

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



**SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE MURETES DE MAMPOSTERÍA  
DE CONCRETO ANTE CARGA DE COMPRESIÓN UNIAXIAL**

**Por**

**DIEGO CAVAZOS DE LIRA**

**Como requisito parcial para obtener el Grado de  
MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN EN  
INGENIERÍA ESTRUCTURAL**

**Junio, 2016**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



**SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE MURETES DE MAMPOSTERÍA  
DE CONCRETO ANTE CARGA DE COMPRESIÓN UNIAXIAL**

**Por**

**DIEGO CAVAZOS DE LIRA**

**Como requisito parcial para obtener el Grado de  
MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN EN  
INGENIERÍA ESTRUCTURAL**

**Junio, 2016**

**SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO  
DE MURETES DE MAMPOSTERÍA  
DE CONCRETO ANTE CARGA  
DE COMPRESIÓN  
UNIAXIAL**

Aprobación de la Tesis

---

Dr. Fabián René Ruvalcaba Ayala, Director de Tesis

---

Dr. Jorge Humberto Chávez Gómez, Codirector de Tesis

---

M.C. Abel Hugo Moreno Castañeda, Asesor Externo

---

Dr. César Antonio Juárez Alvarado, Subdirector de Estudios de Posgrado

## **AGRADECIMIENTOS**

Resulta lógico que no habría sido posible concluir el presente trabajo sin la ayuda de muchas personas a quienes deseo agradecer su colaboración, así como su tiempo y el hecho de que compartieran sus conocimientos conmigo.

Deseo destacar el apoyo recibido por parte de la Subdirección de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil, que se esforzó en proveerme de las clases necesarias, lo cual sirvió de excelente manera para mi formación.

Quiero agradecer a mi asesor de tesis, el Dr. Fabián René Ruvalcaba Ayala, quien se encargó de la revisión del manuscrito, así como de proveer numerosas sugerencias y recomendaciones para llevarlo a su estado final.

También merece mi reconocimiento la plantilla de maestros del posgrado, conformada por: Dr. Antonio Zaldívar, Dr. Ernesto Treviño, Dr. Christian Gómez, Dr. Roberto Pérez, Dr. Fabián Ruvalcaba, Dr. Ricardo González, Dr. Jorge Chávez, M.C. Adolfo Elías y el Dr. Guillermo Villarreal. Adicionalmente merecen especial distinción mis padres, quienes amablemente colaboraron con paciencia en la consecución de este objetivo. También quiero agradecer a mis compañeros, quienes avivaron mis conocimientos con sus comentarios y observaciones.

Finalmente, y el más importante, Dios fue el único que permitió que se dieran las condiciones para que se llegara a esta etapa de mi vida y se tomaran las decisiones correctas para estudiar la maestría y concluirla gracias a su favor.

Sin duda, habrá muchas otras personas que influyeron en lo que se presenta en este trabajo, y a todos ellos les brindo las gracias por su arduo esfuerzo y entusiasmo, con el cual no habría sido posible su cumplimiento.

Últimamente deseo agradecerle a usted, el lector que está sujetando este libro, quien se tomó la molestia de hojearlo ya que consideró que podría aprender algo de él.

*Dedicado a la Facultad de Ingeniería Civil de la UANL  
y a la Subdirección de Estudios de Posgrado.*



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FIC

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**DR. CÉSAR ANTONIO JUÁREZ ALVARADO**  
**SUBDIRECTOR DE ESTUDIOS DE POSGRADO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL UANL.**  
**Presente.-**

Estimado Dr. Juárez Alvarado:

Por este medio le comunico que el Ing. **Diego Cavazos de Lira**, pasante de la Maestría en Ciencias con Orientación en Ingeniería Estructural, ha concluido satisfactoriamente su trabajo de tesis denominada **“Simulación del Comportamiento de Muretes de Mampostería de Concreto ante Carga de Compresión Uniaxial”**, por lo que no tengo inconveniente en solicitarle que amablemente gire las instrucciones para dar paso a los trámites correspondientes y atender la solicitud del Examen de Grado del Ing. Cavazos de Lira para cumplir con los requisitos que exige el Reglamento de Exámenes Profesionales de nuestra institución.

Agradeciendo de antemano la atención brindada a la presente, me despido quedando a sus órdenes

ATENTAMENTE,  
**“ALERE FLAMMAM VERITATIS”**  
Cd. Universitaria, a 20 de mayo de 2016

**DR. FABIÁN RENÉ RIVALCABA AYALA**  
**DIRECTOR DE TESIS**

C.c.p. Archivo.



*“Educación de clase mundial,  
un compromiso social”*

FO-SEP-01

Av. Universidad S/N Cd. Universitaria Apdo. Postal 17  
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México, C.P. 66455  
Tels.: (81) 1442 4400 ext. 4447 y 4448, 8329 4000 ext. 7216 y 7234  
<http://www.fic.uanl.mx>  
Correo: [subpos@uanl.mx](mailto:subpos@uanl.mx)



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FIC



FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

**DR. CÉSAR ANTONIO JUÁREZ ALVARADO**  
**SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL, UANL.**  
**Presente.-**

**Estimado Dr. Juárez:**

Por este medio le comunico que el **Ing. Diego Cavazos de Lira**, pasante de la maestría en Ciencias con Orientación en Ingeniería Estructural, ha concluido satisfactoriamente su trabajo de tesis denominado **“Simulación del Comportamiento de Muretes de Mampostería de Concreto ante Carga de Compresión Uniaxial”**, por lo que no tengo inconveniente en solicitar respetuosamente que gire las instrucciones para dar paso a los trámites correspondientes y atender la solicitud del Examen de Grado del Ing. Diego Cavazos de Lira para cumplir con los requisitos que exige el Reglamento de Exámenes Profesionales de nuestra institución.

Agradeciendo de antemano la atención brindada a la presente, me despido quedando a sus órdenes.

Atentamente.

“Alere Flammam Veritatis”

Ciudad Universitaria, 6 de junio de 2016

**Dr. Jorge Humberto Chávez Gómez**

Jefe del Departamento de Ingeniería Estructural y Peritajes

c.c.p. Archivo



“Educación de clase mundial,  
un compromiso social”

Ave. Pedro de Alba S/N. Cd. Universitaria, Apdo. Postal 58F  
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México, C.P. 66450  
Tels. (01-81) 8329 4060 . 8352 4850 Fax ext. 106  
<http://fic.uanl.mx>



**Xella Mexicana, S. A. de C. V.**  
Río Amacuzac 1201 Ote.  
Col. Valle Oriente  
Garza García, N. L., México  
C.P. 66269  
Tel.: +52 (81) 8399-2464  
Fax: +52 (81) 8399-2420  
01 800 00 XELLA (93552)  
[www.hebel.mx](http://www.hebel.mx)

**DR. CÉSAR ANTONIO JUÁREZ ALVARADO**  
Subdirector de Estudios de Posgrado  
Facultad de Ingeniería Civil UANL.

Estimado Dr. Juárez Alvarado:

En atención a su oficio en el que me informa que fui designado como Evaluador de la Tesis **“Simulación del Comportamiento de Muretes de Mampostería de Concreto ante Carga de Compresión Uniaxial”**, que presenta el **Ing. Diego Cavazos de Lira**, como requisito parcial para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Orientación en Ingeniería Estructural, me permito informar a Usted que después de haber leído y evaluado la calidad de la tesis, dictamino que la misma es **APROBADA**.

Sin otro en particular, le reitero mis distinguidas consideraciones y un afectuoso saludo.

*ATENTAMENTE,*  
**“ALERE FLAMMAM VERITATIS “**  
Cd. Universitaria, a 02 de junio de 2016



**M.C. ABEL HUGO MORENO CASTAÑEDA**  
**EVALUADOR**

C.c.p. Archivo.





**UANL**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



**FIC**

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Oficio SEP-357-2016

**ING. LÁZARO VARGAS GUERRA**

Director del Departamento de Escolar y de  
Archivo de la UANL  
Presente.-

Estimado Ing. Vargas:

Por este conducto me permito comunicarle que el **Ing. Diego Cavazos de Lira**, pasante de la **Maestría en Ciencias con Orientación en Ingeniería Estructural**, ha solicitado su examen de grado, para lo cual a cubierto la totalidad de los requisitos académicos y administrativos que exige el Reglamento de Exámenes Profesionales y el Reglamento General de Estudios de Posgrado de nuestra Institución.

De la manera más atenta, le solicito su colaboración para que se dé el trámite correspondiente en el Departamento a su digno cargo.

Sin más por el momento, quedo a sus apreciables órdenes para cualquier duda o aclaración.

ATENTAMENTE,  
"ALERE FLAMMAM VERITATIS"  
Cd. Universitaria a 6 de junio del 2016

**DR. CÉSAR ANTONIO JUÁREZ ALVARADO**  
Subdirector de Estudios de Posgrado



SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO

C.c.p. Archivo.  
Rtp.



"Educación de clase mundial,  
un compromiso social"

FO-SEP-01

Av. Universidad S/N Cd. Universitaria Apdo. Postal 17  
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México, C.P. 66455  
Tels.: (81) 1442 4400 ext. 4447 y 4448, 8329 4000 ext. 7216 y 7234  
<http://www.fic.uanl.mx>  
Correo: [subpos@uanl.mx](mailto:subpos@uanl.mx)

## TABLA DE CONTENIDO

Capítulo	Página
LISTA DE TABLAS .....	x
LISTA DE FIGURAS .....	xi
1. ASPECTOS GENERALES.....	1
1.1 Introducción.....	1
1.1.1 Definición de Mampostería y Visión del Estudio .....	1
1.1.2 Panorama General.....	1
1.1.3 Historia de la Mampostería .....	3
1.1.4 Componentes de la Mampostería.....	4
1.1.4.1 Piezas.....	5
1.1.4.1.1 Piezas de Concreto .....	6
1.1.4.1.2 Piezas de Arcilla .....	7
1.1.4.2 Morteros .....	8
1.1.5 Modalidades de Construcción con Mampostería .....	9
1.1.6 Reglamentación Existente sobre Estructuras de Mampostería .....	9
1.1.6.1 Normas Técnicas Complementarias .....	10
1.1.6.2 Reglamento de Estados Unidos de América.....	10
1.1.6.3 Reglamento Europeo .....	11
1.2 Antecedentes .....	11
1.2.1 Planteamiento del Problema.....	11
1.2.2 Estudio Experimental de la Mampostería en Nuevo León .....	13
1.3 Justificación .....	13
1.3.1 Justificación de esta Investigación.....	13
1.3.2 Hipótesis .....	15
1.4 Objetivos .....	15
1.4.1 Objetivo Principal.....	15
1.4.2 Objetivos Secundarios.....	16
1.4.3 Alcance de la Investigación .....	16
1.4.4 Organización de este Trabajo.....	17
2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO .....	18
2.1 Aspectos Generales.....	18

Capítulo	Página
2.1.1 Ventajas del Modelado Matemático .....	19
2.1.2 Desventajas del Modelado Matemático .....	19
2.1.3 Herramientas Computacionales Disponibles .....	19
2.2 Modelos de Comportamiento del Material.....	21
2.2.1 Bases Teóricas .....	21
2.2.2 Modelos Elásticos.....	23
2.2.3 Modelo de Rankine .....	24
2.2.4 Modelo de Tresca y de von Mises .....	25
2.2.4.1 Aplicaciones del Modelo de Tresca y von Mises .....	26
2.2.5 Modelo de Mohr Coulomb.....	27
2.2.5.1 Ventajas del Modelo de Mohr – Coulomb .....	27
2.2.5.2 Desventajas del Modelo de Mohr – Coulomb....	28
2.2.5.3 Aplicaciones del Modelo de Mohr – Coulomb con Límite a Tensión .....	28
2.2.6 Modelo de Drucker – Prager.....	29
2.2.6.1 Aplicaciones del Modelo de Drucker – Prager...	30
2.2.7 Modelo <i>Concrete Smeared Cracking</i> .....	30
2.2.7.1 Aplicaciones del Modelo <i>Concrete Smeared             Cracking</i> .....	31
2.2.8 Modelo <i>Concrete Damaged Plasticity</i> .....	32
2.2.8.1 Aplicaciones del Modelo <i>Concrete Damaged             Plasticity</i> .....	32
2.3 Aspectos Experimentales de Mampostería a Compresión.....	33
3. MARCO TEÓRICO .....	35
3.1 Modelado Matemático del Comportamiento de los Sólidos Deformables .....	35
3.1.1 Elasticidad Lineal en Mecánica Estructural.....	36
3.1.1.1 Equilibrio .....	37
3.1.1.2 Compatibilidad de Deformaciones.....	38
3.1.1.3 Relaciones Constitutivas .....	40
3.1.2 Comportamiento No Lineal .....	42
3.1.2.1 No Linealidad Geométrica .....	42
3.1.2.2 No Linealidad por Condiciones de Frontera .....	43
3.1.2.3 No Linealidad del Material, Aplicada al Concreto .....	43
3.1.2.3.1 Teoría de la Plasticidad con Endurecimiento por Deformación ...	44
3.2 El Método del Elemento Finito .....	49
3.2.1 Descripción General del Método e Implementación Computacional .....	49
3.2.1.1 Discretización del dominio.....	51
3.2.1.2 Modelos de interpolación .....	53

3.2.1.3 Derivación de las matrices y vectores de los elementos .....	54
3.2.1.4 Ensamble de matrices de elementos y sistemas de ecuaciones .....	55
3.2.1.5 Solución para los grados de libertad desconocidos.....	55
3.2.1.6 Cálculo de las variables de campo en los Elementos.....	56
3.2.1.7 Implementación en Abaqus .....	56
3.2.1.7.1 Elementos Finitos en Abaqus .....	57
3.2.1.7.2 Solución de problemas no lineales en Abaqus.....	59
3.2.1.7.2.1 Iteraciones de equilibrio y convergencia.....	60
3.2.1.7.3 Definición de Contacto.....	63
3.3 Modelo <i>Concrete Damaged Plasticity</i> .....	65
3.3.1 Comportamiento Mecánico .....	66
3.3.1.1 Comportamiento ante esfuerzos uniaxiales a tensión y a compresión.....	66
3.3.1.2 Comportamiento multiaxial .....	69
3.3.1.3 Relación esfuerzo-deformación post-falla .....	70
3.3.2 Formulación Plástica del Modelo .....	71
3.3.2.1 Descomposición de la tasa de deformación .....	71
3.3.2.2 Relaciones esfuerzo-deformación .....	71
3.3.2.3 Variables de endurecimiento .....	72
3.3.2.4 Definición de invariantes de esfuerzos efectivos .....	72
3.3.2.5 Flujo Plástico .....	73
3.3.2.6 Función de Fluencia .....	74
4. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO .....	77
4.1 Información Obtenida Experimentalmente .....	77
4.1.1 Morteros .....	77
4.1.2 Bloques de Dos Celdas de Concreto Normal .....	79
4.1.3 Muretes .....	79
4.2 <i>Software</i> utilizado.....	81
4.3 Modelado de Muretes .....	81
4.3.1 Mortero .....	82
4.3.1.1 Curva esfuerzo-deformación a compresión.....	82
4.3.1.2 Curva esfuerzo-deformación a tensión.....	83
4.3.1.3 Parámetros plásticos.....	85
4.3.1.3.1 Ángulo de dilatación, $\psi$ .....	85
4.3.1.3.2 Excentricidad, $\varepsilon$ .....	85

Capítulo	Página
4.3.1.3.3 Relación de esfuerzos de fluencia a compresión biaxial con uniaxial, $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$ .....	86
4.3.1.3.4 Parámetro $K_c$ .....	86
4.3.1.3.5 Parámetro de viscosidad, $\mu$ .....	86
4.3.2 Concreto .....	86
4.3.2.1 Curva esfuerzo-deformación a compresión.....	87
4.3.2.2 Esfuerzo a tensión y energía de fractura.....	88
4.3.2.3 Parámetros plásticos.....	89
4.3.3 Geometría general .....	89
4.3.4 Elementos finitos y malla .....	90
4.3.5 Condiciones de frontera.....	94
4.3.6 Criterios para superficies de contacto.....	95
4.3.7 Valor de carga máxima .....	96
4.3.8 Tipo de Análisis.....	96
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	98
5.1 Valores Límite .....	98
5.2 Análisis de Esfuerzos y Deformaciones Unitarias.....	99
5.2.1 Esfuerzo en la Dirección Vertical (S22) .....	100
5.2.1.1 Mortero .....	100
5.2.1.2 Bloques de Concreto .....	105
5.2.2 Deformación Unitaria en la Dirección Vertical (LE22) .	110
5.2.2.1 Mortero .....	110
5.2.2.2 Bloques de Concreto .....	115
5.2.3 Comentarios.....	120
5.3 Comparación de Resultados.....	121
5.3.1 Comparación de Módulos de Elasticidad .....	127
5.3.2 Comparación de Esfuerzos Últimos .....	128
5.4 Predicción de Valores Adicionales.....	128
5.4.1 Esfuerzo Normal S11 .....	129
5.4.2 Esfuerzo Normal S33 .....	130
5.4.3 Deformación Unitaria LE11 .....	131
5.4.4 Deformación Unitaria LE33 .....	132
5.4.5 Desplazamiento Vertical U2 .....	133
5.4.6 Comentarios sobre las Predicciones .....	134
5.5 Comentarios Generales.....	134
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	138
REFERENCIAS .....	143

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla</b>		<b>Página</b>
1.1	Proporcionamientos recomendados en volumen para mortero en elementos estructurales .....	8
2.1	Programas computacionales para el análisis estructural .....	19
4.1	Unidades utilizadas en este trabajo .....	82
4.2	Valores esfuerzo-deformación inelástica para el mortero a compresión, Álvarez.....	83
4.3	Información experimental a utilizar del mortero a tensión .....	84
4.4	Valores esfuerzo-deformación inelástica para el concreto a compresión, Álvarez.....	88
4.5	Tipo y número de elementos finitos por instancia de parte .....	93
4.6	Cargas máximas soportadas por los muretes experimentales.....	96
5.1	Valores de esfuerzo y deformación unitaria últimos para mortero y concreto.....	98
5.2	Transformación a esfuerzos sobre área gruesa.....	123
5.3	Información experimental para muretes a distintas velocidades de ensaye.....	123

## LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1.1 Partes de una pieza hueca y sus diferentes áreas.....	5
2.1 Descomposición del esfuerzo en el espacio de los esfuerzos principales.....	22
2.2 Forma general de los meridianos.....	23
2.3 Criterio de Rankine: plano meridional y plano $\pi$ .....	25
2.4 Criterios de Tresca y von Mises en el plano desviador .....	26
2.5 Criterio de Mohr – Coulomb en el plano meridional y plano $\pi$ .....	28
2.6 Criterio de Drucker – Prager en el plano meridional y plano $\pi$ .....	29
2.7 Modelo <i>Concrete Smearred Cracking</i> en el plano meridional y plano desviador.....	31
2.8 Modelo <i>Concrete Damaged Plasticity</i> en el plano desviador.....	32
3.1 Elemento plano sometido a fuerzas y esfuerzos.....	37
3.2 Partícula plana para la derivación de las ecuaciones de deformaciones-desplazamientos.....	38
3.3 Superficie de carga incremental, en el estado plano de esfuerzos	46
3.4 Superficie de falla del concreto en el espacio tridimensional de los esfuerzos .....	47
3.5 Familias de elementos finitos disponibles en Abaqus .....	52
3.6 Ejemplos de elementos lineales y cuadráticos disponibles en Abaqus .....	57
3.7 Primera iteración en un incremento .....	60
3.8 Segunda iteración en un incremento.....	61
3.9 Comportamiento uniaxial típico del concreto reforzado a tensión ..	66
3.10 Comportamiento uniaxial típico del concreto a compresión .....	67
3.11 Curva esfuerzo-energía de fractura posterior a la falla .....	70
3.12 Potencial de flujo hiperbólico de Drucker-Prager. La línea punteada representa el potencial de flujo lineal .....	74
3.13 Superficie de fluencia en esfuerzo plano .....	76
3.14 Superficie de fluencia en el estado general de esfuerzos .....	76
4.1 Diagrama Esfuerzo – Deformación a Compresión para Mortero Tipo 1 .....	78

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
4.2 Diagrama Esfuerzo – Deformación a Tensión para Mortero Tipo 1 .....	78
4.3 Diagrama Esfuerzo – Deformación a compresión para piezas de concreto normal, de dos celdas .....	79
4.4 Diagrama Esfuerzo – Deformación a compresión para muretes de concreto, ante tres velocidades de aplicación de la carga .....	80
4.5 Geometría del bloque de concreto utilizado en el modelo .....	87
4.6 Aspectos geométricos del modelo .....	90
4.7 Geometría, dimensiones y malla de los componentes del modelo	91
4.8 Malla empleada para todas las partes del modelo .....	92
4.9 Condiciones de frontera del modelo.....	94
4.10 Esquema que muestra en rojo los nodos que presentan la condición de simetría .....	95
5.1 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para el mortero (SE).....	100
5.2 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para el mortero (SO) .....	101
5.3 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para el mortero (NE).....	102
5.4 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para el mortero (NO) .....	103
5.5 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para el mortero (FI) .....	104
5.6 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) en bloques de concreto (SE) .....	105
5.7 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) en bloques de concreto (SO).....	106
5.8 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) en bloques de concreto (NE) .....	107
5.9 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) en bloques de concreto (NO).....	108
5.10 Esfuerzos en la dirección vertical (S22) en bloques de concreto (PI).....	109
5.11 Deformación unitaria vertical (LE22) para el mortero (SE).....	110
5.12 Deformación unitaria vertical (LE22) para el mortero (SO) .....	111
5.13 Deformación unitaria vertical (LE22) para el mortero (NE).....	112
5.14 Deformación unitaria vertical (LE22) para el mortero (NO) .....	113
5.15 Deformación unitaria vertical (LE22) para el mortero (FI) .....	114
5.16 Deformación unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (SE) .....	115
5.17 Deformación unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (SO).....	116
5.18 Deformación unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (NE) .....	117
5.19 Deformación unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (NO).....	118
5.20 Deformación unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (PI).....	119



<b>Figura</b>	<b>Página</b>
5.21 Diagrama Esfuerzo – Deformación para murete de concreto .....	121
5.22 Comparativa de relaciones esfuerzo-deformación de resultados experimentales vs Abaqus .....	124
5.23 Esfuerzo normal en la dirección 11 (S11) .....	129
5.24 Esfuerzo normal en la dirección 33 (S33) .....	130
5.25 Deformación Unitaria en la dirección 11 (LE11).....	131
5.26 Deformación Unitaria en la dirección 33 (LE33).....	132
5.27 Desplazamiento vertical (U2) .....	133

# **CAPÍTULO 1**

## **ASPECTOS GENERALES**

### **1.1 Introducción**

#### **1.1.1 Definición de Mampostería y Visión del Estudio**

La mampostería es un material estructural compuesto que, en su forma tradicional, se compone de piezas, tales como bloques de concreto, unidades de arcilla, piedras sin procesar, etc., asentadas con mortero [1]. En este trabajo se estudia el comportamiento cuando es sometida a fuerzas de compresión, empleando la técnica del elemento finito, para adquirir una visión más clara sobre sus puntos fuertes, con la motivación de construir estructuras más seguras, económicas y eficientes.

#### **1.1.2 Panorama General**

El ser humano ha logrado construir impresionantes edificaciones a través de la historia, apoyándose en un preponderante dominio de los materiales de construcción. Hoy en día, el avance en la tecnología de edificación de mampostería repunta, a pesar de la complejidad inherente del material, que se conforma por piezas y morteros, con propiedades muy diferentes entre sí, e

incluso puede contar con acero de refuerzo. Para las piezas, en particular las de arcilla, se exhibe un comportamiento pronunciadamente no lineal, irreversible y con daño, lo cual, hasta cierto grado, nulifica la aplicabilidad de muchas hipótesis de diseño, como el uso exclusivo de la Teoría Elástica.

No obstante, las edificaciones basadas en mampostería se emplean ampliamente en México por su economía, practicidad y buen desempeño sísmico. Según el último censo realizado por el INEGI en 2010 [2], México contaba con poco más de 28.6 millones de viviendas habitadas, de las cuales 24.7 millones tenían sus paredes fabricadas con ladrillos, bloques o piedras; 1.8 millones eran de adobe, y el resto eran de madera y materiales varios. Además, otra clase de edificio, el de vivienda multifamiliar, típico de hasta 5 niveles, no está presente en las estadísticas mostradas.

Los métodos de dimensionamiento estructural en la práctica de la mampostería – o albañilería – suelen ser simples y se basan en series experimentales efectuadas con anterioridad [3, 4]. Al no contar con una gran base de reportes experimentales, con diferentes pruebas y materiales, las edificaciones actuales se deben apegar a los experimentos efectuados. Al utilizar las teorías más recientes de comportamiento estructural y las herramientas computacionales disponibles, se contribuye a mejorar el conocimiento sobre el material y a sobrellevar la escasez de ensayos experimentales.

Este trabajo estudia el comportamiento de los materiales y los procedimientos constructivos de la región de Nuevo León, por lo cual la aplicabilidad de sus resultados estará limitada geográficamente.

Al considerarse ésta como una región de baja sismicidad [5], la sollicitación crítica para el diseño estructural en la zona de Nuevo León es la de carga gravitacional, y por ello debería estudiarse el comportamiento de sistemas estructurales como muretes de mampostería ante cargas de compresión uniaxial, incorporando modelos plásticos.

### 1.1.3 Historia de la Mampostería

Las primeras construcciones erigidas por el hombre se conformaron de mampostería seca irregular [6], que consistía en apilar piedras unas sobre otras para edificar muros. Los espacios entre las piedras grandes se rellenaban con piedras más pequeñas y no se utilizaban morteros, de ahí el adjetivo “seca”. Transcurrido cierto tiempo, se desarrolló el mortero de barro, que hizo posible el levantamiento de estructuras de mayor altura, además de volver más conveniente el proceso constructivo.

Años más tarde, apareció el primer material de construcción fabricado por el hombre: el ladrillo, cuyos primeros ejemplares datan de diez a doce mil años de antigüedad [6]. En su forma más primitiva se conocía como “adobe” y era el producto de secar al sol masas de lodo o arcilla. Los ladrillos fueron ampliamente utilizados en América del Sur, Babilonia, Egipto y España, al igual que por los mayas en Comalcalco, Tabasco. Posteriormente, cerca del año 5,000 a.C., nació el primer molde para ladrillos, que posibilitó la rápida producción de unidades prácticamente iguales; sin embargo, no fue sino hasta 3,500 a.C. que los ladrillos

cocidos revolucionaron las obras estructurales, evento que dio inicio a las estructuras permanentes en el mundo.

Tiempo después, los romanos inventaron el mortero de cemento y el concreto (material conformado por un aglomerante hidráulico – arena volcánica con cal –, agregado grueso y agua). También los mayas dominaron la tecnología del concreto de forma similar e independiente a los romanos. Desafortunadamente, en Europa, con la caída del Imperio Romano, desapareció toda la tecnología sobre el concreto existente, la cual fue retomada hasta mediados del siglo XVIII con la Revolución Industrial. En esta transición se crearon fábricas de ladrillos, las cuales empleaban mejores combustibles y hornos; además, aparecieron máquinas complementarias como extrusoras y prensas mecánicas para el formado de las unidades, mejorando con esto la calidad de las piezas. En 1824 se inventa el cemento Portland, para de 1850 a 1870 crearse los primeros bloques de concreto, el ladrillo de sílice-cal y el concreto reforzado [7].

Actualmente, las construcciones de mampostería gozan de gran aceptación en México y el mundo, debido a que los materiales son de bajo costo, poseen excelentes capacidades aislantes (acústicas y térmicas), se encuentran disponibles ampliamente y resulta económica en general [8].

#### 1.1.4 Componentes de la Mampostería

Actualmente la construcción en mampostería utiliza piezas, morteros, concreto y acero de refuerzo, existiendo una gran variedad de combinaciones posibles de materiales y técnicas constructivas.

#### 1.1.4.1 Piezas

Las piezas, o unidades, suelen ser bloques de concreto (pesados o ligeros), bloques de arcilla recocida con huecos verticales o ladrillos de arcilla recocida. En México, las piezas de mampostería utilizadas con fines estructurales deben cumplir la norma NMX-C-404-ONNCCE [9], y las de uso no estructural, la norma NMX-C441-ONNCCE [10].

Se distingue entre piezas macizas (que en su sección transversal más desfavorable mantienen al menos el 75% de su área bruta, y cuyas paredes exteriores no son menores de 2 cm), piezas huecas (que en su sección transversal más desfavorable mantienen al menos el 50% de su área bruta, y cuyas paredes exteriores no son menores de 1.5 cm; si tienen de dos a cuatro celdas, sus paredes interiores no deben ser menores a 1.3 cm) y multiperforadas (que poseen más de siete perforaciones o alvéolos, y sus paredes interiores no son menores a 0.7 cm). Ver figura 1.1.

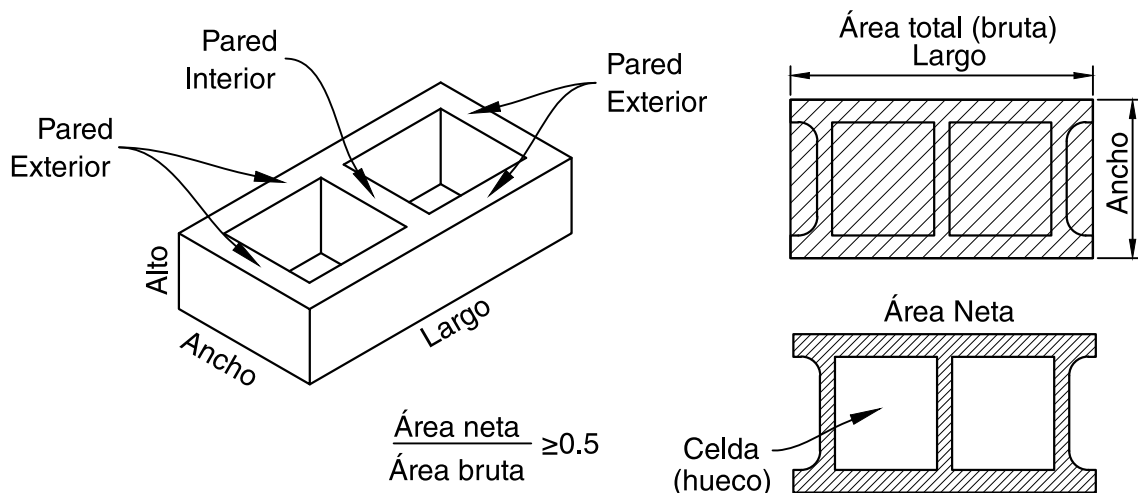


Figura 1.1. Partes de una pieza hueca y sus diferentes áreas [9].

Las celdas o perforaciones deben ser ortogonales a la cara de apoyo. Las piezas pueden ser de fabricación artesanal o industrializada.

#### 1.1.4.1.1 Piezas de Concreto

Los elementos de concreto se fabrican con agregados, cemento Portland I ó III (que disminuye el tiempo de curado), agua y aditivos, en una mezcla muy seca, de revenimiento cercano a cero.

Estas unidades presentan un tono gris y una textura con poros abiertos. Si se trata de unidades ligeras, se suelen emplear agregados ligeros como la piedra pómez, escoria, cenizas, arcillas expandidas y esquistos expandidos. Alternativamente, se pueden utilizar agregados finos de peso normal y celdas de aire uniformemente espaciadas, lo que las convierte en piezas ultraligeras. Las piezas ligeras poseen mejores propiedades térmicas e ignífugas (que rechazan la combustión y protegen contra el fuego) que las de peso normal, pero menor resistencia a la compresión [11].

El proceso de fabricación industrial se describe a continuación: se dosifica por peso y se mezcla a máquina. Luego se moldea por vibro-compresión y finalmente se cura, ya sea en cámaras de vapor (50°C, a baja presión), en cámaras de autoclave (150°C, con una presión de 6 a 10 atmósferas), o con riego por aspersion [12].

Las piezas de concreto, para aplicación en muros estructurales, deben cumplir con un valor mínimo de resistencia a la compresión [9]. Para bloques huecos de concreto, la resistencia media mínima debe ser de 9 MPa, y la resistencia individual mínima debe ser de 7 MPa. El ensaye de resistencia a la compresión

se debe ejecutar de acuerdo a lo establecido en la norma NMX-C-036-ONNCCE [13]. Las piezas también deben cumplir con ciertos valores de absorción de agua inicial y total para reducir el efecto del intemperismo y limitar el grado de contracción por secado, los cuales se indican en la norma NMX-C-037-ONNCCE [14].

#### 1.1.4.1.2 Piezas de Arcilla

Las piezas de arcilla son muy duraderas e ignífugas. Presentan propiedades moderadas de aislamiento térmico y acústico, no son combustibles y son malas conductoras eléctricas [11].

Las arcillas empleadas se clasifican en calcáreas y no calcáreas. En las primeras se cuenta con un 15% de carbonato de calcio, y esto ocasiona que tengan una apariencia amarillenta; en las segundas predomina el silicato de alúmina con un 5% de óxido de hierro, lo que les da un tono rojizo. Otros componentes en las arcillas son hierro, manganeso, azufre y fosfatos.

Las piezas de arcilla recocida deben cumplir con la resistencia a compresión indicada en la norma NMX-C-404-ONNCCE [9]. Según la norma, un “tabique” es una pieza de mampostería de menor tamaño que un bloque. Si es macizo y de arcilla se denomina “ladrillo”; y si es macizo y de concreto, se le denomina “tabicón”. El ensaye a la compresión se debe efectuar de acuerdo a la norma NMX-C-036-ONNCCE [13].

Al igual que las piezas de concreto, las de arcilla deben cumplir con la norma NMX-C-037-ONNCCE [14] en cuanto a absorción total e inicial. Los ladrillos altamente absorbentes pueden provocar que aparezcan eflorescencias [11].



#### 1.1.4.2 Morteros

Los morteros se emplean para unir las piezas de mampostería y servir como material de asentamiento y nivelación. También se caracterizan por ser una mezcla de cemento Portland, cal, arena y agua [11].

Las funciones de los materiales que lo componen son las siguientes [12]:

- Cemento. Sirve de aglomerante y da resistencia a la mezcla.
- Cal. Funciona como aglomerante. Proporciona trabajabilidad y retentividad (evita que el agua se evapore rápidamente).
- Arena. Es un agregado inerte que dota de estabilidad volumétrica a la mezcla y disminuye la contracción por secado.
- Agua. Hidrata al cemento y da trabajabilidad al mortero.

Las Normas Técnicas Complementarias del D.F. [15] recomiendan, para elementos estructurales, los proporcionamientos mostrados en la Tabla 1.1.

TABLA 1.1 Proporcionamientos recomendados en volumen para mortero en elementos estructurales [15]

Tipo de Mortero	Partes de Cemento Hidráulico	Partes de Cemento de Albañilería	Partes de Cal Hidratada	Partes de Arena (Volumen Medido en Estado Suelto)	Resistencia Nominal a Compresión $f_j^*$ (MPa)
I	1	-	0 a ¼	De 2.25 a 3 veces la suma de cementantes en volumen	12.5
	1	0 a ½	-		
II	1	-	¼ a ½		7.5
	1	½ a 1	-		
III	1	-	½ a 1 ¼		4.0

La resistencia a compresión de morteros se determina ensayando cubos de 5cm de longitud de acuerdo a la norma NMX-C-061-ONNCCE [16].

#### 1.1.5 Modalidades de Construcción con Mampostería

Según su refuerzo, las estructuras de mampostería se pueden clasificar en tres categorías [7]:

- Mampostería simple (no reforzada). Este tipo de mampostería no cuenta con ningún refuerzo: ni al interior de las piezas, ni en el mortero entre piezas, ni adosado en las caras exteriores del muro.
- Mampostería confinada. Elementos adicionales de concreto reforzado confinan un panel de mampostería, confiriéndole capacidades mejoradas de resistencia ante cargas verticales y laterales. Es la de mayor uso, y los elementos de confinamiento horizontal se conocen como dalas, y los verticales como castillos.
- Mampostería reforzada interiormente. En esta modalidad se agregan varillas de acero para refuerzo en la dirección vertical, utilizando piezas huecas; en la dirección horizontal, las varillas se colocan en las juntas de mortero (empleando piezas especiales). Esto mejora la resistencia ante cargas verticales y laterales.

#### 1.1.6 Reglamentación Existente sobre Estructuras de Mampostería

La mayor parte de los Reglamentos de Construcción del Estado de Nuevo León son de cobertura técnica limitada y delegan tales aspectos a otras normas

u organismos. El Reglamento para las Construcciones del Municipio de Monterrey [17] sugiere seguir los lineamientos de las Normas Oficiales Mexicanas, las normas de la *American Society for Testing and Materials (ASTM)*, el Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto (IMCYC), el Fondo de Operación y Financiamiento Bancario a la Vivienda (FOVI), manuales y estudios técnicos.

#### 1.1.6.1 Normas Técnicas Complementarias

Las Normas Técnicas Complementarias del Distrito Federal [15] tienen como finalidad especificar cargas de diseño, incluyendo viento y sismo, así como regular el diseño y la construcción de estructuras de diversos materiales, incluyendo la mampostería. Las NTC-M-04 [15] (M de mampostería) tratan sobre consideraciones generales, materiales, especificaciones de análisis y diseño, muros diafragma, mampostería confinada, reforzada interiormente, simple y de piedras naturales, aspectos constructivos, inspección y control de obra, evaluación y rehabilitación, y otorgan criterios normativos para la aceptación de sistemas constructivos basados en mampostería diseñada para resistir las acciones sísmicas.

#### 1.1.6.2 Reglamento de Estados Unidos de América

*The Building Code Requirements and Specification for Masonry Structures* [18] fue desarrollado por *The Masonry Society (TMS)*, el *American Concrete Institute (ACI)*, y el *Structural Engineering Institute (SEI)* de la *American Society of Civil Engineers (ASCE)*. El Código se conoce como TMS 402-13/ACI 530-13/ASCE 5-13 [18], y la Especificación como TMS 602-13/ACI 530.1-13/ASCE 6-

13 [18]. El documento trata sobre requisitos generales, aspectos de construcción, requisitos de diseño, elementos estructurales, refuerzo, accesorios metálicos y anclas, requerimientos de diseño sísmico, diseño por esfuerzos permisibles, diseño por resistencia, mampostería presforzada, diseño empírico y diseño de muros de relleno y partición.

#### 1.1.6.3 Reglamento Europeo

En Europa se siguen los lineamientos del *Eurocode 6 – Design of Masonry Structures* (EN-1996) [19], el cual trata sobre estructuras de mampostería con y sin refuerzo, diseño para estructuras expuestas a fuego, consideraciones de diseño, selección de materiales y ejecución de obras de mampostería, y métodos simplificados de cálculo para estructuras de mampostería no reforzada.

## 1.2 Antecedentes

### 1.2.1 Planteamiento del Problema

Existe un escaso conocimiento sobre el comportamiento de estructuras de mampostería fabricadas con materiales de la región de Nuevo León, lo que lleva a la construcción de estructuras que no aprovechan al máximo las propiedades de los materiales. Esto se debe, en primera instancia, a la escasez de investigaciones experimentales, así como a la falta del desarrollo de modelos analíticos.

En segunda instancia, en el Estado de Nuevo León, al no contar con bases técnicas para el diseño de obras de mampostería, se permite el empleo de cualquier manual o estudio técnico [17]. Los proyectistas aplican, por ejemplo, las Normas Técnicas Complementarias del Distrito Federal [15], y emplean valores indicativos de resistencia proporcionados por tal norma [20]. Esto es impreciso considerando la diferencia en las propiedades físicas y mecánicas de los agregados con los que se fabrican los morteros y concretos en diferentes zonas.

En Nuevo León, los fabricantes de bloques de concreto no proporcionan fichas técnicas detalladas sobre los productos que ofrecen; sólo especifican que su producto cumple con cierta norma, pero esto resulta insuficiente para el diseñador quien requerirá de valores de resistencia de diseño a la compresión de las piezas. Lo anterior debe obligar a la ejecución de ensayos experimentales, acción que en la práctica no se lleva a cabo. Un caso práctico donde se detalla este problema es el presentado por Hernández Basilio, *et al* [20], aplicado en la Ciudad de Puebla, donde se mostró que los morteros de dicho lugar eran mejores que los del Distrito Federal, pero la resistencia a carga axial y cortante de la mampostería era menor. No resultaba confiable emplear los parámetros de resistencia contenidos en reglamentos de otros lugares.

También se reportó que en el Distrito Federal la calidad de las piezas había variado con el paso del tiempo contra los valores obtenidos de ensayos realizados a finales de los años 60 y principios de los 70.

Suponiendo que se tuviera una excelente caracterización de piezas y morteros de la región, las ecuaciones que predicen la resistencia de los muros de las NTC-

M [15] deben validarse, resultando poco probable que los valores sean afines a experimentos o simulaciones, debido a que su formulación estuvo en función de los materiales existentes en aquella región.

### 1.2.2 Estudio Experimental de Mampostería en Nuevo León

La Facultad de Ingeniería Civil de la UANL es pionera en la zona norte del país en el desarrollo de investigaciones experimentales sobre mampostería estructural. Destaca el trabajo de Zárate y Gallegos [21], quienes analizaron la respuesta de muros de mampostería confinada hueca de concreto ante cargas cíclicas reversibles y de compresión, reforzados en dadas y castillos por medio de varillas corrugadas laminadas en frío de acero grado 60.

Otro trabajo efectuado con materiales de la zona norte de México, fue el llevado a cabo por Álvarez Barajas [22]. En él, se estudió la resistencia a la compresión mediante la aplicación de cargas verticales uniaxiales sobre especímenes de mampostería, así como propiedades similares en piezas y morteros.

