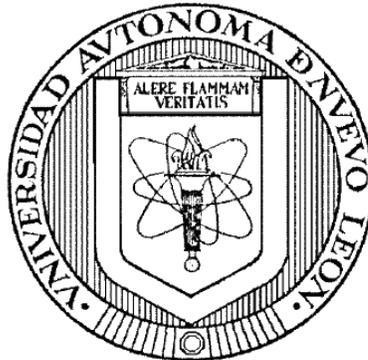


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



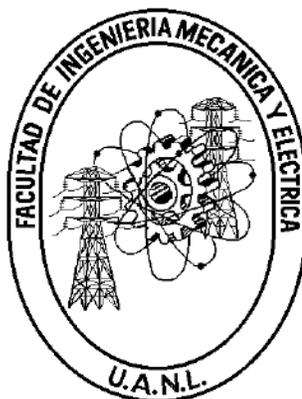
DESARROLLO DE ESQUEMAS DE CONTROL PREDICTIVO APLICADO
A CONVERTIDORES ESTÁTICOS DE TIPO MULTINIVEL

POR

OSCAR HUMBERTO HERRERA QUEZADA

COMO REQUISITO PARACIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DESARROLLO DE ESQUEMAS DE CONTROL PREDICTIVO APLICADO
A CONVERTIDORES ESTÁTICOS DE TIPO MULTINIVEL

POR

OSCAR HUMBERTO HERRERA QUEZADA

COMO REQUISITO PARACIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA

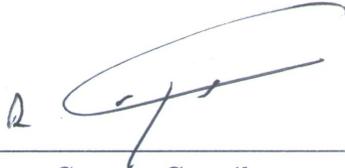
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “**Desarrollo de esquemas de control predictivo aplicado a convertidores estáticos de tipo multinivel**”, realizada por el alumno **Oscar Humberto Herrera Quezada**, con número de matrícula 1535252, sea aceptada para su defensa como requisito para obtener el grado de **Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica**.

El Comité de Tesis



Dr. Marco Tulio Mata Jiménez
Asesor



Dr. Alberto Cavazos González
Revisor



Dr. Oscar Salvador Salas Peña
Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirección de Estudios de Posgrado



San Nicolas de los Garza, Nuevo León, a 9 Abril de 2018

Agradecimientos

Agradezco al Dr. Marco Tulio Mata Jiménez, por la confianza otorgada por aceptarme como tesista. También, por facilitarme las bases de este trabajo, así como compartirme su conocimiento para enriquecer mi formación académica y con ellos llevar acabo la culminación de esta tesis.

Agradezco al Dr. Alberto Cavazos González y al Dr. Oscar Salvador Salas Peña, por aceptar ser revisores del presente trabajo de tesis.

Quiero agradecer especialmente a mis padres por sus sabios consejos, por su apoyo moral y por todo el cariño que me han brindado a lo largo de mi vida. Esto ha sido fundamental para mi formación como ser humano y profesional. También agradezco a mi abuelita Luz María por el apoyo brindado todos estos años.

A CONACYT, por su apoyo económico y lazos con la facultad para fomentar la dedicación al estudio y desarrollo de la investigación.

RESUMEN

Oscar Humberto Herrera Quezada.

Candidato para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Título del estudio:

DESARROLLO DE ESQUEMAS DE CONTROL PREDICTIVO APLICADO A
CONVERTIDORES ESTÁTICOS DE TIPO MULTINIVEL.

Profesor Asesor: Dr. Marco Tulio Mata Jiménez

Los convertidores electrónicos de potencia se emplean en diferentes aplicaciones como la propulsión de vehículos eléctricos, sistemas de alimentación ininterrumpida, energías renovables entre otras. Estos convertidores generalmente son de dos niveles y son regulados por controles lineales. Sin embargo, entre sus desventajas se encuentran pérdidas de energía y tener un alto contenido armónico. Por otro lado, el uso de convertidores de más niveles reduce el contenido armónico y produce una señal de tensión escalonada de una mayor cantidad de niveles discretos. Sin embargo, una mayor cantidad de niveles en el convertidor incrementa la cantidad de voltajes a balancear al igual que el número de estados lo cual aumenta la complejidad para regular el sistema. Entre las diferentes técnicas que se utilizan para el control de convertidores multinivel podemos mencionar modos deslizantes, PWM, LQR, space-vector y el control predictivo. La mayoría de estas técnicas requieren conocer el estado del convertidor, el cual en ocasiones no está disponible, por lo que se ha propuesto el uso de sensores matemáticos conocidos como observadores.

En esta tesis se desarrolla una estrategia de control predictivo para convertidores estáticos de tipo multinivel. La técnica aplicada es el modelo de control predictivo con conjuntos de control finito (FCS-MPC). Dicha técnica esta basada en el conocimiento del modelo de convertidor, su comportamiento híbrido (dinámica continua y discontinua) y el conocimiento de la solución del sistema entre conmutaciones. El convertidor a analizar es un inversor de diodo anclado (NPC) de tres niveles que tiene un comportamiento lineal entre conmutaciones, por lo que es posible estimar su comportamiento futuro y mediante un criterio escoger la configuración adecuada. Los FCS-MPC estudiados en la literatura disponen de los parámetros y el estado del inversor, cuyo conocimiento podría presentar un comportamiento no adecuado.

En este trabajo se diseña un observador interconectado adaptativo para cada condensador que permita estimar los voltajes de los condensadores y los parámetros de manera simultánea. El esquema propuesto, permite el seguimiento de la corriente de referencia y el equilibrio de los condensadores para determinar las entradas del sistema lo cual evita la necesidad de usar técnicas de modulación.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Trabajos Previos	2
1.2. Hipótesis	4
1.3. Objetivos de la tesis	4
1.4. Organización de la tesis	5
2. Control Predictivo basado en Modelo	6
2.1. Introducción	6
2.2. Diferentes Técnicas de MPC	8
2.3. Principio FCS-MPC	10
2.4. La Función Costo	11
2.5. Discretización para MPC	12
2.6. Horizonte de Predicción	15
2.7. Conclusión	16
3. Convertidores	17
3.1. Introducción	17
3.2. Convertidores Multinivel	18

3.3. Operación Diodo Fijador (NPC)	19
3.4. Modelo del inversor NPC multinivel trifásico	21
3.5. Principio del FCS-MPC inversor trifásico	27
3.6. Conclusión	28
4. Observador	29
4.1. Introducción	29
4.2. Diseño del Observador Interconectado	31
4.3. Observador Interconectado	34
4.4. Observador Interconectado Adaptivo	34
4.5. Conclusión	36
5. Funcionamiento del FCS-MPC en el convertidor NPC multinivel	37
5.1. Algoritmo	37
5.2. Simulación del MPC-FCS en un inversor trifásico MPC	38
5.3. Estudio del desempeño de los esquemas de control	39
5.4. Conclusión	48
6. Conclusiones y trabajos futuros	49
6.1. Conclusiones	49
6.2. Trabajos futuros	50

Apéndice **54**

Apéndice A. Soluciones de Ecuaciones Diferenciales **55**

Índice de figuras

1.	Sequence diagram	I
2.1.	Clasificación propuesta.	8
2.2.	Control FCS-MPC.	10
2.3.	Principio del FCS-MPC.	11
3.1.	Diagrama esquemático de un CSC(a) y VSC(b).	18
3.2.	Diagrama de un convertidor de diferentes niveles, 2, 3 y N-1.	19
3.3.	Topología de un Inversor Multinivel con Diodo Anclado.	20
3.4.	Topología de un Inversor Multinivel con Diodo Anclado Trifásico.	22
3.5.	Flujo de corrientes en los condensadores.	24
3.6.	Comportamiento de las corrientes en funcionamiento de los semiconductores.	25
3.7.	Diagrama de un inversor trifásico FCS-MPC.	28
4.1.	Diagrama del observador interconectado.	32
5.1.	Diagrama de flujo del MPC-FCS.	38
5.2.	Comportamiento de las tensiones en los condensadores para $\lambda_v = 0$, $\lambda_v = 0,19$ y $\lambda_v = 5$	41
5.3.	Estimaciones de tensiones de v_{c1} y v_{c2}	43

5.4. Error de la estimación de v_{c1}	44
5.5. Tensiones reales de v_{c1} y v_{c2} con variación del 30%.	44
5.6. Error de la estimación de v_{c1} con variación del 30%.	45
5.7. Estimaciones de parámetros τ y γ con variación paramétrica del 30%.	47
5.8. Mediciones Reales V_{c1} y V_{c2} con variación paramétrica del 30%.	47

Capítulo 1

Introducción

Las aplicaciones actuales requieren un mayor desempeño pero exigen una mejor calidad de energía. Actualmente los investigadores intentan solucionarlo con el uso de nuevos materiales para los convertidores existentes o nuevas topologías que requieren esquemas de control más avanzados.

Una de las topologías más prometedoras es la de los convertidores multinivel. Estos entregan una alta potencia con semiconductores de media potencia, presentando ventajas sobre convertidores de dos niveles.

Sin embargo, el uso de convertidores multiniveles requieren mantener balanceados los condensadores y la medición de más señales lo hace complicado. El control predictivo es una técnica que se adecua a los convertidores multiniveles con un algoritmo flexible y que puede incluir varios objetivos de control. Para un adecuado desempeño es necesario el modelo del sistema, una función costo apropiada, conocimiento de los parámetros y el estado del sistema en todo tiempo. En general un convertidor multinivel cumple con las condiciones anteriores sin embargo la medición de señales y la existencia de incertidumbre paramétrica podría degradar el desempeño del controlador. Al disponer de un sensor matemático u observador que reconstruya el estado y al mismo tiempo identifique los parámetros utilizando el modelo del sistema y el conocimiento de entradas y salidas, podemos sintetizar un esquema controlador-observador robusto a incertidumbres que no necesita medir el estado completo.

Trabajos previos muestran el buen funcionamiento del control predictivo sobre los convertidores de dos niveles y multiniveles, pero consideran disponible la información para la de retroalimentación completa del sistema. Por estas razones el diseño

propuesto emplea un observador, con el objetivo de reconstruir el estado y de igual forma identificar mismo tiempo identificar los parámetros del sistema usando solo el modelo.

1.1. Trabajos Previos

Nuevos esquemas de control para convertidores son presentados cada año. Por ejemplo histéresis, controladores lineales con modulación ancho de pulso (PWM, Pulse Width Modulation), lógica difusa, control por modos deslizantes, redes neuronales, control predictivo y otros [1]. En particular, el MPC ha demostrado ser una alternativa sencilla y eficaz de los algoritmos de control clásicos con PWM para controlar el flujo de energía eléctrica. La metodología del MPC es extensa y ha sido dividida en varias clases de acuerdo a sus principios de funcionamiento. Una de las clases es el Control de Conjuntos Finitos, el cual es idóneo para el control de convertidores y tiene un excelente desempeño dinámico, por esto el FCS(Finite Control Set) del MPC, es muy usado para la implementación de convertidores. Debido a un excelente rendimiento dinámico [2]. A continuación se presentan algunos trabajos utilizando el MPC.

El funcionamiento del FCS-MPC y la estructura del algoritmo. Su amplia aplicaciones en diferentes convertidores y topologías controladas. Lo anterior a través de a modernas plataformas digitales que permité realizar todos los cálculos y técnicas más complejas. En general, se puede concluir que el MPC ofrece una nueva y atractiva alternativa para el control de convertidores estáticos de potencia, se presenta en J. Rodriguez [3].

El control predictivo se puede considerar como cualquier algoritmo que utiliza un modelo del sistema para predecir su comportamiento futuro y selecciona la ac-

ción de control más adecuada. Los convertidores son sistemas discretos y tienen un número finito de estados de conmutación. El MPC puede ser simplificado y reduce las predicciones a solo los posibles estados de conmutación. Este enfoque es conocido como FCS-MPC. La principal ventaja sobre los convertidores controladores convencionales es la facilidad de modificar los objetivos de control. Al elegir una función costo adecuada, es posible incorporar más variables, restricciones y requerimientos del sistema, a cualquier tipo de convertidor sin cambios significativos, S. Kouro [4].

En A. Linder [5], se analiza un controlador de corriente para un motor de inducción trifásica. La estructura en cascada se emplea en conjunto con los dos controladores PI actuales de un sistema Control de Campo Orientado (FOC, Field Oriented Control) por un solo controlador MPC-MIMO. Observá que el sistema controlado por el PI no utiliza la máxima salida del controlador. Para la misma respuesta al escalón, el algoritmo MPC tiene un menor sobrepaso y hace un mejor uso de la energía disponible. El desempeño del MPC es ligeramente superior al PI y ofrece más facilidades (las restricciones del sistema son incluidas directamente en el controlador, varias variables a controlar en una sola retroalimentación).

En J. De León [6], se diseñó un observador no lineal adaptativo. El cual estima las tensiones de los condensadores y la carga resistiva simultáneamente de un convertidor multinivel de capacitores flotantes. La estructura del convertidor es empleada para representarlo como como n subsistemas interconectados, permitiendo superar la condición de no observabilidad del sistema original y reducir su orden.

1.2. Hipótesis

Dado que se cuenta con un modelo matemático preciso del convertidor, se propone la utilización de un control predictivo para balancear el voltaje en los condensadores del convertidor. Empleando el conocimiento de la solución entre conmutaciones esta técnica calcula el comportamiento futuro para todas las posibles conmutaciones escogiendo aquella que minimice el error de seguimiento. El controlador predictivo depende del conocimiento completo del estado del convertidor, el cual no siempre está disponible, debido a esto se plantea el uso de un observador interconectado que aproveche la estructura interconectada del sistema para reconstruir los estados. Puesto que el control predictivo y es altamente sensibles a la incertidumbre paramétrica, se propone un observador interconectado adaptativo capaz de reconstruir simultáneamente los estados e identificar los parámetros del sistema.

1.3. Objetivos de la tesis

- Contribuir a resolver las problemáticas de los convertidores estáticos de tipo multinivel, cuando estos son empleados en aplicaciones de control de dispositivos electromecánicos y de redes eléctricas.
- Controlar de voltajes de los condensadores, para asegurar la forma de onda en la salida del multinivel, para una entrada igual a todos los semiconductores de potencia.

1.4. Organización de la tesis

La tesis cuenta con 6 capítulos. El Capítulo 1 muestra una introducción general. Además, se revisan trabajos previos que estén relacionados al control predictivo de convertidores multinivel. También se presentan los objetivos que se buscan en el presente trabajo.

