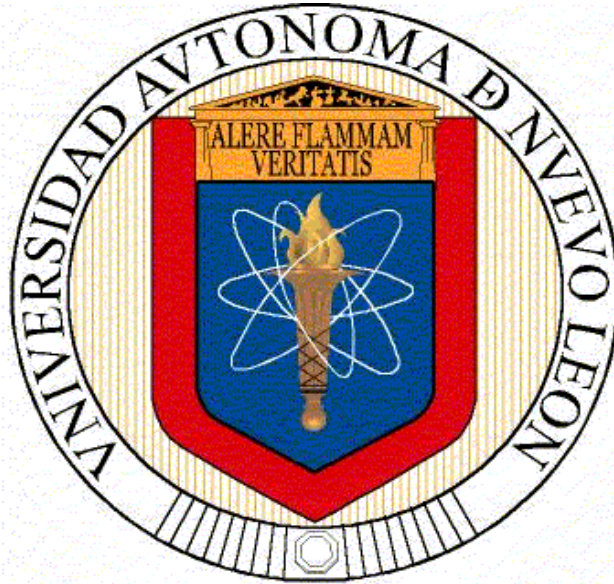


**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



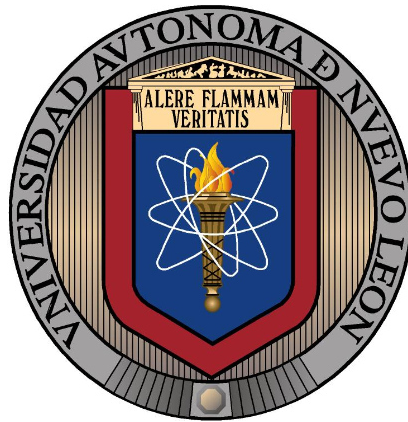
**MODELADO FÍSICO Y COMPUTACIONAL DEL PROCESO DE
CONGELACIÓN DE ALIMENTOS MEDIANTE CONVECCIÓN
FORZADA**

**POR
MAYRA ALEJANDRA MENDOZA GONZÁLEZ**

**COMO OPCIÓN A OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CON ORIENTACIÓN EN ENERGÍAS TÉRMICA Y RENOVABLE**

JUNIO 2016

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



MODELADO FÍSICO Y COMPUTACIONAL DEL
PROCESO DE CONGELACIÓN DE ALIMENTOS
MEDIANTE CONVECCIÓN FORZADA

POR

ING. MAYRA ALEJANDRA MENDOZA GONZÁLEZ

DIRECTOR

DR. FAUSTO ALEJANDRO SÁNCHEZ CRUZ

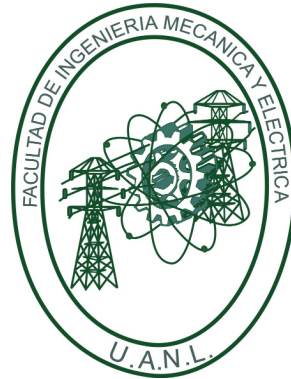
CO-DIRECTOR

DR. SIMÓN MARTÍNEZ MARTÍNEZ

COMO OPCIÓN A OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CON ORIENTACIÓN EN ENERGÍAS TÉRMICA Y RENOVABLE

JUNIO 2016

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



MODELADO FÍSICO Y COMPUTACIONAL DEL
PROCESO DE CONGELACIÓN DE ALIMENTOS
MEDIANTE CONVECCIÓN FORZADA

POR

ING. MAYRA ALEJANDRA MENDOZA GONZÁLEZ

DIRECTOR

DR. FAUSTO ALEJANDRO SÁNCHEZ CRUZ

Co-DIRECTOR

DR. SIMÓN MARTÍNEZ MARTÍNEZ

COMO OPCIÓN A OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CON ORIENTACIÓN EN ENERGÍAS TÉRMICA Y RENOVABLE

JUNIO 2016

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Modelado físico y computacional del proceso de congelación de alimentos mediante convección forzada», realizada por la alumna Ing. Mayra Alejandra Mendoza González, con número de matrícula 1382561, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería con Orientación en Energías Térmica y Renovable.

El Comité de Tesis



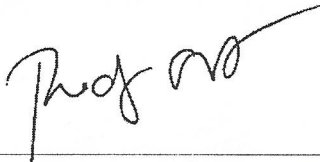
Dr. Fausto Alejandro Sánchez Cruz

Director



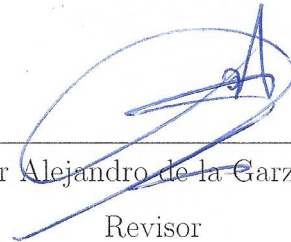
Dr. Simón Martínez Martínez

Co-Director



Dr. Rodrigo Salgado Ayala

Revisor



Dr. Oscar Alejandro de la Garza de León

Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirector de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, junio 2016

Nada es una pérdida de tiempo si utilizas sabiamente la experiencia.

Auguste Rodin

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	xv
Nomenclatura	xvii
Resumen	xx
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	3
1.2. Comparativa en métodos de refrigeración	7
1.3. Simulación del cambio de fase en Análisis Numérico	9
1.4. Factores evaluados en la congelación de alimentos	15
1.5. Motivación	17
1.6. Hipótesis	20
1.7. Objetivo	20
1.7.1. Objetivos Particulares	20
2. Análisis Numérico y Modelado computacional	22

2.1. Definición del problema	22
2.2. Modelo Físico	23
2.2.1. Flujo paralelo sobre placas	23
2.2.2. Modos de transferencia de calor	24
2.3. Metodología de simulación	31
2.4. Dinámica de Fluidos Computacional	34
2.5. ANSYS Fluent	36
2.5.1. Aproximaciones de Discretización	37
2.5.2. Mallas de discretización en Método de volumen finito	39
2.6. Ecuaciones de Gobierno	41
2.6.1. Ecuación de Continuidad	42
2.6.2. Conservación de momentum	43
2.6.3. Conservación de la Energía	45
2.7. Simplificaciones de las ecuaciones gobernantes	47
2.8. Modelos Computacionales	49
2.8.1. Spalart-Allmaras	49
2.9. Esquemas numéricos	53
2.9.1. Linealización: Formulación implícita y explícita	55
2.10. Discretización del dominio	55
2.10.1. Control de calidad	57

2.11. Sensibilidad de la malla	58
2.12. Esquemas de discretización	60
2.12.1. Esquema upwind de segundo orden	61
2.13. Método de Interpolación Lineal	61
2.14. Método Simple	62
2.15. Factores de relajación	63
3. Cambio de fase en alimentos	65
3.1. Cambio de fase	65
3.1.1. Cálculo de tiempo de congelación	66
3.1.2. Diagrama de cambio de fase	68
3.1.3. Métodos para resolver problemas de cambio de fase	71
3.1.4. Método de malla fija	72
3.1.5. Método de malla variable	72
3.1.6. Método de entalpía	72
3.1.7. Método fuente	73
3.1.8. Método de capacidad efectiva	73
3.1.9. Calor Específico Aparente	74
3.2. Propiedades físicas	76
3.2.1. Densidad	76
3.2.2. Conductividad Térmica	77

3.2.3. Entalpía	78
3.2.4. Calor Específico	79
3.3. Descripción del modelo físico e instrumentación	79
3.4. Metodología Experimental	83
4. Resultados y Validación	85
4.1. Metodología del Diseño de experimentos	85
4.1.1. Conceptos Básicos en el Diseño de Experimentos	87
4.1.2. Principios Básicos del Diseño Experimental	88
4.1.3. Pasos a seguir para diseñar un experimento	89
4.1.4. Clasificación de los diseños	90
4.2. Factores a evaluar en el proceso de congelación de los alimentos	92
4.3. Diseño de Experimentos	94
4.3.1. Diseño factorial 2^3	94
4.3.2. Análisis estadístico de los datos	95
4.4. Comparación entre las pruebas experimentales y los estudios numéricos	101
4.5. Diseño factorial 2^4	104
4.5.1. Geometría	106
4.5.2. Hipótesis del modelo	107
4.5.3. Análisis estadísticos de los datos	110
5. Conclusiones	117

6. Trabajo Futuro	121
A. Apéndice	122
A.1. Ficha Técnica del ventilador	122
A.2. Ficha Técnica del Variador de Velocidad	123
A.3. Programa para registro de temperaturas LabVIEW	124
A.4. Producto utilizado en el proceso de congelación	126

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Consumo Energético [1]	17
2.1. Modelo físico	23
2.2. Flujo paralelo sobre el alimento	24
2.3. Volúmenes de control para un método de volumen finito en dos di- mensiones [39].	38
2.4. Malla de discretización espacial	40
2.5. Componentes del tensor en tres caras del elemento de fluido [2].	44
2.6. Elementos usados para mallar geometrías	56
2.7. Comparativa de la temperatura en distintas mallas	60
3.1. Descripción de procesos del cambio de fase [3].	69
3.2. Comportamiento de la curva de cambio de fase [3]	70
3.3. Curva de calor específico aparente [4].	75
3.4. Curva de Densidad del agua [5].	77
3.5. Curva de Conductividad térmica del agua [5].	78
3.6. Curva de Entalpía del agua [5].	78

3.7. Calor específico aparente [4].	79
3.8. Modelo físico	80
3.9. Arreglo experimental	81
4.1. Modelo general de un proceso o sistema [6].	86
4.2. Factores a evaluar en el proceso de congelación de los alimentos (a). .	93
4.3. Factores a evaluar en el proceso de congelación de los alimentos (b). .	93
4.4. Diagrama de Pareto del diseño 2^3	99
4.5. Efectos principales del diseño 2^3 . Tiempo de congelación y su relación con los tres parámetros analizados	100
4.6. Interacción entre factores del diseño 2^3 . Tiempo de congelación y su relación con los tres parámetros analizados	101
4.7. Ubicación de termopares en el modelo analizado computacionalmente	103
4.8. Gráfico comparativo de los resultados experimentales y estudio numéri- co. Tratamiento 6 consta de $T_{\infty} = -26.6^{\circ} \text{C}$, $\text{Re}=23,000$, $\alpha=0^{\circ}$, $\varepsilon =$ 5cm.	104
4.9. Geometrías de tratamientos en el estudio numérico.	107
4.10. Diagrama de Pareto del diseño 2^4	114
4.11. Efectos principales del diseño 2^4	115
4.12. Interacciones entre los factores del diseño 2^4	116
A.1. Ventilador VN6-117M	122
A.2. Variador de Velocidad	123

A.3. Panel Frontal	124
A.4. Panel Frontal	125
A.5. Diagrama de Bloques	125
A.6. Proceso de congelación de la misma muestra de l producto empleada en varias ocasiones	126

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Propiedades del aire	32
2.2. Constantes del Modelo Spalart-Allmaras [7]	52
2.3. Clasificación de la malla de acuerdo a su calidad [8]	58
2.4. Descripción de las mallas evaluadas	59
3.1. Propiedades del material	76
3.2. Medidas de oxi-etil-metil celulosa [9].	81
3.3. Paquetes iso oxi-etil-metil celulosa [9]	82
3.4. Pesos de las muestras empleadas en las pruebas físicas	82
4.1. Diseño de experimentos 2^3 [6].	94
4.2. Matriz de Diseño 2^3 [6].	95
4.3. Resultados experimentales de las tres réplicas	96
4.4. Variación de Resultados Experimentales	97
4.5. Comparativa experimental y Estudio numérico [6].	102
4.6. Diseño de experimentos para el estudio computacional.	105

4.7. Matriz de experimentos 2^4 para el estudio computacional.	106
4.8. Resultados del estudio numérico	111
4.9. Análisis de varianza (ANOVA) del estudio computacional	112
A.1. Metodología para las muestras	127

AGRADECIMIENTOS

Primeramente doy gracias a Dios por permitirme obtener otro triunfo personal, por guiarme y llevarme de su mano en todo momento.

A mis padres Ana Luisa González Juárez y Rosalio Mendoza López. Por apoyarme en mis decisiones y alentarme en concluir mis metas.

A mis hermanos Miguel y Gerardo; y sobrinos Gerardo y Sebastian por ser parte importante de mi vida y brindarme su apoyo en el transcurso de este trabajo.

A Juana Maria Juárez y Jose Ángel Juárez quienes siempre me apoyaron y alentaban a seguir adelante.

A mi novio Marco Antonio Lorenzo Reyes, quién siempre ha estado para mí en todo momento, siempre ayudándome hasta donde era posible, e incluso más que eso.

Al Dr. Fausto Alejandro Sánchez Cruz que, como director de esta tesis, me ha orientado, apoyado y corregido durante la realización del presente trabajo.

Al Dr. Simón Martínez Martínez, que como subdirector de posgrado me brindó la confianza para ingresar en el programa de maestría.

Al M.C. Hugo Ramirez, por todo su apoyo y enseñanzas a lo largo de mi estancia en este programa y en la participación de proyectos de los cuales forme parte, al igual que estar al pendiente del progreso de este trabajo.

A mis profesores Dr. Santos Mendez Díaz, M.C. Jaime Armendáriz Velázquez,

Dr. Max Salvador Hernández, Dr. Óscar de la Garza de León, M.C. Miguel García Yera, M.C. Juan Hernández, por todas sus enseñanzas.

A la empresa Whirlpool y en especial al Dr. Rodrigo Salgado por todas sus enseñanzas a lo largo del proyecto, su paciencia, su disponibilidad y su guía en la realización de este trabajo.

A mis apreciables amigos y compañeros de generación, Mirna Martínez, Milton Mendoza, Valery Garza y Jesús Juárez, agradezco todo su apoyo y las convivencias vividas a lo largo de la maestría.

Al CONACyT, por el apoyo otorgado a través de la beca con clave 592056 que me brindó a partir del 1 de Enero de 2014 hasta el 31 de Diciembre de 2015, para lograr concluir una meta más en mi vida.

NOMENCLATURA

Mayúsculas

C_p	—	Calor específico a presión constante [$\frac{kJ}{kg-K}$]
T	—	Temperatura [$^{\circ}C$]
H	—	Entalpía [$\frac{J}{kg}$]
T_f	—	Temperatura inicial de congelación
T_a	—	Temperatura del medio de congelación
T_{sol}	—	Temperatura del sólido
T_{liq}	—	Temperatura del líquido
T_{inter}	—	Temperatura de la interfase
GWH	—	Gigawatt-Hora
L_c	—	Longitud característica [m]
A	—	Área
T_s	—	Temperatura de superficie
T_{∞}	—	Temperatura del fluido
S_i	—	Término fuente
$S_{\bar{x}}$	—	Error estándar
\bar{X}	—	Media
P	—	Presión

Minúsculas

cm	—	Centímetro
d	—	Espesor del producto [m]
h	—	Coefficiente de transferencia de calor [$\frac{W}{m^2 \circ C}$]
v	—	Velocidad del fluido [$\frac{m}{s}$]
g	—	Aceleración de gravedad [$\frac{m}{s^2}$]
t	—	tiempo [s]
k	—	Conductividad Térmica [$\frac{W}{m-K}$]
i	—	Energía interna
s^2	—	Varianza
s	—	Desviación estándar

Letras griegas

α	—	Difusividad térmica [$\frac{m^2}{s}$]
ρ	—	Densidad $\frac{kg}{m^3}$
Δ	—	Razón de cambio
ν	—	Viscosidad cinemática [$\frac{m^2}{s}$]
ν_t	—	Viscosidad cinemática [$\frac{m^2}{s}$]
μ	—	Viscosidad dinámica [$\frac{N-s}{m^2}$]
β	—	Coefficiente de expansión térmica [$^{\circ}C^{-1}$]
∇	—	Nabla
τ	—	Esfuerzos viscosos
ζ	—	Segundo coeficiente de viscosidad

Números adimensionales

Nu	—	Número de Nusselt
Pr	—	Número de Prandtl
Re	—	Número de Reynolds

Acrónimos

TBA	—	Ácido tiobarbitúrico
KTS	—	Karlsruhe
$SENER$	—	Secretaría de Energía
CFD	—	Computational Fluid Dynamics
$CONUEE$	—	Comisión Nacional para el Uso Eficiente de la Energía
SIE	—	Sistema de Información Energética
VC	—	Volumen de control
$SIMPLE$	—	Semi- Implicit Method for Pressure – Linked Equations
MVF	—	Método de Volúmenes Finitos
RSM	—	Root Mean Square

RESUMEN

El presente trabajo de investigación inicia con una búsqueda bibliográfica de la congelación de alimentos con el objeto de conocer más detalladamente la fenomenología del proceso. El tiempo de congelación es un factor importante en la calidad de los alimentos una vez que se descongelan. Los resultados muestran que la congelación rápida es de mejor calidad en comparación con la congelación lenta. En estas circunstancias se presentan más sitios en el alimento donde ocurre la cristalización. En contraste, si la congelación ocurre lentamente, el crecimiento de los cristales tomará más tiempo, resultando cristales de hielo más grandes. Estos cristales de mayor tamaño son conocidos por causar daño mecánico a las paredes celulares, además de favorecer la deshidratación de los alimentos.

En este trabajo se estudian los factores que, de acuerdo con la literatura especializada, influyen en el proceso de congelación y afectan el tiempo de este proceso. Los factores son: Temperatura del flujo forzado (T_∞), Velocidad del flujo que con el fin de generalizar la evaluación experimental, se emplea el Número de Reynolds definido como $Re = \frac{L_c v \rho}{\mu}$ (Re), El espesor del producto (ε) y la inclinación del producto con respecto a la corriente libre del flujo forzado (α).

Se elabora un prototipo experimental y se establece una metodología para la realización de pruebas físicas. En las pruebas experimentales solo se evalúan 3 de los factores mencionados ya que la finalidad de este diseño de experimentos es obtener el error que presentan los resultados numéricos respecto a los datos experimentales. Se espera conseguir lo anterior en vista de que cada tratamiento cuenta con 3

réplicas para determinar la varianza al reproducir el experimento bajo las mismas condiciones. Posteriormente se compararán los resultados obtenidos en la simulación computacional con los datos experimentales y se determinará la fiabilidad del método de simulación computacional.

Adicional a las pruebas experimentales se emplea la Dinámica de Fluidos Computacional debido a que la inversión en su uso es mínima comparado con los altos costos y el consumo de tiempo asociados con la experimentación. En CFD un proceso de congelación de alimentos es una tarea muy compleja, debido principalmente al cambio de fase que está implicado. Una variedad de enfoques ha sido examinada para la solución de este problema, siendo los más comunes el método de entalpía, método fuente y el método de calor específico aparente, este último es el empleado para simular el cambio de fase en este trabajo debido a su facilidad al momento de implementación, precisión y la gran cantidad de literatura que utiliza este método.

Una vez que se obtuvieron ambos resultados, se procede a evaluar la diferencia que existe entre los estudios numéricos y la experimentación. Se tomó como referencia la media de las tres réplicas experimentales para comparar con el resultado numérico.

La aportación que genera este trabajo es el estudio de 4 factores que influyen en el proceso de congelación y definir si existe alguna interacción entre ellos. Arrojando como resultados que el factor que más influye en este es proceso es la Temperatura ya que el tiempo de congelación disminuirá de manera significativa cuanto menor sea ésta. Seguido de la Velocidad del flujo, el Espesor y por último la inclinación del producto. Las interacciones que se presentaron relevantes son la combinación de la temperatura con la velocidad del flujo, y la temperatura con el espesor.

El enfoque de este estudio va dirigido a el mejoramiento de las estrategias de diseño de dispositivos para mejorar la congelación de alimentos reduciendo el tiempo de congelación y con ello su calidad y ahorro de energía.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Los consumidores están mostrando un interés sin precedentes en la forma en que se producen, elaboran y comercializan los alimentos, y exigen cada vez más que los productores se responsabilicen de la inocuidad de sus productos y de la protección del consumidor [10].

La composición química de un alimento se describe generalmente en términos del porcentaje contenido en carbohidratos, proteínas, grasas, cenizas (sales minerales) y agua. Las causas principales de su descomposición son el crecimiento de los microorganismos, tales como bacterias, levaduras, mohos y virus que son ampliamente encontrados en el aire, el agua, el suelo, y causan malos sabores y olores, producción de limo, cambios en la textura y apariencia, y su eventual deterioro. Por esta situación se ha obligado a estudiar y mejorar continuamente las estrategias relacionadas a la obtención del producto y su mantenimiento hasta el momento de su comercialización y consumo [11].

La refrigeración y congelación de productos alimenticios perecederos es un área de aplicación importante de la transferencia de calor y la termodinámica. Conservar alimentos a temperaturas cálidas es su principal causa de daño. El área de aplicación más grande de la refrigeración es la prevención del deterioro de los alimentos y la degradación prematura de calidad debido a los microorganismos ya que retarda

los procesos biológicos y químicos en los alimentos. El período de conservación de los alimentos frescos y perecederos como carnes, pescados, frutas y verduras puede extenderse por varios días por enfriamiento a temperaturas entre 1 y 4°C y por varias semanas o meses por congelación [12]. El proceso de congelación generalmente implica bajar la temperatura del producto a -18 °C. El cambio de fase del material alimenticio ocurre cuando la energía se reduce por enfriamiento por debajo de la temperatura de congelación [13].

El tiempo de congelación es un factor importante en la calidad de la comida ya que los resultados muestran que la congelación rápida es de mejor calidad en comparación con la congelación lenta. En estas circunstancias se presentan más sitios en el alimento donde ocurre la cristalización. En contraste, si la congelación ocurre lentamente, el crecimiento de los cristales tomará más tiempo, resultando cristales de hielo más grandes. Estos cristales de mayor tamaño son conocidos por causar daño mecánico a las paredes celulares, además de favorecer la deshidratación de los alimentos. Por lo tanto, la rapidez de congelación para los tejidos es extremadamente importante debido al efecto de la rapidez de congelación en el tamaño de los cristales de hielo, la hidratación celular, y el daño a las paredes [14].

Hay factores que influyen en el tiempo de la congelación de alimentos. Entre los más sobresalientes se encuentra la temperatura del medio de congelación, de tal manera que los tiempos de congelación disminuirán en cuanto menor sea ésta, las dimensiones del producto, (especialmente espesor), la velocidad del flujo, el coeficiente de transferencia de calor por convección h , y las propiedades térmicas del producto. El proceso produce un drástico cambio en las propiedades del producto, debido a la pérdida de agua que experimenta así como el efecto que el cambio de fase produce en el agua, cuando pasa a la fase sólida, cambian de forma gradual propiedades como: la densidad, la conductividad térmica, la entalpía y el calor específico del producto [15, 16].

El presente trabajo inició con una investigación de los sistemas de congelación

utilizados. Se busca conocer el efecto de la rapidez de congelación y sus beneficios en los alimentos. Posteriormente se desarrolla un diseño de experimentos evaluando los factores mencionados de acuerdo con R. Paul Singh Dennis [16] que rigen el proceso de congelación, y mediante un análisis experimental y numérico, se determina el factor que más influye en el tiempo de congelación. Se identifican estrategias para incrementar la transferencia de calor y mejorar el proceso, para obtener una mayor y mejor preservación de los alimentos bajo condiciones adecuadas con el menor costo posible.

1.1 ANTECEDENTES

Desde hace miles de años, el ser humano ha reconocido el valor de la refrigeración para la conservación de sus alimentos. Las bacterias existen en todos los alimentos y los deterioran, pero la refrigeración reduce su crecimiento. Antes de la invención de los frigoríficos, se reconoce como pioneros en la refrigeración a William Cullen, que en 1748 en Escocia, demostró la refrigeración a través de la evaporación de los líquidos en el vacío, posteriormente, el empresario e inventor estadounidense Thomas Moore en 1802 recibe una patente estadounidense para un refrigerador, que se describe con mayor precisión como una nevera. En 1834 el inventor estadounidense Jacob Perkins presentó la primera máquina de refrigeración práctica, utilizando éter en un ciclo de compresión de vapor. En 1913, el norteamericano Fred W. Wolf presentó el primer refrigerador doméstico, “El Domelre”. Dos años después en 1915, Alfred Mellowes diseñó el primer refrigerador autónomo para uso doméstico, pero fue hasta el año de 1927 que la compañía “General Electric” realizó el “Monitor Top” que se convierte en el primer refrigerador experimental de uso doméstico. Posteriormente, después de la Segunda Guerra Mundial empezó la producción en masa de los refrigeradores modernos y durante la década de 1940 el almacenamiento de alimentos congelados llegó a ser ampliamente utilizado por los consumidores. La tecnología de refrigeración se volvió notable en los años 1950 y 1960, cuando las innovaciones

como el descongelamiento automático y máquinas de hielo automáticas aparecieron por primera vez. El medio ambiente se convirtió en una prioridad en las décadas 1970 y 1980, que conducen a más refrigeradores y eliminación de los clorofluorocarbonos en los sistemas de refrigeración sellado de bajo consumo [17]. Hoy en día en México el porcentaje de hogares que cuentan con un refrigerador es del 82.1 %, de acuerdo con datos obtenidos por el INEGI en el año 2010 [18].

El desarrollo en la industria de alimentos congelados comenzó en el año de 1800, cuando surgió el interés en la congelación rápida, la invención de los procesos de mejora y equipamiento. Algunos de los acontecimientos más sobresalientes que impulsaron este desarrollo fueron:

- En 1842, H. Benjamín obtuvo la patente británica N°. 9240 para una técnica de congelación rápida que implica la inmersión del producto en un congelador.
- En 1861, Thomas S. Mort estableció lo que se cree que es la primera planta de almacenamiento en frío del mundo en Darling Harbour, Australia. Esta instalación fue utilizada principalmente para la congelación de carne.
- En 1867 el Dr. Peyton Howard hizo el primer envío exitoso de carne congelada en los EE. UU.
- En 1868 William Davis desarrolló un sistema de congelación de pescado (patente de EE. UU. N° 85913); él colocó el pescado en recipientes de metal, con una tapa de metal, y rodeaba la cacerola con una mezcla eutéctica de hielo y sal.
- En 1876 la carne congelada fue por primera vez enviada desde los EE. UU. a Inglaterra.
- Cerca del año 1880 carne congelada fue enviada desde Australia a Inglaterra mediante refrigeración mecánica. Esto se cree que es el primer uso importante de la refrigeración mecánica para preservar alimentos perecederos, cerca de 30 toneladas de carne fueron transportados; el envío llegó en buenas condiciones.

- Muchos alimentos congelados preparados, como pasteles de carne, productos de panadería, comidas congeladas, camarones empanizados, palitos de pescado, papas y jugo de naranja concentrado tuvieron su origen comercial durante el período de 1945 a 1950.
- En 1949, los vagones de tren mecánicamente refrigerados entraron en uso.
- A principios de 1960, los congeladores de lecho fluidizado y alimentos congelados rápidamente comenzaron a asumir una posición de importancia en los EE. UU.
- En 1962 los congeladores de alimentos de nitrógeno líquido se utilizaron por primera vez comercialmente [19].

Típicamente en la congelación se mantiene la temperatura de los alimentos hasta -18°C . Este proceso provoca la cristalización en hielo del agua contenida en los alimentos. El resultado es un descenso significativo de la actividad del agua, que frena o detiene la actividad enzimática y la actividad microbiana. Por lo tanto, la conservación mediante la congelación de los alimentos puede mantenerse a largo plazo.

La curva de congelación representa gráficamente el curso típico del proceso de congelación de alimentos. El diagrama varía según la influencia de los siguientes factores: método de congelación, tamaño, forma, composición química, propiedades físicas del producto y tipo de envasado (o ausencia de este).

La curva se puede dividir en tres fases distintas:

- **Pre-enfriamiento o fase de enfriamiento:** Cuando un alimento a temperatura ambiente se introduce en el congelador, su temperatura disminuye hasta su punto de congelación.
- **Período de cambio de fase:** Esta etapa representa el comienzo de la cristalización de hielo. Durante este periodo el efecto del frío se equilibra con el

calor liberado por el agua al estar esta sometida a un cambio de fase. La temperatura se mantiene constante, y presenta en una gráfica un tramo horizontal cuya longitud depende de la rapidez a la que se disipa el calor.

- **Post-enfriamiento:** La última etapa se inicia cuando la temperatura del producto alcanza el punto donde toda el agua se ha convertido en hielo, y termina cuando la temperatura se reduce a la temperatura de almacenamiento [20].

Como los distintos alimentos difieren en su contenido de agua y en los tipos y cantidades de sólidos disueltos, la temperatura a la que iniciará la congelación será diferente para cada uno y, en las mismas condiciones, requerirán tiempos distintos para alcanzar el estado de congelación completa.

El tiempo de congelación es uno de los parámetros más importantes en el proceso de congelación. Éste se define como el tiempo necesario para bajar la temperatura del producto desde su temperatura inicial a -18°C en su centro térmico. Dado que la distribución de la temperatura dentro del producto varía durante el proceso de congelación, el centro térmico, generalmente se toma como referencia. Por lo tanto, cuando el centro geométrico del producto alcanza la temperatura final dada, esto asegura que la temperatura media del producto se ha reducido a un valor de almacenamiento [12].

El método de congelación es una consideración importante en la congelación de alimentos. Hay diferentes métodos y existen muchas variables a tener en cuenta para determinar el tiempo de congelación de cada cual; de igual manera, los procesos y cuidados dependen de lo que se quiera congelar.

Algunos de estos métodos son:

- **Congelación por flujo de aire:** Se usa aire como medio de congelación, que pasa sobre los productos alimenticios, el aire refrigerado sirve como medio de transferencia de calor y es principalmente por convección.