## 1.3 Justificación

### 1.3.1 Justificación de esta Investigación

La edificación de estructuras de mampostería en la zona norte de México no ha recibido una atención suficiente, considerando que la vivienda es un aspecto

fundamental para el bienestar de los ciudadanos. Los Reglamentos de Construcción Locales no regulan explícitamente ni el análisis, ni el diseño estructural de esta clase de obras [17].

Para este tipo de estructuras, aplicar los lineamientos de otros países y regiones de la República Mexicana no resulta válido, por las diferentes prácticas y técnicas constructivas locales. Además, los materiales presentan gran variabilidad [20] y, por ende, comportamientos diferentes.

La resistencia de las piezas no es constante, lo cual disminuye la precisión de los valores empleados por los proyectistas, y aunado a la escasa investigación debida a las complejas interacciones que existen entre los diferentes materiales que conforman a la mampostería, así como la carencia de información experimental, este sistema constructivo se ha rezagado respecto a otros.

Una investigación que proporcione detalles sobre el comportamiento de las obras de mampostería permitirá:

- El diseño de mejores formas geométricas para las piezas que se utilizan en la región, dotándolas de una mayor eficiencia, y reduciendo costos en las edificaciones.
- La proposición de métodos de ensaye mejorados, que proporcionen información más representativa de los ensamblajes utilizados.
- Una mayor y mejor comprensión de los límites hasta los cuales se puede emplear el material.
- Un mayor grado de conocimiento, necesario para saber de qué manera emplear la mampostería, a fin de proponer mejores criterios de diseño.

- Mejorar las técnicas constructivas para acceder a un desempeño óptimo para las edificaciones.
- La formulación de lineamientos para normar esta clase de construcciones.

### 1.3.2 Hipótesis

Al desarrollar un modelo de elementos finitos, que considere las características geométricas y mecánicas de las unidades de mampostería de concreto y de los morteros fabricados en el Estado de Nuevo León, se conseguirá reproducir el comportamiento de las estructuras de mampostería, que sean sometidas a cargas de compresión en la dirección vertical, lo cual es representativo de los muros que se emplean como principales elementos en edificaciones, ante el tipo de sollicitación que rige al diseño de estructuraciones de baja altura en esta región del país.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo Principal

Simular analíticamente el comportamiento estructural experimental de muretes elaborados con materiales característicos de la zona de Nuevo León, desarrollando un modelo matemático, basado en la técnica del Elemento Finito.



#### 1.4.2 Objetivos Secundarios

- Lograr concordancia entre la relación esfuerzo – deformación obtenida por vía experimental contra la alcanzada por medios analíticos.
- Formular una serie de recomendaciones para el uso racional y eficiente de la mampostería de concreto de la región.
- Comparar los resultados obtenidos contra resultados similares de otros autores.

#### 1.4.3 Alcance de la Investigación

Este trabajo se limita por las siguientes proposiciones:

- Se trabajó con “mampostería simple”, por considerarse como una modalidad para estudiar la resistencia a la compresión.
- Las piezas a estudiar son unidades de concreto normal con dos celdas, comercializadas en la región.
- El mortero a estudiar es del tipo I, fabricado con cemento, cal y arena comercializados en la región.
- El aparejo del murete es cuatrapeado, por ser el permitido por las Normas Técnicas Complementarias del Distrito Federal [15].
- Las cargas se aplican sin excentricidades.
- El modelo del material es el de *Concrete Damaged Plasticity* [23, 24].
- El modelo de elemento finito se desarrolló con el *software* especializado conocido como Abaqus [23, 24].

#### 1.4.4 Organización de este Trabajo

La presente investigación se organizó de la siguiente manera:

- El capítulo 1 presenta aspectos generales y formales del trabajo, como alcance y objetivos.
- El capítulo 2 muestra el estado del conocimiento, necesario para el desarrollo de la investigación, en lo referente a modelos analíticos del comportamiento del material y algunos aspectos experimentales.
- El capítulo 3 presenta el marco teórico, donde se introducen las herramientas de trabajo de esta investigación.
- El capítulo 4 muestra el desarrollo del modelo para simular el comportamiento de muretes a compresión.
- El capítulo 5 exhibe los resultados obtenidos al haber ejecutado el modelo realizado en el capítulo anterior, así como predicciones del comportamiento.
- El capítulo 6 discute los resultados y muestra sugerencias para investigaciones futuras.

## **CAPÍTULO 2**

### **ESTADO DEL CONOCIMIENTO**

#### **2.1 Aspectos Generales**

Esta sección ilustra el conocimiento sobre el estudio analítico de las estructuras de mampostería.

Con el desarrollo de las computadoras, se volvió atractiva la implementación de métodos matriciales basados en el concepto de rigidez para el análisis de estructuras reticulares, ya que atendían las características de ser sistemáticos y generales. Tiempo después, se desarrolló el método del elemento finito, como una generalización del análisis matricial, para estudiar estructuras conformadas por placas, cascarones, etc. y sólidos de cualquier forma o geometría [25].

Modelos cada vez más refinados han aparecido para simular de una manera más realista el comportamiento físico de las estructuras. Las técnicas de modelado matemático de muros de mampostería se han perfeccionado, basadas en análisis matemáticos y físicos, y no sólo en criterios empíricos. Los muros de mampostería están conformados por un material compuesto, que puede exhibir comportamiento no lineal, presenta diferente comportamiento a tensión y a compresión, tiende a agrietarse y es predominantemente variable en cuanto a

sus capacidades mecánicas. Estos detalles se deben considerar para el diseño de modelos que simulen el comportamiento estructural.

### 2.1.1 Ventajas del Modelado Matemático

- Desarrollo de teorías físicas y matemáticas, que permitan el uso óptimo del material.
- Predicción del comportamiento de estructuras de mampostería.
- Ahorro, por medio de simulaciones matemáticas, evitando programas experimentales costosos.

### 2.1.2 Desventajas del Modelado Matemático

- Mayor cantidad de horas máquina.
- Equipos de cómputo costosos.
- Dificultad para modelar sistemas estructurales de gran tamaño que incluyan este tipo de muros

### 2.1.3 Herramientas Computacionales Disponibles

El estudio analítico de mampostería requiere de programas computacionales que implementen el comportamiento de materiales complejos con geometrías difíciles. Algunos de estos programas se muestran en la Tabla 2.1.

TABLA 2.1 Programas computacionales para el análisis estructural

Programa	
Abaqus	ADINA
Autodesk Simulation	ANSYS
DIANA FEA	Nastran
STAAD.Pro	SAP2000

Si bien, en nuestra región son muy utilizados los programas computacionales STAAD.Pro y SAP2000, estos no se seleccionaron para los propósitos de esta investigación por las siguientes razones:

- STAAD.Pro, posee la modalidad de análisis no lineal, pero éste sólo toma en cuenta la no linealidad geométrica de la estructura, sin modelar la no linealidad del material [26].
- SAP2000 considera la modalidad con comportamiento no lineal del material para ciertos tipos de elementos, aprovechando un modelo direccional, en el cual el diagrama esfuerzo – deformación desacoplado se modela para una o más componentes. Sin embargo, su uso general en modelos del continuum, donde los esfuerzos gobernantes cambian de dirección sustancialmente, debe ser cuidadosamente examinado [27]. Adicionalmente, cuenta con el modelo “Darwin-Pecknold Modificado” de concreto bidimensional para usarse con elementos tipo cascarón con capas. También existe la intención de incorporar el modelo de Drucker-Prager, pero sus configuraciones “son parámetros futuros, y (actualmente) no tienen efecto en el modelo” [27].

Por las limitaciones anteriores, y dado que el STAAD.Pro y el SAP2000 no se especializan en formulaciones de elementos tridimensionales, se descartaron y se prefirió utilizar otro *software* especializado, como alguno de los contenidos en la Tabla 2.1. De ellos, se eligió Abaqus por su vasta librería de modelos de materiales y elementos, interfaz gráfica, documentación y predominancia en la mayoría de los artículos leídos para esta investigación.

## 2.2 Modelos de Comportamiento del Material

### 2.2.1 Bases Teóricas

La resistencia de los elementos de concreto sólo se puede determinar si se considera la interacción de las varias componentes del estado de esfuerzos en un medio continuo [28]. Para ello se emplea la Teoría de la Elasticidad y la Teoría de la Plasticidad. Para entender los modelos de material que se presentan, es importante señalar algunas ideas elementales:

- En el caso tridimensional general, todos los estados de esfuerzo se pueden envolver en la denominada “superficie de falla”.
- La superficie de falla se debe definir independientemente de la selección del sistema de coordenadas y debe ser una función invariante del estado de esfuerzos. Para este fin, se recurre a los esfuerzos principales,  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ , o bien, a las invariantes de los esfuerzos principales,  $(I_1, J_2, J_3)$ , donde  $I_1$  es la primera invariante del tensor de esfuerzos,  $\sigma$  y  $J_2$  y  $J_3$  son la segunda y tercera invariantes de la parte desviadora del tensor de esfuerzos,  $\mathbf{s}$ .
  - $I_1$ , representa una presión puramente hidrostática.
  - $J_2$  y  $J_3$ , representan las invariantes de un estado de corte puro.
- Se define al eje hidrostático,  $\xi$  en el espacio de esfuerzos, como la diagonal que guarda distancias iguales respecto a los tres ejes de

esfuerzos principales y a  $r$  como un eje normal al eje hidrostático. Un plano perpendicular al eje hidrostático, define al plano desviador. Si  $\xi = 0$ , el plano desviador se denomina plano  $\pi$  (ver figura 2.1).

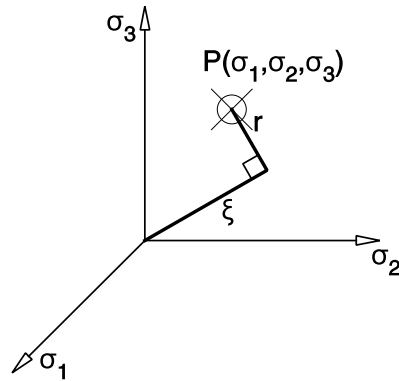


Figura 2.1. Descomposición del esfuerzo en el espacio de los esfuerzos principales [28].

- La rotación de las superficies de fluencia en el plano desviador se controla por el ángulo de similitud,  $\theta$ .
- La forma general de la superficie de falla en el espacio tridimensional de los esfuerzos se describe mejor por sus secciones transversales en los planos desviadores y por sus meridianos en los planos meridionales. Los meridianos de la superficie de falla son las curvas de intersección entre la superficie de falla y el plano meridional (el cual contiene al eje hidrostático con  $\theta = 0$ ). Por simetría, para materiales isótropos, sólo es necesaria la definición de dos meridianos: el de  $0^\circ$  (meridiano a tensión) y el de  $60^\circ$  (meridiano a compresión) (ver figura 2.2).

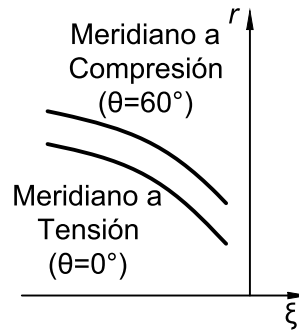


Figura 2.2. Forma general de los meridianos [28].

### 2.2.2 Modelos Elásticos

Los primeros modelos asumían un comportamiento elástico e isótropo en un solo medio continuo. No consideraban previsiones de falla. Para bajos niveles de esfuerzo predecían bien las deformaciones, pero al aumentar dichos niveles, al presentar un comportamiento no lineal del material o fallas locales, su precisión disminuía. Ejemplos de estos modelos son los presentados por Wood [29], Rosenhaupt – Sokal [30], Yettram – Hirst [31] y Saw [32]. En esa misma época, se comenzó a modelar las piezas y el mortero por separado (Stafford-Smith – Carter [33], Stafford-Smith – Rahman [34], Ali – Page [35]).

También, se empezaron a apreciar dos vertientes de modelado: (1) la que modelaba la mampostería como un solo material homogéneo y (2) la que se modelaba a partir de todos sus elementos constituyentes, lo que se conoce como macro-modelado y micro-modelado, respectivamente. Ambas tendencias continuaron su desarrollo siendo el macro-modelado más apto para simulaciones a gran escala, y el micro-modelado más apto para conocer las características fundamentales de pequeños ensamblajes de mampostería.



De igual forma, destaca el modelo elástico de Hamid y Chukwunenye de 1986 [36] sobre prismas de bloques huecos de concreto en 3D mediante ANSYS buscando mostrar la importancia de las camas completas de mortero en la mampostería hueca. Se comprobó que a mayor diferencia entre las propiedades de las piezas y de los morteros existía una mayor incompatibilidad de deformaciones, lo que resultó en una menor resistencia de los ensamblajes.

Otros modelos elásticos fueron los de prismas de bloques huecos de concreto desarrollados por Ganesan y Ramamurthy [37], Cheema y Klingner [38], Khalil *et al* [39], y Afshari y Kaldjian [40] quienes señalaron que el comportamiento presentado reproducía correctamente la realidad. Se consideraron diferentes disposiciones de piezas y diferentes tipos de camas de mortero.

### 2.2.3 Modelo de Rankine

El modelo de Rankine, o criterio de esfuerzo máximo a tensión, señala que la fractura frágil del concreto acontece cuando el esfuerzo principal máximo de tensión en un punto dentro del material, alcanza un valor igual a la resistencia a tensión del material,  $f_t'$ , obtenida de una prueba simple a tensión, sin importar los esfuerzos normales o cortantes que ocurran en los demás planos que pasan por ese punto [28].

La superficie de fractura se define por:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = f_t' \quad (2.1)$$

Dicha expresión resulta en tres planos perpendiculares a los ejes  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Esta superficie se denominará “*tension cutoff*” (superficie de límite a tensión) y

muestra su vista en el plano meridional  $(\xi, r)$ , y en el plano desviador para cuando  $\xi = 0$ , es decir, en el plano  $\pi$  en la figura 2.3.

Este criterio es recomendado para modelar la tensión del concreto y se suele combinar con otros modelos [28].

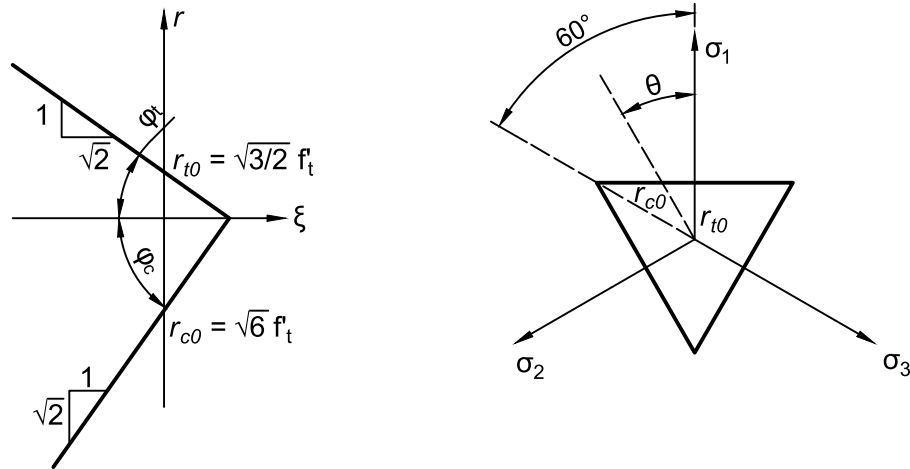


Figura 2.3. Criterio de Rankine: plano meridional y plano  $\pi$  [28].

#### 2.2.4 Modelo de Tresca y von Mises

El criterio de Tresca, o criterio de esfuerzo cortante máximo, establece que la fluencia del material comienza cuando se alcanza en un punto el valor crítico de esfuerzo cortante máximo,  $k$ . No toma en cuenta el efecto de la presión hidrostática, y se representa por una superficie cilíndrica, cuyo generador es paralelo al eje hidrostático. En el plano desviador se obtiene una forma hexagonal [28].

El criterio de Richard Edler von Mises especifica que la fluencia comienza cuando el cortante octaédrico alcanza un valor crítico,  $k$ . Se representa por una

superficie cilíndrica y en el plano desviador se obtiene un círculo. Dicho círculo circunscribe al hexágono de Tresca [28] (ver figura 2.4).

En los primeros análisis de elemento finito, Suidan y Schnobrich [41] emplearon la superficie de fluencia de von Mises para el análisis de estructuras de concreto reforzado. Además, para tomar en cuenta la limitada capacidad de tensión del concreto, la superficie de von Mises se combinó con la superficie de Rankine.

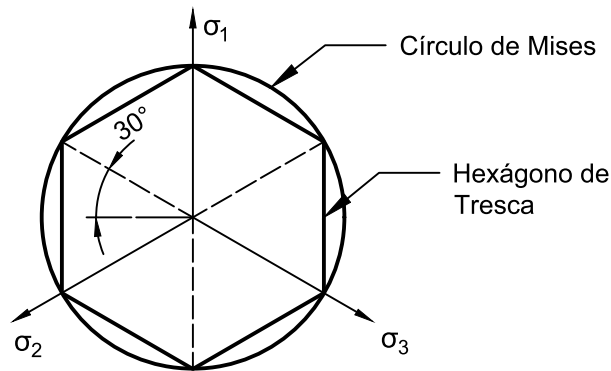


Figura 2.4. Criterios de Tresca y von Mises en el plano desviador [28].

#### 2.2.4.1 Aplicaciones del Modelo de Tresca y von Mises

Stavridis y Shing [42] emplearon la superficie de falla de von Mises en el programa 2D-FEAP para simular el comportamiento no lineal de marcos de concreto con mampostería de relleno, sometidos a sollicitaciones sísmicas, y evaluaron la sensibilidad de los resultados numéricos en función de los parámetros del modelo, hallando que el más influyente era el que controlaba la resistencia inicial a corte de las juntas de mortero.

## 2.2.5 Modelo de Mohr Coulomb

Este criterio [28] señala que la falla se gobierna por la relación:

$$|\tau| = f(\sigma) \quad (2.2)$$

Donde  $\tau$  son los esfuerzos cortantes que están en función de los esfuerzos normales,  $\sigma$ .

Los esfuerzos cortantes de límite en un plano, dependen únicamente del esfuerzo normal en ese mismo plano. De acuerdo al criterio de Mohr, la falla del material ocurrirá para todos los estados de esfuerzos en los cuales los círculos de Mohr más grandes sean tangentes a la envolvente.

La envolvente más sencilla es una línea recta, y se muestra en la figura 2.5. La ecuación de esta envolvente se conoce como la ecuación de Coulomb:

$$|\tau| = c - \sigma \tan(\phi) \quad (2.3)$$

Donde  $c$  es la cohesión, y  $\phi$  es el ángulo de fricción interna del material. En el caso de que se tratara de un material sin fricción, entonces  $\phi = 0$ , y se obtiene el criterio de Tresca.

Este modelo es apropiado para el concreto a nivel intermedio de esfuerzos [28].

### 2.2.5.1 Ventajas del Modelo de Mohr – Coulomb

- Las desviaciones del criterio contra los resultados de pruebas, no son demasiado importantes en las regiones de interés práctico, tomando en cuenta la simplicidad del criterio.
- El modelo puede aproximar los modos de falla a tensión y a compresión.

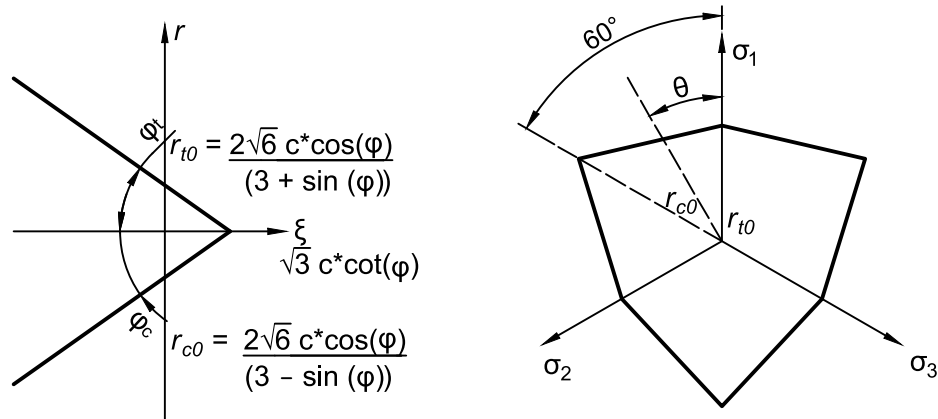


Figura 2.5. Criterio de Mohr – Coulomb en el plano meridional y plano  $\pi$  [28].

### 2.2.5.2 Desventajas del Modelo de Mohr – Coulomb

- No toma en cuenta la influencia del esfuerzo intermedio (la resistencia a la compresión biaxial es igual a la uniaxial), lo que contradice la información experimental.
- Los meridianos son líneas rectas, lo cual disminuye la calidad de la aproximación ante esfuerzos hidrostáticos mayores.
- Las esquinas de la superficie de falla causan dificultades numéricas.

### 2.2.5.3 Aplicaciones del Modelo de Mohr – Coulomb con Límite a Tensión

Chaimoon y Attard [43] emplearon la superficie de falla de Mohr – Coulomb para estudiar muros de cortante de mampostería. Modelaron piezas agrandadas ya que las juntas no contaban con espesor, y utilizaron elementos triangulares de deformación constante en las piezas, formando una diagonal a lo largo de éstas para favorecer su falla en esa dirección.

Porto, Guidi, Garbin y Modena [44] estudiaron el comportamiento de muros de mampostería de arcilla en su plano, en el estado plano de esfuerzos. Emplearon

el criterio de falla de Mohr – Coulomb con Límite a Tensión para las interfaces y el modelo de Rankine para las piezas.

Mojsilovic [45] generó un modelo a nivel macro, el cual tomaba en cuenta el ángulo de inclinación del esfuerzo principal a compresión. Empleó el criterio de falla de Mohr – Coulomb, y estimó la resistencia en función de cuatro parámetros: la resistencia de la mampostería perpendicular y paralela a las juntas horizontales, la cohesión y el ángulo de fricción interna de las juntas.

### 2.2.6 Modelo de Drucker – Prager

Una aproximación suavizada a la superficie de Mohr – Coulomb fue desarrollada por Drucker y Prager como una modificación simple al criterio de von Mises [28].

La superficie de falla en el espacio de los esfuerzos principales es un cono circular recto cuyos meridiano y sección transversal se muestran en la figura 2.6.

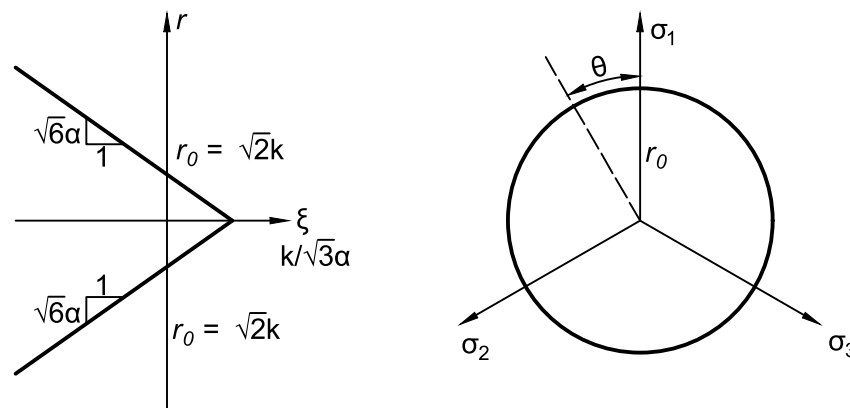


Figura 2.6. Criterio de Drucker – Prager en el plano meridional y plano  $\pi$  [28].

Esta superficie se puede entender como una extensión del criterio de von Mises para materiales dependientes de la presión como los suelos y el concreto, pero posee dos desventajas: (1) la relación lineal entre  $\xi$  y  $r$ , sabiendo que experimentalmente se ha demostrado un comportamiento curvo, y (2) su independencia del ángulo de similitud,  $\theta$  [28].

#### 2.2.6.1 Aplicaciones del Modelo de Drucker – Prager

Sayed-Ahmed y Shrive [46] emplearon el modelo de Drucker – Prager usando el *software* Abaqus, utilizando una malla desarrollada en ANSYS. Hicieron uso de elementos isoparamétricos tipo cascarón de 8 nodos y modelaron mampostería hueca de concreto con mortero exclusivamente en las paredes exteriores.

Zucchini y Lourenço [47, 48] también utilizaron la superficie de fluencia de Drucker – Prager en sus investigaciones sobre el comportamiento a tensión paralelo a las juntas horizontales de mortero.

#### 2.2.7 Modelo *Concrete Smeared Cracking*

Este modelo [23] se aplica para cargas monotónicas ante presiones de confinamiento relativamente bajas. El agrietamiento es su aspecto más importante, y se asume que ocurre cuando los esfuerzos alcanzan la “superficie de detección de grietas”, la cual es una línea de Coulumb escrita en términos de la primera y segunda invariantes. También, en función de esas invariantes se encuentra definida la superficie de fluencia para el caso de compresión.

Se conoce como *Smeared Cracking* porque la presencia de agrietamiento altera los cálculos en cada punto de integración del modelo de elemento finito, afectando los esfuerzos y la rigidez del material.

Este modelo emplea endurecimiento isótropo y flujo asociado. En la figura 2.7 se muestra la superficie de fluencia en el plano meridional y en el plano desviador.

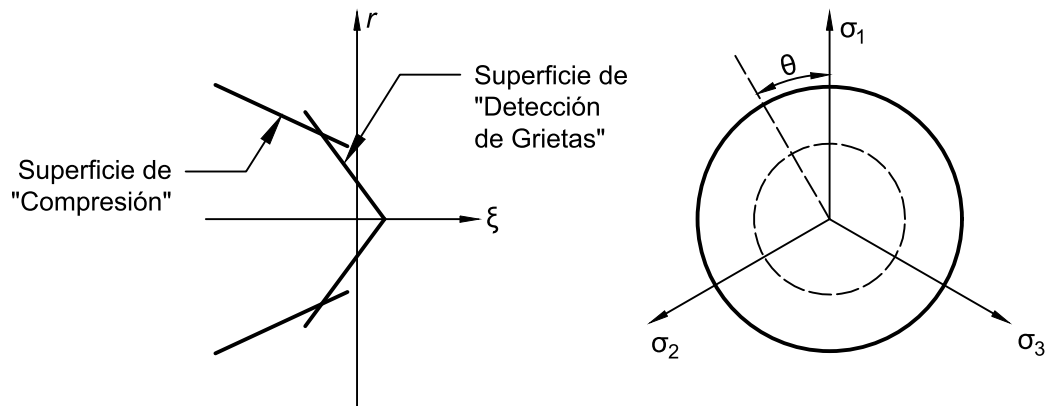


Figura 2.7. Modelo *Concrete Smeared Cracking* en el plano meridional y plano desviador [23].

#### 2.2.7.1 Aplicaciones del Modelo *Concrete Smeared Cracking*

Ali y Page [49] emplearon el modelo *Concrete Smeared Cracking* para reproducir los efectos del agrietamiento, en conjunto de una superficie de falla en 3D para modelar la falla por adherencia, obtenida a partir de pruebas biaxiales en tripletes de mampostería con uniones inclinadas, con el fin de estudiar el efecto de las cargas concentradas en ensamblajes de bloques sólidos de concreto en el estado plano de esfuerzos. En dicho modelo también podían fallar las piezas o el mortero.



## 2.2.8 Modelo *Concrete Damaged Plasticity*

El modelo *Concrete Damaged Plasticity* [23] se especializa en el análisis de estructuras de concreto ante cargas cíclicas o dinámicas, y simula el agrietamiento a tensión y el aplastamiento a compresión. Emplea la superficie de fluencia de Lubliner [50], junto con las modificaciones llevadas a cabo por Lee y Fenves [51].

Se caracteriza por contar con diferentes evoluciones de resistencia a tensión y a compresión, tomando en cuenta los efectos de recuperación de rigidez asociados con la inversión de esfuerzos, empleando variables de daño que degradan la rigidez elástica y asumiendo flujo plástico no asociado. La superficie de fluencia en el espacio de los esfuerzos se muestra en la figura 2.8.

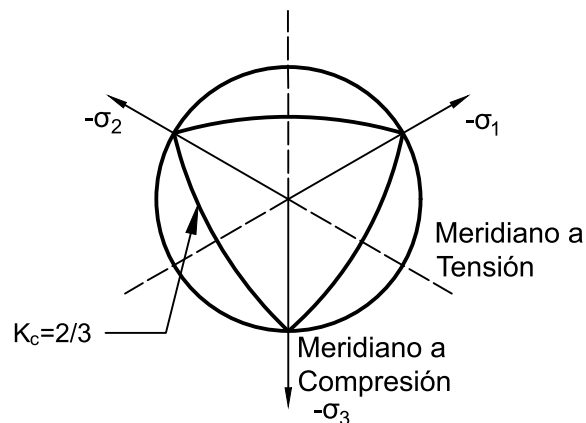


Figura 2.8. Modelo *Concrete Damaged Plasticity* en el plano desviador [23].

### 2.2.8.1 Aplicaciones del Modelo *Concrete Damaged Plasticity*

Ruvalcaba [52] estudió las propiedades y el comportamiento estructural de la mampostería ante temperaturas elevadas, empleando el modelo *Concrete*

*Damaged Plasticity*. Se enfocó en la variación de la resistencia a la compresión de muretes de bloques sólidos de concreto de peso ligero al verse influenciados por la temperatura y también predijo el comportamiento de muros a escala natural expuestos a las mismas condiciones térmicas.

Ellobody y Bailey [52] emplearon este modelo aplicándolo al estudio de losas de concreto simplemente apoyadas, post-tensionadas en una sola dirección. Se estudió el mecanismo de transferencia de carga de los tendones hacia el concreto y se verificó el estudio numérico contra los resultados experimentales.

Borhan y Bailey [53, 54] emplearon el modelo *Concrete Damaged Plasticity* para simular el comportamiento de losas de concreto fabricado con diferentes porcentajes de arena de vidrio y refuerzo de fibras de basalto, al someterse a grandes desplazamientos verticales, a temperatura normal y elevada.

### **2.3 Aspectos Experimentales de Mampostería a Compresión**

Ante carga vertical uniaxial de compresión, la mampostería hueca falla debido a la aparición de tensiones en los planos verticales [46, 56]. Dicha tensión corta las caras perpendiculares al muro y posteriormente se presenta una inestabilidad en la estructura. El comportamiento se ve influenciado por las propiedades físicas y mecánicas de los materiales, el aparejo, la esbeltez del muro, su refuerzo y la excentricidad de las cargas.

Históricamente, en México se ha empleado el ensaye de pilas a compresión, postulado por Meli y Reyes en 1971 [57]. Este ensaye ha sido preferido por numerosos autores al requerir especímenes menos voluminosos y caros, al igual

que representa un ensaye más sencillo y precisa de menores cargas para fallar, en comparación con los muretes, que reflejan de manera más realista el comportamiento de la mampostería al incorporar detalles como el aparejo de las piezas [37, 48].

En base a ensayos como los anteriores se ha demostrado el “efecto de junta” o “efecto de Hilsdorf”, el cual describe el funcionamiento convencional de la mampostería a compresión [42, 57, 58, 59, 60, 61]:

Al comprimirse uniaxialmente, el mortero se expande lateralmente más que las piezas. Sin embargo, al estar los dos elementos unidos mecánicamente, el mortero se ve confinado por las unidades. Este confinamiento induce compresión lateral en el mortero, y a manera de reacción, tensión lateral en las piezas. Cuando se excede la resistencia a tensión de las piezas aparecen grietas verticales que ocasionan la falla del espécimen.

## **CAPÍTULO 3**

### **MARCO TEÓRICO**

El objetivo de este capítulo es demostrar los aspectos teóricos más importantes en los cuales se sustenta el modelo a desarrollar. Se abordan temas como la naturaleza del modelado del concreto y la metodología para simularla, por medio de programas computacionales basados en el método del Elemento Finito.

#### **3.1 Modelado Matemático del Comportamiento de los Sólidos Deformables**

Cuando un material sólido se somete a la acción de una fuerza externa, éste se deforma. Dependiendo de la intensidad de la carga, la deformación puede ser elástica (si desaparece al removerse la fuerza externa), o plástica (si no lo hace) [62, 63].

La mayoría de las estructuras en Ingeniería Civil exhiben comportamiento elástico bajo condiciones de servicio, y comportamiento no lineal al llegar a sus cargas máximas resistentes; por ello, se deben tomar en cuenta ambas deformaciones para lograr una simulación realista [64].

Matemáticamente, la descripción de los comportamientos anteriores, se modela por medio de las Teorías de la Elasticidad y de la Plasticidad, así como conceptos de no linealidad geométrica [65].

### 3.1.1 Elasticidad Lineal en Mecánica Estructural

La Teoría de la Elasticidad permite conocer la distribución de esfuerzos y desplazamientos en sólidos elásticos bajo la influencia de fuerzas externas [62]. Adicionalmente, formula relaciones entre los esfuerzos y las deformaciones, concepto que se denomina “relación constitutiva”. Para el caso lineal, se presenta la Ley de Hooke [62], simplificada al estado uniaxial de esfuerzos:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.1)$$

Donde,  $\sigma$  es el esfuerzo normal (fuerza por unidad de área),  $E$  es el módulo elástico, y  $\varepsilon$  es la deformación unitaria del material. Sin embargo, el estado de esfuerzos es capaz de modificar el comportamiento del material [28] (por ejemplo, el concreto se comporta de manera frágil, pero al verse sometido a compresión triaxial, su comportamiento se vuelve dúctil), y por ello, se necesita generalizar la expresión 3.1 para considerar la no linealidad geométrica y del material.

Otras hipótesis en la aplicación de la Teoría de la Elasticidad son: (1) que el material sea homogéneo y esté distribuido continuamente en su volumen, y (2) que el comportamiento del material sea idéntico en cualquier dirección, es decir, isótropo [62].

Se deben cumplir tres conjuntos de igualdades para conseguir la descripción elástica de un problema de Mecánica Estructural [66, 67]:

1. Equilibrio
2. Compatibilidad de deformaciones
3. Relaciones Constitutivas

### 3.1.1.1 Equilibrio

Se somete una partícula plana, tal como la mostrada en la figura 3.1, a la acción de fuerzas de cuerpo, esfuerzos normales  $\sigma$ , y esfuerzos cortantes  $\tau$ , que varían de cara a cara. Al hacer una sumatoria de fuerzas en las direcciones X, y Y, e igualar a cero el resultado, se obtienen las ecuaciones diferenciales de equilibrio.

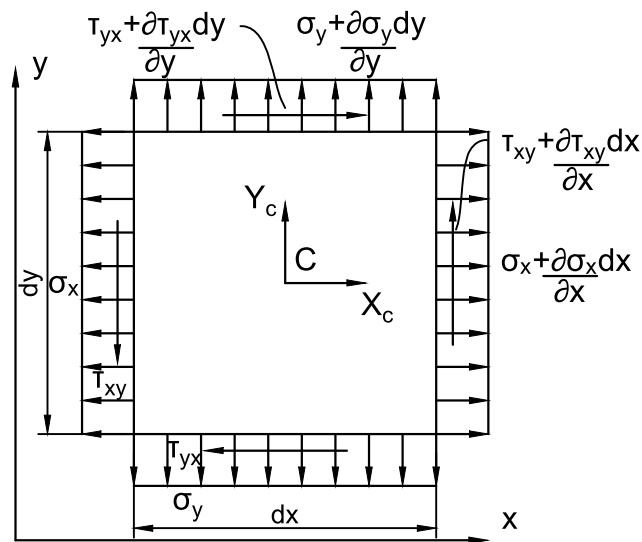


Figura 3.1. Elemento plano sometido a fuerzas y esfuerzos [67].

Generalizando al caso tridimensional, se obtiene:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X_{cuerpo} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y_{cuerpo} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z_{cuerpo} = 0 \quad (3.4)$$

Con:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (3.5)$$

### 3.1.1.2 Compatibilidad de Deformaciones

Al analizar una partícula en el estado plano de esfuerzos con y sin deformaciones, se obtienen las ecuaciones que relacionan las deformaciones con los desplazamientos (ver figura 3.2).

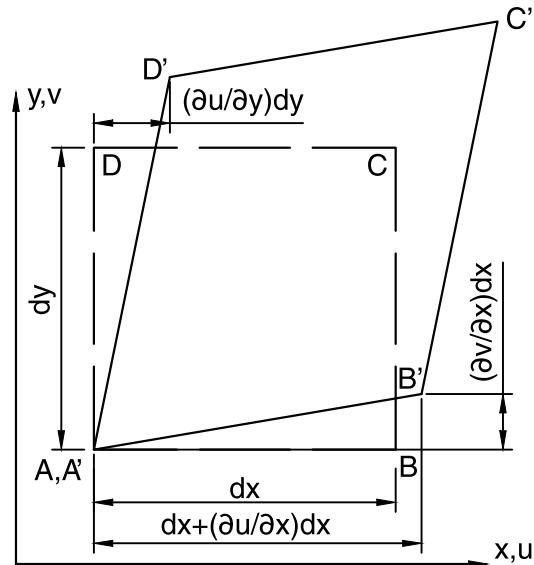


Figura 3.2. Partícula plana para la derivación de las ecuaciones de deformaciones-desplazamientos [67].

Por definición, la deformación normal unitaria es el cambio de longitud dividido entre la longitud original de un elemento:

$$\varepsilon_x = \frac{A'B' - AB}{AB} \quad (3.6)$$

Geoméricamente, se puede obtener la longitud de la línea  $A'B'$  de la figura 3.2, mediante:

$$(A'B')^2 = \left( dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} dx \right)^2 \quad (3.7)$$

Al evaluar la longitud para  $A'B'$ , y descartando los términos de orden superior (bajo la premisa de pequeñas deformaciones), se obtiene:

$$A'B' = dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx \quad (3.8)$$

Si se sustituye la ecuación 3.8 en la 3.6, considerando que la longitud de la línea  $AB$  es igual a  $dx$ , se puede expresar:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.9)$$

De la misma manera:

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.11)$$

Las deformaciones por cortante representan el cambio en el ángulo entre dos líneas (que originalmente formaban un ángulo recto). De la figura 3.2, se ve que:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.12)$$

Además:

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.13)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.14)$$

Las condiciones de compatibilidad, que garantizan que las componentes de los desplazamientos sean funciones continuas, se enuncian a continuación:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} \quad (3.16)$$



$$\frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} \quad (3.17)$$

$$2 \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \varepsilon_x = \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (3.18)$$

$$2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \varepsilon_y = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (3.19)$$

$$2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \varepsilon_z = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (3.20)$$

### 3.1.1.3 Relaciones Constitutivas

Las relaciones esfuerzo-deformación se obtienen de la respuesta de un cuerpo sometido a esfuerzos actuando independientemente, los cuales se combinan gracias al principio de superposición.

Aplicando la Ley de Hooke [62],  $\sigma = E\varepsilon$  :

$$\varepsilon_x^{(1)} = \frac{\sigma_x}{E} \quad (3.21)$$

Considerando que un esfuerzo es positivo en las direcciones Y, Z, y que además produce una deformación negativa en la dirección X, debida al efecto de Poisson, se tiene:

$$\varepsilon_x^{(2)} = -\frac{\nu \sigma_y}{E} \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_x^{(3)} = -\frac{\nu \sigma_z}{E} \quad (3.23)$$

Implementando el principio de superposición:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_z}{E} \quad (3.24)$$

Análogamente:

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu \sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_z}{E} \quad (3.25)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \quad (3.26)$$

Si las ecuaciones anteriores se despejan para los esfuerzos normales, se obtiene:

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\varepsilon_x(1-\nu) + \nu\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z] \quad (3.27)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu\varepsilon_x + \varepsilon_y(1-\nu) + \nu\varepsilon_z] \quad (3.28)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y + \varepsilon_z(1-\nu)] \quad (3.29)$$

La Ley de Hooke también es válida para esfuerzos y deformaciones cortantes:

$$\tau = G\gamma \quad (3.30)$$

Donde  $G$  es el módulo elástico a cortante. Las expresiones para las deformaciones por cortante quedan:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad (3.31)$$

Despejando para los esfuerzos cortantes, se tiene:

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad \tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx} \quad (3.32)$$

Agrupando 3.27, 3.28, 3.29 y 3.32 de manera matricial, se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \times \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

Donde la expresión del lado derecho de la igualdad (sin el vector de deformaciones unitarias) se denomina  $[D]$  y se conoce como la matriz constitutiva o matriz esfuerzo-deformación.

### 3.1.2 Comportamiento No Lineal

Para el caso de un sistema estructural, se puede relacionar las fuerzas con los desplazamientos por medio de la siguiente expresión:

$$[F] = [K][d] \quad (3.34)$$

Donde  $[F]$  es el vector de fuerzas,  $[K]$  es la matriz de rigidez del sistema y  $[d]$  es el vector de desplazamientos [67]. Para el caso lineal, basta con ensamblar una sola vez la matriz de rigidez.

En un problema no lineal, la rigidez de la estructura varía conforme ésta se deforma. En este caso, la matriz de rigidez de la estructura se tiene que ensamblar e invertir varias veces durante el análisis [65].

En general, pueden existir tres fuentes de no-linealidad:

1. No linealidad geométrica
2. No linealidad debida a las condiciones de frontera
3. No linealidad del material

#### 3.1.2.1 No Linealidad Geométrica

Se presenta cuando la magnitud de los desplazamientos altera la respuesta de la estructura. Puede originarse debido a grandes deflexiones o rotaciones, “*snap-through*”, esfuerzos iniciales o cambio de rigidez por carga [65].

Un ejemplo es el caso de un elemento cóncavo hacia abajo, el cual soporta una gran carga. Si la carga aumenta más allá de un valor crítico, el elemento se volverá cóncavo hacia arriba y la capacidad de resistencia de carga será mucho menor. Así se puede explicar el fenómeno de “*snap-through*”, que en síntesis denomina al cambio de rigidez debido a la deformación de los elementos [65].

