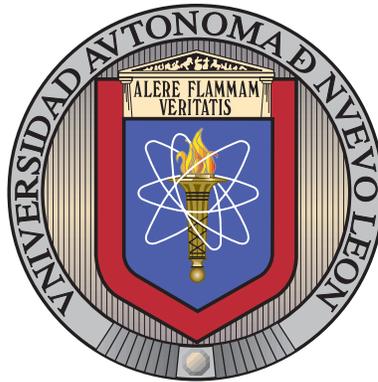


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



IDENTIFICACIÓN, RECONOCIMIENTO Y
CLASIFICACIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS EN TRES
DIMENSIONES.

POR

DÉBANHI BERMÚDEZ AYALA

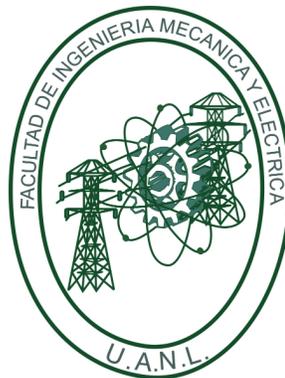
COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAestría EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA

28 DE FEBRERO DEL 2018

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



IDENTIFICACIÓN, RECONOCIMIENTO Y
CLASIFICACIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS EN TRES
DIMENSIONES.

POR

DÉBANHI BERMÚDEZ AYALA

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAestrÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA

28 DE FEBRERO DEL 2018

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Identificación , reconocimiento y reconstrucción de figuras geométricas en tres dimensiones.», realizada por el alumno Débanhi Bermúdez Ayala, con número de matrícula 1476263, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica.

El Comité de Tesis



Dr. Jesús Emmanuel Gómez Correa

Asesor



Dr. Juan Ángel Rodríguez Liñán

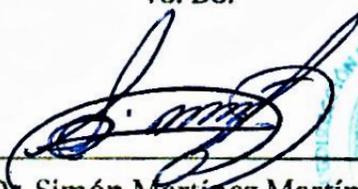
Revisor



Dra. Sandra Eloísa Balderas Mata

Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirector de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 28 de febrero del 2018

*A mis padres, porque
todo lo que he logrado a
sido gracias a ustedes.*

Los amo.

Agradecimientos

Me gustaría comenzar agradeciendo a las personas que conforman el Posgrado en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica por haberme otorgado la oportunidad de formar parte del plan de estudios del posgrado, así como a los docentes que de alguna manera me apoyaron para llegar hasta aquí.

Muchas gracias al CONACYT por otorgar becas y dar apoyo a los programas de investigación de la facultad, por darle la oportunidad a estudiantes de continuar con sus estudios.

Muchas gracias a mi asesor el Dr. Jesús Emmanuel Gómez Correa por todo su apoyo, paciencia y por siempre estar dispuesto a compartir sus conocimientos para que este trabajo saliera adelante, así como confiar en mí para llevarlo a cabo.

A mi madre, gracias por siempre estar para mí sin importar las circunstancias, dándome tu amor incondicional y levantándome de mis tropiezos a lo largo de la vida. Por formar en mí un carácter que nunca se da por vencido.

A mi padre, por siempre impulsarme a ser una mejor versión de mí y mostrarme que todo lo que me proponga lo puedo lograr con dedicación y esfuerzo. Espero que el camino que decidí tomar los haga sentir orgullosos.

Gracias a todos los que de alguna manera u otra aportaron algo en mi vida que me hizo llegar hasta donde me encuentro ahora.

RESUMEN

La visión computacional ha ido evolucionando notablemente con el paso del tiempo, llegando al punto donde ha sido posible crear sistemas capaces de reconocer objetos en tres dimensiones, esto con el fin de que las máquinas tengan la capacidad de poder analizar lo que les rodea lo más parecido al ser humano. Sin embargo, actualmente existe el problema computacional para identificar objetos tridimensionales a partir de una sola imagen bidimensional, ya que la capacidad de los sistemas actuales requieren de imágenes con diferentes puntos o proyecciones de un mismo objeto. En este trabajo se propone el diseño de un sistema de reconocimiento y reconstrucción de figuras geométricas tridimensionales llamadas poliedros. Este reconocimiento se lleva a cabo utilizando información de sus propiedades y características geométricas mediante un método de reconocimiento y clasificación que obtiene información a partir de una sola imagen bidimensional.

Índice General

Resumen	VI
Índice de Figuras	IX
Índice de Tablas	XIII
Lista de Símbolos	XIV
1. Introducción	1
1.1. Justificación	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Contenido	4
2. Conceptos básicos de las figuras geométricas	5
2.1. Polígonos	5
2.2. Poliedros	7
2.2.1. Poliedros regulares	7
2.2.2. Poliedros irregulares	9
2.3. Compacidad.	10
2.3.1. Medidas de compacidad.	10
2.4. Análisis de la compacidad en 3D	11
2.4.1. Poliedros regulares	12
2.4.2. Figuras irregulares	15
3. Conceptos básicos de procesamiento de imagen	17
3.1. Proceso de visión	17

3.1.1. Formación de imágenes	18
3.1.2. Procesamiento de la información	19
3.1.3. Análisis de la información	20
3.2. Componentes de una imagen digital	20
3.2.1. Características geométricas	21
3.2.2. Características cromáticas.	21
4. Identificación y reconstrucción 3D	24
4.1. Identificación	24
4.1.1. Contorno de la imagen	24
4.2. Reconocimiento	28
4.2.1. Transformada de Hough	29
4.3. Métodos de reconstrucción	31
4.3.1. Detección de esquinas	31
4.3.2. Triangulación de puntos	31
4.3.3. Figuras curvas	33
4.3.4. Dos o más figuras en una misma imagen	34
5. Clasificación 3D	36
5.1. Desarrollo	36
5.1.1. Escala de grises y binarización	37
5.1.2. Segmentación de la imagen	38
5.1.3. Extracción de características	40
5.1.4. Clasificador 2D	40
5.1.5. Funcionamiento del clasificador 2D	44
5.2. Discusión de los resultados del clasificador 2D	45
5.3. Algoritmo de clasificación en 3D	46
5.4. Resultado de prueba	47
Conclusiones	54

Bibliografía	57
A. Obtención de la fórmula general de la compacidad clásica	58
B. Pruebas de clasificación 2D	60
B.1. Prueba con polígonos regulares.	60
B.2. Prueba con figuras irregulares.	61
B.2.1. Resultados.	62
C. Pruebas de reconstrucción 3D	65
C.1. Dodecaedro.	65
C.2. Prisma pentagonal.	68
C.3. Figura curva.	71
C.3.1. Jarrón.	71
C.3.2. Pera.	72

Índice de figuras

2.1. Ejemplos de polígonos regulares.	6
2.2. Ejemplos de polígonos irregulares.	6
2.3. Ejemplos de poliedros regulares.	8
2.4. Poliedros irregulares: prismas.	9
2.5. Poliedros irregulares: pirámide.	9
2.6. Relación superficie–volumen para diferentes poliedros	14
3.1. Ejemplo de los ejes (x, y) en una imagen.	18
3.2. Proceso de visión.	19
3.3. Diagrama cromático RGB	22
3.4. Diagrama cromático HSV	22
4.1. Imagen de referencia para reconstrucción en 3D. Cubo.	25
4.2. Método de obtención de gradiente para una sección de 2×2	26
4.3. Método de obtención de gradiente para una sección de 3×3	27
4.4. Resultado del contorno por el método de gradiente.	27
4.5. Resultado del contorno por medio del operador Sobel.	28
4.6. Transformada de Hough de la imagen de referencia.	30
4.7. Líneas detectadas en el contorno de la figura.	30
4.8. Punto de referencia de la imagen en tres dimensiones.	32
4.9. Resultado del método de reconstrucción para un cubo.	33
4.10. Resultado de la reconstrucción de un cilindro.	33

4.11. División del contorno de la figura detectada.	34
4.12. Resultado de la reconstrucción de un cilindro.	34
5.1. Segmentación de la imagen en 2D.	37
5.2. Imagen de referencia para clasificador 2D.	38
5.3. Procesamiento de la imagen en 2D a escalas de grises y binarizado.	38
5.4. Segmentación de la imagen en 2D.	39
5.5. Imagen para método experimental 2D.	42
5.6. Tamaños propuestos de figuras.	43
5.7. Resultado de la clasificación 2D.	45
5.8. Imagen de referencia para la clasificación 3D.	47
5.9. Imagen de referencia para la clasificación 3D en escala de grises.	47
5.10. Contornos obtenidos de la imagen de referencia para la clasificación 3D.	48
5.11. Transformada de Hough y vértices detectados para el primer cubo traslapado.	48
5.12. Transformada de Hough y vértices detectados para el cubo mas grande mostrado en la imagen de referencia.	48
5.13. Transformada de Hough y vértices detectados para la pirámide detectada en la ima- gen de referencia.	49
5.14. Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (píxeles).	50
5.15. Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (conversión a cm).	51
5.16. Resultado del clasificador en 3D.	52
B.1. Imagen de prueba clasificación 2D con solo figuras regulares.	60
B.2. Resultado de prueba con solo figuras regulares. Clasificador 2D.	61
B.3. Imagen de prueba para figuras irregulares.	62
B.4. Clasificación de los círculos y cuadrados detectados.	63
B.5. Clasificación de rectángulos y estrellas detectadas.	63
B.6. Clasificación de los diferentes triángulos detectados.	64
C.1. Imagen de referencia. Dodecedro.	65

C.2. Transformada de Hough. Dodecedro.	66
C.3. Reconstrucción. Dodecedro.	66
C.4. Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (píxeles).Dodecaedro.	67
C.5. Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (cm).Dodecaedro.	67
C.6. Imagen de referencia. Prisma pentagonal.	68
C.7. Transformada de Hough. Prisma pentagonal.	69
C.8. Reconstrucción. Prisma pentagonal.	69
C.9. Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (píxeles).Prisma pentagonal.	70
C.10.Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (cm).Prisma pentagonal.	70
C.11.Imagen de referencia. Jarrón.	71
C.12.División de contornos. Jarrón.	71
C.13.Reconstrucción. Jarrón.	72
C.14.Imagen de referencia. Pera.	72
C.15.División de contornos. Pera.	73
C.16.Reconstrucción. Pera.	73

Índice de tablas

2.1. Teorema de Euler	8
2.2. Compacidad de poliedros regulares.	13
2.3. Compacidad compuesta para poliedros regulares.	15
2.4. Propiedades para la obtención de la compacidad compuesta para poliedros irregulares.	15
2.5. Compacidad compuesta para poliedros irregulares propuestos.	16
5.1. Compacidad de polígonos regulares de 3 a 10 lados.	41
5.2. Compacidad modificando tamaño de figura.	43
5.3. Compacidad modificando tamaño de imagen.	43
5.4. Compacidad modificando resolución de la imagen.	44
5.5. Condición para la clasificación de las figuras.	46
5.6. Características de la cámara utilizada.	47
B.1. Resultados experimentales de compacidad de figuras irregulares en 2D.	61
B.2. Máximos y mínimos de C_c en figuras irregulares 2D.	62

Nomenclatura

RGB	Red, Green, Blue. Rojo, Verde, Azul.
CCD	Charge-coupled device. Dispositivo de carga acoplada.
JTC	Joint transform correlator. Correlador de transformación conjunta.
x	Posición del pixel en el eje x.
y	Posición del pixel en el eje y.
M, N	Dimensión de la imagen.
HSV	Hue, Saturation, Value. Matiz, Saturación, Valor.
C_c	Compacidad clásica.
C_{DN}	Compacidad discreta normalizada.
C_D	Compacidad discreta.
n	Número de lados de la figura.
P	Perímetro de la figura.
$2D$	Dos dimensiones.
$3D$	Tres dimensiones.
a	Valor de la apotema de la figura.
α	Valor del ángulo central de la figura.
L	Longitud del lado de la figura.
r	Valor del radio de la figura.
cm	Centímetros.
θ	Ángulo del punto analizado por la transformada de Hough.
ρ	Distancia del punto analizado por la transformada de Hough al origen.

$n_{aristas}$	Número de aristas que tiene una figura.
A_{sup}	Área superficial de la figura.
C_{comp}	Compacidad compuesta.
h	Altura de la figura.
MP	Megapíxeles. Unidad de medida para definir el tamaño de una imagen.
mm	Milímetros.
A_{sup}	Área superficial de la figura.
C_{comp}	Compacidad compuesta.
h	Altura de la figura.

Capítulo 1

Introducción

Uno de los objetivos generales de la visión computacional es que el sistema de visión sea capaz de reconocer objetos en tres dimensiones, es decir, que tengan la capacidad de parecida al humano de reconocer y reconstruir el entorno que los rodea a partir de imágenes captadas y así poder tomar acciones apropiadas según las aplicaciones tecnológicas requeridas. La visión computacional y el procesamiento de imágenes suelen ser catalogadas como si tuvieran el mismo enfoque dentro del campo de la investigación ya que están relacionadas entre sí pero no son los mismo.

El procesamiento de imágenes busca mejorar una imagen para su interpretación por una persona mientras que la visión computacional busca la interpretación de las imágenes por medio de la computadora. Conociendo esto podemos proceder a una explicación mas profunda acerca de los temas desarrollados en esta tesis.

Uno de los temas más especializados en reconocimiento de figuras es a través de descriptores de formas, los cuales toman la información a partir de imágenes en dos dimensiones.

1.1. Justificación

La manera con la que el ojo humano capta su entorno ha llevado a investigadores al deseo de desarrollar métodos para la interpretación de imágenes por medio de sistemas computacionales.

La presente investigación se enfoca en diseñar un sistema de reconocimiento y extracción de características para figuras geométricas las cuales nos proporcionan información básica para pos-

teriormente poder realizar una reconstrucción. Tras muchos años de investigación varios estudios han demostrado que es un problema muy complejo el poder captar e identificar imágenes.

En la actualidad sólo existen métodos de reconstrucción que requieren un sistema de procesamiento complejo por la cantidad de información que se debe de recabar de la imagen deseada y la complejidad del equipo de visión necesario para esto. Esta situación hace que al momento de implementar este sistema en algún proceso de la vida real, el costo de inversión es elevado y de utilizar componentes de bajo costo se pone en riesgo el tiempo de procesamiento.

En esta investigación se propone implementar un proceso el cual obtiene las características de la figura con tan solo una imagen, así como demostrar como afectan las propiedades de la imagen directamente en el procesamiento. Esto con el fin de poder analizar los tiempos de procesamiento así como encontrar un nuevo método de clasificación de figuras mas sencillo a los ya existentes en la literatura. Con estos resultados se analiza la posibilidad de un sistema de reconocimiento que no solo tendrá un procesamiento rápido y sencillo sino también de bajo costo.

1.2. Antecedentes

En la actualidad se tiene el siguiente problema computacional; que es difícil lograr ser constante en la identificación de objetos tridimensionales a través de imágenes bidimensionales, ya que depende como se ve el mismo el objeto desde diferentes ángulos. Si se logra reconstruir la misma descripción estructural, desde todas las vistas posibles de un objeto, se obtendrá la constancia del objeto.

En la teoría de reconocimiento por componente (RBC, por sus siglas en inglés) de Biederman [1], las descripciones estructurales están compuestas de conjuntos de volúmenes 3D simples como figuras geométricas, junto con las relaciones espaciales de su posición. Lo interesante de las figuras geométricas es que, a diferencia de objetos más complejos, poseen un pequeño conjunto de propiedades definitorias que aparecen en sus proyecciones 2D vistas desde casi cualquier punto.

En 1985, el trabajo de Besl y Jain [2] aportó información sobre el reconocimiento de las figuras en tres dimensiones. A partir de varias imágenes en dos dimensiones pero captadas desde dife-

rentes puntos de vista se puede obtener información más específica de objetos sólidos, ya que una sola imagen en dos dimensiones no aporta información relevante acerca de la profundidad del objeto.

Para la obtención de las propiedades de la imagen se puede utilizar diferentes métodos como las medidas de compacidad. La compacidad es un parámetro cuantitativo de la forma y se calcula mediante la interacción entre el área y perímetro de una imagen digital [3].

Las medidas de compacidad empleadas son:

- La compacidad clásica.
- Compacidad discreta normalizada.
- Factor E.
- Factor E normalizado.
- Peura.

En 1999, Esteve-Taboada [4] realizó un trabajo de reconocimiento de patrones por medio de profilometría de la transformada de Fourier, el cual está basado en proyectar una rejilla en la superficie de un objeto y capturar la resultante de la imagen con una cámara CCD (Charge-coupled device o dispositivo de carga acoplada), y un reconocimiento en tiempo mediante el correlador de la transformación de la articulación (*JTC*), donde este patrón contiene información sobre la profundidad y forma del objeto.

