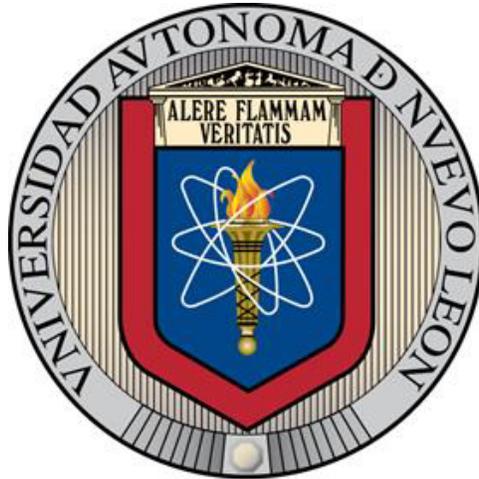


**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



TESIS

**OPTIMIZACIÓN DE COSTOS LOGÍSTICOS DE MATERIALES
IMPORTADOS DESDE ASIA MEDIANTE HEURÍSTICAS
LAGRANGIANAS**

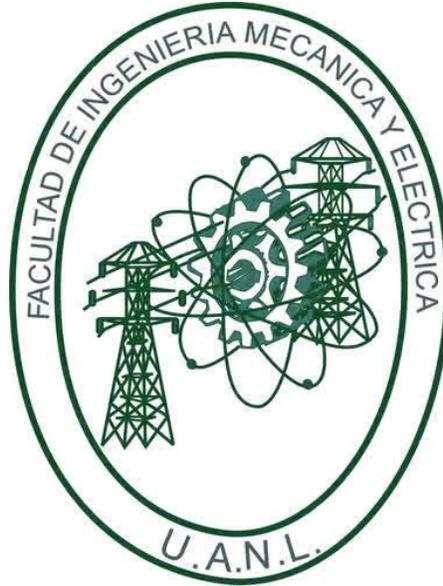
POR

MARIA MARGARITA MOLINA DE LA TORRE

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN LOGÍSTICA Y CADENA DE SUMINISTRO**

AGOSTO 2017

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



TESIS

**OPTIMIZACIÓN DE COSTOS LOGÍSTICOS DE MATERIALES
IMPORTADOS DESDE ASIA MEDIANTE HEURÍSTICAS
LAGRANGIANAS**

POR

MARIA MARGARITA MOLINA DE LA TORRE

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN LOGÍSTICA Y CADENA DE SUMINISTRO**

AGOSTO 2017

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Subdirector de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Optimización de costos logísticos de materiales importados desde Asia mediante heurísticas lagrangianas», realizada por el alumno Maria Margarita Molina de la Torre, con número de matrícula 1428451, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Logística y Cadena de Suministro.

El Comité de Tesis



Dr. Miguel Mata Pérez

Asesor



Dra. Jania A. Saucedo Martínez

Revisor



Dr. Igor S. Litvinchev

Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirector de Estudios de Posgrado



San Nicolás de los Garza, Nuevo León, agosto 2017

A mi madre Reyna de la Torre, que me brindó una formación académica, de vida, llena de amor y valores; gracias a todo tu esfuerzo he cumplido mis sueños profesionales y he disfrutado del camino recorrido para alcanzarlos.

Te amo mamá.

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	xv
Resumen	xvi
1. Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.1.1. Objetivo general	2
1.1.2. Objetivos particulares	2
1.2. Hipótesis	3
1.3. Justificación	3
1.4. Metodología	3
1.5. Estructura de la tesis	4
2. Antecedentes	6
2.1. Identificación de la problemática	7
2.1.1. La empresa	7
2.1.2. Problema de la empresa y propuesta de solución	7

2.2. Metodologías utilizadas para la resolución de problemas de localización de instalaciones	9
2.2.1. Métodos exactos	10
2.2.2. Heurísticos	11
2.2.3. Metahurística	12
2.2.4. Algoritmos híbridos	13
2.3. Heurísticos basados en relajación lagrangiana como herramienta de solución en problemas de casos reales	15
3. Relajación lagrangiana	20
3.1. Relajación	20
3.1.1. Relajación lineal	21
3.2. Relajación lagrangiana	22
3.2.1. Recomendaciones para la construcción de una relajación lagrangiana	24
3.3. Definición del problema dual lagrangiano	27
3.3.1. Cotas duales y primales	27
3.3.2. Dual lagrangiano	27
3.4. Método del subgradiente	29
4. Formulación del problema	32
4.1. Modelación del problema	33
4.1.1. Supuestos	33

4.1.2. Notación del modelo	34
4.1.3. Modelación del problema	36
4.2. Parámetros y cotas	39
4.2.1. Cotas superiores	39
4.2.2. Cotas propuestas	40
4.3. Dificultad del problema	43
4.3.1. Dimensiones del modelo	44
5. Relaxaciones lagrangianas propuestas	46
5.1. Relaxación lagrangiana en las ecuaciones de balance	46
5.1.1. Problema lagrangiano para la primera etapa (proveedores en Asia)	49
5.1.2. Problema lagrangiano para la segunda etapa (centros de consolidación en Asia)	51
5.1.3. Problema lagrangiano para la tercera etapa (puertos en Asia)	53
5.1.4. Problema lagrangiano para la cuarta etapa (puertos en América)	55
5.1.5. Solución integral de la relajación 1	56
5.2. Relaxación lagrangiana en ecuaciones de capacidad e inventario	58
5.2.1. Problema lagrangiano de proveedores a puerto en América	60
5.2.2. Problema lagrangiano de puerto en América a planta	62
5.2.3. Problema lagrangiano de inventarios	64
5.2.4. Problema lagrangiano de expeditaciones	65

5.2.5. Solución integral de la relajación 2	66
5.3. Relajación lagrangiana dualizando ecuaciones de selección de instalaciones	68
5.3.1. Problemas lagrangianos de selección de instalaciones (centros de consolidación)	70
5.3.2. Problemas lagrangianos de selección de instalaciones (puertos en Asia)	71
5.3.3. Problema lagrangiano de selección de instalaciones (puertos en América)	72
5.3.4. Problema lagrangiano de distribución	73
5.3.5. Solución integral de la relajación 3	75
6. Resultados y análisis	77
6.1. Resolución del problema dual lagrangiano	78
6.1.1. Datos básicos para el desarrollo del método subgradiente en relajación 1	78
6.1.2. Datos básicos para el desarrollo del método subgradiente en relajación 2	79
6.1.3. Datos básicos para el desarrollo del método subgradiente en relajación 3	81
6.2. Consiguiendo cotas duales utilizando el método del subgradiente . . .	82
6.2.1. Caso 1: demandas ficticias y una opción de puerto en América	83
6.2.2. Caso 2: demandas reales y una opción de puerto en América .	85

6.2.3. Caso 3: demandas reales y dos opciones de puerto a seleccionar en América	87
6.2.4. Conclusiones generales de las relajaciones	88
6.3. Encontrando soluciones factibles	89
6.3.1. Resultados factibles demandas ficticias y una opción de puerto en América	90
6.3.2. Resultados factibles demandas reales y una opción de puerto en América	91
6.3.3. Resultados factibles con demandas reales y dos opciones de puerto a seleccionar en América	92
7. Conclusiones	93
7.0.1. Trabajo futuro	94
A. Parámetros de implementación	95
A.1. Demandas	95
A.2. Costos fijos	97
A.3. Costos variables	98
A.4. Capacidades	100

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1. Proveduría de materiales importados desde Asia	8
3.1. Interpretación gráfica de relajación en un problema de minimizar . .	22
3.2. Interpretación gráfica de cotas duales y primales para un problema de minimización	28
5.1. Aprovisionamiento de producto etapa 1	50
5.2. Aprovisionamiento de producto etapa 2	52
5.3. Aprovisionamiento de producto etapa 3	54
5.4. Aprovisionamiento de producto etapa 4	56
5.5. Posibles problemas logísticos relacionados en la relajación 1	57
5.6. Planeación de distribución desde los proveedores al puerto en América	62
5.7. Planeación de distribución del puerto en América a planta	63
5.8. Problema de expeditaciones desde los proveedores	66
5.9. Posibles problemas logísticos relacionados en la relajación 2	67
5.10. Problemas lagrangianos de selección de instalaciones	70
5.11. Posibles problemas logísticos relacionados en la relajación 3	76

ÍNDICE DE TABLAS

4.1. Total de variables	44
4.2. Total de restricciones	45
5.1. Total de variables problema etapa 1	50
5.2. Total de restricciones problema etapa 1	51
5.3. Total de variables problema etapa 2	52
5.4. Total de restricciones problema etapa 2	53
5.5. Total de variables problema etapa 3	54
5.6. Total de restricciones problema etapa 3	55
5.7. Total de variables problema etapa 4	56
5.8. Total de restricciones problema etapa 4	57
5.9. Total de variables problema de aprovisionamiento desde plantas en Asia a puerto en América	62
5.10. Total de restriccionesTotal problema de aprovisionamiento desde plan- tas en Asia a puerto en América	63
5.11. Total de variables problema de aprovisionamiento de puerto en Améri- ca a planta en Monterrey	64

5.12. Total de restricciones problema de aprovisionamiento de puerto en América a planta en Monterrey	64
5.13. Total de variables problema inventarios	65
5.14. Total de restricciones problema inventarios	65
5.15. Total de variables problema expeditaciones	66
5.16. Total de restricciones problema expeditaciones	66
5.17. Total de variables problema selección de instalaciones centros de consolidación	71
5.18. Total de restricciones problema selección de instalaciones centros de consolidación	71
5.19. Total de variables problema selección de instalaciones puertos en Asia	72
5.20. Total de restricciones problema selección de instalaciones puertos en Asia	72
5.21. Total de variables problema selección de instalaciones puertos en América	73
5.22. Total de restricciones problema selección de instalaciones puertos en América	73
5.23. Total de variables problema de distribución	75
5.24. Total de restricciones problema de distribución	75
6.1. Resultados subgradiente caso 1: valores duales iniciales de cero	84
6.2. Resultados subgradiente caso 1: valores marginales para los duales iniciales	85

6.3. Resultados subgradiente caso 2: valores duales iniciales de cero	86
6.4. Resultados subgradiente caso 2: valores marginales para los duales iniciales	86
6.5. Resultados subgradiente caso 3: valores duales iniciales de cero	88
6.6. Resultados subgradiente caso 3: valores marginales para los duales iniciales	88
6.7. Resultados factibles caso 1	90
6.8. Resultados factibles caso 2	91
6.9. Resultados factibles caso 3	92
A.1. Demandas ficticias	96
A.2. Demandas reales	96
A.3. Costos fijos de utilización enAsia (por viaje)	97
A.4. Costos fijos de utilización en América (por viaje)	97
A.5. Costos logísticos de enviar producto desde cada proveedor a cada cen- tro de consolidación en Asia (por viaje)	98
A.6. Costos logísticos de enviar producto de un centro de consolidación a un puerto en Asia (por viaje)	99
A.7. Costos logísticos de enviar producto de un puerto en Asia a un puerto en América, utilizando un tipo específico de embarque	99
A.8. Costos logísticos de enviar producto de un puerto en América a la planta en Monterrey, utilizando un tipo específico de transporte	99
A.9. Correspondencia de fabricación producto-proveedor	100

A.10.Capacidad de utilización en centros de consolidación de Asia (tarimas)	100
A.11.Capacidad de utilización en puertos de Asia (tarimas)	101
A.12.Capacidad de utilización en puertos de América (tarimas)	101

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a Melanie Solís por coincidir, su paciencia, amistad y buenos momentos que hemos tenido estos años; somos compañeras y amigas y ha sido lo mejor compartir esta experiencia junto a ella.

A mi asesor de tesis el Dr. Miguel Mata por su experiencia, apoyo y tiempo que ha dedicado junto a mí para hacer posible este trabajo.

A los doctores y maestros que me brindaron sus conocimientos y experiencias profesionales, cada uno aportó algo importante para que pueda trascender profesionalmente. Y muy especialmente a la Dra. Ilya Soto, que desde el principio mostro su apoyo incondicional, nos proporcionó, a Melanie y a mí, el poder participar en cursos y pláticas que nos introdujeran y formaran en el área práctica de la logística que era nueva para nosotras.

A Ashley que me ha motivado cada día para concluir este trabajo; su tiempo dedicado a esforzarme al máximo a ha sido muy importante.

Mis compañeros de maestría, aunque algunos tomaron un camino distinto espero que disfruten y tengan éxito en lo que sea que hagan y pronto nos volvamos a cruzar en la vida porque son valiosas personas.

A CONACyT, a la Universidad Autónoma de Nuevo León y a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica por otorgarme el apoyo económico para realizar mis estudios de posgrado.

RESUMEN

Maria Margarita Molina de la Torre.

Candidato para obtener el grado de Maestría en Logística y Cadena de Suministro.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: OPTIMIZACIÓN DE COSTOS LOGÍSTICOS DE MATERIALES IMPORTADOS DESDE ASIA MEDIANTE HEURÍSTICAS LAGRANGIANAS.

Número de páginas: 106.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: Desarrollar una herramienta que provea una solución eficiente y eficaz para el problema de aprovisionamiento de materia prima asiática de una empresa productora de refacciones plásticas.

Actualmente se cuenta con un programa lineal entero mixto que realiza la planeación de pedidos para los productos de importación asiática, sin embargo, dicho modelo exige demasiado esfuerzo computacional por lo que obtener la solución mediante técnicas exactas no es posible.

Se realizó una investigación bibliográfica sobre que técnicas de solución se han implementado en problemas de localización de instalaciones, capacitado, multiproducto, multiperiodo, multitransporte; por lo que se llegó a la conclusión de que el desarrollo de heurísticos basados en técnicas de relajación lagrangiana en modelos

con estas características, son una opción viable para obtener soluciones factibles con esfuerzos computacionales mínimos.

Se propusieron tres relajaciones lagrangianas de acuerdo a la estructura que presentaba el modelo original de la empresa. Fue seleccionado el método del subgradiente, el cual garantiza convergencia y es sencillo de programar, para con el encontrar cotas duales en cada una de las relajaciones propuestas. Con dichos resultados se trabajó para encontrar soluciones factibles al problema original mediante el desarrollo de un heurístico.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: En este trabajo se obtuvo una solución para el modelo matemático que resuelve la problemática de aprovisionamiento de materia prima para una empresa, mediante el desarrollo de un heurístico lagrangiano. Dicha solución no fue posible conseguirla mediante métodos exactos, debido al gran consumo de memoria computacional que presentaba como consecuencia de sus dimensiones y su posible condición de problema NP-difícil.

El heurístico lagrangiano desarrollado logró, entre otras cosas: una reducción considerable en cuanto a capacidad computacional y una mejora en el desempeño del programa lineal, al encontrar una solución factible. Esto también beneficia ante alguna eventualidad como cambios en la demanda o aumento en los costos logísticos involucrados; ya que sin él, se tendrían que realizar una serie de pruebas (corridas) en el modelo matemático para conseguir alguna solución factible y funcional para la empresa.

Además se consiguieron brechas muy cercanas a la solución factible de 1% a 1.2%. Esto se traduce en una reducción de hasta un 20% en los costos logísticos totales, en comparación con los obtenidos en el método exacto; y hasta en alrededor de un 30% en los costos que consigue la empresa sin el modelo matemático.

Por tanto; podemos concluir que el heurístico lagrangiano desarrollado, para la optimización de costos logísticos en el aprovisionamiento de material asiático, provee

soluciones factibles y eficientes que pueden ayudar a la empresa en su planeación semanal. Además, se consiguió una reducción considerable en los costos logísticos involucrados en la importación de la materia prima.

Firma del asesor: _____

Dr. Miguel Mata Pérez

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Una empresa ubicada en Monterrey, Nuevo León, líder en su campo, requiere hacer su planeación de distribución de productos importados desde Asia. Para planificar su distribución cuenta con un modelo de programación lineal entero mixto, el cual minimiza los costos de inventarios, expeditación, transportación de producto, utilización de puertos en Asia y América, así como costos de rentar centros de consolidación en Asia; sujeto a la satisfacción de la demanda de los materiales sin exceder las capacidades de los proveedores, los diversos transportes y puertos. El objetivo de dicho modelo implica encontrar el punto de equilibrio de aprovisionar mayor cantidad de producto en menos viajes, pero al mismo tiempo disminuir el exceso de inventario y los costos involucrados.

El modelo desarrollado ha demostrado proveer una buena solución a la problemática real, no obstante, requiere mucho esfuerzo computacional para alcanzar la solución óptima mediante técnicas exactas de solución, debido a la gran cantidad de datos, restricciones y complejidad de las políticas a las que se encuentra sujeta la empresa. Por ello es necesario desarrollar una metodología de solución al problema eficiente en cuanto esfuerzo computacional y calidad de las soluciones se refiere.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVO GENERAL

Proveer una herramienta eficiente de solución para el problema de una empresa que importa productos desde Asia, que aporte buenas soluciones en un tiempo razonable.

1.1.2 OBJETIVOS PARTICULARES

- Investigar en la literatura aquellas herramientas y metodologías que han sido desarrolladas para encontrar mejores soluciones a problemas de localización de instalaciones multietapa.
- Identificar la herramienta que sea más promisoria en cuanto a esfuerzo computacional y calidad en las soluciones encontradas.
- Desarrollar un algoritmo que proporcione soluciones factibles, eficientes en tiempo de cómputo y que estas proporcionen buenas opciones para el aprovisionamiento del producto asiático hacia la empresa en Monterrey.
- Identificar las soluciones factibles que proporcionen costos de distribución mínimos y tiempos computacionales razonables que favorezcan la planeación de distribución de la materia prima traída desde Asia así como el inventario producido.

1.2 HIPÓTESIS

Es posible encontrar una buena solución al modelo de costos logísticos de productos importados desde Asia mediante una metodología de solución basada en heurísticos lagrangianos. Encontrar una buena solución se refiere a que se encuentre cercana a la óptima dentro de una tolerancia y tiempos previamente establecidos.

1.3 JUSTIFICACIÓN

La empresa cuenta con un modelo matemático para su planeación de pedidos, el cual ha resultado ser una solución eficiente para el problema de importación; sin embargo, el modelo actual exige demasiado esfuerzo computacional para alcanzar la solución óptima para cada periodo de planeación de la empresa.

Por lo tanto, se ve la necesidad de obtener mejores soluciones en tiempos aceptables, con las cuales la empresa pueda trabajar. Se ha demostrado en la literatura que trabajar con herramientas heurísticas, como relajaciones lagrangianas, se obtienen buenas soluciones a los problemas complejos, como los que surgen de la práctica, en un esfuerzo de cómputo razonable.

1.4 METODOLOGÍA

Se parte de una problemática de distribución de materia prima desde Asia para una empresa en Nuevo León. Para resolver dicha problemática ha sido desarrollado un modelo matemático, el cual se comprenderá y verificará; además proponer si es necesario o conveniente un nuevo diseño para el modelo que propicie mejores soluciones.

Se iniciará con una búsqueda bibliográfica relacionada con los modelos ma-

temáticos de localización de instalaciones multietapas, para identificar y valorizar los métodos utilizados en la literatura para obtener la solución dichos problemas.

Una vez hecho el análisis de las distintas herramientas, se ha descubierto que los heurísticos basados en relajaciones lagrangianas han sido las más eficientes, por lo que nuestro siguiente paso es diseñar relajaciones lagrangianas que podrían ser promisorias y se crearán heurísticas para recuperar las soluciones factibles a partir de las relajaciones lagrangianas ya propuestas.

Se seleccionará el método por el cual se obtendrá el dual lagrangiano para las relajaciones. Y se realizarán las experimentaciones correspondientes, utilizando las metodologías seleccionadas.

Se hará un análisis de los resultados obtenidos, a través de las cotas duales y primales obtenidas por la metodología seleccionada, acotando la solución óptima, que mejor se ajuste finalmente se informará de la mejor solución posible obtenida en los parámetros aceptables que se han predeterminado de tiempo y acercamiento a la respuesta óptima que mejor se ajusten a las necesidades de la empresa.

1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS

Esta tesis se estructura de la siguiente manera: en este primer capítulo se muestra una introducción al tema de tesis, los objetivos que se desean alcanzar con este trabajo, hipótesis del problema su justificación además de la metodología utilizada para desarrollar el tema de tesis. En el capítulo 2 se presentan los antecedentes, estos están divididos en tres partes: primero una reseña sobre la empresa y el problema logístico que enfrentaba al importar alguna de su materia prima necesaria para su producción, además del método utilizado para dar solución a este problema; en una segunda parte se desarrolló una revisión de literatura con los métodos utilizados para la solución de problemas de localización multietapas; finalmente una revisión de literatura que muestra como los heurísticos basados en relajación lagrangiana

han demostrado proveer buenas soluciones en calidad y capacidad computacional. En el capítulo 3 se describe la herramienta utilizada para dar solución al programa lineal entero mixto. En el capítulo 4 se muestra el modelo matemático que se utilizó para dar solución al problema de distribución de la empresa para su materia prima asiática, además de aportaciones al modelo para aumentar su eficiencia y por último los problemas que involucrados al tratar de resolver el programa lineal por métodos exactos. El capítulo 5 se describe las relajaciones lagrangianas que se desarrollaron gracias a la estructura del modelo matemático, dimensiones y como esto se ve reflejado en dificultades logísticas dentro del proceso de distribución. En el capítulo 6 se describen y analizan los resultados obtenidos por la experimentación. El capítulo 7 está dedicado a las conclusiones y aportaciones de este trabajo.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES

El capítulo presentado a continuación es dividido en tres secciones; la primera consiste en una breve reseña de la empresa y el problema de distribución al cual se enfrentaba, seguido de la descripción del método utilizado para su solución; en la segunda parte se presenta la revisión de literatura que involucra los problemas de localización de instalaciones y los métodos utilizados para solucionarlos; por último se muestra un panorama general de como los problemas matemáticos propuestos para resolver instancias reales se ven en la necesidad de utilizar metodologías alternas de solución debido a su complejidad, demostrando que los heurísticos lagrangianos proveen soluciones eficientes en buenos tiempos computacionales para estos casos. Para conocer más detalles acerca de la empresa, niveles de inventario, ubicación de proveedores, que llevaron al desarrollo del modelo matemático para resolver la proveeduría del material asiático, consultar (Morales, 2016).

2.1 IDENTIFICACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

2.1.1 LA EMPRESA

La empresa está dedicada a la fabricación de refacciones plásticas que son ensambladas en México y distribuidas posteriormente para su comercialización en el mercado estadounidense. El material necesario para la manufactura del producto se provee a través de diversos socios mundiales ubicados en diversos países; algunos de ellos como Asia Tech, FuSan, Chao Yao, FMC, AoQuan, Champion, Vertu, Waexim y Yongyuda, se encuentran localizados en Asia.

Los nueve proveedores mencionados anteriormente surten partes y componentes que deben ser transportadas de China a México, para cumplir los requerimientos de dicho material en la planta que se encuentra en Nuevo León. La figura 2.1 representa cómo es que se lleva a cabo la distribución de los componentes exportados desde Asia. Los productos son enviados desde los proveedores hasta los distintos centros de consolidación, en ellos son preparados los embarques que serán transportados posteriormente hasta los puertos en China y de allí se embarcan hacia el puerto de Long Beach en California, EUA, y finalmente los contenedores son enviados por ferrocarril hasta Monterrey donde se encuentra la planta. El tiempo de tránsito desde China a la planta en Monterrey es en promedio de seis semanas, incluye el tiempo de ciclo total desde que se coloca el pedido hasta que llega a la planta en Monterrey.