Los fundamentos del control predictivo y los principios de operación de los convertidores, que es la base para el desarrollo de esta tesis se presentan en los Capítulos 2 y 3. En el Capítulo 2 se mencionan las diferentes técnicas de control predictivo utilizadas. En el Capítulo 3 se presentan la topología y el modelo matemático del convertidor diodo fijador (NPC), así como sus modos de operación.

En el Capítulo 4, se describe los observadores y su importancia en el control de sistemas dinámicos. Se describe un diseño del observador interconectado adaptativo utilizado en el desarrollo del presente trabajo.

En el Capítulo 5, se presenta el algoritmo propuesto y la función costo definiendo los objetivos a buscar. Así mismo, se presentan los resultados obtenidos empleando el controlador y observador propuestos.

Por último, en el Capítulo 6 presentar las conclusiones y trabajos futuros.

Capítulo 2

Control Predictivo basado en Modelo

En el presente capítulo se definen conceptos generales del control predictivo. El control predictivo basado en modelo (MPC, Model Predictive Control) fue introducido por primera vez en los años sesenta, y ya en los años setenta se empleó en una gran cantidad de procesos industriales, especialmente en plantas petroquímicas, de forma heurística. Durante los noventa la teoría MPC maduró considerablemente, principalmente por la introducción de modelos de espacio de estados. En la última década el uso de MPC se ha reportado en campos que van desde control de tracción y suspensión de vehículos para sistemas de propulsión a los sistemas de electrónica de potencia.

2.1. Introducción

El control predictivo calcula una trayectoria futura para una variable manipulada u que optimiza la salida y el comportamiento de la planta. La optimización se lleva a cabo dentro de un tiempo limitado, dando información de la planta en el comienzo de los intervalos de tiempo. Sus principales aplicaciones son estabilización y seguimiento. Aquí se presentará la idea básica de control predictivo basado en modelo [7]. Supongamos que se nos da un proceso controlable cuyo estado x_n se mide en instantes de tiempo t_n , $n = 0, 1, 2, \dots, t_f$. Significa que en cada instante de tiempo podemos seleccionar una entrada de control u_n , que influye en el comportamiento futuro del

estado del sistema. El control de seguimiento, consiste en determinar las entradas de control u_n tal que x_n siga una referencia dada x_n^* tan bien como sea posible. Esto significa que si el estado actual está muy lejos de la referencia, queremos controlar el sistema hacia la referencia y si el estado actual ya está cerca de la referencia, sólo tendremos que mantenerlo allí. La idea del control predictivo lineal o no lineal, es el uso de un modelo preciso de sistema con el fin de predecir y optimizar el futuro comportamiento del sistema, que serán escritos de la siguiente manera

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)), \quad k \in \{0, 1, 2, \dots\} \quad (2.1)$$

donde $x(k)$ es el valor del estado en el tiempo k , $u(k)$ es la entrada de la planta y $x(k+1)$ es el estado sucesor del siguiente instante de tiempo. Iniciando del estado actual x_n , para cualquier secuencia de control dada u_0, \dots, u_N con una *longitud de horizonte* $N \geq 1$, podemos iterar (2.1) con el fin de predecir una trayectoria x^p , definida por

$$x^p(0) = x_n, \quad x^p(k+1) = f(x^p(k), u(k)), \quad k = 0, \dots, N \quad (2.2)$$

donde k denota los instantes de muestreo. Ahora usamos el control óptimo con el fin de determinar u_0, \dots, u_N de tal manera que x_u esté lo más cerca posible a $x^* = 0$. Para este fin, se mide la distancia entre $x_u(k)$ y $x^* = 0$ para $k = 0, \dots, N$ por una función $f(x_u(k), u(k))$. Esta función no sólo penaliza la desviación del estado de la referencia, sino también introduce diferentes criterios deseados, valores de control admisibles $u(k)$ a un control de referencia u^* . Una opción común y popular para este propósito es la función cuadrática

$$f(x_u(k), u(k)) = \|x_u(k)\|^2 + \lambda \|u(k)\|^2 \quad (2.3)$$

donde $\| \cdot \|$ denota la norma euclidiana y $\lambda \geq 0$ es un parámetro de ponderación para el control, que también podría ser elegido como 0 si no se desea penalización. Por lo general, en los problemas de control óptimo se pretende

$$\text{minimizar} \quad J(x_n, u(\cdot)) := \sum_{k=0}^N f(x_u(k), u(k)) \quad (2.4)$$

con respecto a todas las secuencias de control admisibles $u(0), \dots, u(N)$ con x_u generado por (2.2).

2.2. Diferentes Técnicas de MPC

El control predictivo abarca una clase muy amplia de controladores. En [1] se propone una clasificación para los diferentes métodos de control predictivo (Figura 2.1). Las técnicas aplicadas y estudiadas últimamente en electrónica de potencia se

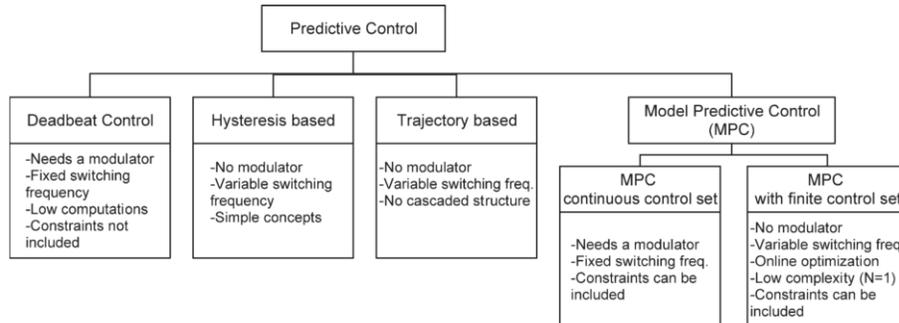


Figura 2.1: Clasificación propuesta.

clasifican en dos categorías principales: el conjunto de control continuo y conjunto controles finitos (FCS), para nuestro caso de estudio será la segunda categoría. El FCS-MPC toma ventaja del limitado número de estados en los convertidores de potencia para resolver el problema de optimización y además la aplicación directa del control en el inversor sin requerir una modulación [3]. Los controladores predictivos estiman la corriente de la carga futura para cada estado válido de los semiconductores

del inversor. Las predicciones son evaluadas con una función costo que minimiza el error entre las corrientes estimadas y su referencia al final de cada período de muestreo. Entonces este tipo de control es un algoritmo que calcula una secuencia temporal discreta de las variables manipuladas a futuro con el objetivo de optimizar el comportamiento de la planta o proceso. Pueden ser implementados en tiempo real basado en plataformas de software y microprocesadores utilizando una frecuencia de muestreo fijo. Los procesadores actuales los hacen realizables, permitiendo el diseño de alto desempeño de controladores en tiempo real para convertidores de electrónica de potencia para optimizar los ciclos on-off de los semiconductores de potencia y lograr una alta calidad de desempeño y una baja distorsión de armónicos. El control predictivo es una alternativa muy prometedora por las siguientes características [1].

1. Los conceptos son muy intuitivos y fáciles de entender.
2. Puede ser aplicado para una amplia variedad de sistemas, incluyen los multi-variables.
3. Puede compensar los tiempos muertos y permite incluir restricciones.
4. En el modelo es fácil incluir las no linealidades.
5. La metodología es abierta para incluir modificaciones y extensiones dependiendo en aplicaciones específicas.

Este control requiere una gran cantidad de cálculos comparado con un esquema de control clásico y su desempeño depende de la precisión de modelo.

2.3. Principio FCS-MPC

Esta estrategia de control consiste en una búsqueda exhaustiva, evalúa todas las entradas de control, que es un conjunto finito, y selecciona la más adecuada que minimice el error entre la salida deseada y la salida futura. El esquema más sencillo y utilizado es representado en la Figura 2.2.

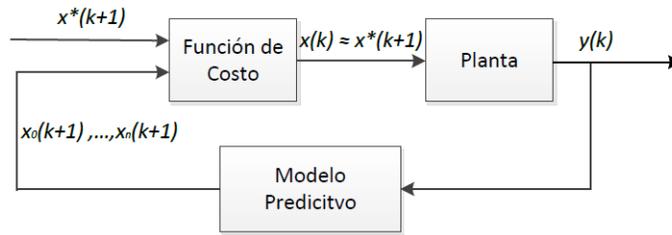


Figura 2.2: Control FCS-MPC.

El control $u_i(k)$ actúa en cualquier tiempo t_k , la i representa la i -ésima señal admisibles del sistema. El modelo de predicción $f_p(x(k), u(k))$ depende de la variable controlada y del control, respectivamente. En el tiempo t_k , el valor de la variable controlada en t_{k+1} es estimada por el modelo de predicción,

$$x_p(t_k + 1) = f_p(x(k), u(k)) \quad (2.5)$$

donde $x(t_k)$ es el valor medido o actual y $u(k)$ es el control activo en el tiempo t_k . Cabe mencionar que el método de control no está limitado a una variable. La predicción del valor a controlar en el tiempo t_{k+2} corresponde a cada control calculada respectivamente por el modelo de predicción,

$$x_i^p(t_k + 2) = f_p(x^p(t_k + 1), u_i) \quad i = 0, \dots, n \quad (2.6)$$

donde n es el número total de señales de control admisibles. Entonces la función

costo del sistema es construida por la expectativa del control, así como la referencia y las restricciones del sistema. La expresión de la función costo es

$$g_i = f_g(x^*, x_i^p, u(i)) \quad i = 0, \dots, n \quad (2.7)$$

El control $u(i)$ con el valor de la función costo mínimo es seleccionado como el control a aplicar para el sistema en el tiempo t_{k+1} .

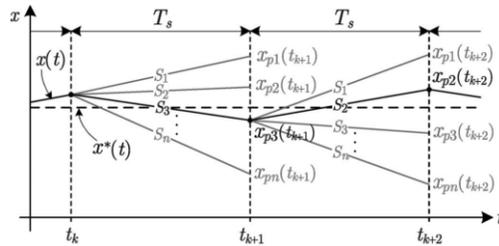


Figura 2.3: Principio del FCS-MPC.

2.4. La Función Costo

El FCS-MPC se ha aplicado con éxito a una amplia gama de convertidores de potencia [8]. Una de las principales ventajas del FCS-MPC es que varios objetivos de control, variables y restricciones puede ser incluidos en una función costo simultáneamente. El conjunto finito de predicciones de los sistemas son utilizados para ser evaluadas por una función costo (también conocida como función de calidad o función de ponderación), la cual usualmente está compuesta por los errores de las variables controladas. La combinación de dos o más variables en una función única no es sencillo cuando estas son de naturaleza diferente (diferentes unidades y ordenes de magnitudes). Para hacer frente a este problema a cada término de la función costo se le asigna una ponderación, la cual es utilizada para acordar la importancia o el costo de ese término en relación a los objetivos de control. Desafortunadamente, no

existe un método sistemático para ajustar estos parámetros y generalmente deben ser determinados mediante procedimientos empíricos. Algunos ejemplos de la función costo serían el error absoluto, el error cuadrático y el error de valor medio

$$\begin{aligned}
 g_1 &= |x^* - x_i^p(u(k))| \\
 g_2 &= [x^* - x_i^p(u(k))]^2 \\
 g_3 &= \frac{1}{T_s} \int^{T_s} [x^*(t) - x_i^p(t, u(k))]
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

La siguiente acción de control será la entrada que minimice la función costo

$$u(k+1) = \underset{u_i}{\operatorname{arg\,mín}} \{f_g(x^*, x_i^p, u(i))\} \tag{2.9}$$

Como se mencionó previamente, resta el problema de elegir los factores de pesos λ adecuados, para cada término de la función costo, dependiendo de la naturaleza de los términos que involucran la función

$$g = \lambda_x |x^* - x^p| + \lambda_y |y^* - y^p| + \dots + \lambda_z |z^* - z^p| \tag{2.10}$$

La elección de una función costo adecuada y la selección de los factores de peso idóneos es imprescindible para un buen desempeño del controlador.

2.5. Discretización para MPC

Los convertidores de potencia son sistemas naturalmente híbridos, por lo que es conveniente representar el sistema en tiempo discreto a fin de usar el controlador predictivo. El FCS-MPC calcula varios estados donde el sistema pueda encontrarse en el siguiente muestreo, estos estados finales son las predicciones del FCS-MPC. Existen dos maneras en obtener las predicciones del sistema, una manera es realizar

la discretización por el metodo de Euler, por su simplicidad y buen rendimiento, que aproxima la derivada como:

$$\frac{dx}{dt} \approx \frac{x(k+1) - x(k)}{T_s} \quad (2.11)$$

donde T_s es el tiempo de muestreo, $x(k+1)$ y $x(k)$ son los valores de las variables en el siguiente muestreo y el estado actual respectivamente. Existen tres variantes del método de Euler para discretización:

- El método de Euler hacia delante: El estado actual del sistema $x(k)$ sirve para estimar el valor futuro de la variable [9], [10].

$$x(k+1) = x(k) + T_s f(x(k), u(k))$$

donde $u(k)$ es la entrada actual del sistema.

- El método de Euler hacia atrás: La aproximación tiene esta forma

$$x(k+1) = x(k) + T_s f(x(k+1), u(k+1))$$

Es un método implícito, la aproximación aparece en ambos lados de la ecuación, así que el método necesita resolverse algebraicamente.

- El método de Punto Medio: Este método converge más rápido que el método de Euler, su estimación es calculada por la fórmula

$$x(k+1) = x(k) + T_s f\left[x(k) + \frac{T_s}{2}, x(k) + \frac{T_s}{2} f(x(k), u(k))\right]$$

Otra manera de obtener las predicciones de un sistema utilizando los valores medidos actuales y anteriores es mediante la extrapolación de segundo orden. Un ejemplo es

la extrapolación de Lagrange para $n = 2$ (cuadrática) [11].

$$x^*(k+1) = 3x^*(k) - 3x^*(k-1) + x^*(k-2)$$

También puede suponerse que el comportamiento de la carga no va a cambiar en un periodo de muestreo T_s suficientemente pequeño, se puede considerar $x^*(k+1) \approx x^*(k)$ por lo que la extrapolación no es necesaria.

