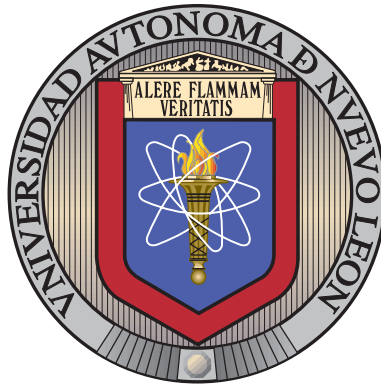


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



CONTROL DEL ESTADO DE CARGA DE LAS BATERÍAS DE
VEHÍCULOS ELÉCTRICOS CONECTADOS A LA RED
ELÉCTRICA

POR

CARLOS ENRIQUE ALVARO MENDOZA

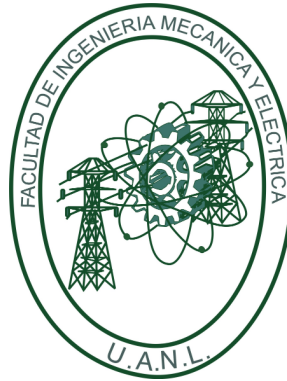
COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA
CON ORIENTACIÓN EN CONTROL AUTOMÁTICO

8 DE NOVIEMBRE DEL 2018

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



CONTROL DEL ESTADO DE CARGA DE LAS BATERÍAS DE
VEHÍCULOS ELÉCTRICOS CONECTADOS A LA RED
ELÉCTRICA

POR

CARLOS ENRIQUE ALVARO MENDOZA

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

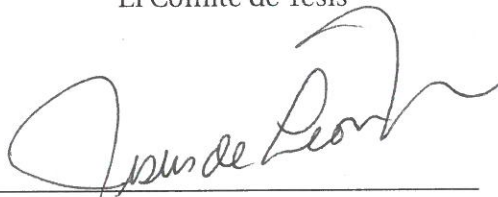
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA
CON ORIENTACIÓN EN CONTROL AUTOMÁTICO

8 DE NOVIEMBRE DEL 2018

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Control del estado de carga de las baterías de vehículos eléctricos conectados a la red eléctrica», realizada por el alumno Carlos Enrique Alvaro Mendoza, con número de matrícula 1887242, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica.

El Comité de Tesis



Dr. Jesús De León Morales

Asesor



Dr. Alberto Cavazos González

Revisor



Dr. Oscar Salvador Salas Peña

Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirector de Estudios de Posgrado



San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 8 de noviembre del 2018

A mi familia por todo su apoyo.

Agradecimientos

A mi asesor de tesis el Dr. Jesús de León Morales por darme la guía, formación y apoyo necesario para lograr este trabajo.

A mis revisores, el Dr. Alberto Cavazos Gonzáles y Dr. Oscar Salas Peña por sus comentarios y tiempo dedicado a la revisión de esta tesis.

A mis profesores del posgrado, quienes con sus cátedras ayudaron a mi formación profesional.

A mis compañeros de posgrado: Guillermo, Susana y Cano. De manera muy especial a Claudia Luna por los momentos de apoyo y compañía durante mis estudios de posgrado.

Al CONACYT y a la Universidad Autónoma de Nuevo León por el apoyo económico que facilitó mi estancia en el posgrado y la realización del trabajo de tesis.

RESUMEN

Publicación No. _____

Carlos Enrique Alvaro Mendoza, M.C. en Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León, 2018

Profesor asesor: Dr. Jesús De León Morales

Este trabajo aborda el problema de control del estado de carga de las baterías en un vehículo eléctrico. Se propone el diseño de controles para un cargador de batería compuesto por dos etapas, que sean capaces de resolver el problema de seguimiento de referencia para la potencia de entrada y el voltaje de salida. Los controles propuestos están basados en el método de diseño de control por modo deslizante tipo super twisting modificado.

