

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



NAVEGACIÓN DE UN VEHÍCULO AÉREO HÍBRIDO

POR

VÍCTOR MARTÍNEZ HERRERA

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA  
CON ORIENTACIÓN EN DINÁMICA DE VUELO

SEPTIEMBRE, 2015

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



NAVEGACIÓN DE UN VEHÍCULO AÉREO HÍBRIDO

POR  
VÍCTOR MARTÍNEZ HERRERA

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA  
CON ORIENTACIÓN EN DINÁMICA DE VUELO

SEPTIEMBRE, 2015

**Universidad Autónoma de Nuevo León**  
**Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**  
**Subdirección de Estudios de Posgrado**

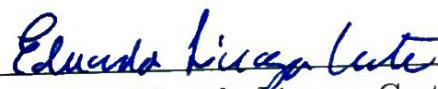
Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Navegación de un Vehículo Aéreo Híbrido», realizada por el alumno Víctor Martínez Herrera, con número de matrícula 1696249, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica con orientación en Dinámica de Vuelo.

El Comité de Tesis



Dr. Octavio García Salazar

Asesor



Dr. Eduardo Liceaga Castro

Revisor

M.C. Ondrej Karas

Revisor

Vo. Bo.

---

Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirección de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, septiembre 2015

*A mis padres quienes con dedicación formaron quien soy ahora.*

# ÍNDICE GENERAL

---

|                                       |              |
|---------------------------------------|--------------|
| <b>Agradecimientos</b>                | <b>xvi</b>   |
| <b>Resumen</b>                        | <b>xviii</b> |
| <b>1. Introducción</b>                | <b>1</b>     |
| 1.1. Clasificación de VANTs . . . . . | 2            |
| 1.1.1. HTOL . . . . .                 | 2            |
| 1.1.2. VTOL . . . . .                 | 4            |
| 1.1.3. Híbridos . . . . .             | 5            |
| 1.2. Justificación . . . . .          | 6            |
| 1.3. Antecedentes . . . . .           | 9            |
| 1.3.1. Sky Tote . . . . .             | 9            |
| 1.3.2. T-Hawk MAV . . . . .           | 10           |
| 1.3.3. T-Wing Tail-Sitter . . . . .   | 10           |
| 1.3.4. Quad Tilt-wing . . . . .       | 11           |
| 1.3.5. Quadshot . . . . .             | 12           |

|  |           |
|--|-----------|
| 1.4. Metodología de Diseño . . . . .                       | 12        |
| 1.4.1. Fase conceptual. . . . .                            | 13        |
| 1.4.2. Diseño preliminar. . . . .                          | 13        |
| 1.4.3. Diseño detallado. . . . .                           | 13        |
| 1.5. Composición de Sistemas . . . . .                     | 14        |
| 1.5.1. Estación de control en tierra. . . . .              | 14        |
| 1.5.2. Configuración del VANT . . . . .                    | 14        |
| 1.5.3. Sistemas de navegación. . . . .                     | 16        |
| 1.5.4. Sistemas de comunicación. . . . .                   | 17        |
| <b>2. Vehículo aéreo no tripulado híbrido</b>              | <b>18</b> |
| 2.1. Estabilidad longitudinal . . . . .                    | 19        |
| 2.2. Métodos para calcular fuerzas aerodinámicas . . . . . | 21        |
| 2.3. Diseño y análisis aerodinámico . . . . .              | 21        |
| 2.3.1. Geometría alar . . . . .                            | 23        |
| 2.3.2. Configuración nominal . . . . .                     | 24        |
| 2.3.3. Perfil aerodinámico . . . . .                       | 25        |
| 2.3.4. Estudios en 2D . . . . .                            | 26        |
| 2.3.5. Estudios en 3D . . . . .                            | 28        |
| 2.3.6. Estudio de estabilidad . . . . .                    | 29        |
| 2.3.7. Modos . . . . .                                     | 31        |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.3.8. Cálculo de coeficientes aerodinámicos . . . . .                                   | 32        |
| 2.4. Fundamentos de la aerodinámica del rotor . . . . .                                  | 33        |
| 2.4.1. Análisis del vuelo estacionario con la teoría de cantidad de movimiento . . . . . | 33        |
| 2.4.2. Sistema de Propulsión coaxial . . . . .   | 34        |
| 2.4.3. Análisis de ascenso con la teoría de cantidad de movimiento. .                    | 36        |
| 2.4.4. Cálculos . . . . .  | 36        |
| 2.4.5. Momentos y fuerzas en vuelo estacionario . . . . .                                | 38        |
| 2.5. Diseño en CAD . . . . .   | 39        |
| <b>3. Ecuaciones de movimiento</b>   | <b>41</b> |
| 3.1. Sistema de ejes . . . . .   | 42        |
| 3.1.1. Ángulos de Euler . . . . .  | 43        |
| 3.2. Parámetros y definiciones . . . . .   | 43        |
| 3.2.1. Relación de Rotaciones . . . . .  | 46        |
| 3.3. Cinemática del vehículo . . . . .   | 47        |
| 3.3.1. Ecuaciones de posición . . . . .  | 47        |
| 3.3.2. Ecuaciones de orientación . . . . .   | 48        |
| 3.4. Dinámica del vehículo . . . . .   | 48        |
| 3.4.1. Ecuaciones de cantidad de movimiento linear . . . . .                             | 48        |
| 3.4.2. Ecuaciones de cantidad de movimiento angular . . . . .                            | 49        |

|  |           |
|--|-----------|
| 3.5. Fuerzas aerodinámicas . . . . .   | 50        |
| 3.5.1. Ejes de Estabilidad . . . . .   | 50        |
| 3.6. Resumen . . . . .   | 52        |
| 3.7. Cuaternios . . . . .  | 53        |
| 3.7.1. Equivalencias . . . . .   | 54        |
| <b>4. Navegación del vehículo aéreo no tripulado híbrido</b>                     | <b>56</b> |
| 4.1. Esquema a bloques del control . . . . .                                     | 56        |
| 4.2. Control adaptable para orientación del vehículo . . . . .                   | 57        |
| 4.2.1. Parametrización del modelo dinámico . . . . .                             | 58        |
| 4.2.2. Modelo de referencia . . . . .  | 59        |
| 4.2.3. Definición del error y su dinámica . . . . .                              | 60        |
| 4.2.4. Estrategia de control recursiva para orientación (Backstepping) . . . . . | 61        |
| 4.2.5. Estimación de parámetros . . . . .  | 62        |
| 4.3. Modelo en 2-D . . . . .   | 64        |
| 4.4. Trayectorias deseadas . . . . .   | 66        |
| 4.5. Navegación basada en retroalimentación de estado . . . . .                  | 68        |
| 4.6. Navegación basada en control adaptable . . . . .                            | 72        |
| 4.6.1. Parametrización de ecuaciones de movimiento . . . . .                     | 72        |
| 4.6.2. Modelo de referencia . . . . .  | 75        |
| 4.6.3. Estrategia de control en posición . . . . .                               | 75        |

|  |           |
|--|-----------|
| 4.6.4. Estimación de parámetros por gradiente . . . . .              | 76        |
| 4.6.5. Estimación de parámetros por mínimos cuadrados . . . . .      | 78        |
| <b>5. Simulaciones</b>   | <b>79</b> |
| 5.1. Simulación de control por retroalimentacion de estado . . . . . | 79        |
| 5.2. Simulación de control adaptable . . . . .                       | 81        |
| 5.2.1. Estimación con método del gradiente . . . . .                 | 81        |
| 5.2.2. Estimación con mínimos cuadrados . . . . .                    | 83        |
| <b>6. Sistema SANT</b>   | <b>87</b> |
| 6.1. Aviónica . . . . .  | 87        |
| 6.1.1. Autopiloto Pixhawk . . . . .                                  | 87        |
| 6.1.2. GPS . . . . .   | 90        |
| 6.1.3. Sensor de velocidad . . . . .                                 | 91        |
| 6.1.4. Telemetría . . . . .  | 91        |
| 6.1.5. Batería LiPo . . . . .  | 92        |
| 6.1.6. Servo . . . . .   | 92        |
| 6.1.7. Radiocontrol . . . . .  | 93        |
| 6.1.8. Motor sin escobillas . . . . .                                | 93        |
| 6.1.9. ESC Brushless . . . . .                                       | 94        |
| 6.2. Estación tierra . . . . .                                       | 95        |
| 6.3. Construcción del vehículo . . . . .                             | 95        |

|   |            |
|---|------------|
| 6.4. Pruebas de vuelo . . . . .   | 96         |
| <b>7. Conclusiones</b>  | <b>98</b>  |
| 7.0.1. Trabajo Futuro . . . . .   | 99         |
| <b>A. Apéndice A</b>  | <b>100</b> |
| A.1. Álgebra de cuartenios y conversiones . . . . .                     | 100        |
| A.1.1. Algebra de cuaternios . . . . .                                  | 100        |
| A.2. Conversiones . . . . .   | 101        |
| <b>B. Apéndice B</b>  | <b>103</b> |
| B.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov . . . . .                    | 103        |
| B.2. Teorema de La Salle . . . . .                                      | 104        |
| B.3. Estrategia de control recursivo adaptable (Backstepping) . . . . . | 104        |

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1.1.  | Vehículos HTOL . . . . .                                   | 3  |
| 1.2.  | Vehículos VTOL . . . . .                                   | 4  |
| 1.3.  | Vehículos Híbridos . . . . .                               | 6  |
| 1.4.  | Aeronaves Híbridas . . . . .                               | 8  |
| 1.5.  | VANT SkyTote . . . . .                                     | 9  |
| 1.6.  | VANT T-Hawk . . . . .                                      | 10 |
| 1.7.  | VANT T-Wing . . . . .                                      | 11 |
| 1.8.  | VANT Quad Tilt-wing . . . . .                              | 11 |
| 1.9.  | VANT Quad Shot . . . . .                                   | 12 |
| 1.10. | VANT híbrido C-PLANE v2.0 . . . . .                        | 15 |
| 2.1.  | Operación del VANT híbrido . . . . .                       | 19 |
| 2.2.  | Gráficas polar $C_m$ vs $C_L$ . . . . .                    | 20 |
| 2.3.  | Gráfica polar $C_m$ vs $C_L$ de aeronave estable . . . . . | 20 |
| 2.4.  | Geometría C-Plane v3.0 . . . . .                           | 25 |
| 2.5.  | Gráficas polares de perfiles . . . . .                     | 27 |

|   |    |
|---|----|
| 2.6. Configuración en XFLR5. . . . .  | 28 |
| 2.7. Gráficas $C_m$ vs $C_L$ . . . . .  | 29 |
| 2.8. Cálculo de coeficientes aerodinámicos variando $\alpha$ y $\beta$ . . . . .                        | 32 |
| 2.9. Cálculo de coeficientes aerodinámicos variando deflexiones en super-<br>ficies de control. . . . . | 32 |
| 2.10. Flujo en vuelo estacionario. . . . .  | 33 |
| 2.11. Flujo sistema coaxial. . . . .  | 35 |
| 2.12. Flujo en Ascenso. . . . .   | 36 |
| 2.13. Control en vuelo estacionario. . . . .  | 38 |
| 2.14. Cálculo de Coeficientes. . . . .  | 39 |
| 2.15. Modelo CAD del VANT. . . . .  | 40 |
|   |    |
| 3.1. Sistemas de Ejes. . . . .  | 42 |
| 3.2. Ángulos de Euler. . . . .  | 43 |
| 3.3. Transformaciones. . . . .  | 45 |
| 3.4. Rotación del Vehículo. . . . .   | 46 |
| 3.5. Fuerzas Aerodinámicas. . . . .   | 51 |
| 3.6. Variables en cuerpo. . . . .   | 52 |
|   |    |
| 4.1. Diagrama a bloques del Control. . . . .  | 57 |
| 4.2. Diagrama Control de orientación. . . . .   | 58 |
| 4.3. Fuerzas en vehículo. . . . .   | 65 |

|  |    |
|--|----|
| 4.4. Transiciones de vuelo. . . . .                      | 67 |
| 4.5. Aceleraciones y velocidades deseadas. . . . .       | 69 |
| 4.6. Trayectoria p vs h. . . . .                         | 69 |
| 4.7. Diagrama Control de posición. . . . .               | 72 |
| 4.8. Coeficientes aerodinámicos. . . . .                 | 73 |
| 5.1. Trayectoria deseada vs real. . . . .                | 80 |
| 5.2. Error en trayectoria. . . . .                       | 80 |
| 5.3. Error en velocidad. . . . .                         | 80 |
| 5.4. Trayectoria deseada vs real. . . . .                | 81 |
| 5.5. Error en coeficientes estimados vs reales. . . . .  | 82 |
| 5.6. Error en trayectorias deseadas vs reales. . . . .   | 82 |
| 5.7. Error en velocidad deseadas vs reales. . . . .      | 82 |
| 5.8. Empuje del motor. . . . .                           | 83 |
| 5.9. Deflexiones en superficies de control. . . . .      | 83 |
| 5.10. Cuaternios deseados. . . . .                       | 84 |
| 5.11. Trayectoria deseada vs real. . . . .               | 84 |
| 5.12. Error en coeficientes estimados vs reales. . . . . | 85 |
| 5.13. Error en trayectorias deseadas vs reales. . . . .  | 85 |
| 5.14. Error en velocidad deseadas vs reales. . . . .     | 86 |
| 5.15. Deflexiones en superficies de control. . . . .     | 86 |

|   |    |
|---|----|
| 5.16. Cuaternios deseados. . . . .                  | 86 |
| 6.1. Esquema. . . . .                               | 88 |
| 6.2. Pixhawk. . . . .                               | 88 |
| 6.3. GPS. . . . .                                   | 90 |
| 6.4. Datos de túnel de viento. . . . .              | 91 |
| 6.5. 3DR Radios 915 MHz. . . . .                    | 92 |
| 6.6. Batería. . . . .                               | 92 |
| 6.7. Servo. . . . .                                 | 93 |
| 6.8. Spectrum Dx7. . . . .                          | 93 |
| 6.9. Motor coaxial sin escobillas. . . . .          | 94 |
| 6.10. Controlador de Velocidad. . . . .             | 94 |
| 6.11. QGroundControl. . . . .                       | 95 |
| 6.12. Construcción Ala. . . . .                     | 96 |
| 6.13. Estructuras de madera contra chapada. . . . . | 96 |
| 6.14. Modo vuelo estacionario. . . . .              | 97 |
| 6.15. Modo vuelo crucero. . . . .                   | 97 |

# ÍNDICE DE TABLAS

---

|      |                                      |    |
|------|--------------------------------------|----|
| 2.1. | Medidas . . . . .                    | 24 |
| 2.2. | Perfiles Aerodinámicos . . . . .     | 26 |
| 2.3. | Características de Estudio . . . . . | 28 |
| 2.4. | Avión Compensado . . . . .           | 30 |
| 2.5. | Eigenvalores de los modos . . . . .  | 31 |
| 2.6. | Datos del motor Fabricante . . . . . | 37 |
| 2.7. | Componentes . . . . .                | 40 |
| 3.1. | Variables. . . . .                   | 44 |

# AGRADECIMIENTOS

---

A mis padres y familia por el cariño y apoyo que siempre me brindaron para realizar mis metas.

Al Dr. Octavio García por su guía, apoyo, tiempo, conocimientos y paciencia en la realización de esta tesis.

Al Dr. Eduardo Liceaga quien, a través de sus consejos y observaciones, formó parte importante de este trabajo.

Al M.C. Ondrej Karas por su apoyo, consejos y conocimientos aportados en la elaboración de este trabajo.

A los Doctores que integran el CIIIA por compartir su conocimiento y apoyo ante cualquier duda.

A mis compañeros de maestría por el gran ambiente de trabajo y camaradería que me brindaron.

Al CIIIA y FIME, por brindar sus instalaciones y permitirme interactuar con investigadores tan competitivos y brindarme la oportunidad de tener una formación de alto nivel.

A la UANL y UPIIG, por abrirme sus puertas y darme la oportunidad de adquirir nuevos conocimientos para mi desarrollo profesional.

Gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el financiamiento

económico otorgado para la realización de mis estudios de maestría.

# RESUMEN

---

Víctor Martínez Herrera.

Candidato para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica  
con orientación en Dinámica de Vuelo.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: NAVEGACIÓN DE UN VEHÍCULO AÉREO HÍBRIDO.

Número de páginas: 110.

**OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO:** Desarrollar un vehículo aéreo híbrido con prestaciones de helicóptero en vuelo vertical y avión en vuelo horizontal. Obtener un modelo aerodinámico del vehículo. Obtener la navegación del vehículo para el rango completo de operación. Probar los algoritmos en una plataforma experimental.

**CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES:** En esta tesis se obtuvieron el diseño, modelado, control y desarrollo de un vehículo aéreo no tripulado híbrido o convertible de tipo Tailsitter VTOL (C-Plane v3.0).

Firma del asesor: \_\_\_\_\_  
Dr. Octavio García Salazar

## CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN

---

Un sistema aéreo no tripulado (SANT) por sus siglas, es un sistema que comprende varios subsistemas el cual incluye la aeronave (VANT), su carga útil, autopiloto, estación de control, sistemas de comunicación, los sistemas de lanzamiento y recuperación del vehículo. Un SANT no debe de ser confundido con los llamados drones, los cuales son usados meramente como pasatiempo y deben de permanecer a la vista de un operador para su funcionamiento. Los drones están limitados a realizar ciertas tareas, es decir no poseen cierto grado de “inteligencia”, son pre-programados para realizar misiones en una ruta trazada previamente y regresar a la base. Estos no mantienen comunicación durante de la misión, y los datos de la misión son recuperados hasta que el vehículo regresa a la base. En cambio un SANT posee un mayor número de prestaciones. Este es capaz de comunicarse con el operador detrás la estación tierra, y proporcionar una serie de datos requeridos para la misión tales como posición, velocidad, altitud del vehículo, imágenes en tiempo real, incluso es capaz de enviar información del estado interno del sistema; tal como la cantidad de energía con la que cuenta, temperatura de los componentes, entre otros. Si una falla se presenta en cualquiera de los subsistemas, el SANT está diseñado para tomar una acción correctiva y alertar al operador del evento [3].

## 1.1 CLASIFICACIÓN DE VANTS

La cantidad de configuraciones de los VANTS es muy variada debido a la gran demanda de este tipo de vehículos para realizar diferentes tareas. Para nuestra conveniencia agruparemos estas configuraciones en tres tipos de acuerdo a su forma de despegar y aterrizar:

- HTOL por sus siglas en inglés (horizontal take-off and landing) se refiere a cualquier aeronave que necesite acelerarse horizontalmente para lograr despegar.
- VTOL por sus siglas en inglés (vertical take-off and landing) se refiere a cualquier aeronave capaz de despegar y aterrizar verticalmente.
- Híbridos son aeronaves que combinan las capacidades de los dos tipos anteriores.

### 1.1.1 HTOL

Después de varios años de desarrollo en aeronaves tripuladas, se ha reducido a tres tipos de configuración, determinado por el balance de levantamiento-peso y su estabilidad y control. Estos son “empenaje en popa”, “empenaje en proa” o “sin empenaje”.

- Configuración Ala principal en proa y superficies de control en popa.

Esta es la configuración convencional de las aeronaves y la más usada. El centro de gravedad es ubicado delante del centro de levantamiento del ala, y es balanceado por una carga en el empenaje de la aeronave, esto genera buena velocidad y estabilidad en el plano horizontal. Una aleta vertical genera un

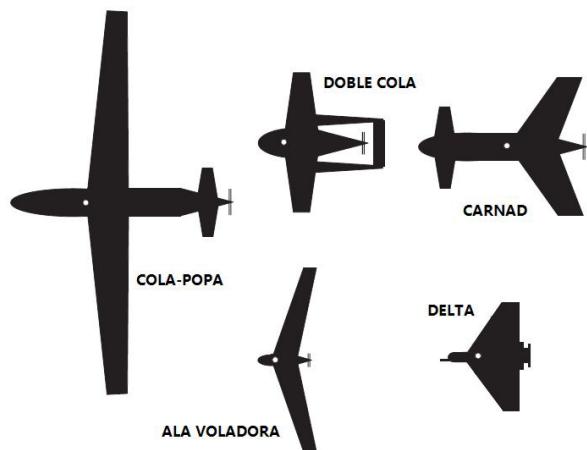


Figura 1.1: Vehículos HTOL.

efecto parecido a una veleta y da estabilidad en la guiñada, con un ángulo de diedro positivo en el ala se genera estabilidad en roll.

- Configuración Canard (empenaje en proa).

Este tipo de configuración tiene el estabilizador horizontal delante del ala principal. El centro de masa se ubica adelante del ala principal y es balanceado por una fuerza de levantamiento positiva generada por el estabilizador horizontal. Esta configuración es más eficiente que la configuración aerodinámicamente que la configuración convencional, pero tiene la desventaja de ser inestable direccionalmente.

- Configuración Ala Volante (sin empenaje).

Como su nombre lo dice este tipo de configuración carece de empenaje, actualmente existen varios modelos, prácticamente todos ellos con ala delta. Una de las ventajas es que al no tener empenaje, disminuye el arrastre generado por este, la desventaja es que debido a que carece de superficies de control, esto genera cierto grado de inestabilidad en guiñada y cabeceo.

### 1.1.2 VTOL

Existen varias configuraciones de helicópteros, todos diseñados para contrarrestar el contra-torque del rotor.

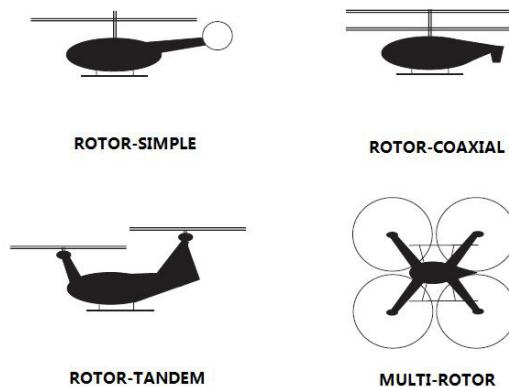


Figura 1.2: Vehículos VTOL.

- Rotor Simple.

En este tipo de configuración el torque generado por el rotor principal es contrarrestado por un pequeño rotor de cola, el cual generalmente debe de trabajar al 10 % del rotor principal.

Ya que la aeronave es asimétrica en todos los planos, esto genera que sea difícil de controlar, incluso el rotor de cola que se encarga de evitar el giro de la aeronave es un problema debido a su fragilidad.

- Rotor en Tándem.

Existe una relación de escala entre el tamaño de rotor con la masa del helicóptero, es por eso que es más conveniente para una aeronave pesada usar dos rotores chicos a uno grande. Aunque esto no es un obstáculo para los VANTs, debido a su tamaño. Incluso aunque el rotor en tandem ofrece configuración más fácil

de controlar que un vehículo de rotor simple, esta configuración comúnmente usada en VANTs

- Rotor Coaxial.

Las ventajas de este tipo de configuración incluyen una aerodinámica casi simétrica, al no tener rotor de cola no presenta vulnerabilidad, debido a su configuración es fácil de modificar su estructura para diferentes tareas. Debido a su simetría la respuesta a turbulencias es la menor de todas las configuraciones de helicópteros.

- Multi-rotores

Este tipo de configuración tiene como objetivo el eliminar los mecanismos usados para cambiar el ángulo de ataque de las palas en los vehículos de rotor simple. Esto es posible debido a la configuración de los rotores lo cual permite inclinaciones en cabeceo, alabeo y guiñada, tan solo con modificar las velocidades de los rotores. Actualmente este tipo de vehículos es de estudio principalmente en Universidades.

### 1.1.3 HÍBRIDOS

Los vehículos de tipo HTOL tienen como ventaja principal una mejor eficiencia de vuelo, lo cual se traduce en un rango de alcance mayor para efectuar misiones, pero presentan deficiencias en cuanto a maniobrabilidad y versatilidad, cosa contraria a los vehículos VTOL, los cuales son muy maniobrables pero muy poco eficientes en vuelo, es por eso que se ha tenido la necesidad de crear un nuevo tipo de configuración, que tenga las bondades de las dos configuraciones.

- Aeronave de rotor convertible. Es una de las configuraciones más usadas, consiste en montar un rotor en la punta del ala principal de un HTOL. Los rotores son horizontales en vuelo vertical, pero tienen la capacidad de girar 90, para

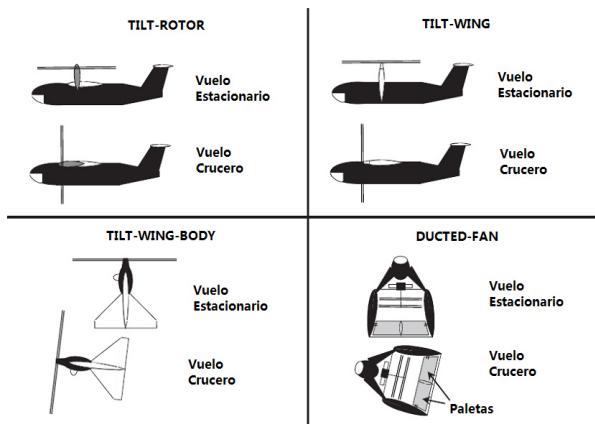


Figura 1.3: Vehículos Híbridos.

convertirse en hélices para vuelo horizontal. Una de las principales desventajas de este tipo de aeronaves son los mecanismos que permiten el movimiento de rotores, ya que vuelven compleja su construcción e incrementando el peso del vehículo.

- **Tilt-wing-body Aircraft** Este tipo de configuración como su nombre lo dice, la aeronave realiza un giro de 90 grados para lograr la transición de vuelo, esto es cuando está en modo de vuelo estacionario su peso es soportado solo por el impulso de las hélices, una de las ventajas de este tipo de configuración es que no necesita mecanismos complicados para realizar la transición, únicamente necesita superficies de control y de un algoritmo de control preciso para realizar la maniobra de transición.

## 1.2 JUSTIFICACIÓN

A través de la historia de la aeronáutica, se han desarrollado nuevas configuraciones de aeronaves, en respuesta a nuevas necesidad y retos que la aeronave debe de superar en las misiones. Una de estas configuraciones en particular es el Tailsitter.

Tailsitter, como su nombre en inglés lo indica, descansa sobre el empenaje o

cola del vehículo cuando este no está en vuelo. Este tipo de vehículo puede despegar y aterrizar verticalmente, siendo parte de los llamados VTOL (Vertical Take-Off and Land) por sus siglas en inglés. Equipado con un poderoso motor, el Tailsitter es capaz de usar la fuerza de empuje de la hélice, para mantenerse en el aire, como lo hace un helicóptero, este modo se le conoce como vuelo estacionario. Debido a la forma en como está construido, es posible para este tipo de configuración realizar una transición de vuelo estacionario a vuelo recto y nivelado como en las aeronaves del tipo ala fija, lo cual permite una mayor eficiencia en vuelo que el modo de vuelo estacionario.