La otra manera es la solución del sistema, se considera el convertidor como un sistema lineal entre conmutaciones y es posible conocer su comportamiento con precisión. Para resolver la ecuación de estado de un sistema lineal en el caso más general descrito por un conjunto de ecuaciones de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{2.12}$$

para un sistema con p entradas, q salidas y n variables de estado, A, B, C y D son matrices constantes de dimensiones apropiadas. La entrada $u(t)$ la consideramos constante entre conmutaciones dado que el periodo se considera suficientemente pequeño. Aprovechando la linealidad del sistema es aplicada la transformada de Laplace a (2.12)

$$\begin{aligned} s\hat{x}(s) - x(0) &= A\hat{x}(s) + B\frac{\hat{u}}{s} \\ \hat{y}(s) &= C\hat{x}(s) + D\frac{\hat{u}}{s} \end{aligned}$$

La transformada de Laplace convierte el sistema en algebraico:

$$\begin{aligned} \hat{x}(s) &= (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}B\frac{\hat{u}}{s} \\ \hat{y}(s) &= C(sI - A)^{-1} \left(x(0) + B\frac{\hat{u}}{s} \right) + D\frac{\hat{u}}{s} \end{aligned}$$

y tomando la antitransformada de Laplace

$$\begin{aligned} x(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left[(sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}B\frac{\hat{u}}{s} \right] = \Phi(t, t_0)x(0) + \Phi(t, t_0)Bu \\ y(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left[C(sI - A)^{-1}(x(0) + B\frac{\hat{u}}{s}) + D\frac{\hat{u}}{s} \right] = C\Phi(t, t_0)x(0) + C\Phi(t, t_0)Bu + Du \end{aligned}$$

Esta expresión permite obtener la evolución del estado en función de las matrices de las ecuaciones de estado y del estado inicial. Donde $\Phi(t, t_0)$ es conocida como matriz de transición y es igual a $e^{A(t-t_0)}$. En el Apéndice A se obtiene la solución para varios casos.

2.6. Horizonte de Predicción

Aunque en el contexto del control predictivo, los horizontes grandes generalmente, tienen un mejor desempeño que los de horizontes pequeños, en el campo de la electrónica de potencia es más común centrarse en horizontes de un paso al usar controladores predictivos, dado que para estos las soluciones son más fáciles de obtener y a menudo los resultados son satisfactorios [12]. Si se deseara un control predictivo con un horizonte a más pasos, esto se obtiene solamente modificando la función costo (2.4).

$$\text{minimizar} \quad J(x_n, u(\cdot)) := \sum_{k=0}^{k+N-1} f(x_u(k), u(k)) \quad (2.13)$$

Al usar un horizonte mayor que uno, la cantidad de operaciones se incrementa de manera exponencial. Además los intervalos de muestreo en la electrónica de potencia son muy cortos, del orden de $10\mu s$. La consideración $x(k) = x(k + N)$, para $N = 1$ cuando T_s es suficientemente pequeño podría usarse, la diferencia entre $x(k)$ y $x(k + N)$, para $N \geq 1$ el error en las predicciones serán mayores. Algunos autores

mencionan que el uso de un horizonte igual a uno presentan un desempeño adecuado del FCS-MPC de esta manera se justifica la elección de $N = 1$.

2.7. Conclusión

El control predictivo basado en modelo es una gran opción para el control de convertidores de potencia debido a su comportamiento naturalmente híbrido (continuo entre conmutaciones). El siguiente capítulo se presenta el modelo con estas características. Se observa que no es necesario realizar la discretización del modelo para utilizar el controlador de tipo FCS dado es posible obtener la solución exacta del sistema entre conmutaciones. Con estas soluciones podemos evaluar todas las posibles entradas del convertidor por medio de la función costo y elegir la más adecuada.

Capítulo 3

Convertidores

3.1. Introducción

La demanda de energía ha aumentado así como la exigencia en su calidad y la eficiencia de su producción. Por este motivo, el control y el diseño de convertidores, se ha vuelto un tema de interés y han sido estudiados extensivamente en los últimos años para diferentes aplicaciones. Además esta área ha tenido un gran desarrollo gracias al avance de la tecnología computacional y al diseño de los semiconductores, prometiéndole una nueva era de alto voltaje, alta frecuencia y altas temperaturas [13]. Los convertidores de potencia son dispositivos híbridos complejos y son considerados como sistemas de estructura variable. Estos están contruidos de interconexiones de elementos de diferente naturaleza y interruptores que sirven para el control y acondicionamiento de la energía eléctrica. Los conmutadores cambian la interconexión entre los elementos del circuito, su entrada de control es un vector cuyas entradas son señales binarias que se introducen en su compuerta. La síntesis de formas de onda se lleva a cabo a partir de señales conmutadas logrando obtener así una alta eficiencia. Hay dos tipos de convertidores de potencia de corriente alterna: convertidor fuente de corriente (CSC, current source converter) y convertidor fuente de voltaje (VSC, voltage source converter), los diagramas esquemáticos de estos convertidores son mostrados en la Figura 3.1. Un convertidor tiene un lado de corriente continua (cd), un circuito compuesto de semiconductores y un lado de corriente alterna (ac). El circuito de potencia para ambos es el mismo. Es el lado de corriente continua que diferencia de estos convertidores. La entrada de corriente continua un CSC, también conocido

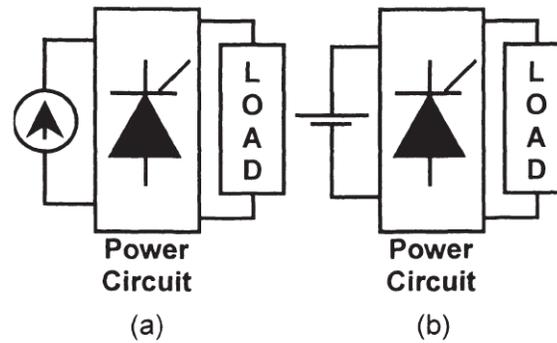


Figura 3.1: Diagrama esquemático de un CSC(a) y VSC(b).

como inversor fuente de corriente o CSI, es una fuente de corriente dc. Es usualmente realizada por una fuente de corriente continua controlada que está conectada a un gran inductor en serie. La función de un inversor es cambiar un voltaje de entrada de cd a un voltaje simétrico de salida de ca de magnitud y frecuencia deseadas. El voltaje de salida podría ser fijo o variable a una frecuencia fija o variable. Los inversores se utilizan ampliamente en aplicaciones industriales, por ejemplo, excitación de motores de ca de velocidad variable, energía renovable, transporte, calefacción por inducción, fuentes de potencia de reserva y fuentes de potencia ininterrumpible. Las topologías utilizadas actualmente en inversores se derivan en tres, capacitores flotantes (FLC), el puente H (H-Bridge) y la otra es diodo fijador (NPC).

3.2. Convertidores Multinivel

La configuración básica de un inversor tiene como salida dos niveles de voltaje que toma valores de $+V$ y $-V$, donde V es el voltaje de la fuente. Existe una clase de inversores que pueden tomar mas de dos valores, llamados inversores multinivel. Generalmente se nombran multinivel a partir de un nivel extra, por ejemplo un inversor de tres niveles produce voltajes de $+V$, 0 y $-V$. Los convertidores de multinivel son

convertidores de última tecnología que pueden generar corrientes o incluso voltajes sinusoidales con menos contenido de armónicos y reducción de pérdidas eléctricas que los convertidores de dos niveles. Incluyen un arreglo de semiconductores de potencia y condensadores como fuentes de voltaje, el voltaje generado de salida tiene forma de onda escalonada considerando que los interruptores cierran y abren en tiempos diferentes, dependiendo del número de interruptores los voltajes en la salida crecen sumando los voltajes de los condensadores, mientras que los interruptores soportan voltajes reducidos.

La Figura 3.2 muestra un diagrama esquemático de un convertidor multinivel de una fase con diferentes números de niveles, donde los semiconductores de potencia son representados por interruptores ideales con varias posiciones. Una rama de n niveles necesita $(n - 1)$ fuentes de voltaje, $2(n - 1)$ semiconductores y $(n - 1)(n - 2)$ diodos [14].

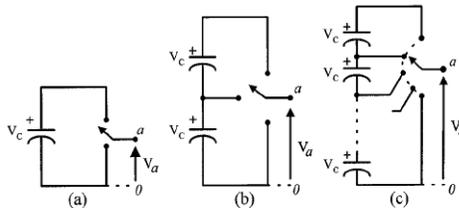


Figura 3.2: Diagrama de un convertidor de diferentes niveles, 2, 3 y N-1.

3.3. Operación Diodo Fijador (NPC)

La Figura 3.3 muestra un convertidor de diodo fijador de tres niveles de una rama en el cual su bus de cd consiste en dos capacitores, C_1 y C_2 . La tensión en cada condensador es $\frac{V_{dc}}{2}$ y el esfuerzo de cada dispositivo de voltaje se limitará mediante los diodos fijadores, a un nivel de tensión de $\frac{V_{dc}}{2}$. El punto medio de los condensadores n se puede definir como el punto neutro. El voltaje de salida v_{an} tiene tres estado: V_{dc} ,

$\frac{V_{dc}}{2}$ y 0. Los diodos D_1 y D'_1 conectados al punto medio son los elementos que fijan

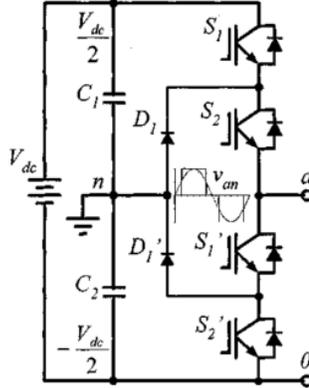


Figura 3.3: Topología de un Inversor Multinivel con Diodo Anclado.

las tensiones de bloqueo de los interruptores a una fracción de la tensión del bus de continua, por lo tanto son el elemento clave de esta topología. Esta estructura puede extenderse a más niveles, sin embargo, debido al incremento cuadrático en el número de diodos con el número de niveles, su implementación se hace impráctica para una gran cantidad de niveles [15].

Existen dos pares de interruptores complementarios en cada fase. El par de interruptores complementarios es definido tal que solo uno de ellos conduce mientras el otro es excluido en poder conducir. Los dos pares de interruptores complementarios son (S_1, S'_1) y (S_2, S'_2) . Existen tres combinaciones de interruptores para sintetizar tres niveles de voltaje a través de a y n , Tabla 3.1, muestra los estados de los interruptores y el nivel de tensión. El estado “1” representa que el interruptor está cerrado o encendido, mientras que el “0” está abierto o apagado.

S_1	S_2	S'_1	S'_2	V_{an}
1	1	0	0	V_{dc}
0	1	1	0	$\frac{V_{dc}}{2}$
0	0	1	1	0
1	0	0	1	NA (No Aplica)

Tabla 3.1: Estados de los interruptores para la obtención de los niveles de voltaje.

Existen situaciones que no son deseables o no posibles porque violan las restriccio-

nes topológicas de la teoría de circuitos (fuentes de tensión de cortocircuito, fuentes de corriente abiertos), por lo que sólo hay tres combinaciones entre los interruptores en la fase. Estos son los tres posibles niveles de tensión entre la fase del inversor y el punto neutro.

Un posible inconveniente de los inversores multiniveles es el uso de condensadores. Las conmutaciones de estos inversores pueden producir desigualdades en los condensadores resultando desequilibrio de tensiones. Los factores responsables por el desbalance de condensadores son, [16]:

- Corrientes de fuga desigual en los condensadores.
- Retardo desigual en los semiconductores.
- Carga asimétrica de los condensadores.
- Configuración asimétrica del circuito.

Una solución propuesta para este problema utilizando el control predictivo es por medio del criterio o función costo (3.1), donde incluye la desigualdad de tensiones [8]. Donde ΔV_c^p corresponde al desbalance de la predicción de tensiones en los condensadores del inversor y $\lambda_{\Delta V}$ es un peso.

$$g = \frac{1}{i_{sn}} [|i_{\alpha}^* - i_{\alpha}^p| + |i_{\beta}^* - i_{\beta}^p|] + \frac{\lambda_{\Delta V}}{V_{cn}} |\Delta V_c^p| \quad (3.1)$$

3.4. Modelo del inversor NPC multinivel trifásico

El inversor trifásico de diodo anclado está compuesto por tres ramas idénticas como se observa en la Figura 3.4, cada fase con dos pares de interruptores complementarios S_{xi} y S'_{xi} , $x \in \{a, b, c\}$, $i \in \{1, 2\}$. El lado de ac está conectado a una carga

trifásica y el lado de cd es una fuente constante V_{dc} , que va a cargar los condensadores V_{c1} y V_{c2} .

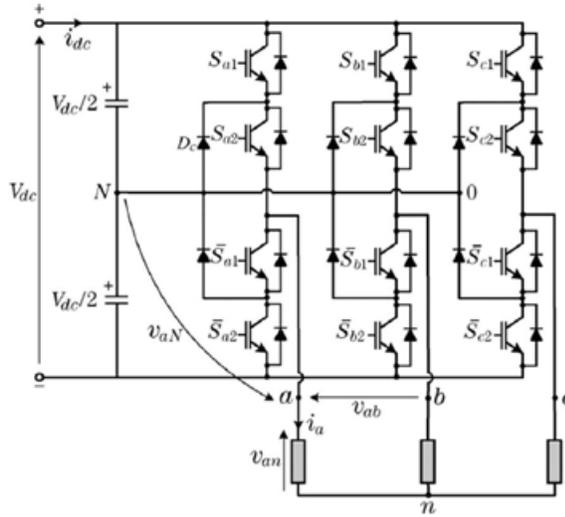


Figura 3.4: Topología de un Inversor Multinivel con Diodo Anclado Trifásico.

En la Tabla 3.2 muestran los diferentes estados de los interruptores admisibles de un convertidor trifásico multinivel, como una regla general, los estados posibles pueden ser calculados como x^y , donde x es el número de posibles estados de cada rama del convertidor e y es el número de ramas del convertidor. Por lo tanto, un convertidor trifásico de tres niveles tiene $3^3 = 27$ estados admisibles. Para algunas topologías de convertidores la manera de calcular los posibles estados puede ser diferente [1].