- **Congelación por contacto:** Es una de las maneras más eficaces de congelación en términos de mecanismo de transferencia de calor. Los alimentos se colocan sobre o entre placas metálicas frías y son enfriados por medio de conducción.
- **Congelación por inmersión:** Consiste en el uso de un tanque con una solución de congelación como glicol, glicerol, cloruro de sodio, cloruro de calcio, o mezclas de sal y azúcar. El producto se sumerge en esta solución a la temperatura deseada de congelación.
- **Congelación criogénica:** La comida se expone a una atmósfera por debajo de -60°C a través del contacto directo con los gases licuados como el nitrógeno o dióxido de carbono. Este tipo de método se diferencia de otros sistemas de congelación, ya que no está conectado a una planta de refrigeración; los refrigerantes utilizados se licuan en grandes instalaciones industriales y se envían a la fábrica de congelación de los alimentos en recipientes a presión [14].

1.2 COMPARATIVA EN MÉTODOS DE REFRIGERACIÓN

En la literatura existen comparativas entre los distintos métodos de refrigeración, así como estudios experimentales para determinar el tiempo de congelación de los alimentos y los beneficios que tienen entre ellos.

Brad Kim et al. [21] realizaron un estudio para determinar los efectos del periodo de envejecimiento y el tiempo de congelación con dos diferentes métodos, utilizando lomo de carne de res. El peso aproximado de cada muestra fue de 0.98 kg. Las muestras asignadas a la congelación rápida se colocaron en un tanque de inmersión de cloruro de calcio, mientras que el resto de las muestras fueron colocadas en un congelador de aire convencional a velocidad de 1.3 m/s, ambos a una temperatura de -18°C . Al alcanzar esta temperatura ambas muestras fueron trasladadas a

un congelador convencional por 3 semanas. Además, se analizó el tiempo que tarda el alimento en el cambio de fase, (-1.5°C a -7°C), los resultados para la congelación por inmersión fueron 2 horas, y congelación lenta en 24 horas. Para alcanzar la temperatura de -18°C por inmersión tardó menos de 6 horas, y convencional cerca de 35 horas. Los resultados indican que la tasa de congelación podría ser un factor primordial que afecta predominantemente a la capacidad de retención de agua de la carne congelada sobre el periodo de envejecimiento antes de la congelación. Se midió el envejecimiento después de 3 semanas, la congelación rápida de la carne reduce al mínimo la cantidad de pérdida de agua debido al proceso de congelación. Adicionalmente añade más valor a los productos de carne mediante la mejora de la apariencia a través de menos goteo, así como la reducción de la pérdida de nutrientes solubles.

Espinoza et al. [22], evaluaron los efectos de los métodos de congelación criogénica y chorro de aire, sobre la calidad del filete de bagre de 85 a 100 gramos. Se evaluó la pérdida de humedad relativa, pérdida de peso, TBA (ácido tiobarbitúrico) y el color, después de un día, un mes, tres meses y seis meses. Para la congelación criogénica utilizaron CO_2 líquido. Se colocó en un congelador tipo armario cuya temperatura era -59.06°C ; para la prueba de chorro de aire el congelador tenía una temperatura de -25°C , se determinó una velocidad media de 4.91 m/s. El tiempo de congelación para la prueba criogénica fue 19.3 minutos, mientras que para chorro de aire fue 55.1 minutos. El estudio mostró que la congelación criogénica obtuvo mejores resultados en la calidad de los filetes de bagre respecto a la congelación por chorro de aire. Particularmente, exhibió muchas ventajas, incluyendo altas tasas de congelación y los tiempos más cortos, facilidad de operación y control, y muy baja modificación en la calidad de los filetes de bagre, mejores valores de color y una menor producción de oxidación que la congelación por aire. Además, tenían mejores características de calidad después de 6 meses de almacenamiento.

Liang et al. [23] evaluaron los efectos de la congelación por inmersión y por chorro de aire en la conservación a largo plazo de litchis congeladas. La primera se

llevó acabo en un congelador equipado con refrigerante cuaternario (incluyendo 17.2 mol/L alcohol, 13.5 mol/L propilenglicol, 0.7 mol/L de cloruro de sodio y agua pura), mientras que la prueba de chorro de aire se realizó en un congelador convencional ambos a -35°C . Los procesos de congelación duraron 9.22 minutos y 106.26 minutos respectivamente, iniciando a una temperatura de 0°C a -18°C ; al término de su congelación las frutas se trasladaron a un congelador cuya temperatura era -18°C para ser almacenadas durante 6 meses. Se encontró que el método de congelación por inmersión era muy superior, conservando la calidad muy similar a litchis frescos. Por su parte, el de chorro de aire llevó a un deterioro de los frutos. La tasa de congelación superior y la mejor integridad de microestructura de lichis explicaron la mayor calidad en términos de preservación y reducción de la pérdida por goteo, retención del color, la textura y la calidad.

1.3 SIMULACIÓN DEL CAMBIO DE FASE EN ANÁLISIS NUMÉRICO

Además de los estudios experimentales diversos autores han realizado análisis numéricos para predecir el tiempo de congelación en los alimentos bajo condiciones controladas. El modelado analítico de un proceso de congelación de alimentos es una tarea muy compleja, debido principalmente al cambio de fase que está implicado. Además de la gran diferencia en los valores de la comida: densidad, conductividad térmica y capacidad calorífica entre los estados congelados y no congelados, el uso de una solución analítica siempre está influenciada por la falta de fiabilidad de los valores utilizados para estos parámetros térmicos, y también por la incertidumbre en la medición de h , el coeficiente de transferencia de calor entre la comida y el congelante, ya que mucho dependerá de varias características geométricas del equipamiento específico: forma de los racks y su posición, la distribución del aire, la posición de las piezas de los alimentos, etc.

El método más antiguo de cálculo del tiempo de congelación que se conoce es el desarrollado por Plank en 1913. El modelo fue desarrollado para la congelación en una dirección. Se considera que todo el calor latente de cambio de fase se elimina en las proximidades del punto de congelación. Se supone además que los objetos a enfriar tienen formas geométricas simples (paralelepípedos, placas, cilindros o esferas). Finalmente, los objetos se consideran homogéneos o isotrópicos y se cuenta con un valor promedio de la conductividad térmica [16].

López Leiva et al. [24] realizaron un estudio de cómo ha sido interpretada y modificada esta ecuación. En un primer artículo Plank (1913) presenta una fórmula para calcular el tiempo de congelación de un bloque de hielo. En un segundo artículo en 1941 presenta un cálculo similar que se utiliza para los productos alimenticios.

En este último documento se hacen las siguientes aproximaciones:

Todo producto alimenticio tiene una temperatura constante de cambio de fase. La transferencia de calor a través de los productos alimenticios es por conducción térmica. Las propiedades físicas son independientes de la temperatura y el cambio de volumen se desprecia.

Para el caso general, y a partir de las ecuaciones básicas de transferencia de calor (Ecuación de Fourier para la transferencia de calor por conducción y el concepto de capa límite de Prandtl para la transferencia de calor por convección), Plank deriva la siguiente ecuación:

$$F = \frac{\rho \Delta H_f}{T_f - T_a} \left(P \frac{d}{h} + R \frac{d^2}{k} \right) \quad (1.1)$$

donde ρ es la densidad de la comida, ΔH_f es el cambio de entalpía durante la congelación (J/kg), T_f es el punto inicial de congelación, T_a es la temperatura del medio de congelación ($^{\circ}C$), P y R son los parámetros que definen la geometría de la comida, d el espesor de la comida, h coeficiente de transferencia de calor ($W/m^2 \cdot ^{\circ}C$), k conductividad térmica de los alimentos congelados ($W/m \cdot ^{\circ}C$).

Como los cálculos eran bastante largos, especialmente con las herramientas de cálculo que estaban disponibles en aquellos días, algunos autores trataron de simplificar el procedimiento, en la mayoría de los casos proponiendo soluciones gráficas para el cálculo de P y R .

Los tiempos de congelación calculados mediante la ecuación de Plank subestiman el valor experimental en un porcentaje que puede llegar a ser aproximadamente hasta un 40%. Sin embargo, debido a que el planteamiento inicial de Plank tiene sólidas bases en la termodinámica, otros investigadores han considerado diversas modificaciones a la misma.

Hay por lo menos cuatro métodos de análisis que comparan bien el tiempo de congelación del alimento (Pham, Hung y Thompson, Levy y Rjutov). El método de Levy es el más fácil de usar, él desarrolla una ecuación para el tiempo final. En esta ecuación, el cambio de entalpía durante la etapa de congelación de la ecuación original de Plank ΔH_f se sustituye por el cambio de entalpía total (pre-enfriamiento + congelación + post-enfriamiento), mientras que los métodos de Pham, Hung y Thompson son los más complicados. Requieren largos cálculos elaborados, con varios parámetros intermedios. Hung y Thompson usan la ecuación de Plank, hacen algunos cambios para tener en cuenta los períodos de pre-enfriamiento y post-enfriamiento. La entalpía, es ahora todo el cambio de entalpía entre las temperaturas inicial y final, desarrollan relaciones para definir nuevos valores de P y R (P_m , R_m) como funciones de los números de Biot, Stefan y Plank, además, definen un nuevo gradiente de temperatura, desde la temperatura inicial hasta la final. Pham, al igual que en el método de Plank, realizan algunas suposiciones importantes. En primer lugar, las condiciones ambientales y la temperatura inicial se suponen constantes, mientras que la temperatura final se fija por el usuario. La versatilidad de la ecuación de Pham para el cálculo del tiempo de congelación radica en la aplicación del factor E_f para diferentes geometrías. Por último D.G. Rjutov presentó una ecuación, utilizando el número de Biot y correlaciones basadas en experimentos realizados con trozos de carne. Rjutov encontró una constante basada en experimentos para la carne igual a

0.0053.

Hay poca precisión mediante el uso de soluciones analíticas complejas. En comparación, el método de solución numérica es más eficaz para analizar la situación real. En simulaciones numéricas, el cambio de fase y la propiedad física que varía con la temperatura se convierten en el punto clave y difícil del problema de transferencia de calor en el proceso de congelación. Debido a que existe una interfaz entre las dos fases, donde el calor se libera o absorbe, se presenta un problema conocido como “problema de límites en movimiento”. Una variedad de enfoques han sido examinados para la solución de este problema [25]:

- Método de malla de fija
- Método de malla variable
- Método de entalpía
- Método de calor específico aparente
- Método fuente
- Método de capacidad efectiva

La mayoría de los estudios realizados utilizan el método de calor específico aparente ya que es uno de los más sencillos, precisos y rápidos de utilizar.

Wang et al. [26] realizaron un estudio, en el cual utilizaron el enfoque de calor específico aparente. El calor latente de cambio de fase se describe con una curva cuadrática que simula el cambio de la conductividad térmica y el calor específico. Utilizaron el método de Crank-Nicolson, este es un método de diferencias finitas usado para la resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales, tales como la ecuación de calor. Se trata de un método de segundo orden en tiempo, implícito y numéricamente estable. Las soluciones numéricas se validan con los datos experimentales citados de la literatura. La validación y análisis están involucrados en

la temperatura, cambio de tendencia y el tiempo de congelación de los productos. La temperatura inicial del producto es 20°C , el congelador está a una temperatura de -40°C , el material que se utilizó en pruebas es la Karlsruhe (KTS), (gel de metilcelulosa 23 %), que utilizan con frecuencia en problemas térmicos muy similares a los alimentos. Se realizó una comparativa con los resultados obtenidos con otras publicaciones, lo cual mostró que la media aritmética de error relativo era de 4.69 %. Esto mostró que el método de la capacidad de calor aparente y la curva cuadrática dan buenos resultados en la simulación de congelación de alimentos con diferentes formas.

Dima et al. [27] realizaron un trabajo de la congelación de dos productos: carne de cangrejo en bolsas de plástico y tenazas de cangrejo. Se llevó a cabo el estudio de forma experimental y numérica. El cambio de fase se simuló utilizando el método calor específico aparente. Las ecuaciones de gobierno se resolvieron con el método de elementos finitos. Las muestras de las bolsas y las tenazas de carne de cangrejo se congelaron en un túnel industrial de 6 m de largo con un área transversal de 3.6 m^2 . El congelador está compuesto por seis ventiladores en la sección superior. La temperatura mínima de enfriamiento del túnel era -40°C y el tiempo de residencia máximo de las muestras fueron de 40 minutos. La velocidad media del aire en el túnel fue 4.16 m/s . Se utilizó el software COMSOL Multiphysics para estudiar el caso de las tenazas de cangrejo, y Matlab para el caso de la carne de cangrejo en bolsas de plástico. Las predicciones numéricas fueron contrastadas con tiempos de congelación experimentales que muestran un excelente acuerdo. Los modelos se aplicaron a predecir los tiempos de congelación de una manera rápida y precisa.

Moraga et al.[28] realizaron un estudio de la transferencia de calor y masa conjugada en la congelación de comida por medio de convección natural. El estudio propone el uso de la ecuación de difusión, temperatura y especies en la comida, como una versión simplificada de la ecuación de la energía y la ecuación de concentración en un estado transitorio para el aire en contacto con esta. El cambio de fase es incorporado en el modelo matemático por medio del método de calor específico

aparente. El método de los volúmenes finitos, con el algoritmo simple, se utiliza para resolver el sistema de ecuaciones de gobierno. Se realizó una prueba experimental en un congelador doméstico en funcionamiento, el producto se colocó en el refrigerador a una temperatura inicial de 26°C . Se considera que al iniciar el ciclo de refrigeración las paredes comenzaron a disminuir hasta una temperatura de -33°C . Para estas pruebas se utilizó Karlsruhe cuya composición es 467.2 g de agua, 230 g de oxietilmetilcelulosa, 5 g de NaCl y 0.8 g de cresol. Las propiedades térmicas de esta sustancia están muy cercanas a los alimentos. El paquete fue puesto dentro de un congelador de 0.45 m de largo por 0.35 m de altura. Se midió la velocidad del aire en el congelador con un anemómetro unidireccional siendo de 1.0 m/s. Los resultados arrojaron una diferencia de 0.8 a 3°C entre el método experimental y el método numérico.

Moraga et al. [29] realizaron otro estudio utilizando la convección forzada y la conducción de calor en un alimento en forma de placa. Ellos resolvieron el problema de congelación, usando el método de volúmenes finitos. Se empleó el método de calor específico aparente para simular el cambio de fase. La muestra consiste en una porción en forma de plato de carne de salmón, con una geometría de placa de 24 mm de altura y 158 mm de longitud. La temperatura del aire dentro de la cámara es controlada por un termostato con un rango de temperatura de -29°C hasta -24°C . La instalación experimental incluía una cámara de volumen interno de refrigeración igual a 0.6 m^3 , una unidad de refrigeración con dos ventiladores. Se utilizó un $\text{Re} = 10,000$. Los resultados entre el comparativo del experimental y el método numérico es entre 1.9 a 10.6 % de diferencia.

1.4 FACTORES EVALUADOS EN LA CONGELACIÓN DE ALIMENTOS

Como se ha mencionado anteriormente, los factores que afectan más el proceso de congelación de alimentos son: la velocidad del fluido, la temperatura inicial, la geometría del producto, sobre todo el espesor, y el coeficiente de convección. De acuerdo con esta información se realizó una búsqueda bibliográfica de estudios evaluando estos factores, algunos de ellos son:

Perussello et al. [30] estudiaron el procedimiento de congelación por convección, evaluando el impacto de 5 diferentes velocidades de aire las cuales fueron: 0 (utilizando convección natural), 1, 3, 5, 7 m/s, aplicado a frijoles verdes de 0.00224 ± 0.00027 kg este estudio utiliza el método de calor específico aparente (por lo tanto el calor específico y la conductividad térmica varían con respecto a la temperatura de entre -40 y 30°C). Se desarrolló un código computacional en diferencias finitas, el software utilizado es Matlab, se realizó una comparativa con resultados experimentales de la literatura para validar el código. La temperatura del congelador fue de -40°C , y la temperatura inicial de los frijoles fue de 26°C hasta llegar a -18°C . El tiempo aproximado que tardo fue 17, 6.9, 4, 3.4 y 2.8 minutos respectivamente con las velocidades y los coeficientes de transferencia de calor 17.44, 39.36, 84.19, 106.64 y 127.49 ($\text{W}/\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$). De acuerdo con estos datos se comprobó que el coeficiente de transferencia de calor y tiempo de congelación son fuertemente influenciados por la velocidad del aire aplicado durante la congelación, más que por otros factores, el porcentaje de error utilizado con esta función comparado con lo experimental fue de 3.1 a 6.8% . .

M. V. Santos et al. [5] desarrollaron un modelo numérico utilizando la técnica de elementos finitos para predecir los tiempos de congelación de champiñones, considerando la forma real del producto. Se utilizó el método de calor específico aparente siendo el calor específico, conductividad térmica y la densidad del champiñón de-

pendiente de la temperatura (entre -40 y 20°C). El software utilizado fue Matlab, se varían las temperaturas del congelador a -15°C , -20°C y -30°C , de igual manera se evaluaron distintos valores de coeficientes de transferencia de calor, por convección natural ($h = 6.20 \text{ W/m}^2 \text{ K}$), de convección forzada ($h = \text{el } 20 \text{ a } 90 \text{ W/m}^2 \text{ K}$), de impacto de aire ($h = 80 \text{ a } 160 \text{ W/m}^2 \text{ K}$), inmersión en nitrógeno líquido ($170 \text{ a } 425 \text{ W/m}^2 \text{ K}$) y la inmersión en fluido agitado ($160\text{-}1,500 \text{ W/m}^2 \text{ K}$). De esta manera, las simulaciones se llevaron a cabo con el fin de obtener los tiempos de congelación para diferentes temperaturas de fluidos externos y la transferencia de calor de superficie, considerando una temperatura inicial del champiñón de 10°C . En conclusión el comparativo del experimental con la simulación dio diferencia máxima de 3.1°C , y considerando las diferentes condiciones de operación pueden ser de utilidad para diseñar equipos de congelación y optimizar los procesos.

1.5 MOTIVACIÓN

Cada vez más como sociedad nos hacemos dependientes al uso de fuentes de energía para satisfacer nuestras necesidades. Gasolina, carbón, electricidad, gas, etc., son diversos medios que utilizamos cotidianamente para conseguir la energía que requerimos en nuestras actividades diarias.

La electricidad es el energético que más se consume en los hogares mexicanos. De acuerdo con la Secretaría de Energía (SENER, [31]) en el año 2014 se generaron 258,256 GWH de los cuales fueron destinados al sector doméstico 53,914 GWH, convirtiéndolo en el segundo sector de mayor consumo de energía eléctrica con un 26 %, después de la Industria que predomina con un 58 %, y siguiendo con un menor consumo los sectores como Comercial con 7 %, Agrícola 5 % y Servicios 4 % (SIE Sistema de Información Energética) [32].

De acuerdo con la Comisión Nacional para el Uso Eficiente de la Energía (CONUEE), el consumo promedio en el año 2015, exclusivamente de electricidad en un hogar, está distribuido de la siguiente manera: el 40 % a iluminación, el 29 % al refrigerador, el 13 % al televisor, el 7 % a otros electrodomésticos, el 6 % a la plancha y el 5 % a la lavadora de ropa. (Comisión Nacional para el Uso Eficiente de la Energía [1]).

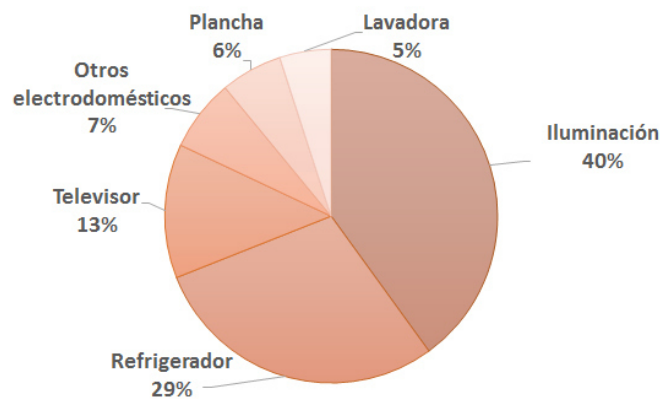


Figura 1.1: Consumo Energético [1]

El refrigerador es uno de los electrodomésticos con mayor consumo de energía en un hogar. Su función es retardar los procesos químicos y biológicos de los alimentos, su deterioro y la pérdida de calidad [12]. De acuerdo con la CONUEE, el consumo de un refrigerador estándar en un hogar es de 575 watts por hora, su funcionamiento se basa en tomar calor de la parte de baja temperatura y lo expulsa al exterior, obviamente empleando una fuente de energía, en este caso, la eléctrica. Al abrir el refrigerador afectamos su consumo ya que poseen un proceso cíclico de compresión y descompresión de un gas para así extraer calor de la parte interior y sacarlo a través del condensador. Para controlar este sistema, los refrigeradores poseen un termostato.

Del total de hogares que cuentan con refrigerador, alrededor del 96 % consumen alimentos congelados una vez a la semana como mínimo. Los cambios que se han producidos en las preferencias y los hábitos alimentarios de los consumidores se reflejan con total claridad en el volumen de ventas de las diferentes ramas en que se subdividen las industrias de productos alimenticios. En muchos países industrializados se produjo una fuerte expansión en la rama de los alimentos congelados, que transmite una imagen de alimentación sana y de rápida preparación, siendo la comodidad el factor más importante para el mercado mundial de alimentos congelados, ya que los consumidores buscan variedad de opciones de alimentos que requieren un tiempo mínimo de preparación [18].

A medida que se perfeccionan las técnicas de congelación, esta rama de la actividad industrial ofrece un más amplio abanico de productos, englobando a frutas, hortalizas, pescados, mariscos, carne, aves, productos lácteos y productos de panificación, así como a una extensa gama de postres que han sido sometidos a varias etapas del proceso de elaboración y en muchos casos están prontos para ser consumidos. La venta de alimentos congelados incrementa en muchos países. El consumo en América Latina de alimentos congelados se encuentra por debajo de los países desarrollados como Inglaterra, que registra el mayor consumo a nivel mundial con 44,6 kilos per capita al año, seguidos por Canadá, con 42.5 kilogramos y Estados

Unidos, con un consumo de 36 kilos.

En México el consumo comparado con otros países aún es muy pequeño, la variedad de productos está concentrada y los hábitos de la sociedad están cambiando más aceleradamente. Del año 2006 al 2011, el valor de las ventas de estos productos en México se elevó un 8.5% [10].

Se ha establecido que cuanto más rápida sea la congelación de alimentos mejor calidad tendrá debido a que el contenido de agua en estos es de suma importancia. El tamaño y la estructura de los cristales de hielo dependen de la rapidez de enfriamiento utilizada y del grado de post-enfriamiento del sistema. La congelación lenta da tiempo a los fluidos dentro de la célula para convertirse en grandes cristales de hielo, como el agua se expande cuando se congela, los bordes afilados de estos cristales hacen agujeros a través de las paredes de las células y cuando el alimento se descongela el fluido se escapa. En cambio, cuando se congela de forma rápida se forman cristales de hielo más pequeños que no dañan las células del alimento [12].

Se busca entonces crear un diseño funcional para la congelación de alimentos a través de un mejor conocimiento de los fenómenos de transferencia de calor que tienen lugar en los mismos. Esto involucra evaluar los factores fundamentales que rigen el proceso de congelación, sin incrementar su consumo energético.

1.6 HIPÓTESIS

Es posible evaluar el proceso de congelación de alimentos mediante el estudio de la transferencia de calor con métodos numéricos y experimentales. Estos estudios se pueden hacer variando ciertos factores como la velocidad del fluido, temperatura de la corriente libre, el área de impacto y las dimensiones y forma del producto, sobre todo el espesor. Los resultados permiten determinar cuál de estas variables afecta más este proceso y así poder reducir el tiempo de congelación.

1.7 OBJETIVO

El objetivo general del presente trabajo es evaluar los parámetros que determinan la rapidez de congelación de los alimentos con el objeto de encontrar condiciones favorables que reduzcan dicho tiempo. Se hará uso de tecnologías computacionales para el desarrollo de un estudio parametrizado.

1.7.1 OBJETIVOS PARTICULARES

- Estudiar mediante métodos numéricos el proceso de transferencia de calor que ocurre en la congelación de alimentos para proponer estrategias convenientes.
- Evaluar mediante un diseño de experimentos diferentes factores que influyen en la congelación de los alimentos.
- Construir un prototipo sencillo para evaluar el proceso de congelación de alimentos.
- Evaluar mediante una serie de réplicas experimentales el porcentaje de error de los resultados numéricos.

- Evaluar el prototipo bajo condiciones controladas.
- Evaluar la fiabilidad del método empleado para simular el proceso de congelación.

CAPÍTULO 2

ANÁLISIS NUMÉRICO Y MODELADO COMPUTACIONAL

2.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El problema que se plantea en este trabajo es la congelación de alimentos. Vamos a considerar un fluido (aire) que se mueve a lo largo de un pequeño túnel de viento cuyas medidas son 53 cm de largo, 13.5 cm de altura y 16 cm de ancho, por convección forzada ya que posee en un extremo un ventilador. El otro extremo es la salida del fluido. Las laterales son paredes. Se desprecia la transferencia de calor con el medio ambiente. El producto es colocado en el centro del túnel sobre una rejilla. El producto entra a 20°C. Se plantea la evaluación de cuatro factores que afecten la transferencia de calor en el alimento: velocidad del flujo forzado, temperatura del flujo, inclinación del producto respecto a la corriente libre del flujo forzado y espesor del producto a congelar. Cada uno de estos factores tiene dos variables a evaluar.

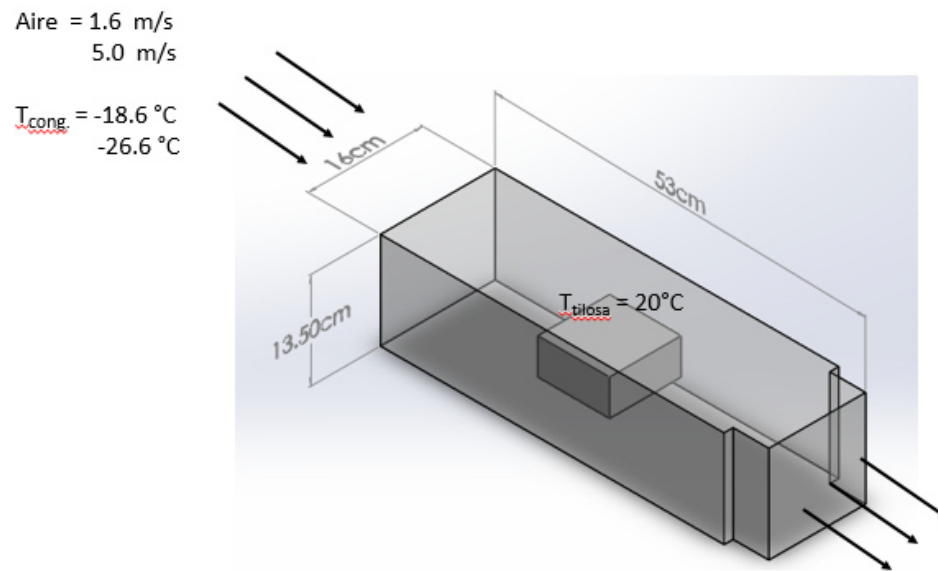


Figura 2.1: Modelo físico

2.2 MODELO FÍSICO

Los flujos forzados pueden ser internos o externos. En la convección forzada se obliga a que el fluido fluya sobre una superficie o en un tubo por medios externos, como una bomba o un ventilador. Este es el caso de estudio que nos ocupa en este trabajo de tesis.

2.2.1 FLUJO PARALELO SOBRE PLACAS

Es un caso representativo de flujo externo sobre superficies sólidas. Un fluido viscoso fluye paralelo a una pared sólida de largo L a temperatura $T_p > T_o$. Al incidir tiene velocidad y temperatura uniforme (V_o, T_o). En el fluido, sobre la superficie, se crean gradientes de velocidad y temperatura. Si el Número de Reynolds

del flujo ($\frac{V_0 \rho L}{\mu}$) es “alto”, estos gradientes existen en franjas estrechas de espesores δ y δt . Estas zonas se denomina “capas límite” dinámica y térmica respectivamente. Su pequeño espesor implica: $L \gg \delta$ y $L \gg \delta t$. La superficie impone velocidad nula ($u = 0$) en la superficie a este flujo que tenía velocidad uniforme.

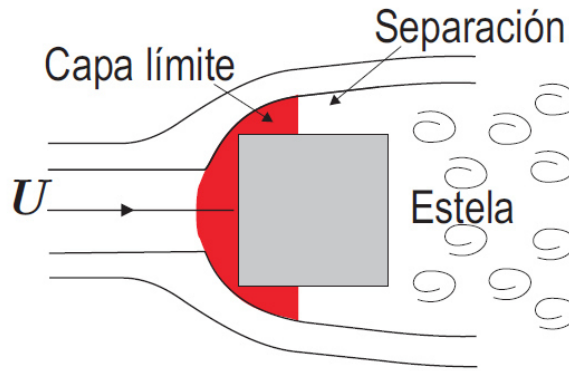


Figura 2.2: Flujo paralelo sobre el alimento

El problema consiste en determinar el tiempo que tarda en alcanzar -18°C el centro geométrico del alimento, mediante la solución numérica de un modelo tridimensional, en estado transitorio y con aire como fluido. Las condiciones de frontera son variables del diseño de experimentos. El cambio de fase del producto se modela mediante el método del calor específico aparente. El modelo de turbulencia empleado es el de Spalart-Allmaras. Se desprecia la radiación térmica y las paredes se consideran adiabáticas.

