

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



**CONTROL ROBUSTO DE ESPESOR DE LA CINTA DE ACERO
EN UN MOLINO DE LAMINACIÓN EN CALIENTE MEDIANTE H_{∞}**

POR

KAREN YARELI GONZÁLEZ PALACIOS

**COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA**

JULIO, 2016

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



TESIS

**CONTROL ROBUSTO DE ESPESOR DE LA CINTA DE ACERO
EN UN MOLINO DE LAMINACIÓN EN CALIENTE MEDIANTE H_{∞}**

POR

KAREN YARELI GONZÁLEZ PALACIOS

**COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA**

JULIO, 2016

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE POSGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis “Control robusto de espesor de la cinta de acero en un molino de laminación en caliente mediante H_∞ ” realizada por el estudiante Karen Yareli González Palacios, con matrícula 1535087, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica.

COMITÉ DE TESIS



Dr. Alberto Cavazos González
Asesor



Dra. Griselda Quiroz Compeán
Revisor



Dr. Gerardo Maximiliano Mendez
Revisor



Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirector de Posgrado

A mi madre por ser el pilar fundamental en todo lo que soy y por su motivación que me ha permitido ser una persona de bien.

Agradecimientos

Es para mí un placer utilizar estas líneas para expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que con su ayuda hicieron posible la realización de esta tesis.

Primeramente, agradezco de una manera muy especial y sincera al Dr. Alberto Cavazos González por aceptarme como tesista, asimismo brindarme su confianza, por guiar mis ideas, orientarme, por su disponibilidad, paciencia y por supervisar continuamente esta tesis, pero sobre todo por la motivación y apoyo que he recibido a lo largo de este tiempo.

Agradezco a mi revisora de tesis la Dra. Griselda Quiroz Compeán por el interés mostrado en mi tesis y las sugerencias recibidas, con la que me encuentro en deuda por el ánimo infundido y la confianza en mí depositada. También agradezco a mi revisor de tesis el Dr. Gerardo Maximiliano Mendez por el interés en mi tesis y por las sugerencias brindadas en este trabajo que sirven como aprendizaje profesional.

Quisiera extender mi gratitud a mis compañeros Ivon, Alejandro, Alfonso y Oscar por su amistad, apoyo y ayuda brindada en el trayecto de la maestría.

Y, por supuesto, un agradecimiento profundo para mi familia y amigos. A mis padres Silvia Palacios Facio y Raymundo González López, por su ejemplo de lucha, su apoyo y consejos; a mi hermana Yaneth por su tenacidad, apoyo y motivación; a mi amigo Roberto Guerrero por sus enseñanzas, apoyo y consejos en el trayecto de mi vida y a mi amiga Nallely Cantú por su apoyo brindado en el transcurso de mi vida.

Finalmente, debo agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por haber financiado mis estudios de maestría.

Resumen

Dentro de la industria metalúrgica, se denomina que un molino de laminación en caliente (HSM, por las siglas en Inglés de *Hot Strip Mill*) tiene como producto final un rollo de cinta de acero. Dentro de los estrictos requerimientos de calidad que éste debe cumplir se encuentran la temperatura de acabado, temperatura de enrollado y el espesor de la cinta. Es por ello, que esta tesis se enfoca en el estudio del espesor de la cinta de acero, donde se explorarán las características de la planta, se modelaran las incertidumbres paramétricas en el dominio de la frecuencia utilizando lazos del sistema 2×2 , espesor (h_i) y la posición angular del looper (θ_i). Se establecerá la matriz de ponderación W_T para estabilidad robusta en presencia de incertidumbre multiplicativa de salida, así como W_S y W_U para desempeño del sistema necesario para diseñar el control mediante la técnica H_∞ .

Índice General

Agradecimientos	II
Resumen	III
Índice General	IV
Lista de figuras	VI
Lista de tablas	VIII
1 Introducción	1
1.1 Antecedentes	3
1.2 Hipótesis	4
1.3 Objetivo	4
1.4 Contenido de la tesis	5
2 Modelo lineal multivariable del molino de laminación en caliente	6
2.1 Molino de laminación en caliente	6
2.2 Molino continuo	8
2.2.1 Partes del molino continuo (FM)	8
2.2.2 Funcionamiento del molino continuo (FM)	10
2.3 Modelo lineal multivariable	10
2.4 Resumen del capítulo	17
3 Análisis en el dominio de la frecuencia	18
3.1 Análisis de estabilidad de la planta nominal	18
3.1.1 Análisis de polos y ceros del sistema	19
3.1.2 Diagrama de bode	22
3.1.3 Niveles de interacción	26
3.2 Modelado de incertidumbre	29
3.2.1 Metodología del modelado de incertidumbre paramétrica	29
3.2.2 Modelado de incertidumbre	30
3.2.3 Polos y ceros de $G_p(s)$	33
3.2.4 Polos y ceros de los subsistemas de $G_p(s)$	33
3.3 Resumen de capítulo	34

	V
4	Diseño del controlador H_∞ 35
4.1	Problema de control robusto 35
4.2	Sensibilidad y sensibilidad complementaria 37
4.3	Principios básicos de la técnica de control H_∞ 39
4.3.1	Desempeño nominal 39
4.3.2	Estabilidad robusta 41
4.4	Problema de sensibilidad mixta 42
4.5	Aplicación al control de espesor y looper en un HSM 51
4.6	Resumen de capítulo 54
5	Simulaciones y resultados 55
5.1	Control PI 56
5.2	Prueba nominal 59
5.2.1	Prueba nominal utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas. 59
5.2.2	Prueba nominal utilizando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri} 60
5.2.3	Prueba nominal utilizando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en V_{ri} 61
5.3	Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica 62
5.3.1	Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas. 62
5.3.2	Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri} 63
5.3.3	Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en V_{ri} 64
5.4	Prueba incluyendo perturbaciones e incertidumbre paramétrica utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas. 65
5.5	Resumen de capítulo 66
6	Conclusiones y trabajo futuro 67

Lista de Figuras

1.1	Molino de laminación en caliente.	1
1.2	Diagrama esquemático de dos castillos del FM.	2
2.1	Molino de laminación en caliente.	6
2.2	Castillo del FM.	8
2.3	Looper del FM.	9
2.4	Diagrama esquemático de dos castillos del FM.	10
2.5	Diagrama de bloques del FM, Modelo Obregón.	11
2.6	Diagrama de entrada-salida-perturbación MIMO.	12
2.7	Vencimiento del coeficiente de fricción.	15
3.1	Diagrama de ubicación de polos.	20
3.2	Diagrama de ubicación de polos y ceros de la planta nominal MIMO.	21
3.3	Diagrama de ubicación de polos y ceros de los subsistemas de $G(s)$	22
3.4	Diagrama de Bode.	23
3.5	Diagrama de Bode del subsistema $g_{11}(s)$	24
3.6	Diagrama de Bode del subsistema $g_{12}(s)$	25
3.7	Diagrama de Bode del subsistema $g_{21}(s)$	25
3.8	Diagrama de Bode del subsistema $g_{22}(s)$	26
3.9	Relación de dominancia diagonal de la columna C_1	28
3.10	Relación de dominancia diagonal de la columna C_2	28
3.11	Diagrama general para sistema con incertidumbre.	29
3.12	Incertidumbre multiplicativa a la salida.	30
3.13	Estimación de incertidumbre.	32
3.14	Polos y ceros de la planta en el rango de incertidumbre de la tabla 3.4.	33
3.15	Polos y ceros de los subsistemas de la planta en el rango de incertidumbre de la tabla 3.4.	34
4.1	Formulación del problema general de control robusto.	36
4.2	Esquema básico de control con perturbaciones.	37
4.3	Diagrama de Nyquist mostrando desempeño nominal $ w_s < 1 + L $	40
4.4	Diagrama de Nyquist para estabilidad robusta $ w_T L < 1 + L $	41
4.5	Diagrama general de control aplicado al concepto de sensibilidad mixta.	43
4.6	Diagrama general para el control H_∞	44
4.7	Diagrama general.	45
4.8	Incertidumbre multiplicativa a la salida.	49

4.9	Esquema general de control aplicando sensibilidad mixta.	50
4.10	Respuesta en frecuencia de las incertidumbres multiplicativas considerando los parametros inciertos de la tabla 3.4.	51
4.11	Comparativa de la función w_T (línea roja) respecto a la estimación de incertidumbre.	52
4.12	Los valores singulares de la función sensibilidad complementaria (T) se representa por la línea continua y la inversa de los valores singulares de la matriz de incer- tidumbre W_T se representa por la línea discontinua. Se realiza la comparación para probar estabilidad robusta.	54
5.1	Diagrama de Bode del subsistema $g_{11}(s)$ con el control PI	56
5.2	Diagrama de Bode del subsistema $g_{12}(s)$ con el control PI	57
5.3	Diagrama de Bode del subsistema $g_{21}(s)$ con el control PI	57
5.4	Diagrama de Bode del subsistema $g_{22}(s)$ con el control PI	58
5.5	Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba nominal utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas.	59
5.6	Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba nominal utilizando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri}	60
5.7	Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba nominal utilizando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en V_{ri}	61
5.8	Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas.	62
5.9	Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri}	63
5.10	Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en V_{ri}	64
5.11	Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba incluyendo perturbaciones e incertidumbre paramétrica utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas.	65

Lista de Tablas

2.1	Descripción de las variables de entrada, salida y perturbaciones del diagrama de bloques (figura 2.6).	12
3.1	Polos y ceros de la planta nominal MIMO (fig. 3.2).	21
3.2	Polos y ceros de los subsistemas de $G(s)$	22
3.3	Descripción de las variables del diagrama problema de control robusto (fig. 3.11).	29
3.4	Descripción de los parámetros inciertos.	32
4.1	Descripción de las variables del diagrama de formulación de control robusto.	35
4.2	Descripción de las variables del diagrama de sensibilidad mixta (fig. 4.5).	43
5.1	Valores de las ganancias del control PI para cada lazo.	56
5.2	Descripción de los perturbaciones.	65

Capítulo 1

Introducción

Un molino de laminación en caliente (HSM, por sus siglas en Inglés de *Hot Strip Mill*) tiene cuatro etapas: hornos de recalentamiento, molinos desbastadores, molino continuo y la última etapa consta de una mesa de enfriamiento y un enrollador. El HSM produce un rollo de cinta de acero, el cual debe cumplir con dos requerimientos de calidad: el espesor de la cinta y la temperatura de acabado, esta última define las propiedades mecánicas de la cinta.

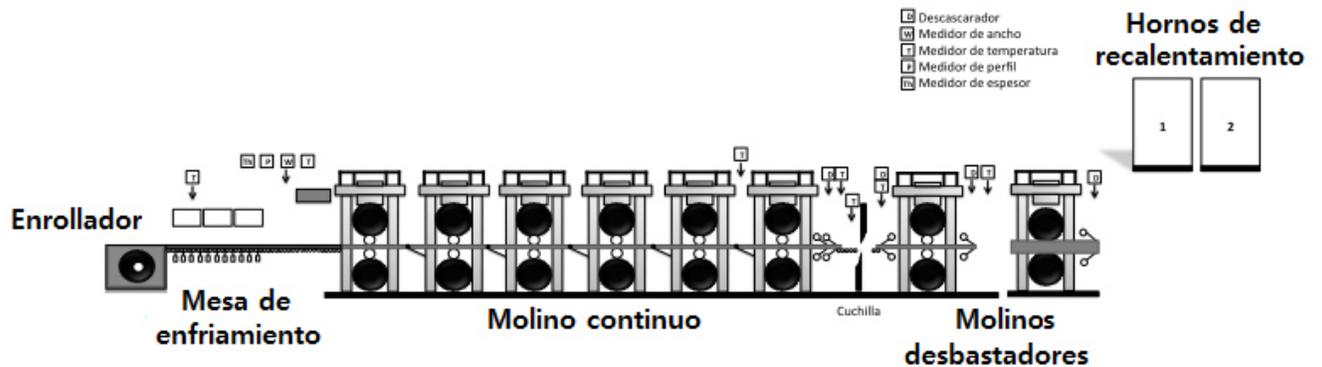


Figura 1.1: Molino de laminación en caliente.

La etapa más crítica es el molino continuo, donde la interacción entre espesor, tensión y

ángulo del looper¹ afectan el espesor final de la cinta.

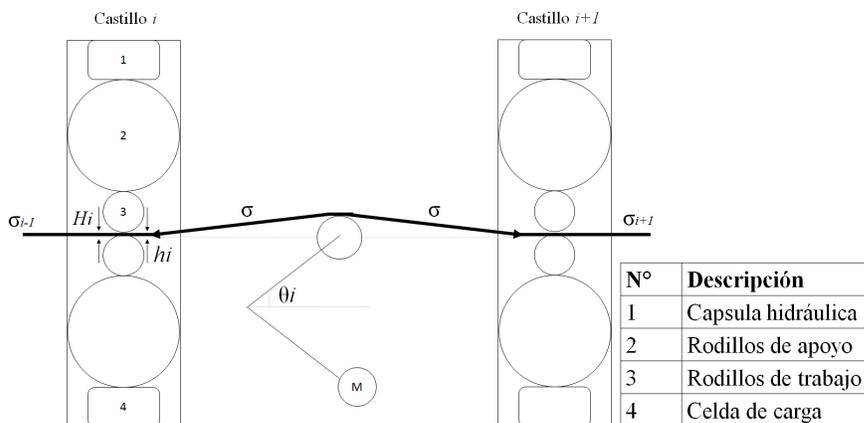


Figura 1.2: Diagrama esquemático de dos castillos del FM.

Actualmente, la mayoría de los molinos sólo cuentan con un control de lazo sencillo proporcional integral (PI), dicho control es insuficiente, ya que ignora las incertidumbres en el sistema y las interacciones entre lazos. El problema de investigación se ha centrado en el control multivariable por medio de técnicas como: Teoría de Retroalimentación Cuantitativa (QFT, por sus siglas en inglés "Quantitative Feedback Theory") (Sidi, 2002), μ -synthesis, H_∞ (Hearns y Grimble, 2000) y algunas combinaciones entre las diferentes técnicas (Zhan et al. 2010).

Dado lo anterior, los controladores diseñados para un solo lazo (como el *PI*), no son suficientes para controlar un HSM; por lo tanto en la presente tesis se presenta un sistema multivariable 2×2 utilizando los lazos de espesor de la cinta (h_i) y la posición angular del looper (θ_i), avanzando así paulatinamente en la solución de la problemática y verificar si es necesario aplicar un control para el sistema 4×4 en trabajos futuros. Al sistema multivariable 2×2 se le aplica un controlador H_∞ el cual ha demostrado ser una solución robusta, eficiente para la solución de esta problemática en presencia de incertidumbres, reduciendo el nivel de interacción entre lazos. Para el diseño del control mediante la técnica H_∞ se establece las matrices de ponderación W_T ,

¹se compone de un brazo mecánico y un rodillo que encargan de controlar el flujo de masa entre los dos castillos

W_S y W_U .

1.1 Antecedentes

Actualmente, los sistemas de control en el HSM cuentan con un control de lazo sencillo (PI). Al aplicar estos controles se supone un sistema lineal sin incertidumbre ni interacciones entre lazos, entonces estas técnicas son insuficientes; para el proceso HSM ya que se tienen interacciones entre lazos e incertidumbres de modelado.

En la literatura se han propuesto técnicas de control para el HSM que pueden reducir los efectos de las interacciones (control multivariable) y/o que mantienen estabilidad en presencia de incertidumbres o perturbaciones (control robusto). Algunas de las técnicas son: la técnica H_∞ (Stogestad y Postlethwaite, 1997), QFT (Sidi, 2002), Control μ -synthesis y algunas combinaciones entre los mismos controles (Zhan et al., 2010). Hearns y Grimble (2000), proponen un esquema de control basado en la técnica H_∞ demostrando estabilidad robusta para incertidumbres en el módulo del molino sin comprometer desempeño; sin embargo no se considera la interacción de la dinámica de tensión.

Sidi (2002), propone una técnica de diseño para incorporar principios de QFT en técnicas de control H_∞ en soluciones de problemas de retroalimentación de 2DOF (2 grados de libertad) con plantas altamente inciertas. El diseño consta de dos etapas: la primera es resolver el problema de robustez utilizando la norma H_∞ , reduciendo al mínimo el costo de retroalimentación y la segunda etapa es lograr las especificaciones de rastreo mediando un prefiltro utilizando la técnica de diseño QFT. Los resultados muestran que la técnica QFT/ H_∞ comparado con la técnica QFT, es más eficiente para los sistemas de retroalimentación MIMO; sin embargo la técnica es muy larga y la complejidad del control es mayor.

Zhan et al. (2010), diseñan un control basado en la técnica μ -synthesis (extensión de la

técnica H_∞ , Stogestad y Postlethwaite (1997) y sintonizado mediante QFT para el espesor de salida con incertidumbre aditiva y multiplicativa en el módulo del molino, la tensión del looper y la posición angular del looper son considerados parte del vector de estados. La sintonización QFT mejoró la respuesta con respecto a la obtenida solamente mediante μ -synthesis.

Yu et al. (2011) muestran dos controladores robustos H_∞ , uno basado en el método convencional de Ricatti y el segundo método de Lyapunov-Krasovskii y desigualdad de matrices (LMI, por sus siglas en inglés Linear Matrix Inequality). Se comparan los desempeños de ambos controladores, el segundo controlador presenta una respuesta más rápida y muy por debajo de varios condicionales. Como puede verse, las técnicas basadas en la norma H_∞ , han demostrado ser eficaces, si se consideran las incertidumbres en el diseño, éstas técnicas basadas en la norma H_∞ mantienen estabilidad y desempeño en presencia de las incertidumbres, asimismo reducen el nivel de interacción entre lazos.

1.2 Hipótesis

Debido a que el control multivariable tiene beneficios reduciendo el impacto de las interacciones, se considera que la técnica basada en la norma H_∞ es adecuada para controlar el proceso, ya que se ha demostrado en la literatura que es capaz de mantener estabilidad y desempeño en presencia de interacciones e incertidumbres para sistemas lineales.

1.3 Objetivo

Diseñar un sistema de control robusto en presencia de incertidumbre paramétrica para el sistema de 2×2 de espesor de la cinta y la posición angular del looper en un HSM mediante la técnica H_∞ .

1.4 Contenido de la tesis

El capítulo 2 muestra el proceso de laminación en caliente (HSM) y el modelo lineal 4×4 que se utilizará para la solución de la presente problemática.

El capítulo 3 muestra el análisis en el dominio de la frecuencia del comportamiento de la planta nominal y el modelado de incertidumbre de la planta.

El capítulo 4 muestra la metodología del control y el diseño del control H_∞ para el espesor de la cinta y la posición angular del looper.

El capítulo 5 muestra la evaluación en dominio del tiempo del control H_∞ comparado con el control PI (actualmente instalado en planta industrial) frente a incertidumbres y perturbaciones.

Por último, el capítulo 6 presenta las conclusiones de la tesis.

Capítulo 2

Modelo lineal multivariable del molino de laminación en caliente

2.1 Molino de laminación en caliente

Un HSM tiene como producto final un rollo de cinta de acero. El departamento de calidad exige que el producto cumpla con algunos requerimientos: el espesor de la cinta, la temperatura de acabado y enrollado; dichas temperaturas determinan las propiedades mecánicas de la cinta de acero (Barrios J.A., 2011).