2.1.2 PROBLEMA DE LA EMPRESA Y PROPUESTA DE SOLUCIÓN

Para enviar los productos se utilizan contenedores de 20 y 40 pies o bien mediante consolidación con otras empresas, LCL (por sus siglas en inglés *less than container load*), dependiendo del volumen de la demanda solicitada. Debido a que

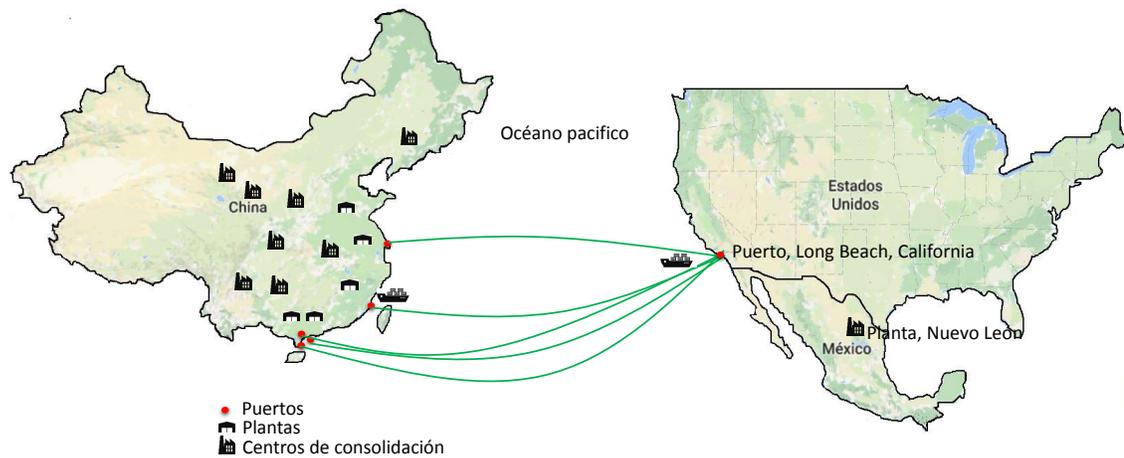


Figura 2.1: Proveeduría de materiales importados desde Asia

la empresa considera que hacer la transportación en contenedores de 40 pies es más barato, es el que se utiliza para traer el material; provocando exceso de inventario en la planta, desabastos en algunos de los productos, además de expeditaciones debido a los cambios en la demanda.

Cada uno de los nueve proveedores en Asia, embarca por cuenta propia, desde un puerto distinto. Esto implica un aumento sustancial en los costos logísticos totales, por la cantidad de viajes utilizados y costos de utilizar todos los puertos en China cada periodo para transportar la mercancía.

En (Morales, 2016) se ha desarrollado un modelo matemático de programación lineal entero mixto el cual proporciona una política de envío que sirve como herramienta de apoyo a la toma de decisión en la transportación de los materiales asiáticos (ver capítulo 4). Dicha política incluye la selección de los centros de consolidación a abrir en cada periodo, la asignación de proveedores a los centros de consolidación, selección de tipo de contenedor y puerto a utilizar, además de la frecuencia de los envíos para cada producto, minimizando los costos logísticos totales: costos de proveeduría, almacenamiento y transporte de las materias primas, costos por utilización de puertos en Asia y América y renta de centros de consolidación en Asia.

Para probar la efectividad del modelo matemático que da solución a la pro-

blemática de la empresa mencionada anteriormente, se realizaron pruebas computacionales a resolver las instancias reales del modelo entero mixto; aunque fue provista una solución subóptima no fue posible alcanzar una solución óptima mediante técnicas exactas de solución dado que el problema consume mucho esfuerzo computacional. Por ello existe la necesidad de desarrollar una metodología de solución mediante la utilización de técnicas alternas para alcanzar una solución favorable que implique menor tiempo y esfuerzo computacional, que apoye en la toma de decisiones sobre la proveeduría de productos importados de Asia de la empresa.

2.2 METODOLOGÍAS UTILIZADAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN DE INSTALACIONES

La cadena de suministro es un sistema complejo a gran escala que incluye variabilidad en el suministro de facilidades de producción y distribución (Ottino, 2011). El problema de localización de instalaciones y la asignación de clientes forman parte de la planeación estratégica para una empresa debido a que afecta sus decisiones a largo plazo. Las formulaciones de modelos matemáticos y algoritmos de solución para este tipo de problemas varían ampliamente en cuanto a los supuestos fundamentales, complejidad y rendimiento computacional. Existe un número substancial de métodos de solución exactos, heurísticos y metaheurísticos, que se han proporcionado a lo largo del tiempo para resolver problemas de localización de instalaciones, estos básicamente se desarrollan dependiendo del objetivo que se quiera alcanzar, ya sea un menor tiempo de solución o una respuesta lo más cercano posible al óptimo.

La mayoría de problemas de optimización combinatoria son NP-difícil, lo que implica que no se conoce un algoritmo que se ejecute en un tiempo polinómico para resolverlo (Fisher, 2004). Dependiendo del tamaño de estos problemas deben considerarse diferentes enfoques para abordar su solución. A continuación se presenta una

revisión de literatura de problemas de localización de instalaciones, la metodología utilizada para resolverlos y el desempeño obtenido de esta.

2.2.1 MÉTODOS EXACTOS

Los métodos exactos generalmente son usados para casos pequeños de programas lineales. Estos se caracterizan por buscar la solución óptima, gracias a algoritmos de acotamiento del conjunto de soluciones factibles (Jourdan *et al.*, 2009). Los métodos exactos suelen requerir un gran tiempo computacional para encontrar la solución óptima por lo que utilizarlos en problemas de tipo NP-difícil es poco práctico.

En (Canel *et al.*, 2001) se desarrolló un algoritmo para solucionar un modelo programación lineal entera mixta de localización de instalaciones capacitado, multi-etapa, multiperiodo, multiproducto. El algoritmo utilizado en este artículo puede ser descrito en tres fases; en la primera se identificó las instalaciones dominantes, las cuales pueden ser abiertas en cada periodo; la segunda consiste en utilizar programación dinámica para generar una lista de las instalaciones abiertas; finalmente se selecciona el costo mínimo en cada periodo. En este trabajo se concluyó que las soluciones encontradas fueron comparables a las de la metodología basada en descomposición de benders desarrollada por (Sweeney y Tatham, 1976), pero los tiempos de solución no fueron mejores. Además se pudo identificar que el número de iteraciones aumenta, cuando aumenta la cantidad de sitios potenciales a localizar.

En (Louwers *et al.*, 1999) se desarrolló un modelo matemático de ubicación de instalaciones y selección de las mismas para ayudar en la recolección y procesamiento en los residuos de alfombras de una organización localizada en Europa. Dicho modelo tiene como objetivo minimizar los costos totales relacionados con la red de recolección. El modelo ha sido programado en Fortran 90, en donde los resultados muestran que es posible tener redes económicamente viables para la reutilización de los residuos producidos en la empresa.

2.2.2 HEURÍSTICOS

El término «heurístico» se deriva de la palabra griega *heuriskein*, la cual significa encontrar o descubrir. Marti y Reinelt (2011) describen a los heurísticos como un tipo de resolución de problemas de programación, en los que la velocidad del proceso es tan importante como la calidad de la solución obtenida. Estos algoritmos aproximados surgen de la necesidad de resolver problemas difíciles de manera eficiente, encontrando buenas soluciones, incluso si no son la óptima.

Un modelo de programación lineal entera mixta de localización de instalaciones no capacitado, de dos etapas fue desarrollado por Lu y Bostel (2007), en el que se desea saber la planeación de distribución para un producto que es remanufacturado; en él se consideran cuatro participantes: clientes, centros intermediarios, centros de remanufactura y productores. Para resolver la problemática se desarrolló un algoritmo basado en relajación lagrangiana en el cual se compararon los resultados con el optimizador CPLEX, por lo que se concluyó que en problemas de gran escala, el heurístico lagrangiano obtiene mejores cotas y menores tiempos de solución que los obtenidos con la herramienta CPLEX.

Para minimizar los costos operacionales de red de distribución al buscar localizar un número de plantas de producción y centros de distribución, Pirkul y Jayaraman (1998) utilizaron un modelo de programación lineal entera mixta para el problema de localización de instalaciones capacitado de dos etapas, multiproducto y multiplanta. Una heurística basada en relajación lagrangiana, demostró dar resultados eficientes con brechas¹ muy bajas de 0.01 % a 2.04 % y tiempos de cálculo estables de entre 9 y 67 segundos. Por lo tanto los objetivos de distribuir el producto a los clientes con mínimos costos totales fueron alcanzados.

Hinojosa *et al.* (2000) formularon un programa lineal entero mixto para un

¹brecha: diferencia expresada en porcentaje de la solución encontrada con respecto a una cota teórica obtenida.

problema de ubicación de instalaciones con dos niveles de distribución en distintos periodos de planeación. El objetivo del problema consiste en minimizar los costos operativos a la vez que se satisfacen las demandas de todos los productos en el horizonte de planeación en cada una de las ubicaciones de los clientes, limitadas por la capacidad de las plantas de producción y almacenes intermedios. Para dar solución al problema planteado se propuso una relajación lagrangiana, así como un procedimiento heurístico que construye soluciones factibles del problema original. Las pruebas computacionales mostraron un buen desempeño en calidad de soluciones y tiempos de solución.

En (Shen *et al.*, 2003) se ha diseñado un modelo de programación lineal integrado de ubicación de instalación e inventario, para un sistema de distribución en el cual un solo proveedor envía producto a un conjunto de minoristas con una demanda incierta. Este modelo determina la localización de los centros de distribución, así como la asignación de los minoristas a los centros de distribución minimizando los costos del flujo de distribución-inventario. Los resultados obtenidos al utilizar una metodología basada en generación de columnas sugieren que, a medida que los costos de inventario de seguridad aumentan con los costos del problema, este se vuelve más complicado de resolver con dicha metodología. Es decir, los tiempos computacionales aumentan de 1 a casi 800 segundos, cuando se aumentan los centros potenciales que serán abiertos, así como el número de iteraciones también aumenta.

2.2.3 METAHEURÍSTICA

En la literatura científica no hay conocimiento aun de una definición unitaria del término «metaheurístico», por lo que es una tarea difícil precisar un solo concepto. Una metaheurística es formalmente definida por Osman y Laporte (1996) como un proceso iterativo el cual guía una heurística subordinada, al combinar de manera inteligente diferentes conceptos para la exploración y explotación del espacio de búsqueda, estrategias de aprendizaje son usadas para estructurar la información con

el fin de encontrar soluciones eficientes cercanas al óptimo.

Para resolver un programa lineal entero mixto de localización de instalaciones no capacitado, de una sola etapa, con un solo producto, Sun (2006) desarrolló un heurístico basado en búsqueda tabú. La experimentación se llevó a cabo en problemas de pequeña, media y gran escala que van desde 100×100 hasta 2000×2000 , localizaciones-clientes. Los resultados obtenidos con la metodología propuesta fueron comparados con los obtenidos por la relajación lagrangiana; concluyendo que en problemas de gran tamaño la relajación lagrangiana es más eficiente que el método de búsqueda tabú. La diferencia entre soluciones obtenidas con búsqueda tabú y relajación lagrangiana es del 1%; sin embargo, los tiempos de solución son hasta 35 veces mayores con búsqueda tabú.

Para el diseño de una cadena de suministro de tres niveles se diseñó un modelo de programación no lineal entero mixto biobjetivo. La cadena de suministro consiste en lo siguiente: los proveedores envían las materias primas a un conjunto de plantas manufactureras para su procesamiento, éstas envían el producto terminado a un conjunto de centros de distribución, para que posteriormente sean reenviados a un conjunto de minoristas. Para resolver el modelo de naturaleza NP-difícil, de un problema de localización-inventario, Rios (2014) presenta la utilización de una metaheurística basada en un algoritmo evolutivo multiobjetivo para resolverlo. Una de las principales ventajas del algoritmo evolutivo es el tiempo de ejecución, que es relativamente corto con respecto a la complejidad y naturaleza del problema, que está representado por un modelo no lineal.

2.2.4 ALGORITMOS HÍBRIDOS

Existen muchos artículos los cuales abordan un enfoque híbrido para dar solución a programas lineales y no lineales. El objetivo de la cooperación entre métodos exactos, heurísticos y metaheurísticos para la resolución de problemas, se debe a la

ventaja que se obtiene al explotar lo mejor de cada uno, dependiendo del objetivo que desea ser alcanzado.

Se tiene un problema de localización de plantas de producción con restricción de capacidad en el que los datos de demanda, número de clientes, número de plantas y capacidad de éstas son conocidos. En (Marulanda y Leguizamón, 2010) se da solución al problema mediante la aplicación de relajación lagrangiana y búsqueda tabú. La metodología desarrollada se prueba con instancias encontradas en la literatura que permitió obtener resultados factibles en tiempos computacionales aceptables. Los resultados arrojados por la combinación de *tabu search* y la heurística lagrangiana muestran que para las instancias con mayor capacidad se obtienen mejores resultados. Esto indica que las soluciones estarán más cercanas al óptimo si el problema no tuviese restricciones de capacidad.

En el problema de localización de instalaciones no capacitado de una etapa, con un solo producto, en el que se tienen centros los cuales hay que abrir o cerrar y clientes con demandas que deben ser cumplidas, Ghosh (2003) utilizó un heurístico híbrido el cual consiste en búsqueda local basado en búsqueda tabú y búsqueda local completa con memoria *neighborhood search*. El tamaño del modelo utilizado para la experimentación varía de 75×75 a 750×750 , con los resultados obtenidos se puede concluir que con esta metodología se obtienen soluciones cercanas al óptimo hasta un 0.05%. A pesar de lo cual, conforme el tamaño del modelo aumenta los tiempos de ejecución crecen rápidamente; aunque este aumento no tiende a ser exponencial, las altas tasas de crecimiento indican que estas heurísticas requieren tiempos de ejecución muy largos en problemas de mayor tamaño. Por otra parte, para dar solución el mismo problema, Yigit *et al.* (2007), desarrollaron un algoritmo de recocido simulado evolutivo concluyendo que esta heurística permitió una mejor búsqueda del espacio de soluciones que la mostrada en (Ghosh, 2003), pero no garantiza una mejora en los tiempos computacionales.

Las metodologías utilizadas para resolver los problemas de localización de ins-

talaciones en la literatura han demostrado dar buenos resultados, sin embargo, cuando se aumenta la complejidad del problema, es decir, cuando la escala, el número de variables o restricciones aumentan, es más difícil solucionarlo con métodos convencionales. Por ello se ha decidido resolver el problema mediante un heurístico lagrangiano, pues ha demostrado en la literatura proveer buenas soluciones en tiempos computacionales mínimos en los problemas de localización de instalaciones, aun cuando estos aumenten su complejidad.

2.3 HEURÍSTICOS BASADOS EN RELAJACIÓN LAGRANGIANA COMO HERRAMIENTA DE SOLUCIÓN EN PROBLEMAS DE CASOS REALES

La globalización ha empujado a las empresas a buscar ser más competitivas en su área de negocio ofreciendo en el mercado una mayor calidad a un costo mínimo. Algunas de las estrategias utilizadas por la industria para alcanzar dicha ventaja competitiva es consiguiendo socios de negocio que provean materia prima de alta calidad a un costo menor y el manufacturar los productos en zonas donde se encuentre mano de obra barata, aunque, la transportación de la materia prima desde el proveedor hacia la localización de manufactura puede implicar altos costos, grandes inventario y largos tiempos de traslado debido a la distancia entre ellos. Por ello el diseño de una red de distribución que conlleva enviar los productos desde el proveedor hasta el fabricante optimizando los costos totales involucrados, es esencial para la toma de decisiones estratégicas dentro de la empresa (Porter, 1990).

Muchos de los aspectos de la administración óptima de recursos de una empresa, como son la planeación de distribución y recolección de productos, planeación de la manufacturación y almacenamiento de productos, logística inversa, entre otros planes esenciales en la administración de la logística y cadena de suministro, pueden ser modeladas mediante programas lineales para encontrar soluciones factibles

y eficientes con las que las empresas puedan trabajar. Sin embargo, la adaptación de problemas del mundo real a programas lineales es difícil de llevar a cabo debido a las políticas de cada empresa, el número de variables, parámetros y restricciones que aumentan conforme a las circunstancias reales. Debido a las causas anteriormente mencionadas es posible que estos problemas consuman mucho tiempo computacional en alcanzar la solución óptima, por ello, con frecuencia, se necesita desarrollar una metodología para alcanzar soluciones factibles para este tipo de problemas.

Para que las empresas puedan tomar decisiones con base en los resultados obtenidos por métodos matemáticos, estos tienen que proveer soluciones de calidad en tiempos razonables. Los heurísticos basados en relajación lagrangiana han demostrado cumplir muy bien con estos objetivos. A continuación se presentan problemas de logística la cadena de suministro basados en el mundo real, que han encontrado resultados satisfactorios con dicha metodología de solución.

En la planeación de los recursos de transporte ferroviario el material móvil, la infraestructura ferroviaria y la programación de la tripulación son tres críticas decisiones que usualmente son planeados por separado, debido a que ayudan a manejar la complejidad del proceso de planeación y simplificar los modelos matemáticos. No obstante, esto genera soluciones costosas debido a que se descarta una gran cantidad de soluciones factibles. Por lo cual en (Peres *et al.*, 2015) se propone un heurístico lagrangiano para resolver un problema integrado de planeación que considera un nivel global de los recursos de ferrocarril, generando buenas soluciones en un tiempo de cómputo razonable, reduciendo los costos planeación de recursos ferroviarios en alrededor del 5%.

Otro ejemplo de la administración de recursos aplicado a un problema de enrutamiento de flota y la programación de vuelos coordinados en la práctica real a partir de las líneas aéreas de Taiwán se presenta en (Chen *et al.*, 2010). Se desarrolló un modelo de programación lineal entera mixta y un algoritmo basado en relajación lagrangiana para resolverlo. Los valores objetivos obtenidos por los algoritmos

basados en relajación lagrangiana son mejores que los obtenidos por CPLEX, por 0.256 %, y menores tiempos computacionales de hasta un 82 %.

La minimización de costos de renta de transportación así como la optimización de los viajes es muy importantes dentro de la cadena de suministro ya que estos representan el mayor porcentaje de los costos logísticos totales (Ballou, 2004). Un modelo de programación lineal entera mixta para el problema de enrutamiento de vehículo es desarrollado en (Imai *et al.*, 2007) para planear la recolección y entrega de contenedores a varios puntos desde una terminal intermodal, cuyo objetivo es el de hacer la mejor distribución posible de las rutas para los camiones con mínimos costos de recursos de transportación y renta de camiones. Se desarrolló un heurístico basado en relajación lagrangiana mediante método del subgradiente que les permite identificar una solución próxima al óptimo. El procedimiento heurístico fue probado en 432 problemas generados al azar y resultó ser eficaz en la solución de los problemas. Las brechas de la mayoría de los problemas eran menos del 10 %. Los resultados de las pruebas demostraron que el procedimiento desarrollado fue capaz de resolver eficientemente grandes instancias del problema aplicado para una empresa en Asia.

En (Lin y Chu, 2014) se estudia un problema de secuenciación de la línea de montaje para una industria localizada en Taiwán, dichas líneas deben ser programadas y minimizar el costo global satisfaciendo la demanda del cliente, por ello un programa lineal entero mixto fue desarrollado para el problema real de la empresa. El espacio de la solución compleja, dado por la instancia real, hace que el programa resultante difícil de resolver usando paquetes de optimización comerciales. Por lo tanto, una heurística basada en el principio de relajación lagrangiana se desarrolla para resolver este problema de manera eficiente. Se evaluó la eficacia del heurístico lagrangiano mediante la comparación de sus soluciones con los obtenidos utilizando un paquete de optimización comercial. Los resultados muestran que la heurística desarrollada resuelve el problema del mundo real más rápido que el paquete de optimización en casi 15 veces menos tiempo de CPU, mientras que la calidad de las soluciones es comparable.

Shena y Chub (2011) abordan un problema de enrutamiento de vehículos e inventario para una empresa que maneja petróleo crudo. Este producto es transportado desde un centro de suministro a múltiples puertos de clientes para satisfacer sus demandas, durante múltiples periodos. En el problema se cuenta con una flota heterogénea de tanques petroleros que son propiedad del distribuidor y tanques alquilados a un tercero, un oleoducto y varios tipos de rutas son posibles, además tanto el nivel de inventario como el nivel de escasez en cada puerto de los clientes son limitados. El objetivo es determinar para cada periodo en el horizonte de planeación el número de buques tanque de cada tipo que deben alquilarse, el número de buques tanque de cada tipo que se deben distribuir en cada ruta y la cantidad de petróleo crudo fluye a través de la tubería, minimizando el costo logístico total. Se formuló el problema como un programa lineal entero mixto, y un enfoque de relajación lagrangiana se desarrolló para encontrar una solución cercana al óptimo del problema. Las experimentaciones han demostrado que en el heurístico lagrangiano desarrollado se obtienen brechas promedios de alrededor del 6.5 % en un tiempo de 2500 s; además que en problemas grandes los tiempos computacionales son 10.91 % menores que los obtenidos con un algoritmo de búsqueda voraz.

Han y Kim (2016) consideraron un problema de funcionamiento y diseño de una cadena de suministro de dos etapas para una empresa dedicada a fabricar productos avícolas. La cadena de suministro consiste en un número de proveedores candidatos y una planta de fabricación, cada proveedor elabora productos semiterminados y este los entrega a la planta de fabricación que manufactura los productos terminados para satisfacer la demanda del cliente final. Los tiempos de producción para cada proveedor es diferente y la producción para cada uno de los productos debe iniciarse al mismo tiempo si se encuentran dentro del mismo lote de proceso. El objetivo de este trabajo es determinar la selección de los proveedores al comienzo del horizonte de planeación y el plan de producción, minimizando la suma de los costos de transporte y de producción. Para ello se desarrolló un modelo de programación lineal entera mixta y un algoritmo heurístico basado en la relajación lagrangiana, con el

cual realizaron una serie de pruebas computacionales para una empresa avícola en Corea. Los resultados de las pruebas mostraron que el cálculo heurístico dio buenas soluciones en un tiempo de cálculo razonable.

En (Diabat *et al.*, 2015) se diseñó un modelo de programación lineal entera mixta para el problema de una cadena de suministro integrada, que toma decisiones de localización y de inventarios simultáneamente, considerando múltiples minoristas y sin considerar capacidad en las instalaciones. El objetivo del problema es minimizar el inventario, envíos, pedidos y costos de ubicación mientras la demanda del cliente final es satisfecha, además el problema debe determinar el número y ubicación de centros de distribución a establecer, los conjuntos de minoristas asignados a cada centro de distribución y por último el tamaño y coordinación de los pedidos para cada instalación. Se realizaron pruebas computacionales sobre 1750 casos de diferentes tamaños, el algoritmo se detenía al obtener una brecha del 1% o si el máximo número de iteraciones era alcanzado.

A través de la literatura, se puede confirmar que los heurísticos lagrangianos son una herramienta actualmente utilizada y eficiente cuando se trata de resolver problemas de casos reales, de gran tamaño y complejos de resolver con métodos convencionales, proveyendo de soluciones cercanas al óptimo en tiempos computacionales razonables.