Los tres voltajes existentes en cada rama se define de la siguiente manera,

$$V_x = S_{x1}V_{c1} + S_{x2}V_{c2}, \quad x \in \{a, b, c\} \quad (3.2)$$

Por análisis de leyes de Kirchhoff el sistema se describe con las siguientes ecuaciones

No. Estado	S_{a1}	S_{a2}	S_{b1}	S_{b2}	S_{c1}	S_{c2}
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	1	1	1
7	0	0	1	1	0	0
8	0	0	1	1	0	1
9	0	0	1	1	1	1
10	0	1	0	0	0	0
11	0	1	0	0	0	1
12	0	1	0	0	1	1
13	0	1	0	1	0	0
14	0	1	0	1	0	1
15	0	1	0	1	1	1
16	0	1	1	1	0	0
17	0	1	1	1	0	1
18	0	1	1	1	1	1
19	1	1	0	0	0	0
20	1	1	0	0	0	1
21	1	1	0	0	1	1
22	1	1	0	1	0	0
23	1	1	0	1	0	1
24	1	1	0	1	1	1
25	1	1	1	1	0	0
26	1	1	1	1	0	1
27	1	1	1	1	1	1

Tabla 3.2: Estados admisibles para un NPC trifásico de tres niveles.

diferenciales,

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}i_a &= -\frac{R}{L}i_a + \frac{1}{3L}(2V_a - V_b - V_c) - \frac{2}{3L}v_a + \frac{1}{3L}v_b + \frac{1}{3L}v_c \\
\frac{d}{dt}i_b &= -\frac{R}{L}i_b + \frac{1}{3L}(2V_b - V_a - V_c) - \frac{2}{3L}v_b + \frac{1}{3L}v_a + \frac{1}{3L}v_c \\
\frac{d}{dt}i_c &= -\frac{R}{L}i_c + \frac{1}{3L}(2V_c - V_b - V_a) - \frac{2}{3L}v_c + \frac{1}{3L}v_a + \frac{1}{3L}v_b
\end{aligned} \tag{3.3}$$

donde v_x , $x \in \{a, b, c\}$ es el voltaje de carga, podemos definir lo siguiente

$$\begin{aligned}
 V_{aa} &= -\frac{2}{3L}v_a + \frac{1}{3L}v_b + \frac{1}{3L}v_c \\
 V_{bb} &= -\frac{2}{3L}v_b + \frac{1}{3L}v_a + \frac{1}{3L}v_c \\
 V_{cc} &= -\frac{2}{3L}v_c + \frac{1}{3L}v_a + \frac{1}{3L}v_b \\
 \delta_{a1} &= 2S_{a1} - S_{b1} - S_{c1} & \delta_{a2} &= 2S_{a2} - S_{b2} - S_{c2} \\
 \delta_{b1} &= 2S_{b1} - S_{a1} - S_{c1} & \delta_{b2} &= 2S_{b2} - S_{a2} - S_{c2} \\
 \delta_{c1} &= 2S_{c1} - S_{b1} - S_{a1} & \delta_{c2} &= 2S_{c2} - S_{b2} - S_{a2}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}i_a &= -\frac{R}{L}i_a + \frac{1}{3L}(\delta_{a1}V_{c1} + \delta_{a2}V_{c2}) + V_{aa} \\
 \frac{d}{dt}i_b &= -\frac{R}{L}i_b + \frac{1}{3L}(\delta_{b1}V_{c1} + \delta_{b2}V_{c2}) + V_{bb} \\
 \frac{d}{dt}i_c &= -\frac{R}{L}i_c + \frac{1}{3L}(\delta_{c1}V_{c1} + \delta_{c2}V_{c2}) + V_{cc}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

donde los voltajes V_a , V_b y V_c son definidos por los voltajes de los capacitores y de los estados de los semiconductores, entonces la dinámica de los capacitores es establecida como se muestra en la Figura 3.5

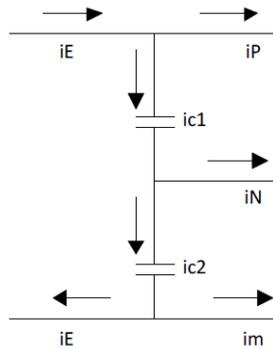


Figura 3.5: Flujo de corrientes en los condensadores.

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dV_{c1}}{dt} &= I_E - I_P \\
 C_2 \frac{dV_{c2}}{dt} &= I_E - I_m
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Las corrientes de las fases $x \in \{a, b, c\}$ pueden ser relacionadas con las corrientes de los condensadores representados con la operación de los semiconductores de potencia por tres posiciones de encendido (Q_{x0} , Q_{x1} y Q_{x2}) como se muestra en la Figura 3.6.

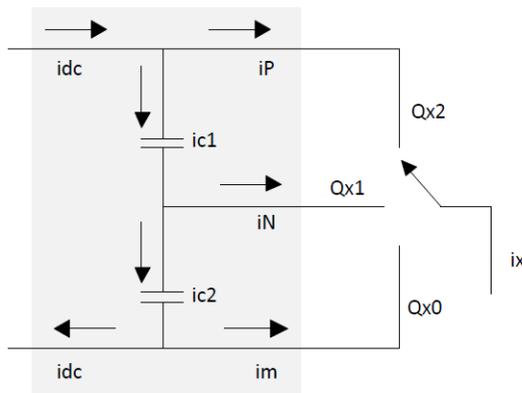


Figura 3.6: Comportamiento de las corrientes en funcionamiento de los semiconductores.

S_{x1}	S_{x2}	Q_{x0}	Q_{x1}	Q_{x2}
0	0	1	0	0
0	1	NA	NA	NA
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1

La tabla anterior de encendidos puede expresarse en el siguiente conjunto de ecuaciones que son simplificadas con la ayuda de mapas de Karnaugh.

$$\begin{aligned}
 I_P &= [Q_{a2} \ Q_{b2} \ Q_{c2}][i_a \ i_b \ i_c]^T \\
 I_N &= [Q_{a1} \ Q_{b1} \ Q_{c1}][i_a \ i_b \ i_c]^T \\
 I_m &= [Q_{a0} \ Q_{b0} \ Q_{c0}][i_a \ i_b \ i_c]^T
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Entonces, ahora se puede definir las corrientes del convertidor como

$$\begin{aligned}
 Q_{x0} &= \bar{S}_{x1} = 1 - S_{x1} \\
 Q_{x1} &= S_{x1}\bar{S}_{x2} = S_{x1}(1 - S_{x2}) \\
 Q_{x2} &= S_{x2}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Y las dinámicas de los condensadores serán

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}V_{c1} &= -\frac{Q_{a2}}{C_1}i_a - \frac{Q_{b2}}{C_1}i_b - \frac{Q_{c2}}{C_1}i_c + \frac{I_E}{C_1} \\
 \frac{d}{dt}V_{c2} &= -\frac{Q_{a0}}{C_2}i_a - \frac{Q_{b0}}{C_2}i_b - \frac{Q_{c0}}{C_2}i_c + \frac{I_E}{C_2}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

El sistema dinámico completo está dado

$$\frac{d}{dt}i_a = -\frac{R}{L}i_a + \frac{1}{3L}(\delta_{a1}V_{c1} + \delta_{a2}V_{c2}) + V_{aa} \tag{3.10a}$$

$$\frac{d}{dt}i_b = -\frac{R}{L}i_b + \frac{1}{3L}(\delta_{b1}V_{c1} + \delta_{b2}V_{c2}) + V_{bb} \tag{3.10b}$$

$$\frac{d}{dt}i_c = -\frac{R}{L}i_c + \frac{1}{3L}(\delta_{c1}V_{c1} + \delta_{c2}V_{c2}) + V_{cc} \tag{3.10c}$$

$$\frac{d}{dt}V_{c1} = -\frac{Q_{a2}}{C_1}i_a - \frac{Q_{b2}}{C_1}i_b - \frac{Q_{c2}}{C_1}i_c + \frac{I_E}{C_1} \tag{3.10d}$$

$$\frac{d}{dt}V_{c2} = -\frac{Q_{a0}}{C_2}i_a - \frac{Q_{b0}}{C_2}i_b - \frac{Q_{c0}}{C_2}i_c + \frac{I_E}{C_2} \tag{3.10e}$$

Las ecuaciones (3.10) corrientes son de un sistema balanceado, $i_a + i_b + i_c = 0 \rightarrow$

$i_a + i_b = -i_c$, dando las ecuaciones finales del modelo

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}i_a &= -\frac{R}{L}i_a + \frac{1}{3L}(\delta_{a1}V_{c1} + \delta_{a2}V_{c2}) + V_{aa} \\
\frac{d}{dt}i_b &= -\frac{R}{L}i_b + \frac{1}{3L}(\delta_{b1}V_{c1} + \delta_{b2}V_{c2}) + V_{bb} \\
\frac{d}{dt}V_{c1} &= \xi_{a1}i_a + \xi_{b1}i_b + \frac{I_E}{C_1} \\
\frac{d}{dt}V_{c2} &= \xi_{a2}i_a + \xi_{b2}i_b + \frac{I_E}{C_2}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

donde

$$\begin{aligned}
\xi_{a1} &= -\frac{Q_{c2} - Q_{a2}}{C_1} \\
\xi_{b1} &= -\frac{Q_{c2} - Q_{b2}}{C_1} \\
\xi_{a2} &= -\frac{Q_{c0} - Q_{a0}}{C_2} \\
\xi_{b2} &= -\frac{Q_{c0} - Q_{b0}}{C_2}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Este será el modelo del convertidor NPC multinivel trifásico con el que se trabajara en las simulaciones

3.5. Principio del FCS-MPC inversor trifásico

El control predictivo se presenta a través de el diagrama de flujo mostrado en la Figura 3.7. La señal de control está definida como $S_j(t_k) = [S_{a1}, S_{b1}, S_{c1}, S_{a2}, S_{b2}, S_{c2}]$ y actúa en cada tiempo t_{k+i} , $i = 0, 1, 2, \dots, N$. El vector S_j , $j = 1, 2, \dots, 27$ que son los estados admisibles mostrados en al Tabla 3.2.

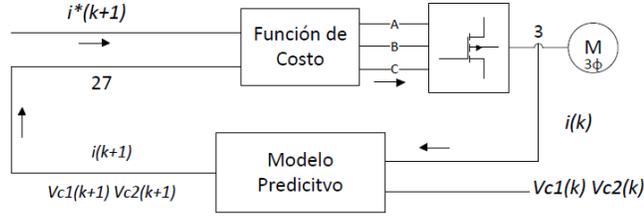


Figura 3.7: Diagrama de un inversor trifásico FCS-MPC.

El modelo de predicción del inversor trifásico

$$S_j(t_{k+1}) = f_p\{S_j(t_k), i(t_k), V_c(t_k)\} \quad (3.13)$$

donde $i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ y $V_c \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ son mediciones de las corrientes de cada rama y de tensiones de los condensadores respectivamente en t_k . Los valores que predice sobre las variables a controlar para el tiempo t_{k+1} son estimadas por 3.13, $i^p \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ y $V_c^p \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ con la acción del control $S_j(t_k)$, $j = 1, 2, \dots, 27$. Para determinar cual de las acciones de control tiene que ser elegida, la función de costo $g_j = f_g\{i^*, i^p, V_c^*, V_c^p\}$, $j = 1, 2, \dots, 27$ toma esta decisión. Depende de $i^* \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ y $V_c^* \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ son los valores de referencia y $i^p \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ y $V_c^p \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ son las predicciones.

3.6. Conclusión

El modelo del convertidor NPC presentado en este capítulo es el utilizado para determinar los estados futuros. El control predictivo requiere conocer el estado en todo momento del convertidor, lo cual no siempre es posible por diversas causas por lo que se presenta el diseño de un observador adaptativo que aproxime los parámetros del sistema en el siguiente capítulo.

Capítulo 4

Observador

4.1. Introducción

Para diseñar un sistema de control en general se requiere tener el conocimiento del estado en todo momento, en la práctica generalmente no es posible utilizar tantos sensores como señales de interés, por razones de costo, restricciones físicas o imposibilidad de medirlas. Entonces para enfrentar este problema se recurre al uso de un observador que es un algoritmo que puede extraer información interna partiendo de las mediciones de las entradas y las salidas. La información obtenida también puede ser utilizada en identificación, detección de fallas, monitoreo o control; con el propósito de mantener un sistema bajo control. La representación general de un sistema en el espacio de estados

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}\tag{4.1}$$

donde x es el vector de estado de dimensión n , u es el vector conocido de entradas externas de dimensión m e y es el vector de salidas medibles de dimensión p .

El propósito de un observador, dado un modelo (4.1), es actuar sobre el sistema o supervisararlo con solo conocer las entradas u y las salidas y . El problema de observación puede formularse como:

Dado un sistema descrito por (4.1), encontrar un estimado $\hat{x}(t)$ para $x(t)$ partiendo de $u(\tau)$, $y(\tau)$ para $0 \leq \tau \leq t$. [17]

Se puede utilizar la estimación de $x(t)$ en lugar del estado como una retroalimentación para el controlador. Si se conociera el valor inicial $x(0)$, se podría obtener la estimación del estado $x(t)$ mediante la de integración (4.1) para $x(0)$. La idea de la retroalimentación es que si $x(0)$ es desconocido se podría corregir la integración de (4.1) para un $\hat{x}(t)$ de acuerdo del error medido $h(\hat{x}(t)) - y(t)$, es decir, buscando la estimación $\hat{x}(t)$ de $x(t)$ como la solución del siguiente sistema

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + k(t, h(\hat{x}(t)) - y(t)) \quad (4.2)$$

donde $k(t, h(\hat{x}(t)) - y(t))$ es el término de corrección. Se puede definir como un observador, como:

Definición Observador

Considerando (4.1), un observador está dado por un sistema auxiliar de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}(t) &= F(X(t), u(t), y(t), t) \\ \hat{x}(t) &= H(X(t), u(t), y(t), t) \end{aligned} \quad (4.3)$$

tal que:

(i) $\hat{x}(0) = x(0) \Rightarrow \hat{x}(t) = x(t), \forall t \geq 0$;

(ii) $\|\hat{x}(t) - x(t)\| \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$;

Si (ii) cumple para cualquier $x(0), \hat{x}(0)$, el observador es global.

Si se cumple la condición (ii) converge exponencialmente, el observador es exponencial.

Si (ii) la velocidad de convergencia puede ser sintonizado, el observador es sintonizable.

Los planteamientos previos sobre el MPC que se dispone de toda la información necesaria para realizar las predicciones, el estado del sistema entradas y salidas es-

tán disponibles en todo momento, esto es en general es inviable. Para enfrentar este problema, se vuelve necesario construir un observador que permita estimar los componentes no medibles del sistema, a fin de poder aplicar las leyes de control obtenidas. Se proponen dos tipos de observadores, el observador interconectado y el observador interconectado adaptivo para la estimación de voltajes en los condensadores del convertidor de potencia.