El cargador de baterías no debe afectar a la red de distribución de energía, por lo tanto, es necesario realizar una corrección del factor de potencia, debido a lo anterior se propone un control de seguimiento de referencia de la potencia de entrada en la primer etapa del cargador, que está compuesta por un convertidor boost entrelazado. El segundo diseño de control resuelve un problema de seguimiento de referencia de voltaje de salida de la segunda etapa del cargador de batería, conformado por un convertidor full-bridge, donde el voltaje de referencia de tensión de salida está determinado por un perfil de carga de la batería.

El estado de carga (SOC) de una batería es importante para conocer la cantidad de energía que ha sido almacenada en ella. Sin embargo, dicha información no se puede medir directamente. Para tratar este problema, se propone el diseño de un observador que sea capaz de estimar el estado de carga y el voltaje de polarización de la batería de ion-litio, a partir de su voltaje de terminal. Este observador se diseña en base a la técnica por modos deslizantes de alto orden modificado.

Además, de la robustez ante perturbaciones e incertidumbres y la atenuación del efecto chattering de estos algoritmos de observación/control, una de las principales contribuciones es la reducción del número de parámetros a sintonizar.

Para validar el desempeño del control propuesto, se realiza un estudio comparativo con otros métodos de control, tales como: control por retroalimentación no lineal y la función de control-Lyapunov. En el caso del observador propuesto, se hace un estudio comparativo con un observador Luenberger. Resultados en simulación son presentados para demostrar el desempeño de la metodología propuesta.

Índice General

Resumen	VII
Índice de Figuras	XI
Índice de Tablas	XIV
Lista de Símbolos	XV
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	1
1.2. Antecedentes	3
1.3. Generalidades	8
1.3.1. Convertidores	8
1.3.2. Batería	12
1.4. Estructura de tesis	15
1.5. Conclusión	16
2. Modelo matemático	17
2.1. Introducción	17
2.2. Modelo de convertidor boost entrelazado	18
2.3. Modelo de convertidor Full-Bridge	23
2.4. Modelado de batería de ion litio	26
2.5. Representación en espacio de estados	31
2.5.1. Modelos dinámicos	31
2.5.2. Parámetros del sistema y referencias deseadas	32
2.6. Conclusión	36

3. Diseño de control para el cargador de batería	37
3.1. Introducción	37
3.2. Concepto de controlabilidad	38
3.3. Control de retroalimentación de estado no lineal	40
3.4. Control por modos deslizantes	43
3.4.1. Control por modos deslizantes convencional	44
3.4.2. Control por modos deslizantes: Super twisting modificado	46
3.5. Función de control-Lyapunov	51
3.6. Análisis de controlabilidad	53
3.6.1. Convertidor boost entrelazado	54
3.6.2. Convertidor Full-Bridge	55
3.7. Diseño de controles para el cargador de la batería ion-litio	56
3.7.1. Convertidor boost entrelazado : Control de retroalimentación de estado no lineal	57
3.7.2. Convertidor boost entrelazado: Control modo deslizante tipo super twisting modificado	59
3.7.3. Convertidor boost entrelazado : Función de control-Lyapunov	60
3.7.4. Convertidor full-bridge: Control de retroalimentación de estado no lineal	62
3.7.5. Convertidor full-bridge: Control modo deslizante tipo super twisting modificado	63
3.8. Resultados de Simulación	64
3.9. Conclusión	75
4. Diseño de observador para la batería	76
4.1. Introducción	76
4.2. Concepto de observabilidad	77
4.3. Observador Luenberger	81
4.4. Observador por modo deslizante	83
4.4.1. Observador por modo deslizante tipo super twisting	84

4.4.2. Observador por modo deslizante tipo super twisting modificado	84
4.4.3. Observador por modo deslizante de alto orden	88
4.4.4. Observador modo deslizante de alto orden modificado	89
4.5. Análisis de observabilidad a batería ion-litio	94
4.6. Diseño de observadores para la batería de ion litio	95
4.6.1. Batería de ion litio: Observador Luenberger	95
4.6.2. Batería de ion litio: Observador modo deslizante de alto orden modificado . .	96
4.7. Resultados de simulación	99
4.8. Conclusión	104
Conclusiones	107
Trabajos futuros	107
Bibliografía	112