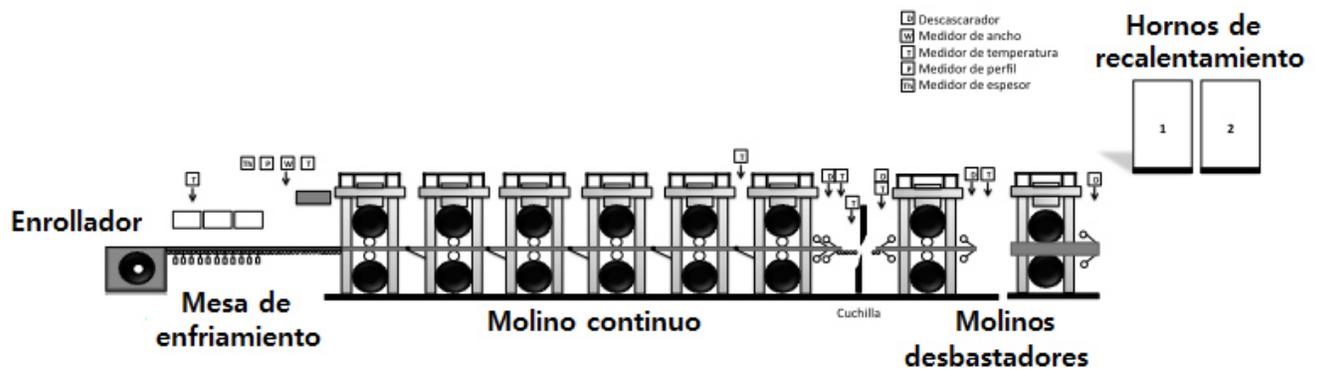


Figura 2.1: Molino de laminación en caliente.

El proceso del HSM a estudiar es el molino dos de Ternium Hilsa y consta de cuatro etapas (ver fig. 2.1):

1. Hornos de recalentamiento

Se introduce un planchón de materia prima (acero) con dimensiones de 0.2 m de grosor, 0.915 m de ancho, 5-10 m de largo y pesa entre 10 y 25 toneladas. En esta etapa el acero se prepara térmicamente para la deformación mecánica con una temperatura aproximada de 1300°C. Al salir del horno adquiere una capa de óxido que es eliminada por medio de un rompedor de oxido, antes de pasar a la siguiente etapa.

2. Molinos debastadores

La etapa 2 puede tener hasta con cinco molinos debastadores, en este caso se estudia 2 molinos reversibles que se encargan de la deformación inicial del espesor y ancho de la lámina, la temperatura a la salida es de 1150°C aproximadamente y el espesor a la salida es de 25.4 mm. El producto es llamado barra de transferencia (BT). Antes de pasar a la siguiente etapa, las tijeras de corte cortan el inicio de la barra de transferencia para darle forma y se lava el óxido formado en esta etapa.

3. Molino continuo

El molino continuo puede constar de un tren de seis o siete castillos consecutivos, en este caso se estudia un tren de seis castillos que tienen como función principal realizar una reducción en la barra dando un espesor que varía entre 2×10^{-3} a 15.7×10^{-3} m y ancho final alrededor de 0.9 m; también hay que tener en cuenta la temperatura de acabado entre 800°C a 920°C para que el producto pueda cumplir con las propiedades mecánicas necesarias.

4. Enrollado

Se divide en dos secciones: mesa de enfriamiento y enrollado. La mesa de enfriamiento (ROT, por sus siglas en Inglés *Run Out Table*) está localizada entre el último castillo del molino continuo,

el enfriamiento se logra mediante cortinas de agua hasta alcanzar una temperatura de 550°C-650°C. Posteriormente, el producto pasa por la sección de enrollado, donde la cinta es enrollada y es etiquetada con sus características y propiedades.

2.2 Molino continuo

En el estudio del proceso se ha encontrado que una de las etapas más críticas es el molino continuo (FM, por sus siglas en Inglés *Finishing Mill*) por la interacción entre espesor, tensión y ángulo de looper que afectan directamente el espesor final de la cinta, asimismo las incertidumbres y alinealidades en los componentes.

2.2.1 Partes del molino continuo (FM)

A. Castillo

Los componentes de un castillo son (ver figura 2.2):

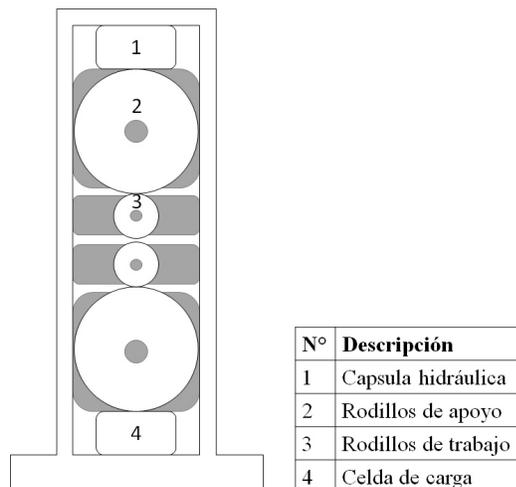


Figura 2.2: Castillo del FM.

1. *Capsula hidráulica*: Compuesta por un sistema hidráulico con un regulador de posición en forma vertical, utilizado para aplicar la fuerza de rolado¹.

2. *Rodillos de apoyo*: Son los rodillos que se encuentran en contacto con el sistema hidráulico, su diámetro es de 1200 mm a 1563 mm. Se encargan de transferir la fuerza y el movimiento del sistema hidráulico hacia los rodillos de trabajo.

3. *Rodillos de trabajo*: Se localizan después de los rodillos de apoyo y tienen contacto directo con la cinta. Su radio es de 220 mm a 370 mm. Su función es aplicar la fuerza generada por el sistema hidráulico sobre la cinta de acero.

4. *Celda de carga*: Es un transductor de fuerza, convierte una señal mecánica en una señal eléctrica, respondiendo con una fuerza.

B. Looper

El looper es un brazo mecánico con un rodillo localizado entre dos castillos, se encarga de controlar el flujo de masa entre los dos castillos por medio de la tensión y absorbe el error generado por la diferencia de velocidades.

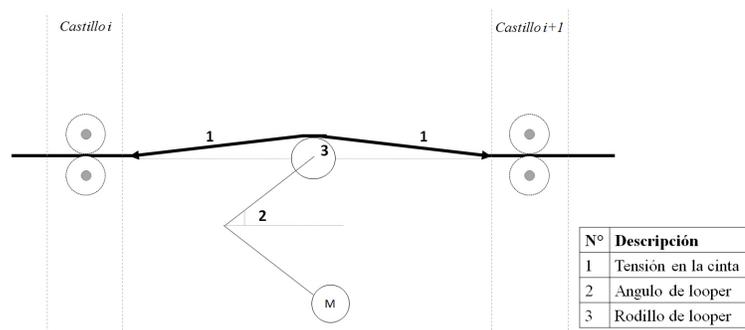


Figura 2.3: Looper del FM.

¹Fuerza necesaria para llevar a cabo una deformación en la cinta cuando ésta pasa por los rodillos de trabajo.

2.2.2 Funcionamiento del molino continuo (FM)

La figura 2.4 muestra el esquema de dos castillos contiguos del FM. La cinta de acero entra al castillo i con un espesor de entrada (H_i), donde el castillo i se encarga de reducir el espesor por medio de sus componentes, generando así el espesor de salida (h_i) menor que H_i de acuerdo a la reducción definida para ese castillo en la cédula de rolado. El looper se encargara de regular de controlar el flujo de masa, generando una posición angular del looper (θ_i) y una tensión (σ_i) determinada para los castillos i e $i+1$.

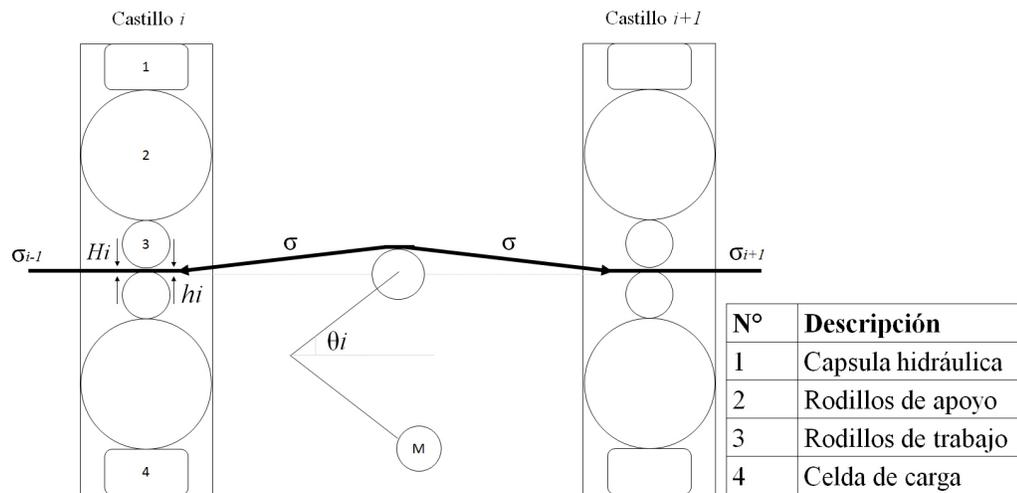


Figura 2.4: Diagrama esquemático de dos castillos del FM.

2.3 Modelo lineal multivariable

En Obregón (2006) y Obregón et al. (2010) se desarrolló un modelo multivariable de un FM linealizado alrededor de un punto de operación en el dominio de Laplace. El modelo representa un par de castillos contiguos i e $i+1$ y un looper, representados en la fig. 2.5, el cual demostró ser buena aproximación del proceso real. El punto de operación se define por el producto más comúnmente rolado, el cual es acero AIST 1006, calibre 2×10^{-3} m y ancho 0.9 m.

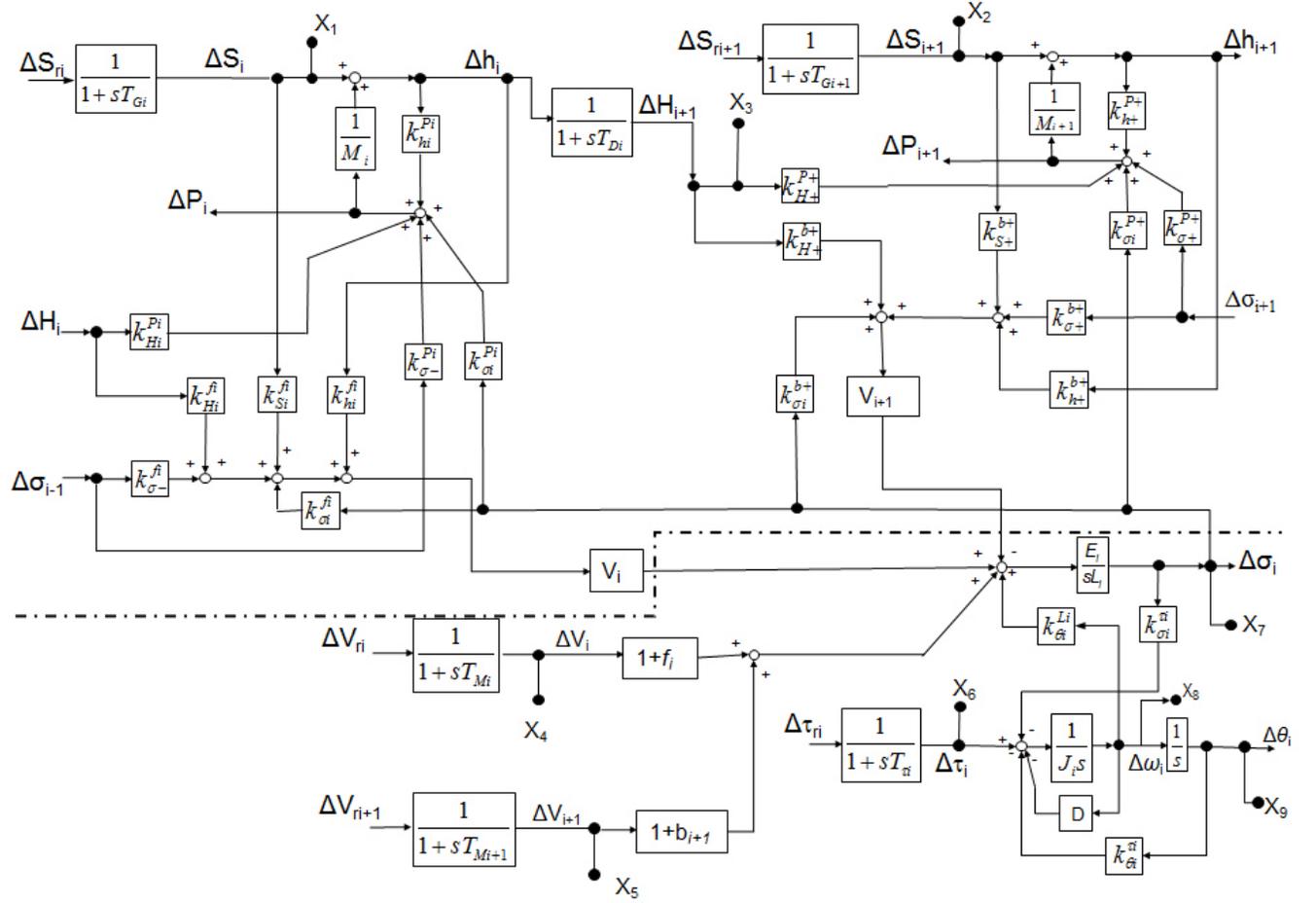


Figura 2.5: Diagrama de bloques del FM, Modelo Obregón.

En el modelo Obregón las ganancias estáticas $\frac{\delta y}{\delta x}$ evaluadas en un punto de operación son representadas con la notación K_x^y . El sistema multivariable 4×4 se presenta en la figura 2.6 con sus respectivas entradas, salidas y perturbaciones y en la tabla 2.1 se presenta la nomenclatura utilizada.

En este trabajo se analizó la interacción de un par de castillos con su respectivo looper, tomándose en cuenta los siguientes factores:

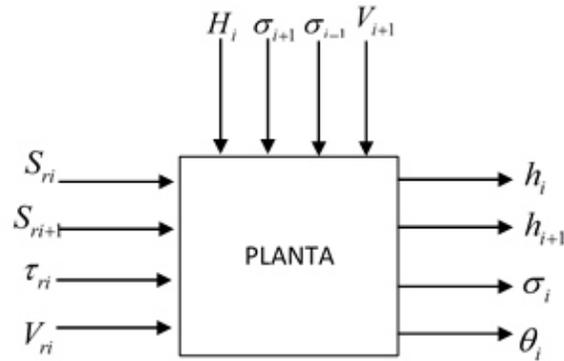


Figura 2.6: Diagrama de entrada-salida-perturbación MIMO.

Variable	Descripción	Unidades
S_{ri}	Espacio entre rodillos del castillo i	m
S_{ri+1}	Espacio entre rodillos del castillo $i+1$	m
V_{ri}	Velocidad de los rodillos de trabajo del castillo i	m/s
τ_{ri}	Par de looper i	N-m
h_i	Espesor de salida del castillo i	m
σ_i	Tensión de salida del castillo i	N
θ_i	Posición angular del looper del castillo i	grados
h_{i+1}	Espesor de salida del castillo $i+1$	m
H_i	Espesor de entrada del castillo i	m
σ_{i-1}	Tensión del castillo $i-1$	N
σ_{i+1}	Tensión del castillo $i+1$	N
V_{i+1}	Velocidad del rodillo de trabajo del castillo $i+1$	m/s

Tabla 2.1: Descripción de las variables de entrada, salida y perturbaciones del diagrama de bloques (figura 2.6).

1. Fuerza de rolado

Al reducir el espesor de la cinta mediante los rodillos de trabajo es aplicada una fuerza vertical, la cuál es beneficiada por la tensión de entrada y tensión de salida. Entonces, la siguiente ecuación representa la fuerza de rolado:

$$P = \sqrt{R'(H_i - h_i)}[KAQ - m_1\sigma_1 - m_2\sigma_2] \quad (2.3.1)$$

donde m_1 es el área de entrada de la cinta de la sección transversal, m_2 es el área de salida de la cinta de la sección transversal, σ_1 es la tensión de entrada, σ_2 es la tensión de salida, A es el ancho de la cinta y Q es un factor geométrico dado por:

$$Q = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{R'}{h_i} \frac{r}{1-r}} \quad (2.3.2)$$

donde $r = \frac{H_i - h_i}{H_i}$. R' es el radio considerando la deformación del rodillo, calculado como sigue:

$$R' = R \left[1 + \frac{(16)(0.91)(1000)P}{\pi E_i A (H_i - h_i)} \right] \quad (2.3.3)$$

donde R es el radio del rodillo de trabajo sin deformación y E_i es el modulo de Young².

La ecuación de la fuerza de rolado (ecuación 2.3.1) es no lineal, debido a la no linealidad del factor geométrico (Q), al ser linealizada en un punto de operación, se obtienen las siguientes relaciones estáticas:

$$\Delta P_i = \frac{\partial P_i}{\partial H_i} \Delta H_i + \frac{\partial P_i}{\partial h_i} \Delta h_i + \frac{\partial P_i}{\partial \sigma_{i-1}} \Delta \sigma_{i-1} + \frac{\partial P_i}{\partial \sigma_i} \Delta \sigma_i \quad (2.3.4)$$

donde Δ denota una pequeña desviación alrededor del punto de operación.

Obtenido la fuerza de rolado es posible obtener el espesor de salida que depende de la desviación del espacio entre rodillos y la desviación de la fuerza de rolado. El espesor de salida esta dado por:

$$\Delta h_i = \Delta S_i + \frac{\Delta P_i}{M_i} \quad (2.3.5)$$

²Relación entre esfuerzo y deformación del acero.

donde M_i representa el modulo del molino³.

El espacio entre rodillos se calcula de la siguiente forma:

$$S_i = h_i - \frac{\Delta P_i}{M_i} \quad (2.3.6)$$

2. Deslizamiento hacia delante de la cinta

El deslizamiento hacia delante (forward slip) es definido por la siguiente ecuación:

$$f_i \triangleq \frac{V_{i+1} - V_i}{V_i} \quad (2.3.7)$$

donde V_{i+1} es la velocidad de la salida de la cinta en el castillo i y V_i es la velocidad periférica del rodillo de trabajo. La ecuación que describe el forward slip (f_i) es definido como:

$$f_i = \left(\frac{2R'}{h_i} \cos(\phi_n) - 1 \right) \left(1 - \cos(\phi_n) \right) \quad (2.3.8)$$

donde ϕ_n es el ángulo del punto neutro.

La figura 2.7 muestra el vencimiento del coeficiente de fricción, donde b es el deslizamiento hacia atras (definido mas adelante) y f es el deslizamiento hacia delante que provienen del coeficiente de fricción. El punto neutro se define como el punto apartir de donde se vence la fricción existente entre el rodillo de trabajo y la cinta.

ϕ_n está dado por:

³Relación entre la fuerza de rolado y el espacio entre rodillos.