Calzada en 2013 [5] en conjunto con el instituto de León, demostró que utilizando haces de luz se pueden obtener imágenes de un objeto tridimensional, pero no reconstruye, sólo se toma la información de las imágenes para mostrar el perfil del objeto con el cual se obtienen vectores característicos de cada imagen tomada en el tiempo, y por medio de correlación de vectores se obtiene un vector característico específico del objeto.

Estos trabajos utilizan en su proceso de clasificación algoritmos principalmente supervisados, el más común es por medio de redes neuronales artificiales (RNA), el cual no se puede saber con exactitud cómo es que la red aprende ya que las RNA son “cajas negras”, pero a pesar de esto son las de mayor eficiencia.

1.3. Contenido

El resto del documento está organizado de la siguiente forma:

En el capítulo 2 da introducción a las figuras geométricas, poliedros, polígonos incluyendo regulares e irregulares. También tratamos sus conceptos básicos así como algunas medidas básicas que necesitamos en la investigación como la compacidad.

El capítulo 3 aborda conceptos básicos del procesamiento de imágenes. Algunos temas que componen este capítulo son la formación de la imagen, procesamiento de información, componentes de la imagen digital, extracción de características, entre otros.

En el capítulo 4 comenzamos con una parte importante del proceso utilizados, es la explicación de la obtención de las características de la imagen para la identificación y reconocimiento en 3D.

El capítulo 5 aborda el desarrollo del clasificador para las figuras en 2D y 3D, se explica el método que se utiliza en el algoritmo utilizado en la programación, así como algunos resultados de los clasificadores.

Capítulo 2

Conceptos básicos de las figuras geométricas

Como se mencionó en la introducción, en este trabajo se acota el análisis de las figuras geométricas regulares debido a que la obtención de las características por medio de imágenes, no varía tan notoriamente al cambiar el punto de vista de referencia, a diferencia de otros objetos o figuras. Por lo cual es necesario definir qué es una figura geométrica.

Definición 2.1. Se llama figura geométrica a cualquier conjunto determinado de elementos (puntos, rectas, planos) aislados o relacionados entre sí. Las formas geométricas son los conjuntos continuos de infinitos elementos (puntos, rectas, planos) en los que puede contenerse cualquier figura [6].

2.1. Polígonos

Las figuras geométricas formadas por líneas rectas reciben el nombre de polígonos.

Definición 2.2. Un polígono es la unión de segmentos que se juntan sólo en sus extremos, de tal manera que: (1) como máximo, dos segmentos se encuentran en un punto, (2) cada segmento toca exactamente a otros dos segmentos [7].

Los polígonos pueden ser clasificados tomando en cuenta diversos criterios, por ejemplo: según su número de lados, complejidad, según sus ángulos, etcétera. Esta tesis se enfoca en la clasificación de los polígonos de acuerdo a su regularidad, la cual se define en los siguientes secciones.

Polígono regular

Los polígonos regulares son aquellos que todos sus lados son iguales y equiángulos, es decir, todos sus ángulos son iguales. En la figura 2.1 se muestran algunos ejemplos de polígonos regulares.

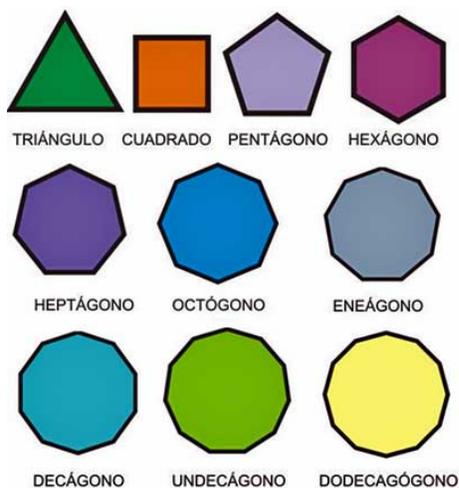


Figura 2.1: Ejemplos de polígonos regulares.

Polígono irregular

Estos polígonos corresponden a los que algunos de sus lados como sus ángulos son desiguales. La figura 2.2 ilustra ejemplos para polígonos irregulares.

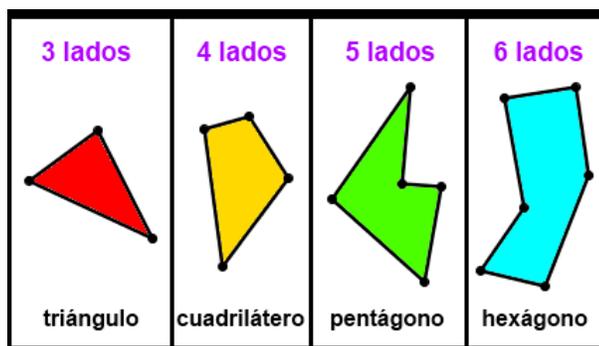


Figura 2.2: Ejemplos de polígonos irregulares.

2.2. Poliedros

Un poliedro es aquella porción del espacio cerrada y limitada por superficies planas poligonales, de tal forma que cada lado pertenece simultáneamente a dos polígonos contiguos y dos polígonos cualesquiera con un lado común pertenecen a distintos planos [8].

Partes de un poliedro son:

- Cara (C): porción de plano de contorno poligonal que limita al poliedro.
- Arista (A): Intersección de dos caras.
- Vértice (V): Intersección de las aristas.
- Ángulos diedros: Formados por dos caras que tienen un vértice en común.
- Ángulos poliedros: Formados por varias caras que tienen un vértice común.
- Diagonal: Segmento de recta que une dos vértices no situados en una misma cara y que contienen al centro geométrico del poliedro.
- Superficie: Suma de la superficie de sus caras.
- Volumen: Es el interior del poliedro delimitado por sus caras.

Los poliedros pueden ser clasificados en poliedros regulares y poliedros irregulares.

2.2.1. Poliedros regulares

Un poliedro regular es un poliedro en el que todas sus caras son polígonos regulares iguales y sus vértices son iguales en el sentido de que en cada uno de ellos confluye el mismo número de aristas congruentemente.

Los poliedros regulares son convexos, es decir, el segmento que une dos puntos cualesquiera del poliedro está totalmente contenido en él. En un poliedro convexo la suma de los ángulos interiores de los polígonos que concluyen en un vértice, que llamaremos la redondez en el vértice, debe ser inferior a 360° . En la figura 2.3 muestra los cinco poliedros regulares que existen.

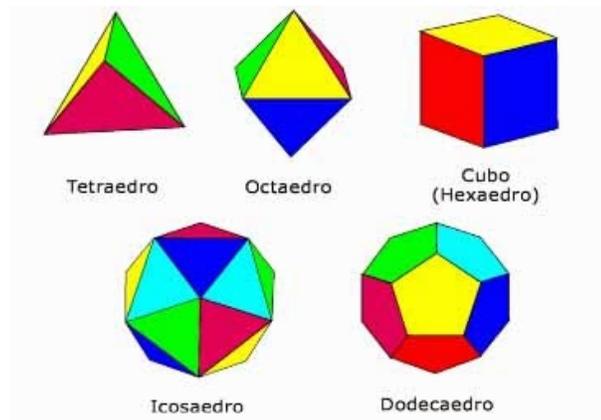


Figura 2.3: Ejemplos de poliedros regulares.

Teorema de Euler

El teorema de Euler relaciona el número de caras, aristas y vértices existentes en un poliedro regular convexo y su enunciado es el siguiente:

Teorema 2.1. En todo poliedro regular convexo la suma del número de caras (C) y el número de vértices (V) es igual al número de aristas (A) más dos [9].

$$C + V = A + 2$$

En la tabla 2.1 se muestra la aplicación del teorema de Euler en algunos poliedros regulares.

<u>POLIEDRO</u>	<u>CARAS</u>	<u>ARISTAS</u>	<u>VERTICES</u>	<u>CARAS</u>	<u>ANGULO POLIEDRO</u>
TETRAEDRO	4	6	4	TRIÁNGULO	TRIEDRO
HEXAEDRO	6	12	8	CUADRADO	TRIEDRO
OCTAEDRO	8	12	6	TRIÁNGULO	TETRAEDRO
DODECAEDRO	12	30	20	PENTÁGONO	TRIEDRO
ICOSAEDRO	20	30	12	TRIÁNGULO	PENTAEDRO

Tabla 2.1: Teorema de Euler

2.2.2. Poliedros irregulares

Un poliedro se considera irregular cuando los polígonos que lo conforman no son todos iguales. Los poliedros irregulares también se clasifican según el número de caras, pueden clasificarse en prismas y pirámides.

Prisma

El prisma consta de dos bases poligonales y sus caras laterales son paralelogramos. La altura del prisma es la distancia que existe entre sus dos bases, algunos ejemplos se muestran en la Figura 2.4.

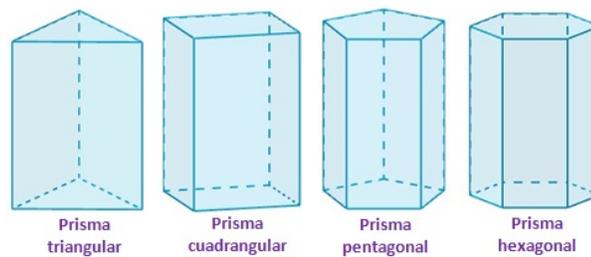


Figura 2.4: Poliedros irregulares: prismas.

Pirámide

La pirámide es una figura constituida por una base poligonal y por caras laterales donde las aristas tienen un vértice en común, por lo tanto sus caras siempre serán triangulares como se muestra en la Figura 2.5. La altura de la pirámide está dada por la distancia del vértice al centro de la base.

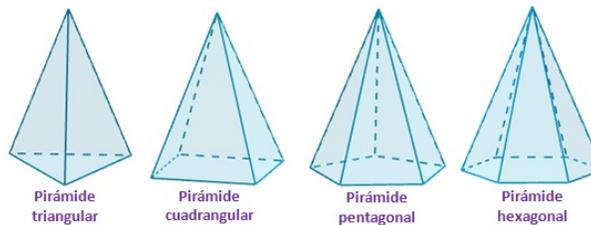


Figura 2.5: Poliedros irregulares: pirámide.

En la siguiente sección hablaremos brevemente de lo que es la compacidad y sus diferentes tipos, la cual es de importancia ya que es la propiedad que se utiliza en este trabajo para clasificar figuras.

2.3. Compacidad.

La compacidad es un descriptor de forma que nos dice qué tan compacto es un objeto [10]. Una medida común para calcular la compacidad es el cociente isoperimétrico, la proporción del área de la forma y el área del círculo con el mismo perímetro [11].

A continuación se mencionan a detalle las diferentes medidas de compacidad empleadas en la literatura.

2.3.1. Medidas de compacidad.

- Compacidad clásica (C_c): Relación que existe entre el perímetro (P) y el área (A).

$$C_c = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Área}} \quad (2.1)$$

- Compacidad discreta C_{DN} : Esta compacidad se refiere a qué tan compacto es un objeto, es la relación de cómo aumenta o disminuye su tamaño (perímetro de contacto).

La C_{DN} está basada en el simple concepto: contar el número de lados de la celda que se comparten entre las celdas de la región. La C_{DN} está dado por [12]:

$$C_{DN} = \frac{C_D - C_{D_{min}}}{C_{D_{max}} - C_{D_{min}}} \quad (2.2)$$

donde C_D es el perímetro de contacto de la región digital. $C_{D_{min}}$ y $C_{D_{max}}$ son los límites inferior y superior del perímetro de contacto de la figura compuesta por n número de celdas de región, respectivamente. Estos parámetros se calculan por:

$$C_{D_{min}} = n - 1 \quad (2.3)$$

y

$$C_{D_{max}} = \frac{4n - 4\sqrt{n}}{2} \quad (2.4)$$

Si la celda de pixeles es un cuadrado, entonces C_D está dado por:

$$C_D = \frac{4n - P}{2} \quad (2.5)$$

donde n es el número de pixeles de la región, y P es el perímetro de la región digital.

- Factor E: es la relación que existe entre el perímetro y el número de lados de una figura.

$$Factor_E = \frac{2P}{4n - P} \quad (2.6)$$

Donde P hace referencia al perímetro de la figura y n al número de pixeles de la región.

El Factor E Normalizado es una medida de compacidad, la cual se basa en una región de referencia cuadrada como la región más compacta en el espacio digital [13].

$$Factor_{EN} = \frac{P}{4\sqrt{n}} \quad (2.7)$$

- Peura: relaciona la silueta del objeto digital y lo compara con un círculo. Este círculo está determinado por el área de la silueta del objeto [14].

$$Peura = \frac{P_{círculo}}{P_{forma}} \quad (2.8)$$

donde P_{forma} se refiere al perímetro de la figura deseada y $P_{círculo}$ es el perímetro del círculo que se traza alrededor de la figura.

2.4. Análisis de la compacidad en 3D

La compacidad en figuras en tres dimensiones suele ser calculada con la siguiente relación:

$$C_{3D} = \frac{A_{sup}}{V} \quad (2.9)$$

donde C_{3D} es la compacidad en 3D, el A_{sup} es el área de superficie de la figura y V el volúmen de la figura, es decir, la cantidad de área superficial entre la unidad de volumen de un objeto.

Esta medida ha sido implementado en diferentes ámbitos. Por ejemplo, un uso común de las medidas de compacidad es en la redistribución de distritos electorales. El objetivo es maximizar la compacidad de los distritos electorales, sujeto a otras restricciones, y así evitar el gerrymandering que es la manipulación de las circunscripciones electorales de un territorio [10].

Otras aplicaciones son en el campo de la biología, donde se utiliza para el cálculo del crecimiento de las células y como impacta en su biología [15].

En el siguiente tema comenzaremos a mostrar los resultados para la compacidad de las figuras en tres dimensiones de acuerdo a la ecuación (2.9).

2.4.1. Poliedros regulares

En la Tabla 2.2 se muestran las fórmulas para calcular área, volúmen y compacidad en 3D de poliedros regulares y la esfera.

Figura	Longitud de L	Área de superficie	Volúmen	Compacidad
Tetraedro	L	$\sqrt{3}L^2$	$\frac{\sqrt{2}L^3}{12}$	$\frac{6\sqrt{6}}{L}$
Cubo	L	$6L^2$	L^3	$\frac{6}{L}$
Octaedro	L	$2\sqrt{3}L^2$	$\frac{1}{3} \frac{\sqrt{2}L^3}{12}$	$\frac{3\sqrt{6}}{L}$
Dodecaedro	L	$3\sqrt{25+10\sqrt{5}}L^2$	$\frac{1}{4}(15+7\sqrt{5})L^3$	$\frac{12\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{(15+7\sqrt{5})L}$
Icosaedro	L	$5\sqrt{3}L^2$	$\frac{5}{12}(3+\sqrt{5})L^3$	$\frac{12\sqrt{3}}{(3+\sqrt{5})L}$
Esfera	L	$4\pi L^2$	$\frac{4\pi L^3}{3}$	$\frac{3}{L}$

Tabla 2.2: Compacidad de poliedros regulares.

Como podemos observar en la Tabla 2.2, a diferencia de la compacidad clásica, la compacidad de figuras en tres dimensiones no es constante, sino que las figuras tienen una compacidad que cambia inversamente proporcional a la longitud de la arista. La figura 7.1 muestra que el área de la superficie disminuye para las formas redondeadas, y la relación superficie-volumen disminuye al aumentar el volumen.

