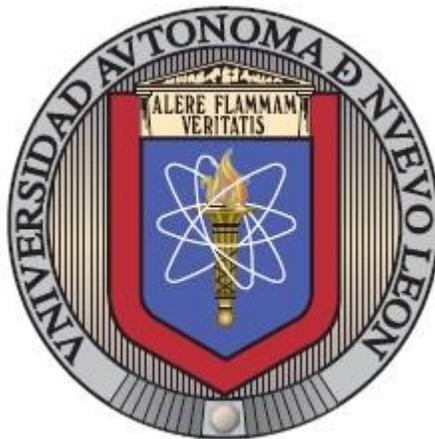


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



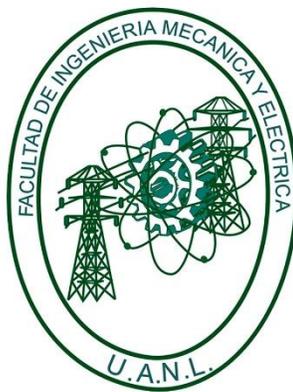
“ESTUDIO DEL EFECTO DE RÁFAGAS DE AIRE SOBRE VEHÍCULOS
AÉREOS DE MÚLTIPLES ROTORES EN TÚNEL DE VIENTO”

Por:
Ing. Alicia Leslie Torres Olascoaga

EN OPCIÓN AL GRADO DE:
MAESTRÍA EN INGENIERÍA AERONÁUTICA con Especialidad en
DINÁMICA DE VUELO.

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN, MAYO 2018

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



“ESTUDIO DEL EFECTO DE RÁFAGAS DE AIRE SOBRE VEHÍCULOS
AÉREOS DE MÚLTIPLES ROTORES EN TÚNEL DE VIENTO”

Por:
Ing. Alicia Leslie Torres Olascoaga

EN OPCIÓN AL GRADO DE:
MAESTRÍA EN INGENIERÍA AERONÁUTICA con Especialidad en
DINÁMICA DE VUELO.

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN, MAYO 2018

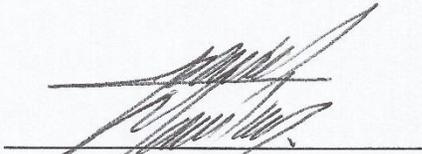
UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis **“ESTUDIO DEL EFECTO DE RÁFAGAS DE AIRE SOBRE VEHÍCULOS AÉREOS DE MÚLTIPLES ROTORES EN TÚNEL DE VIENTO”** realizada por el alumno(a) **“ALICIA LESLIE TORRES OLASCOAGA”**, con número de matrícula **1409874**, sea aceptada para su defensa como opción al grado de **“MAESTRÍA EN INGENIERÍA AERONÁUTICA CON ORIENTACIÓN EN DINÁMICA DE VUELO”**.

El Comité de Tesis



“DR. LUIS ANTONIO AMÉZQUITA BROOKS”
Director



M.C DANIEL LIBRADO
MARTÍNEZ VÁZQUEZ

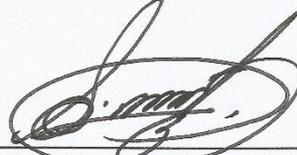
Co-director



DRA. DIANA HERNÁNDEZ
ALCÁNTARA

Co-director

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirector de Estudios de Posgrado



San Nicolás de los Garza, Nuevo León, “4 de Mayo 2018”

Dedicatoria

A mi padre y madre, César y Concepción, mi hermana, abuelas y abuelo por los consejos y apoyo incondicional, por siempre creer en mí y nunca dejarme rendir. Gracias por ser un gran ejemplo a seguir y por ser parte de todo este proceso.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi asesor el Dr. Luis A. Amézquita Brooks por la oportunidad, el apoyo incondicional y el aprendizaje desde la licenciatura hasta la conclusión de esta maestría.

Al Dr. Eduardo Liceaga por todas las enseñanzas y por haberme invitado a trabajar con él y su grupo de investigadores.

A mis compañeros, el M.C Carlos Santana por la ayuda brindada con el diseño e impresión de piezas y al Ing. Ulises Álvarez por toda la ayuda y el apoyo emocional brindado a lo largo del proceso de la tesis.

Índice General

Dedicatoria	4
Agradecimientos	5
Resumen	11
Capítulo 1. Introducción	12
1.1 Vehículos aéreos.....	13
1.1.2 Clasificación UAV's.....	13
1.2 Vehículos aéreos de ala fija y ala rotativa.....	14
1.3 PVTOL.....	15
1.4 Antecedentes de estudios PVTOL.....	16
1.4.1 Resultados Preliminares.....	16
1.5 Túneles de viento.....	17
1.6 Planteamiento del Problema.....	19
1.7 Hipótesis.....	19
1.8 Objetivos.....	20
1.8.1 Objetivos Generales.....	20
1.8.2 Objetivos Específicos.....	20
1.9 Justificación.....	20
1.10 Límites del Estudio.....	21
1.11 Metodología.....	21
Capítulo 2. Banco de pruebas para PVTOL	24
2.1 Diseño estructural banco de pruebas.....	24
2.1.1 Instrumentación bando de pruebas.....	25
2.2 Variables y Rangos.....	26
2.3 Diseño de piezas.....	27

Índice General

Capítulo 3. Diseño de experimento	30
3.1 Calibración y programación de celda.....	31
3.2 Encoder.....	34
3.3 Prueba realizadas antes de experimentos.....	35
3.3.1 Condiciones Experimentales.....	36
Capítulo 4. Análisis de los datos experimentales	38
4.1 Mínimos cuadrados.....	38
4.2 Resultados preliminares.....	41
4.3 Resultados experimentales.....	42
Capítulo 5. Resultados principales	50
5.1 Ejemplo de aplicación.....	52
Capítulo 6. Conclusiones y Trabajo Futuro	56
Capítulo 7. Referencias	58
Capítulo 8. Anexos	60

Índice Figuras

Figura 1. Representación de un modelo PVTOL.....	15
Figura 2. Túnel de viento de circuito cerrado.....	18
Figura 3. Banco de pruebas montado sobre el túnel de viento.....	18
Figura 4. Diseño en CAD del banco de pruebas utilizado.	24
Figura 5. Modelo físico del banco de pruebas utilizado y PVTOL.....	26
Figura 6. Modelo en CAD de la parte de debajo de la base para sujetar la celda de carga.....	27
Figura 7. Modelo en CAD de la parte de arriba de la base para sujetar la celda de carga.....	27
Figura 8. Modelo físico de la base para la celda de carga.....	28
Figura 9. Modelo físico (vista lateral) de la base para la celda de carga.....	28
Figura 10. Modelo físico de la base para modificar el ángulo.....	28
Figura 11. Modelo físico de la base para modificar el ángulo con base para sujetar celda de carga montada.....	28
Figura 12. Modelo en CAD del adaptador para encoder.....	29
Figura 13. Encoder montado en el adaptador.....	29
Figura 14. Modelo en CAD de la pieza en la cual fue montada la base del encoder.....	29
Figura 15. Adaptador para encoder con encoder montado.....	29
Figura 16. Código realizado y utilizado para tomar lectura del empuje ejercido por el motor.....	32
Figura 17. Gráfica obtenida del empuje (con ruido).....	33
Figura 18. Filtro diseñado para disminuir el ruido presente en las mediciones.....	33
Figura 19. Gráfica obtenida con el filtro aplicado.....	33
Figura 20. Diagrama de bode del sistema con filtro aplicado.....	34
Figura 21. Modelo físico del encoder utilizado en las pruebas.....	35
Figura 22. Gráfico de los pines del encoder.....	35
Figura 23. Configuración de las conexiones a utilizar del encoder.....	35
Figura 24. Gráfica del voltaje obtenido con respecto al PWM variable.....	36
Figura 25. Gráfica del voltaje obtenido al variar el PWM a un ángulo de 0° con una velocidad de 6m/s.....	37

Figura 26. Gráfica del voltaje obtenido al variar el PWM a un ángulo de 10° con una velocidad de 6m/s.....	37
Figura 27. Gráfica con ajuste de curva por medio de un polinomio de primer, segundo y tercer grado en un ángulo de 0° y velocidad de 6m/s.....	42
Figura 28. Gráfica con ajuste de curva por medio de un polinomio de primer, segundo y tercer grado en un ángulo de 10° y velocidad de 6m/s.....	42
Figura 29. Gráfica del empuje promedio obtenido con respecto a la velocidad.....	43
Figura 30. Gráfica del error cuadrático promedio con respecto a la velocidad.....	44
Figura 31. Gráfica de comparación de error obtenido en los ángulos -5° y 5° en las 3 velocidades de prueba (3,6 y 9 m/s).....	45
Figura 32. Gráfica de comparación de error obtenido en los ángulos positivos en las 3 velocidades de prueba (3,6 y 9 m/s).....	45
Figura 33. Gráfica de comparación de error obtenido en los ángulos negativos en las 3 velocidades de prueba (3,6 y 9 m/s).....	46
Figura 34. Gráfica del error acumulativo de primer orden de las 63 pruebas realizadas agrupadas en 21 conjuntos (3 pruebas por conjunto).....	47
Figura 35. Gráfica del error acumulativo de primer orden de las 63 pruebas realizadas agrupadas en 21 conjuntos (3 pruebas por conjunto).....	47
Figura 36. Gráfica de comparación del error acumulativo de los 21 sets de primer y segundo orden.....	48
Figura 37. La gráfica muestra el empuje obtenido en cada uno de las 63 pruebas con relación ángulo y velocidad.....	51
Figura 38. Gráfica en 3d mostrando la relación de empuje obtenido con relación a velocidad y ángulo.....	52
Figura 39. Gráfica en 3d mostrando la envolvente obtenida con un valor de $k_t = 10\%$	53
Figura 40. En la gráfica presentada se muestra la zona de trabajo de la envolvente obtenida.....	54
Figura 41. Gráfica en 3d mostrando la envolvente obtenida con un valor de $k_t = 30\%$	54
Figura 42. En la gráfica presentada se muestra la zona de trabajo de la envolvente obtenida.....	55

Índice Tablas

Tabla 1. Configuración velocidad/ángulo para la primera parte de las pruebas.....	31
Tabla 2. Configuración velocidad/ángulo para la primera parte de las pruebas.....	31
Tabla 3. Ejemplo de constante de regresión lineal obtenida (promedio) de las pruebas realizadas (primera parte) a una velocidad de aire de 9m/s.....	41
Tabla 4. Resultados numéricos de la relación empuje-velocidad-ángulo.....	51

Resumen

En esta tesis se estudia el efecto que tienen las ráfagas de viento sobre el sistema de propulsión de los vehículos con múltiples rotores. Para este fin se ha diseñado, construido e instrumentado un banco de pruebas para pilotos automáticos con el objetivo de medir los principales efectos de las ráfagas de aire sobre vehículos de múltiples motores. El banco se adapta de manera fácil para operar en túnel de viento, permitiendo caracterizar los efectos de las ráfagas de aire sobre diferentes tipos de hélices (diferentes tamaños o con ciertas imperfecciones) en un ambiente controlado. El banco de pruebas está instrumentado de tal manera que es posible implementar sistemas de control y estudiar sus capacidades para rechazar los efectos de ráfagas de aire. Utilizando el banco antes descrito se realizan mediciones experimentales para caracterizar los efectos de la ráfaga de viento sobre un sistema de propulsión de dos rotores. Dichas mediciones sirven para proponer un modelo multivariado del sistema de propulsión. Finalmente, se presenta un ejemplo de aplicación del cálculo de la envolvente del sistema de propulsión utilizando el modelo propuesto.

Capítulo 1. Introducción

La validación de los sistemas de navegación, control y propulsión en túneles de viento es indispensable para asegurar el buen funcionamiento y la seguridad de cualquier aeronave. En el caso de las aeronaves tradicionales existe una variedad de elementos estandarizados de validación y caracterización. No obstante, en el caso de las micro o pequeñas aeronaves no tripuladas (UAV's) estos elementos estandarizados no existen debido a que estos vehículos utilizan configuraciones de propulsión y sistemas de navegación muy diversos y no existentes en las aeronaves tradicionales. Esto provoca que el proceso de validación en túneles de viento no sea realizado o que conlleve la utilización de múltiples instrumentos y elementos de prueba diseñados caso por caso.

Para poder estudiar los efectos de ráfaga es conveniente contar con un banco de pruebas que tenga las siguientes características básicas:

- Permitir que los elementos sean sometidos a pruebas en condiciones controladas, similares a las de un vuelo real.
- Contar con la instrumentación necesaria para realizar las pruebas requeridas, lo cual reduce el tiempo de diseño de los experimentos.
- Contar con elementos de seguridad para proteger el equipo y al usuario, en caso de que fallen uno o algunos de los elementos que se están probando.
- Integrar los elementos en un sólo equipo que permita la optimización del uso de los recursos, evitando la redundancia en sensores, elementos de procesamiento de datos y montajes.

1.1 Vehículos aéreos no tripulados

Un vehículo aéreo no tripulado (UAV por sus siglas en inglés) es una aeronave que no cuenta con tripulación humana y tiene la ventaja de poder ser manejado por control remoto o ser completamente autónomo. Debido a la evolución que los vehículos aéreos han sufrido en las últimas décadas, actualmente se puede emplear el término “Sistemas de aeronaves no tripuladas” o “UAS” por sus siglas en inglés. Los UAS están conformados por la aeronave, estación de control, subsistema de lanzamiento, recuperación, soporte, comunicación y sistema de transporte.

Es importante tener en mente que cuando nos referimos a un UAV, se está abarcando el vehículo aéreo y los sistemas electrónicos y de control que le permiten mantener su trayectoria y cumplir una misión en específico.

1.1.2 Clasificación de UAV's

La clasificación de los UAV's es muy importante, no sólo debido a las normas que debe cumplir, si no, también, por el tipo de misión a la cual se debe de enfrentar. Las principales características para elegir un UAV son: autonomía, carga útil transportable, dimensiones, capacidad de despliegue y tipo de misión que debe cumplir.

Los UAV's pueden ser clasificados por dos aspectos: su tamaño y por el alcance y rendimiento en el aire. A partir de esto los UAV se clasifican en corto, mediano y largo alcance. Asimismo, dependiendo de su misión principal, se dividen en seis tipos: de blanco, reconocimiento, combate, logística, investigación y desarrollo, comerciales y civiles.

1.2 Vehículos aéreos con despegue y aterrizaje vertical

Se le conoce con la abreviatura de VTOL a cualquier aeronave capaz de despegar y aterrizar de manera vertical. Algunos ejemplos de de estos vehículos son los helicópteros y los multi-rotors (como los cuadrirotors). Estas aeronaves son capaces de aterrizar y despegar de manera vertical, éste puede mantenerse suspendido, puede realizar movimientos giratorios y hacia los lados mientras está suspendido en el aire. La ventaja de los vehículos VTOL (en sus diferentes tipos de configuraciones) es que son fáciles de adaptarse y de maniobrar. El poder controlar automáticamente vehículos con este tipo de configuraciones abre un gran campo de posibilidades en las áreas de búsqueda y rescate en zonas que no sean de fácil acceso, reconocimiento o cualquier otra maniobra que pueda poner en peligro al piloto o a la población.

Los VTOL son conocidos por sus capacidades de vuelo estacionario (hovering), sin embargo, esta maniobra puede verse afectada en la presencia de perturbaciones de ráfagas de viento. Esta afectación es más significativa en modelos a escala que son comúnmente adoptados como plataformas para el desarrollo de vehículos aéreos no tripulados [12]. En vuelos de baja altitud los cuadrirotors son propensos a ráfagas de viento repentinas que pueden afectar el rendimiento de vuelo y causar inestabilidad [11].

En [11] se presenta un controlador de “actitud predictiva (predictive attitude)” para un cuadrirotor sujeto a perturbaciones atmosféricas presentes. En [13] se compara en simulación la respuesta del helicóptero en vuelo libre frente a la respuesta de la configuración con cable ante perturbaciones laterales y longitudinales generadas artificialmente que simulan un patrón de ráfagas de viento. Ambas referencias cuentan con un modelo matemático simple, el cual ayuda a predecir el comportamiento que será observado en el sistema.

1.3 PVTOL

Dentro de la clasificación de los vehículos VTOL se pueden encontrar aeronaves con características PVTOL, por sus iniciales en inglés (Planar Vertical Take off and Landing). Esta configuración se utiliza comúnmente para estudiar algunas de las propiedades que se presentan en los vehículos VTOL de múltiples rotores. En particular, el PVTOL es una simplificada de un vehículo aéreo que se desempeña en el plano vertical, contiene todos los elementos que deben ser considerados al momento de realizar el control para una aeronave real. Tiene tres grados de libertad (x , y , ϕ) correspondientes a su posición y orientación en el plano y solamente dos entradas.

El PVTOL (mostrado en la Fig. 1) está compuesto por dos motores independientes que producen una fuerza y momento sobre el vehículo aéreo.

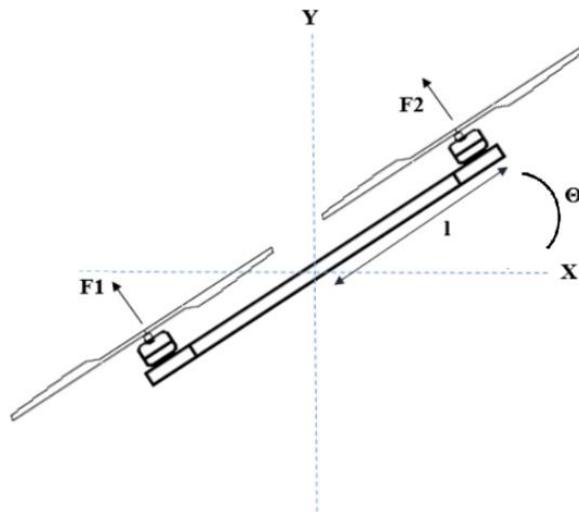


Figura 1. Representación de un modelo PVTOL

Dadas sus características, el PVTOL es comúnmente utilizado para estudiar los fenómenos que se presentan en vehículos de múltiples rotores más complejos. En esta tesis se estudiarán los efectos de la ráfaga de viento sobre un prototipo PVTOL con el objetivo de determinar los fenómenos básicos involucrados en la interacción aerodinámica de sistemas de propulsión de múltiples rotores con la ráfaga de viento.

