 0.0065 |
| Instancia_10_4_5_10* | 137 | 139 | 1.46 % | 3.19 % | 0.0055 |
| Instancia_10_4_10_1 | 460 | 506 | 10.00 % | 2.97 % | 0.0047 |
| Instancia_10_4_10_2 | 359 | 385 | 7.24 % | 2.95 % | 0.014 |
| Instancia_10_4_10_3 | 300 | 302 | 0.67 % | 3.28 % | 0.0156 |
| Instancia_10_4_10_4 | 270 | 294 | 8.89 % | 3.36 % | 0.0203 |
| Instancia_10_4_10_5 | 389 | 448 | 15.17 % | 1.24 % | 0.0092 |
| Instancia_10_4_10_6 | 385 | 440 | 14.29 % | 2.09 % | 0.0173 |
| Instancia_10_4_10_7 | 351 | 432 | 23.08 % | 3.32 % | 0.0093 |
| Instancia_10_4_10_8 | 406 | 413 | 1.72 % | 2.63 % | 0.0078 |
| Instancia_10_4_10_9 | 370 | 420 | 13.51 % | 2.76 % | 0.0219 |
| Instancia_10_4_10_10 | 470 | 499 | 6.17 % | 2.63 % | 0.0149 |
| Instancia_10_4_15_1 | 1001 | 1079 | 7.79 % | 3.86 % | 0.0201 |
| Instancia_10_4_15_2 | 915 | 1004 | 9.73 % | 3.00 % | 0.0267 |
| Instancia_10_4_15_3 | 839 | 932 | 11.08 % | 5.13 % | 0.0344 |
| Instancia_10_4_15_4 | 849 | 1026 | 20.85 % | 1.49 % | 0.0468 |
| Instancia_10_4_15_5 | 879 | 945 | 7.51 % | 4.82 % | 0.0201 |
| Instancia_10_4_15_6 | 1023 | 1135 | 10.95 % | 1.91 % | 0.0215 |
| Instancia_10_4_15_7 | 949 | 936 | -1.37 % | 3.69 % | 0.0294 |
| Instancia_10_4_15_8 | 759 | 936 | 23.32 % | 2.52 % | 0.0283 |
| Instancia_10_4_15_9 | 888 | 976 | 9.91 % | 3.56 % | 0.025 |
| Instancia_10_4_15_10 | 792 | 796 | 0.51 % | 4.29 % | 0.0248 |
| Instancia_10_4_20_1 | 1591 | 1871 | 17.60 % | 2.34 % | 0.0234 |
| Instancia_10_4_20_2 | 1857 | 1892 | 1.88 % | 1.62 % | 0.0358 |
| Instancia_10_4_20_3 | 1712 | 1877 | 9.64 % | 2.91 % | 0.036 |
| Instancia_10_4_20_4 | 1846 | 1792 | -2.93 % | 2.07 % | 0.0438 |
| Instancia_10_4_20_5 | 2122 | 2150 | 1.32 % | 1.46 % | 0.0374 |
| Instancia_10_4_20_6 | 1812 | 1949 | 7.56 % | 2.08 % | 0.0436 |
| Instancia_10_4_20_7 | 1904 | 1749 | -8.14 % | 4.08 % | 0.0485 |
| Instancia_10_4_20_8 | 1715 | 1818 | 6.01 % | 2.60 % | 0.0376 |
| Instancia_10_4_20_9 | 1671 | 1867 | 11.73 % | 2.82 % | 0.0372 |
| Instancia_10_4_20_10 | 1435 | 1671 | 16.45 % | 3.33 % | 0.0373 |

Tabla B.3: Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 5$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|----------------------|-----------------|----------------|---------|----------------------------|---------------|
| Instancia_10_5_5_1* | 113 | 120 | 6.19 % | 1.95 % | 0.0408 |
| Instancia_10_5_5_2* | 133 | 138 | 3.76 % | 3.78 % | 0.0062 |
| Instancia_10_5_5_3* | 142 | 158 | 11.27 % | 0 % | 0.0047 |
| Instancia_10_5_5_4* | 145 | 148 | 2.07 % | 2.22 % | 0.0031 |
| Instancia_10_5_5_5* | 99 | 110 | 11.11 % | 1.65 % | 0.0078 |
| Instancia_10_5_5_6* | 137 | 140 | 2.19 % | 0 % | 0 |
| Instancia_10_5_5_7* | 140 | 140 | 0 % | 0 % | 0.0094 |
| Instancia_10_5_5_8* | 129 | 129 | 0 % | 0 % | 0.0063 |
| Instancia_10_5_5_9* | 102 | 107 | 4.90 % | 0 % | 0 |
| Instancia_10_5_5_10* | 106 | 129 | 21.70 % | 3.49 % | 0.003 |
| Instancia_10_5_10_1 | 426 | 454 | 6.57 % | 3.39 % | 0.0045 |
| Instancia_10_5_10_2 | 414 | 455 | 9.90 % | 1.75 % | 0.0124 |
| Instancia_10_5_10_3 | 300 | 339 | 13.00 % | 4.19 % | 0.017 |
| Instancia_10_5_10_4 | 325 | 394 | 21.23 % | 3.27 % | 0.0111 |
| Instancia_10_5_10_5 | 447 | 482 | 7.83 % | 2.40 % | 0.0204 |
| Instancia_10_5_10_6 | 431 | 459 | 6.50 % | 2.43 % | 0.0173 |
| Instancia_10_5_10_7 | 499 | 555 | 11.22 % | 2.75 % | 0.0157 |
| Instancia_10_5_10_8 | 353 | 377 | 6.80 % | 3.48 % | 0.0204 |
| Instancia_10_5_10_9 | 381 | 415 | 8.92 % | 2.30 % | 0.0156 |
| Instancia_10_5_10_10 | 503 | 528 | 4.97 % | 1.72 % | 0.0201 |
| Instancia_10_5_15_1 | 1012 | 1099 | 8.60 % | 2.22 % | 0.017 |
| Instancia_10_5_15_2 | 842 | 993 | 17.93 % | 2.95 % | 0.0251 |
| Instancia_10_5_15_3 | 831 | 946 | 13.84 % | 1.87 % | 0.0297 |
| Instancia_10_5_15_4 | 812 | 937 | 15.39 % | 3.25 % | 0.0298 |
| Instancia_10_5_15_5 | 818 | 980 | 19.80 % | 2.25 % | 0.0221 |
| Instancia_10_5_15_6 | 947 | 1117 | 17.95 % | 2.64 % | 0.0237 |
| Instancia_10_5_15_7 | 928 | 1002 | 7.97 % | 1.75 % | 0.0185 |
| Instancia_10_5_15_8 | 921 | 1130 | 22.69 % | 2.27 % | 0.0311 |
| Instancia_10_5_15_9 | 1022 | 1076 | 5.28 % | 1.13 % | 0.0203 |
| Instancia_10_5_15_10 | 768 | 935 | 21.74 % | 2.81 % | 0.025 |
| Instancia_10_5_20_1 | 1810 | 1883 | 4.03 % | 2.86 % | 0.02 |
| Instancia_10_5_20_2 | 1553 | 1841 | 18.54 % | 2.15 % | 0.0358 |
| Instancia_10_5_20_3 | 1650 | 1686 | 2.18 % | 3.27 % | 0.0419 |
| Instancia_10_5_20_4 | 1630 | 1810 | 11.04 % | 2.85 % | 0.0359 |
| Instancia_10_5_20_5 | 1602 | 1924 | 20.10 % | 2.67 % | 0.0359 |
| Instancia_10_5_20_6 | 1809 | 1848 | 2.16 % | 1.63 % | 0.0329 |
| Instancia_10_5_20_7 | 1666 | 1860 | 11.64 % | 1.65 % | 0.0359 |
| Instancia_10_5_20_8 | 1916 | 1868 | -2.51 % | 2.93 % | 0.0469 |
| Instancia_10_5_20_9 | 1892 | 1729 | -8.62 % | 2.49 % | 0.0404 |
| Instancia_10_5_20_10 | 1541 | 1805 | 17.13 % | 2.75 % | 0.042 |

Tabla B.4: Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|----------------------|-----------------|----------------|----------|----------------------------|---------------|
| Instancia_10_6_5_1* | 108 | 124 | 14.81 % | 0 % | 0.042 |
| Instancia_10_6_5_2* | 121 | 137 | 13.22 % | 0 % | 0.0048 |
| Instancia_10_6_5_3* | 73 | 89 | 21.92 % | 0 % | 0.0015 |
| Instancia_10_6_5_4* | 140 | 166 | 18.57 % | 0 % | 0.0046 |
| Instancia_10_6_5_5* | 108 | 118 | 9.26 % | 0 % | 0.0032 |
| Instancia_10_6_5_6* | 97 | 105 | 8.25 % | 1.73 % | 0.003 |
| Instancia_10_6_5_7* | 105 | 107 | 1.90 % | 2.35 % | 0.003 |
| Instancia_10_6_5_8* | 95 | 95 | 0 % | 3.10 % | 0.0016 |
| Instancia_10_6_5_9* | 164 | 166 | 1.22 % | 1.27 % | 0.0048 |
| Instancia_10_6_5_10* | 115 | 115 | 0 % | 0 % | 0.0048 |
| Instancia_10_6_10_1 | 454 | 466 | 2.64 % | 2.00 % | 0.0048 |
| Instancia_10_6_10_2 | 418 | 450 | 7.66 % | 2.21 % | 0.0219 |
| Instancia_10_6_10_3 | 383 | 401 | 4.70 % | 3.80 % | 0.0234 |
| Instancia_10_6_10_4 | 408 | 480 | 17.65 % | 1.61 % | 0.0137 |
| Instancia_10_6_10_5 | 424 | 465 | 9.67 % | 3.50 % | 0.011 |
| Instancia_10_6_10_6 | 281 | 346 | 23.13 % | 2.53 % | 0.0171 |
| Instancia_10_6_10_7 | 456 | 496 | 8.77 % | 1.60 % | 0.0174 |
| Instancia_10_6_10_8 | 501 | 489 | -2.40 % | 3.55 % | 0.0109 |
| Instancia_10_6_10_9 | 341 | 349 | 2.35 % | 3.34 % | 0.0106 |
| Instancia_10_6_10_10 | 330 | 343 | 3.94 % | 2.82 % | 0.0138 |
| Instancia_10_6_15_1 | 901 | 1010 | 12.10 % | 3.50 % | 0.0156 |
| Instancia_10_6_15_2 | 841 | 823 | -2.14 % | 4.20 % | 0.0237 |
| Instancia_10_6_15_3 | 835 | 1006 | 20.48 % | 1.75 % | 0.0189 |
| Instancia_10_6_15_4 | 876 | 927 | 5.82 % | 3.79 % | 0.028 |
| Instancia_10_6_15_5 | 929 | 996 | 7.21 % | 3.91 % | 0.0189 |
| Instancia_10_6_15_6 | 957 | 1098 | 14.73 % | 2.35 % | 0.0267 |
| Instancia_10_6_15_7 | 873 | 1032 | 18.21 % | 1.89 % | 0.0202 |
| Instancia_10_6_15_8 | 917 | 820 | -10.58 % | 3.64 % | 0.0187 |
| Instancia_10_6_15_9 | 808 | 919 | 13.74 % | 3.28 % | 0.0327 |
| Instancia_10_6_15_10 | 799 | 917 | 14.77 % | 2.01 % | 0.022 |
| Instancia_10_6_20_1 | 1954 | 2165 | 10.80 % | 1.18 % | 0.0262 |
| Instancia_10_6_20_2 | 2076 | 1822 | -12.24 % | 2.65 % | 0.0373 |
| Instancia_10_6_20_3 | 1516 | 1906 | 25.73 % | 2.03 % | 0.0327 |
| Instancia_10_6_20_4 | 1796 | 1982 | 10.36 % | 2.98 % | 0.0313 |
| Instancia_10_6_20_5 | 1280 | 1594 | 24.53 % | 1.63 % | 0.0405 |
| Instancia_10_6_20_6 | 1455 | 1699 | 16.77 % | 2.96 % | 0.0343 |
| Instancia_10_6_20_7 | 1471 | 1673 | 13.73 % | 3.13 % | 0.0405 |
| Instancia_10_6_20_8 | 1465 | 1762 | 20.27 % | 2.47 % | 0.0313 |
| Instancia_10_6_20_9 | 1670 | 1924 | 15.21 % | 2.71 % | 0.0419 |
| Instancia_10_6_20_10 | 1573 | 1744 | 10.87 % | 3.52 % | 0.0358 |