Índice de figuras

1.1. Sistema de conversión de potencia de un vehículo de combustión interna y un vehículo eléctrico	9
1.2. Clasificación de convertidores de acuerdo a su topología.	10
1.3. Clasificación de convertidores de acuerdo al aislamiento.	10
1.4. Diagrama de bloques de un cargador de baterías de dos etapas para VE.	12
1.5. Topología de cargador de baterías de dos etapas propuesto para VE.	13
1.6. Carga y descarga de una celda electroquímica.	14
2.1. Circuito fundamental del convertidor boost.	19
2.2. Convertidor boost en estado 'ON'-'OFF'	19
2.3. Circuito de convertidor boost entrelazado	22
2.4. Circuito de convertidor full bridge	23
2.5. Circuito equivalente de convertidor full bridge	24
2.6. Circuito de convertidor buck en estado 'ON'-'OFF'	25
2.7. Modelo eléctrico de la batería ion litio.	28
2.8. Potencia de referencia a seguir por el control	33
2.9. Voltaje de referencia a seguir por el control	34
2.10. Perfil de corriente de entrada y voltaje de batería durante la carga de una batería ion-litio.	35
2.11. Cargador de batería y control	36
3.1. Cargador de batería y control.	65

3.2. Referencia de la potencia de entrada del convertidor boost entrelazado	66
3.3. Seguimiento de la potencia de entrada en el convertidor boost entrelazado: Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov	67
3.4. Comportamiento de la corriente de entrada rectificada en el convertidor boost entrelazado al momento de controlar la potencia: Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov	67
3.5. Comportamiento de la corriente alterna mediante el control de potencia de entrada: Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov	68
3.6. Comportamiento del voltaje de salida del convertidor boost entrelazado mediante el control de potencia: Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov	68
3.7. Error de seguimiento de la potencia de entrada : Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov	69
3.8. Curva de carga de la batería	70
3.9. Voltaje de referencia a seguir por los controles	71
3.10. Corriente entregada en consecuencia del perfil de voltaje indicado por la batería	72
3.11. Seguimiento de voltaje sin perturbación	72
3.12. Seguimiento de referencia de voltaje ante una perturbación: Retroalimentación de estado y super twisting	73
3.13. Seguimiento de referencia de voltaje ante una perturbación: Retroalimentación de estado y super twisting	73
3.14. Error de seguimiento de voltaje de los 3 controles: Retroalimentación de estado y super twisting	74
4.1. Esquema de un observador en la batería de ion-litio.	99
4.2. Voltaje de batería y corriente de entrada durante la carga de una batería ion litio.	100
4.3. Estimación del voltaje de terminal de la batería ion litio.	101
4.4. Estimación del SOC (Z) de la batería ion litio	101
4.5. Estimación del voltaje de polarización de la batería de ion litio	102
4.6. Error de estimación de voltaje de terminal	102

4.7. Error de estimación del SOC (Z)	103
4.8. Error de estimación de voltaje de polarización	103

Índice de tablas

2.1. Datos del convertidor boost entrelazado.	33
2.2. Datos del convertidor Full-Bridge.	34
2.3. Datos de la batería ion litio.	34
3.2. Ganancias de controladores	65
3.3. Criterios de error para controles en la primera etapa del cargador de batería.	69
3.4. Ganancia de controladores	70
3.5. Criterios de error para controles en la segunda etapa del cargador de batería.	74
4.1. Ganancia de observadores	99
4.2. Criterios de error para observadores de la batería ion litio.	104