### 3.1.2.2 No Linealidad por Condiciones de Frontera

Ocurre si las condiciones de frontera cambian durante el análisis. Por ejemplo, una viga en voladizo, ante una carga puntual gravitacional en su extremo libre, se desplazará hacia abajo cierta distancia, a menos que tope con algún apoyo adicional. Es decir, el voladizo se cambia a un apoyo de rodillo algo debajo del eje original de la viga. Esto induce comportamiento no lineal [65].

### 3.1.2.3 No Linealidad del Material, Aplicada al Concreto

Es una propiedad asociada con el diagrama carga-desplazamiento del material, donde, una vez excedida la resistencia a fluencia, cualquier carga adicional causará que la respuesta se desvíe de la rigidez tangente inicial. La respuesta no lineal puede aumentar (endurecerse) hasta un punto último antes de degradarse (ablandarse) hasta un valor de resistencia residual [68].

En cuanto a la no linealidad del concreto, se pueden mencionar dos efectos preponderantes [28]:

1. No linealidad del material debida al comportamiento plástico en compresión
2. No linealidad del material debida a su agrietamiento en tensión

Puede existir un tercer tipo de no linealidad del material: la de largo plazo. Esta, puede ocurrir por el flujo plástico, “*creep*”, del material cuando se somete a cargas de compresión sostenidas por extensos periodos. Consiste en una deformación adicional que se incrementa lentamente, y puede incluso, ser mayor que la deformación inicial.

Adicionalmente, se puede considerar el efecto del encogimiento por secado, “*shrinkage*”, del concreto, debido a la evaporación del agua en exceso que se emplea en su mezcla, lo que induce una contracción de volumen.

El modelo numérico del material puede obtenerse de varias maneras [28]:

- Por medio de un ajuste de curvas experimentales, o empleando funciones matemáticas o de interpolación.
- Por medio de Teorías Elásticas No Lineales.
- Por medio de la Teoría de la Plasticidad Perfecta o con Endurecimiento por Deformación.

El empleo del último modelo, para describir el comportamiento del concreto, resulta atractivo debido a la mayoría de similitudes aparentes entre el comportamiento del concreto a compresión y el comportamiento elastoplástico idealizado de un material con endurecimiento por deformación [28].

#### 3.1.2.3.1 Teoría de la Plasticidad con Endurecimiento por Deformación

Una vez excedido el punto de fluencia del material se precisa de la Teoría Plástica. Con ella, se define una “condición o superficie de fluencia” en el espacio de los esfuerzos, y también una “superficie de fractura”. Los primeros usos se

enfocaron para el estudio de los metales, y se vio que se modelaban de manera satisfactoria empleando los criterios de fluencia de Tresca y de von Mises [28].

La diferencia con los metales yace en que el concreto es resistente a compresión, y poco resistente a tensión, mientras que los metales lo son tanto a tensión como a compresión. Esto se conoce como efecto de diferencia de resistencias [63]. Para acomodar mejor el comportamiento del concreto, surgieron otras superficies de fluencia como la de Mohr-Coulomb [28].

La “superficie de fluencia” plantea las combinaciones de esfuerzos necesarias para permitir que un material fluya [28]. Si el estado de esfuerzos de un material no alcanza al contorno de dicha superficie, el material se comporta elásticamente, es decir, sólo existen deformaciones elásticas recuperables. Sin embargo, si el estado de esfuerzos en la partícula va más allá de lo que permita la superficie de fluencia, ésta crecerá para contenerla (y aparecerán deformaciones plásticas o irreversibles). A esto se le conoce como plasticidad incremental. La nueva superficie de fluencia, que ha aumentado de dimensiones, se denomina “superficie de carga”, y reemplaza a la superficie original. En caso de que el material se descargara y volviera a cargar, se utilizaría la nueva superficie de carga y, en caso de no excederse, no se acompañarían las deformaciones con deformaciones plásticas. Igualmente, si se excede la última superficie de carga, ésta crece y se adjuntan deformaciones irreversibles.

Para cada etapa de la historia de carga, existe una superficie de carga en el espacio de los esfuerzos, la cual contiene a todos los estados de esfuerzos que se puedan alcanzar por cambios elásticos. Cualquier deformación más allá de

dicha superficie, se acompaña de deformaciones plásticas irreversibles (ver figuras 3.3 y 3.4).

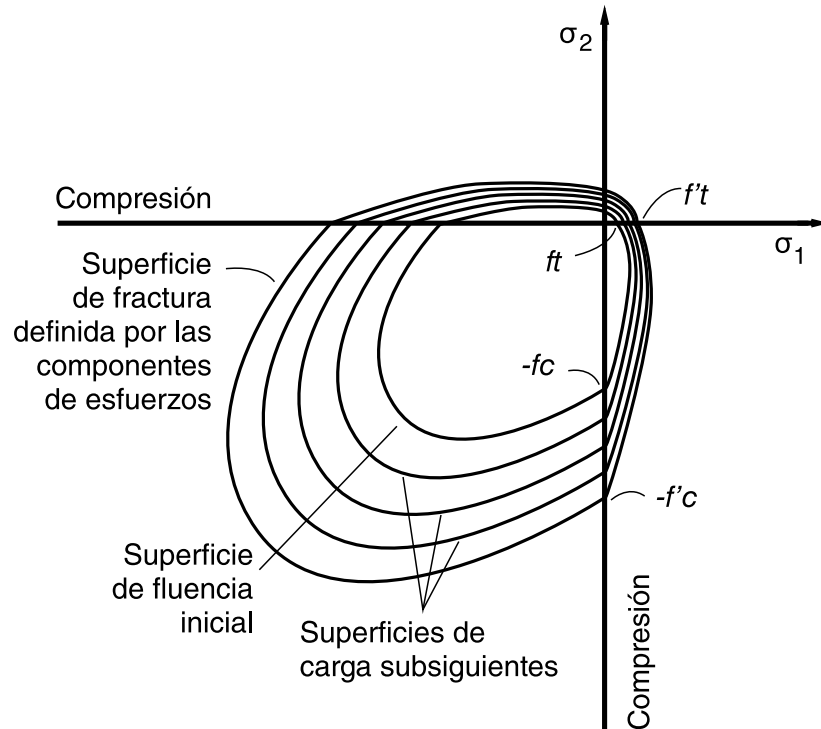


Figura 3.3. Superficie de carga incremental, en el estado plano de esfuerzos [28].

La superficie de carga no puede crecer indefinidamente. Existe un límite, que se denomina “superficie de falla o de fractura”. Con ella, se define el estado de colapso completo para el material que haya fluido. Tal superficie se expresa en términos de esfuerzos, y es la superficie de carga más extrema. Al alcanzarse dicha superficie de fractura, el esfuerzo empieza a fluir bajo esfuerzo constante. Finalmente, se asume que el concreto se aplasta o agrieta cuando se alcanza una determinada “deformación de fractura” [28].

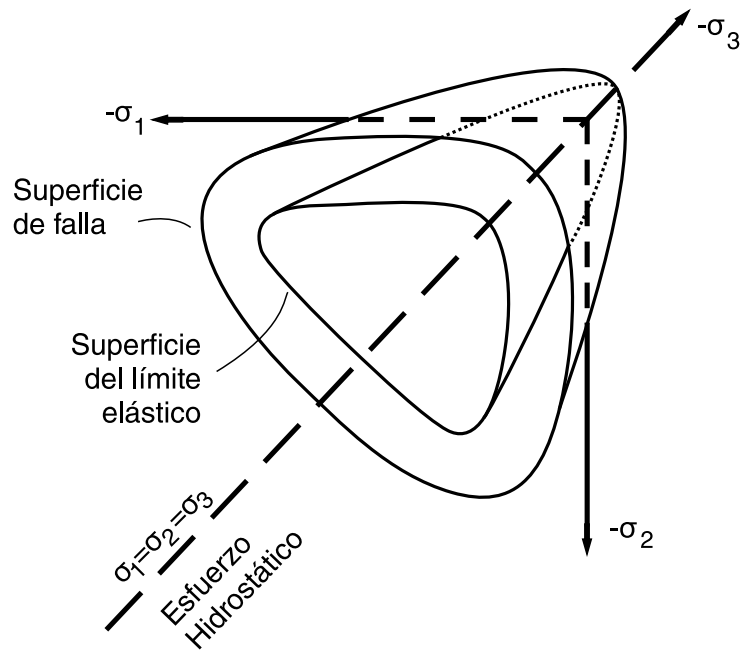


Figura 3.4. Superficie de falla del concreto en el espacio tridimensional de los esfuerzos [28].

Posterior al esfuerzo máximo se presenta la etapa de ablandamiento. En el espacio de los esfuerzos, esto equivale al colapso de la superficie de fluencia más extrema. Un modelo apropiado es el que describa a un material friccionante sin cohesión, como el de Mohr-Coulomb [28].

Para definir el modelo plástico, además es necesario contar con una “regla de endurecimiento” y una “regla de flujo”.

La regla de endurecimiento define el movimiento de las subsiguientes superficies de fluencia durante la carga plástica, y existen tres variantes [28]:

1. Endurecimiento isótropo, donde la superficie de carga se expande uniformemente.



2. Endurecimiento cinemático, donde la superficie de carga se traslada como un cuerpo rígido en el espacio de los esfuerzos, manteniendo su tamaño, forma y orientación.
3. Endurecimiento mixto, donde se combina el endurecimiento isótropo con el cinemático.

La regla de flujo indica por y hasta dónde evolucionará la superficie de carga: al llegarse a la frontera de la superficie de fluencia es necesario definir cuánto más grande será la siguiente superficie y, en caso de endurecimiento cinemático o mixto, definir el ángulo que seguirá el recorrido de dicha superficie. Una regla de flujo tiene la forma:

$$d\epsilon^P = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma} \quad (3.35)$$

Donde  $d\epsilon^P$  es el vector de incremento de deformación plástica, que se define en dirección por el gradiente de la superficie potencial,  $\partial G / \partial \sigma$  (donde  $G$  es una función de potencial de flujo), y en longitud por medio de  $d\lambda$ , que es un parámetro de endurecimiento escalar.

Si el vector de incremento de deformación plástica es perpendicular (en el plano desviador) a la superficie de fluencia, se tiene una regla de flujo asociada. Si toma cualquier otra dirección, se habla de una regla de flujo no asociada.

Para el estudio del agrietamiento del material se suele emplear alguno de los siguientes modelos:

1. Modelo *Smearred Cracking*
2. Modelo de la Grieta Discreta

El primero distribuye las grietas a nivel continuum y es de más fácil implementación, y el segundo registra cada grieta de manera individual, es decir, cómo la grieta va afectando la topología de la estructura. Se toman en cuenta las concentraciones de esfuerzos en la punta de la grieta, y es capaz de predecirse su trayectoria, con ayuda de la Mecánica de la Fractura [28].

### **3.2 El Método del Elemento Finito**

El Método del Elemento Finito (M.E.F.) es una técnica numérica para resolver, de manera aproximada, ecuaciones diferenciales [69]. Puede resolver tres clases de problemas:

1. Problemas de equilibrio o estado-fijo (independientes del tiempo).
2. Problemas de valores propios.
3. Problemas transitorios o de propagación.

Para los problemas de equilibrio, el objetivo es encontrar el estado fijo de desplazamientos o la distribución de los esfuerzos, si se trata de un problema de mecánica de sólidos [69].

#### **3.2.1 Descripción General del Método e Implementación Computacional**

En el M.E.F., un medio continuo se representa por medio de un ensamblaje de subdivisiones llamadas elementos finitos. Dichos elementos se conectan en sus fronteras compartidas [69].

Como se desconoce la variación de la variable de campo (por ejemplo, los desplazamientos o los esfuerzos) a través del medio continuo, en cada elemento

finito se asume que una función matemática simple la puede representar. Estas funciones de interpolación se definen en términos de las variables de campo en los nodos, y un conjunto de funciones de forma.

Cuando se escriben las ecuaciones de campo (por ejemplo, las ecuaciones de equilibrio) para todo el medio continuo, las incógnitas son los valores nodales de la variable de campo. Al resolver dichas ecuaciones, los resultados se sustituyen en las funciones de interpolación y con ello es posible describir la variación de la variable de campo a través de cada elemento finito. Al hacer esta descripción para todos los elementos, se expresa de manera aproximada la variación de la variable de campo en todo el medio continuo.

El procedimiento anterior, por pasos, se presenta enseguida [67, 69]:

1. Se subdivide el dominio (medio continuo) en elementos discretos, proceso conocido como discretización.
2. Se selecciona una función de interpolación apropiada.
3. Se derivan las matrices de rigidez de los elementos y vectores de cargas equivalentes.
4. Se ensamblan las ecuaciones matriciales de los elementos finitos para obtener las ecuaciones de equilibrio del sistema estructural.
5. Se resuelve para las incógnitas (por ejemplo, los desplazamientos en los nodos).
6. Se calculan las variables de campo en los elementos (por ejemplo, los esfuerzos y las deformaciones).

La solución que se obtiene es aproximada, y depende de qué tan cercanamente la: geometría, comportamiento del material, condiciones de frontera y cargas reflejen el problema físico [69]. También afecta la forma, el tamaño, el número, la configuración y la formulación de los elementos finitos utilizados [65].

#### 3.2.1.1 Discretización del dominio

El objetivo es determinar los valores de alguna variable de campo en función de las coordenadas espaciales. El primer paso del análisis por elemento finito comprende en discretizar un dominio irregular en subdominios más pequeños y regulares, que se conocen como elementos finitos [69]. De tal forma, un dominio con un número infinito de grados de libertad se convierte en un sistema con un número finito de grados de libertad. Cada elemento finito representa una porción discreta de la estructura física. Las coordenadas de los nodos y la conectividad de los elementos, comprenden la geometría del modelo.

Los elementos finitos se conectan entre sí por medio de sus fronteras compartidas. La colección de nodos y las fronteras de los elementos finitos es conocida como malla. Si se tienen muy pocos elementos, la variable de campo se encontrará para menos puntos en el medio continuo, y se podrían obtener aproximaciones de baja calidad. Por el contrario, si se cuenta con demasiados elementos, el esfuerzo computacional aumentará y la solución no mejorará sustancialmente, sin embargo, se espera que mientras más elementos haya, se logre converger más cercanamente a la solución exacta [65].

Abaqus cuenta con una vasta librería de elementos finitos. En 3D se tienen tetraedros (pirámides) y hexaedros. Dependiendo del número de nodos, los elementos pueden tener sus lados curvos (empleando nodos intermedios), que se conocen como elementos de orden superior; o tener sus lados rectos, que se conocen como elementos lineales (ver figura 3.5). También se pueden combinar diferentes tipos de elementos [65].

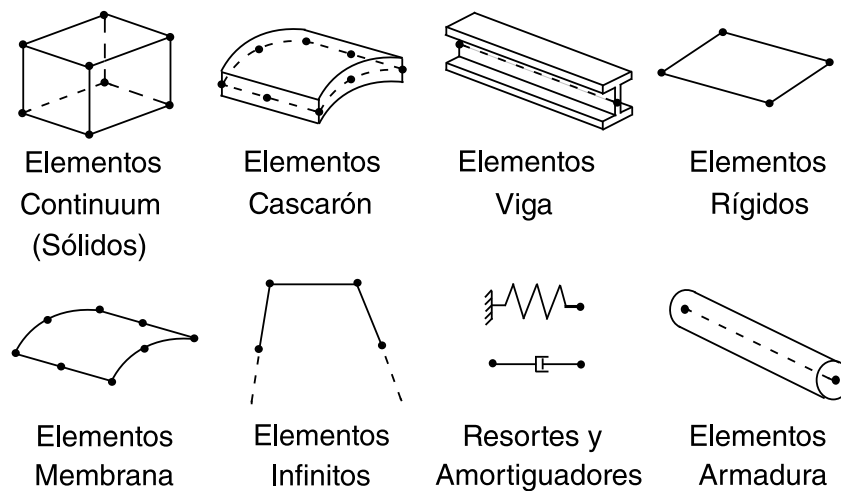


Figura 3.5. Familias de elementos finitos disponibles en Abaqus [65].

En cuanto al uso de los elementos finitos, se recomienda emplear elementos cuadrados o cúbicos, es decir, de relación de aspecto cercana a uno (evitando elementos distorsionados); usar subdivisiones iguales si no hay cambios abruptos de geometría, propiedades del material, condiciones externas (como cargas), o concentraciones de esfuerzos, y en caso de que existan las situaciones anteriores, aumentar gradualmente el número de elementos en la dirección hacia estos casos [65].

Si la configuración del cuerpo, así como las condiciones externas son simétricas, se puede considerar una fracción menor del cuerpo, lo que se debe incorporar en el procedimiento de la solución, y se tiene la característica de que no puede haber desplazamientos normales a los planos de simetría [69].

Existen programas de generación automática de mallas, que determinan las ubicaciones de los puntos nodales y de los elementos. Posteriormente los etiquetan y proveen las relaciones de conectividad (nodo-elemento). Adicionalmente, procuran reducir el ancho de banda de las matrices del sistema para optimizar su almacenamiento y procesamiento [69].

#### 3.2.1.2 Modelos de interpolación

La solución del problema debe aproximarse en cada subregión por medio de funciones simples llamadas funciones de interpolación o de aproximación. Generalmente son polinomios lineales, cuadráticos o cúbicos. Las funciones se expresan en términos de las variables nodales desconocidas. Los valores nodales son iguales a los grados de libertad y representan las incógnitas al formular el sistema de ecuaciones [69].

Destacan los elementos isoparamétricos, que emplean las mismas funciones de interpolación tanto para definir la forma de los elementos, así como la variación de la variable de campo dentro del elemento finito. Esta clase de elementos se emplea comúnmente para elementos tipo cascarón y elementos en 3D [69].

Para modelos 3D lineales, la forma de las funciones de interpolación es:

$$N(x, y, z) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z \quad (3.36)$$

Para modelos 3D cuadráticos, la forma de las funciones de interpolación es:

$$N(x, y, z) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 z^2 + \alpha_8 xy + \alpha_9 yz + \alpha_{10} zx \quad (3.37)$$

Donde  $\alpha$  representa los coeficientes del polinomio.

### 3.2.1.3 Derivación de las matrices y vectores de los elementos

Inicialmente, el desarrollo de las matrices de rigidez de los elementos y sus ecuaciones se basaban en el concepto de coeficientes de influencia de rigidez. Existen varias formas de desarrollar esto, y resultan más prácticas para los diferentes tipos de elementos [67, 69].

- Método Directo de Equilibrio. La matriz de rigidez y las ecuaciones de los elementos – que relacionan las fuerzas a los desplazamientos nodales – se obtienen usando las condiciones de equilibrio de fuerzas para un elemento básico, en conjunto de las relaciones fuerza-deformación. Este método es útil para elementos en una sola dimensión [67, 69].
- Métodos de Trabajo o Energía. La formulación de las matrices de rigidez y las ecuaciones para los elementos bi y tridimensionales es más sencilla aplicando un método de trabajo o energético. Destacan el Principio del Trabajo Virtual, el Principio de la Energía Potencial Mínima y los Teoremas de Castigliano [67, 69].
- Método de los Residuos Ponderados. Sirve para desarrollar las ecuaciones de los elementos, en particular, cuando no está disponible

un funcional como la energía potencial. Destacan los métodos de Galerkin, de Colocación y de Mínimos Cuadrados [67, 69].

#### 3.2.1.4 Ensamble de matrices de elementos y sistemas de ecuaciones

En este paso se genera una matriz de rigidez global del sistema. Para cada elemento se calcula la matriz de rigidez local, la cual se convierte al sistema global de coordenadas por medio de una matriz de transformación. Una vez en el sistema global, la matriz del elemento se expande de dimensión para igualar la dimensión de la matriz global del sistema. Después, los elementos de la matriz de cada elemento se posicionan en el lugar correcto de la matriz global, en función de los grados de libertad que describan [67, 69].

El proceso anterior generará una matriz singular, en la cual se impondrán condiciones de frontera para evitar el movimiento como cuerpo rígido. Las condiciones de frontera restringen porciones del modelo para que permanezcan fijas (sin desplazamientos), o para que se mueva una cantidad prescrita. Se pueden aplicar cargas (cualquier sollicitación que induzca un cambio en la respuesta de la estructura en relación a su estado inicial), que distorsionan y esfuerzan a la estructura [67, 69].

#### 3.2.1.5 Solución para los grados de libertad desconocidos

El sistema de ecuaciones resultante se resuelve, ya sea por un método directo (Eliminación Gaussiana, Choleski, etc.), o por medio de un método iterativo (Gauss-Seidel, Gradiente Conjugado, Método de Newton, etc.) [67, 69].



### 3.2.1.6 Cálculo de las variables de campo en los elementos

Una vez conocida la variable de campo en todos los nodos, se recurre a las funciones de interpolación y se describen las variables de campo dentro de cada elemento finito. Usando las relaciones constitutivas se pueden determinar otras cantidades importantes como los esfuerzos o las deformaciones unitarias [67, 69].

### 3.2.1.7 Implementación en Abaqus

Abaqus es un programa de análisis de propósito general que puede resolver un amplio rango de problemas lineales y no lineales [65]. Se divide en tres productos principales de análisis: Abaqus/Standard, Abaqus/Explicit y Abaqus/CFD (*Computational Fluid Dynamics*).

Abaqus/Standard resuelve un sistema de ecuaciones implícitamente en cada “incremento” de la solución. Es decir, para análisis de esfuerzos, las ecuaciones de equilibrio se resuelven simultáneamente para obtener los desplazamientos de todos los nodos en cada incremento de carga. Este producto es capaz de realizar análisis estáticos – aquellos en los que se obtiene la respuesta a largo plazo de una estructura ante las cargas aplicadas – en combinación con procedimientos no lineales, es decir, que recurren a iteraciones para determinar la solución. Por el contrario, Abaqus/Explicit avanza el estado cinemático desde el final del incremento anterior para hallar la solución, y se recomienda para eventos dinámicos breves y transitorios, tales como impactos y explosiones [65].

### 3.2.1.7.1 Elementos Finitos en Abaqus

Un elemento típico en Abaqus se nombra según ciertos lineamientos. Dentro de los más comúnmente utilizados, destaca el “C3D8R”, por su facilidad para modelar la más amplia variedad de componentes [65]. Típicamente se modelan pequeños bloques del material y se conectan entre ellos. Siguiendo este procedimiento se pueden construir modelos de casi cualquier forma, sujetos a prácticamente cualquier tipo de carga. Su nombre significa elemento del tipo Continuum (C), en tres dimensiones (3D), de ocho nodos (8) (es decir, un elemento de interpolación lineal, con tres grados de libertad por nodo: traslación en X, Y y Z) e integración reducida (R). También existen elementos cuadráticos o de segundo orden como el cubo de 20 nodos, o el tetraedro de 10 nodos (ver figura 3.6).

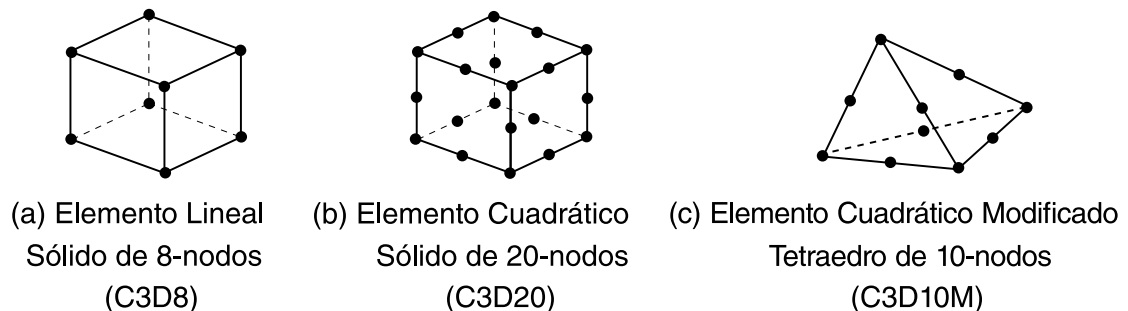


Figura 3.6. Ejemplos de elementos lineales y cuadráticos disponibles en Abaqus [65].

Abaqus emplea técnicas numéricas para integrar varias cantidades en el volumen de cada elemento. Emplea la Cuadratura de Gauss y evalúa la respuesta del material en cada punto de integración del elemento. Los elementos

de integración completa emplean dos puntos de integración de Gauss en cada dirección. Así, un elemento C3D8 (sin la R), utiliza  $2 \times 2 \times 2$  puntos de integración. Los elementos cuadráticos, como C3D20, emplean 3 puntos en cada dirección  $3 \times 3 \times 3$ . Los elementos de integración reducida emplean un punto menos de integración en cada dirección. Así, C3D8R, emplea  $1 \times 1 \times 1$  (un solo punto de integración al centro del cubo), y C3D20R,  $2 \times 2 \times 2$  [65].

En caso de emplear integración completa, los elementos de primer orden (p. ej. C3D8), presentan el fenómeno de “bloqueo por cortante” o “*shear locking*”. Tal problema propicia que los elementos se comporten de manera rígida a flexión. Si sólo hay cargas directas o cortantes esto no representa ningún problema. Tal inconveniente se evita con elementos cuadráticos, que a su vez resultan útiles donde existan concentraciones de esfuerzos [65].

Por el contrario, los elementos lineales de integración reducida, tienden a ser muy flexibles, y sufren del fenómeno de “*hourglassing*”. Para evitarlo, Abaqus añade pequeñas cantidades de rigidez artificial.

Los elementos cuadráticos de integración reducida son la mejor selección para la mayoría de las simulaciones de esfuerzo-desplazamiento ya que ellos no son susceptibles a bloqueos [65].

En base a lo anterior, se puede recomendar lo siguiente:

- Se debe minimizar la distorsión de la malla tanto como sea posible.
- Conviene utilizar elementos hexaédricos ya que dan los mejores resultados junto con el menor esfuerzo computacional.

- Se recomienda emplear elementos cuadráticos de integración reducida para trabajos de tipo general.
- Se deben utilizar elementos cuadráticos de integración completa en problemas donde haya concentraciones de esfuerzos. Ellos proporcionan la mejor solución para gradientes de esfuerzos junto con un menor esfuerzo computacional.

#### 3.2.1.7.2 Solución de problemas no lineales en Abaqus

En este tipo de problemas se requiere cumplir con el equilibrio estático:

$$P - I = 0 \quad (3.38)$$

Donde  $I$  representa a las fuerzas internas, y  $P$  a las fuerzas externas. Ambas se deben equilibrar. Abaqus/Standard emplea el método de Newton-Raphson para resolver esta clase de problemas [65].

Como la solución no se puede obtener empleando un sistema único de ecuaciones, ésta se consigue aplicando las cargas especificadas de forma gradual y constante. Abaqus divide la simulación en un número de incrementos de carga y halla la configuración de equilibrio aproximado al final de cada incremento. Esto requiere de varias iteraciones para determinar una solución aceptable a un incremento de carga. La suma de las respuestas de todos los incrementos es la solución aproximada del análisis no lineal. De tal forma, Abaqus combina procedimientos incrementales e iterativos. El *software* requiere del tamaño del primer incremento de carga, y luego escoge los subsiguientes [65].

Una iteración es un intento de encontrar una solución de equilibrio cuando se usa un método implícito. Si el modelo no está en equilibrio al final de la iteración, Abaqus intenta otra iteración. Con cada iteración, Abaqus se aproxima cada vez más a la solución de equilibrio.

### 3.2.1.7.2.1 Iteraciones de equilibrio y convergencia

La respuesta no lineal de una estructura ante un incremento de carga,  $\Delta P$ , emplea la rigidez inicial,  $K_0$  (que se basa en la configuración inicial de la estructura,  $u_0$ ), y el incremento,  $\Delta P$ . Con lo anterior, se calcula una corrección de desplazamiento  $c_a$ , y la configuración se actualiza a  $u_a$  (ver figura 3.7).

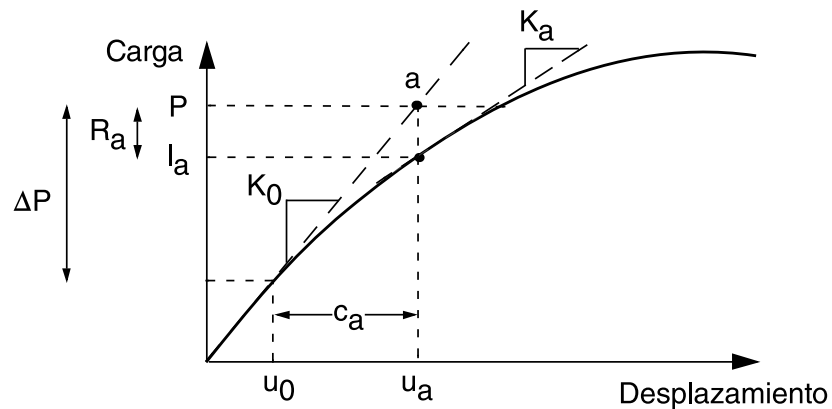


Figura 3.7. Primera iteración en un incremento [65].

Con la nueva corrección,  $c_a$ , se calcula una rigidez actualizada,  $K_a$ , y las nuevas fuerzas internas. La diferencia entre las fuerzas externas aplicadas,  $P$ , y las fuerzas internas,  $I$ , se calcula como:  $R_a = P - I_a$ , donde  $R_a$  es el residuo de fuerza de la iteración. Si  $R$  es cero en cada grado de libertad del modelo, el punto

“a” de la figura 3.7 quedaría en la curva Carga-Desplazamiento, y se consideraría que la estructura está en equilibrio. Lo anterior resulta sumamente complicado, y en lugar de buscar la exactitud, Abaqus se compara contra una tolerancia. Si  $R$  es menor que la fuerza residual que se tolera, Abaqus acepta la configuración actualizada como aquella que dé el equilibrio. La tolerancia predeterminada es del 0.5% de una fuerza promedio en la estructura, promediada también en el tiempo. Aparte de la revisión de  $R$ , el *software* se asegura de que la corrección de desplazamiento,  $c_a$  sea pequeña en relación al desplazamiento incremental total,  $\Delta u_a = u_a - u_0$ . Si  $c_a$  es mayor que el 1%, Abaqus hace otra iteración. Si ambas condiciones se cumplen, el *software* acepta que la solución ha convergido para el incremento de carga. Si la solución no converge, el *software* intenta otra iteración para buscar el equilibrio de fuerzas [65].

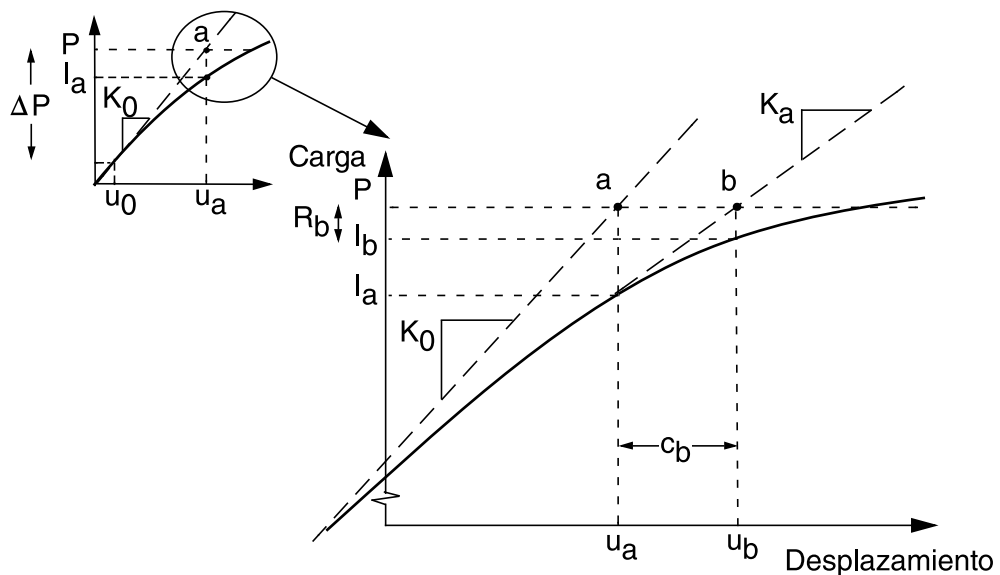


Figura 3.8. Segunda iteración en un incremento [65].

La segunda iteración emplea la rigidez  $K_a$  calculada al final de la iteración interior, junto con el residuo  $R_a$  para determinar otra corrección de desplazamiento,  $c_b$ , que acerque al sistema al equilibrio. Se calcula un nuevo residual,  $R_b$ , y de nuevo se busca la convergencia. Si es necesario, se efectúan más iteraciones (ver figura 3.8).

En cada iteración se forma la matriz de rigidez del modelo, y se resuelve un sistema de ecuaciones, resultando equivalente a un análisis elástico completo. Abaqus puede definir el tamaño de los incrementos de carga automáticamente, sólo habrá que asignarle el primer incremento. Si el problema es fuertemente no lineal, el *software* reduce el tamaño de los incrementos. Si parece que la solución diverge, el tamaño del paso se disminuye al 25% del tamaño anterior, y se permiten cinco reducciones antes de que se abandone el intento de la simulación [65].

El tiempo no tiene algún significado físico, a menos que existan efectos inerciales o haya comportamiento dependiente de la tasa de deformación. El usuario especifica el incremento de tiempo inicial y el tiempo total del paso. La relación del incremento de tiempo inicial entre el tiempo total, especifica la porción de carga a aplicar en el primer incremento. Resulta conveniente que los incrementos sean del 5% al 10% del tiempo total del paso. Además, si dos incrementos seguidos requieren de menos de cinco iteraciones para converger, Abaqus aumenta el tamaño del paso en un 50% [65].

### 3.2.1.7.3 Definición de Contacto

En algunos problemas es necesario describir el comportamiento de los materiales cuando entran en contacto. Al darse tal condición, se genera una fuerza normal a las superficies y, si hay fricción entre éstas, también se generan fuerzas tangenciales (que evitan el deslizamiento entre los cuerpos). Las simulaciones de contacto identifican las áreas que se tocan y calculan las presiones de contacto generadas. Las condiciones de contacto sólo son válidas cuando las dos superficies están unidas y habilitan la transferencia de fuerzas de una superficie a otra del modelo. Por *default*, el *software* asume contacto sin fricción ni adherencia [65].

En Abaqus, el contacto se define por:

- Superficies
  - Algoritmo general de contacto (incluye todas las instancias).
  - Algoritmo de pares de contacto (incluye sólo pares de superficies que potencialmente estarán en contacto).
- Elementos de contacto
  - Componente normal. Cuando el claro libre entre dos superficies se vuelve cero, se aplica la condición de contacto. No existe algún límite en la presión que se pueda transmitir entre las superficies, y si se vuelve negativa, las partes se separan.
  - Componente tangencial. Además de identificar la existencia de contacto entre dos superficies, Abaqus analiza el deslizamiento relativo entre ellas. Para la fricción, se puede emplear el modelo



de Coulomb [65], que emplea el coeficiente de fricción  $\mu$  que afecta a la presión normal de contacto,  $p$ . El movimiento tangencial se da cuando se excede un valor crítico de esfuerzo cortante,  $\tau_{crit.}$ , según la expresión:  $\tau_{crit.} = \mu p$ . Es importante mencionar que el uso de modelos de fricción ocasiona sistemas matriciales no simétricos.

- *Tie Constraints*
  - Son un tipo de restricción que vincula dos superficies durante toda la simulación. Dichas superficies se dividen en maestra y esclava, y cada una representa un conjunto de nodos. Los nodos de la superficie esclava se restringen para que tengan el mismo movimiento que sus contrapartes más cercanas de la superficie maestra. En un problema de análisis estructural, esto equivale a igualar los grados de libertad traslacionales. Para este algoritmo, se recomienda que la superficie esclava posea una distribución más fina de elementos, pero en caso de que ambas superficies tengan la misma distribución de elementos finitos, se recomienda que la superficie esclava sea la del material más débil [65].

Se puede optar entre dos formulaciones: (1) la de deslizamientos pequeños, en la cual se establece, desde el principio del análisis, que la relación entre los nodos de las superficies esclavas y maestras no varía durante su transcurso; o (2) la de deslizamientos finitos, donde los pares de nodos que están en contacto pueden cambiar durante la simulación [65].

### 3.3 Modelo *Concrete Damaged Plasticity*

*Concrete Damaged Plasticity* es el nombre que recibe un modelo de comportamiento de material, provisto en Abaqus, apropiado para el análisis de materiales cuasi-frágiles, tales como el concreto, las rocas, los morteros, o los cerámicos [23, 24]. Se basa en los modelos de Lubliner [50], con las mejoras desarrolladas por Lee y Fenves [51], y se ha mostrado efectivo en numerosas ocasiones, tales como los trabajos de Ruvalcaba [52], Ellobody y Bailey [53] y Borhan y Bailey [54, 55]. Dicho modelo se puede aplicar a diversos tipos de elementos finitos (vigas, armaduras, cascarones y sólidos), y destaca sobre los basados en el enfoque “*Smearred Cracking*” por su capacidad adicional de análisis ante cargas cíclicas o dinámicas [23, 24].

Los mecanismos de falla que se intentan modelar son el agrietamiento a tensión y el aplastamiento a compresión, por lo tanto, su aplicabilidad ante grandes presiones hidrostáticas (que volverían dúctil el comportamiento del concreto [28]) sería inapropiada.

Entre sus características, se pueden mencionar [23, 24]:

- Apto para modelos con grandes diferencias de resistencia entre tensión y compresión.
- Capaz de modelar endurecimiento seguido de ablandamiento en compresión, y sólo ablandamiento en tensión.
- Diferente degradación de rigidez elástica a tensión y a compresión.
- Unión con elementos de refuerzo para modelar concreto reforzado.

- La necesidad del modelo elástico, el cual debe ser isótropo y lineal.
- Sensibilidad a la tasa de deformación.

### 3.3.1 Comportamiento mecánico

A continuación, se describe el comportamiento mecánico del material que el modelo considera para su aplicación.

#### 3.3.1.1 Comportamiento ante esfuerzos uniaxiales a tensión y a compresión

Bajo tensión uniaxial, la respuesta esfuerzo-deformación sigue una relación elástica lineal hasta alcanzar el esfuerzo de falla,  $\sigma_{t0}$ . Este esfuerzo se refiere al inicio del micro-agrietamiento del material. Después de este punto, la respuesta se ve debilitada y se representa por un ablandamiento, que induce deformaciones localizadas en la estructura (ver figura 3.9).

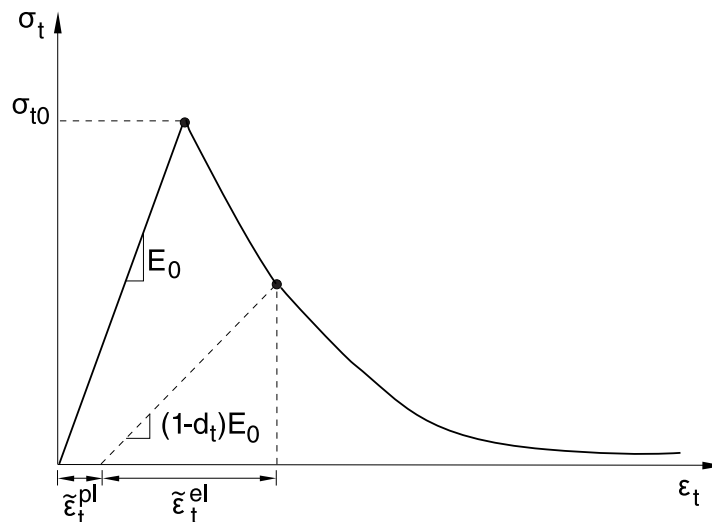


Figura 3.9. Comportamiento uniaxial típico del concreto reforzado a tensión [23, 24].

Bajo compresión uniaxial, la respuesta es lineal hasta alcanzar el esfuerzo de fluencia,  $\sigma_{c0}$ . En el régimen plástico, la respuesta se caracteriza por un endurecimiento hasta el esfuerzo último,  $\sigma_{cu}$ , seguido de un ablandamiento (ver figura 3.10).

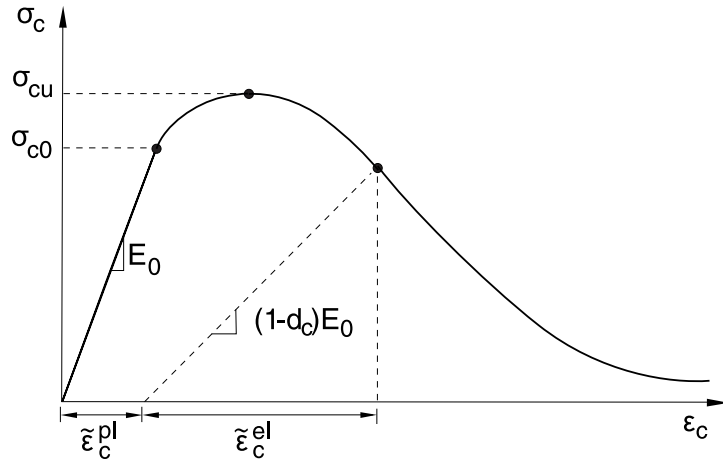


Figura 3.10. Comportamiento uniaxial típico del concreto a compresión [23, 24].

Para determinar los esfuerzos, Abaqus toma en cuenta las deformaciones plásticas, las tasas de deformación, la temperatura y las variables de campo adicionales que desee ingresar el usuario. Entonces:

$$\sigma_t = \sigma_t \left( \tilde{\varepsilon}_t^{pl}, \dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl}, \theta, f_i \right) \quad (3.39)$$

$$\sigma_c = \sigma_c \left( \tilde{\varepsilon}_c^{pl}, \dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl}, \theta, f_i \right) \quad (3.40)$$

Donde  $t$  significa tensión,  $c$  compresión,  $\theta$  es la temperatura,  $f_i$  son las variables de campo,  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$  y  $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$  son las deformaciones plásticas equivalentes, y  $\dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl}$  y  $\dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl}$  son las tasas de deformaciones plásticas equivalentes. Si estas últimas

se integran con respecto al tiempo, se obtienen las deformaciones plásticas equivalentes.