CAPÍTULO 3

RELAJACIÓN LAGRANGIANA

En este capítulo se presenta una recopilación de teoría sobre la relajación lagrangiana, en la que se basa la metodología utilizada para dar solución al problema presentado en el capítulo 2. Este capítulo es dividido en cuatro secciones: en el primero se define qué es relajación, después se presenta una introducción a la relajación lagrangiana, en tercer lugar se define el problema dual lagrangiano y por último se describe el concepto del subgradiente y el método asociado para la solución del problema dual lagrangiano.

3.1 RELAJACIÓN

Se puede decir que se trabaja con dos tipos de problemas en optimización combinatoria: unos pocos problemas fáciles, para los cuales puede encontrarse solución en un tiempo corto; y un gran número de problemas difíciles, para los cuales se requieren un tiempo computacional alto.

Beasley (1992) explica estos dos tipos de problemas de la siguiente manera: llama problemas fáciles, para los que existe un algoritmo de solución acotado polinomialmente; y problemas difíciles a aquellos que aún no se ha encontrado dicho algoritmo.

Durante la década de los años 70 se desarrolló una de las ideas más computacionalmente útiles, que fue la observación de que muchos problemas difíciles pueden ser vistos como problemas fáciles complicados por un conjunto de restricciones (Fisher, 2004). La idea es remplazar el programa lineal difícil, por uno más simple cuyo valor óptimo no sea peor¹ que el óptimo del problema original.

Geoffrion (1974) definió la relajación de un problema de optimización de la siguiente manera:

DEFINICIÓN 3.1 *El problema $(RP_{min}) : \min\{g(x) \mid x \in W\}$ es una relajación del problema $(P_{min}) \mid \min\{f(x) \mid x \in V\}$, con la misma variable de decisión x , si y solo si:*

- i. el conjunto factible de (RP_{min}) contiene a (P_{min}) , es decir $W \supseteq V$ y*
- ii. sobre el conjunto factible de (P_{min}) , la función objetivo de (RP_{min}) domina a (P_{min}) , esto es, $\forall x \in V, g(x) \leq f(x)$.*

Se puede decir que, para relajar un problema, se tienen dos posibilidades: una es agrandar el conjunto de soluciones factibles, de modo que se optimiza sobre un conjunto más grande; la otra consiste en remplazar la función objetivo por una que tenga el mismo valor objetivo o uno más pequeño (grande, en problemas de maximización) en todas partes (ver figura 3.1).

3.1.1 RELAJACIÓN LINEAL

La relajación lineal es ampliamente usada para resolver problemas de naturaleza entera. Beasley (1992) la define de la siguiente manera:

¹Una solución no es peor que otra si su valor objetivo es al menos tan pequeño que el de la segunda en problema de minimizar, o al menos tan grande en problemas de maximizar.

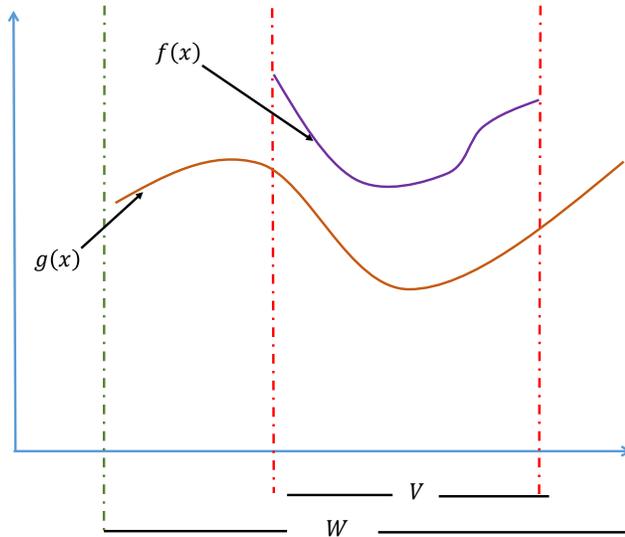


Figura 3.1: Interpretación gráfica de relajación en un problema de minimizar

DEFINICIÓN 3.2 Para un problema entero $\max\{g(x) \mid x \in X \cap \mathbb{Z}^n\}$, donde $X = \{x \in \mathbb{R}_+^n \mid Ax \leq b\}$, entonces su relajación lineal es el problema $z^{LP} = \max\{g(x) \mid x \in X\}$, donde $X \cap \mathbb{Z}^n \subseteq X$ y $g(x) \leq g(x)$, por lo que cumple las condiciones de una relajación.

Las relajaciones lineales son usadas debido a que dispone de rápidas repeticiones para resolver problemas enteros. Desafortunadamente, estas suelen proveer aproximaciones pobres para el problema original (Martin, 2010).

3.2 RELAJACIÓN LAGRANGIANA

El enfoque actualmente conocido de la relajación lagrangiana surgió en 1970, cuando Held y Karp (1970) utilizaron un problema lagrangiano basado en árboles de expansión mínima, ideando un exitoso algoritmo para el problema del agente viajero (Fisher, 2004).

Supongamos que se tiene un problema P de la forma:

$$(P) \text{ mín } fx \quad (3.1)$$

$$\text{s.a: } Ax \leq b \quad (3.2)$$

$$Cx \leq d \quad (3.3)$$

$$x \in X \quad (3.4)$$

Donde el conjunto de restricciones de la forma $Ax \leq b$ son «difíciles», es decir sin ellas el problema P sería más fácil de resolver. Básicamente la idea principal de una relajación lagrangiana consiste en quitar las restricciones difíciles y penalizarlas en la función objetivo, a continuación se define el concepto formalmente.

DEFINICIÓN 3.3 *Una relajación lagrangiana para P , es el problema:*

$$(LR_\lambda) : \text{mín } fx + \lambda(Ax - b) \quad (3.5)$$

$$\text{s.a: } Cx \leq d \quad (3.6)$$

$$x \in X \quad (3.7)$$

donde $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ es el vector de multiplicadores de Lagrange, no negativos, para el conjunto de restricciones difíciles a relajar que son de la forma $Ax \leq b$. Entonces, el problema LR_λ es más fácil de resolver con respecto a P .

En LR_λ se tomó la diferencia del conjunto de restricciones $Ax \leq b$, se agregaron en la función objetivo con penalización λ y se eliminaron las restricciones $Ax \leq b$ del problema; entonces se dice que las restricciones $Ax \leq b$ se han dualizado. Por lo tanto LR_λ es una relajación de P , es decir:

- i. el conjunto de soluciones factibles de (LR_λ) contiene al de (P) ,

- ii. para cualquier x solución de P y $\lambda \geq 0$, $fx + \lambda(Ax - b)$ es menor o igual que fx .

El punto clave es que el problema que queda después de la relajación lagrangiana, para cualquier $\lambda \geq 0$ es una cota inferior para la solución óptima del problema original P (Beasley, 1992). Lo anterior puede ser visto de la siguiente manera: el valor de minimizar fx , es más grande que el valor de minimizar $fx + \lambda(Ax - b)$; ya que la eliminación de un conjunto de restricciones de un problema de minimización sólo puede reducir el valor de la función objetivo.

3.2.1 RECOMENDACIONES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UNA RELAJACIÓN LAGRANGIANA

Un problema se puede relajar lagrangianamente de varias formas. Guignard (2003), enlista algunas de estas que a continuación son descritas. A menudo, alguna reformulación *a priori* de la relajación puede ayudar y, para algunos modelos complejos, la intuición e interpretación de las interacciones entre restricciones puede sugerir esquemas de relajación eficientes.

1. Se puede aislar un subproblema interesante y dualizar otras restricciones.

Esta es la aproximación comúnmente más usada. Tiene la ventaja de que los subproblemas lagrangianos interesantes (en el sentido de que usualmente tienen una estructura especial que puede ser explotada) pueden ser resueltos por algoritmos existentes especializados para resolverlos de forma eficiente.

2. Si hay dos (o más) subproblemas interesantes con variables en común, primero podemos partir estas variables, después dualizar las restricciones copiadas.

Este proceso es llamado descomposición lagrangiana (*LD*) (Soenen, 1977), partición de variables (Nasberg *et al.*, 1985) o estratificación de variables (Glover y Klingman, 1988). Ribero y Minoux (1986) y Shepardson y Martsen (1980) son de los primeros que introdujeron este enfoque. Primero se debe reformular el problema usando partición de variables, en otras palabras, debemos renombrar las variables en parte de las restricciones como si fueran variables independientes. El problema $P = \min_x \{fx \mid Ax \leq b, Cx \leq d, x \in X\}$ es claramente equivalente al problema $P' = \min_{x,y} \{fx \mid Ax \leq b, Cy \leq d, x = y, x \in X, y \in X\}$, en el sentido que tiene valores óptimos iguales (pero diferentes espacios para las variables).

Además si x^* es la solución óptima de P , entonces la solución $(x, y) \equiv (x^*, x^*)$ es un óptimo para P' y si (x^*, y^*) es una solución óptima de P' , entonces $x^* = y^*$ y x^* es un óptimo para P . Dualizando la copia de las restricciones $x = y$ en P' con multiplicadores λ , separa al problema en uno para x y otro para y :

$$(LD_\lambda) : \min_{x,y} \{fx + \lambda(y - x) \mid Ax \leq b, Cy \leq d, x \in X, y \in X\} \quad (3.8)$$

$$\min_x \{(f - \lambda)x \mid Ax \leq b, x \in X\} + \min_y \{\lambda y \mid Cy \leq d, y \in X\} \quad (3.9)$$

Este proceso crea un caso de estructura de escalera y por lo tanto el modelo puede ser descompuesto. Nótese que λ no requiere ser no negativo. Observemos también que cuando se dualice una restricción de igualdad, automáticamente una solución factible lagrangiana es óptima para el problema de programación entero original. Las restricciones copiadas son restricciones de igualdad, si ambos subproblemas lagrangianos tienen la misma solución óptima, la solución también es óptima para el problema entero original.

En Guignard y Kim (1987) se demuestra que la cota LD puede dominar estrictamente las cotas LR obtenidas de la dualización de un conjunto de restricciones, en el sentido de que provee una cota más cercana al óptimo del problema original.

Ocasionalmente la partición de las variables puede corresponder a la partición

física de una variable de decisión del problema.

3. Podemos dualizar restricciones de acoplamiento.

Algunas veces, después de alguna reformulación, los problemas pueden contener estructuras independientes ligadas por varias restricciones: $\min(x, y)\{fx + gy \mid Ax \leq b, Cx \leq d, Ex + Fy \leq h, x \in X, y \in Y\}$. Dualizando las restricciones de enlace $Ex + Fy \leq h$ se divide el problema en uno sobre x y otro sobre y . Algunas veces el problema original sólo contiene x y varias reformulaciones introducen una nueva variable y , mientras la relación entre x y y es capturada por una nueva restricción $Ex + Fy \leq h$.

4. Algunas veces es mejor dualizar un conjunto de copias individuales de variables.

En lugar de crear una copia y de la variable x e introducir y en el modelo P para reescribir la restricción $Cx \leq d$ como $Cy \leq d$, dando el modelo equivalente $P' : \min_{x,y}\{fx \mid Ax \leq b, x \in X, Cy \leq d, y \in X, x = y\}$, también se puede crear el problema P'' equivalente al problema P introduciendo una nueva variable y y forzando la restricción $Cy = Cx$. Esta restricción en general es más débil que la restricción $x = y$. El modelo P'' es $\min_{x,y}\{fx \mid Ax \leq b, x \in X, Dy \leq d, y \in X, Cx = Cy\}$. Aquí el LR introducido dualiza la restricción de copia agregada $Cx = Cy$. Nuevamente aquí la restricción copiada es una restricción de igualdad, por lo tanto si el problema lagrangiano tiene soluciones óptimas x y y que satisfacen la copia de la restricción agregada, esto es, si $Cx = Cy$, entonces la solución x es óptima para el problema entero original.

3.3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DUAL LAGRANGIANO

3.3.1 COTAS DUALES Y PRIMALES

Supongamos que tenemos un problema P de optimización combinatoria de minimización, si en una línea vertical representamos el valor de la función objetivo de P (cuanto más arriba se esté en la línea mayor es el valor), entonces en algún lugar de esta línea está la solución óptima al problema P que denotaremos como $v(P)$ (ver figura 3.2).

Conceptualmente, por lo tanto, $v(P)$ divide dicha línea de valor en dos:

- Por encima del valor de la solución óptima $v(P)$, las cotas primales: valores que están por encima del valor de la solución (desconocida) óptima; pueden ser obtenidas mediante soluciones factibles de P .
- Por debajo del valor de la solución óptima $v(P)$, son cotas duales: valores que están por debajo del valor de la solución (desconocida) óptima; pueden ser obtenidas mediante soluciones factibles a la relajación lagrangiana LR_λ .

Con el fin de descubrir el valor de la solución óptima, cualquier algoritmo desarrollado para este objetivo debe abordar estas dos cuestiones, es decir, ocuparse tanto de las cotas inferiores como superiores.

3.3.2 DUAL LAGRANGIANO

Beasley (1992) llama problema de cota inferior lagrangiano, a (LR_λ) , el cual provee una cota por debajo de la solución óptima del problema original P , para algún $\lambda \geq 0$.

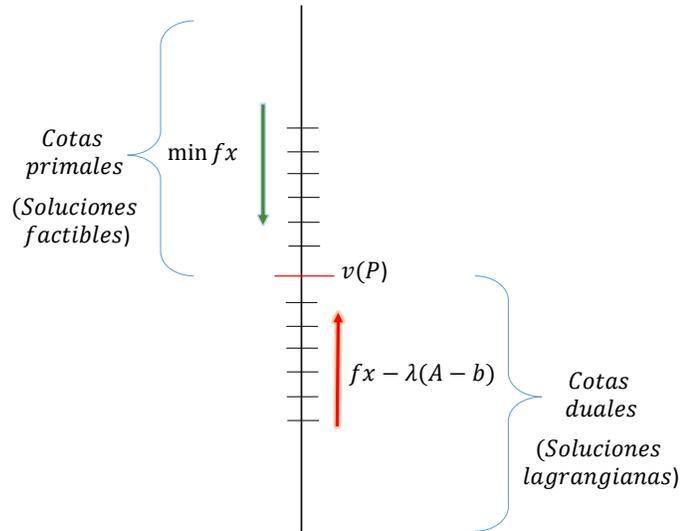


Figura 3.2: Interpretación gráfica de cotas duales y primales para un problema de minimización

Para encontrar los valores de los multiplicadores que dan la máxima cota inferior, esto es, la cota inferior que está lo más cercana posible al valor óptimo, es necesario encontrar los multiplicadores correspondientes, lo cual corresponde a la siguiente definido por (Guignard, 2003).

DEFINICIÓN 3.4 *Se le llama dual lagrangiano de P , al problema que encuentra la mejor cota lagrangiana de $v(P)$, el cual está definido por:*

$$(LR) : \max_{\lambda \geq 0} v(LR_\lambda) \tag{3.10}$$

Idealmente el valor óptimo del programa dual lagrangiano (problema de maximización) es igual al valor óptimo del programa original (problema de minimización). Si los valores óptimos obtenidos en los dos problemas no son iguales, entonces se dice que existe una brecha de dualidad, la cual se mide por la diferencia (relativa) entre los dos valores óptimos (Beasley, 1992).

3.4 MÉTODO DEL SUBGRADIENTE

La optimización por medio del subgradiente es un método iterativo que, a partir de un conjunto inicial de multiplicadores de Lagrange, implica la generación de más multiplicadores, de una forma sistemática. Esto puede ser visto como un procedimiento que intenta maximizar el valor de la cota dual obtenida (cuando el problema original es de minimizar) a partir del problema de cota inferior lagrangiano (es decir, resolver el programa dual lagrangiano, ver sección 3.3) mediante la selección adecuada de los multiplicadores de Lagrange.

Para describir este método Beasley (1992) define el problema P como sigue:

$$(P) : \text{mín } fx \tag{3.11}$$

$$\text{s.a: } Ax \leq b \tag{3.12}$$

$$Cx \leq d \tag{3.13}$$

$$x \in X \tag{3.14}$$

el problema de cota inferior lagrangiano está dado por:

$$(LR_\lambda) : \text{mín } fx + \lambda(Ax - b) \tag{3.15}$$

$$\text{s.a: } Cx \leq d \tag{3.16}$$

$$x \in X \tag{3.17}$$

en el cual su solución da un cota inferior para la solución del problema original P , para cualquier $\lambda \geq 0$.

Haciendo un cambio de notación matricial a notación de suma, las restricciones

relajadas se escriben:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i,$$

donde $i = 1, \dots, m$ y el procedimiento iterativo de optimización básica subgradiente es el siguiente:

- (1) Sea π un parámetro de decisión, con $0 < \pi \leq 2$. Sea Z_{UB} una cota superior del valor óptimo del problema original (puede ser el valor de una solución factible encontrada mediante algún heurístico). Sean (λ_i) , $i = 1, \dots, m$ un conjunto inicial de multiplicadores.
- (2) Se resuelve LR_λ con el conjunto actual de multiplicadores (λ_i) , de multiplicadores, obteniendo una solución (x_j) cuyo valor Z_{LB} es una cota inferior al valor óptimo del problema original.
- (3) Se definen los subgradientes G_i para las restricciones relajadas, evaluando en la solución actual: $G_i = b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j$; $i = 1, \dots, m$.
- (4) Se define un tamaño de paso (escalar) T mediante

$$T = \frac{\pi(Z_{UB} - Z_{LB})}{\sum_{i=1}^m (G_i)^2}.$$

Observe que este tamaño de paso depende de la diferencia entre la actual cota inferior (Z_{LB}) y la cota superior (Z_{UB}) y el parámetro π definido por el usuario con el factor.

- (5) Se actualizan los valores λ_i mediante $\lambda_i = \text{máx}\{0, \lambda_i + TG_i\}$ para cada, $i = 1, \dots, m$. Volver al paso (2) para resolver LR_λ con este nuevo conjunto de multiplicadores.

Tal como se puede observar, el procedimiento iterativo anterior no terminaría nunca, por ello se introduce una regla para su finalización, como las que siguen:

- Limitar el número de iteraciones que se pueden hacer.
- Limitar el valor de π (reduciendo π durante el curso del procedimiento y que termina cuando este sea lo suficientemente pequeño).
- Similar a la anterior, limitar el valor de T (terminar cuando este sea lo suficientemente pequeño).
- Limitar el tiempo de cómputo.

En el capítulo siguiente se mostrará el modelo matemático que soluciona la planeación de distribución de producto asiático, así como sus parámetros, variables y condiciones; además de la problemática presentada la cual llevo al desarrollo de un método de solución el cual consistirá en un heurístico basado en relajación lagrangiana.

CAPÍTULO 4

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Para resolver la problemática de distribución que enfrenta la empresa descrita en el capítulo 2, Morales (2016) ha desarrollado un modelo de programación lineal entera mixta basada en el problema de ubicación de facilidades capacitado, de 4 etapas, multiproductos, multitransporte, con una demanda determinista para distintos periodos de planeación. Mediante la utilización de técnicas exactas el modelo matemático no ha podido alcanzar la solución óptima, no obstante, ésta ha demostrado ser satisfactoria para la planeación de la proveeduría de materia prima asiática, no obstante, mediante la utilización de técnicas alternas es posible alcanzar una solución favorable que implique menor tiempo y esfuerzo computacional.

Este capítulo está dividido en tres secciones: primero el modelo matemático, sus conjuntos, variables, parámetros y restricciones son descritas; en la segunda sección se exponen las cotas superiores que se desarrollaron para este trabajo, con las cuales se logró reducir el espacio de solución y parámetros M del modelo que se mejoraron; por último se explican los problemas por los cuales es necesario el desarrollo de una metodología que aporte una solución eficaz, con un menor consumo computacional y además que ésta sirva a la planeación de la proveeduría del material asiático en cada periodo.

4.1 MODELACIÓN DEL PROBLEMA

En esta sección es descrita la formulación del modelo matemático que resuelve la problemática de la empresa: primeramente se exponen los supuestos sobre los cuales fue modelado el problema de la empresa; después se describe la notación del modelo: sus conjuntos, parámetros y variables; finalmente se muestra el modelo matemático de localización de instalaciones: la función objetivo y restricciones a las que está sujeto el problema, además de una descripción detallada de los mismos.

4.1.1 SUPUESTOS

Los supuestos sobre los que el problema de la empresa fue modelado son los siguientes:

- Las demandas son conocidas.
- Todos los costos son conocidos.
- El inventario inicial es conocido.
- Se conocen seis meses de planeación.
- La escasez no está permitida.
- Todo el material es enviado en tarimas.
- La capacidad de cada instalación es limitada.
- Todos los tipos de transporte tienen capacidad limitada.
- Todos los tipos de contenedor tienen capacidad limitada.
- El producto en trayecto desde los puertos en Asia a la planta en el periodo inicial es conocido.

- El tiempo en que tarda en llegar el producto es considerado de un mes.
- Cada producto requiere múltiples operaciones que se procesan dentro de los centros de trabajo, y se da por hecho que estas son realizadas.
- Si hubiera alguna expeditación, ésta se realiza directamente desde los proveedores hasta la planta.

4.1.2 NOTACIÓN DEL MODELO

Conjuntos

- I Conjunto de proveedores en China.
- J Conjunto de centros de consolidación en China.
- K Conjunto de puertos en China.
- L Conjunto de puertos en América.
- M Conjunto del tipo de transporte en China.
- N Conjunto del tipo de producto a enviar.
- P Conjunto del tipo de embarque.
- R Conjunto del tipo de transporte en América.
- T Conjunto de periodos de tiempo.

Parámetros

- c_{ijmt}^1 Costo por viaje del proveedor i al centro de distribución j con el transporte m en el periodo t .
- c_{jkm}^2 Costo por viaje del centro de consolidación j al puerto k con el transporte m en el periodo t .
- c_{klpt}^3 Costo por viaje del puerto k al puerto l utilizando el embarque p en el periodo t .
- c_{lrt}^4 Costo por viaje del puerto l a la empresa en Monterrey con el transporte r en el periodo t .

- h_{nt} Costo por inventariar el producto n durante el periodo t .
 g_{nt} Costo por expeditar el producto n durante el periodo t .
 f_{jt}^1 Costo de abrir el centro de consolidación j en China en el periodo t .
 f_{kt}^2 Costo de abrir el puerto k en China en el periodo t .
 f_{lt}^3 Costo de abrir el puerto l en Norteamérica en el periodo t .
 q_i^1 Capacidad de la planta i .
 q_j^2 Capacidad de los centros de consolidación j .
 q_k^3 Capacidad de los puertos k en China.
 q_l^4 Capacidad de los puertos l en Norteamérica.
 b_{ijmt}^1 Capacidad de transportar por viaje de la planta i al centro de consolidación j con el transporte m en el periodo t .
 b_{jkm}^2 Capacidad de transportar por viaje del centro de consolidación j al puerto k con el transporte m en el periodo t .
 b_{klpt}^3 Capacidad de transportar por viaje del puerto k al puerto l con el embarque p en el periodo t .
 b_{lrt}^4 Capacidad de transportar por viaje del puerto l a la planta en Monterrey con el transporte r en el periodo t .
 d_{nt} Demanda de la planta en Monterrey del producto n en el periodo t .
 w_n^0 Inventario inicial del producto n .
 x_{klnp}^0 Inventario en trayecto desde el puerto k al puerto l del producto n en el embarque p .