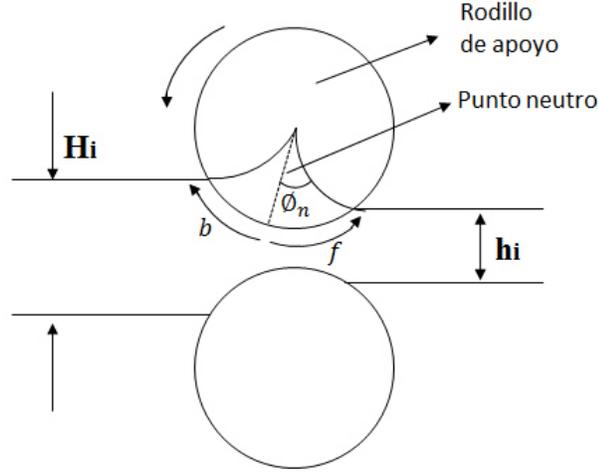


Figura 2.7: Vencimiento del coeficiente de fricción.

$$\phi_n = \left(\sqrt{\frac{h_i}{R'}} \right) \tan \left(\frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{h_i}{R'}} \ln(1-r) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{\frac{r}{1-r}} \right) \quad (2.3.9)$$

Sustituyendo la ecuación 2.3.9 en la ecuación 2.3.8 se tiene:

$$f_i = \left(\frac{2R'}{h_i} \cos \left(\sqrt{\frac{h_i}{R'}} \tan \left[\frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{h_i}{R'}} \ln(1-r) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{\frac{r}{1-r}} \right] \right) - 1 \right) \left(1 - \cos \left(\sqrt{\frac{h_i}{R'}} \tan \left[\frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{h_i}{R'}} \ln(1-r) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{\frac{r}{1-r}} \right] \right) \right) \quad (2.3.10)$$

Por lo tanto, linealizando f_i alrededor de un punto de operación se tiene las siguientes relaciones estáticas:

$$\Delta f_i = \frac{\partial f_i}{\partial S_i} \Delta S_i + \frac{\partial f_i}{\partial H_i} \Delta H_i + \frac{\partial f_i}{\partial \sigma_{i-1}} \Delta \sigma_{i-1} + \frac{\partial f_i}{\partial \sigma_i} \Delta \sigma_i + \frac{\partial f_i}{\partial h_i} \Delta h_i \quad (2.3.11)$$

3. Deslizamiento hacia atrás

El deslizamiento hacia atrás (backward slip) es definido por la siguiente ecuación:

$$b_{i+1} \triangleq \frac{V_{i+1} - V_i}{V_i} \quad (2.3.12)$$

La ecuación que describe el deslizamiento hacia atrás de la cinta (b_{i+1})

$$b_{i+1} = 1 - \frac{h_i(1 + f_i)}{H_i \left(\cos \sqrt{\frac{H_i - h_i}{R}} \right)} \quad (2.3.13)$$

Linealizando b_{i+1} alrededor de un punto de operación se tiene las siguientes relaciones estáticas:

$$\Delta b_{i+1} = \frac{\partial b_{i+1}}{\partial S_{i+1}} \Delta S_{i+1} + \frac{\partial b_{i+1}}{\partial H_{i+1}} \Delta H_{i+1} + \frac{\partial b_{i+1}}{\partial \sigma_{i+1}} \Delta \sigma_{i+1} + \frac{\partial b_{i+1}}{\partial h_{i+1}} \Delta h_{i+1} + \frac{\partial b_{i+1}}{\partial \sigma_i} \Delta \sigma_i \quad (2.3.14)$$

Teniendo el backward slip y forward slip se puede obtener la relación lineal de la tensión de la cinta entre los castillos i e $i+1$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_i = \frac{E_i}{sL_{oi}} \left[(1 - b_{i+1}) \Delta V_{i+1} - (1 + f_i) \Delta V_i + V_{i+1} \left(\frac{\partial b_{i+1}}{\partial h_{i+1}} \Delta h_{i+1} + \frac{\partial b_{i+1}}{\partial \sigma_i} \Delta \sigma_i \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial b_{i+1}}{\partial H_{i+1}} \Delta H_{i+1} + \frac{\partial b_{i+1}}{\partial S_{i+1}} \Delta S_{i+1} + \frac{\partial b_{i+1}}{\partial \sigma_{i+1}} \Delta \sigma_{i+1} \right) - V_i \left(\frac{\partial f_i}{\partial h_i} \Delta h_i \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial f_i}{\partial \sigma_i} \Delta \sigma_i + \frac{\partial f_i}{\partial S_i} \Delta S_i + \frac{\partial f_i}{\partial H_i} \Delta H_i + \frac{\partial f_i}{\partial \sigma_{i-1}} \Delta \sigma_{i-1} \right) + \frac{\partial L_i}{\partial \theta_i} \Delta \omega_i \right] \quad (2.3.15) \end{aligned}$$

donde L_i es la distancia de la cinta entre castillos, L_{oi} es la distancia entre centros de los rodillos de apoyo al looper. La velocidad angular (ω_i) despreciando la fricción se aproxima como:

$$\Delta\omega_i = \frac{1}{J_i s} \left(\Delta\tau_i - \frac{\partial\tau_i}{\partial\theta_i} \Delta\theta_i + \frac{\partial\tau_i}{\partial\sigma_i} \Delta\sigma_i \right) \quad (2.3.16)$$

donde J_i es la inercia del looper. El par de looper (τ_i) es:

$$\tau_i = M - \tau_{cargai} \quad (2.3.17)$$

donde M es el par del motor.

Los factores descritos anteriormente muestran que el espesor de salida del castillo i (h_i) y la posición angular del looper (θ_i), tienen una relación importante causada principalmente por fenómeno de deformación del rodillo de apoyo, el deslizamiento hacia atrás y deslizamiento hacia delante, causado por la tensión de la cinta el cual es generado por la posición del looper y los castillos i e $i+1$.

2.4 Resumen del capítulo

En el capítulo se describió el proceso y la función principal de un molino de laminación en caliente (HSM), el funcionamiento del FM donde se enfoca esta tesis; asimismo el diagrama de bloques de un sistema 4×4 con sus respectivas perturbaciones. En esta tesis sólo se trabajan dos lazos: el espesor (h_i) y la posición angular del looper (θ_i) que se utilizarán más adelante.

Capítulo 3

Análisis en el dominio de la frecuencia

En la primera sección del capítulo se emplean métodos de análisis de estabilidad en la frecuencia para la planta nominal 2×2 , revisando el comportamiento de los polos y ceros de la planta, diagramas de Bode y la relación de dominancia diagonal. Asimismo en la segunda sección se realiza el modelado de incertidumbres y se analiza el movimiento de polos y ceros del sistema con incertidumbres para diferentes combinaciones de los valores de los parámetros inciertos.

3.1 Análisis de estabilidad de la planta nominal

Se analiza la estabilidad de la planta nominal MIMO sin incertidumbres y sus respectivos subsistemas, utilizando los siguientes métodos:

- Análisis de polos y ceros.
- Diagrama de bode.
- Relación de dominancia diagonal.

La planta se representa mediante un sistema MIMO de 2×2 para los lazos de posición angular del looper (θ_i) y espesor de la cinta (h_i). Los valores de las variables son obtenidas con la practica

de laminado del acero AIST 1006, los valores de las ganancias calculadas en la linealización son considerados los valores nominales y el sistema linealizado es la planta, su función de transferencia esta dada por:

$$G(s) = \left(\begin{array}{c} \frac{6.548s^4 + 23.19s^3 + 1.256 \times 10^4 s^2 + 1.002 \times 10^4 s + 1895}{s^5 + 37.46s^4 + 2056s^3 + 6.56 \times 10^4 s^2 + 5.512 \times 10^4 s + 8906} \\ \frac{17.28s^3 + 9.387s^2 + 3402s + 1668}{s^5 + 9.129s^4 + 1939s^3 + 1.124 \times 10^4 s^2 + 8495s + 1336} \\ \frac{-3510s + 674}{s^5 + 37.46s^4 + 2056s^3 + 6.56 \times 10^4 s^2 + 5.512 \times 10^4 s + 8906} \\ \frac{1.578 \times 10^4 s + 7737}{s^5 + 9.129s^4 + 1939s^3 + 1.124 \times 10^4 s^2 + 8495s + 1336} \end{array} \right) \quad (3.1.1)$$

3.1.1 Análisis de polos y ceros del sistema

A. Metodología

La función de transferencia $G(s)$ se expresa como un cociente de polinomios en s , representada por la siguiente expresión:

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + \dots + a_{m-1} s + a_m} \quad (3.1.2)$$

Donde: $N(s)$ son las raíces del polinomio numerador y representa los ceros de la función de transferencia, $D(s)$ son las raíces del polinomio denominador y representa los polos de la función de transferencia. El denominador de la función de transferencia, cuando se iguala a cero, se define como la ecuación característica del sistema:

$$D(s) = a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + \dots + a_{m-1} s + a_m = 0 \quad (3.1.3)$$

Para definir estabilidad se utiliza el diagrama de ubicación de polos (figura 3.1). El sistema es estable, si cumple con la siguiente definición:

"Un sistema es estable si las raíces de la ecuación característica son reales negativas o complejas conjugadas con parte real negativa. Es decir, si todas las raíces se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo s ".

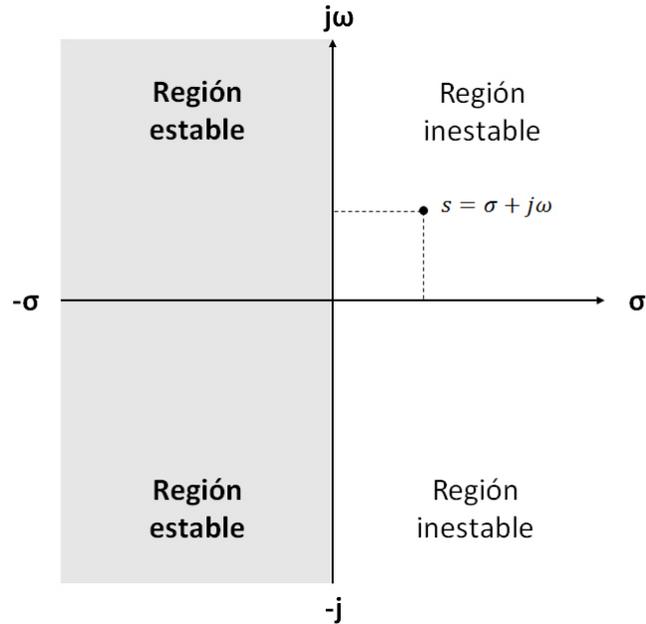


Figura 3.1: Diagrama de ubicación de polos.

Si algún polo se ubica en el eje imaginario, el sistema está en el límite de la estabilidad e inestabilidad, es decir, es un sistema con estabilidad marginal.

B. Aplicación a la planta nominal

1. Planta nominal MIMO

Se graficó con ayuda de MATLAB[®] el diagrama de ubicación de polos de la planta nominal MIMO (fig. 3.2), los polos y ceros están dados en la tabla 3.1.

Se comprobó estabilidad de la planta MIMO, ya que las raíces de la ecuación característica son reales negativas y complejas conjugadas con parte real negativa, es decir, todas las raíces se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo s .

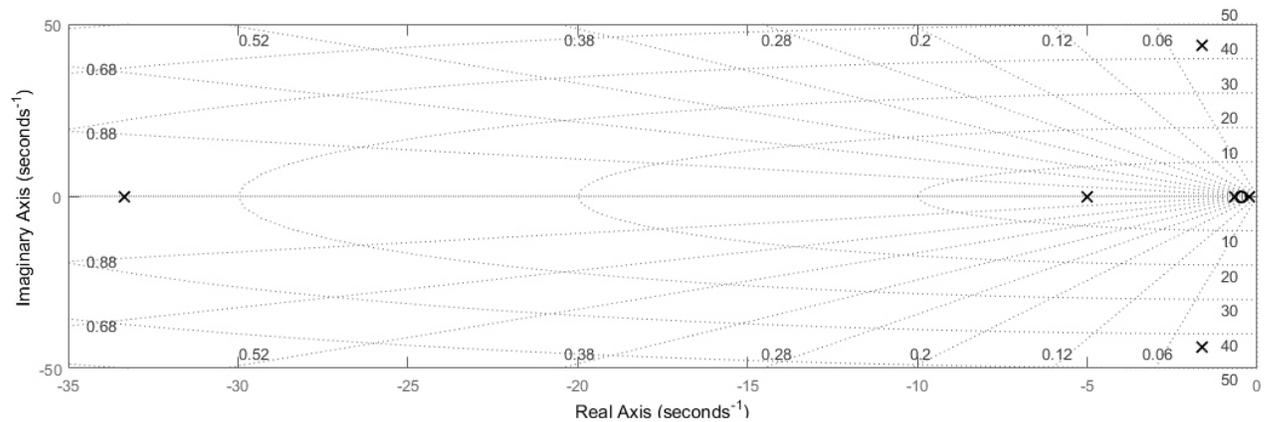


Figura 3.2: Diagrama de ubicación de polos y ceros de la planta nominal MIMO.

Polos	Ceros
-1.6350 +43.7364i	-0.4902
-1.6350 -43.7364i	
-0.6413	
-0.2175	
-33.3333	
-5	

Tabla 3.1: Polos y ceros de la planta nominal MIMO (fig. 3.2).

2. Subsistemas de la planta nominal

La planta nominal $G(s)$ está compuesta de cuatro subsistemas, cada subsistema se analizó en un diagrama de ubicación de polos. En la figura 3.3 se muestran los diagramas de ubicación de polos y en la tabla 3.2 los polos y ceros para cada subsistema. En los cuatro subsistemas existen polos muy cerca del origen; sin embargo, cumplen con ser estables dado que sus raíces se encuentran en el semiplano izquierdo.

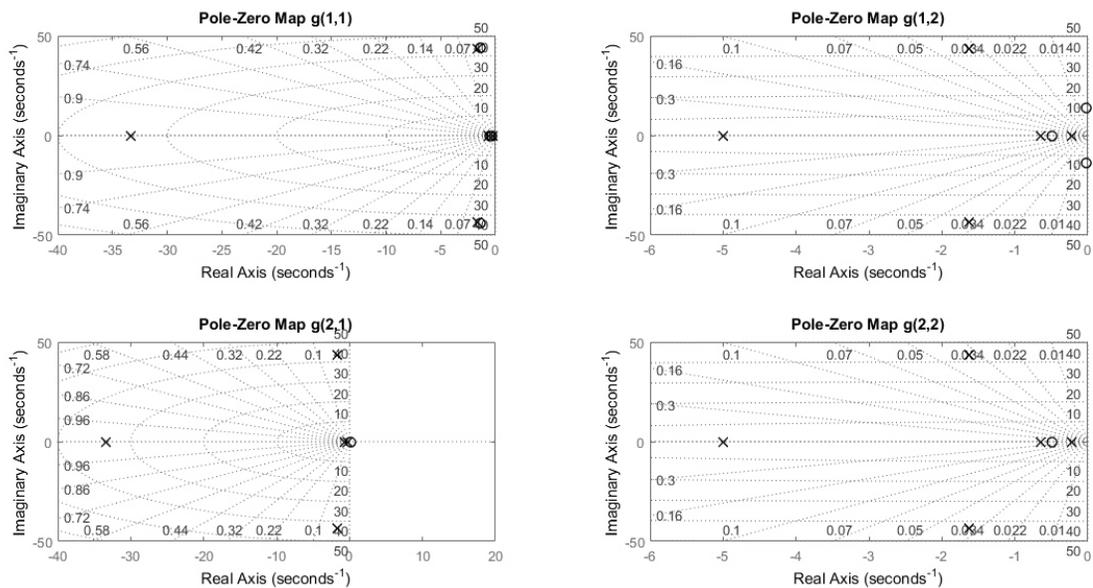


Figura 3.3: Diagrama de ubicación de polos y ceros de los subsistemas de $G(s)$.

$g_{11}(s)$		$g_{12}(s)$		$g_{21}(s)$		$g_{22}(s)$	
Polos	Ceros	Polos	Ceros	Polos	Ceros	Polos	Ceros
-1.6350 +43.7364i	-1.3718 +43.7533i	-1.6350 +43.7364i	-0.0265 +14.0301i	-1.6350 +43.7364i	0.1920	-1.6350 +43.7364i	-0.4902
-1.6350 -43.7364i	-1.3718 -43.7533i	-1.6350 -43.7364i	-0.0265 -14.0301i	-1.6350 -43.7364i		-1.6350 -43.7364i	
-33.3333	-0.4902	-5	-0.4902	-33.3333		-5	
-0.6413	-0.3080	-0.6413		-0.6413		-0.6413	
-0.2175		-0.2175		-0.2175		-0.2175	

Tabla 3.2: Polos y ceros de los subsistemas de $G(s)$

3.1.2 Diagrama de bode

A. Metodología

El diagrama de Bode de una función de transferencia es una herramienta gráfica para el análisis del sistema, utilizadas solo para obtener estabilidad absoluta y relativa de sistemas con funciones de transferencia del lazo de fase mínima. El diagrama de Bode (fig. 3.4) es representado por dos gráficos:

- Magnitud: Gráfica de logaritmo de la magnitud de la función de transferencia $20\log(|G(j\omega)|)$ respecto a la frecuencia (ω).
- Fase: Gráfica de la fase de la función de transferencia $\angle G(j\omega)$ con respecto a ω .

En la fig. 3.4 se muestra el diagrama de Bode para una función de transferencia de fase mínima.

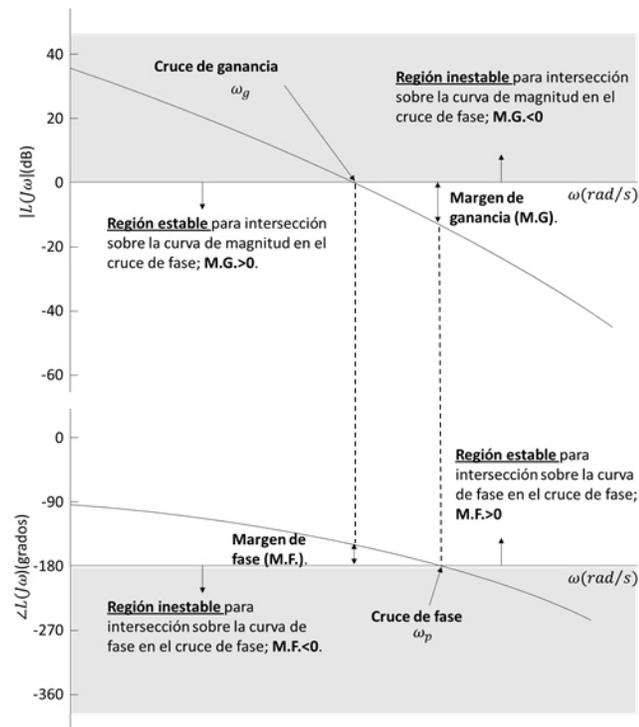


Figura 3.4: Diagrama de Bode.

Se tienen las siguientes observaciones sobre la estabilidad del sistema:

1. "El margen de ganancia (MG) es positivo y el sistema es estable si la magnitud $L(j\omega)$ al cruce de fase (ω_p) es negativo en dB, es decir, el margen de ganancia se mide abajo del eje 0 dB". Si el margen se mide arriba del eje 0 dB, el margen de ganancia es negativo y el sistema es inestable.

2. "El margen de fase (MF) es positivo y el sistema es estable si la fase de $L(j\omega)$ es mayor que -180° en el cruce de ganancia (ω_g), es decir, el margen de fase se mide arriba del eje -180° ". Si el margen de fase se mide abajo del eje -180° , el margen de fase es negativo, y el sistema es inestable.

B. Aplicación a la planta nominal

Se grafican los diagramas de Bode para cada subsistema de la planta nominal $G(s)$, mostrado en la ecuación 3.1.1. El diagrama de bode del subsistema $g_{11}(s)$ se representa como:

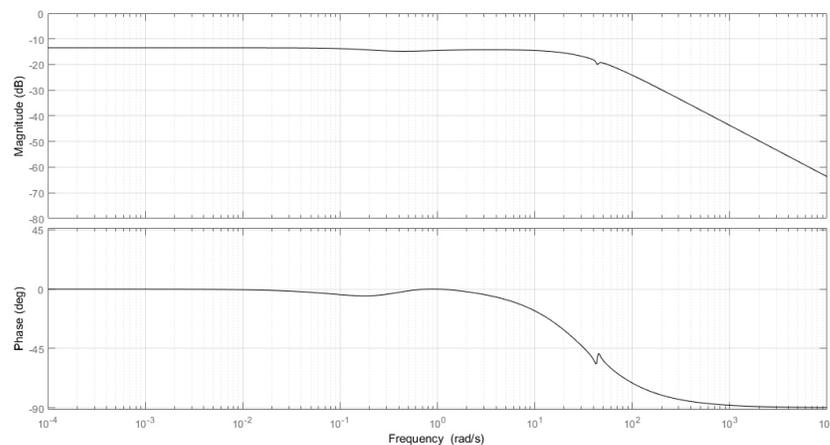


Figura 3.5: Diagrama de Bode del subsistema $g_{11}(s)$.