1.4 Antecedentes de estudios PVTOL

En la investigación realizada hasta el momento, se han encontrado estudios para la estabilidad de PVTOL, sin embargo, las ráfagas de aire no suelen ser controladas debido a que, en muchos casos, la accesibilidad a un túnel de viento, es nula.

En [1] se diseña una estrategia de control para estabilizar un PVTOL en la presencia de viento cruzado, se utilizó el método de funciones de control robusto de Lyapunov. En este caso de estudio, las ráfagas de viento a las cuales se está exponiendo el PVTOL, son realizadas por un ventilador y en un ambiente no controlado en su totalidad, esto puede provocar que se presenten pequeños cambios que afecten los resultados obtenidos.

En [2] se realiza un estudio para contrarrestar los efectos de las ráfagas de viento en MAVs en un sistema controlado (túnel de viento), con pruebas bajo las condiciones de 0° a 10m/s. En [2] se introduce un control de resistencia a la ráfaga de viento por el método de Inversión Dinámica No Lineal Incremental al control del bucle externo.

1.4.1 Resultados preliminares.

El banco de pruebas fue diseñado y construido a lo largo del proyecto de licenciatura [15]; Siendo utilizado en [6] en donde fue instrumentado con una computadora de vuelo la cual le permite estabilizarse cuando se enfrenta a ráfagas de aire, contado con paros de emergencia en caso de que el sistema llegase a salirse de control. En [6] se realizaron pruebas controlando el piloto automático por medio de control

remoto y/o de manera automática desde una computadora de escritorio. Las pruebas se llevaron a cabo en un ambiente con ráfagas de aire no controladas y en el túnel de viento, para después hacer una comparación de los resultados en condiciones reales vs ideales del funcionamiento del piloto automático. En ese estudio no se obtuvo modelos explícitos de los efectos de la ráfaga de viento, sólo se observaron sus efectos cualitativos sobre un esquema de control de lazo cerrado.

Para la presente tesis, se utilizó el mismo banco de pruebas pero con una instrumentación diferente, la cual permite medir el ángulo y el empuje ejercido por el motor al cambiar la velocidad de la ráfaga y ángulo de incidencia. Estas mediciones se utilizaron para obtener modelos explícitos del empuje obtenido para después poder generar modelos explícitos y analizarlos.

Finalmente, el banco de pruebas también está siendo utilizada en [14] para controlar las perturbaciones de las ráfagas de viento en un PVTOL.

1.5 Túnel de Viento

Un túnel de viento es un espacio especialmente diseñado y protegido en el que se impulsa aire para alcanzar una velocidad especificada y un patrón de flujo predeterminado en un instante dado. Las características de flujo se pueden medir utilizando instrumentos especializados. Para realizar las pruebas se puede utilizar un modelo o alguna parte de algún vehículo. Los objetivos principales de estos estudios son simular, visualizar, observar y medir como el flujo alrededor del objeto afecta su desempeño.

Los túneles de viento se pueden clasificar según su arquitectura:

- Abierto: El flujo de aire es obtenido de un extremo, pasa a través del túnel y lo libera al ambiente.

- Cerrado: Retiene una masa fija de aire y circula el flujo a través de los diversos componentes del túnel de viento.

Según su velocidad:

- Subsónico: Operan a velocidades por debajo de los números Mach, con velocidades a través de la cámara de prueba hasta los 400 Km/h.
- Transónico: Operan en velocidades cercanas a la velocidad del sonido.
- Supersónico: Opera en velocidades mayores a Mach 5.
- Hipersónico: Opera entre las velocidades de Mach 5-15.

Para los experimentos realizados en este trabajo se utilizó un túnel de viento cerrado como el que se muestra en la Figura 2.

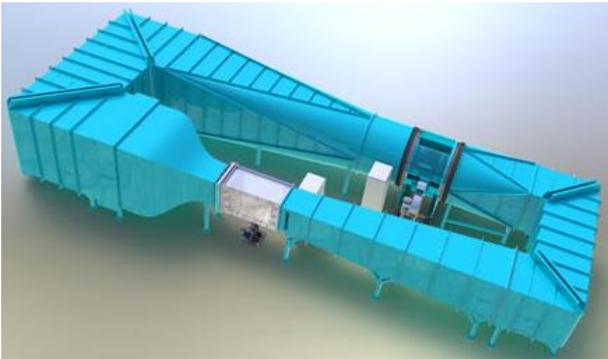


Figura 2. Túnel de viento de circuito cerrado como el utilizado para los experimentos realizados.



Figura 3. Banco de pruebas montado dentro del túnel de viento.

1.6 Planteamiento del problema

Se tiene el problema al construir micro-UAVs que se deben caracterizar los elementos de propulsión, lo cual requiere de bancos especializados con sensores que estén en posiciones determinadas para obtener los datos deseados. Por otro lado, los elementos de aviónica también se tienen que validar antes de realizar pruebas de vuelo reales. Para lograrlo se utilizan bancos de pruebas, diferentes a los usados para caracterizar los elementos de propulsión. Finalmente, un elemento que ha cobrado mucha importancia en tiempos recientes es el efecto de la ráfaga sobre los UAV's debido a que los UAV's de pequeñas dimensiones se ven afectados, de una manera muy importante, por las ráfagas de viento. Siendo este problema uno de los mayores limitantes para su uso en aplicaciones en exteriores con condiciones climáticas sub-óptimas. En este sentido es necesario contar con sistemas para determinar si el vehículo podrá volar en condiciones de ráfaga específicas, lo cual depende de su sistema de propulsión y de navegación automática.

Los elementos descritos anteriormente, se resuelven con equipos especializados por separado lo cual implica un costo alto tanto en infraestructura como en horas-humanas debido a que se tienen que montar/desmontar los equipos cada vez que se van a realizar pruebas de otro tipo.

1.7 Hipótesis:

- "Es posible cuantificar los efectos de las ráfagas de aire sobre vehículos aéreos de múltiples motores utilizando túneles de viento."
- "Es posible obtener modelos paramétricos estructurados que describan los efectos de las ráfagas de aire sobre vehículos aéreos de múltiples rotores".
- "Es posible utilizar los modelos anteriores para determinar envolventes de vuelo que permitan operar los subsistemas de propulsión de los vehículos aéreos multirrotores de manera cercana a la nominal".

1.8 Objetivos

1.8.1 Objetivos Generales

- Medir y modelar los principales efectos de la ráfaga de viento respecto a la velocidad y ángulo de ésta.
- Diseñar, construir e implementar un banco de pruebas para pilotos automáticos para medir los principales efectos de las ráfagas de aire sobre vehículos de múltiples motores.

1.8.2 Objetivos Específicos:

- Instrumentar el banco de pruebas con la electrónica necesaria para los experimentos deseados.
- Analizar y caracterizar los efectos de las ráfagas de viento en vehículos de múltiples motores modificando la velocidad y el ángulo de incidencia de las ráfagas de viento.
- Proponer modelos paramétricos estructurados para modelar los efectos de las ráfagas de viento en vehículos de múltiples motores modificando la velocidad y el ángulo de contacto de las ráfagas de viento
- Obtener la envolvente de los datos obtenidos según el modelo estimado.

1.9 Justificación

En la última década, el uso de vehículos aéreos no tripulados ha ganado gran popularidad tanto en aplicaciones civiles como militares. Debido a sus aplicaciones en operaciones de alto grado de complejidad es de gran importancia su estabilidad, frecuentemente son utilizados en operaciones donde se puede enfrentar a diversas condiciones ambientales o de terreno, los cuales pueden afectar el comportamiento del vehículo aéreo. El diseño de los sistemas de control es una de las principales cuestiones dinámicas discutidas cuando se trata de objetos que vuelan.

Actualmente se pueden encontrar pocos estudios realizados en túneles de viento utilizando PVTOL. Comúnmente, en este tipo de estudios se utilizan componentes de un tamaño mayor al que podría llegar a tener un PVTOL o un cuadricoptero. Los estudios realizados en túneles de viento suelen ser costosos, debido a esto, se decidió diseñar e implementar un banco de pruebas instrumentado con componentes económicos y algunos otros, realizados en el laboratorio.

En la búsqueda de antecedentes se encontró que, aunque existen diversos estudios para contrarrestar las ráfagas de viento realizados con UAV's y túneles de viento, la mayoría carece de un modelo matemático previo al algoritmo de control para contrarrestar las ráfagas de viento, en las referencias presentadas y tomadas como referencia si existe un modelo matemático.

1.10 Límites del estudio

- Sólo se considerará la ráfaga con un nivel de turbulencia baja (túnel de viento).
- Sólo se considerarán cambios en el ángulo y la velocidad dentro del rango del túnel de viento.
- Sólo se considerarán los efectos estáticos (sin transitorio) en las fuerzas de empuje.

1.11 Metodología

1. Revisión bibliográfica:
 - A lo largo de la investigación se realizó una revisión bibliográfica en diferentes medios (libros, artículos, tesis a fines y revistas).

2. Puesta a punto de banco de pruebas PVTOL existente.

- Lectura de manuales:

Realizar una lectura y apuntes de los manuales de la computadora de vuelo con la cual el PVTOL está instrumentado, dichos manuales fueron realizados en una tesis previa por el M.C. Orlando Martínez.

3. Diseño, creación e instrumentación de banco de pruebas

- Diseño

El diseño se basa en el objetivo general de poder instrumentar el banco con el fin de hacerlo versátil para poder ser adaptado al túnel de viento.

- Instrumentación del banco

Se implementó un sistema de medición y actuación que consta de:

- Alimentación de computadora de vuelo.
- Amplificación y filtraje de una celda de carga.
- Acoplamiento de encoder.
- Conexión de encoder.
- Diseño de piezas adicionales.

4. Pruebas en túnel de viento con diferentes ángulos y velocidades

- Realizar pruebas fuera del túnel: se realizan pruebas en ángulo 0° y velocidad 0 m/s para confirmar el funcionamiento del banco de pruebas con la programación realizada.
- Realizar pruebas dentro del túnel con diferentes configuraciones: se realizan pruebas con configuraciones diferentes, variando la velocidad de la ráfaga de viento y el ángulo. Recolectar los datos de las pruebas.
- Realizar gráficas: se analizan los datos y se realizan gráficas con los resultados obtenidos de las pruebas.
- Proponer ajuste matemático: dependiendo del resultado obtenido de las pruebas se propone un ajuste matemático para el ajuste de curva.

- Realizar más experimentos con diferentes configuraciones: se determinan nuevos parámetros de configuraciones para realizar más pruebas y observar el efecto de las ráfagas de viento en múltiples configuraciones para realizar un mejor modelo matemático.

5. Interpretación de datos

- Se realizará el análisis de la envolvente de la función obtenida con diferentes rangos de porcentajes.

Capítulo 2. Banco de pruebas para PVTOL

2.1 Diseño estructural banco de pruebas

El banco de pruebas presentado fue diseñado y elaborado parcialmente durante mi proyecto de tesis de licenciatura, el diseño fue culminado en la maestría con las modificaciones necesarias para la caracterización de elementos de propulsión. El banco está construido principalmente de perfiles de aluminio ranurado.

Es utilizado para caracterizar y validar los sistemas principales de aeronaves no tripuladas (UAV's) en túneles de viento y en tiempo real. Dicha base tiene tres funciones principales:

- La primera permite validar los sistemas de navegación y control (piloto automático, sensores y algoritmos de control).
- La segunda consiste en caracterizar los elementos de propulsión (hélices, motores y electrónica de potencia).
- La tercera permite caracterizar efectos de ráfaga de viento sobre los UAV's.

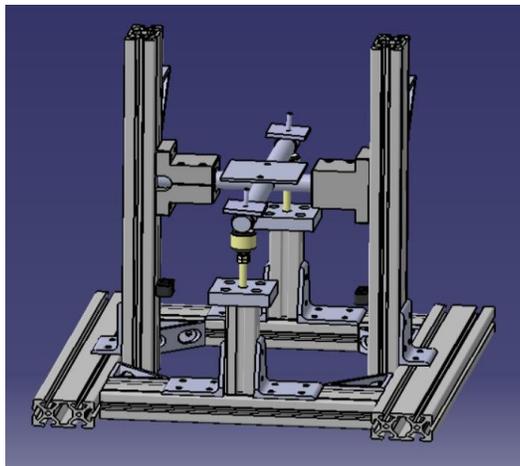


Figura 4. Diseño en CAD del banco de pruebas utilizado.

El banco de pruebas instrumentado resuelve los siguientes problemas para micro o pequeños UAV's: 1) caracterización de los sistemas de propulsión, 2) validación de los sistemas de los sistemas aviónicos de navegación y 3) caracterización de los efectos de ráfaga de viento sobre los vehículos. Al ser un sistema genérico y reconfigurable, es posible utilizarlo para una gama amplia de UAV's, eliminando la necesidad de rediseñar en cada caso. Esto reduce el tiempo, costo y los riesgos de las pruebas de vuelo fuera del túnel de viento y ayudará al proceso de certificación de la aeronave.

2.1.1 Instrumentación banco de pruebas

El banco fue equipado de la siguiente manera:

- 2 motores brushless de 980kV con hélices de 8x4.
- 2 controladores electrónicos de velocidad (ESC) que soportan una corriente de hasta 30A.
- 1 IMU con el sensor MPU-6050 (acelerómetro de 3 ejes y giroscopio de 3 ejes).
- 1 Microcontrolador de bajo costo de la familia C2000 de TI
- Transmisor y receptor inalámbrico
- 1 encoder modular CUI INC "AMT113Q-V
- Rodamientos de baja fricción
- 1 celda de carga
- 1 base deslizante para ajuste de ángulos
- 1 anemómetro
- 2 Topes de paro de seguridad
- El sistema puede ser alimentado por una fuente de poder estacionaria o una batería Li-Po.

Para las pruebas realizadas dentro del túnel de viento sólo se utilizó una hélice.



Figura 5. Modelo físico del banco de pruebas instrumentado y PVTOL.

2.2 Variables y Rangos

A continuación se presentan las variables utilizadas para el modelo matemático del sistema:

- V = Velocidad
- θ = Ángulo
- F = Empuje
- K_t = Rango de operación nominal

A continuación, se describen los rangos de las variables para las pruebas realizadas:

- Rango PWM = 1200-1550 (siendo un equivalente de 30% y 80%).
- Velocidad (V) = 0m/s, 3m/s, 6m/s y 9m/s.
- Ángulo (θ) = -15° a 15° con un intervalo de 5° .

2.3 Diseño de piezas

Para un mejor funcionamiento y versatilidad del banco, se diseñaron diferentes piezas las cuales ayudan a obtener un mejor resultado en las lecturas arrojadas en los experimentos. Dichas piezas ayudan a que los sensores, en este caso la celda de carga y el encoder se mantengan fijos, evitando movimientos pequeños que se pueden llegar a presentar con el movimiento natural del banco de pruebas durante los experimentos, también ayudan a prevenir perturbaciones externas al momento de maniobrar con la estructura.

- Base para sujetar celda de carga
 - La base permite sujetar la celda de una manera segura evitando que ésta se mueva o que las lecturas se vean afectadas por las vibraciones. La pieza está formada por dos partes, la primera (Figura 6 y 7) puede ajustarse al ángulo en el que se vaya a trabajar. La parte de abajo puede deslizarse a lo largo una base (Figura 10).
 - Las Figuras 6 y 7 se complementan para formar una pieza final (Figura 8 y 9).

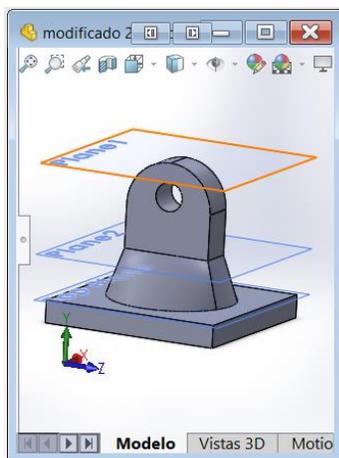


Figura 6. Modelo en CAD de la parte de abajo de la base para sujetar la celda de carga.

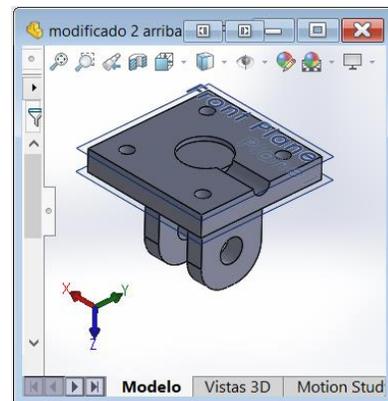


Figura 7. Modelo en CAD de la parte de arriba de la base para sujetar la celda de carga.



Figura 8. Modelo físico de la base para sujetar la celda de carga.



Figura 9. Modelo físico (vista lateral) de la base para sujetar la celda de carga.

- Base para modificar ángulo
 - La base para modificar el ángulo (Figura 10) puede deslizarse hacia arriba o abajo sobre el riel de aluminio, según sea el ángulo que se desea obtener. Sobre esta base se monta la base de la celda de carga (Figura 8 y 9), la cual puede moverse hacia adelante o atrás, según sea necesario debido al ángulo a utilizar.



Figura 10. Modelo físico de la base para modificar el ángulo.



Figura 11. Modelo físico de la base para modificar el ángulo con base para sujetar celda de carga montada.