El cambiar de modo de vuelo abre nuevas posibilidades y usos para misiones, cerradas para otras configuraciones de VTOL tales como los helicópteros, los cuales permanecen todo el tiempo en un modo de vuelo ineficiente. En los años posteriores a la segunda guerra mundial, el concepto del tailsitter fue profundamente explorado e incluso se desarrollaron algunas aeronaves experimentales. La premisa de tal investigación era el desarrollar una aeronave de combate de corto alcance que pudiera despegar y aterrizar en un área confinada tal como la cubierta de un destructor. Una de esas aeronaves fue el Convair XFY-1 Pogo Figura 1.4a, el cual voló por primera vez en 1954, otro famoso tailsitter fue el Ryan X-13 Vertijet Figura 1.4b, impulsado por un motor jet, voló exitosamente en 1956. Aunque el tailsitter era en teoría posible, en práctica resultó ser difícil para los pilotos de prueba el volarlo. Por tal motivo el proyecto fue abandonado [13].

Últimamente, gracias al avance y la miniaturización de las computadoras, se ha permitido el desarrollar vehículos aéreos no tripulados (VANT). Estos pequeños VANT, han probado ser muy útiles tanto en aplicaciones civiles como militares, realizando tareas como vigilancia aérea, seguimiento de objetos, monitoreo de incendios forestales, patrullaje de frontera, operaciones de búsqueda y rescate. Tomando como ejemplo las operaciones de búsqueda y rescate, es clara la ventaja de un VTOL sobre una aeronave convencional cuando es necesario el monitorear un objetivo estático, ya que las aeronaves de ala fija convencionales al no poder permanecer en vuelo



(a) Convair XFY-1 Pogo    (b) Ryan X-13 Vertijet

Figura 1.4: Aeronaves Híbridas.

estacionario, deben de dar vueltas sobre el área en cuestión varias veces, resultando en una pérdida de energía y tiempo. Lo cual con un vehículo capaz de realizar vuelo estacionario solo se está limitado a la duración de la batería.

Las limitaciones de la batería, se vuelven significantes para los VTOL de configuración helicóptero, ya que al mantenerse en vuelo estacionario requieren de una gran cantidad de energía debido a que el peso de la aeronave debe ser soportado por el sistema de propulsión, sin la ayuda de ninguna superficie alar como las aeronaves de ala fija.

Es por este problema de rango de vuelo y la posibilidad de realizar vuelo estacionario en un mismo vehículo, que se ha rediseñado la configuración del tailsitter para su uso como plataforma VANT. Ahora el principal problema que se tenía en los años 50's es resuelto a través de un autopiloto computarizado el cual se encarga de controlar el vehículo mediante algoritmos de control; sin embargo, el trabajo se enfocara en el algoritmo de transición entre los modos de vuelo estacionario y vuelo crucero del vehículo.

## 1.3 ANTECEDENTES

### 1.3.1 SKY TOTE

Es un prototipo diseñado por Aero Vironment Inc. Esta aeronave es del tipo tilt-wing-body, muy parecida a una aeronave combate creada por Convair en los 1960s, posee un ala principal de alto alargamiento y un empenaje para controlar el vuelo estacionario. Está diseñado para llevar una carga de hasta 50 lb, con una duración en vuelo de hasta 1.5 horas, viajando a una velocidad de hasta 200 nudos [7].



Figura 1.5: VANT SkyTote.

### 1.3.2 T-HAWK MAV

El T-Hawk o RQ-16A es un MAV (micro aerial vehicle) resultado del programa Organic Air Vehicle por la Defense Advanced Research Projects Agency (DARPA). El sistema permite repuesta en tiempo real para el manejo de situaciones críticas. Está diseñado para volar durante 50 min a una velocidad de 40 nudos [15].



Figura 1.6: VANT T-Hawk.

### 1.3.3 T-WING TAIL-SITTER

Es un VANT tail-sitter desarrollado por la Universidad de Sidney y la compañía australiana Sonacom Pty Ltd. Hace uso de superficies de control, localizadas en el flujo de viento de las hélices para el control del vuelo estacionario. Es impulsado por dos motores a gasolina de 78cc, tiene una envergadura de 2.1 m y un peso total de 30 kg. Este vehículo posee una tarjeta PC-14 a bordo como autopiloto que se encarga de controlar los servos y adquirir los datos de la IMU y el GPS [34].



Figura 1.7: VANT T-Wing.

#### 1.3.4 QUAD TILT-WING

Este VANT fue desarrollado por la Universidad de Chiba en colaboración con la compañía GH Craft, es capaz de cargar 5 Kg. El VANT impulsado por motores eléctricos, tiene una masa total de 23 kg, una envergadura de 1 m. Este vehículo es capaz de volar durante 15 min a velocidades de hasta 81 nudos [4].



Figura 1.8: VANT Quad Tilt-wing.

### 1.3.5 QUADSHOT

Es una plataforma robótica de configuración VTOL. Su alta maniobrabilidad es lograda gracias a la combinación de un sistema de propulsión diferencial y superficies de control. Este vehículo del tipo tail-sitter Ala voladora es constantemente estabilizado por una tarjeta controladora a bordo, programada para tres modos de vuelo, vuelo estacionario, vuelo horizontal y vuelo acrobático. En modo de vuelo estacionario el vehículo vuela de manera lateral, similar a un cuadrirotor, en este modo puede mantener su posición con cierto grado de precisión, con la ayuda de un GPS. En modo de vuelo horizontal vuela como un HTOL para cubrir grandes distancias de manera eficiente y rápida [32].



Figura 1.9: VANT Quad Shot.

## 1.4 METODOLOGÍA DE DISEÑO

La metodología de diseño para todo tipo de sistema contempla tres fases:

- Fase conceptual.
- Diseño preliminar.
- Diseño en detalle.

### 1.4.1 FASE CONCEPTUAL.

En esta fase se contempla todas las posibles opciones, para esto se requiere de un estudio del estado del arte, para poder conocer que existe y tener un punto de partida del cual se propondrá una nueva solución, o mejoras al sistema, en esta fase se contemplan de manera general todas la tecnologías involucradas en el proyecto con el objetivo de encontrar una combinación adecuada que permita el éxito del proyecto.

### 1.4.2 DISEÑO PRELIMINAR.

Una vez que se tiene la idea de que se quiere diseñar, se puede empezar a detallar cada uno de los subsistemas, para así conocer como interactuarán entre sí, sean sistemas mecánicos ó electrónicos. Esta tarea se ha venido facilitando gracias al uso de software CAD, estos te permiten el tener una idea más palpable de lo que se planea construir. Gracias a esto es posible saber la cantidad de material y el costo que tendrá el proyecto.

### 1.4.3 DISEÑO DETALLADO.

En este punto se realizará un análisis más detallado de la aerodinámica, dinámica, estructuras, esquemas electrónicos y mecánicos que constituirán el sistema, especificaciones técnicas entre otros. También debe de contemplarse que partes y equipos deben de fabricarse o comprarse, y en dado caso la maquinaria a usar para la fabricación de las partes.

## 1.5 COMPOSICIÓN DE SISTEMAS

En esta sección se describirán la función e interacción de los principales subsistemas que conforman un SANT. Hasta este punto se han citado una gran variedad de trabajos en VANTs, dejándonos un punto de partida de los subsistemas necesarios para un SANT.

### 1.5.1 ESTACIÓN DE CONTROL EN TIERRA.

Usualmente ubicada en tierra, la estación de control es el centro de operaciones donde se encuentra las interfaces hombre máquina o HMI. Desde la EC el operador envía órdenes o datos para que la aeronave cumpla cualquiera que sea su misión, por medio de un sistema de comunicaciones. De manera similar, la aeronave será capaz de regresar información e imágenes al operador o datos del estado de los sistemas a bordo de la aeronave.

Para nuestro caso una computadora personal con un software que emule el funcionamiento de una estación de control será suficiente. Actualmente existen varios softwares que convierten la PC a una estación de control en tierra (GCS) (Mission Planner, APM Palnner 2, MAVProxy, Tower DroidPlanner 3, AndroPilot, MAViPilot, iDroneCtrl and QGroundControl), la elección del software dependerá del piloto automático a usar.

### 1.5.2 CONFIGURACIÓN DEL VANT

De las múltiples configuraciones de vehículos híbridos, se eligió el tilt-body, debido a que este tipo de vehículo presenta una estructura sencilla, que no implica el uso de mecanismos para la transición de vuelo, haciéndolo de fácil y barata su construcción.

Dentro de esta rama se seleccionó un ala trapezoidal con flechado positivo sin empenaje del tipo tail sitter, se ha elegido esta configuración debido a que su geometría presenta mayor facilidad a la hora de despegar y aterrizar sin la necesidad de algún otro dispositivo.

A pesar de que la configuración propulsora es decir con el motor y hélice montado en la parte posterior, tiene una mayor eficiencia en vuelo recto y nivelado, esta no es conveniente cuando el vehículo este en modo de vuelo estacionario ya que la fuerza de propulsión se encontrara por debajo del centro de gravedad, convirtiendo al sistema en un péndulo invertido, que por naturaleza es inestable. Por esto se propone una configuración propulsora tractora, es decir el motor y hélice ubicados en la nariz del vehículo. La cual constará de un motor coaxial contra rotativo para cancelar el par generado por el giro.

Las superficies de control deberán permitir el control total del vehículo, tanto para vuelo nivelado, así como para vuelo estacionario. Es por esa razón que se doto al VANT con superficies que cumplan la tarea de un elevador, timón y ailerones. A continuación en la Figura 1.10 se muestra una primera aproximación de la configuración del VANT.

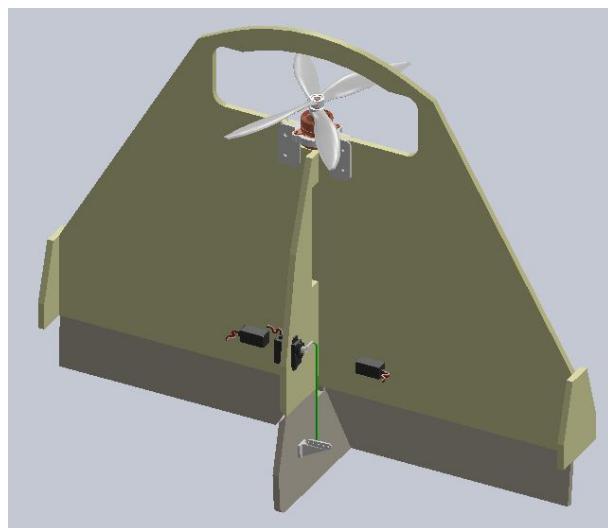


Figura 1.10: VANT híbrido C-PLANE v2.0.

### 1.5.3 SISTEMAS DE NAVEGACIÓN.

La navegación involucra un conjunto de técnicas e instrumentos, que permiten conducir de manera eficaz un vehículo a su lugar destino. Actualmente para que un VANT pueda ser autónomo, es necesario que el sistema de control pueda contar con datos de su entorno para poder conducirse correctamente en él. Gracias al desarrollo de tecnología, la navegación ha venido mejorando hasta llegar al punto de hacer uso de sistemas como el Sistema de Posicionamiento Global o GPS por sus siglas en inglés, que como su nombre lo dice, te permite conocer la posición del vehículo con gran exactitud, abriendo una gran oportunidad para los sistemas autónomos. Hasta el momento solo se ha hablado de la posición del vehículo en la tierra, pero para que el vehículo pueda dirigirse correctamente en el espacio, necesita conocer su orientación, esto concierne a una rama de la navegación conocida como navegación inercial.

#### 1.5.3.1 NAVEGACIÓN INERCIAL.

Un sistema de navegación inercial, a diferencia del sistema GPS no depende de señales externas. Sino de un arreglo de sensores de movimiento y rotación. Tales como acelerómetros y giroscopios, los cuales brindan señales que mediante algoritmos de estimación, es posible calcular con gran precisión las velocidades y posiciones angulares del VANT o aeronave. Este tipo de sistemas se les denomina unidad de medición inercial o IMU por sus siglas en inglés, la cual opera sobre los tres ejes ortogonales del cuerpo de la aeronave que se usan como referencia para su posicionamiento.

Con el desarrollo de la tecnología estas IMUs dejaron de ser mecánicas para convertirse en pastillas de estado sólido (MEMs), lo cual presentan una ventaja considerable al reducir el peso de estos dispositivos, pero continúan presentando limitaciones. Principalmente algo llamado "deriva", error de posición que se va in-

creciente conforme transcurre el tiempo, actualmente los sistemas de navegación usan la IMU y el GPS para eliminar este problema.

#### 1.5.4 SISTEMAS DE COMUNICACIÓN.

El principal y más demandante requerimiento para el sistema de comunicación es el proveer el enlace de datos entre la estación de control y el VANT. El medio de transmisión más usado son las radiofrecuencias. Usualmente el enlace de datos trabaja de las siguientes maneras.

- Enlace de datos ascendente (de la EC al VANT)

Transmitir la ruta de vuelo, la cual es posteriormente almacenada en el sistema de piloto automático.

Transmitir en tiempo real los comandos al auto piloto cuando la intervención del piloto es necesitada.

Transmitir actualizaciones de datos para la misión

- Enlace de datos descendente (del VANT a la EC)

Transmitir la posición del VANT.

Transmitir datos de sensores o imágenes.

Transmitir el estado actual de los sistemas internos del SANT.

Los sistemas de comunicación usualmente hacen uso de módems de radiofrecuencias para el enlace de datos, algunos ejemplos con el RFDesign RFD900 y los módulos XBee.

## CAPÍTULO 2

# VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO HÍBRIDO

---

Como se ha mencionado en capítulos anteriores existen una extensa variedad de VANT híbridos dentro de los cuales, para este trabajo se ha seleccionado un ala trapezoidal en configuración de tiltbody con propulsión tractora contra-rotativa-coaxial, debido a su simplicidad mecánica que permite reducir peso y complejidad en la estructura del vehículo.

La ventaja que presenta el diseñar una aeronave sin empenaje contra una convencional es que la aeronave sin empenaje transporta la misma carga útil con una mayor eficiencia. Sin embargo este tipo de aeronaves tienen un rango reducido para posicionar el centro de gravedad, lo cual complica la distribución de peso de la aeronave. Además de que usan un tipo especial de perfil el cual impide el alcanzar altas velocidades.

La configuración mencionada anteriormente, fue propuesta para que el vehículo se desempeñe de manera adecuada en los diferentes modos de vuelo. Por lo cual es necesario que cuente con los actuadores y superficies de control que permitan maniobrar efectivamente al vehículo en sus diferentes modos de operación, como se muestra en la Figura 2.1, el vehículo debe (1) despegar en forma vertical y ascender

hasta una altura deseada, (2) realizar una maniobra que permita la transición al vuelo horizontal, (3) realizar su misión en modo de vuelo crucero, (4) realizar maniobra para retomar su posición de vuelo estacionario y (5) lentamente descender para aterrizar.

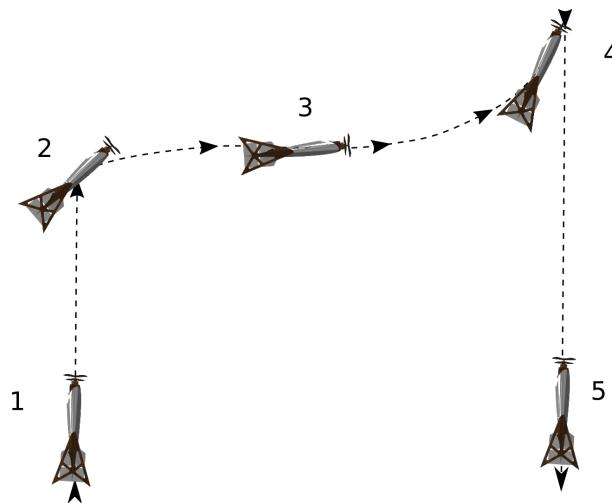
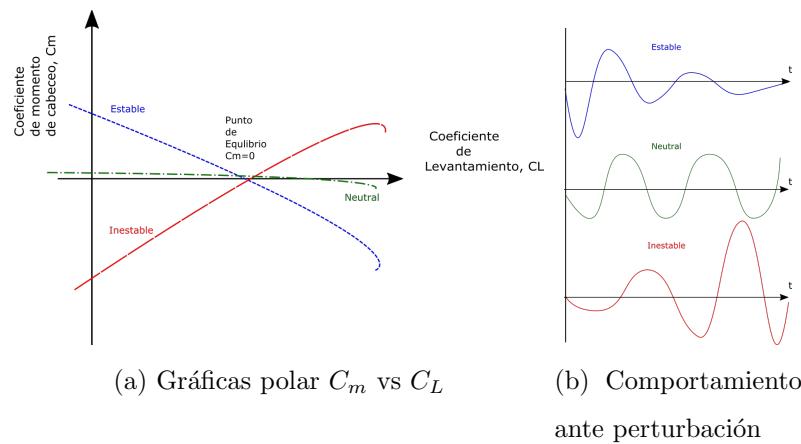


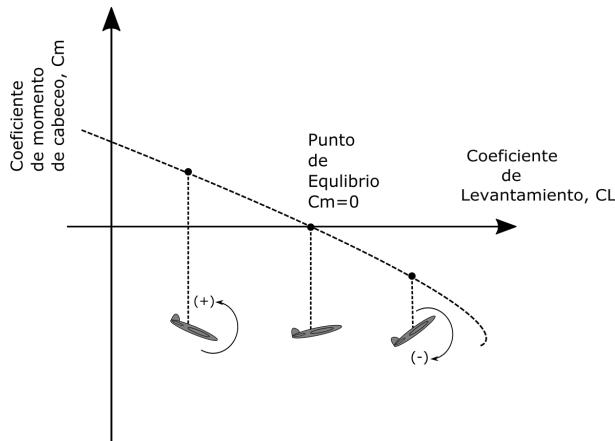
Figura 2.1: Operación del VANT híbrido.

## 2.1 ESTABILIDAD LONGITUDINAL

Uno de los principales problemas en alas voladoras, es su estabilidad longitudinal. Para poder entender el concepto de estabilidad longitudinal de una aeronave, es necesario el interpretar las curvas polares de la aeronave completa, en particular la gráfica de  $C_m$  vs  $C_L$ ; donde  $C_m$  es el coeficiente de momento de cabeceo y  $C_L$  es el coeficiente de levantamiento [6]. Esta curva puede presentar tres diferentes tipos de comportamiento estos son: estable, neutral e inestable, en la Figura 2.2a se muestra cada una de las curvas. El comportamiento estable como su nombre lo dice el aeronave es capaz de regresar a un estado de equilibrio después de una perturbación, el comportamiento neutral es indiferente, es decir no parece realizar ningún tipo de acción ante una perturbación, y por último el inestable que diverge del estado de equilibrio [33]. Esta curva debe su comportamiento a la configuración aerodinámica del vehículo.

Figura 2.2: Gráficas polar  $C_m$  vs  $C_L$ .

En la Figura 2.3 se muestra una curva típica de  $C_m$  vs  $C_L$  de una aeronave estable con mandos fijos, el aeronave típicamente opera en el punto de equilibrio  $C_m = 0$ , esto quiere decir que si el aeronave es perturbada tenderá a recuperar su estado inicial de  $C_m = 0$ .

Figura 2.3: Gráfica polar  $C_m$  vs  $C_L$  de aeronave estable.

En ese estado de equilibrio pueden ocurrir dos casos: I. Una perturbación que incremente el ángulo de ataque, el cual está relacionado con un incremento en  $C_L$ , que a su vez generará un  $C_m$  negativo, lo que provocará una fuerza que contrarreste el incremento del ángulo de ataque haciendo que la aeronave vuelva a su estado inicial de  $C_m = 0$ . En otro caso, una perturbación contraria que genere un decremento en el ángulo de ataque, lo cual tendrá un efecto similar al descrito en el primer caso pero

con sentido contrario lo que provocará que se regrese a su estado inicial de  $C_m = 0$  [17].

## 2.2 MÉTODOS PARA CALCULAR FUERZAS AERODINÁMICAS

Para realizar los cálculos de las fuerzas aerodinámicas involucradas, es posible simplificar los cálculos separando el problema en dos partes [9]:

- Efectos internos. Son efectos que actúan en la capa límite debido a la viscosidad. La capa límite es sumamente pequeña en comparación con otras dimensiones, sin embargo estos efectos no pueden despreciarse, dado que aportan información acerca del arrastre viscoso, algunos programas que pueden hacer este tipo de cálculo son Xfoil y Wineppeler.
- Efectos externos. Son efectos que actúan fuera de la capa límite, tales como fuerzas de presión. Estos son calculados por métodos de vórtice que calculan el potencial del flujo, ejemplos de tales programas son AVL, XFLR5.

El software XFLR5 es usado en este trabajo para calcular la estabilidad y los coeficientes aerodinámicos de la aeronave. Debido a que es un software libre, que permite realizar análisis aerodinámicos de perfiles y aeronaves completas, que operan a bajos números de Reynolds, el método de cálculo que se utilizó fue el VLM (Vortex Lattice Method).

## 2.3 DISEÑO Y ANÁLISIS AERODINÁMICO

La estabilidad longitudinal es probablemente el principal problema que se enfrenta cuando se trata de diseñar un vehículo aéreo sin empenaje.

Debido a esto, es importante considerar lineamientos, al momento de diseñar este tipo de vehículos, a continuación se abordaran y explicarán las reglas fundamentales que formaran parte del proceso de diseño [5], [1], [27].

Comenzaremos con mencionar los cuatro conceptos que se consideraron durante el proceso:

- Centro de Gravedad.

La estabilidad depende de la localización del centro de gravedad en relación al punto neutro, entre más adelante se encuentre el centro de gravedad más estable será la aeronave. El término factor de estabilidad o margen estático, sirve para denotar la distancia entre el centro de gravedad y el punto neutro. El punto neutro se encuentra ubicado al 25 % de la cuerda aerodinámica media. El margen de estabilidad  $SM$  está definido en porcentaje de la cuerda media. Si el centro de gravedad se encuentra en el punto neutro o centro aerodinámico, el margen de estabilidad será cero, si esto ocurre la aeronave no podrá recuperarse al entrar en pérdida, en lugar descenderá como un paracaídas. Por otro lado cuando se encuentra en vuelo normal un factor de estabilidad positivo, debido al centro de gravedad ubicado en frente del punto neutro, este provocará un cabeceo negativo de la aeronave, el cual si no es contrarrestado generará un giro de la aeronave nariz hacia abajo.

- Momento de Cabeceo

Si la aeronave utiliza un perfil aerodinámico convencional, esta tenderá a rotar nariz abajo durante el vuelo, para evitar esto debe de existir una fuerza que contrarreste este efecto. Los perfiles aerodinámicos de alto coeficiente de levantamiento usualmente tienen altos momentos de cabeceo negativos. Si este tipo de perfiles son usados en la cuerda raíz de la aeronave, debe de existir un mecanismo capaz generar una fuerza de igual magnitud pero contraria. Esto puede lograrse al generar un ángulo de torcimiento en las puntas del ala. Otra opción es el uso de perfiles aerodinámicos denominados auto-estables los cuales

generan momentos de cabeceo positivos, capaces de contrarrestar el momento provocado por el peso de la aeronave [26].

- Ángulo de Flechado.

El incrementar el flechado provoca mayor estabilidad longitudinal, esto es debido a que entre mayor sea el brazo de palanca, mayor será el efecto de las fuerzas aerodinámicas sobre la aeronave. Sin embargo hay que tomar en cuenta que al incrementar el ángulo de flechado provoca que cualquier movimiento de guiñada genere un fuerte momento de alabeo, lo cual puede ser difícil de contrarrestar por las superficies de control.

- Coeficiente de levantamiento.

El coeficiente de levantamiento es proporcional al ángulo de ataque, por lo cual debe de elegirse un ángulo de ataque para el cual el coeficiente de levantamiento contrarreste el peso de la aeronave, además de tener un coeficiente cabeceo cero a dicho ángulo de ataque.

### 2.3.1 GEOMETRÍA ALAR

Como cualquier otra aeronave, el ala puede ser recta, con flechado positivo o negativo. Las aeronaves con flechado negativo no son recomendadas debido a su inestabilidad. La elección dependerá del rango de tolerancia del centro de gravedad, existe una relación que establece que para un mayor rango de movilidad del centro de gravedad, mayor deberá ser el flechado del ala. Pero un flechado demasiado grande significa un menor desempeño.

A continuación se muestra la geometría del ala voladora que se desarrolló en este trabajo de tesis, como se observa en la Figura 2.4a es un ala trapezoidal, sin flecha en el borde de salida, con estabilizador vertical simétrico, las superficies de control con las que cuenta son elevones y un timón de dirección a un 25 % de la cuerda del perfil. La geometría y medidas que se muestran en la Tabla 2.1, se propusieron

con el objetivo de que el vehículo tuviera los requerimientos mínimos para llevar consigo instrumentación que permitiera su operación tanto en vuelo estacionario como en vuelo crucero.