Variables

- x_{ijnmt}^1 Cantidad de tarimas enviadas desde el proveedor i al centro de consolidación j en China del producto n con el transporte m en el periodo t .
 x_{jknmt}^2 Cantidad de tarimas enviadas desde el centro de consolidación j al puerto k en China del producto n con el transporte m en el periodo t .
 x_{klnpt}^3 Cantidad de tarimas enviadas desde el puerto k al puerto l del producto n con el embarque p en el periodo t .
 x_{lnrt}^4 Cantidad de tarimas enviadas desde el puerto l a la empresa en Monterrey del producto n con el transporte r en el periodo t .

- x_{nt}^5 Cantidad de tarimas del producto n expeditados en el periodo t .
- v_{ijmt}^1 Cantidad de viajes realizados del proveedor i al centro de consolidación j utilizando el transporte m en el periodo t .
- $v_{jkm t}^2$ Cantidad de viajes realizados del centro de consolidación j al puerto k utilizando el transporte m en el periodo t .
- v_{klpt}^3 Cantidad de viajes realizados del puerto k al puerto l utilizando el embarque p en el periodo t .
- v_{lrt}^4 Cantidad de viajes realizados del puerto l a la empresa en Monterrey utilizando el transporte r en el periodo t .
- w_{nt} Cantidad de tarimas del producto n a inventariar en Monterrey durante el periodo t .
- y_{jt}^1 Binaria: 1 si se decide abrir el centro de consolidación j en el periodo t y 0 en caso contrario.
- y_{kt}^2 Binaria: 1 si se decide abrir el puerto k en el periodo t y 0 en caso contrario.
- y_{lt}^3 Binaria: 1 si se decide abrir el puerto l en el periodo t y 0 en caso contrario.
- u_{ijt} Binaria: 1 si se decide abastecer el centro de consolidación j desde la planta i en el periodo t y 0 en caso contrario.

4.1.3 MODELACIÓN DEL PROBLEMA

Dada la notación anterior, el modelo queda formulado como el siguiente programa lineal entero mixto:

$$\begin{aligned}
Z = \text{mín} & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} f_{jt}^1 y_{jt}^1 \\
& + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{jkm t}^2 v_{jkm t}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} f_{kt}^2 y_{kt}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} c_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \\
& + \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} f_{lt}^3 y_{lt}^3 + \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} c_{lrt}^4 v_{lrt}^4 + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} h_{nt} w_{nt} + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} g_{nt} x_{nt}^5
\end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\text{s.a: } \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 + x_{nt}^5 + w_{n,t-1} = d_{nt} + w_{nt} \quad \forall n, t \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} x_{ijnmt}^1 \leq q_{in}^1 \quad \forall i, n \quad (4.3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{jknmt}^2 \leq q_j^2 \quad \forall j \quad (4.4)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{klpnt}^3 \leq q_k^3 \quad \forall k \quad (4.5)$$

$$\sum_{n \in N} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} x_{lnrt}^4 \leq q_l^4 \quad \forall l \quad (4.6)$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq My_{jt}^1 \quad \forall i, j, n, m, t \quad (4.7)$$

$$x_{jknmt}^2 \leq My_{kt}^2 \quad \forall j, k, n, m, t \quad (4.8)$$

$$x_{klp,t-1}^3 \leq My_{lt}^3 \quad \forall k, l, n, p, t \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{m \in M} x_{ijnmt}^1 = \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, n, t \quad (4.10)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 = \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} x_{klpnt}^3 \quad \forall k, n, t \quad (4.11)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P} x_{klp,t-1}^3 = \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, n, t \quad (4.12)$$

$$b_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 \geq \sum_{n \in N} x_{ijnmt}^1 \quad \forall i, j, m, t \quad (4.13)$$

$$b_{jkm,t}^2 v_{jkm,t}^2 \geq \sum_{n \in N} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, k, m, t \quad (4.14)$$

$$b_{klp,t}^3 v_{klp,t}^3 \geq \sum_{n \in N} x_{klpnt}^3 \quad \forall k, l, p, t \quad (4.15)$$

$$b_{l,r,t}^4 v_{l,r,t}^4 \geq \sum_{n \in N} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, r, t \quad (4.16)$$

$$\sum_{j \in J} u_{ijt} \leq 1 \quad \forall i, t \quad (4.17)$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq Mu_{ijt} \quad \forall i, j, n, m, t \quad (4.18)$$

$$v_{ijmt}^1, v_{jkm,t}^2, v_{klp,t}^3, v_{l,r,t}^4, w_{nt} \in \mathbb{Z}^+ \quad (4.19)$$

$$y_{jt}^1, y_{kt}^2, y_{lt}^3, u_{ijt} \in \{0, 1\} \quad (4.20)$$

$$x_{ijnmt}^1, x_{jknmt}^2, x_{klpnt}^3, x_{lnrt}^4, x_{nt}^5 \geq 0 \quad (4.21)$$

La función objetivo comprendida en el modelo se encarga de minimizar los costos totales, los cuales, son enlistados a continuación por orden de aparición en la función objetivo:

- Costos de transportar la materia prima desde los proveedores a los centros de consolidación: este costo depende del tipo de transporte utilizado y el periodo.
- Costo de transportar la materia prima desde los centros de consolidación a los puertos en Asia.
- Costo de transportar la materia prima desde los puertos en Asia a los puertos en América.
- Costo de transportar la materia prima desde los puertos en América a la planta de producción en Monterrey, Nuevo León, México.
- Costos fijos de abrir un centro de consolidación en el periodo de planeación actual.
- Costos fijos de utilizar los puertos en Asia en el periodo actual.
- Costo de utilizar alguno de los puertos en América en el periodo actual.
- Costo de mantener inventario en Monterrey.
- Costo de expeditar material a la planta en Monterrey.

La ecuación (4.2) representa el balance demanda-inventario, la cual garantiza que la demanda siempre sea satisfecha y calcula la cantidad de producto a inventariar. El conjunto de restricciones (4.3), (4.4), (4.5) y (4.6) aseguran que la cantidad de tarimas requeridas no sobrepasen la capacidad de las plantas de los proveedores, centros de consolidación y los puertos en Asia y América, respectivamente. Las restricciones (4.7), (4.8) y (4.9) garantizan que no se envíen tarimas a un centro de consolidación, puerto en Asia o América que no esté abierto. Las ecuaciones (4.10), (4.11) y (4.12) son restricciones de balance, vigilan que no se quede materia prima

durante el transcurso de las etapas, todo lo que salga de los proveedores tiene que llegar a la planta en Monterrey. Las restricciones (4.13), (4.14), (4.15) y (4.16) calculan la cantidad de viajes o de camiones a utilizar de acuerdo con la capacidad del transporte o embarque. El grupo de restricciones (4.17) y (4.18) garantizan que un proveedor abastezca a un solo centro de consolidación, durante el periodo actual. Finalmente (4.19), (4.20) y (4.21) son restricciones lógicas: variables enteras, binarias y no negatividad.

4.2 PARÁMETROS Y COTAS

En esta sección se describen dos aportaciones hechas para mejorar la eficiencia computacional del modelo de programación lineal entero mixto de localización de instalaciones capacitado, que fue desarrollado para la planeación de proveeduría de material asiático.

4.2.1 COTAS SUPERIORES

En el modelo, las cantidades M son parámetros auxiliares para representar una situación. De acuerdo a los expertos dichos parámetros no deben ser tan grandes que los métodos numéricos de solución del modelo y, por supuesto, ni tan pequeños que eliminen soluciones factibles. Para este trabajo se calcularon parámetros para las restricciones (4.7), (4.8), (4.9) y (4.18), los cuales son más eficientes que los usados por Morales (2016).

Para el conjunto de restricciones (4.7) y (4.18) el valor de la cota M^1 no puede exceder las capacidades del punto de origen que son los proveedores, del punto de destino que son los centros de consolidación, ni tampoco el total de la demanda futura; por lo que se propone como:

$$M_{ijnt}^1 = \min \left\{ q_{ni}^1, q_j^2, \sum_{s=t}^T d_{ns} \right\}$$

El valor de la cota M^2 en el conjunto de restricciones de (4.8), similarmente a la anterior, no debe exceder las capacidades del punto de origen que son los centros de consolidación, del punto de destino que son los puertos en Asia, ni tampoco el total de la demanda futura; por lo que se define como:

$$M_{jknt}^2 = \min \left\{ q_j^2, q_k^3, \sum_{s=t}^T d_{ns} \right\}$$

Finalmente, para el conjunto de restricciones (4.9), el valor de la cota M^3 , análogamente a los casos anteriores, no debe exceder las capacidades del punto de origen que son los puertos en Asia, del punto de destino que son los puertos en América, ni tampoco el total de la demanda futura; por lo que se obtiene de:

$$M_{klnt}^3 = \min \left\{ q_k^3, q_l^4, \sum_{s=t}^T d_{ns} \right\}$$

4.2.2 COTAS PROPUESTAS

En este trabajo se proponen cotas superiores para los conjuntos de variables x y v , las cuales mejoraron el desempeño computacional del modelo original. Para el cálculo de dichas cotas son utilizados los valores de los parámetros M_{ijnt}^1 , M_{jknt}^2 y M_{klnt}^3 mostrados anteriormente. A continuación se muestran las distintas cotas desarrolladas.

Cotas superiores para las variables continuas

Para las variables x_{ijnmt}^1 , la cota superior está dada por la cantidad máxima de tarimas a enviar desde i a j en el tiempo t , por lo cual no puede exceder la capacidad del punto de origen, la capacidad del punto de destino, ni tiene caso que exceda el total de la demanda futura, por lo cual la cota superior estaría dada por $\hat{x}_{ijnmt}^1 = M_{ijnt}^1$.

De forma similar al anterior caso, la cota superior para las variables x_{jknmt}^2 es la cantidad máxima de tarimas a enviar desde j a k en el tiempo t , por lo que no puede exceder la capacidad del punto de origen, la capacidad del punto de destino, ni tiene caso que exceda el total de la demanda futura, por ello la cota superior es definida por $\hat{x}_{jknmt}^2 = M_{jknt}^2$.

Análogamente, la cota superior para la variable x_{klnpt}^3 es la cantidad máxima de tarimas a enviar desde k a l en el tiempo t , en donde no se debe de exceder la capacidad del punto de origen, la capacidad del punto de destino, ni exceder el total de la demanda futura, entonces su cota superior se define como $\hat{x}_{klnpt}^3 = M_{klnpt}^3$.

La cota superior para la variable x_{lnrt}^4 es la cantidad máxima de tarimas a enviar desde l a la empresa en Monterrey en el tiempo t , en esta no debe ser excedida la capacidad del punto de origen que son los puertos en Asia, ni la demanda total de la planta, por lo que se define $\hat{x}_{lnrt}^4 = M_{lnrt}^4$, donde

$$M_{lnrt}^4 = \min \left\{ q_l^4, \sum_{s=t}^T d_{ns} \right\}$$

Por último, la cota superior para las variables x_{nt}^5 es la cantidad máxima de tarimas a expeditar en el tiempo t , en la que no debe de excederse las capacidades de los proveedores ni la demanda de la planta, por lo cual se define $\hat{x}_{nt}^5 = M_{nt}^5$, donde

$$M_{nt}^5 = \min \left\{ \sum_i q_{n,i}^1, \sum_{s=t}^T d_{ns} \right\}$$

Cotas superiores para las variables enteras

Para las variables v_{ijmt}^1 , la cota correspondiente es la cantidad máxima de viajes de i a j con el transporte m en el tiempo t y estaría dada por la cantidad de flujo máximo de los proveedores a los centros de consolidación entre la capacidad del transporte a emplear, es decir:

$$\hat{v}_{ijmt}^1 = \left\lfloor \frac{\sum_n \hat{x}_{ijnmt}^1}{b_{ijmt}^1} \right\rfloor$$

En las variables v_{jkm}^2 , la cota está representada por la cantidad máxima de viajes de j a k con el transporte m en el tiempo t , la cual está restringida por la cantidad de flujo máximo desde los centros de consolidación hasta los puertos en Asia; esta se define como:

$$\hat{v}_{jkm}^2 = \left\lfloor \frac{\sum_n \hat{x}_{jknmt}^2}{b_{jkm}^2} \right\rfloor$$

Para las variables v_{klpt}^3 , la cota correspondiente es la cantidad máxima de viajes de k a l con el tipo de embarque p en el tiempo t , la cual está definida por la cantidad de flujo máximo de los puertos en Asia al puerto seleccionado en América, lo que se representa por la ecuación:

$$\hat{v}_{klpt}^3 = \left[\frac{\sum \hat{x}_{klnpt}^3}{b_{klpt}^3} \right]$$

En las variables v_{lrt}^4 , la cota está representada por la cantidad máxima de viajes de l a empresa con el transporte r en el tiempo t , dada por la cantidad de flujo máximo desde el puerto en América a la planta en Nuevo León, la cual es:

$$\hat{v}_{lrt}^4 = \left[\frac{\sum \hat{x}_{lnrt}^4}{b_{lrt}^4} \right]$$

En el conjunto de las variables w_{nt} , la cota es la cantidad máxima de inventario del producto n el tiempo t , definida por el inventario inicial y demanda total de la planta, por lo que se define por:

$$\hat{w}_{nt} = w_n^0 + \sum_{s=t}^T d_{ns}$$

4.3 DIFICULTAD DEL PROBLEMA

A continuación se muestran las dimensiones del modelo matemático desarrollado y las características que lo hacen difícil de resolver, excediendo la memoria computacional al resolver la caso real.

4.3.1 DIMENSIONES DEL MODELO

Uno de los motivos por los que el modelo consume gran parte de la memoria computacional son las dimensiones del caso real de la empresa; las cuales están determinadas por los conjuntos declarados en la sección 4.2. Los proveedores en China, definidos por el conjunto I , con $|I| = 9$; el conjunto de los centros de consolidación en Asia J , con $|J| = 5$; el de los puertos en Asia K , con $|K| = 5$ y, por último, el de los puertos en América representado por L , con $|L| = 2$. Además de que las plantas en Asia proveen 22 distintos artículos, utilizando 1 tipo de transporte en Asia, 2 en América y 3 tipos de embarques (20, 40 pies y consolidados) y el horizonte de planeación de la empresa es de 6 periodos.

La cantidad de restricciones y variables de decisión son presentadas a continuación en términos de los conjuntos ya mencionados y en su valor para la instancia actual (ver tablas 4.1 y 4.2). A partir de este punto, cada vez que hagamos referencia a la cardinalidad de un conjunto, éste se marcará con negritas, por ejemplo: $\mathbf{I} = |I|$.

Tabla 4.1: Total de variables

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	$\mathbf{JNMT(I+K) + NT(LKP+LR+1)}$	13,860
Enteras (no-binarias)	$\mathbf{T(IJM+JKM+KLP+N)+LR}$	736
Binarias	$\mathbf{T(J+K+L+IJ)}$	342
Holgura	$\mathbf{MT(2IJN+JKN+IJ+IK)+}$ $\mathbf{+KLPT(1+N)+I(N+T)+}$ $\mathbf{+LRT+J+K+L}$	20,148
Total		35,086

De acuerdo a lo anterior, las dimensiones del modelo constan de 35,086 variables de decisión: entre continuas, enteras (no binarias), binarias y de holgura, y 21,997 restricciones; por lo que consta de una dimensión total de 771,786,742 entradas en la matriz de coeficientes tecnológicos. Además, el modelo desarrollado contiene al

Tabla 4.2: Total de restricciones

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Igualdad	$NT(1+T+K+L)$	1,848
Desigualdad	$MT(2IJN+JKN+IJ+IK)+$ $+KLPT(1+N)+I(N+T)+$ $+LRT+J+K+L$	20,148
Total		21,997

problema de selección de instalaciones y el problema de asignación de instalaciones, lo que lo hace candidato a ser un problema de tipo NP-difícil, posiblemente esta sea una de las principales causas por las que el modelo consume mucho esfuerzo computacional.

En las primeras experimentaciones del modelo se utilizó la herramienta GAMS con CPLEX versión 12, ejecutada en una computadora Intel Xeon E52697v2 2.7GHz con 12 cores, una memoria RAM de 64 Gb y un disco duro de 1 Tb, en un servidor DELL PowerEdge T620, para dar solución al problema original de la empresa. Sin embargo, no fue posible alcanzar la solución óptima debido a que se termina la memoria computacional en menos de 1 hora.

Pese a las dificultades encontradas al intentar resolver el modelo matemático con un método exacto de solución, aprovechar el modelo ya desarrollado es una opción viable debido a que existen herramientas eficientes de solución para los problemas de localización de instalaciones, como ya se mostró en el capítulo 2, en los que las soluciones encontradas son satisfactorias y son obtenidas en tiempos razonables.

En el capítulo siguiente se mostrarán las herramientas desarrolladas para la solución del modelo basadas en relajación lagrangiana.

CAPÍTULO 5

RELAJACIONES LAGRANGIANAS PROPUESTAS

En este capítulo se presentan las 3 relajaciones lagrangianas propuestas dada la estructura del programa lineal entero mixto para el problema de localización de instalaciones capacitado mostrado en el capítulo 4. Se logró realizar 3 propuestas en las que se relajó lagrangianamente familias de restricciones para cada una de ellas provocando distintas reacciones en los resultados del modelo; haciendo que el problema lagrangiano sea más fácil de resolver que el problema original. A continuación se muestran dichas relajaciones, sus propiedades de descomposición, dimensiones así como los problemas logísticos que podrían incurrir al ser resuelto el problema con dichas relajaciones.

5.1 RELAJACIÓN LAGRANGIANA EN LAS ECUACIONES DE BALANCE

Para esta propuesta se relajan las restricciones de balance que están representadas por las ecuaciones (4.10), (4.11) y (4.12); éstas garantizan que todo el producto que es enviado desde los proveedores en Asia llegue a la planta en Monterrey. Al

relajar lagrangianamente dichas restricciones da como resultado la función objetivo siguiente:

$$\begin{aligned}
Z^1 = \min & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} f_{jt}^1 y_{jt}^1 \\
& + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{jkmt}^2 v_{jkmt}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} f_{kt}^2 y_{kt}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} c_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \\
& + \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} f_{lt}^3 y_{lt}^3 + \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} c_{lrt}^4 v_{lrt}^4 + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} h_{nt} w_{nt} + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} g_{nt} x_{nt}^5 \\
& + \sum_{j \in J} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} \alpha_{jnt} \left[\sum_{i \in I} \sum_{m \in M} x_{ijnmt}^1 - \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 \right] \\
& + \sum_{k \in K} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} \beta_{knt} \left[\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 - \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} x_{kl npt}^3 \right] \\
& + \sum_{i \in I} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} \gamma_{lnt} \left[\sum_{k \in K} \sum_{p \in P} x_{kl npt}^3 - \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 \right]
\end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\text{s.a: } \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 + x_{nt}^5 + w_{n,t-1} = d_{nt} + w_{nt} \quad \forall n, t \tag{5.2}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} x_{ijnmt}^1 \leq q_{in}^1 \quad \forall i, n \tag{5.3}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{jknmt}^2 \leq q_j^2 \quad \forall j \tag{5.4}$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{kl npt}^3 \leq q_k^3 \quad \forall k \tag{5.5}$$

$$\sum_{n \in N} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} x_{lnrt}^4 \leq q_l^4 \quad \forall l \tag{5.6}$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq M y_{jt}^1 \quad \forall i, j, n, m, t \tag{5.7}$$

$$x_{jknmt}^2 \leq M y_{kt}^2 \quad \forall j, k, n, m, t \tag{5.8}$$

$$x_{kl npt}^3 \leq M y_{lt}^3 \quad \forall k, l, n, p \tag{5.9}$$

$$b_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 \geq \sum_{n \in N} x_{ijnmt}^1 \quad \forall i, j, m, t \tag{5.10}$$

$$b_{jkmt}^2 v_{jkmt}^2 \geq \sum_{n \in N} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, k, m, t \tag{5.11}$$

$$b_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \geq \sum_{n \in N} x_{klnpt}^3 \quad \forall k, l, p, t \quad (5.12)$$

$$b_{lrt}^4 v_{lrt}^4 \geq \sum_{n \in N} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, r, t \quad (5.13)$$

$$\sum_{j \in J} u_{ijt} \leq 1 \quad \forall i, t \quad (5.14)$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq M u_{ijt} \quad \forall i, j, n, m, t \quad (5.15)$$

$$v_{ijmt}^1, v_{jkmt}^2, v_{klpt}^3, v_{lr}^4, w_{nt} \in \mathbb{Z}^+ \quad (5.16)$$

$$y_{jt}^1, y_{kt}^2, y_{lt}^3, u_{ijt} \in \{0, 1\} \quad (5.17)$$

$$x_{ijnmt}^1, x_{jknmt}^2, x_{klnpt}^3, x_{lnrt}^4, x_{nt}^5 \geq 0 \quad (5.18)$$

con α_{jnt} , β_{knt} y γ_{lnt} irrestrictas.

El problema anterior se descompone en 4 subproblemas independientes de localización de instalaciones capacitadas, multiproducto, multitransporte, multiperiodo de una sola etapa (uno por cada etapa comprendida dentro del modelo original), dado que el conjunto de restricciones que se han relajado representan la interacción entre dichas etapas. A continuación se muestra la función objetivo y restricciones a las que está sujeta cada uno de estos subproblemas.

En las figuras mostradas en este capítulo para representar el aprovisionamiento de producto asiático en cada uno de los subproblemas: los íconos que representan los nodos de distribución (centro de consolidación, puertos en Asia y América) son mostrados en color negro cuando estos se encuentran abiertos y en un color gris cuando están cerrados; una línea punteada dirigida desde un nodo a otro representa que el segundo será aprovisionado por el primero.

5.1.1 PROBLEMA LAGRANGIANO PARA LA PRIMERA ETAPA (PROVEEDORES EN ASIA)

$$\begin{aligned}
Z_{IJ}^1 = \text{mín} \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} f_{jt}^1 y_{jt}^1 \\
& + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \alpha_{jnt} x_{ijnmt}^1
\end{aligned} \tag{5.19}$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} x_{ijnmt}^1 \leq q_{in}^1 \quad \forall i, n \tag{5.20}$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq M y_{jt}^1 \quad \forall i, j, n, m, t \tag{5.21}$$

$$b_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 \geq \sum_{n \in N} x_{ijnmt}^1 \quad \forall i, j, m, t \tag{5.22}$$

$$\sum_{j \in J} u_{ijt} \leq 1 \quad \forall i, t \tag{5.23}$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq M u_{ijt} \quad \forall i, j, n, m, t \tag{5.24}$$

$$v_{ijmt}^1 \in \mathbb{Z}^+ \tag{5.25}$$

$$y_{jt}^1, u_{ijt} \in \{0, 1\} \tag{5.26}$$

$$x_{ijnmt}^1 \geq 0 \tag{5.27}$$

Este subproblema relajado resuelve la proveeduría de material asiático para la primera etapa de distribución, esto es, decide cómo el producto debe ser enviado desde los proveedores hasta los centros de consolidación en Asia (ver figura 5.1). En el problema se minimizan costos por viaje del proveedor al centro de consolidación, costos fijos de abrir un centro de consolidación y la penalización por cada tarima enviada de más durante esa etapa. En este problema se hace la selección de los centros de consolidación a ser utilizados y desde que fábrica son provisionados, sin sobrepasar la capacidad de producción de estas; se restringe que un proveedor no pueda enviar producto a más de un centro de consolidación y este tiene que estar

abierto y por último cuenta el número de viajes que se deben realizar durante la etapa.