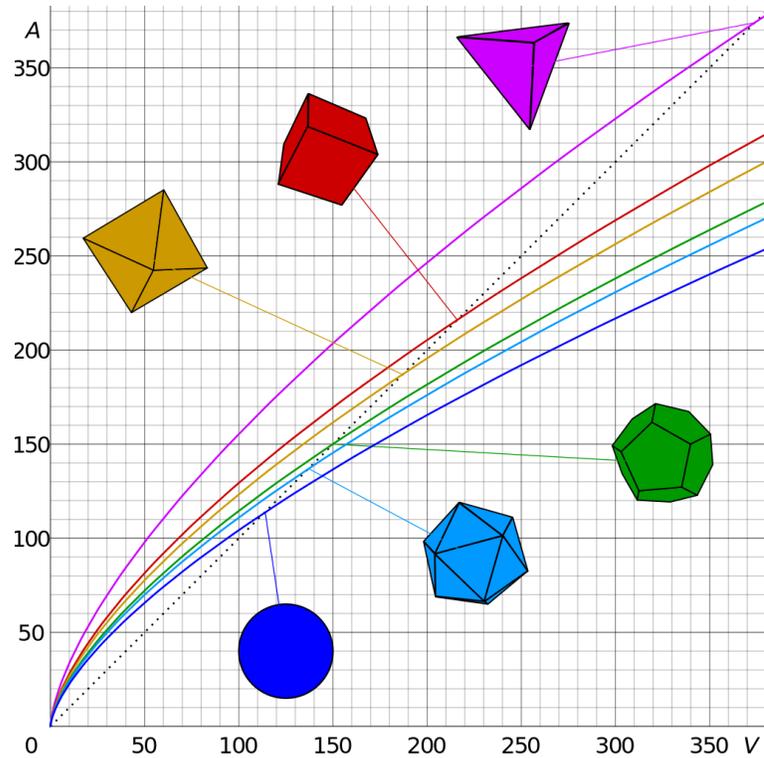


Figura 2.6: Relación superficie–volumen para diferentes poliedros

Debido a esto se puede suponer que esta medida de compacidad no es muy útil para la clasificación, ya que se tiene la misma figura pero con diferentes dimensiones, la compacidad daría como resultado diferentes magnitudes y por lo tanto el clasificador no podría identificar la figura correctamente. Propone una nueva compacidad tomando como referencia la compacidad clásica en figuras 2D, llamada compacidad compuesta (C_{comp}) y está dada por:

$$C_{comp} = \frac{(n_{aristas} * L)^2}{A_{sup}} \tag{2.10}$$

donde $n_{aristas}$ se refiere al número de aristas de la figura, L la longitud de la arista y A_{sup} es el área de superficie. A continuación se muestran los resultados de la compacidad compuesta para los poliedros regulares suponiendo una longitud de arista de L .

Para la esfera debido a que no tiene aristas, se utiliza en lugar del número de aristas la circunferencia dando como resultado:

$$C_{comp} = \frac{3\pi L^2}{A_{sup}} \tag{2.11}$$

Figura	Número de aristas	Compacidad compuesta
Tetraedro	6	20.7846
Cubo	12	24
Octaedro	12	13.8564
Dodecaedro	30	43.5925
Icosaedro	30	103.9230
Esfera	–	3.1416

Tabla 2.3: Compacidad compuesta para poliedros regulares.

Como se observa, la compacidad compuesta de los poliedros regulares se mantiene constante sin importar la magnitud de L , por lo cual se decide utilizar esta medida para la realización del clasificador.

2.4.2. Figuras irregulares

Se desea incluir las figuras irregulares para probar si se puede encontrar alguna propiedad que permita clasificarlas de una manera similar.

Se propone el análisis de tres figuras: un cilindro, una pirámide y un prisma pentagonal. En la Tabla 2.5 se muestran las fórmulas para apotema, área superficial y perímetro de poliedros irregulares.

Figura	Longitud de lado/radio	Altura	Apotema (a)	Área de superficie	Perímetro
Pirámide rectangular	L	h	$\sqrt{h^2 + (L/2)^2}$	$L(2a + L)$	$4a + 4L$
Prisma pentagonal	L	h	$\frac{L}{1.45}$	$5L(a + h)$	$5h + 10L$
Cilindro	r	h	–	$2\pi r h + 2\pi r^2$	$2\pi r$

Tabla 2.4: Propiedades para la obtención de la compacidad compuesta para poliedros irregulares.

Figura	Compacidad compuesta	$h_{min} = L$
Pirámide rectangular	$\frac{(4a + 4L)^2}{L(2a + L)}$	22.1803
Prisma pentagonal	$\frac{(5h + 10L)^2}{5L(a + h)}$	23.6326
Cilindro	$\frac{(2\pi r)^2}{2\pi r h + 2\pi r^2}$	-

Tabla 2.5: Compacidad compuesta para poliedros irregulares propuestos.

Como se puede observar en la Tabla 2.5, podemos establecer una compacidad mínima como referencia para la clasificación. Esta compacidad aumentará dependiendo de la relación de la altura de la figura y la longitud de su lado. Si $h \geq L$ entonces $C_{comp} \geq C_{comp_{min}}$

En el caso del cilindro supone un radio de magnitud 1 y una altura de magnitud 2 (el doble que el radio) y nos arroja una compacidad compuesta de una magnitud mucho mayor a las demás figuras. Podemos definir este resultado como la compacidad mínima, pero debido a que la compacidad de las demás figuras es muy diferente al de cilindro, tomamos que cualquier resultado mayor a las compacidades anteriormente obtenidas se clasificará como cilindro o figura curva.

Teniendo estos resultados se procede a explicar el funcionamiento del clasificador.

En este capítulo se realizó una descripción de algunas de las compacidades más utilizadas en la literatura así como se menciona cómo se componen matemáticamente. En el siguiente capítulo se realiza el desarrollo para la clasificación en dos dimensiones, los procesamientos de imágenes utilizados y los resultados obtenidos con este clasificador.

Capítulo 3

Conceptos básicos de procesamiento de imagen

Antes de comenzar con el desarrollo del problema, se explican los conceptos básicos utilizados en la visión computacional y en el reconocimiento de patrones, así como los componentes de una imagen digital. La visión computacional está estrechamente relacionada con el procesamiento de imágenes y el reconocimiento de patrones definiendo la visión computacional como el campo de la inteligencia artificial que está enfocado a que las computadoras puedan extraer información a partir de imágenes con las cuales se pueden ofrecer soluciones a problemas del mundo real, lo que se diría coloquialmente como enseñar a las computadoras a “ver” [16].

3.1. Proceso de visión

El proceso de visión de las computadoras es similar al proceso de la visión humana, que se puede dividir en tres etapas:

- Formación de imágenes.
- Procesamiento de la información.
- Análisis de la información.

3.1.1. Formación de imágenes

La formación de la imagen ocurre cuando un sensor (que en el caso de la visión humana sería el ojo y en el caso de la visión computacional sería una cámara) registra la luz que ha interactuado con ciertos objetos físicos. La imagen que se obtiene se puede ver como una función bidimensional (representación matemática de la imagen), donde el valor de la función corresponde a la intensidad de cada punto de la imagen y que se asocia a un sistema coordenado (x, y) donde el origen se encuentra en el extremo superior izquierdo [16]. En la Figura 3.1 se muestra un ejemplo de la representación matemática de una imagen.

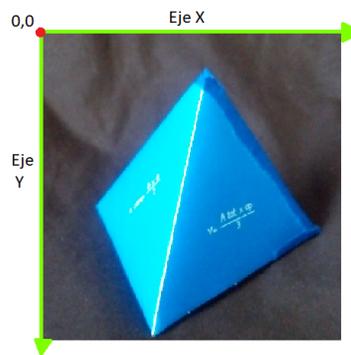


Figura 3.1: Ejemplo de los ejes (x, y) en una imagen.

Otro elemento básico de la imagen es el pixel, el cual es la unidad básica de una imagen digitalizada. En el dominio de la intensidad, el pixel es considerado una cuantificación (en bits) de la intensidad de la imagen [17]

Las características de una imagen se pueden dividir en dos:

- Características geométricas: Se describen algunas características que pueden ser empleadas para describir cuantitativamente regiones que hayan sido segmentadas en una imagen. Se entiende por región aquel conjunto de pixeles que pertenecen a una misma zona de la imagen y que está limitado por bordes. Se asume que los bordes no pertenecen a la región.
- Características cromáticas: son aquellas características relacionadas con el nivel de luminosidad de los pixeles, ya sea si la imagen es RGB (compuesta por tres matrices de $M \times N$) o si es una imagen en escala de grises (compuesta por una sola matriz de $M \times N$).

3.1.2. Procesamiento de la información

El procesamiento de información en la visión computacional es mejor conocido como el procesamiento de imágenes digitales, el cual tiene como objetivo mejorar el aspecto de las imágenes y hacer más evidente ciertos detalles que se desean hacer notar, en otras palabras, tiene como objetivo mejorar la calidad de las imágenes para su posterior utilización o interpretación. A continuación en la figura 3.2 se muestra el proceso de visión para el procesamiento de imágenes.

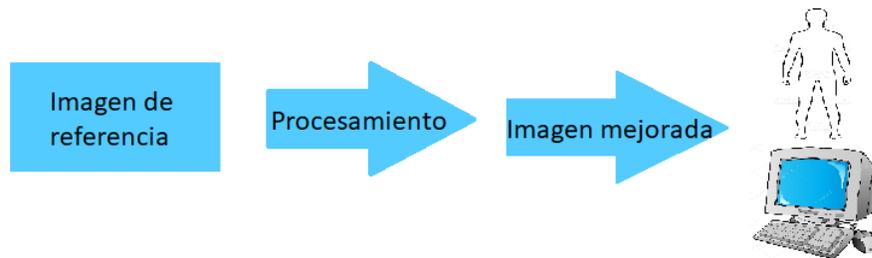


Figura 3.2: Proceso de visión.

El procesamiento digital de imágenes se efectúa dividiendo la imagen en un arreglo rectangular de elementos donde cada elemento de la imagen se le conoce con el nombre de pixel. Cada pixel tiene un valor numérico de luminosidad y dada las coordenadas que indican su posición, definen completamente la estructura de la imagen.

El procesamiento digital también implica la alteración de los valores de luminosidad de los píxeles mediante operaciones o transformaciones matemáticas con el fin de resaltar los detalles de la imagen que sean convenientes.

Escala de grises

En esta etapa convertimos la imagen RGB a una imagen en escala de grises, es decir, una matriz de dimension $M \times N$.

Binarización de la imagen

La binarización de la imagen consiste en convertir a la imagen en RGB a una escala de grises, donde todos los valores de píxeles son solo 0 o 1, o en el caso de valores de la imagen, 0 o 255. La

dimensión de la matriz no se afecta. La Figura 5.3 representa la imagen de referencia y la Figura 5.3 muestra el resultado del procesamiento.

Extracción de características

Para reconocer un objeto de la imagen es necesario extraer características que permitan representarlo y describirlo matemáticamente, algunos ejemplos son: el color, tamaño, centro, etcétera. Esta parte del programa extrae las características de las figuras con las cuales se hace la clasificación de las mismas.

Segmentación de la imagen

La segmentación subdivide una imagen en sus partes constituyentes u objetos, con el fin de separar las partes de interés del resto de la imagen, por lo tanto el nivel al que se lleva a cabo esta subdivisión depende del problema a resolver. En el proceso de detectar las partes en una imagen se identifican bordes de la imagen, o se segmenta está en regiones, líneas o curvas, etcétera. [18]

3.1.3. Análisis de la información

El paso posterior al procesamiento de la información es el análisis, etapa en que se determina como analizar los datos y que herramientas de análisis serán las utilizadas. Aquí se clasifica toda la información obtenida por medio de los procesamientos para utilizarlos en la solución del problema que se tenga.

3.2. Componentes de una imagen digital

Como se mencionó en los temas anteriores, las imágenes constan de una infinidad de características las cuales se pueden dividir en geométricas y cromáticas. A continuación se describen las características utilizadas para el análisis y el desarrollo de este proyecto.

3.2.1. Características geométricas

Área

En matemáticas, el área es un espacio delimitado por determinadas características. El área de una imagen digital se define como el número de píxeles de una región determinada.

Perímetro

El perímetro para una imagen digital puede ser definido de varias maneras, la más sencilla es definir como perímetro al número de píxeles que pertenecen al borde de la región.

Diámetro

Se define como la distancia máxima que existe entre dos píxeles en la región a analizar, es decir, la distancia máxima entre dos píxeles pertenecientes al borde.

3.2.2. Características cromáticas.

Color

La definición de color en los humanos es la respuesta a diferentes longitudes de onda del espectro visible ($400 - 700nm$) y es la combinación de tres señales. La manera de organizar los colores se le conoce como espacios de color, y los modelos RGB y HSV son los más utilizados para cuestiones digitales.

- Modelo RGB

Considera que todos los colores son una combinación de los tres colores primarios: rojo, verde y azul. El diagrama cromático para el modelo RGB se muestra en la Figura 3.3.

- Modelo HSV (Hue, Saturation, Value)

Este es el modelo que más se aproxima a la percepción humana y codifica el color en tres componentes: Matiz, saturación y valor. La intensidad (V) representa el nivel de gris promedio

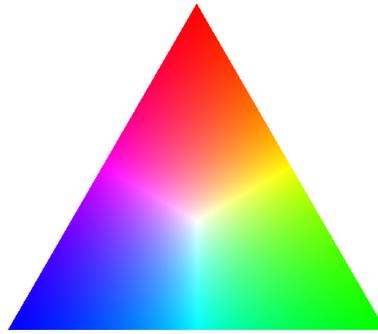


Figura 3.3: Diagrama cromático RGB

donde 0 es negro y 255 blanco. El matiz (H) representa la característica de color, lo que ayuda a distinguir un color de otro y tiene la propiedad de no verse afectado por la sombra causada por la fuente de luz. La saturación (S) mide el grado de pureza del tono, mientras menos saturación tenga un color, mayor tonalidad grisácea y decolorado se observará [19]. La Figura 3.4 muestra el diagrama cromático para el modelo HSV.

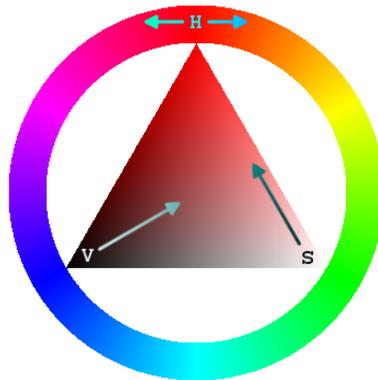


Figura 3.4: Diagrama cromático HSV

Contraste

El contraste es la medida utilizada para diferenciar entre la región y su entorno. Entre menor sea la diferencia de la variable de color de la región con respecto a su entorno, menor será el contraste.

Otros

Los siguientes términos son los utilizados mas comúnmente para descibir características básicas de la imagen en conjunto.

Tamaño de imagen: Es la suma de todos los pixeles que contiene la imagen.

Resolución: Es la cantidad de pixeles que hay dentro de un centímetro o pulgada cuadrada.

Tamaño de la figura: Es la suma de todos los pixeles que contiene una figura identificada que se encuentra dentro de la imagen.

En el siguiente capítulo se describen las figuras geométricas, diferencia entre polígonos y poliedros, así como sus características principales para remarcar la motivación de utilizarlas en este trabajo.

Capítulo 4

Identificación y reconstrucción 3D

Teniendo en claro las partes que componen una imagen digital, así como su procesamiento, podemos comprender con facilidad la composición de una figura en tres dimensiones, así como poder transformar los componentes de una imagen en 2D a un objeto en 3D. Se analizan los métodos de reconstrucción de objetos propuestos por diferentes autores, así como el utilizado en este trabajo.

4.1. Identificación

Identificar se refiere a la acción de reconocer si algo es lo que se está buscando, es decir, una persona, objeto, cosa, etcétera. Estas deberán contar con ciertos rasgos característicos para quien los precisa reconocer. El procesamiento de la imagen es similar al procesamiento utilizado en la clasificación en dos dimensiones. La imagen de entrada es una imagen que contiene tres matrices, es decir, RGB se cambia a escala de grises.

4.1.1. Contorno de la imagen

La detección de bordes se realiza a través de la detección de los cambios en la intensidad de la luz ya que se puede definir como una transición entre dos regiones con diferentes niveles de gris.

En este trabajo se proponen dos metodologías para la detección de bordes, el método de gra-

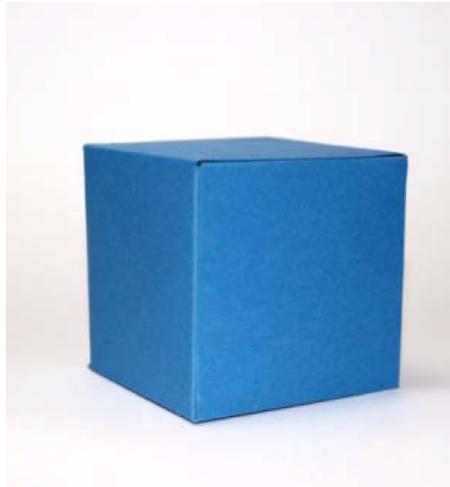


Figura 4.1: Imagen de referencia para reconstrucción en 3D. Cubo.

diente y por medio del operador *sobel* [20].

Método de gradiente.

Este método de gradiente calcula el gradiente de una imagen donde obteniendo los bordes en el eje x y el eje y por separado para después combinarlas y obtener el borde completo de la imagen.

En este algoritmo se toma como entrada la matriz de la imagen con sus tres componentes para obtener las componentes en RGB y sus componentes en HSV.