Tabla 2.1: Medidas

| Símbolo                 | Valor        | Descripción                            |
|-------------------------|--------------|--|
| $m$                     | 0.92 kg      | masa del vehículo                      |
| $b$                     | 0.8 m        | envergadura ala                        |
| $c_r$                   | 0.4 m        | cuerda raíz ala                        |
| $c_t$                   | 0.2 m        | cuerda de punta ala                    |
| $S$                     | 0.24 $m^2$   | superficie del ala                     |
| $AR$                    | 2.66         | alargamiento                           |
| $b_v$                   | 0.2 m        | envergadura estabilizador vertical     |
| $c_{r_v}$               | 0.15 m       | cuerda raíz estabilizador vertical     |
| $c_{t_v}$               | 0.10 m       | cuerda de punta estabilizador vertical |
| $S_v$                   | 0.025 $m^2$  | superficie del estabilizador vertical  |
| $\lambda$               | 0.5          | estrechamiento de ala                  |
| $\Lambda_{TE}$          | 0 rads       | flecha en borde de salida del ala      |
| $\Lambda_{LE}$          | $\pi/4$ rads | flecha en borde de entrada del ala     |
| $\Lambda_{\frac{1}{2}}$ | $\pi/4$ rads | flecha en la mitad de la cuerda        |

### 2.3.2 CONFIGURACIÓN NOMINAL

Para poder realizar el análisis aerodinámico, es necesario definir el centro de gravedad del ala ( $X_{CG}$ ). Este es colocado de modo que se tenga un margen estático  $SM = 10\%$ , para lo cual es necesario hacer una estimación del punto neutro del ala ( $X_{NP}$ ). El punto neutro es el punto donde no existe cambio en el momento de cabeceo debido a un cambio en el ángulo de ataque [8], también es interpretado como el lugar más atrasado posible en el que se puede encontrar el centro de gravedad de la aeronave

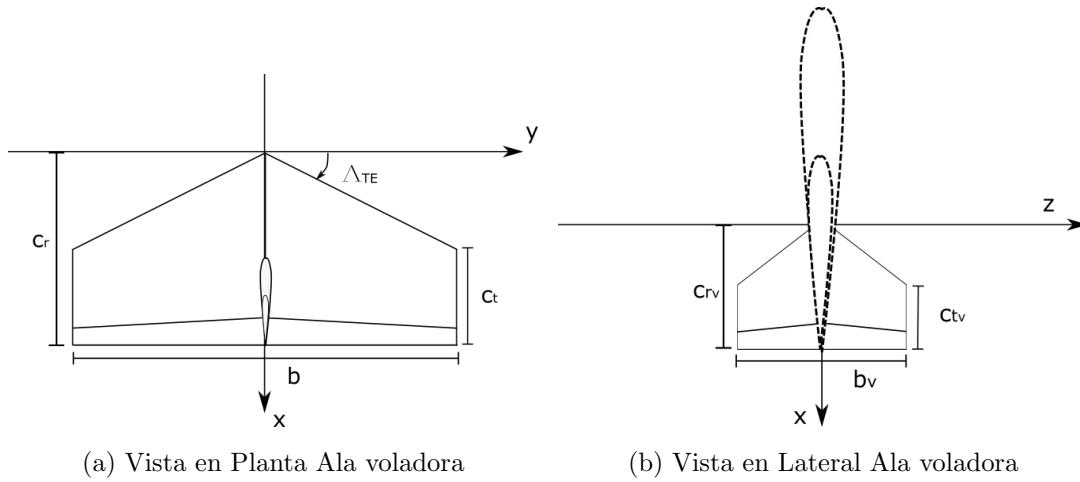


Figura 2.4: Geometría C-Plane v3.0.

para que este sea longitudinalmente estable. Es decir, si el valor de SM es positivo, se tendrá un avión estable  $SM = \frac{X_{NP} - X_{CG}}{c_{ma}}$ .

A continuación se procede a calcular el punto neutro del ala. Se puede estimar a partir de la cuerda media aerodinámica ( $c_{ma}$ ), la cuerda raíz ( $c_r$ ), el estrechamiento ( $\lambda$ ), la flecha en el borde de ataque ( $\Lambda_{LE}$ ) y la flecha en el borde de salida ( $\Lambda_{TE}$ ).

$$\begin{aligned}
 c_{ma} &= \frac{2c_r(1 + \lambda + \lambda^2)}{3(1 + \lambda)} = 31.1\text{cm} \\
 y_{cma} &= \frac{c_{ma} - c_r}{\tan(\Lambda_{TE}) - \tan(\Lambda_{LE})} = 17.7\text{cm} \\
 X_{NP} &= y_{cma} \tan(\Lambda_{LE}) + \frac{c_{ma}}{4} = 16.6\text{cm} \\
 X_{CG} &= X_{NP} - SM c_{ma} = 13.5\text{cm}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

### 2.3.3 PERFIL AERODINÁMICO

La elección del perfil aerodinámico es un paso muy importante en el proceso de diseño, es por eso que nos basaremos en perfiles ya usados en diferentes configuraciones de ala voladoras. Se buscó en documentación los perfiles usados, posteriormente se analizaron con la herramienta XFRL5, para encontrar el perfil con mejor desempeño

de acuerdo a la configuración del aeronave [14]. A continuación en la Tabla 2.2 se muestra una lista de perfiles que fueron diseñados para alas voladoras.

Tabla 2.2: Perfiles Aerodinámicos

| Nombre                | Abreviatura | Descripción                                 |
|-----------------------|-------------|---|
| EPPLER 339            | e339        | Perfil para alas voladoras                  |
| RONCZ                 | marske7     | Perfil de bajo arrastre para alas voladoras |
| Martin Hepperle MH 60 | mh60        | Perfil para alas voladoras                  |
| Martin Hepperle MH 78 | mh78        | Perfil para alas delta                      |

Para el caso del estabilizador vertical no es necesario realizar un análisis, con elegir un perfil simétrico de uso general será suficiente, por lo que proponemos el perfil NACA 0008.

### 2.3.4 ESTUDIOS EN 2D

Este estudio se realizó sobre un módulo que usa como base Xfoil, con el objetivo de generar los datos que XFLR5 necesita de los perfiles para realizar posteriormente los cálculos del ala completa, y obtener las principales características aerodinámicas.

Primero es necesario definir el rango de número de Reynolds dentro de los cuales el vehículo volará, para esto es necesario proponer una velocidad crucero, podemos aproximar un cálculo basándonos en algunas suposiciones. Comúnmente el ángulo de ataque de un aeronave en vuelo normal se ubica entre  $3 \leq \alpha \leq 10$ , podemos obtener un valor promedio de  $C_L$  de los perfiles aerodinámicos, pero ya que los valores que se calculan con Xfoil son considerando un ala infinita, hay que aproximar el coeficiente que tendrá nuestra ala usando la aproximación de pendiente de la curva de levantamiento para una ala finita con flechado, descrita por la ecuación

[23]

$$C_L \approx \frac{\pi AR}{1 + \sqrt{1 + (\frac{AR}{2})^2}} \alpha \quad (2.2)$$

de la cual encontramos que para el rango de ángulos de ataque el promedio da un  $C_L \approx 0.3$ , usando este coeficiente en la ecuación de levantamiento e igualando al peso del vehículo  $mg = \frac{1}{2}\rho SC_L V_c^2$ , obtenemos una aproximación de la velocidad crucero  $V_c \approx 13.9m/s$ , la cual consideramos dentro de los requerimientos de diseño del vehículo.

Con los datos anteriores y la ecuación  $R_e = \frac{V\bar{c}}{\nu}$  obtenemos un rango de  $180000 \leq R_e \leq 390000$  para el ala y  $90000 \leq R_e \leq 150000$  para el estabilizador vertical, donde la viscosidad cinemática  $\nu = 1.46 \times 10^{-5} m^2/s$  y  $c_t \leq \bar{c} \leq c_r$ .

También es necesario calcular el número de Mach de vuelo, este se fijó a un valor constante, puesto que es muy pequeño y los efectos compresibles son despreciables. El Mach se calcula como,  $Mach = \frac{V}{\sqrt{\gamma p}} = 0.041$ , donde  $p = 101325 Pa$  y  $\gamma = 1.4$  para el aire. Con los datos que se calcularon anteriormente se procede a realizar el análisis de los perfiles en 2D, algunas de las gráficas polares se muestran en la Figura 2.5.

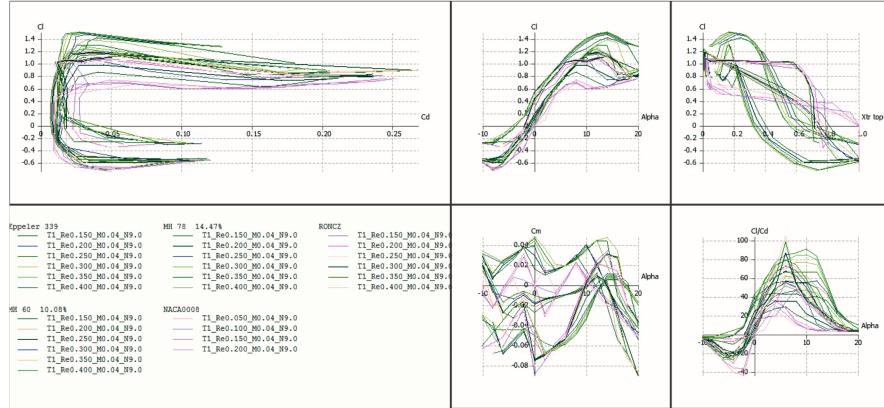


Figura 2.5: Gráficas polares de perfiles.

### 2.3.5 ESTUDIOS EN 3D

Primeramente se realiza un estudio con el objetivo de elegir el perfil aerodinámico adecuado para la aeronave, en otras palabras el perfil que dará las características para una aeronave funcional y estable longitudinalmente. Esto puede saberse en base a la interpretación de las gráficas polares de la aeronave completa. Se realizaron los análisis en XFLR5 con las características que se muestran en la Tabla 2.3. Este análisis se realizó con la misma configuración de aeronave ver Figura 2.6 cambiando solamente el perfil en cada caso.

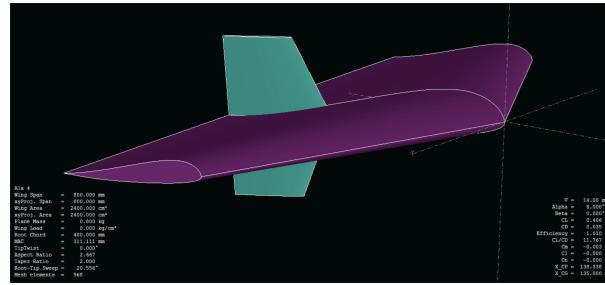


Figura 2.6: Configuración en XFLR5.

Tabla 2.3: Características de Estudio

| Nombre   | Valor                     | Descripción                                 |
|----------|---------------------------|---|
| V        | 14 m/s                    | velocidad del fluido                        |
| $\alpha$ | $-10 \leq \alpha \leq 20$ | rango de barrido ángulo de ataque en grados |
| $\beta$  | 0                         | ángulo de derrape en grados                 |
| m        | 0.92 kg                   | masa del vehículo                           |
| $X_{CG}$ | 13.5 cm                   | centro de gravedad con SM=10 %              |

Como ya se mencionó en el apartado de estabilidad longitudinal la gráfica polar que permite determinar si el vehículo será estable es la gráfica  $C_m$  vs  $C_L$ . Como se observa en la Figura 2.7, todos los perfiles tienen pendiente negativa, lo cual hace al aeronave estable, pero solo los perfiles marske7 y mh78 presentan coeficiente de levantamiento positivo, sobre estos dos elegimos el perfil mh78 ya que el punto de

equilibrio lo alcanza cuando  $C_m \approx 0$ , con  $\alpha \approx 7.2$  y un  $C_L \approx 0.36$  mayor al del perfil marske7. Esto con el objetivo de que logre levantar el peso de la aeronave a una menor velocidad.

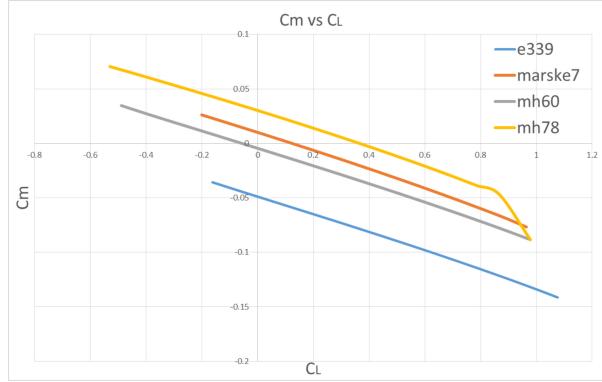


Figura 2.7: Gráficas  $C_m$  vs  $C_L$ .

### 2.3.6 ESTUDIO DE ESTABILIDAD

En esta sección se analizará la estabilidad estática y dinámica del ala voladora, a partir de una condición de vuelo establecida. Se analizaron las derivadas de estabilidad obtenidas usando XFLR5. Para verificar el cumplimiento de los criterios de estabilidad se calcularon de los modos longitudinales y laterales-direccionales del ala. El primer paso para obtener las derivadas de estabilidad, es el definir un estado de vuelo simétrico, rectilíneo, estacionario y con velocidades angulares nulas. Las variables que faltan calcular son el ángulo de ataque  $\alpha$ , velocidad crucero  $V_c$  y la deflexión del elevador necesaria para que el ala opere a esas características.

Para que el avión permanezca en ese estado de equilibrio, la suma de momentos y fuerzas deben de cumplir que  $mg = L$  y  $\mathcal{M} = 0$ .

$$\begin{aligned} L &= (C_{L_0} + C_{L\alpha}\alpha)\frac{1}{2}\rho V^2 S \\ \mathcal{M} &= (C_{m_o} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\delta_e}\delta_e)\frac{1}{2}\rho V^2 S c_{ma} \end{aligned} \tag{2.3}$$

Para encontrar la solución a las ecuaciones (2.3), es necesaria una combinación

adecuada de velocidad, ángulo de ataque y deflexión del elevador, si es que existe tal combinación se dice que el avión esta longitudinalmente compensado.

XFLR5 en su módulo de estabilidad, realiza la solución de estas ecuaciones. En primer lugar se deberán seleccionar las condiciones de vuelo mencionadas anteriormente, sin ángulo de derrape ( $\beta$ ), así como también condiciones atmosféricas a nivel del mar, masa del vehículo, inercias del vehículo y posición del centro de gravedad (que hasta el momento sigue fijo en  $X_{CG}=13.5\text{cm}$ ). Bajo estas condiciones se realizó un barrido en el ángulo de deflexión del elevador, con el objetivo de llegar a la velocidad nominal del vehículo (14 m/s) obteniendo los siguientes valores.

Tabla 2.4: Avión Compensado

| $X_{CG}=13.5 \text{ cm}$ | $X_{CG}=12.7 \text{ cm}$ |
|--------------------------|--------------------------|
| $V=13.96 \text{ m/s}$    | $V=14.12 \text{ m/s}$    |
| $\alpha=5.934^\circ$     | $\alpha=6.182^\circ$     |
| $\delta_e=0.4^\circ$     | $\delta_e=-0.4^\circ$    |
| $C_L=0.315$              | $C_L=0.308$              |
| $C_D=0.012$              | $C_D=0.011$              |
| $X_{NP}=15.8 \text{ cm}$ | $X_{NP}=15.8 \text{ cm}$ |
| $SM=7.39\%$              | $SM=10.03\%$             |

Como se puede observar en la Tabla 2.4, cuando  $X_{CG} = 13.5 \text{ cm}$  el margen de estabilidad es menor al 10 %, esto se debe a que el cálculo del punto neutro se realizó sin tomar en cuenta el perfil aerodinámico, esto puede corregirse moviendo el centro de gravedad a  $X_{CG}=12.7 \text{ cm}$ , con lo que se obtiene el margen de estabilidad deseada.

### 2.3.7 MODOS

Al igual que un avión convencional, para un ala voladora existen los modos de fugoide, periodo corto, convergencia en balance, espiral y balanceo holandés. Estos eigenvalores se calcularon con el software XFRL5, en la Tabla 2.5 se muestran los siguientes resultados.

Tabla 2.5: Eigenvalores de los modos

| Modo                    | Eigenvalores                        | Respuesta                                  |
|-------------------------|-------------------------------------|--|
| Periodo corto           | $\lambda_{sp} = -8.354 \pm 15.33i$  | $\zeta = 0.47 \quad \omega_n = 17.45rad/s$ |
| Fugoide                 | $\lambda_{ph} = -0.0065 \pm 0.894i$ | $\zeta = 0.007 \quad \omega_n = 0.89rad/s$ |
| Convergencia en balance | $\lambda_r = -13.75$                | $T_{1/2} = 0.054s$                         |
| Espiral                 | $\lambda_{sp} = 0.08847$            | $T_{1/2} = 7.83s$                          |
| Balanceo holandés       | $\lambda_{dr} = -0.3395 \pm 6.539i$ | $\zeta = 0.051 \quad \omega_n = 6.54rad/s$ |

De lo que se puede concluir:

- El periodo corto es estable rápido y amortiguado, el fugoide también es estable aunque lento con un bajo amortiguamiento.
- El modo espiral es ligeramente inestable, la mayoría de las aeronaves son ligeramente inestables y lo suficientemente lentas para que el piloto pueda reaccionar ante un ángulo de banqueo grande. Para este caso se concluye que es suficientemente lento, de necesitar una mejor respuesta se puede lograr aumentando el ángulo diedro del ala, así como incluir aletas en las puntas del ala.
- El modo de convergencia en balance es estable y rápido, en cambio el balanceo holandés es estable pero poco amortiguado.

### 2.3.8 CÁLCULO DE COEFICIENTES AERODINÁMICOS

Los coeficientes aerodinámicos son utilizados para describir aproximaciones lineales entre las entradas de control, las fuerzas y momentos aerodinámicos resultantes. En esta sección se realizaron dos estudios, el primero para encontrar los coeficientes principales de las fuerzas y momentos aerodinámicos del aeronave  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $C_Y$ ,  $C_l$ ,  $C_m$ ,  $C_n$ , con respeto a la variación de los ángulos de ataque  $\alpha$  y derrape  $\beta$ , el segundo para aproximar los coeficientes aerodinámicos generados por las deflexiones en elevador  $\delta_e$ , alerones  $\delta_a$  y timón  $\delta_r$ , para su posterior uso en la simulación en Matlab Simulink.

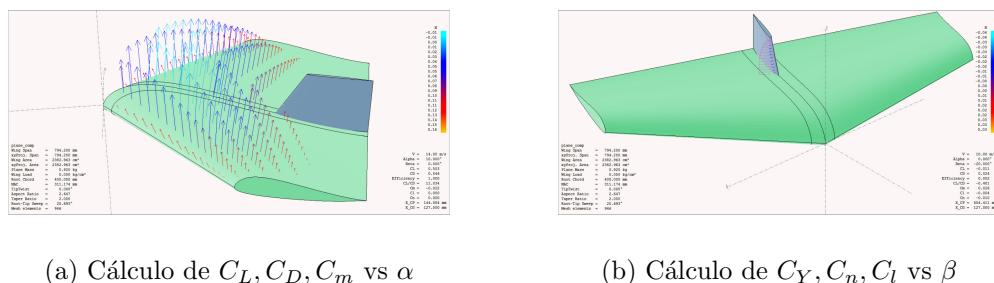


Figura 2.8: Cálculo de coeficientes aerodinámicos variando  $\alpha$  y  $\beta$ .

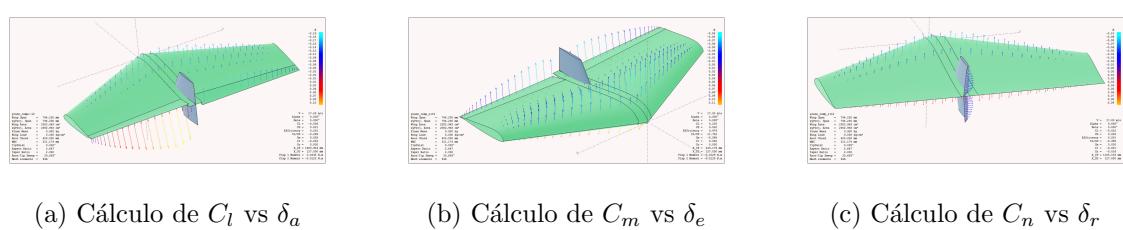


Figura 2.9: Cálculo de coeficientes aerodinámicos variando deflexiones en superficies de control.

Las fuerzas y momentos aerodinámicos tienen una relación con los coeficientes.

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L(\alpha) & D &= \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D(\alpha) & Y &= \frac{1}{2}\rho V^2 S C_Y(\beta) \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_l(\delta_a) & \mathcal{M} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S c_{ma} C_m(\alpha, \delta_e) & \mathcal{N} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_n(\beta, \delta_r) \end{aligned} \quad (2.4)$$

## 2.4 FUNDAMENTOS DE LA AERODINÁMICA DEL ROTOR

El rotor de un helicóptero tiene tres funciones: 1. la generación de empuje vertical; 2. la generación de empuje horizontal y 3. una forma de generar fuerzas y momentos para controlar la posición del helicóptero en el espacio.

El helicóptero o cualquier otro vehículo de ala rotativa, debe de operar bajo ciertos regímenes. Estos regímenes son vuelo estacionario, ascenso, descenso y avanzar, o incluso es posible que el helicóptero realice maniobras que involucren una combinación de los regímenes de vuelo.

Todos los helicópteros pasan una gran parte del tiempo en vuelo estacionario o hover, por lo cual es necesario entender las bases de su funcionamiento.

### 2.4.1 ANÁLISIS DEL VUELO ESTACIONARIO CON LA TEORÍA DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Este es el régimen de vuelo más simple, su análisis se realiza bajo las siguientes consideraciones, el flujo que atraviesa el rotor es unidimensional, quasi estático, incompresible y no viscoso como se muestra en la Figura 2.10.

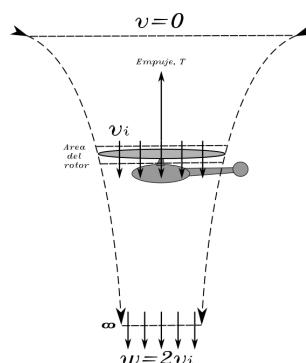


Figura 2.10: Flujo en vuelo estacionario.

La teoría de cantidad de movimiento nos permite una aproximación lineal del empuje y potencia del rotor a través de la aplicación de las leyes de Newton. Este análisis conduce a la siguiente ecuación (2.5) que relaciona el empuje  $T$  con  $v_i$  la velocidad inducida por el rotor, donde  $\rho$  es la densidad del aire,  $A$  es el área del disco, en esta ecuación se sustituye  $v_i = v_h$ , para denominar que  $v_h$  y  $T_h$  es la velocidad inducida requerida y el empuje en vuelo estacionario respectivamente [20].

$$\begin{aligned} T &= 2\rho A v_i^2 \\ v_h &= \sqrt{\frac{T_h}{2\rho A}} \end{aligned} \tag{2.5}$$

#### 2.4.2 SISTEMA DE PROPULSIÓN COAXIAL

Una de las ventajas de los sistemas coaxiales contra rotativos es que se puede reducir el tamaño de los rotores utilizados, así como también elimina la necesidad de cualquier dispositivo anti torque como el rotor de cola de los helicópteros. Sin embargo, la interacción de los rotores produce un flujo de aire más complejo que el de los sistemas uni-rotor, esto significa una pérdida de eficiencia aerodinámica. Para nuestro caso, eliminar el llamado par motor es de suma importancia cuando el vehículo se encuentra en vuelo estacionario [20]. Realizando un análisis simple con la teoría de cantidad de movimiento para un rotor coaxial y considerando la distancia entre planos de los rotores es suficiente para que el rotor superior no interfiera con el inferior, y que el modelo de flujo es como se muestra en la Figura 2.11. La velocidad inducida en el rotor superior es:

$$v_u = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} \tag{2.6}$$

donde  $A$  es el área del disco y  $T$  es el empuje del rotor superior. Suponemos que la contracción de cono del rotor superior es  $A/2$  con una velocidad de  $2v_u$ . Por lo que la

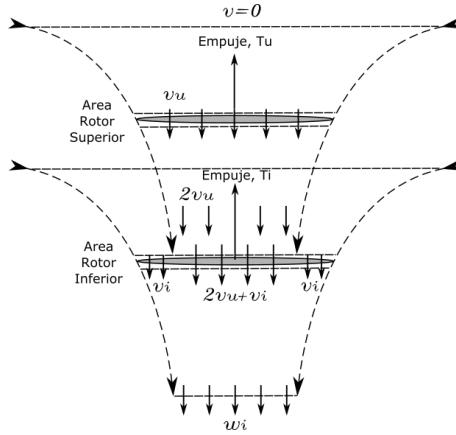


Figura 2.11: Flujo sistema coaxial.

velocidad en la mitad del área interna del rotor inferior es  $2v_u + v_i$ . En la mitad del área exterior la velocidad inducida es  $v_i$ . Se asume que la velocidad en la contracción de cono del rotor inferior es uniforme y con velocidad  $w_i$  y que el empuje en los dos rotores es igual, se llega a la relación.

$$v_i = \left( \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \right) v_u = 0.5616 v_u \quad (2.7)$$

por lo que la potencia inducida en el rotor superior es  $P_u = T v_u$  y para el rotor inferior  $P_i = T(v_u + v_i) = 1.5616 v_u$ . Por lo que la potencia total del sistema es  $P_{coax} = 2.5616 T v_u$ . Esta se compara con  $P_{2r} = 2 T v_u$  potencia requerida por dos rotores operando separados. Esto significa que si el factor de interferencia  $\kappa_{int}$  se define como la razón de las potencias

$$\kappa_{int} = \frac{P_{coax}}{P_{2r}} = 1.281 \quad (2.8)$$

lo que significa un 28 % de incremento en potencia requerida por el sistema coaxial en comparación de dos motores separados. Lo cual esta cerca de los valores experimentales  $\kappa_{int} \approx 1.16$ .

### 2.4.3 ANÁLISIS DE ASCENSO CON LA TEORÍA DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

Es importante que un vehículo de ala rotativa tenga un buen desempeño en ascenso, así como también el garantizar tener la suficiente cantidad de potencia para mantener el ascenso en un rango de alturas.

Al igual que con el vuelo estacionario se puede aplicar el mismo análisis, como se observa en la Figura 2.12 la velocidad del flujo en la parte superior del cono será  $V_c$  conocida como la velocidad de ascenso, tomando esta en consideración tenemos que la velocidad a través del disco será  $V_c + v_i$  y la velocidad en la contracción del flujo será  $V_c + 2v_i$ .

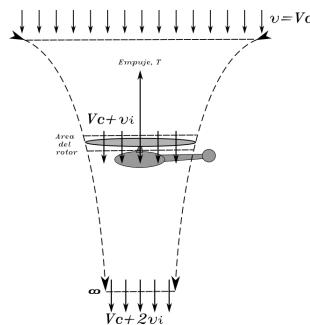


Figura 2.12: Flujo en Ascenso.

Tomando en cuenta lo anterior y realizando el análisis esto nos lleva a la ecuación (2.9); donde se puede observar que cuando  $V_c = 0$  nos lleva la ecuación en el régimen de vuelo estacionario [20].

$$T = 2\rho A(V_c + v_i)v_i \quad (2.9)$$

### 2.4.4 CÁLCULOS

En esta sección se realizaron los cálculos referentes al vuelo vertical en base a los datos del motor coaxial obtenidos del fabricante que se muestran en la Tabla 2.6.

Tabla 2.6: Datos del motor Fabricante

| Símbolo | Valor   | Descripción                     |
|---------|---------|---------------------------------|
| $M_m$   | 80 g    | Masa del motor                  |
| $P_m$   | 375 W   | Potencia de consumo máxima      |
| V       | 11 V    | Voltaje de operación            |
| $w_m$   | 11500   | Máximas revoluciones por minuto |
| $T_p$   | 1.32 Kg | Empuje de prueba a 231 W        |

De las ecuaciones descritas en las secciones anteriores podemos calcular, parámetros útiles como la velocidad máxima de ascenso, velocidad y potencia inducida requerida en vuelo estacionario, eficiencia del sistema de propulsión. Usando ecuación (2.5) para calcular la velocidad inducida en vuelo estacionario donde  $T_h = mg = (0.92Kg)(9.81m/s)$ ,  $A = \pi(0.125m)^2$  es el área de las hélices sugeridas por el fabricante, obteniendo como resultado  $v_h = 8.53m/s$  y la potencia inducida  $P_h = T_h v_h = 112.15W$ .