- Adaptador para encoder
 - El adaptador permite que el encoder se mantenga fijo dentro del soporte de aluminio.
 - El encoder fue instalado junto con su base dentro de uno de los agarres de la base principal (Figura 14), se decidió utilizar esta base debido a que por su forma, posición y ubicación, era ideal al momento de la medición de ángulos.

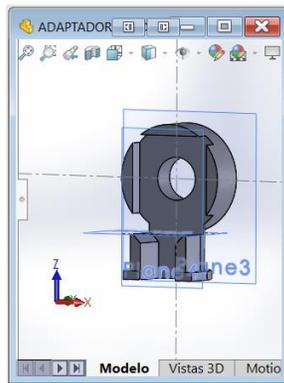


Figura 12. Modelo en CAD del adaptador para encoder.



Figura 13. Encoder montado en el adaptador.

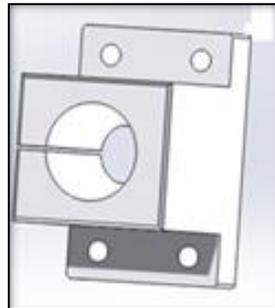


Figura 14. Modelo en CAD de la pieza en la cual fue montada la base del encoder.



Figura 15. Adaptador para encoder con encoder montado.

Capítulo 3. Diseño de Experimento

Se desea medir el empuje ejercido por el motor/hélice para conocer el efecto de las ráfagas de aire en diferentes ángulos y velocidades bajo condiciones controladas dentro del túnel de viento sobre vehículos aéreos pequeños de múltiples rotores.

Para los experimentos se optó por realizarlos en 2 partes, la primera en la que se verificaría el correcto funcionamiento del banco de pruebas con sólo una cantidad limitada de mediciones (3 velocidades diferentes por cada ángulo), mientras que en la segunda parte se agregaron más ángulos de prueba para obtener más puntos y así observar y entender de mejor manera los fenómenos en cuestión. Las mediciones en dos etapas tienen como objetivo primero tener un punto de partida en los resultados y comparaciones, para después agregar más configuraciones (ángulo/velocidad) a estudiar.

Para realizar las pruebas, se dan escalones crecientes en la entrada del controlador de velocidad del motor, con lo cual se puede observar de una manera más clara la respuesta en el tiempo.

Para seleccionar la velocidad se optó por tomar como base las especificaciones dadas para un dron *Phantom*TM, el cual tiene como velocidad máxima 11m/s en condiciones climatológicas normales, mientras que en condiciones climatológicas de viento se recomienda no volar a una velocidad máxima de 6m/s-9m/s en condiciones para no dañar la aeronave. En la Tabla 1 se presentan las condiciones de operación seleccionadas para las pruebas a realizar.

Tabla 1. Configuraciones velocidad/ángulo para la primera parte de las pruebas.

Ángulo (°)	Velocidad (m/s)
0	3,6,9
15	3,6,9
-15	3,6,9

Tabla 2. Configuraciones velocidad/ángulo para la segunda parte de las pruebas.

Ángulo (°)	Velocidad (m/s)
0	3,6,9
5	3,6,9
-5	3,6,9
10	3,6,9
-10	3,6,9
15	3,6,9
-15	3,6,9

Durante las pruebas se calcularon las regresiones lineales y cuadráticas para observar su variación según el ángulo y velocidad. Una vez obtenido ese dato, se calculó el error cuadrático medio de cada experimento para después obtener el promedio de los 3 conjuntos de cada prueba.

3.1 Calibración y programación de la celda

La lectura de la celda de carga se realizó por medio de un microcontrolador *Arduino*, una vez realizado el código se calibró, para lo cual se siguieron los siguientes pasos:

1. Obtener la constante de la recta por medio de la diferencia de pesos (siempre habiendo una pre-carga en uno de los extremos)
2. Poner peso sobre la celda y medir la diferencia de voltajes

3. Graficar y sacar la pendiente de la ecuación obtenida (la pendiente es de suma importancia debido a que se utiliza para escalar los valores obtenidos).

Al comenzar con las pruebas, los primeros experimentos variaban significativamente cuando el banco de pruebas sufría alguna perturbación externa, para corregir esto se realizó una pequeña modificación en la estructura (los topes de seguridad y el perfil se bajaron un poco) y se añadió la base para la celda de carga (figuras 9 y 10).

Una vez hecha esta modificación se rehízo la calibración y los experimentos, obteniendo un resultado más favorable.

- Se realizó un código para tomar las lecturas directas de la celda (empuje) y la velocidad del motor (PWM) en el que eran obtenidas.
- Los primeros 200 datos son promediados para calcular el desvío constante “offset” para poder tener una mejor lectura.

```
%% Load Data from Excel File
[data]=xlsread('C:\Users\Alicia Torres\Desktop\pruebas empuje\polyfit y polyval\datos crudos.xlsx');

m=.2059; %Scale value
offset=data(1:199,1); %Initial reading of Load Cell
offsetavg=mean(offset); %Average of Offset
rawloadanalog=data(200:length(data),1); %Raw Analog Data
PWM=data(200:length(data),2); %PWM values given to Motor

load=(rawloadanalog-offsetavg)/m; % Load in grams
```

Figura 16. Código realizado y utilizado para tomar lectura del empuje ejercido por el motor.

De los datos obtenidos se realizaron gráficas para poder visualizar el comportamiento de la celda con respecto al empuje del motor. En la Figura 17 se puede observar la relación entre carga y número de muestras (haciendo barrido de ascendente y descendente).

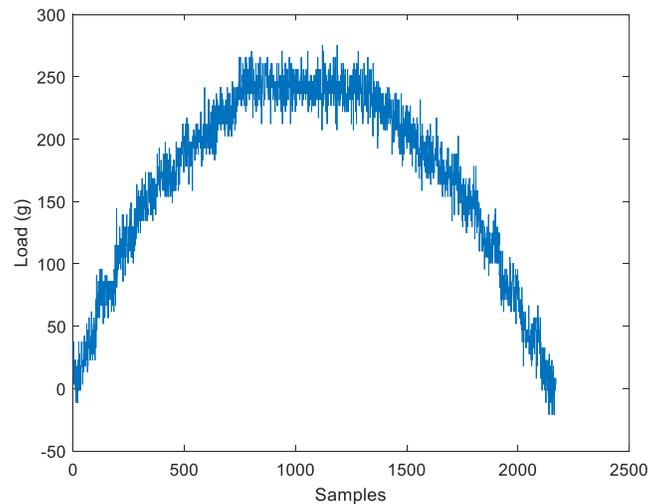


Figura 17. Gráfica obtenida del empuje (con ruido)

Para reducir el ruido de medición se aplicó un filtro de primer orden, obteniendo un resultado positivo. La Figura 18 nos muestra el código del filtro aplicado y la Figura 19 la gráfica obtenida con el filtro aplicado en color rojo.

```
%%
%filtro
wb=10;
Gf=tf(wb,[1 wb]);
figure(100);bode(Gf)
[Nfd,Dfd]=c2d(Gf,.01);
loadf=dlsim(Nfd,Dfd,load);
figure(1), plot(loadf,'r')
```

Figura 18. Filtro diseñado para disminuir el ruido presente en las mediciones.

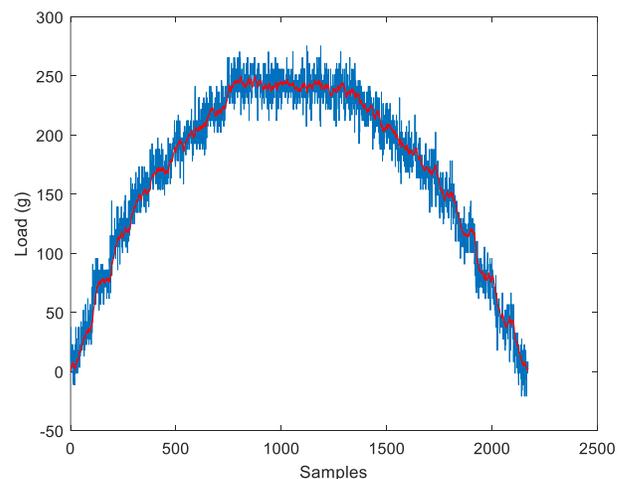


Figura 19. Gráfica obtenida con el filtro aplicado.

En la Figura 20 se muestra el diagrama de bode obtenido del filtro de primer orden con una frecuencia de corte de 10 rad/s.

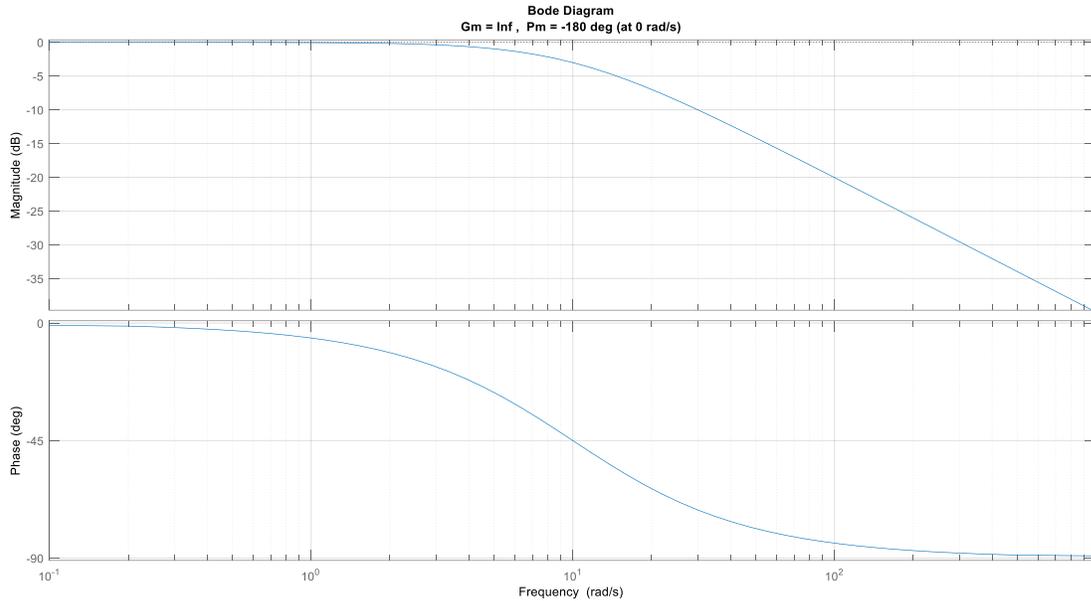


Figura 20. Diagrama de bode del sistema con filtro aplicado

3.2 Encoder

Se utilizó un encoder modular modelo CUI INC “AMT113Q-V” para medir el ángulo de incidencia en el que se encuentra el PVTOL con el objetivo de poder conocer el efecto de la ráfaga en el empuje según dicho ángulo. Una vez diseñado el código se realizaron pruebas para comprobar su funcionamiento.

En la Figura 21 se puede observar el modelo de encoder utilizado mientras las Figuras 22 y 23 muestran las conexiones utilizadas en el código para la lectura del ángulo.



Figura 21. Modelo físico del encoder utilizado en las pruebas

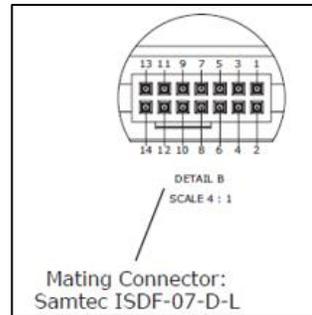


Figura 22. Gráfico de los pines del encoder.

PINOUT CONNECTOR				
Function				
#	AMT112S	AMT112Q	AMT113S	AMT113Q
1	TX_ENC+	TX_ENC+	RX_ENC+	RX_ENC+
2	RX_ENC+	RX_ENC+	TX_ENC+	TX_ENC+
3	N/A	N/A	N/A	N/A
4	GND ¹	GND ¹	GND ¹	GND ¹
5	N/A	N/A	N/A	N/A
6	+5 V	+5 V	+5 V	+5 V

Figura 23. Configuración de las conexiones a utilizar del encoder.

3.3 Pruebas realizadas antes de experimentos

Con el objetivo de comprobar que no hubiera ninguna falla en el sistema y que era seguro utilizarlo dentro del túnel de viento, primero se realizaron pruebas estáticas en el laboratorio, sometiéndose solamente a las ráfagas de viento presentes en el laboratorio (sin controlarlas); una vez que se comprobó que todo funcionaba a la perfección, se instaló el banco de pruebas dentro del túnel de viento. Una vez instalado, se realizaron pruebas de manera estática dentro del túnel para observar el comportamiento del empuje con respecto al ángulo y a la velocidad de la ráfaga de aire. Para tener una mejor referencia de los resultados obtenidos, se realizaron

3 pruebas de cada ángulo con su respectiva velocidad, obteniendo un total de 9 conjuntos de pruebas con 3 repeticiones cada conjunto.

3.3.1 Condiciones Experimentales

- Para obtener resultados más fiables, se tomó un promedio “offset” de los primeros 200 datos y se consideró un periodo de muestreo de 20ms.
- Velocidad.
 - Dentro del túnel de viento se midió la velocidad de la ráfaga de aire por medio de un anemómetro digital.
 - La velocidad de la ráfaga de viento del túnel de viento se ajustaba aproximadamente cada 3m/s.
- PWM.
 - Para poder observar mejor los resultados obtenidos, se definió un rango de trabajo entre un 30% y 80% se empieza a saturar. (Estos datos fueron obtenidos de manera experimental).
- Se realizó un total de 63 pruebas para comparar los resultados y verificar la coherencia entre las pruebas del mismo set y después comparar los resultados del mismo ángulo a diferentes velocidades. Siendo P1=Prueba 1, P2= Prueba 2 y P3= Prueba 3.

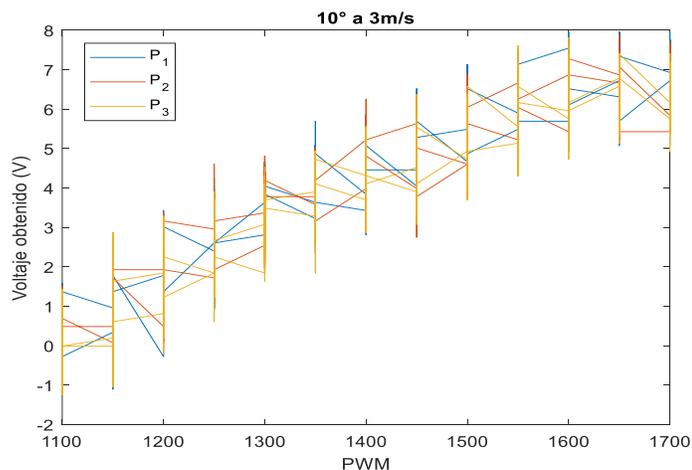


Figura 24. Gráfica del voltaje obtenido con respecto al PWM variable.

En las Figuras 25 y 26 se presentan las gráficas del voltaje de la celda de carga equivalente; proporcional a la fuerza de empuje. Se muestra en la misma gráfica los resultados de los tres experimentos realizados en las mismas condiciones de operación. La Figura 25 con la configuración de 0° con una velocidad de 6 m/s y la Figura 26 con una configuración de 10° y una velocidad de 6m/s. De manera similar se realizaron todas las mediciones correspondientes a la Tabla 2.

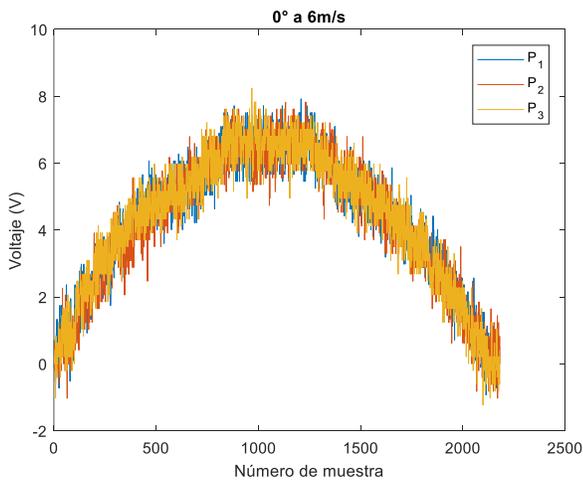


Figura 25. Gráfica del voltaje obtenido al variar el PWM a un ángulo de 0° con una velocidad de 6m/s.

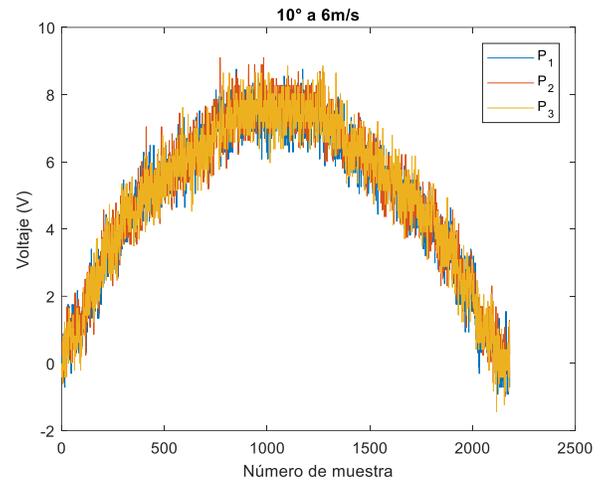


Figura 26. Gráfica del voltaje obtenido al variar el PWM a un ángulo de 10° con una velocidad de 6m/s.

Capítulo 4. Análisis de los datos experimentales

4.1 Mínimos cuadrados

El método de Mínimos Cuadrados (MC) es uno de los métodos más utilizados en la estadística, ya que puede ser relacionado con el teorema de Pitágoras, el cual implica que cuando el error es independiente de una cantidad estimada, entonces las variables observadas al cuadrado serán igual a la suma del error al cuadrado y de la cantidad estimada al cuadrado [11]. Este método se utiliza para resolver sistemas de ecuaciones sobre determinados o especificados inexactamente. En lugar de resolver las ecuaciones exactamente, busca minimizar la suma de los cuadrados de los residuales, lo cual consiste en la regresión de datos para poder encontrar la curva que mejor se ajuste a un conjunto de puntos (muestras de experimentos).