Lista de Símbolos

SOC	Estado de carga
CFP	Corrección de factor de potencia
CD	Corriente directa
CA	Corriente alterna
VE	Vehículo eléctrico
VEH	Vehículo eléctrico híbrido
VEHE	Vehículo eléctrico enchufable
NiMH	Níquel metal hidruro
Ni-Zn	Níquel-Zinc
Ni-Cd	Níquel-Cadmio
PWM	Pulse width modulation
ZVS	Zero voltaje switching
Li-ion	Ion litio
OMD	Observador por modo deslizante
MCEOF	Modelo de circuito equivalente de orden fraccional
OMDGA	Observador por modo deslizante de ganancia adaptativa
MCCBE	Modelo combinado de circuito de batería equivalente
V_{in}	Voltaje de entrada
L_1	Inductancia 1
L_2	Inductancia 2
R_{L_1}	Resistencia del inductor 1

R_{L_2}	Resistencia del inductor 2
i_{L_1}	Corriente en inductor 1
i_{L_2}	Corriente en inductor 2
V_c	Voltaje de capacitor
C	Capacitancia
d	Ciclo de trabajo
R	Resistencia de carga
i_{L_o}	Corriente del inductor
V_{C_o}	Voltaje de capacitor
n	Relación de transformación
L_o	Inductancia
C_o	Capacitancia
V_t	Voltaje de terminal
Z	Estado de carga (SOC)
V_p	Voltaje de polarización
I_o	Corriente de entrada en la batería
C_p	Capacitancia de polarización
R_p	Resistencia de polarización
C_n	Capacidad nominal de la batería en Ah
R_i	Resistencia interna
V_{oc}	Voltaje de circuito abierto en función del SOC
K	Constante en función del SOC

Capítulo 1

Introducción

La mejora de la red de carreteras y la urbanización de las ciudades ha originado que aumente considerablemente el uso de vehículos de combustión interna, generando un incremento de las emisiones de gases a la atmósfera. El dióxido de carbono (CO_2), es un producto directo de todo proceso de combustión, es uno de los causantes del efecto invernadero y del calentamiento global del planeta. Además, dichos vehículos utilizan derivados del petróleo para operar, lo que implica una dependencia de este combustible, por lo que es necesario adoptar medidas, tales como el uso de la energía eléctrica para reducir este problema. El surgimiento de vehículos eléctricos en las últimas décadas conlleva nuevos retos, tales como la alta demanda de energía a la red eléctrica, el tipo de batería a utilizar y su alimentación, entre otros. Sin embargo, se han realizado investigaciones para solucionar estos problemas, aportando nuevas ideas y posibles mejoras.

En esta tesis, se presenta un trabajo de investigación relacionado con el control del estado de carga de las baterías de vehículos eléctricos conectados a la red eléctrica. Se hará un estudio sobre el suministro de energía eléctrica de la red a una batería eléctrica, a través de convertidores.

1.1. Planteamiento del problema

Los vehículos eléctricos (VE) utilizan una batería eléctrica para proveer la energía necesaria a los subsistemas que lo conforman, entre ellos destaca el motor eléctrico utilizado principalmente

para la propulsión. Para que la batería almacene energía es necesario implementar un sistema, mediante convertidores eléctricos, capaz de suministrar la alimentación adecuada.

El objetivo de esta tesis es realizar un algoritmo de control que pueda ser capaz de regular el voltaje y corriente en el cargador de batería, para suministrar la energía que se almacenará en la batería de manera adecuada, donde el cargador deberá de cumplir con la corrección de factor de potencia (CFP). Además, se propone un observador para estimar las variables no medibles de la batería, principalmente el estado de carga (SOC).

En la literatura [1], [2] y [3], son planteados algunos métodos lineales robustos para el diseño de controles, sin embargo debido a la forma de diseño y puesto que los convertidores son sistemas no lineales, estos métodos no son elegidos. Para lograr el objetivo, en este trabajo se propone un algoritmos de control y observación basados en la técnica de modos deslizantes tipo super twisting y de alto orden como una alternativa a la solución de dicho problema. El cargador de baterías utilizado en esta investigación esta compuesto por dos etapas, en la primera etapa será utilizado un convertidor boost entrelazado para la CFP, en conjunto con una ley de control para la potencia de entrada al convertidor en lugar del voltaje de salida. Dicho controlador origina que la corriente de entrada tome la forma de la potencia, corrigiendo el factor de potencia, donde la referencia de potencia de entrada al convertidor está definida por la potencia de la batería. La segunda etapa esta compuesta por un convertidor Full-Bridge para la carga de la batería, combinada con una ley de control de voltaje, donde el voltaje de referencia de tension de salida esta en función de la curva de carga de la batería. Por lo tanto, la corriente de salida es determinada a partir del voltaje de referencia, donde la curva de carga depende de las características de la batería y la impedancia entre la batería y el convertidor. Dado que las baterías mas usadas en vehículos eléctricos son las de ion-litio, se considerara dicho modelo para este trabajo. Para la batería de ion-litio se propone un observador capaz de estimar las variables no medibles de una manera muy eficiente y robusta.