El *software* determina las relaciones anteriores a partir de la información de entrada del usuario, que consiste de esfuerzos y deformaciones inelásticas (no plásticas).

Si aconteciera que el espécimen de concreto se descargara (dentro del régimen de ablandamiento), su respuesta se vería debilitada, es decir, la rigidez *elástica* se habría degradado o dañado. Así, la degradación de la rigidez, se caracteriza por las variables de daño,  $d_t$  y  $d_c$ , que están en función de las deformaciones plásticas equivalentes, la temperatura y otras variables de campo del usuario. Dichas variables pueden ir desde cero hasta uno, donde cero indica la ausencia de daño, y 1, la pérdida total de la resistencia [23, 24].

Si se considera a  $E_0$  como la rigidez elástica inicial del material (sin daño), se dice que la relación esfuerzo-deformación ante sollicitaciones uniaxiales es:

$$\sigma_t = (1 - d_t) E_0 (\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (3.41)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c) E_0 (\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (3.42)$$

Para mantener los mismos términos que usa el *software*, se define:

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1 - d_t)} = E_0 (\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (3.43)$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1 - d_c)} = E_0 (\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (3.44)$$

Donde  $\bar{\sigma}_t$  y  $\bar{\sigma}_c$  representan a los esfuerzos de cohesión efectivos, que sirven para determinar el tamaño de la superficie de fluencia (y la de falla). Su interpretación física se puede explicar de la siguiente manera: a tensión, la

generación y propagación de grietas reduce el área efectiva que puede resistir la carga; a compresión, después de que existe una cantidad significativa de aplastamiento, el área efectiva que soporta cargas también se ve reducida [23]. De tal manera, el esfuerzo efectivo será mayor, y es el que se debe considerar para una simulación más realista.

También es importante mencionar que, ante cargas alternadas, se observa cierta recuperación de la rigidez cuando los esfuerzos cambian de signo. Por ejemplo, al pasar de tensión a compresión, las microgrietas del concreto se cierran, y aumenta la rigidez. El modelo *Concrete Damaged Plasticity* permite controlar la recuperación de la rigidez ante cambios de esfuerzos, por medio de dos parámetros del material ingresados por el usuario:  $w_t$  y  $w_c$ . Estos parámetros de ponderación afectan la “función de paso unitario,  $r^*$ ”, que determina si el material ha sufrido de una inversión de esfuerzos [23, 24].

### 3.3.1.2 Comportamiento multiaxial

Las relaciones esfuerzo-deformación para el caso general tridimensional, se obtienen aplicando las ecuaciones 3.41 y 3.42. La ecuación de elasticidad con daño escalar queda definida por [24]:

$$\sigma = (1-d)\mathbf{D}_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (3.45)$$

Donde  $\mathbf{D}_0^{el}$  representa la matriz elástica inicial (sin daño),  $\sigma$  es el esfuerzo,  $d$  representa la variable de daño,  $\varepsilon$  son las deformaciones totales y  $\varepsilon^{pl}$  son las deformaciones plásticas.

### 3.3.1.3 Relación esfuerzo-deformación post-falla

El comportamiento posterior a la falla en tensión se modela con rigidizamiento, lo que permite definir la respuesta del concreto agrietado en la etapa de ablandamiento. La implementación puede ser de dos formas: (1) por medio de una relación esfuerzo-deformación posterior a la falla (que se recomienda para concreto reforzado, ya que cuando se trata de concreto simple ocasiona sensibilidad a la malla al no converger a una única solución por el hecho de que una malla más fina presenta grietas más finas, y también ocasiona problemas si el agrietamiento ocurre en regiones localizadas), o (2) por el criterio de energía de fractura [24].

El criterio de energía de fractura de Hillerborg [24] funciona para modelos con poco o ningún refuerzo. Por medio de los conceptos de la fractura frágil, se puede definir la energía necesaria para abrir una grieta de ancho unitario,  $G_f$ . El valor anterior se puede entender como una propiedad del material. En este caso, se define el esfuerzo de falla,  $\sigma_{t0}$ , en relación con la energía de fractura asociada. Este modelo asume una pérdida lineal de resistencia después del agrietamiento, como se muestra en la figura 3.11.

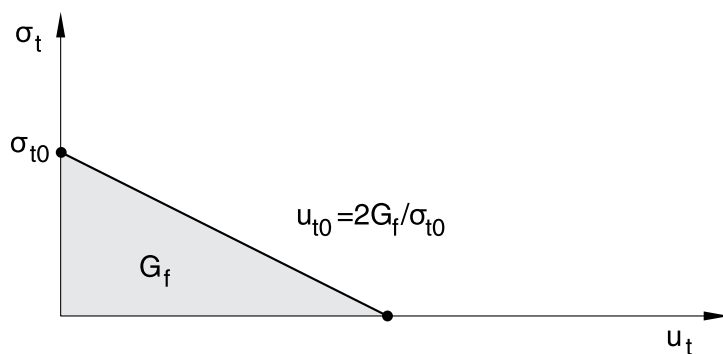


Figura 3.11. Curva esfuerzo-energía de fractura posterior a la falla [24].

En la figura 3.11, puede apreciarse una pérdida total de la rigidez a un desplazamiento de agrietamiento de  $u_{t0} = 2G_f / \sigma_{t0}$ . Los valores típicos de  $G_f$  van de los 40 N/m para concretos típicos de construcción (de aproximadamente 20 MPa) hasta los 120 N/m para concretos de alta resistencia (40 MPa) [24].

Consecuentemente, aún para modelos sin refuerzo, se necesita proporcionar algún valor de energía de fractura para poder llevar a cabo la simulación. Nótese que el desplazamiento de agrietamiento será un valor muy bajo, así que prácticamente al llegarse al esfuerzo último de tensión, la falla se dará inmediatamente.

### 3.3.2 Formulación Plástica del Modelo

Aquí se presentan los componentes esenciales para la formulación del modelo *Concrete Damaged Plasticity* en lo referente a la Teoría de la Plasticidad.

#### 3.3.2.1 Descomposición de la tasa de deformación

Se considera una descomposición de tasas de deformación aditiva [23], es decir:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{el} + \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (3.46)$$

Donde  $\dot{\varepsilon}$  es la tasa de deformación unitaria total, conformada por la parte elástica  $\dot{\varepsilon}^{el}$ , y plástica  $\dot{\varepsilon}^{pl}$ .

#### 3.3.2.2 Relaciones esfuerzo-deformación

Son las relaciones descritas en la sección 3.3.1 de este trabajo de tesis.



### 3.3.2.3 Variables de endurecimiento

Los estados con daño a tensión y a compresión, se caracterizan independientemente por dos variables de endurecimiento (las deformaciones plásticas equivalentes a tensión  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ , y a compresión  $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ ). La evolución se describe por [23]:

$$\tilde{\varepsilon}^{pl} = \mathbf{h}(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \cdot \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (3.47)$$

Donde:

$$\mathbf{h}(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) = \begin{bmatrix} r(\bar{\sigma}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -[1-r(\bar{\sigma})] \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Y a su vez:

$r(\bar{\sigma})$  es el factor de ponderación de esfuerzos multiaxiales, sustituto de la función de paso unitario, con lo cual se generaliza la variable escalar de degradación de la rigidez,  $d$ , al estado multiaxial de esfuerzos.

El microagrietamiento y el aplastamiento del concreto se representan aumentando los valores de las variables de endurecimiento. Dichas variables controlan la evolución de la superficie de fluencia y la degradación de la rigidez elástica [23].

### 3.3.2.4 Definición de invariantes de esfuerzos efectivos

Partiendo del tensor de esfuerzos efectivos:

$$\bar{\sigma} = \mathbf{D}_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (3.49)$$

Se definen las invariantes  $\bar{p}$  y  $\bar{q}$ :

- El esfuerzo de presión hidrostática (resultado de someter a acciones triaxiales iguales a la partícula),  $\bar{p}$ , se obtiene mediante:

$$\bar{p} = -\frac{1}{3} \text{traza}(\bar{\sigma}) \quad (3.50)$$

- El esfuerzo equivalente de von Mises,  $\bar{q}$ , se define por:

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2}(\bar{\mathbf{S}} : \bar{\mathbf{S}})} \quad (3.51)$$

- Donde el desviador del esfuerzo efectivo,  $\bar{\mathbf{S}}$ , es igual a:

$$\bar{\mathbf{S}} = \bar{\sigma} + \bar{p}\mathbf{I} \quad (3.52)$$

Las invariantes  $\bar{p}$  y  $\bar{q}$  se utilizan para definir la superficie de fluencia y la función de potencial de flujo plástico [24].

### 3.3.2.5 Flujo Plástico

El modelo *Concrete Damaged Plasticity* emplea la función hiperbólica de Drucker-Prager,  $G$ , como potencial de flujo, que se define en el espacio de los esfuerzos efectivos (ver figura 3.12) [24]:

$$G = \sqrt{(\epsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (3.53)$$

Donde:

$\psi(\theta, f_i)$  es el ángulo de dilatación, medido en el plano p-q, ante fuertes presiones de confinamiento.

$\sigma_{t0}(\theta, f_i)$  es el esfuerzo a tensión uniaxial en la falla.

$\epsilon(\theta, f_i)$  es un parámetro conocido como “excentricidad”, que define la tasa a la cual la función se acerca a la asíntota (el potencial de flujo tiende a volverse recto, así como la excentricidad tiende a cero). Su valor predominado es  $\epsilon = 0.1$  [24].

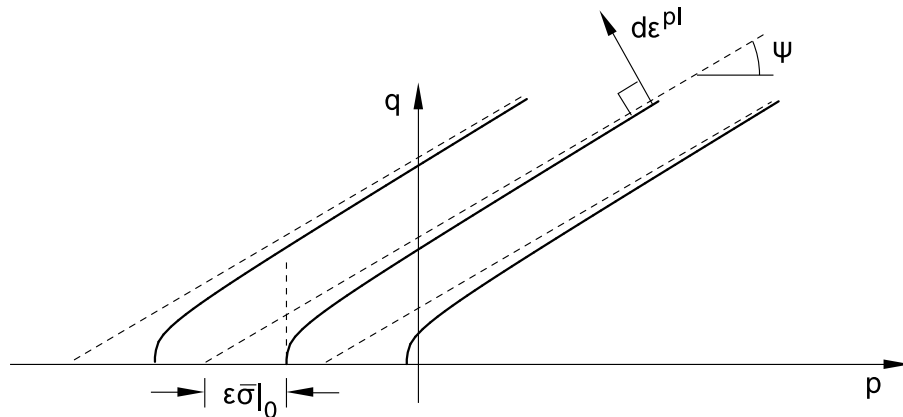


Figura 3.12. Potencial de flujo hiperbólico de Drucker-Prager. La línea punteada representa el potencial de flujo lineal [24].

El potencial de flujo rige el flujo plástico por medio de la regla de flujo [23, 24]:

$$\dot{\epsilon}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}} \quad (3.54)$$

Donde  $\dot{\lambda}$  es el multiplicador plástico no negativo.

El modelo *Concrete Damaged Plasticity* asume un potencial de flujo plástico no asociado, lo que implica una solución de un sistema no simétrico de ecuaciones [23, 24].

### 3.3.2.6 Función de Fluencia

El modelo *Concrete Damaged Plasticity* hace uso de la función de fluencia de Lubliner, Oller y Oñate [50], con las modificaciones de Lee y Fenves [51] (con lo cual se consideran las distintas evoluciones de resistencias ante tensión y

compresión). La evolución de la superficie de fluencia se controla con las deformaciones plásticas equivalentes a tensión,  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ , y a compresión,  $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ , también conocidas como variables de endurecimiento. En términos de los esfuerzos efectivos, la función de fluencia queda [23, 24]:

$$F = \frac{1}{1-\alpha} \left( \bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta \left( \tilde{\varepsilon}^{pl} \right) \bar{\sigma}_{m\acute{a}x} - \gamma - \bar{\sigma}_{m\acute{a}x} \right) - \bar{\sigma}_c \left( \tilde{\varepsilon}_c^{pl} \right) = 0 \quad (3.55)$$

Haciendo uso de:

$$\alpha = \frac{(\sigma_{b0} / \sigma_{c0}) - 1}{2(\sigma_{b0} / \sigma_{c0}) - 1}; 0 \leq \alpha \leq 0.5 \quad (3.56)$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c \left( \tilde{\varepsilon}_c^{pl} \right)}{\bar{\sigma}_t \left( \tilde{\varepsilon}_t^{pl} \right)} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (3.57)$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad (3.58)$$

Donde:

$\bar{\sigma}_{m\acute{a}x}$  es el esfuerzo principal máximo efectivo.

$\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$  es la relación del esfuerzo de fluencia a compresión inicial equibiaxial con el esfuerzo de fluencia a compresión inicial uniaxial, con un valor predeterminado de 1.16 [24].

$K_c$  es la relación de la segunda invariante de esfuerzo en el meridiano a tensión,  $q_{M.T.}$  con la del meridiano a compresión,  $q_{M.C.}$ , en fluencia inicial, para cualquier valor dado de la invariante de presión,  $p$ , tal que el esfuerzo principal máximo sea negativo,  $\sigma_{m\acute{a}x} < 0$ . Debe satisfacer que  $0.5 < K_c < 1.0$ , y su valor predeterminado es de 2 / 3 [24] (ver figura 3.14).

$\bar{\sigma}_t \left( \tilde{\varepsilon}_t^{pl} \right)$  y  $\bar{\sigma}_c \left( \tilde{\varepsilon}_c^{pl} \right)$  son los esfuerzos efectivos a tensión y a compresión.

La función de fluencia se presenta para el estado plano de esfuerzos en las figuras 3.13, y 3.14 para el estado general de esfuerzos tridimensional.

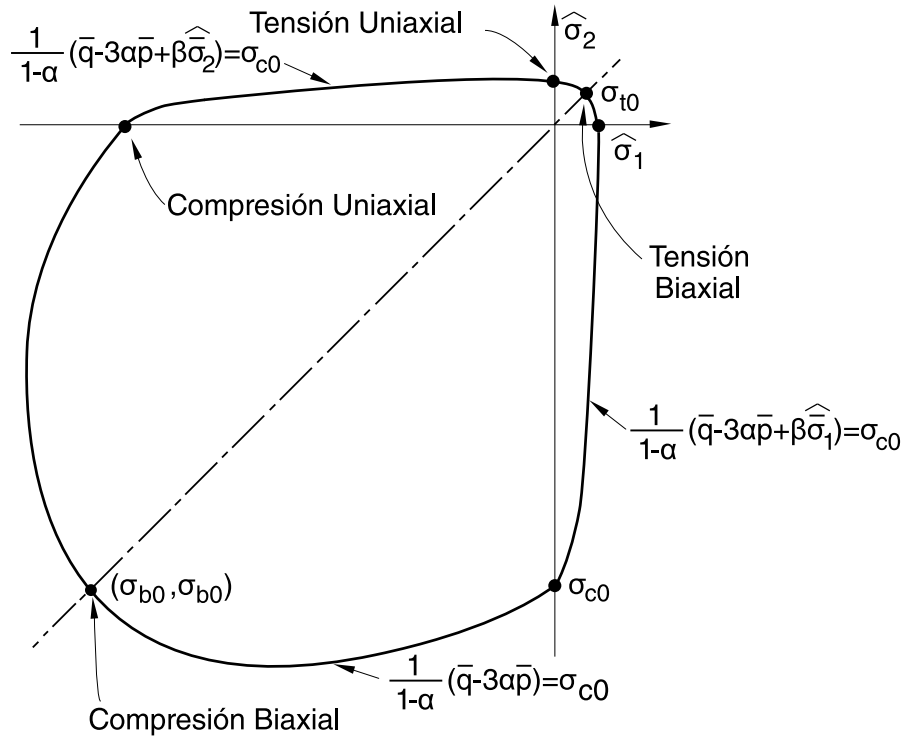


Figura 3.13. Superficie de fluencia en esfuerzo plano [23, 24].

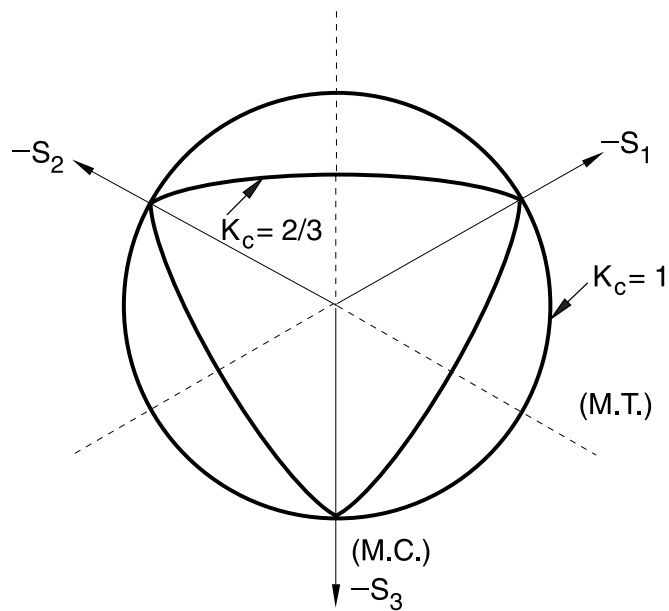


Figura 3.14. Superficie de fluencia en el estado general de esfuerzos [23, 24].

## **CAPÍTULO 4**

### **IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO**

En este capítulo se presentan todas las consideraciones realizadas en el desarrollo del modelo para simular el comportamiento de los muretes de concreto normal, elaborados con bloques de dos celdas y mortero tipo I. Estos son dos de los componentes que representan los materiales más comúnmente utilizados en la práctica constructiva de la zona de Nuevo León. Asimismo, se incluyen los resultados experimentales obtenidos por Álvarez [22] que se emplearon como datos de entrada.

#### **4.1 Información Obtenida Experimentalmente**

A partir de numerosos ensayos experimentales, Álvarez [22] determinó los diagramas esfuerzo-deformación a compresión para morteros, piezas y muretes; así como diagramas a tensión para los morteros. A continuación, se presentan los resultados más importantes.

##### **4.1.1 Morteros**

En las figuras 4.1 y 4.2 se muestran las curvas promedio de los ensayos efectuados para cubos de mortero a compresión, y briquetas de mortero a

tensión, respectivamente. Puede apreciarse que el valor máximo de esfuerzo a compresión fue de 171.48kgf/cm<sup>2</sup> y de 17.10kgf/cm<sup>2</sup> a tensión.

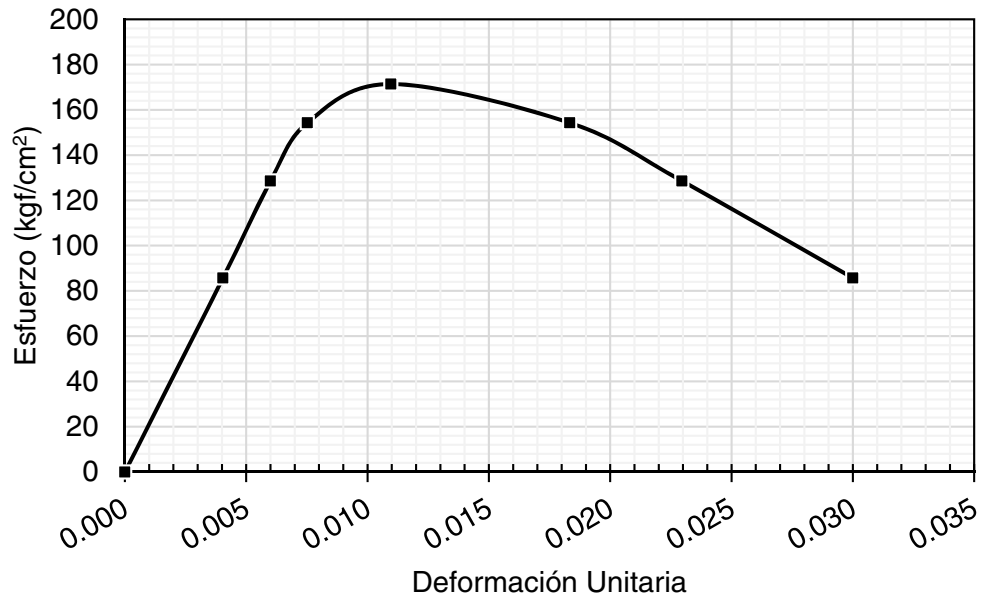


Figura 4.1. Diagrama Esfuerzo – Deformación a Compresión para Mortero Tipo 1 [22].

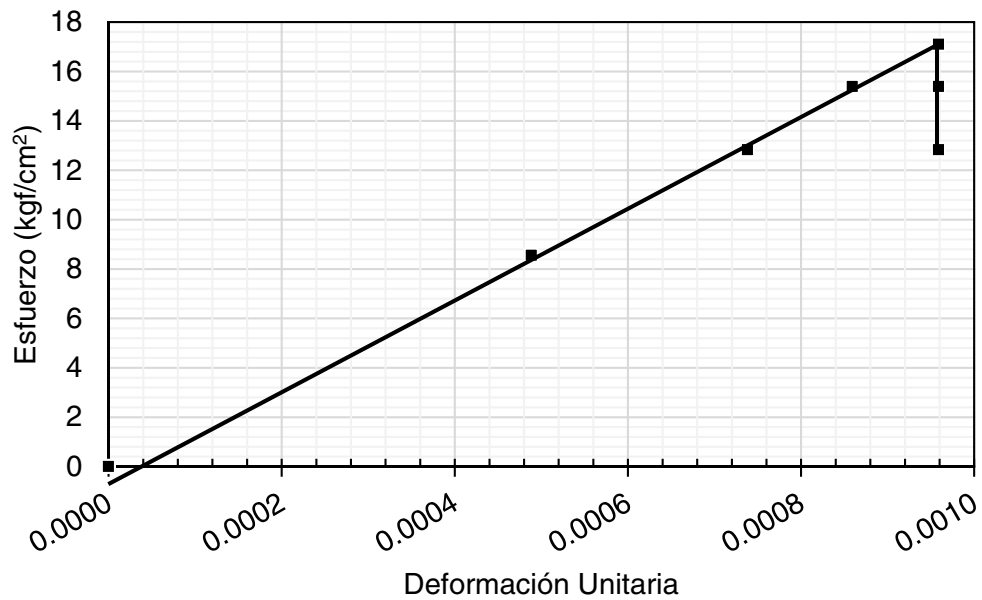


Figura 4.2. Diagrama Esfuerzo – Deformación a Tensión para Mortero Tipo 1 [22].

#### 4.1.2 Bloques de Dos Celdas de Concreto Normal

En la figura 4.3 se presenta la gráfica esfuerzo-deformación promedio obtenida del ensaye de piezas de concreto de peso normal huecas, de dos celdas (Álvarez [22]).

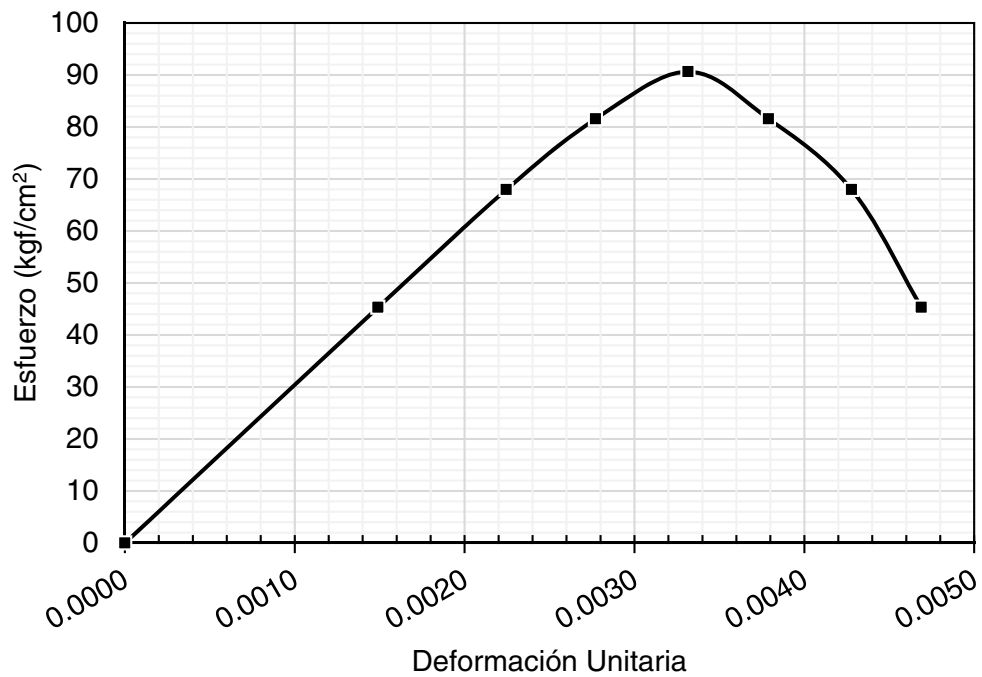


Figura 4.3. Diagrama Esfuerzo – Deformación a compresión para piezas de concreto normal, de dos celdas [22].

#### 4.1.3 Muretes

En la figura 4.4 se muestra la gráfica esfuerzo-deformación promedio obtenida del ensaye de muretes de bloques de concreto, con la cual se compararán los resultados obtenidos numéricamente; las anteriores (4.1, 4.2 y 4.3) servirán para alimentar el modelo.



Estos resultados también son reportados respecto a áreas brutas [22], y se presentan ante tres velocidades de aplicación de carga.

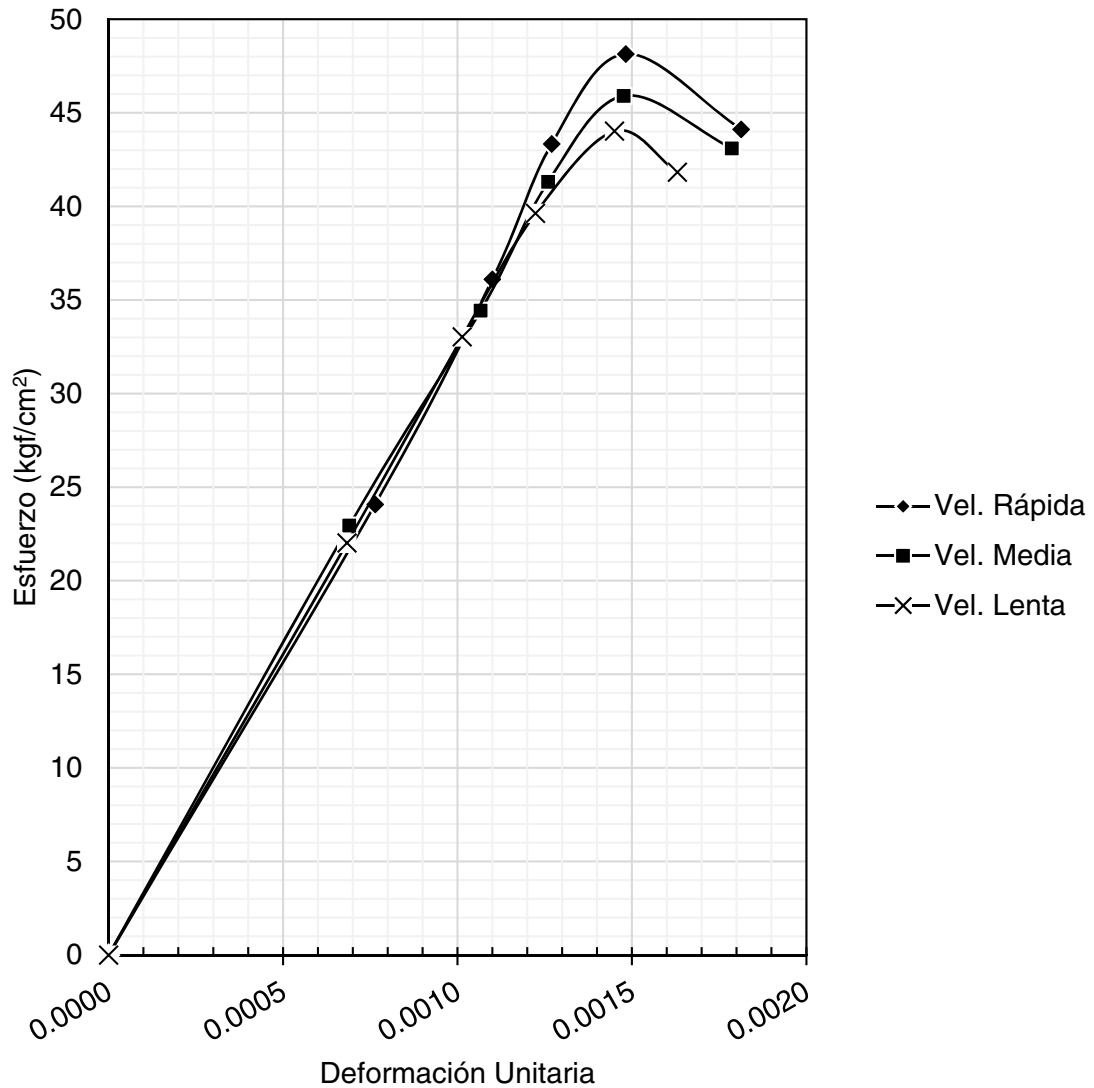


Figura 4.4. Diagrama Esfuerzo – Deformación a compresión para muretes de concreto, ante tres velocidades de aplicación de la carga [22].

El comportamiento esfuerzo-deformación fuera del rango elástico se define en términos de la deformación inelástica,  $\tilde{\varepsilon}_c^m$  y no directamente a partir de los diagramas anteriores [24].

## 4.2 Software utilizado

Para la implementación del modelo se recurrió al *software* Abaqus 2016 debido a ciertas características, entre las que se pueden citar:

- Variedad de elementos finitos, con distintas formulaciones [23, 65, 70].
- Algoritmos de generación de mallas versátiles [70].
- Algoritmos de solución de sistemas de ecuaciones optimizados [23].
- Variedad de tipos de análisis [23, 70].
- Modelos de material, como *Concrete Damaged Plasticity* [23, 24].
- Modelado de interfaces [23, 65, 70].
- Habilidad de considerar fenómenos físicos adicionales [23, 65].
- Post-procesador de la información de salida [70].
- Interfaz gráfica, documentación y procesamiento en paralelo.
- Uso difundido entre la comunidad científica, por ejemplo [52, 53, 54, 55].

## 4.3 Modelado de Muretes

Debido a que Abaqus no administra automáticamente las unidades de medición [65], se debe proporcionar un sistema de unidades consistente. Siguiendo los lineamientos del Sistema Internacional de Unidades, se hizo uso de las unidades mostradas en la tabla 4.1 para la entrada y salida de datos, e igualmente se reportan los resultados en las unidades utilizadas por Álvarez [22].

TABLA 4.1 Unidades utilizadas en este trabajo

Concepto	Unidad S.I.	Unidad para reportar
Distancia	m	mm
Fuerza	N	kgf
Esfuerzo	N / m <sup>2</sup> = Pa	kgf / cm <sup>2</sup>

#### 4.3.1 Mortero

En esta sección se presentan todas las propiedades de material requeridas por el modelo *Concrete Damaged Plasticity*.

##### 4.3.1.1 Curva esfuerzo-deformación a compresión

La información que requiere Abaqus para la definición del endurecimiento y ablandamiento en compresión precisa estar en términos de la deformación inelástica,  $\tilde{\varepsilon}_c^{in}$ . Dicha deformación se define como la deformación unitaria total,  $\varepsilon_c$ , menos la deformación elástica correspondiente al material sin daño,  $\varepsilon_{0c}^{el}$  [24]:

$$\tilde{\varepsilon}_c^{in} = \varepsilon_c - \varepsilon_{0c}^{el} \quad (4.1)$$

Donde:

$$\varepsilon_{0c}^{el} = \sigma_c / E_0 \quad (4.2)$$

El cálculo de estos parámetros se presenta en la tabla 4.2. El módulo elástico se determinó como la pendiente entre el punto denominado “Límite Elástico” y el Origen (ver tabla 4.2). Entonces, el valor utilizado para la simulación se determinó mediante la siguiente expresión:

$$E_0 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{128.6074 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} - 0 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}}{0.00599944 - 0} = 21,436.56 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = 2,102,208,795 \text{Pa}$$

TABLA 4.2 Valores esfuerzo-deformación inelástica para el mortero a compresión, Álvarez [22]

Notas del punto en cuestión	Esfuerzo a Compresión $\sigma_c$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	Esfuerzo a Compresión $\sigma_c$ (N/m <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria Total $\varepsilon_c$ (m/m)	Deformación Elástica $\varepsilon_{0c}^{el}$ (m/m) ( $\sigma_c / E_0$ )	Deformación Inelástica $\tilde{\varepsilon}_c^{in}$ (m/m) ( $\varepsilon_c - \varepsilon_{0c}^{el}$ )
Origen	0.0000	0.0	0.00000000	0.00000000	0.00000000
Límite Elástico	128.6074	12,612,075.5	0.00599944	0.00599944	0.00000000
	154.3289	15,134,490.7	0.00752122	0.00719933	0.00032189
Esfuerzo Último	171.4765	16,816,100.8	0.01096667	0.00799925	0.00296741
	154.3286	15,134,490.7	0.01833333	0.00719933	0.01113400
	128.6074	12,612,075.5	0.02295556	0.00599944	0.01695612
	85.7383	8,408,050.4	0.03000000	0.00399963	0.02600037

Además del módulo elástico inicial sin daño,  $E_0$ , se requiere del coeficiente de Poisson,  $\nu$ , para definir el comportamiento elástico del material. El coeficiente fue tomado con un valor de:

$$\nu = 0.25$$

Que corresponde a un valor característico aproximado al tipo de mortero utilizado en la investigación [71].

#### 4.3.1.2 Curva esfuerzo-deformación a tensión

El comportamiento del mortero a tensión se obtuvo a partir de especímenes conocidos como briquetas, ensayados experimentalmente mediante pruebas de tensión directa [22]. De dichas pruebas se obtuvo el esfuerzo máximo a tensión,  $\sigma_{t0}$ , necesario para definir el comportamiento del material en el modelo. Tal esfuerzo y su deformación respectiva se presentan en la tabla 4.3.

TABLA 4.3 Información experimental a utilizar del mortero a tensión [22]

Punto de la Gráfica	Esfuerzo, (kgf/cm <sup>2</sup> )	Esfuerzo, (N/m <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria, (m/m)
Origen	0.00	0.00	0.00000000
Esfuerzo de falla a tensión, $\sigma_{t0}$	17.10	1,677,354.40	0.00095889

En los casos con poco o nada de refuerzo, la especificación de la relación esfuerzo-deformación post-falla ocasiona sensibilidad de malla en los resultados y se emplea el criterio de energía de fractura [24].

Ante la carencia de información experimental, y en vista de la similitud del comportamiento entre el mortero y el concreto, se estipula el criterio de energía de fractura a partir de la información experimental recabada para concretos.

Los valores típicos de energía de fractura del concreto oscilan desde 40 N/m (para un espécimen con resistencia a la compresión de aproximadamente 20 MPa), hasta 120 N/m (para un espécimen con resistencia a la compresión de aproximadamente 40 MPa) [24]. Con esta información se fabrica la siguiente expresión:

$$G_f = \left( \frac{120 \frac{\text{N}}{\text{m}} - 40 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{40\text{MPa} - 20\text{MPa}} \right) x - 40 \frac{\text{N}}{\text{m}} = (4m)x - 40 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (4.3)$$

Donde  $x$  es la resistencia a la compresión del elemento en MPa, y  $G_f$  es la energía de fractura en N/m. De la tabla 4.2 se aprecia que la resistencia del mortero a compresión fue de 16.82 MPa. Ingresando este valor en la expresión 4.3, se obtiene:

$$G_{f(16.82\text{MPa})} = (4m)(16.82\text{MPa}) - 40 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 27.28 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

#### 4.3.1.3 Parámetros plásticos

La definición de los parámetros plásticos permite la formulación de las superficies de fluencia y de falla en el espacio de los esfuerzos. Las recomendaciones presentes logran que el modelo reproduzca numerosos experimentos efectuados en especímenes de concreto [50, 51], y se propondrán iguales para el mortero, ya que no se encontró tal información disponible para este material, juzgando su validez en la sección de Análisis de Resultados de este trabajo de tesis.

##### 4.3.1.3.1 Ángulo de dilatación, $\psi$

Este ángulo se mide en el plano meridional de la superficie de fluencia e indica qué tanto ésta se abre respecto al eje hidrostático, conforme aumente el estado de esfuerzos triaxial en la partícula (ver figura 3.12) [23, 24].

Según [72], el ángulo de fricción del concreto,  $\phi$ , es de  $37^\circ$ , y se relaciona con el ángulo de dilatación por medio de la siguiente expresión [73]:

$$\text{sen}(\phi) = \tan(\psi) \quad (4.4)$$

De donde se obtiene un ángulo de dilatación de  $31^\circ$ .

##### 4.3.1.3.2 Excentricidad, $\epsilon$

Este parámetro define la forma de la superficie de fluencia, al acercar la función Hiperbólica de Drucker-Prager a su función Lineal ( $\epsilon = 0$ ). Su valor predeterminado es de 0.1 [24], e indica que el material tiene prácticamente el mismo ángulo de dilatación para un gran rango de valores de esfuerzo de presión confinante (ver figura 3.12).

#### 4.3.1.3.3 Relación de esfuerzos de fluencia a compresión biaxial con uniaxial, $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$

Cuando se cuenta con información experimental de pruebas biaxiales en especímenes de concreto, este valor relaciona el esfuerzo de fluencia a compresión biaxial, con el esfuerzo de fluencia a compresión uniaxial del concreto. Su valor predeterminado es de 1.16 [24].

#### 4.3.1.3.4 Parámetro $K_c$

Es la relación de la segunda invariante de esfuerzos en el meridiano a tensión contra el meridiano a compresión, y puede ir de 0.5 a 1 [24]. Este parámetro regula la forma de la superficie de fluencia en el plano desviador, volviéndola más triangular o circular (ver figura 3.14). Su valor predeterminado es de 2/3 [24].

#### 4.3.1.3.5 Parámetro de viscosidad, $\mu$

Este parámetro facilita las tasas de convergencia permitiendo esfuerzos fuera de la superficie de fluencia. Por *default*, Abaqus no ejecuta ninguna regularización viscoplástica, y su valor es 0 [23].

### 4.3.2 Concreto

En esta sección se determinan las propiedades características para la definición del material de concreto empleado por los bloques.

#### 4.3.2.1 Curva esfuerzo-deformación a compresión

Es importante mencionar que los bloques de concreto cuentan con dos áreas: el área bruta y el área neta, por lo cual es necesario convertir los esfuerzos brutos a esfuerzos sobre el área neta, lo cual se logra relacionando las áreas.

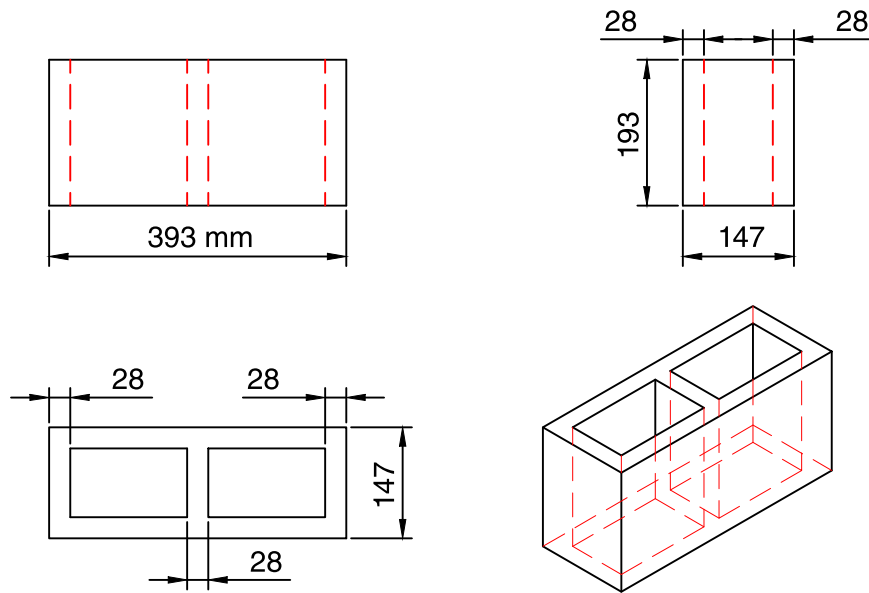


Figura 4.5. Geometría del bloque de concreto utilizado en el modelo [22].

De la figura 4.5 se obtiene que el área bruta es:

$$A_b = 0.147\text{m} \times 0.393\text{m} = 0.05771\text{m}^2$$

Mientras que el área neta es:

$$A_n = (0.028\text{m} \times 3 \times 0.147\text{m}) + (0.028\text{m} \times 2 \times 0.309\text{m}) = 0.029652\text{m}^2$$

La conversión resulta:

$$\sigma_{neto} = \sigma_{bruto} \frac{A_b}{A_n} = \sigma_{bruto} \frac{0.05771\text{m}^2}{0.029652\text{m}^2} = 1.9462\sigma_{bruto} \quad (4.5)$$

El cálculo de las deformaciones inelásticas emplea las áreas netas obtenidas con la ecuación 4.5, y se presenta en la tabla 4.4.