4.2. Diseño del Observador Interconectado

Este esquema de observador estima los niveles de tensión de los condensadores utilizando el modelo del sistema, las entradas y considerando como salidas únicamente las corrientes de fases. Podemos demostrar que el modelo original de dimensión n no cumple la condición de observabilidad por lo cual no es posible sintetizar un observador utilizando este modelo. En [18] se demostró que el modelo original del convertidor, no observable, si es dividido en subsistemas cada uno de estos subsistemas es observable. Por lo tanto el modelo del convertidor es separado en un conjunto de m subsistemas interconectados, en la Figura 4.1 se puede visualizar lo mencionado.

Esta nueva representación permite superar la condición de no observabilidad del sistema, al diseñar un observador para el sistema como un conjunto de observadores interconectados de dimensión reducida además facilita su implementación. Se diseñará un esquema de observación para las tensiones de los condensadores utilizando esta representación.

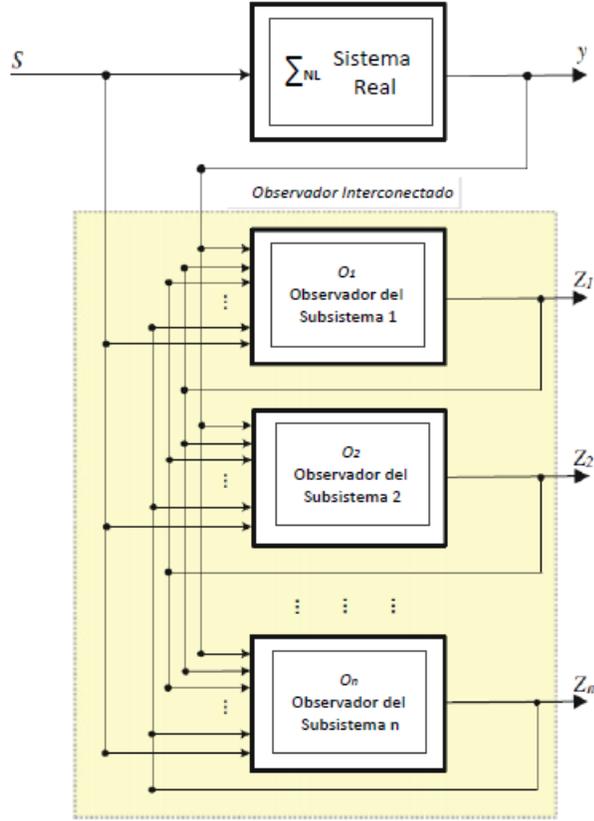


Figura 4.1: Diagrama del observador interconectado.

El modelo matemático presentado en (3.11) será dividido en dos subsistemas interconectados:

$$\Sigma_1 \begin{cases} \frac{d}{dt} i_a = -\frac{R}{L} i_a + \frac{1}{3L} (\delta_{a1} V_{c1} + \delta_{a2} V_{c2}) - V_{aa} \\ \frac{d}{dt} i_b = -\frac{R}{L} i_b + \frac{1}{3L} (\delta_{b1} V_{c1} + \delta_{b2} V_{c2}) - V_{bb} \\ \frac{d}{dt} v_{c1} = \xi_{a1} i_a + \xi_{b1} i_b + \frac{I_E}{C_1} \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\Sigma_2 \begin{cases} \frac{d}{dt} i_a = -\frac{R}{L} i_a + \frac{1}{3L} (\delta_{a1} V_{c1} + \delta_{a2} V_{c2}) - V_{aa} \\ \frac{d}{dt} i_b = -\frac{R}{L} i_b + \frac{1}{3L} (\delta_{b1} V_{c1} + \delta_{b2} V_{c2}) - V_{bb} \\ \frac{d}{dt} v_{c2} = \xi_{a2} i_a + \xi_{b2} i_b + \frac{I_E}{C_2} \end{cases} \quad (4.5)$$

Los subsistemas pueden ser escritos:

$$\Sigma_j : \begin{cases} \dot{x}_j = A(S_j, v_{cj})x_j + \Phi(S_j, v_{cj})\tau + \Psi(S_j, v_{cj}) + \Gamma(\bar{S}_j, \bar{x}_j) \\ y = Cx_j \end{cases} \quad (4.6)$$

para $j = 1, \dots, n$ donde $\tau = [R \ \frac{1}{L}]^T$ representa los parámetros inciertos, x_j representa los estados de j -ésimo subsistema, S_j son las entradas instantáneas aplicadas al sistema e $y = [i_a \ i_b]^T$ son salidas medibles. Las matrices $A(S_j, i)$, $\Phi(S_j, i)$, $\Psi(S_j, i)$ y $\Gamma_j(\bar{S}_j, \bar{x}_j)$ son conocidas y están definidas por los parámetros del sistema y las mediciones entrada-salida. Donde las matrices están definidas como:

$$x_j = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ v_{cj} \end{bmatrix} \quad A(S_j, v_{cj}) = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & 0 & \delta_{aj} \\ 0 & \frac{-R}{L} & \delta_{bj} \\ \xi_{aj} & \xi_{bj} & 0 \end{bmatrix} \quad \Phi(S_j, v_{cj}) = 0 \quad \Psi(S_j, i) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{LE}{C_j} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \Gamma_j(\bar{S}_j, \bar{x}_j) = \begin{bmatrix} v_{ck}\xi_{aj} + V_{aa} \\ v_{ck}\xi_{bj} + V_{bb} \\ 0 \end{bmatrix}$$

La matriz C representa a la salida y la matriz $\Gamma_j(\bar{S}_j, \bar{x}_j)$ es la de interconexión. Para $j \neq k$ donde

$$V_{aa} = -\frac{1}{3L}(2V_a - V_b - V_c)$$

$$V_{bb} = -\frac{1}{3L}(2V_b - V_a - V_c)$$

$$\bar{S}_j = (S_1, \dots, S_{j-1}, S_{j+1}, \dots, S_n)$$

$$\bar{x}_j = (x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_n)$$

Los nuevos conjuntos de subsistemas serán utilizados para el diseño de un observador \mathcal{O} para los n voltajes de condensadores. La observabilidad de los sistemas depende en la entrada aplicada, entonces, la convergencia de este observador puede

ser probado considerando que las entradas S_j son regularmente persistente.

4.3. Observador Interconectado

Este esquema de observador solo estima los estados de los condensadores. Para este observador consideramos que los parámetros del subsistema son conocidos. El objetivo del observador es reconstruir las tensiones de los condensadores V_{cj} , $j \in (1, 2)$ y las corrientes de salida i_a e i_b .

$$x_j = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ v_{cj} \end{bmatrix} \quad A(S_j, v_{cj}) = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & 0 & \delta_{aj} \\ 0 & \frac{-R}{L} & \delta_{bj} \\ \xi_{aj} & \xi_{bj} & 0 \end{bmatrix} \quad \Phi(S_j, v_{cj}) = 0 \quad \Psi(S_j, i) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{L_E}{C_j} \end{bmatrix}$$

Entonces el observador se define de la siguiente manera:

$$\mathcal{O}_j = \begin{cases} \dot{z}_j = A(S_j)z_j + \Psi(S_j) + \Gamma(\bar{S}_j, \bar{x}_j) + P_j^{-1}C^T(y - Cz_j) \\ \dot{P}_j = -\theta P_j - A^T(S_j)P_j - P_j A(S_j) + C^T C \end{cases} \quad (4.7)$$

Donde P_j es una matriz definida simétrica positiva y j son el número de subsistemas en que es dividido el sistema no observable.

4.4. Observador Interconectado Adaptivo

El control predictivo depende en gran medida del conocimiento de los parámetros del sistema y del estado en todo momento, si los parámetros son inciertos o las mediciones son erróneas el control no podrá alcanzar sus objetivos. A fin de aplicar el control predictivo a un sistema con parámetros desconocidos, se propone utilizar

un observador que considera los parámetros del sistema inciertos. El observador interconectado adaptivo tiene que reconstruir las tensiones de los condensadores v_{cj} y las corrientes de salida i_a e i_b , además de estimar los parámetros de la resistencia e inductancia simultáneamente. Un cambio de variable $\tau = \frac{R}{L}$ y $\gamma = \frac{1}{L}$ en los subsistemas (4.4) y (4.5)

Subsistema 1:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}i_a &= -\tau i_a + \frac{\gamma}{3}(\delta_{a1}v_{c1} + \delta_{a2}v_{c2}) - \frac{\gamma}{3}(2V_a - V_b - V_c) \\ \frac{d}{dt}i_b &= -\tau i_b + \frac{\gamma}{3}(\delta_{b1}v_{c1} + \delta_{b2}v_{c2}) - \frac{\gamma}{3}(2V_b - V_a - V_c) \\ \frac{d}{dt}v_{c1} &= \xi_{a1}i_a + \xi_{b1}i_b + \frac{I_E}{C_1}\end{aligned}\quad (4.8)$$

Subsistema 2:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}i_a &= -\tau i_a + \frac{\gamma}{3}(\delta_{a1}v_{c1} + \delta_{a2}v_{c2}) - \frac{\gamma}{3}(2V_a - V_b - V_c) \\ \frac{d}{dt}i_b &= -\tau i_b + \frac{\gamma}{3}(\delta_{b1}v_{c1} + \delta_{b2}v_{c2}) - \frac{\gamma}{3}(2V_b - V_a - V_c) \\ \frac{d}{dt}v_{c2} &= \xi_{a2}i_a + \xi_{a2}i_b + \frac{I_E}{C_2}\end{aligned}\quad (4.9)$$

$$\begin{aligned}z_j &= \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ v_{cj} \end{bmatrix} & A(S_j, v_{cj}) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{aj} \\ 0 & 0 & S_{bj} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \Phi(S_j, v_{cj}) &= \begin{bmatrix} -i_a & V_{aa} \\ -i_b & V_{bb} \\ 0 & \xi_{aj}i_a + \xi_{bj}i_b \end{bmatrix} \\ & & \Theta(S_j, z_j) &= \begin{bmatrix} \tau \\ \gamma \end{bmatrix} & \Psi(S_j, i) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{I_E}{C_j} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Entonces el observador para los subsistemas es el siguiente

$$\mathcal{O}_j = \begin{cases} \dot{z}_j &= A(S_j)z_j + \Psi(S_j) + \Phi(S_j, i)\Theta_j + \Gamma(\bar{S}_j, \bar{x}_j) + \{\Lambda_j R_j^{-1} \Lambda_j^T C^T \\ &+ P_j^{-1} C^T\}(y - Cz_j) \\ \dot{P}_j &= -\theta P_j - A^T(S_j)P_j - P_j A(S_j) + C^T C \\ \dot{\hat{\Theta}}_j &= R_j^{-1} \Lambda_j^T C^T (y - Cz_j) \\ \dot{\Lambda}_j &= \{A^T(S_j) - P_j^{-1} C^T C\} \Lambda_j + \Phi(S_j, v_{cj}) \\ \dot{R}_j &= -\rho R_j + \Lambda_j^T C^T C \Lambda_j \end{cases} \quad (4.10)$$

Donde $\{\Lambda_j R_j^{-1} \Lambda_j^T C^T + P_j^{-1} C^T\}$ es la ganancia del observador cuál depende en la solución de la ecuación de Riccati y la adaptación dinámica para cada subsistema.

La demostración de la convergencia del observador se estudia en [17]

4.5. Conclusión

La importancia de incluir un observador interconectado adaptativo en el controlador es que no requiere conocer los parámetros con exactitud y reduce el número de sensores. La estructura que se forma en crear subsistemas supera la condición de no observabilidad del modelo original. Además proporciona al controlador mayor robustez al momento de mantener balanceados los voltajes en los condensadores, como es mostrado a continuación.

Capítulo 5

Funcionamiento del FCS-MPC en el convertidor NPC multinivel

En este capítulo se implementa la técnica de control predictivo a un convertidor NPC multinivel de tres niveles. Se desarrolla el algoritmo de control predictivo para adecuarlo al control de balance de tensión de los condensadores, y a fin de reducir la cantidad de sensores necesarios, se incorpora un observador interconectado para reconstruir el estado del sistema para la retroalimentación del control. Se presenta un esquema de control-observador que utiliza un observador interconectado adaptativo para hacer robusto el controlador ante incertidumbres paramétricas. Finalmente el desempeño de los controladores propuesto será estudiado numéricamente mediante simulaciones.

5.1. Algoritmo

En la Figura 5.1 se muestra un diagrama de flujo que describe el algoritmo del control FCS-MPC aplicado a un convertidor estático NPC de tres niveles. En el instante de tiempo t_k toma las mediciones de corriente $i_a(k)$ e $i_b(k)$ así como también de las tensiones $V_{c1}(k)$ y $V_{c2}(k)$. El objetivo es determinar el valor de la función costo g_j asociada a cada una de las 27 configuraciones admisibles del vector S_j , que contiene los estados de los interruptores para el instante $t_k + 1$. La función g_j depende de los valores medidos y de las predicciones del convertidor que son i_a^p , i_b^p , V_{c1}^p y V_{c2}^p . En el algoritmo se define una g_{op} muy grande, que es el valor inicial de la función costo, y se

compara con todas las g_j para seleccionar la de menor valor siendo la más apropiada. El S_j que minimiza g_{op} es conocido como S_{op} . Este vector encontrado es el que se aplicará al convertidor para el tiempo $t_k + 1$.

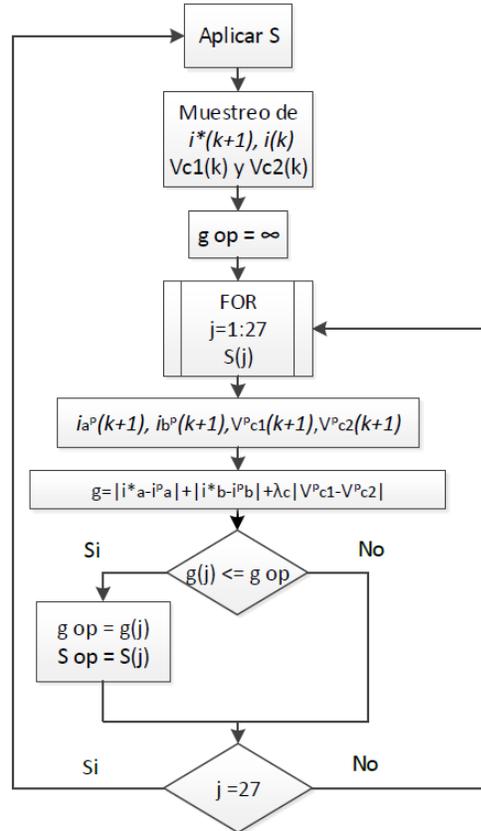


Figura 5.1: Diagrama de flujo del MPC-FCS.