Tabla B.5: Instancias de $m = 10$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|----------------------|-----------------|----------------|---------|----------------------------|---------------|
| Instancia_10_7_5_1* | 136 | 136 | 0 % | 0 % | 0.0374 |
| Instancia_10_7_5_2* | 149 | 153 | 2.68 % | 1.24 % | 0.0063 |
| Instancia_10_7_5_3* | 126 | 126 | 0 % | 0 % | 0 |
| Instancia_10_7_5_4* | 132 | 132 | 0 % | 0 % | 0.0032 |
| Instancia_10_7_5_5* | 102 | 102 | 0 % | 0 % | 0 |
| Instancia_10_7_5_6* | 99 | 99 | 0 % | 1.25 % | 0.0063 |
| Instancia_10_7_5_7* | 137 | 137 | 0 % | 0.69 % | 0.0061 |
| Instancia_10_7_5_8* | 120 | 125 | 4.17 % | 0 % | 0.0047 |
| Instancia_10_7_5_9* | 120 | 120 | 0 % | 0 % | 0.0031 |
| Instancia_10_7_5_10* | 127 | 127 | 0 % | 0.66 % | 0.0015 |
| Instancia_10_7_10_1 | 351 | 420 | 19.66 % | 1.19 % | 0.0046 |
| Instancia_10_7_10_2 | 338 | 353 | 4.44 % | 2.62 % | 0.0093 |
| Instancia_10_7_10_3 | 360 | 402 | 11.67 % | 2.36 % | 0.0216 |
| Instancia_10_7_10_4 | 397 | 453 | 14.11 % | 2.59 % | 0.0138 |
| Instancia_10_7_10_5 | 443 | 499 | 12.64 % | 2.57 % | 0.0078 |
| Instancia_10_7_10_6 | 357 | 378 | 5.88 % | 2.02 % | 0.0139 |
| Instancia_10_7_10_7 | 309 | 332 | 7.44 % | 3.28 % | 0.0092 |
| Instancia_10_7_10_8 | 246 | 261 | 6.10 % | 5.36 % | 0.0156 |
| Instancia_10_7_10_9 | 347 | 332 | -4.32 % | 2.59 % | 0.0124 |
| Instancia_10_7_10_10 | 434 | 449 | 3.46 % | 3.36 % | 0.0144 |
| Instancia_10_7_15_1 | 794 | 948 | 19.40 % | 1.94 % | 0.0143 |
| Instancia_10_7_15_2 | 910 | 1085 | 19.23 % | 1.03 % | 0.0173 |
| Instancia_10_7_15_3 | 903 | 1051 | 16.39 % | 2.44 % | 0.0203 |
| Instancia_10_7_15_4 | 627 | 807 | 28.71 % | 2.42 % | 0.0203 |
| Instancia_10_7_15_5 | 750 | 967 | 28.93 % | 1.68 % | 0.017 |
| Instancia_10_7_15_6 | 917 | 1139 | 24.21 % | 1.10 % | 0.0186 |
| Instancia_10_7_15_7 | 788 | 902 | 14.47 % | 1.29 % | 0.0481 |
| Instancia_10_7_15_8 | 850 | 984 | 15.76 % | 2.42 % | 0.025 |
| Instancia_10_7_15_9 | 723 | 813 | 12.45 % | 2.29 % | 0.0154 |
| Instancia_10_7_15_10 | 871 | 1000 | 14.81 % | 1.93 % | 0.0218 |
| Instancia_10_7_20_1 | 1787 | 1905 | 6.60 % | 1.61 % | 0.0187 |
| Instancia_10_7_20_2 | 1486 | 1778 | 19.65 % | 1.48 % | 0.0234 |
| Instancia_10_7_20_3 | 1555 | 1692 | 8.81 % | 1.31 % | 0.0344 |
| Instancia_10_7_20_4 | 1574 | 1748 | 11.05 % | 3.20 % | 0.0341 |
| Instancia_10_7_20_5 | 1545 | 1597 | 3.37 % | 2.80 % | 0.0375 |
| Instancia_10_7_20_6 | 1594 | 1930 | 21.08 % | 1.19 % | 0.0341 |
| Instancia_10_7_20_7 | 1535 | 1718 | 11.92 % | 2.97 % | 0.0236 |
| Instancia_10_7_20_8 | 1800 | 1643 | -8.72 % | 2.27 % | 0.0435 |
| Instancia_10_7_20_9 | 1627 | 1749 | 7.50 % | 1.70 % | 0.0263 |
| Instancia_10_7_20_10 | 1509 | 1714 | 13.59 % | 2.34 % | 0.0297 |

Tabla B.6: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|----------------------|-----------------|----------------|----------|----------------------------|---------------|
| Instancia_15_6_5_1* | 122 | 128 | 4.92 % | 1.16 % | 0 |
| Instancia_15_6_5_2* | 92 | 92 | 0 % | 4.42 % | 0.0077 |
| Instancia_15_6_5_3* | 150 | 160 | 6.67 % | 0 % | 0.0078 |
| Instancia_15_6_5_4* | 110 | 123 | 11.82 % | 1.36 % | 0.0078 |
| Instancia_15_6_5_5* | 105 | 105 | 0 % | 0.50 % | 0.0063 |
| Instancia_15_6_5_6* | 101 | 112 | 10.89 % | 2.03 % | 0.0031 |
| Instancia_15_6_5_7* | 144 | 144 | 0 % | 0 % | 0.0064 |
| Instancia_15_6_5_8* | 121 | 141 | 16.53 % | 0 % | 0.0048 |
| Instancia_15_6_5_9* | 155 | 155 | 0 % | 0 % | 0.0031 |
| Instancia_15_6_5_10* | 119 | 119 | 0 % | 1.95 % | 0.0063 |
| Instancia_15_6_10_1 | 400 | 424 | 6.00 % | 5.21 % | 0.0063 |
| Instancia_15_6_10_2 | 417 | 470 | 12.71 % | 2.39 % | 0.0189 |
| Instancia_15_6_10_3 | 417 | 431 | 3.36 % | 2.90 % | 0.0126 |
| Instancia_15_6_10_4 | 448 | 468 | 4.46 % | 3.24 % | 0.0201 |
| Instancia_15_6_10_5 | 359 | 381 | 6.13 % | 3.86 % | 0.019 |
| Instancia_15_6_10_6 | 420 | 437 | 4.05 % | 4.47 % | 0.0125 |
| Instancia_15_6_10_7 | 421 | 458 | 8.79 % | 2.77 % | 0.0249 |
| Instancia_15_6_10_8 | 342 | 362 | 5.85 % | 4.42 % | 0.0265 |
| Instancia_15_6_10_9 | 381 | 424 | 11.29 % | 3.41 % | 0.0218 |
| Instancia_15_6_10_10 | 336 | 365 | 8.63 % | 5.31 % | 0.0188 |
| Instancia_15_6_15_1 | 883 | 1077 | 21.97 % | 2.32 % | 0.017 |
| Instancia_15_6_15_2 | 916 | 996 | 8.73 % | 4.28 % | 0.0437 |
| Instancia_15_6_15_3 | 1007 | 1107 | 9.93 % | 2.45 % | 0.0357 |
| Instancia_15_6_15_4 | 900 | 1002 | 11.33 % | 3.26 % | 0.0266 |
| Instancia_15_6_15_5 | 912 | 1020 | 11.84 % | 2.58 % | 0.0342 |
| Instancia_15_6_15_6 | 819 | 886 | 8.18 % | 4.34 % | 0.0312 |
| Instancia_15_6_15_7 | 919 | 1045 | 13.71 % | 1.93 % | 0.0327 |
| Instancia_15_6_15_8 | 797 | 944 | 18.44 % | 4.09 % | 0.0311 |
| Instancia_15_6_15_9 | 805 | 877 | 8.94 % | 4.06 % | 0.0326 |
| Instancia_15_6_15_10 | 976 | 1075 | 10.14 % | 2.97 % | 0.036 |
| Instancia_15_6_20_1 | 1790 | 1673 | -6.54 % | 2.93 % | 0.0468 |
| Instancia_15_6_20_2 | 1810 | 1569 | -13.31 % | 3.66 % | 0.0704 |
| Instancia_15_6_20_3 | 2168 | 1965 | -9.36 % | 2.33 % | 0.061 |
| Instancia_15_6_20_4 | 2073 | 1824 | -12.01 % | 2.61 % | 0.0624 |
| Instancia_15_6_20_5 | 1806 | 1697 | -6.04 % | 3.04 % | 0.0653 |
| Instancia_15_6_20_6 | 2352 | 1750 | -25.60 % | 3.11 % | 0.089 |
| Instancia_15_6_20_7 | 2372 | 2065 | -12.94 % | 2.81 % | 0.0498 |
| Instancia_15_6_20_8 | 1904 | 1865 | -2.05 % | 1.76 % | 0.0469 |
| Instancia_15_6_20_9 | 1862 | 1741 | -6.50 % | 3.33 % | 0.0498 |
| Instancia_15_6_20_10 | 1819 | 1639 | -9.90 % | 3.87 % | 0.0499 |