Hoy en día, MC se usa de manera muy amplia para encontrar o estimar los valores numéricos de los parámetros para encontrar una función a partir de una serie de datos y caracterizas las propiedades estadísticas, existen variaciones como los Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), una versión más sofisticada la cual es Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP), el cual se desempeña mejor que MCO ya que puede modular la importancia de cada observación en la solución final. Recientes variaciones son la de Mínimos Cuadrados alternados (MCA), Mínimos Cuadrados Parciales (MCP) y la de Mínimos Cuadrados Recursivos (MCR).

A las variables utilizadas para encontrar el comportamiento del modelo se les conoce como “regresores” y se les denota con ψ . Se asume que el modelo tiene un conjunto de parámetros desconocidos, los cuales se denotan con θ y se considera que existe un parámetro θ por cada regresor.

Se puede representar y modelar la relación lineal entre estas variables de la siguiente manera:

$$Y = \psi_1\theta_1 + \dots + \psi_n\theta_n \quad (1)$$

La ecuación (1) se conoce como regresión lineal y es el método fundamental para la estimación de parámetros. Se puede definir la variable ψ como una matriz de $N \times n$, de tal manera que en notación matricial la ecuación (1.1) puede escribirse como:

$$Y = \psi\theta \quad (2)$$

La ecuación (2) se interpreta como un sistema estático con parámetros desconocidos θ y una matriz conocida ψ , la cual contiene elementos conocidos que la relacionan con la variable de salida Y .

Se puede encontrar una estimación del parámetro θ , el cual se le denominará como $\hat{\theta}$, esta estimación se desarrollará a continuación. En la ecuación (1.2) se tiene la representación exacta, pero ya que los parámetros son desconocidos, se tendrá una salida estimada \hat{Y} la cual será representada por la siguiente ecuación:

$$\hat{Y} = \psi\hat{\theta} \quad (3)$$

Esta salida estimada será representada por el vector de parámetros estimados $\hat{\theta}$. El error estimado entre el proceso real y el modelo estimado es:

$$e = Y - \hat{Y} = Y - \psi\hat{\theta} \quad (4)$$

Con esto se puede escribir la función de costo como:

$$J = \frac{1}{2} e^T e = \frac{1}{2} (Y^T - \hat{\theta}^T \psi^T)(Y - \psi \hat{\theta}) \quad (5)$$

Finalmente, la función de costo se minimiza de la siguiente manera [13]:

$$\hat{\theta} = (\psi^T \psi)^{-1} \psi^T Y \quad (6)$$

Para ajustar una variable con polinomios, Matlab cuenta con los comandos Polyfit y polyval.

- El comando polyfit encuentra los coeficientes de un polinomio P(x) de grado N que “encaja” en el dato “Y” con respecto al método de mínimos cuadrados.
- El comando polyval (P,X) “regresa” el valor del polinomio P evaluado en X.

El método de mínimos cuadrados por medio de la función polyfit es útil cuando se está trabajando con 1 variable, para este caso en específico, debido a que se están utilizando 3 variables ($F = \text{empuje}$, $V = \text{velocidad de la ráfaga de aire en m/s}$ y $\theta = \text{ángulo}$) se realizó el método de mínimos cuadrados de manera manual, para poder utilizar todos los datos obtenidos y poder graficar de una manera tridimensional la cual nos mostrara la relación del empuje obtenido según la configuración de ángulo y velocidad.

Para obtener un mejor resultado, se realizó un ajuste de curva por medio del método de mínimos cuadrados, para el caso específico de las pruebas realizadas se necesitaba poder muestrear los tres ejes (θ, V, F) en los diferentes puntos obtenidos (sin promedio de las pruebas realizadas).

Tomando en cuenta la ecuación polinomial de primer grado:

$$F = K_t x + b \quad (7)$$

Siendo “F” el empuje, “K_t” la pendiente estimada, “x” el PWM y “b” un desplazamiento.

En este caso se está analizando solamente el ajuste de curva por medio de un polinomio de primer grado. De manera similar se puede definir un polinomio de segundo orden.

4.2 Resultados preliminares

A continuación, se presentan las constantes de regresión lineal obtenida tras el ajuste de curva realizado por medio de mínimos cuadrados en los 3 ángulos a la velocidad de 9 m/s.

Tabla 3. Ejemplo de constante de regresión lineal obtenida (promedio) de las pruebas realizadas (primera parte) a una velocidad de aire de 9m/s.

Ángulo	Constante obtenida K _t
0°	0.0166
15°	0.0107
-15	0.0144

*En la sección de anexos se podrá encontrar la tabla completa (Tabla 6) de las constantes obtenidas (antes de realizar promedio) según el ángulo y velocidad.

Las Figuras 27 y 28 muestran un ejemplo del ajuste experimental utilizando polinomios de primer y segundo orden que muestran la relación voltaje vs número de pruebas, ambas gráficas con ajuste de curva y entrada con escalón.

Se muestra el ajuste de curva por medio de un polinomio de primer, segundo y tercer grado, respectivamente marcados en la gráfica.

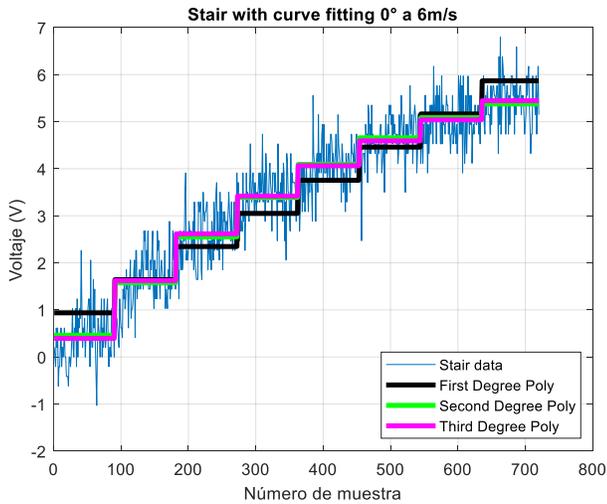


Figura 27. Gráfica con ajuste de curva por medio de un polinomio de primer, segundo y tercer grado en un ángulo de 0° y velocidad de 6m/s.

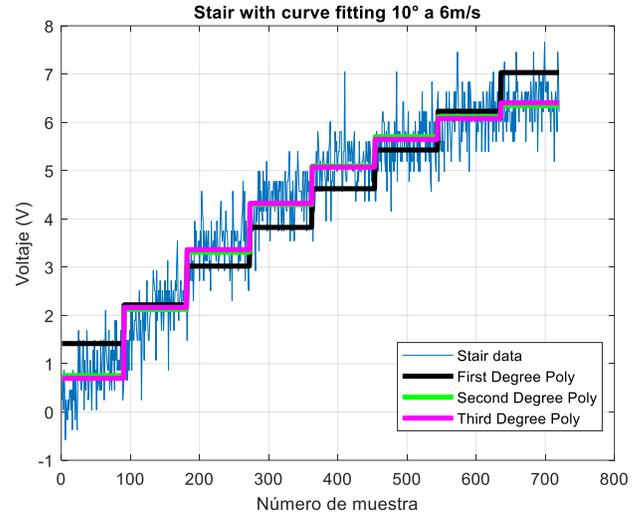


Figura 28. Gráfica con ajuste de curva por medio de un polinomio de primer, segundo y tercer grado en un ángulo de 10° y velocidad de 6m/s.

4.3 Resultados experimentales

Lo primero que se desea observar es el efecto que tiene el cambio de velocidad y ángulo con respecto al empuje, para poder comprobar mejor los resultados obtenidos y confirmar que se estaban obteniendo datos fiables. Se realizaron los experimentos en dos partes, los rangos de velocidad en las dos partes de las pruebas fueron los mismos ($V = 3\text{m/s}, 6\text{m/s}$ y 9m/s), lo que se modificó fueron la cantidad de ángulos utilizados, la primera parte estaba conformada solamente de 3 conjuntos (0° , 15° y -15°), mientras que la segunda parte de la prueba, se trabajó con un total de 7 (0° , 5° , -5° , 10° , -10° , 15° y -15°) con el objetivo de obtener más puntos para observar mejor los resultados al momento de graficar.

En la Figura 29 se muestra el resultado obtenido al graficar el empuje “ F_{prom} ” (promedio de las 3 pruebas realizadas para cada configuración) con respecto a la velocidad (m/s).

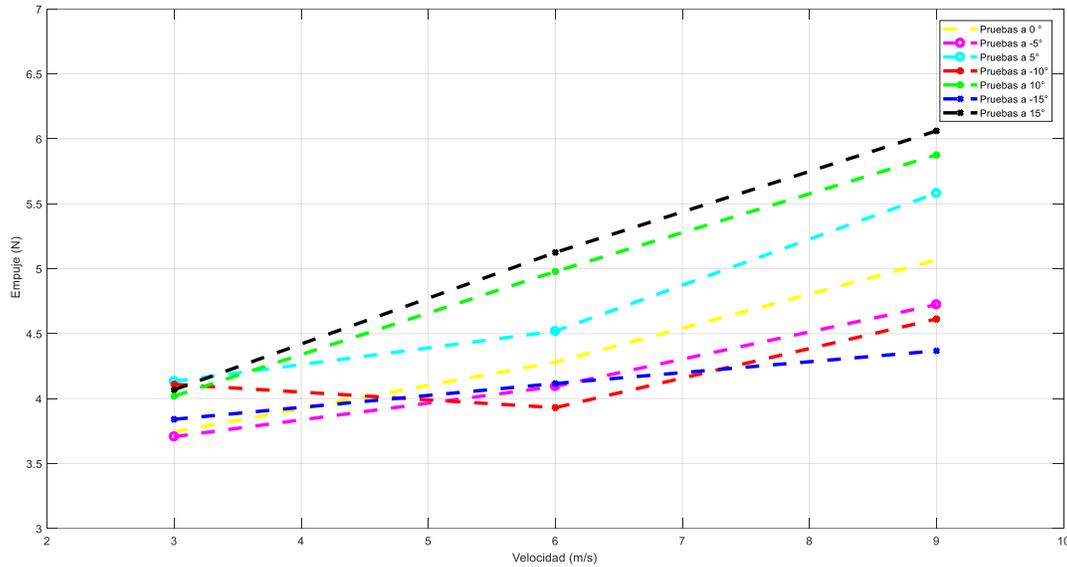


Figura 29. Gráfica del empuje promedio obtenido con respecto a la velocidad

En la Figura 29 se puede observar que en las pruebas en los ángulos 0°, -5°, 10°, 15°, -15° se obtuvieron lecturas lineales, mientras que en las pruebas de los ángulos -10° y 5° se muestra una reducción de empuje a una velocidad de 6m/s para ambas pruebas.

Se graficó el promedio del error cuadrático de las pruebas en cada configuración con respecto a la velocidad obteniendo la gráfica mostrada en la Figura 30. En los puntos mostrados en la en la gráfica se muestran los 3 promedios realizados por prueba cambiando la velocidad. En total se observan 21 resultados (63 pruebas en conjuntos de 3).

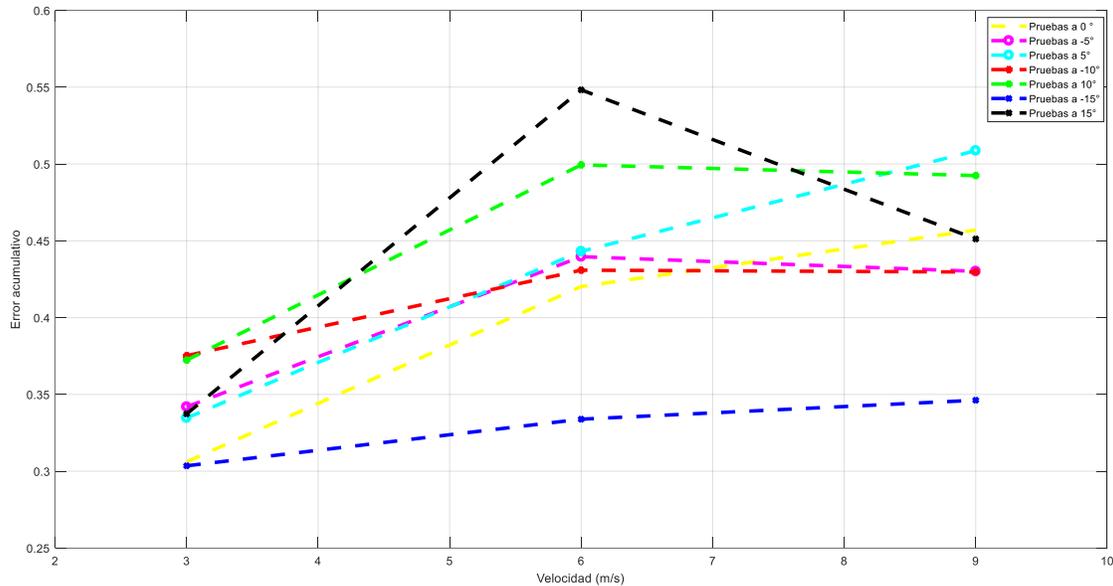


Figura 30. Gráfica del error cuadrático promedio con respecto a la velocidad.

Para observar de una manera más detenida la diferencia del empuje obtenido en las pruebas realizadas, se graficó el error obtenido (los 3 conjuntos de cada ángulo, sin promedio) en relación con el ángulo y la velocidad. Se realizaron las siguientes gráficas:

- Comparando todos los ángulos positivos con los negativos.
- Comparando todos los negativos.
- Comparando todos los positivos.
- Comparando el mismo ángulo en positivo y en negativo.

En la Figura 31 se muestra como ejemplo la gráfica obtenida de la comparación de errores de las pruebas en ángulo 5° (positivo y negativo), en la Figura 32 se muestra la gráfica obtenida de la comparación de errores de las pruebas en ángulos positivos y en la figura 33 la gráfica obtenida en ángulos negativos. En los anexos se podrá encontrar las gráficas restantes.

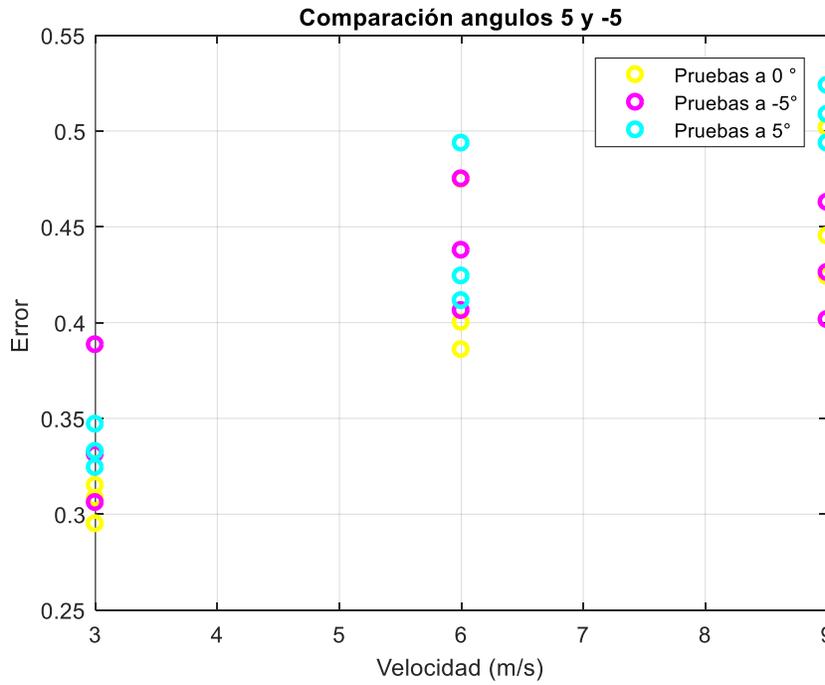


Figura 31. Gráfica de comparación de error obtenido en los ángulos -5° y 5° en las 3 velocidades de prueba (3,6 y 9 m/s)

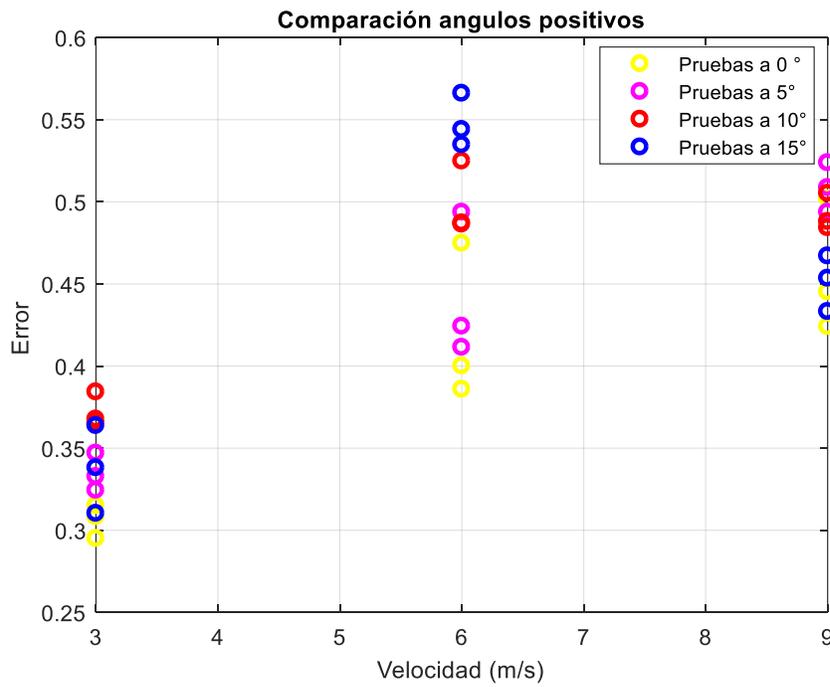


Figura 32. Gráfica de comparación de error obtenido en los ángulos positivos en las 3 velocidades de prueba (3,6 y 9 m/s)

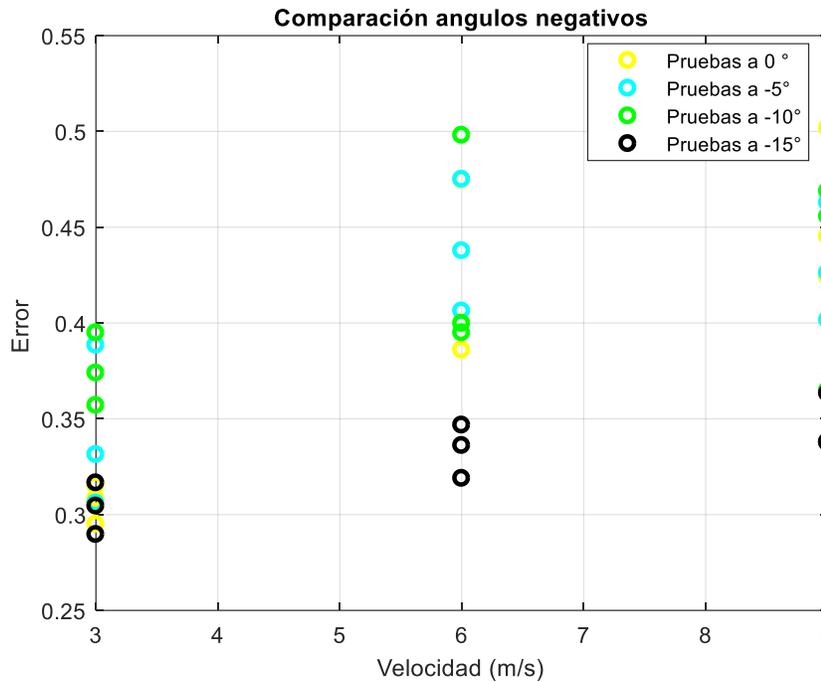


Figura 33. Gráfica de comparación de error obtenido en los ángulos negativos en las 3 velocidades de prueba (3,6 y 9 m/s)

Para una mejor visualización de los errores obtenidos, se realizaron gráficas de caja, la cual permite observar diferentes datos de los resultados obtenidos.