2.2.2 MODOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Al considerar los modos de transferencia de calor en la ecuación de conservación de la energía, da lugar a una ecuación diferencial en derivadas parciales (en algunos casos ecuaciones integro-diferenciales) cuya solución, para determinadas condiciones iniciales y de frontera, permite conocer distribuciones de temperatura en el tiempo y en el espacio, así como la transferencia de calor.

Los mecanismos físicos de transferencia de energía son complejos. Generalmente se acepta clasificarlos junto con otros fenómenos de transporte de propiedades distintas a la energía, en tres categorías: conducción, convección y radiación. Conviene tener presente que difícilmente suceden los tres modos en forma individual. Por lo general ocurren simultáneamente, si bien predomina uno de ellos. En el análisis simplificado de problemas de transferencia de calor es necesario, considerar por separado cada uno de los tres modos [33].

2.2.2.1 TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDUCCIÓN

El término conducción de calor se refiere a la transferencia de energía térmica por difusión en un medio que no tiene movimiento interno relativo como un sólido o un fluido en reposo. Es originado por la actividad de las partículas que forman el material, unas de las cuales son más energéticas que otras, a las que transfieren su energía las primeras. El proceso físico mediante el cual se logra este efecto se puede visualizar, a nivel microscópico, como los frecuentes choques entre las moléculas en el caso de un gas, y con ciertas restricciones en el caso de un líquido; o bien, mediante la vibración de la estructura cristalina y la traslación de electrones en el caso de los sólidos.

El efecto macroscópico de lo anterior es que, como resultado de una diferencia de temperaturas entre dos regiones del medio conductor, se transfiere energía con una rapidez que resulta directamente proporcional a la diferencia de temperaturas y al área transversal a la dirección de conducción, e inversamente proporcional a la distancia cubierta.

$$Q_{cond} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (W) \quad (2.1)$$

o bien,

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (W/m^2) \quad (2.2)$$

Lo anterior expresa La Ley de Fourier, en donde Q es la rapidez de conducción de calor (es decir la energía por unidad de tiempo), q es la rapidez de conducción de calor por unidad de área o flujo de calor, $\frac{\partial T}{\partial x}$ es el gradiente de temperatura, A es el área perpendicular a esta dirección y k es un factor de proporcionalidad llamado conductividad térmica, que depende del material. El signo negativo resulta necesario para satisfacer la segunda Ley de la Termodinámica: el calor debe transmitirse en la dirección en que disminuye la temperatura, independientemente de cómo estén definidas las coordenadas espaciales [33].

2.2.2.2 TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN

La convección es el modo de transferencia de energía entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que está en movimiento. Comprende los efectos combinados de la conducción y el movimiento de fluidos. Cuanto más rápido es el movimiento de un fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. En ausencia de cualquier movimiento masivo de fluido, la transferencia de calor entre una superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura. La presencia de movimiento masivo del fluido incrementa la transferencia de calor entre la superficie sólida y el fluido, pero también complica la determinación de la rapidez de esa transferencia.

A pesar de la complejidad de la convección, se observa que la rapidez de la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa de la siguiente forma:

$$Q_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (W) \quad (2.3)$$

Generalmente conocida como Ley de Newton del enfriamiento, donde Q es el

flujo de calor perpendicular al segmento de la superficie A de la pared; T_s y T_∞ , respectivamente, son las temperaturas de la pared y el fluido a una distancia suficientemente alejada de aquella; A es el área superficial a través de la cual tiene lugar la transferencia de calor y h es un coeficiente de transmisión de calor por convección, el cual depende de las condiciones de capa límite, en las que influyen la geometría de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido y una variedad de propiedades termodinámicas del fluido, tales como la densidad, la viscosidad, la conductividad térmica, etc.

La convección se clasifica como convección natural (o libre) y forzada, dependiendo del origen que da lugar al movimiento del fluido [33, 34].

2.2.2.3 CONVECCIÓN FORZADA

En la convección forzada, el movimiento del fluido se debe a sistemas externos como bombas o ventiladores. El patrón de flujo que presente el fluido va a depender de la relación entre las fuerzas de inercia y viscosas.

La convección forzada se clasifica a su vez en externa e interna dependiendo de si el flujo de fluido es interno o externo, dependiendo si se fuerza al fluido a fluir por un canal confinado (superficie interior) o por una superficie abierta. El flujo de un fluido no limitado por una superficie (placa, alambre, exterior de un tubo) es flujo externo. El flujo por un tubo o ducto es flujo interno si ese fluido está limitado por completo por superficies sólidas. El flujo de líquidos en un tubo se conoce como flujo en canal abierto si ese tubo está parcialmente lleno con el líquido y se tiene una superficie libre.

2.2.2.4 CONVECCIÓN NATURAL

La convección natural se origina cuando una fuerza de cuerpo ejerce su acción en un fluido donde existe un gradiente de densidad. El efecto global es una fuerza de flotación que provoca corrientes convectivas, siendo el caso más común cuando el gradiente de densidad se debe a un gradiente de temperatura y la fuerza de cuerpo proviene de un campo gravitacional. Siendo las velocidades del fluido en convección libre generalmente mucho más pequeñas que las velocidades de un flujo convectivo forzado, los correspondientes coeficientes de convección también resultan menores en el primer caso [33].

2.2.2.5 CONVECCIÓN NATURAL Y FORZADA COMBINADAS

En los problemas de transferencia de calor por convección forzada, algo de convección natural toma lugar; pero cuando el campo de velocidad externa es dominante, los efectos de la convección natural son despreciables. Inversamente, si los campos de velocidad generados por los efectos de flotación son dominantes, los efectos de convección forzada, si los hay, son despreciables y el problema es tratado como convección puramente natural. Existen también numerosas situaciones prácticas en las cuales la convección forzada y la natural son del mismo orden de magnitud y ninguna de ellas puede ser despreciada. Estos casos se dan cuando la velocidad de flujo es baja, lo que permite que subsistan los dos tipos de convección [12, 34].

2.2.2.6 PARÁMETROS ADIMENSIONALES

Los siguientes números adimensionales han sido identificados y utilizados en correlaciones para determinar el coeficiente h en problemas de transferencia de calor por convección:

- **Número de Nusselt** (Nu), que involucra el coeficiente convectivo (h), la dimensión característica del cuerpo (L_c) y la conductividad térmica del fluido (k). Esta expresión adimensional puede considerarse como la razón de la dimensión característica del sistema y el grosor de la capa límite del fluido, la cual transmitirá calor por conducción en la misma razón que la calculada usando el coeficiente convectivo de transferencia de calor.

$$Nu = \frac{hL_c}{k} = \frac{\text{Transferencia de calor por conveccion}}{\text{Transferencia de calor por conduccion}} \quad (2.4)$$

- **Número de Reynolds** (Re), que involucra la dimensión característica del sistema (L_c), la velocidad del fluido (v), la densidad (ρ) y la viscosidad (μ) del fluido. Puede ser considerado como una razón que relaciona las fuerzas de inercia con las fuerzas viscosas ($\mu v/L_c$).

$$Re = \frac{L_c v \rho}{\mu} = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas viscosas}} \quad (2.5)$$

- **Número de Prandtl** (Pr), que involucra el calor específico (C_p), la viscosidad (μ) y la conductividad térmica (k) del fluido. Puede considerarse como la razón que relaciona la difusividad del momentum (μ/ρ), a la difusividad de calor ($k/\rho C_p$), y correlaciona físicamente el espesor relativo de la capa límite hidrodinámica con el de la capa límite térmica.

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{\text{difusividad de momentum}}{\text{difusividad de calor}} \quad (2.6)$$

- **Número de Grashof** (Gr), que relaciona la dimensión característica del sistema (L_c), la aceleración de gravedad (g), el coeficiente de expansión térmica (β), la densidad (ρ) y la viscosidad dinámica (μ) del fluido, y la diferencia de temperaturas (ΔT) entre la superficie y la temperatura del fluido al otro lado de la capa límite. Este número puede ser considerado como la razón de las fuerzas de gravedad y las fuerzas viscosas, producto del cambio de temperatu-

ras en el fluido. Este número se utiliza en la convección natural y su papel es similar al número de Reynolds en la convección forzada.

$$Gr = \frac{L_c^3 g \beta \rho^2 \Delta T}{\mu^2} = \frac{\text{fuerzas de gravedad}}{\text{fuerzas viscosas}} \quad (2.7)$$

2.2.2.7 RELACIONES ADIMENSIONALES

Los números adimensionales anteriormente descritos se relacionan de diferentes formas entre sí, dependiendo si la transferencia de calor se presenta como convección natural o forzada.

- **Convección natural** Este tipo de convección está representada por relaciones adimensionales de la siguiente forma:

$$Nu = f(Gr, Pr) \quad (2.8)$$

- **Convección forzada** Este tipo de convección esta representada por relaciones adimensionales de la siguiente forma:

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (2.9)$$

- **Convección natural y forzada combinadas** Las relaciones adimensionales son de la siguiente forma:

$$Nu = f(Re, Pr, Gr) \quad (2.10)$$

Los grupos adimensionales que aparecen en esta ecuación representan la razón entre las fuerzas de flotación y las de inercia. Cuando esta razón es del orden de la unidad, esto es $Gr \sim Re^2$, la convección natural no puede ser ignorada en

comparación con la convección forzada, y estas deben analizarse simultáneamente. Sin embargo, cuando esta relación es menor que la unidad, la convección forzada predomina, pudiéndose despreciar la convección natural [16, 35].

2.3 METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN

Este estudio se realizó utilizando el software comercial ANSYS Fluent que es un programa que permite la solución de problemas de flujo de fluidos y transferencia de calor para geometrías simples y complejas. Este programa resuelve las ecuaciones diferenciales de conservación de masa y cantidad de movimiento para flujos. Resuelve una ecuación adicional para la conservación de energía en todos los casos, mediante el método de volúmenes finitos.

Para calcular una solución y mostrar resultados, FLUENT utiliza una interfase interactiva donde se trabajan las tres etapas principales un pre-procesamiento, la solución y el post-procesamiento.

Los pasos principales para la solución de un problema utilizando FLUENT son los siguientes:

1. Se realiza el modelo geométrico asistido por un ordenador (CAD, en este caso se utiliza SolidWorks).
2. Utilizando el programa ANSYS DesignModeler, se realizan planos, cortes, uniones, para obtener el dominio de cómputo.
3. Para generar la discretización del dominio se trabaja con ANSYS Meshing y se evalúa la calidad de esta utilizando un parámetro llamado skewness; por último, se importa la malla.
4. Seleccionar la formulación para resolver (segregado, acoplado implícito o explícito), en nuestro caso utilizamos una solución acoplada apareciendo en la versión

de fluent como Pressure Based. Se selecciona este algoritmo acoplado basado en la presión ya que resuelve un sistema que comprende las ecuaciones de momentum y la ecuación de continuidad basado en la presión. Y puesto que estas ecuaciones se resuelven de una manera estrechamente acoplada, la tasa de convergencia de solución mejora significativamente en comparación con el algoritmo segregado.

5. Seleccionar el estado en que se resolverá el problema, ya sea transitorio o estacionario, este problema se resuelve como transitorio.
6. Elegir las ecuaciones para resolver: modelo laminar o turbulento, modelos de transferencia de calor, se habilita la ecuación de la energía y en este caso se elige el modelo Spalart-Allmaras debido a que es un modelo relativamente simple, que resuelve una sola ecuación de transporte para una variable ν y se utiliza ampliamente para aplicaciones aerodinámicas.
7. Especificar las propiedades del material. Se utilizó el método de calor específico aparente, para simular el cambio de fase. Primero se realizaron pruebas experimentales para poder determinar el rango de temperatura para el cambio de fase. Las propiedades del aire se mantienen constantes.

Símbolo	Propiedad	Unidad
ρ	1.225	kg/m ³
C_p	1,006.43	J/kg · K
k	0.0242	W/m · K
ν	1.7894x10 ⁻⁵	m ² /s

Tabla 2.1: Propiedades del aire

8. Especificar las condiciones de frontera. Las paredes del túnel se consideran adiabáticas, la presión manométrica a la salida es considerada 0 Pa. y variamos la velocidad y la temperatura en cada caso evaluado.

9. Ajustar la solución con los parámetros de control. Es importante tener un buen control de convergencia, ya que de esto depende de que la solución sea suficientemente precisa. Los residuales son una medida de desequilibrio local de cada ecuación conservativa del volumen de control. El tipo más común es el RMS (Root Mean Square). Con estos residuales se especifica de qué orden han de ser para que la solución alcance convergencia de magnitud de 10^{-3} , 10^{-4} .
10. Los datos que se miden en esta solución son la temperatura en el centro geométrico del producto, y un 25 % hacia el frente y 25 % hacia la parte trasera del producto. Se registró la temperatura cada 10 segundos, además del flujo de calor en todas las paredes del producto.
11. Se asigna la temperatura inicial al fluido refrigerante y del producto. Este último siempre inicia a 20°C , mientras que el fluido depende del caso a evaluar.
12. Se inicializa el valor de la velocidad y temperatura del campo de flujo.
13. En las simulaciones a tiempo real se tiene en cuenta el CFL Number o Courant Number, parámetro que para una dimensión se define como $\text{Cr} = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x}$; donde u es la velocidad del fluido, Δt es el intervalo de tiempo y Δx es el tamaño de la celda. El paso de tiempo se definió en 10 segundos, debido a una serie de pruebas con un paso de tiempo menor el resultado de las simulaciones era el mismo, por lo cual para evitar un uso exagerado de recurso computacional se eligió este paso de tiempo.
14. Se calcula la solución.
15. Para el post-procesamiento de datos se utilizó el software CFD Post.
16. Se realizó un análisis de sensibilidad de malla para poder determinar una malla adecuada sin gastar demasiado recurso computacional.

2.4 DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

La Dinámica de Fluidos Computacional, conocida como CFD, se define como el conjunto de metodologías que permiten a una computadora proporcionar una simulación numérica al flujo de fluidos.

Usamos la palabra “simulación” para indicar que usamos la computadora para resolver numéricamente las leyes que rigen el movimiento de los fluidos, dentro o alrededor de un sistema material, su geometría también se modela en el equipo. Por lo tanto, todo el sistema se transforma en un entorno virtual o producto virtual [36].

Utiliza una malla computacional para resolver las ecuaciones que describen el flujo de fluidos, es decir, la ecuación de continuidad y el conjunto de ecuaciones de Navier-Stokes, y cualquier ecuación de conservación adicional, tales como balance de energía, a través de cada celda de la malla por medio de un procedimiento iterativo con el fin de predecir y visualizar las distribuciones de velocidad, temperatura, presión, etc [37].

Actualmente se está recurriendo al poder de la dinámica de fluidos computacional (CFD) para modelar los procesos industriales, realizar análisis exhaustivos, y el diseño de los sistemas más eficientes. La adopción de los estudios en CFD en los últimos años ha sido inevitable y progresivo, ya que los altos costos y el consumo de tiempo asociados con la experimentación a menudo han impedido el deseo de producir resultados eficientes con profundidad.

La realización de un estudio de CFD exige el uso de tres etapas, con cada entorno que representa una sección igualmente importante del proceso de modelado [37].

Preprocesamiento

Se basa en las limitaciones y condiciones de modelado de entrada por el usuario

a través de enunciados matemáticos al preprocesador. El preprocesador de software CFD tiene todos los datos en bruto y los enunciados matemáticos atribuibles al éxito potencial de un ejercicio de modelización. Las principales tareas que enfrenta un usuario en el entorno de pre-procesamiento incluyen:

- Especificación y definición de la geometría
- Desarrollo de la malla
- Selección del fenómeno físico
- Definir las propiedades de los fluidos, modelos físicos y especificación de las condiciones de frontera.

Solución

El solucionador dentro del software CFD organiza la entrada matemática del preprocesador en matrices numéricas y los resuelve mediante un método iterativo. Los métodos iterativos se utilizan comúnmente para resolver un conjunto de ecuaciones discretizadas para que puedan ser aplicadas a una sola variable dependiente.

Existen distintas técnicas de solución numérica: Diferencias finitas, elementos finitos, métodos espectrales, volúmenes finitos.

A grandes rasgos el algoritmo numérico incluye los siguientes pasos:

- Integración de las ecuaciones de gobierno de flujo de fluido en todo el volumen de control del dominio
- Discretización: conversión de las ecuaciones integrales resultantes en un sistema de ecuaciones algebraicas
- Solución de las ecuaciones algebraicas por un método iterativo

Post procesamiento

El post procesamiento permite al usuario visualizar y examinar la solución del campo resultante. Contornos, vectores y gráficos de líneas, para mejorar la interpretación de los resultados [37].

2.5 ANSYS FLUENT

Este estudio se realizó utilizando el software comercial ANSYS Fluent que es un programa que permite la simulación de problemas de flujo de fluidos y transferencia de calor para geometrías simples y complejas. Está escrito en lenguaje de programación C; este programa resuelve mediante el método de volúmenes finitos las ecuaciones diferenciales de conservación de masa y cantidad de movimiento, para flujos que implican la transferencia de calor o de compresibilidad, resuelve una ecuación adicional para la conservación de energía [8].

En la actualidad, empresas de todo el mundo se benefician del uso del software ANSYS FLUENT como parte integral del diseño y de las fases de optimización del desarrollo del producto. Las funciones definidas por el usuario permiten la implementación de nuevos modelos y una amplia personalización de los existentes. Las características interactivas de ajuste, solución y post-procesado del solucionador de ANSYS FLUENT facilitan hacer pausas en un cálculo, examinar los resultados con el post-procesado integrado, realizar cambios y ajustes, y luego continuar con el cálculo dentro de la misma aplicación. Pueden leerse casos y archivos de datos en ANSYS CFD-Post para un mayor análisis con herramientas de post-procesado y comparación en paralelo de diferentes casos [8].

Este programa se basa en lo siguiente:

1. El resolutor está basado en el método de volúmenes finitos.
2. El dominio es discretizado en un conjunto finito de volúmenes de control.

3. Solución de las ecuaciones de conservación (transporte) para masa, momentum, energía, etc.

Para calcular una solución y mostrar resultados, FLUENT utiliza una interface interactiva a través de menús. La interface está compuesta por tres elementos principales un pre-procesador, un resolovedor y un post-procesador.

2.5.1 APROXIMACIONES DE DISCRETIZACIÓN

Consiste en realizar la discretización espacial y temporal del dominio de solución lo cual añade nuevas aproximaciones al proceso de resolución numérica. Existen tres grandes aproximaciones usadas en la discretización de las ecuaciones: el método de diferencias finitas, el método de volúmenes finitos y el método de elementos finitos. Hay también otros métodos destinados a problemas más específicos como pueden ser los esquemas espectrales, los métodos de elementos de contornos, entre otros [38].

2.5.1.1 VOLÚMENES FINITOS

El programa ANSYS Fluent utiliza la metodología de volúmenes finitos, este método utiliza la forma integral de las ecuaciones de conservación como su punto inicial. El dominio de solución se subdivide en un número finito de volúmenes de control (VC) mediante una malla la cual, en contraste al método de diferencias finitas, define las fronteras de los volúmenes de control y no los nodos computacionales. En este método, las ecuaciones de conservación se aplican a cada volumen de control. En el centro de cada volumen de control se encuentra un nodo computacional, sobre el cual se calculan los valores de la variable. Las integrales de superficie y volumen se aproximan utilizando fórmulas de cuadratura. Como resultado, se obtiene una ecuación algebraica para cada volumen de control, en donde aparecen un

número de valores nodales vecinos. El método de los volúmenes finitos puede aplicarse a cualquier tipo de malla, tanto a geometrías sencillas como complejas. Las mallas únicamente define las fronteras de los volúmenes de control y no necesita relacionarse a un sistema coordenado. Este método tal vez es la aproximación más sencilla de entender y de programar. Todos los términos que necesitan aproximarse tienen un significado físico, lo cual indica el porqué es tan popular en ingeniería. La desventaja del método de volumen finito comparado con el método de diferencias finitas es que, los métodos de orden superior son más difíciles de desarrollarse en aplicaciones tridimensionales. Esto se debe al hecho de que el método de volumen finito requiere de tres niveles de aproximación: la interpolación, la diferenciación y la integración. En esta investigación se utiliza este método, siendo el método actual más ampliamente aplicado en CFD. La razón detrás del uso de este método (método de volumen finito) se encuentra en su generalidad, su sencillez conceptual y la facilidad de implementación de mallas arbitrarias, estructurada y no estructurada [36, 39].

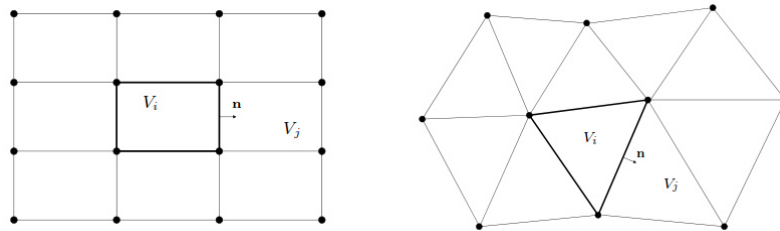


Figura 2.3: Volúmenes de control para un método de volumen finito en dos dimensiones [39].

El algoritmo numérico empleando en el método de volúmenes finitos consiste en los siguientes pasos:

- Integración formal de las ecuaciones gobernantes de flujo de fluidos sobre los volúmenes de control del dominio de solución.
- Discretización de las ecuaciones, la cual involucra la sustitución de una variedad de aproximaciones del tipo de diferencias finitas, para los términos en la

ecuación integrada, representando los procesos de flujo como convección, difusión y fuentes. Esto convierte a las ecuaciones integrales en un sistema de ecuaciones algebraicas.

- Solución de las ecuaciones algebraicas mediante un método iterativo.

El primer paso, la integración del volumen de control, distingue el método de volumen finito de las otras técnicas de CFD utilizadas. El resultado expresa la conservación de las propiedades relevantes para cada volumen de tamaño finito. Esta clara relación entre el algoritmo numérico y el principio de conservación físico, forma una de las principales atracciones del método de volumen finito y hace su concepto más fácil de entender en comparación con cualquier otro método.

Los códigos CFD contienen técnicas de discretización adecuadas para el tratamiento de fenómenos de transporte, convección (transporte debido al flujo de fluidos) y difusión (transporte debido a las variaciones de una propiedad de punto a punto), así como también para los términos fuente (asociados con la creación o destrucción de una propiedad) y la razón de cambio con respecto al tiempo. Debido a que los fenómenos físicos son complejos y no-lineales, se requiere de una solución iterativa. Los procedimientos de solución más populares son el algoritmo TDMA línea por línea para las ecuaciones algebraicas y el algoritmo SIMPLE para asegurar el correcto acoplamiento entre la presión y la velocidad.

2.5.2 MALLAS DE DISCRETIZACIÓN EN MÉTODO DE VOLUMEN FINITO

A continuación se describen brevemente las mallas de discretización espacial y temporal que se utilizan en este trabajo.

2.5.2.1 MALLA DE DISCRETIZACIÓN ESPACIAL

Representa el dominio de integración espacial del sistema de ecuaciones diferenciales parciales, es decir, las divisiones en x_i sobre la cual se encuentran las derivadas. En este estudio se utiliza una malla estructurada no uniforme, cuya malla es más fina en las paredes del recinto y en las superficies del producto, con el propósito de apreciar más el fenómeno de la capa límite en estas secciones. Por un lado, el tipo de malla es importante debido a que una malla que se adapta bien a la geometría de interés permite introducir las condiciones de frontera adecuadas, para que los resultados sean físicamente aceptables. Por el otro lado, si la malla es adecuada a la geometría y además densa, la descripción del fenómeno físico en esa región es más aproximada, pero el tiempo del proceso aumenta exponencialmente.

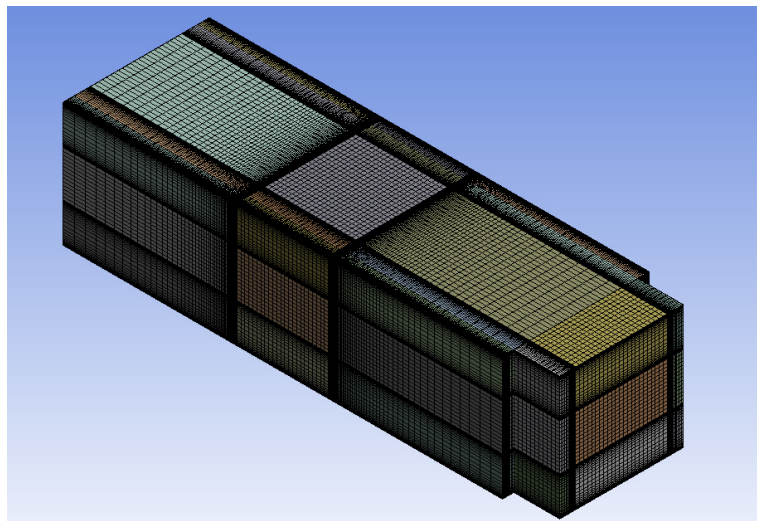


Figura 2.4: Malla de discretización espacial

2.5.2.2 MALLA DE DISCRETIZACIÓN TEMPORAL

Si el sistema de ecuaciones no lineales en derivadas parciales es dependiente del tiempo, las ecuaciones deben discretizarse en espacio y tiempo. La discretización espacial ya se describió anteriormente. La discretización temporal requiere la integración de cada término en la ecuación diferencial sobre un paso de tiempo Δt .

Una expresión general para evolución temporal de una variable ϕ está dada por la ecuación:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (2.11)$$

donde la función F incorpora la discretización espacial. Expresando la derivada temporal usando una discretización de diferencias finitas, se tiene una discretización temporal de primer orden dada por

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi) \quad (2.12)$$

donde ϕ es el escalar, $n + 1$ se refiere al valor en el siguiente valor temporal, $t + \Delta t$ y n es el valor en el instante de tiempo actual, t .

2.6 ECUACIONES DE GOBIERNO

Las ecuaciones gobernantes de flujo de fluidos representan principios matemáticos de las leyes de conservación de la física, las cuales son:

- La masa de un fluido se conserva.
- La Razón de cambio de momentum corresponde a la suma de las fuerzas sobre la partícula de fluido.
- La razón de cambio de la energía es igual a la razón de calor adicional más la suma de la razón de trabajo realizado sobre una partícula del fluido.

Los fluidos y la transferencia de calor son fenómenos gobernados por las leyes físicas expresadas en forma matemática, generalmente en términos de ecuaciones

diferenciales. Cada ecuación emplea una cierta cantidad física como su variable dependiente e implica que debe haber un balance entre los diversos factores que influyen en la variable. Las variables dependientes de estas ecuaciones diferenciales son usualmente la velocidad, presión y temperatura [40].

2.6.1 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Este principio es uno de los básicos en el estudio del movimiento de fluidos.

$$\left(\begin{array}{c} \text{Razón de incremento} \\ \text{de masa} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Razón neta de} \\ \text{flujo de masa} \end{array} \right) \quad (2.13)$$

En otras palabras, el incremento de masa dentro de un volumen de control debe ser igual al flujo de masa entrante, menos el flujo de masa saliente a través de las superficies del volumen de control [40].

Esto puede expresarse matemáticamente en un flujo tridimensional como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.14)$$

o en forma vectorial

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \bar{v} = 0 \quad (2.15)$$

donde \bar{v} es el vector de velocidad (u, v, w) , y $\frac{D}{Dt}$ representa la “Derivada material”, ρ la densidad y $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$

2.6.2 CONSERVACIÓN DE MOMENTUM

La segunda ley de Newton, establece que la razón de cambio del momentum en un VC corresponde a la suma de las fuerzas sobre ese VC.

$$\left(\begin{array}{c} \text{Razón de incremento del} \\ \text{momentum del VC} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Suma de fuerzas} \\ \text{sobre el VC} \end{array} \right) \quad (2.16)$$

Hay dos tipos de fuerzas que actúan sobre un VC de un fluido:

- Fuerzas de superficie
 - fuerzas de presión
 - fuerzas viscosas

- Fuerzas de cuerpo
 - fuerza de gravedad
 - fuerza centrífuga
 - fuerza de Coriolis
 - fuerza electromagnética

Las primeras actúan directamente sobre las superficies del VC y las segundas actúan sobre la masa del VC. Lo mencionado anteriormente conduce a las siguientes ecuaciones de momentum en las tres componentes (x, y, z), respectivamente:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot u)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w \cdot u)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{zx})}{\partial z} + S_x \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w \cdot v)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{zy})}{\partial z} + S_y \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot w)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w \cdot w)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial(\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{zz})}{\partial z} + S_z \quad (2.19)$$

El estado de esfuerzos de un elemento de fluido se define en términos de la presión y los nueve componentes de esfuerzos viscosos mostrados en la figura 2.5. La presión, un esfuerzo normal, se denota por P . Esfuerzos viscosos se denotan por τ . La notación habitual del sufijo τ_{ij} se aplica para indicar la dirección de éstos. Los sufijos i y j en τ_{ij} indican que los componentes de tensor actúan en la j -dirección sobre una superficie normal a la dirección i .