Tabla B.7: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|----------------------|-----------------|----------------|----------|----------------------------|---------------|
| Instancia_15_7_5_1* | 85 | 85 | 0 % | 4.47 % | 0.0469 |
| Instancia_15_7_5_2* | 81 | 86 | 6.17 % | 1.81 % | 0.0096 |
| Instancia_15_7_5_3* | 137 | 150 | 9.49 % | 4.43 % | 0.011 |
| Instancia_15_7_5_4* | 132 | 142 | 7.58 % | 0 % | 0.0047 |
| Instancia_15_7_5_5* | 84.0002 | 94 | 11.90 % | 0 % | 0.0061 |
| Instancia_15_7_5_6* | 117 | 131 | 11.97 % | 0 % | 0.0032 |
| Instancia_15_7_5_7* | 117 | 119 | 1.71 % | 2.33 % | 0.0092 |
| Instancia_15_7_5_8* | 112 | 117 | 4.46 % | 1.74 % | 0.0046 |
| Instancia_15_7_5_9* | 113 | 113 | 0 % | 4.20 % | 0.0046 |
| Instancia_15_7_5_10* | 116 | 122 | 5.17 % | 1.67 % | 0.0047 |
| Instancia_15_7_10_1 | 377 | 449 | 19.10 % | 2.54 % | 0.011 |
| Instancia_15_7_10_2 | 326 | 379 | 16.26 % | 3.60 % | 0.0202 |
| Instancia_15_7_10_3 | 389 | 392 | 0.77 % | 3.19 % | 0.0188 |
| Instancia_15_7_10_4 | 406 | 436 | 7.39 % | 2.54 % | 0.0201 |
| Instancia_15_7_10_5 | 386 | 427 | 10.62 % | 2.80 % | 0.0204 |
| Instancia_15_7_10_6 | 306 | 340 | 11.11 % | 3.23 % | 0.0171 |
| Instancia_15_7_10_7 | 483 | 505 | 4.55 % | 2.87 % | 0.0219 |
| Instancia_15_7_10_8 | 453 | 483 | 6.62 % | 2.29 % | 0.0233 |
| Instancia_15_7_10_9 | 360 | 372 | 3.33 % | 3.46 % | 0.0155 |
| Instancia_15_7_10_10 | 533 | 565 | 6.00 % | 1.33 % | 0.0155 |
| Instancia_15_7_15_1 | 844 | 830 | -1.66 % | 3.30 % | 0.0204 |
| Instancia_15_7_15_2 | 698 | 795 | 13.90 % | 2.98 % | 0.0281 |
| Instancia_15_7_15_3 | 1057 | 1153 | 9.08 % | 2.38 % | 0.0375 |
| Instancia_15_7_15_4 | 898 | 910 | 1.34 % | 3.09 % | 0.0359 |
| Instancia_15_7_15_5 | 704 | 813 | 15.48 % | 3.53 % | 0.0233 |
| Instancia_15_7_15_6 | 920 | 1081 | 17.50 % | 2.08 % | 0.0342 |
| Instancia_15_7_15_7 | 885 | 946 | 6.89 % | 2.33 % | 0.0295 |
| Instancia_15_7_15_8 | 772 | 957 | 23.96 % | 2.14 % | 0.0466 |
| Instancia_15_7_15_9 | 1001 | 1121 | 11.99 % | 1.69 % | 0.0453 |
| Instancia_15_7_15_10 | 887 | 1072 | 20.86 % | 2.79 % | 0.0216 |
| Instancia_15_7_20_1 | 2083 | 1519 | -27.08 % | 4.28 % | 0.0326 |
| Instancia_15_7_20_2 | 1663 | 1615 | -2.89 % | 4.16 % | 0.0546 |
| Instancia_15_7_20_3 | 2218 | 1850 | -16.59 % | 2.25 % | 0.0485 |
| Instancia_15_7_20_4 | 2038 | 1927 | -5.45 % | 1.78 % | 0.0406 |
| Instancia_15_7_20_5 | 2064 | 1781 | -13.71 % | 3.11 % | 0.0454 |
| Instancia_15_7_20_6 | 2143 | 1885 | -12.04 % | 2.84 % | 0.053 |
| Instancia_15_7_20_7 | 1709 | 1597 | -6.55 % | 3.48 % | 0.0561 |
| Instancia_15_7_20_8 | 1931 | 1960 | 1.50 % | 1.36 % | 0.0406 |
| Instancia_15_7_20_9 | 1866 | 1780 | -4.61 % | 2.86 % | 0.0578 |
| Instancia_15_7_20_10 | 1917 | 1754 | -8.50 % | 2.40 % | 0.0578 |

Tabla B.8: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 8$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|----------------------|-----------------|----------------|----------|----------------------------|---------------|
| Instancia_15_8_5_1* | 151 | 151 | 0 % | 1.11 % | 0.0578 |
| Instancia_15_8_5_2* | 142 | 155 | 9.15 % | 0 % | 0.0093 |
| Instancia_15_8_5_3* | 90 | 99 | 10.00 % | 2.17 % | 0.008 |
| Instancia_15_8_5_4* | 165 | 169 | 2.42 % | 0.37 % | 0.006 |
| Instancia_15_8_5_5* | 131 | 133 | 1.53 % | 0 % | 0.0062 |
| Instancia_15_8_5_6* | 156 | 161 | 3.21 % | 0 % | 0.0109 |
| Instancia_15_8_5_7* | 82 | 84 | 2.44 % | 5.03 % | 0.0078 |
| Instancia_15_8_5_8* | 147 | 152 | 3.40 % | 0 % | 0.0016 |
| Instancia_15_8_5_9* | 132 | 142 | 7.58 % | 0 % | 0.0077 |
| Instancia_15_8_5_10* | 123 | 131 | 6.50 % | 0.73 % | 0.0062 |
| Instancia_15_8_10_1 | 336 | 318 | -5.36 % | 4.47 % | 0.0062 |
| Instancia_15_8_10_2 | 353 | 379 | 7.37 % | 3.04 % | 0.0141 |
| Instancia_15_8_10_3 | 439 | 428 | -2.51 % | 4.08 % | 0.0172 |
| Instancia_15_8_10_4 | 364 | 405 | 11.26 % | 3.37 % | 0.0172 |
| Instancia_15_8_10_5 | 419 | 438 | 4.53 % | 1.78 % | 0.0169 |
| Instancia_15_8_10_6 | 506 | 529 | 4.55 % | 1.66 % | 0.0187 |
| Instancia_15_8_10_7 | 333 | 356 | 6.91 % | 4.26 % | 0.0126 |
| Instancia_15_8_10_8 | 402 | 426 | 5.97 % | 2.02 % | 0.0188 |
| Instancia_15_8_10_9 | 500 | 525 | 5.00 % | 0.94 % | 0.019 |
| Instancia_15_8_10_10 | 346 | 412 | 19.08 % | 3.40 % | 0.0188 |
| Instancia_15_8_15_1 | 849 | 981 | 15.55 % | 3.12 % | 0.017 |
| Instancia_15_8_15_2 | 714 | 867 | 21.43 % | 2.62 % | 0.0265 |
| Instancia_15_8_15_3 | 787 | 889 | 12.96 % | 1.53 % | 0.0264 |
| Instancia_15_8_15_4 | 827 | 944 | 14.15 % | 2.37 % | 0.0233 |
| Instancia_15_8_15_5 | 931 | 1047 | 12.46 % | 1.70 % | 0.0423 |
| Instancia_15_8_15_6 | 797 | 942 | 18.19 % | 2.24 % | 0.05 |
| Instancia_15_8_15_7 | 923 | 1025 | 11.05 % | 2.87 % | 0.0404 |
| Instancia_15_8_15_8 | 978 | 1071 | 9.51 % | 2.38 % | 0.0264 |
| Instancia_15_8_15_9 | 782 | 937 | 19.82 % | 2.73 % | 0.0267 |
| Instancia_15_8_15_10 | 758 | 873 | 15.17 % | 2.42 % | 0.0296 |
| Instancia_15_8_20_1 | 2021 | 1718 | -14.99 % | 2.11 % | 0.0314 |
| Instancia_15_8_20_2 | 1950 | 1838 | -5.74 % | 1.68 % | 0.0576 |
| Instancia_15_8_20_3 | 2116 | 1830 | -13.52 % | 2.20 % | 0.0484 |
| Instancia_15_8_20_4 | 2166 | 1699 | -21.56 % | 2.72 % | 0.0454 |
| Instancia_15_8_20_5 | 1894 | 1548 | -18.27 % | 3.99 % | 0.0172 |
| Instancia_15_8_20_6 | 1619 | 1503 | -7.16 % | 2.22 % | 0.0422 |
| Instancia_15_8_20_7 | 2452 | 1761 | -28.18 % | 3.10 % | 0.0438 |
| Instancia_15_8_20_8 | 2071 | 1662 | -19.75 % | 3.81 % | 0.0469 |
| Instancia_15_8_20_9 | 2115 | 1830 | -13.48 % | 3.76 % | 0.0451 |
| Instancia_15_8_20_10 | 1780 | 1599 | -10.17 % | 2.11 % | 0.047 |