Los controladores y el observador propuestos en este trabajo poseen una gran ventaja durante la sintonización de las ganancias, debido a que se realiza a través de un solo parámetro, lo que los

hace aun mas interesantes.

1.2. Antecedentes

Un cargador de baterías esta constituido por un convertidor, al cual entra la energía eléctrica con unas propiedades determinadas y las adecúa a las características necesarias para cargar la batería. Los sistemas de conversión de energía en VE usualmente utilizan una batería para almacenar energía, la cual es usada en el sistema de tracción eléctrica. Esta batería normalmente se carga desde la red de suministro de CA. La conversión de energía durante la carga de la batería se realiza mediante un convertidor CA/CD, los cuales constan de dos etapas: corrección del factor de potencia de entrada (CFP) para la conversión de CA/CD y conversión de CD/CD para la carga de la batería.

En la primera etapa del convertidor (CFP), el control convencional tiene un lazo de voltaje externo que regula la tension del bus de CD y un lazo de corriente interno que es capaz de configurar la corriente de entrada del convertidor. El lazo de voltaje tiene un ancho de banda muy bajo, de modo que el factor de potencia de entrada no se ve afectado por la modulación debido a la ondulación del segundo armónico presente en el condensador del bus de CD.

El control del voltaje de bus de CD con un ancho de banda pequeño produce una respuesta transitoria muy lenta o grandes sobreimpulsos en la tensión del bus de CD durante los cambios de carga. Esto crea la necesidad de que los convertidores estén sobre dimensionados, lo que afecta su eficiencia y costo general. En [4] y [5], se hacen otras propuestas, donde el ancho de banda de la tensión se incrementa al superponer un término de ondulación al valor de referencia de la tensión de salida. También se propuso un controlador digital de zona muerta para lograr una respuesta más rápida y mejorar la dinámica del sistema. Este método básicamente utiliza la región insensible del proceso de conversión de analógico a digital para eliminar la ondulación presente en el voltaje de salida. En algunos documentos, se propusieron controladores digitales con muestrea-

dores muy gruesos para eliminar la ondulación del segundo armónico a la tensión del bus, [6], [7].

En [8], [9] y [10] es propuesto el sistema de control convencional para un convertidor boost donde los controles propuestos, tanto para el lazo de voltaje y el lazo de corriente son a través de un PI dando muy buenos resultados al momento de la experimentación, sin embargo no son robustos.

En [11], presenta una ley de control basada en la teoría de planitud (flatness) diferencial para controlar la potencia de entrada de la etapa de CFP, que está determinada por las características de carga del banco de baterías; a diferencia del controlador convencional que regula la tensión de bus de CD intermedia a un valor constante. La aplicación de la ley de control propuesta a dicho convertidor CA/CD ayuda a mejorar el comportamiento dinámico de la etapa CFP. La forma de onda de la potencia de entrada realmente determina la forma de la corriente de entrada, así como su amplitud en comparación con el controlador convencional y también logra una regulación de carga adaptable de la tensión intermedia del bus de CD. Dicha regulación de voltaje de CD-bus adaptable a la carga permite que el convertidor full-bridge CD/CD opere de manera óptima desde condiciones sin carga, a carga completa a diferencia del controlador convencional con voltaje constante de bus de CD que fuerza el full-bridge CD/CD a operar con ciclos de trabajo pequeños en condiciones sin carga.