- La línea situada en las cajas nos indica la mediana.
- La parte inferior de la caja es el percentil 25.
- La parte superior de la caja indica el percentil 75.
- La longitud de la caja nos indica la diferencia entre los percentiles 75 y 25.
- Los bigotes nos muestran el valor mínimo y máximo.
- Desviación estándar.

En la gráfica presentada en la Figura 34 se representa el error acumulativo de primer orden y en la Figura 35 el error acumulativo de segundo orden, se presentan 21 “cajas” las cuales representan el promedio de las pruebas realizadas en 21 conjuntos de 3 pruebas cada uno (63 pruebas en total).

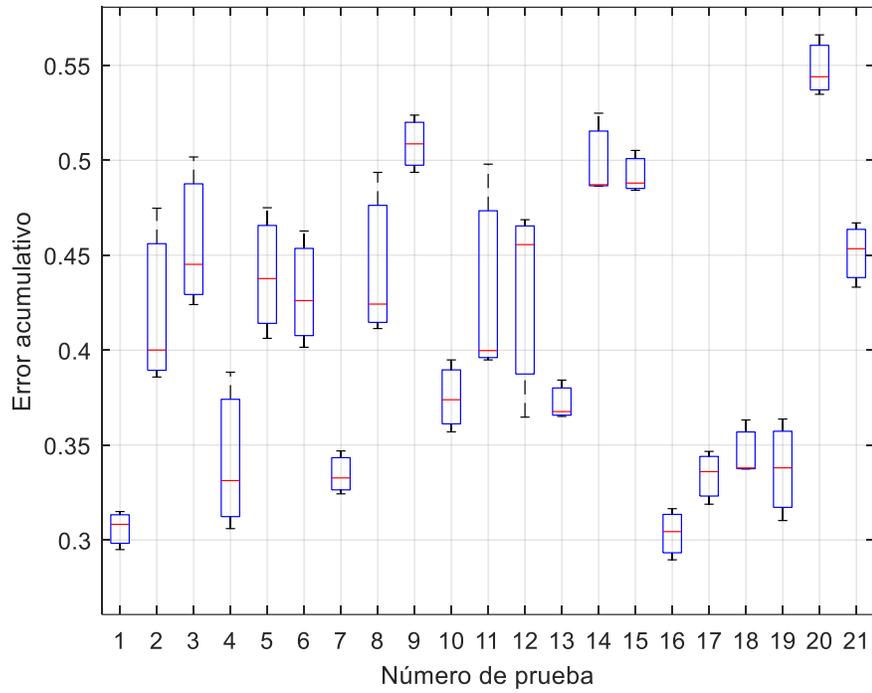


Figura 34. Gráfica del error acumulativo de primer orden de las 63 pruebas realizadas agrupadas en 21 conjuntos (3 pruebas por conjunto)

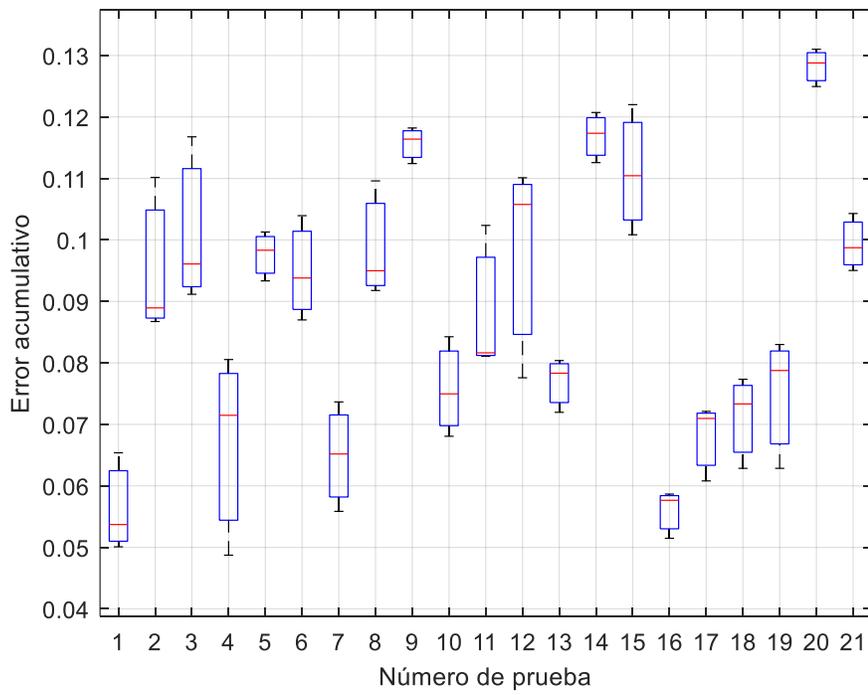


Figura 35. Gráfica del error acumulativo de primer orden de las 63 pruebas realizadas agrupadas en 21 conjuntos (3 pruebas por conjunto)

En la Figura 34 y 35 las cajas representan lo siguiente, en el eje horizontal:

Número de caja	Set de prueba
1	$V=0 \text{ m/s}, \theta=0^\circ$
2	$V=0 \text{ m/s}, \theta=0^\circ$
3	$V=0 \text{ m/s}, \theta=0^\circ$
4	$V=3 \text{ m/s}, \theta=-5^\circ$
5	$V=6 \text{ m/s}, \theta=-5^\circ$
6	$V=9 \text{ m/s}, \theta=-5^\circ$
7	$V=3 \text{ m/s}, \theta=5^\circ$
8	$V=6 \text{ m/s}, \theta=5^\circ$
9	$V=9 \text{ m/s}, \theta=5^\circ$
10	$V=3 \text{ m/s}, \theta=-10^\circ$

11	$V=6 \text{ m/s}, \theta=-10^\circ$
12	$V=9 \text{ m/s}, \theta=-10^\circ$
13	$V=3 \text{ m/s}, \theta=10^\circ$
14	$V=6 \text{ m/s}, \theta=10^\circ$
15	$V=9 \text{ m/s}, \theta=10^\circ$
16	$V=3 \text{ m/s}, \theta=-15^\circ$
17	$V=6 \text{ m/s}, \theta=-15^\circ$
18	$V=9 \text{ m/s}, \theta=-15^\circ$
19	$V=3 \text{ m/s}, \theta=15^\circ$
20	$V=6 \text{ m/s}, \theta=15^\circ$
21	$V=9 \text{ m/s}, \theta=15^\circ$

La Figura 36 muestra una gráfica de caja comparando de manera general el error acumulativo de primer orden vs el error acumulativo de segundo orden.

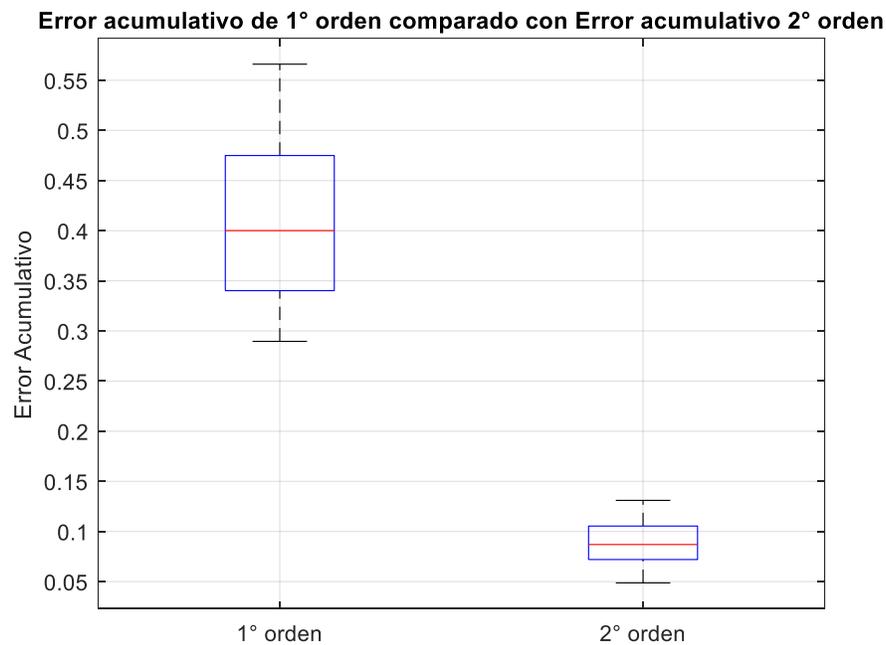


Figura 36. Gráfica de comparación del error acumulativo de los 21 sets de primer y segundo orden.

Comparando las dos cajas obtenidas de los errores acumulativos de primer y segundo orden, se puede observar que se presenta un menor error cuando se evalúa por medio de una ecuación cuadrática. No obstante, en general el nivel de error es aceptable en ambos casos.

Capítulo 5. Resultados Principales

En las secciones anteriores se observó que si se propone un modelo lineal (1er orden) se observa una variación de la pendiente de dicho modelo con respecto a la velocidad y el ángulo. En este sentido, es conveniente contar con un modelo global que pueda capturar este comportamiento de manera global, es decir considerando variaciones tanto en velocidad como en ángulo. Se propuso el siguiente modelo matemático.

$$K_t(v, \theta) \tag{8}$$

Donde $K_t =$

$$K_t(v, \theta) = (F_{33}\theta^2 + F_{32}\theta + F_{31})v^2 + (F_{23}\theta^2 + F_{22}\theta + F_{21})v + F_{11} \tag{9}$$

Las constantes F_t sirven para definir las características de una superficie polinomial de segundo orden en dos dimensiones. En particular, es posible escribir K_t de la siguiente forma:

$$K_t(v, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & v & v^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \theta \\ \theta^2 \end{bmatrix} = \mathbf{V} \mathbf{F} \boldsymbol{\theta} \tag{10}$$

De tal manera que la matriz K_t es el parámetro a identificar con mínimos cuadrados.

$$\mathbf{K}_t = \begin{bmatrix} -0.0101 & 0 & 0 \\ .0185 & .0029 & 4.2799 \times 10^{-4} \\ 3.7175 & 4.5111 \times 10^{-4} & -4.0151 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \tag{11}$$

En la tabla 4 se muestran los resultados numéricos obtenidos de las pruebas realizadas, mientras que en las Figuras 37 y 38 se observan los resultados obtenidos de una manera gráfica.

Tabla 4. Resultados numéricos de la relación empuje-velocidad-ángulo

Ángulo	0	-5	5	-10	10	-15	15
Velocidad							
3 m/s	3.6907	3.7692	4.1805	4.2288	3.8894	3.9301	4.0585
	3.7488	3.7946	4.0424	4.1446	3.9637	3.7262	4.1190
	3.7915	3.5564	4.1768	3.9557	4.2037	3.8653	4.0267
6 m/s	4.2939	4.4374	4.4329	4.0291	4.9145	4.0266	5.1234
	4.2394	4.1058	4.4915	3.9402	5.0345	4.2645	5.1204
	4.3077	3.7383	4.6327	3.8215	4.9873	4.0571	5.1318
9 m/s	5.2051	4.7272	5.6018	4.5202	5.9462	4.2699	6.0568
	5.1915	4.7932	5.6760	4.7267	5.7281	4.3870	6.0587
	4.8037	4.6505	5.4673	4.5920	5.9549	4.4463	6.0691

En la figura 37 se puede observar la gráfica de los 63 puntos sin promedio obtenidos en las pruebas realizadas en los diferentes sets establecidos (ángulo/velocidad).

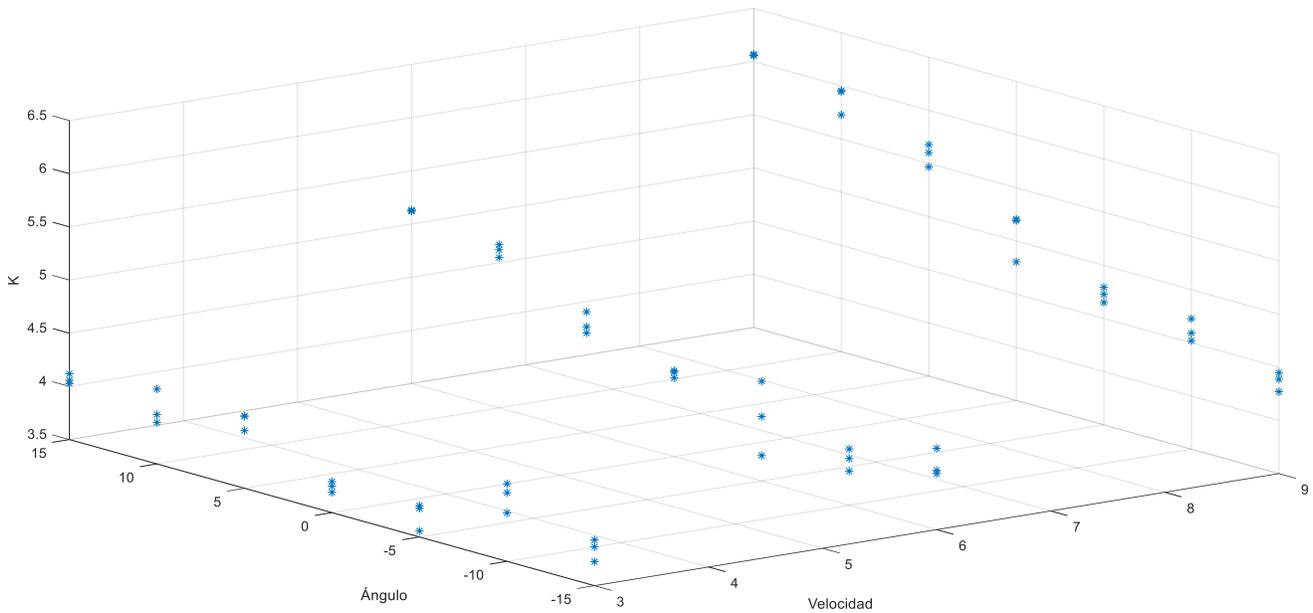


Figura 37. La gráfica muestra el empuje obtenido en cada uno de las 63 pruebas con relación ángulo y velocidad.

Para poder observar de una mejor manera los resultados obtenidos de los experimentos, se realizó un gráfico tridimensional (Figura 38) el cual muestra el comportamiento de K_t conforme al cambio de ángulo/velocidad. Se puede observar los efectos en el empuje derivados de las diferentes velocidades de ráfaga de viento con respecto a un cambio de ángulo.