Tabla B.9: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 9$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|----------------------|-----------------|----------------|----------|----------------------------|---------------|
| Instancia_15_9_5_1* | 118 | 133 | 12.71 % | 0.77 % | 0.0484 |
| Instancia_15_9_5_2* | 132 | 132 | 0 % | 2.28 % | 0.0032 |
| Instancia_15_9_5_3* | 143 | 153 | 6.99 % | 2.90 % | 0.0046 |
| Instancia_15_9_5_4* | 111 | 139 | 25.23 % | 0 % | 0.0046 |
| Instancia_15_9_5_5* | 117 | 121 | 3.42 % | 1.99 % | 0.0032 |
| Instancia_15_9_5_6* | 141 | 145 | 2.84 % | 0.22 % | 0.0109 |
| Instancia_15_9_5_7* | 114 | 120 | 5.26 % | 4.37 % | 0.0095 |
| Instancia_15_9_5_8* | 125 | 125 | 0 % | 0 % | 0.0046 |
| Instancia_15_9_5_9* | 116 | 116 | 0 % | 0 % | 0.0031 |
| Instancia_15_9_5_10* | 87 | 94 | 8.05 % | 0 % | 0.0032 |
| Instancia_15_9_10_1 | 457 | 459 | 0.44 % | 2.92 % | 0.0031 |
| Instancia_15_9_10_2 | 460 | 464 | 0.87 % | 3.70 % | 0.0155 |
| Instancia_15_9_10_3 | 453 | 541 | 19.43 % | 1.65 % | 0.0078 |
| Instancia_15_9_10_4 | 438 | 462 | 5.48 % | 1.41 % | 0.0157 |
| Instancia_15_9_10_5 | 455 | 461 | 1.32 % | 2.73 % | 0.0157 |
| Instancia_15_9_10_6 | 344 | 357 | 3.78 % | 4.35 % | 0.0125 |
| Instancia_15_9_10_7 | 394 | 437 | 10.91 % | 3.71 % | 0.0233 |
| Instancia_15_9_10_8 | 357 | 354 | -0.84 % | 3.23 % | 0.0094 |
| Instancia_15_9_10_9 | 338 | 358 | 5.92 % | 2.28 % | 0.0155 |
| Instancia_15_9_10_10 | 444 | 450 | 1.35 % | 1.76 % | 0.0156 |
| Instancia_15_9_15_1 | 823 | 945 | 14.82 % | 4.05 % | 0.0108 |
| Instancia_15_9_15_2 | 846 | 933 | 10.28 % | 2.89 % | 0.028 |
| Instancia_15_9_15_3 | 797 | 976 | 22.46 % | 1.71 % | 0.0217 |
| Instancia_15_9_15_4 | 927 | 1099 | 18.55 % | 2.01 % | 0.039 |
| Instancia_15_9_15_5 | 900 | 1029 | 14.33 % | 3.57 % | 0.0247 |
| Instancia_15_9_15_6 | 970 | 1060 | 9.28 % | 2.41 % | 0.0247 |
| Instancia_15_9_15_7 | 715 | 825 | 15.38 % | 3.64 % | 0.0233 |
| Instancia_15_9_15_8 | 860 | 847 | -1.51 % | 4.70 % | 0.0283 |
| Instancia_15_9_15_9 | 795 | 896 | 12.70 % | 2.87 % | 0.0313 |
| Instancia_15_9_15_10 | 1008 | 1076 | 6.75 % | 3.16 % | 0.0266 |
| Instancia_15_9_20_1 | 1582 | 1601 | 1.20 % | 2.89 % | 0.0324 |
| Instancia_15_9_20_2 | 1930 | 1653 | -14.35 % | 2.86 % | 0.0372 |
| Instancia_15_9_20_3 | 2420 | 1709 | -29.38 % | 2.16 % | 0.0419 |
| Instancia_15_9_20_4 | 1808 | 1696 | -6.19 % | 3.11 % | 0.058 |
| Instancia_15_9_20_5 | 2110 | 1738 | -17.63 % | 2.60 % | 0.0437 |
| Instancia_15_9_20_6 | 2053 | 1600 | -22.07 % | 2.82 % | 0.0655 |
| Instancia_15_9_20_7 | 1503 | 1598 | 6.32 % | 2.38 % | 0.0436 |
| Instancia_15_9_20_8 | 1612 | 1782 | 10.55 % | 1.67 % | 0.0437 |
| Instancia_15_9_20_9 | 2176 | 1919 | -11.81 % | 2.56 % | 0.0467 |
| Instancia_15_9_20_10 | 1906 | 1835 | -3.73 % | 1.84 % | 0.0436 |

Tabla B.10: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 10$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|-----------------------|-----------------|----------------|----------|----------------------------|---------------|
| Instancia_15_10_5_1* | 113 | 125 | 10.62 % | 0 % | 0.053 |
| Instancia_15_10_5_2* | 124 | 124 | 0 % | 0 % | 0.0048 |
| Instancia_15_10_5_3* | 155 | 173 | 11.61 % | 0 % | 0.0063 |
| Instancia_15_10_5_4* | 96 | 118 | 22.92 % | 0.80 % | 0.0045 |
| Instancia_15_10_5_5* | 103 | 108 | 4.85 % | 3.11 % | 0.0031 |
| Instancia_15_10_5_6* | 144 | 146 | 1.39 % | 0.70 % | 0.0016 |
| Instancia_15_10_5_7* | 145 | 148 | 2.07 % | 0.42 % | 0.0047 |
| Instancia_15_10_5_8* | 81 | 88 | 8.64 % | 0 % | 0.0093 |
| Instancia_15_10_5_9* | 120 | 124 | 3.33 % | 0.34 % | 0.0064 |
| Instancia_15_10_5_10* | 143 | 160 | 11.89 % | 0 % | 0.0063 |
| Instancia_15_10_10_1 | 502 | 489 | -2.59 % | 2.51 % | 0.0046 |
| Instancia_15_10_10_2 | 398 | 423 | 6.28 % | 3.45 % | 0.014 |
| Instancia_15_10_10_3 | 330 | 309 | -6.36 % | 4.49 % | 0.0249 |
| Instancia_15_10_10_4 | 360 | 384 | 6.67 % | 3.64 % | 0.0141 |
| Instancia_15_10_10_5 | 441 | 471 | 6.80 % | 1.95 % | 0.0189 |
| Instancia_15_10_10_6 | 437 | 466 | 6.64 % | 2.81 % | 0.025 |
| Instancia_15_10_10_7 | 501 | 474 | -5.39 % | 3.15 % | 0.0109 |
| Instancia_15_10_10_8 | 420 | 456 | 8.57 % | 2.62 % | 0.017 |
| Instancia_15_10_10_9 | 363 | 407 | 12.12 % | 3.36 % | 0.0142 |
| Instancia_15_10_10_10 | 409 | 484 | 18.34 % | 2.01 % | 0.0158 |
| Instancia_15_10_15_1 | 961 | 1066 | 10.93 % | 2.85 % | 0.0171 |
| Instancia_15_10_15_2 | 902 | 961 | 6.54 % | 1.83 % | 0.0313 |
| Instancia_15_10_15_3 | 662 | 722 | 9.06 % | 3.23 % | 0.0297 |
| Instancia_15_10_15_4 | 789 | 928 | 17.62 % | 2.65 % | 0.0279 |
| Instancia_15_10_15_5 | 928 | 990 | 6.68 % | 2.85 % | 0.042 |
| Instancia_15_10_15_6 | 891 | 945 | 6.06 % | 2.58 % | 0.0266 |
| Instancia_15_10_15_7 | 822 | 1020 | 24.09 % | 1.56 % | 0.0327 |
| Instancia_15_10_15_8 | 824 | 912 | 10.68 % | 3.57 % | 0.0265 |
| Instancia_15_10_15_9 | 900 | 958 | 6.44 % | 3.44 % | 0.0249 |
| Instancia_15_10_15_10 | 776 | 914 | 17.78 % | 2.72 % | 0.025 |
| Instancia_15_10_20_1 | 2012 | 1553 | -22.81 % | 2.85 % | 0.0279 |
| Instancia_15_10_20_2 | 1544 | 1709 | 10.69 % | 2.07 % | 0.0405 |
| Instancia_15_10_20_3 | 2120 | 1708 | -19.43 % | 2.66 % | 0.0328 |
| Instancia_15_10_20_4 | 1787 | 1671 | -6.49 % | 1.77 % | 0.0406 |
| Instancia_15_10_20_5 | 1935 | 1771 | -8.48 % | 4.36 % | 0.0326 |
| Instancia_15_10_20_6 | 2075 | 1523 | -26.60 % | 2.79 % | 0.0467 |
| Instancia_15_10_20_7 | 2013 | 1871 | -7.05 % | 2.20 % | 0.0483 |
| Instancia_15_10_20_8 | 2000 | 1607 | -19.65 % | 2.63 % | 0.0468 |
| Instancia_15_10_20_9 | 1824 | 1758 | -3.62 % | 3.12 % | 0.0437 |
| Instancia_15_10_20_10 | 2117 | 1766 | -16.58 % | 2.50 % | 0.0452 |

Tabla B.11: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 11$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|-----------------------|-----------------|----------------|----------|----------------------------|---------------|
| Instancia_15_11_5_1* | 175 | 175 | 0 % | 0 % | 0.0452 |
| Instancia_15_11_5_2* | 92.0001 | 99 | 7.61 % | 2.77 % | 0.0016 |
| Instancia_15_11_5_3* | 75 | 75 | 0 % | 0 % | 0.0046 |
| Instancia_15_11_5_4* | 115 | 119 | 3.48 % | 0.40 % | 0.0093 |
| Instancia_15_11_5_5* | 117 | 117 | 0 % | 0 % | 0 |
| Instancia_15_11_5_6* | 90 | 95 | 5.56 % | 1.76 % | 0.0095 |
| Instancia_15_11_5_7* | 110 | 110 | 0 % | 0 % | 0.0046 |
| Instancia_15_11_5_8* | 130 | 142 | 9.23 % | 1.01 % | 0.0031 |
| Instancia_15_11_5_9* | 146 | 148 | 1.37 % | 0.63 % | 0.0015 |
| Instancia_15_11_5_10* | 118 | 120 | 1.69 % | 0 % | 0.0047 |
| Instancia_15_11_10_1 | 364 | 364 | 0 % | 2.54 % | 0.0015 |
| Instancia_15_11_10_2 | 434 | 443 | 2.07 % | 2.10 % | 0.0187 |
| Instancia_15_11_10_3 | 398 | 431 | 8.29 % | 1.71 % | 0.0187 |
| Instancia_15_11_10_4 | 344 | 395 | 14.83 % | 3.77 % | 0.0139 |
| Instancia_15_11_10_5 | 334 | 317 | -5.09 % | 2.58 % | 0.0142 |
| Instancia_15_11_10_6 | 454 | 457 | 0.66 % | 1.79 % | 0.0139 |
| Instancia_15_11_10_7 | 334 | 348 | 4.19 % | 1.59 % | 0.0138 |
| Instancia_15_11_10_8 | 437 | 491 | 12.36 % | 1.92 % | 0.0172 |
| Instancia_15_11_10_9 | 434 | 466 | 7.37 % | 2.15 % | 0.0096 |
| Instancia_15_11_10_10 | 468 | 474 | 1.28 % | 2.56 % | 0.0187 |
| Instancia_15_11_15_1 | 937 | 1050 | 12.06 % | 2.27 % | 0.0156 |
| Instancia_15_11_15_2 | 923 | 1081 | 17.12 % | 1.88 % | 0.0201 |
| Instancia_15_11_15_3 | 942 | 1056 | 12.10 % | 2.66 % | 0.0218 |
| Instancia_15_11_15_4 | 847 | 957 | 12.99 % | 2.15 % | 0.025 |
| Instancia_15_11_15_5 | 894 | 980 | 9.62 % | 1.98 % | 0.0219 |
| Instancia_15_11_15_6 | 732 | 816 | 11.48 % | 2.91 % | 0.025 |
| Instancia_15_11_15_7 | 871 | 951 | 9.18 % | 2.09 % | 0.0266 |
| Instancia_15_11_15_8 | 869 | 963 | 10.82 % | 2.16 % | 0.0266 |
| Instancia_15_11_15_9 | 826 | 876 | 6.05 % | 3.42 % | 0.0189 |
| Instancia_15_11_15_10 | 791 | 845 | 6.83 % | 2.90 % | 0.0279 |
| Instancia_15_11_20_1 | 1797 | 1779 | -1.00 % | 1.79 % | 0.0237 |
| Instancia_15_11_20_2 | 2299 | 1656 | -27.97 % | 3.10 % | 0.0313 |
| Instancia_15_11_20_3 | 1751 | 1783 | 1.83 % | 2.27 % | 0.0373 |
| Instancia_15_11_20_4 | 1654 | 1897 | 14.69 % | 2.49 % | 0.0263 |
| Instancia_15_11_20_5 | 2256 | 1620 | -28.19 % | 2.78 % | 0.0328 |
| Instancia_15_11_20_6 | 1499 | 1546 | 3.14 % | 3.08 % | 0.0389 |
| Instancia_15_11_20_7 | 1467 | 1480 | 0.89 % | 3.12 % | 0.0312 |
| Instancia_15_11_20_8 | 2227 | 1693 | -23.98 % | 3.45 % | 0.0328 |
| Instancia_15_11_20_9 | 1615 | 1505 | -6.81 % | 2.23 % | 0.0373 |
| Instancia_15_11_20_10 | 2517 | 1814 | -27.93 % | 2.46 % | 0.0391 |