El operador de gradiente se basa en diferenciar la imagen, es decir, encontrar el gradiente:

$$\Delta f = \left(\frac{df}{dx}, \frac{df}{dy} \right), \quad (4.1)$$

donde la magnitud del gradiente se calcula de la siguiente manera:

$$|\Delta f| = \sqrt{\left(\frac{df}{dx} \right)^2 + \left(\frac{df}{dy} \right)^2}. \quad (4.2)$$

Para una sección de 2×2 hay dos maneras de obtener el gradiente. Se puede aproximar el gradiente tomando la diferencia de los valores contiguos en la imagen o considerar las diferencias cruzadas 4.2.



Figura 4.3: Método de obtención de gradiente para una sección de 3x3.

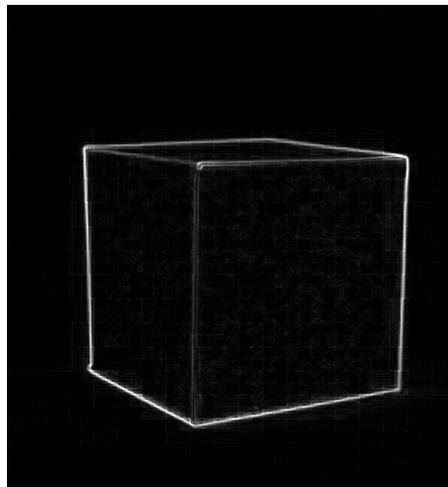


Figura 4.4: Resultado del contorno por el método de gradiente.

Operador Sobel.

Es un filtro espacial o máscara que reduce el efecto de ruido en la imagen, al combinar el operador de gradiente con un filtro de suavizado.

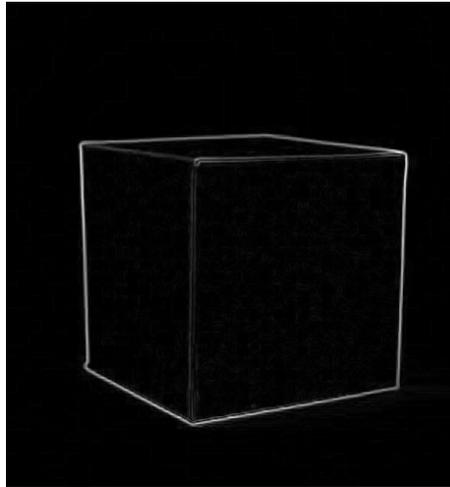


Figura 4.5: Resultado del contorno por medio del operador Sobel.

El detector de Sobel se puede ver como la combinación de un filtro suavizado con un operador de gradiente:

$$Sobel = DG^T \quad (4.9)$$

Donde:

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

La selección de este filtro para ser utilizado en el procesamiento para esta tesis es debido a que otros detectores de orillas tienden a amplificar el ruido en la imagen.

Obteniendo los contornos de la figura se procede a obtener los vértices de la misma, el método utilizado es por medio de la transformada de Hough la cual se describe a continuación.

4.2. Reconocimiento

La diferencia entre identificación y reconocimiento es que la identificación se define como el proceso de analizar la imagen para detectar si en ella se encuentra una figura o no, mientras que

el reconocimiento es obtener las propiedades de la figura que ayuda a la reconstrucción.

Uno de los métodos más utilizados y para el reconocimiento de figuras en imágenes, con la detección de líneas, vértices y curvas en la imagen es la transformada de Hough que se define a continuación.

4.2.1. Transformada de Hough

La transformada de Hough es una técnica efectiva y popular para detectar características de la imagen como líneas y curvas. Desde su forma estándar, numerosas variantes se han fusionado con el objetivo, en muchos casos, de ampliar el tipo de características de imagen que podrían detectarse [21].

El objetivo de la transformada de Hough es encontrar puntos alineados que puedan existir en la imagen, es decir, puntos en la imagen que satisfagan la ecuación de la recta, para distintos valores de ρ y θ .

Ecuación de la recta en forma polar:

$$\rho = x * \cos\theta + y * \sin\theta \quad (4.10)$$

Por tanto hay que realizar una transformación entre el plano imagen (coordenadas x-y) y el plano o espacio de parámetros (ρ, θ) .

Celdas de acumulación. Esta discretización se realiza sobre los intervalos (ρ_{min}, ρ_{max}) y $(\theta_{min}, \theta_{max})$.

El siguiente paso es evaluar la ecuación de la recta para cada punto de la imagen (x_k, y_k) , si se cumple esta ecuación se incrementa en uno el número de votos de la celda. Un número de votos elevado indica que el punto pertenece a la recta. La Figura 4.6 muestra un ejemplo de la transformada de Hough.

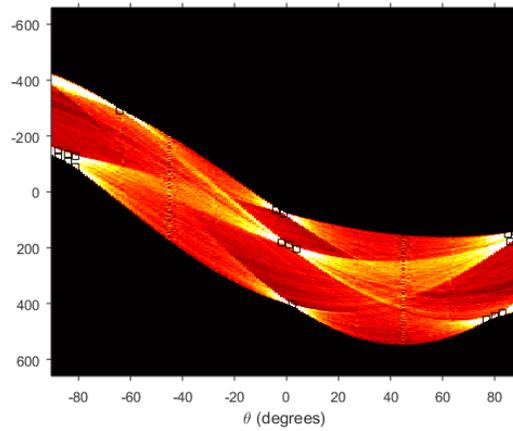


Figura 4.6: Transformada de Hough de la imagen de referencia.

El algoritmo calcula la transformada de Hough de la imagen con la función *hough* para después buscar los picos máximos del espectro por medio de la función *houghpeaks*. Después se comienzan a proyectar líneas de acuerdo a las posiciones de los picos máximos, de esta manera donde las líneas se intersecten para encontrar los vértices de la figura (ver Figura 4.7).



Figura 4.7: Líneas detectadas en el contorno de la figura.

4.3. Métodos de reconstrucción

Para la reconstrucción se supone que en la imagen sólo se presentan aristas y contornos de la figura, es decir, se trabaja con vistas normalizadas. No se toma en cuenta la textura, colores, sombreados u otros parámetros para el reconocimiento del objeto.

4.3.1. Detección de esquinas

Las esquinas o vértices de la figura se definen como la intersección de las líneas proyectadas gracias a la transformada de Hough. Aquellos vértices que se encuentren repetidos son eliminados en caso de ser iguales a otro vértice. Si se detectan dos o más esquinas muy cercanas se promedia su posición.

4.3.2. Triangulación de puntos

Para detectar qué vértices y aristas están ocultos se hace uso del método de triangulación. En términos generales triangular supone cotejar al menos tres puntos de referencia para el conocimiento de la posición de un objeto. En este caso los vértices se cotejan mediante este método (siendo los puntos de referencia los vértices de las caras) para conocer si están ocultos o visibles. Si un vértice está dentro de alguna cara del objeto estará oculto, mientras que si queda fuera de la cara estará visible [22].

El objetivo de este algoritmo es asignar coordenadas 3D a todos los vértices detectados. Esto se hace mediante los siguientes pasos:

1. Seleccionar la “mejor” región para la asignación de las coordenadas, es decir, seleccionar la región donde se pueden detectar la mayor cantidad de vértices de la figura.
2. Seleccionar un punto de referencia para la región. Todas las coordenadas de esta región se asignan en relación a este punto de referencia.
3. Asignar las coordenadas a todos los vértices de la región. En el caso de que la región sea paralela al plano principal, la longitud de la arista es igual a la distancia real. Si la región

es paralela a un plano identificado, la información sobre el plano conocido y la longitud se pueden usar para determinar las coordenadas usando una regla de simetría.

4. Repetir los pasos anteriores hasta que se les hayan asignados las coordenadas a todos los vértices visibles.

En términos práctico se necesita conocer al menos un punto de la figura en las coordenadas (x, y, z) . Las coodenadas x, y se obtienen a través del procesamiento anteriormente mencionado de detección de vértices, mientras que la coordenada z es un valor que el usuario debe proporcionar.

La coordenada z está definida como la distancia que existe entre el punto de enfoque de la cámara a utilizar hasta el primer punto más cercano de la figura. Esta distancia conocida en centímetros o cualquier otra unidad de medida, deberá ser convertida a una unidad en píxeles que se obtiene de la siguiente ecuación:

$$D_p = D_{cm} * res. \quad (4.11)$$

donde D_p es la distancia en píxeles, D_{cm} es la distancia en centímetros y res la resolución de la imagen. En la Figura 4.8 se muestra cómo se toma la distancia focal entre la cámara y el objeto a analizar y la Figura 4.9 el resultado de los vértices detectados.

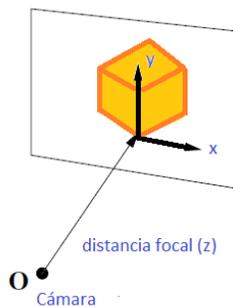


Figura 4.8: Punto de referencia de la imagen en tres dimensiones.

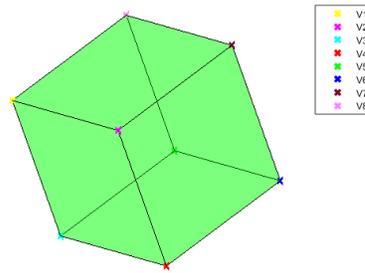


Figura 4.9: Resultado del método de reconstrucción para un cubo.

Todo este procesamiento funciona para cualquier figura geométrica siempre y cuando no sea curva, este último caso se muestra a continuación el procedimiento.

4.3.3. Figuras curvas

El método de reconstrucción es más rápido y sencillo para figuras curvas. Cuando una figura curva es procesada con la transformada de Hough, la cantidad de vértices que detecta es nula ya que no existen picos máximos como tal y las magnitudes de los picos son muy similares entre si o llegan a ser iguales.

El modelo se obtiene minimizando una función objetivo de suavidad de superficie sujeta a restricciones del contorno aparente [23].

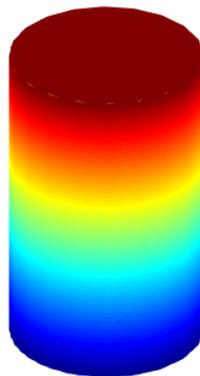


Figura 4.10: Resultado de la reconstrucción de un cilindro.

El contorno obtenido de la figura se divide en dos vectores, los cuales serán definidos como si la figura fuese dividida por la mitad y cada mitad genera un vector de posición del contorno.

Teniendo estos dos vectores se restan de manera que para cada elemento de y le corresponde un diámetro que será la distancia de $x_2 - x_1$. Dando como resultado un vector que se toma como el diámetro de la figura.

Con el comando *cylinder* se obtiene las coordenadas de la figura en los tres planos para posteriormente graficar estas coordenadas y así obtener la reconstrucción de la figura.

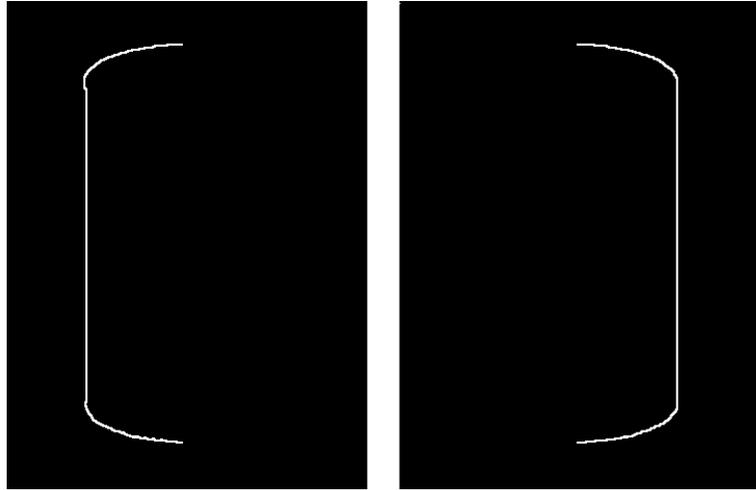


Figura 4.11: División del contorno de la figura detectada.

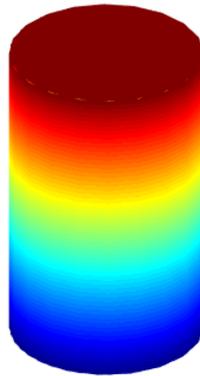


Figura 4.12: Resultado de la reconstrucción de un cilindro.

4.3.4. Dos o más figuras en una misma imagen

Esta metodología también puede funcionar en el caso que la imagen contenga dos o más figuras que puedan ser clasificadas. Las figuras pueden estar separadas, juntas o traslapadas.

Las figuras serán detectadas por el método de segmentación que se utilizó en la clasificación 2D. Después de ser detectadas, cada figura se genera en una matriz independiente a la de la imagen original, es decir, se tiene una imagen por cada figura detectada.

En el caso de que las figuras se encuentren juntas, si presentan colores diferentes se pueden detectar como dos figuras independientes, si tienen el mismo color o colores muy similares es muy probable que el programa detecte a las figuras como una sola.

Para el caso de figuras traslapadas en una misma imagen, las restricciones para la segmentación son las mismas que en el caso de figuras juntas. Otra restricción para una segmentación correcta es el nivel de traslape de la figura, ya que a mayor traslape más son los vértices ocultos y con esto mayor la probabilidad que la figura que se reconstruya no sea la misma a la real.

En el siguiente capítulo se muestra el desarrollo que se llevó a cabo para elegir el clasificador así como algunos resultados para los casos descritos en este capítulo.

Capítulo 5

Clasificación 3D

Este capítulo trata sobre la metodología utilizada para el clasificador en tres dimensiones. Tomando como referencia el análisis realizado en el capítulo 5, se establecen los parámetros del clasificador.

5.1. Desarrollo

Se desarrolla un algoritmo en el cual se introduce una imagen con diferentes figuras geométricas, el cual identifica cada una de estas figuras por algún método de clasificación y segmentación.

Las figuras que se clasifican en esta sección son: Círculos, cuadrados, rectángulos, triángulos y estrellas dado que se quiere conocer la capacidad del clasificador para las diferentes figuras. Se describen a continuación las etapas realizadas para resolver de este problema. La Figura ?? muestra un diagrama con las etapas utilizadas en la programación.

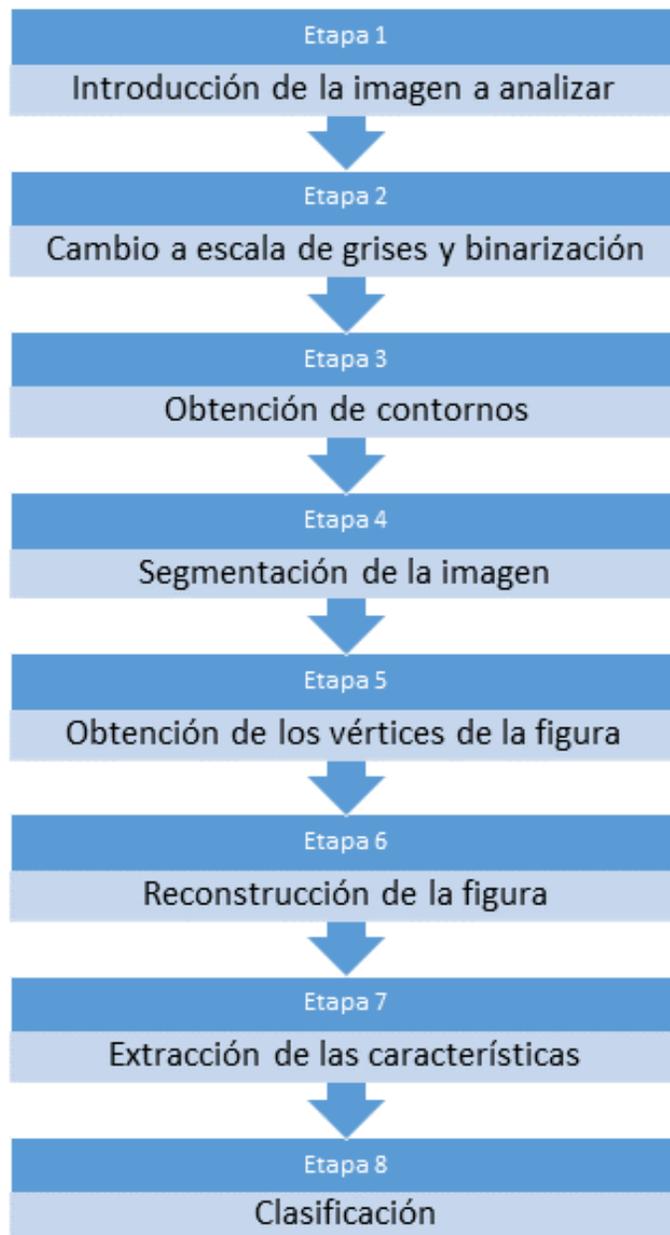


Figura 5.1: Segmentación de la imagen en 2D.