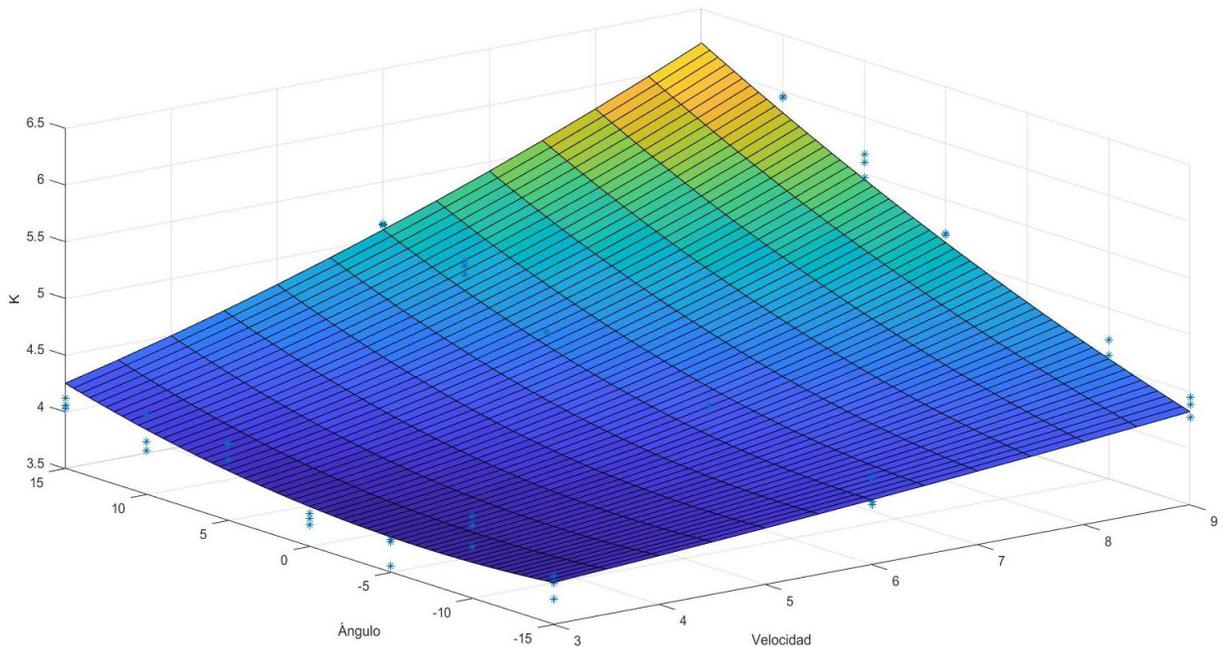


Figura 38. Gráfica en 3d mostrando la relación de empuje obtenido con relación a velocidad y ángulo.

Esta superficie consiste en el modelo final que se puede obtener a través de la metodología propuesta en esta tesis

5.1 Ejemplo de aplicación:

Se espera que la operación de cualquier aeronave cumpla con un rango de requisitos de rendimiento tanto mínimos como máximos. Para la mayoría de las aeronaves los requerimientos mínimos están determinados por una envolvente de vuelo. Este concepto se puede aplicar al modelo propuesto como se muestra a continuación.

Para validar el modelo, se desea conocer la envolvente del sistema, para lo cual se calculó un empuje nominal K_{nom} evaluando con las siguientes condiciones:

- $\Theta=0^\circ$
- $V=6m/s$

Obteniendo un valor de $K_{nom}=4.3225$

Una vez obtenida la K_{nom} se establece K_t que será el rango en el cual se desea evaluar, K_t puede ser diseñada, por lo que en este caso se elegirán diferentes valores para observar y comparar los resultados de la envolvente obtenida.

A manera de ejemplo se estará trabajando con porcentajes que van del 10% al 50% para obtener la envolvente. Por otro lado, la superficie de K_t intersecta las restricciones considerando tolerancias menores de 40%.

En la Figura 39 se presenta la envolvente obtenida con $K_t = 10\%$ y en la figura 40 se puede observar a mayor rasgo el área en la cual podrá trabajar el sistema de una manera segura.

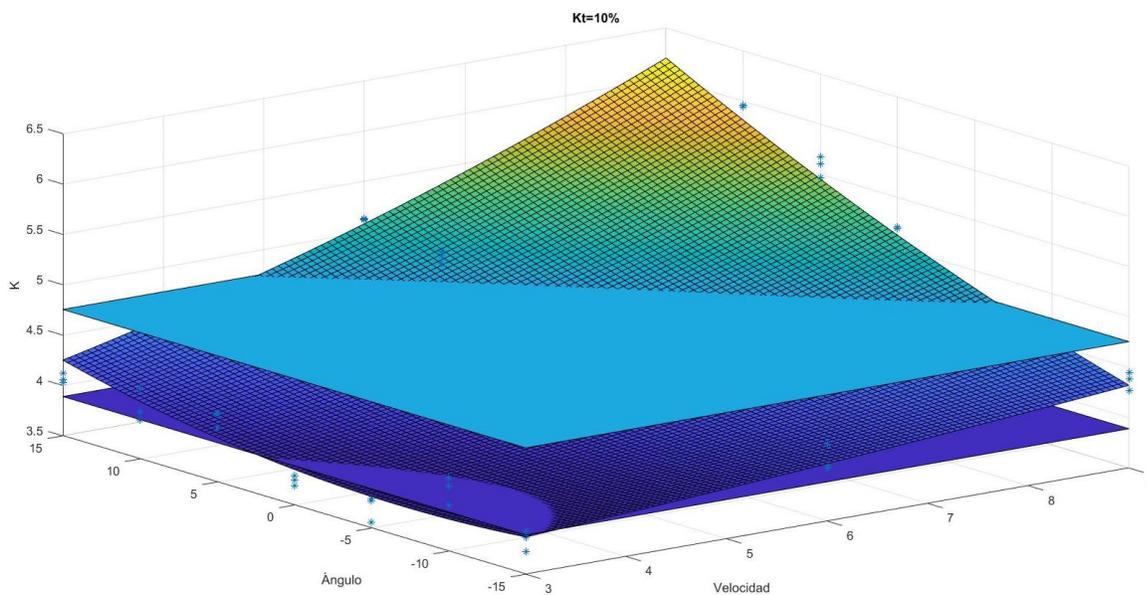


Figura 39. Gráfica en 3d mostrando la envolvente obtenida con un valor de $k_t = 10\%$

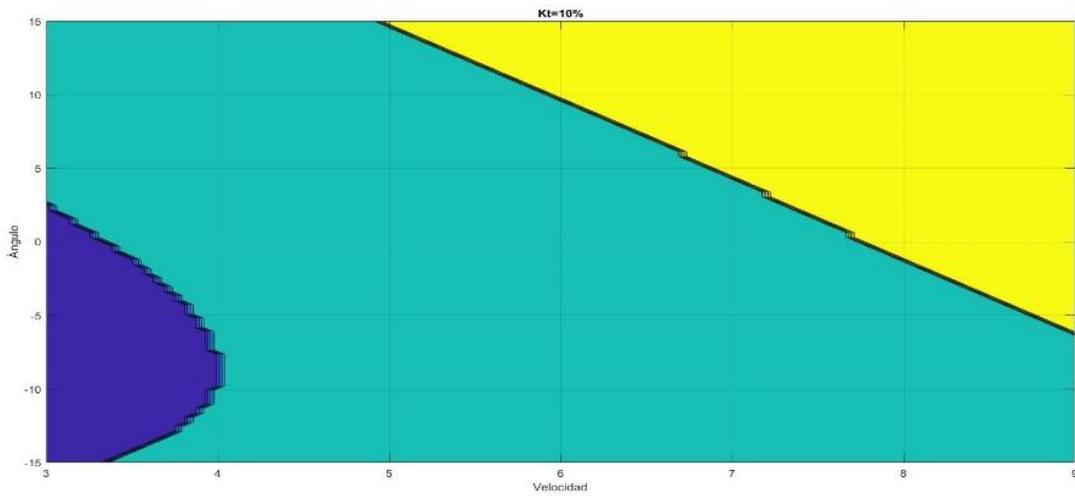


Figura 40 .En la gráfica presentada se muestra la zona de trabajo de la envolvente obtenida.

En la Figura 41 se presenta la envolvente obtenida con $K_t = 30\%$, en la Figura 42 se puede observar a mayor rasgo el área en la cual podrá trabajar el sistema de una manera segura.

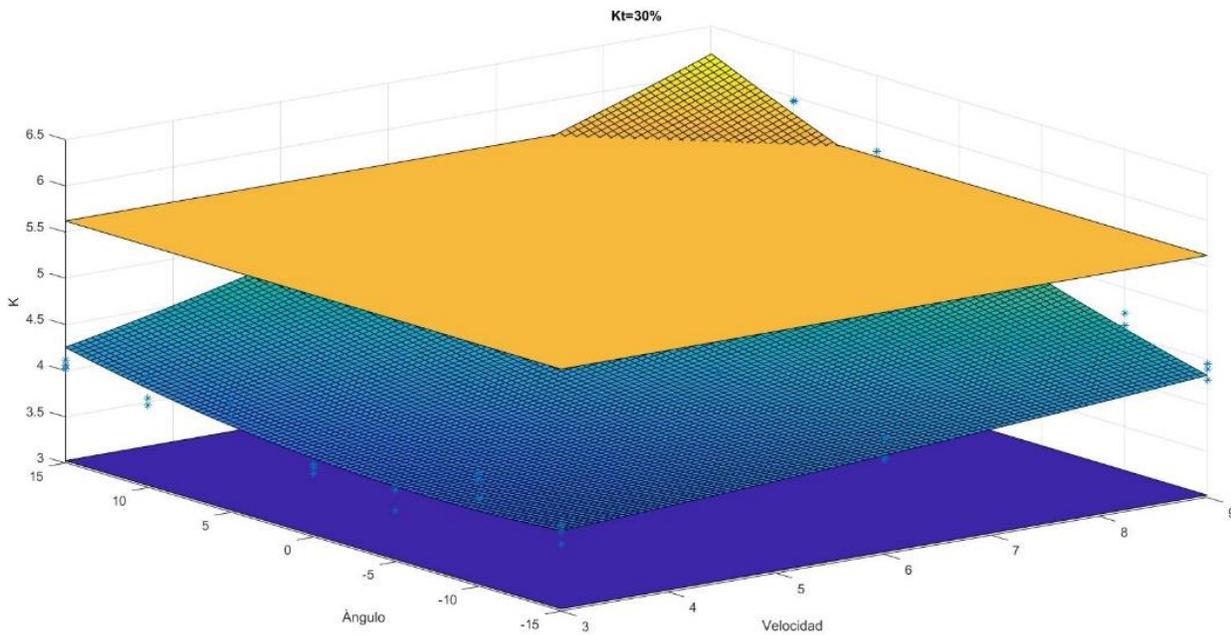


Figura 41. Gráfica en 3d mostrando la envolvente obtenida con un valor de $k_t = 30\%$

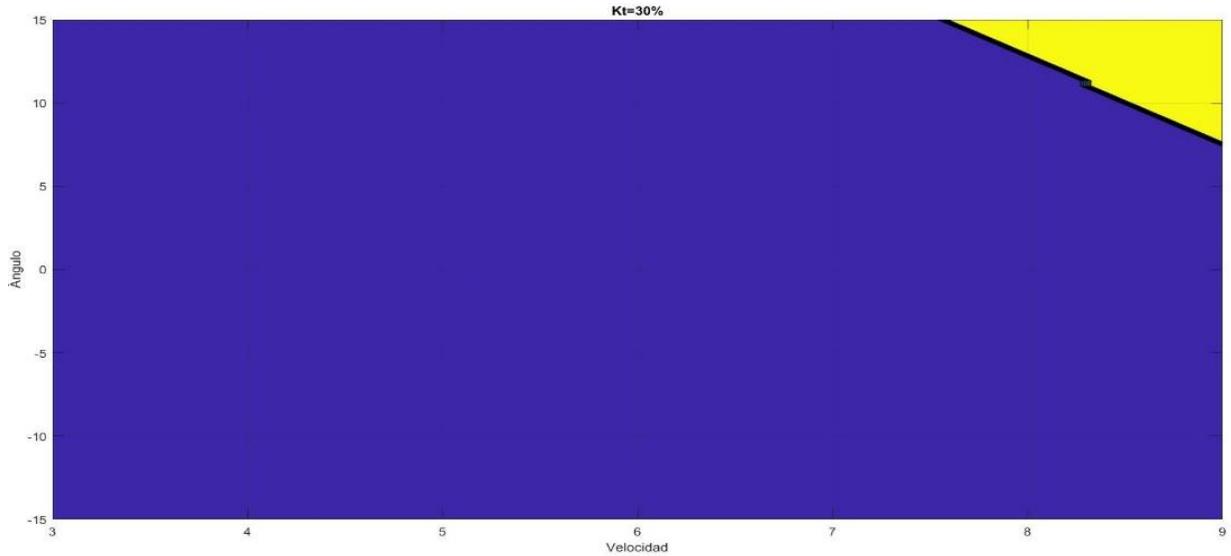


Figura 42. En la gráfica presentada se muestra la zona de trabajo de la envolvente obtenida.

En los anexos se pueden observar las gráficas de envolvente obtenidas para $k_{env}=20\%$, 40% y 50% . Esta información puede ser incorporada al diseño de la aeronave, así como al diseño de los algoritmos de control y para definir las misiones de la misma.

Capítulo 6. Conclusiones y Trabajo Futuro

De los resultados obtenidos se puede concluir que es necesario un modelo matemático para tener una mejor referencia del comportamiento del sistema.

En una ecuación de primer grado al modificar el ángulo y la velocidad la constante de empuje se ve afectada, aumentando de una manera lineal en la mayoría de los casos.

Se pudo medir y modelar los principales efectos de la ráfaga de viento respecto la velocidad y ángulo de ésta. Con respecto al error obtenido, al aumentar la velocidad el error incrementa, entre la velocidad de 3m/s y 6m/s hay un notable aumento en el error, sin embargo entre una velocidad de 6m/s y 9m/s el aumento de error es poco significativo, con excepción del caso de las pruebas de 15° en las cuales a una velocidad de 6m/s el error aumenta notablemente en comparación con los otros sets y después disminuye considerablemente.

Al obtener la envolvente del sistema se pudo analizar diferentes valores para observar en que rango se obtenían mejores resultados.

El uso de un banco de pruebas para realizar pruebas de vehículos aéreos no tripulados es de gran ayuda debido a que permite implementar las pruebas en un ambiente simulado (condiciones reales), las respuestas obtenidas con más apreciables y se evitan accidentes.

Como trabajo futuro se puede realizar un sistema de control con ayuda del modelo matemático obtenido el cual permita estabilizar la aeronave bajo condiciones de ráfagas de viento fuertes. Como mejora al sistema, se puede implementar un control de altitud para poder realizar pruebas al aire.

Debido a la versatilidad del banco de pruebas, se puede seguir utilizando en diferentes estudios de cuatricopteros o piezas que mejoren la calidad de los vehículos aéreos.

Capítulo 7. Referencias

- [1] Munoz, Laura E., Omar Santos, and Pedro Castillo. "Robust nonlinear real-time control strategy to stabilize a PVTOL aircraft in crosswind." *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on*. IEEE, 2010.
- [2] Garcia, Pedro Castillo, Rogelio Lozano, and Alejandro Enrique Dzul. *Modelling and control of mini-flying machines*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [3] Smeur, E. J., de Croon, G. C., & Chu, Q. (2017). Cascaded Incremental Nonlinear Dynamic Inversion Control for MAV Disturbance Rejection. *preprint arXiv:1701.07254*.
- [4] Phang, Swee King, et al. "Autonomous mini-UAV for indoor flight with embedded on-board vision processing as navigation system." *Computational Technologies in Electrical and Electronics Engineering (SIBIRCON), 2010 IEEE Region 8 International Conference on*. IEEE, 2010.
- [5] Rejon, V., and E. Aranda-Bricaire. "Discrete-time stabilization of a PVTOL without roll angle and velocities measurement." *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE, 2006.
- [6] Selig, Michael S., Robert W. Deters, and Gregory A. Williamson. "Wind tunnel testing airfoils at low Reynolds numbers." *AIAA Paper 875* (2011).
- [7] Martinez, Orlando, et al. "Experimental assessment of wind gust effect on PVTOL aerial vehicles using a wind tunnel." *2015 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*. IEEE, 2015.
- [8] Liu, Yi, et al. "Gust response analysis and wind tunnel test for a high-aspect ratio wing." *Chinese Journal of Aeronautics* 29.1 (2016): 91-103.
- [9] Ilarslan, Mustafa, M. Kemal Bayrakceken, and Aydemir Arisoy. "Avionics system design of a mini vtol uav." *Digital Avionics Systems Conference (DASC), 2010 IEEE/AIAA 29th*. IEEE, 2010.

- [10] Chen, Xu-Hui, Ejaz Ul Haq, and Jiawei Lin. "Design, modeling and tuning of modified PID controller for autopilot in MAVs." *Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking and Parallel/Distributed Computing (SNPD), 2016 17th IEEE/ACIS International Conference on*. IEEE, 2016.
- [11] Alexis, Kostas, George Nikolakopoulos, and Anthony Tzes. "Switching model predictive attitude control for a quadrotor helicopter subject to atmospheric disturbances." *Control Engineering Practice* 19.10 (2011): 1195-1207.
- [12] Sandino, Luis & Béjar, Manuel & Kondak, Konstantin & Ollero, Anibal. (2013). Modelado y control en vuelo estacionario de helicópteros autónomos con cable de fijación a tierra. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*. 10. 375–389. 10.1016/j.riai.2013.09.002.
- [13] Isermann, Rolf, and Marco Münchhof. *Identification of dynamic systems: an introduction with applications*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [14] Ulises Álvarez, "Active disturbance rejection control for PVTOL"
- [15] Alicia Torres Olascoaga, and Angel Aryok Naranjo Rodríguez. "Banco de pruebas integral para la caracterización de elementos de propulsión y sistemas de instrumentación aviónicos de aeronaves no tripuladas en túneles de viento". 15 Oct. 2015.

Capítulo 8. Anexos

8.1 Banco de Pruebas

8.1.1 Selección de Componentes

En esta sección se describirá el proceso de selección de los componentes de la estructura.

Primero se analizaron los objetivos principales y generales a cumplir por el banco de pruebas, después se realizó un bosquejo con la idea principal del banco, perfiles de aluminio debido a su versatilidad para adaptarse a diferentes configuraciones.

Tras haber definido el tipo de material, se comenzó una búsqueda extensa del tamaño de perfil a utilizar y de los demás componentes necesarios para la construcción de la estructura del banco de pruebas.

Perfiles:

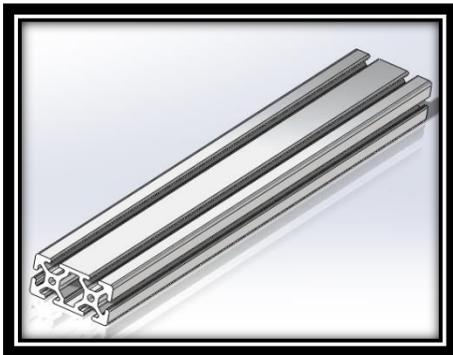


Figura 1. Perfil 40-4080 utilizado en la base y soporte de la estructura.