Tabla B.12: Instancias de $m = 15$; $m_{FA} = 12$; $p = 5, 10, 15$ y 20 .

| Instancia | V. O. Modelo | V. O. GRASP | GAP | Porcentaje Variabilidad | Tiempo (s) |
|-----------------------|-----------------|----------------|----------|----------------------------|---------------|
| Instancia_15_12_5_1* | 112 | 112 | 0 % | 0 % | 0.0421 |
| Instancia_15_12_5_2* | 122 | 122 | 0 % | 0 % | 0.0031 |
| Instancia_15_12_5_3* | 117 | 118 | 0.85 % | 0.57 % | 0 |
| Instancia_15_12_5_4* | 107 | 107 | 0 % | 0.88 % | 0 |
| Instancia_15_12_5_5* | 138 | 143 | 3.62 % | 0 % | 0.0016 |
| Instancia_15_12_5_6* | 115 | 115 | 0 % | 0 % | 0.0031 |
| Instancia_15_12_5_7* | 147 | 169 | 14.97 % | 0 % | 0.0079 |
| Instancia_15_12_5_8* | 112 | 112 | 0 % | 0 % | 0.003 |
| Instancia_15_12_5_9* | 118 | 121 | 2.54 % | 0 % | 0.0032 |
| Instancia_15_12_5_10* | 120 | 125 | 4.17 % | 0.39 % | 0.0015 |
| Instancia_15_12_10_1 | 378 | 425 | 12.43 % | 2.33 % | 0.0062 |
| Instancia_15_12_10_2 | 402 | 416 | 3.48 % | 2.17 % | 0.0138 |
| Instancia_15_12_10_3 | 309 | 353 | 14.24 % | 2.27 % | 0.0171 |
| Instancia_15_12_10_4 | 365 | 399 | 9.32 % | 5.13 % | 0.0123 |
| Instancia_15_12_10_5 | 371 | 490 | 32.08 % | 1.21 % | 0.0108 |
| Instancia_15_12_10_6 | 439 | 453 | 3.19 % | 3.98 % | 0.0124 |
| Instancia_15_12_10_7 | 375 | 451 | 20.27 % | 2.01 % | 0.0157 |
| Instancia_15_12_10_8 | 317 | 326 | 2.84 % | 2.50 % | 0.0126 |
| Instancia_15_12_10_9 | 348 | 373 | 7.18 % | 3.43 % | 0.0155 |
| Instancia_15_12_10_10 | 417 | 480 | 15.11 % | 1.10 % | 0.0156 |
| Instancia_15_12_15_1 | 900 | 1046 | 16.22 % | 1.86 % | 0.0154 |
| Instancia_15_12_15_2 | 896 | 827 | -7.70 % | 2.80 % | 0.025 |
| Instancia_15_12_15_3 | 776 | 839 | 8.12 % | 4.18 % | 0.0219 |
| Instancia_15_12_15_4 | 835 | 953 | 14.13 % | 1.91 % | 0.0232 |
| Instancia_15_12_15_5 | 885 | 1031 | 16.50 % | 2.85 % | 0.028 |
| Instancia_15_12_15_6 | 990 | 1202 | 21.41 % | 2.15 % | 0.0169 |
| Instancia_15_12_15_7 | 832 | 896 | 7.69 % | 2.13 % | 0.0159 |
| Instancia_15_12_15_8 | 671 | 808 | 20.42 % | 4.17 % | 0.0202 |
| Instancia_15_12_15_9 | 660 | 625 | -5.30 % | 3.71 % | 0.0172 |
| Instancia_15_12_15_10 | 887 | 972 | 9.58 % | 2.23 % | 0.0203 |
| Instancia_15_12_20_1 | 1870 | 1757 | -6.04 % | 3.49 % | 0.0187 |
| Instancia_15_12_20_2 | 1593 | 1722 | 8.10 % | 3.34 % | 0.0281 |
| Instancia_15_12_20_3 | 1581 | 1850 | 17.01 % | 2.42 % | 0.0296 |
| Instancia_15_12_20_4 | 1465 | 1774 | 21.09 % | 3.14 % | 0.0296 |
| Instancia_15_12_20_5 | 2025 | 1626 | -19.70 % | 1.66 % | 0.0267 |
| Instancia_15_12_20_6 | 2056 | 1622 | -21.11 % | 3.23 % | 0.0344 |
| Instancia_15_12_20_7 | 2202 | 1763 | -19.94 % | 2.77 % | 0.0326 |
| Instancia_15_12_20_8 | 1711 | 1865 | 9.00 % | 2.50 % | 0.0233 |
| Instancia_15_12_20_9 | 2247 | 1429 | -36.40 % | 2.88 % | 0.0298 |
| Instancia_15_12_20_10 | 1715 | 1739 | 1.40 % | 1.69 % | 0.0375 |

APÉNDICE C

C.1 GRÁFICAS DE LOS RESULTADOS DEL PROCEDIMIENTO METAHEURÍSTICO EN COMPARACIÓN CON LA SOLUCIÓN DE LA FORMULACIÓN MATEMÁTICA

En esta sección se muestra como apoyo visual la comparación gráfica entre los valores objetivos proporcionados por la formulación matemática y el procedimiento metaheurístico.

Las gráficas están organizadas según los subgrupos establecidos para cada tipo de instancia (5, 10 y 15 máquinas), es decir, con respecto a la cantidad de máquinas totales (m), la cantidad de máquinas en la etapa inicial (m_{FA}) y la cantidad de productos (p) a programar en la línea de producción.