Se muestra (fig. 3.5) que el MG es infinito al no existir un ω_p en -180° y el MF es infinito al no existir ω_g en $0dB$; por lo tanto, no existe ninguna inestabilidad en el sistema y el subsistema $g_{11}(s)$ es estable.

El diagrama de Bode del subsistema $g_{12}(s)$ se representa como:

En la figura 3.6 el MG es infinito, es decir, no existe ninguna inestabilidad y el MF es 143.895 el cual es positivo; por lo tanto, el subsistema $g_{12}(s)$ es estable.

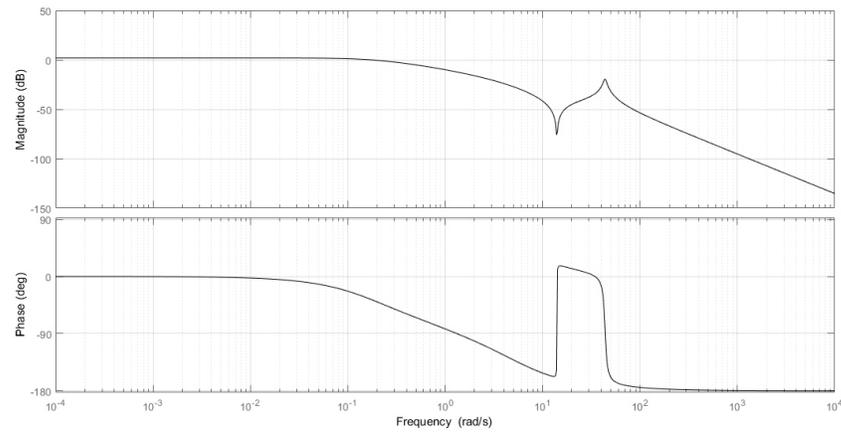


Figura 3.6: Diagrama de Bode del subsistema $g_{12}(s)$.

El diagrama de Bode del subsistema $g_{21}(s)$ se representa como:

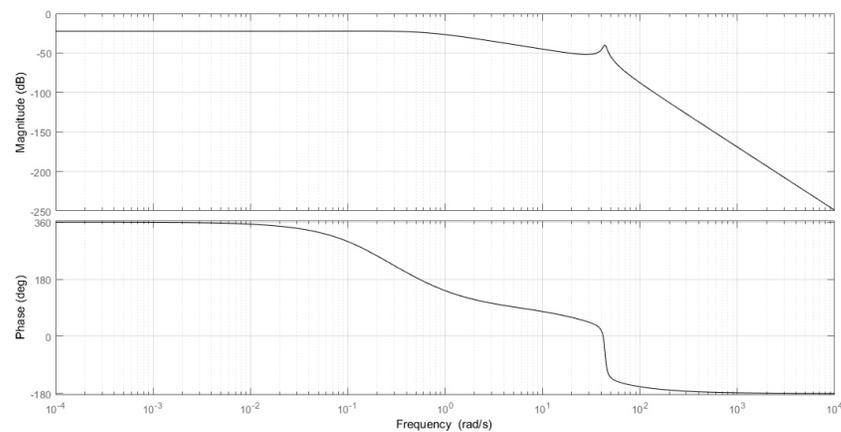


Figura 3.7: Diagrama de Bode del subsistema $g_{21}(s)$.

La figura 3.7 muestra la fase y la magnitud del subsistema $g_{21}(s)$, donde el MG es 15.5305 el cual es positivo y el MF es infinito, es decir, no existe ninguna inestabilidad en fase; por lo tanto, el subsistema $g_{21}(s)$ es estable.

El diagrama de Bode del subsistema $g_{22}(s)$ se representa como:

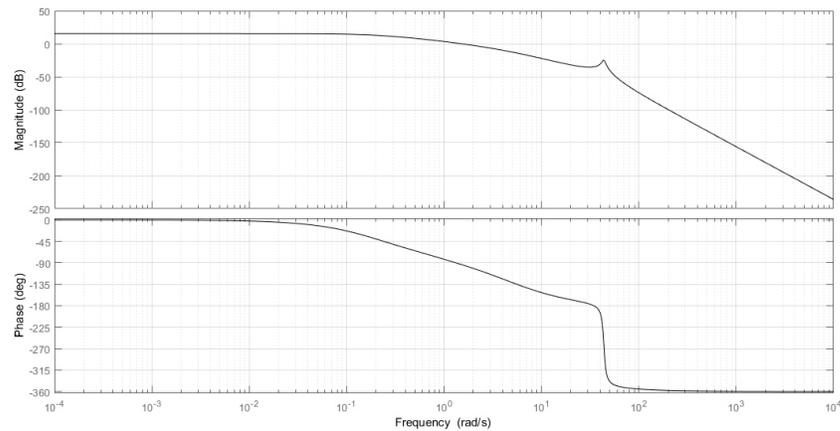


Figura 3.8: Diagrama de Bode del subsistema $g_{22}(s)$.

La figura 3.8 muestra la fase y la magnitud del subsistema $g_{22}(s)$, donde el MG es 55.9548 y el MF es infinito; por lo tanto, ambos márgenes son positivos y el subsistema $g_{22}(s)$ es estable.

3.1.3 Niveles de interacción

A. Metodología

Los niveles de interacción de una matriz cuadrada puede ser obtenida por medio de la relación de dominancia diagonal, la cual es una medida que determina el tamaño de los elementos de la diagonal respecto a los elementos fuera de la diagonal. La relación de dominancia diagonal para una matriz cuadrada está dada por la siguiente ecuación:

$$d = \frac{\sum_{i=1, i \neq k}^n |m_{ik}| + \sum_{j=1, j \neq k}^n |m_{kj}|}{|m_{kk}|} \quad (3.1.4)$$

donde d es la relación de dominancia diagonal, m es el elemento de la matriz, k es elemento diagonal, n representa las filas y columnas de la matriz. También se puede obtener la relación

de dominancia diagonal por fila o por columna utilizando las siguientes definiciones:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1, i \neq k}^n |m_{ik}|}{m_{kk}} \quad (3.1.5)$$

$$c_k = \frac{\sum_{i=1, i \neq k}^n |m_{ki}|}{m_{kk}} \quad (3.1.6)$$

Entonces, si $r_k < \alpha$ la fila k-ésima es diagonalmente dominante y cuando $c_k < \beta$ la columna k-ésima es diagonalmente dominante, α y β son definidas de acuerdo al proceso en estudio. En este trabajo se considera un nivel de interacción con $\alpha = \beta = 0.1$, ya que es considerado que es un valor tolerable para el proceso.

B. Aplicación a la planta nominal

Se utiliza la relación de dominancia diagonal por columna, donde las columnas están dadas por:

$$C_1 = \frac{|g_{21}(j\omega)|}{|g_{11}(j\omega)|} \quad (3.1.7)$$

$$C_2 = \frac{|g_{12}(j\omega)|}{|g_{22}(j\omega)|} \quad (3.1.8)$$

Las figuras 3.9 y 3.10 muestra las gráficas de la relación de dominancia diagonal por columna utilizando el diagrama de Bode.

La figura 3.9 muestra la relación de dominancia diagonal de la columna C_1 . Los niveles de interacción son aproximadamente del 50% en frecuencias bajas y en frecuencias altas el nivel de interacción disminuye a casi el 0%. Por lo tanto, la columna C_1 es no diagonalmente dominante

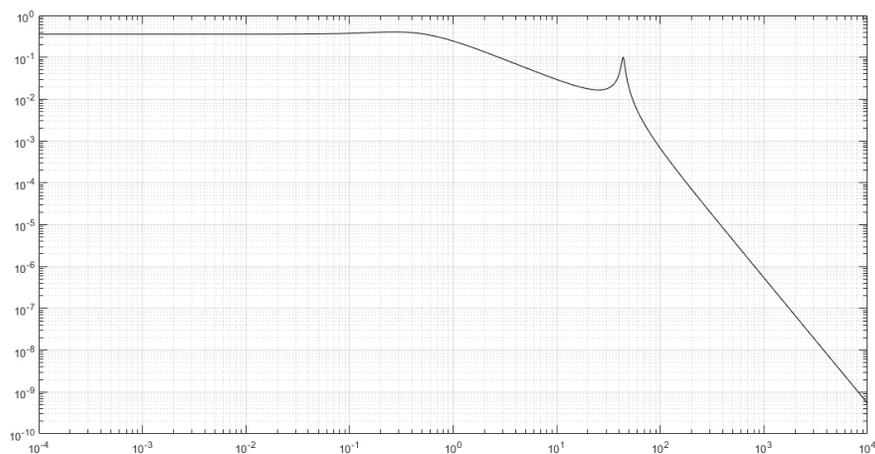


Figura 3.9: Relación de dominancia diagonal de la columna C_1 .

de acuerdo a lo que se definió anteriormente para frecuencias bajas y para frecuencias altas la dominancia diagonal mejora considerablemente.

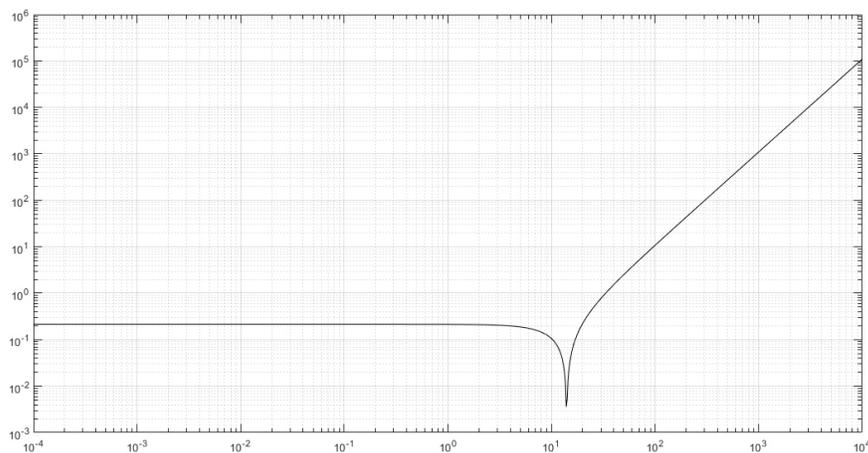


Figura 3.10: Relación de dominancia diagonal de la columna C_2 .

La figura 3.10 muestra la relación de dominancia diagonal de la columna C_2 . Los niveles de interacción son aproximadamente del 10% en frecuencias bajas y en frecuencias altas el nivel de interacción aumenta a más del 100%. Por lo tanto, la columna C_2 es diagonalmente dominante para bajas frecuencias y en frecuencias altas no es diagonalmente dominante.

3.2 Modelado de incertidumbre

Se modelan las incertidumbres paramétricas en el dominio de la frecuencia tomando en cuenta el diagrama general para sistemas con incertidumbre (fig. 3.11).

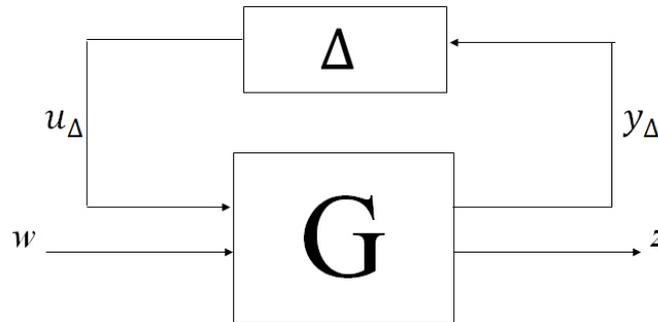


Figura 3.11: Diagrama general para sistema con incertidumbre.

La descripción de las variables del diagrama de formulación del problema de control robusto se muestra en la siguiente tabla.

Variable	Descripción
Δ	Incetidumbre
G	Planta nominal

Tabla 3.3: Descripción de las variables del diagrama problema de control robusto (fig. 3.11).

En el apartado 3.2.3 y 3.2.4 se analiza el movimiento de polos y ceros del sistema con incertidumbres para diferentes combinaciones.

3.2.1 Metodología del modelado de incertidumbre paramétrica

La planta cuenta con incertidumbre paramétrica, se realiza la estimación de incertidumbre multiplicativa a la salida como se muestra en la figura 3.12 dada por:

$$G_p(j\omega) = [I + W_T \Delta_O] G(j\omega) \quad (3.2.1)$$

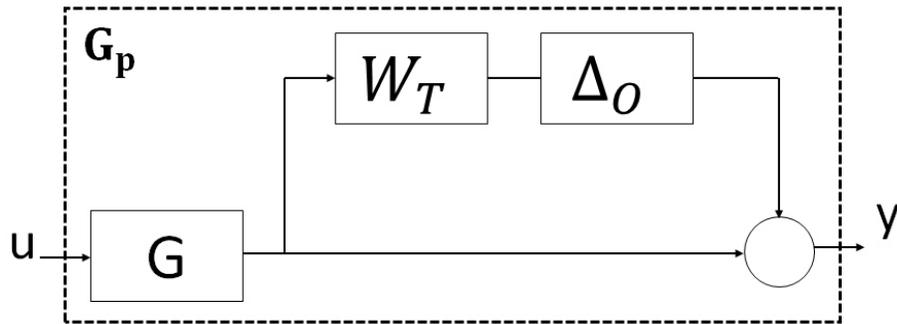


Figura 3.12: Incertidumbre multiplicativa a la salida.

Donde G_p representa las plantas inciertas obtenidas mediante todas las combinaciones posibles de los valores de los parámetros en su región de incertidumbre, G es la planta nominal y W_T representa el modelo de incertidumbre. Finalmente, Δ_O es la representación de las incertidumbres normalizada ($\|\Delta_O\|_\infty \leq 1$).

La magnitud de la incertidumbre multiplicativa a la salida estará dada por:

$$l_O(j\omega) = \max_{G_p \in \Pi} \bar{\sigma}((G_p(j\omega) - G(j\omega))G(j\omega)^{-1}) \quad (3.2.2)$$

donde $\bar{\sigma}$ es el valor singular mayor. Por lo tanto, con base a la ecuación 3.2.2 se modela una incertidumbre escalar.

3.2.2 Modelado de incertidumbre

En trabajos anteriores (Don Juan et al. 2016) se tomaban en cuenta las incertidumbres que afectarían al loop, pero en esta ocasión fue necesario agregar la incertidumbre en el módulo del molino, debido a que el espesor se ve afectado directamente por éste parámetro (ver ecuación 2.3.5). Los parámetros inciertos que se evaluarán en esta tesis son:

- Ganancias estáticas ($K_{\theta_i}^{Ti}$, $K_{\sigma_i}^{Ti}$ y $K_{\theta_i}^{Li}$) dadas por la linealización de las ecuaciones no lineales bien establecidas y utilizadas en planta por un largo tiempo, por lo tanto se considera que debe haber un error con algún impacto en el funcionamiento general del HSM pero no muy significativo y se considerará una incertidumbre baja.
- Distancia entre rodillos (L_i) dada por la rigidez de la piezas mecánicas, vibraciones fuertes y los pares aplicados, por lo tanto se considera una incertidumbre pequeña.
- Inercia del looper (J_i) es calculada de acuerdo a la forma geométrica del looper, se considera que la incertidumbre es relativamente grande.
- Módulo de Young (E_i) se reviso el manual ASM (1990) para el módulo de Young no existe el dato para temperaturas mayores de $400^\circ C$ entonces se extrapoló considerando la última pendiente entre los últimos dos puntos proporcionados en el manual y dada también la variación de temperatura se consideró una incertidumbre grande.
- Constante del módulo del molino ($1/M_i$) tomado de manera experimental en la planta, por lo tanto se consideró una incertidumbre pequeña.
- Amortiguamiento (D_i) se ajustó a prueba y error, se consideró una incertidumbre pequeña. Se comparó este dato con los manejados anteriormente en otros artículos en la literatura como el de Yu y Wang (2011) y resultó ser congruente.

La tabla 3.4 muestra los parámetros inciertos con su región de incertidumbre, utilizados para obtener la estimación de incertidumbre tomando en cuenta incertidumbre multiplicativa a la salida (ver fig 3.12).

La figura 3.13 muestra los resultados obtenidos mediante la ecuación 3.2.2 con G_p dada por la ecuación 3.2.1, utilizando los parámetros que se muestran en la tabla 3.4. Se muestra (fig. 3.13)

Variable	Descripción	Valor nominal	Unidades	Incertidumbre
$K_{\theta_i}^{T_i}$	Ganancia estática	3718400	$kg \cdot mm$	$\pm 5\%$
$K_{\sigma_i}^{T_i}$	Ganancia estática	-88355000	mm	$\pm 5\%$
J_i	Inercia del looper	18890	$kg \cdot mm \cdot s^2$	$\pm 10\%$
E_i	Módulo de Young de la cinta	19.3	$\frac{kg}{mm}$	$\pm 20\%$
L_i	Distancia entre centros de rodillos de apoyo	4876.8	mm	$\pm 1\%$
$K_{\theta_i}^{L_i}$	Ganancia estática	-92.9235	mm	$\pm 5\%$
D_i	Amortiguamiento	1000	$kg \cdot mm \cdot s$	$\pm 5\%$
$\frac{1}{M_i}$	Constante en el módulo del molino	4.0318×10^{-6}	$\frac{mm}{kg}$	$\pm 5\%$

Tabla 3.4: Descripción de los parámetros inciertos.

que la magnitud de incertidumbre tiende a infinito en altas frecuencias; por lo tanto, tendría que aproximarse con una función impropia.

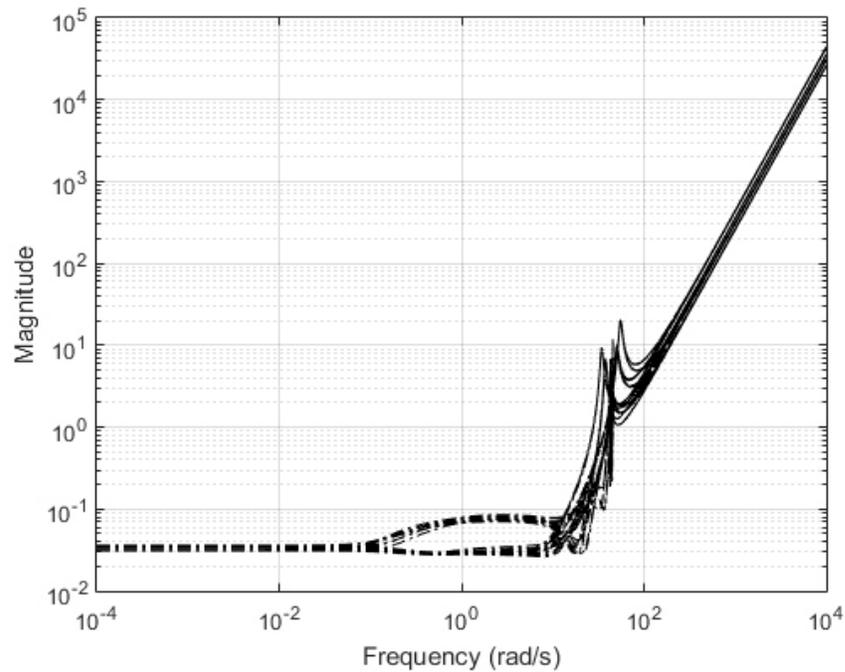


Figura 3.13: Estimación de incertidumbre.

3.2.3 Polos y ceros de $G_p(s)$

A continuación se analiza el movimiento de polos y ceros de la planta en el rango de incertidumbre mencionado en la tabla 3.4, con el fin de verificar si con alguna combinación de incertidumbre la planta se vuelve inestable. La figura 3.14 muestra los diferentes polos y ceros para distintas combinaciones de los rangos de incertidumbre mostrados en la tabla 3.4, se observa que $G_p(s)$ es estable; ya que todas sus raíces están en el semiplano izquierdo del plano complejo s .