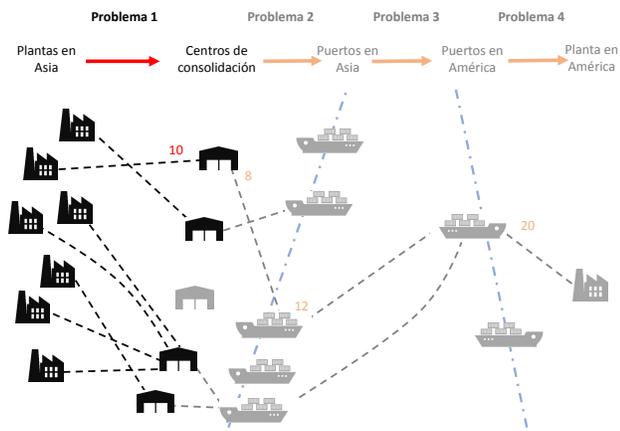


Figura 5.1: Aprovisionamiento de producto etapa 1

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.1 y 5.2.

Tabla 5.1: Total de variables problema etapa 1

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	$IJNT$	5,940
Enteras (no-binarias)	$IJMT$	270
Binarias	$IJ(1+T)$	315
Holgura	$IN+IJMT(2N+1)+IT$	12,402
Total		18,927

Tabla 5.2: Total de restricciones problema etapa 1

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Desigualdad	$\mathbf{IN+IJMT(2N+1)+IT}$	12,402
Total		12,403

5.1.2 PROBLEMA LAGRANGIANO PARA LA SEGUNDA ETAPA (CENTROS DE CONSOLIDACIÓN EN ASIA)

$$\begin{aligned}
Z_{JK}^1 = \text{mín} \quad & \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{jkm}^2 v_{jkm}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} f_{kt}^2 y_{kt}^2 \\
& + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} [\beta_{knt} - \alpha_{jnt}] x_{jknmt}^2
\end{aligned} \tag{5.28}$$

$$\text{s.a: } \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{jknmt}^2 \leq q_j^2 \quad \forall j \tag{5.29}$$

$$x_{jknmt}^2 \leq M y_{kt}^2 \quad \forall j, k, n, m, t \tag{5.30}$$

$$b_{jkm}^2 v_{jkm}^2 \geq \sum_{n \in N} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, k, m, t \tag{5.31}$$

$$v_{jkm}^2 \in \mathbb{Z}^+ \tag{5.32}$$

$$y_{kt}^2 \in \{0, 1\} \tag{5.33}$$

$$x_{jknmt}^2 \geq 0 \tag{5.34}$$

En el segundo subproblema se planea el aprovisionamiento de la materia prima asiática en la segunda etapa, así como la selección de los puertos en Asia a utilizar en el periodo de planeación (ver figura 5.2). Se minimizan los costos de los viajes realizados, costos fijos de utilización de un puerto en Asia y penalización por las tarimas transportadas desde los centros de consolidación a los puertos seleccionados;

sujeto a la capacidad de los puertos en Asia a ser utilizados y la cantidad de viajes desde el puerto en Asia al puerto en América.

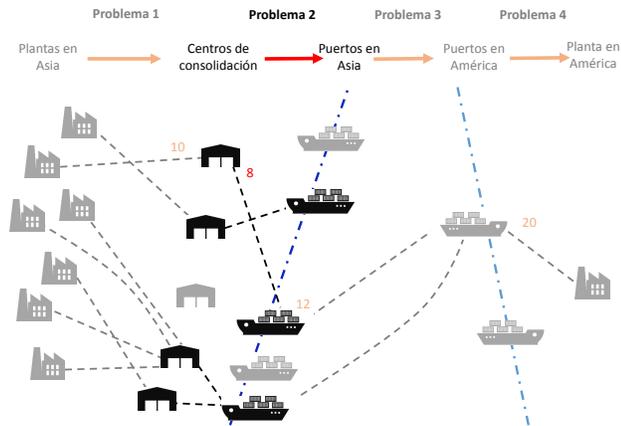


Figura 5.2: Aprovisionamiento de producto etapa 2

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.3 y 5.4.

Tabla 5.3: Total de variables problema etapa 2

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	$JKNMT$	3,300
Enteras (no-binarias)	$JKMT$	150
Binarias	KT	30
Holgura	$J+JKMT(N+1)$	3,455
Total		6,935

Tabla 5.4: Total de restricciones problema etapa 2

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Desigualdad	$\mathbf{J+JKMT(N+1)}$	3,455
Total		3,456

5.1.3 PROBLEMA LAGRANGIANO PARA LA TERCERA ETAPA (PUERTOS EN ASIA)

$$\begin{aligned}
Z_{KL}^1 = \text{mín} \quad & \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} c_{klpt}^3 v_{klpt}^3 + \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} f_{lt}^3 y_{lt}^3 \\
& - \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{n \in N} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} \beta_{knt} x_{klnpt}^3 + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{n \in N} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} \gamma_{lnt} x_{klnp,t-1}^3
\end{aligned} \tag{5.35}$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{klnpt}^3 \leq q_k^3 \quad \forall k \tag{5.36}$$

$$x_{klnp,t-1}^3 \leq M y_{lt}^3 \quad \forall k, l, n, p, t \tag{5.37}$$

$$b_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \geq \sum_{n \in N} x_{klnpt}^3 \quad \forall k, l, p, t \tag{5.38}$$

$$v_{klpt}^3 \in \mathbb{Z}^+ \tag{5.39}$$

$$y_{lt}^3 \in \{0, 1\} \tag{5.40}$$

$$x_{klnpt}^3 \geq 0 \tag{5.41}$$

En este subproblema la planeación del aprovisionamiento de la materia prima asiática es realizada para la tercera etapa, comprendida desde los puertos en Asia a los puertos en América, además la selección de los puertos en América a utilizar en el periodo de planeación (ver figura 5.3). Se minimizan los costos de los viajes realizados, costos fijos de utilización de un puerto en América y penalización por las

tarimas transportadas desde cada puerto en Asia a los puertos en América; sujeto a la capacidad los puertos a ser utilizados y la cantidad de viajes desde el puerto en Asia al puerto en América.

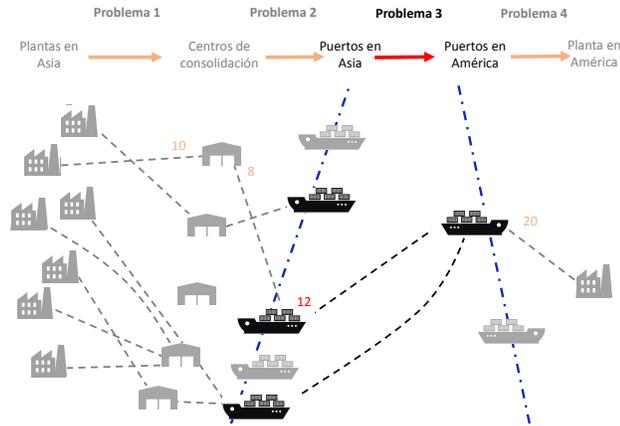


Figura 5.3: Aprovisionamiento de producto etapa 3

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.5 y 5.6.

Tabla 5.5: Total de variables problema etapa 3

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	$KLNP$	3,960
Enteras (no-binarias)	$KLPT$	180
Binarias	LT	12
Holgura	$K+KLPT(N+1)$	4,145
Total		8,297

Tabla 5.6: Total de restricciones problema etapa 3

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Desigualdad	$\mathbf{K+KLPT(N+1)}$	4,145
Total		4,146

5.1.4 PROBLEMA LAGRANGIANO PARA LA CUARTA ETAPA (PUERTOS EN AMÉRICA)

$$Z_L^1 = \min \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} c_{lrt}^4 v_{lrt}^4 + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} h_{nt} w_{nt} + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} g_{nt} x_{nt}^5 - \sum_{i \in L} \sum_{n \in N} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} \gamma_{lnt} x_{lnrt}^4 \quad (5.42)$$

$$\text{s.a: } \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 + x_{nt}^5 + w_{n,t-1} = d_{nt} + w_{nt} \quad \forall n, t \quad (5.43)$$

$$\sum_{n \in N} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} x_{lnrt}^4 \leq q_l^4 \quad \forall l \quad (5.44)$$

$$b_{lrt}^4 v_{lrt}^4 \geq \sum_{n \in N} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, r, t \quad (5.45)$$

$$v_{lr}^4, w_{nt} \in \mathbb{Z}^+ \quad (5.46)$$

$$x_{lnrt}^4, x_{nt}^5 \geq 0 \quad (5.47)$$

Para el cuarto subproblema se hace la planeación de la proveeduría de materia prima desde el puerto en Asia a la planta localizada en Nuevo León comprendida por la cuarta etapa (ver figura 5.4). En este problema se minimizan los costos por los viajes realizados del puerto a la planta, costos de expediciones, costos por mantener inventario en la planta y costos por cada tarima que es transportada desde el puerto; satisfaciendo la demanda, calculando la cantidad de viajes desde el puerto a la planta y sin sobrepasar la capacidad del puerto seleccionado en Asia.

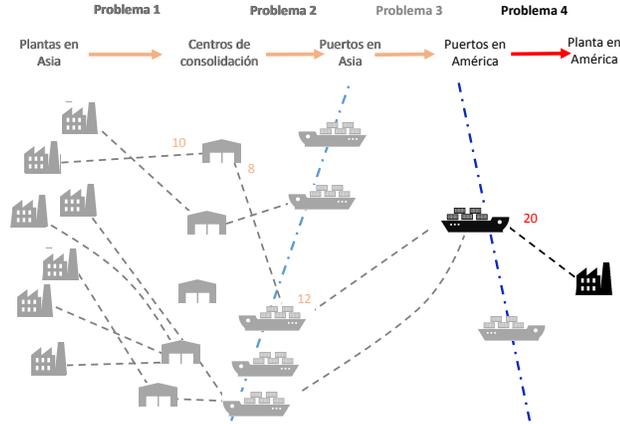


Figura 5.4: Aprovisionamiento de producto etapa 4

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.7 y 5.8.

Tabla 5.7: Total de variables problema etapa 4

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	$NT(LR+1)$	116
Enteras (no-binarias)	$LR+NT$	136
Holgura	$L+LRT$	26
Total		272

5.1.5 SOLUCIÓN INTEGRAL DE LA RELAJACIÓN 1

De acuerdo a lo anterior la relajación 1 sería resuelta a través de sus subproblemas que son significativamente menores, donde la cota en esta relajación lagrangiana queda dada por la ecuación

$$Z^1 = Z_{IJ}^1 + Z_{JK}^1 + Z_{KL}^1 + Z_L^1.$$

Como ya se mencionó anteriormente, el modelo es descompuesto en 4 subproblemas que se resuelven independientemente uno de otro, esto dado que se han

Tabla 5.8: Total de restricciones problema etapa 4

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Igualdad	NT	132
Desigualdad	L+LRT	26
Total		159

relajado lagrangianamente las restricciones que representan la interacción entre las etapas. Como consecuencia de esto, el envío de productos puede ser suministrado y recibido desde diferentes puntos y en cantidades distintas; es decir, que puede que no coincidan los centros de consolidación en Asia abiertos entre el problema de la primera y el de la segunda etapa; los puertos en Asia abiertos en los problema de la segunda y el de la tercera etapa y los puertos abiertos en América entre los problemas de la tercera y cuarta etapa. Además, podría existir un desbalance entre el producto que se envía y el que se recibe entre un problema y otro (ver figura 5.5).

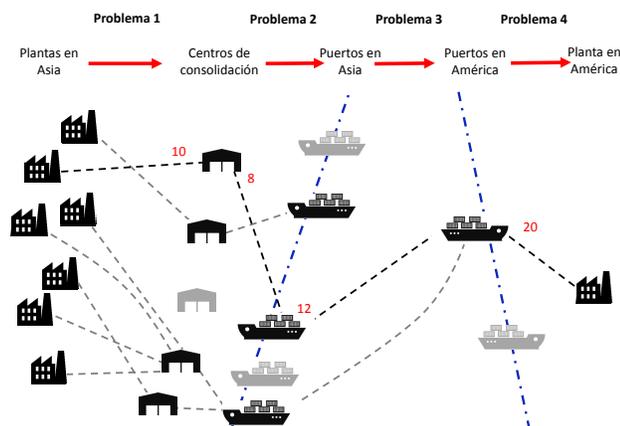


Figura 5.5: Posibles problemas logísticos relacionados en la relajación 1

5.2 RELAJACIÓN LAGRANGIANA EN ECUACIONES DE CAPACIDAD E INVENTARIO

Para la segunda propuesta, son dualizadas las restricciones (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), (4.6), (4.9) y (4.12); la ecuación (4.2), de balance demanda-inventario, calcula la cantidad de producto a inventariar satisfaciendo la demanda en cada periodo. Las restricciones de (4.3) a (4.6) limitan la capacidad de las plantas, los centros de consolidación, y los puertos en Asia, y los puertos en América, respectivamente. El conjunto de restricciones (4.9) evita que se envíe producto a un puerto en América que esté cerrado y la restricción (4.12) corresponde al balance del producto en el puerto en América.

Tras dualizar estas restricciones se observa que cada componente de la función objetivo se suma sobre T y que cada familia de restricciones se indexa, por lo tanto el problema es separable en un subproblema para cada t en T , es decir, en \mathbf{T} subproblemas independientes con la función objetivo:

$$\begin{aligned}
Z_t^2 = & \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} c_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 + \sum_{j \in J} f_{jt}^1 y_{jt}^1 \\
& + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} c_{jkmt}^2 v_{jkmt}^2 + \sum_{k \in K} f_{kt}^2 y_{kt}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} c_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \\
& + \sum_{l \in L} f_{lt}^3 y_{lt}^3 + \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} c_{lrt}^4 v_{lrt}^4 + \sum_{n \in N} h_{nt} w_{nt} + \sum_{n \in N} g_{nt} x_{nt}^5 \\
& + \sum_{n \in N} \sigma_{nt} \left[\sum_{l \in L} \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 + x_{nt}^5 + w_{n,t-1} - d_{nt} - w_{nt} \right] \\
& + \sum_{i \in I} \sum_{n \in N} \delta_{in} \left[\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} x_{ijnmt}^1 - q_{in}^1 \right] + \sum_{j \in J} \varepsilon_j \left[\sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} x_{jknmt}^2 - q_j^2 \right] \\
& + \sum_{k \in K} \eta_k \left[\sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} x_{kl npt}^3 - q_k^3 \right] + \sum_{l \in L} \theta_l \left[\sum_{n \in N} \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 - q_l^4 \right] \\
& + \sum_{i \in L} \sum_{n \in N} \gamma_{ln} \left[\sum_{k \in K} \sum_{p \in P} x_{kl n p, t-1}^3 - \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 \right] \\
& + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{n \in N} \sum_{p \in P} \varrho_{kl npt} [x_{kl n p, t-1}^3 - M y_{it}^3]
\end{aligned} \tag{5.48}$$

$$\text{s.a.: } x_{ijnmt}^1 \leq M y_{jt}^1 \quad \forall i, j, n, m \tag{5.49}$$

$$x_{jknmt}^2 \leq M y_{kt}^2 \quad \forall j, k, n, m \tag{5.50}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{m \in M} x_{ijnmt}^1 = \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, n \tag{5.51}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 = \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} x_{kl npt}^3 \quad \forall k, n \tag{5.52}$$

$$b_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 \geq \sum_{n \in N} x_{ijnmt}^1 \quad \forall i, j, m \tag{5.53}$$

$$b_{jkmt}^2 v_{jkmt}^2 \geq \sum_{n \in N} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, k, m \tag{5.54}$$

$$b_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \geq \sum_{n \in N} x_{kl npt}^3 \quad \forall k, l, p \tag{5.55}$$

$$b_{lrt}^4 v_{lrt}^4 \geq \sum_{n \in N} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, r \tag{5.56}$$

$$\sum_{j \in J} u_{ijt} \leq 1 \quad \forall i \tag{5.57}$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq M u_{ijt} \quad \forall i, j, n, m \tag{5.58}$$

$$v_{ijmt}^1, v_{jkmt}^2, v_{klpt}^3, v_{lr}^4, w_{nt} \in \mathbb{Z}^+ \quad (5.59)$$

$$y_{jt}^1, y_{kt}^2, y_{lt}^3, u_{ijt} \in \{0, 1\} \quad (5.60)$$

$$x_{ijnmt}^1, x_{jknmt}^2, x_{klnpt}^3, x_{lnrt}^4, x_{nt}^5 \geq 0 \quad (5.61)$$

Donde $\delta_{in}, \varepsilon_j, \eta_k, \theta_l$ y ϱ_{klnpt} son ≥ 0 y además σ_{nt} y γ_{lnt} irrestrictas; dando como resultado la división del mismo en cuatro subproblemas independientes que se describen cada uno a continuación.

5.2.1 PROBLEMA LAGRANGIANO DE PROVEEDORES A PUERTO EN AMÉRICA

$$\begin{aligned} Z_{IL}^2(t) = \text{mín} & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} c_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 + \sum_{j \in J} f_{jt}^1 y_{jt}^1 \\ & + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} c_{jkmt}^2 v_{jkmt}^2 + \sum_{k \in K} f_{kt}^2 y_{kt}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} c_{klpt}^3 v_{klpt}^3 + \sum_{l \in L} f_{lt}^3 y_{lt}^3 \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{n \in N} \delta_{in} \left[\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} x_{ijnmt}^1 - q_{in}^1 \right] + \sum_{j \in J} \varepsilon_j \left[\sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} x_{jknmt}^2 - q_j^2 \right] \\ & + \sum_{k \in K} \eta_k \left[\sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} x_{klnpt}^3 - q_k^3 \right] + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{n \in N} \sum_{p \in P} \gamma_{lnt} x_{klnp,t-1}^3 \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{n \in N} \sum_{p \in P} \varrho_{klnpt} (x_{klnp,t-1}^3 - M y_{lt}^3) \end{aligned} \quad (5.62)$$

$$\text{s.a: } x_{ijnmt}^1 \leq M y_{jt}^1 \quad \forall i, j, n, m \quad (5.63)$$

$$x_{jknmt}^2 \leq M y_{kt}^2 \quad \forall j, k, n, m \quad (5.64)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{m \in M} x_{ijnmt}^1 = \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, n \quad (5.65)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 = \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} x_{klnpt}^3 \quad \forall k, n \quad (5.66)$$

$$b_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 \geq \sum_{n \in N} x_{ijnmt}^1 \quad \forall i, j, m \quad (5.67)$$

$$b_{jkm}^2 v_{jkm}^2 \geq \sum_{n \in N} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, k, m \quad (5.68)$$

$$b_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \geq \sum_{n \in N} x_{klnpt}^3 \quad \forall k, l, p \quad (5.69)$$

$$\sum_{j \in J} u_{ijt} \leq 1 \quad \forall i \quad (5.70)$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq M u_{ijt} \quad \forall i, j, n, m \quad (5.71)$$

$$v_{ijmt}^1, v_{jkm}^2, v_{klpt}^3 \in \mathbb{Z}^+ \quad (5.72)$$

$$y_{jt}^1, y_{kt}^2, y_{lt}^3, u_{ijt} \in \{0, 1\} \quad (5.73)$$

$$x_{ijnmt}^1, x_{jknmt}^2, x_{klnpt}^3 \geq 0 \quad (5.74)$$

El primer subproblema resuelve al problema de localización de instalaciones no capacitado, multiproducto, multitransporte, de 3 etapas y para un solo periodo; en el que se hace la planeación de la distribución de producto desde las plantas en China hasta los puertos en Asia, sin contar con las capacidades de plantas, centros de consolidación y puertos en China (ver figura 5.6). En el problema se minimizan costos por viaje de: proveedores a centro de consolidación, centros de consolidación a puertos en Asia y de puertos en Asia a puerto en América; costos fijos de abrir centro de consolidación, puertos en Asia y América; costo de penalización por cada tarima que sobrepase las capacidades de plantas, centros de consolidación, puertos en Asia y América.

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.9 y 5.10.

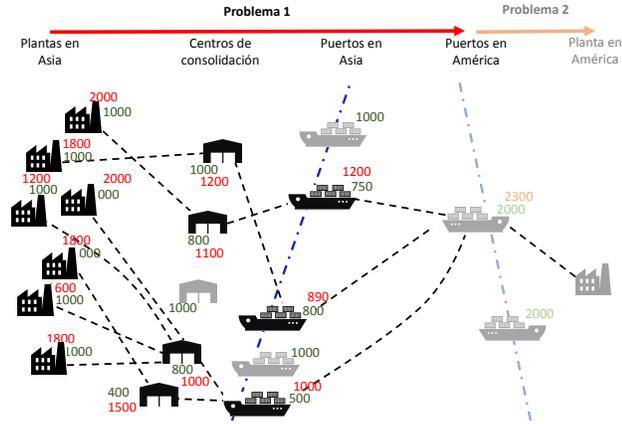


Figura 5.6: Planeación de distribución desde los proveedores al puerto en América

Tabla 5.9: Total de variables problema de aprovisionamiento desde plantas en Asia a puerto en América

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	$NMT(IJ+JK)+KLNPT$	13,200
Enteras (no-binarias)	$MT(IJ+JK)+KLPT$	600
Binarias	$T(J+K+L+IJ)$	342
Holgura	$JNM(2I+K)+KN+JM(I+K)+KLP+I$	2,763
Total		16,305

5.2.2 PROBLEMA LAGRANGIANO DE PUERTO EN AMÉRICA A PLANTA

$$Z_L^2(t) = \min \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} c_{lrt}^4 v_{lrt}^4 + \sum_{l \in L} \sum_{n \in N} \sum_{r \in R} (\sigma_{nt} + \theta_l - \gamma_{lnt}) x_{lnrt}^4 - \sum_{l \in L} \sum_{n \in N} \sum_{r \in R} \theta_l q_l^4 \tag{5.75}$$

$$\text{s.a: } b_{lrt}^4 v_{lrt}^4 \geq \sum_{n \in N} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, r \tag{5.76}$$

Tabla 5.10: Total de restricciones Total problema de aprovisionamiento desde plantas en Asia a puerto en América

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Desigualdad	$JNM(2I+K)+KN+JM(I+K)+KLP+I$	2,763
Total		2,764

$$v_{lr}^4 \in \mathbb{Z}^+ \tag{5.77}$$

$$x_{lnrt}^4 \geq 0 \tag{5.78}$$

El segundo subproblema resuelve al problema de localización de instalaciones no capacitado, multiproducto, multitransporte, de una etapa y un solo periodo (ver figura 5.7). En este problema se realiza la planeación de la proveeduría de material asiático desde el puerto en América hasta la planta en Monterrey con el objetivo de minimizar costos de penalización por cada tarima enviada de más en esa etapa y penalización por cada tarima que sobrepase la capacidad del puerto en América, contando la cantidad de viajes a realizar durante esta etapa, además no es tomada en cuenta la capacidad del puerto en América.