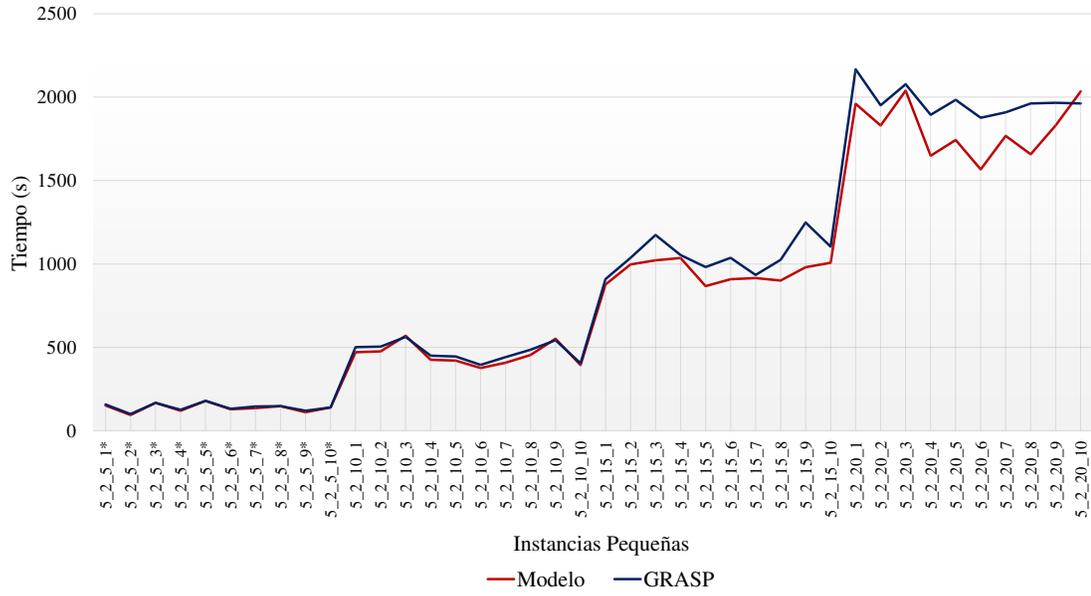


Figura C.1: Modelo vs. GRASP, $m = 5$; $m_{FA} = 2$; $p = 5, 10, 15$ y 20

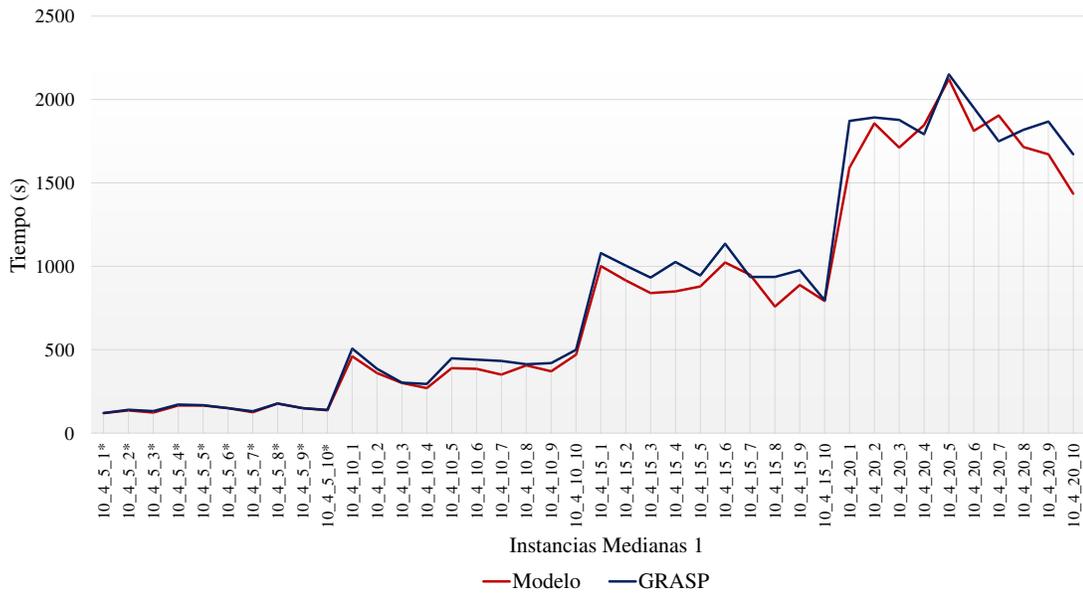


Figura C.2: Modelo vs. GRASP, $m = 10$; $m_{FA} = 4$; $p = 5, 10, 15$ y 20

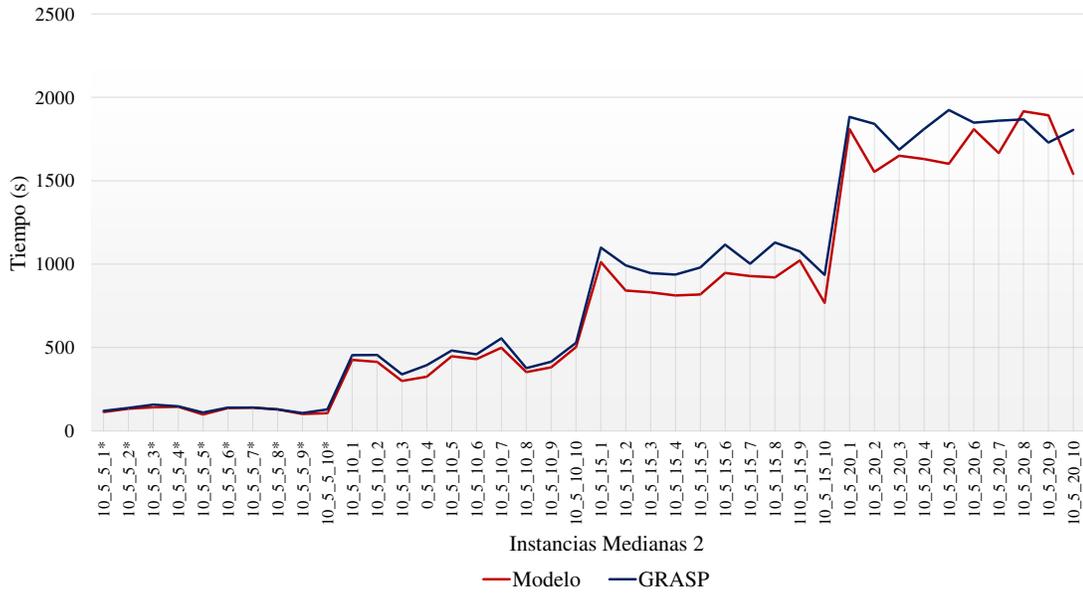


Figura C.3: Modelo vs. GRASP, $m = 10$; $m_{FA} = 5$; $p = 5, 10, 15$ y 20

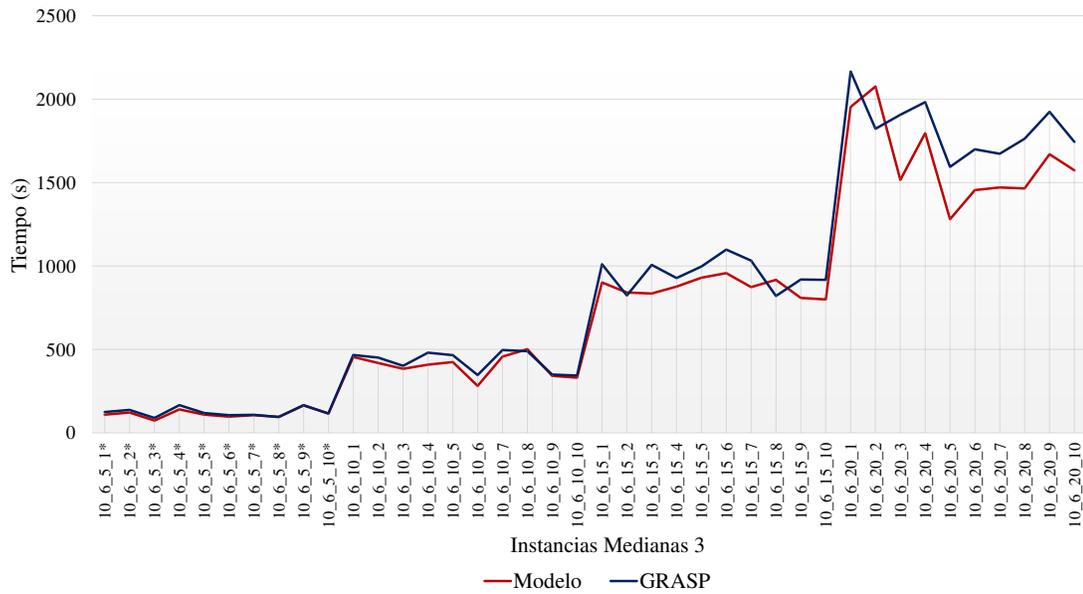


Figura C.4: Modelo vs. GRASP, $m = 10$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20

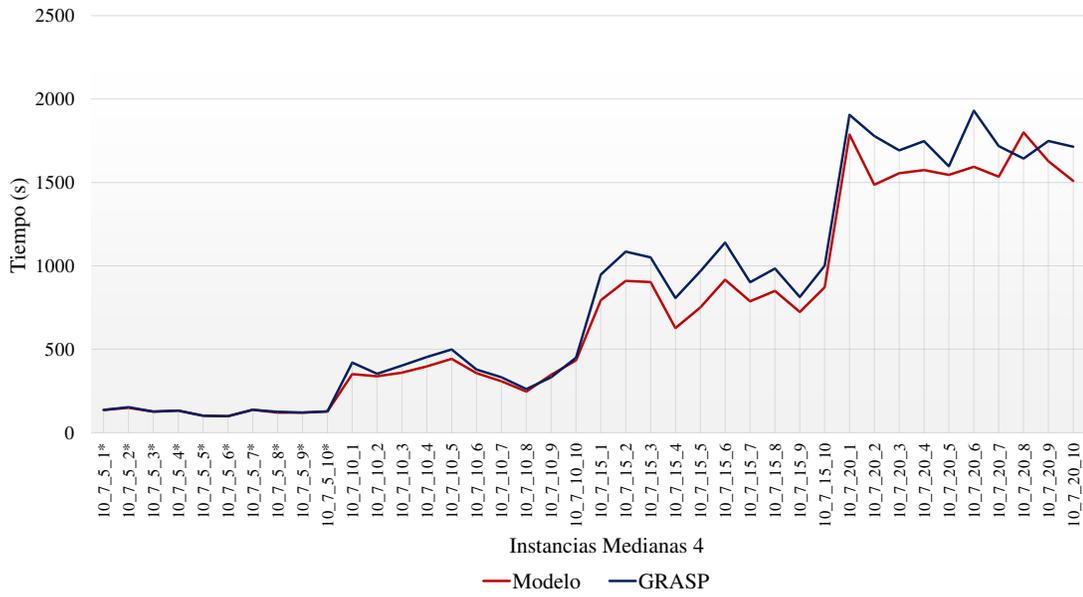


Figura C.5: Modelo vs. GRASP, $m = 10$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20

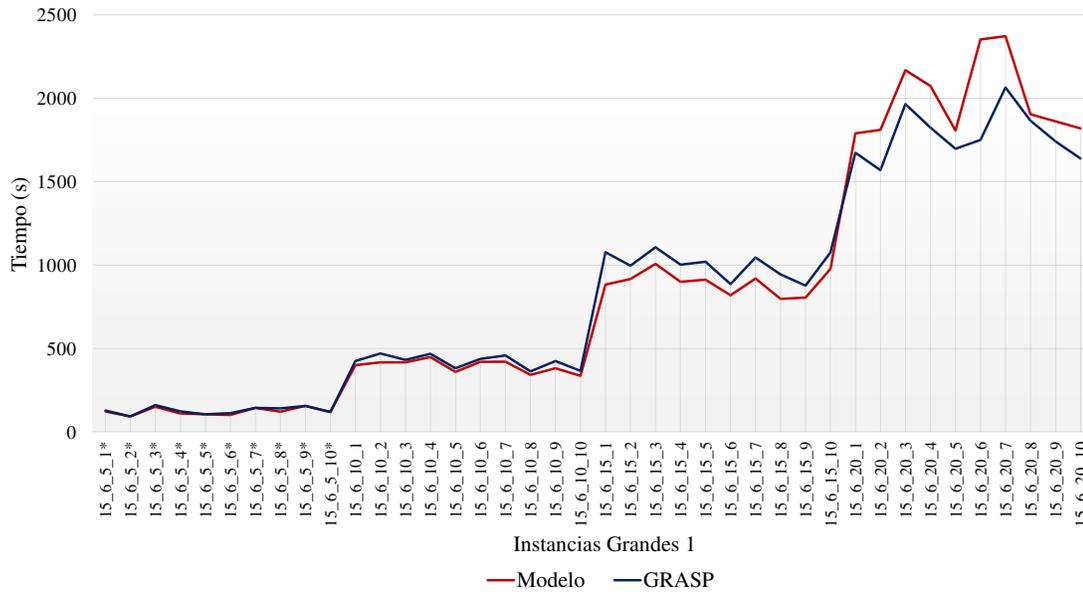


Figura C.6: Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 6$; $p = 5, 10, 15$ y 20

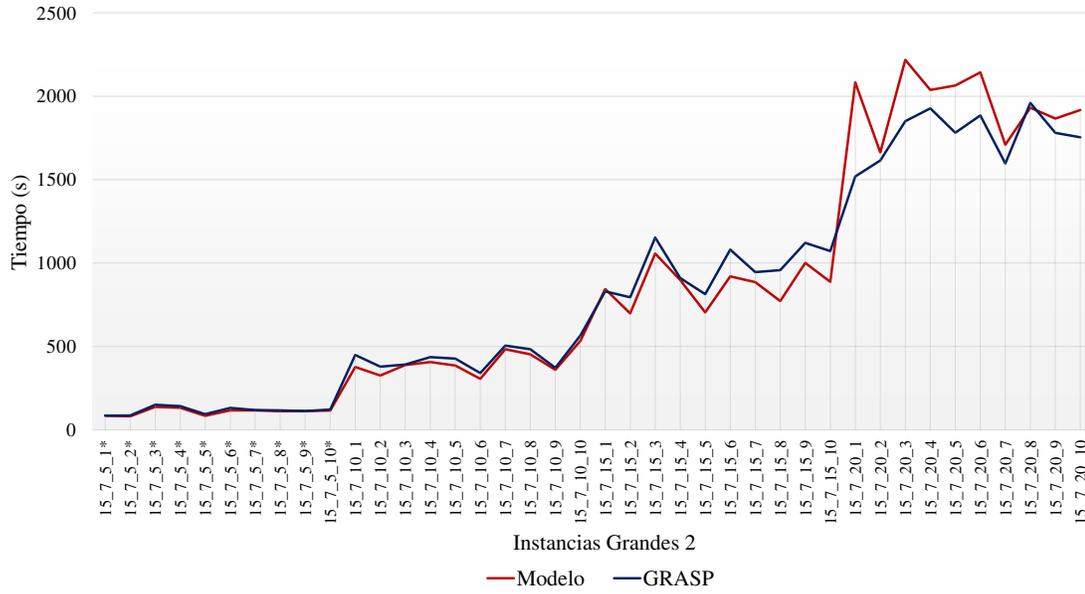


Figura C.7: Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 7$; $p = 5, 10, 15$ y 20