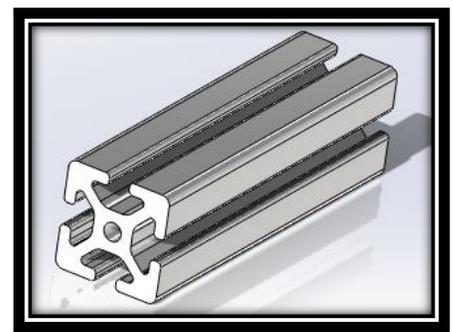


Figura 2. Perfil 4.-4040 utilizado en los topes de la estructura.

Uniones:

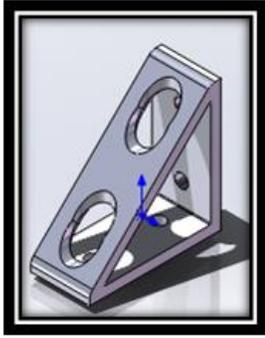


Figura 3. Unión 40-4311

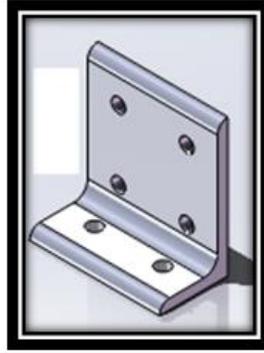


Figura 4. Unión 40-4375

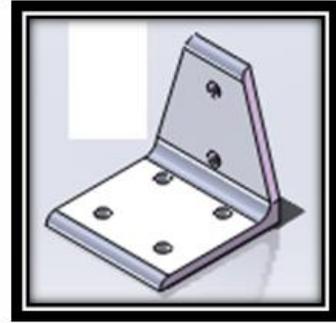


Figura 5. Unión 40-4336

8.1.2 Otros componentes:

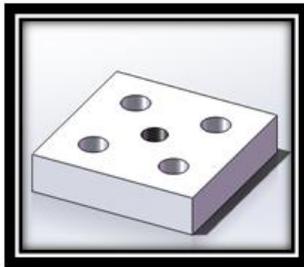


Figura 6. Complemento para adaptador de alturas. Pieza 40-2140

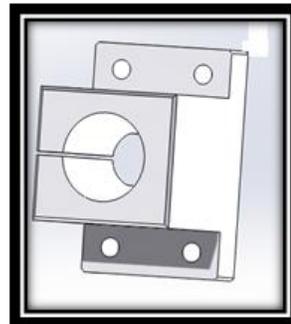


Figura 7. Agarre de la base principal. Pieza 52000



Figura 8. Adaptador de altura del tope. Pieza 65-2207

Diseño Conceptual

En esta etapa se mostrará y describirá el modelo conceptual de la estructura, así como las configuraciones para las cuales ha sido diseñada.

Después de una extensa búsqueda de piezas y componentes necesarios, se realizó el CAD con ayuda de los softwares SolidWorks y Catia, esto con el objetivo de visualizar el diseño en 3D para facilitar la detección de fallas.

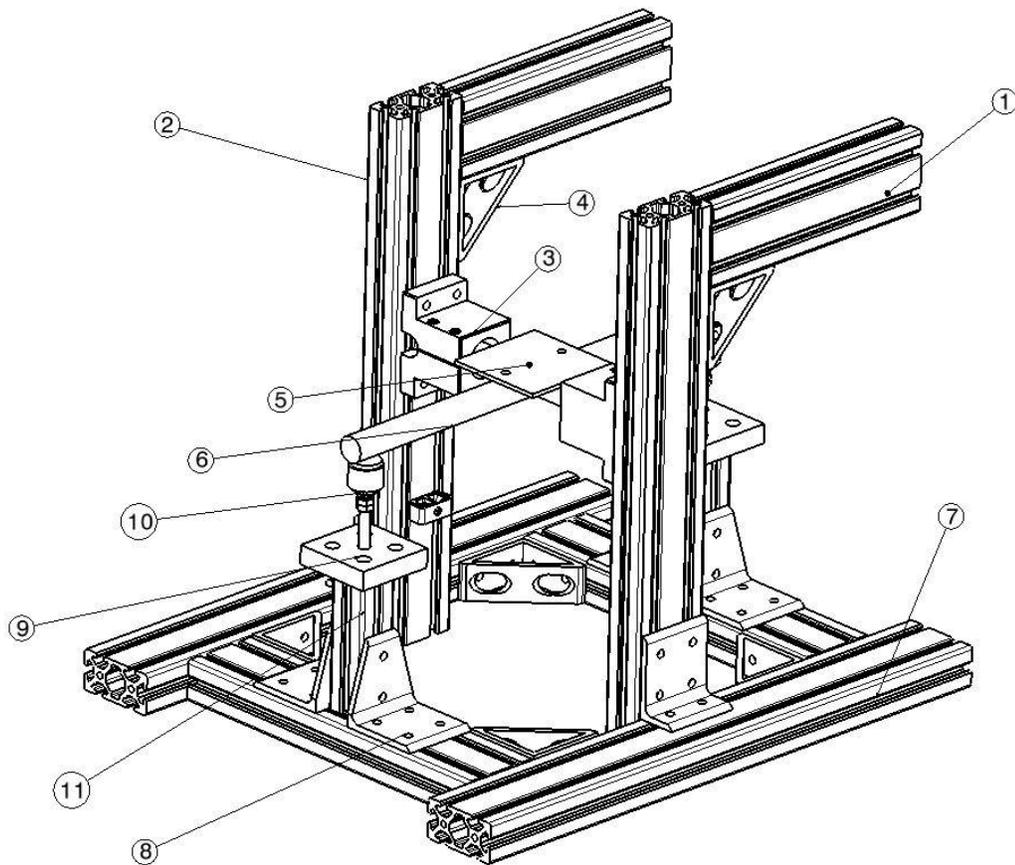


Figura 9. Vista en perspectiva

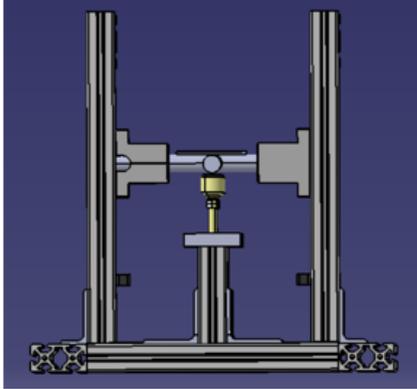


Figura 10. Vista frontal

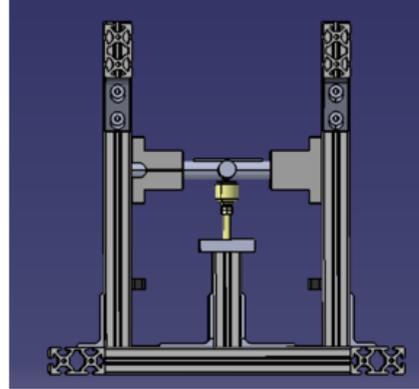


Figura 11. Vista posterior

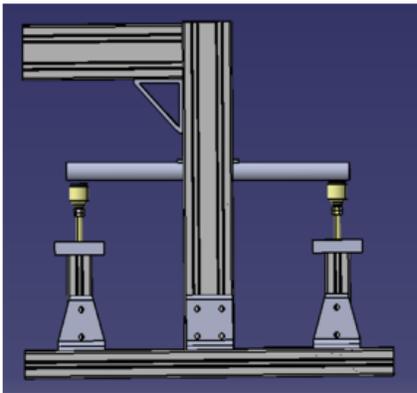


Figura 12. Vista lateral izquierda

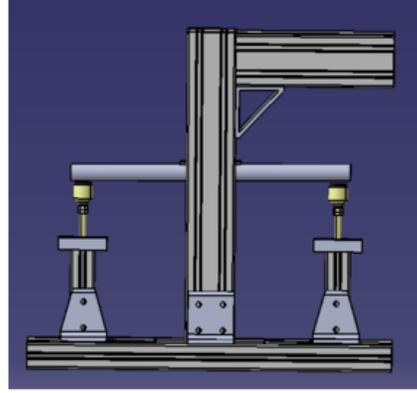


Figura 13. Vista lateral derecho

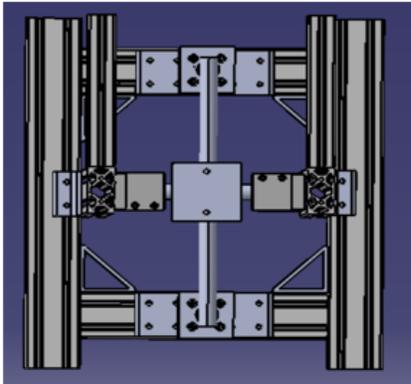


Figura 14. Vista superior

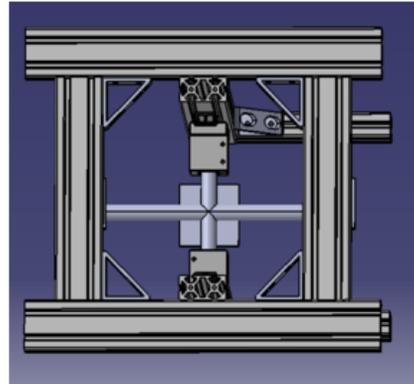


Figura 15. Vista inferior

El banco de pruebas puede ser utilizado en dos configuraciones diferentes:

A) Configuración para evaluación de elementos de navegación y estudio de la ráfaga:

Esta configuración está diseñada para probar y caracterizar resultados en tiempo real obtenidos de las pruebas realizadas con los sistemas de control desarrollados (pilotos automáticos). A través de estas pruebas se puede tanto validar el funcionamiento de los elementos de navegación (electrónica y aviónica) como caracterizar los efectos de la ráfaga sobre el vehículo.

Se colocan dos motores/hélices en los extremos de los tubos de la base principal (6), se instrumentará (montados en 5) con sensores específicos (giroscopio y acelerómetro) los cuales recibirán y procesarán la información obtenida de las pruebas de los sistemas de control para mostrarlas en la pantalla a tiempo real al momento de realizarse las pruebas en el túnel de viento, para así poder comparar los datos teóricos con los prácticos.

Para seguridad del usuario cuenta con paros de emergencia (10), en caso que algún motor/ hélice se descontrola.

La altura de los motores puede ser variada moviendo los elementos 3 y 6.

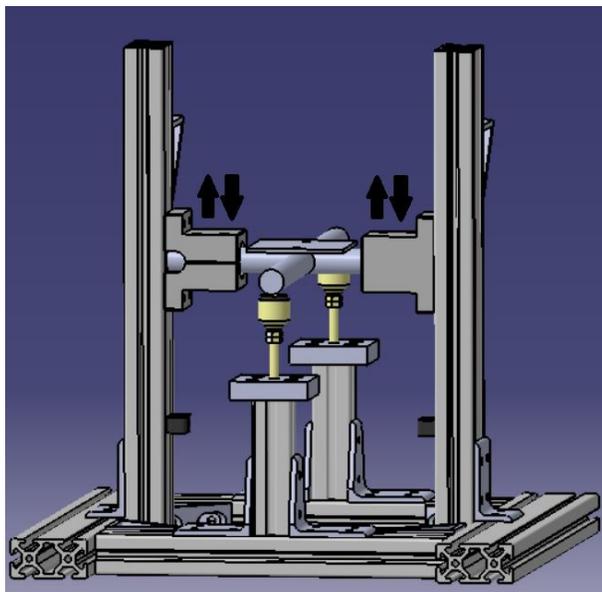


Figura 16. Configuración para evaluación de elementos de navegación y estudio de la ráfaga mostrando elementos 3 y 6 los cuales permiten modificar la altura del montaje de motores.

B) Configuración para medir empuje (caracterización de elementos de propulsión)

Para obtener esta configuración se voltea el banco quedando 1 y 7 como bases de la estructura. Esta configuración fue diseñada con el objetivo de medir el empuje de sistemas de propulsión o el arrastre del vehículo. La medición de fuerza de arrastre o de empuje se realiza con una celda de carga colocada en 9, la cual puede ser fácilmente ajustada al rango de carga deseado.

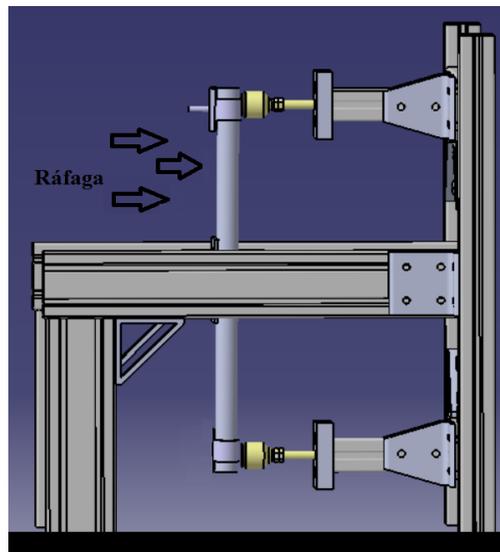


Figura 17. Configuración para medir empuje

8.2 Gráficas

Debido a que se realizaron muchas pruebas y en la mayoría se obtenía 63 gráficas, se opta por poner solo unos ejemplos y agregar una tabla con el nombre y número de la figura.

8.2.1 Gráfica voltaje vs Número de prueba

La tabla # 5 muestra el número y nombre de la figura del anexo electrónico de la primera prueba realizada que corresponde a la relación voltaje vs número de pruebas, con ajuste de curva y entrada con escalón. Se muestra el ajuste de curva por medio de un polinomio de primer, segundo y tercer grado, respectivamente marcados en la gráfica.

Tabla 5. Constante de regresión lineal obtenida las pruebas realizadas (primera parte) a una velocidad de aire de 9m/s.

# Figura	Título	Número de prueba por set
Figure 1	Stair curve fitting 0° a 3m/s	1
Figure 2	Stair curve fitting 0° a 3m/s	2
Figure 3	Stair curve fitting 0° a 3m/s	3
Figure 4	Stair curve fitting 0° a 6m/s	1
Figure 5	Stair curve fitting 0° a 6m/s	2
Figure 6	Stair curve fitting 0° a 6m/s	3
Figure 7	Stair curve fitting 0° a 9m/s	1
Figure 8	Stair curve fitting 0° a 9m/s	2
Figure 9	Stair curve fitting 0° a 9m/s	3
Figure 10	Stair curve fitting -5° a 3m/s	1
Figure 11	Stair curve fitting -5° a 3m/s	2
Figure 12	Stair curve fitting -5° a 3m/s	3
Figure 13	Stair curve fitting -5° a 6m/s	1
Figure 14	Stair curve fitting -5° a 6m/s	2
Figure 15	Stair curve fitting -5° a 6m/s	3
Figure 16	Stair curve fitting -5° a 9m/s	1
Figure 17	Stair curve fitting -5° a 9m/s	2
Figure 18	Stair curve fitting -5° a 9m/s	3
Figure 19	Stair curve fitting 5° a 3m/s	1
Figure 20	Stair curve fitting 5° a 3m/s	2

Figure 21	Stair curve fitting 5° a 3m/s	3
Figure 22	Stair curve fitting 5° a 6m/s	1
Figure 23	Stair curve fitting 5° a 6m/s	2
Figure 24	Stair curve fitting 5° a 6m/s	3
Figure 25	Stair curve fitting 5° a 9m/s	1
Figure 26	Stair curve fitting 5° a 9m/s	2
Figure 27	Stair curve fitting 5° a 9m/s	3
Figure 28	Stair curve fitting -10° a 3m/s	1
Figure 29	Stair curve fitting -10° a 3m/s	2
Figure 30	Stair curve fitting -10° a 3m/s	3
Figure 31	Stair curve fitting -10° a 6m/s	1
Figure 32	Stair curve fitting -10° a 6m/s	2
Figure 33	Stair curve fitting -10° a 6m/s	3
Figure 34	Stair curve fitting -10° a 9m/s	1
Figure 35	Stair curve fitting -10° a 9m/s	2
Figure 36	Stair curve fitting -10° a 9m/s	3
Figure 37	Stair curve fitting 10° a 3m/s	1
Figure 38	Stair curve fitting 10° a 3m/s	2
Figure 39	Stair curve fitting 10° a 3m/s	3
Figure 40	Stair curve fitting 10° a 6m/s	1
Figure 41	Stair curve fitting 10° a 6m/s	2
Figure 42	Stair curve fitting 10° a 6m/s	3

Figure 43	Stair curve fitting 10° a 9m/s	1
Figure 44	Stair curve fitting 10° a 9m/s	2
Figure 45	Stair curve fitting 10° a 9m/s	3
Figure 46	Stair curve fitting -15° a 3m/s	1
Figure 47	Stair curve fitting -15° a 3m/s	2
Figure 48	Stair curve fitting -15° a 3m/s	3
Figure 49	Stair curve fitting -15° a 6m/s	1
Figure 50	Stair curve fitting -15° a 6m/s	2
Figure 51	Stair curve fitting -15° a 6m/s	3
Figure 52	Stair curve fitting -15° a 9m/s	1
Figure 53	Stair curve fitting -15° a 9m/s	2
Figure 54	Stair curve fitting -15° a 9m/s	3
Figure 55	Stair curve fitting 15° a 3m/s	1
Figure 56	Stair curve fitting 15° a 3m/s	2
Figure 57	Stair curve fitting 15° a 3m/s	3
Figure 58	Stair curve fitting 15° a 6m/s	1
Figure 59	Stair curve fitting 15° a 6m/s	2
Figure 60	Stair curve fitting 15° a 6m/s	3
Figure 61	Stair curve fitting 15° a 9m/s	1
Figure 62	Stair curve fitting 15° a 9m/s	2
Figure 63	Stair curve fitting 15° a 9m/s	3