5.2. Simulación del MPC-FCS en un inversor trifásico MPC

Las simulaciones mostrando el desempeño del controlador predictivo y el observador interconectado fueron realizadas en MATLAB-Simulink 2014a. Usando el diagrama de flujo en la Figura 5.1 las etapas de funcionamiento del algoritmo de control son:

1. El modelo del inversor (3.11) es utilizado para predecir el comportamiento de la variable para ser controlada para cada estado admisible.
2. La función costo que es utilizada está dada por

$$g = |i_{refa} - i_a| + |i_{refb} - i_b| + \lambda_v |v_{c1}^p - v_{c2}^p| \quad (5.1)$$

e incorpora el comportamiento deseado del sistema y sus restricciones. El factor de peso λ_v determina la importancia del balance de los condensadores.

3. El estado que minimiza la función costo es seleccionado y aplicado en el siguiente periodo de muestreo.

5.3. Estudio del desempeño de los esquemas de control

Este estudio utiliza los parámetros del Tabla 5.3 tomados de la literatura [19].

Parámetros del Circuito	
C_1, C_2	$750\mu F$
R	10Ω
L	50mH
Vdc	533V
Amplitud de EMF	100V
Frecuencia de EMF	50Hz

Tabla 5.1: Parámetros del Circuito.

Se considerarán tres casos diferentes: el primer caso es el nominal donde se conoce el estado en todo tiempo y los parámetros son conocidos. El segundo caso es la implementación del observador interconectado al controlador estimando las tensiones de los condensadores. El tercer caso es el uso del observador interconectado

adaptativo mediante el cual no es necesario conocer los parámetros del sistema y estima las tensiones.

Caso 1: Ideal

Se considera que el estado del sistema está disponible en todo momento y se conoce los valores exactos de los parámetros. Se aplica al inversor un esquema control-observador, utilizando el control predictivo en conjunto con un observador adaptativo. El único parámetro de controlador predictivo es el valor de ponderación λ_v , dado que el valor de ponderación λ_v no se puede calcular sistemáticamente, se hacen varias pruebas para encontrar un comportamiento deseado. En la Figura 5.2 se aprecia como λ_v afecta al equilibrio de los condensadores, tomando un valor de cero a uno muy grande. Cuando λ_v en (5.1) es igual a cero los condensadores presentará mayores desigualdades, dado que el controlador no considera el balance de los condensadores y las corrientes se controlan muy bien; el caso contrario un valor grande solamente controla los voltajes de los condensadores y el control de la corriente no es considerada.

Caso 2: Observador interconectado

La ventaja principal de conocer el modelo del convertidor es poder estimar los estados del sistema. Las simulaciones anteriores fueron para casos ideales, sin embargo, en ocasiones no es posible hacer mediciones en los condensadores por lo que se propone utilizar el observador interconectado (4.7). Como se mencionó antes, el observador del inversor está conformado por un conjunto de observadores, el número de observadores es el mismo número de condensadores. Las ecuaciones siguientes

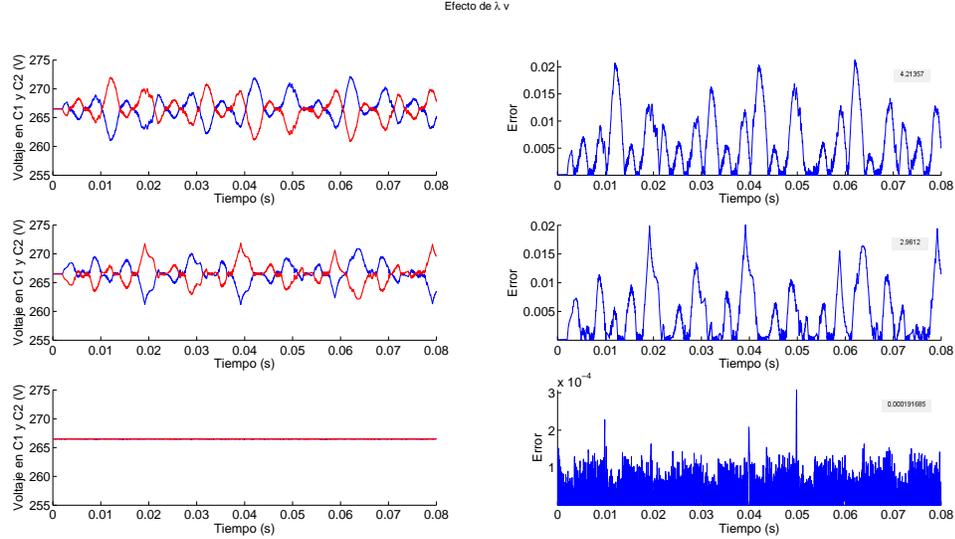


Figura 5.2: Comportamiento de las tensiones en los condensadores para $\lambda_v = 0$, $\lambda_v = 0,19$ y $\lambda_v = 5$.

estiman los dos voltajes del inversor

$$\Sigma_1 = \begin{cases} \dot{\hat{i}}_{1a} &= -\frac{R}{L}\hat{i}_{1a} + \Psi_{11} + \Gamma_{11} + \hat{v}_{c1}\delta_{1a} \underbrace{-\bar{p}_{11}(\hat{i}_{1a} - i_a) - \bar{p}_{12}(\hat{i}_{1b} - i_b)}_{\Delta_{1a}} \\ \dot{\hat{i}}_{1b} &= -\frac{R}{L}\hat{i}_{1b} + \Psi_{21} + \Gamma_{12} + \hat{v}_{c1}\delta_{1b} \underbrace{-\bar{p}_{12}(\hat{i}_{1a} - i_a) - \bar{p}_{14}(\hat{i}_{1b} - i_b)}_{\Delta_{2a}} \\ \dot{\hat{v}}_{c1} &= \Psi_{31} + \Gamma_{31} + \hat{i}_{1a}\xi_{1a} + \hat{i}_{1b}\xi_{1b} \underbrace{-\bar{p}_{13}(\hat{i}_{1a} - i_a) - \bar{p}_{15}(\hat{i}_{1b} - i_b)}_{\Delta_{3a}} \end{cases} \quad (5.2)$$

$$\Sigma_2 = \begin{cases} \dot{\hat{i}}_{2a} &= -\frac{R}{L}\hat{i}_{2a} + \Psi_{11} + \Gamma_{21} + \hat{v}_{c2}\delta_{2a} \underbrace{-\bar{p}_{21}(\hat{i}_{2a} - i_a) - \bar{p}_{22}(\hat{i}_{2b} - i_b)}_{\Delta_{1b}} \\ \dot{\hat{i}}_{2b} &= -\frac{R}{L}\hat{i}_{2b} + \Psi_{21} + \Gamma_{22} + \hat{v}_{c2}\delta_{2b} \underbrace{-\bar{p}_{22}(\hat{i}_{2a} - i_a) - \bar{p}_{24}(\hat{i}_{2b} - i_b)}_{\Delta_{2b}} \\ \dot{\hat{v}}_{c2} &= \Psi_{31} + \Gamma_{23} + \hat{i}_{1a}\xi_{2a} + \hat{i}_{2b}\xi_{2b} \underbrace{-\bar{p}_{23}(\hat{i}_{2a} - i_a) - \bar{p}_{25}(\hat{i}_{2b} - i_b)}_{\Delta_{3b}} \end{cases} \quad (5.3)$$

donde los valores Δ_{ix} son los términos de corrección, los coeficientes \bar{p}_{in} , $n \in \{1 \dots 6\}$ es la inversa de la solución de matriz P del subsistema i , $i \in \{1, 2\}$ (5.6), donde P es una matriz positiva simétrica definida $P = P^T \geq 0$ y es dada por las ecuaciones diferenciales, cuales son:

$$\dot{P}_i = \begin{bmatrix} \dot{p}_{i1} & \dot{p}_{i2} & \dot{p}_{i3} \\ \dot{p}_{i2} & \dot{p}_{i4} & \dot{p}_{i5} \\ \dot{p}_{i3} & \dot{p}_{i5} & \dot{p}_{i6} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

donde

$$\begin{aligned} \dot{p}_{i1} &= \frac{2R}{L}p_{i1} - \theta p_{i1} - 2P_{i3}\delta_{ja} + 1 \\ \dot{p}_{i2} &= \frac{2R}{L}p_{i2} - p_{i5}\delta_{ja} - \theta p_{i2} - p_{i3}\delta_{jb} \\ \dot{p}_{i3} &= \frac{R}{L}p_{i3} - p_{i2}S_{2b} - p_{i6}\delta_{ja} - \theta p_{i3} - p_{i1}S_{2a} \\ \dot{p}_{i4} &= \frac{2R}{L}p_{i4} - \theta p_{i4} - 2p_{i5}\delta_{jb} + 1 \\ \dot{p}_{i5} &= \frac{R}{L}p_{i5} - p_{i4}S_{2b} - p_{i6}\delta_{jb} - \theta p_{i5} - p_{i2}S_{2a} \\ \dot{p}_{i6} &= -2p_{i3}S_{2a} - 2p_{i5}S_{2b} - \theta p_{i6} \end{aligned} \quad (5.5)$$

El parámetro de $\theta > 0$ es conocido como factor de olvido que determina la velocidad de convergencia del observador.

$$\bar{P}_i = \begin{bmatrix} \bar{p}_{i1} & \bar{p}_{i2} & \bar{p}_{i3} \\ \bar{p}_{i2} & \bar{p}_{i4} & \bar{p}_{i5} \\ \bar{p}_{i3} & \bar{p}_{i5} & \bar{p}_{i6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_{i5}^2 - p_{i4}p_{i6}}{\det(P)} & \frac{p_{i2}p_{i6} - p_{i3}p_{i5}}{\det(P)} & -\frac{p_{i2}p_{i5} - p_{i3}p_{i4}}{\det(P)} \\ \bar{p}_{i2} & \bar{p}_{i4} & \bar{p}_{i5} \\ \bar{p}_{i3} & \bar{p}_{i5} & \bar{p}_{i6} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

donde

$$\begin{aligned}
 \det(P) &= p_{i6}p_{i2}^2 - 2p_{i2}p_3p_{i5} + p_{i4}p_{i3}^2 + p_{i1}p_5^2 - p_{i1}p_{i4}p_{i6} \\
 \bar{p}_{i1} &= \frac{p_{i5}^2 - p_{i4}p_{i6}}{\det(P)} \\
 \bar{p}_{i2} &= \frac{p_{i2}p_{i6} - p_{i3}p_{i5}}{\det(P)} \\
 \bar{p}_{i3} &= -\frac{p_{i2}p_{i5} - p_{i3}p_{i4}}{\det(P)} \\
 \bar{p}_{i4} &= \frac{p_{i3}^2 - p_{i1}p_{i6}}{\det(P)} \\
 \bar{p}_{i5} &= -\frac{p_{i2}p_3 - p_{i1}p_{i5}}{\det(P)} \\
 \bar{p}_{i6} &= \frac{p_{i2}^2 - p_{i1}p_{i4}}{\det(P)}
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

La Figura 5.3 muestra los voltajes reales de los condensadores balanceados por el control predictivo utilizando como entradas las estimaciones. La Figura 5.4 muestra el error generado entre v_{c1} y su estimación.

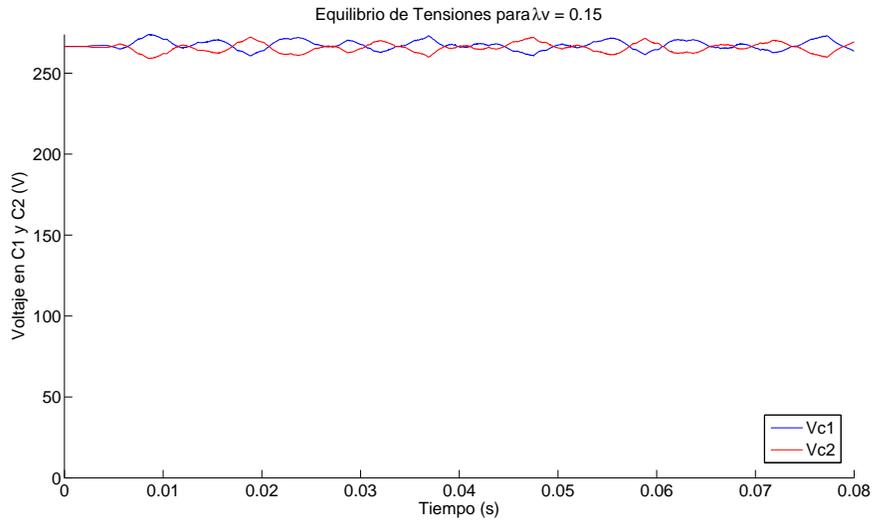


Figura 5.3: Estimaciones de tensiones de v_{c1} y v_{c2} .

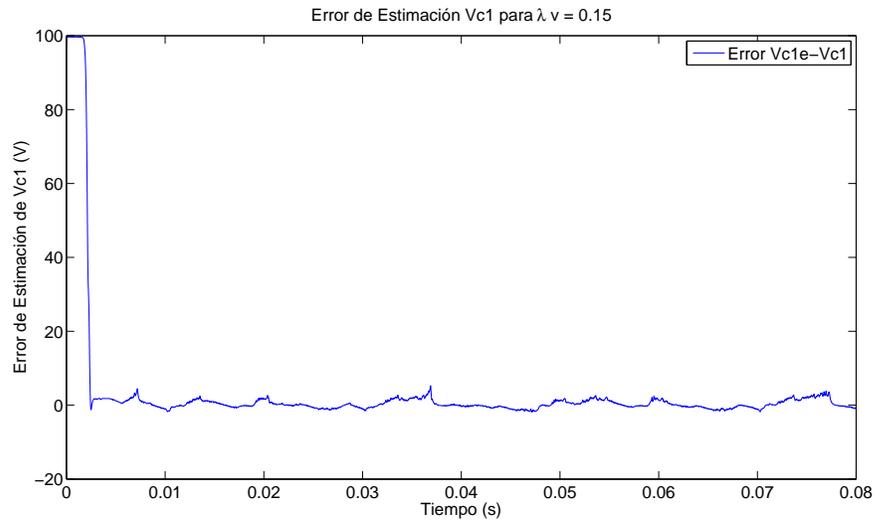


Figura 5.4: Error de la estimación de v_{c1} .