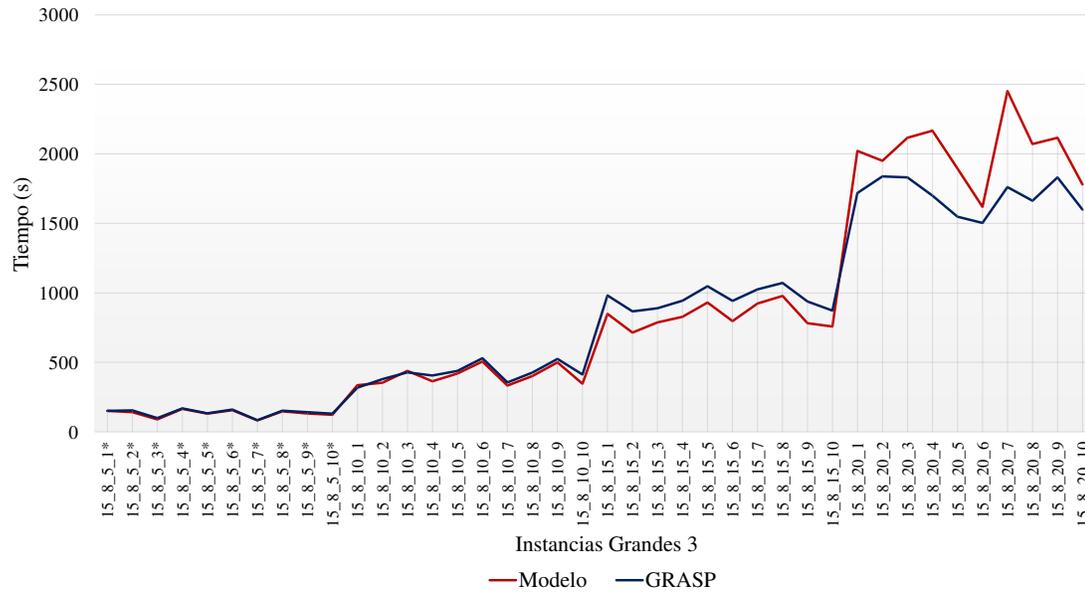


Figura C.8: Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 8$; $p = 5, 10, 15$ y 20

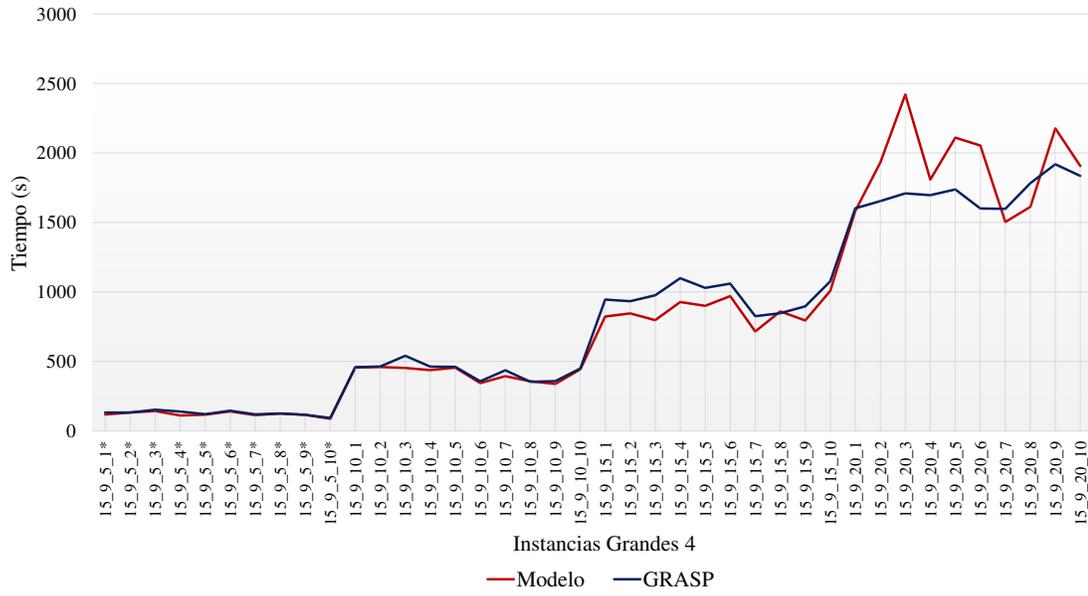


Figura C.9: Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 9$; $p = 5, 10, 15$ y 20

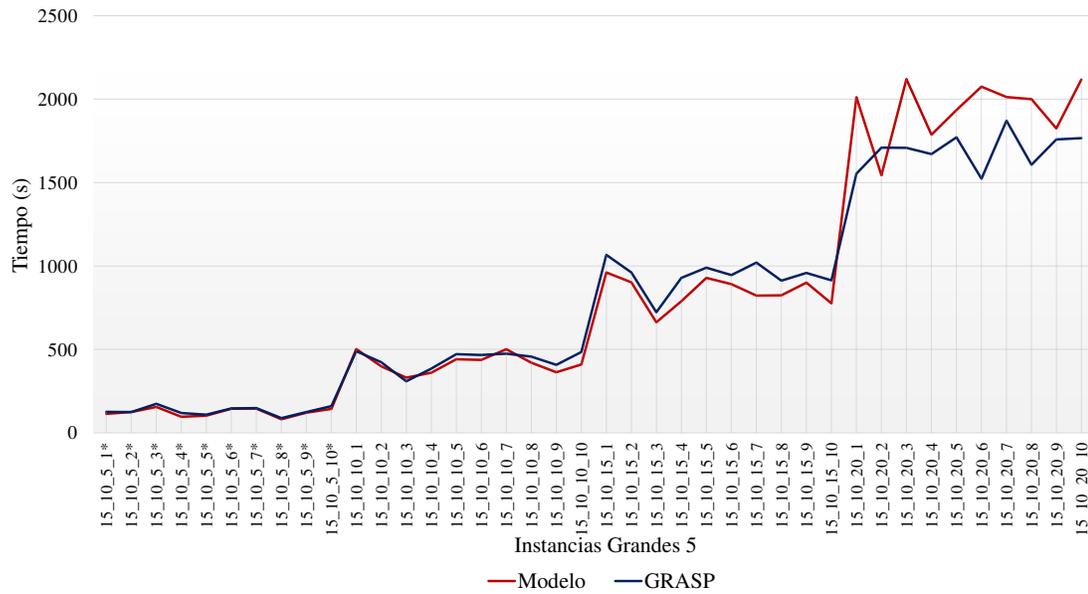


Figura C.10: Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 10$; $p = 5, 10, 15$ y 20

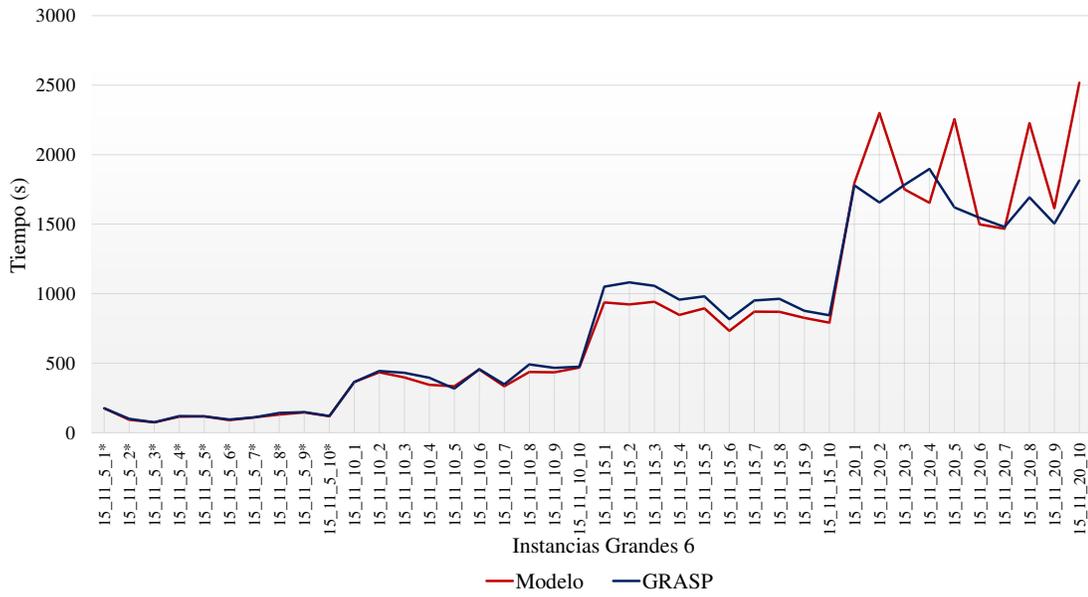


Figura C.11: Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 11$; $p = 5, 10, 15$ y 20

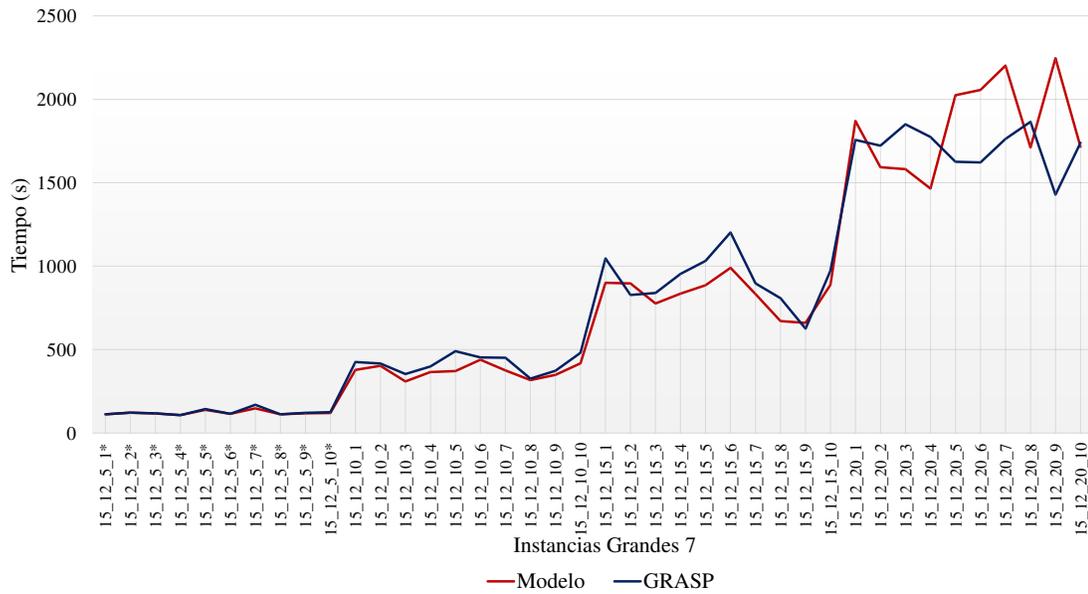


Figura C.12: Modelo vs. GRASP, $m = 15$; $m_{FA} = 12$; $p = 5, 10, 15$ y 20

BIBLIOGRAFÍA

- Akrami, B., Karimi, B., and Hosseini, S. M. (2006). Two metaheuristic methods for the common cycle economic lot sizing and scheduling in flexible flow shops with limited intermediate buffers: The finite horizon case. *Applied Mathematics and Computation*, 183(1):634–645.
- Alharkan, I. (1997). *Algorithm for sequencing and scheduling*. Springer Science & Business Media.
- Babayan, A. and He, D. (2004). Solving the n-job 3-stage flexible flowshop scheduling problem using an agent-based approach. *International journal of production research*, 42(4):777–799.
- Baker, K. R. (1974). Introduction to sequencing and scheduling.
- Botta-Genoulaz, V. (2000). Hybrid flow shop scheduling with precedence constraints and time lags to minimize maximum lateness. *International Journal of Production Economics*, 64(1):101–111.
- Brah, S. A. and Hunsucker, J. L. (1991). Branch and bound algorithm for the flow shop with multiple processors. *European Journal of Operational Research*, 51(1):88–99.
- Campbell, H. G., Dudek, R. A., and Smith, M. L. (1970). A heuristic algorithm for the n job, m machine sequencing problem. *Management science*, 16(10):B–630.
- Chen, L., Bostel, N., Dejax, P., Cai, J., and Xi, L. (2007). A tabu search algorithm