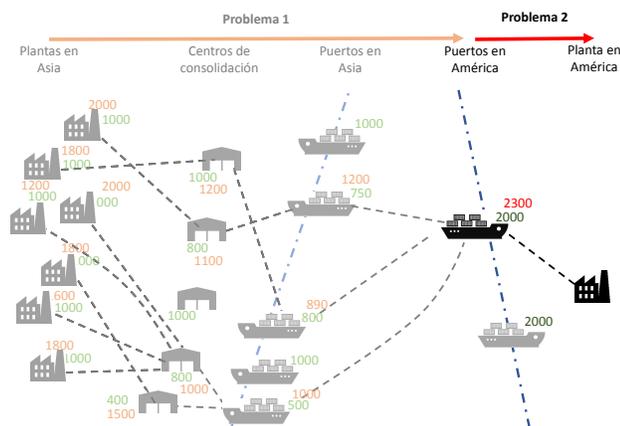


Figura 5.7: Planeación de distribución del puerto en América a planta

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.11 y 5.12.

Tabla 5.11: Total de variables problema de aprovisionamiento de puerto en América a planta en Monterrey

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	LNRT	528
Enteras (no-binarias)	LR	4
Holgura	LR	4
Total		536

Tabla 5.12: Total de restricciones problema de aprovisionamiento de puerto en América a planta en Monterrey

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Desigualdad	LR	4
Total		5

5.2.3 PROBLEMA LAGRANGIANO DE INVENTARIOS

$$Z_w^2(t) = \min \sum_{n \in N} (h_{nt} - \sigma_{nt})w_{nt} + \sum_{n \in N} \sigma_{nt}w_{n,t-1} - \sum_{n \in N} \sigma_{nt}d_{nt} \quad (5.79)$$

$$\text{s.a: } w_{nt} \in \mathbb{Z}^+ \quad (5.80)$$

El tercer problema minimiza el material a inventariar en la planta que se encuentra localizada en Nuevo León y el costo por penalidad del producto inventariado en el periodo anterior menos la demanda y el producto a inventariar en el periodo actual.

Dado que este modelo no tiene restricciones funcionales, se puede obtener la

solución en forma analítica: cuando $h_{nt} - \sigma_{nt} \geq 0$, entonces $w_{nt} = 0$, y si $h_{nt} - \sigma_{nt} < 0$, entonces w_{nt} toma el valor de su cota superior; también, si $\sigma_{nt} \geq 0$, entonces $w_{n,t-1} = 0$, y si $\sigma_{nt} < 0$, entonces $w_{n,t-1}$ toma el valor de su cota superior.

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.13 y 5.14.

Tabla 5.13: Total de variables problema inventarios

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Enteras (no-binarias)	NT	132
Total		132

Tabla 5.14: Total de restricciones problema inventarios

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Total		1

5.2.4 PROBLEMA LAGRANGIANO DE EXPEDITACIONES

$$Z_g^2(t) = \min \sum_{n \in N} (g_{nt} + \sigma_{nt}) x_{nt}^5 \quad (5.81)$$

$$\text{s.a: } x_{nt}^5 \geq 0 \quad (5.82)$$

Por último, el cuarto problema minimiza los costos de expeditar la materia prima desde China hasta la planta en Nuevo León y los costos de penalización por cada tarima expeditada (ver figura 5.8).

Dado que este modelo no tiene restricciones funcionales, se puede obtener la solución en forma analítica: cuando $g_{nt} + \sigma_{nt} \geq 0$, entonces $x_{nt}^5 = 0$, y si $g_{nt} + \sigma_{nt} < 0$, entonces x_{nt}^5 toma el valor de su cota superior.

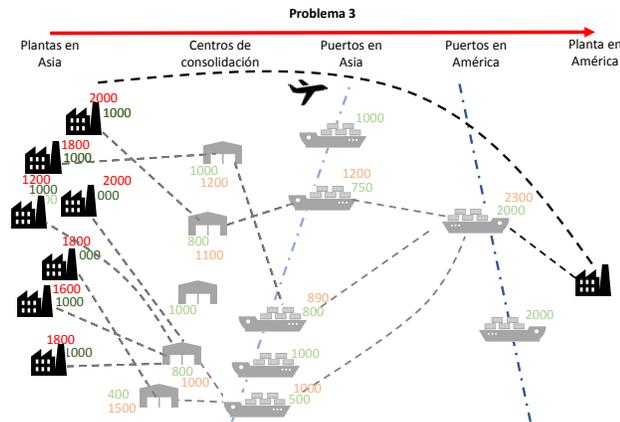


Figura 5.8: Problema de expediciones desde los proveedores

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.15 y 5.16.

Tabla 5.15: Total de variables problema expediciones

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	NT	132
Total		132

Tabla 5.16: Total de restricciones problema expediciones

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Total		1

5.2.5 SOLUCIÓN INTEGRAL DE LA RELAJACIÓN 2

De acuerdo a lo anterior la relajación 2 sería resuelta a través de sus subproblemas que son significativamente menores, donde la cota en esta relajación lagrangiana

queda dada por la ecuación

$$Z_t^2 = \sum_{t \in T} Z_{IL}^2 + \sum_{t \in T} Z_L^2 + \sum_{t \in T} Z_w^2 + \sum_{t \in T} Z_g^2.$$

Dado que las ecuaciones que limitan la capacidad de las plantas de los proveedores, centros de consolidación en Asia y puertos en China y América son dualizadas, el problema no se encuentra restringido por las capacidades. Como consecuencia se podría pedir más producto a las plantas de lo que estas pueden producir, provocando que la capacidades de producción de los proveedores se vean sobrepasadas y además los camiones hagan envíos sobrecargados; los centros de consolidación puede que estén sobrecargados de materiales y que los puertos en China y América reciban y envíen más producto de lo que les es posible manejar. La figura 5.9 muestra un ejemplo del problema de distribución para alguno de los periodos, en él se encuentran en verde las capacidades de centros de consolidación, proveedores y puertos, y en rojo lo que se le pudiese pedir a estos centros sin dichas restricciones.

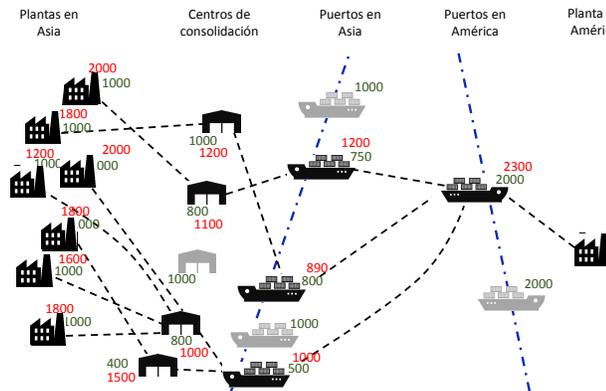


Figura 5.9: Posibles problemas logísticos relacionados en la relajación 2

5.3 RELAJACIÓN LAGRANGIANA DUALIZANDO ECUACIONES DE SELECCIÓN DE INSTLACIONES

Para esta relajación se tomó el conjunto de restricciones (4.7), (4.8) y (4.9) a ser dualizadas; estas ecuaciones son las que evitan que se envíe producto a un centro de consolidación en China, puerto en Asia y puerto en América que no se decida abrir dentro del periodo de planeación. Dando como resultado la función objetivo siguiente:

$$\begin{aligned}
Z^3 = \text{mín} \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} f_{jt}^1 y_{jt}^1 \\
& + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{jkmt}^2 v_{jkmt}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} f_{kt}^2 y_{kt}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} c_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \\
& + \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} f_{lt}^3 y_{lt}^3 + \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} c_{lrt}^4 v_{lrt}^4 + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} h_{nt} w_{nt} + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} g_{nt} x_{nt}^5 \\
& + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \lambda_{ijnmt} [x_{ijnmt}^1 - M y_{jt}^1] \\
& + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \mu_{jknmt} [x_{jknmt}^2 - M y_{kt}^2] \\
& + \sum_{k \in K} \sum_{i \in L} \sum_{n \in N} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} \varrho_{kl npt} [x_{kl npt}^3 - M y_{lt}^3]
\end{aligned} \tag{5.83}$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 + x_{nt}^5 + w_{n,t-1} = d_{nt} + w_{nt} \quad \forall n, t \tag{5.84}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} x_{ijnmt}^1 \leq q_{in}^1 \quad \forall i, n \tag{5.85}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{jknmt}^2 \leq q_j^2 \quad \forall j \tag{5.86}$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{kl npt}^3 \leq q_k^3 \quad \forall k \tag{5.87}$$

$$\sum_{n \in N} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} x_{lnrt}^4 \leq q_l^4 \quad \forall l \tag{5.88}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{m \in M} x_{ijnmt}^1 = \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, n, t \quad (5.89)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 = \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} x_{klpnt}^3 \quad \forall k, n, t \quad (5.90)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P} x_{klp,t-1}^3 = \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, n, t \quad (5.91)$$

$$b_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 \geq \sum_{n \in N} x_{ijnmt}^1 \quad \forall i, j, m, t \quad (5.92)$$

$$b_{jkmt}^2 v_{jkmt}^2 \geq \sum_{n \in N} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, k, m, t \quad (5.93)$$

$$b_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \geq \sum_{n \in N} x_{klpnt}^3 \quad \forall k, l, p, t \quad (5.94)$$

$$b_{lrt}^4 v_{lrt}^4 \geq \sum_{n \in N} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, r, t \quad (5.95)$$

$$\sum_{j \in J} u_{ijt} \leq 1 \quad \forall i, t \quad (5.96)$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq M u_{ijt} \quad \forall i, j, n, m, t \quad (5.97)$$

$$v_{ijmt}^1, v_{jkmt}^2, v_{klpt}^3, v_{lrt}^4, w_{nt} \in \mathbb{Z}^+ \quad (5.98)$$

$$y_{jt}^1, y_{kt}^2, y_{it}^3, u_{ijt} \in \{0, 1\} \quad (5.99)$$

$$x_{ijnmt}^1, x_{jknmt}^2, x_{klpnt}^3, x_{lnrt}^4, x_{nt}^5 \geq 0 \quad (5.100)$$

con λ_{ijnmt} , μ_{jknmt} y $\varrho_{klpnt} \geq 0$.

El problema Z^3 se descompone en $\mathbf{J} + \mathbf{K} + \mathbf{L} + 1$ subproblemas independientes; los primeros tres grupos de subproblemas se encargan cada uno de resolver la selección de sus respectivas instalaciones, centros de consolidación en Asia, puertos en China y puertos en América (ver figura 5.10), mientras que el último resuelve el flujo de la materia prima a través de estas localizaciones. A continuación se describe cada uno de estos problemas:

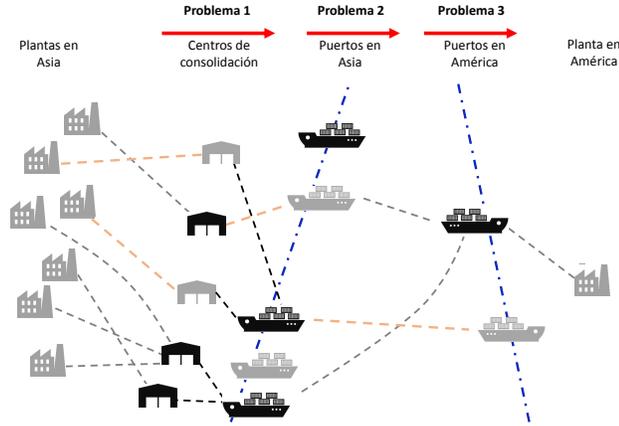


Figura 5.10: Problemas lagrangianos de selección de instalaciones

5.3.1 PROBLEMAS LAGRANGIANOS DE SELECCIÓN DE INSTALACIONES (CENTROS DE CONSOLIDACIÓN)

$$Z_j^3 = \text{mín} \sum_{i \in I} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} (f_{jt}^1 - \lambda_{ijnmt} M) y_{jt}^1 \quad (5.101)$$

$$\text{s.a: } y_{jt}^1 \in \{0, 1\} \quad (5.102)$$

Los \mathbf{J} subproblemas resuelven cuáles son los centros de consolidación que deben ser abiertos durante todo el periodo de planeación, en ellos se minimizan los costos de apertura sujeto a una sola variable binaria y_{jt}^1 .

Dado que este modelo no tiene restricciones funcionales, se puede obtener la solución en forma analítica: cuando $f_{jt}^1 - \lambda_{ijnmt} M \geq 0$, entonces $y_{jt}^1 = 0$, y si $f_{jt}^1 - \lambda_{ijnmt} M < 0$, entonces $y_{jt}^1 = 1$.

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.17 y 5.18.

Tabla 5.17: Total de variables problema selección de instalaciones centros de consolidación

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	JT	30
Total		30

Tabla 5.18: Total de restricciones problema selección de instalaciones centros de consolidación

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Total		1

5.3.2 PROBLEMAS LAGRANGIANOS DE SELECCIÓN DE INSTALACIONES (PUERTOS EN ASIA)

$$Z_k^3 = \min \sum_{j \in J} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} (f_{kt}^2 - \mu_{jknmt} M) y_{kt}^2 \quad (5.103)$$

$$\text{s.a: } y_{kt}^2 \in \{0, 1\} \quad (5.104)$$

Los **K** subproblemas resuelven cuáles son los puertos en Asia que deben ser abiertos durante todo el periodo de planeación, en ellos se minimizan los costos de apertura sujeto a una sola variable binaria y_{kt}^2 .

Dado que este modelo no tiene restricciones funcionales, se puede obtener la solución en forma analítica: cuando $f_{kt}^2 - \mu_{jknmt} M \geq 0$, entonces $y_{kt}^2 = 0$, y si $f_{kt}^2 - \mu_{jknmt} M < 0$, entonces $y_{kt}^2 = 1$.

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.19 y 5.20.

Tabla 5.19: Total de variables problema selección de instalaciones puertos en Asia

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	KT	30
Total		30

Tabla 5.20: Total de restricciones problema selección de instalaciones puertos en Asia

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Total		1

5.3.3 PROBLEMA LAGRANGIANO DE SELECCIÓN DE INSTALACIONES (PUERTOS EN AMÉRICA)

$$Z_l^3 = \min \sum_{k \in K} \sum_{n \in N} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} (f_{lt}^3 - \varrho_{klnpt} M) y_{lt}^3 \quad (5.105)$$

$$\text{s.a: } y_{lt}^3 \in \{0, 1\} \quad (5.106)$$

Los **L** subproblemas resuelven cuáles son los puertos en América que deben ser abiertos durante todo el periodo de planeación, en ellos se minimizan los costos de apertura sujeto a una sola variable binaria y_{lt}^3 .

Dado que este modelo no tiene restricciones funcionales, se puede obtener la solución en forma analítica: cuando $f_{lt}^3 - \varrho_{klnpt} M \geq 0$, entonces $y_{lt}^3 = 0$, y si $f_{lt}^3 - \varrho_{klnpt} M < 0$, entonces $y_{lt}^3 = 1$.

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.21 y 5.22.

Tabla 5.21: Total de variables problema selección de instalaciones puertos en América

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	LT	12
Total		12

Tabla 5.22: Total de restricciones problema selección de instalaciones puertos en América

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Total		1

5.3.4 PROBLEMA LAGRANGIANO DE DISTRIBUCIÓN

$$\begin{aligned}
Z_*^3 = \text{mín} \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} c_{jkmt}^2 v_{jkmt}^2 \\
& + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} c_{klpt}^3 v_{klpt}^3 + \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} c_{lrt}^4 v_{lrt}^4 \\
& + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} h_{nt} w_{nt} + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} g_{nt} x_{nt}^5 + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \lambda_{ijnmt} x_{ijnmt}^1 \\
& + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \mu_{jknmt} x_{jknmt}^2 + \sum_{k \in K} \sum_{i \in L} \sum_{n \in N} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} \varrho_{klnt} x_{klnt}^3
\end{aligned} \tag{5.107}$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 + x_{nt}^5 + w_{n,t-1} = d_{nt} + w_{nt} \quad \forall n, t \tag{5.108}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} x_{ijnmt}^1 \leq q_{in}^1 \quad \forall i, n \tag{5.109}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{jknmt}^2 \leq q_j^2 \quad \forall j \tag{5.110}$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} x_{klnt}^3 \leq q_k^3 \quad \forall k \tag{5.111}$$

$$\sum_{n \in N} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} x_{lnrt}^4 \leq q_l^4 \quad \forall l \quad (5.112)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{m \in M} x_{ijnmt}^1 = \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, n, t \quad (5.113)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} x_{jknmt}^2 = \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} x_{klpnt}^3 \quad \forall k, n, t \quad (5.114)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P} x_{klp,t-1}^3 = \sum_{r \in R} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, n, t \quad (5.115)$$

$$b_{ijmt}^1 v_{ijmt}^1 \geq \sum_{n \in N} x_{ijnmt}^1 \quad \forall i, j, m, t \quad (5.116)$$

$$b_{jkmt}^2 v_{jkmt}^2 \geq \sum_{n \in N} x_{jknmt}^2 \quad \forall j, k, m, t \quad (5.117)$$

$$b_{klpt}^3 v_{klpt}^3 \geq \sum_{n \in N} x_{klpnt}^3 \quad \forall k, l, p, t \quad (5.118)$$

$$b_{lrt}^4 v_{lrt}^4 \geq \sum_{n \in N} x_{lnrt}^4 \quad \forall l, r, t \quad (5.119)$$

$$\sum_{j \in J} u_{ijt} \leq 1 \quad \forall i, t \quad (5.120)$$

$$x_{ijnmt}^1 \leq M u_{ijt} \quad \forall i, j, n, m, t \quad (5.121)$$

$$v_{ijmt}^1, v_{jkmt}^2, v_{klpt}^3, v_{lrt}^4, w_{nt} \in \mathbb{Z}^+ \quad (5.122)$$

$$u_{ijt} \in \{0, 1\} \quad (5.123)$$

$$x_{ijnmt}^1, x_{jknmt}^2, x_{klpnt}^3, x_{lnrt}^4, x_{nt}^5 \geq 0 \quad (5.124)$$

Este subproblema resuelve planeación de distribución de la materia prima desde Asia hasta llegar a la planta en Monterrey, el cual se minimizan los costos de viajes entre cada una de las etapas, costos de mantener inventario y expeditar materia prima, sin tomar en cuenta las instalaciones a abrir en cada periodo (ver figura 5.11).

Las dimensiones del modelo se encuentran resumidas en las tablas 5.23 y 5.24.

Tabla 5.23: Total de variables problema de distribución

Tipo de variable	Dimensión	Cantidad
Continuas	$\mathbf{JMNT(I+K)+NT(KLP+LR+1)}$	13,860
Enteras (no-binarias)	$\mathbf{JMT(I+K)+KLPT+LR+NT}$	736
Binarias	\mathbf{IJT}	270
Holgura	$\mathbf{IN+J+K+L+JMT(I+K+IN)+LT(KP+R)+IT}$	6,828
Total		21,694

Tabla 5.24: Total de restricciones problema de distribución

Tipo de restricción	Dimensión	Cantidad
Objetivo	1	1
Igualdad	$\mathbf{NT(1+J+K+L)}$	1,716
Desigualdad	$\mathbf{IN+J+K+L+JMT(I+K+IN)+LT(KP+R)+IT}$	6,828
Total		8,545

5.3.5 SOLUCIÓN INTEGRAL DE LA RELAJACIÓN 3

De acuerdo a lo anterior la relajación 3 sería resuelta a través de sus subproblemas, que son significativamente menores, donde la cota en esta relajación lagrangiana queda dada por la ecuación:

$$Z^3 = \sum_{j \in J} Z_j^3 + \sum_{k \in K} Z_k^3 + \sum_{l \in L} Z_l^3 + Z_*^3.$$

Al relajar las ecuaciones de selección de instalaciones, el problema original se divide en cuatro grupos de subproblemas independientes (como ya se mostró anteriormente); el primer grupo resuelve que centros de consolidación son abiertos; el segundo y tercer grupo cuales son los puertos en Asia y América a utilizar, respectivamente; por último el cuarto subproblema resuelve cómo será la proveeduría del

material asiático entre las etapas, número de viajes a realizar y cantidad de producto a inventariar.

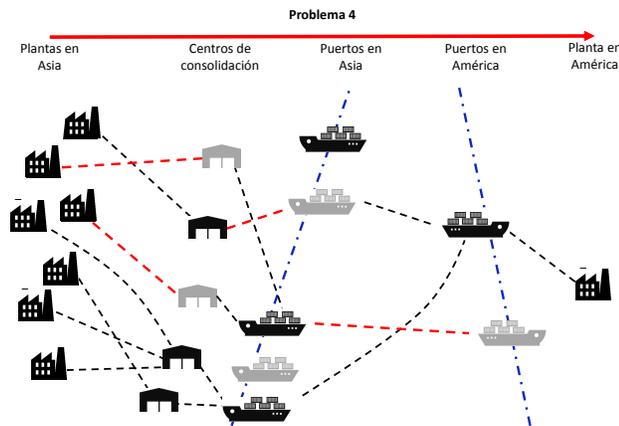


Figura 5.11: Posibles problemas logísticos relacionados en la relajación 3

Como consecuencia de esto, se prevé que en los resultados obtenidos podría no estarse pagando por un servicio en los centros de consolidación o puertos en Asia y América que se están utilizando durante el periodo de planeación. En otras palabras, podría enviarse producto desde un proveedor a un centro de consolidación cerrado; un puerto cerrado en Asia podría estar recibiendo producto desde algún centro de consolidación y un puerto en Asia estar enviando producto a un puerto en América que no ha sido elegido para utilizar durante ese periodo. Lo anterior puede verse ilustrado en la figura siguiente, donde un ejemplo de proveeduría del material asiático para algún periodo de planeación es utilizado, y en él es enviado producto a centros de consolidación y puertos cerrados (ver figura 5.11).

CAPÍTULO 6

RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este capítulo se muestra la estructura que llevó al desarrollo de un heurístico lagrangiano, mediante el cual se pudo obtener una solución factible y eficiente, en cuanto a capacidad computacional y calidad de la solución se refiere, para el problema de distribución de materia prima asiática de la empresa. Primeramente, como ya se vio en el capítulo 5, se propusieron tres modelos lagrangianos que son problemas lineales, cuentan con estructuras homogéneas y son más pequeños y sencillos de resolver que el programa lineal entero mixto original. Posteriormente se propuso encontrar cotas duales a la solución óptima del problema original; para obtenerlas se solucionó el problema dual lagrangiano (ver capítulo 3) de cada una de las relajaciones lagrangianas propuestas, seleccionando el método del subgradiente para encontrarlas, ya que uno de sus atributos es una rápida convergencia. Finalmente, dadas las soluciones encontradas, se desarrolló un heurístico para recuperar soluciones factibles.

Este capítulo se encuentra dividido en 3 secciones: la primera parte presenta algunos datos básicos en el desarrollo para el método del subgradiente para cada una de las 3 relajaciones lagrangianas propuestas; en la segunda parte se muestran los resultados obtenidos al poner en práctica el método del subgradiente para cada uno de los casos propuestos planteados por Morales (2016) (caso de demandas ficticias y un puerto en América, caso con demandas reales y un 1 puerto en América y caso

con demandas reales y 2 puertos en América); finalmente se hace una comparación de los resultados obtenidos con el método exacto y el heurístico desarrollado en este trabajo.

6.1 RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DUAL

LAGRANGIANO

En esta sección son mostrados algunos datos básicos en el desarrollo del método del subgradiente, y posteriormente con ello solucionar el problema dual lagrangiano de cada una de las relajaciones propuestas en el capítulo 5. Para encontrar dichas soluciones, se optó por seleccionar el método del subgradiente, ya que pese a sus dificultades en cuanto ajuste de parámetros, este asegura una rápida convergencia y es sencillo de implementar.