Debido a que los datos de las pruebas que realiza el fabricante son empuje estático, se calcula la velocidad y potencia inducida con la ecuación (2.5) usando  $T_p$ , dando los resultados de velocidad y potencia inducida de prueba respectivamente  $v_p = 10.18m/s$  y  $P_p = T_p v_p = 133.91W$ . Para calcular la eficiencia del sistema de propulsión se tiene que  $e = \frac{P_{inducida}}{P_{total}} = \frac{133.91}{231} = 0.58$ , lo que significa que el sistema con la hélice recomendada tiene una eficiencia del 58 %. Suponiendo que la eficiencia es constante, la potencia inducida máxima es igual  $P_{im} = P_m e = 217.38W$ , tomando como esta la mayor potencia que se puede transmitir al aire, lo usaremos para calcular la velocidad de ascenso máxima, dada por la ecuación.

$$v_c = \frac{(P_{im}^2 - P_h^2)v_h}{P_{im}P_h} = 12.13m/s \quad (2.10)$$

### 2.4.5 MOMENTOS Y FUERZAS EN VUELO ESTACIONARIO

Ha continuación se explicaran las fuerzas y momentos que permiten el control y funcionamiento en modo de vuelo estacionario, y las superficies involucradas. Las superficies aerodinámicas del vehículo producen fuerzas de levantamiento y arrastre, las cuales se deben a dos contribuciones: la primera por la velocidad del viento a ser desplazado el vehículo  $V_\infty$ , y la segunda por el flujo de aire inducido por la hélice  $V_p$ , existe bibliografía que modela el comportamiento del flujo [30], [22]. En este trabajo usaremos un modelo sencillo tomando las siguientes consideraciones:

- Las fuerzas de levantamiento y arrastre generadas son despreciables.
- Las fuerzas aerodinámicas son generadas por las deflexiones de las superficies de control que se encuentran dentro de la región del flujo de la hélice.
- El flujo generado por la hélice permanece paralelo al eje  $x_b$ .

Los momentos generados por el flujo de la hélice son funciones de la velocidad inducida ( $V_p$ ) y las deflexiones en alerón ( $\delta_a$ ), elevador ( $\delta_e$ ) y timón ( $\delta_r$ ).

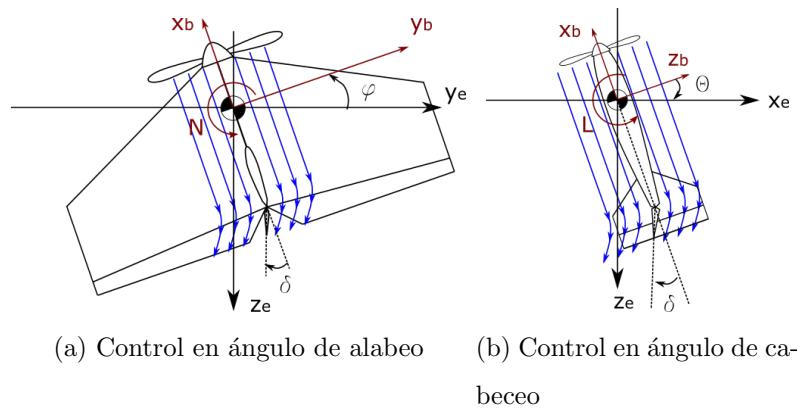


Figura 2.13: Control en vuelo estacionario.

Se realizó una aproximación de los momentos aerodinámicos que se generan en vuelo estacionario con la herramienta XFLR5, considerando un flujo uniforme

generado por la hélice véase Figura 2.13, el cual cubre partes de las superficies de control del tamaño del diámetro de la hélice. Tomando esto en consideración solo se analizaron las superficies que son afectadas, dejando el ángulo de ataque  $\alpha$  fijo en cero y realizando un barrido de ángulo para las deflexiones  $\delta_e$ ,  $\delta_r$ ,  $\delta_a$ , se obtuvieron las gráficas de los coeficientes  $C_l(\delta_a)$ ,  $C_m(\delta_e)$ ,  $C_n(\delta_r)$ , para los momentos aerodinámicos, en la Figura 2.14a se puede apreciar los estudios.

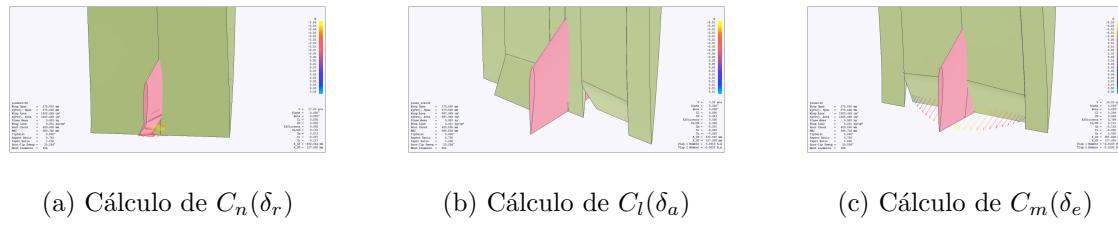


Figura 2.14: Cálculo de Coeficientes.

Las ecuaciones (2.11) describen los momentos generados para el vuelo estacionario, donde  $V_p$  es la velocidad inducida por la hélice

$$\mathcal{L}_{\delta_a} = \frac{1}{2}\rho V_p^2 S b C_l(\delta_a) \quad \mathcal{M}_{\delta_e} = \frac{1}{2}\rho V_p^2 S c_{ma} C_m(\delta_e) \quad \mathcal{N}_{\delta_r} = \frac{1}{2}\rho V_p^2 S b C_n(\delta_r) \quad (2.11)$$

## 2.5 DISEÑO EN CAD

Una vez que se ha obtenido el perfil del aeronave y la configuración completa para el aeronave, se creó un modelo en SolidWorks ver Figura 2.15, con el objetivo de distribuir los sistemas que conforman la aeronave que se muestran en la Tabla 2.7, de tal forma que el centro de gravedad de la aeronave sea colocado donde fue calculado. Además este software es capaz de calcular los momentos de inercia de la aeronave entorno a su centro de gravedad.



Figura 2.15: Modelo CAD del VANT.

Tabla 2.7: Componentes

| Cantidad | Descripción             | Peso total |
|----------|-------------------------|------------|
| 1        | Estructura vehículo     | 300 g      |
| 1        | Auto-piloto Pixhawk     | 80 g       |
| 1        | Motor coaxial           | 100 g      |
| 2        | Drivers motor Brushless | 80 g       |
| 3        | Servos                  | 60 g       |
| 1        | Batería LiPo 2200       | 300 g      |
|          | Total                   | 920 g      |

$$I^b = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.017471 & -0.0001 & 0.000788 \\ -0.0001 & 0.009417 & -0.000016 \\ 0.000788 & -0.000016 & 0.026549 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

## CAPÍTULO 3

# ECUACIONES DE MOVIMIENTO

---

Para poder desarrollar y probar el adecuado funcionamiento de algoritmos de control y seguimiento de trayectoria, es necesario el obtener un modelado matemático del sistema. Para ello es necesario en primer lugar plantear algunas consideraciones.

- Modelo de la Tierra: Se considera a la Tierra plana.
- Modelo de la Atmósfera: La atmósfera está en calma (no hay perturbaciones de viento).
- El avión es un cuerpo rígido, simétrico y con los motores fijos.

El modelado tri-dimensional usa una representación de la orientación del vehículo en cuaternios. Los cuaternios al igual que los ángulos de Euler permiten representar la orientación del vehículo en tres dimensiones, pero a diferencia de los ángulos de Euler estos no presentan singularidad en el ángulo de cabeceo  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ , lo cual es de gran importancia cuando el vehículo opera en vuelo estacionario en el cual alcanza la orientación  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

### 3.1 SISTEMA DE EJES

Antes de poder desarrollar las ecuaciones que describan el movimiento de la aeronave es necesario definir un sistema de ejes de referencia que describan posiciones, velocidades y rotaciones. En dinámica de vuelo, existen tres sistemas de ejes muy usados:

- Ejes tierra  $[x_e, y_e, z_e]$ , este eje está fijo en la tierra. En este sistema de ejes se ha adoptado la convención NED (norht, east, down) es decir el eje  $x_e$  apunta hacia el norte,  $y_e$  apunta hacia el este y  $z_e$  apunta hacia el centro de la tierra.
- Ejes cuerpo  $[x_b, y_b, z_b]$ , típicamente se encuentra fijo en el cuerpo aerodinámico de interés, cuya orientación es eje  $x_b$  en dirección a la nariz del aeronave,  $y_b$  apuntando hacia el lado derecho de la aeronave y  $z_b$  apuntando hacia la parte inferior del aeronave.
- Ejes viento  $[x_w, y_w, z_w]$ , este eje está definido con la orientación del viento, el cual típicamente es rotado por los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  con respecto al eje cuerpo, conocidos como ángulo de ataque y ángulo de derrape.

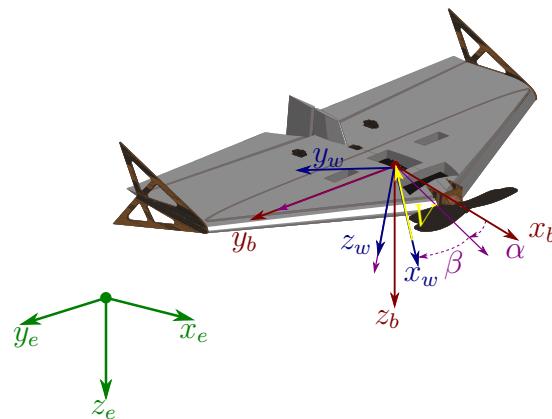


Figura 3.1: Sistemas de Ejes.

### 3.1.1 ÁNGULOS DE EULER

En la literatura los ángulos de Euler son extensamente usados para representar la orientación de una aeronave. Tomando como referencia la nariz del vehículo apuntando hacia el norte (Eje tierra en  $x_e$ ), el lado derecho apuntando hacia el este (Eje tierra en  $y_e$ ) y la parte inferior del fuselaje apuntando hacia abajo (Eje tierra en  $z_e$ ), cada ángulo de Euler es una rotación en cada uno de los ejes descritos. El orden de las rotaciones no es commutativo, por lo que se usa el siguiente orden ver Figura 3.2. Primero el vehículo es rotado sobre el eje  $z_e$  un ángulo  $\psi$ , llamado el ángulo de guiñada, después el vehículo rota sobre el nuevo eje  $y_d$  que se creó de la primer rotación en un ángulo  $\theta$ , llamado ángulo de cabeceo, la última rotación es sobre el nuevo eje  $x_c$  creado por las dos rotaciones anteriores, en un ángulo  $\phi$  llamado ángulo de alabeo, llegando así al eje cuerpo de la aeronave.

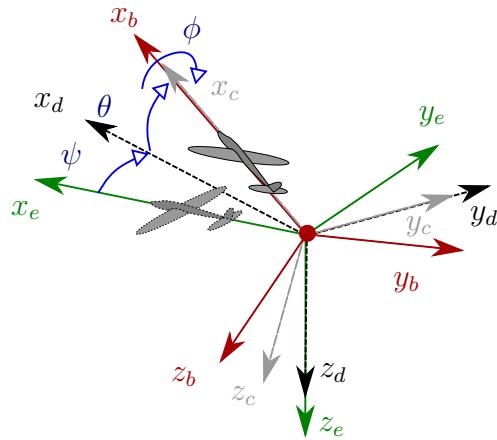


Figura 3.2: Ángulos de Euler.

## 3.2 PARÁMETROS Y DEFINICIONES

El movimiento de una aeronave es descrito en términos de fuerzas, momentos, velocidades angulares y lineales y orientaciones tomados con respecto a un cierto sistema

de ejes. Por conveniencia es preferible elegir el eje del cuerpo. En la Tabla 3.1 definiremos los parámetros usados en el desarrollo de las ecuaciones de movimiento.

Tabla 3.1: Variables.

| Variable      | Vector       | Descripción               |
|---------------|--------------|---------------------------|
| $x$           |              | Posición axial            |
| $y$           | $\mathbf{P}$ | Posición lateral          |
| $z$           |              | Posición normal           |
| $X$           |              | Fuerza axial              |
| $Y$           | $\mathbf{F}$ | Fuerza lateral            |
| $Z$           |              | Fuerza normal             |
| $\mathcal{L}$ |              | Momento de alabeo         |
| $\mathcal{M}$ | $\mathbf{M}$ | Momento de cabeceo        |
| $\mathcal{N}$ |              | Momento de guiñada        |
| $p$           |              | Velocidad angular alabeo  |
| $q$           | $\Omega$     | Velocidad angular cabeceo |
| $r$           |              | Velocidad angular guiñada |
| $u$           |              | Velocidad lineal axial    |
| $v$           | $\mathbf{U}$ | Velocidad lineal          |
| $w$           |              | Velocidad lineal normal   |
| $\phi$        |              | ángulo de alabeo          |
| $\theta$      | $\Phi$       | ángulo de cabeceo         |
| $\psi$        |              | ángulo de guiñada         |

Cualquier operación entre vectores debe ser realizada en un mismo sistemas de ejes, de lo contrario el resultado de tal operación será erróneo. Debido a esto y que existen parámetros como la posición del vehículo descritas en el eje tierra y velocidad lineal ( $U$ ) y angular ( $\Omega$ ), que se miden en el eje del cuerpo, es necesario definir una forma en la cual transformar estos parámetros de un sistemas de ejes a otro, para eso aplicamos una matriz de transformación.

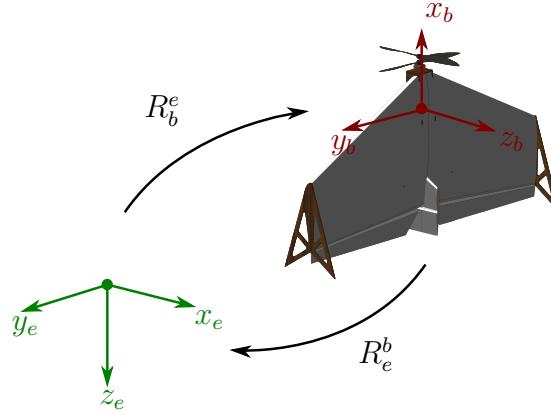


Figura 3.3: Transformaciones.

Definimos la matriz  $R_b^e$  como la matriz que transforma cualquier vector expresado en ejes de cuerpo a su equivalente en ejes tierra véase Figura 3.3. Esta matriz de transformación es formada por el producto de tres matrices de rotación en la secuencia estándar  $-\phi, -\theta, -\psi$ :

$$R_b^e = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & s_\theta c_\psi s_\phi - s_\psi c_\phi & s_\theta c_\psi c_\phi + s_\psi s_\phi \\ c_\theta s_\psi & s_\theta s_\psi s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\theta s_\psi c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

donde los símbolos  $s_\lambda$  y  $c_\lambda$  representan  $\sin(\lambda)$  y  $\cos(\lambda)$  respectivamente.

La matriz de transformación  $R_e^b$  compuesta por el producto de matrices de rotación en secuencia inversa  $\psi, \theta, \phi$ . Es la inversa de  $R_e^b = (R_b^e)^{-1} = (R_b^e)^T$  y también es igual a su transpuesta. Por lo que la matriz  $R_b^e$  y su transpuesta  $(R_b^e)^T$  pueden transformar cualquier vector de un sistema de ejes a otro. Ejemplo siendo  $A^e$  un vector en ejes tierra es posible obtener su equivalente en ejes cuerpo  $A^b$  realizando la operación  $A^b = (R_b^e)^T A^e$  y viceversa  $A^e = R_b^e A^b$ .

### 3.2.1 RELACIÓN DE ROTACIONES

Un vector unitario puede cambiar solo su dirección no su magnitud, si se le es aplicada una rotación. Esto se puede apreciar en la Figura 3.4 la cual muestra que las tasas de cambio de los vectores de los ejes del cuerpo como resultado de una velocidad angular  $\Omega$ , donde cada vector unitario de velocidad es ortogonal al vector unitario de orientación [9]. Los cuales están dados por

$$\begin{aligned}\dot{x}_b &= \Omega \times x_b \\ \dot{y}_b &= \Omega \times y_b \\ \dot{z}_b &= \Omega \times z_b\end{aligned}\tag{3.2}$$

donde  $\Omega$  es la velocidad angular de los vectores unitarios  $x_b, y_b, z_b$  en el mismo marco de referencia. Una forma alternativa para el producto cruz es una multiplicación de

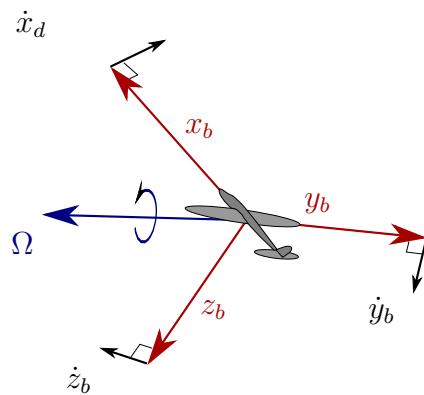


Figura 3.4: Rotación del Vehículo.

una matriz con un vector

$$\Omega \times v = S(\Omega)v\tag{3.3}$$

donde las tres componentes del primer vector  $\Omega$  se ordenan en la matriz antisimétrica  $S(\Omega)$

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} \rightarrow S(\Omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

por lo que la ecuación (3.2) puede ser reescrita como sigue

$$\dot{x}_b = S(\Omega)x_b$$

$$\dot{y}_b = S(\Omega)y_b$$

$$\dot{z}_b = S(\Omega)z_b$$

cuando se ensamblan en una matriz y se expresa en ejes tierra, se convierte en la expresión de tasa de cambio de la matriz de transformación  $R_b^e$

$$\dot{R}_b^e = S(\Omega^e)R_b^e \quad (3.5)$$

### 3.3 CINEMÁTICA DEL VEHÍCULO

En esta sección se derivan las ecuaciones cinemáticas o de navegación del vehículo [10].

#### 3.3.1 ECUACIONES DE POSICIÓN

El cambio de posición con respecto a los ejes tierra es igual a la velocidad expresada en ejes tierra.

$$\frac{d}{dt}P^e = U^e$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}^e \\ \dot{y}^e \\ \dot{z}^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^e \\ v^e \\ w^e \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Ya que en práctica las velocidades que se conocen son las del cuerpo, es necesario expresar esta ecuación en términos de velocidades en eje cuerpo, usando una matriz de transformación que permite el llevar las velocidades del eje cuerpo al eje tierra, dicha matriz hace uso de los ángulos de orientación.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}^e \\ \dot{y}^e \\ \dot{z}^e \end{pmatrix} = R_b^e \begin{pmatrix} u^b \\ v^b \\ w^b \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

### 3.3.2 ECUACIONES DE ORIENTACIÓN

En esta sección se derivarán las ecuaciones que relacionan los cambios de orientación entre el eje cuerpo y los ángulos de Euler. Las velocidades angulares en el cuerpo del vehículo pueden representarse mediante la siguiente ecuación.

$$\Omega = K \frac{d}{dt} \Phi \quad (3.8)$$

donde  $K$  se define conoce como la matriz de Euler

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\psi) & \cos(\theta)\sin(\psi) \\ 0 & -\sin(\psi) & \cos(\theta)\cos(\psi) \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

## 3.4 DINÁMICA DEL VEHÍCULO

### 3.4.1 ECUACIONES DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAR

Aplicando la segunda ley de Newton, en un marco de referencia inercial de ejes tierra se tiene la ecuación.

$$F^e + mG^e = m \frac{dU^e}{dt} \quad (3.10)$$

donde la sumatoria de las fuerzas que actúan sobre el vehículo están descritas por el vector  $F^e = [X^e, Y^e, Z^e]^T$  mas el vector de la fuerza de gravedad  $mG^e = m[0, 0, g]^T$ , donde  $m$  es la masa del vehículo y  $g$  es la constante gravitatoria. La forma equivalente de la ecuación en los ejes del cuerpo, la cual es mas conveniente para fines prácticos se obtiene usando la matriz de transformación, y realizando algunas manipulaciones.

$$\begin{aligned}
 R_b^e F^b + mG^e &= m \frac{d}{dt} (R_b^e U^b) \\
 &= m(R_b^e \dot{U}^b + \dot{R}_b^e U^b) \\
 &= m(R_b^e \dot{U}^b + S(\Omega^e) R_b^e U^b) \\
 &= m(R_b^e \dot{U}^b + S(\Omega^e) U^e) \\
 R_b^e F^b + mG^e &= m(R_b^e \dot{U}^b + \Omega^e \times U^e)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

multiplicando por la matriz de anti-transformación  $R_e^b$

$$F^b + mR_e^b G^e = m(\dot{U}^b + \Omega^b \times U^b) \tag{3.12}$$

### 3.4.2 ECUACIONES DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO ANGULAR

Aplicando la segunda ley de Newton en su forma angular, en un marco de referencia inercial de ejes tierra se tiene la ecuación

$$\begin{aligned}
 M^e &= \frac{dH^e}{dt} \\
 H^e &= I^e \Omega^e + h^e
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

donde el vector  $h$  es cualquier momento angular generado por hélices o turbinas en el vehículo, ahora para obtener la ecuación equivalente en ejes cuerpo se aplica el

mismo procedimiento.

$$\begin{aligned}
 R_b^e M^b &= \frac{d}{dt} (R_b^e H^b) \\
 &= R_b^e \dot{H}^b + \dot{R}_b^e H^b \\
 &= R_b^e \dot{H}^b + S(\Omega^e) R_b^e H^b \\
 &= R_b^e \dot{H}^b + S(\Omega^e) H^e \\
 &= R_b^e \dot{H}^b + \Omega^e \times H^e
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

multiplicando el resultado final por  $R_e^b$  obtenemos la ecuación de movimiento angular en ejes cuerpo es

$$M^b = I^b \dot{\Omega}^b + \Omega^b \times (I^b \Omega^b + h^b) \tag{3.15}$$

la ecuación anterior se conoce como la ecuación de momentos.

## 3.5 FUERZAS AERODINÁMICAS

Las fuerzas aerodinámicas actúan sobre el eje del viento, como ya se definió es rotado por los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ . La matriz que transforma del marco del cuerpo a ejes del viento es expresada por la matriz  $T_b^w$ .

$$T_b^w = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \cos(\beta) & -\sin(\beta) & \sin(\alpha) \cos(\beta) \\ \cos(\alpha) \sin(\beta) & \cos(\beta) & \sin(\alpha) \sin(\beta) \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

### 3.5.1 EJES DE ESTABILIDAD

A diferencia de los ejes del viento los ejes de estabilidad consideran que no existe angulo de derrape es decir  $\beta = 0$ , con lo que se simplifica el cálculo de las fuerzas aerodinámicas de levantamiento ( $L$ ), lateral ( $Y$ ) y arrastre ( $D$ ), el cual se encuentra rotado por un ángulo  $\alpha$  respecto al vehículo, denominado ángulo de ataque como se muestra en la Figura 3.5. Es necesario definir una transformación para trasladar el

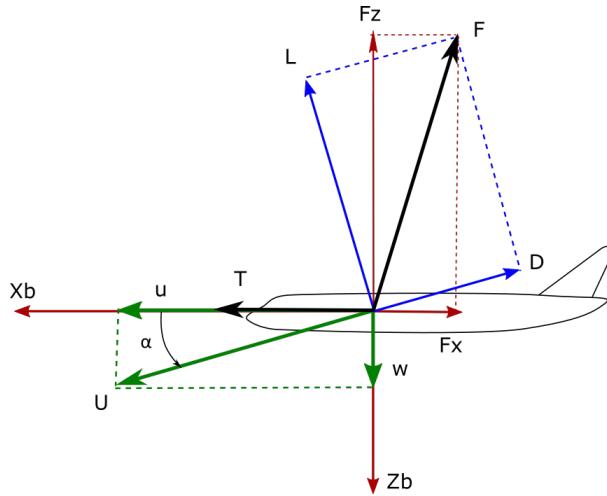


Figura 3.5: Fuerzas Aerodinámicas.

vector de fuerza en ejes de estabilidad a ejes cuerpo, usando la matriz de rotación  $T_s^b$ .

$$T_s^b = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Tomando en consideración los signos, se realiza la sumatoria.

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = T_s^b \begin{pmatrix} -D \\ Y \\ -L \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Realizando las operaciones y sustituyendo valores

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T + F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T + L \sin(\alpha) - D \cos(\alpha) \\ Y \\ -D \sin(\alpha) - L \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

donde  $T$  es el empuje generado por el motor,  $L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L(\alpha)$  y  $D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D(\alpha)$  son funciones que dependen de  $V$  velocidad del viento,  $\rho$  densidad del aire,  $S$  superficie alar,  $C_L(\alpha)$  y  $C_D(\alpha)$  funciones de coeficientes de levantamiento y arrastre que dependen de  $\alpha$ , mas adelante esta simplificación sera usada para la obtención de los algoritmos de control.

### 3.6 RESUMEN

Con el objetivo de simplificar la notación de los parámetros usados en las ecuaciones de movimiento. Proponemos la siguiente notación estándar.

$$P^e = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; U^b = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}; \Omega^b = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}; F^b = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}; M^b = \begin{pmatrix} \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \end{pmatrix}$$

Agrupamos las variables en el vector de estado  $E(t) = [x, y, z, \phi, \theta, \psi, u, v, w, p, q, r]^T$ .