- for the integrated scheduling problem of container handling systems in a maritime terminal. *European Journal of Operational Research*, 181(1):40–58.
- Cho, Y. and Sahni, S. (1981). Preemptive scheduling of independent jobs with release and due times on open, flow and job shops. *Operations Research*, 29(3):511–522.
- Conway, R. W., Maxwell, W. L., and Miller, L. W. (1967). *Theory of Scheduling*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Delgado, A., Cortés, C. J., Duarte, V., et al. (2005). Aplicación de algoritmos genéticos para la programación de tareas en una celda de manufactura. *Ingeniería e Investigación*, 25(2):24–31.
- Desprez, C., Chu, F., and Chu, C. (2009). Minimising the weighted number of tardy jobs in a hybrid flow shop with genetic algorithm. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 22(8):745–757.
- Díaz, A., Glover, F., Hassan, M., Gonzáles, J. L., Laguna, M., Moscato, P., and Tseng, F. (1996). *Optimización Heurística y Redes Neuronales*. S.A. Ediciones Paraninfo.
- Drexl, A. and Kolisch, R. (1993). Produktionsplanung und steuerung bei einzel und kleinserienfertigung. *International Journal of Production Research*, pages 60–66.
- Dror, M. and Mullaseril, P. A. (1996). Three stage generalized flowshop: Scheduling civil engineering projects. *Journal of Global Optimization*, 9(3-4):321–344.
- Elmaghraby, S. and Karnoub, R. (1997). Production control in hybrid flowshops: an example from textile manufacturing. In *The planning and scheduling of production systems*, pages 163–198. Springer.
- Feo, T. A. and Resende, M. G. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of global optimization*, 6(2):109–133.
- Garey, M. R., Johnson, D. S., and Sethi, R. (1976). The complexity of flowshop and jobshop scheduling. *Mathematics of operations research*, 1(2):117–129.

- Gershwin, S. B. (1994). *Manufacturing systems engineering*. Prentice Hall.
- Gicquel, C., Hege, L., Minoux, M., and Van Canneyt, W. (2012). A discrete time exact solution approach for a complex hybrid flow-shop scheduling problem with limited-wait constraints. *Computers & Operations Research*, 39(3):629–636.
- Glover, F. and Laguna, M. (1999). *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Guinet, A., Solomon, M., Kedia, P., and Dussauchoy, A. (1996). A computational study of heuristics for two-stage flexible flowshops. *International Journal of Production Research*, 34(5):1399–1415.
- Gupta, J., Hariri, A., and Potts, C. (1997). Scheduling a two-stage hybrid flow shop with parallel machines at the first stage. *Annals of Operations Research*, 69:171–191.
- Gupta, J. N., Krüger, K., Lauff, V., Werner, F., and Sotskov, Y. N. (2002). Heuristics for hybrid flow shops with controllable processing times and assignable due dates. *Computers & Operations Research*, 29(10):1417–1439.
- Gupta, J. N. and Tunc, E. A. (1991). Schedules for a two-stage hybrid flowshop with parallel machines at the second stage. *The International Journal of Production Research*, 29(7):1489–1502.
- Haouari, M. and M’Hallah, R. (1997). Heuristic algorithms for the two-stage hybrid flowshop problem. *Operations research letters*, 21(1):43–53.
- Hoogeveen, J., Lenstra, J. K., and Veltman, B. (1996). Preemptive scheduling in a two-stage multiprocessor flow shop is np-hard. *European Journal of Operational Research*, 89(1):172–175.
- Hurink, J., Jurisch, B., and Thole, M. (1994). Tabu search for the job-shop scheduling problem with multi-purpose machines. *Operations-Research-Spektrum*, 15(4):205–215.

- Jin, Z., Yang, Z., and Ito, T. (2006). Metaheuristic algorithms for the multistage hybrid flowshop scheduling problem. *International Journal of Production Economics*, 100(2):322–334.
- Kan, A. R. (2012). *Machine scheduling problems: classification, complexity and computations*. Springer Science & Business Media.
- King, J. (1979). Scheduling and the problem of computational complexity. *Omega*, 7(3):233–240.
- Kouvelis, P. and Vairaktarakis, G. (1998). Flowshops with processing flexibility across production stages. *IIE transactions*, 30(8):735–746.
- Kurz, M. E. and Askin, R. G. (2003). Comparing scheduling rules for flexible flow lines. *International Journal of Production Economics*, 85(3):371–388.
- Kyparisis, G. J. and Koulamas, C. (2001). A note on weighted completion time minimization in a flexible flow shop. *Operations Research Letters*, 29(1):5–11.
- Lin, H.-T. and Liao, C.-J. (2003). A case study in a two-stage hybrid flow shop with setup time and dedicated machines. *International Journal of Production Economics*, 86(2):133–143.
- Linn, R. and Zhang, W. (1999). Hybrid flow shop scheduling: a survey. *Computers & industrial engineering*, 37(1):57–61.
- Logendran, R., Barnard, F., et al. (2006). Sequence-dependent group scheduling problems in flexible flow shops. *International Journal of Production Economics*, 102(1):66–86.
- Morton, T. (1993). *Heuristic scheduling systems: with applications to production systems and project management*, volume 3. John Wiley & Sons.
- Najafi, E., Naderi, B., Sadeghi, H., and Yazdani, M. (2012). A mathematical model and a solution method for hybrid flow shop scheduling. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 5(10):65–72.

- Nawaz, M., Enscore, E. E., and Ham, I. (1983). A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem. *Omega*, 11(1):91–95.
- Oğuz, C. and Ercan, M. F. (1997). Scheduling multiprocessor tasks in a two-stage flow-shop environment. *Computers & industrial engineering*, 33(1):269–272.
- Oğuz, C., Ercan, M. F., Cheng, T. E., and Fung, Y.-F. (2003). Heuristic algorithms for multiprocessor task scheduling in a two-stage hybrid flow-shop. *European Journal of Operational Research*, 149(2):390–403.
- Oğuz, C., Zinder, Y., Janiak, A., Lichtenstein, M., et al. (2004). Hybrid flow-shop scheduling problems with multiprocessor task systems. *European Journal of Operational Research*, 152(1):115–131.
- Parker, R. G. (1996). *Deterministic scheduling theory*. CRC Press.
- Pinedo, M. (2012). *Scheduling theory algorithms and systems*. Springer Science & Business Media.
- Ribas, I., Leisten, R., and Framiñan, J. M. (2010). Review and classification of hybrid flow shop scheduling problems from a production system and a solutions procedure perspective. *Computers & Operations Research*, 37(8):1439–1454.
- Rojas, R. and Ruiz, D. (2001). *Urgente ejecutar acciones que fomenten la actividad industrial de valor agregado*. Consultores Internacionales, S.C. (CISC).
- Ruiz, R. and Vázquez-Rodríguez, J. A. (2010). The hybrid flow shop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 205(1):1–18.
- Salvador, M. S. (1973). A solution to a special class of flow shop scheduling problems. In *Symposium on the theory of scheduling and its applications*, pages 83–91. Springer.
- Sawik, T. (1995). Scheduling flexible flow lines with no in-process buffers. *THE INTERNATIONAL JOURNAL OF PRODUCTION RESEARCH*, 33(5):1357–1367.

- Serifoğlu, F. S. and Ulusoy, G. (2004). Multiprocessor task scheduling in multistage hybrid flow-shops: a genetic algorithm approach. *Journal of the Operational Research Society*, pages 504–512.
- Soewandi, H. and Elmaghraby, S. E. (2001). Sequencing three-stage flexible flowshops with identical machines to minimize makespan. *IIE transactions*, 33(11):985–994.
- Tsubone, H., Ohba, M., Takamuki, H., and Miyake, Y. (1993). A production scheduling system for a hybrid flow shop a case study. *Omega*, 21(2):205–214.
- Voss, S. and Witt, A. (2007). Hybrid flow shop scheduling as a multi mode multi-project scheduling problem with batching requirements: A real world application. *International journal of production economics*, 105(2):445–458.
- Wardono, B. and Fathi, Y. (2004). A tabu search algorithm for the multi-stage parallel machine problem with limited buffer capacities. *European Journal of Operational Research*, 155(2):380–401.
- Weiss, G. (1995). A tutorial in stochastic scheduling. *Scheduling theory and its applications*.
- Yang, J. (2011). Minimizing total completion time in two-stage hybrid flow shop with dedicated machines. *Computers & Operations Research*, 38(7):1045–1053.
- Yang, T., Kuo, Y., and Chang, I. (2004). Tabu-search simulation optimization approach for flow-shop scheduling with multiple processors a case study. *International Journal of Production Research*, 42(19):4015–4030.
- Ying, K. (2009). An iterated greedy heuristic for multistage hybrid flowshop scheduling problems with multiprocessor tasks. *Journal of the Operational Research Society*, 60(6):810–817.
- Ying, K.-C. and Lin, S.-W. (2006). Multiprocessor task scheduling in multistage hybrid flow-shops: an ant colony system approach. *International Journal of Production Research*, 44(16):3161–3177.

Zanakis, S. H. and Evans, J. R. (1981). Heuristic optimization: Why, when, and how to use it. *Interfaces*, 11(5):84–91.

Zijm, W. and Nelissen, E. (1990). Scheduling a flexible machining centre. *Engineering Costs and Production Economics*, 19(1):249–258.

FICHA AUTOBIOGRÁFICA

Myriam Del Carmen Herrera Balderas

Candidato para el grado de Maestría en Ciencias en
Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN EN UNA EMPRESA AUTOMOTRIZ

Nací el 6 de agosto de 1990 en la ciudad de Monterrey, Nuevo León. Egresada de la carrera Ingeniero Administrador de Sistemas de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Durante mis estudios de licenciatura tuve la oportunidad de realizar una estancia académica en la Universidad Otto-Von-Guericke de Magdeburgo, Alemania. Después de trabajar por un tiempo se despertó en mí el interés de seguir preparándome académicamente, por lo cual decidí ingresar al Posgrado en Ingeniería de Sistemas bajo la dirección de la Dra. Iris Abril Martínez Salazar.