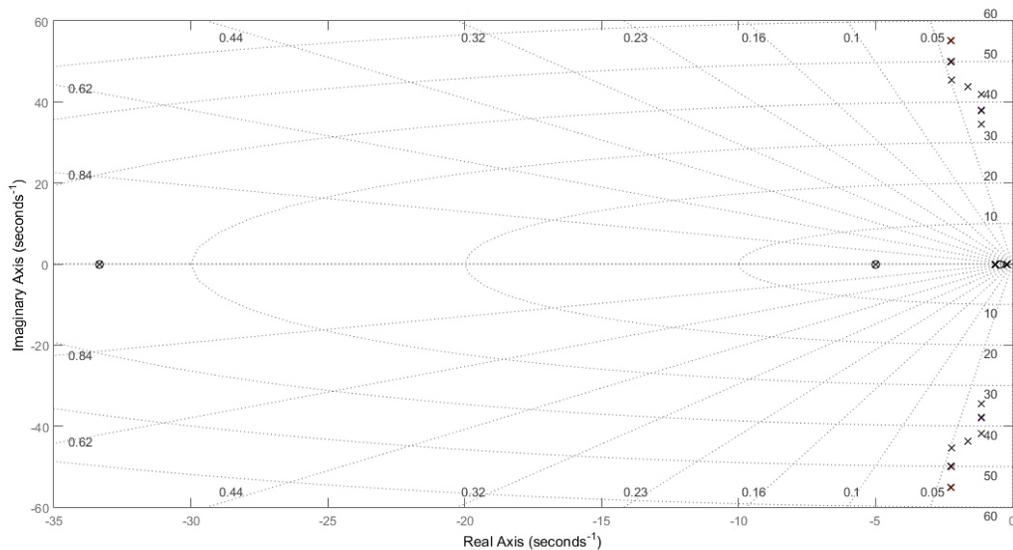


Figura 3.14: Polos y ceros de la planta en el rango de incertidumbre de la tabla 3.4.

3.2.4 Polos y ceros de los subsistemas de $G_p(s)$

Al igual que en el apartado anterior, en la figura 3.15 se analizó el movimiento de los polos y ceros para distintas combinaciones de los rangos de incertidumbre mostrados en la tabla 3.4, pero para cada subsistema de la planta. La figura 3.15 muestra los diferentes polos y ceros para distintas combinaciones de los rangos de incertidumbre mostrados en la tabla 3.4, se observa que los subsistemas de la planta son estables; ya que todas sus raíces están en el semiplano izquierdo

del plano complejo s .

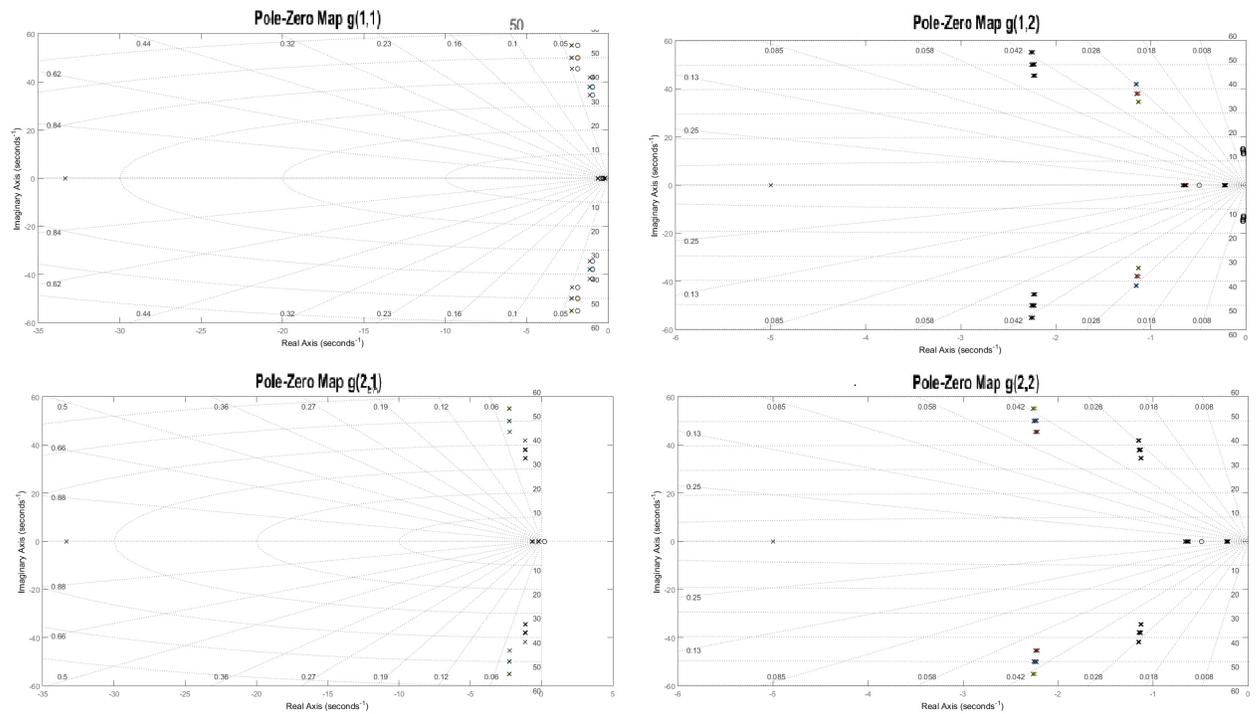


Figura 3.15: Polos y ceros de los subsistemas de la planta en el rango de incertidumbre de la tabla 3.4.

3.3 Resumen de capítulo

En el capítulo se realizó el análisis de estabilidad de la planta por medio del diagrama de ubicación de polos y los diagramas de Bode; así como la relación de dominancia diagonal en el sistema. También se ha llevado a cabo el modelado de incertidumbre paramétrica en el dominio de la frecuencia tomando en cuenta incertidumbre multiplicativa a la salida, asimismo el análisis del movimiento de polos y ceros en la planta para verificar estabilidad del sistema incluyendo incertidumbre paramétrica.

Capítulo 4

Diseño del controlador H_∞

4.1 Problema de control robusto

Las técnicas de control robusto aseguran estabilidad y un buen funcionamiento en sistemas con incertidumbre entre las cuales se encuentra la incertidumbre paramétrica. Para este caso de estudio se utiliza la formulación del problema general de control robusto que se muestra en la figura 4.1. La tabla 4.1 muestra la descripción de las variables del diagrama de formulación de control robusto mostrado en la figura 4.1.

Variable	Descripción
Δ	Incertidumbre normalizada
P	Planta
K	Control
u	Señal de control
v	Variables medidas
w	Señales exógenas
z	Salida
u_Δ	Entradas de incertidumbre
y_Δ	Salida de incertidumbre

Tabla 4.1: Descripción de las variables del diagrama de formulación de control robusto.

La formulación del problema de control robusto abarca todas los problemas que se caracterizan por considerar las incertidumbres en el modelo que sean tolerables por un controlador. Los

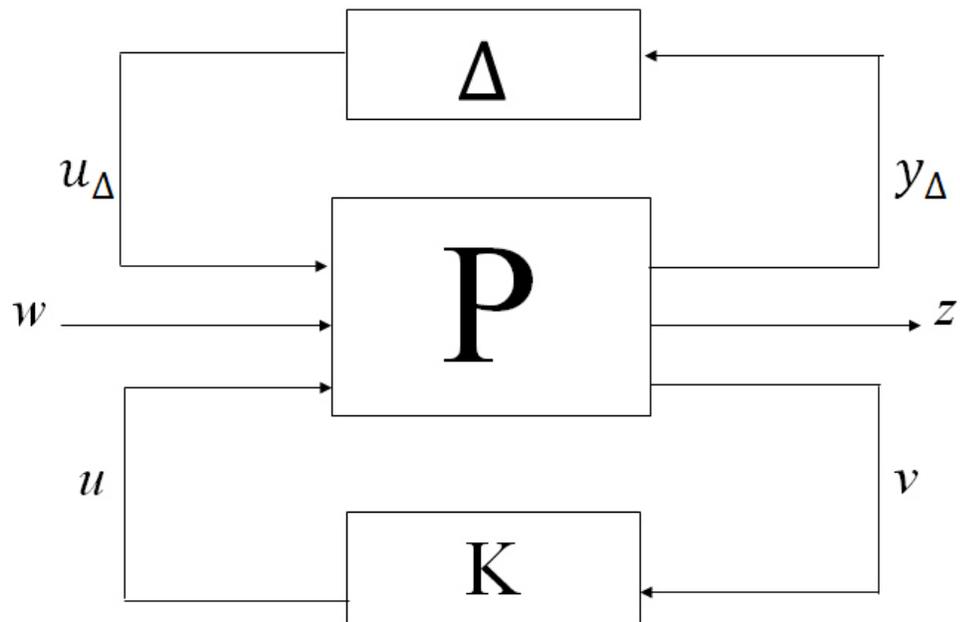


Figura 4.1: Formulación del problema general de control robusto.

objetivos de control son:

- *Estabilidad nominal:* Determina si el sistema en lazo cerrado es estable para condiciones nominales.
- *Desempeño nominal:* El sistema en lazo cerrado cumple con un funcionamiento adecuado en condiciones nominales.
- *Estabilidad robusta:* El sistema en lazo cerrado permanece estable para un conjunto de plantas inciertas.
- *Desempeño robusto:* El sistema cuenta con estabilidad robusta y además satisface las especificaciones de funcionamiento para un conjunto de plantas inciertas.

4.2 Sensibilidad y sensibilidad complementaria

En este apartado se definen las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria considerando el siguiente esquema de control:

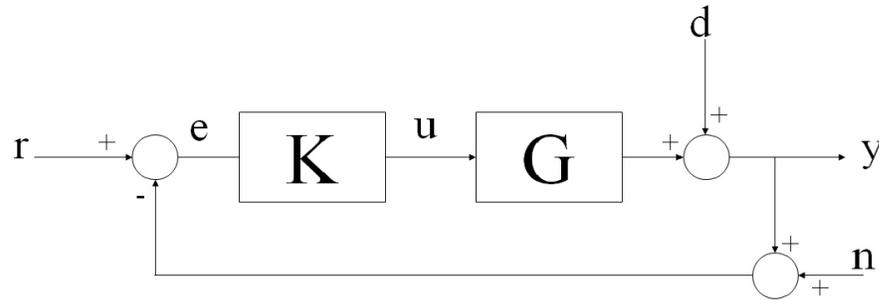


Figura 4.2: Esquema básico de control con perturbaciones.

La entrada del control está dada por:

$$u = K(r - y - n) \quad (4.2.1)$$

donde K es el control, r es el valor de referencia, n es el ruido de medición y y es la salida dada por:

$$y = d + Gu \quad (4.2.2)$$

donde d es la perturbación.

Sustituyendo la ecuación 4.2.1 en la ecuación 4.2.2 se tiene:

$$y = d + GK(r - y - n) \quad (4.2.3)$$

$$y = d + GKr - GK y - GK n \quad (4.2.4)$$

$$(GK y) + y = d + GKr - GK n \quad (4.2.5)$$

$$(1 + GK)y = d + GKr - GK n \quad (4.2.6)$$

$$y = \frac{1}{1 + GK}d + \frac{1}{1 + GK}GKr - \frac{1}{1 + GK}GKn \quad (4.2.7)$$

Teniendo que la función de lazo abierto es $L = GK$, se tiene:

$$y = \frac{1}{1 + L}d + \frac{1}{1 + L}Lr - \frac{1}{1 + L}Ln \quad (4.2.8)$$

Se tiene que la función sensibilidad (S) y sensibilidad complementaria (T) están dadas por:

$$S = \frac{1}{1 - L} \quad (4.2.9)$$

$$T = \frac{1}{1 - L}L \quad (4.2.10)$$

Por lo tanto,

$$y = Sd + Tr - Tn \quad (4.2.11)$$

Respecto a lo anterior, se puede ver que S relaciona la perturbación con la salida del sistema y T relaciona la señal de referencia con la salida del sistema. Ambas deben cumplir con:

$$S + T = 1 \quad (4.2.12)$$

Para el diseño de S y T se tienen las siguientes consideraciones:

- $|S(j\omega)|$ se prefiere que sea pequeña en bajas frecuencias, debido a que las perturbaciones contienen principalmente componentes de bajas frecuencias.
- $|T(j\omega)|$ se prefiere que sea pequeña en altas frecuencias donde el ruido del sensor contiene principalmente sus componentes.

4.3 Principios básicos de la técnica de control H_∞

Una de las técnicas de control más importantes para asegurar estabilidad y un buen funcionamiento en sistemas con incertidumbre paramétrica es la técnica H_∞ , la cual se diseña en el dominio de la frecuencia y tiene como requerimiento fundamental contar con estabilidad robusta en lazo cerrado en presencia de incertidumbre paramétrica.

En este apartado se trata de plantear la utilidad del control H_∞ en la teoría de control planteando dos problemas importantes que son: desempeño nominal y estabilidad robusta; se trata el problema de forma escalar. Para mayor información se remite el lector a Skogestad y Postlethwaite (1997) y Rodríguez y López (1996).

4.3.1 Desempeño nominal

El desempeño nominal se puede obtener del diagrama de Nyquist (fig. 4.3). El sistema cuenta con desempeño nominal si el círculo de radio $|w_s|$ es menor que la distancia en cada frecuencia $|1 + L(j\omega)|$. Es decir, $L(j\omega)$ debe permanecer fuera del círculo de radio w_s y el centro de -1 .

Del diagrama de Nyquist (fig. 4.3), la condición de desempeño nominal esta dada por:

$$|w_s| < |1 + L|, \forall \omega \quad (4.3.1)$$

$$\left| \frac{w_s(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| < 1, \forall \omega \quad (4.3.2)$$

Para información mas detallada de la condición 4.3.2 se remite el lector a Skogestad y Postlethwaite (1997).

Sustituyendo la ecuación 4.2.9 en la ecuación 4.3.2 se tiene:

$$|w_s(j\omega)S| < 1, \forall \omega \quad (4.3.3)$$

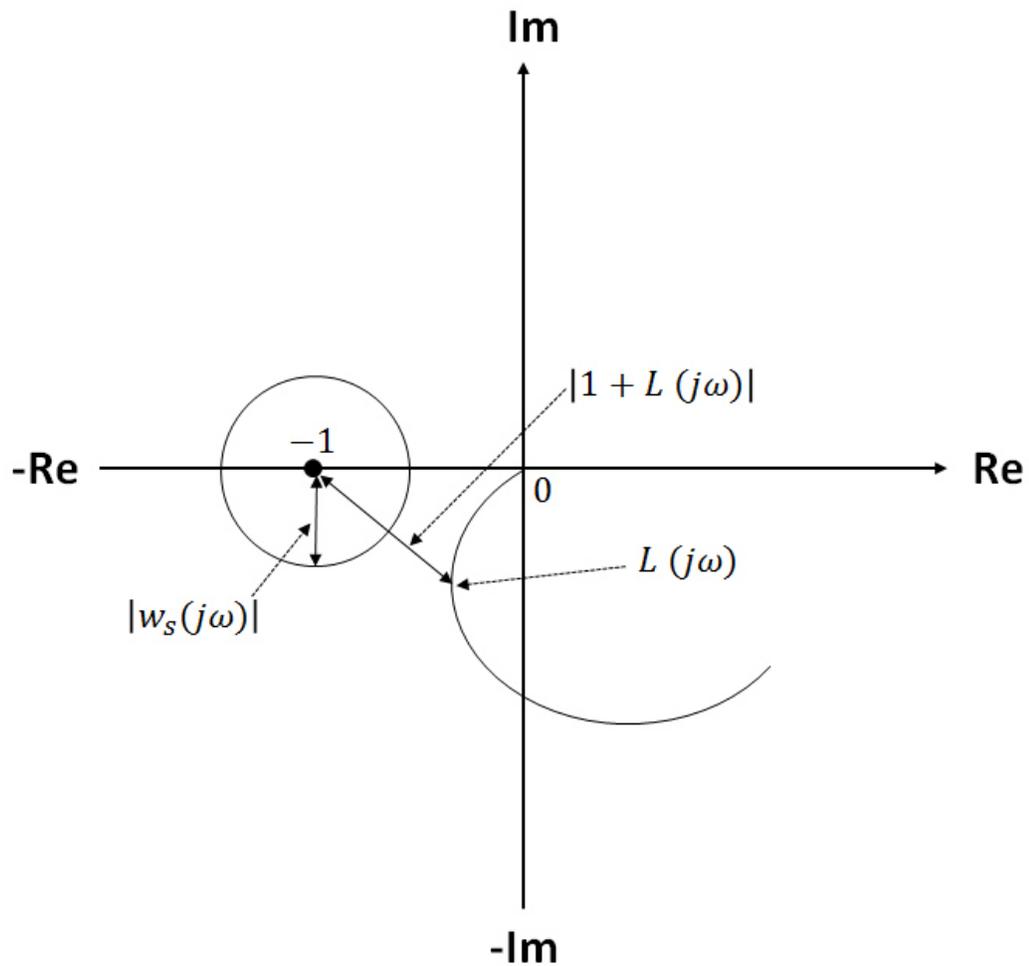


Figura 4.3: Diagrama de Nyquist mostrando desempeño nominal $|w_s| < |1 + L|$.

La definición de desempeño nominal para el problema de control H_∞ en el caso multivariable se calcula para el valor singular mayor quedando expresado como:

$$\|W_s S\|_\infty < 1, \forall \omega \quad (4.3.4)$$

En el problema de diseño para el control H_∞ consiste en obtener un control $K(s)$ que logre un rechazo o atenuación de las perturbaciones es decir, se busca lograr que S sea lo más pequeño posible. Al minimizar $\|S\|_\infty$ se minimizará el efecto en la salida para la peor perturbación calculada.

4.3.2 Estabilidad robusta

La función de lazo abierto $L_p = G_p K = (1 + \Delta w_T)GK$ puede escribirse como $L_p = (1 + \Delta w_T)L$ con representación en Nyquist como en la fig. 4.4.

La estabilidad robusta se puede obtener del diagrama de Nyquist (fig. 4.4). El sistema cuenta con estabilidad robusta si se evita encerrar el punto -1 .

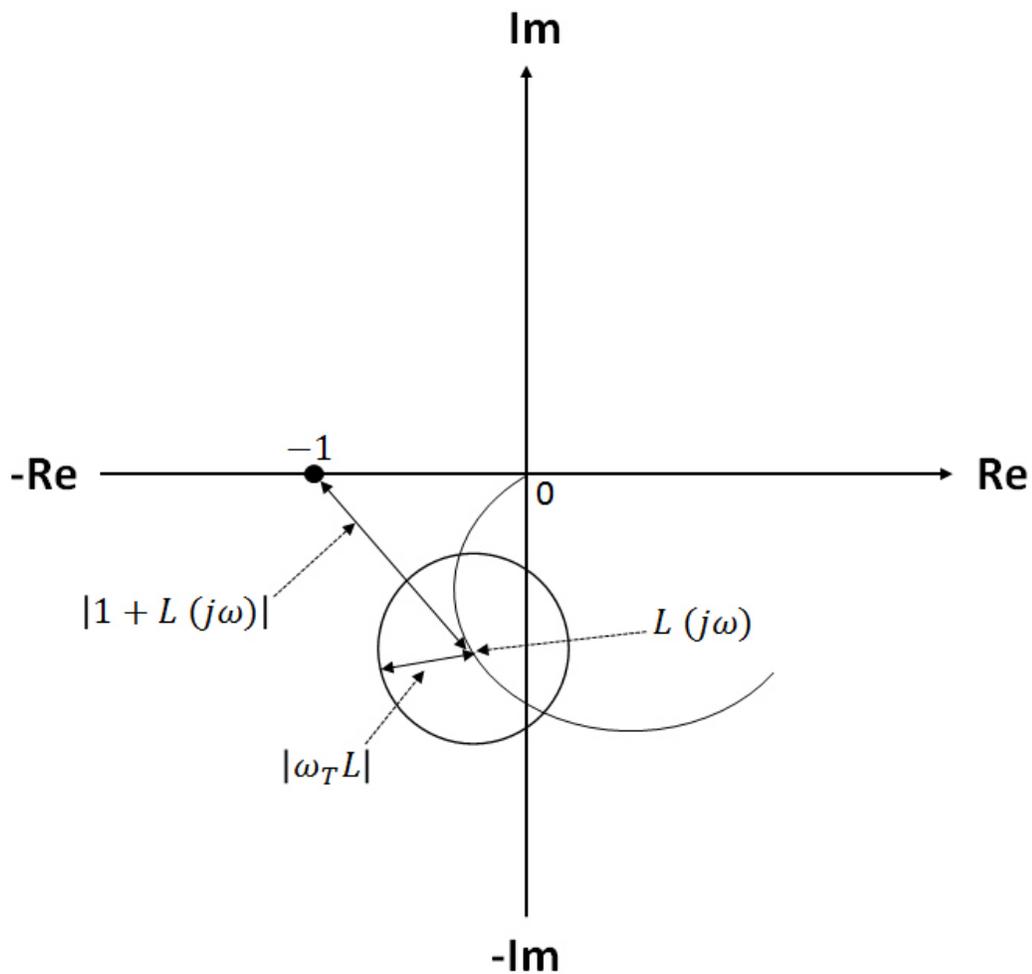


Figura 4.4: Diagrama de Nyquist para estabilidad robusta $|\omega_T L| < |1 + L|$.