Las fuerzas  $X, Y, Z$  y momentos  $\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N}$  aerodinámicos dependen de las deflexiones en las superficies de control, velocidad y empuje del motor. Por lo cual se define  $\Xi = [T, \delta_a, \delta_e, \delta_r]^T$  como el vector de control, esto se puede visualizar en la Figura 3.6. El vector de estado  $E(t)$  es gobernado por 12 ODEs. Usando la notación simplificada

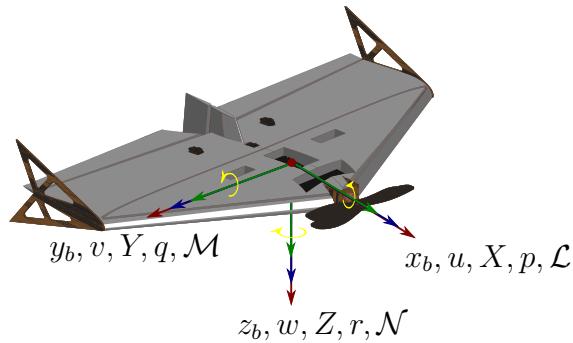


Figura 3.6: Variables en cuerpo.

las ecuaciones se escriben como.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & s_\theta c_\psi s_\phi - s_\psi c_\phi & s_\theta c_\psi c_\phi + s_\psi s_\phi \\ c_\theta s_\psi & s_\theta s_\psi s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\theta s_\psi c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s_\theta s_\phi / c_\theta & s_\theta c_\phi / c_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi / c_\theta & c_\phi / c_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} -s_\theta \\ s_\phi c_\theta \\ c_\phi c_\theta \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = (I^b)^{-1} \begin{pmatrix} I_{yx}pr + I_{yy}qr + I_{yz}r^2 - I_{zx}pq - I_{zy}q^2 - I_{zz}qr + \mathcal{L} \\ -I_{xx}pr - I_{xy}qr - I_{xz}r^2 + I_{zx}p^2 + I_{zy}pq + I_{zz}pr + \mathcal{M} \\ I_{xx}pq + I_{xy}q^2 + I_{xz}qr - I_{yx}p^2 - I_{yy}pq - I_{yz}pr + \mathcal{N} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

$$I^b = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}$$

## 3.7 CUATERNIOS

Los ángulos de Euler son una forma intuitiva de representar la orientación del vehículo en el espacio; sin embargo, esta representación presenta singularidades en  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ . Cuando el vehículo alcanza estos puntos, nariz hacia arriba o abajo, ocurre una pérdida en un grado de libertad con lo cual no es posible determinar correctamente la orientación. Los cuaternios por el contrario no presentan esta singularidad sin embargo su representación de las rotaciones no es intuitiva, haciéndolos difícil de interpretar.

Un cuaterniono es una extensión de los números complejos, consta de cuatro elementos  $Q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3$  donde  $q_0$  es la parte real y  $\bar{q} = [q_1, q_2, q_3]^T$  es el vector que contiene la parte imaginaria. Considerando que una rotación puede

interpretarse como la composición de un eje de giro  $\lambda = [v_1, v_2, v_3] \in \mathbb{R}^3$  y ángulo  $\varphi \in \mathbb{R}$ , podemos obtener el cuaternion que representa esa rotación:

$$Q = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ v_1 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ v_2 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ v_3 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

### 3.7.1 EQUIVALENCIAS

La matriz equivalente de transformación en cuaternios de acuerdo a la fórmula de Rodriguez [31], es la siguiente matriz.

$$R_b^e = I_3 + 2q_0S(\bar{q}) + 2S(\bar{q})^2$$

donde  $I_3 \in \mathbb{R}^{(3x3)}$  es la matriz identidad, al realizar las operaciones nos queda la siguiente matriz.

$$R_b^e = \begin{pmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

la dinámica de los cuaternios está descrita por la ecuación

$$\dot{Q} = \begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{\bar{q}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\bar{q}^T \\ q_0I_3 + S(\bar{q}) \end{pmatrix} \Omega \quad (3.26)$$

es posible escribir la ecuación (3.26) como la ecuación (3.27), la cual sustituye a la ecuación (3.21).

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

basándonos en las igualdades anteriores, las ecuaciones de movimiento que se modifican son las ecuaciones (3.20) y (3.22), quedando expresadas en cuaternios.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_0q_1 + q_2q_3) \\ 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

el resultado es un vector de estado  $E(t) = [x, y, z, q_0, q_1, q_2, q_3, u, v, w, p, q, r]$  gobernado por 13 ODEs sin singularidades.

## CAPÍTULO 4

# NAVEGACIÓN DEL VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO HÍBRIDO

---

En esta sección se presenta el análisis de diferentes estrategias de navegación aplicadas al VANT híbrido. En la literatura existen varias estrategias, las cuales se pueden agrupar en dos categorías: controlar la dinámica de rotación y controlar la dinámica translacional del vehículo (posición y velocidad) [21], [12], [11]. En el segundo caso es un problema comúnmente atacado con un cuerpo rígido, y pueden tener diferentes objetivos de control, por ejemplo la estrategia de control del sistema puede estabilizarse en modo de vuelo estacionario (attitude stabilization), forzar al sistema a permanecer en una orientación deseada, o forzar que el vehículo siga una trayectoria deseada (attitude tracking). En nuestro caso la trayectoria que debe de seguir el VANT para realizar las transiciones entre vuelo estacionario-crucero y viceversa.

### 4.1 ESQUEMA A BLOQUES DEL CONTROL

A continuación se muestra el esquema usado para el control del seguimiento de trayectoria, en el esquema se muestra los bloques de control de posición, este bloque necesita la trayectoria deseada del vehículo, para generar el vector de fuerza necesario para seguir dicha trayectoria, este vector se transforma mediante el bloque de

extracción en un cuaternionio deseado ( $Q_d$ ) y un empuje ( $T$ ) como se muestra en [28]. El control de orientación, es el responsable de calcular las deflexiones de las superficies de control  $\Delta = [\delta_e, \delta_a, \delta_r]^T$ , para que el vehículo permanezca en la orientación deseada( $Q_d$ ). Por lo que al combinar los dos bloques de control calculamos el vector de entradas  $\Xi = [T, \delta_e, \delta_a, \delta_r]^T$  del vehículo, necesario para controlarlo. Más adelante se especificará el funcionamiento de los bloques.

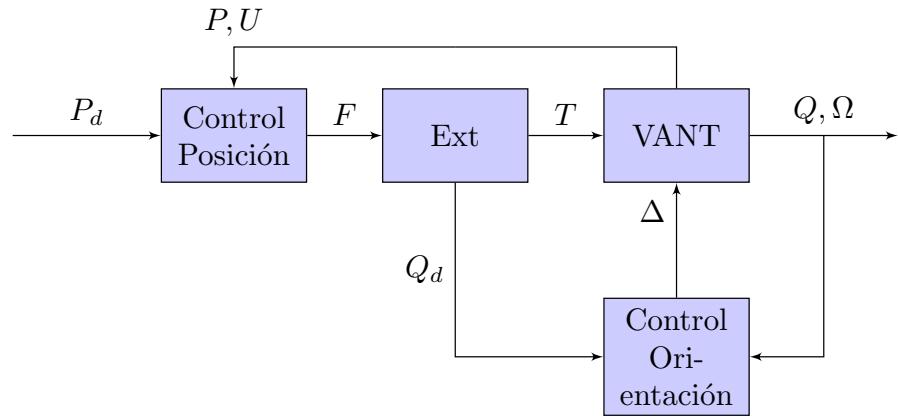


Figura 4.1: Diagrama a bloques del Control.

## 4.2 CONTROL ADAPTABLE PARA ORIENTACIÓN DEL VEHÍCULO

En capítulos previos, se remarcó que existen dos contribuciones en la dinámica rotacional del vehículo, debidas a la hélice, y a la velocidad del aire en el vehículo. Es fácil observar que cuando el vehículo se encuentra en modo vuelo crucero, necesitará de una menor deflexión en la superficie de control para generar un momento equivalente al que necesitaría en modo estacionario. Esto implicaría el conocer la efectividad de las superficies de control en ambos modos para poder usar diferentes parámetros dependiendo del modo de vuelo, la mayoría de las veces esto no es posible, debido a que existen muchos factores que hacen variar al modelo. Es por esto que existen técnicas como el control adaptable que fueron diseñadas en circunstancias donde

los parámetros son desconocidos o varían lentamente. Estas incertidumbres en la dinámica del sistema deben de caracterizarse por un conjunto de constantes desconocidas, las cuales se estiman en base a el conocimiento del estado del vehículo, y las entradas el sistema. Lo cual implica que el diseño de un control adaptable requiere de un gran conocimiento de la estructura del sistema a controlar. En la Figura 4.2 se muestra el diagrama a bloques de las partes que consta el control de orientación.

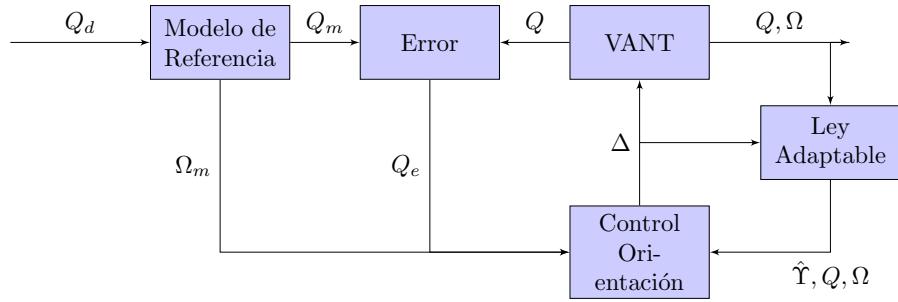


Figura 4.2: Diagrama Control de orientación.

#### 4.2.1 PARAMETRIZACIÓN DEL MODELO DINÁMICO

En esta sección se simplificará la dinámica rotacional de vehículo, con el objetivo de facilitar la estimación de los parámetros, y la obtención del control.

Se puede notar de las ecuaciones de momentos, que para un vehículo simétrico se obtienen las ecuaciones.

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(I_{yy}-I_{zz})qr+\mathcal{L}}{I_{xx}} \\ \frac{(I_{zz}-I_{xx})pr+\mathcal{M}}{I_{yy}} \\ \frac{(I_{xx}-I_{yy})pq+\mathcal{N}}{I_{zz}} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Note que para los métodos de estimación, la linealidad en los parámetros estimados es un requisito, así como también debe considerarse el costo computacional que causará el estimar los parámetros. Es por eso que se debe modelar con la menor cantidad de parámetros posibles. De la literatura se sabe que las principales contribuciones a la dinámica rotacional son los momentos aerodinámicos y en menor medida los

efectos giroscópicos los cuales pueden ser despreciados. Los momentos aerodinámicos dependen principalmente del angulo de ataque, derrape y las deflexiones en la superficie de control, es por eso que proponemos la siguiente parametrización de la dinámica rotacional, descrita en la ecuación (4.2).

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vartheta_1 + \bar{V}^2 \vartheta_2 \delta_a \\ \vartheta_3 + \bar{V}^2 \vartheta_4 \delta_e \\ \vartheta_5 + \bar{V}^2 \vartheta_6 \delta_r \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

En el modelo descrito las  $\vartheta$  impares ayudan a identificar efectos como el error en las deflexiones de superficies, las pares son las constantes de efectividad de las superficies de control y  $\bar{V}$  es el flujo de viento dominante sea  $V$  o  $V_p$ . El cual puede reescribirse en su forma vectorial como sigue.

$$\dot{\Omega} = C_1 + \bar{V}^2 C_2 \Delta \quad (4.3)$$

donde  $C_1 = (\vartheta_1, \vartheta_3, \vartheta_5)^T$  y  $\Delta = (\delta_a, \delta_e, \delta_r)^T$  son vectores y  $C_2$  es la matriz diagonal de parámetros desconocidos de efectividad de superficie de control.

$$C_2 = \begin{pmatrix} \vartheta_2 & 0 & 0 \\ 0 & \vartheta_4 & 0 \\ 0 & 0 & \vartheta_6 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

#### 4.2.2 MODELO DE REFERENCIA

El modelo de referencia es elegido conforme al comportamiento deseado en el sistema que se quiere controlar. Debido a que el sistema usado en la obtención de la dinámica del vehículo es de segundo orden, el modelo de referencia también es diseñado de segundo orden.

El modelo de referencia para el cuaternionio ( $Q_m$ ) está relacionado con las velo-

cidades angulares ( $\Omega_m$ ) como se muestra en la ecuación (3.26)

$$\dot{Q}_m = \begin{pmatrix} \dot{q}_{m0} \\ \dot{\bar{q}}_m \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\bar{q}_m^T \\ q_{m0}I_3 + S(\bar{q}_m) \end{pmatrix} \Omega_m \quad (4.5)$$

El modelo de referencia de velocidad angular esta definido como

$$\dot{\Omega}_m = -2\zeta\omega_n\Omega_m + \omega_n^2\bar{q}_{emd} \quad (4.6)$$

donde  $\zeta$  y  $\omega_n$  son la constante de amortiguamiento y frecuencia natural en un sistema de segundo orden, el termino  $\bar{q}_{emd}$  es la parte vectorial del cuaternion de error entre el cuaternion del modelo de referencia ( $Q_m$ ) y el cuaternion deseado ( $Q_d$ ).

#### 4.2.3 DEFINICIÓN DEL ERROR Y SU DINÁMICA

En esta sección, se deriva el error de orientación en cuaternios, así como su dinámica para su posterior uso en el desarrollo del control. El cuaternion de error en orientación ( $Q_e$ ) es definido como la rotación entre la orientación actual del vehículo ( $Q$ ) y el cuaternion de referencia ( $Q_m$ ), por lo se puede expresar con la multiplicación  $Q_m = Q_e \otimes Q$ . Para obtener el error simplemente se tiene  $Q_e = Q_m \otimes Q^*$ , al usar identidades para la multiplicación de cuaternios es posible escribir el error de orientación como

$$\begin{aligned} q_{e0} &= q_0 q_{m0} + \bar{q}^T \bar{q}_m \\ \bar{q}_e &= -q_{m0} \bar{q} + q_0 \bar{q}_m - S(\bar{q}) \bar{q}_m \end{aligned} \quad (4.7)$$

Para rotar entre marcos de referencia definimos la matriz  $\tilde{R}$ , la cual rota entre el marco del modelo de referencia y el marco de orientación actual del vehículo. La diferencia de orientación entre estos dos marcos es el cuaternion ( $Q_e$ ), por lo que la matriz de rotación esta definida como.

$$\tilde{R} = I_3 + 2q_{e0}S(\bar{q}_e) + 2S(\bar{q}_e)^2 \quad (4.8)$$

Dadas las ecuaciones anteriores, la dinámica del error se puede definir como

$$\dot{Q}_e = \begin{pmatrix} \dot{q}_{e0} \\ \dot{\bar{q}}_e \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\bar{q}_e^T \\ q_{e0}I_3 + S(\bar{q}_e) \end{pmatrix} (\tilde{R}\Omega_m - \Omega) \quad (4.9)$$

#### 4.2.4 ESTRATEGIA DE CONTROL RECURSIVA PARA ORIENTACIÓN (BACKSTEPPING)

La estrategia del control esta basada en la teoría de Lyapunov. Debido a que el sistema es subactuado, se usa el método de control recursivo (backstepping) para llevar el error de actitud del vehículo a cero siguiendo las velocidades angulares deseadas. Proponemos la siguiente función candidata de Lyapunov

$$\mathcal{V}_1 = \frac{1}{2} \bar{q}_e^T \bar{q}_e \quad (4.10)$$

al diferenciarla nos da como resultado

$$\dot{\mathcal{V}}_1 = \bar{q}_e^T \frac{1}{2} (S(\bar{q}_e) + q_{e0} I_3) (\tilde{R} \Omega_m - \Omega)$$

la cual es obtenida de la ecuación (4.9), la meta es que la derivada de la función de Lyapunov sea  $\dot{\mathcal{V}}_1 = -k_1 \bar{q}_e^T \bar{q}_e$  donde  $k_1$  es una ganancia escalar positiva. Para cumplir con este requerimiento proponemos una velocidad angular comandada ( $\Omega_c$ ) definida como

$$\Omega_c = 2k_1(S(\bar{q}_e) + q_{e0} I_3)^{-1} \bar{q}_e + \tilde{R} \Omega_m \quad (4.11)$$

por lo tanto

$$\dot{\mathcal{V}}_1 = -k_1 \bar{q}_e^T \bar{q}_e + \bar{q}_e^T \frac{1}{2} (S(\bar{q}_e) + q_{e0} I_3) \tilde{\Omega} \quad (4.12)$$

donde  $\tilde{\Omega}$  es la entrada virtual

$$\tilde{\Omega} = \Omega_c - \Omega \quad (4.13)$$

Sea la nueva función candidata de Lyapunov.

$$\mathcal{V}_2 = \frac{1}{2} \bar{q}_e^T \bar{q}_e + \frac{1}{2} \tilde{\Omega}^T \tilde{\Omega} \quad (4.14)$$

Al diferenciar y sustituir la dinámica rotacional reducida  $\dot{\tilde{\Omega}} = \dot{\Omega}_c - C_1 - \bar{V}^2 C_2 \Delta$  nos queda.

$$\dot{\mathcal{V}}_2 = \bar{q}_e^T \dot{\bar{q}}_e + (\dot{\Omega}_c - C_1 - \bar{V}^2 C_2 \Delta)^T \tilde{\Omega} \quad (4.15)$$

de la ecuación de la dinámica del error.

$$\dot{\mathcal{V}}_2 = -k_1 \bar{q}_e^T \bar{q}_e + \bar{q}^T \frac{1}{2} (S(\bar{q}_e) + q_{e0} I_3) \tilde{\Omega} + (\dot{\Omega}_c - C_1 - \bar{V}^2 C_2 \Delta)^T \tilde{\Omega} \quad (4.16)$$

Para que el sistema sea asintóticamente estable, el control se elige como

$$\Delta = \frac{1}{\bar{V}^2} C_2^{-1} (k_2 \tilde{\Omega} + \frac{1}{2} (q_{e0} I_3 - S(\bar{q}_e)) \bar{q}_e + \dot{\Omega}_c) - \frac{1}{\bar{V}^2} C_2^{-1} C_1 \quad (4.17)$$

donde  $k_2$  es una ganancia escalar positiva. Por lo que al introducir el control, la función queda como

$$\dot{\mathcal{V}}_2 = -k_1 \bar{q}_e^T \bar{q}_e - k_2 \tilde{\Omega}^T \tilde{\Omega} \quad (4.18)$$

dando como resultado un sistema asintóticamente estable.

#### 4.2.5 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Hasta este momento asumimos que conocemos las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre el vehículo, lo cual no es posible en la práctica. Es por eso que surge la necesidad de estimar estos parámetros desconocidos por medio de técnicas de estimación, que se basan mediciones de variables y estados del sistema para su cálculo, para esto es necesario un conocimiento detallado de la estructura dinámica del sistema. A continuación se hará el uso del método del gradiente, para la estimación en tiempo real de los parámetros. Este método no asegura convergencia de los parámetros, pero permite que exista un comportamiento asintótico en la ley de control.

De la ecuación (4.17), definimos  $\Delta_c = \Psi^T \Upsilon$  como la entrada de control comandada, donde  $\Psi$  es la matriz de variables conocidas definida como

$$\Psi = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

donde  $s_1, s_2$  y  $s_3$  son elementos del vector  $S$

$$S = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\bar{V}^2} (k_2 \tilde{\Omega} + \frac{1}{2} (q_{e0} I_3 - S(\bar{q}_e)) \bar{q}_e + \dot{\Omega}_c) \quad (4.20)$$

$\Upsilon$  es definido como el vector de parámetros desconocidos

$$\Upsilon = \begin{pmatrix} \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \\ \frac{\vartheta_3}{\vartheta_4} \\ \frac{\vartheta_5}{\vartheta_6} \\ \frac{1}{\vartheta_2} \\ \frac{1}{\vartheta_4} \\ \frac{1}{\vartheta_6} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

La entrada de control real es  $\Delta = \Psi^T \hat{\Upsilon}$  donde  $\hat{\Upsilon}$  es conformado por los parámetros estimados, a continuación definimos el error en la entrada de control como

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta} &= \Delta_c - \Delta \\ \tilde{\Delta} &= \Psi^T \Upsilon - \Psi^T \hat{\Upsilon} \\ \tilde{\Delta} &= \Psi^T \tilde{\Upsilon} \end{aligned} \quad (4.22)$$

tomando en cuenta el error en la entrada de control, la ecuación (4.16), puede reescribirse.

$$\dot{\mathcal{V}} = -k_1 \bar{q}_e^T \bar{q}_e + \bar{q}^T \frac{1}{2} (S(\bar{q}_e) + q_{e0} I_3) \tilde{\Omega} + (\dot{\Omega}_c - C_1 - \bar{V}^2 C_2 (\Delta_c - \tilde{\Delta}))^T \tilde{\Omega} \quad (4.23)$$

lo cual reduce la ecuación a

$$\dot{\mathcal{V}} = -k_1 \bar{q}_e^T \bar{q}_e - k_2 \tilde{\Omega}^T \tilde{\Omega} + \bar{V}^2 \tilde{\Omega}^T C_2 \Psi^T \tilde{\Upsilon} \quad (4.24)$$

Por los que redefinimos la función de Lyapunov como

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2} \bar{q}_e^T \bar{q}_e + \frac{1}{2} \tilde{\Omega}^T \tilde{\Omega} + \frac{1}{2} \tilde{\Upsilon}^T \Lambda^{-1} C_3 \tilde{\Upsilon} \quad (4.25)$$

donde  $\Lambda \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es una matriz diagonal de ganancias definida positiva y  $C_3$  es una matriz diagonal de parámetros desconocidos de tal manera que  $C_2 \Psi^T = \Psi^T C_3$ , por

lo que es definida como.

$$C_3 = \begin{pmatrix} \vartheta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \vartheta_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vartheta_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vartheta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vartheta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vartheta_6 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Para esta técnica de estimación, los parámetros deben de variar lentamente, por lo que podemos suponer que  $C_3$  es constante y que  $\dot{\tilde{\Upsilon}} \approx -\dot{\Upsilon}$ . Bajo estas condiciones, la derivada de la ecuación (4.25) puede escribirse como

$$\dot{\mathcal{V}} = -k_1 \bar{q}_e^T \bar{q}_e - k_2 \tilde{\Omega}^T \tilde{\Omega} + \bar{V}^2 \tilde{\Omega}^T \Psi^T C_3 \tilde{\Upsilon} - \dot{\Upsilon}^T \Lambda^{-1} C_3 \tilde{\Upsilon} \quad (4.27)$$

factorizando

$$\dot{\mathcal{V}} = -k_1 \bar{q}_e^T \bar{q}_e - k_2 \tilde{\Omega}^T \tilde{\Omega} + (\bar{V}^2 \Psi \tilde{\Omega} - \Lambda^{-1} \dot{\Upsilon})^T C_3 \tilde{\Upsilon} \quad (4.28)$$

Para cancelar los factores, la ecuación para la estimación de los parámetros es

$$\dot{\Upsilon} = \bar{V}^2 \Lambda \Psi \tilde{\Omega} \quad (4.29)$$

resultando

$$\dot{\mathcal{V}} = -k_1 \bar{q}_e^T \bar{q}_e - k_2 \tilde{\Omega}^T \tilde{\Omega} \quad (4.30)$$

### 4.3 MODELO EN 2-D

El modelado matemático en 3-D es complejo y difícil para desarrollar un control de transición. Es por eso que se propone desarrollar un modelo en 2-D del vehículo que describa la dinámica esencial. Dado que la transición será efectuada solo en una dirección, la dimensión extra no es necesaria, con lo cual permite un análisis más simple para los controladores. Las fuerzas que actúan sobre el centro de masas del vehículo en un marco de referencia bidimensional son mostradas en la Figura 4.3.

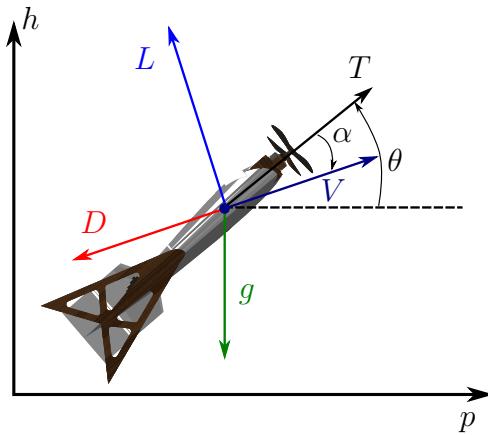


Figura 4.3: Fuerzas en vehículo.

La dimensión  $p$  denota la distancia recorrida en la dirección en el plano horizontal, el vehículo siempre realizará la transición en este eje. La dimensión  $h$  representa la altitud, las entradas de control que permitirán el control de la transición serán el empuje  $T$  y el momento de cabeceo  $\mathcal{M}$ , que controlará la posición de  $\theta$ . Aplicando la segunda ley de Newton se llega a la siguiente ecuación.

$$m \begin{pmatrix} \ddot{p} \\ \ddot{h} \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} \dot{v}_p \\ \dot{v}_h \end{pmatrix} = \mathbf{G} + \mathbf{L} + \mathbf{D} + \mathbf{T} \quad (4.31)$$

donde  $G$  es la fuerza de gravedad,  $L$  es la fuerza de levantamiento,  $D$  es la fuerza de arrastre y  $T$  es el empuje producido por el motor. En el marco inercial, la fuerza de gravedad esta dado por el vector.

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

Asumiendo que el vector de empuje.

$$\mathbf{T} = R(\theta) \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}$$

donde  $R$  is la matriz de rotación entre marcos de referencia dada por

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

y  $T$  es la magnitud del empuje producido por el motor y se asumirá que la entrada de control  $T > 0$ . Los vectores de levantamiento y arrastre también deben de trasladarse al marco inercial

$$\mathbf{L} = R(\theta - \alpha) \begin{pmatrix} 0 \\ L \end{pmatrix}$$

y

$$\mathbf{D} = R(\theta - \alpha) \begin{pmatrix} -D \\ 0 \end{pmatrix}$$

donde  $L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L(\alpha)$  y  $D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D(\alpha)$ , nótese que la velocidad del viento desde el marco inercial está dada por  $V = \sqrt{\dot{h}^2 + \dot{p}^2}$ , y que el ángulo que hace el vector de velocidad con el marco inercial es  $\theta - \alpha$ , por lo que es posible escribir

$$\begin{aligned} \cos(\theta - \alpha) &= \frac{\dot{p}}{V} \\ \sin(\theta - \alpha) &= \frac{\dot{h}}{V} \end{aligned}$$

Dadas estas equivalencias es posible rescribir la ecuación (4.31)

$$\begin{pmatrix} \ddot{p} \\ \ddot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} + \frac{\rho V S}{2m} \begin{pmatrix} -\dot{p} C_D - \dot{h} C_L \\ -\dot{h} C_D + \dot{p} C_L \end{pmatrix} + R(\theta) \begin{pmatrix} \frac{T}{m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

## 4.4 TRAYECTORIAS DESEADAS

La meta es diseñar trayectorias que deberán ser seguidas durante la transición de vuelo. Estas deben ser continuas y sin cambios bruscos, para que el vehículo no tenga dificultad en seguir las. Por simplicidad las trayectorias se diseñan en un marco bi-dimensional, están basadas en el tiempo, empezando con  $t = 0$  en el punto de inicio de la transición y  $t = tm$  como punto final de la transición.