8.2.2 Gráficas error acumulativo

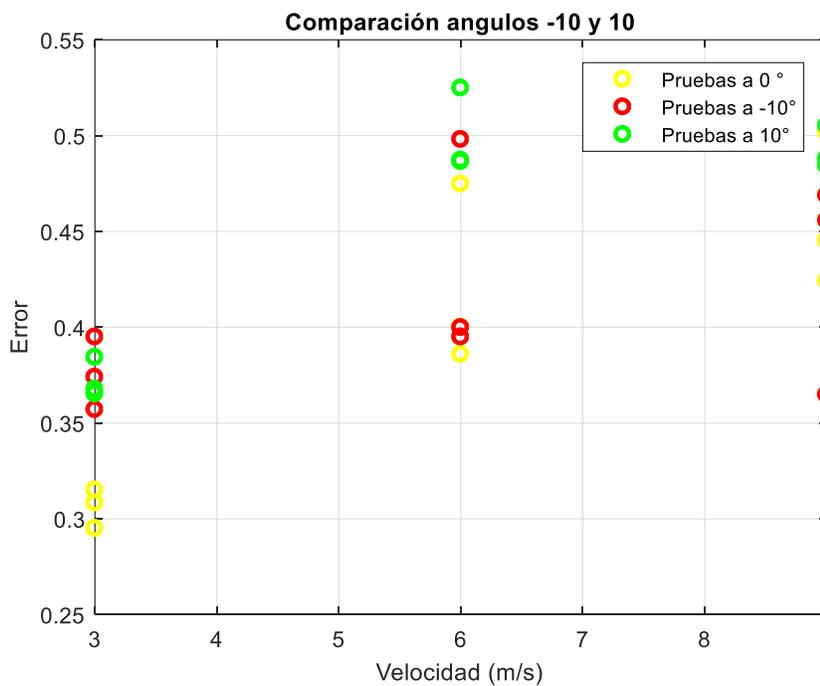


Figura 18. Gráfica de comparación de error obtenido en los ángulos -10° y 10° en las 3 velocidades de prueba (3,6 y 9 m/s)

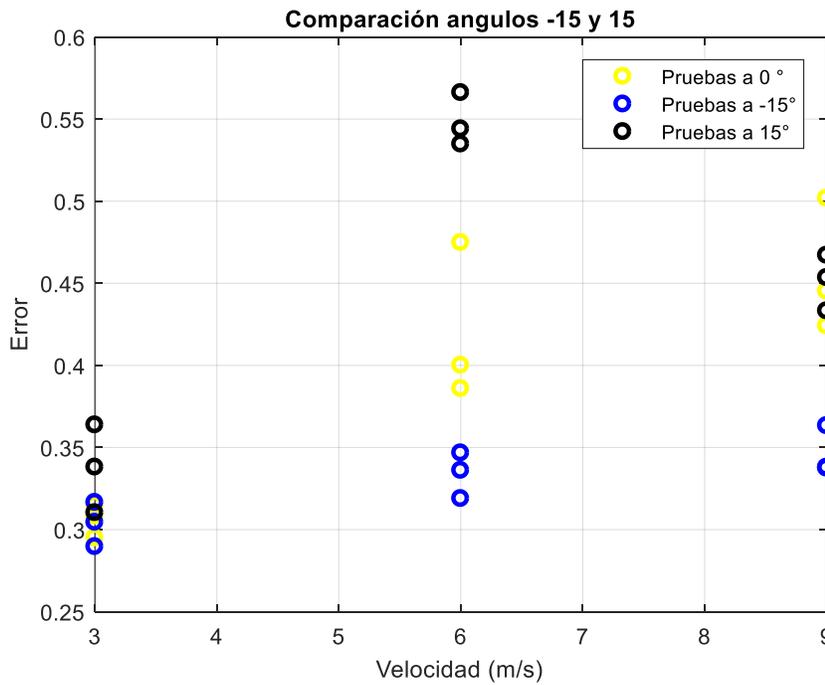


Figura 19. Gráfica de comparación de error obtenido en los ángulos -15° y 15° en las 3 velocidades de prueba (3,6 y 9 m/s)

Tabla 6. Constante de regresión lineal obtenida

Ángulo	Constante Obtenida	Velocidad
0°	0.0127	3m/s
0°	0.0126	3m/s
0°	0.0124	3m/s
0°	0.0135	6m/s
0°	0.0141	6m/s
0°	0.0133	6m/s
0°	0.0174	9m/s
0°	0.0176	9m/s
0°	0.0152	9m/s
-5°	0.0122	3m/s
-5°	0.0116	3m/s
-5°	0.0106	3m/s
-5°	0.0152	6m/s
-5°	0.0128	6m/s
-5°	0.0108	6m/s
-5°	0.0152	9m/s
-5°	0.0175	9m/s
-5°	0.0155	9m/s
5°	0.0138	3m/s
5°	0.0136	3m/s
5°	0.0137	3m/s
5°	0.0152	6m/s
5°	0.0151	6m/s
5°	0.0182	9m/s
5°	0.0186	9m/s
5°	0.0187	9m/s
-10°	0.0142	3m/s
-10°	0.0135	3m/s
-10°	0.0137	3m/s
-10°	0.0145	6m/s
-10°	0.0132	6m/s
-10°	0.0127	6m/s
-10°	0.0155	9m/s
-10°	0.0156	9m/s
-10°	0.0148	9m/s
10°	0.0126	3m/s
10°	0.0131	3m/s
10°	0.0135	3m/s
10°	0.0165	6m/s
10°	0.016	6m/s
10°	0.016	6m/s
10°	0.0199	9m/s
10°	0.0199	9m/s
10°	0.02	9m/s
-15°	0.0134	3m/s
-15°	0.0126	3m/s
-15°	0.0137	3m/s
-15°	0.0137	6m/s
-15°	0.0136	6m/s
-15°	0.0133	6m/s
-15°	0.0144	9m/s
-15°	0.015	9m/s
-15°	0.015	9m/s
15°	0.0135	3m/s
15°	0.013	3m/s
15°	0.0132	3m/s
15°	0.017	6m/s
15°	0.0171	6m/s
15°	0.0164	6m/s
15°	0.0217	9m/s
15°	0.0204	9m/s
15°	0.0204	9m/s

8.2.3 Gráficas Envolvente con diferentes rangos de trabajo

En la Figura 20 se presenta la envolvente obtenida con $K_t = 20\%$, en la Figura 21 se puede observar a mayor rasgo el área en la cual podrá trabajar nuestro sistema de una manera segura.

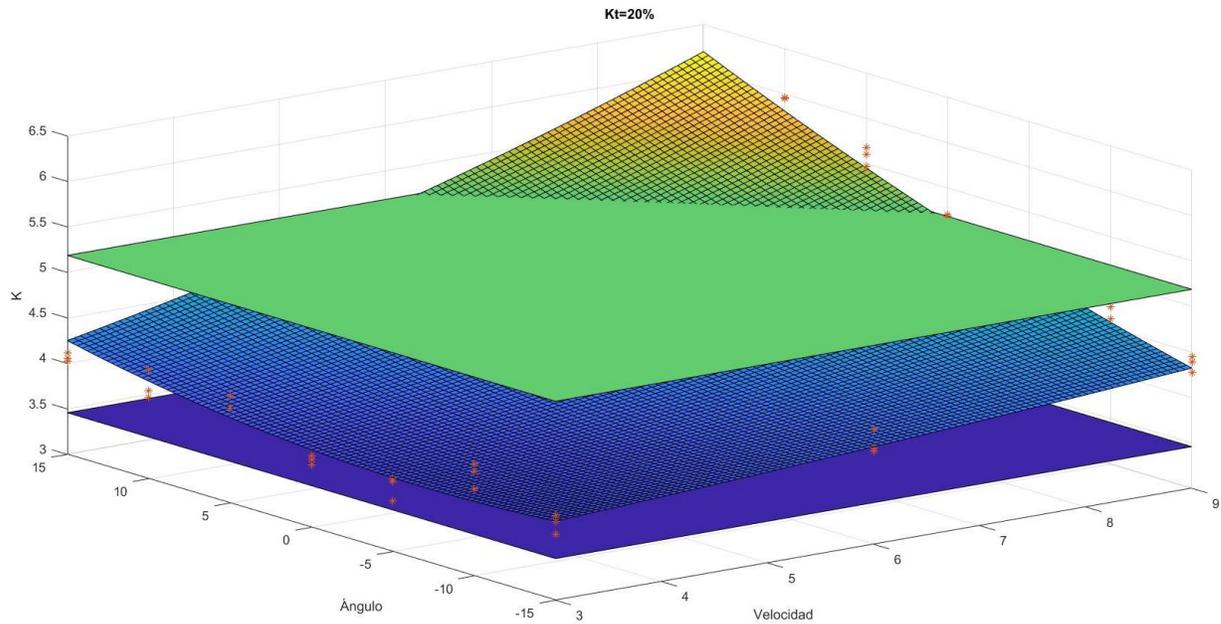


Figura 20. Gráfica en 3d mostrando la envolvente obtenida con un valor de $k_t = 20\%$

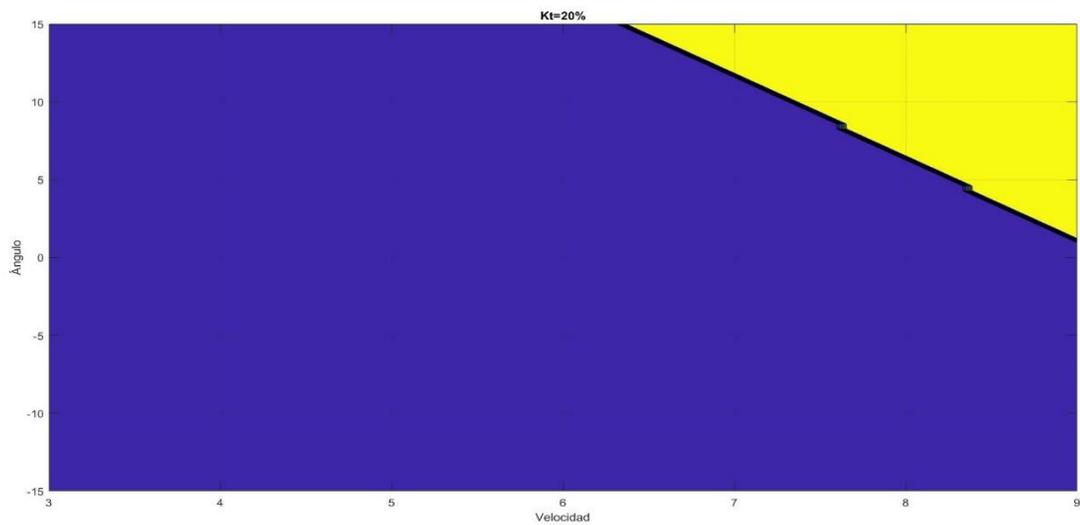


Figura 21. En la gráfica presentada se muestra la zona de trabajo de la envolvente obtenida.

En la Figura 22 se presenta la envolvente obtenida con $K_t = 40\%$, en la Figura 23 se puede observar a mayor rasgo el área en la cual podrá trabajar nuestro sistema de una manera segura.

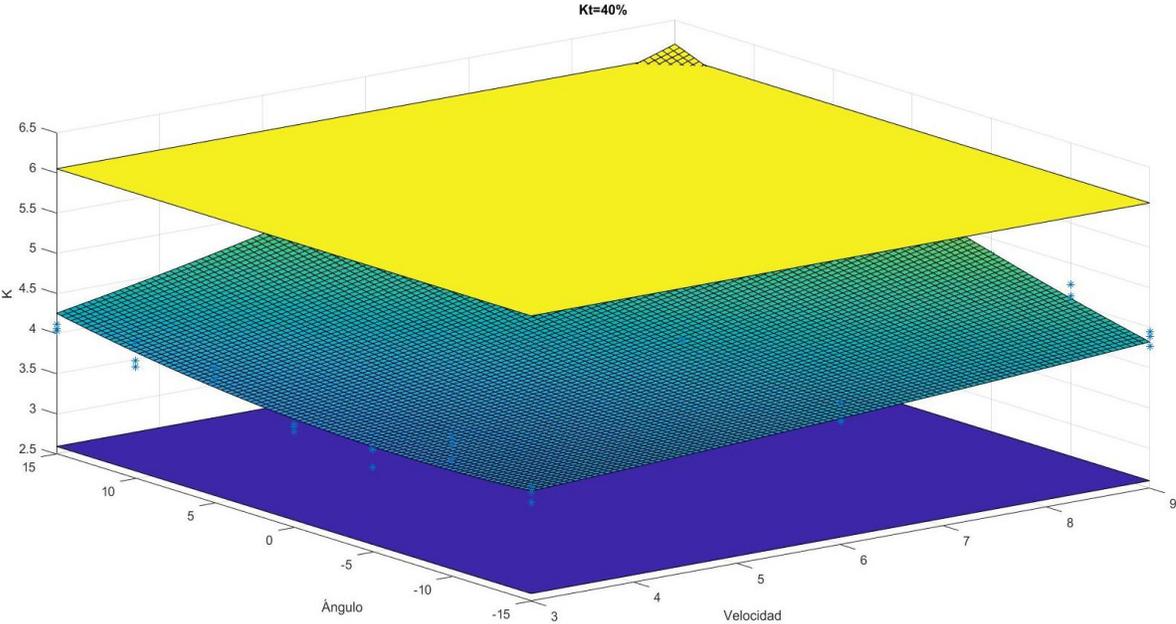


Figura 22. Gráfica en 3d mostrando la envolvente obtenida con un valor de $k_t = 40\%$

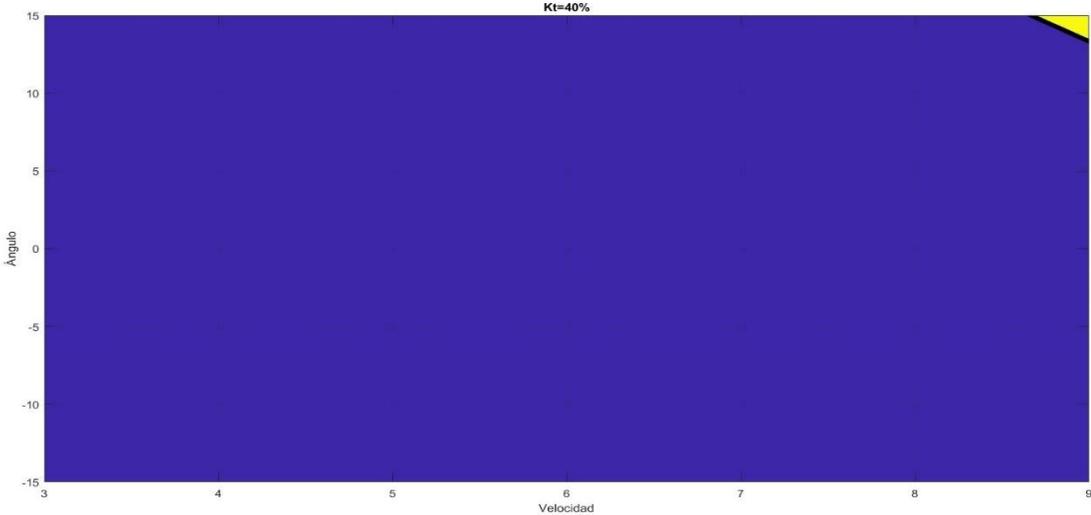


Figura 23. En la gráfica presentada se muestra la zona de trabajo de la envolvente obtenida.

En la Figura 24 se presenta la envolvente obtenida con $K_t = 50\%$

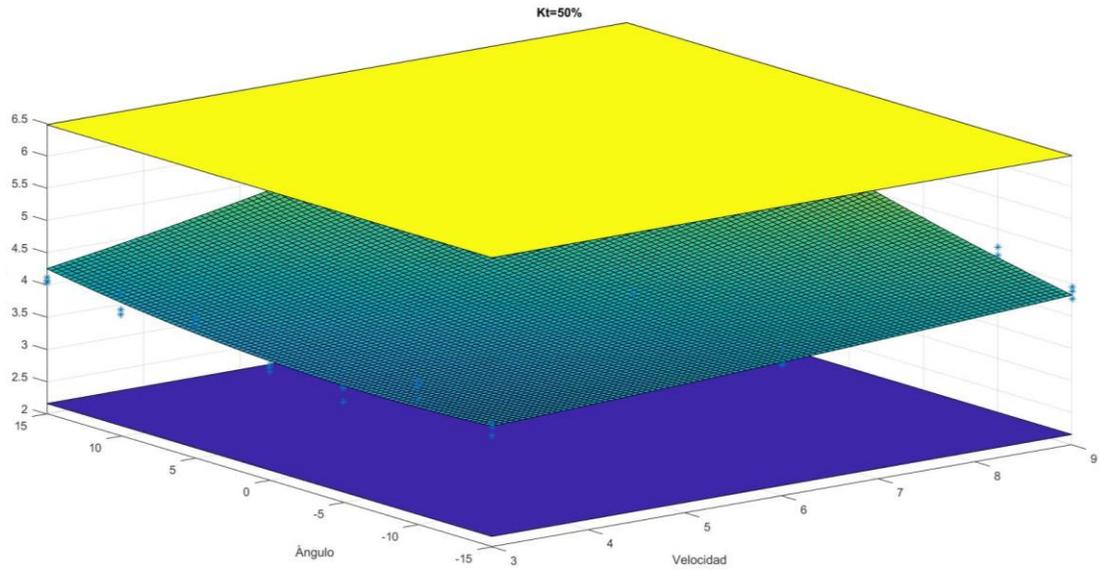


Figura 24. En la Gráfica en 3d mostrando la envolvente obtenida con un valor de $k_t=50\%$