Donde la distancia entre $L(j\omega)$ (centro del disco) y el punto -1 es $|-1 - L| = |L - (-1)| = |L + 1|$, mientras que el radio es $|\omega_T L|$.

Tomando la representación anterior se obtiene la condición de estabilidad robusta dada por:

$$|w_T L| < |1 + L|, \forall \omega \quad (4.3.5)$$

$$\left| \frac{w_T L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| < 1 \quad (4.3.6)$$

Sustituyendo la ecuación 4.2.10 en la ecuación 4.3.6 se tiene:

$$|w_T T| < 1, \forall \omega \quad (4.3.7)$$

La definición de estabilidad robusta para el problema de control H_∞ en el caso multivariable se calcula para el valor singular mayor quedando expresado como:

$$\|W_T T\|_\infty < 1, \forall \omega \quad (4.3.8)$$

El sistema de lazo cerrado debe ser estable para las incertidumbres normalizadas ($\|\Delta_o\|_\infty \leq 1$) tomando en cuenta incertidumbre multiplicativa en la salida. En el capítulo 3, se diseñó el modelo de incertidumbre W_T que se utiliza en este apartado. Para asegurar estabilidad robusta, es necesario cumplir con la siguiente desigualdad:

$$\|T\|_\infty < \frac{1}{w_T} \quad (4.3.9)$$

Esto es posible ya que w_T es escalar, ver apartado 3.2.1.

4.4 Problema de sensibilidad mixta

Como se describió en el apartado anterior el control H_∞ tiene como propósitos cumplir con desempeño nominal y estabilidad robusta, para ello el planteamiento del problema se realiza

mediante el esquema general de control aplicando el concepto de sensibilidad mixta (ver figura 4.5).

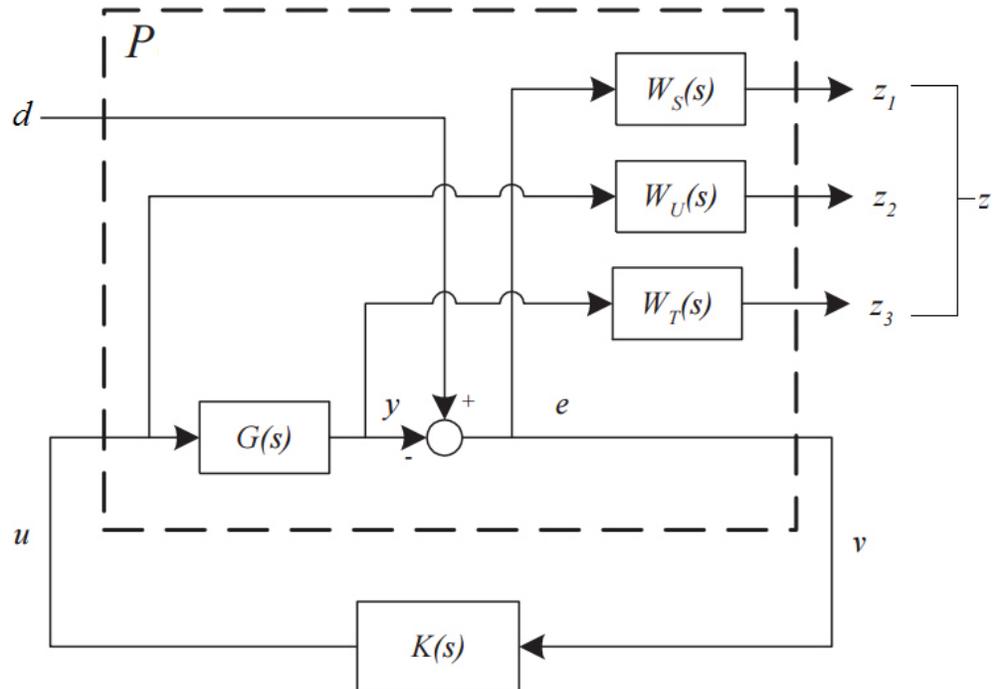


Figura 4.5: Diagrama general de control aplicado al concepto de sensibilidad mixta.

La tabla 4.2 muestra la descripción de las variables del diagrama de sensibilidad mixta mostrado en la figura 4.5.

Variable	Descripción
d	Señales exógenas o perturbaciones
u	Señales de control
P	Planta aumentada
K	Control
e	Error de control
v	Variables medidas
W_T, W_S, W_U	Matrices de ponderación

Tabla 4.2: Descripción de las variables del diagrama de sensibilidad mixta (fig. 4.5).

Teniendo en cuenta el diagrama general para el control H_∞ (fig. 4.6) y el diagrama general de

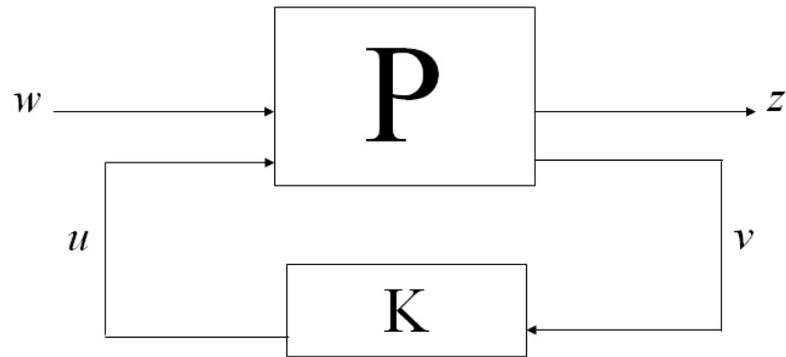


Figura 4.6: Diagrama general para el control H_∞ .

control aplicado al concepto de sensibilidad mixta (fig. 4.5), se obtiene que el vector de salidas (z) y el vector de entradas (w) son:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ v \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \quad (4.4.1)$$

y la planta aumentada esta definida como:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & W_U I \\ 0 & W_T G \\ W_S I & W_S G \\ -I & -G \end{bmatrix} \quad (4.4.2)$$

donde:

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W_S I \end{bmatrix}, P_{12} = \begin{bmatrix} W_U I \\ W_T G \\ W_S G \end{bmatrix}, P_{21} = -I, P_{22} = -G$$

A partir de lo anterior y tomando en cuenta el diagrama de la figura 4.6, se obtienen las siguientes ecuaciones que definen la planta.

$$z = P_{11}w + P_{12}u \quad (4.4.3)$$

$$v = P_{21}w + P_{22}u \quad (4.4.4)$$

$$u = Kv \quad (4.4.5)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.4.4 y 4.4.5 en 4.4.3 queda:

$$z = [P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}]w \quad (4.4.6)$$

Por lo tanto, la matriz de transferencia que relaciona a z y w (fig. 4.7) queda expresada como:

$$z = Nw \quad (4.4.7)$$



Figura 4.7: Diagrama general.

El problema de control H_∞ consta de encontrar un controlador K , que haga el sistema en lazo cerrado internamente estable y que cumpla con la siguiente condición:

$$\|N\|_\infty < \gamma \quad (4.4.8)$$

Por lo tanto, una forma para verificar que se cumpla la condición anterior se debe cumplir con la siguiente desigualdad:

$$\left\| \begin{array}{c} W_S S(j\omega) \\ W_U K S(j\omega) \\ W_T T(j\omega) \end{array} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (4.4.9)$$

Cabe aclarar que aunque en la fig. 4.5 no aparece la incertidumbre se considera el problema de estabilidad robusta ya que al incluir $w_T T$ se cumple con la condición 4.3.8.

Para el diseño del control H_{∞} se realizan los siguientes pasos:

Paso 1: Estimación de las incertidumbres multiplicativas

La estimación de la incertidumbre se realiza siguiendo el procedimiento explicado en el capítulo 3, donde la magnitud de la incertidumbre multiplicativa a la salida se modeló como sigue:

$$l_O(j\omega) = \max_{G_p \in \Pi} \bar{\sigma}((G_p(j\omega) - G(j\omega))G(j\omega)^{-1}) \quad (4.4.10)$$

donde $\bar{\sigma}$ es el valor singular mayor.

La representación de las plantas inciertas obtenidas mediante todas las combinaciones posibles de los valores de los parámetros en la región de incertidumbre esta dada por:

$$G_p(j\omega) = [I + W_T \Delta_O] G(j\omega) \quad (4.4.11)$$

Paso 2: Diseño de la matriz de ponderación W_T

En el apartado anterior, se explicó que la matriz de ponderación W_T da las especificaciones de estabilidad robusta en presencia de incertidumbre multiplicativa de salida y la atenuación del ruido de alta frecuencia normalmente es el ruido de medición, dada por la siguiente ecuación:

$$\|W_T T\|_{\infty} < 1, \forall \omega \quad (4.4.12)$$

Si

$$w_{Tdiag} I_{2 \times 2} = W_T \quad (4.4.13)$$

por lo tanto, debe ponderar la función sensibilidad complementaria (T), cumpliendo con la siguiente expresión:

$$\|T\|_{\infty} < \frac{1}{w_T} \quad (4.4.14)$$

w_{Tdiag} es una función de transferencia escalar que debe ser un filtro paso alto de las incertidumbres multiplicativas a la salida ($l_O(j\omega)$) calculadas en el paso anterior; es decir, debe ser del módulo mayor o igual que el máximo valor singular de las incertidumbres calculadas por la ecuación 4.4.10, cumpliendo con la siguiente condición:

$$|w_{Tdiag}(j\omega)| \geq l_O(j\omega), \quad \forall \omega \quad (4.4.15)$$

También se prefiere que sea una función racional, estable, de fase mínima y una función propia por requerimiento de la herramienta "Robust Control" del software MATLAB[®], en el cual se realizaron los cálculos además, para simplicidad del control.

Paso 3: Diseño de la matriz de ponderación W_S

La matriz de ponderación W_S es una matriz cuadrada diagonal de funciones de transferencia con dimensión igual al número de salidas de la planta nominal, que da las especificaciones de desempeño para la función sensibilidad (S), es decir, debe cumplir con la siguiente condición:

$$\|W_S S\|_{\infty} < 1 \quad (4.4.16)$$

Paso 4: Diseño de la matriz de ponderación W_U

La matriz de ponderación W_U es una matriz cuadrada diagonal de funciones de transferencia con dimensión igual al número de entrada de la planta nominal, la cual, debe cumplir con limitar la entrada de control en el rango de frecuencia deseado, ayudando a a disminuir la sobreoscilación.

$$\|W_U K S\|_{\infty} < 1 \quad (4.4.17)$$

La construcción del control se lleva acabo al tener las tres matrices de ponderación W_T , W_S y W_U , se construye la planta aumentada mostrada en la ecuación 4.4.2, a la cual se le aplicará el control K (ver figura 4.6), calculado numéricamente utilizando el comando *hinfsyn* de la herramienta "Robust Control" de MATLAB®.

Ejemplo del control H_{∞} :

Aten y Werner (2003), proponen un diseño de control multivariable para esquemas HVDC (High Voltage Direct Current) back-to-back utilizando la teoría de control H_{∞} para el procedimiento sistemático de sintonización que incorpora robustez en presencia de incertidumbre en los niveles de cortocircuito de ambos sistemas de corriente alterna rectificador e inversor. El procedimiento de diseño del controlador MIMO se aplica para los lazos IDC (corriente continua) y VDC (voltaje continuo), el objetivo es estabilidad robusta, rechazo a perturbaciones y seguimiento del desempeño. Realizaron el modelado de incertidumbres tomando en cuenta la incertidumbre multiplicativa a la salida (ver fig. 4.8).

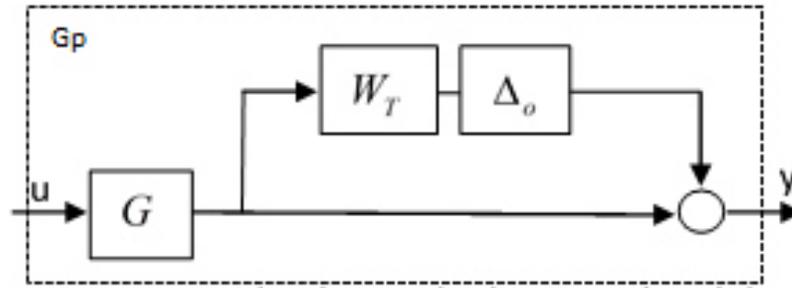


Figura 4.8: Incertidumbre multiplicativa a la salida.

Donde G_p son las plantas inciertas, W_T representa una matriz de ponderación, G es planta nominal y Δ_o es la representación de incertidumbres. La magnitud de la incertidumbre multiplicativa a la salida está dada por la siguiente ecuación, donde $\bar{\sigma}$ es el máximo valor singular:

$$l(j\omega) = \max_{G_p \in \Pi} \bar{\sigma}((G_p(j\omega) - G(j\omega))G(j\omega)^{-1}) \quad (4.4.18)$$

La representación de las plantas inciertas obtenidas mediante todas las combinaciones posibles de los valores de los parámetros en la región de incertidumbre esta dada por:

$$G_p(j\omega) = [I + W_T \Delta_o]G(j\omega) \quad (4.4.19)$$

considerando el problema de sensibilidad mixta con una configuración de retroalimentación a la salida. En la figura 4.9, W_S y W_T son matrices de ponderación para la función sensibilidad y sensibilidad complementaria respectivamente definidos por:

$$S = (I + GK)^{-1}$$

$$T = I - S = (I + GK)^{-1}GK$$

donde I es la matriz identidad, G es la planta nominal y K es el controlador multivariable.

La estructura del problema de se realizará mediante el esquema general de control aplicando el concepto de sensibilidad mixta.

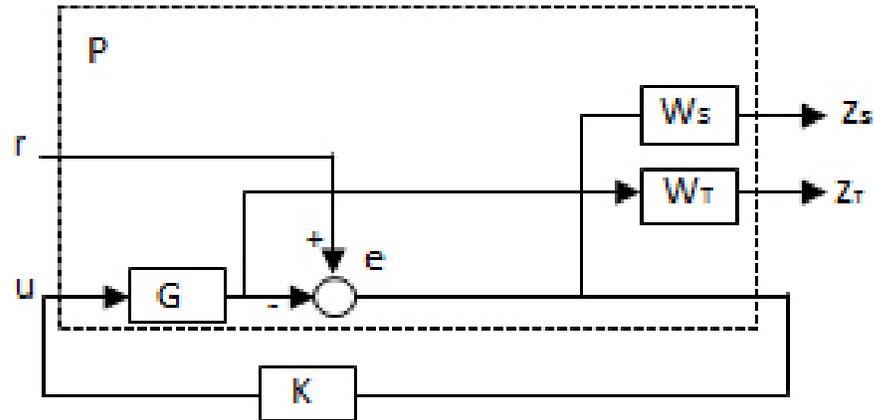


Figura 4.9: Esquema general de control aplicando sensibilidad mixta.

Donde el control H_∞ debe cumplir con la siguiente condición:

$$\left\| \begin{array}{c} W_S S(j\omega) \\ W_T T(j\omega) \end{array} \right\|_\infty < \gamma \quad (4.4.20)$$

Los resultados se verificaron mediante la simulación no lineal en el paquete EMTDC (Electromagnetic Transients including DC), se obtuvo que el controlador diseñado es robusto y puede contribuir a la buena recuperación de fallas cuando se integra con otros lazos de control y funciones de control no lineal.

4.5 Aplicación al control de espesor y looper en un HSM

Los parámetros inciertos y su región de incertidumbre para la estimación de incertidumbre están dados por la tabla 3.4. Como se mencionó se utiliza incertidumbre multiplicativa a la salida (fig. 3.12). En la figura 4.10, se observa $l_O(j\omega)$ dada por la ecuación 4.4.10, la cual tiende a infinito en altas frecuencias teniendo forma de una función impropia.

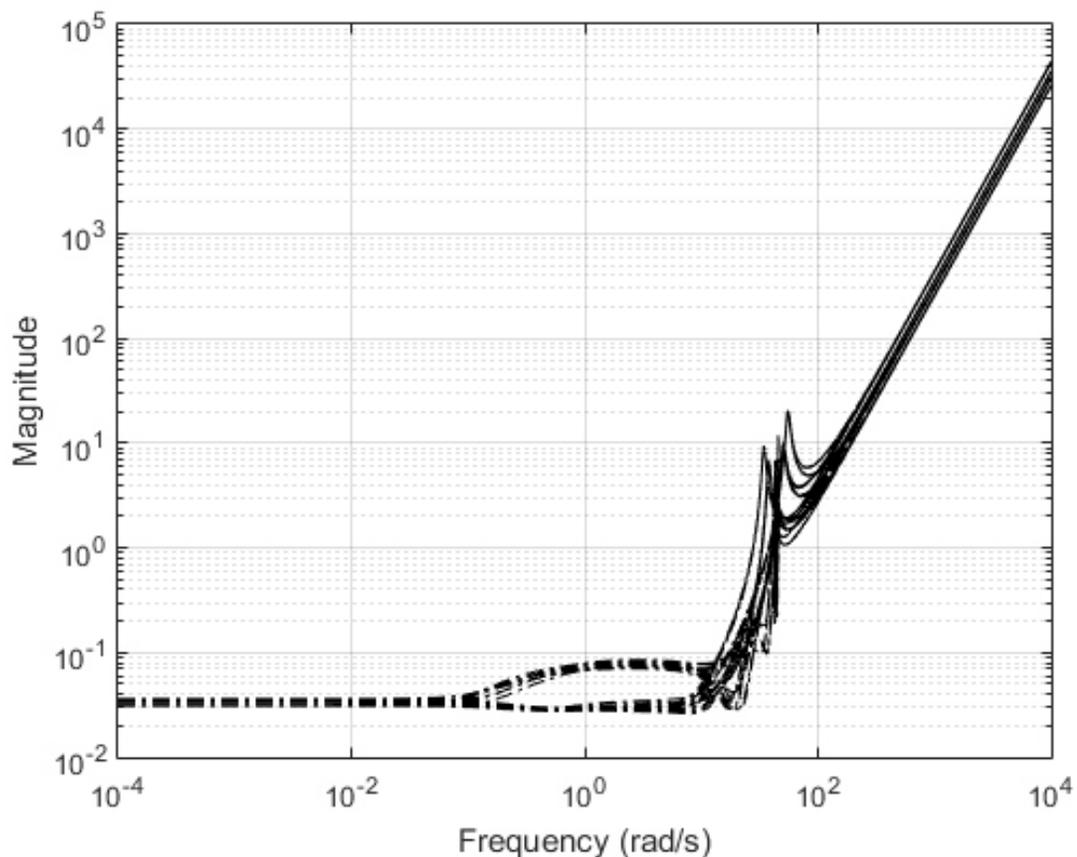


Figura 4.10: Respuesta en frecuencia de las incertidumbres multiplicativas considerando los parámetros inciertos de la tabla 3.4.