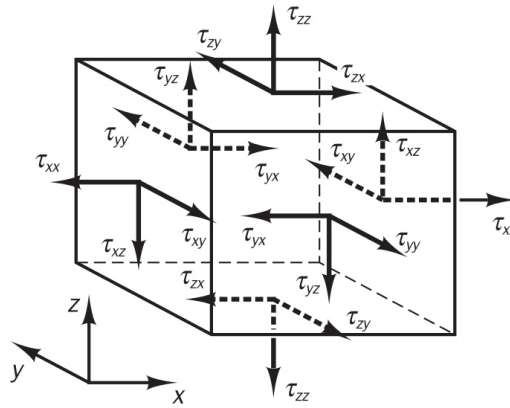


Figura 2.5: Componentes del tensor en tres caras del elemento de fluido [2].

o en una forma tensorial:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial(\tau_{i,j})}{\partial x_j} + S_i \quad (2.20)$$

El primer término del lado izquierdo se conoce como término transitorio el segundo representa el término inercial. En el lado derecho de la ecuación, el primer

término representa la fuerza neta de presión sobre el volumen de control; el segundo representa el efecto neto de los esfuerzos (normales y cortantes) viscosos y se conoce como el tensor de esfuerzos viscosos y el último término es el término fuente en la ecuación de momentum, el cual representa las fuerzas de cuerpo (fuerza de gravedad) actuando sobre el VC.

2.6.3 CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Los principios de conservación de masa y balance de fuerzas son en muchos casos suficientes para resolver la parte de flujo del problema de transferencia de calor por convección. Hay que notar en este momento la disponibilidad de cuatro ecuaciones (conservación de la masa y tres equilibrios de fuerza) para la determinación de cuatro incógnitas (tres componentes de la velocidad, además de presión). Sin embargo, la parte de transferencia de calor por convección del problema requiere una solución para la distribución de temperatura a través del flujo, especialmente en las proximidades de las paredes sólidas bañadas por la corriente de fluido portador de calor. La ecuación adicional para lograr este objetivo es la primera ley de la termodinámica o la ecuación de energía.

La ecuación de energía se deriva a partir de la primera ley de la termodinámica, la cual establece que la razón de cambio de energía de una partícula del fluido es igual a la razón de calor adicional al VC, más la razón de trabajo realizado sobre el VC.

$$\begin{pmatrix} \text{Razón de incremento} \\ \text{de energía} \\ \text{del VC del fluido} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Razón neta de calor} \\ \text{añadido al VC} \\ \text{del fluido} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Razón neta de trabajo} \\ \text{realizado} \\ \text{sobre el VC} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Considerando que la energía de un fluido es la suma de la energía interna o térmica (i) y la energía cinética $(u^2 + v^2 + w^2)/2$, la ecuación de la energía tridimensional se escribe como:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u E)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v E)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w E)}{\partial z} &= - \left(\frac{\partial P u}{\partial x} + \frac{\partial P v}{\partial y} + \frac{\partial P w}{\partial z} \right) \\
+ \left[\frac{\partial(u \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u \tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u \tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v \tau_{xx})}{\partial x} \right] & \\
+ \left[\frac{\partial(v \tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(v \tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(w \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(w \tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(w \tau_{zx})}{\partial z} \right] & \\
+ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + S_x + S_y + S_z &
\end{aligned} \tag{2.22}$$

o en una forma tensorial se puede escribir como:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i E)}{\partial x_i} = - \frac{\partial(P u_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(u_j \tau_{ij})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + S_i \tag{2.23}$$

donde $E = (u^2 + v^2 + w^2)/2$. El primero y segundo término del lado izquierdo de la ecuación 2.23 se conocen como los términos *transitorio* y *convectivo* (o advectivo), respectivamente. En el lado derecho, el primer y segundo término representan la razón total de trabajo realizado sobre el VC del fluido por los esfuerzos en las superficies; el tercer término representa la razón de calor adicionada al VC del fluido debido a la conducción de calor y el último término es la razón de incremento de energía debido a las fuentes de calor.

Aún cuando la ecuación 2.23 es una ecuación de energía perfectamente adecuada, es de práctica común extraer los cambios de la energía cinética o mecánica para obtener una ecuación para la energía interna (i) o para la temperatura (T). La parte de la ecuación de energía atribuible a la energía cinética puede encontrarse multiplicando la ecuación 2.17 por la componente de la velocidad u , la ecuación 2.18 por v y la ecuación 2.19 por w , y sumando todos los resultados pueden mostrarse

que esto conduce a la siguiente ecuación de conservación de la energía cinética (E_k), en forma tensorial como sigue:

$$\frac{\partial(\rho E_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i E_k)}{\partial x_i} = -u_i \frac{\partial P}{\partial x_i} + u_j \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^3 u_i S_i \quad (2.24)$$

donde $E_k = (u^2 + v^2 + w^2)/2$. Ahora, restando la ecuación 2.24 de 2.23 y definiendo un nuevo término fuente como $S_i = S_E - U \cdot S_M$, se tiene la ecuación de energía interna (i) en forma tensorial como sigue:

$$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i i)}{\partial x_i} = P \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + S_i \quad (2.25)$$

En el caso especial de un fluido incompresible se tiene $i = C_p T$, donde C_p es el calor específico a presión constante y $\nabla \cdot \bar{u} = 0$. Esto permite rehacer la ecuación 2.25 en una ecuación de temperatura (T), en forma tensorial como sigue:

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i C_p T)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + S_i \quad (2.26)$$

2.7 SIMPLIFICACIONES DE LAS ECUACIONES

GOBERNANTES

Las ecuaciones de conservación de masa y momentum son ecuaciones diferenciales parciales no-lineales, parabólicas en el tiempo y elípticas en el espacio. Es difícil probar mediante las herramientas matemáticas existentes que existe una única solución para condiciones de frontera particulares.

Para ciertos tipos de flujos, algunos términos de las ecuaciones gobernantes no son importantes y pueden despreciarse, pero aún habiendo simplificado las ecuaciones no es posible resolverlas analíticamente y por lo tanto, se tiene necesidad

de utilizar algún método numérico. Con el uso del método numérico las ecuaciones simplificadas pueden ahora resolverse, y el esfuerzo en la solución de las mismas se reduce significativamente. Las simplificaciones en este trabajo son las siguientes:

- Flujo incompresible: En muchas aplicaciones, la densidad del fluido puede considerarse constante. La condición de incompresibilidad no implica que la densidad sea constante, sino que la densidad está solo en función de la temperatura. Para flujos líquidos la compresibilidad puede despreciarse y en el caso de los flujos de gases, si el número de Mach está por debajo de 0.3. De esta manera, tales flujos pueden suponerse incompresibles.
- Fluido newtoniano: En un fluido newtoniano, los esfuerzos viscosos son proporcionales a las razones de la deformación. La forma tridimensional de la ley de la viscosidad de Newton para flujos compresibles involucra dos constantes de proporcionalidad: 1) la viscosidad dinámica, μ , para relacionar los esfuerzos a las deformaciones lineales y 2) la viscosidad, ζ , para relacionar los esfuerzos a la deformación volumétrica. Los nueve componentes de los esfuerzos viscosos, de las cuales seis son independientes, se muestran a continuación:

$$\begin{aligned}
 \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \zeta \nabla \cdot U, & \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \zeta \nabla \cdot U, & \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \zeta \nabla \cdot U \\
 \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), & \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\
 \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

Combinando las ecuaciones constitutivas y de conservación de la cantidad de movimiento se obtiene la ecuación de Navier-Stokes.

Para un fluido newtoniano, los esfuerzos viscosos son, proporcionales a la rapidez de deformación y al coeficiente de viscosidad. Para flujos incompresibles, con propiedades constantes (ρ, C_p, k, μ) , las ecuaciones son:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + X \quad (2.28)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + Y \quad (2.29)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + Z \quad (2.30)$$

o bien en forma vectorial:

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \bar{u} + \bar{F} \quad (2.31)$$

No mucho se sabe acerca del segundo coeficiente de viscosidad ζ , debido a que su efecto es pequeño en la práctica. Para gases, una buena aproximación puede obtenerse tomando el valor $\zeta = 2\mu/3$. En los casos donde los fluidos se consideran incompresibles, el término $\nabla \cdot \bar{u} = 0$.

Ahora, la sustitución de los esfuerzos 2.27 en las ecuaciones 2.17, 2.18, 2.19, proporciona una forma más útil para el desarrollo del MVF [2].

2.8 MODELOS COMPUTACIONALES

2.8.1 SPALART-ALLMARAS

El Modelo de turbulencia de Spalart-Allmaras es un modelo relativamente simple: resuelve solo una ecuación adicional, frente a las dos ecuaciones adicionales de los

modelos $k - \epsilon k - \omega$, y las cinco ecuaciones adicionales del RMS. El modelo Spalart-Allmaras está especialmente concebido para aplicaciones aerodinámicas, sobre todo para el caso de flujos que rodean paredes sólidas (alas, perfiles, cuerpos aerodinámicos, etc.) y ha mostrado un comportamiento aceptable para capas límite, sometidas a gradientes de presión adversos.

El modelo en mención, se fundamentó en la anteriormente descrita Hipótesis de Boussinesq, y tiene como objetivo principal calcular la viscosidad cinemática turbulenta ν_t . El modelo propuesto por Spalart-Allmaras ha sido implementado en FLUENT de manera que sean usadas funciones de pared cuando la resolución del mallado no sea suficientemente fina y es el menos costoso de los modelos de turbulencia, porque solo resuelve una ecuación de transporte turbulenta [7].

La variable de transporte en el modelo Spalart-Allmaras, $\tilde{\nu}$, es idéntica a la viscosidad cinemática turbulenta excepto en la región cercana a la pared (región viscosa). La ecuación de transporte para $\tilde{\nu}$ es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = \\ G_v + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] \\ - Y_v + S_{\tilde{\nu}} \end{aligned} \quad (2.32)$$

donde G_v representa la producción de la viscosidad turbulenta, y Y_v la destrucción de la viscosidad turbulenta que ocurre en la región cerca de las paredes debido al bloqueo de la pared y la amortiguación de la viscosidad. Las constantes $\sigma_{\tilde{\nu}}$, C_{b2} y $S_{\tilde{\nu}}$ representan el término fuente definido por el usuario.

La viscosidad turbulenta, μ_t , es calculada de:

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{v1} \quad (2.33)$$

donde la función amortiguadora de la viscosidad, f_{v1} , está dada por:

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_3^{v1}} \quad (2.34)$$

y

$$\chi \equiv \frac{\tilde{v}}{v} \quad (2.35)$$

El término de la producción, G_v , es modelado de la siguiente manera:

$$G_v = C_{b1}\rho\tilde{S}\tilde{v} \quad (2.36)$$

donde:

$$\tilde{S} \equiv S' + \frac{\tilde{v}}{k^2 d^2} f_{v2} \quad (2.37)$$

y

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (2.38)$$

donde C_{b1} y k son constantes, d representa la distancia desde la pared, y S' es una medida escalar del tensor de deformación. El modelo original de Spalart y Allmaras calcula el valor de S basándose de la magnitud de la vorticidad [7, 41]:

$$S' \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (2.39)$$

donde Ω_{ij} es el tensor de razón de rotación media y está definido por:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.40)$$

El término de destrucción es modelado de la siguiente manera:

$$Y_v = C_{\omega 1} \rho f_{\omega} \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (2.41)$$

donde

$$f_{\omega} = g \left[\frac{1 + C_{\omega 3}^6}{g^6 + C_{\omega 3}^6} \right]^{1/6} \quad (2.42)$$

$$g = r + C_{\omega 2} (r^6 - r) \quad (2.43)$$

$$r \equiv \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} k^2 d^2} \quad (2.44)$$

$C_{\omega 1}$, $C_{\omega 2}$ y $C_{\omega 3}$ son constantes, y \tilde{S} está definido por la ecuación 2.37.

Los valores de la constantes están dados en la tabla 2.2:

Constante	Valor
C_{b1}	0.1355
C_{b2}	0.622
σ_v	2/3
C_{v1}	7.1
$C_{\omega 1}$	$C_{b1}/k^2 + (1 + C_{b2})/\sigma\tilde{v}$
$C_{\omega 2}$	0.3
$C_{\omega 3}$	2.0
k	0.4187

Tabla 2.2: Constantes del Modelo Spalart-Allmaras [7]

2.9 ESQUEMAS NUMÉRICOS

Fluent permite escoger entre dos tipos de métodos numéricos para resolver las ecuaciones obtenidas tras aplicar el método de los volúmenes finitos sobre las ecuaciones de gobierno. Estos son: el solver segregado y el solver acoplado [8].

En ambos solver la técnica de los volúmenes de control usada consiste en:

- Dividir el dominio computacional en volúmenes de control discretos según la malla empleada.
- Integrar las ecuaciones de gobierno sobre los volúmenes de control individuales para construir un sistema de ecuaciones algebraicas para las variables incógnitas discretizadas (velocidad, presión, temperatura, etc.).
- Linealizar las ecuaciones discretizadas y resolver el sistema de ecuaciones linealizado resultante para obtener los valores de las variables incógnitas del problema.
- Los dos métodos numéricos emplean un proceso de discretización similar (volúmenes finitos), pero la aproximación empleada para linealizar y resolver las ecuaciones discretizadas es diferente.

Solver segregado

El solver segregado es un algoritmo que resuelve las ecuaciones de gobierno de forma secuencial. Dado que las ecuaciones de gobierno son no-lineales (y acopladas) se necesita de un proceso iterativo para que el código converja a la solución final, sus pasos son los siguientes:

- Actualización de las propiedades del fluido en función de la solución actual.
- Resolución de las tres componentes de la ecuación de la cantidad de movimiento.

- Resolución de la ecuación de corrección para la presión (continuidad). Se actualizan los valores de la presión y el flujo másico en las caras.
- Resolución de las ecuaciones de la energía, especies químicas y otras ecuaciones escalares.
- Se hace una verificación de la convergencia. Si el proceso ha convergido no se realizan más iteraciones y si no lo ha hecho, se sigue iterando hasta obtener la convergencia deseada.

Solver acoplado

El solver acoplado es un algoritmo que resuelve las ecuaciones de gobierno de forma simultánea. Dado que las ecuaciones de gobierno son no-lineales (y acopladas) se necesita de un proceso iterativo para que el código converja a la solución final. Cada interacción consta de los pasos que se muestran a continuación,

- Actualización de las propiedades del fluido en función de la solución actual (para la primera iteración estos valores coinciden con los iniciales).
- Resolución simultánea de las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía.
- Para los casos en que sea necesario, se resuelven ecuaciones escalares para turbulencia y radiación, empleándose los valores previamente obtenidos.
- Se hace una verificación de la convergencia. Si el proceso ha convergido no se realizan más iteraciones y si no lo ha hecho, se sigue iterando hasta obtener la convergencia deseada. En general, se necesitan un gran número de iteraciones para conseguir un nivel aceptable de convergencia.

2.9.1 LINEALIZACIÓN: FORMULACIÓN IMPLÍCITA Y EXPLÍCITA

Independientemente del método que se emplee para resolver las ecuaciones de gobierno discretizadas, estas deben ser linealizadas para obtener un sistema de ecuaciones para las variables dependientes en cada celda del dominio computacional. Entonces, el sistema de ecuaciones linealizadas es resuelto para obtener los valores de dichas variables dependientes.

Dependiendo de la forma en que se linealicen las ecuaciones, se puede obtener una formulación implícita o explícita del problema. Cuando se habla de estos términos se hace referencia a:

Formulación implícita: Para una variable del problema, el valor desconocido de ésta en cada celda es calculado usando una relación que incluye los valores conocidos de la variable en otras celdas. Por lo tanto, cada incógnita aparecerá en más de una ecuación del sistema, y esas ecuaciones deben ser resueltas simultáneamente para obtener el valor de todas las incógnitas.

Formulación explícita: Para una variable de problema, el valor desconocido de esta es calculado en cada celda usando una relación que incluye solamente los valores conocidos de esa variable en otras celdas. Por lo tanto, cada incógnita aparecerá en una única ecuación del sistema, y esas ecuaciones pueden ser resueltas independientemente para cada una de las celdas.

2.10 DISCRETIZACIÓN DEL DOMINIO

El objetivo de un código de CFD es la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes para un flujo con características determinadas y para una geometría concreta. El código de CFD resuelve dichas ecuaciones en una serie de puntos de la geometría en cuestión mediante métodos numéricos que transforman las ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas, proceso que se denomina “discretización espacial”. Por lo

tanto, el primer paso que se da en la resolución de las ecuaciones, es la selección de los puntos en los que se llevará a cabo la discretización, operación que se denomina “generación del mallado”. Para generar la malla, el dominio se divide en pequeños subdominios llamados elementos [42].

La geometría de estos depende del número de dimensiones sobre las que estemos trabajando y de las características del problema:

- Problemas unidimensionales: segmentos de la línea que forma el dominio.
- Problemas bidimensionales: triángulos y cuadriláteros. Los cuadriláteros se ajustan mejor a dominios sencillos, mientras que los triángulos se suelen utilizar para dominios con una geometría más compleja. De hecho, cualquier dominio puede ser discretizado exclusivamente con triángulos, y no así con cuadriláteros.
- Problemas tridimensionales: tetraedros, pirámides, hexaedros y prismas figura 2.6. Los tetraedros son los elementos más simples y se ajustan bien a cualquier geometría, pero para superficies cilíndricas los hexaedros proporcionan mejor ajuste.

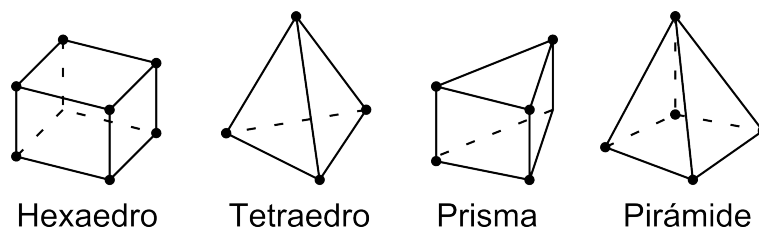


Figura 2.6: Elementos usados para mallar geometrías

El mallado generado puede ser:

- **Malla estructurada:** Cada punto del mallado se identifica de manera exclusiva con los índices i , j , k del sistema de coordenadas cartesianas. Las celdas serán cuadriláteros en el caso de 2D y hexaedros en el caso de 3D.

- **Malla no estructurada:** Ni las celdas ni los nodos del mallado siguen un orden particular, es decir, las celdas vecinas no pueden identificarse por sus índices cartesianos. Las celdas serán triángulos y cuadriláteros en el caso de 2D y tetraedros, prismas, hexaedros y pirámides en el caso de 3D.
- **Malla estructurada por bloques:** Esta metodología presenta diferentes niveles de subdivisión del dominio. Una primera división en bloques permite obtener un conjunto de subdominios cada uno de los cuales se discretizará utilizando una malla estructurada regular.

2.10.1 CONTROL DE CALIDAD

La calidad de la malla garantiza el mejor análisis para la resolución del problema, minimiza la necesidad de cálculos extra, y mejora la predicción de resultados precisos. La calidad viene determinada por una serie de medidas en las que cada solver comercial y método de mallado tienen establecidas. En el presente trabajo se utiliza el siguiente:

Skewness: Se define como la diferencia entre la forma de un elemento y la forma de un elemento equilátero de igual volumen. Esta medida es de suma importancia, ya que tener un alto nivel de oblicuidad de celdas localizadas en zonas de interés puede producir errores, desestabilizar la solución, e incluso producir la imposibilidad de poder aplicar las ecuaciones diferenciales en dicha zona.

Se define como un elemento ideal aquel que tiene oblicuidad igual a 0; los que se aproximan a 1, de calidad muy pobre, se caracterizan porque sus nodos pueden llegar a ser casi coplanares [8].

El método de control aplicado para la malla escogida ha sido basándose en la desviación que toma un ángulo equilátero:

Desviación ortogonal	Calidad del elemento
1	Degenerada
0.9 – 1	Mala
0.75 – 0.9	Pobre
0.5 – 0.75	Razonable
0.25 – 0.5	Buena
0 – 0.25	Excelente
0	Equilátera

Tabla 2.3: Clasificación de la malla de acuerdo a su calidad [8]

Es recomendable el uso de una malla que no supere el valor de 0.9 en su desviación ortogonal para una predicción aceptable del problema físico.

$$Sk = \frac{\text{Tamaño óptimo del elemento} - \text{Tamaño del elemento}}{\text{Tamaño óptimo del elemento}} \quad (2.45)$$

2.11 SENSIBILIDAD DE LA MALLA

El estudio de sensibilidad de malla permite seleccionar el mallado con el tamaño de elementos que proporcione una buena calidad en los resultados con el menor tiempo.

En el proceso de validación del mallado se verifica la autonomía que muestran los resultados con su respectiva densidad de malla. La densidad de un mallado se define como el número de puntos por unidad de superficie o volumen.

Se generan, para el dominio físico, mallados con diferentes densidades de elementos o volúmenes de control para realizar las simulaciones y obtener la solución de las ecuaciones. Generalmente, medida que decrece el espaciamiento entre los elementos se obtiene una mejor distribución de las variables que intervienen en la definición

de los campos de velocidad, presión y temperatura. Un mallado con alta densidad de elementos, o volúmenes de control muy pequeños, garantiza una solución más estricta de las ecuaciones que rigen un fenómeno determinado. No siempre un tamaño de malla pequeño, para discretizar el dominio, significa que se pueda resolver el problema eficientemente, ya que a menor tamaño de malla, el esfuerzo computacional aumenta (tiempo de cómputo), presentándose frecuentemente divergencia en la solución numérica.

El análisis de sensibilidad de malla de este trabajo se realizó en una Workstation Dell Precision T7610 de alto nivel, dos procesadores Intel® Xeon® E5-2600 v2 de alto rendimiento con 40 núcleos y memoria RAM de 64 GB.

Para cada simulación se utilizaron 28 núcleos

La tabla 2.4 proporciona los detalles de elementos que posee el mallado.

Malla	Nodos	Tiempo de cómputo
1	50,328	1 hora 22 minutos
2	1,000,076	4 horas 51 minutos
3	4,995,545	22 horas

Tabla 2.4: Descripción de las mallas evaluadas

Para la selección de un mallado que cumpla con los requisitos necesarios para obtener buena calidad de resultados, se compara el porcentaje de error que presenta la variable de interés (para este caso la temperatura) y el tiempo final. La simulación adecuada será la que presente buenos resultados con el menor tiempo de cómputo posible, lo que indica un mallado con menores números de elementos o volúmenes de control pero que garantizan resultados aceptables de las ecuaciones que gobiernan el proceso.

Las simulaciones y mallas utilizadas en este trabajo se realizaron con 5×10^4 , 1×10^6 y 5×10^6 nodos. Como se muestra en la figura 2.7, la malla intermedia uti-

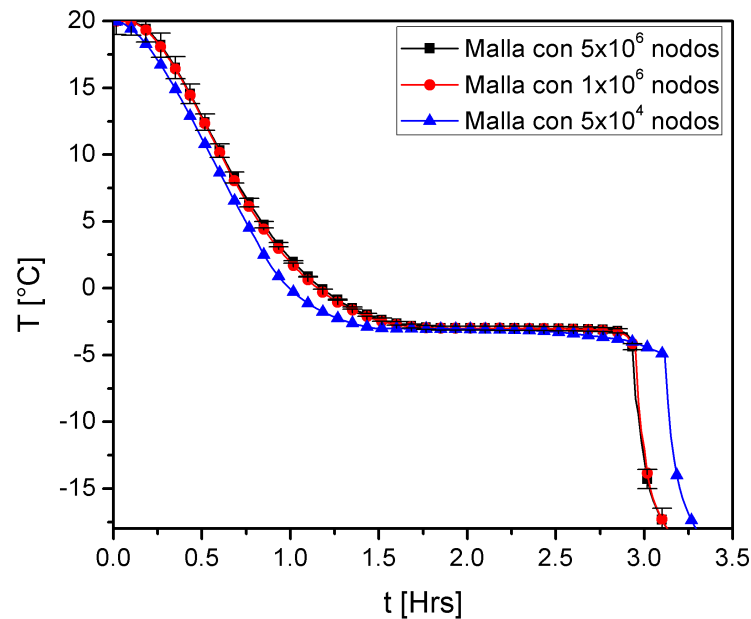


Figura 2.7: Comparativa de la temperatura en distintas mallas

lizada muestra una diferencia del 5% respecto a la malla de 5×10^6 elementos y el gasto computacional para la malla más densa es demasiado grande siendo aproximadamente 17 horas más de simulación. Por lo tanto, se trabajó con la malla de 1×10^6 nodos.

2.12 ESQUEMAS DE DISCRETIZACIÓN

Fluent permite seleccionar los esquemas de discretización a emplear para los términos convectivos de cada una de las ecuaciones de gobierno y emplea un esquema de segundo orden para los términos viscosos de modo automático. Cuando se emplea el solver segregado, se resuelven todas las ecuaciones empleando por defecto el esquema UPWIND de primer orden para discretizar los términos convectivos. Si se emplea el solver acoplado, se emplea por defecto un esquema de segundo orden para las ecuaciones del flujo, mientras que el resto de ecuaciones se resuelven empleado

un esquema de primer orden.

2.12.1 ESQUEMA UPWIND DE SEGUNDO ORDEN

Cuando se trabaja con un esquema de segundo orden, los valores de las variables en las caras de las celdas se obtienen empleando una reconstrucción lineal multidimensional. Con esta aproximación, se consigue una precisión de orden elevado en los valores en las caras de las celdas a través de la serie de Taylor centrada en el centroide de la celda. De esta manera, cuando se emplea un esquema UPWIND de segundo orden, el valor de ϕ en la cara f se obtiene mediante,

$$\phi_f = \phi + \nabla\phi \cdot \Delta\vec{s} \quad (2.46)$$

donde ϕ y $\nabla\phi$ son el valor en el centro de la celda y su gradiente respecto de la celda situada corriente arriba, y $\Delta\vec{s}$ es el vector desplazamiento del centroide de la celda corriente arriba al centroide de la cara. Esta formulación requiere determinar el gradiente de ϕ en cada celda. Este se obtiene a partir del teorema de la divergencia, que en forma discreta se expresa como,

$$\nabla\phi = \frac{1}{V} \sum \tilde{\phi}_f \vec{A} \quad (2.47)$$

siendo $\tilde{\phi}_f$ calculado empleando el valor medio de ϕ entre dos celdas adyacentes a la cara.

2.13 MÉTODO DE INTERPOLACIÓN LINEAL

La integración sobre el volumen de control de las ecuaciones de conservación requiere calcular los valores de la variable escalar ϕ en la cara de cada celda para

determinar los flujos convectivos difusivos. Para ello se interpola el valor de la variable ϕ del centro de cada celda a la cara de la misma celda. Existen diferentes esquemas de interpolación [39]. La aplicación de un esquema específico para una variable depende, entre otros, del alineamiento del mallado al campo de flujo. Los esquemas de interpolación de mayor orden representan una mayor precisión, ya que los esquemas de primer orden introducen difusión numérica cuando el flujo de fluido es oblicuo al alineamiento del mallado. Sin embargo, los esquemas de interpolación de mayor orden presentan un proceso de solución menos estable [43].

2.14 MÉTODO SIMPLE

La solución del campo de flujo es complicada por el término de presión en la ecuación de momentum, este campo de presión no se puede determinar mediante una ecuación separada, entre los diferentes métodos que existen para calcular el campo de presión están: SIMPLE, SIMPLEC y PISO, y dependiendo la calidad del mallado es aconsejable utilizar alguno de estos algoritmos, a continuación se presenta una breve explicación sobre el método SIMPLE que fue el empleado en este trabajo.

En el método SIMPLE (Semi- Implicit Method for Pressure – Linked Equations) el campo de presión se obtiene mediante la ecuación de continuidad, dado un campo inicial de presión, se puede resolver las ecuaciones de momentum. Partiendo de la ecuación revisada de continuidad se obtiene una corrección de presión con la que se corrigen los valores de las componentes de velocidad. Tras calcular las variables de flujo acopladas como la temperatura y las variables de turbulencia, la presión corregida se toma como nuevo campo de presión y la operación se repite hasta que la solución converja. Todas las variables del campo de flujo son almacenadas en el centro de las celdas de los volúmenes de control. Para obtener el valor de la presión en la cara del volumen de control se aplica el procedimiento de interpolación lineal, ya que es necesario para resolver las ecuaciones de momentum. Este método es útil para mallas poco distorsionadas [43].

Las operaciones importantes para este algoritmo, en orden de ejecución son las siguientes.

1. Suponer un campo de presiones
2. Resolver las ecuaciones de momentum para obtener el campo de velocidades supuestas
3. Calcular la presión añadiendo la corrección de la presión a la presión supuesta
4. Calcular el campo de velocidades con sus valores inicialmente utilizando las fórmulas de la corrección de las velocidades
5. Resolver las ecuaciones discretizadas para el resto de los parámetros (tales como temperatura, concentración y propiedades turbulentas) si éstas influyen el campo del flujo a través de propiedades del fluido, términos fuente, etc.
6. Considerar la presión corregida como la nueva presión supuesta, regresar al paso 2, y repetir todo el procedimiento hasta que se logre la convergencia.

2.15 FACTORES DE RELAJACIÓN

Debido a la no linealidad del sistema de ecuaciones es necesario controlar el cambio en el escalar ϕ de una iteración a la siguiente. Este cambio es realizado mediante los factores de relajación, los cuales reducen el cambio en la magnitud del escalar entre una iteración y la siguiente. El nuevo valor de la variable ϕ_2 en una celda depende del valor antiguo ϕ_1 , del cambio calculado, $\Delta\phi$, y del valor del factor de relajación, α , según la expresión:

$$\phi_2 = \phi_1 + \alpha\Delta\phi \quad (2.48)$$

Para la solución del modelo se tomaron los siguientes valores de relajación:

Presión = 0.3, Densidad = 1, Momentum 0.7, Disipación y Energía cinética de Turbulencia = 0.8, fuerza del cuerpo = 1.

Estos factores son los que están predeterminados en el programa Fluent.