El módulo elástico inicial (sin daño) se determina con la siguiente expresión:

$$E_0 = \frac{12,973,485 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{0.00224567} = 58,910 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = 5,777,118,650 \text{Pa}$$

TABLA 4.4 Valores esfuerzo-deformación inelástica para el concreto a compresión, Álvarez [22]

Notas del punto en cuestión	Esfuerzo a Compresión Área Bruta (Área Neta) $\sigma_c$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	Esfuerzo a Compresión Área Bruta (Área Neta) $\sigma_c$ (N/m <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria Total $\varepsilon_c$ (m/m)	Deformación Elástica $\varepsilon_{0c}^{el}$ (m/m) ( $\sigma_c / E_0$ )	Deformación Inelástica $\tilde{\varepsilon}_c^{in}$ (m/m) ( $\varepsilon_c - \varepsilon_{0c}^{el}$ )
Origen	0.0000	0.0	0.00000000	0.0000000	0.00000000
Límite Elástico	67.9734 (132.2927)	6,665,911.8 (12,973,485)	0.00224567	0.0022457	0.00000000
	81.5681 (158.7513)	7,999,094.1 (15,568,182)	0.00277144	0.0026948	0.00007664
Esfuerzo Último	90.6312 (176.3903)	8,887,882.4 (17,297,980)	0.00331556	0.0029942	0.00032133
	81.5681 (158.7513)	7,999,094.1 (15,568,182)	0.00378889	0.0026948	0.00109409
	67.9734 (132.2927)	6,665,911.8 (12,973,485)	0.00427778	0.002457	0.00203211
	45.3156 (88.1952)	4,443,941.2 (8,648,989)	0.00468889	0.0014971	0.00319178

Aparte es requerida la relación de Poisson,  $\nu$ , la cual se tomó como:

$$\nu = 0.20$$

Que corresponde a un valor típico aproximado para el concreto empleado en esta investigación [71].

#### 4.3.2.2 Esfuerzo a tensión y energía de fractura

El comportamiento del concreto a tensión ( $\sigma_{t0}$ ), fue asumido como un 10% del esfuerzo del mismo material a compresión [74], y para complementar dicho

comportamiento, al igual que en el caso del mortero, se recurrió al concepto de energía de fractura.

$$\sigma_{i0} = 0.1f'_c = 0.1(17,297,980\text{Pa}) = 1,729,798\text{Pa} = 17.64\text{kgf/cm}^2$$

Empleando la fórmula 4.3, obtenemos la energía de fractura como:

$$G_{f(17.298\text{MPa})} = (4\text{m})(17.298\text{MPa}) - 40 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 29.192 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

#### 4.3.2.3 Parámetros plásticos

Se utilizaron los mismos parámetros mencionados en la sección 4.3.1.3 de este trabajo de tesis.

#### 4.3.3 Geometría general

El modelo desarrollado se beneficia del concepto de simetría respecto a dos planos, lo que permite un ahorro en trabajo computacional al precisar de un menor número de elementos finitos. De tal forma, sólo fue necesario modelar un cuarto de la geometría del murete (ver figura 4.6).

Para representar el ensamblaje se crearon las siguientes partes: (1) Bloque entero (verde), (2) Medio bloque (crema), (3) Bloque entero partido a la mitad (rojo), (4) Mortero para bloque entero (azul), (5) Mortero para medio bloque y bloque entero partido (gris), (6) Mortero vertical completo (café) y (7) Mortero vertical partido (azul-grisáceo).

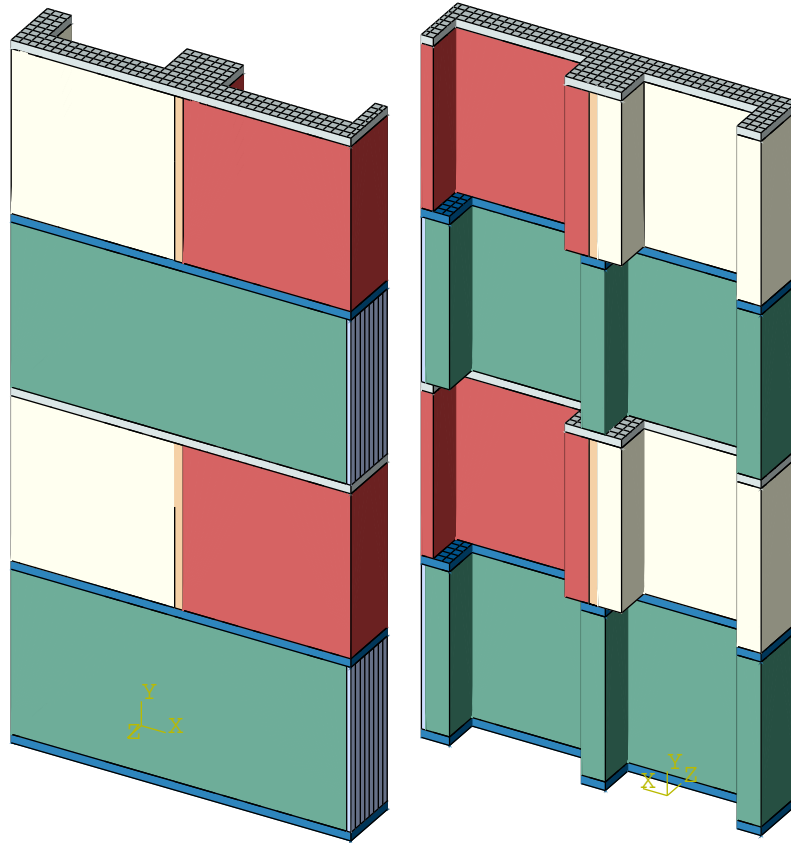


Figura 4.6. Aspectos geométricos del modelo.

El ensamblaje comienza con una capa de mortero; en el primer nivel se cuenta con una pieza entera y un mortero vertical partido a su derecha; sobre ellos va un mortero que los cubre totalmente. Encima se creó un medio bloque, un mortero vertical completo, y un bloque entero partido a la mitad. Sobre esto va otra capa de mortero que cubre la totalidad de la nueva configuración inferior de piezas. Las siguientes hileras se repiten de igual manera, y en la parte superior se termina con otra capa de mortero.

#### 4.3.4 Elementos finitos y malla

Las partes utilizadas se muestran en la figura 4.7.

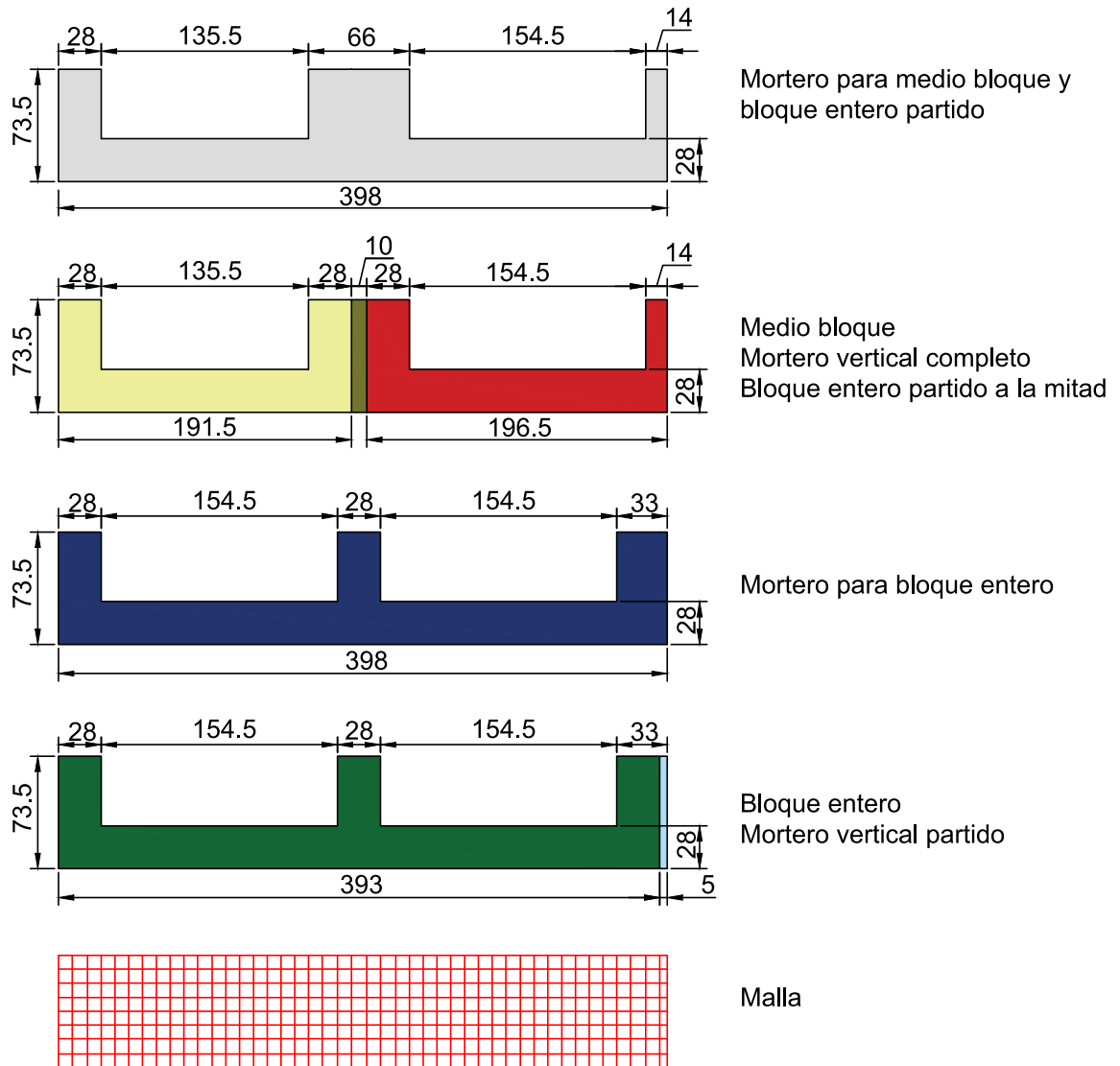


Figura 4.7. Geometría, dimensiones y malla de los componentes del modelo.

Con la vista en planta de las partes (ver figura 4.7), se diseñó una malla trazando líneas horizontales y verticales, la cual contempló todos los lugares de interés de las diferentes carreras al mismo tiempo. De tal forma, se logró que todos los elementos finitos, tanto de piezas como de morteros, coincidieran, lo cual es necesario para la implementación de los mecanismos de control de

superficies. En la figura 4.8, se muestra cómo la misma malla de la figura 4.7 fue empleada en todas las partes del modelo, utilizando su porción designada.

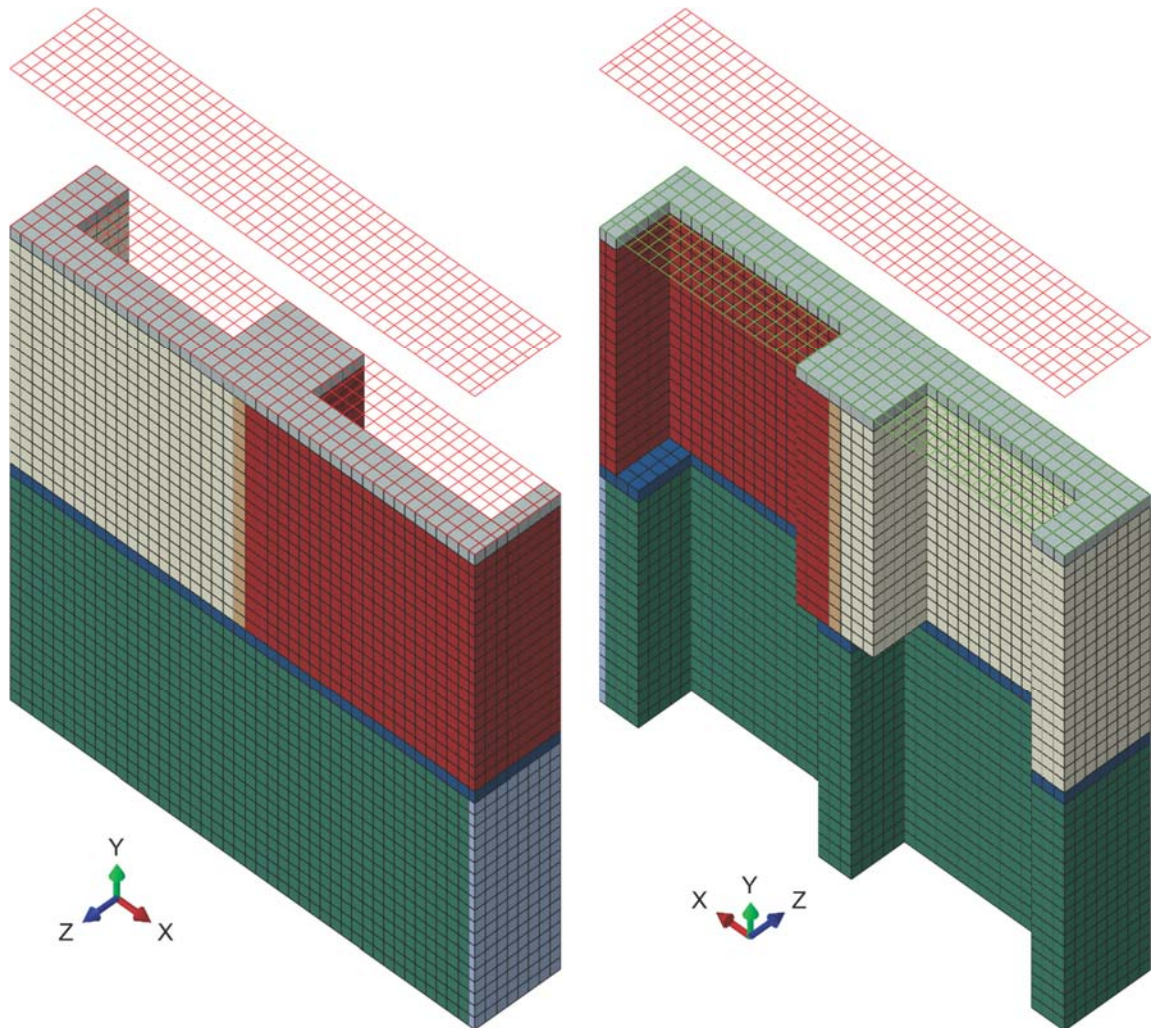


Figura 4.8. Malla empleada para todas las partes del modelo.

Todas las partes miden  $147\text{mm} / 2 = 73.5\text{mm}$  de profundidad (ver figura 4.8); las piezas y los morteros verticales miden  $19.3\text{ mm}$  de altura, y los morteros horizontales sólo miden  $10\text{ mm}$ .

Para modelar los bloques se eligieron elementos cuadráticos de integración reducida (C3D20R). Sin embargo, en el caso de los morteros horizontales, debido

a que cuentan con sólo un elemento finito de altura, y pueden incurrir en concentraciones de esfuerzos, se les designó una integración completa (C3D20). El número y tipo de elementos usados para desarrollar el modelo se expresa en la tabla 4.5.

TABLA 4.5 Tipo y número de elementos finitos por instancia de parte

Nombre	Tipo de elemento	Número de elementos
Bloque entero	C3D20R	3,306
Bloque entero partido a la mitad	C3D20R	1,729
Medio bloque	C3D20R	1,767
Mortero para bloque entero	C3D20	182
Mortero para medio bloque y bloque entero partido	C3D20	192
Mortero vertical completo	C3D20R	152
Mortero vertical partido	C3D20R	152

Los elementos más desapegados de una deseable relación de aspecto cercana a 1 [69] son los necesarios para alinear el mortero vertical partido. Tienen un ancho de 5 mm, y 9 mm de alto, dando una relación de aspecto de 0.56. El resto de los elementos tiene una semilla (tamaño típico) de 9 mm en ambas direcciones.

Cuando en Abaqus se emplean “particiones” (dibujo manual de la malla) en ciertas caras de las partes, éstas tienden a ser menos influyentes mientras más se alejen los elementos finitos de su ubicación, favoreciendo que éstos adquieran el tamaño de la semilla. Se tuvo especial cuidado de evitar estos cambios de dimensiones empleando particiones adicionales para garantizar el mismo tamaño de elementos.

#### 4.3.5 Condiciones de frontera

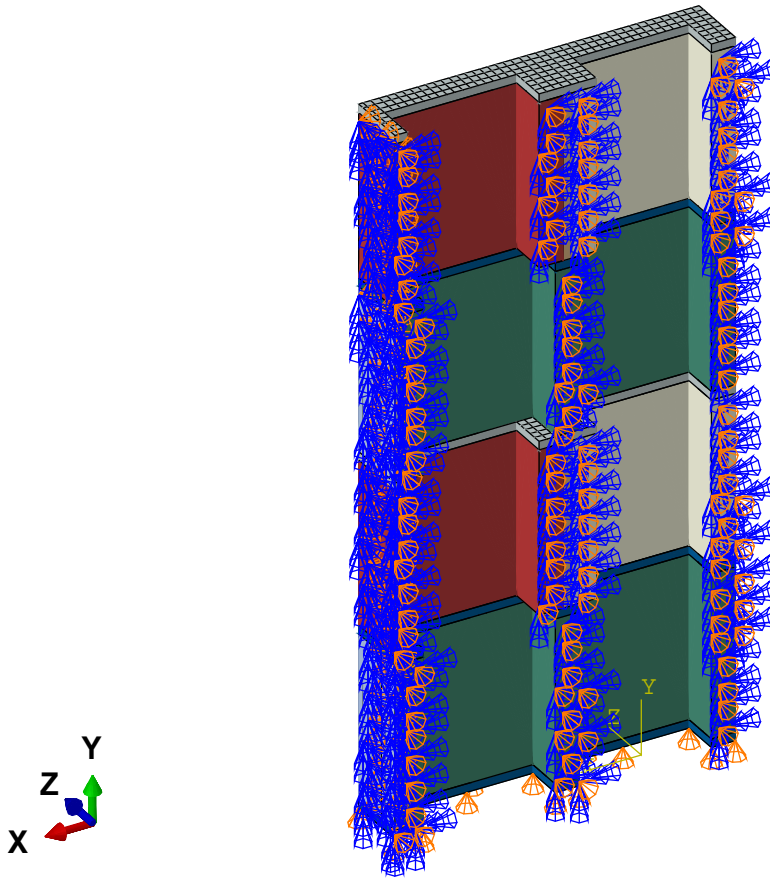


Figura 4.9. Condiciones de frontera del modelo.

Se restringió el desplazamiento vertical en la base del murete y se aplicaron condiciones de simetría respecto al plano XY (inhibición de la traslación en la dirección Z) en la parte posterior del murete, y respecto al plano YZ (inhibición de la traslación en la dirección X) en la parte derecha de la vista frontal (o izquierda de la vista posterior) (ver figura 4.9). Esta definición de condiciones de frontera evita el desplazamiento como cuerpo rígido.

Es importante mencionar que no se recomienda marcar al mismo nodo como miembro de una superficie de contacto y punto de simetría al mismo tiempo. Consecuentemente, los nodos que coincidieron con esta situación fueron descartados de la característica de simetría. Sin embargo, esta última condición se siguió manteniendo, ya que al contar con elementos cuadráticos hubo nodos intermedios que sí se definieron como puntos de simetría (ver figura 4.10).

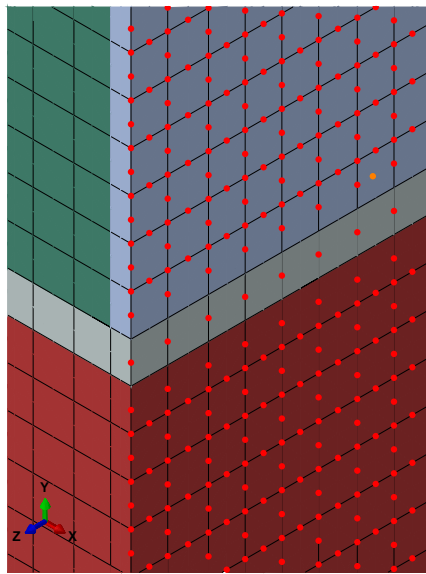


Figura 4.10. Esquema que muestra en rojo los nodos que presentan la condición de simetría.

#### 4.3.6 Criterios para superficies de contacto

Al crear los componentes básicos, se generaron superficies libres, las cuales debieron ser conectadas para evitar bajas tasas de convergencia en el modelo final. El método de discretización seleccionado fue de Superficie a Superficie. No hubo necesidad de ajustar la posición inicial de los nodos esclavos y tampoco se ligaron los grados de libertad rotacionales (ya que los elementos C3D no poseen



dichos grados de libertad). Siempre se consideraron como superficies maestras a las piezas, por ser más rígidas; y como superficies esclavas a los morteros.

#### 4.3.7 Valor de carga máxima

El modelo se controla por cargas aplicadas en la cara superior del ensamblaje. La carga aplicada fue del tipo “Presión”, ingresada por medio de la opción “Fuerza Total”, y la magnitud es igual a la carga máxima promedio reportada [22], dividida entre cuatro, para la velocidad rápida de ensaye (ver tabla 4.6).

TABLA 4.6 Cargas máximas soportadas por los muretes experimentales [22]

Tipo de Murete	Velocidad de Carga	Carga Máxima (kgf)	Promedio (kgf)
Bloque de concreto normal	Rápida (650 kgf/s)	59,779.13	56,343.51
		55,701.52	
		53,549.87	
	Moderada (440 kgf/s)	55,631.31	53,501.56
		54,345.32	
		50,528.05	
	Lenta (215 kgf/s)	52,267.86	51,243.62
		50,387.51	
		51,075.49	

La carga a aplicar fue:

$$\text{Carga} = \frac{56,343.51\text{kgf}}{4} = 14,085.88\text{kgf} = 138,135\text{N}$$

#### 4.3.8 Tipo de Análisis

Se efectuó un análisis estático general, sobre sólidos deformables en tres dimensiones, compuesto por dos pasos: el inicial donde se colocan los apoyos, y el de aplicación de cargas.

El segundo paso se configuró para tener incrementos de aplicación de carga del 5%, esperando un total de 20 incrementos, pudiendo ser estos menores en caso de existir fuerte no linealidad (.001%), con un límite de 100 incrementos.

La simulación está pensada para efectuarse en una unidad de tiempo, pero al no contar con efectos inerciales, se pudo haber tomado cualquier valor.

Adicionalmente se optó por un almacenamiento de matrices asimétrico, requisito del modelo *Concrete Damaged Plasticity* [23, 24].

## CAPÍTULO 5

### ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos del modelo que reproduce el comportamiento experimental de los muretes sometidos a compresión.

#### 5.1 Valores Límite

La tabla 5.1 presenta los valores experimentales de esfuerzo y deformación unitaria últimos obtenidos del mortero y del concreto (ver tablas 4.2, 4.3 y 4.4).

TABLA 5.1 Valores experimentales de esfuerzo y deformación unitaria últimos para mortero y concreto [22]

Material	Tensión (Pa)	Compresión (Pa)	Deformación Unitaria a Tensión	Deformación Unitaria a Compresión
Mortero	$1.6774 \times 10^6$	$-1.6816 \times 10^7$	$9.5889 \times 10^{-4}$	$-1.09667 \times 10^{-2}$
Concreto	$1.7298 \times 10^6$	$-1.7298 \times 10^7$	$2.9942 \times 10^{-4}$	$-3.31556 \times 10^{-3}$

En la tabla 5.1, se añadió la convención de signos de Abaqus (negativo para esfuerzos a compresión y deformaciones unitarias de acortamiento) y se trabajó sobre áreas netas.

La deformación unitaria a tensión del concreto, para fines comparativos en el modelo, se obtuvo extrapolando la pendiente de la gráfica esfuerzo –

deformación a compresión desde el límite elástico hasta el origen, hacia el lado de tensión según la expresión mostrada a continuación:

$$\frac{12,973,485\text{Pa}}{0.00224567} = \frac{1,729,798\text{Pa}}{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon = 2.9942 \times 10^{-4}$$

Los valores mostrados en la tabla 5.1 se asocian a la información de salida de Abaqus mostrada para los puntos de integración de los elementos finitos. Sin embargo, el post-procesador de Abaqus – para los mapas de contorno – no presenta dichos valores, sino los esfuerzos en los nodos (que provienen de los esfuerzos en los puntos de integración y promediar los esfuerzos de todos los elementos que llegan al mismo nodo [65]). Como consecuencia, en la siguiente sección es factible que los esfuerzos (o deformaciones unitarias) sean mayores a los estipulados en la tabla 5.1, sabiendo que en los puntos de integración jamás se exceden.

## **5.2 Análisis de Esfuerzos y Deformaciones Unitarias**

En esta sección se muestran los mapas de contorno (distribución de esfuerzos y deformaciones unitarias) en el medio continuo, tanto para el mortero como para el concreto, para el último paso de la simulación, en su último incremento.

Se presentan diferentes vistas con la finalidad de reportar el mapa de contornos en todas las caras del ensamblaje.

## 5.2.1 Esfuerzo en la Dirección Vertical (S22)

### 5.2.1.1 Mortero

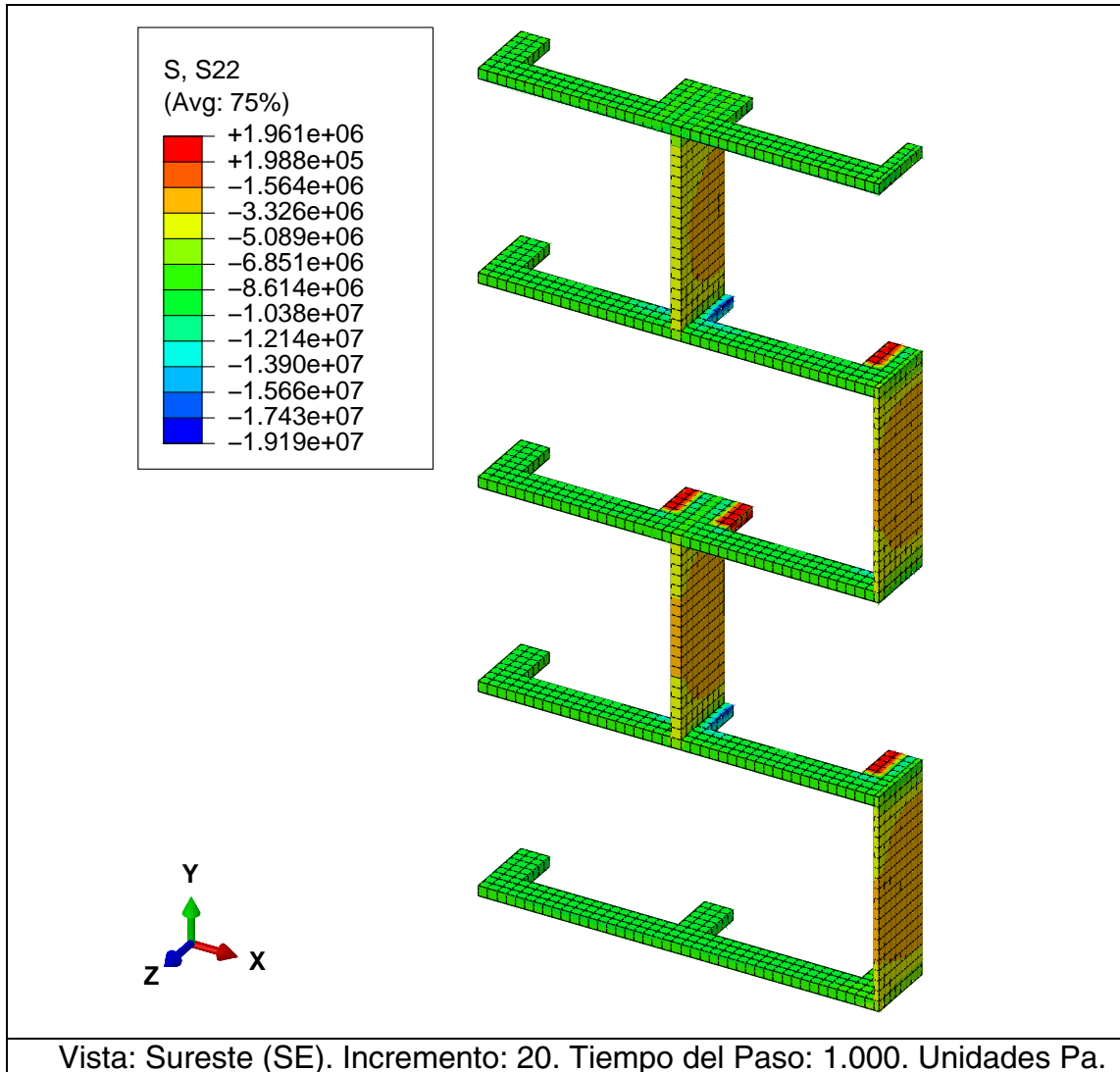


Figura 5.1. Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para el mortero (SE).

La figura 5.1 muestra que, en el caso del mortero representado, las juntas horizontales presentan esfuerzos uniformes en la parte frontal, mientras que los morteros que representan las juntas verticales presentan menores esfuerzos en sus partes centrales, y ambos están a compresión.

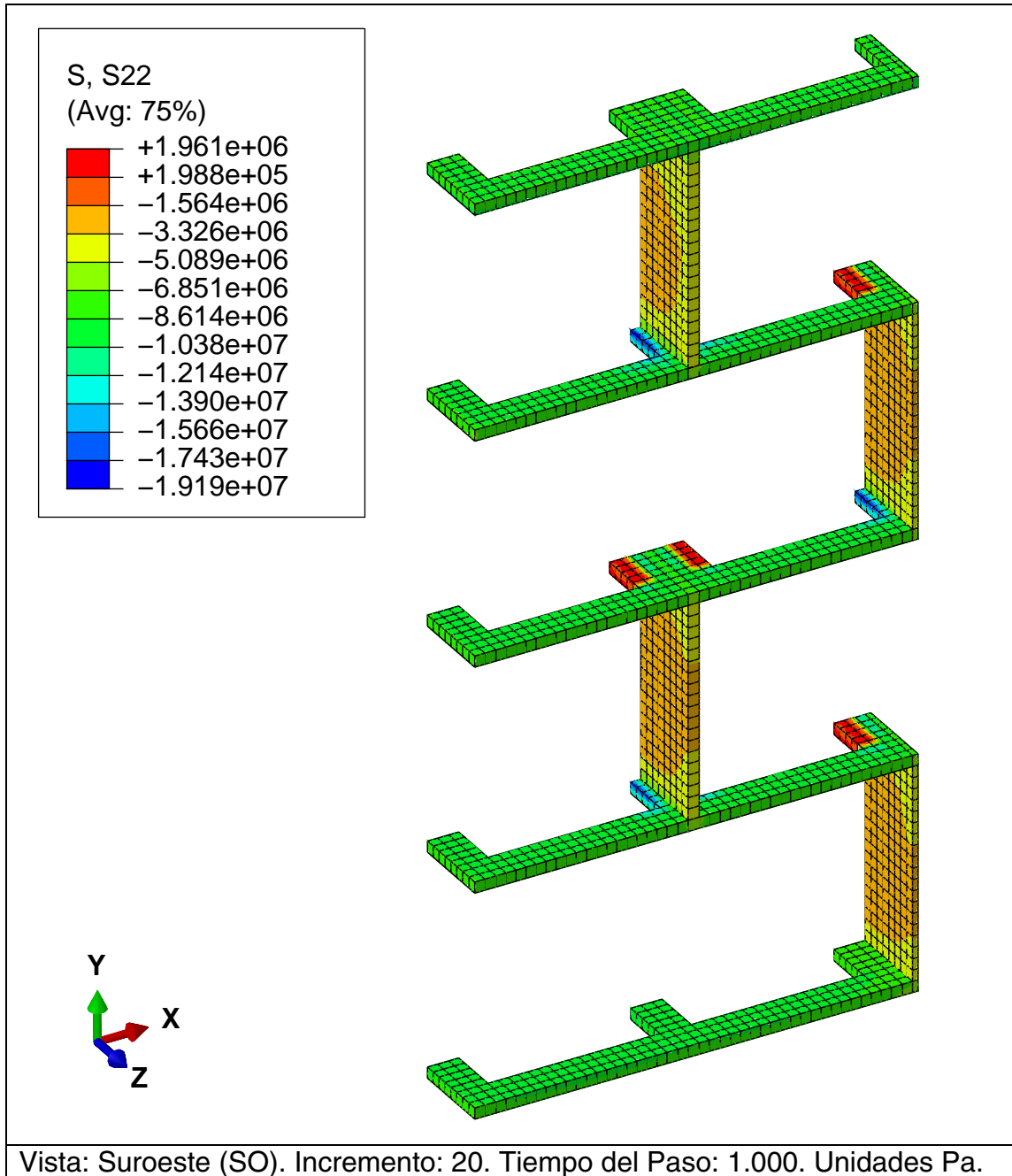


Figura 5.2. Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para el mortero (SO).

La figura 5.2 muestra los esfuerzos en la cara interior de los morteros verticales, que son muy similares a los de la cara exterior. También se puede apreciar que el esfuerzo en el mortero representado en las juntas horizontales es mayor que en el mortero de las juntas verticales.

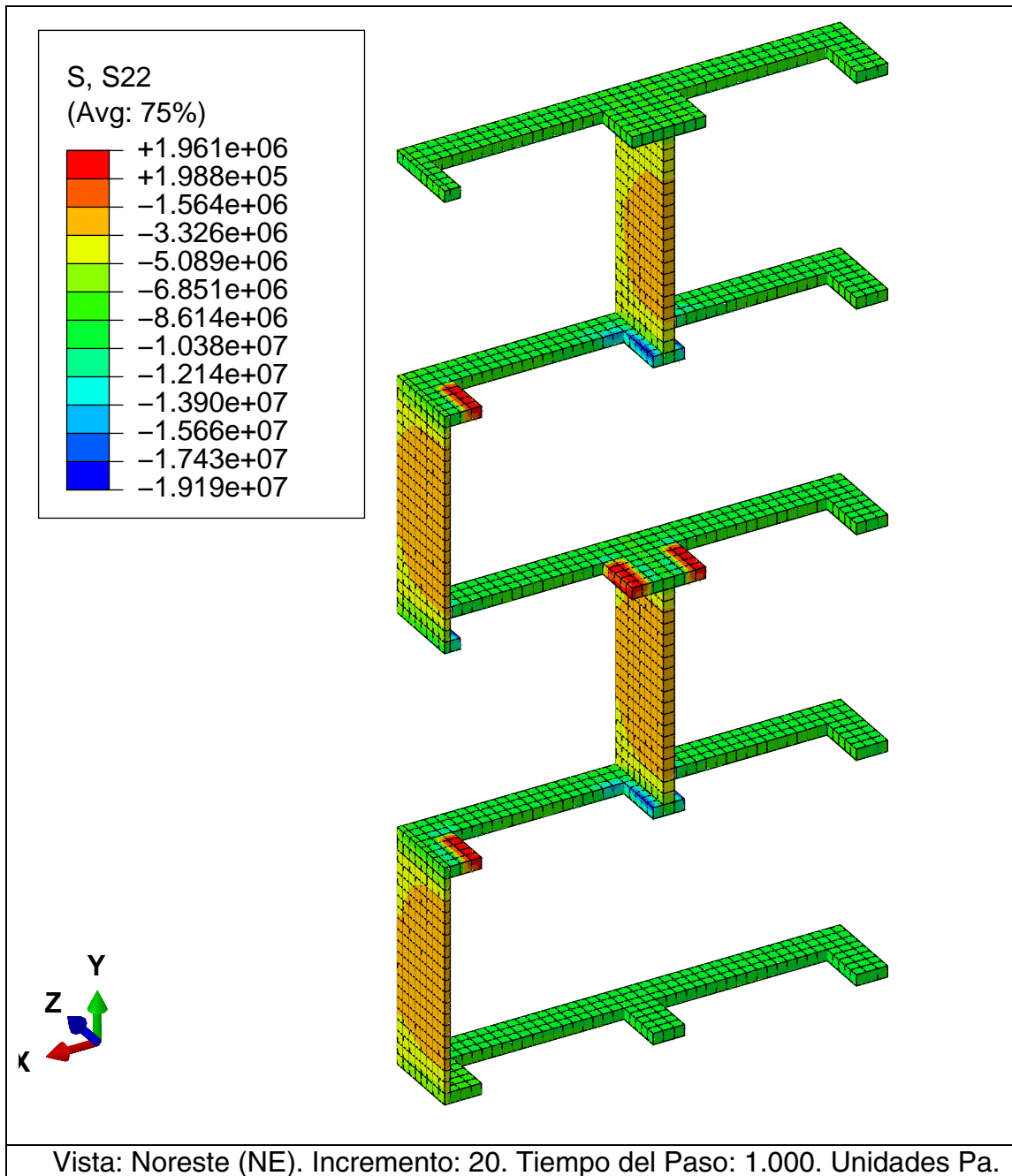


Figura 5.3. Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para el mortero (NE).

La figura 5.3 muestra esfuerzos de tensión mayores en el exterior de las áreas del mortero utilizado para asentar las almas sencillas, y mayores esfuerzos de compresión en las áreas de mortero que asientan almas dobles.

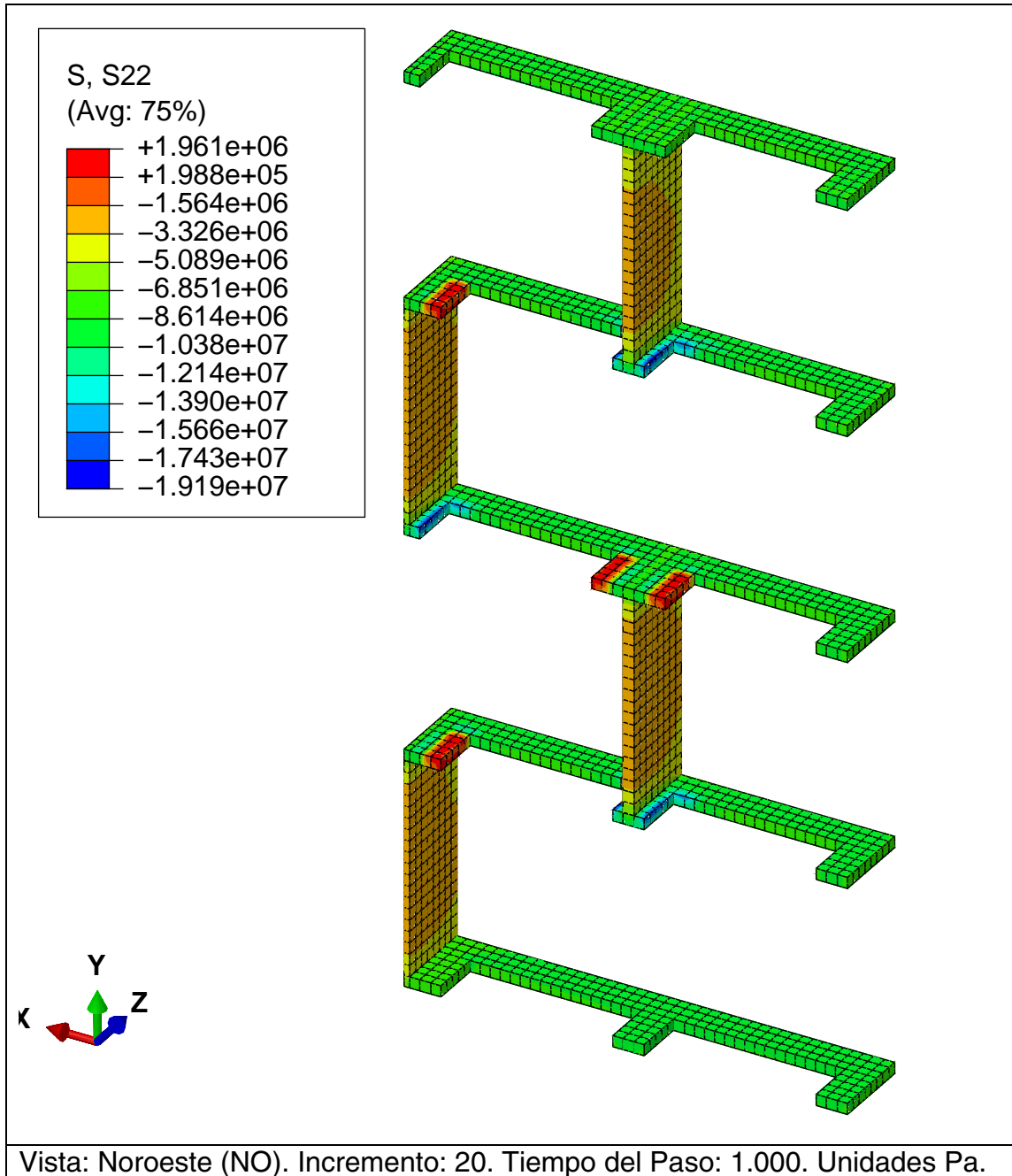


Figura 5.4. Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para el mortero (NO).

La figura 5.4 muestra que, para el mortero que representa las juntas horizontales en la misma alineación vertical, existe un comportamiento alterno (compresión – tensión).