Tomando en cuenta que normalmente se atenúan las frecuencias altas y MATLAB[®] no acepta funciones impropias, se diseñó una matriz de ponderación W_T ignorando las altas frecuencias.

W_T se diseña considerando $l_O(j\omega)$ como se muestra en la figura 4.10; entonces, usando la

desigualdad de la ecuación 4.4.14 se tiene:

$$W_T = \begin{bmatrix} \frac{40s^2+160s+160}{s^2+80s+1600} & 0 \\ 0 & \frac{40s^2+160s+160}{s^2+80s+1600} \end{bmatrix} \quad (4.5.1)$$

La figura 4.11 muestra la matriz de ponderación W_T respecto a la magnitud de incertidumbre calculada anteriormente en la figura 4.10. W_T prueba ser de módulo mayor que el valor singular mayor calculado para $l_O(j\omega)$ en las frecuencias de interés. Nótese que se aproximó con una función propia ya que como se mencionó es requerimiento de MATLAB[®] y usualmente las frecuencias altas se atenúan por razones de estabilidad y ruido.

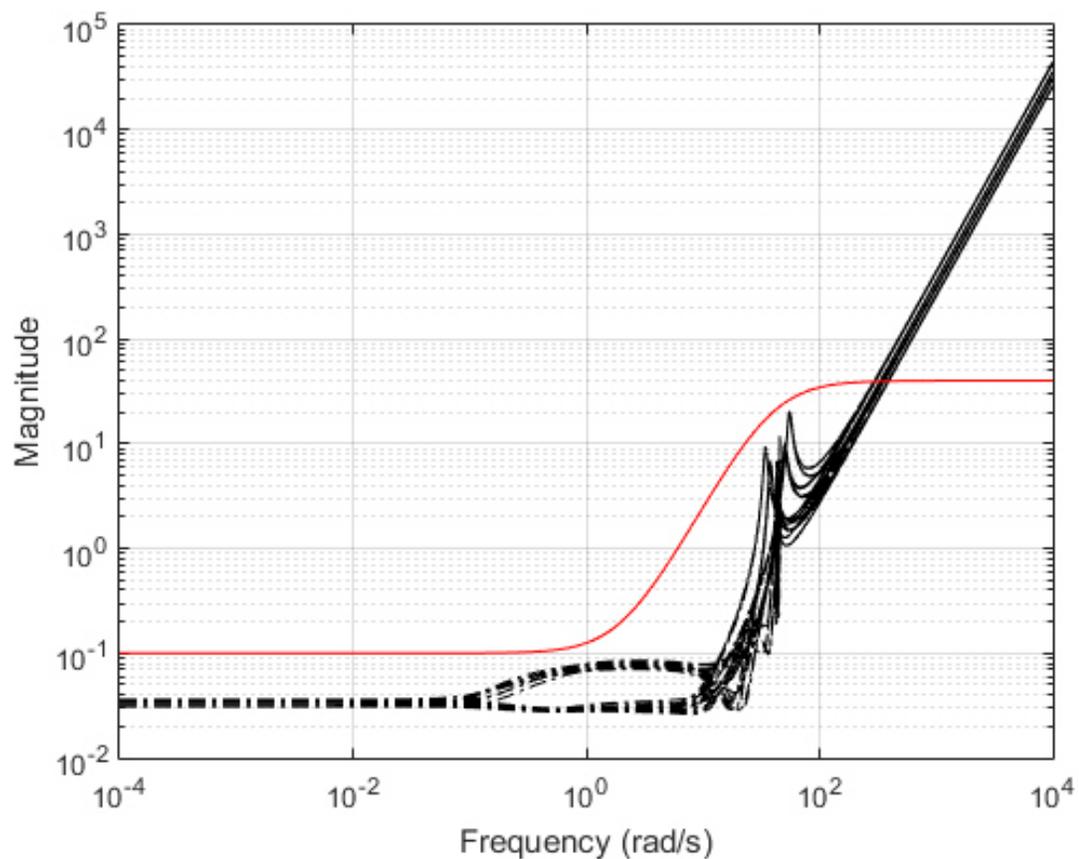


Figura 4.11: Comparativa de la función w_T (línea roja) respecto a la estimación de incertidumbre.

Se pretende cubrir las resonancias que aparecen alrededor de los 50 rad/s con una función

simple ignorando las frecuencias mayores que 300 rad/s.

La matriz de ponderación W_S se diseñó utilizando la condición de la ecuación 4.4.16:

$$W_S = \begin{bmatrix} \frac{56s+50.4}{s+0.001} & 0 \\ 0 & \frac{56s+16.8}{10s+0.001} \end{bmatrix} \quad (4.5.2)$$

El diseño de la matriz de ponderación W_U se realizó tomando en cuenta la ecuación 4.4.17:

$$W_U = \begin{bmatrix} \frac{1 \times 10^{-6} + 1 \times 10^{-5}}{0.0001s+10} & 0 \\ 0 & \frac{1 \times 10^{-6} + 1 \times 10^{-5}}{0.0001s+10} \end{bmatrix} \quad (4.5.3)$$

La figura 4.12 muestra que el sistema de lazo cerrado cumple con la condición de estabilidad robusta, mostrando que W_T y la sensibilidad complementaria (T) cumplen con la condición 4.4.13 para el control H_∞ , mientras que para el control PI no cumple con dicha condición en el rango de frecuencias comprendido entre 4 rad/s y 60 rad/s.

Cabe mencionar que se probaron diferentes matrices de ponderación obteniendo diferentes ventajas y desventajas, se seleccionó la combinación de las matrices con la que se obtuvo mejores respuestas de sobrepaso, error de estado estacionario y tiempo de respuesta las cuales se mostrarán en el siguiente capítulo.

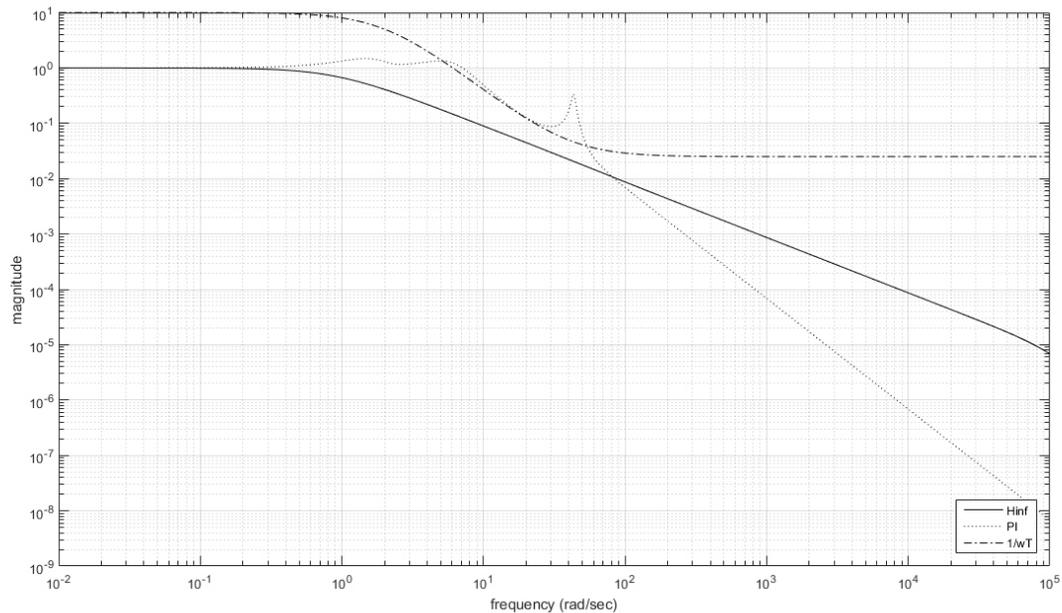


Figura 4.12: Los valores singulares de la función sensibilidad complementaria (T) se representa por la línea continua y la inversa de los valores singulares de la matriz de incertidumbre W_T se representa por la línea discontinua. Se realiza la comparación para probar estabilidad robusta.

4.6 Resumen de capítulo

En el capítulo se realizó el análisis del problema de control robusto tomando en cuenta incertidumbre; así como la importancia de la sensibilidad y sensibilidad complementaria en la problemática del desempeño nominal y estabilidad robusta, utilizado para el problema del control H_∞ . Se mencionó la aplicación del control H_∞ en Aten & Werner 2003 para sistemas HVDC back to back; asimismo se sintetizó del control H_∞ para el molino de laminación en caliente.

Capítulo 5

Simulaciones y resultados

En el presente capítulo se evalúa el control H_∞ diseñado en el capítulo anterior para el HSM comparando su comportamiento respecto a un control proporcional integral (PI), como los utilizados en planta actualmente, las situaciones a evaluar son las siguientes:

1. Prueba nominal.
2. Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica.
3. Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica y perturbaciones.

La evaluación del control se realizará en el dominio del tiempo. Para el caso de la prueba nominal y la prueba incluyendo incertidumbre paramétrica se realizarán también pruebas de desacoplamiento.

5.1 Control PI

Se diseñó un control PI (como el instalado en planta actualmente) para el lazo de espesor y el lazo de posición angular, las ganancias de cada PI están dadas en la tabla 5.1.

Ganancias	lazo de espesor (h_i)	lazo de posición angular (θ_i)
K_p	4	1
K_i	1.5	100

Tabla 5.1: Valores de las ganancias del control PI para cada lazo.

La respuesta en frecuencia para el sistema en lazo cerrado utilizando el control PI están dados por las figuras 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4.

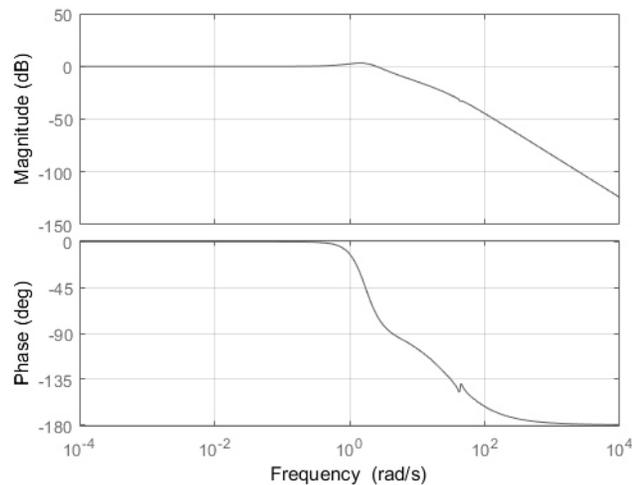


Figura 5.1: Diagrama de Bode del subsistema $g_{11}(s)$ con el control PI .

Se muestra (fig. 5.1) que el MG es infinito al no existir un ω_p en -180° y el MF es 109 el cual es positivo; por lo tanto el subsistema $g_{11}(s)$ es estable.

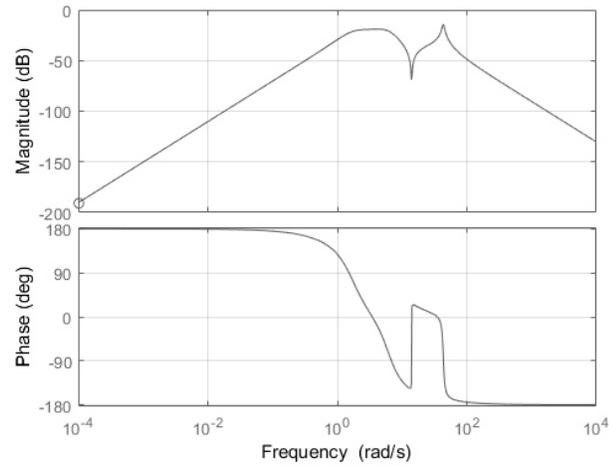


Figura 5.2: Diagrama de Bode del subsistema $g_{12}(s)$ con el control PI .

Se muestra (fig. 5.2) que el MG es infinito al no existir un ω_p en -180° y el MF es infinito al no existir un ω_g en 0 dB; por lo tanto subsistema $g_{12}(s)$ es estable.

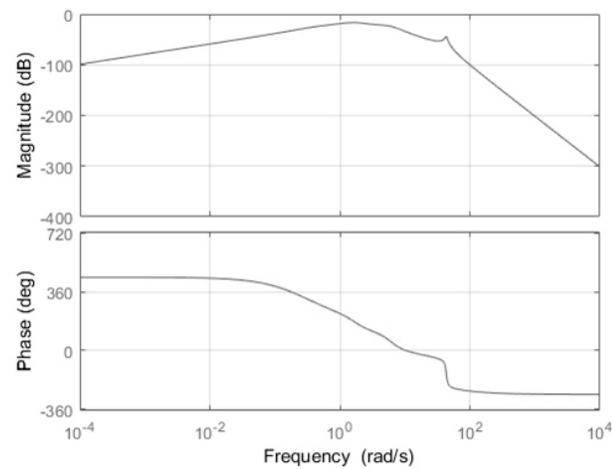


Figura 5.3: Diagrama de Bode del subsistema $g_{21}(s)$ con el control PI .

Se muestra (fig. 5.3) que el MG es 47.2 el cual es positivo y el MF es infinito el cual es positivo; por lo tanto el subsistema $g_{21}(s)$ es estable.

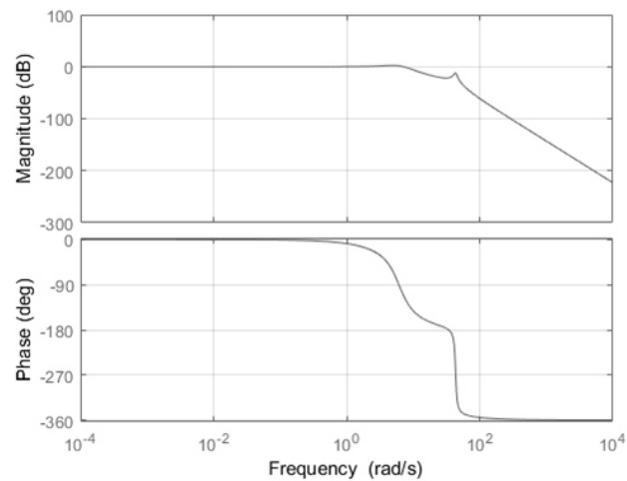


Figura 5.4: Diagrama de Bode del subsistema $g_{22}(s)$ con el control PI .

Se muestra (fig. 5.4) que el MG es 11.73 el cual es positivo y el MF es 69.3 el cual es positivo; por lo tanto el subsistema $g_{22}(s)$ es estable.

La condición de estabilidad robusta para el control PI se observó en la figura 4.12, la función sensibilidad complementaria T (línea punteada) del sistema en lazo cerrado utilizando el control PI ; dicho control no cumple con la condición de estabilidad robusta en el rango comprendido entre 4 rad/s y 60 rad/s.

Se evalúa el control H_∞ diseñado en el capítulo 4 respecto al control PI mencionado en este apartado.

5.2 Prueba nominal

5.2.1 Prueba nominal utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas.

Se aplican escalones igual al valor nominal en cada entrada. La figura 5.5 muestra la respuesta del control H_∞ comparado con el control PI para la posición angular (θ_i) y el espesor (h_i).

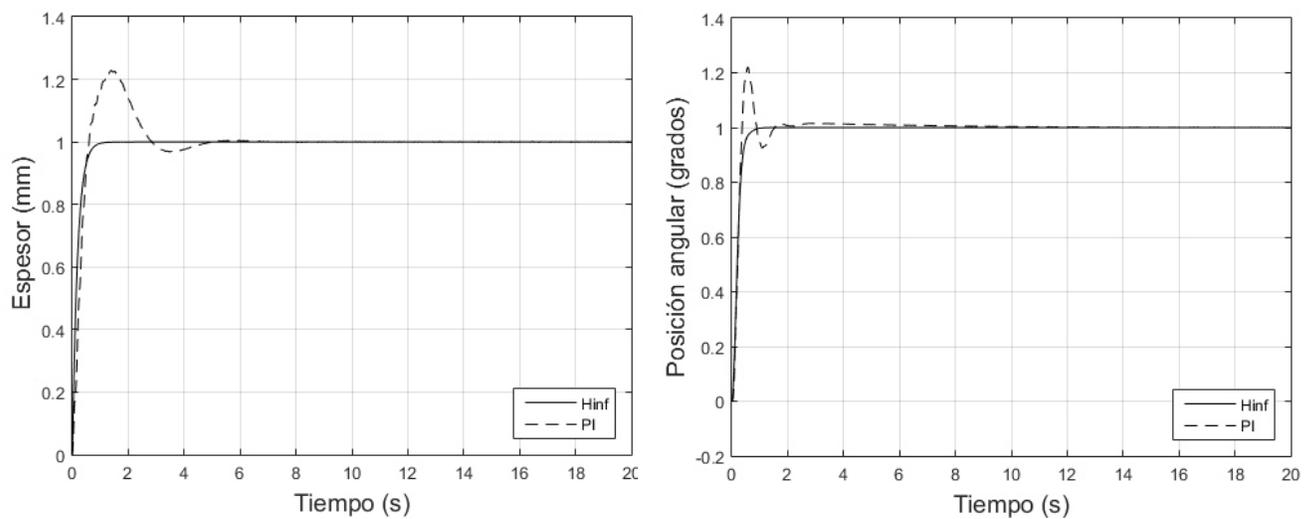


Figura 5.5: Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba nominal utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas.

El control H_∞ mostró tener un sobrepaso menor comparado con el PI , asimismo el control H_∞ tiene un tiempo de respuesta más corto comparado con el control PI .

5.2.2 Prueba nominal utilizando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri} .

Se realizó una prueba de desacoplamiento, aplicando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri} . La figura 5.6 muestra la respuesta del control H_∞ comparado con el control PI para la posición angular (θ_i) y el espesor (h_i).

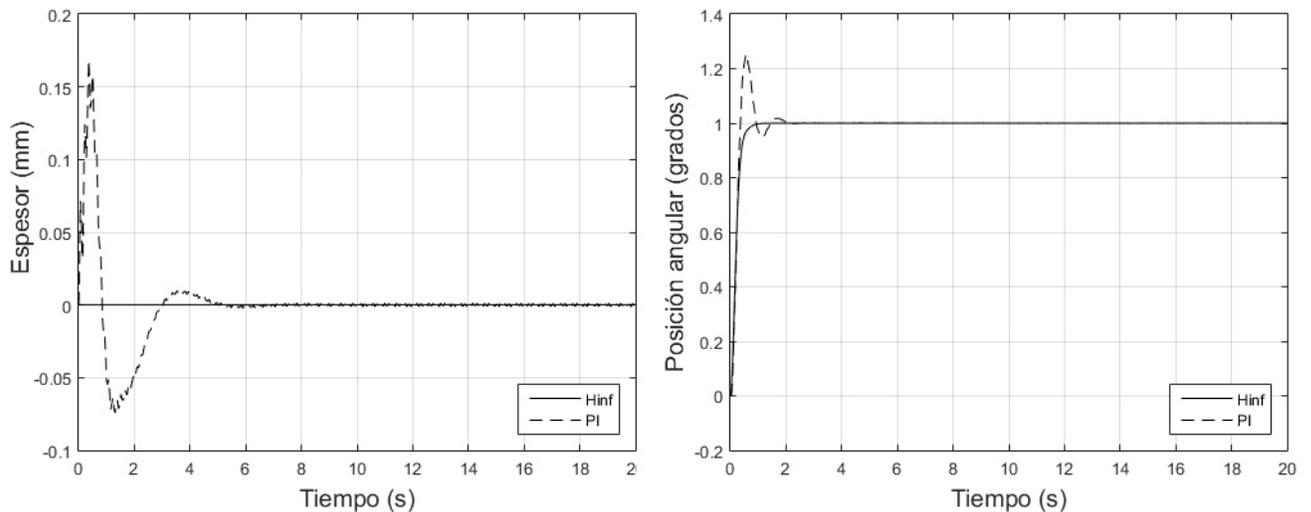


Figura 5.6: Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba nominal utilizando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri} .