5.1.1. Escala de grises y binarización

Esta etapa únicamente consiste en la introducción de la imagen a utilizar en el programa la cual es almacenada en la matriz "I". Esta variable puede corresponder a una imagen RGB aun

cuando no muestra colores, por lo tanto puede poseer dimensiones $M \times N \times 3$.

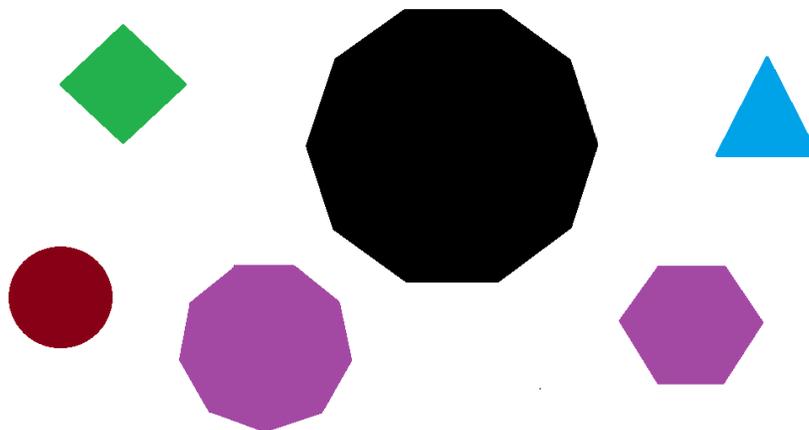


Figura 5.2: Imagen de referencia para clasificador 2D.

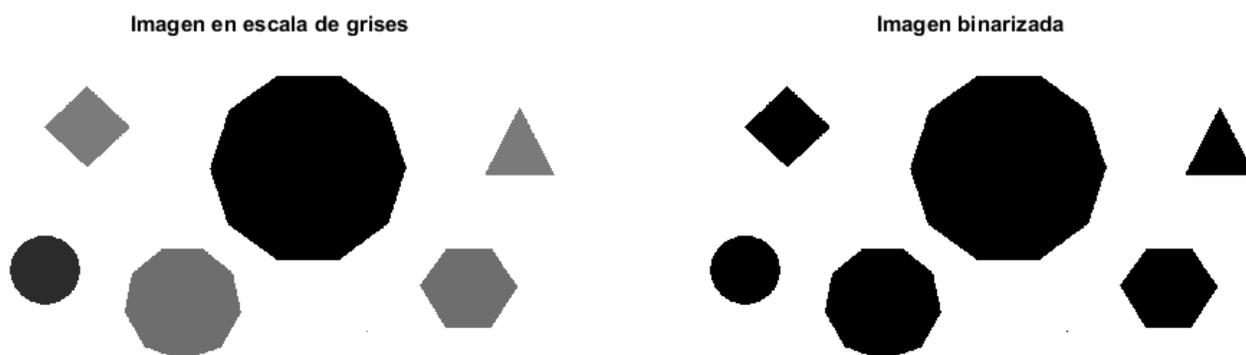


Figura 5.3: Procesamiento de la imagen en 2D a escalas de grises y binarizado.

La Figura 5.3 representa la imagen de referencia y la Figura 5.3 muestra el resultado del procesamiento.

5.1.2. Segmentación de la imagen

Esta etapa consta en el inicio de la segmentación de la imagen, a continuación se da un abreviado explicación de algunos comandos utilizados en el programa de la clasificación.

Explicación de comandos

- $J = \text{not}(I > 0)$;

Operación lógica not, invierte los valores de la matriz I . Esta función cambia los valores iguales a 0 en un valor de 255 y viceversa, convierte la imagen en una imagen negativa la cual es la matriz de la imagen llamada I .

- $BW2 = \text{bwareaopen}(BW, p, \text{conn})$

Elimina todos los componentes conectados (objetos) que tienen menos de una cantidad píxeles de la imagen binaria BW definida por p , produciendo otra imagen binaria, $BW2$. La variable conn especifica la conectividad deseada, es decir, la cantidad de píxeles conectados entre sí. La conectividad por defecto es 8 para dos dimensiones.

La dimensión de la matriz de la imagen es de 460x819, lo cual quiere decir, que contiene 376,740 píxeles. Con esto se establece un valor $p = 1000$, lo que quiere decir que cualquier figura que contenga menos de 1000 píxeles será descartada de la segmentación.

- $[L, \text{num}] = \text{bwlabel}(BW, n)$

Identifica las figuras que contiene la imagen. Devuelve una matriz L la cual es la matriz con los valores de píxeles de los objetos encontrados, la variable n especifica la conectividad. También devuelve num que es el número de objetos conectados, que en este caso se encontraron seis como se muestran en la figura 5.4.

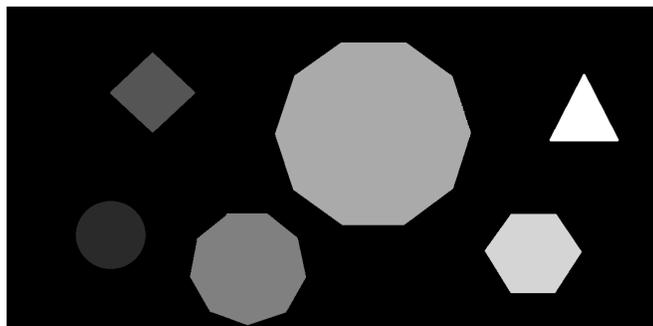


Figura 5.4: Segmentación de la imagen en 2D.

5.1.3. Extracción de características

Para reconocer un objeto de la imagen es necesario extraer características que permitan representarlo y describirlo matemáticamente, algunos ejemplos son: el color, tamaño, centro, etcétera. Esta parte del programa extrae las características de las figuras con las cuales se hace la clasificación de las mismas.

- `stats = regionprops(L,properties)`

Devuelve mediciones de cada objeto encontrado en la imagen. Las propiedades a obtener son especificadas por la variable “properties”, en este caso unicamente se obtienen las propiedades del área y del perímetro con los comandos `stats.Area` y `stats.Perimeter`, respectivamente, y las guarda en una variable x .

5.1.4. Clasificador 2D

Utilizando propiedades básicas de las figuras, se puede hacer una clasificación por medio de la compacidad clásica que es la relación entre el perímetro y área descrita por la siguiente ecuación:

$$Cc = \frac{\text{Perímetro}^2}{\text{Área}} = \frac{P^2}{A} \quad (5.1)$$

La explicación del método de clasificación consta de dos partes, una parte teórica y otra experimental.

Método teórico

Se tiene la ecuación principal con la cual para cada figura arrojará valores diferentes, el valor de clasificación de algunas figuras se pueden obtener por un método matemático sustituyendo las fórmulas respectivas de su área y perímetro como se desarrolla en el siguiente punto.

Polígonos de n lados

Se calcula la compacidad clásica para polígonos regulares de acuerdo al teorema de la apotema, el cual menciona que para un polígono regular de n lados su área y perímetro está dado por:

$$A = \frac{P * a}{2} \quad (5.2)$$

$$P = n * L \quad (5.3)$$

Donde A es el área de la figura, P el perímetro, n se refiere a la cantidad de lados de la figura y L la longitud del lado. La variable a es el apotema de la figura la cual se obtiene por:

$$a = \frac{L}{2 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (5.4)$$

Donde α representa el ángulo central de la figura y se obtiene dividiendo 360 entre el número de lados.

Se sustituye (5.4) en (5.3) y (5.2), produciendo la ecuación general para cualquier polígono regular.

$$Cc = 4n * \tan \frac{\alpha}{2} \quad (5.5)$$

Usando la ecuación (5.5) se obtiene la tabla 5.1 de compacidad de polígonos regulares de 3 a 10 lados.

Figura	Número de lados	Valor de la compacidad
Triángulo	3	20.7847
Cuadrado	4	16
Pentágono	5	14.5309
Hexágono	6	13.8564
Heptágono	7	13.4841
Octágono	8	13.2549
Eneágono	9	13.1030
Decágono	10	12.9968

Tabla 5.1: Compacidad de polígonos regulares de 3 a 10 lados.

Círculo

Para calcular la compacidad del círculo, ya que no consta de lados, se obtiene por:

$$Cc = \frac{(2\pi r)^2}{\pi r^2} = 4\pi \quad (5.6)$$

la compacidad del círculo converge a la constante 4π , la cual es la compacidad mínima posible para una figura plana [24]. Donde r representa el radio del círculo.

Método experimental

Utilizando las ecuaciones (5.1) a (5.6) y procesamiento de imagen de las figuras se puede aproximar su compacidad. Este método puede llegar a presentar problemas al momento de la clasificación debido a que mayor número de lados menor es la diferencia entra la compacidad de una figura y otra.

Una forma de saber las posibles variables que pudieran afectar la compacidad clásica es estudiando las propiedades de las imágenes y de las figuras, como por ejemplo.

1. Tamaño de la figura.
2. Tamaño de la imagen.
3. Resolución de la figura.

Se hicieron pruebas con figuras regulares de 3 hasta 10 lados, con 4 tamaños diferentes, es decir, el tamaño de la arista varia en 4 dimensiones diferentes. Se probó con imágenes cuadradas de 240, 360, 480, 720 y 1080 pixeles. También se utilizaron varias resoluciones de imagen ($\frac{pixeles}{cm^2}$). Se muestran a continuación los resultados del pentágono.

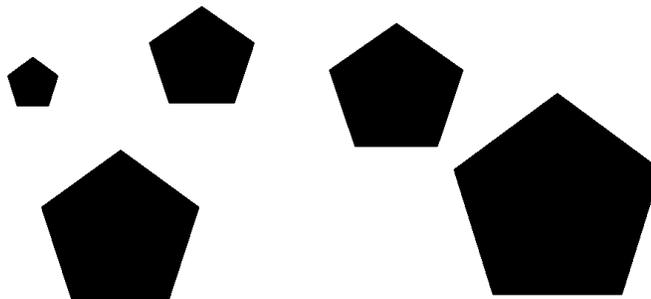


Figura 5.5: Imagen para método experimental 2D.

- Modificando tamaño de figura sin cambiar resolución ni tamaño de imagen (240×240 *pixeles*).

A continuación se muestran los resultados para este caso.

En la imagen 5.6 se muestran los cuatro tamaños de figuras propuestos para la investigación.

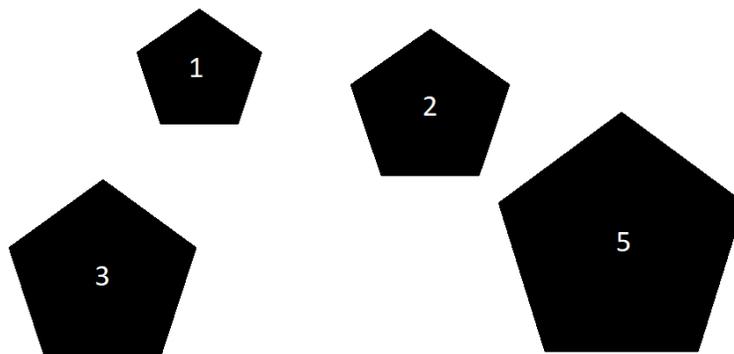


Figura 5.6: Tamaños propuestos de figuras.

Figura	Área	Périmetro	Compacidad experimental	Compacidad teórica	Diferencia
1	3266	212.528	13.8298	14.5309	4.8248 %
2	13224	433.036	14.1803	14.5309	2.4127 %
3	21285	550.746	14.2505	14.5309	1.9296 %
4	30371	658.954	14.2972	14.5309	1.6082 %

Tabla 5.2: Compacidad modificando tamaño de figura.

- Modificando tamaño de imagen sin cambiar resolución ni tamaño de figura.

Tamaño de imagen	Área	Perímetro	Compacidad	Compacidad teórica	Diferencia
240x240	3266	212.528	13.8298	14.5309	4.8248 %
360x360	3266	212.528	13.8298	14.5309	4.8248 %
480x480	3266	212.528	13.8298	14.5309	4.8248 %
720x720	3266	212.528	13.8298	14.5309	4.8248 %
1080x1080	3266	212.528	13.8298	14.5309	4.8248 %

Tabla 5.3: Compacidad modificando tamaño de imagen.

- Se utiliza una sola imagen, la cual se va modificando en la resolución (*pixeles/cm*). Siendo de esta manera que la imagen siempre mantenga una medida de 10×10 cm.

Resolución	Tamaño de imagen	Área	Perímetro	Compacidad	Compacidad teórica	Diferencia
24	240x240	2277	178.562	14.0028	14.5309	3.6342 %
36	360x360	5158	269.402	14.0708	14.5309	3.1663 %
48	480x480	9130	359.936	14.1899	14.5309	2.3466 %
72	720x720	20533	542.402	14.3282	14.5309	1.3949 %
108	1080x1080	46304	816.502	14.3978	14.5309	0.9159 %

Tabla 5.4: Compacidad modificando resolución de la imagen.

Con estos resultados podemos observar que la obtención de la compacidad puede ser afectada por las diferentes características de la imagen, concluyendo que la propiedad que podemos manipular para mejorar los resultados es la resolución.

5.1.5. Funcionamiento del clasificador 2D

Después de identificar las figuras gracias a la segmentación (figura 5.4) comenzaremos a crear las matrices de tamaño $M \times N$ para así crear una imagen con cada tipo de figura, para explicar mejor este procedimiento a continuación se muestra el resultado obtenido.

En esta etapa se utiliza el comando *PixelIdxList* el cual es una propiedad del comando *regionprops*, que devuelve un vector con la posición de los píxeles de una región, en este programa la región será la figura identificada y el valor del píxel está dado por $ones(stats(i).Area, 1)$ que lo que hace es dar un valor de 1 al área de la figura i , de esta manera se crea la imagen únicamente con la figura deseada.

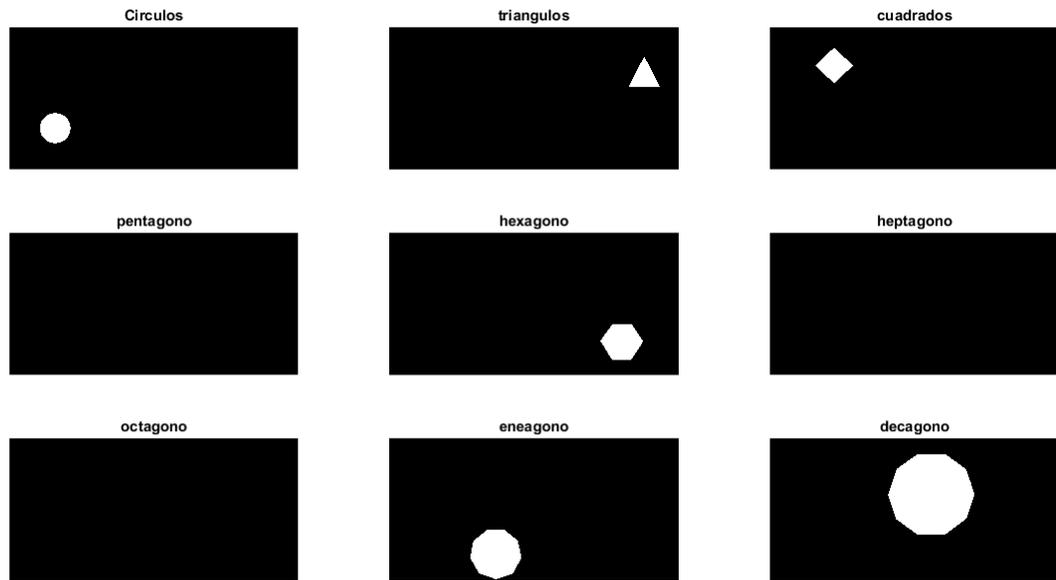


Figura 5.7: Resultado de la clasificación 2D.

5.2. Discusión de los resultados del clasificador 2D

Para comprobar la eficiencia del programa se probaron varias imágenes para certificar su eficiencia al clasificar. De acuerdo a los resultados anteriores podemos observar como es que las diferentes propiedades que tiene una imagen afecta directamente las propiedades de las figuras, además, aun con todos los métodos existentes es muy difícil afirmar que la figura geométrica analizada es perfectamente regular.

A pesar de esto se puede observar que los resultados más consistentes donde se minimizó la diferencia entre la compacidad teórica y la obtenida por el programa fue cuando se modifica la resolución de la imagen. El aumentar la resolución quiere decir que por cada centímetro de la imagen habrá x cantidad de pixeles (en los resultados la mayor resolución utilizada fue de 108 pixeles/cm teniendo una imagen de 10cm x 10cm).

El analizar las figuras en dos dimensiones con diferentes métodos de generación y cambiando las propiedades de la imagen nos ayuda para poder crear un clasificador eficiente tomando

en cuenta las posibles diferencias que pueden existir entre lo calculado teórico y los resultados prácticos.