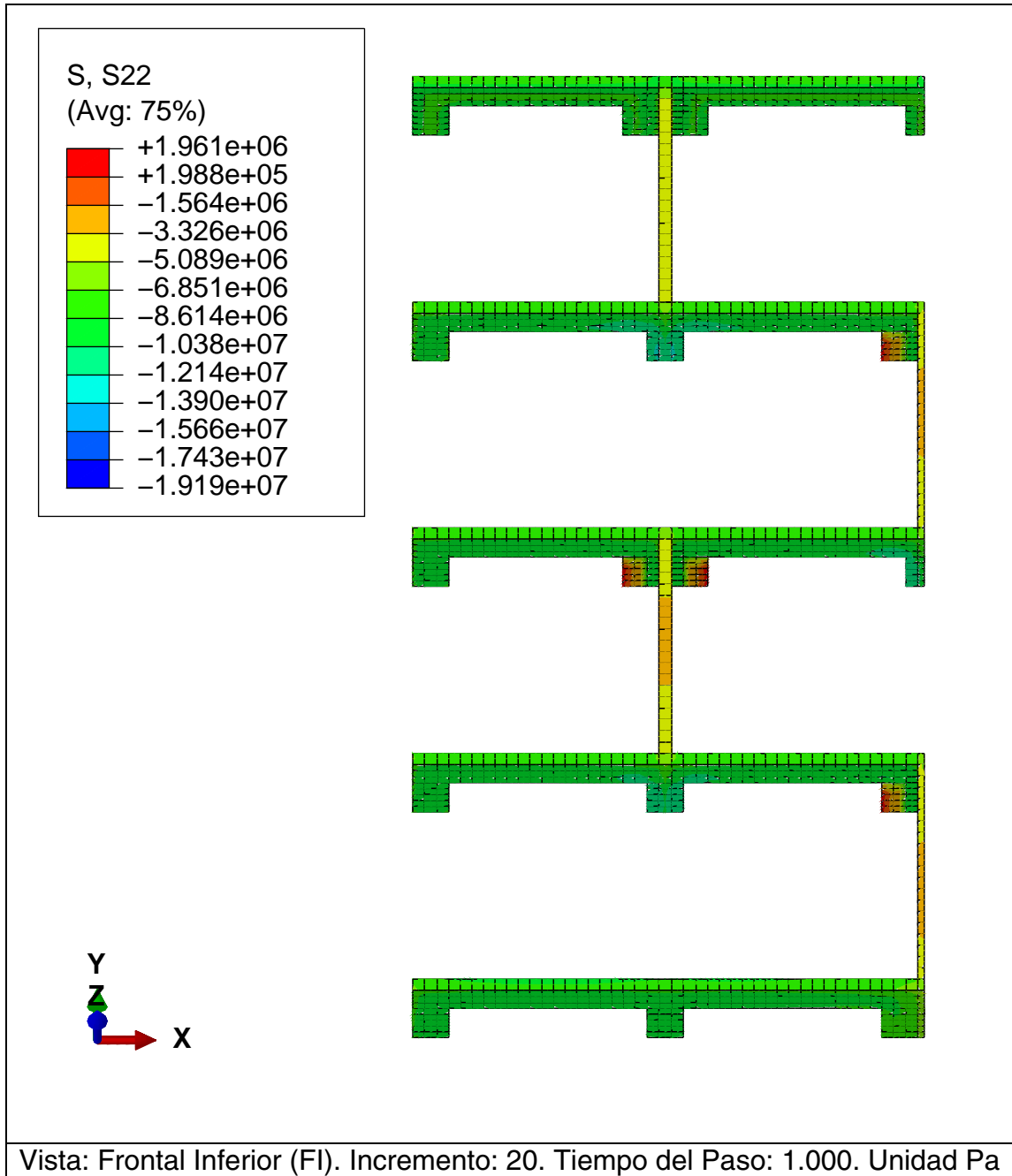


Figura 5.5. Esfuerzos en la dirección vertical ( $S_{22}$ ) para el mortero (FI).

La figura 5.5 presenta el comportamiento del mortero de las juntas horizontales desde la vista inferior, el cual es similar al de la cara opuesta. Los esfuerzos en la pared exterior del murete (izquierda), donde no hay variación de almas, son uniformes.

### 5.2.1.2 Bloques de Concreto

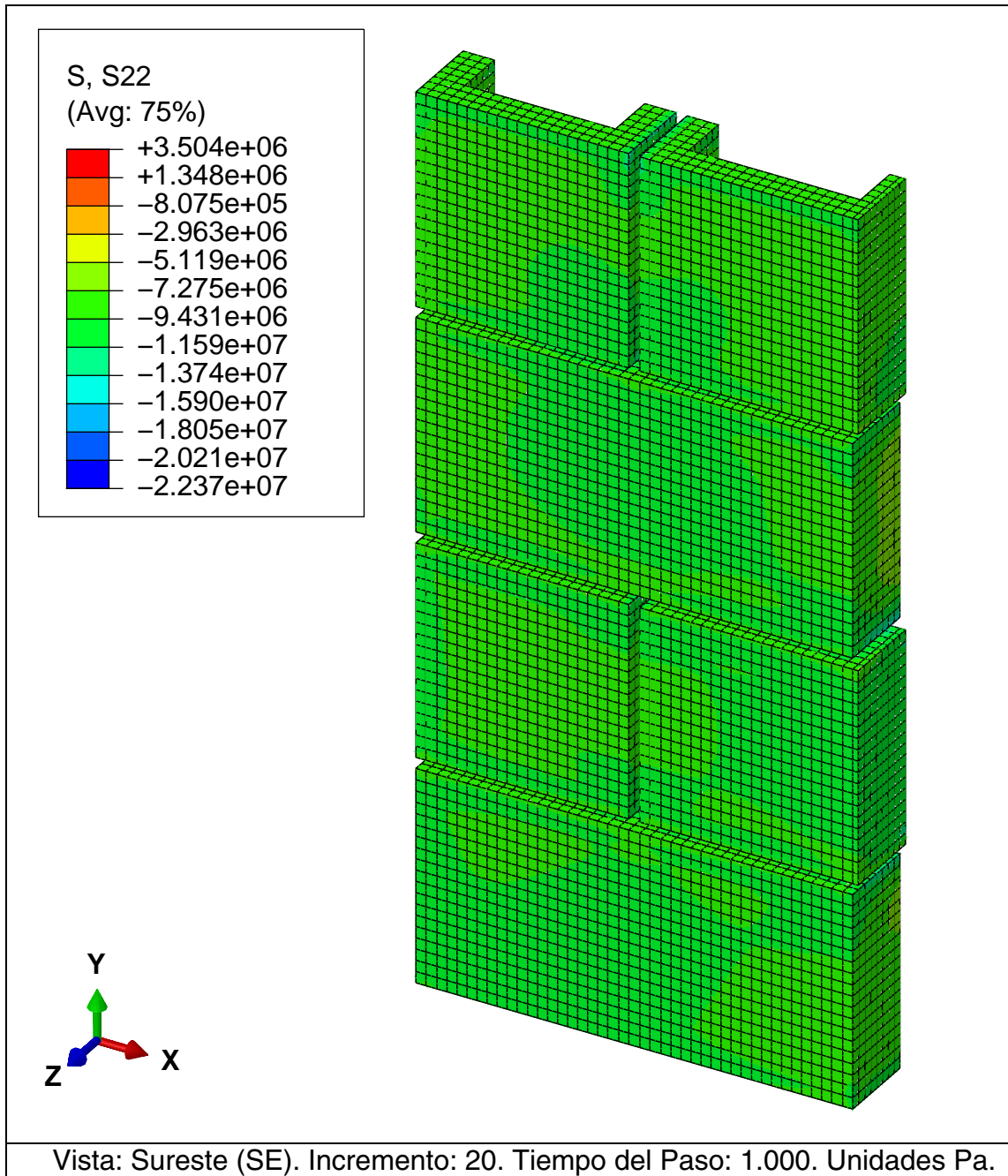


Figura 5.6. Esfuerzos en la dirección vertical (S22) en bloques de concreto (SE).

En la figura 5.6, para la vista frontal del murete, se aprecia que prevalece el estado uniaxial de esfuerzos a compresión.

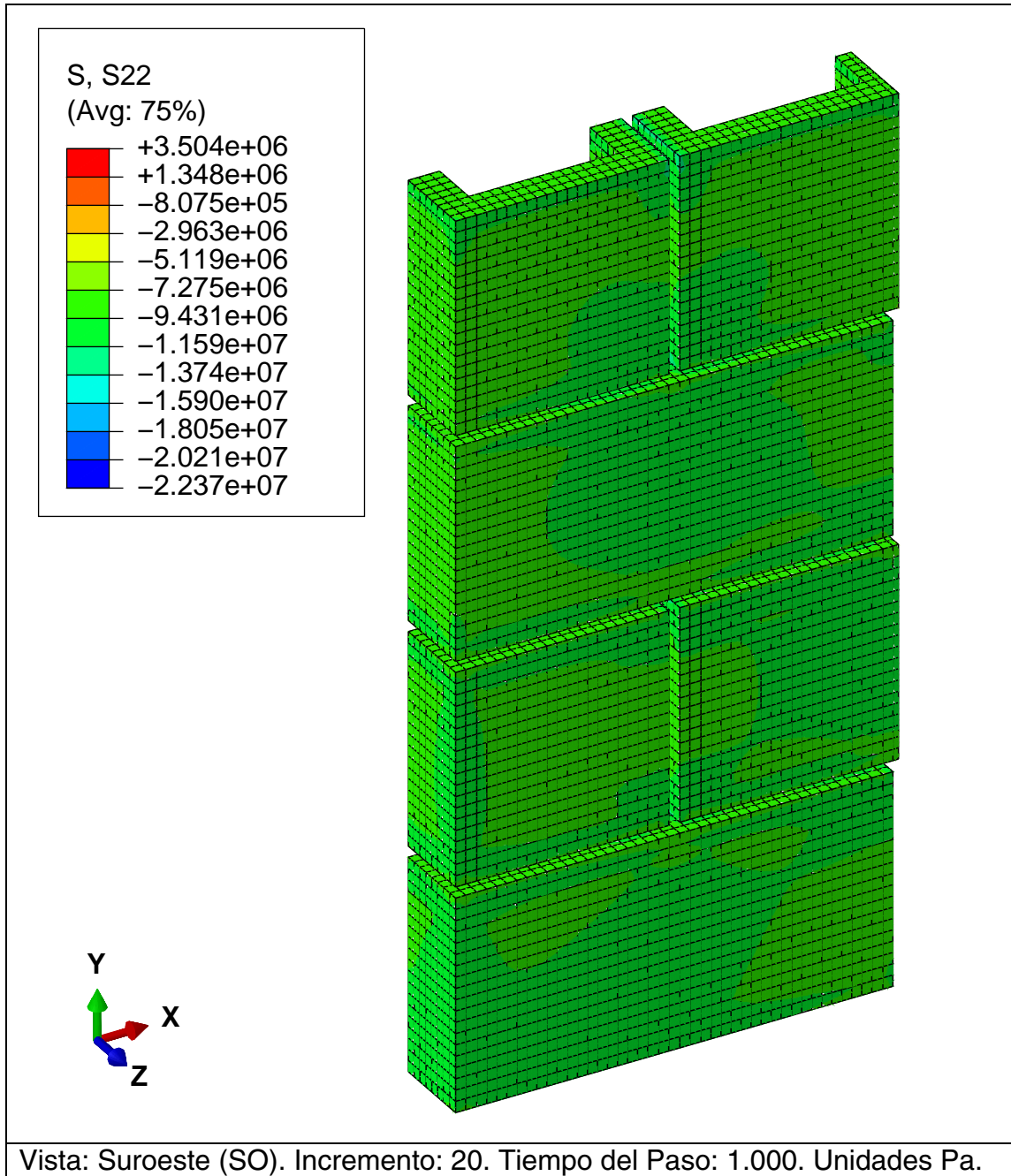


Figura 5.7. Esfuerzos en la dirección vertical (S22) en bloques de concreto (SO)

En la figura 5.7 se muestra que los esfuerzos son ligeramente mayores a compresión cerca de las zonas de alma sencilla (ya que hay menos área portante). Para la cara lateral exterior se presentan esfuerzos de compresión ligeramente mayores en la zona inferior.

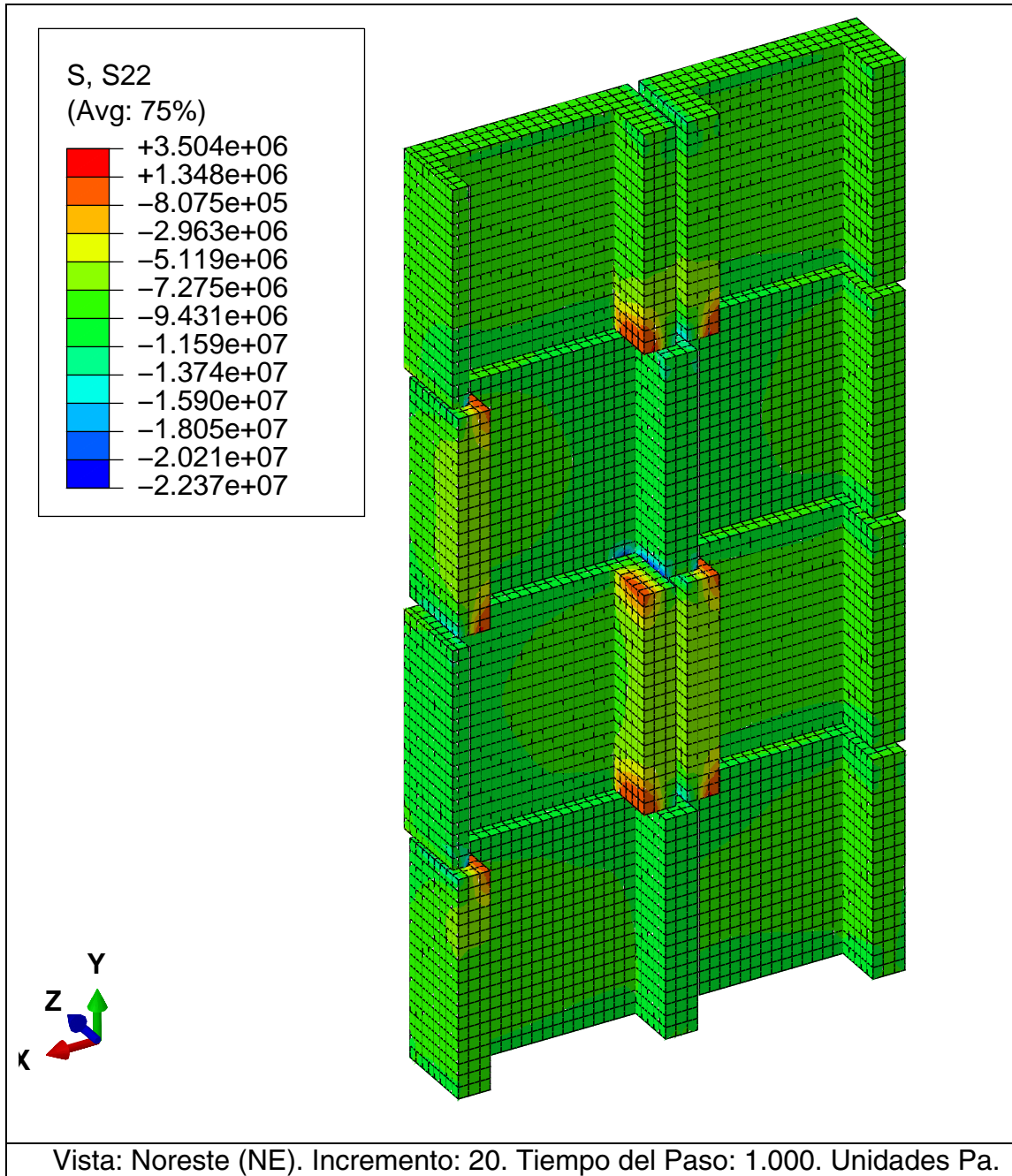


Figura 5.8. Esfuerzos en la dirección vertical (S22) en bloques de concreto (NE)

La figura 5.8 muestra esfuerzos mayores de tensión en los extremos de las almas dobles, y esfuerzos mayores de compresión en los extremos de las almas sencillas. La pared exterior de alma continua muestra esfuerzos uniformes.

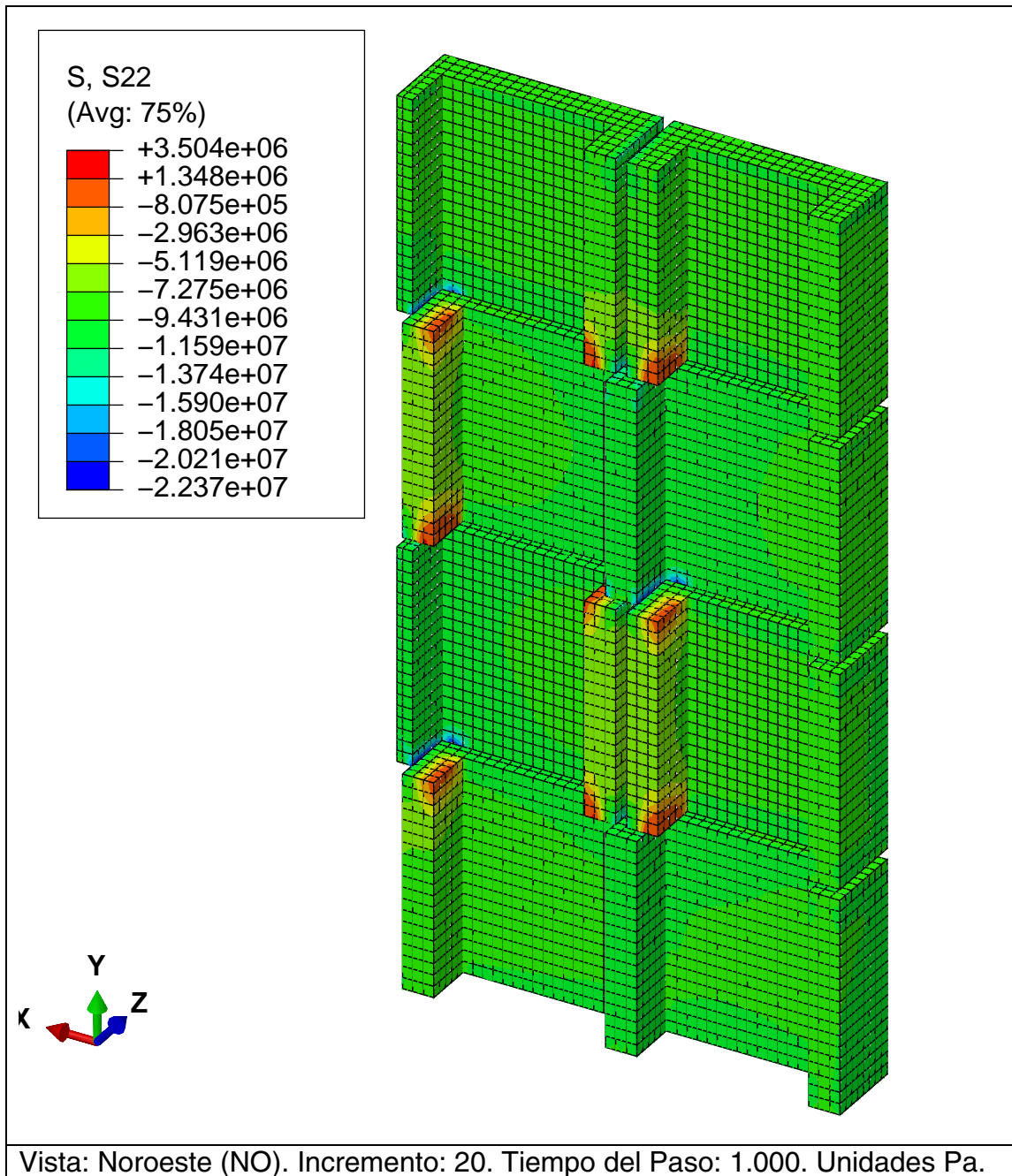


Figura 5.9. Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para bloques de concreto (NO).

La figura 5.9 muestra esfuerzos de compresión ligeramente mayores en las zonas en contacto con el mortero horizontal y esfuerzos adicionales mayores de compresión en el plano paralelo al murete, en las zonas de almas sencillas.

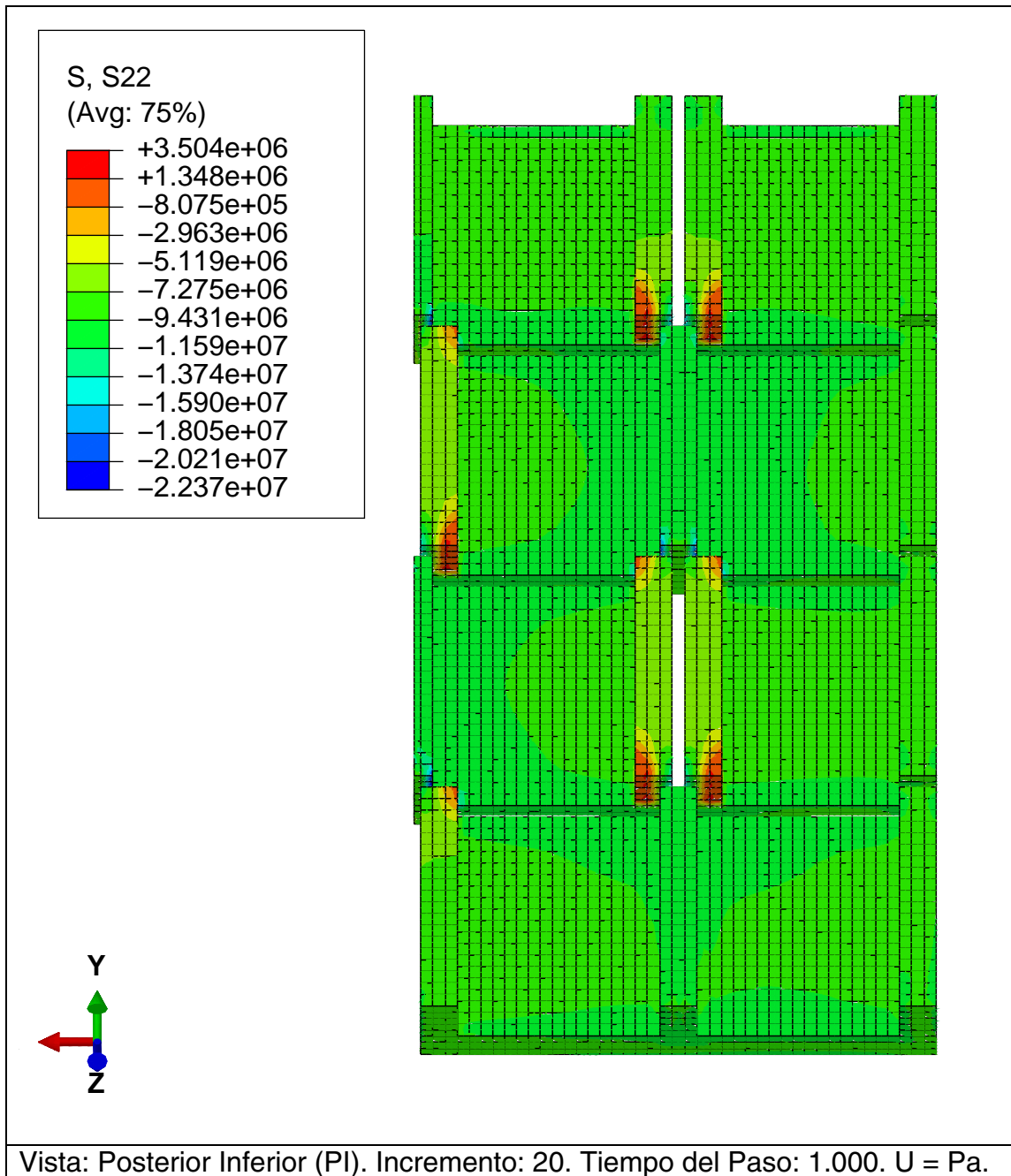


Figura 5.10. Esfuerzos en la dirección vertical (S22) para bloques de concreto (PI).

La figura 5.10 muestra la transformación de los esfuerzos de tensión mayores en las almas dobles hacia su centro, donde los esfuerzos son compresivos.

## 5.2.2 Deformación Unitaria en la Dirección Vertical (LE22)

En esta sección se presentan los mapas de contorno de las deformaciones unitarias en el modelo.

### 5.2.2.1 Mortero

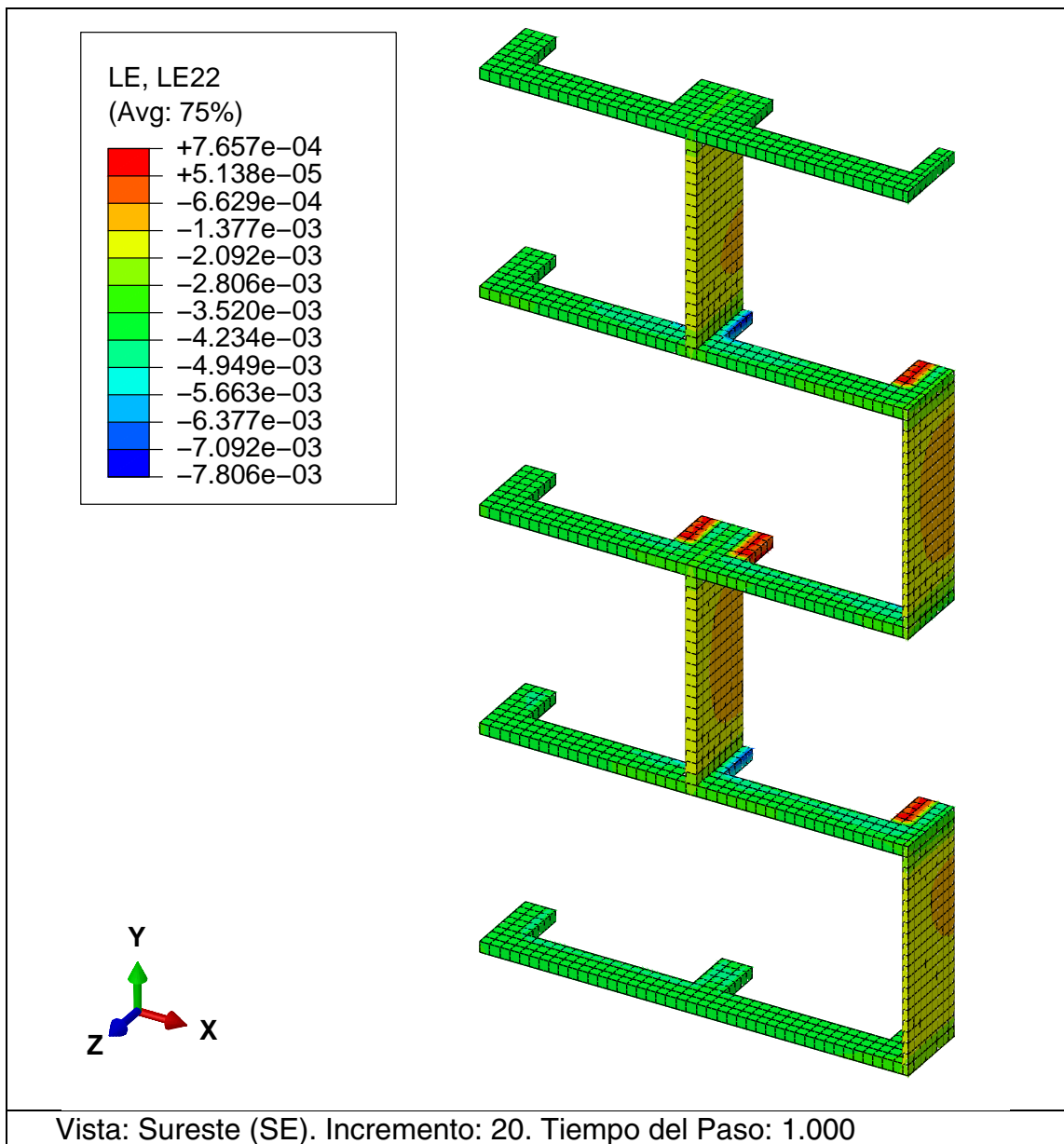


Figura 5.11. Deformación Unitaria vertical (LE22) para el mortero (SE).

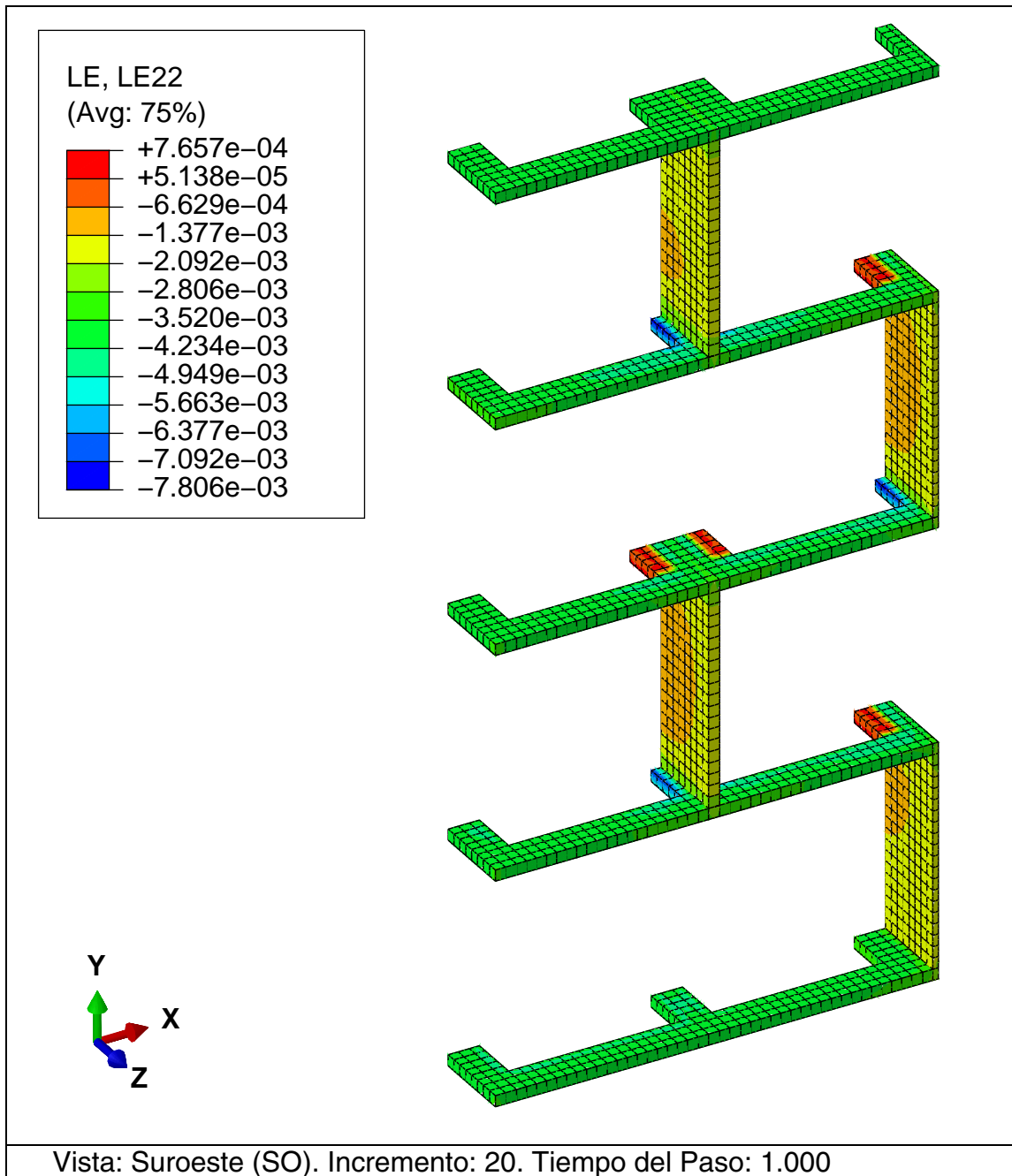


Figura 5.12. Deformación Unitaria vertical (LE22) para el mortero (SO).

Las figuras 5.11 y 5.12 muestran deformaciones unitarias menores a las deformaciones unitarias últimas y, para el caso del mortero en las juntas verticales, se presenta una distribución diferente respecto a la de los esfuerzos.



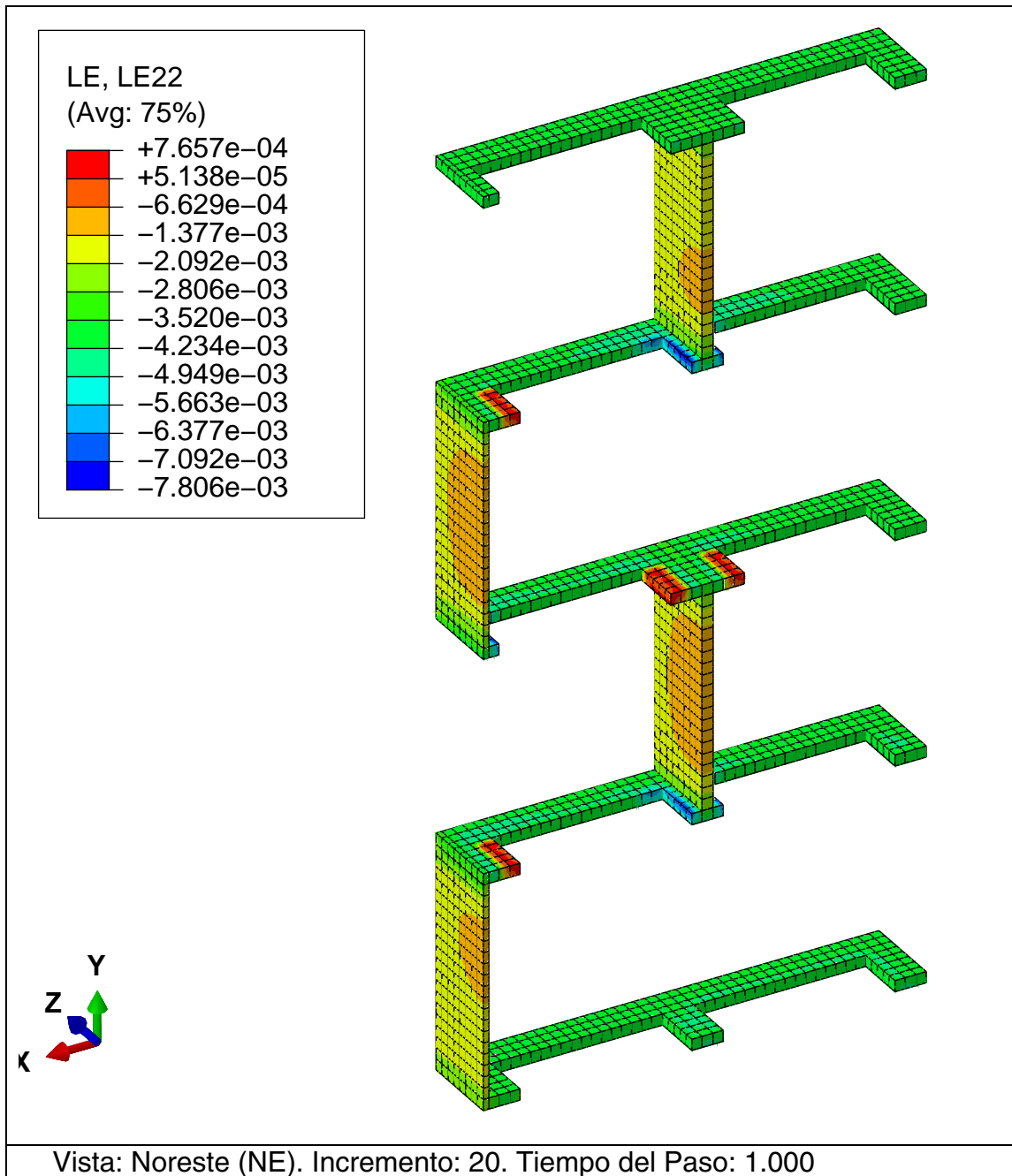


Figura 5.13. Deformación Unitaria vertical (LE22) para el mortero (NE).

La figura 5.13 presenta las deformaciones unitarias más críticas a tensión en las zonas de almas sencillas, y las más críticas de compresión en las zonas de almas dobles.

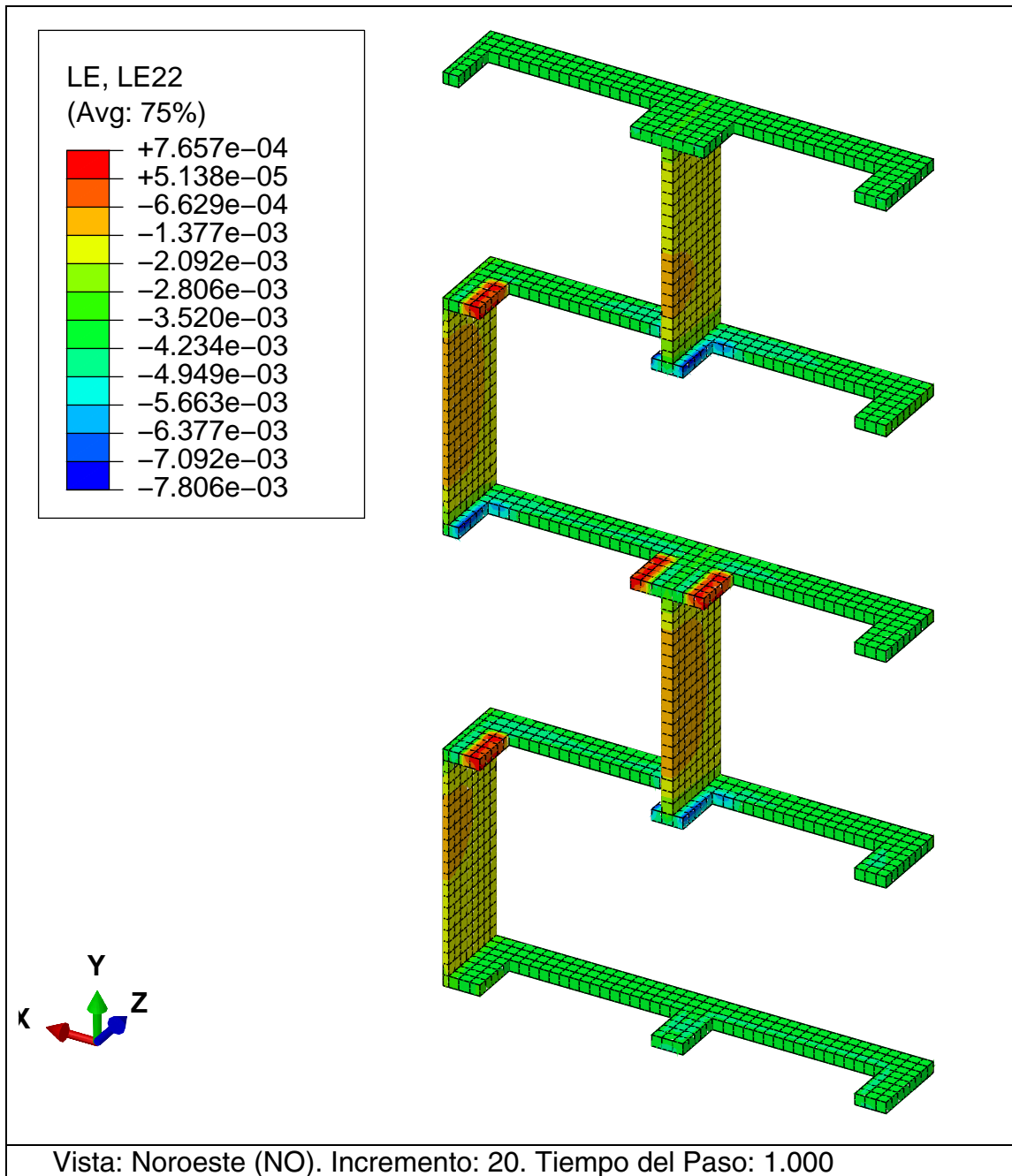


Figura 5.14. Deformación Unitaria vertical (LE22) para el mortero (NO).

La figura 5.14 muestra que las deformaciones unitarias en los morteros que corresponden a las juntas verticales, son mayores en las caras interiores, y no se propagaron hasta la cara frontal del murete.

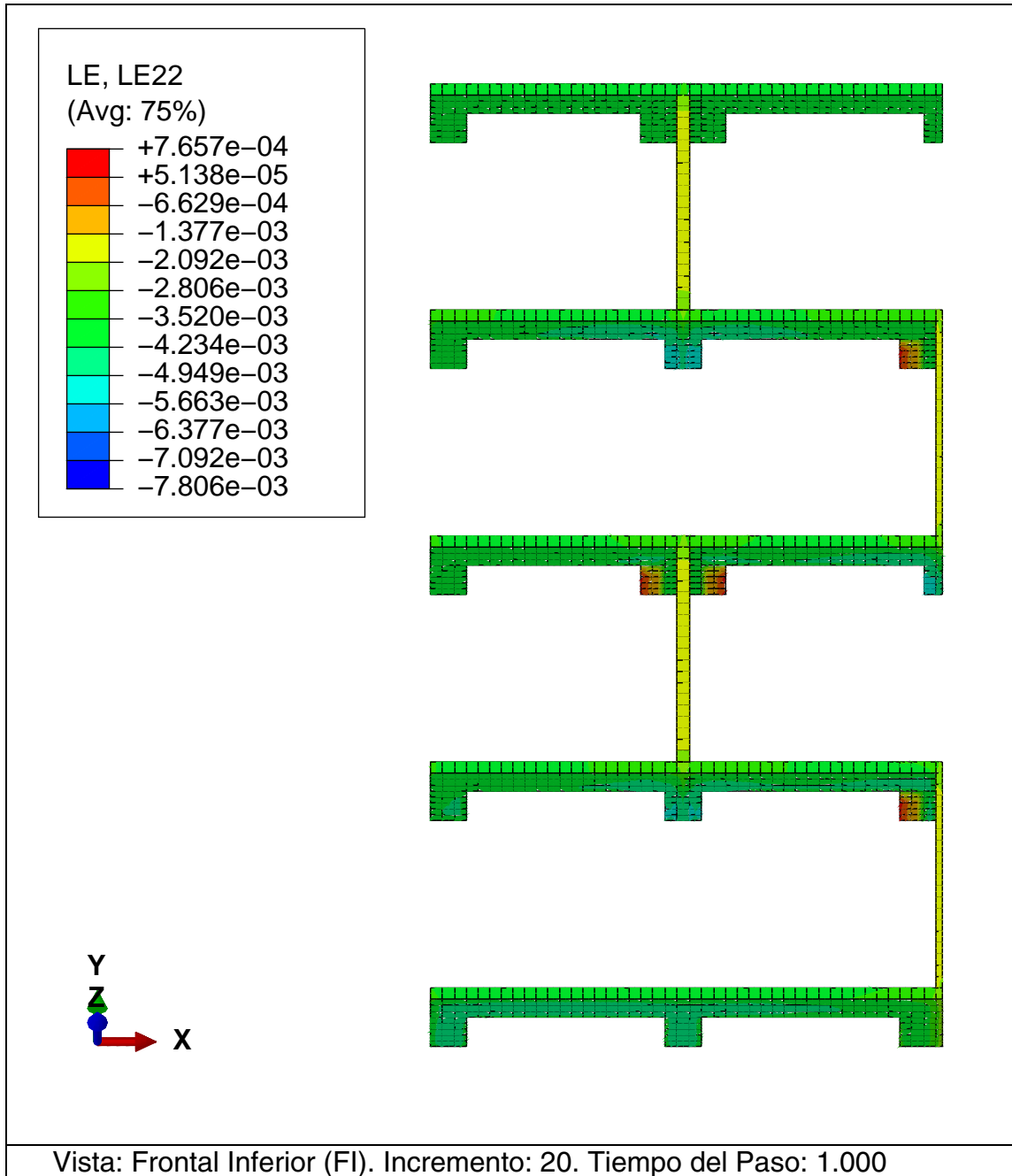


Figura 5.15. Deformación Unitaria vertical (LE22) para el mortero (FI).