6.1.1 DATOS BÁSICOS PARA EL DESARROLLO DEL MÉTODO SUBGRADIENTE EN RELAJACIÓN 1

Para la relajación 1, en donde se dualizaron las restricciones (4.7), (4.8) y (4.9), los valores de los multiplicadores lagrangianos correspondientes fueron denotados por λ_{ijnmt} , μ_{jknmt} y ϱ_{klnpt} (los cuales son no negativas) y actualizados por las ecuaciones (6.1), (6.2) y (6.3) respectivamente.

$$\lambda_{ijnmt}^{s+1} = \text{máx}\{0, \lambda_{ijnmt}^s + \Theta \dot{\lambda}_{ijnmt}\}, \quad (6.1)$$

$$\mu_{jknmt}^{s+1} = \text{máx}\{0, \mu_{jknmt}^s + \Theta \dot{\mu}_{jknmt}\}, \quad (6.2)$$

$$\varrho_{klnpt}^{s+1} = \text{máx}\{0, \varrho_{klnpt}^s + \Theta \dot{\varrho}_{klnpt}\}, \quad (6.3)$$

donde Θ es el tamaño de paso en la iteración s dado por:

$$\Theta = \frac{\Omega(Z_{UB} - Z_{LB})}{\sum_{ijnmt} (\dot{\lambda}_{ijnmt})^2 + \sum_{jknmt} (\dot{\mu}_{jknmt})^2 + \sum_{klnpt} (\dot{\varrho}_{klnpt})^2}, \quad (6.4)$$

Z_{UB} es el valor de la cota superior para el valor óptimo de Z obtenido de la mejor solución factible encontrada, Z_{LB} es el valor de una cota inferior de Z en la iteración s , Ω es un parámetro de apoyo a la convergencia del método del subgradiente, con $0 < \Omega \leq 0.05$. y, por último, los subgradientes $\dot{\lambda}_{ijnmt}$, $\dot{\mu}_{jknmt}$ y $\dot{\varrho}_{klnpt}$ para los multiplicadores respectivos de lagrange λ_{ijnmt} , μ_{jknmt} y ϱ_{klnpt} son calculados por:

$$\dot{\lambda}_{ijnmt} = x_{ijnmt}^1 - M_{ijnmt}^1 y_{jt}^2 \quad (6.5)$$

$$\dot{\mu}_{jknmt} = x_{jknmt}^2 - M_{jknmt}^2 y_{kt}^3 \quad (6.6)$$

$$\dot{\varrho}_{klnpt} = x_{klnp,t-1}^3 - M_{klnpt}^3 y_{lt}^4 \quad (6.7)$$

respectivamente.

6.1.2 DATOS BÁSICOS PARA EL DESARROLLO DEL MÉTODO SUBGRADIENTE EN RELAJACIÓN 2

Para la relajación 2, en donde se dualizaron las restricciones (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), (4.6), (4.9) y (4.12), los valores de los multiplicadores lagrangianos correspondientes fueron denotados por δ_{in} , ε_j , η_k , θ_l y ϱ_{klnpt} que son no negativos, y σ_{nt} y γ_{lnt} irrestrictas, los cuales son actualizados respectivamente por las ecuaciones (6.4), (6.5), (6.6), (6.7) y (6.8).

$$\delta_{in}^{s+1} = \text{máx}\{0, \delta_{in}^s + \Theta \dot{\delta}_{in}\}, \quad (6.8)$$

$$\varepsilon_j^{s+1} = \text{máx}\{0, \varepsilon_j^s + \Theta \dot{\varepsilon}_j\}, \quad (6.9)$$

$$\eta_k^{s+1} = \text{máx}\{0, \eta_k^s + \Theta \dot{\eta}_k\}, \quad (6.10)$$

$$\theta_l^{s+1} = \text{máx}\{0, \theta_l^s + \Theta \dot{\theta}_l\}, \quad (6.11)$$

$$\varrho_{klnpt}^{s+1} = \text{máx}\{0, \varrho_{klnpt}^s + \Theta \dot{\varrho}_{klnpt}\}, \quad (6.12)$$

$$\sigma_{nt}^{s+1} = \sigma_{nt}^s + \Theta \dot{\sigma}_{nt}, \quad (6.13)$$

$$\gamma_{lnt}^{s+1} = \gamma_{lnt}^s + \Theta \dot{\gamma}_{lnt}, \quad (6.14)$$

donde Θ es el tamaño de paso en la iteración s dado por:

$$\Theta = \frac{\Omega(Z_{UB} - Z_{LB})}{\sum_{in} (\dot{\delta}_{in})^2 + \sum_j (\dot{\varepsilon}_j)^2 + \sum_k (\dot{\eta}_k)^2 + \sum_l (\dot{\theta}_l)^2 + \sum_{klnpt} (\dot{\varrho}_{klnpt})^2 + \sum_{nt} (\dot{\sigma}_{nt})^2 + \sum_{lnt} (\dot{\gamma}_{lnt})^2}, \quad (6.15)$$

Z_{UB} es el valor de la cota superior para el valor óptimo de Z obtenido de la mejor solución factible encontrada, Z_{LB} es el valor de una cota inferior de Z en la iteración s , Ω es un parámetro de apoyo a la convergencia del método del subgradiente, con $0 < \Omega \leq 0.05$. y, por último, los subgradientes $\dot{\delta}_{in}$, $\dot{\varepsilon}_j$, $\dot{\eta}_k$, $\dot{\theta}_l$, $\dot{\varrho}_{klnpt}$, $\dot{\sigma}_{nt}$ y $\dot{\gamma}_{lnt}$ para los multiplicadores respectivos de lagrange δ_{in} , ε_j , η_k , θ_l , ϱ_{klnpt} , σ_{nt} y γ_{lnt} son calculados por:

$$\dot{\delta}_{in} = \sum_{jmt} x_{ijnmt}^1 - q_{in}^1 \quad (6.16)$$

$$\dot{\varepsilon}_j = \sum_{knmt} x_{jknmt}^2 - q_j^2 \quad (6.17)$$

$$\dot{\eta}_k = \sum_{lnpt} x_{klnpt}^3 - q_k^3 \quad (6.18)$$

$$\dot{\theta}_l = \sum_{nrt} x_{lnrt}^4 - q_l^4 \quad (6.19)$$

$$\dot{\varrho}_{klnpt} = x_{klnp,t-1}^3 - M_{klnpt}^3 y_{lt}^3 \quad (6.20)$$

$$\dot{\sigma}_{nt} = \sum lr x_{lnrt}^4 + x_{nt}^5 + w_{n,t-1} - d_{nt} - w_{nt} \quad (6.21)$$

$$\dot{\gamma}_{lnt} = \sum_{kp} x_{klnp,t-1}^3 - \sum_r x_{lnr,t}^4 \quad (6.22)$$

respectivamente.

6.1.3 DATOS BÁSICOS PARA EL DESARROLLO DEL MÉTODO SUBGRADIENTE EN RELAJACIÓN 3

Para la relajación 3, en donde se dualizaron las restricciones (4.10), (4.11) y (4.12), los valores de los multiplicadores lagrangianos correspondientes fueron denotados por α_{jnt} , β_{knt} y γ_{lnt} (los cuales son sin restricción de signo) y actualizados por las ecuaciones (6.23), (6.24) y (6.25) respectivamente.

$$\alpha_{jnt}^{s+1} = \alpha_{jnt}^s + \Theta \dot{\alpha}_{jnt}, \quad (6.23)$$

$$\beta_{knt}^{s+1} = \beta_{knt}^s + \Theta \dot{\beta}_{knt}, \quad (6.24)$$

$$\gamma_{ln,t+1}^{s+1} = \gamma_{jn,t+1}^s + \Theta \dot{\gamma}_{jn,t+1}, \quad (6.25)$$

donde Θ es el tamaño de paso en la iteración s dado por:

$$\Theta = \frac{\Omega(Z_{UB} - Z_{LB})}{\sum_{jnt} (\dot{\alpha}_{jnt})^2 + \sum_{knt} (\dot{\beta}_{knt})^2 + \sum_{knt} (\dot{\gamma}_{jn,t+1})^2}, \quad (6.26)$$

Z_{UB} es el valor de la cota superior para el valor óptimo de Z obtenido de la mejor solución factible encontrada, Z_{LB} es el valor de una cota inferior de Z en la iteración s , Ω es un parámetro de apoyo a la convergencia del método del subgradiente, con $0 < \Omega \leq 0.05$. y, por último los subgradietes $\dot{\alpha}_{jnt}$, $\dot{\beta}_{knt}$ y $\dot{\gamma}_{jn,t+1}$ para los multiplicadores respectivos de lagrange α_{jnt} , β_{knt} y $\gamma_{jn,t+1}$ son calculados por:

$$\dot{\alpha}_{jnt} = \sum_{im} x_{ijnmt}^1 - \sum_{km} x_{jknmt}^2 \quad (6.27)$$

$$\dot{\beta}_{knt} = \sum_{jm} x_{jknmt}^2 - \sum_{lp} x_{klnpt}^3 \quad (6.28)$$

$$\dot{\gamma}_{jn,t+1} = \sum_{kp} x_{klnp,t-1}^3 - \sum_r x_{lnr,t}^4 \quad (6.29)$$

respectivamente.

6.2 CONSIGUIENDO COTAS DUALES UTILIZANDO EL MÉTODO DEL SUBGRADIENTE

En esta sección se presentan y describen los resultados alcanzados al solucionar los problemas duales lagrangianos, mediante la implementación del método subgradiente a cada una de las relajaciones lagrangianas propuestas en el capítulo 5. Además, la experimentación se llevó a cabo para tres casos de estudio, los cuales son mostrados a continuación y descritos a detalle en (Morales, 2016). En cada uno de estos casos se realizó el análisis y la comparación de resultados para las tres relajaciones propuestas y su relajación lineal. Cabe mencionar que ninguna de las relajaciones propuestas tiene la propiedad de integralidad, puesto que ninguno de los modelos relajados lagrangianamente cuentan con la estructura necesaria; debido a esto la solución dual óptima alcanzada por cualquiera de las relajaciones propuestas siempre es mejor que la solución dual óptima de la relajación lineal.

La experimentación se llevó a cabo mediante la herramienta GAMS/ CPLEX versión 23.5, ejecutada en una computadora Intel Core i5 2.4GHz, con una memoria RAM de 8 Gb y un disco duro de 1 Tb.

Para el algoritmo del subgradiente se establecieron tres criterios de parada: si el parámetro de decisión definido es menor que 0.01, si se alcanza el máximo número de iteraciones limitado a 500 o si se completa el tiempo máximo delimitado en 2000 segundos.

Para cada caso, se resolvió la relajación lineal del problema original y reportó la cota dual encontrada. Se intentaron dos valores iniciales diferentes para inicializar las variables duales lagrangianas: en un primer caso, tomando todos los valores iniciales a cero; en el segundo caso igualando los valores de las variables duales a los valores marginales de las restricciones correspondientes al resolver su relajación lineal. Se reportan los resultados para cada caso.

Se ha agregado el apéndice A, en donde se describe y presenta en forma de tablas los parámetros de implementación en el modelo matemático; este apéndice se encuentra dividido en 4 secciones que son: demandas, costos fijos, costos variables y capacidades.

6.2.1 CASO 1: DEMANDAS FICTICIAS Y UNA OPCIÓN DE PUERTO EN AMÉRICA

Para este primer caso solo se considera un puerto a ser seleccionado en América, localizado en Long Beach, California, que es el actualmente utilizado por la empresa. Se han establecido demandas ficticias para cada uno de los 22 productos que manejan los 9 proveedores asiáticos durante los 6 periodos de planeación de la empresa (Apéndice A.1). Lo anterior se propuso con el fin de verificar la funcionalidad del modelo matemático. Algunos otros parámetros como costos de abrir un centro de distribución, un puerto en Asia o América y costos de transportación, fueron tomados del caso real de la empresa (ver A.2, A.3 y A.4).

Los resultados alcanzados con el método del subgradiente para el caso, con valores duales iniciales de cero, se muestran en la tabla 6.1. Como se puede ver, en la relajación 1 se encontró una cota dual con brecha de 13.3% a la mejor solución factible encontrada, terminando con el número total de iteraciones designadas. En la relajación 2 se pudo encontrar una cota dual con brecha de casi 17% a la mejor solución factible encontrada, el algoritmo no alcanzo el total de iteraciones debido a

que se cumplió con el criterio de convergencia. En la relajación 3 se pudo obtener la mejor cota dual para este caso, con una brecha de 8.3% a la mejor solución factible que se ha encontrado en un mínimo número de iteraciones debido a que se alcanzó el tiempo límite de cómputo designado. Por otra parte la cota dual de la relajación lineal obtiene una brecha de 11.31% a la mejor solución factible encontrada.

Tabla 6.1: Resultados subgradiente caso 1: valores duales iniciales de cero

Relajación	Mejor cota	Brecha	Tiempo (seg)	Iteración	Criterio de parada
Relajación 1	100323	13.3%	729	500	Límite de iteraciones
Relajación 2	96305	17%	689	176	Convergencia
Relajación 3	106371	8.3%	2000	4	Límite de tiempo
Lineal	102624	11.31%	0.379	-	-

Los resultados obtenidos con el método del subgradiente para el caso con valores marginales para los duales iniciales se muestran en la tabla 6.2 y son descritos a continuación: En la relajación 1 la cota dual encontrada alcanzó una brecha de 44% a la mejor solución factible, lo que la hace la más pobre en cuanto a calidad, se completó con el número total de iteraciones designadas, sin embargo, conforme el tiempo aumenta se requiere un número mayor de iteraciones para mejorar la calidad de la cota, lo que puede significar que aún y cuando aumente el número de iteraciones la mejora no será significativa. En la relajación 2 se encontró una cota dual con brecha del 34% a la mejor solución factible encontrada, el algoritmo no alcanzó el total de iteraciones debido a que se cumplió con el criterio de convergencia. En la relajación 3 consiguió una cota dual con brecha del 9% a la mejor solución factible que se ha encontrado, con un mínimo número de iteraciones debido a que se alcanzó el tiempo límite de cómputo designado.

Tabla 6.2: Resultados subgradiente caso 1: valores marginales para los duales iniciales

Relajación	Mejor cota	Brecha	Tiempo (seg)	Iteración	Criterio de parada
Relajación 1	64920	44 %	1512	500	Límite de iteraciones
Relajación 2	76209	34 %	661	252	Límite de iteraciones
Relajación 3	105396	9 %	1902	4	Límite de tiempo
Lineal	102624	11.31 %	0.379	-	-

6.2.2 CASO 2: DEMANDAS REALES Y UNA OPCIÓN DE PUERTO EN AMÉRICA

En este caso se presenta la situación actual de la empresa en la que la distribución del producto se lleva a cabo desde los 5 puertos a ser seleccionados en China hasta un solo puerto en América, el cual se encuentra localizado en Long Beach, California. Además, se utilizan las demandas reales de la empresa para los 22 productos que se proveen desde Asia para 6 periodos en el horizonte de planeación (ver Apéndice A.1). Parámetros como costos de expeditaje, costos de apertura de puertos y utilización de centros de consolidación, costos por transportación de productos, entre otros son tomados del caso real de la empresa (ver A.2, A.3 y A.4).

Los resultados que se lograron obtener con el método del subgradiente para el caso 2, con valores iniciales de cero, se muestran en la tabla 6.3 y son descritos a continuación: Podemos observar que en la relajación 1 se encontró una cota dual con brecha de 22 % cercana a la mejor solución factible encontrada, terminando el proceso del algoritmo con el criterio de convergencia. En la relajación 2 se logró alcanzar una cota dual con brecha de 32.33 % cercana a la mejor solución factible y nuevamente el algoritmo se detuvo debido a que se cumplió con el criterio de convergencia. La relajación 3 obtuvo la mejor cota dual encontrada para este caso, con una brecha del 2.41 % a la mejor solución factible; el criterio de parada para este

algoritmo fue que terminó con el tiempo límite de cómputo designado, esto con un mínimo número de interacciones. Adicionalmente, la cota dual de la relajación lineal consigue una brecha de 2.5 % a la mejor solución factible encontrada.

Tabla 6.3: Resultados subgradiente caso 2: valores duales iniciales de cero

Relajación	Mejor cota	Brecha	Tiempo (seg)	Iteración	Criterio de parada
Relajación 1	599853	22 %	1650	174	Límite de iteraciones
Relajación 2	525632	32.33 %	980	365	Límite de iteraciones
Relajación 3	758107	2.41 %	2000	5	Límite de tiempo
Lineal	757839	2.5 %	0.515	-	-

Los resultados logrados por el método del subgradiente para el caso, con valores marginales para los duales iniciales, se muestran en la tabla 6.4 y se describen a continuación: En la relajación 1 se encontró una brecha del 48 % a la mejor solución factible encontrada y el criterio de parada con el que se obtuvo fue el de convergencia. En la relajación 2 se obtuvo una brecha pobrísima del 90 % a la mejor solución factible encontrada para este caso, además nuevamente le criterio de convergencia termino con el proceso iterativo. Por último, la relajación 3 obtuvo una brecha del 3 % a la mejor solución factible encontrada y el criterio con el que la secuencia iterativa terminó fue debido a que se alcanzó el tiempo límite acordado.

Tabla 6.4: Resultados subgradiente caso 2: valores marginales para los duales iniciales

Relajación	Mejor cota	Brecha	Tiempo (seg)	Iteración	Criterio de parada
Relajación 1	401465	48 %	1350	208	Convergencia
Relajación 2	82026	90 %	1153	500	Convergencia
Relajación 3	754242	3 %	2000	4	Límite de tiempo
Lineal	757839	2.5 %	0.515	-	-

6.2.3 CASO 3: DEMANDAS REALES Y DOS OPCIONES DE PUERTO A SELECCIONAR EN AMÉRICA

Este caso fue planteado por Morales (2016), en el que se vio la oportunidad de embarcar la materia prima desde los puertos en Asia hasta una segunda opción de puerto en América, localizado en Manzanillo, México, además del ya utilizado en EEUU. Para ello se utilizaron los costos logísticos reales de transportar el producto y utilización del segundo puerto (ver Apéndice A.2 y A.3), además de las demandas reales de la empresa para 6 periodos en el horizonte de planeación (ver Apéndice A.1).

Los resultados que se lograron conseguir utilizando el método del subgradiente para el caso 3, con valores duales iniciales de cero, se muestran en la tabla 6.5. Para la relajación 1 se cumplió con el tercer criterio de parada, alcanzado el tiempo límite de cómputo designado de 2000 segundos; consiguiendo una cota dual con brecha de 21.26 % a la mejor solución factible encontrada. En la relajación 2 se encontró una cota dual con brecha de 42.48 % a la mejor solución factible encontrada, el algoritmo se detuvo debido a que se cumplió con el criterio de convergencia. En este caso se encontró la mejor cota dual con la relajación 3, cuya cota cuenta con una brecha de 6.28 % a la mejor solución factible, el algoritmo llegó a término ya que se alcanzó el tiempo límite de cómputo acordado, esto con un mínimo número de iteraciones. Además, la cota dual de la relación lineal se consiguió con una brecha de 6.80 % a la mejor solución factible encontrada.

Para el caso, los resultados obtenidos con el método del subgradiente con valores marginales para los duales iniciales, se muestran en la tabla 6.5 y son descritos a continuación: En la relajación 1 la cota dual encontrada alcanzo una brecha del 56 % a la mejor solución factible, cuyo algoritmo llego a término debido a que alcanzó el tiempo límite de cómputo de 2000 segundos. En la relajación 2 los resultado arrojan una brecha del 62 % a la mejor solución factible encontrada, el algoritmo no consiguió el número total de iteraciones debido a que se cumplió con el criterio de

Tabla 6.5: Resultados subgradiente caso 3: valores duales iniciales de cero

Relajación	Mejor cota	Brecha	Tiempo (seg)	Iteración	Criterio de parada
Relajación 1	197537	21.26 %	2000	63	Límite de tiempo
Relajación 2	143409	42.48 %	1352	423	Convergencia
Relajación 3	235128	6.28 %	2000	4	Límite de tiempo
Lineal	233829	6.8 %	0.478	-	-

convergencia. La relajación 3 consiguió la mejor cota dual para este caso, con una brecha de 8.01 % a la mejor solución factible encontrada; el algoritmo para esta relajación terminó con el tiempo máximo de cómputo acordado, alcanzando un mínimo número de iteraciones.

Tabla 6.6: Resultados subgradiente caso 3: valores marginales para los duales iniciales

Relajación	Mejor cota	Brecha	Tiempo (seg)	Iteración	Criterio de parada
Relajación 1	110433	56 %	2000	31	Límite de tiempo
Relajación 2	85801	62 %	995	332	Convergencia
Relajación 3	230558	8.01 %	2000	4	Límite de tiempo
Lineal	233829	6.8 %	0.478	-	-

6.2.4 CONCLUSIONES GENERALES DE LAS RELAJACIONES

De los resultados que se consiguieron del desarrollo del método subgradiente, en cada uno de los casos descritos en esta sección, podemos concluir tres cosas: primeramente, en los resultados obtenidos para todos los casos de las relajaciones 1 y 2, valores marginales y valores cero para los duales iniciales, las brechas a la mejor solución factible, de sus respectivos casos, están muy por debajo de las alcanzadas

con la relajación lineal; esto se debe a los criterios de parada definidos previamente para el algoritmo del subgradiente (máximo número de iteraciones, convergencia y tiempo límite de cómputo), por ello dichas relajaciones se detienen antes de lograr una mejor cota dual que la de la relajación lineal; esto se puede asegurar ya que ninguna de las relajaciones propuestas cumplen el criterio de integralidad. Por otro lado, las cotas duales con mayor calidad (con brechas más estrechas a la mejor solución factible encontrada) se obtuvieron en las experimentaciones en que se fijaron valores duales iniciales de cero. A su vez, las brechas más pobres se encontraron en donde se proporcionaron valores marginales para los duales iniciales. Y además, para ambos casos (valores marginales y valores cero para los duales iniciales) las mejores brechas a la mejor solución factible se consiguieron con la relajación 3; aún y cuando el tiempo de cómputo es mayor que las otras, se consiguen con un mínimo número de iteraciones y la calidad de las cotas es considerablemente mayor hasta en un 90 %.

6.3 ENCONTRANDO SOLUCIONES FACTIBLES

Para poder encontrar soluciones factibles al problema original es necesario conocer los resultados y comportamiento del problema dual lagrangiano, y así poder desarrollar un heurístico que permita encontrar soluciones factibles y eficientes, que ayude a la planeación del aprovisionamiento de materia prima asiática para la empresa.

Debido a los resultados obtenidos del método subgradiente, descritos en la sección anterior, en donde las mejores brechas (del 2 % al 9 % la mejor solución factible encontrada) fueron alcanzadas con la tercera relajación lagrangiana desarrollada, en cada uno de los casos; se han analizado los resultados de dicho problema relajado, esto para el desarrollo del heurístico; los cuales concluyen que: ninguno de los nodos de distribución (centros de consolidación, puertos en Asia y puertos en América) son abiertos durante todos los periodos de planeación t ; es decir: y_{jt}^1 , y_{kt}^2 y y_{lt}^3 son igual a cero para todo t , con lo cual todas las tarimas necesarias para la producción deben

ser expeditadas desde los nueve proveedores en China hasta la planta en Monterrey. Con lo cual, se decidió resolver el problema anterior de la siguiente manera: si hay producto a enviar desde un punto a uno de los nodos de distribución, entonces este será abierto durante el periodo y esos valores son fijados. Con los valores fijos para las y obtenidos del problema dual se resuelve nuevamente el problema original, resultando así un programa lineal de redes que es mucho más rápido de resolver que el problema original, además que este aporta soluciones factibles al problema original de la empresa las cuales fueron comparadas a las obtenidas con el método exacto.