Conociendo como funciona el clasificador en dos dimensiones y con el análisis de las variantes que tiene una imagen, podemos proceder al clasificador en tres dimensiones el cual se desarrolla en los siguientes capítulos.

5.3. Algoritmo de clasificación en 3D

Al tener las expresiones necesarias para calcular la compacidad compuesta de las figuras, se definen las condiciones del algoritmo para el clasificador.

El algoritmo del clasificador es un método simple de decisión. Cuando se procesa la imagen y se calcula la compacidad después de la reconstrucción de la figura, En la Tabla 5.5 se muestran las condiciones propuestas para realizar la clasificación.

Condición	Figura identificada
si $3.1416 - 1 \leq C_{comp} < 13.8564 - 1$	Esfera
si $13.8564 - 1 \leq C_{comp} < 20.7846 - 1$	Octaedro
si $20.7846 - 1 \leq C_{comp} < 22.1803 - 1$	Tetraedro
si $22.1803 - 1 \leq C_{comp} < 24 - 1$	Pirámide
si $24 - 1 \leq C_{comp} < 26.6326 - 1$	Cubo
si $26.6326 - 1 \leq C_{comp} < 43.5925 - 1$	Prisma pentagonal
si $43.5925 - 1 \leq C_{comp} < 103.9230 - 1$	Dodecaedro
si $103.9230 - 1 \leq C_{comp} < 110$	Icosaedro
si $C_{comp} > 110$	Cilindro

Tabla 5.5: Condición para la clasificación de las figuras.

Como se muestra en la Tabla 5.5, en la condición de cada figura al valor de C_{comp} se le resta una unidad para tener un margen de error. Esta resta se decide de manera experimental.

5.4. Resultado de prueba

A continuación se muestra el resultado a una prueba realizada con una imagen que consta de varias figuras. El procesamiento utilizado es el mismo descrito en capítulos 5 y 6. Los parámetros de la cámara y de la imagen se describen en la Tabla 5.6.

LG-X180g	
Longitud focal	3.5mm
Ancho	3120 pixeles / 3.6mm
Altura	4160 pixeles / 4.8 mm
Tamaño de imagen	13MP

Tabla 5.6: Características de la cámara utilizada.

Utilizando una resolución de 140pixeles/cm y una distancia focal de $4200\text{pixeles}(30\text{cm})$, se procede a mostrar los resultados de la siguiente imagen de referencia.



Figura 5.8: Imagen de referencia para la clasificación 3D.



Figura 5.9: Imagen de referencia para la clasificación 3D en escala de grises.

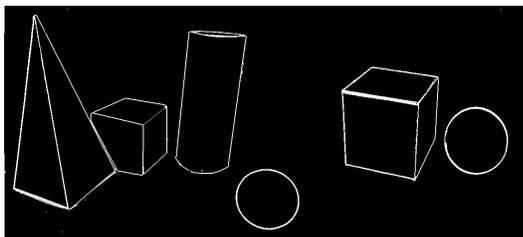


Figura 5.10: Contornos obtenidos de la imagen de referencia para la clasificación 3D.

En las Figuras 5.11, 5.12 y 5.13 se muestran las transformadas de Hough de las figuras que fueron detectadas con esquinas.

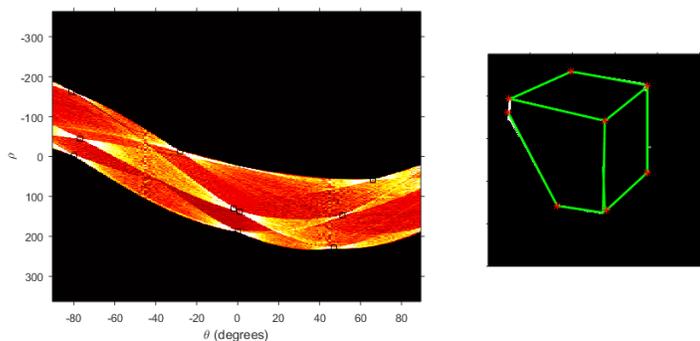


Figura 5.11: Tranformada de Hough y vértices detectados para el primer cubo trasladado.

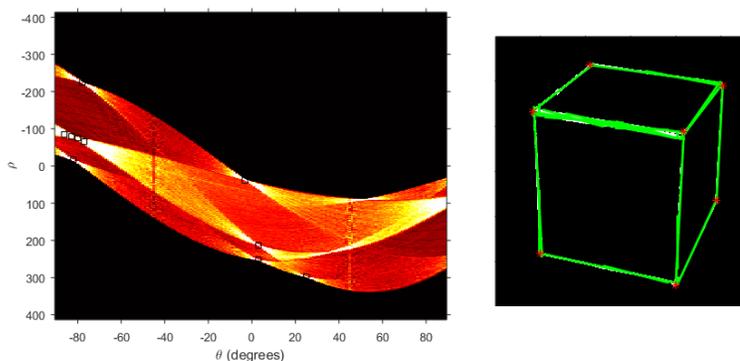


Figura 5.12: Tranformada de Hough y vértices detectados para el cubo mas grande mostrado en la imagen de referencia.

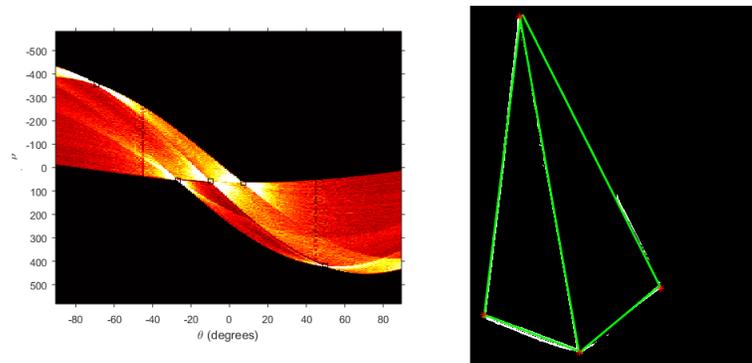
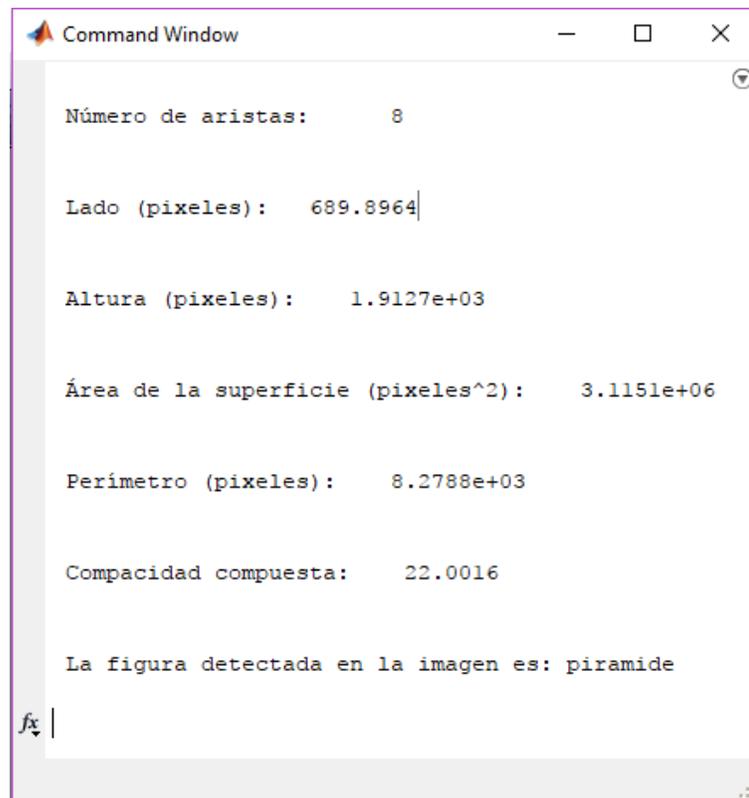


Figura 5.13: Transformada de Hough y vértices detectados para la pirámide detectada en la imagen de referencia.

Para el caso de las figuras curvas no se muestra su transformada de Hough, ya que el proceso de estas figuras después de encontrar sus contornos, es únicamente seccionar la imagen en dos para después reconstruir de acuerdo a lo descrito en el apartado 6.2.3 de este trabajo.

Al tener las figuras reconocidas, se calcula la longitud de lado, área de superficie y perímetro de cada una para obtener la compacidad compuesta.

Las Figuras 5.14 y 5.15 muestran resultados de dos figuras analizadas.



```
Command Window

Número de aristas:      8

Lado (pixeles):      689.8964|

Altura (pixeles):      1.9127e+03

Área de la superficie (pixeles^2):      3.1151e+06

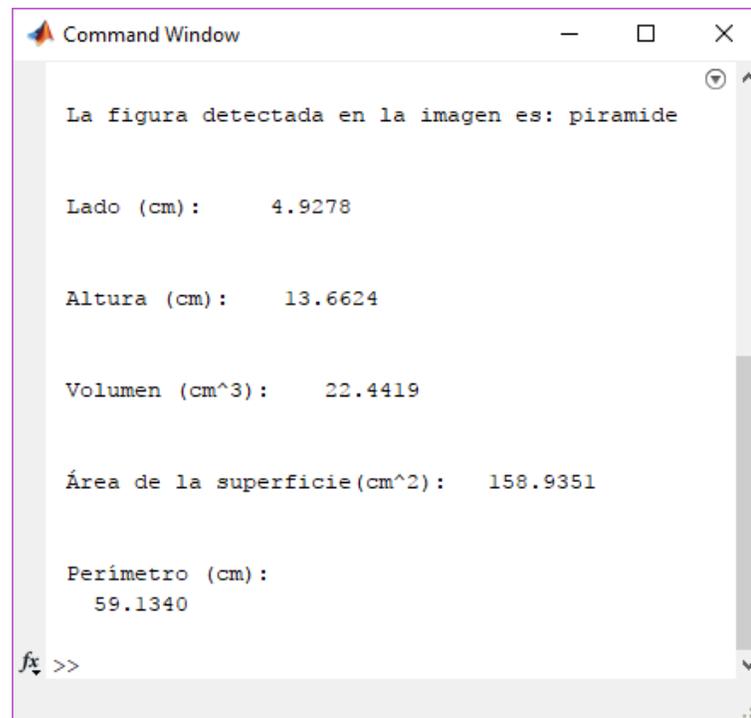
Perímetro (pixeles):      8.2788e+03

Compacidad compuesta:      22.0016

La figura detectada en la imagen es: piramide

fx |
```

Figura 5.14: Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (pixeles).



```
Command Window

La figura detectada en la imagen es: piramide

Lado (cm):      4.9278

Altura (cm):    13.6624

Volumen (cm^3): 22.4419

Área de la superficie(cm^2): 158.9351

Perímetro (cm):
59.1340

fx >>
```

Figura 5.15: Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (conversión a cm).

La pirámide real tiene dimensiones de 14 centímetros de altura y de 5 centímetros de base, lo que nos quiere decir que el programa obtuvo las medidas muy similares a las medidas reales.

Con estos resultados se pasa a mostrar la reconstrucción de las figuras, las cuales se agrupan en la misma gráfica en caso de haber dos o más figuras clasificadas igual. La leyenda de la gráfica se proporciona con el resultado del clasificador.

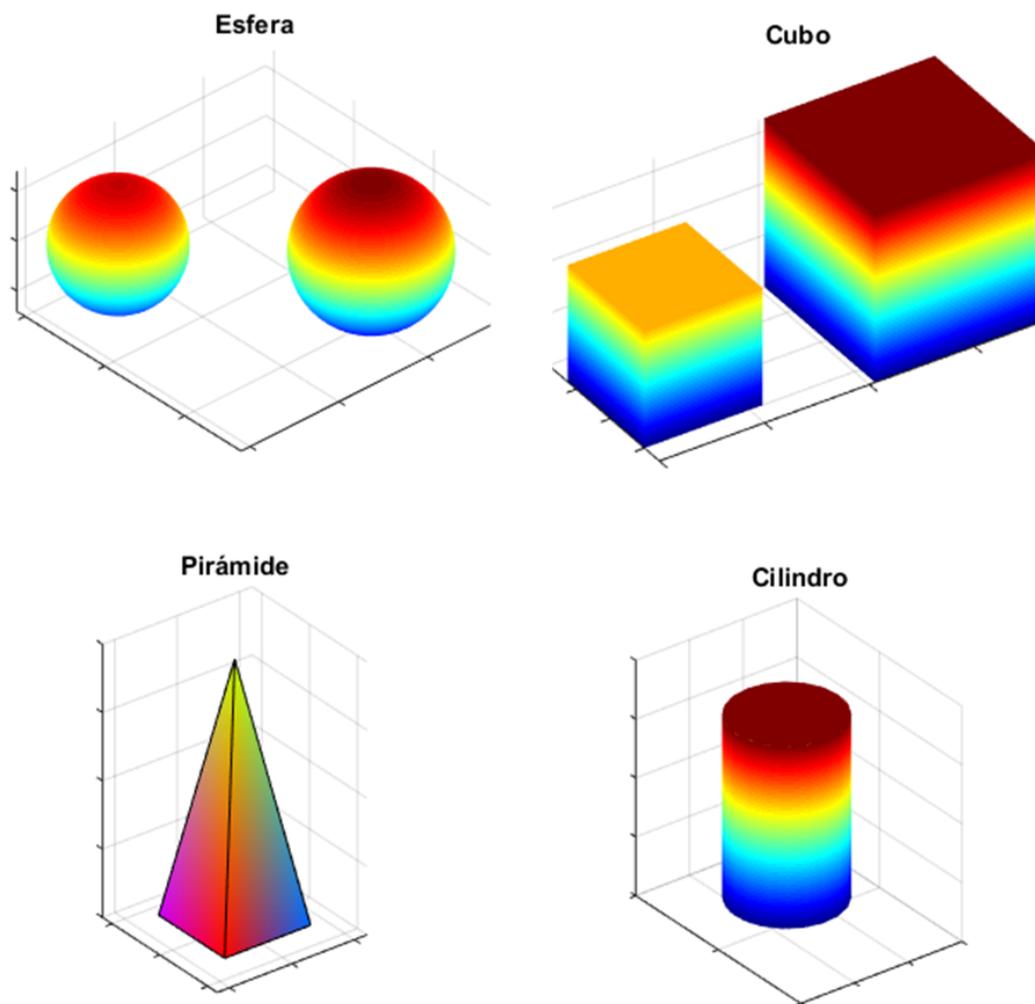


Figura 5.16: Resultado del clasificador en 3D.

Como podemos observar, todas las figuras fueron correctamente clasificadas, así como la obtención correcta de sus propiedades en píxeles y su conversión a centímetros. En el capítulo siguiente trata con más detalle acerca de las conclusiones de los resultados obtenidos por este algoritmo.

Conclusiones

Con estos resultados podemos concluir que a partir de una imagen en dos dimensiones donde se conoce la relación del espacio real (ya sea en cm u otra medida) con la relación de la imagen en pixeles y también se conozca un punto en el plano z se podrá obtener una reconstrucción más certera a la figura real. También podemos concluir que las medidas de compacidad son de suma utilidad y se obtienen de manera simple para utilizarlos como referencia en la clasificación. Este método puede ser utilizado para poliedros regulares e irregulares aunque la obtención de características y la clasificación es más eficiente en el caso de poliedros regulares.

Las ventajas de este proyecto es que el procesamiento en la parte de la clasificación es sumamente rápido, pero al ser tan simple no permite al programa tener una gran variedad de figuras, distintos tamaños de figuras irregulares, ni trabajar con diferentes figuras curvas.

Otra ventaja es que no es necesario un equipo muy robusto para la obtención de la imagen gracias al método de triangulación y la detección de vértices por medio de la transformada de Hough (*vanishing points* [25]) . Consideramos la tarea de la estimación de profundidad 3D a partir de una sola imagen fija [26].

Al utilizar este método, como sólo se usa una sola imagen de referencia, no podría detectar si la figura tiene alguna irregularidad en la sección que no es visible en la imagen, por lo que si se desea detectar este tipo de problemas sería necesario agregar dos o más vistas.

Si se utilizaran dos o más imágenes sería necesario cambiar el método de la estimación de 2D a 3D incluyendo un plano principal y un plano de profundidad o utilizando los métodos de calibración de la cámara [27].

También el trabajo aporta el poder obtener las dimensiones de un objeto a partir de una imagen con una gran aproximación al resultado real, y se puede adaptar a cualquier unidad de medida

deseada.