CAPÍTULO 3

CAMBIO DE FASE EN ALIMENTOS

3.1 CAMBIO DE FASE

La mayor parte de los alimentos tienen un alto porcentaje de humedad. El agua es utilizado como medio de procesamiento en los alimentos, existe en tres estados: sólido, líquido y gas. En termodinámica “Cambio de fase o transformación de fase” es la transición entre dos fases. Durante la transformación de fase, la temperatura del agua pura se mantiene constante con la energía añadida porque toda la energía se utiliza para transformar el agua de un cambio de fase a otra. El cambio de fase es asociado con un cambio significativo en una o más propiedades físicas, como la densidad, el calor específico y la conductividad térmica, con respecto a la temperatura.

Cada una de las transiciones de fase tiene un nombre técnico y muchos tienen nombres comunes. El cambio de fase de líquido a sólido es denominado solidificación o congelación. El proceso de congelación en los alimentos es más complejo que la congelación del agua pura. Los alimentos al contener otros solutos disueltos además de agua, presentan un comportamiento ante la congelación similar al de las soluciones [44].

Los tejidos animales y vegetales contienen agua en diferentes proporciones, dis-

tribuida de una manera muy compleja y heterogénea. Las proteínas, los carbohidratos y los lípidos contribuyen a la formación de complejos hidratados de alto peso molecular dentro de estos tejidos y cuya caracterización y cuantificación en un alimento es difícil de efectuar.

En general, el contenido de humedad de un alimento es el agua total que contiene, sin considerar que en la mayoría de los alimentos existen zonas o regiones microscópicas que, debido a su composición química, no permiten la presencia del agua, lo cual provoca una distribución heterogénea a través del producto [45].

3.1.1 CÁLCULO DE TIEMPO DE CONGELACIÓN

Entre los métodos más usuales para describir las tasas de congelación se encuentra la determinación de curvas tiempo-temperatura para determinar el cambio de temperatura por unidad de tiempo. Este método es especialmente útil cuando se centra la atención en la calidad del producto, ya que la formación de cristales de hielo, la cual afecta significativamente la textura, depende de esta tasa, sin embargo, esta tasa no es constante durante la congelación y el promedio no puede describir adecuadamente el proceso de congelación. Otro de los métodos es la determinación del tiempo de detención térmica, el cual se limita a la estimación del tiempo para que el producto atraviese una zona definida de temperatura. Ambos métodos presentan deficiencias, ya que no toman en cuenta el tiempo requerido para remover los calores sensibles por encima y por debajo del punto de congelación. El proceso de congelación, como se mencionó previamente, puede describirse a tres fases definidas: periodo de pre-enfriamiento o de remoción de calor sensible por encima del punto de congelación, entre la temperatura inicial T_1 y el punto de congelación T_2 ; un periodo de cambio de fase o de remoción de calor latente de congelación a una temperatura teórica igual a T_2 , pero que en la práctica viene representada por un rango de temperatura; y un periodo de enfriamiento final entre T_2 y la temperatura final del producto congelado T_3 , de remoción de calor sensible por debajo del punto

de congelación.

El proceso de congelación normalmente es estudiado en el denominado centro térmico del alimento, es decir, el punto más caliente o del que se remueve el calor más lentamente en el proceso. En productos isotrópicos (con propiedades termofísicas independientes de la dirección) que se calientan por conducción, el centro térmico coincide con el centro geométrico. La congelación del centro térmico implica la congelación del resto del alimento a temperaturas necesariamente inferiores a la de éste, existiendo para tiempos finitos un gradiente de temperaturas entre el frente de remoción de calor en el alimento, normalmente, la superficie de este y el centro térmico [46].

Existen diversas definiciones para el tiempo y tasas de congelación:

- **Tiempo nominal de congelación:** El llamado tiempo nominal de congelación es el tiempo requerido para que el centro térmico alcance una temperatura 10°C inferior a la de su punto de congelación cuando el sólido tiene una temperatura inicial uniforme de 0°C
- **Tiempo efectivo de congelación:** Es el tiempo total que se requiere para bajar la temperatura de un producto en su centro térmico, desde un cierto valor inicial, por encima de su punto de congelación, hasta un valor dado final, por debajo del punto de congelación.
- **Tasa media de congelación:** Es el cociente entre la distancia mínima entre la superficie y el centro térmico de un producto dado y el tiempo transcurrido entre el momento en el que la superficie del producto alcanza una temperatura de 0°C y aquel en que el centro térmico se encuentra a una temperatura que sea 10°C inferior a la temperatura inicial de cristalización en dicha localidad.

La definición de tiempo efectivo de congelación es la que más se adapta a la realidad y por consiguiente es la que se utiliza en este trabajo.

3.1.2 DIAGRAMA DE CAMBIO DE FASE

Existen varios métodos para describir las tasas y curvas de enfriamiento en los alimentos, entre los que se pueden citar: determinación de relaciones tiempo-temperatura; la velocidad de avance del denominado frente de congelación desde las zonas más frías a las más calientes durante la congelación; la apariencia del producto, y estudios de análisis térmico. La primera de ellas es la más usual y fácil de realizar.

La evolución de la temperatura con el tiempo durante el proceso de congelación es denominada curva de congelación, en general se obtienen curvas similares a la figura 3.1. No todas las curvas de enfriamiento son iguales, dependiendo de la velocidad de remoción de calor, la geometría del producto, el empaque, el modo de transferencia de calor, y las propiedades térmicas del alimento.

La curva posee las siguientes secciones:

- **Pre-enfriamiento o fase de enfriamiento:** La temperatura disminuye durante el enfriamiento previo mientras se elimina calor sensible. La temperatura baja hasta el punto de congelación del alimento, este es menor que la del agua debido a la presencia de solutos, sin embargo, se produce la nucleación. Este subenfriamiento puede llegar a ser de hasta 10°C por debajo de este punto, y la temperatura aumenta rápidamente hasta alcanzar de nuevo el punto de congelación.
- **Período de cambio de fase:** El calor latente se elimina gradualmente manteniendo la temperatura prácticamente constante en el punto de congelación, hasta que aparece el cambio de fase que es donde se produce la mayor parte de hielo. El incremento de la concentración de solutos en la fracción de agua no congelada provoca el descenso del punto de congelación, por lo que la temperatura disminuye ligeramente.
- **Post-enfriamiento:** Luego que los materiales se congelan por completo sigue

un descenso de temperatura aproximadamente lineal, causado por el retiro de calor sensible del producto sólido, fase que concluye cuando el material alcanza la temperatura del medio refrigerante o congelador utilizado para este proceso [3, 16].

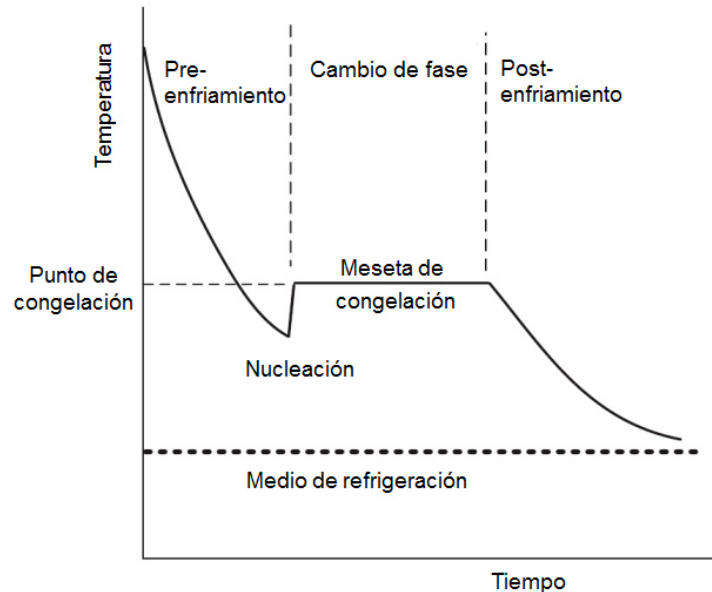


Figura 3.1: Descripción de procesos del cambio de fase [3].

Podemos considerar varias conclusiones a partir de la curva de congelación:

- La congelación consiste en la extracción del calor sensible y latente.
- La congelación del agua pura exhibe transiciones bruscas entre los diferentes períodos de congelación, mientras que con los alimentos, las transiciones son más graduales.
- Al llegar el alimento a la temperatura del punto final, los alimentos congelados pueden todavía tener hasta 10% de agua en estado líquido, para alimentos congelados a $\pm 18^{\circ}\text{C}$ [16].

En algunas ocasiones, sobre todo de manera simulada, la gráfica puede comportarse como la figura 3.2 que muestra en la sección de la post-congelación una

línea recta, esto se debe a que los puntos en su alrededor ya están en la fase de congelación.

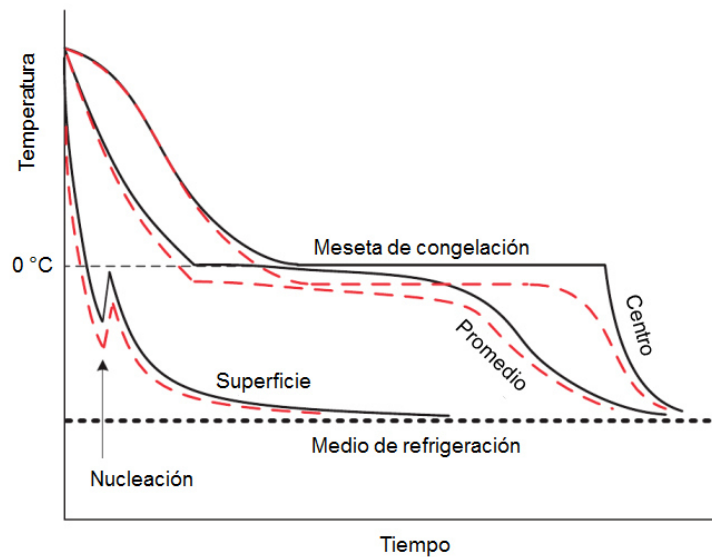


Figura 3.2: Comportamiento de la curva de cambio de fase [3]

En la imagen 3.2 se muestra una comparativa de la congelación de agua y la congelación de un alimento. Son diferentes y un poco más complicado congelar un alimento debido a que la humedad en el alimento contiene solutos tales como sales o azúcares, la temperatura de congelación del agua es de 0°C , mientras que en el alimento es a menor temperatura. En un alimento la congelación empieza en la superficie de éste, y se genera un perfil de temperatura, siendo la superficie más fría que en las regiones interiores, en otras palabras, la resistencia interna a la transferencia de calor se convierte en un factor importante. La temperatura cerca de la superficie alcanza rápidamente el punto de congelación y una capa de hielo se forma en la superficie. Gradualmente empieza a congelarse hacia la parte central. La interfase o la superficie de separación entre la región congelada y no congelada se mueve con el tiempo, siendo este frente el que define el tiempo de congelación, cuando alcanza el centro térmico del alimento.

Una vez que el frente de congelación alcanza el centro y el cambio de fase se ha completado, el calor sensible adicional procederá hasta que el alimento se equilibre

con el ambiente externo.

Cada punto en el producto ha pasado por las tres etapas, pre-enfriamiento, cambio de fase y post-enfriamiento, en diferentes momentos dependiendo de la distancia que hay a la superficie. La superficie alcanza la temperatura de congelación con bastante rapidez, mientras que el centro se enfría a una temperatura cercana a la de congelación en un estado no congelado, por un cierto periodo.

La temperatura en el centro sigue mostrando una aparente “meseta de congelación”, similar al agua, pero su significado físico no es idéntico ya que en este caso la meseta comienza algún tiempo después de que ocurra la nucleación en la superficie y antes de que el cambio de fase comience en el centro. Simplemente significa que debido a que el núcleo no congelado está rodeado por el frente de congelación, cuya temperatura es el punto de congelación, cualquier punto en el mismo (incluyendo el centro) se enfriará y se acercará a esa temperatura, pero no puede enfriarse más allá de esta temperatura hasta que el frente de congelación haya cruzado. Para el producto en su totalidad, no están bien definidas las tres etapas de la congelación.

3.1.3 MÉTODOS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE CAMBIO DE FASE

La influencia del proceso de congelación en la calidad de los alimentos ha sido ampliamente estudiada, al igual que la investigación en la predicción de su proceso de congelación y éste es muy importante para el comercio de alimentos congelados.

El proceso de congelación implica cambio de fase. Cuando los métodos de solución analítica no son posibles o poco prácticos, el método de solución numérica es más eficaz para analizar la situación real. En simulaciones numéricas, el cambio de fase y la propiedad física que varía con la temperatura se convierten en el punto clave y difícil del problema de la transferencia de calor en el proceso de congelación.

Debido a que existe una interfaz de dos fases en función del tiempo en la región de congelación en la que se libera o absorbe el calor, esto representa un “problema de frontera móvil”. Una variedad de enfoques ha sido examinada para la solución de este problema, tales como [25, 47]:

3.1.4 MÉTODO DE MALLA FIJA

En este método el dominio de espacio-tiempo se subdivide en un número finito de elementos iguales Δx , Δt para todos los tiempos. La interfaz sólido-líquido en movimiento se encuentran en general, en algún lugar entre dos puntos de la malla en un momento dado. La solución numérica del método se lleva a cabo en una malla que permanece fija durante todo el cálculo. La principal ventaja de los métodos de mallas fijas es que estos métodos pueden manejar de manera eficiente problemas multidimensionales sin mucha dificultad.

3.1.5 MÉTODO DE MALLA VARIABLE

Utiliza mallas variables, de modo que en cada instante la interfase coincida con los puntos de la malla. Serán mallas adaptables al contorno de cambio de fase y dinámicas en el tiempo. Este método tiene el inconveniente de que es difícil de utilizar cuando las situaciones son complejas (situaciones tridimensionales, contorno de fusión complejo, etc.) y además necesitan una región fundida inicial.

3.1.6 MÉTODO DE ENTALPÍA

La característica esencial de los métodos básicos de entalpía es que la evolución del calor latente se explica por la entalpía, así como la relación entre la entalpía y la temperatura. El método se puede ilustrar considerando un problema con fase

controlada y una conducción de calor unidimensional. Una ecuación apropiada para tal caso se puede expresar como:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (3.1)$$

La relación entre la entalpía y la temperatura puede ser definida en términos de las características de la liberación de calor latente del material de cambio de fase. El método de entalpía da soluciones precisas, especialmente para la solidificación del metal en el que existe un rango de temperatura de cambio de fase.

3.1.7 MÉTODO FUENTE

Este método se ha vuelto muy popular en los últimos años. La razón de esto es que los algoritmos de manipulación de la fuente de calor o sumidero de calor se pueden adaptar fácilmente a los códigos numéricos existentes que han sido ampliamente utilizados en el dominio público. La precisión global de este método es bastante buena, especialmente para los problemas de cambio de fase no isotérmicas, ya que el contenido de calor latente se une directamente a la temperatura del punto de la malla. Además, el método es computacionalmente eficiente.

3.1.8 MÉTODO DE CAPACIDAD EFECTIVA

Este método fue propuesto por Porter y Salcudean en un esfuerzo por mejorar el método de calor específico aparente. En esta técnica, un perfil de temperatura se supone entre los nodos. En lugar de determinar una capacidad aparente en términos de la temperatura nodal, se calcula una capacidad efectiva basada en la integración a través del volumen de control.

$$C_{eff} = \frac{1}{V} \int C_{app} dV \quad (3.2)$$

donde C_{eff} , C_{app} y V son la capacidad de calor efectiva, capacidad de calor aparente y el volumen de control, respectivamente. A pesar de su exactitud, el método de capacidad efectiva es muy molesto para poner en práctica. La integración numérica es significativamente costosa especialmente si los gradientes térmicos son elevados en el intervalo de temperatura de cambio de fase.

3.1.9 CALOR ESPECÍFICO APARENTE

El procedimiento de calor específico aparente es una mezcla con el método de entalpía. Este método se puede aplicar a una malla de espacio fijo sin alterar la ecuación general de difusión, que incluye el cambio de fase a través de los valores de los coeficientes específicos de la fase líquida y sólida además del calor latente; de esta manera, los cálculos se simplifican.

Desde el punto de vista numérico su calidad depende de la exactitud del modelo diferencial de entalpía. En este método, el calor latente se explica por el aumento de la capacidad calorífica del material en el rango de temperatura de cambio de fase. Si el calor latente se libera de manera uniforme en el intervalo de temperatura de cambio de fase, la capacidad de calor aparente se puede definir como [47]:

$$Calor\ aparente \begin{cases} C_{sólido} & T < T_s \\ C_{interfase} & T_s < T < T_l \\ C_{líquido} & T > T_l \end{cases} \quad (3.3)$$

En los métodos de calor específico aparente, el calor latente se fusionó con el calor sensible para producir una curva de calor específico con un largo pico alrededor del punto de congelación como en la figura [3.3]. Debido a las grandes variaciones en

Símbolo	Propiedad	Unidad
ρ	1,300	kg/m ³
$C_{p_{liq}}$	3,780	J/kg · K
$C_{p_{cambiodefase}}$	109,250	J/kg · K
$C_{p_{sol}}$	2,899	J/kg · K
k_{liq}	1.42	W/m · K
$k_{cambiodefase}$	0.955	W/m · K
k_{sol}	0.49	W/m · K

Tabla 3.1: Propiedades del material

3.2 PROPIEDADES FÍSICAS

Las propiedades térmicas del producto tienen una influencia significativa en el proceso de congelación. Debido a que el agua es el componente predominante en la mayoría de los alimentos y existe una influencia importante en el cambio de fase sobre las propiedades del agua, las propiedades del alimento cambian de forma notable. A medida que el agua dentro del producto cambia de líquido a sólido, la densidad, conductividad térmica, el contenido calórico (entalpía), y el calor específico del producto cambia gradualmente a medida que la temperatura disminuye por debajo del punto de congelación inicial de agua en la comida [16].

3.2.1 DENSIDAD

La densidad del agua sólida (hielo) es menor que la densidad del agua líquida. Del mismo modo, la densidad de un alimento congelado será menor que el producto no congelado. En la figura [3.4] se ilustra la influencia de la temperatura sobre la densidad. El cambio gradual en la densidad es debido al cambio gradual de la

proporción de agua congelada como una función de la temperatura. La magnitud del cambio en la densidad es proporcional al contenido de humedad del producto [16].

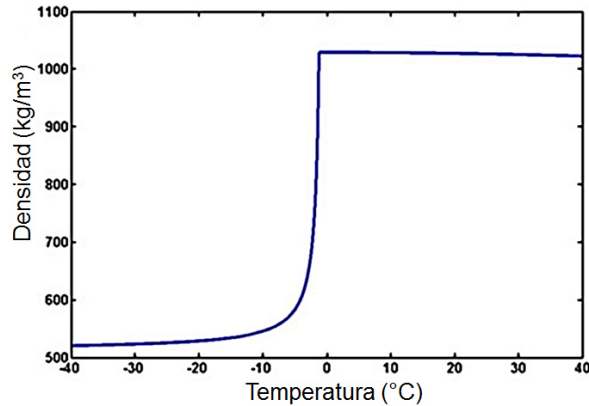


Figura 3.4: Curva de Densidad del agua [5].

3.2.2 CONDUCTIVIDAD TÉRMICA

La conductividad térmica de un producto no es constante y depende de la temperatura. Hay una estrecha relación entre el contenido de agua y esta propiedad, excepto para aquellos productos vegetales considerablemente menos densos que el agua [49].

La conductividad térmica del hielo es aproximadamente 4 veces superior a la del agua líquida. Esta relación tiene un efecto similar sobre la conductividad térmica del alimento congelado.

La mayor parte del aumento producido en la conductividad térmica tiene lugar en el intervalo por debajo de la temperatura inicial de congelación del producto. Si el producto contiene una estructura fibrosa, la conductividad térmica será menor cuando se mida en la dirección perpendicular a las fibras.

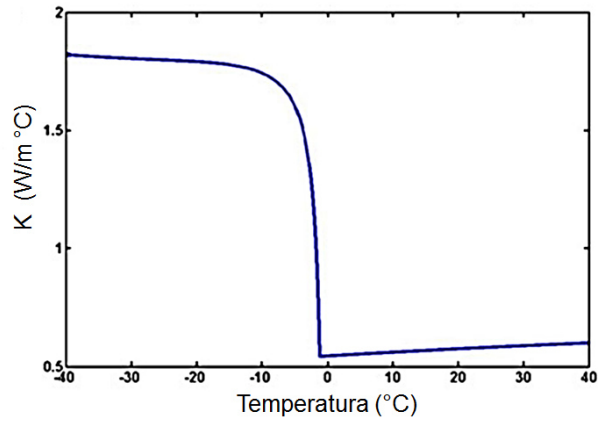


Figura 3.5: Curva de Conductividad térmica del agua [5].

3.2.3 ENTALPÍA

La entalpía de un alimento congelado es una propiedad importante a la hora de realizar los cálculos de la refrigeración necesaria para la congelación del producto. El contenido de calor es normalmente cero en -40°C y aumenta al aumentar la temperatura de una manera ilustrada en la figura 3.6. Cambios significativos en la entalpía se producen a 10°C justo por debajo de la temperatura de congelación inicial, cuando la mayor parte del cambio de fase en agua del producto se produce.

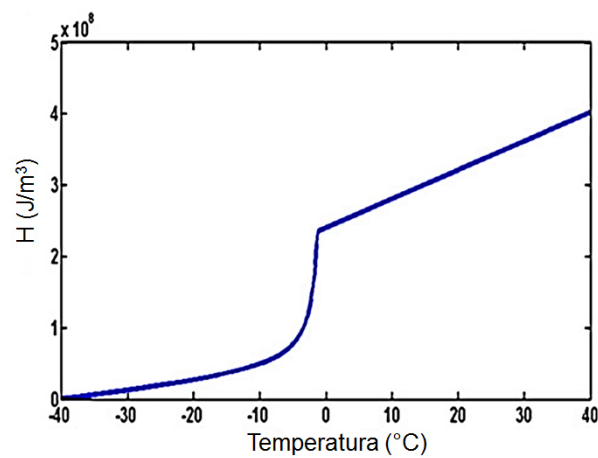


Figura 3.6: Curva de Entalpía del agua [5].

3.2.4 CALOR ESPECÍFICO

Basándose en la definición termodinámica del calor específico, el perfil del calor específico aparente para un producto alimenticio como una función de la temperatura aparecería como en la Figura 3.7. Esta ilustración muestra que el calor específico de un alimento congelado a una temperatura mayor que 20°C por debajo del punto de congelación inicial no es significativamente diferente del calor específico del producto no congelado. El perfil del calor específico ilustra claramente el rango de temperatura en la que la mayor parte de los cambios de fase ocurren para el agua en el producto.

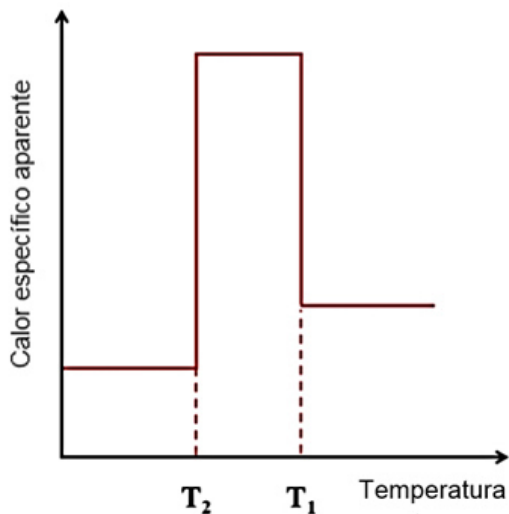


Figura 3.7: Calor específico aparente [4].

3.3 DESCRIPCIÓN DEL MODELO FÍSICO E INSTRUMENTACIÓN

El problema que se analiza es la congelación de alimentos, por lo tanto se realiza un prototipo pequeño para la réplica del problema. Se elabora un diseño de experimentos para las pruebas físicas. Se realizan las pruebas experimentales para poder validar y determinar el porcentaje de variación que hay con el método de calor

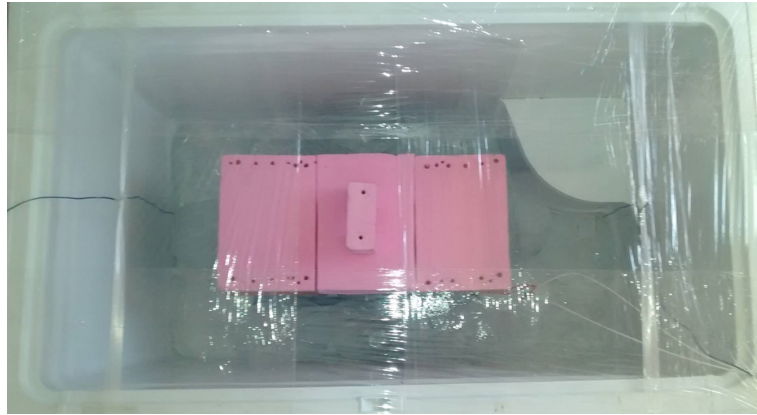


Figura 3.8: Modelo físico

específico aparente en las simulaciones computacionales.

Las pruebas se realizaron en un congelador horizontal de convección natural marca Whirlpool (WC10001Q), cuyas dimensiones son 84.5 cm de alto, 105.5 cm de ancho y 73.5 cm de fondo, en el cual se introduce un túnel de viento construido con aislante de poliestireno extruado de 2 pulgadas. Las dimensiones del túnel se definieron de acuerdo con las medidas del congelador para que tuviera suficiente espacio en el que pueda fluir el aire. El túnel está conformado por un ventilador axial (Steren VN6-117M), el cual está conectado a un variador de voltaje PowerFlex 4, esto para modificarlo de acuerdo con los factores que se tienen en el diseño de experimentos. En el centro del túnel, va colocada una parrilla para el alimento que se va a congelar, y en la entrada del túnel se colocaron popotes para direccionar el aire que entra.

Se depositaron bolsas de agua en la parte inferior del congelador y en la parte superior se colocó un emplaye, dejando una abertura en la parte central, esto para incrementar la inercia térmica.

Mediante el software LabView se realizó un programa para la recolección de las temperaturas, se colocaron 5 termopares a 15 cm de la entrada del túnel de los cuales se toma el promedio de las tres temperaturas intermedias. Se elimina la mayor y la menor temperatura, y este promedio se toma como la temperatura del fluido. En el

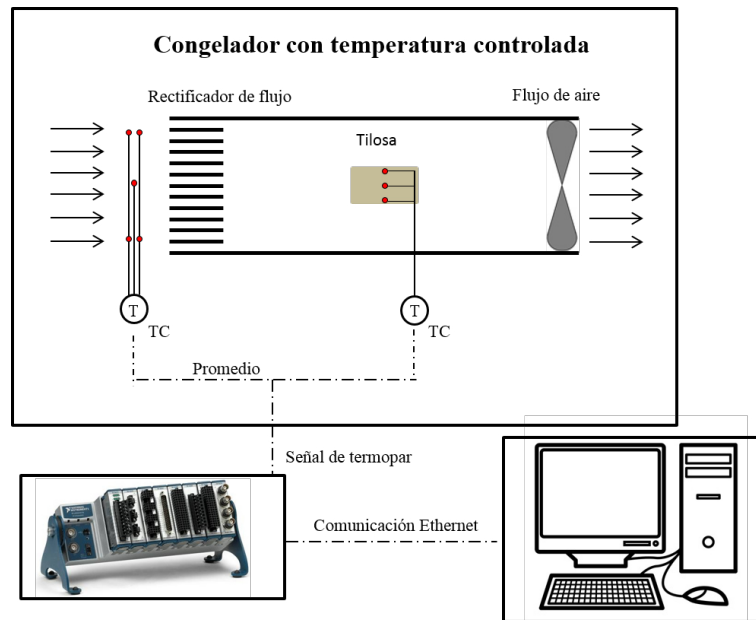


Figura 3.9: Arreglo experimental

programa se coloca la temperatura de consigna y mediante un relevador se controla el encendido y apagado del compresor de acuerdo a la temperatura a evaluar. Se utilizó un CompactRIO para establecer la comunicación entre los termopares y el LabVIEW.

Para simular el alimento se utilizan los productos de pruebas establecidos en el Diario Oficial de la Federación en la Norma Oficial Mexicana NOM-J-447-1988.

Los paquetes de prueba deben ser paralelepípedos con las dimensiones y masas indicadas en la tabla 3.4.

Dimensiones (mm)	Masa (gr)
50 × 100 × 200	1000
50 × 100 × 100	500
25 × 50 × 100	125

Tabla 3.2: Medidas de oxi-etil-metil celulosa [9].

La tolerancia sobre todas las dimensiones lineales son de $\pm 3\%$ y 2% sobre la

masa. La sustancia de relleno debe ser compuesta para 1 000 gramos, como sigue:

Material	Cantidad
oxi-etil-metil celulosa	230 gr
agua	764.2 gr
cloruro de sodio	5 gr
paraclorometacresol	0.8 gr

Tabla 3.3: Paquetes iso oxi-etil-metil celulosa [9]

Las medidas establecidas fueron reducidas a la mitad, porque la medida de las muestras que se utilizaron en este trabajo son de 500 gramos. Con la ayuda del Centro de Desarrollo Tecnológico e Innovación Whirlpool se crearon 8 muestras para trabajar con los experimentos. Se designó una tilosa por cada tratamiento junto con sus dos réplicas, debido a que las propiedades cambiaban conforme se realizaban los experimentos por la congelación y descongelación de éstos.