La transición será guiada por los puntos  $(p_0, h_0)$  que es el punto inicial y  $(p_f, h_f)$  que es el punto final. Para una transición de vuelo estacionario a vuelo recto y nivelado, el vehículo estará en el punto  $(p_0, h_0)$  en vuelo estacionario y volará con

una magnitud de velocidad definida por la función  $V(t)$ , la dirección de la velocidad será definida por la función  $\delta(t)$ , hasta lograr cambiar a vuelo crucero al alcanzar el punto  $(p_f, h_f)$ , como se muestra en la Figura 4.4b. Para la transición de vuelo crucero a vuelo estacionario, el vehículo estará volando en vuelo crucero a una determinada velocidad inicial  $V_0$  en el punto  $(p_0, h_0)$  y cambiará su magnitud y orientación de velocidad de acuerdo a las funciones  $V(t)$  y  $\delta(t)$  hasta lograr vuelo estacionario en el punto  $(p_f, h_f)$  como se muestra en la Figura 4.4a.

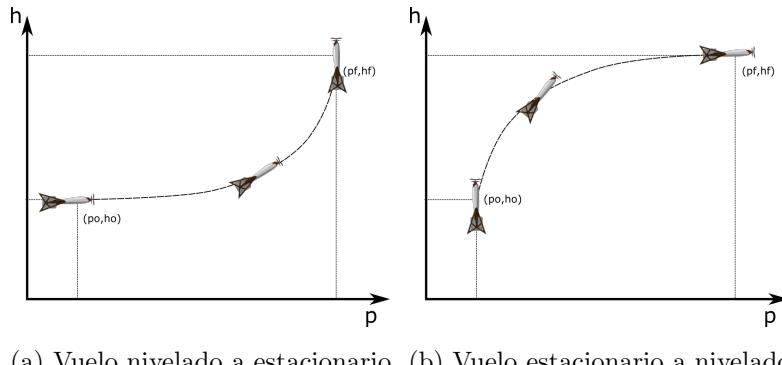


Figura 4.4: Transiciones de vuelo.

El algoritmo de generación de trayectoria calcula los valores de  $p_d, \dot{p}_d, \ddot{p}_d, h_d, \dot{h}_d$  y  $\ddot{h}_d$  para la trayectoria deseada. Las entradas para los algoritmos son la posición inicial  $(h_0, h_f)$ , la velocidad crucero  $V_c$ . El tiempo de maniobra  $t_m$ , se calcula basándose en esos parámetros. El diseño de la trayectoria para cada transición es tratado por separado. Para la transición vuelo estacionario a nivelado, la velocidad del vehículo será inicialmente cero y se incrementará hasta llegar a un valor  $V_c$  en vuelo nivelado. Para la transición de nivelado a estacionario, la velocidad inicial será  $V_c$  y disminuirá hasta cero cuando llegue a la posición de vuelo estacionario. Por lo que proponemos las ecuaciones de velocidad para ambas transiciones como.

$$\begin{aligned}\dot{p}_d &= V(t) \cos(\delta(t)) \\ \dot{h}_d &= V(t) \sin(\delta(t))\end{aligned}\tag{4.33}$$

donde para la transición de vuelo estacionario a nivelado se tiene que

$$V(t) = \begin{cases} \frac{V_c}{2}(1 - \cos(\frac{\pi t}{t_m})) & t \leq t_m \\ V_c & t > t_m \end{cases}$$

$$\delta(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}(1 - \frac{t}{t_m})^2 & t \leq t_m \\ 0 & t > t_m \end{cases}$$

y para la transición vuelo nivelado a estacionario se tiene.

$$V(t) = \begin{cases} \frac{V_c}{2}(1 + \cos(\frac{\pi t}{t_m})) & t \leq t_m \\ 0 & t > t_m \end{cases}$$

$$\delta(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}(\frac{t}{t_m})^2 & t \leq t_m \\ \frac{\pi}{2} & t > t_m \end{cases}$$

donde  $t_m = \frac{4(h_f - h_0)}{0.388265V_c}$ , para obtener las ecuaciones de  $h_d$ ,  $p_d$ ,  $\ddot{h}_d$ ,  $\ddot{p}_d$  se integran y derivan las ecuaciones (4.33) según sea el caso. En la Figura 4.5 se muestran las aceleraciones y velocidades deseadas a seguir por el vehículo, en la primera parte se observa como el vehículo parte de vuelo estacionario para llegar a un vuelo nivelado, después de mantener el vuelo nivelado por unos segundo se realiza la transición de vuelo nivelado a vuelo estacionario véase Figura 4.6.

## 4.5 NAVEGACIÓN BASADA EN RETROALIMENTACIÓN DE ESTADO

Es una técnica que se usa para controlar sistemas no lineales, al transformarlos en un sistema lineal equivalente [19]. Para nuestro caso en particular, la implementación de la linealización por retroalimentación de estado depende del conocimiento del modelo aerodinámico para derivar las entradas de control que permitan el seguir las

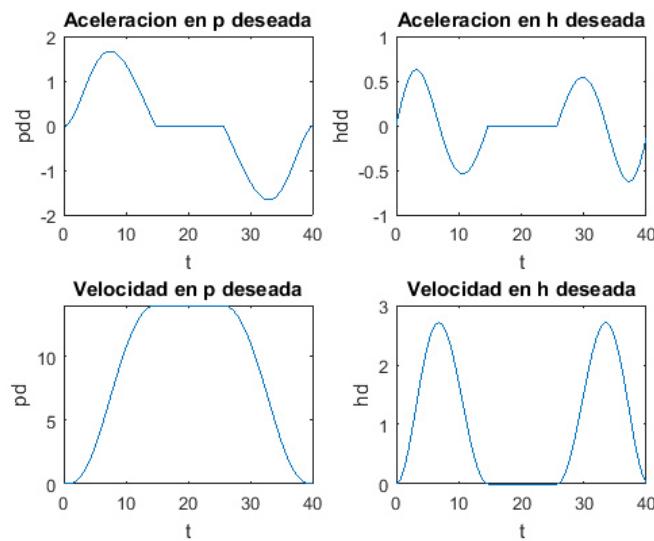
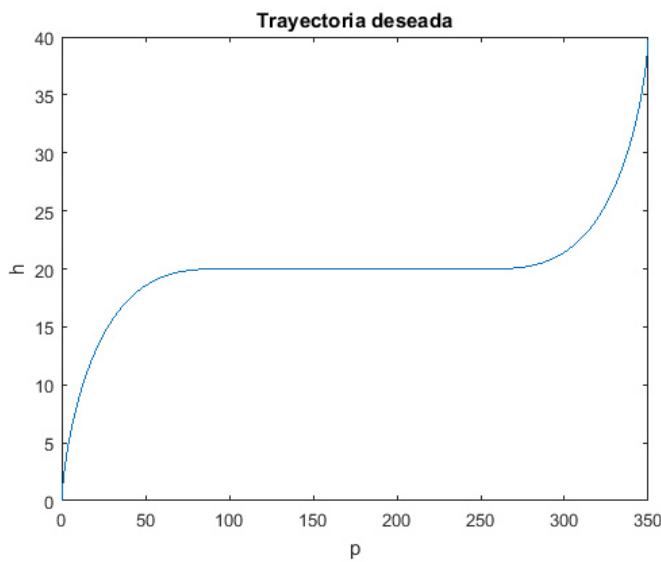


Figura 4.5: Aceleraciones y velocidades deseadas.

Figura 4.6: Trayectoria  $p$  vs  $h$ .

trayectorias deseadas. Primero se define el error de la posición como:

$$\tilde{p} = p - p_d$$

$$\tilde{h} = h - h_d$$

Por lo que al usar la ecuación (4.32) el error de la aceleración.

$$\begin{pmatrix} \ddot{\tilde{p}} \\ \ddot{\tilde{h}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{p} - \ddot{p}_d \\ \ddot{h} - \ddot{h}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\rho VS}{2m}(-\dot{p}C_D - \dot{h}C_L) + \frac{T}{m}\cos(\theta) - \ddot{p}_d \\ \frac{\rho VS}{2m}(-\dot{h}C_D + \dot{p}C_L) - g + \frac{T}{m}\sin(\theta) - \ddot{h}_d \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

la entrada de control del sistema sera definida como

$$F = \begin{pmatrix} \frac{T}{m}\cos(\theta) \\ \frac{T}{m}\sin(\theta) \end{pmatrix} = F_1 + F_2 \quad (4.35)$$

donde  $F_1$  será usado para cancelar las no linealidades del sistema, y  $F_2$  será una entrada que permitirá llevar el error en la trayectoria a cero. Al seleccionar  $F_1$  como:

$$F_1 = \begin{pmatrix} -\frac{\rho VS}{2m}(-\dot{p}C_D - \dot{h}C_L) \\ g - \frac{\rho VS}{2m}(-\dot{h}C_D + \dot{p}C_L) \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

el sistema es linealizado y se puede escribir como

$$\begin{pmatrix} \ddot{\tilde{p}} \\ \ddot{\tilde{h}} \end{pmatrix} = F_2 - \begin{pmatrix} \ddot{p}_d \\ \ddot{h}_d \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

para que el seguimiento de trayectorias tenga un comportamiento de segundo orden es deseable que

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{p}} &= -k_{dp}\dot{\tilde{p}} - k_{dp}\tilde{p} - k_{ip} \int \tilde{p} dt \\ \ddot{\tilde{h}} &= -k_{dh}\dot{\tilde{h}} - k_{dh}\tilde{h} - k_{ih} \int \tilde{h} dt \end{aligned} \quad (4.38)$$

donde  $k_{dp}, k_{pp}, k_{dh}, k_{dh}, k_{ip}$  y  $k_{ih}$  son ganancias sintonizables. Para lograrlo proponemos.

$$F_2 = \begin{pmatrix} -k_{dp}\dot{\tilde{p}} - k_{dp}\tilde{p} - k_{ip} \int \tilde{p} dt + \ddot{p}_d \\ -k_{dh}\dot{\tilde{h}} - k_{dh}\tilde{h} - k_{ih} \int \tilde{h} dt + \ddot{h}_d \end{pmatrix}$$

Por lo que la entrada de control completa es

$$\begin{pmatrix} \frac{T}{m} \cos(\theta) \\ \frac{T}{m} \sin(\theta) \end{pmatrix} = U_1 + U_2 = \begin{pmatrix} -\frac{\rho VS}{2m}(-\dot{p}C_D - \dot{h}C_L) - k_{dp}\dot{\tilde{p}} - k_{dp}\tilde{p} - k_{ip}\int \tilde{p}dt + \ddot{p}_d \\ g - \frac{\rho VS}{2m}(-\dot{h}C_D + \dot{p}C_L) - k_{dh}\dot{\tilde{h}} - k_{dh}\tilde{h} - k_{ih}\int \tilde{h}dt + \ddot{h}_d \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

para poder obtener los valores de las entradas de control en función de las variables de estado, es necesario obtener una expresión independiente para  $T$  y  $\theta$ . A continuación se derivan las expresiones.

$$\begin{aligned} F_p &\equiv -\frac{\rho VS}{2m}(-\dot{p}C_D - \dot{h}C_L) - k_{dp}\dot{\tilde{p}} - k_{dp}\tilde{p} - k_{ip}\int \tilde{p}dt + \ddot{p}_d \\ F_h &\equiv g - \frac{\rho VS}{2m}(-\dot{h}C_D + \dot{p}C_L) - k_{dh}\dot{\tilde{h}} - k_{dh}\tilde{h} - k_{ih}\int \tilde{h}dt + \ddot{h}_d \end{aligned}$$

Resultando las expresiones

$$\frac{T}{m} \cos(\theta) = F_p \quad (4.40)$$

$$\frac{T}{m} \sin(\theta) = F_h \quad (4.41)$$

Al elevar al cuadrado y sumar las expresiones se obtiene la expresión del empuje

$$\begin{aligned} \frac{T^2}{m^2} &= F_p^2 + F_h^2 \\ T &= m\sqrt{F_p^2 + F_h^2} \end{aligned}$$

Al dividir las expresiones se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\frac{T}{m} \sin(\theta)}{\frac{T}{m} \cos(\theta)} &= \frac{F_h}{F_p} \\ \tan(\theta) &= \frac{F_h}{F_p} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{F_h}{F_p}\right) \end{aligned}$$

ahora ya tenemos los valores de los controles para el empuje y la orientación. En la práctica este ángulo será convertido a su equivalente en cuaternios. Este cuaternionio es usado como entrada del cuaternionio deseado en el control de orientación, el empuje es retroalimentado. El control por retroalimentación de estados, requiere del conocimiento de varios parámetros que no son conocidos o no se pueden medir con

precisión. Estos parámetros son  $C_L$  y  $C_D$ , los cuales se calcularon de manera teórica en el Software XFLR5. El desempeño del control está ligado a la diferencia de los parámetros calculados con los reales del vehículo.

## 4.6 NAVEGACIÓN BASADA EN CONTROL ADAPTABLE

En la sección de control de linealización por retroalimentación de estados, existen varios parámetros que se desconocen o no se pueden medir. En esta sección se plantea un control que solo requiere el conocimiento de algunos parámetros, así como la información de variables de estado y las trayectorias deseadas. con lo que se eliminará la necesidad de conocer las variables  $C_L$  y  $C_D$  para lograr un seguimiento de trayectoria.

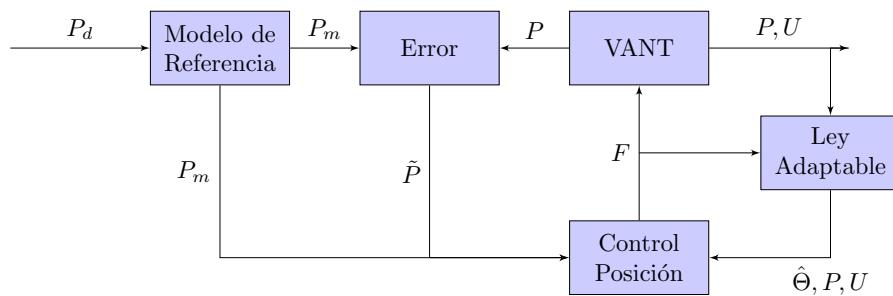


Figura 4.7: Diagrama Control de posición.

### 4.6.1 PARAMETRIZACIÓN DE ECUACIONES DE MOVIMIENTO

En esta sección de propone una parametrización de las ecuaciones, que ayudarán a facilitar la estimación de los parámetros, así como la obtención del control. Lo que se busca encontrar es una forma de estimar las fuerzas aerodinámicas de levantamiento y arrastre, de las ecuaciones (4.42) se tiene que estas fuerzas dependen de parámetros como la densidad del aire ( $\rho$ ), coeficientes de levantamiento y arrastre propios de la

configuración aerodinámica ( $C_L, C_D$ ), los cuales dependen de variables como altura, temperatura, geometría alar, entre otros factores.

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}\rho C_L(\alpha)SV^2 \\ D &= \frac{1}{2}\rho C_D(\alpha)SV^2 \end{aligned} \quad (4.42)$$

Es por eso que el proponer una manera de calcularlos se vuelve de vital importancia cuando se requiere de controlar el vehículo. Los parámetros que se quieren estimar son  $E_L = \frac{1}{2m}\rho C_L(\alpha)S$  y  $E_D = \frac{1}{2m}\rho C_D(\alpha)S$ ; estos parámetros dependen principalmente de los coeficientes  $C_L$  y  $C_D$ , los cuales varían con el ángulo de ataque  $\alpha$ .

Se sabe de la literatura que las curvas para los coeficientes tiene una forma similar a las Figuras 4.8a y 4.8b. Entonces, se propone la siguiente parametrización.

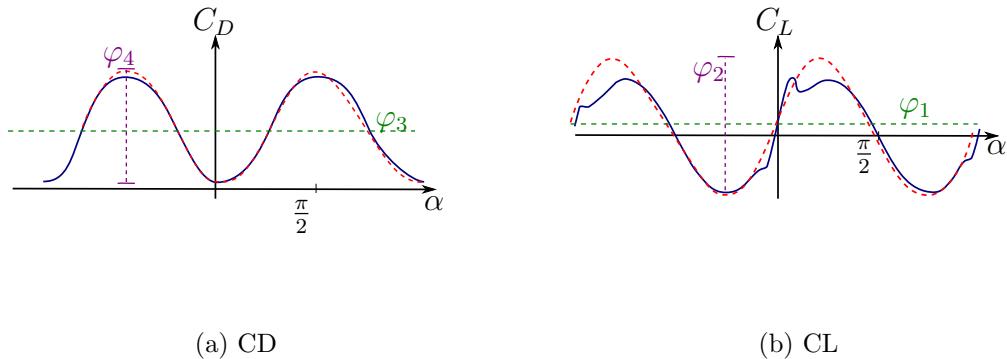


Figura 4.8: Coeficientes aerodinámicos.

$$\begin{aligned} E_D &= \varphi_1 - \varphi_2 c_{2\alpha} \\ E_L &= \varphi_3 + \varphi_4 s_{2\alpha} \end{aligned} \quad (4.43)$$

donde  $c_{2\alpha}$  y  $s_{2\alpha}$ , significa  $\cos(2\alpha)$  y  $\sin(2\alpha)$  respectivamente. Por lo tanto es posible escribirlo en su forma matricial como

$$\begin{pmatrix} E_D \\ E_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -c_{2\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s_{2\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

Ya que se considera que la atmósfera está en completa calma, es posible obtener identidades tales que

$$\begin{aligned} s_{2\alpha} &= \frac{2wu}{u^2 + w^2} \\ c_{2\alpha} &= \frac{u^2 - w^2}{u^2 + w^2} \end{aligned} \quad (4.45)$$

donde  $u$  y  $w$  son las velocidades del vehículo en el marco del cuerpo.

A continuación se reescriben los vectores de posición y velocidad como

$$P = \begin{pmatrix} p \\ h \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

$$U = \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{h} \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

ahora se reescribirán las ecuaciones de movimiento en 2D de la ecuación (4.32) como

$$\dot{U} = VB\Theta + G + F \quad (4.48)$$

donde  $V = \sqrt{\dot{p}^2 + \dot{h}^2}$  es la velocidad del aire

$$B = \begin{pmatrix} -\dot{p} & -c_{2\alpha}\dot{p} & -\dot{h} & -s_{2\alpha}\dot{h} \\ -\dot{h} & -c_{2\alpha}\dot{h} & \dot{p} & s_{2\alpha}\dot{p} \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

el vector de gravedad está dado por

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

y

$$F = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} F_x \\ F_z \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

es el vector de control y el vector de parámetros  $\Theta$  está dado por

$$\Theta = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

#### 4.6.2 MODELO DE REFERENCIA

El modelo de referencia que sigue la posiciones deseadas, se elige de segundo orden por las características del modelo. Tomando esto en cuenta el modelo de referencia tiene la forma.

$$\ddot{P}_m = -2\zeta\omega_n\dot{P}_m - \omega_n^2(P_m - P_d) \quad (4.53)$$

donde

$$P_m = \begin{pmatrix} p_m \\ h_m \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

es la trayectoria de referencia,

$$P_d = \begin{pmatrix} p_d \\ h_d \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

es el vector de la trayectoria deseada, y  $\zeta$  y  $\omega_n$  son parámetros de un sistema de segundo orden.

#### 4.6.3 ESTRATEGIA DE CONTROL EN POSICIÓN

Definimos el error en posición como

$$\tilde{P} = P - P_m \quad (4.56)$$

$$\dot{\tilde{P}} = U - \dot{P}_m \quad (4.57)$$

el vector de velocidad inercial del vehículo es  $U = U_c - \tilde{U}$  donde  $U_c$  es la velocidad comandada y  $\tilde{U}$  es el error en velocidad. Entonces proponemos la función de Lyapunov como sigue

$$\mathcal{V}_1 = \frac{1}{2} \tilde{P}^T \tilde{P} \quad (4.58)$$

por lo que al derivarla se obtiene

$$\dot{\mathcal{V}}_1 = \tilde{P}^T \dot{\tilde{P}} = \tilde{P}^T (U_c - \tilde{U} - \dot{P}_m) \quad (4.59)$$

y al elegir  $U_c = -k_1 \tilde{P} + \dot{P}_m$  la función de Lyapunov queda  $\dot{\mathcal{V}}_1 = -k_1 \tilde{P}^T \tilde{P} - \tilde{P}^T \tilde{U}$  el sistema aun nos es estable por lo proponemos una nueva función de Lyapunov

$$\mathcal{V}_2 = \frac{1}{2} \tilde{P}^T \tilde{P} + \frac{1}{2} \tilde{U}^T \tilde{U} \quad (4.60)$$

al diferenciar nos queda

$$\dot{\mathcal{V}}_2 = -k_1 \tilde{P}^T \tilde{P} - \tilde{P}^T \tilde{U} + \dot{\tilde{U}}^T \tilde{U} \quad (4.61)$$

notando que  $\dot{\tilde{U}} = \dot{U}_c - \dot{U}$  de la ecuación (4.48) reescribimos  $\dot{\mathcal{V}}_2$  como

$$\dot{\mathcal{V}}_2 = -k_1 \tilde{P}^T \tilde{P} - \tilde{P}^T \tilde{U} + (\dot{U}_c - VB\Theta - G - F)^T \tilde{U} \quad (4.62)$$

eliendo

$$F = -G - VB\Theta - \tilde{P} + k_2 \tilde{U} + \dot{U}_c \quad (4.63)$$

se puede escribir  $\dot{\mathcal{V}}_2$  como

$$\dot{\mathcal{V}}_2 = -k_1 \tilde{P}^T \tilde{P} - k_2 \tilde{U}^T \tilde{U} \quad (4.64)$$

lo que garantiza la estabilidad del sistema.

#### 4.6.4 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS POR GRADIENTE

Hasta el momento se ha seguido el procedimiento estándar para la estrategia de un control recursivo (backstepping). A continuación se obtiene la ley de adaptación para los parámetros estimados, este metodo de estimación asegura el seguimiento

de la trayectoria deseada, sin embargo no asegura la convergencia en los parámetros estimados [18].

En la sección pasada se consideró que la ecuación (4.63), la fuerza comandada para la entrada de control, cuenta con los parámetros reales del vehículo, lo cual no es posible en la práctica, ya que estos no se pueden medir directamente. Debido a esto definimos que la fuerza real aplicada en el vehículo es

$$F = -G - VB\hat{\Theta} - \tilde{P} - k_2\tilde{U} - \dot{U}_c \quad (4.65)$$

donde  $\hat{\Theta}$  es el vector de parámetros estimados, por lo tanto el error está definido como

$$\begin{aligned} \tilde{F} &= F_c - F \\ \tilde{F} &= VB\Theta - VB\hat{\Theta} \\ \tilde{F} &= VB\tilde{\Theta} \end{aligned} \quad (4.66)$$

donde  $\tilde{\Theta} = \Theta - \hat{\Theta}$  es el error entre parámetros estimados y los valores reales, reescribiendo  $F$  en la ecuación (4.62) tenemos que

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}_2 &= -k_1\tilde{P}^T\tilde{P} - k_2\tilde{U}^T\tilde{U} + \tilde{F}^T\tilde{U} \\ &= -k_1\tilde{P}^T\tilde{P} - k_2\tilde{U}^T\tilde{U} + V\tilde{\Theta}^T B^T \tilde{U} \end{aligned} \quad (4.67)$$

ahora se procede a encontrar la ley de adaptación de parámetros, por lo que se propone una nueva función de Lyapunov

$$\mathcal{V}_3 = \frac{1}{2}\tilde{P}^T\tilde{P} + \frac{1}{2}\tilde{U}^T\tilde{U} + \frac{1}{2}\tilde{\Theta}^T\Gamma^{-1}\tilde{\Theta} \quad (4.68)$$

donde  $\Gamma \in \mathbb{R}^{4x4}$  es una matriz de diagonal positiva de ganancias de adaptación. Derivando la función  $\mathcal{V}_3$  y tomando en consideración que los parámetros que deseamos estimar varían lentamente, es decir que  $\dot{\Theta} \approx 0$ , por lo que se puede aproximar  $\dot{\tilde{\Theta}} \approx -\dot{\hat{\Theta}}$ , tomando estas aproximaciones se puede escribir  $\dot{\mathcal{V}}_3$  como

$$\dot{\mathcal{V}}_3 = -k_1\tilde{P}^T\tilde{P} - k_2\tilde{U}^T\tilde{U} + V\tilde{\Theta}^T B^T \tilde{U} - \tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} \quad (4.69)$$

se observar que al elegir la ley adaptable de parámetros como  $\dot{\hat{\Theta}} = VT B^T \tilde{U}$ , se eliminan algunos términos, resultando en

$$\dot{\mathcal{V}}_3 = -k_1\tilde{P}^T\tilde{P} - k_2\tilde{U}^T\tilde{U} \quad (4.70)$$

lo cual indica que el sistema en lazo cerrado es estable.

#### 4.6.5 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS POR MÍNIMOS CUADRADOS

Otra técnica de estimación es por medio de mínimos cuadrados, para poder aplicar esta técnica el sistema debe tener la forma

$$Y(t) = \Phi(t)\Theta \quad (4.71)$$

donde  $Y(t)$  y  $\Phi(t)$  son variables medibles, y  $\Theta$  es el vector de parámetros constantes que se quieren calcular. Para aplicaciones en control adaptable existe la siguiente formulación, donde los parámetros son actualizados continuamente al definir [29], [2].

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) &= -P(t)\Phi^T(t)\Phi(t)P(t) \\ \dot{\hat{\Theta}} &= -P(t)\Phi^T(t)[\Phi(t)\hat{\Theta} - Y(t)] \end{aligned} \quad (4.72)$$

donde  $P(t)$  se conoce como la covarianza, entonces de la ecuación (4.48) podemos escribir las ecuaciones para la estimación de parámetros como

$$\begin{aligned} \dot{U} - G - F &= VB\Theta \\ Y(t) &= \Phi(t)\Theta \end{aligned} \quad (4.73)$$

donde  $Y(t) = \dot{U} - G - F$  y  $\Phi = VB$ , entonces  $P(t) \in \mathbb{R}^{(4x4)}$  es una matriz cuyas condiciones iniciales  $P(0)$  resulta la matriz identidad de 4x4. Por lo tanto la ecuación de estimación de parámetros queda

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) &= -V^2 P(t) B^T B P(t) \\ \dot{\hat{\Theta}} &= -P(t) B^T [B \hat{\Theta} + F + G - \dot{U}] \end{aligned} \quad (4.74)$$

## CAPÍTULO 5

# SIMULACIONES

---

En este capítulo se muestran los resultados de las simulaciones realizadas en Matlab Simulink, que se efectuaron para los controles propuestos, y las condiciones iniciales de la simulación son: orientación del vehículo nariz arriba, es decir  $Q = [\frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \frac{1}{\sqrt{2}}, 0]$  o  $[\phi, \theta, \psi] = [0, \pi/2, 0]$ , aceleraciones, velocidades y posiciones iniciales lineales y angulares de cero. Se simuló la transición del vehículo de vuelo estacionario a vuelo nivelado, seguido de la transición de vuelo nivelado a vuelo estacionario, el método de solución fue el ode45 con un tiempo total de simulación de 50 segundos.