El control predictivo es altamente dependiente del conocimiento del estado de los condensadores y los parámetros del sistema, si los parámetros son inciertos el desempeño del esquema observador control predictivo se degradaría, las Figuras 5.5 y 5.6 muestra la misma simulación con una variación paramétrica del 30 %.

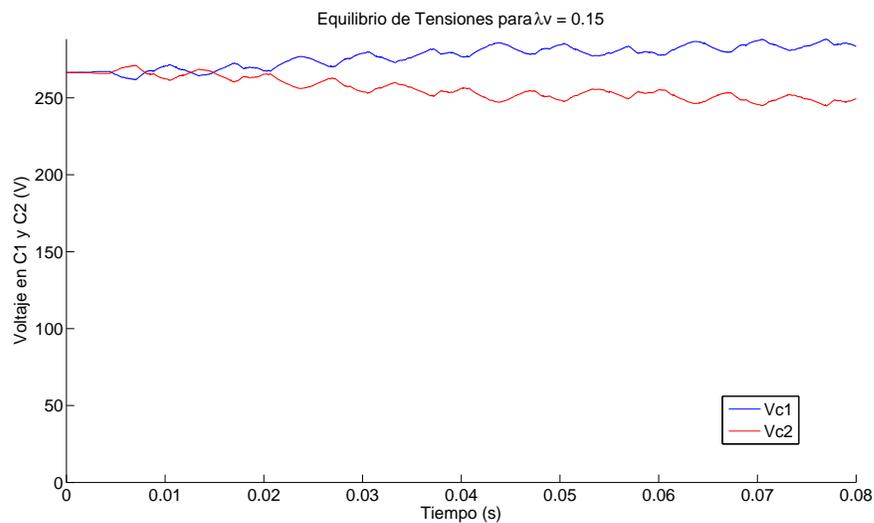


Figura 5.5: Tensiones reales de v_{c1} y v_{c2} con variación del 30 %.

Como podemos observar en las gráficas anteriores, Figuras 5.5 y 5.6, el desempeño del esquema control-observador se degrada, no se balancean los voltajes de

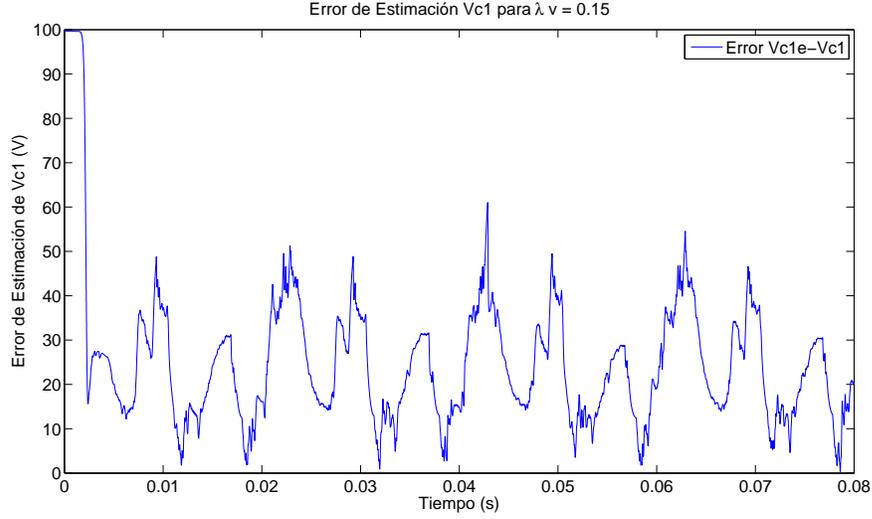


Figura 5.6: Error de la estimación de v_{c1} con variación del 30 %.

los condensadores y los errores de estimación son grandes. En el siguiente caso se introduce un observador adaptativo que estima los parámetros del sistema.

Caso 3: Observador Interconectado Adaptivo

Al comparar las simulaciones con y sin variación paramétrica queda claro la importancia de la necesidad de conocer los parámetros del inversor para el observador. El observador interconectado adaptativo presentado tiene la tarea de estimar las tensiones de los condensadores v_{cj} y los parámetros τ y γ , simultáneamente.

Los subsistemas (4.8) y (4.9) tienen su respectivo observador que estiman los valores τ_i y γ_i . Las ecuaciones siguientes representa el valor reconstruido por el observador.

$$\Theta_1 = \begin{cases} \dot{\tau}_1 = -(z_{11} - i_a) [\lambda_{11}\bar{r}_{11} + \lambda_{12}\bar{r}_{21}] - (z_{21} - i_b) [\lambda_{21}\bar{r}_{11} + \lambda_{22}\bar{r}_{12}] \\ \dot{\gamma}_1 = -(z_{11} - i_a) [\lambda_{11}\bar{r}_{21} + \lambda_{12}\bar{r}_{22}] - (z_{21} - i_b) [\lambda_{21}\bar{r}_{21} + \lambda_{22}\bar{r}_{22}] \end{cases} \quad (5.8)$$

Donde $\bar{r}_{11}, \bar{r}_{12}, \bar{r}_{21}$ y \bar{r}_{22} representa los elementos de la inversa de la matriz R que se calcula de la siguiente manera.

$$\dot{R}_1 = \begin{bmatrix} \dot{r}_{11} & \dot{r}_{12} \\ \dot{r}_{21} & \dot{r}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho r_{11} + \lambda_{11}^2 + \lambda_{21}^2 & \rho r_{12} + \lambda_{11}\lambda_{12} + \lambda_{21}\lambda_{22} \\ \rho r_{11} + \lambda_{11}\lambda_{12} + \lambda_{21}\lambda_{22} & \rho r_{22} + \lambda_{12}^2 + \lambda_{22}^2 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

El valor de ρ se le conoce como factor de olvido y tiene un valor mayor que cero. Los valores λ son elementos de la ecuación Λ que contiene los términos de interconexión.

$$\dot{\Lambda}_1 = \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{11} & \dot{\lambda}_{12} \\ \dot{\lambda}_{21} & \dot{\lambda}_{22} \\ \dot{\lambda}_{31} & \dot{\lambda}_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a - \lambda_{11}\bar{p}_1 - \lambda_{21}\bar{p}_2 + \lambda_{31}S_{a1} & V_{aa} - \lambda_{12}\bar{p}_1 - \lambda_{22}\bar{p}_2 + \lambda_{32}\delta_{a1} \\ i_b - \lambda_{11}\bar{p}_2 - \lambda_{21}\bar{p}_4 + \lambda_{31}S_{b1} & V_{bb} - \lambda_{12}\bar{p}_2 - \lambda_{22}\bar{p}_4 + \lambda_{32}\delta_{b1} \\ -\lambda_{11}\bar{p}_3 - \lambda_{21}\bar{p}_5 & \xi_{a1}i_a + \xi_{b1}i_b - \lambda_{12}\bar{p}_3 - \lambda_{22}\bar{p}_5 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Por último se tiene el vector Z que son las estimaciones de i_a , i_b y V_{c1} del subsistema 1. Los elementos de \bar{p} tienen la misma característica y forma de 5.4.

$$Z_1 = \begin{bmatrix} \dot{z}_{11} \\ \dot{z}_{21} \\ \dot{z}_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{a1}z_{31} + S_{a2}z_{32} + i_a\tau_2 + V_{aa}\gamma_2 + \Delta_{11} \\ S_{b1}z_{31} + S_{b2}z_{32} + i_b\tau_2 + V_{bb}\gamma_2 + \Delta_{12} \\ \gamma_2 \left(\frac{I_E}{C_1} + \xi_{a1}i_a + \xi_{b1}i_b \right) + \Delta_{13} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Donde los Δ son los términos de corrección del subsistema 1

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= -(z_{11} - i_a) [\bar{p}_1 + \lambda_{11} (\lambda_{11}\bar{r}_{11} + \lambda_{12}\bar{r}_{21}) + \lambda_{12} (\lambda_{11}\bar{r}_{12} + \lambda_{12}\bar{r}_{22}) \\ &\quad - (z_{21} - i_b) [\bar{p}_2 + \lambda_{21} (\lambda_{11}\bar{r}_{11} + \lambda_{12}\bar{r}_{21}) + \lambda_{22} (\lambda_{11}\bar{r}_{12} + \lambda_{12}\bar{r}_{22})] \\ \Delta_{12} &= -(z_{11} - i_a) [\bar{p}_2 + \lambda_{11} (\lambda_{21}\bar{r}_{11} + \lambda_{22}\bar{r}_{21}) + \lambda_{12} (\lambda_{21}\bar{r}_{12} + \lambda_{22}\bar{r}_{22}) \\ &\quad - (z_{21} - i_b) [\bar{p}_4 + \lambda_{21} (\lambda_{21}\bar{r}_{11} + \lambda_{22}\bar{r}_{21}) + \lambda_{22} (\lambda_{21}\bar{r}_{12} + \lambda_{22}\bar{r}_{22})] \\ \Delta_{13} &= -(z_{11} - i_a) [\bar{p}_3 + \lambda_{11} (\lambda_{31}\bar{r}_{11} + \lambda_{32}\bar{r}_{21}) + \lambda_{12} (\lambda_{31}\bar{r}_{12} + \lambda_{32}\bar{r}_{22}) \\ &\quad - (z_{21} - i_b) [\bar{p}_5 + \lambda_{21} (\lambda_{31}\bar{r}_{11} + \lambda_{32}\bar{r}_{21}) + \lambda_{22} (\lambda_{31}\bar{r}_{12} + \lambda_{32}\bar{r}_{22})] \end{aligned} \quad (5.12)$$

La Figura 5.7 muestra las estimaciones de los parámetros de sistema y la Figura

5.8 tiene el balanceo de los condensadores con el mismo caso de una variación paramétrica. Las estimaciones obtenidas son aceptables ya que no es lo que buscamos si no el balanceo de los condensadores.

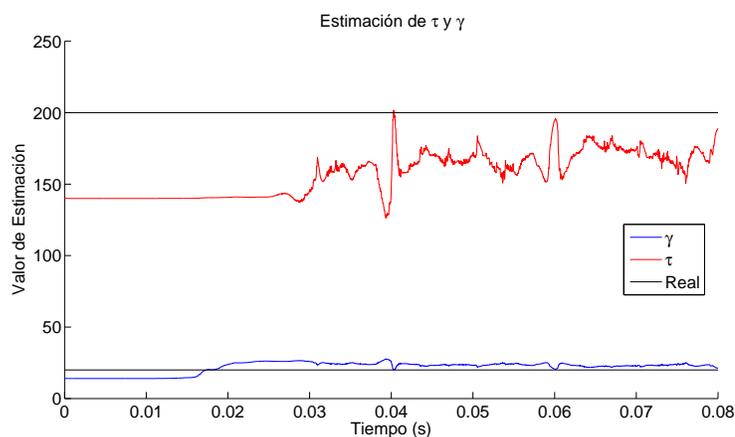


Figura 5.7: Estimaciones de parámetros τ y γ con variación paramétrica del 30 %.

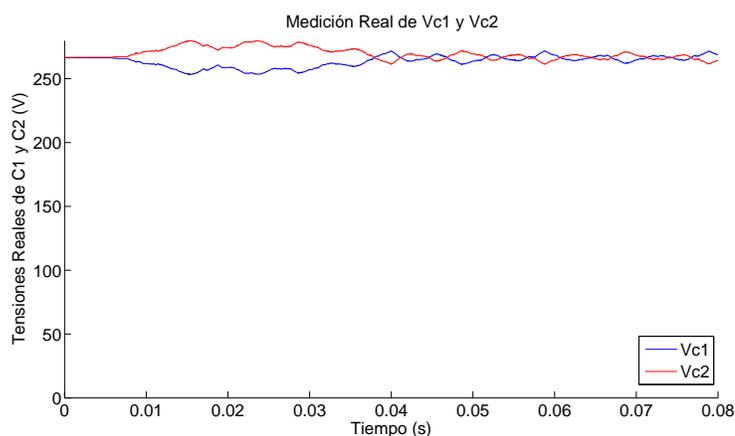


Figura 5.8: Mediciones Reales V_{c1} y V_{c2} con variación paramétrica del 30 %.

Los parámetros estimados son más cercanos a los reales, el objetivo de balancear los voltajes en los condensadores se cumple de manera satisfactoria ya que ese es nuestro objetivo y no el de encontrar los valores exactos de los parámetros.

5.4. Conclusión

La técnica de FCS-MPC se acopla muy bien a este tipo de sistema al tener un número finito de entradas como su comportamiento híbrido, además de poder ajustar y modificar sus objetivos y restricciones por medio de la función costo. Una vez que no disponemos del estado podemos utilizar un observador interconectado para reconstruir el estado y seguir con el funcionamiento correcto del inversor. Dado que el controlador y el observador dependen del conocimiento exacto de los parámetros y al no contar con ellos se degrada su desempeño. Al considerar un observador adaptativo en conjunto con un control predictivo podemos eliminar el problema de incertidumbre paramétrica, por lo que se recurre a utilizar el observador adaptativo y nuevamente tenemos un desempeño aceptable.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos futuros

6.1. Conclusiones

Al considerar el convertidor como un sistema híbrido complejo de naturaleza continua y discreta, se puede utilizar la técnica de control predictivo de conjunto finito (FCS-MPC) sin la necesidad de discretizar el modelo del sistema. Esto es debido a que el convertidor entre intervalos mantiene la misma configuración y es lineal. Tener convertidores con más condensadores cuantifica mayor cantidad de niveles de voltaje produciendo una forma de onda más cercana a la referencia y su contenido armónico es menor que el de convertidor convencional con dos niveles. La fuente de entrada esta distribuida en los condensadores en partes iguales y así solo conducir el valor cercano a la referencia. Es importante balancear los condensadores y el algoritmo se puede modificar de manera fácil, en la función costo agregar una restricción adicional. Dando un mejor desempeño del convertidor cuando la ponderación sea la adecuada.