Se pudo estudiar una manera rápida, sencilla pero eficaz de reconstrucción de figuras curvas, sin importar la irregularidad de la figura. En los apéndices se muestran resultados de pruebas de reconstrucción de estas figuras.

Trabajo a futuro

El trabajo a futuro de esta tesis es muy amplio. Uno de los principales es el ampliar el estudio de la compacidad para figuras geométricas irregulares y figuras curvas. Analizar figuras compuestas ya sea de figuras regulares, irregulares, curvas o una combinación de todas las anteriores, con esto podemos poder clasificar casi cualquier objeto.

Otro trabajo a futuro es el análisis de cómo la resolución de una imagen puede afectar el procesamiento, ya que se sabe que es importante para el análisis de una imagen, mas no se conoce cuantitativamente cómo la alta o baja resolución modifica las características que se obtienen de la imagen.

Una vez habiendo ampliado el rango de figuras posibles por clasificar y haciendo un refinamiento de la información, implementar este clasificador a alguna aplicación, como por ejemplo en alguna línea de producción que realice diferentes productos a la vez, que la computadora sea capaz de identificar cada una y así colocarla en el lugar correcto.

Este trabajo está programado para trabajar *offline* por lo que el principal trabajo a futuro sería implementar una cámara que tome imágenes y procese en tiempo real.

Bibliografía

- [1] M. J. Tarr, P. Williams, W. G. Hayward, and I. Gauthier, “Three-dimensional object recognition is viewpoint dependent,” *Nature neuroscience*, vol. 1, no. 4, pp. 275–277, 1998.
- [2] P. J. Besl and R. C. Jain, “Three-dimensional object recognition,” *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 17, no. 1, pp. 75–145, 1985.
- [3] E. Bribiesca, “Measuring 2-d shape compactness using the contact perimeter,” *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 33, no. 11, pp. 1–9, 1997.
- [4] J. J. Esteve-Taboada, D. Mas, and J. García, “Three-dimensional object recognition by fourier transform profilometry,” *Applied optics*, vol. 38, no. 22, pp. 4760–4765, 1999.
- [5] V. Calzada, “Caracterización y clasificación de objetos tridimensionales rotados mediante el uso de luz estructurada,” *Congreso Internacional de Robótica y Computación, Memorias*, pp. 188–193, mayo 2013.
- [6] E. Izquierdo Asensis, *Geometria Descriptiva*. Editorial Paraniafo, 24 ed., 1957.
- [7] S. R. Clemens, P. G. O’daffer, and T. J. Cooney, *Geometria*. Pearson Educación, 1998.
- [8] J. D. Romá, *Poliedros regulares: geometría descriptiva*. Editorial Club Universitario, 2003.
- [9] L. Euler, “Teorema para poliedros,” 1750.
- [10] R. Gillman, “Geometry and gerrymandering,” *Math Horizons*, vol. 10, no. 1, pp. 10–22, 2002.
- [11] Y. Burago, “Isoperimetric inequality, in encyclopaedia of mathematics,,” 2011.

- [12] R. S. Montero and E. Bribiesca, "State of the art of compactness and circularity measures," *International Mathematical Forum*, vol. 4, no. 27, pp. 1305 – 1335, 2009.
- [13] Bogaert, R. Rousseau, P. Van Hecke, and I. Impens, "Alternative area-perimeter ratios for measurement of 2d shape compactness of habitats," *Applied Mathematics & Computation*, vol. 111, no. 1, pp. 71 – 85, 2000.
- [14] R. Santiago, "Descriptores de regiones binarias en z2 y z3, basados en el concepto de compacidad," *IIMAS, Universidad Nacional Autónoma de México, Tesis doctoral*, 2008.
- [15] K. Schmidt-Nielsen, *Scaling: why is animal size so important?* Cambridge University Press, 1984.
- [16] L. E. Sucar and G. Gómez, "Visión computacional," *Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica. México*, 2011.
- [17] J. F. Blinn, "What is a pixel?," *IEEE computer graphics and applications*, vol. 25, no. 5, pp. 82–87, 2005.
- [18] N. L. S. Palomino and U. N. R. Concha, "Técnicas de segmentación en procesamiento digital de imágenes," *Revista de investigación de Sistemas e Informática*, vol. 6, no. 2, pp. 9–16, 2009.
- [19] T. Carron and P. Lambert, "Color edge detector using jointly hue, saturation and intensity," in *Image Processing, 1994. Proceedings. ICIP-94., IEEE International Conference*, vol. 3, pp. 977–981, IEEE, 1994.
- [20] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, *et al.*, "Digital image processing," 1992.
- [21] P. Bachiller-Burgos, L. J. Manso, and P. Bustos, "A variant of the hough transform for the combined detection of corners, segments, and polylines.," *EURASIP Journal on Image and Video Processing*, vol. 2017, no. 1, p. 32, 2017.
- [22] J. P. Cuesta and D. J. G. Rupérez, "Desarrollo de un procedimiento para la creación de imágenes 3d a partir de imágenes 2d.," *Universidad Politécnica de Valencia*, 2012.

- [23] M. Prasad and A. Fitzgibbon, "(2006). single view reconstruction of curved surfaces.," *Computer Vision and Pattern Recognition, 2006 IEEE Computer Society Conference on*, vol. 2, pp. 1345–1354, 2006.
- [24] S. O. Bochkarev, I. B. Litus, and N. S. Kravchenko, "Irregular objects. shape detection and characteristic sizes,"
- [25] C. B. Perwass and J. Lasenby, "3d reconstruction from vanishing points," in *Geometric computing with Clifford algebras*, pp. 371–392, Springer, 2001.
- [26] A. Saxena, S. H. Chung, and A. Y. Ng, "3d depth reconstruction from a single still image," *International journal of computer vision*, vol. 76, no. 1, pp. 53–69, 2008.
- [27] M. Wilczkowiak, E. Boyer, and P. Sturm, "Camera calibration and 3d reconstruction from single images using parallelepipeds," in *Computer Vision, 2001. ICCV 2001. Proceedings. Eighth IEEE International Conference on*, vol. 1, pp. 142–148, IEEE, 2001.

Apéndice A

Obtención de la fórmula general de la compacidad clásica

Teniendo las ecuaciones de perímetro y área y compacidad clásica dadas por:

$$A = \frac{P * a}{2} \quad (\text{A.1})$$

$$P = n * L \quad (\text{A.2})$$

$$Cc = \frac{P^2}{A} \quad (\text{A.3})$$

Donde a se refiera a la apotema de la figura que se calcula de la siguiente manera:

$$a = \frac{L}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} \quad (\text{A.4})$$

$$\alpha = \frac{360}{n} \quad (\text{A.5})$$

La sustitución de la Eq.A.4 en la ecuación A.1 da como resultado:

$$A = \frac{nL \frac{L}{2 \tan \frac{360}{2n}}}{2} \quad (\text{A.6})$$

simplificando se obtiene el resultado del área, A .

$$A = \frac{nL^2}{4 \tan \frac{360}{2n}} \quad (\text{A.7})$$

Sustituyendo el resultado del área, ecuación A.7, y la ecuación A.2 en la ecuación A.3, tenemos:

$$Cc = \frac{(nL)^2}{\frac{nL^2}{4 \tan \frac{360}{2n}}} \quad (\text{A.8})$$

$$Cc = \frac{n^2 L^2}{\frac{nL^2}{4 \tan \frac{360}{2n}}} \quad (\text{A.9})$$

$$Cc = \frac{n^2 L^2 (4 \tan \frac{360}{2n})}{nL^2} \quad (\text{A.10})$$

Simplificando la ecuación A.10 obtendremos la ecuación de la fórmula general mostrada a continuación.

$$Cc = 4n \tan \frac{360}{2n} \quad (\text{A.11})$$

Apéndice B

Pruebas de clasificación 2D

A continuación se muestran algunos resultados de pruebas realizadas paa el clasificador de 2D.

B.1. Prueba con polígonos regulares.

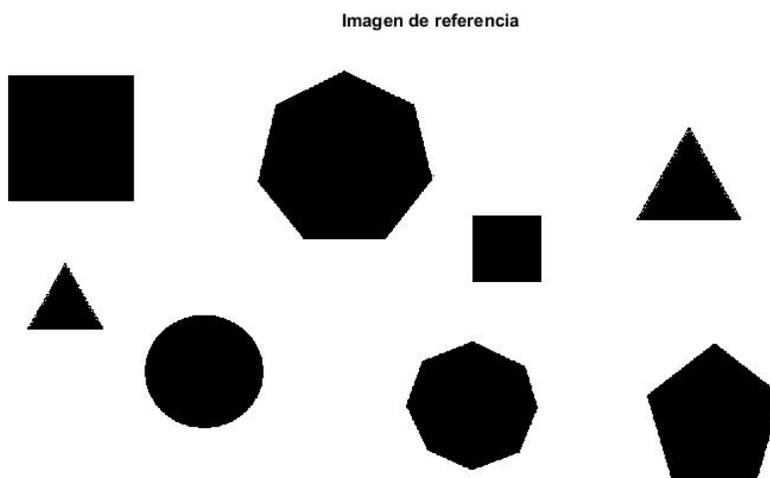


Figura B.1: Imagen de prueba clasificación 2D con solo figuras regulares.

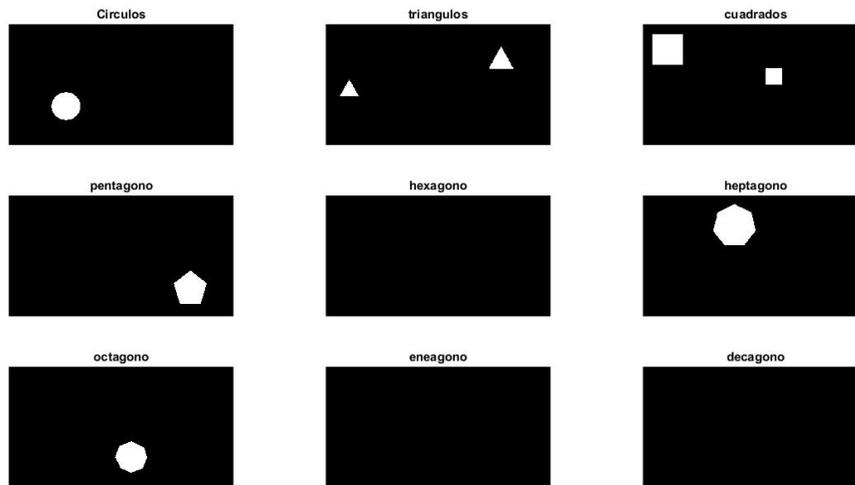


Figura B.2: Resultado de prueba con solo figuras regulares. Clasificador 2D.

B.2. Prueba con figuras irregulares.

Para el caso de figuras irregulares se calculan las compacidades clásicas matemáticamente y experimentalmente.

Para conocer los valores de compacidad se utiliza un método experimental donde se calcula la compacidad de una figura con diferentes dimensiones, a continuación se muestra los resultados de la prueba hecha.

Se generan rectángulo, triángulos y estrellas con diferentes parámetros aleatorios.

Rectángulo	T. Isóceles	T. Escaleno	Estrella
18.3666	22.4428	29.1314	34.9216
16.3964	21.1147	25.2615	37.5331
16.6389	22.4986	29.1669	36.7889
17.2308	21.8305	25.0817	34.5338
16.1098	21.8573	27.721	38.2576

Tabla B.1: Resultados experimentales de compacidad de figuras irregulares en 2D.

Con esto podemos concluir valores mínimos y máximos de referencia para el clasificador.

Figura	Mínimo	Máximo
Rectángulo	16	19
T. Isóceles	20	23
T. Escaleno	23	30

Tabla B.2: Máximos y mínimos de Cc en figuras irregulares 2D.

B.2.1. Resultados.

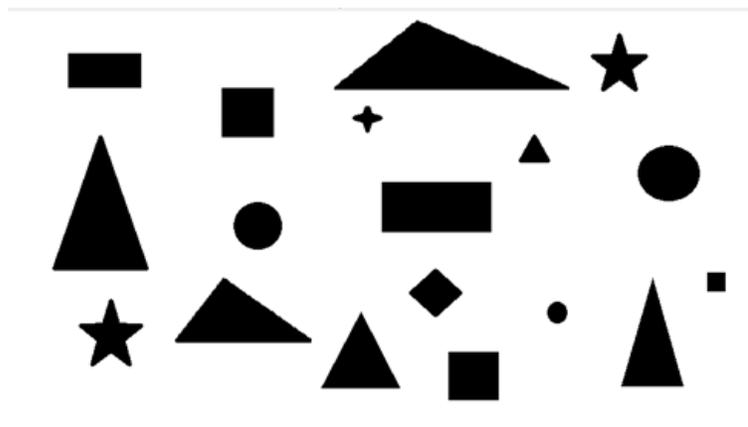


Figura B.3: Imagen de prueba para figuras irregulares.

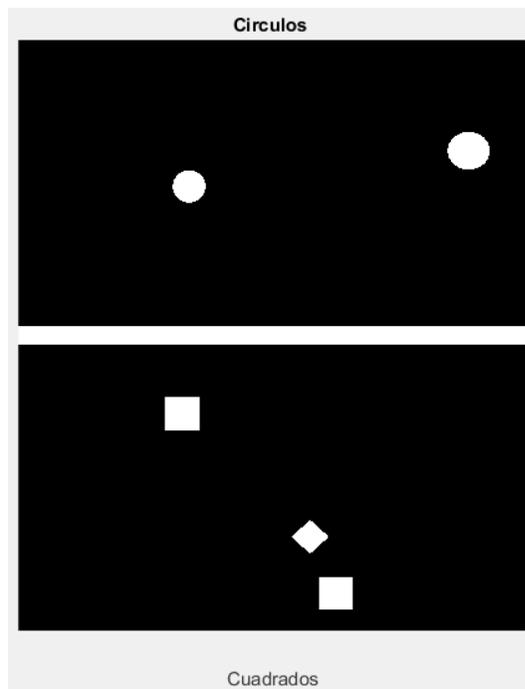


Figura B.4: Clasificación de los círculos y cuadrados detectados.

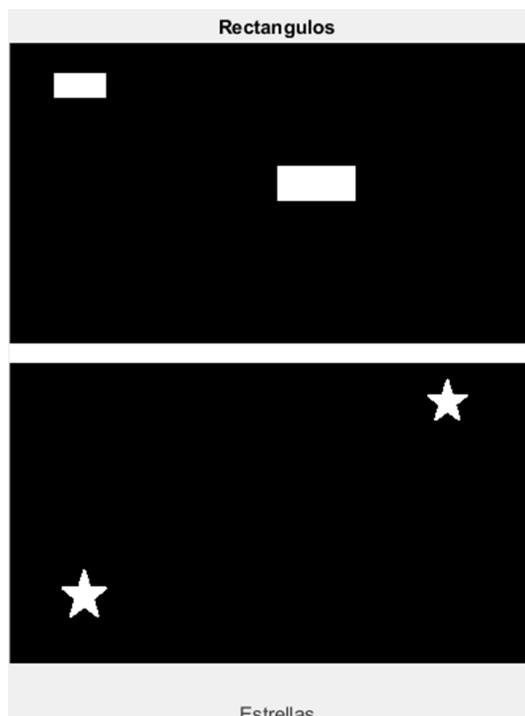


Figura B.5: Clasificación de rectángulos y estrellas detectadas.

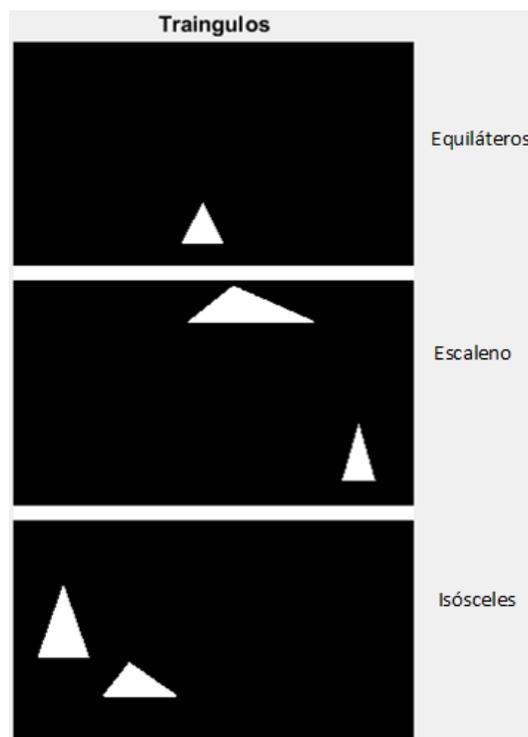


Figura B.6: Clasificación de los diferentes triángulos detectados.