En la figura 5.15 se observa que las deformaciones unitarias en las caras inferiores de los morteros de las juntas horizontales son iguales a las respectivas de las caras superiores.

### 5.2.2.2 Bloques de Concreto

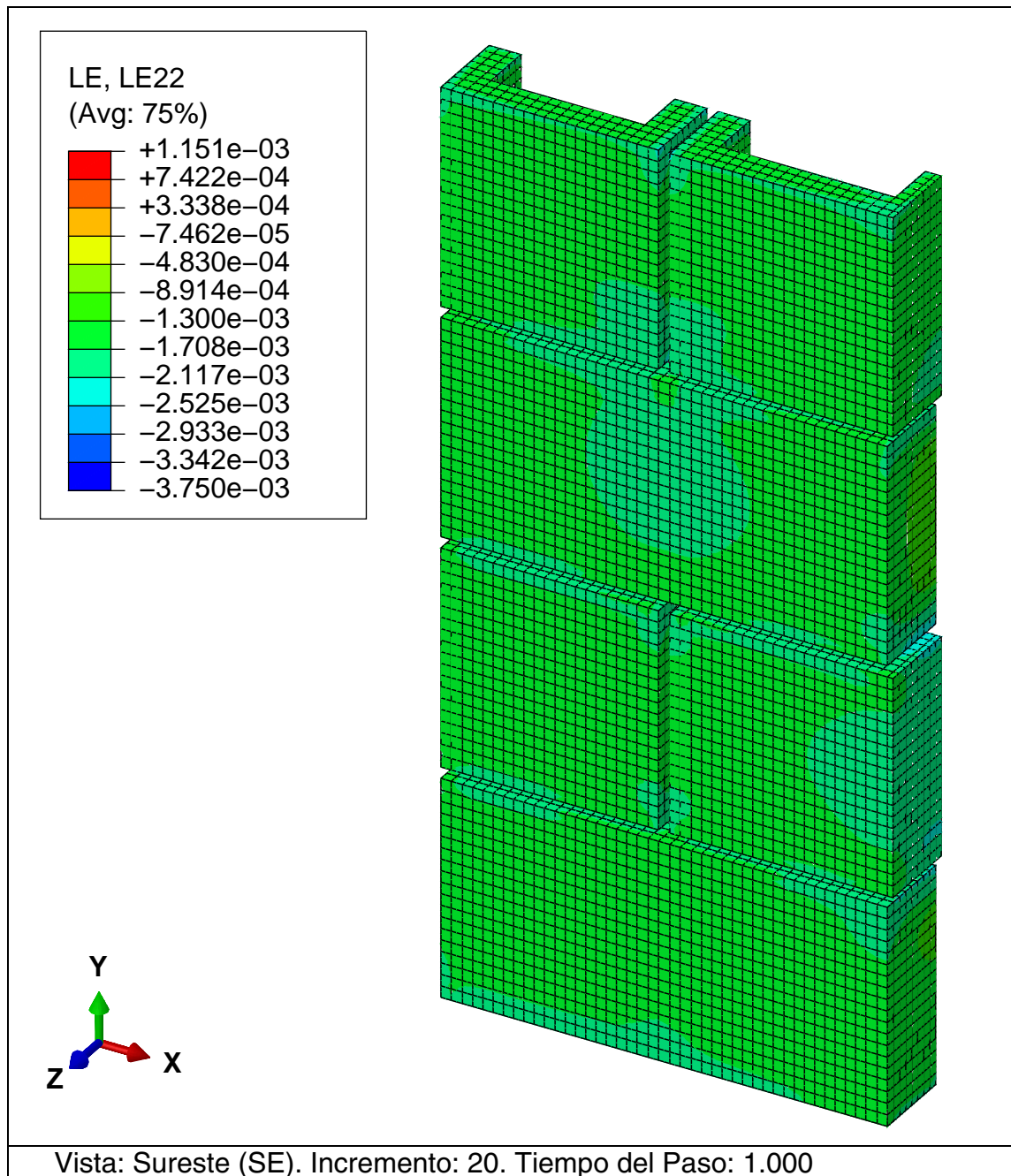


Figura 5.16. Deformación Unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (SE)

En la figura 5.16, se aprecian deformaciones unitarias mayores en las regiones de almas sencillas, y en la vecindad con los morteros de las juntas horizontales.

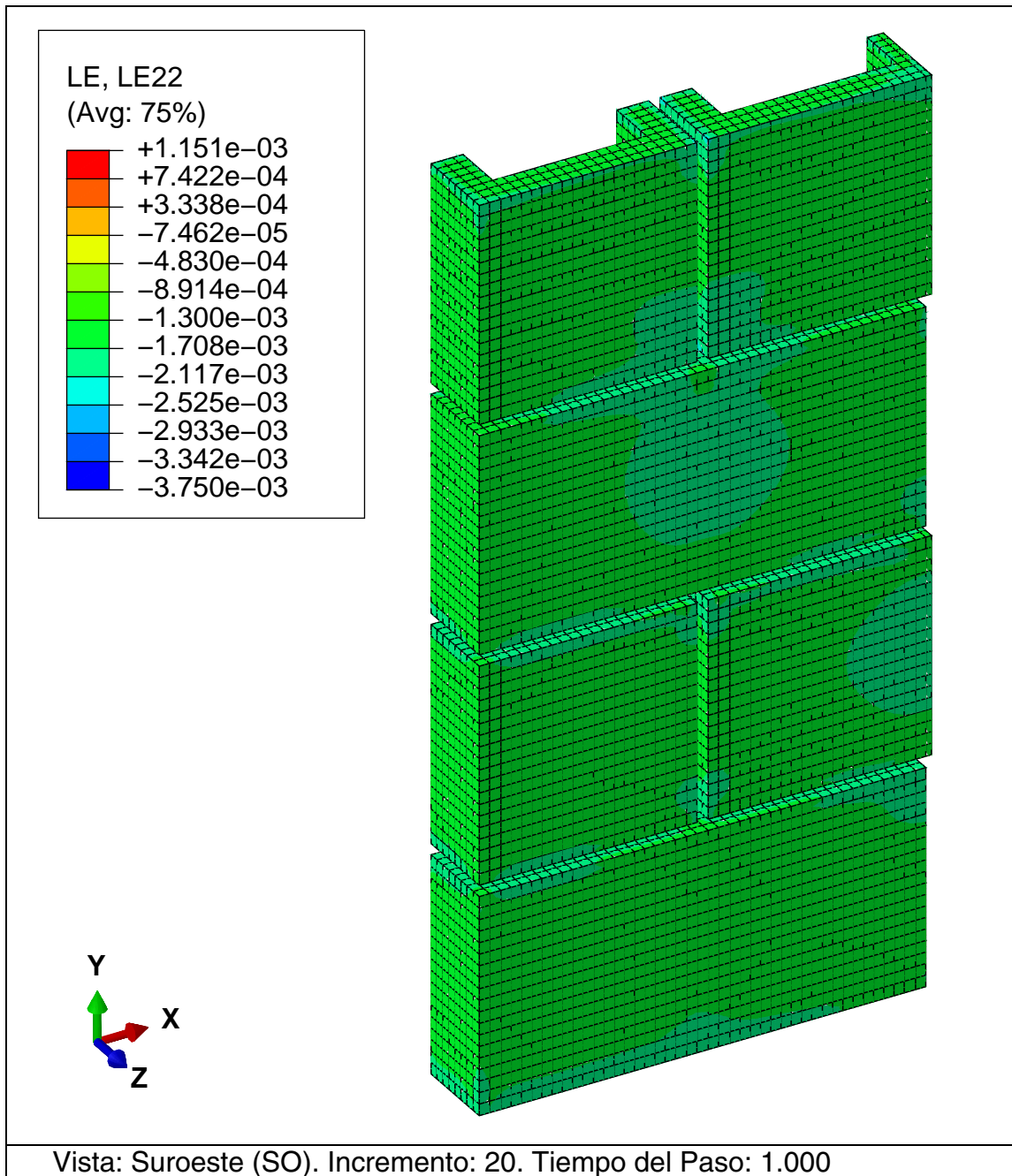


Figura 5.17. Deformación Unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (SO).

Puede verse en la figura 5.17 la uniformidad de deformaciones unitarias en la pared exterior del murete, donde las almas de todas las carreras tienen el mismo espesor, a excepción de la zona en contacto con el mortero de las juntas horizontales.

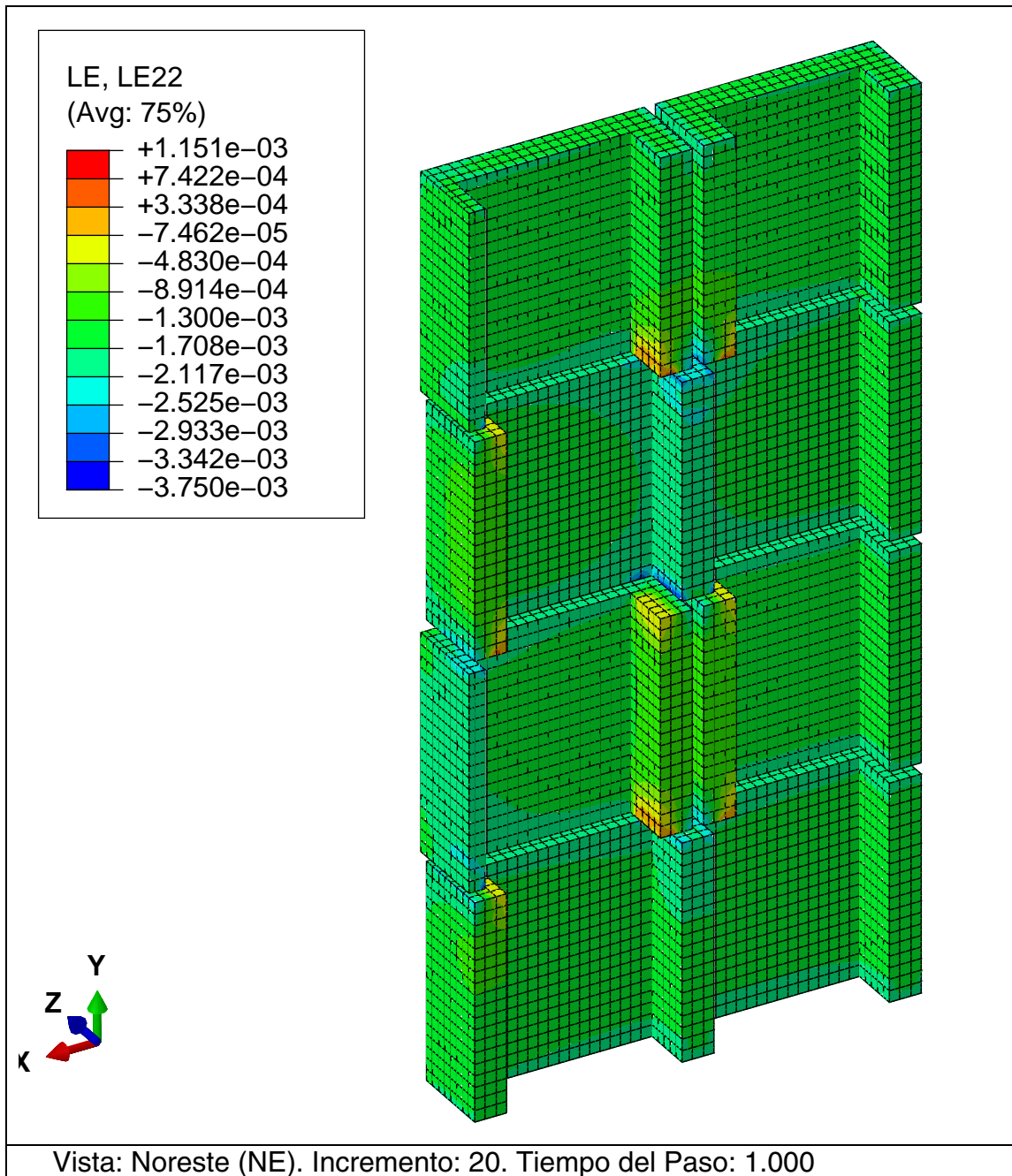


Figura 5.18. Deformación Unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (NE)

La figura 5.18 indica las mayores deformaciones unitarias a tensión en la zona de las almas sencillas, y las de compresión en los extremos de las almas dobles. En los puntos de integración no se exceden los valores presentados en la tabla 5.1.

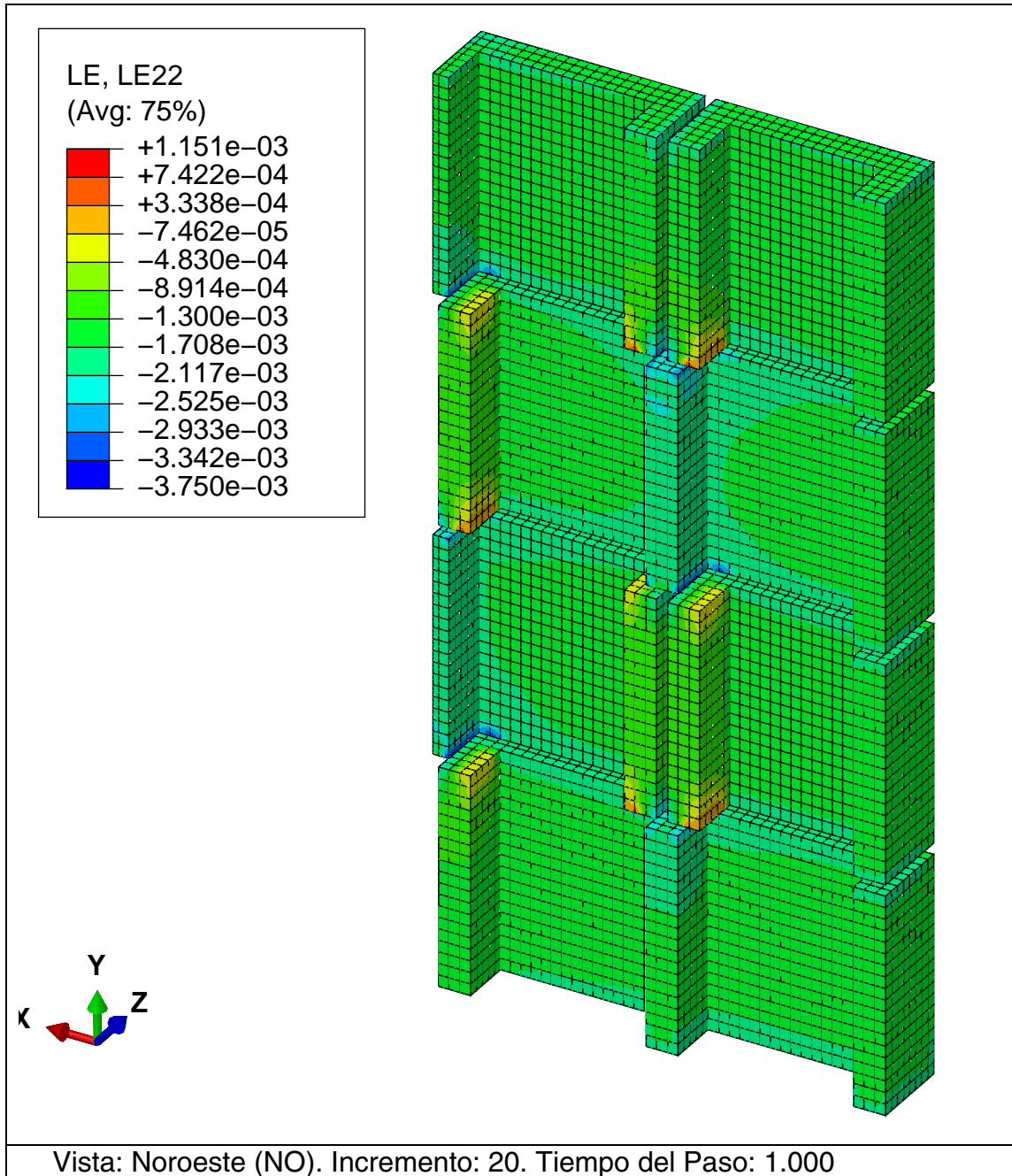


Figura 5.19. Deformación Unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (NO).

La figura 5.19 representa las deformaciones unitarias a compresión ligeramente mayores en la región de las almas sencillas. Estas deformaciones también resaltan en la vecindad con los morteros de las juntas horizontales.

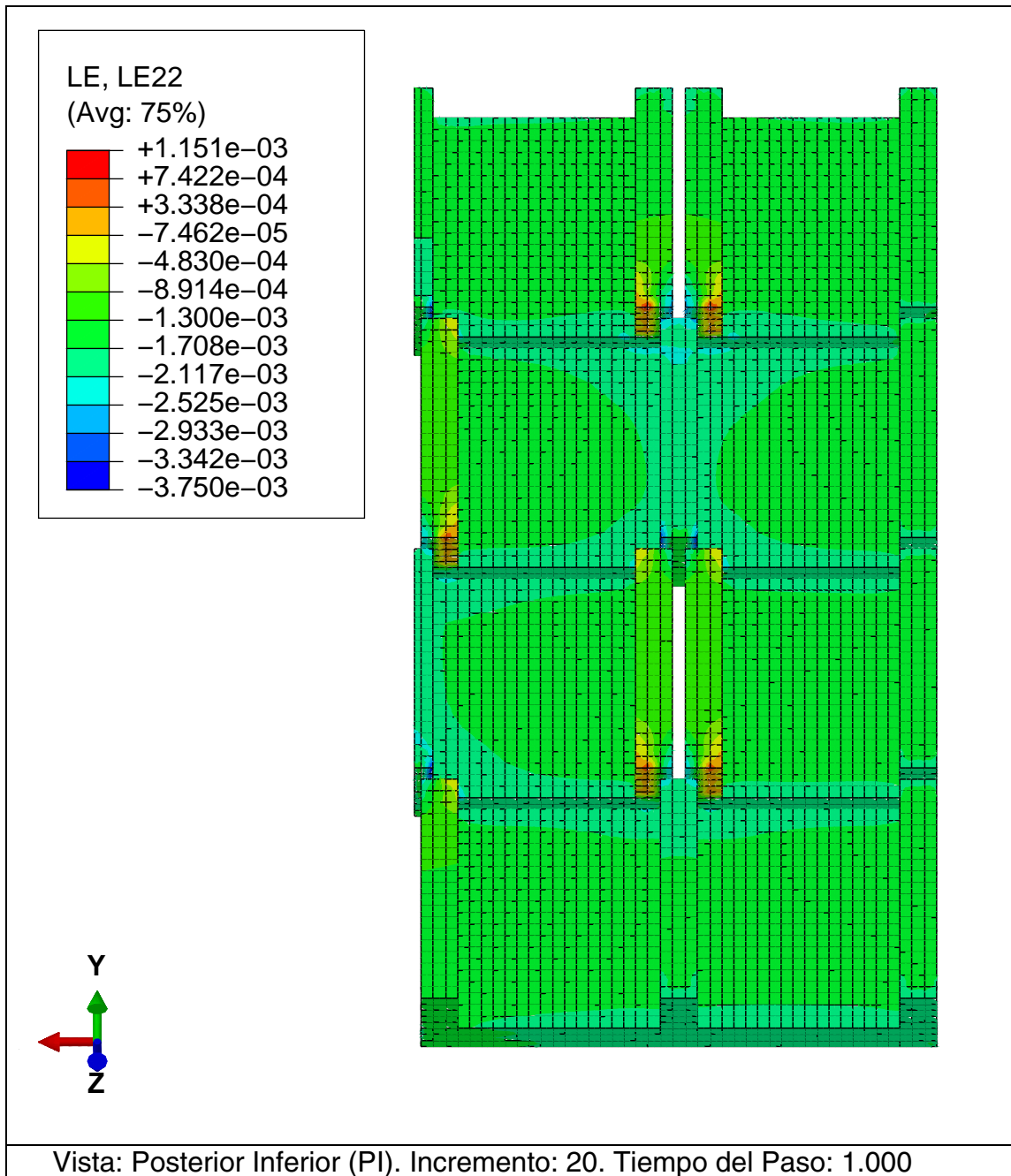


Figura 5.20. Deformación Unitaria vertical (LE22) para bloques de concreto (PI).

La figura 5.20 contiene las deformaciones unitarias en la cara inferior de los elementos del murete. Se repite el caso en el que las deformaciones unitarias mayores a tensión están en los extremos de las almas dobles.



### 5.2.3 Comentarios

La parte frontal del murete presenta esfuerzos predominantemente uniformes y ligeramente mayores en las áreas de almas sencillas, y deformaciones unitarias de diferente magnitud entre las piezas y el mortero. En la parte posterior de la cara paralela al sentido del murete, también se aprecian esfuerzos de compresión en la carrera de las almas sencillas.

A partir de los mapas de contornos se observó que los esfuerzos más grandes en el ensamblaje se debieron a la diferencia del ancho de las almas de carreras consecutivas. Las almas individuales presentaron problemas de aplastamiento en sus orillas, mientras que las dobles, presentaron problemas de tensión en sus extremos libres. Por el contrario, para la pared exterior del murete, que tenía el mismo ancho de almas para todas las hiladas, no se presentó ningún caso de concentraciones de esfuerzos ni a tensión ni a compresión. Es importante señalar que fuera de estas áreas localizadas, la mayor parte del murete se encuentra en un estado uniforme de esfuerzos menores, por lo que su comportamiento resultó mayormente elástico.

Las deformaciones unitarias mayores comúnmente se ubicaron en la misma posición de los esfuerzos más grandes y, debido a la mayor deformación del mortero, se apreció una mayor deformación unitaria en la vecindad de las piezas de concreto con éste.

Se entiende que la discontinuidad en los anchos de almas en hiladas sucesivas es la causa de la falla del ensamblaje, debido a los esfuerzos mayores que se generan en los extremos de las almas.

### 5.3 Comparación de Resultados

En esta sección se comparan las gráficas esfuerzo-deformación obtenidas experimentalmente por Álvarez [22] contra las gráficas obtenidas de la simulación.

La información del modelo se reporta para un punto de integración de un elemento finito de concreto, cuya ubicación coincide con la posición promediada de donde se colocaron los dispositivos de medición de desplazamientos de Álvarez [22], y se muestra en la figura 5.21.

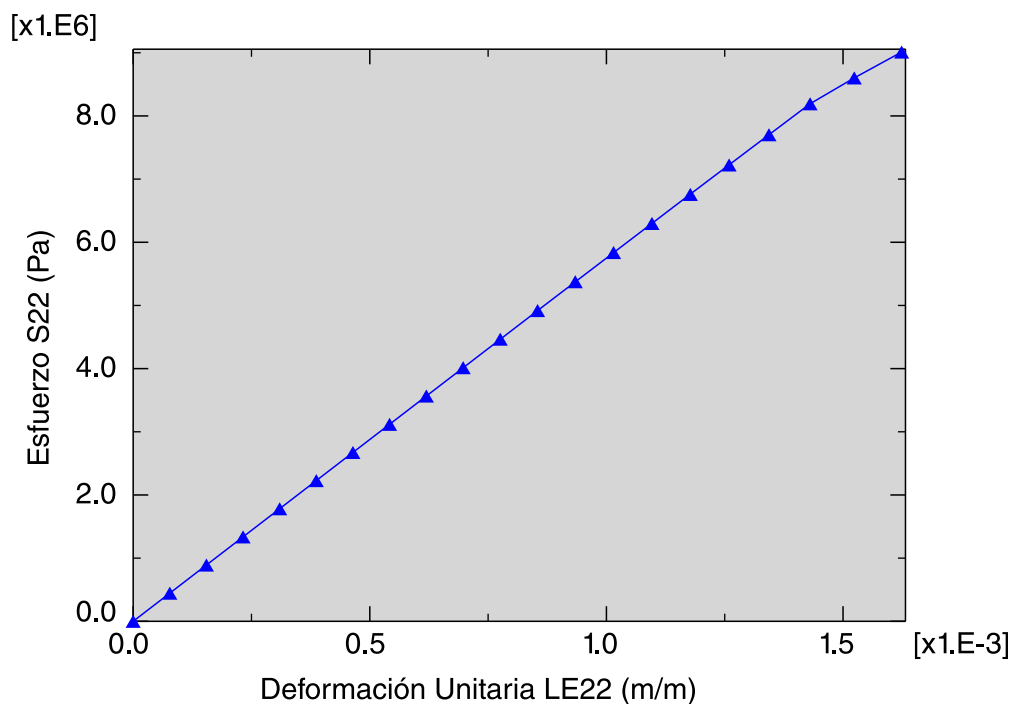


Figura 5.21. Diagrama Esfuerzo – Deformación del murete de concreto.

Debido a que los valores experimentales para los muretes están reportados sobre áreas gruesas, es necesario convertir la información de salida de Abaqus a dicho formato. Se razonó de la siguiente manera:

La fuerza que se soporta por unidad de área neta se debe distribuir en el área gruesa, que es mayor. Esto equivale a disminuir los esfuerzos. Para efectuar tal reducción se debe relacionar las áreas. Sin embargo, se cuenta con dos áreas netas:

- Para la carrera que tiene bloque entero y medio mortero.
- Para la carrera que tiene medio bloque, mortero y bloque entero partido.

Las cuales se promediaron y relacionaron de la siguiente manera:

$$A_{n1} = (73.5 - 28) \text{ mm} \times (28 + 28 + 33) \text{ mm} + (28 \times 398) \text{ mm} = 15,193.5 \text{ mm}^2$$

$$A_{n2} = (73.5 - 28) \text{ mm} \times (28 + 66 + 14) \text{ mm} + (28 \times 398) \text{ mm} = 16,058.0 \text{ mm}^2$$

$$A_{nPromedio} = \frac{A_{n1} + A_{n2}}{2} = \frac{15,193.5 \text{ mm}^2 + 16,058.0 \text{ mm}^2}{2} = 15,625.75 \text{ mm}^2$$

$$A_g = 398 \text{ mm} \times 73.5 \text{ mm} = 29,253.0 \text{ mm}^2$$

$$\text{Factor} = \frac{A_{nPromedio}}{A_g} = \frac{15,625.75 \text{ mm}^2}{29,253.00 \text{ mm}^2} = 0.534$$

Entonces, los esfuerzos sobre áreas netas, al multiplicarse por 0.534 darán un equivalente a esfuerzos sobre áreas gruesas el cual es posible comparar con la información experimental.

La tabla 5.2 presenta la información de salida necesaria para dibujar la figura 5.21, así como la transformación a esfuerzos sobre el área gruesa y la conversión a unidades de  $\text{kgf} / \text{cm}^2$ , necesarios para la comparativa.

TABLA 5.2 Transformación a esfuerzos sobre área gruesa

Deformación Unitaria (m / m)	Esfuerzo Neto (Pa)	Esfuerzo Grueso (Pa)	Esfuerzo Grueso (kgf / cm <sup>2</sup> )
0.00000000	0	0	0.00
0.00007738	445,399	237,843	2.43
0.00015476	890,772	475,672	4.85
0.00023215	1,336,200	713,531	7.28
0.00030955	1,781,660	951,406	9.70
0.00038695	2,227,150	1,189,298	12.13
0.00046435	2,672,670	1,427,206	14.55
0.00054177	3,118,310	1,665,178	16.98
0.00061948	3,566,170	1,904,335	19.42
0.00069727	4,014,770	2,143,887	21.86
0.00077566	4,466,450	2,385,084	24.32
0.00085452	4,918,980	2,626,735	26.79
0.00093418	5,375,730	2,870,640	29.27
0.00101508	5,837,800	3,117,385	31.79
0.00109623	6,298,180	3,363,228	34.30
0.00117726	6,757,810	3,608,671	36.80
0.00125925	7,224,130	3,857,685	39.34
0.00134346	7,702,360	4,113,060	41.94
0.00143034	8,192,160	4,374,613	44.61
0.00152374	8,601,680	4,593,297	46.84
0.00162383	9,011,280	4,812,024	49.07

La tabla 5.3 presenta numéricamente los valores experimentales obtenidos por Álvarez [22] para las tres diferentes velocidades del ensaye de muretes.

TABLA 5.3 Información experimental para muretes a distintas velocidades de ensaye [22]

Velocidad Rápida 650kgf / s		Velocidad Media 440kgf / s		Velocidad Lenta 215kgf / s	
Deformación	Esfuerzo (kgf/cm <sup>2</sup> )	Deformación	Esfuerzo (kgf/cm <sup>2</sup> )	Deformación	Esfuerzo (kgf/cm <sup>2</sup> )
0.00000000	0.00	0.00000000	0.00	0.00000000	0.00
0.00076433	24.08	0.00069000	22.95	0.00068333	22.02
0.00110000	36.11	0.00106667	34.43	0.00101333	33.03
0.00127000	43.34	0.00126000	41.32	0.00122333	39.63
<b>0.00148233</b>	<b>48.15</b>	<b>0.00147667</b>	<b>45.91</b>	<b>0.00145000</b>	<b>44.03</b>
0.00181333	44.12	0.00178667	43.10	0.00163000	41.83

De las tablas 5.2 y 5.3 se obtiene la figura 5.22.

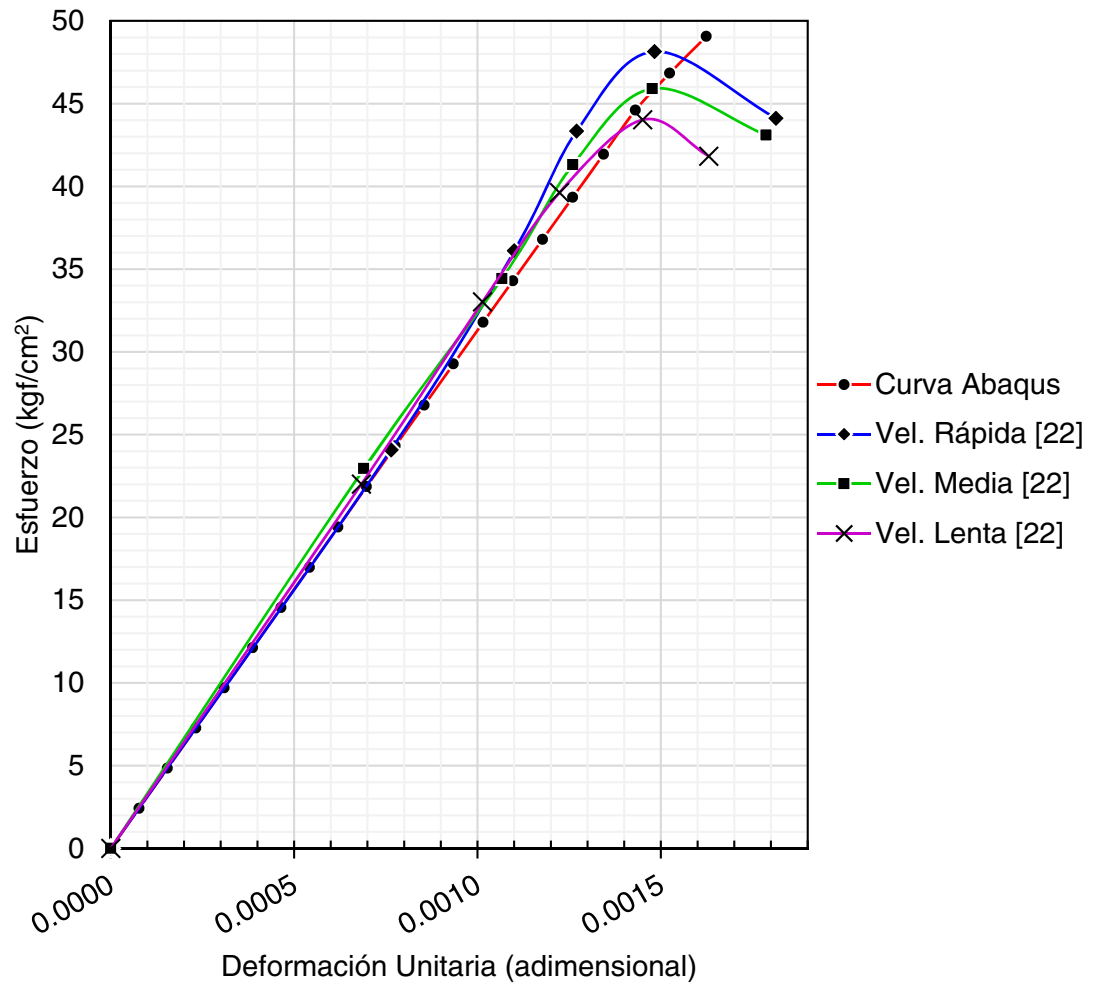


Figura 5.22. Comparativa de relaciones esfuerzo-deformación de resultados experimentales [22] vs Abaqus.

En la figura 5.22 se puede apreciar las diferencias entre los diagramas esfuerzo-deformación obtenidos experimentales contra aquel obtenido del modelo.

Al comparar la simulación contra el ensaye a velocidad rápida, se observa que:

- La simulación no exhibe la zona de ablandamiento.

- Las curvas esfuerzo-deformación son iguales hasta el 50% del esfuerzo último.
- Para esfuerzos mayores al 50% del esfuerzo último, la curva de la simulación predice deformaciones mayores para los mismos esfuerzos.
- La curva obtenida experimentalmente exhibe no linealidad desde un esfuerzo de 37 kgf/cm<sup>2</sup>, mientras que la curva que representa la simulación desde un esfuerzo de 44 kgf/cm<sup>2</sup>.
- El esfuerzo máximo experimental, de 48.15 kgf/cm<sup>2</sup>, es mayor que el esfuerzo simulado para la misma deformación, el cual fue de 46 kgf/cm<sup>2</sup>.
- La curva de la simulación presenta un esfuerzo máximo de 49.07kgf/cm<sup>2</sup>, mayor que el esfuerzo máximo experimental de 48.15kgf/cm<sup>2</sup>.
- La curva de la simulación muestra una deformación unitaria última de 0.00162383, mayor que la deformación unitaria última experimental de 0.00148233.

Al comparar la curva de la simulación contra las curvas del ensaye a velocidad media, se observa que:

- La curva esfuerzo-deformación experimental muestra deformaciones unitarias menores que la curva del modelo, hasta el esfuerzo último experimental.
- El comportamiento no lineal se presenta desde un esfuerzo aproximado de 42 kgf/cm<sup>2</sup> en la curva experimental, y desde 44 kgf/cm<sup>2</sup> en el modelo.

- El esfuerzo máximo experimental, de 45.91 kgf/cm<sup>2</sup>, es igual al esfuerzo obtenido en la simulación para la misma deformación.
- La curva del modelo reporta un esfuerzo máximo de 49.07 kgf/cm<sup>2</sup>, mayor que el esfuerzo máximo experimental de 45.91 kgf/cm<sup>2</sup>.
- La curva que representa la simulación, presenta una deformación unitaria última de 0.00162383, mayor que la deformación unitaria última experimental de 0.00147667.

Al comparar la simulación contra el ensaye de velocidad lenta, se observa que:

- Las curvas esfuerzo-deformación son iguales hasta el 24% del esfuerzo último experimental.
- Para esfuerzos mayores al 24% del esfuerzo último experimental, la curva simulada predice deformaciones mayores para los mismos esfuerzos.
- La gráfica experimental exhibe no linealidad desde un esfuerzo aproximado de 36 kgf/cm<sup>2</sup>, mientras que la simulada desde un esfuerzo de 44 kgf/cm<sup>2</sup>.
- El esfuerzo máximo experimental, de 44.03 kgf/cm<sup>2</sup>, es menor que el esfuerzo obtenido de la simulación para la misma deformación, de 45.5kgf/cm<sup>2</sup>.
- La curva de la simulación reporta un esfuerzo máximo de 49.07 kgf/cm<sup>2</sup>, mayor que el esfuerzo máximo experimental de 44.03 kgf/cm<sup>2</sup>.

- La curva del modelo presenta una deformación unitaria última de 0.00162383, mayor que la deformación unitaria última experimental de 0.00145000.

La gráfica esfuerzo-deformación obtenida de Abaqus muestra deformaciones unitarias mayores para los mismos niveles de esfuerzo. Para la misma deformación unitaria que los esfuerzos últimos, predice un menor esfuerzo último que el del ensaye a velocidad rápida, predice igualmente el esfuerzo último del ensaye a velocidad media, y proporciona un valor mayor del esfuerzo último para el ensaye a velocidad lenta. La gráfica del modelo presenta un esfuerzo último y una deformación unitaria mayores que los tres ensayos experimentales.

### 5.3.1 Comparación del Módulo de Elasticidad

Si se toma la pendiente de las curvas esfuerzo-deformación experimentales respecto al primer punto registrado, se obtienen los siguientes valores del módulo de elasticidad:

$$E_{rápido} = \frac{24.08 \text{ kgf / cm}^2}{0.00076433} = 31,505 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{moderado} = \frac{22.95 \text{ kgf / cm}^2}{0.00069000} = 33,261 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{lento} = \frac{22.02 \text{ kgf / cm}^2}{0.00068333} = 32,225 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Para un esfuerzo similar, el modelo de Abaqus presenta un módulo elástico de:

$$E_{simulado} = \frac{24.32 \text{ kgf / cm}^2}{0.00077566} = 31,354 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$



El cual se asemeja más al ensaye a velocidad rápida.

### 5.3.2 Comparación de Esfuerzos Últimos

El esfuerzo último obtenido de la simulación, de 49.07 kgf/cm<sup>2</sup>, es un 2% mayor que el esfuerzo último experimental a velocidad rápida, un 7% mayor que el esfuerzo de velocidad media, y un 11% mayor que el esfuerzo de velocidad lenta.

## 5.4 Predicción de Valores Adicionales

En esta sección se reportan resultados adicionales obtenidos del modelo, tales como los esfuerzos y deformaciones unitarias en las direcciones (S11, S33, LE11, LE33), y desplazamientos.

### 5.4.1 Esfuerzo Normal S11

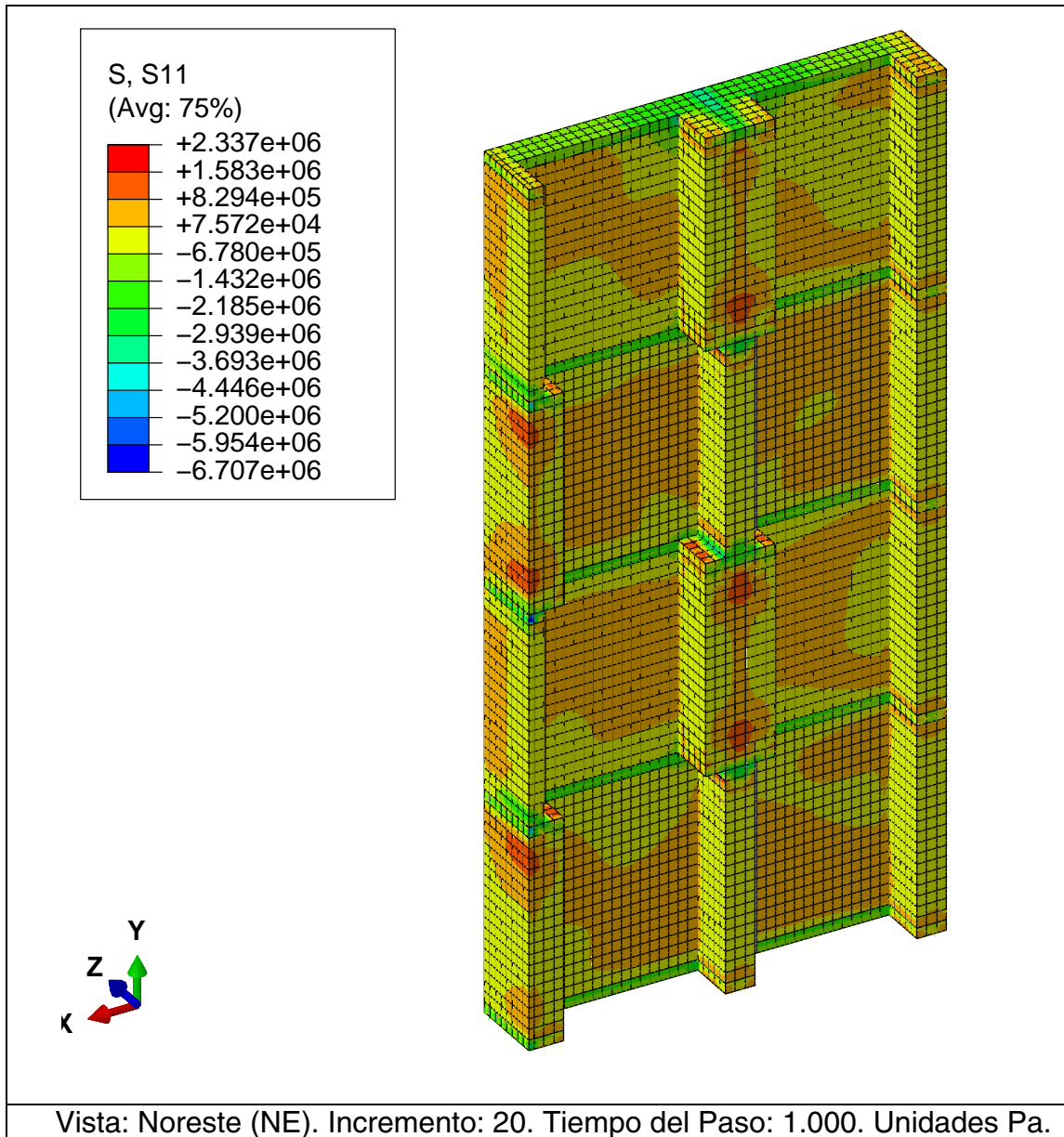


Figura 5.23. Esfuerzo normal en la dirección 11 (S11).