El control predictivo depende de conocer el estado y los parámetros del sistema, si sus estados no son precisos o los parámetros que varíen con el tiempo podrían desbalancear los condensadores. Si conocemos el modelo, las entradas y salidas del sistema, entonces es posible diseñar un observador interconectado adaptativo que ajuste los parámetros y estados del sistema. La estructura de este observador se puede extender a la cantidad de condensadores que forma el convertidor.

6.2. Trabajos futuros

- Incrementar el número de niveles del convertidor utilizando el mismo análisis.
- Utilizar esta técnica del control predictivo para una aplicación específica.
- Probar otras topologías de convertidores multinivel.

Bibliografía

- [1] P. Cortés, M.P. Kazmierkowski, R.M. Kennel, D.E. Quevedo, and J. Rodriguez. Predictive control in power electronics and drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(12):4312–4324, 2008.
- [2] Zhanfeng Song, Changliang Xia, Tao Liu, and Nan Dong. A modified predictive control strategy of three-phase grid-connected converters with optimized action time sequence. *Science China Technological Sciences*, 56(4):1017–1028, 2013.
- [3] Jose Rodriguez, Marian P. Kazmierkowski, José R. Espinoza, Pericle Zanchetta, Haitham Abu-Rub, Héctor A. Young, and Christian A. Rojas. State of the art of finite control set model predictive control in power electronics. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 9(2):1003–1016, 2013.
- [4] S. Kouro, P. Cortés, R. Vargas, U. Ammann, and J. Rodríguez. Model Predictive Control - A Simple and Powerful Method to Control Power Converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(6):1826–1838, 2009.
- [5] A Linder and R Kennel. Model Predictive Control for Electrical Drives. *Power Electron. Spec. Conf. 2005. PESC '05. IEEE 36th*, pages 1793–1799, 2005.
- [6] J. De León Morales, M. T. Mata-Jiménez, and M. F. Escalante. An interconnected adaptive observer for flying capacitor multilevel converters. *Electric Power Systems Research*, 100:7–14, 2013.
- [7] Jürgen Pannek Lars grüne. *Nonlinear Model Predictive Control*. 2012.
- [8] P Cortes, S Kouro, B La Rocca, R Vargas, J Rodriguez, J I Leon, S Vazquez, and L G Franquelo. Guidelines for weighting factors design in Model Predictive Control of power converters and drives. *Proc. IEEE International Conference on Industrial Technology ICIT 2009*, pages 1–7, 2009.

- [9] Changliang Xia, Tao Liu, Tingna Shi, and Zhanfeng Song. A simplified finite-control-set model-predictive control for power converters. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 10(2):991–1002, 2014.
- [10] Yalin Zhang and Hua Lin. Simplified model predictive current control method of voltage-source inverter. *8th International Conference on Power Electronics - ECCE Asia*, pages 1726–1733, 2011.
- [11] J Rodriguez, J Pontt, C A Silva, P Correa, P Lezana, P Cortes, U Ammann, Rodriguez Jos, Pontt Jorge, a Silva Csar, Correa Pablo, Lezana Pablo, Cortes Patricio, and Ammann Ulrich. Predictive Current Control of a Voltage Source Inverter. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 54(1):495–503, 2007.
- [12] Teresa Orłowska-Kowalska, Frede Blaabjerg, and J Rodríguez. *Advanced and intelligent control in power electronics and drives*. 2014.
- [13] Marian P. Kazmierkowski, Leopoldo G. Franquelo, Jose Rodriguez, Marcelo A. Perez, and Jose I. Leon. High-performance motor drives. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 5(3):6–26, 2011.
- [14] Manuel Maria and Brás Pereira. Speed Control of Induction Machine based on Direct Torque Control Method. 2013.
- [15] José Rodríguez, Jih Sheng Lai, and Fang Zheng Peng. Multilevel inverters: A survey of topologies, controls, and applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(4):724–738, 2002.
- [16] Arindam Ghosh and Gerard Ledwich. *Power Quality Enhancement Using Custom Power Devices*. 2002.
- [17] Ali a Jalali, Craig S Sims, and Parviz Famouri. *Nonlinear Observers and Applications*. Number 363. 2006.

- [18] J. de León Morales, M.T. Mata-Jiménez, and M.F. Escalante. Adaptive scheme for DC voltages estimation in a cascaded H-bridge multilevel converter. *Electric Power Systems Research*, 81(10):1943–1951, 2011.

- [19] René Vargas, Patricio Cortés, Ulrich Ammann, José Rodríguez, and Jorge Pontt. Predictive control of a three-phase neutral-point-clamped inverter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(5):2697–2705, 2007.

ApÃ©ndice

Capítulo A

Soluciones de Ecuaciones

Diferenciales

Solución de las ecuaciones diferenciales del modelo final (3.11) para diferentes estados admisibles, de la tabla 3.2. El primer modo de operación de la tabla resultan estas ecuaciones diferenciales (A.1)

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}i_a &= -\frac{R}{L}i_a + \Gamma_{ac} \\ \frac{d}{dt}i_b &= -\frac{R}{L}i_b + \Gamma_{bc} \\ \frac{d}{dt}V_{c1} &= \frac{I_E}{C_1} \\ \frac{d}{dt}V_{c2} &= \frac{I_E}{C_2}\end{aligned}\tag{A.1}$$

Para la solución de (A) es utilizado el método de la transformada de Laplace. Transformando (A) y de manera algebraica se puede tratar las ecuaciones

$$\begin{aligned}I_a(s) &= \frac{i_a(0)}{(1 + \frac{R}{L})} + \frac{\Gamma_{ac}}{s^2 + \frac{R}{L}s} \\ I_b(s) &= \frac{i_b(0)}{(1 + \frac{R}{L})} + \frac{\Gamma_{bc}}{s^2 + \frac{R}{L}s} \\ V_{c1}(s) &= \frac{v_{c1}(0)}{s} + \frac{I_E}{s^2 C_2} \\ V_{c2}(s) &= \frac{v_{c2}(0)}{s} + \frac{I_E}{s^2 C_2}\end{aligned}\tag{A.2}$$

De (A.2) se obtiene la transformada inversa de Laplace dando como resultado final la solución de las ecuaciones diferenciales del primer modo de operación.

$$\begin{aligned}
 i_a(t) &= i_a(0)e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\Gamma_{ac}L}{R} - \frac{\Gamma_{ac}L}{R}e^{-\frac{R}{L}t} \\
 i_b(t) &= i_b(0)e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\Gamma_{bc}L}{R} - \frac{\Gamma_{bc}L}{R}e^{-\frac{R}{L}t} \\
 v_{c1}(t) &= v_{c1}(0) + \frac{I_E}{C_1}t \\
 v_{c2}(t) &= v_{c2}(0) + \frac{I_E}{C_2}t
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Todos los modos de operación del inversor tienen solución de la misma manera, solo pondremos un ejemplo más por que son extensos y repetitivos. Ejemplo 2:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}i_a &= -\frac{R}{L}i_a - \frac{V_{c2}}{3L} + \Gamma_{ac} \\
 \frac{d}{dt}i_b &= -\frac{R}{L}i_b - \frac{V_{c2}}{3L} + \Gamma_{bc} \\
 \frac{d}{dt}V_{c1} &= \frac{i_a}{C_1} + \frac{i_b}{C_1} + \frac{I_E}{C_1} \\
 \frac{d}{dt}V_{c2} &= \frac{I_E}{C_2}
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Solución de de V_{c2}

$$v_{c2}(t) = v_{c2}(0) + \frac{I_E}{C_2}t$$

Transformada de Laplace de i_a y reemplazando el termino $V_{c2}(s)$

$$I_a(s) = \frac{i_a(0)}{s + \frac{R}{L}} - \frac{v_{c2}(0)}{s(s + \frac{R}{L})} - \frac{I_E}{s^2 C_2 (s + \frac{R}{L})} + \frac{\Gamma_{ac}}{s(s + \frac{R}{L})} \tag{A.5}$$

Fracciones parciales de (A.5):

$$\frac{v_{c2}(0)}{s(s + \frac{R}{L})} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{R}{L}} \rightarrow v_{c2}(0) = A(s + \frac{R}{L}) + B(s)$$

$$\frac{v_{c2}(0)}{s(s + \frac{R}{L})} = \frac{Lv_{c2}(0)}{sR} - \frac{Lv_{c2}(0)}{s + \frac{R}{L}}$$

$$\frac{I_E/C_2}{s^2(s + \frac{R}{L})} = \frac{A}{(s + \frac{R}{L})} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s} \rightarrow I_E/C_2 = s^2A + sB + B\frac{R}{L} + s^2C + sC\frac{R}{L}$$

$$\frac{I_E/C_2}{s^2(s + \frac{R}{L})} = \frac{L^2I_E}{C_2R^2} \left(\frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right) + \frac{LI_E}{C_2R} \left(\frac{1}{s^2} \right) - \frac{LI_E}{C_2R} \left(\frac{1}{s} \right)$$

$$\frac{\Gamma_{ca}}{s(s + \frac{R}{L})} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{R}{L}} \rightarrow v_{c2}(0) = A(s + \frac{R}{L}) + B(s)$$

$$\frac{\Gamma_{ca}}{s(s + \frac{R}{L})} = \frac{L\Gamma_{ca}}{sR} - \frac{L\Gamma_{ca}}{s + \frac{R}{L}}$$

$$i_a(t) = i_a(0)e^{-\frac{R}{L}t} - \left(\frac{Lv_{c2}(0)}{R} - Lv_{c2(0)}e^{-\frac{R}{L}t} \right) - \left(\frac{L^2I_E}{C_2R^2}e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{LI_E}{C_2R}t - \frac{LI_E}{C_2R} \right) + \left(\frac{L\Gamma_{ca}}{R} - L\Gamma_{ca}e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (A.6)$$

La corriente en a tiene la misma forma que la corriente b

$$i_b(t) = i_b(0)e^{-\frac{R}{L}t} - \left(\frac{Lv_{c2}(0)}{R} - Lv_{c2(0)}e^{-\frac{R}{L}t} \right) - \left(\frac{L^2I_E}{C_2R^2}e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{LI_E}{C_2R}t - \frac{LI_E}{C_2R} \right) + \left(\frac{L\Gamma_{cb}}{R} - L\Gamma_{cb}e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (A.7)$$

Transformada de Laplace de V_{c1} y reemplazado los terminos de $I_a(s)$ y $I_b(s)$

$$\begin{aligned}
sV_{c1}(s) - v_{c1}(0) &= \frac{I_a(s)}{C_1} + \frac{I_b(s)}{C_1} + \frac{I_E}{sC_1} \\
V_{c1}(s) &= \frac{v_{c1}(0)}{s} + \frac{1}{sC_1} [I_a(s) + I_b(s)] + \frac{I_E}{s^2C_1} \\
V_{c1}(s) &= \frac{v_{c1}(0)}{s} + \frac{1}{sC_1} \left[\frac{i_a(0)}{s+\frac{R}{L}} - \frac{v_{c2}(0)}{s(s+\frac{R}{L})} - \frac{I_E}{s^2C_2(s+\frac{R}{L})} + \frac{\Gamma_{ac}}{s(s+\frac{R}{L})} \right] \\
&\quad + \frac{1}{sC_1} \left[\frac{i_b(0)}{s+\frac{R}{L}} - \frac{v_{c2}(0)}{s(s+\frac{R}{L})} - \frac{I_E}{s^2C_2(s+\frac{R}{L})} + \frac{\Gamma_{bc}}{s(s+\frac{R}{L})}(s) \right] + \frac{I_E}{s^2C_1}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Fracciones parciales (A.8)

$$\begin{aligned}
\frac{i_a(0)}{sC_1(s+\frac{R}{L})} &= \frac{i_a(0)L}{C_1Rs} - \frac{i_a(0)L}{C_1R(s+\frac{R}{L})} \\
\frac{v_{c2}(0)}{s^2C_1(s+\frac{R}{L})} &= \frac{v_{c2}(0)L^2}{C_1R^2} \left(\frac{1}{s+\frac{R}{L}} \right) + \frac{v_{c2}(0)L}{C_1R} \left(\frac{1}{s^2} \right) - \frac{v_{c2}(0)L^2}{C_1R^2} \left(\frac{1}{s} \right) \\
\frac{I_E}{s^3C_1C_2(s+\frac{R}{L})} &= \frac{I_EL}{C_1C_2R} \left(\frac{1}{s^3} \right) - \frac{I_EL^2}{C_1C_2R^2} \left(\frac{1}{s^2} \right) + \frac{I_EL^3}{C_1C_2R^3} \left(\frac{1}{s} \right) - \frac{I_EL^3}{C_1C_2R^3} \left(\frac{1}{s+\frac{R}{L}} \right) \\
\frac{\Gamma_{ac}}{s^2C_1(s+\frac{R}{L})} &= \frac{\Gamma_{ac}L^2}{C_1R^2} \left(\frac{1}{s+\frac{R}{L}} \right) + \frac{\Gamma_{ac}L}{C_1R} \left(\frac{1}{s^2} \right) - \frac{\Gamma_{ac}L^2}{C_1R^2} \left(\frac{1}{s} \right)
\end{aligned}$$

Solucion de V_{c1}

$$\begin{aligned}
V_{c1}(t) &= v_{c1}(0) + \frac{i_a(0)L}{C_1R} - \frac{i_a(0)L}{C_1R} e^{-\frac{R}{L}t} - 2 \left[\frac{v_{c2}(0)L^2}{C_1R^2} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{v_{c2}(0)L}{C_1R} t - \frac{v_{c2}(0)L^2}{C_1R^2} \right] \\
&\quad - 2 \left[\frac{I_EL}{C_1C_2R} t^2 - \frac{I_EL^2}{C_1C_2R^2} t + \frac{I_EL^3}{C_1C_2R^3} - \frac{I_EL^3}{C_1C_2R^3} e^{-\frac{R}{L}t} \right] + \left[\frac{\Gamma_{ac}L^2}{C_1R^2} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\Gamma_{ac}L}{C_1R} t - \frac{\Gamma_{ac}L^2}{C_1R^2} \right] \\
&\quad + \frac{i_b(0)L}{C_1R} - \frac{i_b(0)L}{C_1R} e^{-\frac{R}{L}t} + \left[\frac{\Gamma_{bc}L^2}{C_1R^2} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\Gamma_{bc}L}{C_1R} t - \frac{\Gamma_{bc}L^2}{C_1R^2} \right] + \frac{I_E}{C_1} t
\end{aligned} \tag{A.9}$$