Apéndice C

Pruebas de reconstrucción 3D

A continuación se muestran algunos resultados de reconstrucción de figuras hechas. Los parámetros utilizados de la cámara son los mismos descritos en la tabla 7.6 de la sección 7.3.

C.1. Dodecaedro.



Figura C.1: Imagen de referencia. Dodecedro.

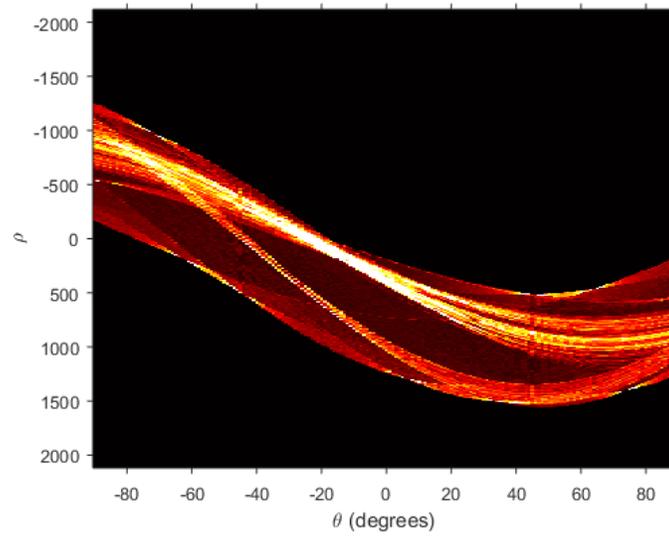


Figura C.2: Transformada de Hough. Dodecedro.

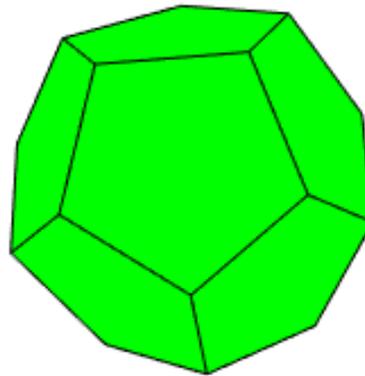
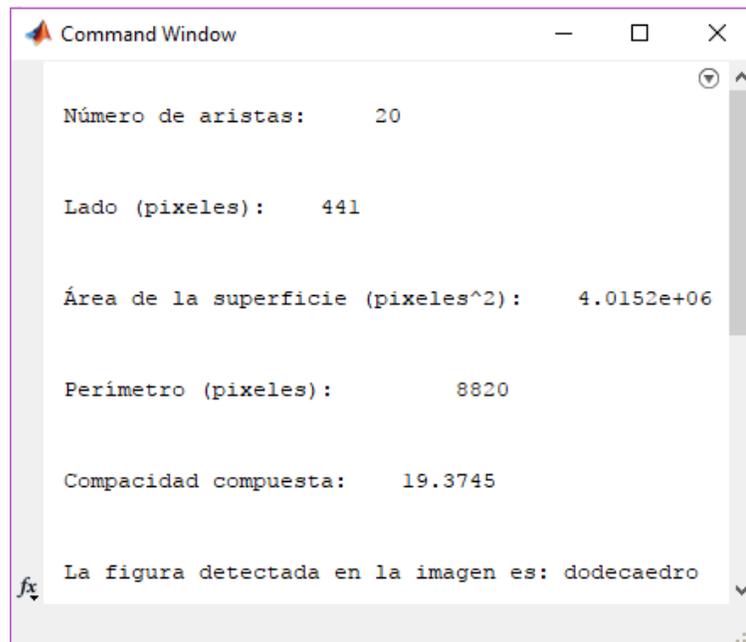


Figura C.3: Reconstrucción. Dodecedro.



```
Command Window

Número de aristas:      20

Lado (pixeles):       441

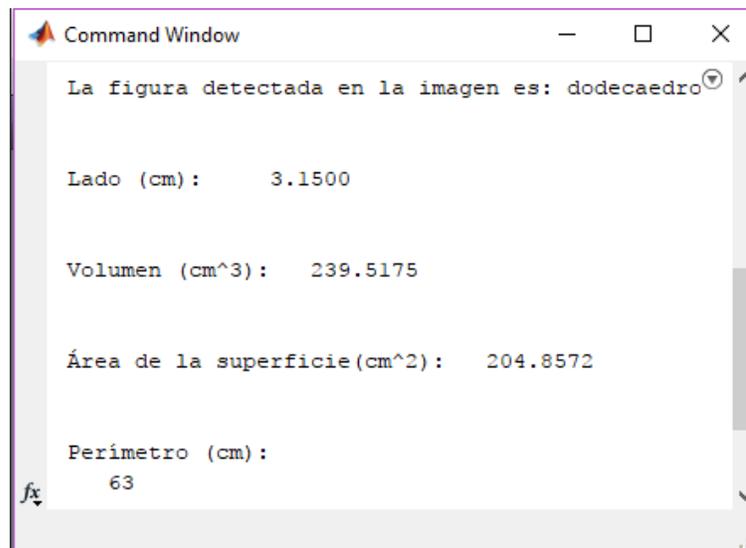
Área de la superficie (pixeles^2):  4.0152e+06

Perímetro (pixeles):   8820

Compacidad compuesta:  19.3745

La figura detectada en la imagen es: dodecaedro
```

Figura C.4: Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (pixeles).Dodecaedro.



```
Command Window

La figura detectada en la imagen es: dodecaedro

Lado (cm):           3.1500

Volumen (cm^3):     239.5175

Área de la superficie(cm^2):  204.8572

Perímetro (cm):
    63
```

Figura C.5: Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (cm).Dodecaedro.

C.2. Prisma pentagonal.

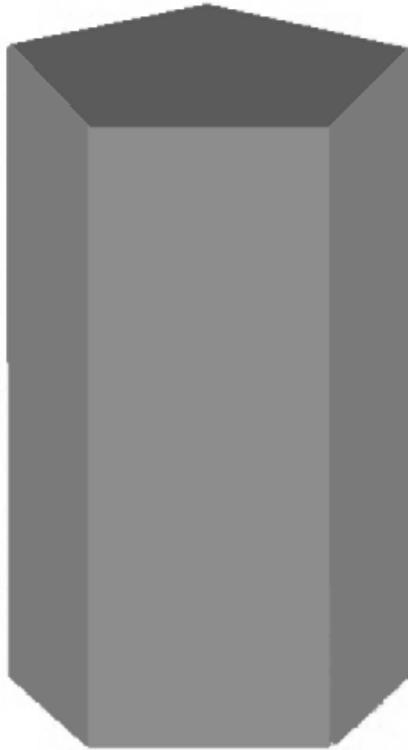


Figura C.6: Imagen de referencia. Prisma pentagonal.

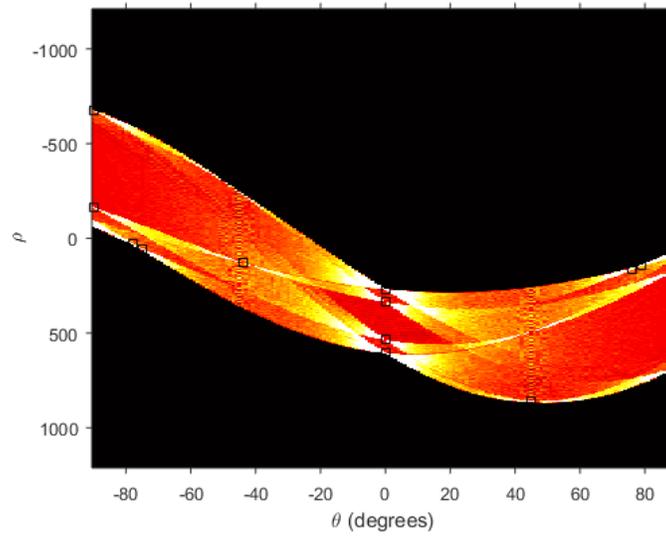


Figura C.7: Transformada de Hough. Prisma pentagonal.

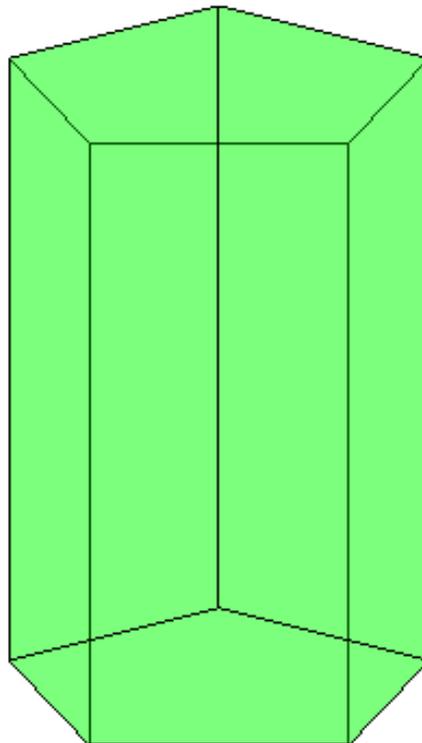
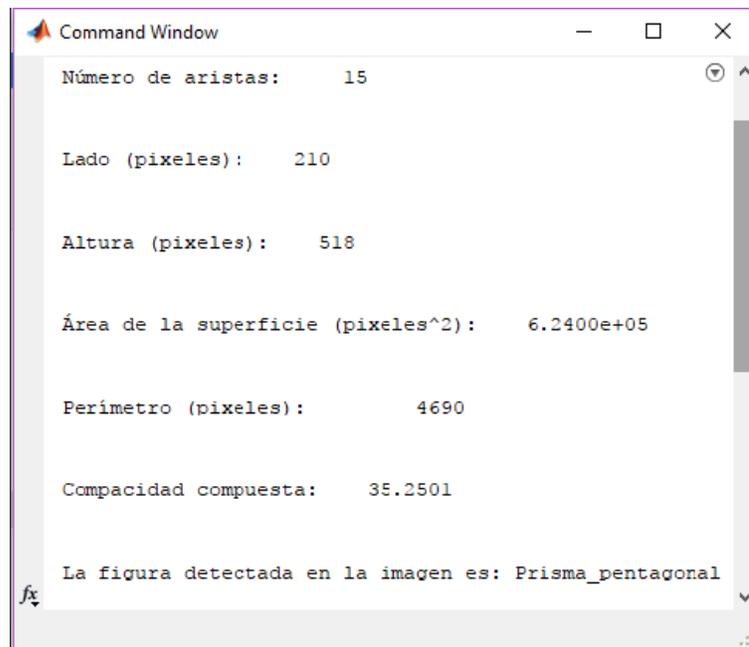


Figura C.8: Reconstrucción. Prisma pentagonal.



```
Command Window
Número de aristas:      15

Lado (pixeles):        210

Altura (pixeles):      518

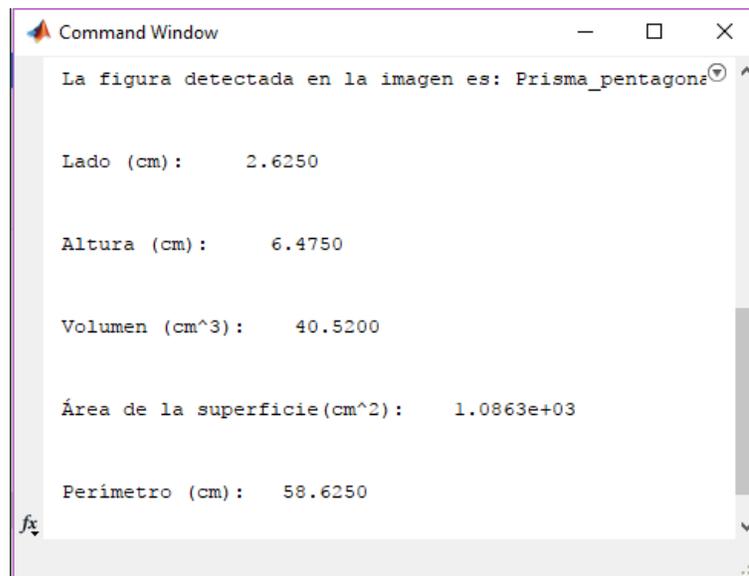
Área de la superficie (pixeles^2):  6.2400e+05

Perímetro (pixeles):   4690

Compacidad compuesta:  35.2501

La figura detectada en la imagen es: Prisma_pentagonal
```

Figura C.9: Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (pixeles).Prisma pentagonal.



```
Command Window
La figura detectada en la imagen es: Prisma_pentagonal

Lado (cm):             2.6250

Altura (cm):           6.4750

Volumen (cm^3):        40.5200

Área de la superficie (cm^2):  1.0863e+03

Perímetro (cm):        58.6250
```

Figura C.10: Propiedades obtenidas de la reconstrucción de la figura (cm).Prisma pentagonal.

C.3. Figura curva.

C.3.1. Jarrón.



Figura C.11: Imagen de referencia. Jarrón.

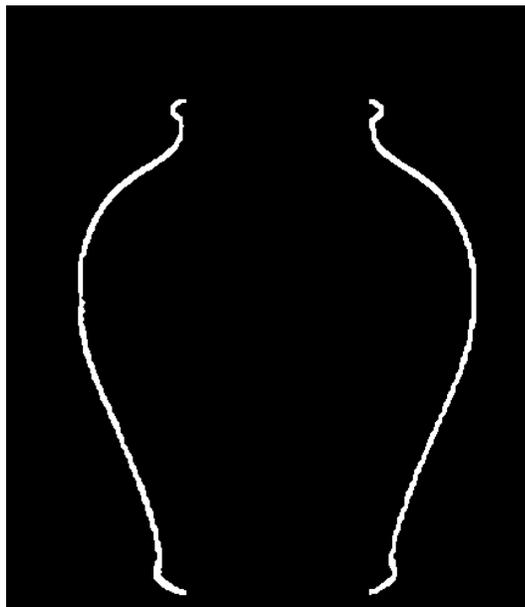


Figura C.12: División de contornos. Jarrón.

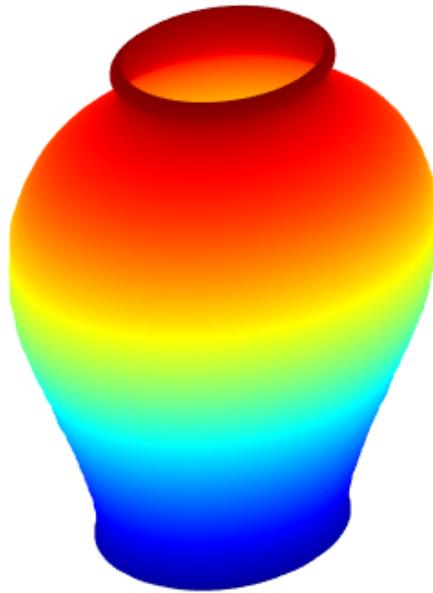


Figura C.13: Reconstrucción. Jarrón.

C.3.2. Pera.



Figura C.14: Imagen de referencia. Pera.

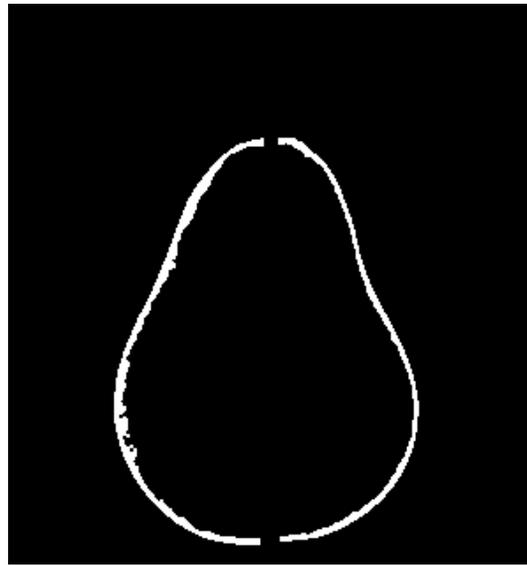


Figura C.15: División de contornos. Pera.

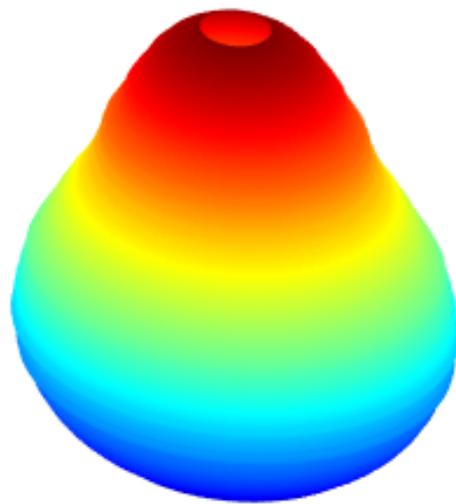


Figura C.16: Reconstrucción. Pera.