De la figura 5.23 se aprecia que predomina la tensión en las piezas, con esfuerzos de compresión localizados hacia sus extremos. El mortero se encuentra a compresión y presenta esfuerzos mayores en las discontinuidades de las almas.

### 5.4.2 Esfuerzo Normal S33

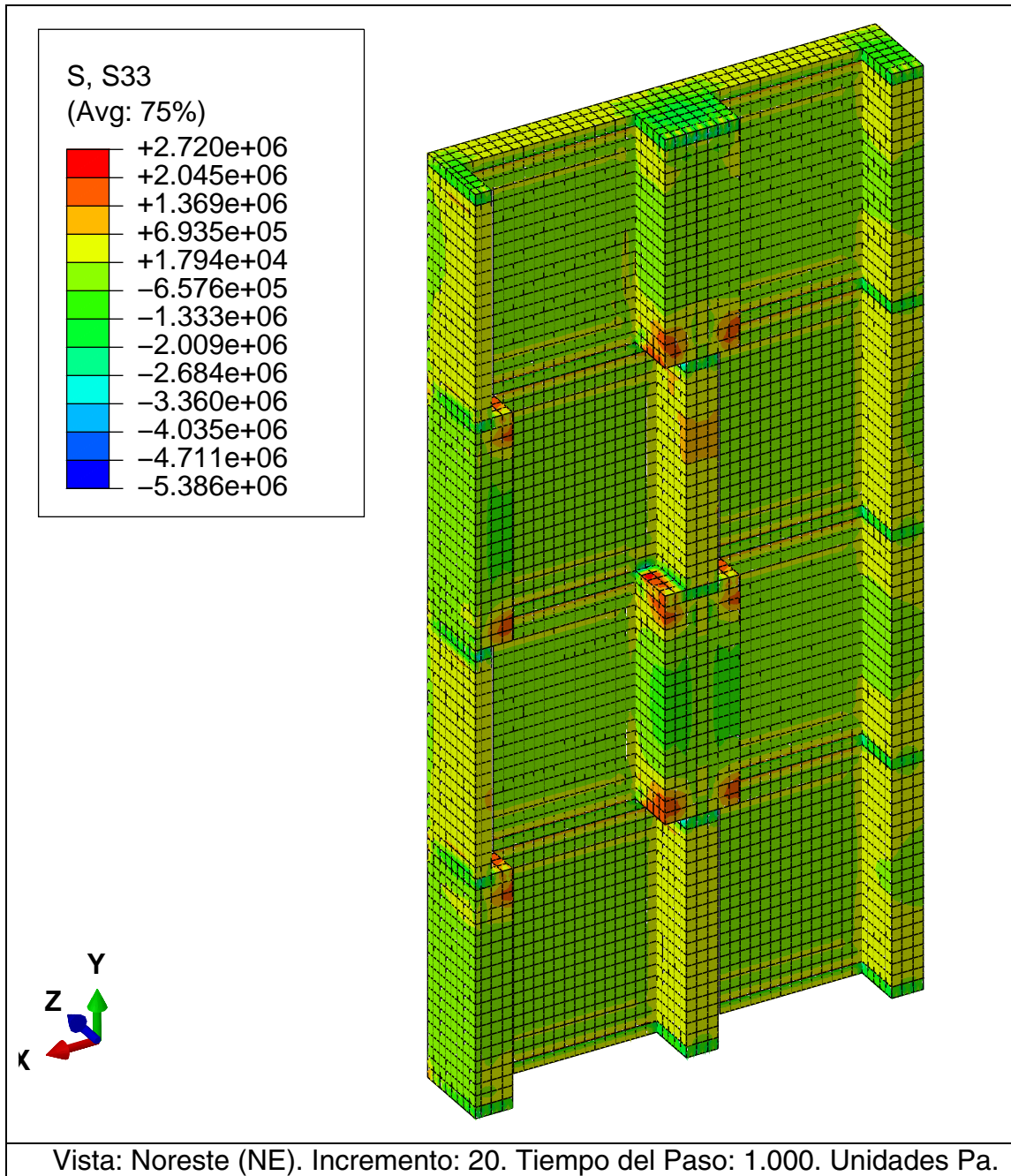


Figura 5.24. Esfuerzo normal en la dirección 33 (S33).

De la figura 5.24 se aprecia que el mortero en las juntas horizontales a compresión induce tensión en la periferia de las piezas, y éstas hacia su centro presentan tanto esfuerzos de tensión como de compresión.

### 5.4.3 Deformación Unitaria LE11

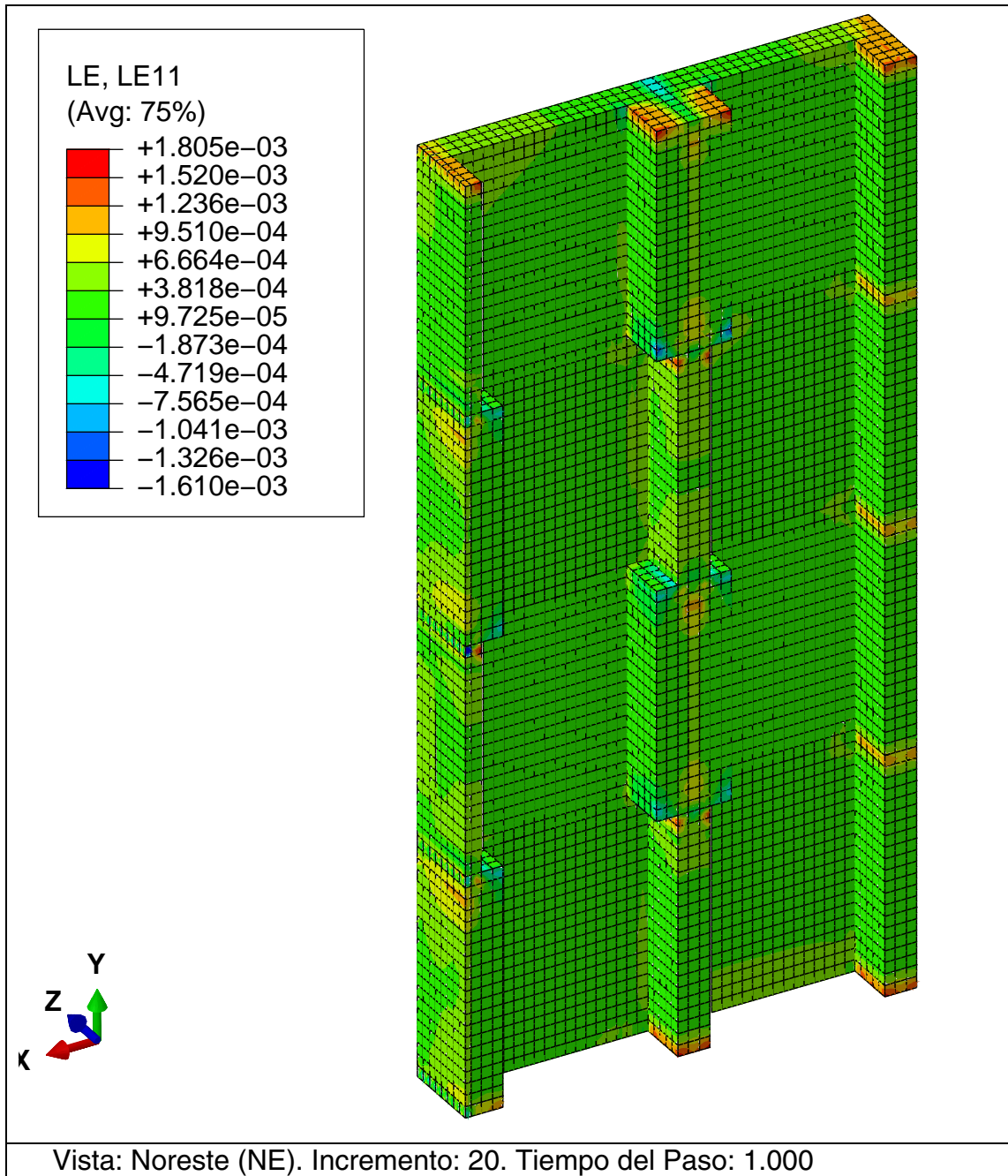


Figura 5.25. Deformación Unitaria en la dirección 11 (LE11).

La figura 5.25 muestra que las deformaciones unitarias más críticas son debidas a tensión, aparecen a lo largo del eje Z y se presentan en los morteros.

#### 5.4.4 Deformación Unitaria LE33

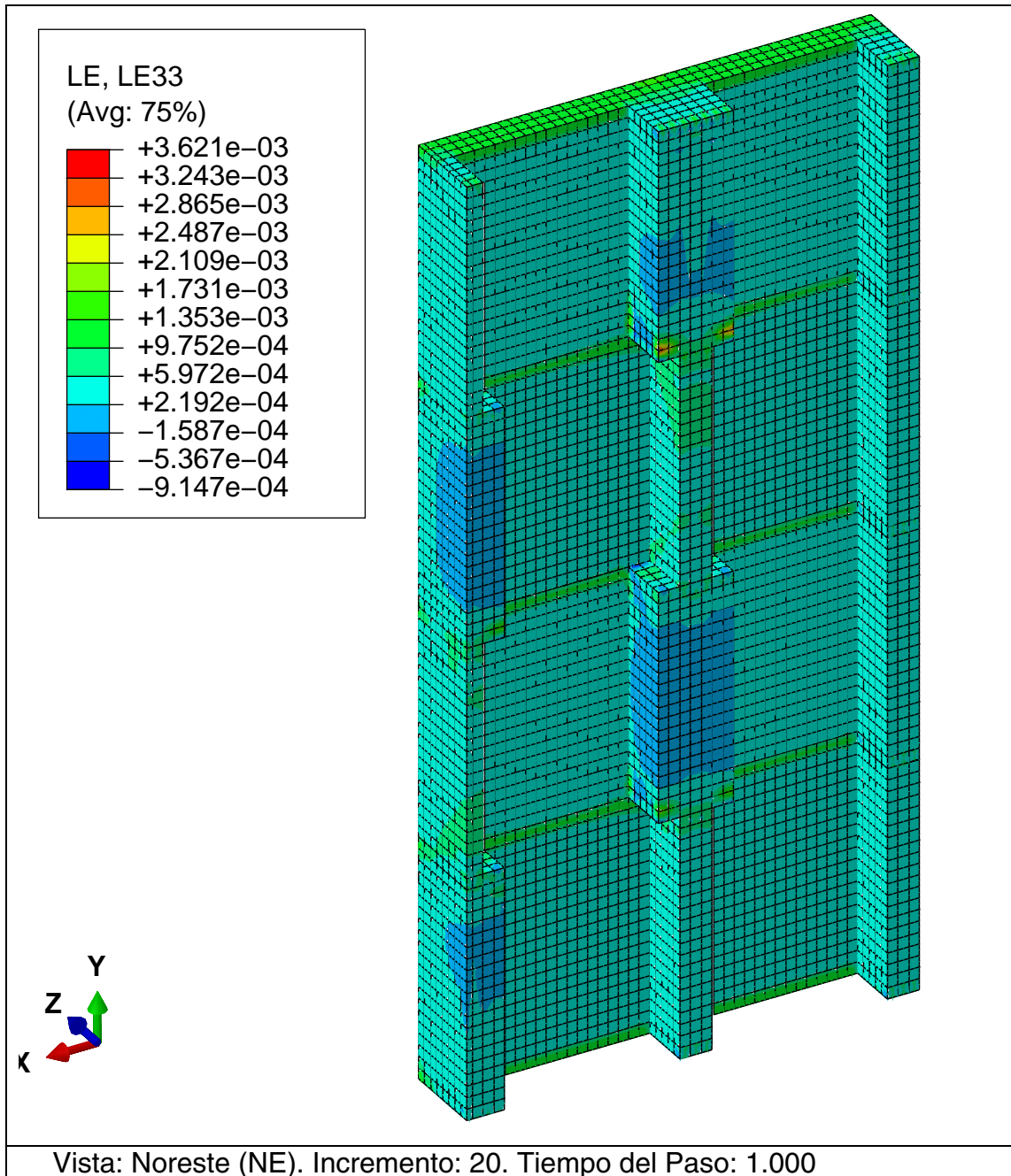


Figura 5.26. Deformación Unitaria en la dirección 33 (LE33).

De la figura 5.26 se observa que predominan las deformaciones unitarias a tensión, y estas son mayores en los morteros.

#### 5.4.5 Desplazamiento vertical U2

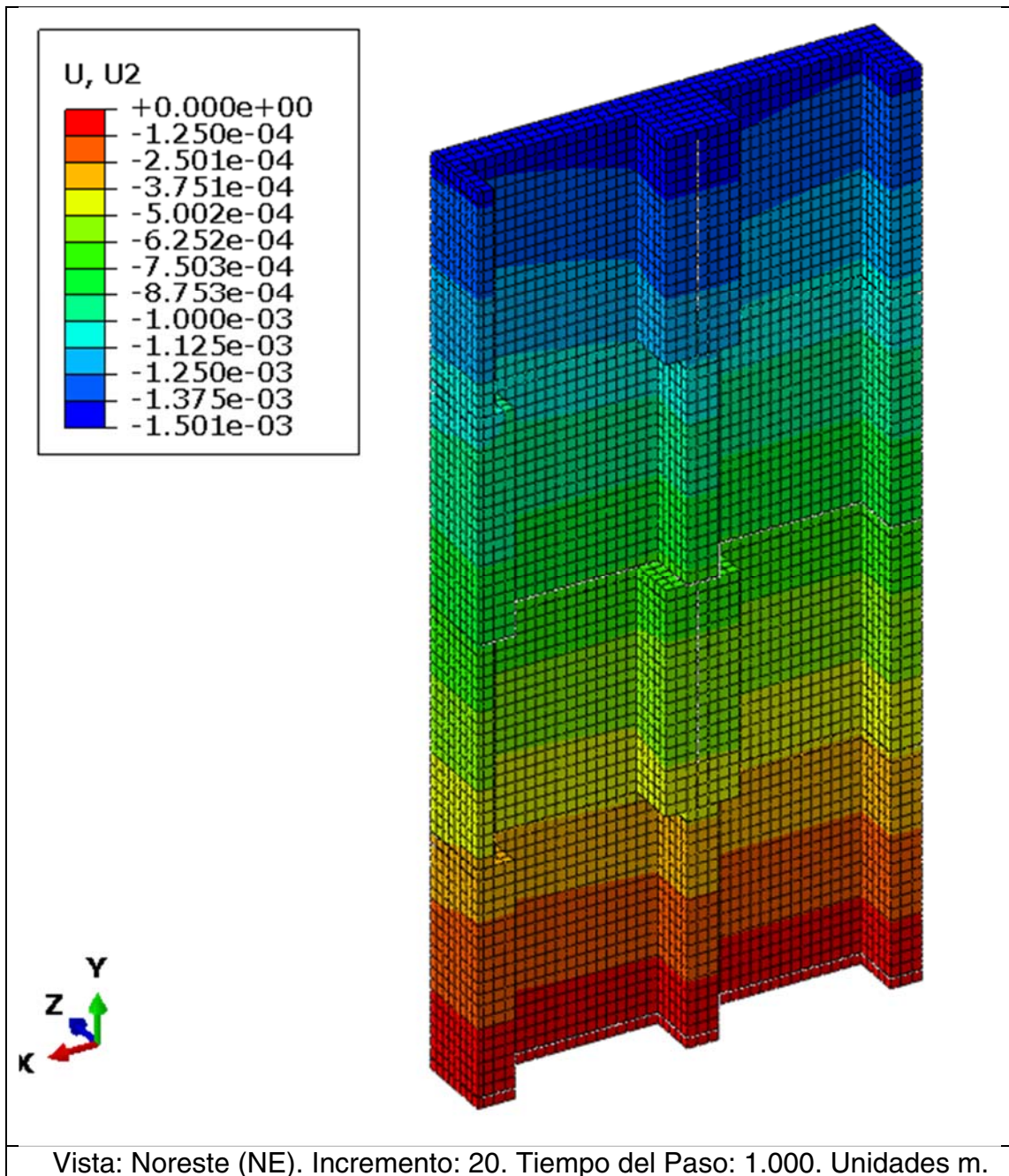


Figura 5.27. Desplazamiento vertical (U2).

De la figura 5.27 se aprecia que existe un desplazamiento de -1.5 mm en la dirección vertical en la parte superior del murete, el cual va disminuyendo hacia la base.

#### 5.4.6 Comentarios sobre las Predicciones

A pesar de que no se cuenta con información experimental para comparar las predicciones presentadas, con las Teorías de la Elasticidad y la Plasticidad resulta posible predecir los esfuerzos y las deformaciones del murete en cualquier dirección.

Sobre los esfuerzos, se puede asumir que el mortero experimenta un estado de compresión triaxial, y las piezas un estado de compresión en el eje vertical, tensión en la dirección 11, y esfuerzos combinados de tensión y compresión en la dirección 33 (con tensión más uniforme en la vecindad con los morteros).

Las deformaciones unitarias muestran comportamientos similares para el mortero y los bloques de concreto, y presentan sus valores críticos en puntos localizados.

El desplazamiento en la dirección vertical fue disminuyendo conforme se acercaba hacia la base del murete, donde precisamente las condiciones de frontera, que imponen un desplazamiento vertical de cero unidades se respetaron.

### 5.5 Comentarios Generales

En este capítulo se analizaron los resultados numéricos obtenidos del modelo, desarrollados con el *software* Abaqus, los cuales presentaron una comparativa satisfactoria con la información experimental.

La calidad de los resultados se encuentra, en parte, en función del tipo de elemento finito utilizado. Aunque en los experimentos de Álvarez [22] se

registraron mediciones en diversos puntos, un promedio de las posiciones mostró ser satisfactorio para el reporte de los resultados de la simulación, al ver su similitud con las curvas experimentales.

Se señalaron aspectos del post-procesador de Abaqus que pueden complicar la interpretación de los resultados, tales como la interpolación de los valores numéricos desde los puntos de integración hacia los nodos, lo cual puede generar la falsa impresión de que se están obteniendo valores de esfuerzo mayores a los proporcionados en la información de entrada, siendo que ésta siempre se respeta en los puntos de integración. Para evitar este problema se recomienda utilizar una malla aún más fina en las zonas de gradientes de esfuerzos [65]. Este modelo, al estar fuertemente sometido a fuerzas de compresión, y contar sólo con pequeñas áreas localizadas a tensión, ocasionaba que, al extrapolarse los valores de esfuerzo desde los puntos de integración, y promediarse con los demás elementos que llegaban al mismo nodo, se presentaran esfuerzos relativamente grandes en los mapas de contornos. Si se remueven los elementos de esfuerzos localizados mayores, el mapa de contornos se ajusta a valores menores, que tienden a acercarse al nivel de esfuerzos en los puntos de integración. El punto donde se reportaron los resultados, al no estar en una zona de amplios gradientes de esfuerzos, presentaba una mayor cercanía entre los valores de esfuerzo para los nodos como para los puntos de integración. Adicionalmente, fuera de las zonas fuertemente esforzadas, los mapas de contorno resultaron alejados de los valores últimos de esfuerzo y deformación unitaria.



El comportamiento reflejado por la simulación fue el esperado, y similar al reportado por diversos autores que apoyan el criterio de Hilsdorf [42, 57, 58, 59, 60, 61]. Solamente se puede señalar que, el estado de compresión uniaxial y tensión biaxial en las piezas, se puede afinar a compresión vertical uniaxial, tensión horizontal axial y un estado de esfuerzos combinado en la dirección perpendicular a la tensión horizontal. La tensión de este último estado se presentó en la vecindad del mortero con las piezas, pero hacia el centro de las unidades de concreto, el comportamiento fue mixto.

Si bien, sólo se pudieron validar los esfuerzos y deformaciones unitarias en la dirección vertical, ya que es la información experimental desarrollada, el programa es capaz de reportar resultados para otras variables de campo (como esfuerzos y deformaciones en otras direcciones), las cuales se recomienda que sean medidas en posteriores ensayos para comprobar su validez. Igualmente, se dedujo que, por el grado de esfuerzos logrados, el motivo del colapso del ensamblaje es debido, en gran parte, a los grandes esfuerzos que se alcanzan en los extremos de las almas de diversos espesores en hiladas consecutivas, más que la tensión inducida por el mortero en las piezas.

La curva esfuerzo-deformación obtenida presenta no linealidad a partir de un esfuerzo de  $44 \text{ kgf/cm}^2$ , y cumple satisfactoriamente la comparación contra lo obtenido del comportamiento experimental, aunque predice deformaciones unitarias ligeramente mayores para el mismo nivel de esfuerzos. Su comportamiento se apega más al del ensayo efectuado a velocidad media, y su

valor de predicción de carga se apega más al del ensaye efectuado a velocidad rápida.

Si se desea mejorar aún más la calidad de las simulaciones, es necesario caracterizar de una mejor manera a los materiales, por ejemplo, desarrollando superficies de fluencia y falla para los morteros, a partir de numerosos experimentos triaxiales. Con esto se pueden modificar las funciones de fluencia, o al menos calibrarlas de una manera más adecuada para los materiales de la región.

En conclusión, el modelo desarrollado representó de manera satisfactoria el comportamiento estructural de los muretes de mampostería de concreto normal de dos celdas, elaborados con materiales de la región de Nuevo León al mostrarse una buena aproximación entre las gráficas esfuerzo-deformación experimentales y la obtenida por medios analíticos.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A partir del desarrollo del modelo basado en el Método del Elemento Finito, que simuló el comportamiento ante cargas de compresión uniaxiales de los muretes de mampostería de concreto de peso normal, de dos celdas, fabricados con materiales de la región se llegó a las siguientes conclusiones:

- Sólo las curvas esfuerzo-deformación, la relación de Poisson  $\nu$ , y los parámetros plásticos sugeridos en este modelo fueron considerados como información de entrada para llevar a cabo una simulación satisfactoria.
- Al no existir una prueba de tensión directa para el ensaye de piezas de mampostería de concreto, se asumió un esfuerzo último de tensión, de aproximadamente el 10% del esfuerzo último a compresión. Esto condujo a la obtención de resultados aceptables.
- El empleo de las relaciones de Poisson de 0.25 para morteros y 0.20 para concretos permitió obtener resultados aceptables en la simulación.
- El empleo de los parámetros plásticos utilizados tanto para el mortero como para el concreto proporcionó resultados no lineales para esfuerzos ligeramente mayores que los experimentales.

- Se recomienda, ante la dificultad de obtener información experimental precisa para alimentar el modelo, llevar a cabo proyectos de investigación experimental propios, que contemplen la totalidad de los parámetros a ingresar en el modelo.
- El uso de muretes, permitió estudiar la influencia del cuatrapeo de las piezas, aspecto que se omite en el ensaye de pilas. Sin embargo, este último resulta más económico y de uso más extendido en México, principalmente por sus menores dimensiones y cargas de falla, por lo que se sugiere un ensaye de pilas que emplee piezas enteras y mitades, más que sólo piezas enteras apiladas unas sobre otras.
- Gracias a la simetría del modelo respecto a dos ejes, se pudo ahorrar esfuerzo computacional, incorporando condiciones de frontera adecuadas para restringir el movimiento como cuerpo rígido del modelo.
- La selección de elementos finitos cuadráticos con integración reducida para la generalidad del murete e integración completa para los morteros horizontales permitió una simulación que no precisó de un esfuerzo computacional excesivo y concedió resultados satisfactorios.
- Las *tie constraints* restringieron adecuadamente el comportamiento en la región de contacto entre las piezas y los morteros en las juntas horizontales. En caso de que se desee extender el modelo para su estudio ante cargas laterales, siendo esta zona un plano de falla, su uso deberá de ser limitado, y cambiado por una interacción en la cual se pueda modelar el comportamiento normal y tangencial de la unión.

- En caso de modelar el comportamiento post-falla del murete, se preferirá una simulación controlada por desplazamientos ya que, resulta más complicado proponer un esquema de cargas en el régimen de ablandamiento, a imponer un desplazamiento mayor al desplazamiento último. Para lograr lo anterior, se prescindirá del método de Newton – Raphson y se empleará el de Longitud de Arco o Método Modificado de Riks, también disponible en Abaqus.
- Se presenta el problema de la localización de la plasticidad. Para evitar que los esfuerzos mostrados por el post-procesador de Abaqus en los mapas de contornos disten de los esfuerzos últimos de los materiales, es necesario refinar aún más la malla en los puntos que se observaron los mayores gradientes de esfuerzos: los extremos de las almas en las piezas, y las regiones de los morteros horizontales que sirven como punto de transición para las almas de diferentes espesores. Esto complica la malla y aumenta el esfuerzo computacional.
- Se recomienda reportar los resultados en los puntos de integración (para evitar interpolaciones adicionales) y seleccionar un elemento finito representativo del espécimen experimental, afín a la ubicación de los dispositivos de medición.
- A partir de la magnitud de los esfuerzos obtenidos en los mapas de contornos, se entiende que el colapso es debido a los grandes esfuerzos en las almas de espesor variable, las cuales – experimentalmente – se desprenden del muro, dejando de aportar

rigidez al plano frontal paralelo a la dirección del murete, el cual se vuelve inestable y propicia el colapso, más que el efecto de la tensión inducida en las piezas por el aplastamiento del mortero.

- La simulación mostró esfuerzos mayores en las almas hacia el plano de simetría del modelo, fomentando su falla desde su centro más que desprendiéndose de la intersección entre el panel-frontal y el alma.
- Asumiendo que los diferentes espesores de las almas son lo que ocasiona los mayores esfuerzos, y que la pared exterior del murete, es decir, la que tenía espesor de alma constante para las hiladas sucesivas se comportó adecuadamente, se sugiere la topología de una pieza con un ancho de alma interior doble más 1 cm, que acomode al mortero. Así se tendría un ancho de alma uniforme para todas las hiladas en todo el murete, evitando esfuerzos localizados y mejorando el comportamiento del espécimen.
- Haciendo uso de la Teoría de la Elasticidad y de la Plasticidad, el modelo fue capaz de predecir otras variables de campo, como los esfuerzos y las deformaciones unitarias en las direcciones horizontales, que coincidieron con el estado de compresión triaxial para el mortero, y sugirieron compresión vertical en las piezas, acompañada de tensión en la dirección horizontal 11, y tensión combinada con compresión en la dirección perpendicular a la otra dirección horizontal (33). Dicha tensión posee mayor influencia en la región vecina de las piezas con el mortero.

- Si bien, el modelo desarrollado fue independiente de la tasa de aplicación de carga, la gráfica esfuerzo-deformación simulada presentó un comportamiento más apegado al ensaye efectuado a velocidad media, mientras que hubo una mejor aproximación al valor de esfuerzo y deformación unitaria últimos del ensaye efectuado a velocidad rápida. Esto último era de esperarse, ya que la carga que se utilizó en el modelo era la asociada a este ensaye (logrando un estado de esfuerzos mayor que a si se hubiera empleado una carga menor de un ensaye más lento).
- La simulación predijo valores de deformación unitaria ligeramente mayores que los experimentales para los mismos niveles de esfuerzo.
- Se apreció el comportamiento no lineal en la curva esfuerzo-deformación simulada a un esfuerzo mayor que en la curva experimental.
- En general, la curva esfuerzo-deformación del murete, obtenida de la simulación, resultó satisfactoria contra los datos obtenidos experimentalmente para la escasa información de entrada que requirió, por lo cual se considera que se logró el objetivo de reproducir el comportamiento estructural.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Gallegos, H., Casabonne, C. Albañilería Estructural. Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú. (2005).
2. Instituto Nacional de Estadística y Geografía. INEGI: Censo de Población y Vivienda 2010: Tabulados del Cuestionario Ampliado. Viviendas particulares habitadas y su distribución porcentual según material en techos para cada entidad federativa y materiales en paredes. INEGI. México. (2010).
3. Meli, R., Reyes, A., Propiedades Mecánicas de la Mampostería. Reporte Técnico 288. Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria, México, D.F. (1971).
4. Meli, R., Hernández, O. Propiedades de Piezas para Mampostería Producidas en el Distrito Federal. Reporte Técnico 297. Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria, México, D.F. (1971).
5. CFE, Instituto de Investigaciones Eléctricas. Manual de Diseño de Obras Civiles. Diseño por Sismo. Comisión Federal de Electricidad. México. (2008).
6. Taly, N. Design of Reinforced Masonry Structures. McGraw-Hill. Estados Unidos. (2010).
7. Fundación ICA, A.C. Edificaciones de Mampostería para Vivienda. Fundación ICA, A.C. Ciudad de México. (1994).
8. Centro Nacional de Prevención de Desastres. Seguridad Sísmica de la Vivienda Económica. CENAPRED. Ciudad de México. (1994).
9. Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la Edificación, S.C. Norma Mexicana NMX-C-404-ONNCCE-2012: Industria de la Construcción – Mampostería – Bloques, Tabiques o Ladrillos y Tabicones para Uso Estructural – Especificaciones y Métodos de Ensayo. ONNCCE. México, D.F. (2012).
10. Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la Edificación, S.C. Norma Mexicana NMX-C-441-ONNCCE-2013: Industria de la Construcción – Mampostería – Bloques, Tabiques o



Ladrillos y Tabicones para Uso No Estructural – Especificaciones y Métodos de Ensayo. ONNCCE. México, D.F. (2013).

11. Mamlouk, M., Zaniewski, J. Materiales para Ingeniería Civil. Pearson Educación, S.A. Madrid, España. (2009).
12. San Bartolomé, A. Construcciones de Albañilería – Comportamiento Sísmico y Diseño Estructural. Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú. (1994).
13. Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la Edificación, S.C. Norma Mexicana NMX-C-036-ONNCCE-2013: Industria de la Construcción – Mampostería – Resistencia a la Compresión de Bloques, Tabiques o Ladrillos y Tabicones y Adoquines – Métodos de Ensayo. ONNCCE. México, D.F. (2013).
14. Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la Edificación, S.C. Norma Mexicana NMX-C-037-ONNCCE-2013: Industria de la Construcción – Mampostería – Determinación de la Absorción Total y la Absorción Inicial de Agua en Bloques, Tabiques o Ladrillos y Tabicones – Método de Ensayo. ONNCCE. México, D.F. (2013).
15. Gobierno del Distrito Federal. Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería. Gobierno del Distrito Federal. Ciudad de México. (2004).
16. Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la Edificación, S.C. Norma Mexicana NMX-C-061-ONNCCE-2010: Industria de la Construcción – Mampostería – Cementos Hidráulicos – Determinación de la Resistencia a la Compresión de Cementantes Hidráulicos. ONNCCE. México, D.F. (2013).
17. R. Ayuntamiento de Monterrey. Reglamento para las Construcciones del Municipio de Monterrey, Nuevo León. Gobierno Municipal de Monterrey. Monterrey, México. (2010).
18. The Masonry Standards Joint Committee (MSJC). Building Code Requirements and Specification for Masonry Structures. The Masonry Standards Joint Committee (MSJC). (2013).
19. European Committee for Standardization. Eurocode 6 – Design of Masonry Structures. CEN. Bruselas, Bélgica. (2005).
20. Hernández, O., Camargo, I., Leal, E., Ruiz, L. Resistencia Nominal de Diseño de Mamposterías de Barro en la Zona Metropolitana de la Ciudad de Puebla. Propuesta de Estandarización de Ensayes. X Congreso Nacional de Ingeniería Estructural. (1996).
21. Treviño, E., Alcocer, S., Flores, L., Larrua, R., Zárate, J. y Gallegos, L. Investigación experimental del comportamiento de muros de

mampostería confinada de bloques de concreto sometidos a cargas laterales cíclicas reversibles reforzados con acero de grados 60 y 42. XIV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural. México. (2004).

22. Álvarez, J., Investigación del Comportamiento Estructural de Mampostería Sometida a Compresión Uniaxial Elaborada con Materiales Característicos del Estado de Nuevo León. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Nuevo León. México. (2016).
23. Dassault Systemes. Abaqus 2016: Theory Guide. Dassault Systemes. Providence, Rhode Island, Estados Unidos de América. (2015).
24. Dassault Systemes. Abaqus 2016: Analysis User's Guide, Volume III: Materials. Dassault Systemes. Providence, Rhode Island, Estados Unidos de América. (2015).
25. Kassimali, A. Matrix Analysis of Structures. CENGAGE Learning. Stamford, CT, Estados Unidos de América. (2010).
26. Bentley Systems, Inc. STAAD.Pro V8i (SELECTseries 6) Technical Reference Manual. Estados Unidos de América. (2015).
27. Computers & Structures, Inc. CSI Analysis Reference Manual. Estados Unidos de América. (2015).
28. Chen, W. Plasticity in Reinforced Concrete. J. Ross Publishing. Fort Lauderdale, Florida, Estados Unidos de América. (2007).
29. Wood, R. Studies in Composite Construction, Part 1. The Composite Action of Brick Panel Walls Supported on Reinforced Concrete Beams. Reporte Técnico. National Building Studies, Building Research Station. (1952).
30. Rosenhaupt, S., Sokal, Y. Masonry Walls on Continuous Beams. ASCE – J. Struct. Div., 91(1):155-171. (1965).
31. Yettram, A., Hirst, M., An Elastic Analysis for the Composite Action of Walls Supported on Simple Beams. Building Science, 6:151-159. (1971).
32. Saw, C. Linear Elastic Finite Element Analysis of Masonry Walls on Beams. Building Science, 9:299-307, 1974.
33. Stafford-Smith, B., Carter, C. Distribution of Stresses in Masonry Walls Subjected to Vertical Loading. Proc. 2nd Int. Brick Masonry Conference (Brick Ins. Of America). 119-124. (1970).
34. Stafford-Smith, B., Rahman, K., The Variations of Stress in Vertically Loaded Brickwork Walls. Proc. Instn. Of Civ. Engrs. 43(689):689-700. (1972).
35. Ali, S., Page, W. An Elastic Analysis of Concentrated Loads on Brickwork. Masonry Int., 6:9-21. (1985).

36. Hamid, A., Chukwunenye, A. Compression Behavior of Concrete Masonry Prisms. *Journal Struct. Eng. ASCE*. 112(3):605-613. (1986).
37. Ganesan, T., Ramamurthy, K. Behavior of Concrete Hollow-Block Masonry Prisms under Axial Compression. *Journal Struct. Eng. (ASCE)*. 118(7):1751-1769. (1992).
38. Cheema, T., Klingner, R. Compressive Strength of Concrete Masonry Prisms. *J. Amer. Concrete Inst.* 83(1):88-97. (1986).
39. Khalil, M., Shrive, N, Ameny, P. Three Dimensional Stress Distribution in Concrete Masonry Prisms and Wall. *Magazine of Concrete Res.* 39(139):73-82. (1987).
40. Afhsari, F., Kaldjian, M. Finite Element Analysis of Concrete Masonry Prisms. *Mat. J. American Concrete Inst.* 86(5):525-530. (1989).
41. Suidan, M., Schnobrich, W. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete. *J. Struct. Div. ASCE*. 99(10):2109-2122. (1973).
42. Stavridis, A., Shing, P. Finite-Element Modeling of Nonlinear Behavior of Masonry-Infilled RC Frames. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*. 136(3):285-296. (2010).
43. Chaimoon, K., Attard, M. Modeling of Unreinforced Masonry Walls Under Shear and Compression. *Engineering Structures (Elsevier)*. 29:2056-2068. (2007).
44. Porto, F., Guidi, G., Garbin, E., Modena, C. In-Plane Behavior of Clay Masonry Walls: Experimental Testing and Finite-Element Modeling. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*. 136(11):1379-1392. (2011).
45. Mojsilovic, N. Strength of Masonry Subjected to In-Plane Loading: A Contribution. *International Journal of Solids and Structures (Elsevier)*. 48:865-873. (2011).
46. Sayed-Ahmed, E., Shrive, N. Nonlinear Finite-Element Model of Hollow Masonry. *J. Struct. Eng. (ASCE)*. 122(6):683-690. (1996).
47. Zucchini, A., Lourenço, P. A Coupled Homogenization – Damage Model for Masonry Cracking. *Computers and Structures (Elsevier)*. 82:917-929 (2004).
48. Zucchini, A., Lourenço, P. Mechanics of Masonry in Compression: Results from a Homogenization Approach. *Computers and Structures (Elsevier)*. 85:193-204 (2007).
49. Ali, S., Page, A. Finite Element Model for Masonry Subjected to Concentrated Loads. *Journal Struct. Eng. (ASCE)*. 114(8):1761-1784. (1988).

50. Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., Oñate, E. A Plastic-Damage Model for Concrete. *Int. Journal of Solid Structures*. Pergamon Press. 25:299-326. (1989).
51. Lee, J., Fenves, G. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*. 124:892-900. (1998).
52. Ruvalcaba, F. Mechanical Properties and Structural Behaviour of Masonry at Elevated Temperatures. Tesis. The University of Manchester. (2011).
53. Ellobody, E., Bailey, C. Behaviour of Unbonded Post-Tensioned One-Way Concrete Slabs. *Advances in Structural Engineering*. Multi-Science Publishing Co. Ltd. 11(1):107-120. Reino Unido. (2008).
54. Borhan, T., Bailey, C. Structural Behaviour of Basalt Fibre Reinforced Glass Concrete Slabs. *Materials and Structures*. RILEM. 47(1):77-87. (2014).
55. Borhan, T., Bailey, C. Modelling Basalt Fibre Reinforced Glass Concrete Slabs at Ambient and Elevated Temperatures. *Materials and Structures*. RILEM. 47(6):999-1009. (2014).
56. Esteva, L. Comportamiento de Muros de Mampostería Sujetos a Carga Vertical. Reporte Técnico 46. Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria, México, D.F. (1968).
57. Meli, R., Reyes, A. Propiedades Mecánicas de la Mampostería. Reporte Técnico 288. Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria, México, D.F. (1971).
58. Atkinson, R., Noland, J. A Proposed Failure Theory for Brick Masonry in Compression. *Proceedings, 3rd Canadian Masonry Symposium*. 5.1-5.17. (1983).
59. McNary, W., Abrams, D. Mechanics of Masonry in Compression. *J. Struct. Eng. (ASCE)*. 111:857-870. (1985).
60. Hilsdorf, H. Investigation into the Failure Mechanisms of Brick Masonry Loaded in Axial Compression. *Designing, Engineering and Constructing with Masonry Products*. 34-41. (1969).
61. Kaushik, H., Rai, D., Jain, S. Stress-Strain Characteristics of Clay Brick Masonry under Uniaxial Compression. *Journal of Materials in Civil Engineering*. (ASCE). 19:728-739. (2007).
62. Sadd, M., *Elasticity: Theory, Applications and Numerics*. Academic Press. Estados Unidos de América. (2014).
63. Mao-Hong, Y., Guo-Wei, M., Hong-Fu, Q., Yong-Qiang, Z. *Generalized Plasticity*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Alemania. (2006).

64. McGuire, W., Gallagher, R., Ziemian, R. Matrix Structural Analysis, 2nd. Edition. (2014).
65. Dassault Systemes. Abaqus 2016: Getting Started with Abaqus/CAE. Dassault Systemes. Providence, Rhode Island, Estados Unidos de América. (2015).
66. Timoshenko, S., Goodier, J. Theory of Elasticity. McGraw-Hill. Nueva York, Estados Unidos de América. (1970).
67. Logan, D. A First Course in the Finite-Element Method, SI. CENGAGE Learning. India. (2012).
68. Computers & Structures, Inc. CSI Knowledge Base. <https://wiki.csiamerica.com> Estados Unidos de América. (2016).
69. Rao, S. The Finite Element Method in Engineering. Butterworth-Heinemann. Elsevier. Burlington, Massachusetts, Estados Unidos de América. (2011).
70. Dassault Systemes. Abaqus 2016: Analysis User's Guide, Vols. I, II, IV y V. Dassault Systemes. Providence, Rhode Island, Estados Unidos de América. (2015).
71. De Felice, Gianmarco. Overall Elastic Properties of Brickwork Via Homogenization. Structural Engineering, Mechanics and Computation (Vol. 1). Elsevier. 411-418. (2001).
72. Nielsen, M., Hoang, L. Limit Analysis and Concrete Plasticity. CRC Press, Taylor & Francis Group. Boca Ratón, Florida. Estados Unidos de América. (2011).
73. Powrie, W. Soil Mechanics: Concepts and Applications. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Ratón, Florida. Estados Unidos de América. (2014).
74. McCormac, J., Brown, R. Diseño de Concreto Reforzado. Alfaomega. México. (2011).