Número de muestra	Masa (gr)
Muestra 1	498
Muestra 2	495
Muestra 3	496
Muestra 4	504
Muestra 5	498
Muestra 6	502
Muestra 7	497
Muestra 8	501

Tabla 3.4: Pesos de las muestras empleadas en las pruebas físicas

3.4 METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

1. Se instrumentó el congelador de la siguiente manera: se emplean 5 termopares tipo T a 15 cm de la entrada, los cuales mandan una señal a un CompactRIO y mediante un programa en LabVIEW, se elimina la mayor y la menor temperatura y se determina el promedio de los tres datos intermedios. Esa temperatura es tomada como la del fluido refrigerante.
2. El congelador se equipó con 35 litros de agua y en la parte superior se empleó dejando solo una abertura en la parte central, esto para incrementar la inercia térmica y conservar la temperatura al momento de abrir y hacer el cambio de prueba.
3. El congelador tarda 48 horas en estabilizar su temperatura, así que el primer paso es colocar la temperatura de consigna con la que se va a trabajar.
4. De acuerdo al Diseño de experimentos, se coloca la velocidad con la que va a trabajar el ventilador, para dejar que se estabilice junto con la temperatura.
5. Se instrumenta el producto para la toma de la temperatura con 3 termopares, colocados de la siguiente manera:
 - En el centro geométrico del producto
 - Superficie superior del producto (2 o 3 mm de la superficie)
 - Superficie inferior del producto (2 o 3 mm de la superficie)

Se decidió colocar de esta manera debido a que el centro geométrico es el lugar más tardado para congelar, y cuando este llegue a la temperatura deseada el resto del producto estará por abajo o igual a esta temperatura. Las temperaturas de las superficies se tomaron como referencia y comprobación de que es el área que más rápido se congela debido al contacto directo con el aire.

6. La temperatura del producto antes de la prueba es controlada mediante un baño térmico que contiene glicol, esto para que el producto este a temperatura uniforme en todos sus puntos. Todas las pruebas tienen una temperatura inicial de 20°C.
7. El ventilador permanece encendido en todo momento, para que se establezca con la temperatura.
8. El Paso de tiempo de cada toma de datos es de 10 segundos de la misma manera que se determinó en las simulaciones.
9. Se inicia el programa.
10. Inmediatamente se coloca el producto en la parte central del túnel adentro del congelador.
11. Se deja correr la prueba.
12. Cuando la muestra alcanza los -18°C en el termopar que se colocó en el centro geométrico del producto se detiene la prueba, y los datos son recabados en Excel.
13. Cada tratamiento se replica 3 veces, para determinar el error experimental que tiene cada prueba y validar las condiciones controladas del experimento.
14. Cada cambio de prueba se deja que el congelador llegue a la temperatura de consigna, ya que cuando se abre el congelador para sacar la prueba la temperatura aumenta de 1 a 2 grados por la transferencia de calor con el medio ambiente.
15. Cuando se termina un tratamiento por correr se cambia el producto para evitar variaciones en la temperatura de cambio de fase, ya que conforme se realizan las pruebas, las propiedades del producto se van degradando.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS Y VALIDACIÓN

4.1 METODOLOGÍA DEL DISEÑO DE EXPERIMENTOS

Se entiende por diseño experimental la planeación de una serie de experimentos donde se varían los valores de las variables de entrada de un proceso o sistema y se miden los valores de la variable respuesta o variable de salida, generalmente con el fin de conocer la dependencia del sistema o del fenómeno en las variables. También se llama diseño experimental al resultado de dicha planeación.

Podemos ilustrar lo anterior con la figura 4.1, donde X_1, X_2, X_3, \dots , son las variables independientes o variables de entrada con las que se va a trabajar en el diseño. Además Z_1, Z_2, Z_3, \dots , pueden ser otras variables que intervienen en el proceso y que son factores no controlables (o quizá factores que no interesa controlar), o ruido, y Y es la variable de respuesta o variable dependiente.

El diseño experimental es utilizado ampliamente para la mejora en el rendimiento de los procesos industriales, así como para el desarrollo de nuevos productos. Se busca un ahorro en tiempos y costos de operación y un conocimiento profundo de los procesos, generando herramientas eficaces en el manejo de los mismos.

El diseño estadístico de experimentos es el proceso de planear un experimento

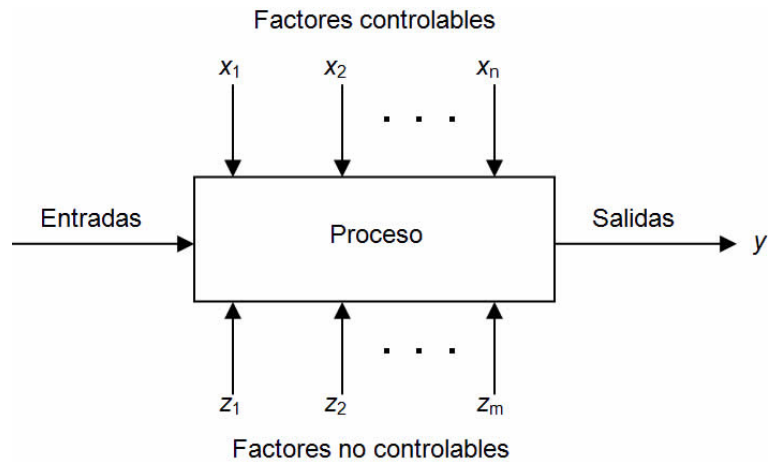


Figura 4.1: Modelo general de un proceso o sistema [6].

para obtener datos apropiados que puedan ser analizados mediante métodos estadísticos, con objeto de producir conclusiones válidas y objetivas.

Generalizando, podemos aplicar el diseño de experimentos para:

- Determinar qué variables tienen mayor influencia en los valores de respuesta Y .
- Determinar el mejor valor de las variables X , que permitan obtener un valor cercano al valor de respuesta deseado.
- Determinar el o los mejores valores de las variables independientes, con los cuales la variable respuesta tenga menor variabilidad.

Para que un experimento se realice en la forma más eficiente, es necesario emplear métodos científicos en su planeación. Se requiere entonces de un enfoque estadístico en el diseño de experimentos para obtener conclusiones significativas a partir de los datos. La metodología estadística es un enfoque objetivo para analizar un problema que involucre datos sujetos a errores experimentales. Así, se puede decir que hay dos aspectos básicos en cualquier problema experimental: el diseño del experimento y el análisis estadístico de los datos [6].

4.1.1 CONCEPTOS BÁSICOS EN EL DISEÑO DE EXPERIMENTOS

Para comprender los términos utilizados dentro del diseño experimental se deben definir algunos conceptos como los siguientes:

- **Tratamiento:** Es el conjunto de circunstancias que se crean específicamente para el experimento en respuesta a las hipótesis de investigación.
- **Unidad Experimental:** Es la unidad física o el sujeto expuesto al *tratamiento*, independientemente de otras unidades. La unidad experimental constituye una réplica simple del *tratamiento*.
- **Factores y niveles:** Un factor es una variable independiente que puede variar a voluntad del experimentador. El término *niveles*, hace referencia a las distintas clases, dosis o cantidades de un factor. Un nivel puede ser entonces, una clase, estado o cantidad particular de un factor.

Se pueden tener factores cualitativos o cuantitativos. Los factores cualitativos son aquellos para cuyos niveles no puede establecerse mediante una cantidad sino mediante una cualidad. Cada nivel puede considerarse una clase y estas pueden estar ordenadas o no, por ejemplo, los tipos de raza, diferentes métodos de aplicación, tipos de máquinas, operadores, etc. Por otro lado, los factores cuantitativos son aquellos donde los diferentes niveles se expresan en valores numéricos definidos, que corresponden a determinadas cantidades de las variables bajo estudio. Por ejemplo la temperatura, dosis, tiempo, etc.

- **Factores Controlables y No Controlables:** Los factores controlables son aquellos factores o variables de entrada a las que se les puede asignar ciertos valores o niveles de operación, esto es, son manipulables. Los factores no controlables, también conocidos como factores de ruido, son aquellos que durante la operación del proceso quedan fuera del control del diseñador, por ejemplo factores ambientales, ánimo de los operadores, calidad u homogeneidad del producto o materia prima recibida, etc.

- **Error Experimental:** Éste describe la variación observada entre idénticas unidades experimentales, tratadas independientemente. Se puede deber a varias causas, entre ellas: la variación natural entre unidades experimentales, la variabilidad al medir la respuesta, falta de habilidad al reproducir exactamente las mismas condiciones de una unidad a otra, la existencia de interacción entre unidades experimentales y los tratamientos, o bien algún otro factor extraño.
- **Error Aleatorio:** Es la variabilidad observada que no se puede explicar por los factores estudiados y resulta del efecto de los factores no estudiados y del error experimental.
- **Variable respuesta:** Es la característica o variable de salida cuyo valor interesa medir.

4.1.2 PRINCIPIOS BÁSICOS DEL DISEÑO EXPERIMENTAL

Expuestos ya los conceptos anteriores, se puede decir que un diseño de experimentos es el arreglo de las unidades experimentales usadas, con el fin de controlar el error experimental y al mismo tiempo asignar el diseño de los tratamientos en el experimento.

A efecto de poder dar un enfoque estadístico al diseño se deben respetar tres principios básicos en el diseño de experimentos:

- Repetición de ensayos.
- Aleatorización de las corridas.
- Formación de bloques

Los conceptos anteriores los podemos definir como:

- **Repetición:** Consiste en correr más de una vez un tratamiento o combinación específica de factores. El efectuar réplicas nos permite estimar la variabilidad natural o error aleatorio, aumentando así la confiabilidad en las mediciones.
- **Aleatorización:** Es la piedra angular que fundamenta el uso de los métodos estadísticos en el diseño de experimentos. Se entiende por aleatorización el hecho de que tanto la asignación del material como el orden en que se realizan las pruebas individuales o ensayos se determinan aleatoriamente. Al aleatorizar adecuadamente el experimento se pueden cancelar los efectos de factores extraños que pudieran estar presentes.
- **Formación de bloques:** Un bloque es una parte del material experimental que es más homogénea que el total del material. Al realizarse un análisis por bloques se hacen las comparaciones entre las condiciones de interés del experimentador dentro de cada bloque. La formación de bloques es necesaria para eliminar la variabilidad transmitida por factores perturbadores, es decir, aquellos factores que pueden influir en la respuesta pero en los que no hay un interés específico.

4.1.3 PASOS A SEGUIR PARA DISEÑAR UN EXPERIMENTO

Para poder diseñar bien un experimento es necesario comprender totalmente el problema que se desea estudiar. Se deben elegir las variables más apropiadas y sus niveles de uso, definir la respuesta a evaluar, definir el diseño experimental a utilizar, realizar el experimento, analizar los datos y obtener las conclusiones correspondientes. Todas estas actividades podemos resumirlas en: planeación, análisis e interpretación.

- **Planeación:** La experiencia previa del experimentador, así como el nivel de conocimientos del problema específico, desempeñan un papel de gran importancia en la elección de las variables a utilizar durante el experimento. La

elección inapropiada de los niveles de las variables se traduce en la obtención de respuestas fuera de niveles operables.

- **Análisis:** Se debe tener idea del diseño de experimentos para poder seleccionar el mejor diseño y realizar el análisis de varianza más adecuado, pues se tiene que describir de la mejor manera posible el comportamiento de los datos.
- **Interpretación:** Después del análisis estadístico se deben explicar estos resultados en términos del problema planteado, verificar las conjeturas iniciales, seleccionar el mejor tratamiento, y deducir los nuevos conocimientos encontrados sobre este proceso.

4.1.4 CLASIFICACIÓN DE LOS DISEÑOS

Existen varios aspectos que pueden influir en la selección de un diseño experimental, y el modificar alguno conduce generalmente a cambiar el diseño. Estos aspectos son básicamente los siguientes:

- El objetivo del experimento. Es necesario comprender totalmente el problema que se desea estudiar y tener claro el objetivo principal y los objetivos específicos.
- El número de factores a controlar. Es necesario investigar previamente cuál o cuáles factores son los que conviene incluir en el experimento. Si son varios se puede partir de diseños fraccionados para dilucidar cuál o cuáles son los más importantes.
- El número de niveles que se prueban en cada factor. La elección inapropiada de los niveles de las variables se traduce en la obtención de respuestas fuera de los niveles esperados.

- Los efectos que interesa investigar. Es importante conocer cuál o cuáles efectos son los más importantes, pues si solamente se incluye una parte de estos se puede reducir notablemente el diseño.
- El costo del experimento, tiempo y precisión deseada. La consideración de estos aspectos en la selección y planeación del diseño pueden hacer la diferencia entre la selección de un diseño u otro.
- El objetivo del experimento se ha utilizado como un criterio general de clasificación de los diseños experimentales, mientras que los otros cuatro aspectos son útiles para subclasificarlos. En este sentido, los diseños se pueden clasificar como:
 - Diseños para comparar dos o más tratamientos
 - Diseño completamente al azar
 - Diseño de bloques completos al azar
 - Diseño en cuadrados latinos y grecolatinos
 - Diseños para estudiar el efecto de varios factores sobre la respuesta.
 - Diseños factoriales 2^k
 - Diseños factoriales 3^k
 - Diseños factoriales fraccionados 2^{k-p}
 - Diseños para determinar el punto óptimo de operación del proceso
 - Diseños para modelos de primer orden:
 - Diseños factoriales 2^k y 2^{k-p}
 - Diseño de Plakett — Burman
 - Diseño Simple

- Diseños para modelos de segundo orden:
 - Diseño central compuesto
 - Diseño Box — Behnken
 - Diseños factoriales 3^k y 3^{k-p}

- Diseños de mezclas:
 - Diseño de lattice simple
 - Diseño simple con centroide
 - Diseño con restricciones
 - Diseño axial

- Diseños robustos
 - Diseños ortogonales
 - Diseños con arreglos interno y externo.

En este trabajo se busca estudiar el efecto de varios factores sobre la respuesta. Por lo cual se trabaja con diseños factoriales 2^k . Se tienen k factores de interés en dos niveles cada uno. Se utiliza para determinar, de un gran número de factores candidatos, cuales son los que influyen sobre la variable de respuesta.

4.2 FACTORES A EVALUAR EN EL PROCESO DE CONGELACIÓN DE LOS ALIMENTOS

El problema analizado en este trabajo es la congelación de alimentos. La variable de respuesta es el tiempo de congelación, ya que este es un factor importante en la calidad de los alimentos. La experiencia muestran que la congelación rápida es de mejor calidad en comparación con la congelación lenta. De acuerdo con una

investigación bibliográfica se llegó a la conclusión de utilizar los factores que se ilustran en las figuras 4.2a y 4.3b debido a que tienen gran influencia en el proceso de congelación.

Temperatura del flujo forzado, (T_{∞}): El tiempo de congelación disminuirá de manera significativa cuanto menor sea ésta.

Dimensiones del producto (espesor), (ε): Al incrementar el espesor el tiempo de congelación incrementa.

Número de Reynolds, (Re): Entre mayor sea la velocidad del flujo, menor será el tiempo de congelación. Con el fin de generalizar la evaluación experimental, se emplea el Número de Reynolds definido como $Re = \frac{L_c v \rho}{\mu}$.

Posición del producto, (α): Se desea conocer la influencia que se tiene exponiendo el producto en dos posiciones diferentes.

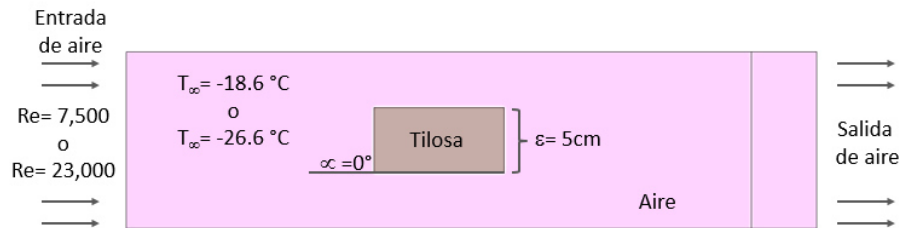


Figura 4.2: Factores a evaluar en el proceso de congelación de los alimentos (a).

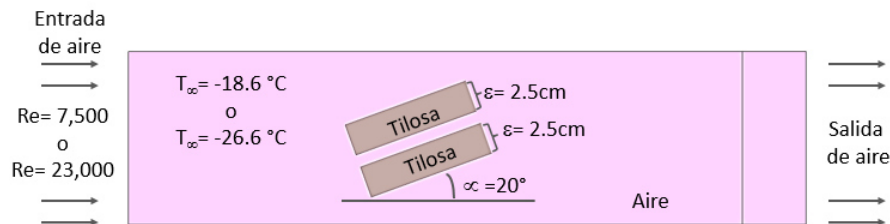


Figura 4.3: Factores a evaluar en el proceso de congelación de los alimentos (b).

Estos son los factores más apropiados a evaluar en el proceso, cada uno contará con dos variables diferentes para obtener la variable de respuesta. Se eva-

luará mediante el diseño de experimentos cual es el factor que más influye en la rapidez de congelación de los alimentos.

4.3 DISEÑO DE EXPERIMENTOS

4.3.1 DISEÑO FACTORIAL 2^3

De manera experimental se trabajó con un diseño factorial 2^3 . Con este diseño se determinó el error experimental y validó el método empleado para los estudios numéricos.

Lo principal en este diseño es tener claramente identificadas las variables y factores que intervienen.

Factores	Símbolo	Nivel	
		-	+
Temperatura del fluido	T_∞	-26.6 °C	-18.6 °C
Número de Reynolds	Re	7,500	23,000
Inclinación del producto respecto a la corriente libre del flujo forzado	α	0°	20°

Tabla 4.1: Diseño de experimentos 2^3 [6].

Utilizando la notación “+” y “-” para representar los niveles alto y bajo de los factores, respectivamente, las ocho corridas del diseño 2^3 pueden enlistarse como se muestra en la figura 4.2. A este arreglo se le conoce como la **matriz del diseño**. Las combinaciones de los tratamientos se indican como 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8. Estos números también representan el total de las n observaciones realizadas.

Corrida	A	B	C
1	-	-	-
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	-
5	-	-	+
6	+	-	+
7	-	+	+
8	+	+	+

Tabla 4.2: Matriz de Diseño 2^3 [6].

4.3.2 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS

La finalidad de este diseño de experimentos es obtener el error que presentan los resultados numéricos respecto a los datos experimentales. Se espera conseguir lo anterior en vista de que cada tratamiento cuenta con 3 replicas para determinar la varianza al reproducir el experimento bajo las mismas condiciones. Posteriormente se compararan los resultados obtenidos en la simulación computacional con los datos experimentales y se determinaran la fiabilidad del método de simulación computacional.

Los resultados se analizan en Minitab, el cual, es un programa diseñado para ejecutar funciones estadísticas básicas y avanzadas. El programa incorpora opciones vinculadas a las principales técnicas de análisis estadístico (análisis descriptivo, contrastes de hipótesis, regresión lineal y no lineal, series temporales, análisis de tiempos de fallo, control de calidad, análisis factorial, ANOVA, etc.), además de proporcionar un potente entorno gráfico y de ofrecer total compatibilidad con los editores de texto, hojas de cálculo y bases de datos más usuales.

4.3.2.1 PORCENTAJE DE VARIACIÓN EXPERIMENTAL

Una vez obtenidos los resultados se determina el error estándar de las réplicas realizadas en el diseño, mediante el uso de la media, varianza y desviación estándar.

Tratamiento	Re	T_{∞} (°C)	α	Tiempo de Congelación		
				R1 (min)	R2 (min)	R3 (min)
1	7,500	-18.6	0°	625	620	630
2	23,000	-18.6	0°	327	336	330
3	7,500	-18.6	20°	570	556	571
4	23,000	-18.6	20°	337	322	320
5	7,500	-26.6	0°	345	330	325
6	23,000	-26.6	0°	178	177	183
7	7,500	-26.6	20°	256	254	243
8	23,000	-26.6	20°	169	165	171

Tabla 4.3: Resultados experimentales de las tres réplicas

En la tabla 4.3 se muestra la descripción de cada tratamiento realizado en las pruebas experimentales y los resultados obtenidos en las tres réplicas. Para obtener el error estándar se realiza un análisis estadístico el cual provee principios y métodos para recolectar, resumir y analizar datos, así como para interpretar los resultados, determinando las siguientes medidas:

Media: Se calcula sumando todas las réplicas, y dividiendo ese total por el número de réplicas. Se simboliza por \bar{X} .

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} \quad (4.1)$$

Varianza: Se calcula sumando los cuadrados de las desviaciones de cada observación con respecto a la media y dividiendo ese total por el número de réplicas menos uno.

$$s^2 = \frac{\sum(X - \bar{X})^2}{N(N - 1)} \quad (4.2)$$

Desviación Estándar: Se obtiene a partir de la varianza, simplemente extrayéndole la raíz cuadrada.

$$s = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{s^2} \quad (4.3)$$

Tanto la varianza como la desviación estándar son indicadores de dispersión de las réplicas, alrededor de la media.

Error estándar: Es un indicador de la precisión de la media. Indica que tan dispersas se encuentran las medias de cada uno de los estudios respecto a la media general de todos ellos. El error estándar es de gran importancia y permite fijar los intervalos de confianza y, en consecuencia, el nivel de confianza [50].

$$S_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{s^2}{N}} \quad (4.4)$$

Tratamiento	\bar{X}	s^2	s	$S_{\bar{x}}$ (min)	$S_{\bar{x}}$ (%)
1	625	25.1	5.0	3	0.5
2	331	19.4	4.4	3	1
3	565	72.1	8.5	5	1
4	326	86.7	9.3	5	2
5	333	115.3	10.7	6	2
6	179	9.7	3.1	2	1
7	251	48.7	7.0	4	2
8	168	9.4	3.1	2	1

Tabla 4.4: Variación de Resultados Experimentales

La tabla 4.4 muestra en las últimas dos columnas la diferencia en minutos que se presentó en cada réplica y su porcentaje. Los resultados muestran un error estándar máximo entre las réplicas de 2%. Siendo el tratamiento 5, el que tiene mayor variabilidad en sus resultados, con una diferencia de tiempo de 6 minutos entre sus réplicas. La diferencia de 6 minutos con respecto al tiempo de congelación total de 333 minutos no se considera relevante debido a que el tiempo de variabilidad es pequeño.

Por lo tanto, se toma la media de las tres réplicas como referencia para realizar la comparativa con los estudios numéricos.

4.3.2.2 GRÁFICAS DE INTERACCIÓN

Se procede a evaluar las gráficas que nos mostraran de manera mas explicita los resultados obtenidos.

Se utiliza un diagrama de Pareto de los efectos para determinar la magnitud y la importancia de un efecto. El diagrama muestra el valor absoluto o estandarizado de los efectos y traza una línea de referencia en la gráfica. Cualquier efecto que se extienda más allá de esta línea de referencia es potencialmente importante.

La escala que Minitab utiliza como el eje X depende de si existe un término de error. Hay dos tipos de gráfico de Pareto, una forma estandarizada y otra sin estandarizar. El gráfico sin estandarizar muestra los valores absolutos de los efectos en orden decreciente.

En un gráfico estandarizado, cada efecto es transformado a un estadístico-t dividiéndolo entre su error estándar. Esta estandarización de efectos son graficados en orden decreciente de la magnitud absoluta.

En la figura 4.4 se observa claramente que el factor temperatura influye más en este proceso. De acuerdo con el diagrama, los factores y las interacciones que están

después de la línea punteada en rojo tienen mayor influencia en la congelación de alimentos, siendo la interacción entre los tres factores evaluados la única interacción que se desprecia.

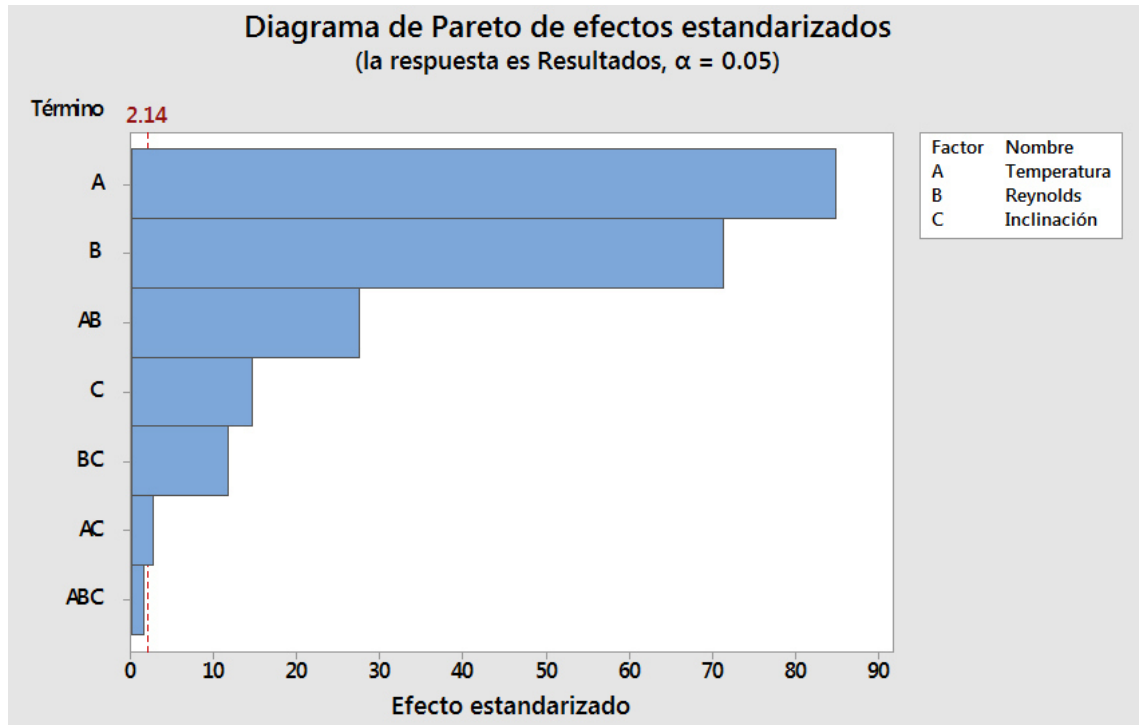


Figura 4.4: Diagrama de Pareto del diseño 2^3

La figura 4.5 muestra los factores individuales. Del lado derecho de la figura se tiene el promedio de los resultados de acuerdo con cada variable de cada factor. Estos resultados concuerdan con la gráfica anterior mostrando que la temperatura es el factor que mayor influencia tiene sobre el tiempo de congelación, le sigue el Número de Reynolds, y por último la Inclinación.

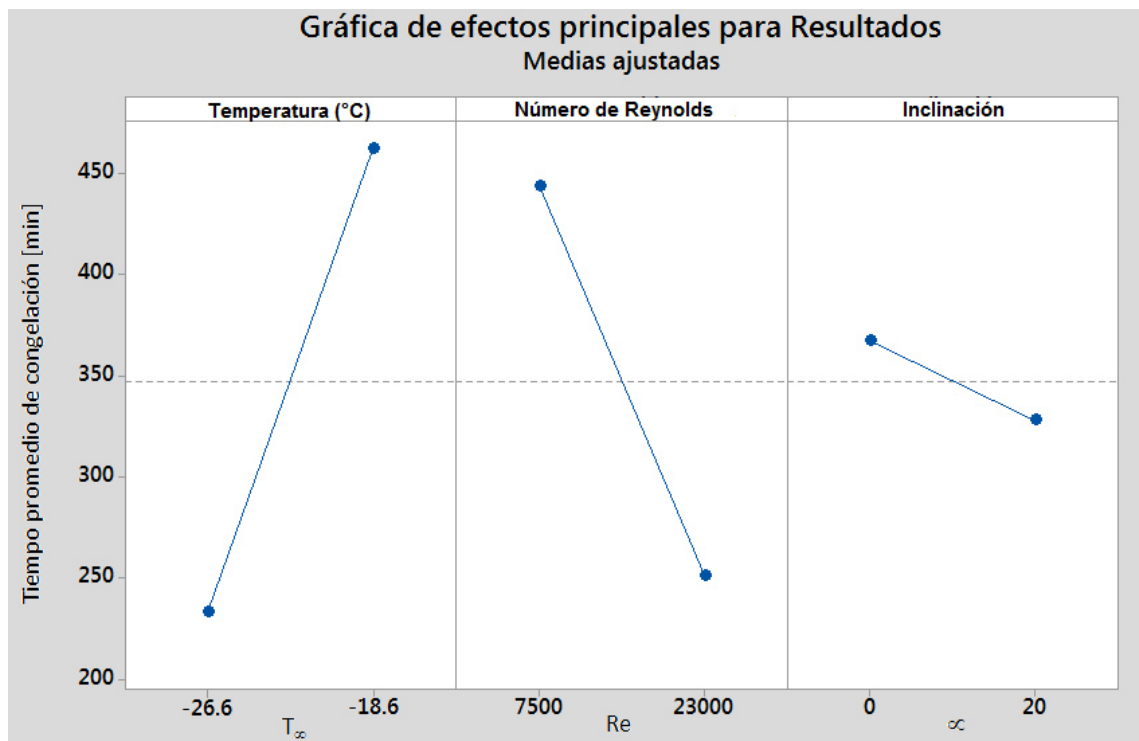


Figura 4.5: Efectos principales del diseño 2^3 . Tiempo de congelación y su relación con los tres parámetros analizados

La figura 4.6 muestra las interacciones entre los factores evaluados. La interacción que se presentó en este diseño fue entre la Inclinación y Reynolds.