### 5.1 SIMULACIÓN DE CONTROL POR RETROALIMENTACION DE ESTADO

Los resultados de la simulación para el control por retroalimentacion de estado se muestran en esta sección. Este algoritmo de control requiere del conocimiento de los parámetros del vehículo para su correcto funcionamiento. En la Figura 5.1 se muestra la trayectoria deseada contra la trayectoria real del vehículo, como se puede observar en las Figuras 5.2 y 5.3 existe un error pequeño en el seguimiento de la trayectoria y velocidades.

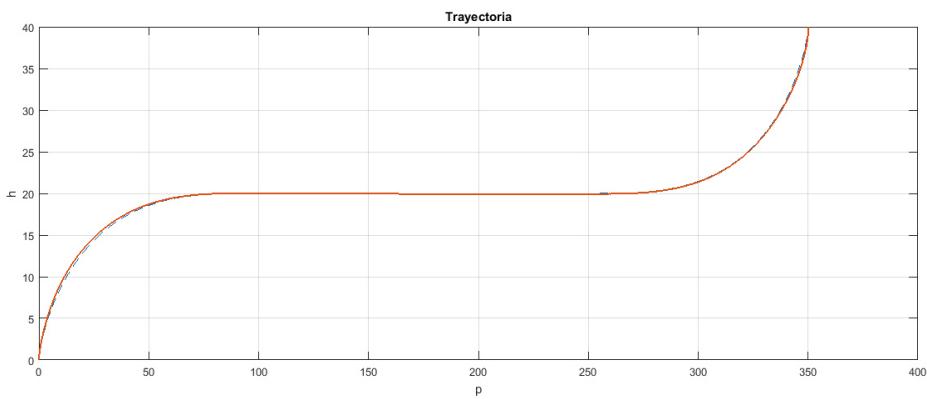


Figura 5.1: Trayectoria deseada vs real.

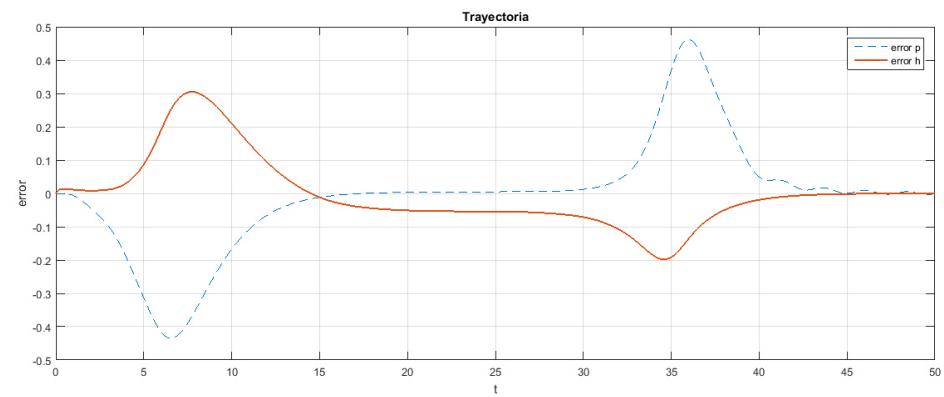


Figura 5.2: Error en trayectoria.

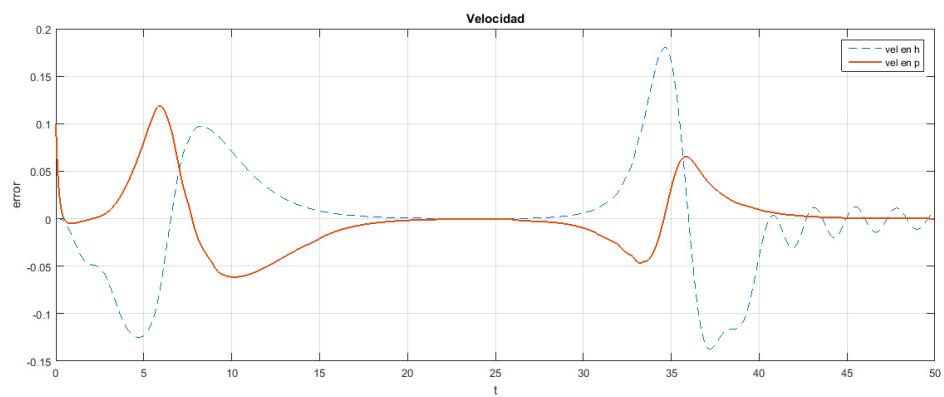


Figura 5.3: Error en velocidad.

## 5.2 SIMULACIÓN DE CONTROL ADAPTABLE

Los resultados de la simulación para el control adaptable se muestran en esta sección.

### 5.2.1 ESTIMACIÓN CON MÉTODO DEL GRADIENTE

En la Figura 5.4 se muestra la trayectoria deseada contra la trayectoria real del vehículo. En esta gráfica se puede evidenciar un error en seguimiento de la trayectoria, esto debido al error en los valores estimados contra los reales de los parámetros

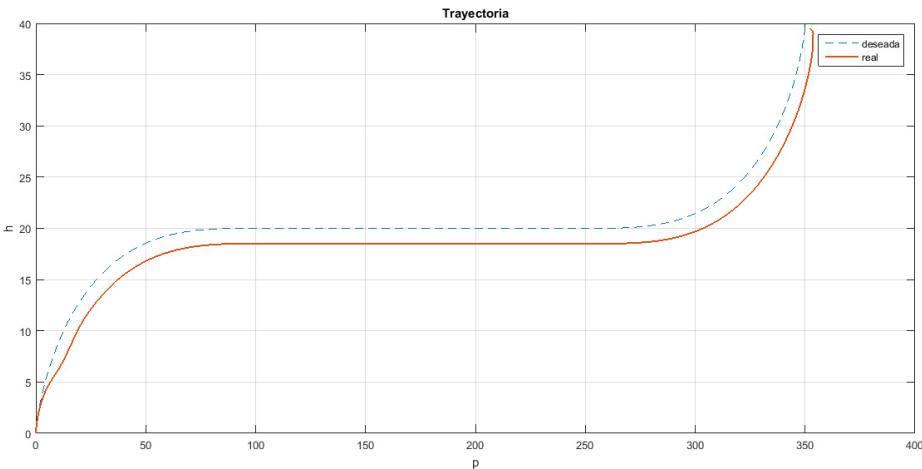


Figura 5.4: Trayectoria deseada vs real.

En la Figura 5.5 se muestra el desempeño de la ley de adaptación. En esta gráfica se puede evidenciar que el método de estimación de parámetros por gradiente no garantiza la convergencia a los parámetros reales. En las Figura 5.7 se muestran las velocidades en  $h$  y  $p$  del vehículo. En estas gráficas se observarán en la primera parte de la transición, la curva real difiere mucho de la deseada; esto debido al proceso de adaptación.

En la Figura 5.8 se muestra el empuje de motor. Notese que en ningún momento

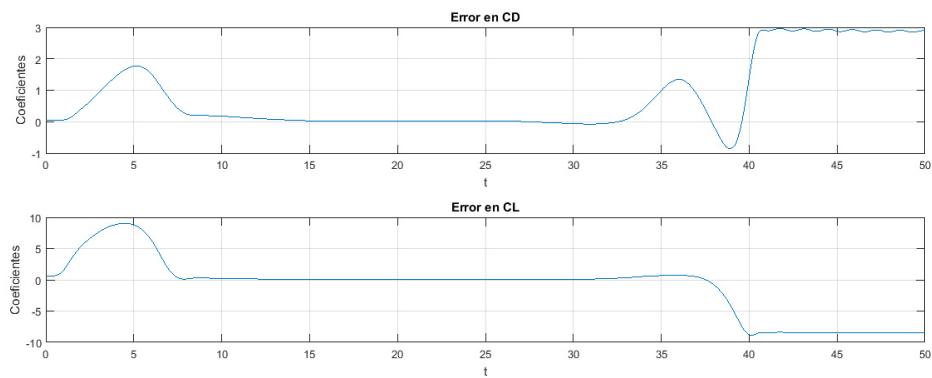


Figura 5.5: Error en coeficientes estimados vs reales.

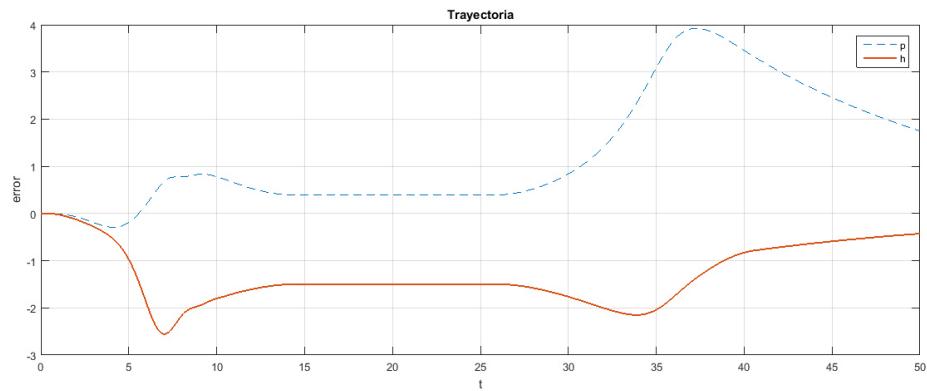


Figura 5.6: Error en trayectorias deseadas vs reales.

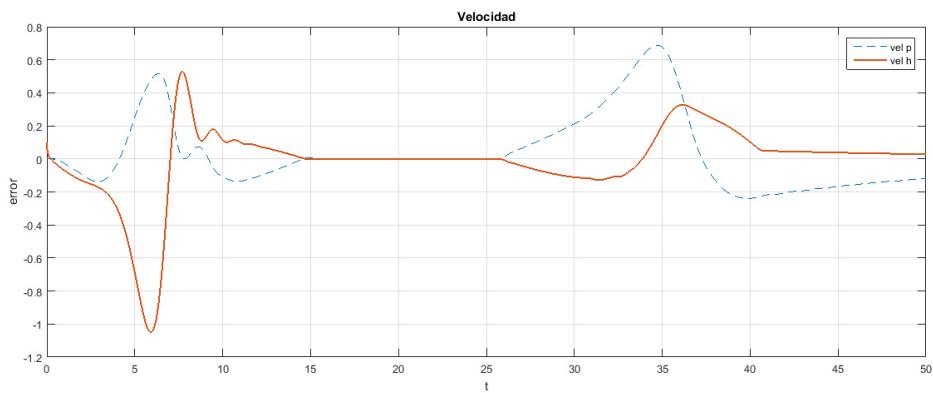


Figura 5.7: Error en velocidad deseadas vs reales.

se sobreexcede el empuje del motor, lo cual implica un buen uso del actuador. En la

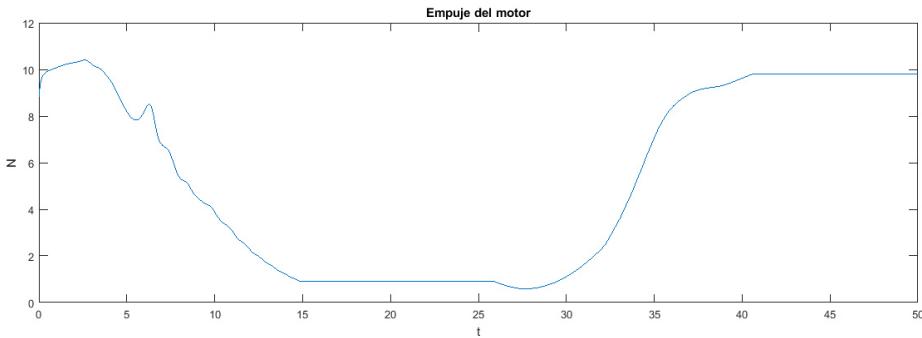


Figura 5.8: Empuje del motor.

Figura 5.9 se muestran las deflexiones necesarias para seguir la orientación deseada, y la variación de los parámetros conforme se da la transición. Cabe mencionar que las deflexiones requeridas están dentro de un rango de  $\pm 30^\circ$ , lo cual no supera el rango de movilidad de las superficies de control

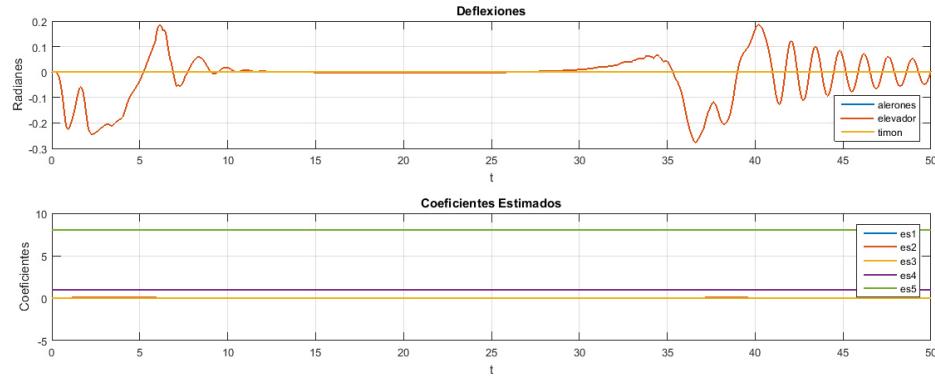


Figura 5.9: Deflexiones en superficies de control.

### 5.2.2 ESTIMACIÓN CON MÍNIMOS CUADRADOS

Estas pruebas se realizaron bajo las mismas ganancias de control, y solo se modificó el método de estimación de parámetros. Como se puede observar en la Figura 5.11 el seguimiento de trayectoria es notablemente mejor

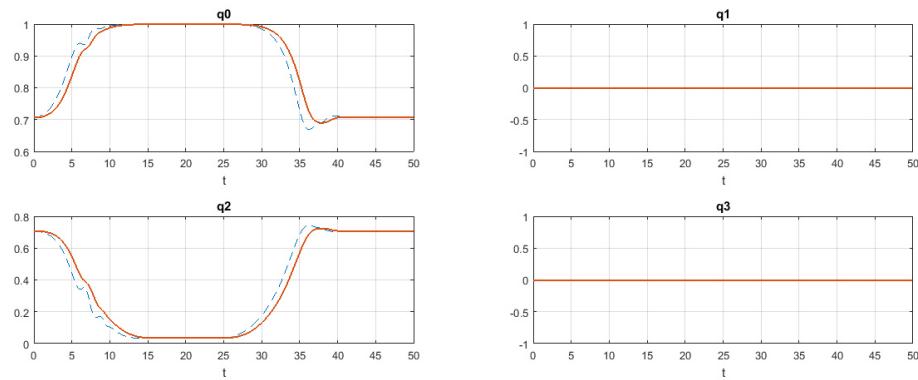


Figura 5.10: Cuaternios deseados.

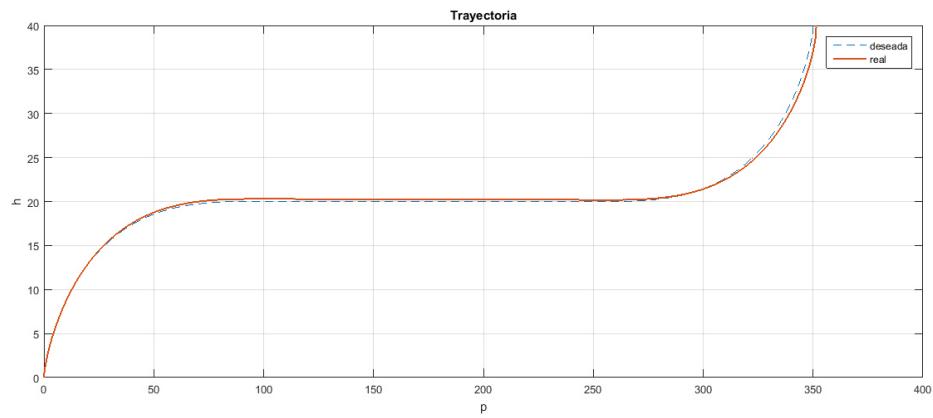


Figura 5.11: Trayectoria deseada vs real.

En la Figura 5.12 se muestra el desempeño de la ley de adaptación usando las mismas condiciones iniciales. Como se puede evidenciar este método es mejor que el método de gradiente en converger a los parámetros, ya que el error es considerablemente pequeño en comparación. En las gráficas que aparecen en la Figura 5.14 se

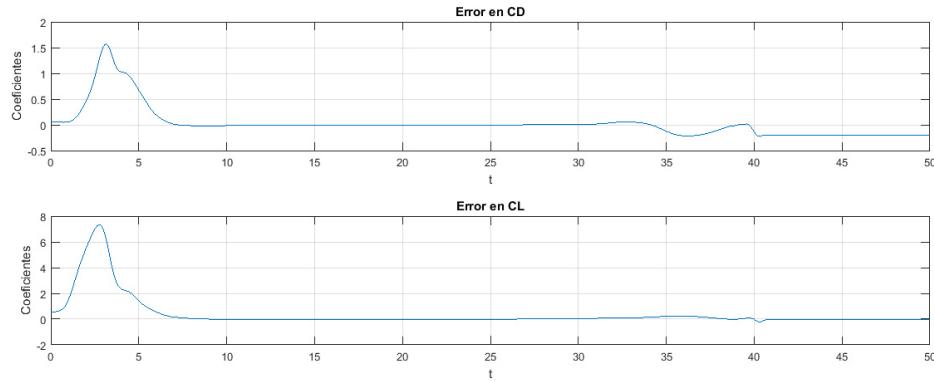


Figura 5.12: Error en coeficientes estimados vs reales.

muestra el error en las velocidades y trayectorias del vehículo. Como se observa en la primera parte de la transición la curva real difiere en gran medida de la deseada, esto debido al proceso de adaptación.

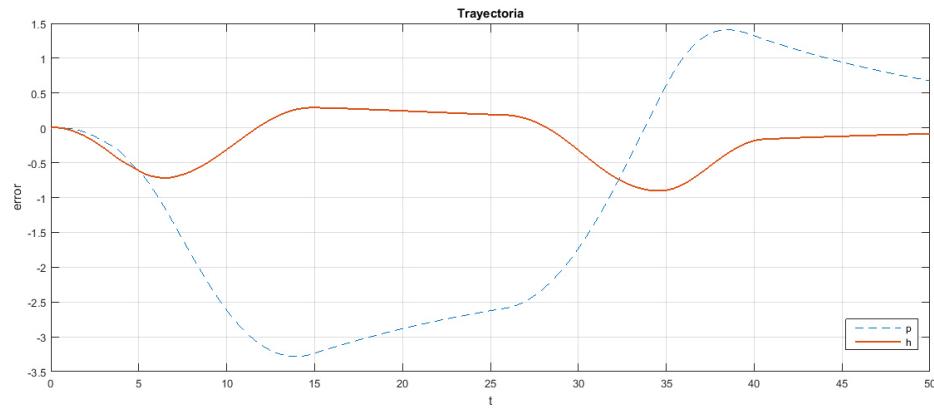


Figura 5.13: Error en trayectorias deseadas vs reales.

En la Figura 5.15 se muestran las deflexiones. En esta gráfica se puede notar que no existe un cambio notable.

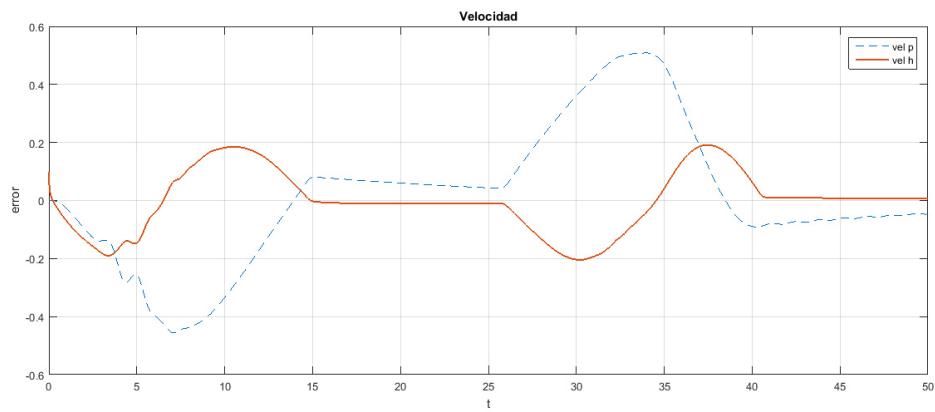


Figura 5.14: Error en velocidad deseadas vs reales.

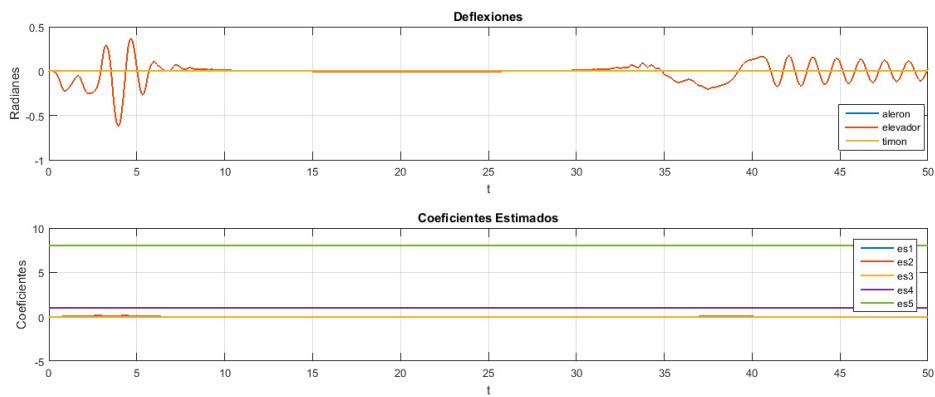


Figura 5.15: Deflexiones en superficies de control.

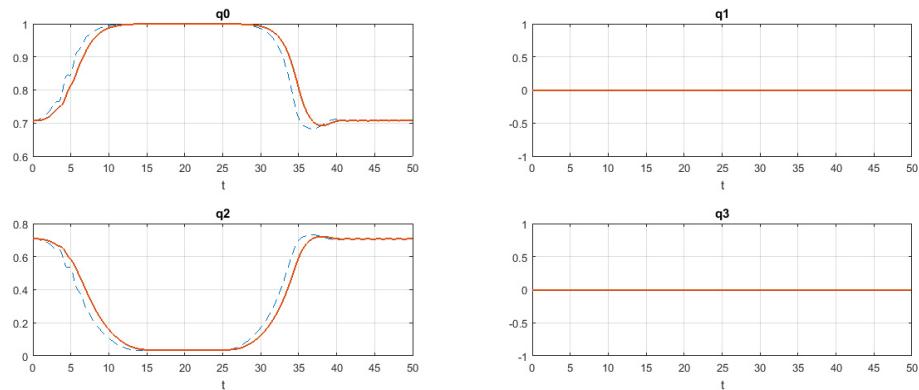


Figura 5.16: Cuaternios deseados.

## CAPÍTULO 6

# SISTEMA SANT

---

## 6.1 AVIÓNICA

En esta sección se hace mención de los sistemas que forman parte del SANT, dando asistencia a la navegación autónoma o teleoperada, es decir sensores de posición, orientación, interfaces de comunicación como se puede observar en la Figura 6.1. La elección de estas plataformas se debe a que son de licencia libre, lo que conlleva cooperación entre varios grupos de investigadores, que ayudan a la mejora continua de la plataforma, lo cual permite una gran flexibilidad de la misma [24], [16].

### 6.1.1 AUTOPILOTO PIXHAWK

La computadora de vuelo Pixhawk, es un autopiloto que puede soportar diferentes tipos de plataformas, tales como aeronaves de ala fija o rotativa, vehículos terrestres o marinos o cualquier otro tipo de plataforma robótica que se mueva. Este dispositivo se encarga de la gestión de sensores, comunicación y actuadores del vehículo, tanto el hardware como el software es de licencia libre lo cual permite que su campo de acción abarque desde la investigación, entretenimiento e industria [25]. El Pixhawk consta de dos unidades principales:

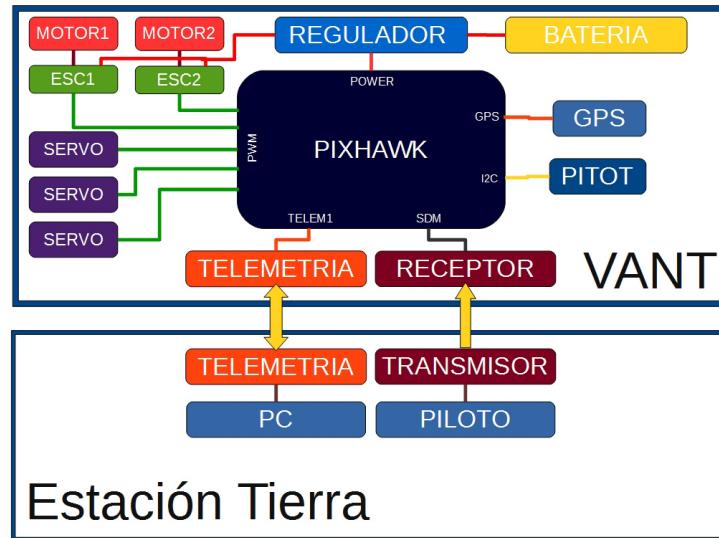


Figura 6.1: Esquema.



Figura 6.2: Pixhawk.

- PX4FMU: La FMU (Flight Management Unit) es la unidad de gestión de vuelo. Es la combinación del piloto automático y la unidad de medición inercial o IMU. Sus funciones son el gestionar los sensores tanto internos como externos, por medio de diferentes tipos de periféricos tales como I2C, UART, CAN. Es por la variedad de periféricos que maneja, se pueden conectar diferentes tipos de sensores, tales como GPS, sonares, tubo pitot, entre otros.
- PX4IO: La placa de IO (input/output) se compone de una fuente de alimentación y un módulo de expansión para la FMU, que proporciona salidas para servos con protección contra inversión de polaridad, entradas para los receptores de radio con una amplia gama de protocolos, puertos analógicos.

Pixhawk integra en una placa las dos unidades principales, cuenta con un procesador Cortex M4 STM32F427 de 32 bits capaz de trabajar a 168 MHz y un procesador de seguridad STM32F103 de 32 bits por si falla el procesador principal. Tiene 256 KB de memoria RAM y 2MB de Flash. Los sensores embebidos en la tarjeta son:

- ST Micro L3GD20H: giroscopio de 3 ejes de 16 bits.
- ST Micro LSM303D: acelerómetro / magnetómetro de 3 ejes de 14 bits.
- MEAS MS5611: barómetro.
- MPU6000: giroscopio / acelerómetro de 3 ejes.