El control PI tiene un nivel de interacción del 15% aproximadamente en el lazo de espesor, mientras que el control H_∞ tiene un nivel de interacción casi nulo. Un nivel de interacción del 15% podría no ser deseable para la aplicación.

5.2.3 Prueba nominal utilizando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en V_{ri} .

Se realizó una prueba de desacoplamiento, aplicando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en V_{ri} . La figura 5.7 muestra la respuesta del control H_∞ comparado con el control PI para la posición angular (θ_i) y el espesor (h_i).

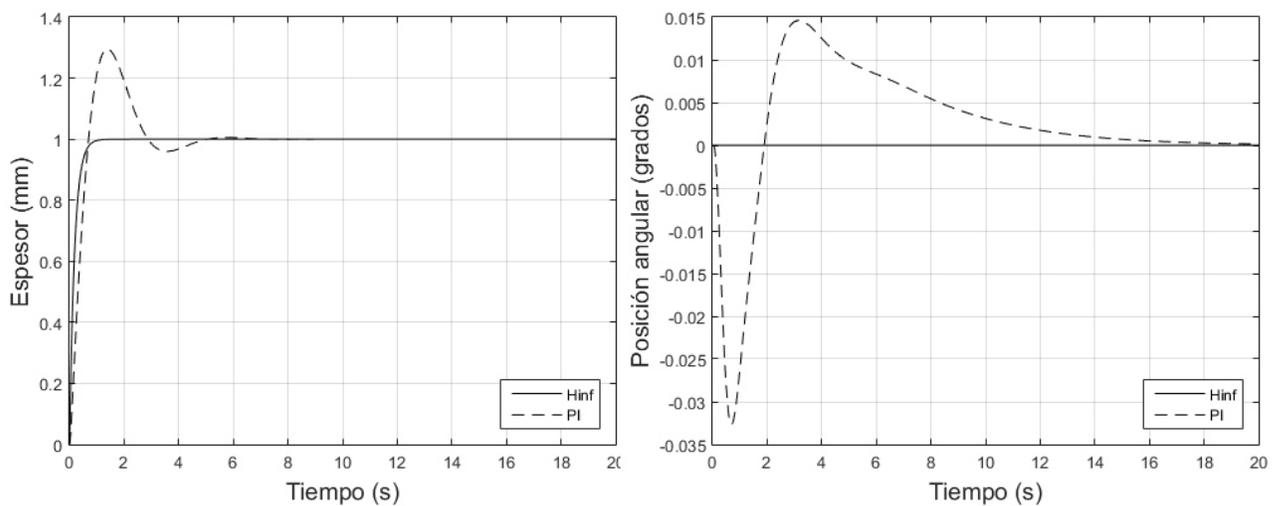


Figura 5.7: Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba nominal utilizando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en V_{ri} .

El control PI presenta un nivel de interacción del 3% aproximadamente en el lazo de posición angular, no afecta en gran proporción el sistema; pero el control H_∞ mejora sustancialmente el nivel de interacción.

5.3 Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica

5.3.1 Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas.

Se aplicarán escalones igual al valor nominal en cada entrada, realizando combinaciones aleatorias de los parámetros inciertos en su región de incertidumbre (ver tabla 3.4) cada 2 segundos. La figura 5.8 muestra la respuesta del control H_∞ comparado con el control PI para la posición angular (θ_i) y el espesor (h_i), en presencia de incertidumbre.

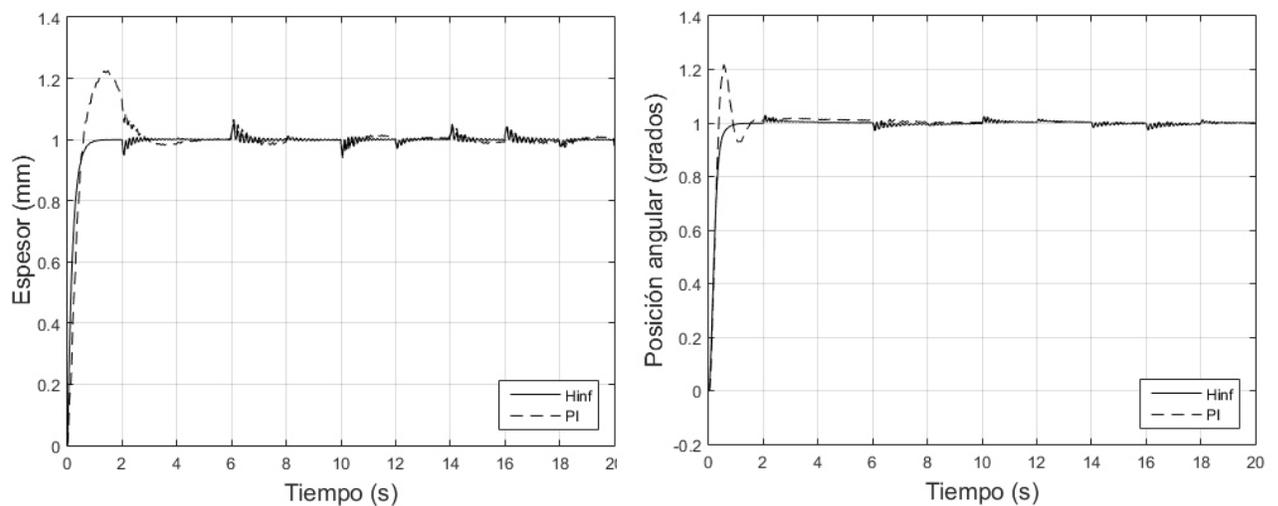


Figura 5.8: Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas.

Se muestra que el control H_∞ no presenta sobrepaso en ambos lazos, mientras que el control PI presenta un sobrepaso de un 20% aproximadamente para ambos lazos. Además el tiempo de respuesta es más corto para el control H_∞ en comparación del control PI .

5.3.2 Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri} .

Se realiza una prueba de desacoplamiento, aplicando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri} en presencia de incertidumbres. La figura 5.9 muestra la respuesta del control en presencia de incertidumbres H_∞ comparado con el control PI para la posición angular (θ_i) y el espesor (h_i).

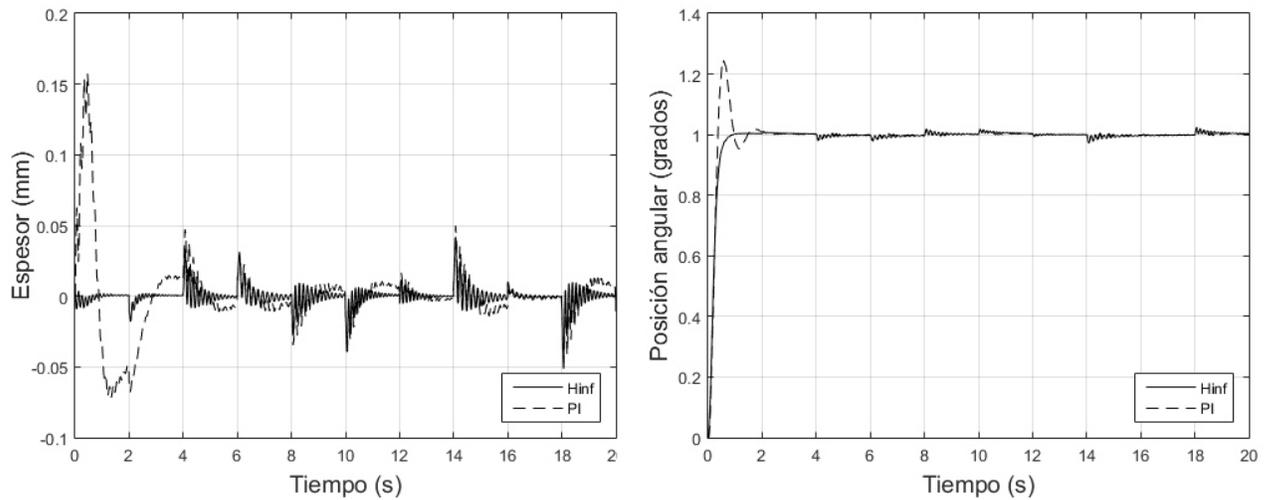


Figura 5.9: Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando un escalón igual al valor nominal en V_{ri} y un escalón igual a cero en S_{ri} .

Se muestra que el control PI tiene un nivel de interacción de un 15% aproximadamente en el lazo de espesor, mientras que el control H_∞ presenta un nivel de interacción casi nulo. Además el tiempo de respuesta es más rápido en el control H_∞ .

5.3.3 Prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en

V_{ri} .

Se realiza una prueba de desacoplamiento, aplicando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en V_{ri} . La figura 5.10 muestra la respuesta del control en presencia de incertidumbres H_∞ comparado con el control PI para la posición angular (θ_i) y el espesor (h_i).

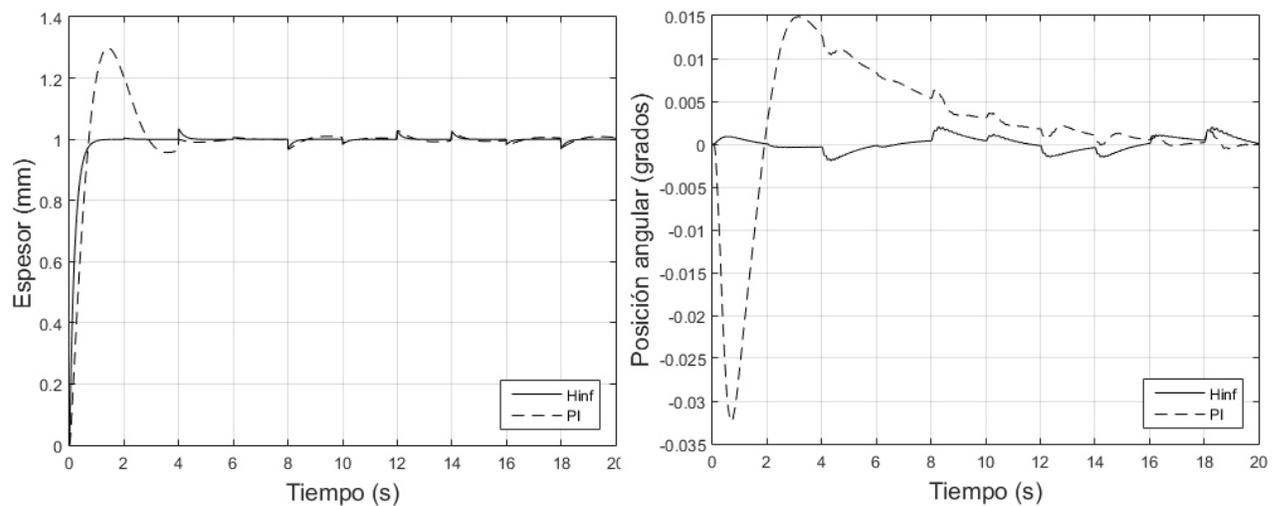


Figura 5.10: Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba incluyendo incertidumbre paramétrica utilizando un escalón igual al valor nominal en S_{ri} y un escalón igual a cero en V_{ri} .

El control PI muestra un nivel de interacción del 3% aproximadamente en el lazo de espesor, el cual es aceptable, pero el control H_∞ presenta un nivel de interacción de casi nulo.

5.4 Prueba incluyendo perturbaciones e incertidumbre paramétrica utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas.

Se aplican escalones igual al valor nominal en ambos lazos. En la tabla 5.2 se muestran las perturbaciones con su valor nominal y la respectiva frecuencia que se utilizó para esta simulación. Para el caso de la tensión del castillo $i - 1$ (σ_{i-1}) y la tensión del castillo $i + 1$ (σ_{i+1}) se tomaron señales reales obtenidas en planta.

Variable	Descripción	Valor nominal	Unidades	Frecuencia
H_i	Espesor de entrada	2.5481	mm	3.2024 Hz
V_{i+1}	Velocidad de rolado	2393.5	mm/s	5.5834 Hz

Tabla 5.2: Descripción de los perturbaciones.

La figura 5.11 muestra la respuesta del control en presencia de incertidumbres H_∞ comparado con el control PI para la posición angular (θ_i) y el espesor (h_i).

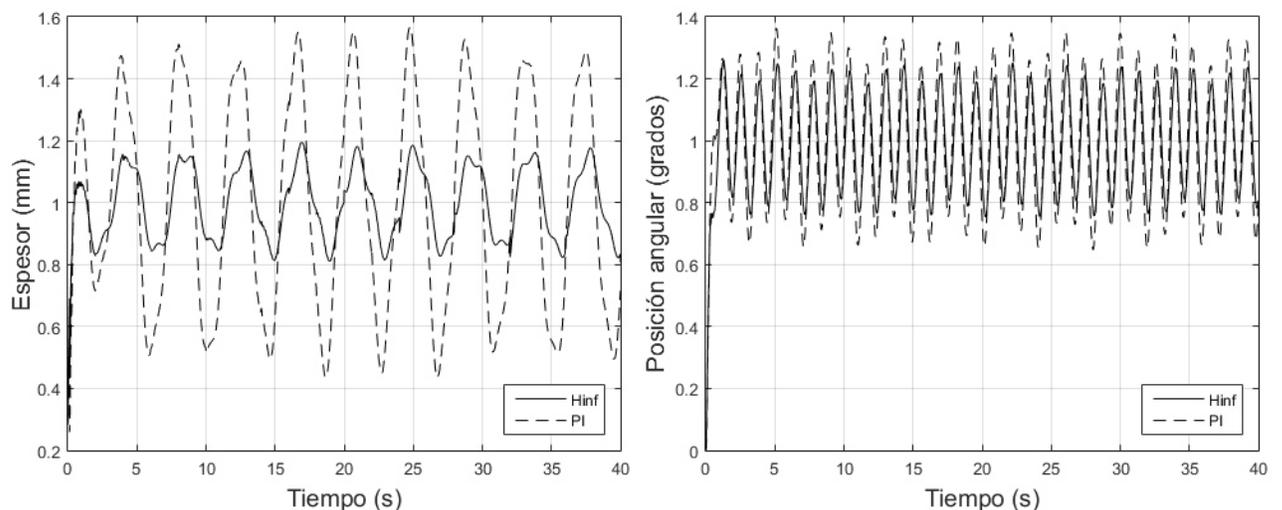


Figura 5.11: Evaluación del control H_∞ comparado con el control PI en la prueba incluyendo perturbaciones e incertidumbre paramétrica utilizando escalones de valor nominal en ambas entradas.

Se observa que el control H_∞ mejora el rechazo a perturbaciones en ambos lazos, comparado con el control PI, ya que la amplitud de las oscilaciones de las respuestas con el controlador PI es mayor que las presentadas con el controlador H_∞ .

5.5 Resumen de capítulo

Se evaluó un control H_∞ para el HSM, comparado con un PI (como el actualmente instalado en planta). La evaluación se realizó para tres casos diferentes: el nominal, incluyendo incertidumbre e incluyendo incertidumbres y perturbaciones realizando pruebas de desacoplamiento para los primeros dos casos. El control H_∞ obtuvo respuestas sin sobrepaso y más rápidas que el PI, mostrando niveles de interacción casi nulos; para el caso de la evaluación con perturbaciones el control H_∞ mejoró el rechazo de perturbaciones.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro

En esta tesis se diseñó un controlador H_∞ utilizando lazos del sistema 2×2 , espesor (h_i) y la posición angular del looper (θ_i), modelando las incertidumbres paramétricas en el dominio de la frecuencia utilizando incertidumbre paramétrica a la salida. Asimismo, se revisó la estabilidad de la planta, se analizó el movimiento de polos y ceros del sistema con incertidumbre para diferentes combinaciones de valores de los parámetros con el fin de observar si con alguna combinación la planta se vuelve inestable; así como la relación de dominancia diagonal de la planta.

Se comparó la estabilidad robusta de un controlador PI (como el utilizado en planta actualmente), respecto al controlador H_∞ . El controlador H_∞ cumplió con la condición de estabilidad robusta, mientras que el controlador PI no cumplió.

En el capítulo 5, se evaluó mediante simulaciones el desempeño del controlador H_∞ respecto con el controlador PI . Las situaciones a evaluar fueron la prueba nominal, prueba incluyendo incertidumbre paramétrica y la prueba incluyendo incertidumbre paramétrica con perturbaciones; de las dos primeras pruebas se realizaron desacoplos para observar los niveles de interacción. El controlador H_∞ obtuvo respuestas sin sobrepaso y más rápidas mejorando así la estabilidad relativa comparado con el PI en las dos primeras pruebas, en el caso de las pruebas de desacoplamiento mostró niveles de interacción casi nulos; en la evaluación con perturbaciones el control H_∞ mejoró el rechazo de perturbaciones en comparación con el PI .

En la actualidad el HSM ha tomado gran importancia, dadas las exigencias de mejorar este proceso. Por lo tanto, se busca continuar con este estudio teniendo como trabajo futuro lo siguiente:

- Realizar un estudio a fondo sobre las incertidumbres paramétricas que pueden afectar el HSM para un rango más amplio de frecuencias.
- Realizar controladores con diferentes técnicas de control robusto para diferentes lazos del sistema 2×2 y 3×3 , asimismo para el sistema 4×4 .
- Evaluar las ventajas del control H_∞ en términos industriales, para mostrar que vale la pena sustituir el control PI .

Bibliografía

ASM, (1990). ASM metals handbook: Vol. 1: Properties and selection: Irons, steels and high performance alloys, American Society for Metals, OH.

Aten W. and Werner H., (2003). "Robust multivariable control design for HVDC back-to-back schemes", IEE, vol. 150, Num 6.

Barrios J.A., Cavazos A., Leduc L., Ramírez J., (2011). "Fuzzy and Fuzzy Grey-Box Modelling for Entry Temperature Prediction in a Hot Strip Mill", Materials and Manufacturing Processes, 26: 66-77

Don Juan Ríos O.A., Rojas Lugo E.A. y Cavazos González A., "Control Robusto Paramétrico t QFT del Formador de Onda en un Molino de Laminación en Caliente", CIENCIA ergo-sum, 2016, 23 (1), 35-48.

Hearns, G.; Grimble, MJ., (2000). "Robust multivariable control for hot strip finishing mill", Journal of the Iron and Steel Institute of Japan; Vol. 6, pp. 3775-3779.

Obregón A., (2006). "Modelo Dinámico Lineal Multivariable de un molino de laminación en caliente", Tesis de maestría en ciencias de la ingeniería eléctrica, FIME-UANL.

Obregón A., Mendiola P. Ever K., Cavazos A., Leduc L., (2010). , "Linear multivariable model of a hot strip finishing mill", *Journal of Systems and Control Engineer*, 224: 1007-1021.

Rodríguez F. y López M., (1996), "Control adaptativo y robusto", Universidad de Sevilla, España, I.S.B.N. 84-472-0319-0.

Sidi M. J., (2002), "A combined QFT/ H_∞ design technique for TDOF uncertain feedback systems", *Holon Academic Institute of Technology, Electrical and Electronics Engineering Department*, Vol. 75, No.7, 475-489.

Skogested S. and Postlethwaite I. (1997). "Multivariable Feedback Control, Analysis and Design", West Sussex, UK:John Wiley and Sons.

Yu C., Wang H. and Jing Y., (2011)., "Tension control in hot strip process based LMI approach.," *Chinese Control and Decision Conference*, Mianyang China, 1424-1427.

Zhan M., Yang W. and Wang S., (2010)., "Dual Perturbation AGC Design Based on QFT/ μ Controller in Hot Strip Rolling Process," *Proceeding of the 29th Chinese Control Conference*, Beijing China, pp. 5682-5686