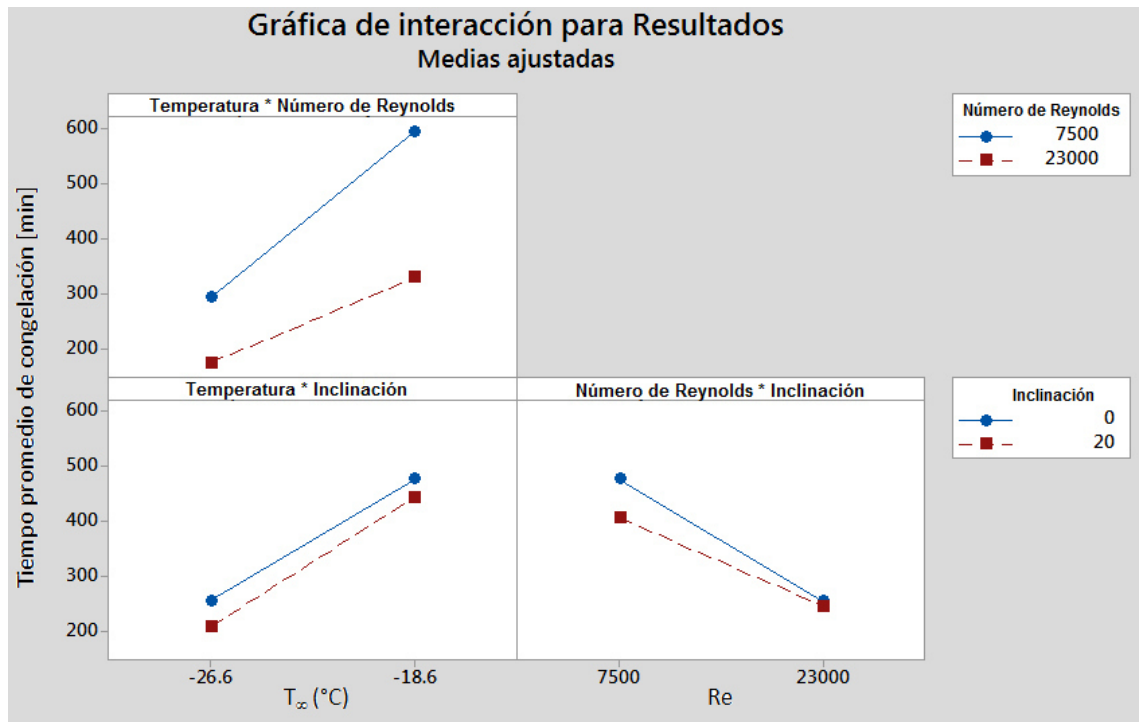


Figura 4.6: Interacción entre factores del diseño 2^3 . Tiempo de congelación y su relación con los tres parámetros analizados

4.4 COMPARACIÓN ENTRE LAS PRUEBAS EXPERIMENTALES Y LOS ESTUDIOS NUMÉRICOS

Al ser la Dinámica de Fluidos Computacional una herramienta numérica para la predicción de fenómenos que involucran fluidos, cuya precisión depende de diversos factores (como la discretización de los dominios espacial y temporal, la selección de los modelos físicos a utilizar y errores de convergencia en las iteraciones) [51], es necesario verificar que sus resultados estén acordes al proceso que se desea simular. De otra manera, se considera que su resultado pudiera no tener validez alguna, gracias a las numerosas aproximaciones que se deben hacer.

Los estudios numéricos son una aproximación a la realidad debido a la presencia

intrínseca de errores en ella. Esta es la razón por la que se admite que la predicción del fenómeno tenga una diferencia aceptable con las mediciones realizadas sobre el evento real. Además, en este punto, es necesario tener en cuenta las limitaciones impuestas por el Software, es decir, aquellas opciones con las que no cuenta el código y obligan al planteamiento simplificado del problema.

Una vez que se obtuvieron los resultados experimentales, se procede a evaluar la diferencia que existe entre los estudios numéricos y la experimentación. Se tomó como referencia la media de las tres réplicas experimentales para comparar con el resultado numérico.

La tabla 4.5, muestra la descripción de cada tratamiento, la media de las tres réplicas experimentales, el resultado obtenido en el estudio numérico, y las dos últimas columnas muestran la variación en minutos y porcentaje de la simulación con respecto al promedio experimental, de la siguiente forma.

$$\text{Variación} \left| \frac{\text{Dato experimental} - \text{Predicción CFD}}{\text{Dato experimental}} \right| \times 100\% \quad (4.5)$$

Tratamiento	Re	T_{∞} °C	α	\bar{X} (min)	Tiempo de Congelación (min)	Variación (min)	Variación (%)
1	7,500	-18.6	0°	625	592	33	5.24
2	23,000	-18.6	0°	331	314	17	5.09
3	7,500	-18.6	20°	565	532	34	5.98
4	23,000	-18.6	20°	326	323	3	1.05
5	7,500	-26.6	0°	333	335	2	0.56
6	23,000	-26.6	0°	179	179	1	0.38
7	7,500	-26.6	20°	251	260	9	3.40
8	23,000	-26.6	20°	168	164	4	2.30

Tabla 4.5: Comparativa experimental y Estudio numérico [6].

De acuerdo con la búsqueda bibliográfica referenciada en el Capítulo 1, algunos autores muestran sus resultados mediante comparativas entre resultados experimentales y estudios computacionales utilizando el método de calor específico aparente. Perusello [30], obtuvo una diferencia de 3.1 a 6.8 %. Wang [26] de 4.69 %. Moraga [29] entre 1.9 a 10.6 %. En este trabajo se reportan resultados que arrojan una diferencia entre 0.38 a 5.98 %, estando dentro de los valores obtenidos en la literatura especializada. Por consiguiente, se puede decir que el método de simulación empleado en este trabajo en el proceso de congelación de alimentos es adecuado debido a que los resultados se encuentran dentro de los rangos que diversos autores reportaron.

En la figura 4.7 se muestran los puntos en los cuales se documentó la temperatura en los estudios numéricos, mismos que están ubicados un 25 % hacia el frente del centro geométrico y 25 % detrás, y el punto central, el cual es la variable de respuesta del diseño de experimentos.

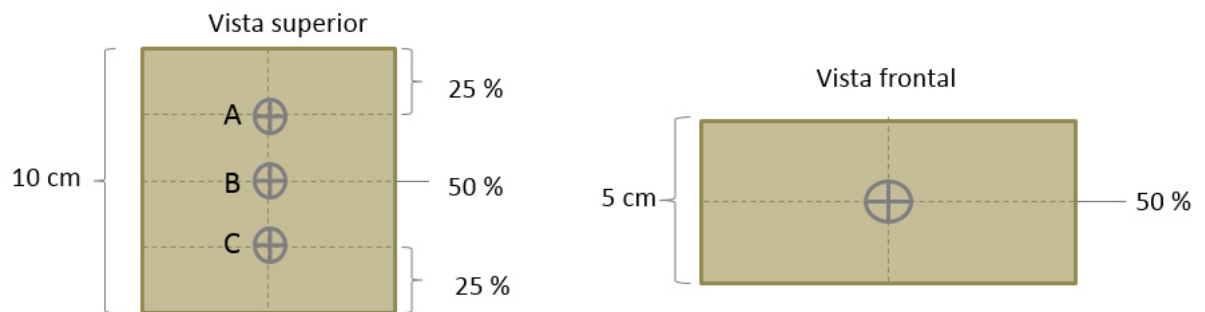


Figura 4.7: Ubicación de termopares en el modelo analizado computacionalmente

En la figura 4.8 se muestran los resultados del tratamiento 6. La temperatura en los puntos frontal, central y trasero en el modelo físico. Se presenta únicamente la medida experimental en el centro geométrico para evitar confusión al momento de graficar. El punto medido en el centro geométrico del producto muestra un proceso de cambio de fase más prolongado. Posteriormente, la sección de post-enfriamiento muestra una disminución con tendencia recta. Esto se debe a que los puntos a su alrededor ya están en la fase de congelación.

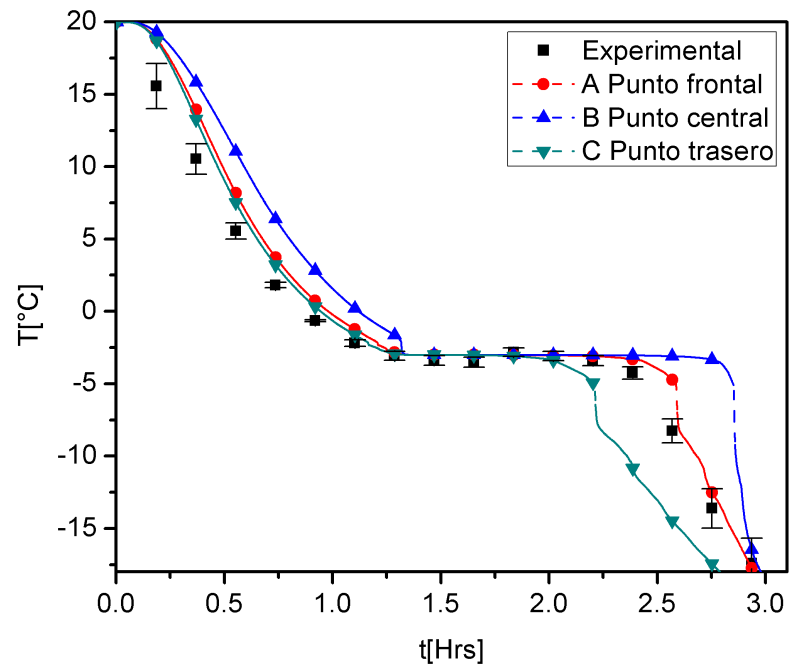


Figura 4.8: Gráfico comparativo de los resultados experimentales y estudio numérico. Tratamiento 6 consta de $T_{\infty} = -26.6^{\circ} \text{C}$, $\text{Re}=23,000$, $\alpha=0^{\circ}$, $\varepsilon = 5\text{cm}$.

4.5 DISEÑO FACTORIAL 2^4

A diferencia del análisis experimental en el que se empleó un diseño factorial 2^3 , en los estudios numéricos se utilizó un diseño factorial 2^4 ; Se agregó un factor a evaluar. Como ya se ha mostrado, ha quedado validado el método de simulación. Se realizan entonces los estudios numéricos de los tratamientos.

Las variables y factores que intervienen son los siguientes.

Factores	Símbolo	Nivel	Nivel
		-	+
Temperatura del fluido	T_{∞}	-26.6	-18.6
Número de Reynolds	Re	7,500	23,000
Inclinación del producto respecto a la corriente libre del flujo forzado	α	0°	20°
Espesor del producto	ε	2.5 y 2.5	5 cm

Tabla 4.6: Diseño de experimentos para el estudio computacional.

Utilizando la notación “+” y “-” para representar los niveles alto y bajo de los factores, las 16 combinaciones de tratamientos del diseño 2^4 , se presenta en la tabla 4.7

Tratamiento	A	B	C	D
1	-	-	-	-
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	-
5	-	-	+	-
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	-
9	-	-	-	+
10	+	-	-	+
11	-	+	-	+
12	+	+	-	+
13	-	-	+	+
14	+	-	+	+
15	-	+	+	+
16	+	+	+	+

Tabla 4.7: Matriz de experimentos 2^4 para el estudio computacional.

4.5.1 GEOMETRÍA

A continuación se muestran las geometrías empleadas para el análisis del estudio numérico. Los factores que influyen en la geometría son la posición y el espesor del producto. La figura 4.9 (a) muestra los tratamientos 1,2,5,6. Esta geometría evalúa al producto en una posición horizontal y su espesor es de 5 cm. La figura 4.9 (b) muestra los tratamientos 3,4,7,8 y varía en la posición del producto, ya que posee una inclinación de 20° . La figura 4.9 (c) muestra los tratamientos 9,10,13,14 y la figura 4.9 (d) los tratamientos 11,12,15,16, donde se varía el espesor respecto a las condiciones anteriores. Debido al interés por conocer el efecto del espesor en la

rapidez de congelación se analizó el caso en el que el producto se presenta en dos partes iguales, quedando la misma masa de 500 gramos pero en dos productos de 2.5 cm de espesor. En este caso se tendrá mayor área expuesta para la cantidad de masa.

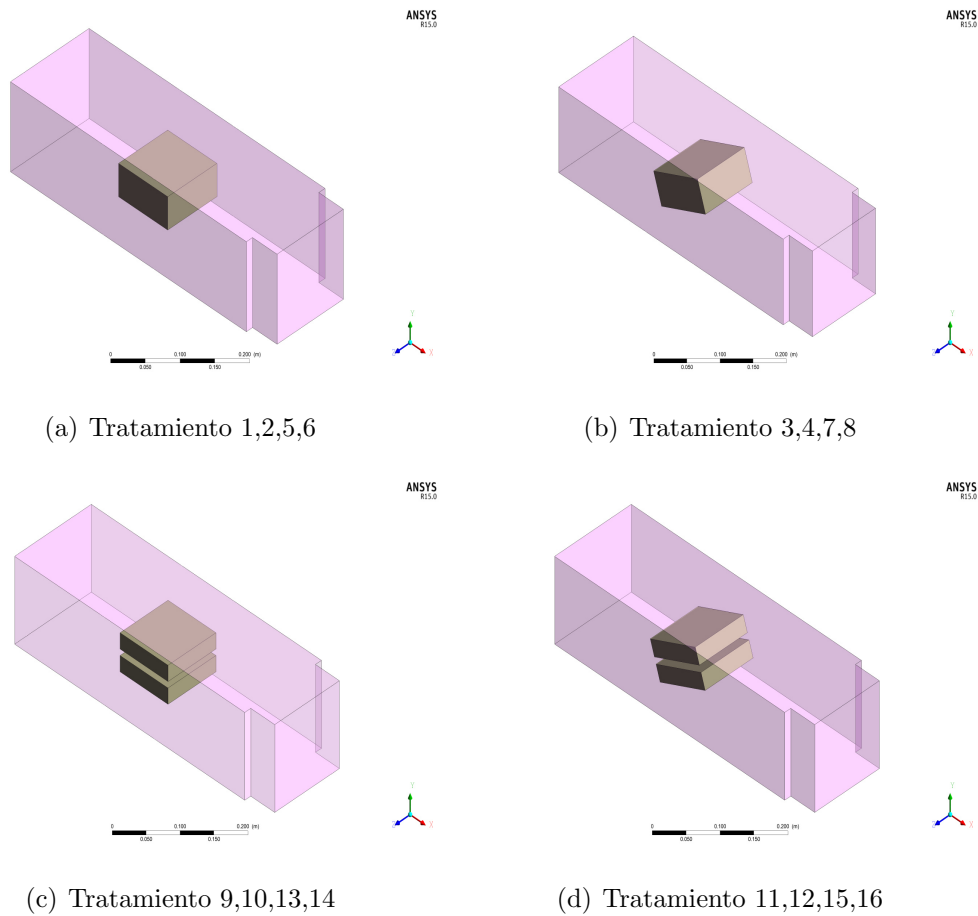


Figura 4.9: Geometrías de tratamientos en el estudio numérico.

4.5.2 HIPÓTESIS DEL MODELO

Al realizar el análisis de varianza, se pueden probar las siguientes hipótesis del modelo:

4.5.2.1 HIPÓTESIS PARA PRUEBAS DE EFECTOS PRINCIPALES

H_0 : El factor Temperatura del flujo forzado no presenta un efecto en el tiempo de congelación

H_1 : El factor Temperatura del flujo forzado presenta al menos un efecto en el tiempo de congelación

H_0 : El factor Número de Reynolds no presenta un efecto en el tiempo de congelación

H_1 : El factor Número de Reynolds presenta al menos un efecto en el tiempo de congelación

H_0 : El factor Inclinación no presenta un efecto en el tiempo de congelación

H_1 : El factor Inclinación presenta al menos un efecto en el tiempo de congelación

H_0 : El factor Espesor no presenta un efecto en el tiempo de congelación

H_1 : El factor Espesor presenta al menos un efecto en el tiempo de congelación

4.5.2.2 HIPÓTESIS PARA INTERACCIONES ENTRE DOS FACTORES

H_0 : Los factores Temperatura del flujo forzado y Número de Reynolds no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Temperatura del flujo forzado y Número de Reynolds presentan interacción en el tiempo de congelación

H_0 : Los factores Temperatura del flujo forzado e Inclinación no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Temperatura del flujo forzado e Inclinación presentan inter-

acción en el tiempo de congelación

H_0 : Los factores Temperatura del flujo forzado y Espesor no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Temperatura del flujo forzado y Espesor presentan interacción en el tiempo de congelación

H_0 : Los factores Número de Reynolds e Inclinación no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Número de Reynolds e Inclinación presentan interacción en el tiempo de congelación

H_0 : Los factores Número de Reynolds y Espesor no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Número de Reynolds y Espesor presentan interacción en el tiempo de congelación

H_0 : Los factores Inclinación y Espesor no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Inclinación y Espesor presentan interacción en el tiempo de congelación

4.5.2.3 HIPÓTESIS PARA INTERACCIONES ENTRE TRES FACTORES

H_0 : Los factores Temperatura del flujo forzado, Número de Reynolds e Inclinación no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Temperatura del flujo forzado, Número de Reynolds e Inclinación presentan interacción en el tiempo de congelación

H_0 : Los factores Temperatura del flujo forzado, Inclinación y Espesor no pre-

sentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Temperatura del flujo forzado, Inclinación y Espesor presentan interacción en el tiempo de congelación

H_0 : Los factores Número de Reynolds, Inclinación y Espesor no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Número de Reynolds, Inclinación y Espesor presentan interacción en el tiempo de congelación

H_0 : Los factores Temperatura del flujo forzado, Número de Reynolds y Espesor no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Temperatura del flujo forzado, Número de Reynolds y Espesor presentan interacción en el tiempo de congelación

4.5.2.4 HIPÓTESIS PARA INTERACCIONES ENTRE LOS CUATRO FACTORES

H_0 : Los factores Temperatura del flujo forzado, Número de Reynolds, Inclinación y Espesor no presentan interacción en el tiempo de congelación

H_1 : Los factores Temperatura del flujo forzado, Número de Reynolds, Inclinación y Espesor presentan interacción en el tiempo de congelación

4.5.3 ANÁLISIS ESTADÍSTICOS DE LOS DATOS

En la tabla 4.8 se muestran las combinaciones de los tratamientos evaluados, y en las últimas dos columnas el resultado del tiempo de congelación del producto hasta alcanzar los -18°C .

A partir del tratamiento 9 se evaluaron dos productos con diferente espesor.

Entonces se coloca el tiempo en que tardaron ambos productos en congelarse.

Tratamiento	Re	T_{∞} (°C)	α	ε (cm)	Tiempo de Producto 1 (min)	Congelación Producto 2 (min)
1	7,500	-18.6	0°	5	592	-
2	23,000	-18.6	0°	5	314	-
3	7,500	-18°	20°	5	532	-
4	23,000	-18°	20°	5	323	-
5	7,500	-28°	0°	5	335	-
6	23,000	-28°	0°	5	179	-
7	7,500	-28°	20°	5	260	-
8	23,000	-28°	20°	5	164	-
9	7,500	-18°	0°	2.5	366	366
10	23,000	-18°	0°	2.5	193	193
11	7,500	-18°	20°	2.5	316	328
12	23,000	-18°	20°	2.5	171	179
13	7,500	-28°	0°	2.5	209	209
14	23,000	-28°	0°	2.5	113	113
15	7,500	-28°	20°	2.5	181	189
16	23,000	-28°	20°	2.5	100	105

Tabla 4.8: Resultados del estudio numérico

4.5.3.1 ANÁLISIS DE VARIANZA

Minitab ofrece una gama de análisis estadísticos, tales como regresión, ANOVA, herramientas de calidad y series de tiempo. En este trabajo se interpretan los resultados con el análisis estadístico ANOVA.

Un análisis de varianza (ANOVA) prueba la hipótesis de que las medias de dos o más poblaciones son iguales. El ANOVA evalúa la importancia de uno o más factores

Fuente de variación	Grados de Libertad	SC Ajuste	MC Ajuste	Valor F	Valor p
Modelo	8	3288,025	36,003	157.13	0.000
Lineal	4	265,234	66,308	289.39	0.000
Temperatura (A)	1	101,283	101,283	442.03	0.000
Número de Reynolds (B)	1	96,255	96,255	420.08	0.000
Inclinación (C)	1	3,053	3,053	13.32	0.008
Espesor (D)	1	64,643	64,643	282.12	0.000
Interacciones de 2 términos	4	22,791	5,698	24.87	0.000
Temperatura					
*Número de Reynolds	1	8,883	8,883	38.77	0.000
Temperatura *Espesor	1	8,696	8,696	37.95	0.000
Número de Reynolds *Inclinación	1	1,702	1,702	7.43	0.030
Número de Reynolds *Espesor	1	4030	4030	90.76	0.001
Inclinación *Espesor	1	3,511	3,511	15.32	0.006
Error	7	1,604	229		
Total	15	289,6286			

Tabla 4.9: Análisis de varianza (ANOVA) del estudio computacional

al comparar las medias de la variable de respuesta en los diferentes niveles de los factores. La hipótesis nula establece que todas las medias de la población (medias de los niveles de los factores) son iguales mientras que la hipótesis alternativa establece que al menos una es diferente.

La tabla 4.9 contiene las sumas de cuadrados, la media de los cuadrados, sus correspondientes grados de libertad y el valor estadístico de prueba F junto con el nivel de significación crítico.

La primera columna determina los grados de libertad los cuales se pueden describir como la cantidad de información suministrada por sus datos que pueden “gastar” para estimar los valores de parámetros de población desconocidos y calcular

la variabilidad de esas estimaciones. Este valor está determinado por el número de observaciones de su muestra y el número de parámetros de su modelo.

La suma de cuadrados (SC) representa una medida de variación o desviación con respecto a la media. El cálculo de la suma total de los cuadrados considera tanto la suma de los cuadrados de los factores como la aleatoriedad o el error.

Los cuadrados medios (MC) representan una estimación de la varianza de población. Se calculan dividiendo la suma correspondiente de los cuadrados entre los grados de libertad. En el ANOVA, los cuadrados medios se utilizan para determinar si los factores (tratamientos) son significativos.

El valor p se emplea para determinar si los resultados son estadísticamente significativos. Los valores p suelen utilizarse en las pruebas de hipótesis, donde se rechaza o no se puede rechazar una hipótesis nula. Un valor p oscila entre 0 y 1, y representa una probabilidad que mide la evidencia en contra de la hipótesis nula. Las probabilidades más bajas proporcionan una evidencia más fuerte en contra de la hipótesis nula. Se puede comparar el valor p con el nivel de significancia (α) para decidir si debe rechazar la hipótesis nula (H_0).

- Si el valor p es menor que o igual a α , se rechaza H_0 .
- Si el valor p es mayor que (α), no se puede rechazar H_0 .

Para el nivel de significancia (α) suele utilizarse un valor de 0.05, entonces, si el valor p es menor que o igual a 0.05, se rechaza H_0 .

En el ANOVA solo se tomaron en cuenta las combinaciones que tenía algún efecto en el proceso, debido a que al analizar todos los factores no nos quedaban grados de libertad para el error, y se necesita por lo menos un grado de libertad para calcular los valores p . Por lo tanto, solo se dejan los factores e interacciones significativos. Generalmente a esto se conoce como “reducción del modelo”. A medida que se eliminan factores del modelo, se cuenta con más grados de libertad para el

cálculo de los valores p . Por lo cual en todas las combinaciones y factores se rechazan la hipótesis H_0 .

4.5.3.2 GRÁFICAS DE INTERACCIÓN

En la figura 4.10, se muestra el diagrama de Pareto de los efectos estudiados. Los factores e interacciones que afectan en el proceso de congelación se muestran después de la línea punteada. Consistente a los resultados experimentales obtenidos en el diseño 2^3 , el factor que influye más en el proceso es la Temperatura, ya que entre menor sea, menor será el tiempo de congelación del producto, siguiendo del Número de Reynolds y el Espesor, y las interacciones entre la Temperatura con el Número de Reynolds, y la Temperatura con el Espesor, respectivamente.

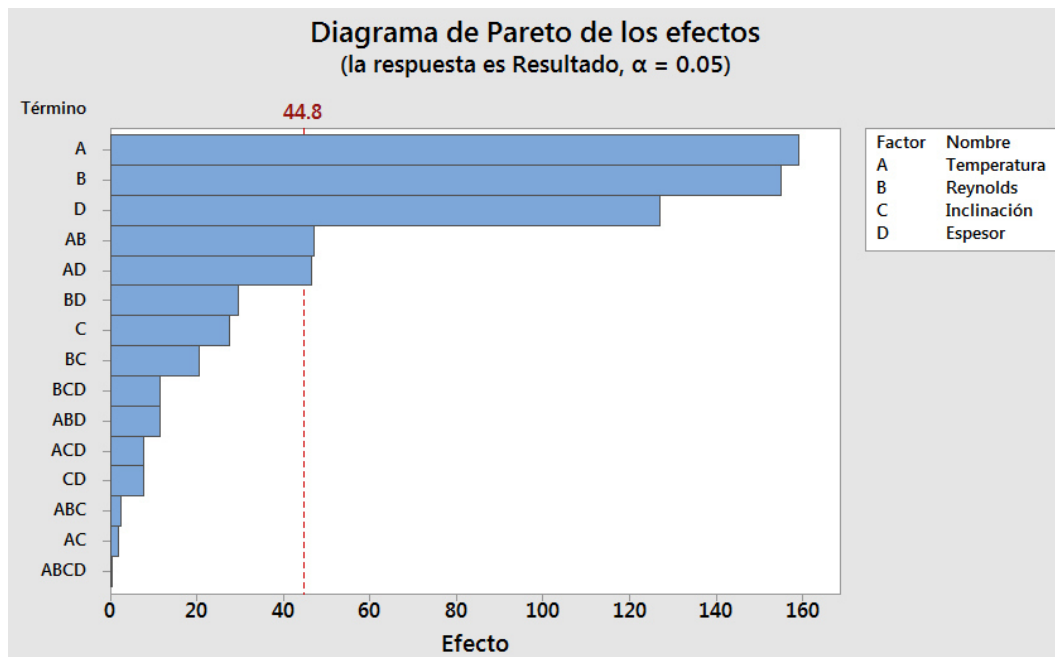


Figura 4.10: Diagrama de Pareto del diseño 2^4

En la figura 4.11 se puede apreciar la influencia que tiene cada factor individualmente. Del lado izquierdo de la gráfica se muestra la media del tiempo en los tratamientos evaluados bajo la variable de cada factor. La línea punteada es el promedio del tiempo de todos los tratamientos involucrados. En la temperatura al

utilizar la variable de -18.6°C se muestra un tiempo mayor, que utilizando -26.6°C , entre estas variables hay una diferencia de tiempo de 160 minutos aproximadamente, por lo cual es el factor que más afecta este proceso. Evaluando el siguiente factor, al utilizar un Número de Reynolds menor el proceso tarda más en llegar al objetivo habiendo una diferencia de 140 minutos aproximadamente entre ambos. En cambio, el factor de la posición del producto tiene una diferencia de tiempo de solo 40 minutos, a pesar de ser poca diferencia hay una ligera ventaja aplicando la inclinación en el producto. El último factor es el espesor, concordando con la literatura, entre menor sea el espesor más rápido se congela el producto.

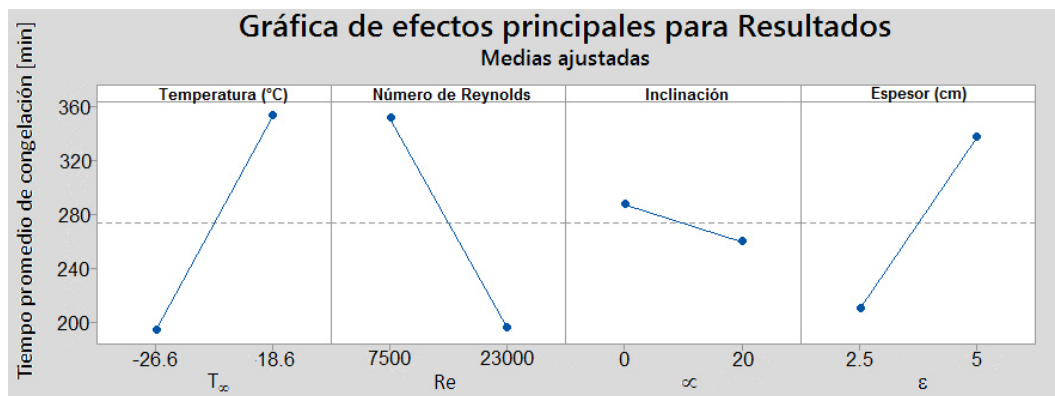


Figura 4.11: Efectos principales del diseño 2^4

Si no hubiera interacciones significativas entre los factores, una gráfica de efectos principales describiría adecuadamente la relación entre cada factor y la respuesta. Sin embargo, como la interacción es significativa, también se debe examinar la gráfica de interacción. Una interacción significativa entre dos factores puede afectar la interpretación de los efectos principales.

En la figura 4.12 se muestran las interacciones que existen entre los factores evaluados. Cada punto de la gráfica de interacción muestra el tiempo de congelación medio con diferentes combinaciones de los niveles de los factores. Si las líneas no son paralelas, la gráfica indica que existe una interacción entre los dos factores. De acuerdo a la pendiente de la línea, si es más pronunciada, se puede concluir que esa variable tiene mayor efecto cuando cambia en el proceso respecto otras variables.

En los resultados se muestra que la única interacción evidente es la combinación del Número de Reynolds y la Inclinación. Se observó en el proceso que entre mayor sea su Número de Reynolds la inclinación tiene menor influencia; pero conforme disminuye el Número de Reynolds se apreció una reducción en el tiempo de congelación.