Interfaces:

- 5 puertos UART: se trata de puertos serie para conexión con telemetría, GPS.
- 2 puertos CAN: es un bus de comunicación serial industrial.
- Spektrum DSM/DSM2/DSM-X: entrada de datos compatible con los receptores de la marca Spektrum.

- Futaba S.BUS: entrada compatible con el transmisor S.BUS de la marca Futaba.
- PPM: entrada de señal PPM (Pulse Position Modulation). la suma de todos los canales de un receptor RC.
- RSSI: (Receive Signal Strength Indicator) entrada de nivel de señal.
- I2C: (Inter Integrated Circuit) es un bus de comunicación en serie.
- SPI: (Serial Peripheral Interface) es un bus de comunicación.
- ADC: (Analog to Digital Converter) entradas de 3.3 V y 6.6 V.
- microUSB: puerto de comunicación con PC.

### 6.1.2 GPS

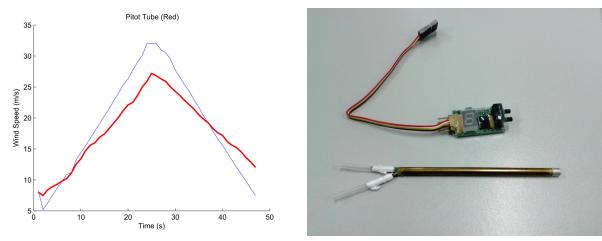
El GPS incorpora un módulo u-blox 6 con chipset LEA-6H. El receptor GPS tiene una precisión de localización en posición de 2,5 m con una tasa de actualización de 5 Hz. Utiliza una antena cerámica de tipo parche taoglas, con una ganancia de 1.55 dB. El módulo GPS se comunica con el autopiloto usando uno de los puertos seriales, utilizando un protocolo de comunicación propio del GPS.



Figura 6.3: GPS.

### 6.1.3 SENSOR DE VELOCIDAD

El sensor de velocidad es el Airspeed MicroSensor V3 de la empresa Eagle Tree, el cual utiliza un tubo de Pitot estático estilo Prandtl para medir la diferencia de presión entre las terminales estáticas y dinámicas del tubo Pitot, una vez obtenidas estas el sensor cuenta con un micro controlador que calcula la velocidad del aire y envía las mediciones a través de un puerto I2C al autopiloto. En la Figura 6.4a se muestra una prueba que se realizó en túnel de viento con dicho sensor.



(a) Prueba de tubo Pitot      (b) Tubo Pitot

Figura 6.4: Datos de túnel de viento.

### 6.1.4 TELEMETRÍA

La telemetría usada son 3DR Radios a 915 MHz que proveen comunicación entre el autopiloto y la estación tierra por medio de una interfaz estándar UART TTL. La estación tierra consta de una PC que ejecuta un programa compatible con el protocolo de comunicación MAVLink (Micro Air Vehicle Link), el cual empaqueta los mensajes en una estructura de datos y envía los mensajes a través de canales bidireccionales.



Figura 6.5: 3DR Radios 915 MHz.

### 6.1.5 BATERÍA LiPO

Para alimentar la electrónica se ha elegido una batería LiPo de 3 celdas. Este tipo de baterías de polímero de litio ofrece un voltaje nominal de 3.9 V por celda, por lo tanto en este caso se obtiene 11.7 V. Debido a que tanto el peso como la autonomía son factores importantes se ha elegido una batería de 2200 mah.



Figura 6.6: Batería.

### 6.1.6 SERVO

Es un actuador que tiene la capacidad de controlar la posición deseada. Son ampliamente usados para construir robots con varios grados de libertad, debido a que son baratos, su buena relación torque vs peso, existen dos tipos analógicos y digitales. Los servos análogos están formados por un motor eléctrico, una caja de engranes reductora y un circuito de control, el cual regula la posición por medio de modulación de ancho de pulsos o PWM. Usualmente la frecuencia de la señal PWM se encuentra dentro de los rangos de 50 Hz a 400 Hz.



Figura 6.7: Servo.

### 6.1.7 RADIOCONTROL

Es la técnica que permite el control de un objeto a distancia y de manera inalámbrica mediante ondas de radio frecuencia. Las partes de las que consta el sistema son el emisor encargado de codificar los comandos en señales eléctricas, el receptor decodifica las señales eléctricas en comandos que el vehículo debe de ejecutar. El sistema de radio control usado es un Spektrum DX7, Spectrum introdujo al mundo del RC la tecnología de modulación digital Spectrum 2.4GHz (DSM) el cual es compatible con Pixhawk.



Figura 6.8: Spectrum Dx7.

### 6.1.8 MOTOR SIN ESCOBILLAS

El motor sin escobillas o también conocido como motor de conmutación electrónica, son motores síncronos que son alimentados por un circuito (ESC) que genera cambios

en las fases del motor simulando corriente alterna. Los motores sin escobillas, son eficientes, su relación torque peso es mayor, reducen el ruido, y poseen un mayor periodo de vida. Sus desventajas es el uso de un circuito especial para hacerlos funcionar.



Figura 6.9: Motor coaxial sin escobillas.

### 6.1.9 ESC BRUSHLESS

Un controlador de velocidad electrónico ESC (electronic speed controller) es un circuito electrónico cuyo propósito es variar la velocidad de un motor eléctrico sin escobillas, su funcionamiento consiste en enviar una secuencia de señales a las fases del motor, las cuales deben de estar sincronizadas con la posición del rotor. La mayoría de los circuitos poseen un microcontrolador que interpreta como entrada una señal de PWM, con la cual se varía la velocidad del motor.

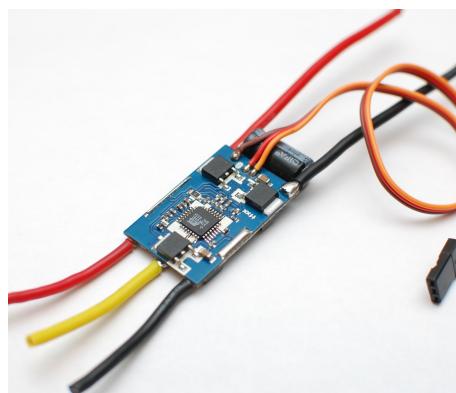


Figura 6.10: Controlador de Velocidad.

## 6.2 ESTACIÓN TIERRA

La estación tierra consta de una PC con conexión de telemetría, para que el programa QGroundControl pueda comunicarse con el Pixhawk por medio del protocolo MAVLink. Se puede configurar el enlace de comunicación seleccionando los ajustes del puerto de comunicación. Este software se usa para monitorear los valores mas representativos del estado del VANT, así como también permite calibrar los sensores y configurar diferentes parámetros del vehículo.



Figura 6.11: QGroundControl.

## 6.3 CONSTRUCCIÓN DEL VEHÍCULO

Los métodos y materiales de construcción se eligieron con la finalidad de facilitar la manufactura y disminuir los costos. La construcción del vehículo se realizó bajo las dimensiones del modelo en SolidWorks.

El material usado para el ala fue un caseton de poliestireno, el cual es un material ligero y resistente a impactos, este material puede obtener una forma en particular usando una cortadora de poliestireno, la cual funciona al calentar un alambre de NiCrom haciéndole pasar corriente.

Debido a que por si solo, el poliestireno no tiene la firmeza suficiente para soportar actuadores tales como motor, servos y la base de despegue vertical. Es necesario construir una estructura de soporte; esta estructura se hizo de madera



(a) Cortadora de poliestireno

(b) Alas de poliestireno

Figura 6.12: Construcción Ala.

contrachapada debido a su buena relación resistencia-peso, en la Figura 6.13 se muestra la comparativa entre las estructura de madera en el vehículo construido contra el diseño CAD.

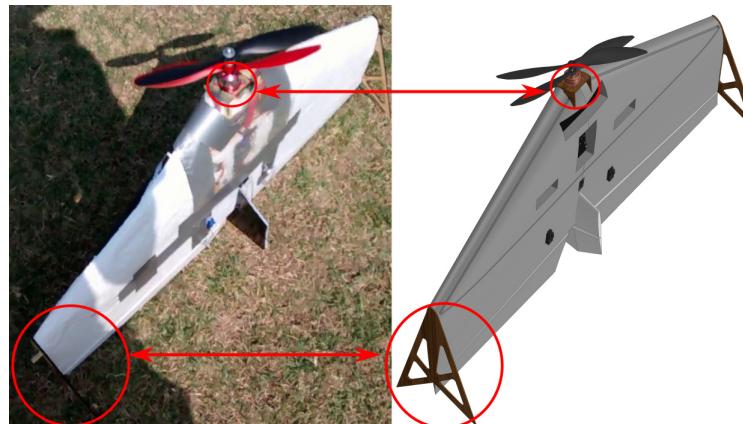


Figura 6.13: Estructuras de madera contra chapada.

## 6.4 PRUEBAS DE VUELO

Una vez construido el vehículo se probó su desempeño, tanto en vuelo estacionario con en vuelo crucero, en la Figura 6.14a se puede observar el vehículo en modo vuelo estacionario.

En la Figura 6.15a se muestra el vehículo en modo vuelo crucero.



(a)

(b)

Figura 6.14: Modo vuelo estacionario.



(a)

(b)

Figura 6.15: Modo vuelo crucero.

## CAPÍTULO 7

# CONCLUSIONES

---

En esta tesis se obtuvieron el diseño, modelado, control y desarrollo de un vehículo aéreo no tripulado híbrido o convertible de tipo Tailsitter VTOL (C-Plane v3.0). El diseño aerodinámico del vehículo aéreo es descrito y se muestran gráficas de desempeño (polares), parámetros de los actuadores y cálculo de los coeficientes aerodinámicos.

Cuando se desea estudiar y analizar un VANT no convencional, como se propuso en este proyecto, es claro que la representación en los ángulos de Euler presenta una gran problemática debido a la singularidad en el ángulo de cabeceo. Este problema se soluciona mediante el uso de los Cuaternios, los cuales no presentan puntos singulares y nos permiten tener un control de orientación completo del vehículo aéreo no tripulado híbrido o convertible. En efecto, los parámetros del modelo dinámico del VANT son imposibles de conocerlos con exactitud debido a las condiciones del medio ambiente, defectos de construcción y estados no medibles.

Para la navegación del VANT híbrido, se propone un control adaptable recursivo (Adaptive backstepping control) para el rango completo de operación, de vuelo estacionario a vuelo horizontal y viceversa. El sistema de lazo cerrado garantiza la estabilidad bajo una representación cinemática libre de singularidades en el sentido de Lyapunov. Simulaciones muestran el desempeño del VANT híbrido y la estabi-

lización en lazo cerrado del sistema. Finalmente, la aviónica del vehículo aéreo es presentada usando material y componentes electrónicos de bajo costo.

### 7.0.1 TRABAJO FUTURO

- Completar la implementación de algoritmos de estimación y control.
- Identificación de parámetros del vehículo como empuje de motores, superficies aerodinámicas.
- Mejorar el algoritmo de identificación de parámetros adaptación.
- Desarrollar la plataforma experimental con materiales compuestos.
- Probar y comparar otras técnicas de control.

## APÉNDICE A

# APÉNDICE A

---

### A.1 ÁLGEBRA DE CUARTENIOS Y CONVERSIONES

En este apéndice presentamos las operaciones básicas de cuaternios, algunas de las cuales se utilizaron a lo largo de esta tesis. La sección Conversiones contiene las transformaciones entre representaciones de rotación (matriz de rotación, ángulos de Euler y cuaternios) usadas en simulaciones.

#### A.1.1 ALGEBRA DE CUATERNIOS

- Representacion. Un cuaternionio puede ser representado en diferentes formas:

$$\begin{aligned} Q &= [q_0, \bar{q}] \\ &= [q_0, (q_1, q_2, q_3)] \\ &= [q_0, q_1, q_2, q_3] \\ &= q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k} \end{aligned} \tag{A.1}$$

donde  $\bar{q} \in \mathbb{R}^3$  y  $q_0, q_1, q_2, q_3 \in \mathbb{R}$ .

- Adición

$$Q + P = [q_0; \bar{q}] + [p_0, \bar{p}] = [q_0 + p_0, \bar{q} + \bar{p}] \tag{A.2}$$

- Multiplicación

$$\begin{aligned} Q \otimes P &= [q_0, \bar{q}][p_0, \bar{p}] \\ &= [q_0 p_0 - \bar{q} \cdot \bar{p}, \bar{q} \times \bar{p} + q_0 \bar{p} + p_0 \bar{q}] \end{aligned} \tag{A.3}$$

- Propiedades de la multiplicación

$$(P \otimes Q) \otimes R = P \otimes (Q \otimes R) \tag{A.4}$$

- Conjugado

$$Q^* = [q_0, -\bar{q}] \tag{A.5}$$

- Propiedades del conjugado

$$\begin{aligned} (Q^*)^* &= Q \\ Q^* \otimes Q &= Q \otimes Q^* = [1, 0, 0, 0] \end{aligned} \tag{A.6}$$

- Norma

$$\begin{aligned} N(Q) &= Q \otimes Q^* = Q^* \otimes Q \\ &= q_0^2 + \bar{q} \cdot \bar{q} \\ &= q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 \end{aligned} \tag{A.7}$$

- Cuaternario unitario. Sea la norma de:

$$N(Q) = 1 \tag{A.8}$$

Entonces:

$$Q = [\cos \theta, \lambda \sin \theta], \forall \lambda \in \mathbb{R}^3 \tag{A.9}$$

## A.2 CONVERSIONES

En esta sección se muestran las conversiones entre representaciones de orientación en cuaternios, matriz de rotación y ángulos de Euler. En el caso de los ángulos de Euler, la convención utilizada es yaw, pitch y roll.

- Cuaternios a matriz. Siendo  $Q$  un cuaternion unitario , la formula para la conversión a matriz de rotación:

$$R_b^e = \begin{pmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

- Ángulos de Euler a Cuaternios. Las rotaciones de los tres ángulos de euler a cuaternios se definen como:

$$\begin{aligned} Q_{roll} &= [\cos \frac{\phi}{2}, \sin \frac{\phi}{2}, 0, 0] \\ Q_{pitch} &= [\cos \frac{\theta}{2}, 0, \sin \frac{\phi}{2}, 0] \\ Q_{yaw} &= [\cos \frac{\psi}{2}, 0, 0, \sin \frac{\psi}{2}] \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

por lo que al multiplicar estos cuaternios en el orden  $Q = Q_{yaw} \otimes Q_{pitch} \otimes Q_{roll}$

$$\begin{aligned} q_0 &= \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ q_1 &= \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} - \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ q_2 &= \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ q_3 &= \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

- Cuaternios a ángulos de Euler. Para encontrar los ángulos de Euler a partir del cuaternion, mediante las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} \phi &= \text{atan2}(2q_2q_3 + 2q_0q_1, q_3^2 - q_2^2 - q_1^2 + q_0^2) \\ \theta &= -\text{asin}(2q_1q_3 - 2q_0q_2) \\ \psi &= \text{atan2}(2q_1q_2 + 2q_0q_3, q_1^2 + q_0^2 - q_3^2 - q_2^2) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

## APÉNDICE B

# APÉNDICE B

---

### B.1 ESTABILIDAD EN EL SENTIDO DE LYAPUNOV

La obtención de los métodos de control no lineal recaen sobre la teoría de estabilidad de Lyapunov, la cual provee las condiciones para que un sistema sea estable. Primero se elige una función candidata de Lyapunov  $V(x)$ , donde  $x$  denota el vector de variables de estado que se necesita estabilizar en un punto de equilibrio cero. La selección de esta función  $V(x)$  debe de cumplir con las siguientes características.

- $V(0) = 0$ ,
- $V(x) > 0$ , definida positiva,
- $V(x)$ , es diferenciable y continua.

Si  $V(x)$  cumple los criterios y  $\dot{V}(x) < 0$  para  $x \neq 0$ , es decir es definida negativa, entonces el origen es un punto de equilibrio asintóticamente estable por tanto,  $x \rightarrow 0$ .

## B.2 TEOREMA DE LA SALLE

Considerando el sistema  $\dot{x} = f(x)$  cuyo origen  $x = 0$  es un punto de equilibrio, suponiendo que existe una función de Lyapunov  $\mathcal{V}(x) \geq 0$  definida positiva tal que su derivada  $\dot{\mathcal{V}}(x) \leq 0$ . Definase el conjunto  $\Omega$  como:  $\Omega = x \in \mathbb{R}^n : \dot{\mathcal{V}}(x) = 0$ . Si  $x(0) = 0$  es la única condición inicial en  $\Omega$  para la cual  $x(t) \in \Omega$  para  $t \geq 0$ , entonces el origen  $x = 0$  es un punto de equilibrio asintótico en forma global.

## B.3 ESTRATEGIA DE CONTROL RECURSIVO ADAPTABLE (BACKSTEPPING)

Considere el sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + \vartheta\phi(x_1) \\ \dot{x}_2 &= u\end{aligned}\tag{B.1}$$

donde  $\vartheta$  son parámetros constantes desconocidos y  $u$  es la entrada de control.

- Paso 1: Consideramos a  $x_2$  como una entrada de control. Denotando  $\hat{\vartheta}$  como el valor estimado para el parámetro  $\vartheta$  y el error de estimación como  $\tilde{\vartheta} = \vartheta - \hat{\vartheta}$ . Al escoger una función candidata de Lyapunov como

$$\mathcal{V}_1(x_1, \tilde{\vartheta}) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\vartheta}^2\tag{B.2}$$

y su derivada

$$\dot{\mathcal{V}}_1(x_1, \tilde{\vartheta}) = x_1\dot{x}_1 - \frac{1}{\gamma}\tilde{\vartheta}\dot{\vartheta}\tag{B.3}$$

puede identificarse fácilmente que la ley de control

$$\begin{aligned}x_2 &= -k_1x_1 - \hat{\vartheta}\phi(x_1) \\ &= -k_1x_1 - \alpha_1\end{aligned}\tag{B.4}$$

y la ley de adaptación como

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\vartheta}} &= \gamma\phi(x_1)x_1 \\ &= \gamma\tau_1\end{aligned}\tag{B.5}$$

la derivada de la función candidata de Lyapunov es

$$\dot{\mathcal{V}}_1 = -k_1x_1^2 \leq 0\tag{B.6}$$

donde la función  $\alpha_1$  es llamada la función de estabilización para  $x_2$ ,  $\tau_1$  es llamada la función de sintonización y  $\gamma$  es una ganancia de adaptación.

- Paso 2: Ya que  $x_2$  no es la entrada de control, definimos un error para la función deseada de estabilización  $\alpha_1$  como

$$z = x_2 - \alpha_1(x_1, \hat{\vartheta})\tag{B.7}$$

con esta nueva variable de error  $z$ , el sistema puede reescribirse como

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -k_1x_1 + \tilde{\vartheta}\phi(x_1) + z \\ \dot{z} &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = u - \dot{\alpha}_1\end{aligned}\tag{B.8}$$

y la derivada de la función de Lyapunov  $\mathcal{V}_1$  es

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{V}}_1 &= x_1\dot{x}_1 + \tilde{\vartheta}\dot{\vartheta} \\ &= -k_1x_1^2 + x_1z - \tilde{\vartheta}\left(\frac{1}{\gamma}\dot{\vartheta}\right)\end{aligned}\tag{B.9}$$

por lo que la dinámica del error es

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \\ &= u - \dot{\alpha}_1\end{aligned}\tag{B.10}$$

adicionando la variable del error a nuestra función de Lyapunov

$$\mathcal{V}_2(x_1, z, \hat{\vartheta}) = \mathcal{V}_1(x_1, \tilde{\vartheta}) + \frac{1}{2}z^2\tag{B.11}$$

se tiene que al derivar  $\mathcal{V}_2$  se puede calcular como

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{V}}_2 &= \dot{\mathcal{V}}_1 + z\dot{z} \\ &= -k_1x_1^2 + x_1z + z(u - \dot{\alpha}_1)\end{aligned}\tag{B.12}$$

para hacer  $\dot{\mathcal{V}}_2$  definida negativa, podemos elegir la ley de control como

$$u = -k_2 z - x_1 + \dot{\alpha}_1 \quad (\text{B.13})$$

entonces la derivada de  $\mathcal{V}_2$  se convierte en

$$\dot{\mathcal{V}}_2 = -k_1 x_1^2 - k_2 z^2 \leq 0 \quad (\text{B.14})$$

lo que implica que  $x_1 \rightarrow 0$  y  $z \rightarrow 0$  asintóticamente.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] ANDERSON, J. D., *Aircraft performance and design*, tomo 1, McGraw-Hill New York, 1999.
- [2] ÅSTRÖM, K. J. y B. WITTENMARK, *Adaptive control*, Courier Corporation, 2013.
- [3] AUSTIN, R., *Unmanned aircraft systems: UAVS design, development and deployment*, tomo 54, John Wiley & Sons, 2011.
- [4] BARNARD, «Quad Tilt-wing», URL [http://www.barnardmicrosystems.com/UAV/milestones/tilt\\_wing.html](http://www.barnardmicrosystems.com/UAV/milestones/tilt_wing.html).
- [5] BUCKSTROM, A., «The Elements of Tailless Airplane Design», *Sport Aviation*, págs. 39–44, 1979.
- [6] COOK, M. V., *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control*, Butterworth-Heinemann, 2012.
- [7] CORD, T. J. y S. NEWBERN, «Unmanned air vehicles: New challenges in design», en *Aerospace Conference, 2001, IEEE Proceedings.*, tomo 6, IEEE, págs. 2699–2704, 2001.
- [8] DOLE, C. E. y J. E. LEWIS, *Flight theory and aerodynamics: a practical guide for operational safety*, John Wiley & Sons, 2000.
- [9] DRELA, M., *Flight Vehicle Aerodynamics*, MIT Press, 2014.

- [10] ETKIN, B. y L. D. REID, *Dynamics of flight: stability and control*, tomo 3, Wiley New York, 1996.
- [11] GARCIA, O., P. CASTILLO, K. WONG y R. LOZANO, «Attitude stabilization with real-time experiments of a tail-sitter aircraft in horizontal flight», *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, **65**(1-4), págs. 123–136, 2012.
- [12] GARCIA, P. C., R. LOZANO y A. E. DZUL, *Modelling and control of mini-flying machines*, Springer Science & Business Media, 2006.
- [13] HALLION, R., *NASA's Contributions to Aeronautics*, National Aeronautics and Space Administration, 2010.
- [14] HEPPERLE, D. M., «Airfoils for flyinh wings», URL [http://www.mh-aerotools.de/airfoils/foil\\_flyingwings.htm](http://www.mh-aerotools.de/airfoils/foil_flyingwings.htm).
- [15] HONEYWELL, «T-Hawk MAV», URL <https://aerospace.honeywell.com/thawk>.
- [16] HOOD, S., «Development of a flight data acquisition system for small unmanned aircraft», , 2014.
- [17] HURT JR, H., «Aerodynamics for naval aviators. US Navy», *Informe técnico*, NAVWEPS 00-80T-80, 1965.
- [18] KELLY, R., V. S. DAVILA y J. A. L. PEREZ, *Control of robot manipulators in joint space*, Springer Science & Business Media, 2006.
- [19] KHALIL, H. K., *Nonlinear systems*, tomo 3, Prentice hall New Jersey, 2001.
- [20] LEISHMAN, J., *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge Aerospace Series, Cambridge University Press, 2002.
- [21] LOZANO, R., *Unmanned aerial vehicles: Embedded control*, John Wiley & Sons, 2010.

- [22] LUSTOSA, L., F. DEFAY y J.-M. MOSCHETTA, «Development of the flight model of a tilt-body MAV», , 2014.
- [23] McCORMICK, B. W., B. W. McCORMICK y B. W. McCORMICK, *Aerodynamics, aeronautics, and flight mechanics*, tomo 2, Wiley New York, 1995.
- [24] MEIER, L., F. FRAUNDORFER y M. POLLEFEYS, «Defense & Security The intelligent flying eye», .
- [25] MEIER, L., P. TANSKANEN, F. FRAUNDORFER y M. POLLEFEYS, «The PIX-HAWK open-source computer vision framework for MAVs», *ISPRS-Int. Arch. Photogramm. Remote Sens. Spatial Inform. Sci.*, **38**(1), pág. C22, 2011.
- [26] NICKEL, K. y M. WOHLFAHRT, *Tailless aircraft in theory and practice*, AIAA education series, Edward Arnold, 1994.
- [27] RAYMER, D. P., *Aircraft Design: A Conceptual Approach and Rds-student, Software for Aircraft Design, Sizing, and Performance Set (AIAA Education)*, AIAA (American Institute of Aeronautics & Ast, 2006.
- [28] ROBERTS, A. y A. TAYEBI, «Adaptive position tracking of VTOL UAVs», *Robotics, IEEE Transactions on*, **27**(1), págs. 129–142, 2011.
- [29] SASTRY, S. y M. BODSON, *Adaptive control: stability, convergence and robustness*, Courier Corporation, 2011.
- [30] SHKARAYEV, S., J. MOSCHETTA y B. BATAILLE, «Aerodynamic design of VTOL micro air vehicles», en *Proc. of the MAV07 International Conference, France*, Citeseer, 2007.
- [31] SHUSTER, M. D., «A survey of attitude representations», *Navigation*, **8**(9), págs. 439–517, 1993.
- [32] SINHA, P., P. ESDEN-TEMPSKI, C. A. FORRETTE, J. K. GIBBONEY y G. M. HORN, «Versatile, modular, extensible vtol aerial platform with autonomous

- flight mode transitions», en *Aerospace Conference, 2012 IEEE*, IEEE, págs. 1–17, 2012.
- [33] STENGEL, R. F., *Flight dynamics*, Princeton University Press, 2004.
- [34] STONE, H. y G. CLARKE, «Optimization of transition maneuvers for a tail-sitter unmanned air vehicle (UAV)», en *Australian international aerospace congress*, tomo 4, 2001.

# RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

---

Víctor Martínez Herrera

Candidato para obtener el grado de  
Maestría en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica  
con orientación en Dinámica de Vuelo

Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:  
**NAVEGACIÓN DE UN VEHÍCULO AÉREO HÍBRIDO**

El Ing. Víctor Martínez Herrera nació el 1 de julio de 1987 en la ciudad de Oaxaca de Juárez en el estado Oaxaca. Sus padres Víctor Teodoro Martínez Espinosa y Esther Herrera Delgado lo educaron e instruyeron conforme a los valores familiares. Estudió Ingeniería en Mecatrónica en la Universidad Tecnológica de la Mixteca graduándose en el año de 2010. De 2011 a 2013 trabajó como ingeniero de automatización en la empresa Tesis Automation & IT de la ciudad de Monterrey Nuevo León. En agosto de 2013, ingresó a la Maestría en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León.