6.3.1 RESULTADOS FACTIBLES DEMANDAS FICTICIAS Y UNA OPCIÓN DE PUERTO EN AMÉRICA

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos del heurístico desarrollado para la relajación 3 contra los que se obtuvieron con el método exacto; esto para el caso en que se utiliza un puerto en América y demandas ficticias para los 6 periodos de planeación.

Tabla 6.7: Resultados factibles caso 1

Método	Mejor cota	Brechas	Tiempo	Iteración
Exacto	115721	3.76 %	2500	-
Heurístico	115383	0.0 %	2000	7

Podemos ver de la tabla que los costos obtenidos con el método exacto y los obtenidos con el heurístico lagrangiano son comparables en cuanto a calidad de la solución se refiere, se conserva una diferencia en un 0.89 %, sin embargo la capacidad computacional es mucho menor con el heurístico desarrollado.

También se puede concluir que tiempos obtenidos con el heurístico lagrangiano son menores en un 24 % que los que se obtuvieron con el método exacto y las brechas

del heurístico son más estrechas que las del método exacto en un 2.18 %, el cual rompe con la memoria computacional y no es posible obtener una solución de la planeación de la empresa; cuando esto sucede hay que detener el modelo antes de que esto pase.

6.3.2 RESULTADOS FACTIBLES DEMANDAS REALES Y UNA OPCION DE PUERTO EN AMÉRICA

La tabla muestra los resultados finales obtenidos del heurístico desarrollado para la relajación 3 con los que se obtuvieron en el método exacto, esto para el caso de la empresa en que se utiliza un puerto en América y demandas ficticias para los 6 periodos de planeación.

Tabla 6.8: Resultados factibles caso 2

Método	Mejor cota	Brechas	Tiempo	Iteración
Exacto	777159	1.26 %	2200	
Heurístico	776836	1.00 %	2000	4

Podemos ver que los costos obtenidos con el método exacto y los que se encontraron con el heurístico lagrangiano son comparables en cuanto a calidad de la solución se refiere, en ellos se sigue conservando una diferencia en un 0.89 %, al igual que en caso anterior con demandas ficticias.

Se puede observar que en el caso de los datos reales, el método exacto termino con la memoria computacional prematuramente, por lo que se puede decir que la capacidad computacional es menor en el heurístico y las brechas encontradas con el siguen siendo más estrechas que las del método exacto.

6.3.3 RESULTADOS FACTIBLES CON DEMANDAS REALES Y DOS OPCIONES DE PUERTO A SELECCIONAR EN AMÉRICA

Tabla 6.9: Resultados factibles caso 3

Método	Mejor cota	Brechas	Tiempo	Iteración
Exacto	247341	1.79 %	2100	
Heurístico	250901	1.12 %	2000	5

En cuanto a los costos obtenidos podemos decir que tanto con el método exacto como con el heurístico desarrollado se obtuvieron resultados comparables en cuanto a calidad de la solución se refiere, en los que se conserva una diferencia de un 1.4 %.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES

A través del desarrollo de un heurístico basado en herramientas lagrangianas, en este trabajo de investigación se pudo encontrar una solución eficaz y eficiente al problema de aprovisionamiento de materia prima asiática de una empresa, cabe mencionar que dicha solución no fue posible obtenerla mediante técnicas exactas. La solución factible encontrada fue posible obtenerla con mínimos esfuerzos computacionales y sirve como apoyo a la planeación de la proveeduría del material asiático de la empresa productora de refacciones plásticas.

Se encontró, por medio de la literatura revisada, que algunos programas lineales presentan estructuras que pueden bien ser aprovechadas para formular relajaciones lagrangianas; este fue el caso del programa lineal entero mixto estudiado en este trabajo, por lo que en vez de resolver un problema grande se obtuvieron tres pequeños problemas con estructuras homogéneas fáciles de resolver.

Se observó durante la implementación del método subgradiente, al solucionar el problema dual lagrangiano de cada una de las relajaciones propuestas, que pese a ser un método sencillo de programar al realizar ajustes en los parámetros del algoritmo este llega a tener un comportamiento inesperado en los resultados obtenidos.

La cotas duales lagrangianas con mayor calidad, es decir más cercanas a la mejor solución factible encontrada, se obtuvieron al resolver el problema dual lagran-

giano de la relajación 3, aun y cuando consumieron el mayor tiempo computacional, se consiguieron en el menor número de iteraciones (de 4 a 7) y con alrededor del 8 % de cercanía a la mejor solución factible que se encontró para cada uno de los casos de estudio.

Se logró reducir la capacidad computacional que ocupaba el programa lineal, dado que anteriormente se necesitaban realizar varias pruebas para saber el tiempo estimado en el que se podía obtener una buena solución factible, con lo que se perdía tiempo y esfuerzo. Además si hubiera cambios en las demandas o en los costos involucrados no se garantiza que el tiempo estimado para obtener una solución factible sea el mismo.

Se alcanzó una reducción de hasta el 20 % en los costos logísticos involucrados en la proveeduría de materia prima asiática , en comparación con los costos que se lograrían sin la herramienta desarrollada.

7.0.1 TRABAJO FUTURO

Existen metodologías con las cuales se puede alcanzar una mejor solución para el problema dual lagrangiano, incluso alcanzar la solución óptima, sin embargo el alcance de este trabajo es encontrar soluciones factibles con las cuales la empresa pueda trabajar en su planeación y el método del subgradiente encontró buenas cotas que sirvieron a este propósito. En un siguiente estudio trabajar para mejorar la cota dual alcanzada podría mejorar los resultados obtenidos.

El heurístico lagrangiano encontró buenas soluciones al problema de localización de instalaciones y aprovisionamiento de materia prima para la empresa, sin embargo podrían explorarse otras técnicas en el heurístico y así encontrar nuevas soluciones factibles al problema.

APÉNDICE A

PARÁMETROS DE IMPLEMENTACIÓN

Este apéndice se ha separado en 4 secciones que son: demandas, costos fijos, costos variables y capacidades. En cada uno de ellas se describen y presenta, en forma de tablas, los parámetros utilizados en la resolución del modelo matemático que proporciona una planeación al aprovisionamiento de materia prima de la empresa, en cada caso que se ha descrito en el capítulo 6.

A.1 DEMANDAS

La empresa requiere de 22 distintos tipos de materia prima para la fabricación de algunos de sus productos; tal materia prima es suministrada por 9 proveedores, cuyas plantas se encuentran en China. Para la resolución del caso 1 (capítulo 6) y con el fin de verificar la funcionalidad del modelo matemático, se han propuesto demandas ficticias para cada uno de los 22 productos durante los 6 periodos de planeación; las cuales se muestran en la tabla A.1. Las demandas reales de cada uno de los productos fueron tomadas de la empresa y con ellas se obtuvieron resultados para los casos 2 y 3 del capítulo 6, estas se encuentra en la tabla A.2.

Tabla A.1: Demandas ficticias

Producto	Periodo						Producto	Periodo					
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
1	2	3	2	4	3	4	12	6	5	6	6	5	3
2	3	3	4	3	4	3	13	8	7	9	8	9	8
3	4	4	3	4	3	4	14	7	7	6	7	6	7
4	8	7	9	8	7	9	15	4	4	5	4	4	5
5	9	9	8	8	7	9	16	6	6	7	8	9	4
6	7	7	6	8	7	8	17	9	9	6	7	9	6
7	9	8	8	9	8	9	18	6	7	8	6	7	8
8	9	8	8	9	8	9	19	10	6	5	7	8	9
9	10	11	12	11	11	10	20	5	7	6	7	8	8
10	5	5	5	4	3	1	21	9	8	9	9	9	6
11	6	5	5	6	6	4	22	8	7	9	8	8	7

Tabla A.2: Demandas reales

Producto	Periodo						Producto	Periodo					
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
1	23	9	23	9	23	12	12	18	21	34	47	46	42
2	13	14	16	15	12	15	13	37	26	21	35	33	28
3	5	4	4	6	5	6	14	7	7	7	7	6	7
4	7	5	4	6	8	5	15	1	1	1	1	1	1
5	4	3	4	3	3	3	16	5	5	6	6	7	6
6	23	18	20	18	25	15	17	4	6	6	6	6	6
7	3	3	3	3	3	3	18	1	1	1	1	1	1
8	2	2	2	2	2	2	19	5	5	6	10	10	11
9	6	6	6	6	6	6	20	2	2	3	2	1	2
10	1	1	1	1	1	1	21	2	2	1	3	2	3
11	28	36	27	28	28	27	22	3	3	1	4	2	4

A.2 COSTOS FIJOS

El transporte de materia prima que solicita la empresa, desde los proveedores en China hasta la planta en México, está sujeta por costos de renta y utilización en centros de consolidación y puertos. Estos costos fijos se mantienen a pesar del periodo de planeación en que son utilizados y la cantidad de materia prima que es manejada en ellos, sin sobrepasar la capacidad de los nodos.

Los costos fijos por utilizar un centro de consolidación son considerados como un servicio; estos son pagados solo si se utiliza dicho centro de consolidación, es decir, no están sujetos a renta durante largos periodos. los costos de utilización de puertos y centros de consolidación en Asia se muestran en la tabla A.3 y utilizados para cada uno de los casos planteados en el capítulo 6.

Tabla A.3: Costos fijos de utilización en Asia (por viaje)

Ciudad portuaria	Centro de consolidación	Puerto
Hong Kong	100	357
Shanghai	200	200
Shenzhen	300	452
Zhongshan	200	248
Xiamen	200	201

En la tabla A.4 proporciona el costo fijo de utilizar un puerto en América. Para el caso 1 y 2 del capítulo 6 solo se tiene la opción de puerto en Long Beach, no obstante, para el caso 3 además es considerado un puerto en Manzanillo, México.

Tabla A.4: Costos fijos de utilización en América (por viaje)

Puerto	Costo
Long Beach	390
Manzanillo	60

A.3 COSTOS VARIABLES

Los costos de transportar materia prima desde los proveedores hasta los centros de consolidación en China son considerados, para este trabajo, por cada viaje que es realizado, estos costos se muestran en la tabla A.5.

Tabla A.5: Costos logísticos de enviar producto desde cada proveedor a cada centro de consolidación en Asia (por viaje)

Proveedor	Centro de consolidación				
	Hong Kong	Shanghai	Shenzhen	Zhongshan	Xiamen
1	10	2253	48	208	584
2	2253	10	1946	2185	1163
3	48	1946	10	161	537
4	208	2185	161	10	182
5	584	1163	537	1821	10
6	584	1163	537	1821	10
7	584	1163	537	182	10
8	584	1163	537	182	10
9	584	1163	537	182	10

El envío de materia prima desde un centro de consolidación a un puerto (ambos en Asia) se lleva a cabo vía terrestre, esto por medio de un solo tipo de transporte. Para este trabajo los costos de enviar producto se cobran por cada viaje realizado de un centro de consolidación a un puerto en Asia; los cuales se muestran en la tabla A.6.

Para transportar el producto vía marítima desde los puertos en Asia hasta alguno de los puertos en América, existen tres opciones de embarques que pueden ser utilizadas: contenedores de 20 y 40 pies y por medio de la consolidación). A continuación la tabla A.7 muestra cuales son los costos logísticos correspondientes de enviar la materia prima desde cada puerto en Asia a cada puerto en América con el tipo de embarque seleccionado.

Para llevar el producto desde el puerto seleccionado en América, ya sea en Long

Tabla A.6: Costos logísticos de enviar producto de un centro de consolidación a un puerto en Asia (por viaje)

Centro de consolidación	Puerto				
	Hong Kong	Shanghai	Shenzhen	Zhongshan	Xiamen
Hong Kong	10	2253	48	208	584
Shanghai	2253	10	1946	2185	1163
Shenzhen	48	1946	10	161	537
Zhongshan	208	2185	161	10	182
Xiamen	584	1163	537	1821	10

Tabla A.7: Costos logísticos de enviar producto de un puerto en Asia a un puerto en América, utilizando un tipo específico de embarque

	Long Beach			Manzanillo		
	20 pies	40 pies	Consolidación	20 pies	40 pies	Consolidación
Hong Kong	1500	12531	15600	478	2200	2806
Shanghai	1500	10171	12523	539	2300	2866
Shenzhen	1500	9600	11859	483	2200	2820
Zhongshan	1500	10261	12737	530	2300	2905
Xiamen	1500	9596	11800	571	2300	2857

Beach o Manzanillo, a la planta de producción en Monterrey se utilizan contenedores de 20 o de 40 pies como tipo de transporte a ser seleccionado. La tabla A.8 muestra los costos logísticos implicados de enviar el producto en los distintos tipos de transporte y puerto en América a ser utilizado.

Tabla A.8: Costos logísticos de enviar producto de un puerto en América a la planta en Monterrey, utilizando un tipo específico de transporte

Puerto	Tipo de transporte	
	20 pies	40 pies
Long Beach	2494	2494
Manzanillo	1086	1086

A.4 CAPACIDADES

Como ya se ha planteado en el capítulo 2, la empresa es suministrada de 22 distintos tipos de productos por 9 proveedores cuyas plantas se encuentran en China y se ha considerado que la capacidad de producción para cada una de las plantas es de 1000 por cada tipo. La tabla A.9 muestra una correspondencia producto proveedor en ella se indica: con 1, si el tipo de producto es suministrado por el proveedor y con 0 de lo contrario.

Tabla A.9: Correspondencia de fabricación producto-proveedor

	Proveedor										Proveedor								
Producto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Producto	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	13	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	14	0	0	0	0	0	0	1	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	15	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	16	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	17	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0	1	0
8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	19	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	1	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	1	0	0	0	0	0
10	0	0	1	0	0	0	0	0	0	21	0	0	0	1	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	22	0	0	0	1	0	0	0	0	0

En la tabla A.10 se muestran los parámetros de capacidad para los centros de consolidación en Asia, utilizados en cada uno de los casos del capítulo 6.

Tabla A.10: Capacidad de utilización en centros de consolidación de Asia (tarimas)

Puerto	Capacidad
Hong Kong	1000
Shanghai	600
Shenzhen	900
Zhongshan	800
Xiamen	400

Para designar los parámetros de capacidad en los puertos localizados en Asia,

se han utilizado los datos reales para cada uno de ellos; estos se muestran en la tabla A.11.

Tabla A.11: Capacidad de utilización en puertos de Asia (tarimas)

Puerto	Capacidad
Hong Kong	1000
Shanghai	750
Shenzhen	800
Zhongshan	1000
Xiamen	500

Para que la mercancía asiática sea embarcada en América, en este trabajo se estudian dos posibilidades de puerto a ser utilizados: el puerto localizado en Long Beach, California, que es el actualmente maneja la empresa y donde posteriormente la materia prima es enviada a Monterrey, México, para su proceso de producción (considerado en los casos 1 y 2 del capítulo 6) y el puerto en Manzanillo, México, con posibilidades de una mayor accesibilidad al punto de producción (considerado en el caso 3 del capítulo 6). A continuación la tabla A.12 muestra la capacidad de utilización de los dos puertos en América considerados como nodo de distribución de la materia prima exportada de América.

Tabla A.12: Capacidad de utilización en puertos de América (tarimas)

Puerto	Capacidad
Long Beach	2000
Manzanillo	2000

BIBLIOGRAFÍA

- BALLOU, R. H. (2004), *Logística: Administración de la cadena de suministro*, Pearson.
- BAZARAA, M. S., J. J. JARVIS y H. D. SHERALI (2004), *Programación lineal y flujo en redes*, segunda edición, Limusa, México, DF.
- BEASLEY, J. (1992), *Lagrangean Relaxation*, The management school of London, London.
- CANEL, C., B. M. KHUMAWALA, J. LAW y A. LOH (2001), «An algorithm for the capacitated, multi-commodity multi-period facility location problem», *Computers & Operations Research*, **28**, págs. 411–427.
- CHEN, C., S. YAN y M. CHEN (2010), «Applying Lagrangian relaxation-based algorithms for airline coordinated flight scheduling problems», *Computers & Industrial Engineering*, **59**, pág. 398–410.
- DIABAT, A., O. BATAÏA y D. NAZZAL (2015), «An improved Lagrangian relaxation based heuristic for a joint location-inventory problem», *Computers & Operations Research*, **61**, pág. 170–178.
- FISHER, M. L. (2004), «The lagrangian Relaxation method for solving integer programming problems», *Management Science*, **50**(12), págs. 1861–1873.
- GEOFFRION, A. M. (1974), «Lagrangean relaxation for integer programming», *Mathematical Programming Study*, **2**, pág. 82–114.

- GHOSH, D. (2003), «Neighborhood search heuristics for the uncapacitated location problem», *European Journal of Operational Research*, **150**, pág. 150–162.
- GLOVER, F. y D. KLINGMAN (1988), «Layering strategies for creating exploitable structure in linear and integer programs.», *Mathematical Programming*, **40**, pág. 165–182.
- GUIGNARD, M. (2003), «Lagrangean relaxation», *TOP*, **11**(2), págs. 151–228.
- GUIGNARD, M. y S. KIM (1987), «Lagrangean descomposition: a model yielding stronger lagrangean bounds», *Mathematical Programming*, **39**, pág. 215–228.
- HAN, J. y Y. KIM (2016), «Design and operation of a two level supply chain for production time dependent products using Lagrangian relaxation», *Computers & Industrial Engineering*, **96**, pág. 118–125.
- HELD, M. y R. M. KARP (1970), «The traveling salesman problem and minimum spanning trees», *Mathematical Programming Study*, **18**, pág. 1138–1162.
- HINOJOSA, Y., J. PUERTO y F. FERNÁNDEZ (2000), «A multiperiod two echelon multicommodity capacitated plant location problem», *European Journal of Operational Research*, **123**, págs. 271–291.
- IMAI, A., E. NISHIMURA y J. CURRENT (2007), «A Lagrangian relaxation-based heuristic for the vehicle routing with full container load», *European Journal of Operational Research*, **176**, pág. 87–105.
- JOURDAN, L., M. BASSEUR y E. G. TALBI (2009), «Hybridizing exact methods and metaheuristics: A taxonomy», *European Journal of Operational Research*, **199**, pág. 620–629.
- LIN, D. y Y. CHU (2014), «A Lagrangian relaxation approach to the mixed product assembly line sequencing problem: A case study of a door lock company in Taiwan», *Applied Mathematical Modelling*, **38**, pág. 4493–4511.

- LOUWERS, D., B. J. KIP, E. PETERS, F. SOUREN y S. D. FLAPPER (1999), «A facility location allocation model for reusing carpet material», *Computers & Industrial Engineering*, **36**, págs. 855–869.
- LU, Z. y N. BOSTEL (2007), «A facility location model for logistics systems including reverse flows: The case of remanufacturing activities», *Computers & Operations Research*, **34**, pág. 299–323.
- MARTI, R. y G. REINELT (2011), *The linear ordering problem: exact and heuristic methods in combinatorial optimization*, Springer.
- MARTIN, R. K. (2010), *Large scale linear and integer optimization: a unified Approach*, KAP, Mexico.
- MARULANDA, M. V. y K. LEGUIZAMÓN, G. AND NIÑO (2010), «Solución al problema de localización a través de búsqueda tabú y relajación lagrangena, caso de estudio: industria de productos alimentarios», *ResearchGate*, págs. 1–8.
- MORALES, C. M. (2016), *Optimización de costos logísticos en productos importados desde Asia*, Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.
- NASBERG, M., K. O. JORNSTEN y P. A. SMEDS (1985), «Variable splitting a new lagrangean relaxation approach to some mathematical programming problems», *Reporte tecnico, Linkoping University*.
- OSMAN, I. H. y G. LAPORTE (1996), «Metaheuristics: A bibliography», *Annals of Operations research*, **63**(5), págs. 511–623.
- OTTINO, J. M. (2011), «Chemical engineering in a complex world: Grand challenges, vast opportunities», *Wiley*, **57**(7), págs. 1654–1668.
- PERES, S. D., D. D. ALMEIDA, O. GUYON y F. BENHIZIA (2015), «A Lagrangian heuristic framework for a real-life integrated planning problem of railway transportation resources», *Transportation Research Part B*, **74**, pág. 138–150.

- PIRKUL, H. y V. JAYARAMAN (1998), «A multi- commodity, multi-plant, capacited facility location problem: formulation and efficient heuristic solution», *Computers & Operations Research*, **25**(10), págs. 869–878.
- PORTER, M. E. (1990), «The competitive advantage of nations», *Harvard Business Review*, págs. 73–82.
- RIBERO, C. y M. MINOUX (1986), «Solving hard constrained shorest path problems by lagrangean relaxation and branch and bound algorithmsi», *Mathematics of Operation Research*, **53**, pág. 303–316.
- RIOS, M. Z. (2014), «Diseño de una cadena de suministro con decisiones de eficiencia, localización e inventario usando un algoritmo evolutivo multiobjetivo», *Recent Advances in Theory, Methods, and Practice of Operations Research*, págs. 216–223.
- SHEN, Z. M., C. COULLARD y M. S. DASKIN (2003), «A Joint Location-Inventory Model», *Transportation Science*, **37**(1), pág. 40–55.
- SHENA, Q. y H. CHUB, F. AND CHENC (2011), «A Lagrangian relaxation approach for a multi-mode inventory routing problem with transshipment in crude oil transportation», *Computers and Chemical Engineering*, **35**, pág. 2113– 2123.
- SHEPARDSON, F. y R. E. MARTSEN (1980), «A lagrangean relaxation algorithm for the two-duty scheduling problem», *Management Science*, **26**, pág. 274–281.
- SOENEN, R. (1977), «Contribution letude des systemes de conduite en temps reel en vue de la commande dunités de fabrication», *Tesis doctoral, Universite de Lille*,.
- SUN, M. (2006), «Solving the uncapacitated facility location problem using tabu search», *Computers & Operations Research*, **33**, pág. 2563–2589.
- SWEENEY, D. y R. TATHAM (1976), «An improved long run model for multiple warehouse location», *Management Science*, **22**(7), págs. 748– 758.

YIGIT, V., M. E. AYDIN y O. TURKBEY (2007), «Solving large-scale uncapacitated facility location problems with evolutionary simulated annealing», *International Journal of Production Research*, **44**(22), pág. 4773–4791.

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Maria Margarita Molina de la Torre

Candidato para obtener el grado de
Maestría en Logística y Cadena de Suministro

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

OPTIMIZACIÓN DE COSTOS LOGÍSTICOS DE MATERIALES
IMPORTADOS DESDE ASIA MEDIANTE HEURÍSTICAS LAGRANGIANAS

Nací el día 22 de enero de 1990 en Monterrey, Nuevo León, México; hija de Reynalda de la Torre Salazar y Mario Molina Ibarra. Culmine mis estudios de licenciatura en diciembre del 2013 en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Autónoma de Nuevo León, obteniendo el título de Lic. en Matemáticas. En mayo del 2015 ingrese al posgrado de la Maestría en Logística y Cadena de Suministro de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, también de la Universidad Autónoma de Nuevo León.