En la figura 4.12 podemos observar que las pendientes de la líneas son diferentes, siendo las que muestran mayor pendiente las que corresponde a la interacción entre Temperatura con el Número de Reynolds, y Temperatura con Espesor. Por lo anterior concluimos que existe un efecto intenso de interacción entre estos factores, como lo muestra la figura 4.10.

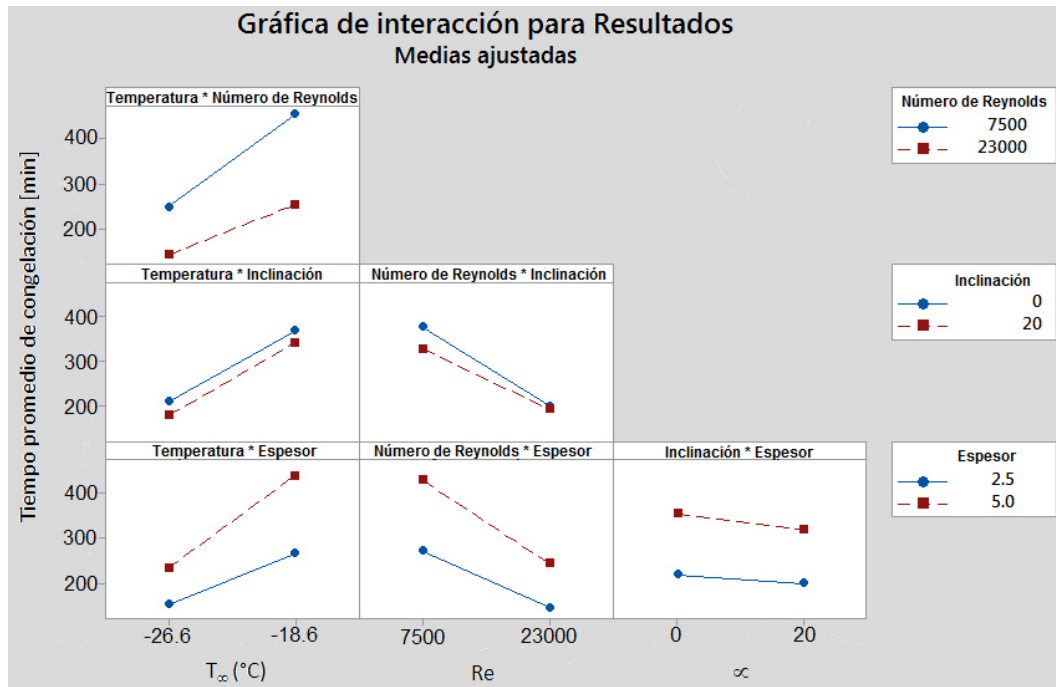


Figura 4.12: Interacciones entre los factores del diseño 2^4

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones derivadas de los resultados experimentales y numéricos obtenidos durante la investigación.

Cabe notar que los resultados obtenidos por el Software de simulación de CFD presentan solo una descripción aproximada del fenómeno ocurrido, y no son una representación exacta del proceso de congelación de alimentos, sin embargo, se lograron resultados que presentan buena comparación con los resultados experimentales.

Se logró crear un diseño funcional para la congelación de alimentos, mediante convección forzada. Las pruebas se realizaron en un congelador horizontal de convección natural marca Whirlpool (WC10001Q), cuyas dimensiones son 84.5 cm de alto, 105.5 cm de ancho y 73.5 cm de fondo, en el cual se introduce un túnel de viento construido con aislante de poliestireno extruido de 2 pulgadas. Las dimensiones del túnel se definieron de acuerdo con las medidas del congelador para que tuviera suficiente espacio en el que pueda fluir el aire. El túnel está conformado por un ventilador axial (Stereon VN6-117M), el cual está conectado a un variador de voltaje PowerFlex 4, esto para modificarlo de acuerdo con los factores que se tienen en el diseño de experimentos. En el centro del túnel, va colocada una parrilla para el alimento que se va a congelar, y en la entrada del túnel se colocaron popotes para direccionar el aire que entra. La medición de la velocidad del flujo dentro del túnel fue realizada

utilizando un Laser Doppler anemómetro en el cual un flujo se siembra con pequeñas partículas de flotabilidad neutra, que dispersan la luz. Las partículas son iluminadas por una frecuencia conocida de la luz láser. La luz dispersada es detectada por un tubo fotomultiplicador (PMT), un instrumento que genera una corriente proporcional a la energía de fotón absorbido, y luego amplifica esa corriente. La diferencia entre el incidente y frecuencias de luz dispersa se llama el desplazamiento Doppler.

Se realizaron 24 pruebas experimentales propuestas en un diseño factorial 2^3 . El cual consta de tres factores y cada uno de ellos cuenta con dos niveles. La finalidad de este diseño de experimentos fue obtener el error que presentan los resultados numéricos respecto a los datos experimentales. Cada tratamiento cuenta con 3 réplicas para determinar la varianza al reproducir el experimento bajo las mismas condiciones. El porcentaje de error estándar entre cada tratamiento se encontró entre 0 y 2%, por lo cual se puede concluir que su variación es baja y que el resultado es confiable.

A diferencia del análisis experimental en el que se empleó un diseño factorial 2^3 , en las simulaciones se utilizó un diseño factorial 2^4 ; Agregando un factor a evaluar.

Este estudio se realizó utilizando el software comercial ANSYS Fluent que es un programa que permite la solución de problemas de flujo de fluidos y transferencia de calor para geometrías simples y complejas. Este programa resuelve las ecuaciones diferenciales de conservación de masa y cantidad de movimiento para flujos. Resuelve una ecuación adicional para la conservación de energía en todos los casos, mediante el método de volúmenes finitos.

Para calcular una solución y mostrar resultados, FLUENT utiliza una interfase interactiva donde se trabajan las tres etapas principales un pre-procesamiento, la solución y el post-procesamiento.

El modelado analítico de un proceso de congelación de alimentos es una tarea muy compleja, debido principalmente al cambio de fase que está implicado. Además de la gran diferencia en los valores de la comida: densidad, conductividad térmica y capacidad calorífica entre los estados congelados y no congelados. Para simular

el cambio de fase en los estudios numéricos se utilizó el método de calor específico aparente, en el cual, el calor latente se fusiona con el calor sensible para producir una curva de calor específico con un largo pico alrededor del punto de congelación. Las propiedades térmicas del producto se consideran dependientes de la temperatura en un rango de -18 a 20°C .

Una vez que se contó con los resultados de ambas pruebas se realizó una comparación para determinar la diferencia que existe y validar el estudio numérico. Los resultados variaron entre un 0.34 a 5.98 %. De acuerdo a la literatura especializada, es un porcentaje conveniente y satisfactorio.

Los factores que por revisión en la literatura, se consideran influyen en el proceso de congelación de alimentos son: temperatura, velocidad del flujo y espesor, en ese orden. Esto mismo fue evidente en los resultados obtenidos por el programa Minitab.

Los resultados se analizan en el programa Minitab. El cual está diseñado para ejecutar funciones estadísticas básicas y avanzadas. El programa incorpora opciones vinculadas a las principales técnicas de análisis estadístico (análisis descriptivo, contrastes de hipótesis, regresión lineal y no lineal, series temporales, análisis de tiempos de fallo, control de calidad, análisis factorial, ANOVA, etc.), además de proporcionar un potente entorno gráfico y de ofrecer total compatibilidad con los editores de texto, hojas de cálculo y bases de datos más usuales.

El tratamiento que posee menor tiempo de congelación es el tratamiento 16. Éste consiste en la temperatura más baja, la velocidad del fluido más alta, el espesor más pequeño y el producto se encuentra con una inclinación de 20° con respecto a la corriente libre del flujo forzado.

El factor que más influye en este proceso es la Temperatura seguido de la Velocidad del flujo y el Espesor. El factor que no se menciona en la literatura pero que se evaluó en este estudio fue la variación en la posición del producto, donde por la inclinación se encontró poca influencia en comparación con los demás factores

evaluados, pero se notó que el aplicarle la inclinación al producto ayudaba en el proceso, y que entre menor fue la velocidad este factor disminuye el tiempo de congelación. Por ejemplo los tratamientos 5 y 7 que la única variable es el ángulo de inclinación del producto varia en 75 minutos, siendo mejor el tratamiento que tiene un ángulo de 20° .

Las interacciones que se presentaron relevantes son la combinación de la temperatura con la velocidad del flujo, y la temperatura con el espesor.

A pesar de obtener resultados que concuerdan con otros autores, se tiene un margen de error debido a que las propiedades del producto fueron obtenidos de la literatura y no se pudieron determinar de acuerdo con cada muestra elaborada.

Durante la realización de las pruebas físicas se encontró que la interacción más importante es la combinación de la temperatura con el Número de Reynolds y que el uso del producto en más de 5 ocasiones, afectaba considerablemente las propiedades térmicas como la densidad, conductividad térmica y calor específico de este. Por lo tanto, se cambiaba la muestra cada tratamiento para evitar este suceso.

CAPÍTULO 6

TRABAJO FUTURO

Después de los logros obtenidos y los alcances propuestos con este trabajo de tesis algunos temas de trabajo para dar una continuidad en esta área son:

- Evaluar más factores en el proceso de congelación de alimentos algunos de ellos pueden incluir:
 - Colocar el alimento sobre una placa eutéctica y evaluar si por medio de conducción de calor el producto tarda menos en congelarse.
 - En el factor de Inclinación ya evaluado en este trabajo, modificarlo con diferentes posiciones y determinar con que ángulo de inclinación se reduce más el tiempo de congelación.
- Determinar las propiedades del producto por medio experimental, ya que en este estudio se trabajó con propiedades obtenidas de la literatura.
- Arreglo en las piezas del alimento, ya que pueden estar apiladas, agrupadas horizontalmente, con cierta distancia o sin ella.
- Calcular el gasto de energía en cada tratamiento y determinar el ahorro utilizando el tratamiento con menor tiempo de congelación.

APÉNDICE A

APÉNDICE

A.1 FICHA TÉCNICA DEL VENTILADOR

Ventilador firma Steren VN6-117M

-Alimentación: 117 Vca

-Corriente de consumo: 220 mA

-Potencia: 18 W

-Decibeles: 48 dBA

-RPM: 2650/3000

-Dimensiones: 12 cm de largo x 12 cm de alto x 3.8 cm de espesor (6 pulgadas)

-Consumo nominal: 432 Wh/día

-Dimensiones: 12 cm x 12 cm x 3.8 cm

-Peso: 556 gr



Figura A.1: Ventilador VN6-117M

A.2 FICHA TÉCNICA DEL VARIADOR DE VELOCIDAD

Variador de Velocidad de CA PowerFlex® 4

- Clasificaciones de alimentación eléctrica: De 100 a 120 V: De 0.2 a 1.1 kW/0.25 a 1.5 Hp/1.5 a 6 A -IP20/NEMA/UL de tipo abierto, variador en placa, montaje en brida y riel DIN
- Kit de conversión de envoltorio IP30 NEMA/UL tipo 1 opcional
- Se permiten temperaturas ambiente de hasta 50°C (122°F) con separación mínima entre los variadores
- Los variadores Zero Stacking™ soportan temperaturas ambiente de hasta 40°C (104 °F)
- Control V/Hz, compensación de deslizamiento
- Comunicación RS-485 integral
- Módulo convertidor en serie opcional para utilizarse con cualquier controlador que admita mensajería DF1
- Módulos de comunicación ControlNet™, DeviceNet™, EtherNet/IP™, Profibus DP, BACnet™ y LonWorks® opcionales



Figura A.2: Variador de Velocidad

A.3 PROGRAMA PARA REGISTRO DE TEMPERATURAS LABVIEW

En este apéndice se muestran las imágenes del programa elaborado en LabVIEW, utilizado para el registro de las temperaturas en el congelador y en el producto a congelar.

En la figura A.3, se muestra el programa en donde se recaban las temperaturas tomadas en el producto.

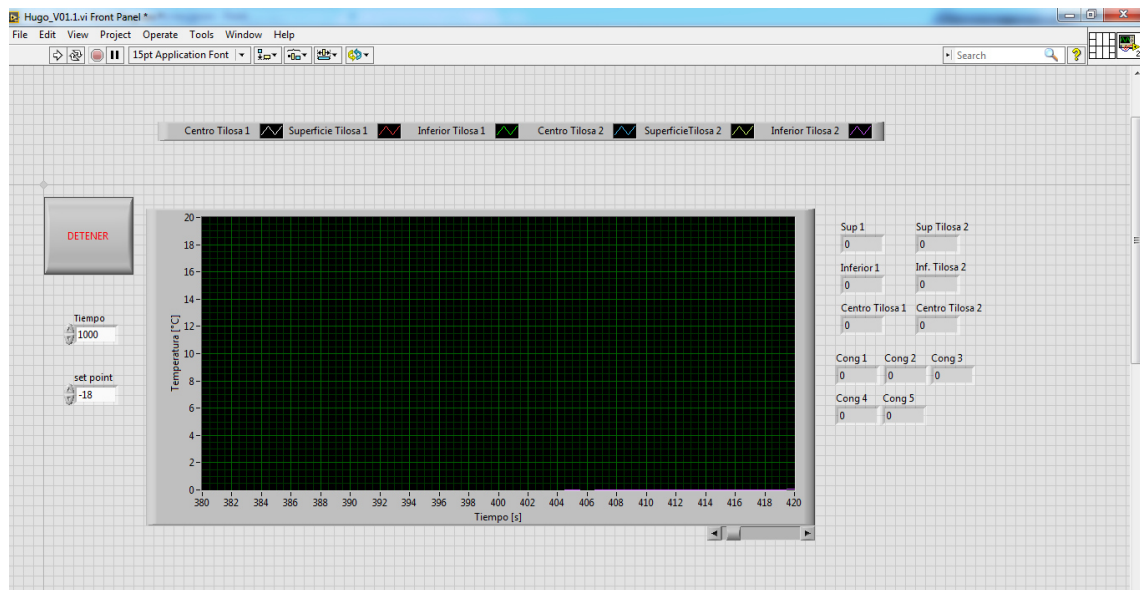


Figura A.3: Panel Frontal

En la figura A.4, se muestra el programa en donde se recaban las temperaturas intermedias del fluido refrigerante.

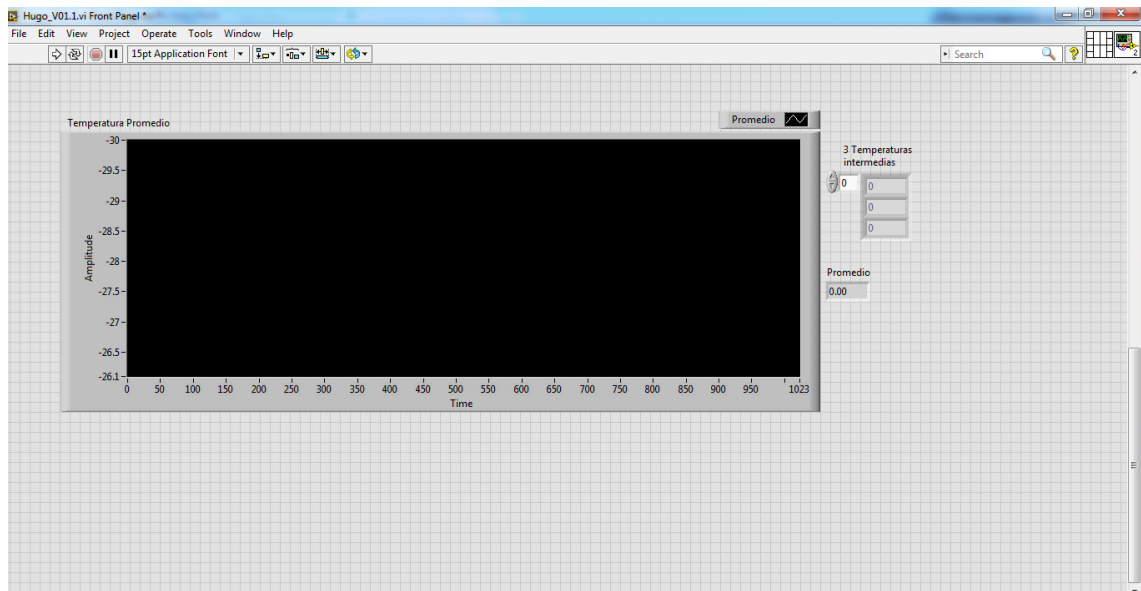


Figura A.4: Panel Frontal

En la figura A.5, se muestra el arreglo del programa empleado.

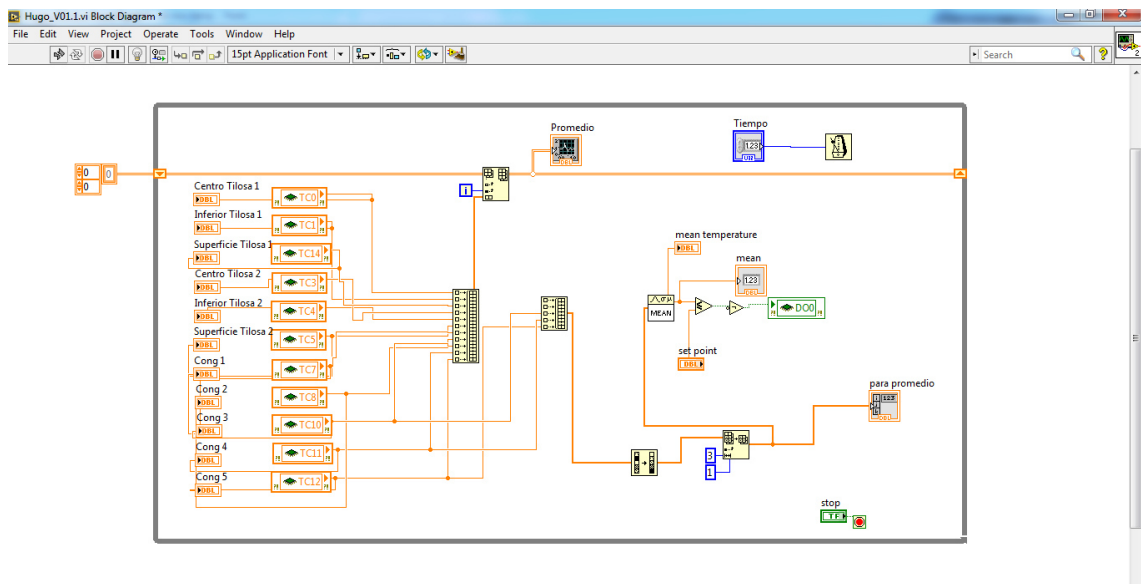


Figura A.5: Diagrama de Bloques

A.4 PRODUCTO UTILIZADO EN EL PROCESO DE CONGELACIÓN

La utilización de este producto es recomendada en la Norma Oficial Mexicana NOM-J-447-1988, la cual menciona que sus propiedades térmicas son muy similares a la de los alimentos. Por lo anterior, es utilizada en las pruebas realizadas a los gabinetes de refrigeración comercial.

Durante la realización de las evaluaciones físicas se encontró que al utilizar este producto por múltiples ocasiones, congelando y descongelando, en la quinta ocasión que se reutilizaba sus propiedades ya se iban degradando, disminuyendo su temperatura de cambio de fase, como se muestra en la imagen A.6

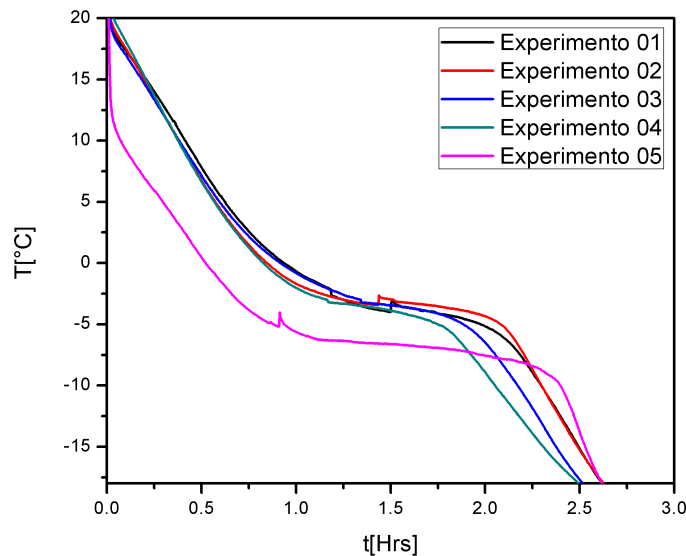


Figura A.6: Proceso de congelación de la misma muestra de l producto empleada en varias ocasiones

A continuación se muestran los pasos para realizar las muestras empleadas en este trabajo.





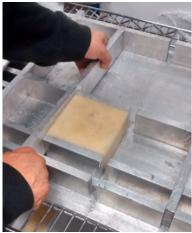

Pasos	Descripción
	Se colocan 382.1 mililitros de agua, 2.5 gramos de cloruro de sodio, 0.4 gramos de paraclorometacresol y 115 gramos de oxi-etil-metil celulosa, ésta se coloca en último lugar ya que al momento de mezclarla se espesa y tiende a cuajar rápidamente
	Con una batidora se mezclan mejor las sustancias, hasta que todo esté correctamente mezclado y se logre una masa consistente
	Posteriormente se coloca la masa en el molde. Se trata de recopilar toda la masa pegada en la batidora y en el recipiente, y con una espátula se le da forma en la superficie y las esquinas del cuadrado
	Se deja reposar durante 2 horas a temperatura ambiente para que endurezca la mezcla
	Una vez que ya haya endurecido la mezcla, se retiran las paredes del molde y se emplea la mezcla
	Se coloca en el siguiente molde ya empleado para llevarlo a un congelador y dejar que el paquete se congele. Finalizado este proceso se vuelve a pesar.

Tabla A.1: Metodología para las muestras

BIBLIOGRAFÍA

- [1] C. N. para el Uso Eficiente de la Energía, <http://www.conuee.gob.mx/wb/>.
- [2] H. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. London: Pearson Education Limited, 2 ed., 2007.
- [3] Q. T. Pham, *Food Freezing and Thawing Calculations*. Australia: Springer Science, 1 ed., 2014.
- [4] J. Karthikeyan, K. M. Desai, D. Salvi, R. Bruins, and M. V. Karwe, “Effect of temperature abuse on frozen army rations. part 1: Developing a heat transfer numerical model based on thermo-physical properties of food,” *Food Research International*, vol. 76, pp. 595–604, 2015.
- [5] M. V. Santos and A. R. Lespinard, “Numerical simulation of mushrooms during freezing using the fem and an enthalpy: Kirchhoff formulation,” *Heat Mass Transfer*, vol. 47, pp. 1671–1683, 2011.
- [6] D. C. Montgomery, *Diseño y análisis de experimentos*. Limusa Wiley, 2 ed., 2005.
- [7] P. Spalart and S. Allmaras, “One-equation turbulence model for aerodynamic flows,” *AIAA Paper 92-0439*, 1992.
- [8] *ANSYS Fluent Theory Guide*. 2013.
- [9] NOM-J-447-1988, *NORMA Oficial Mexicana Productos eléctricos-Gabinetes de refrigeración comercial*.

- [10] *Garantía de la Inocuidad y Calidad de los Alimentos: Directrices para el Fortalecimiento de los Sistemas Nacionales de Control de los Alimentos*. Rome: FAO, 1 ed., 2003.
- [11] Z. Gruda, J. Postolski, and J. Escobar, *Tecnología de la congelación de los alimentos*. Acribia, 1986.
- [12] Y. Cengel, *Transferencia de calor y masa*. McGraw-Hill Interamericana de España S.L., 2011.
- [13] O. R. Fennema, W. D. Powrie, and E. H. Marth, *Low-Temperature Preservation of Foods and Living Matter*. Taylor & Francis, 1 ed., 1973.
- [14] G. Barbosa-Cánovas, B. Altunakar, and D. J. Mejía-Lorio, *Freezing of fruits and Vegetables*. Rome,Italy: FAO, 1 ed., 2005.
- [15] *Handbook - Refrigeration*. American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., 2006.
- [16] R. P. Singh and D. R. Heldman, *Introduction to Food Engineering*. China: Food Science and Technology, International Series, 4 ed., 2009.
- [17] L. Bjornlund, *How the refrigerator changed history*. United States of America: Abdo Publishing, 1 ed., 2015.
- [18] I. N. de Estadística y Geografía, <http://www.inegi.org.mx>.
- [19] N. W. Desrosier, *Fundamentals of Food Freezing*. USA: The AVI Publishing company, Inc, 1 ed., 1977.
- [20] P. Persson and G. Lohndal, *Frozen Food Technology*. London, UK.: Chapman and Hall, 1 ed., 1993.
- [21] Y. H. B. Kim, C. Liesse, R. Kemp, and P. Balan, “Evaluation of combined effects of ageing period and freezing rate on quality attributes of beef loins,” *Meat Science*, vol. 110, pp. 40–45, 2015.

- [22] L. E. Rodezno, S. Sundararajan, K. M. Solval, A. Chotiko, J. Li, J. Zhang, L. Alfaro, J. D. Bankston, and S. Sathivel, “Cryogenic and air blast freezing techniques and their effect on the quality of catfish fillets,” *Food Science and Technology*, vol. 54, pp. 377–382, 2013.
- [23] D. Liang, F. Lin, G. Yang, X. Yue, Q. Zhang, Z. Zhang, and H. Chen, “Advantages of immersion freezing for quality preservation of litchi fruit during frozen storage,” *Food Science and Technology*, vol. 60, pp. 948–956, 2015.
- [24] M. López-Leiva and B. Hallstrom, “The original plank equation and its use in the development of food freezing rate predictions,” *Journal of Food Engineering*, vol. 58, pp. 267–275, 2003.
- [25] M. N. Ozisik, *Heat Conduction*. United States of America: Library of Congress Cataloging, 2 ed., 1993.
- [26] Z. Wang, H. Wu, G. Zhao, X. Liao, F. Chen, J. Wu, and X. Hu, “One-dimensional finite-difference modeling on temperature history and freezing time of individual food,” *Journal of Food Engineering*, vol. 79, pp. 502–510, 2007.
- [27] J. Dima, M. Santos, P. Baron, A. Califano, and N. Zaritzky, “Experimental study and numerical modeling of the freezing process of marine products,” *Food and Bioproducts processing*, vol. 92, pp. 54–66, 2014.
- [28] N. O. Moraga, L. A. Jauriat, and R. A. Lemus-Mondaca, “Heat and mass transfer in conjugate food freezing/air natural convection,” *International Journal of Refrigeration*, vol. 35, pp. 880–889, 2012.
- [29] N. O. Moraga and E. E. Medina, “Conjugate forced convection and heat conduction with freezing of water content in a plate shaped food,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 43, pp. 53–67, 2000.
- [30] C. A. Perussello, V. C. Mariani, and A. C. do Amarante, “Combined modeling of thermal properties and freezing process by convection applied to green beans,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 31, pp. 2894–2901, 2011.

-
- [31] S. de Energía, *<http://www.gob.mx/sener>*.
- [32] S. de Información Energética, *<http://sie.energia.gob.mx/>*.
- [33] J. C. de Gortari, *Fundamentos de transferencia de calor*. México, D.F: Ediciones Científicas Universitarias, 1 ed., 1999.
- [34] F. Incropera and D. DeWitt, *Fundamentos de transferencia de calor*. Pearson Educación, 4 ed., 1999.
- [35] R. T. Toledo, *Fundamentals of Food Process Engineering*. United States of America: Springer, 3 ed., 2007.
- [36] C. Hirsch, *Numerical Computation of Internal and External Flows*. Great Britain: Butterworth-Heinemann, 2 ed., 2007.
- [37] D.-W. Sun, *Computational Fluid Dynamics in Food Processing*. United States of America: Taylor and Francis Group, 1 ed., 2007.
- [38] R. Cámara, J. Barceló, and A. Científico, *Introducción a la mecánica de fluidos y transferencia de calor con COMSOL Multiphysics*. Addlink Software Científico, 2007.
- [39] J. H. Ferziger and M. Perić, *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Germany: Bertelsmannspringer, 3 ed., 2002.
- [40] Y. Cengel and J. M. Cimbala, *Fluid Mechanics Fundamentals and Applications*. Singapore: McGraw-Hill Companies, Inc, 1 ed., 2006.
- [41] J. Blazek, *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*. USA: Isevier Science Ltd, 1 ed., 2001.
- [42] F. White, *Mecánica de Fluidos*. McGraw-Hill Interamericana de España S.L., 6 ed., 2008.
- [43] P. S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. McGRAW HILL, 1980.

-
- [44] D.-W. Sun, *Thermal Food Processing*. USA: Taylor & Francis Group, 2 ed., 2012.
- [45] N. B. V., G. L. C., and C. H. Herrera, *Química de alimentos*. Editorial Universidad de Costa Rica, 1 ed., 2003.
- [46] J. B. Méndez and A. J. S. Briceño, *Operaciones de conservación de alimentos por bajas temperaturas*. Venezuela: Equinoccio, 1 ed., 2006.
- [47] F. Yang, *Progress in Applied Mathematical Modeling*. 2008.
- [48] Q. T. Pham, “Modelling heat and mass transfer in frozen foods: a review,” *International Journal of Refrigeration*, vol. 29, pp. 876 – 888, 2006.
- [49] V. SWEAT, “Experimental value of thermal conductivity of selected fruits and vegetables,” *Food Science*, vol. 39, pp. 1080–1083, 1974.
- [50] A. Llagostera, *Pruebas estadísticas en la investigación de mercados: guía de aplicación*. Universidad Católica Andrés Bello, 1998.
- [51] NASA, *National Aeronautics and Space Administration*. <http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/errors.html>. 2008.