En [12], se propone una nueva forma de control que regula la potencia de entrada del convertidor CA/CD en lugar de la tensión del bus CD. Por lo tanto, el valor de referencia para la amplitud de la corriente de entrada proviene del valor de referencia de potencia en lugar del valor del lazo de voltaje lento. El lazo de potencia determina la amplitud y la forma de la corriente de entrada en función del valor de referencia de la potencia de entrada instantánea logrando la corrección de factor de potencia. En el control de la potencia de entrada instantánea, el ancho de banda puede tener un valor grande, lo que resulta en una mejora significativa en la respuesta transitoria del convertidor. Por lo tanto, se evitan sobreimpulsos no deseados, lo que simplifica el diseño del convertidor de segunda etapa. En esta propuesta se utiliza un diseño del control basado en la función

Lyapunov para controlar la potencia de entrada del convertidor y analizar la estabilidad asintótica.

Para controlar la corriente y el voltaje de salida del cargador de baterías han sido propuestos algunos métodos. En [13] se propone un cargador bidireccional integrado de CA/CD y un convertidor CD/CD para vehículos eléctricos híbridos plug-in (VEHE) y conversiones híbridas/híbridas plug-in. El convertidor integrado puede funcionar como un cargador de batería de CA/CD y transferir energía eléctrica entre la batería y el bus de alto voltaje del sistema de tracción eléctrica. Los principales elementos para la conversión incluyen un cargador de CA/CD, una batería de alta energía agregada al VEH, un convertidor CD/CD bidireccional y un controlador con procesador de señal digital (DSP). Estos elementos principales están en cascada, excepto el controlador digital. El controlador digital está a cargo del control y monitoreo del cargador CA/CD y el convertidor CD/CD bidireccional, el estado de carga de la batería y la comunicación con sistemas externos. Sin embargo, el lazo de control de corrección de factor de potencia es el convencional, por lo que la velocidad de respuesta ante los cambios de carga es muy lenta.

En [14], es presentado un enfoque de control de carga adaptable para controlar de forma óptima la cantidad de corriente reactiva necesaria para garantizar la conmutación de voltaje cero (ZVS) de los interruptores del convertidor. El convertidor CD/CD propuesto se utiliza como un cargador de batería para un VE. El sistema de control propuesto consiste en un circuito de corriente interno y un circuito de voltaje externo. El voltaje y la corriente de salida del convertidor se controlan a través del circuito de voltaje externo junto con el circuito de corriente interno. El circuito de corriente interno se asegura que la corriente de carga permanezca constante y limitada durante el proceso de carga constante de la batería; es decir, limita el ciclo de trabajo cuando el voltaje de salida del convertidor es mucho mayor que el voltaje de la batería. A medida que el voltaje de la batería se acerca al voltaje de salida del convertidor, el lazo de voltaje determina el ciclo de trabajo. El controlador de voltaje digital utiliza el método de diseño digital directo propuesto en [15].

En [16], se propone el diseño de un control basado en Lyapunov en un sistema híbrido de al-

macenamiento de energía para vehículos eléctricos. El sistema de almacenamiento consiste en una pila de combustible como fuente de alimentación principal y un supercondensador (SC) como fuente de alimentación auxiliar. La etapa de potencia de la conversión de energía consiste en un convertidor boost conectado con la fuente principal, y un convertidor buck-boost conectado a la fuente auxiliar. Los convertidores comparten el mismo bus de CD que está conectado al motor de tracción a través de un inversor. El objetivo es controlar los convertidores de potencia para satisfacer los siguientes requisitos: 1) regulaciones estrictas de tensión de bus de CD, 2) seguimiento de la corriente a su referencia, y 3) estabilidad asintótica del sistema de lazo cerrado.

En [17], es propuesta una estrategia de control de resonancia proporcional (RP) para reducir el armónico de segundo orden del cargador de batería de un VE. Usando el controlador RP, se logra mejorar el rendimiento del seguimiento de la referencia del cargador. Los errores de estado estable en el sistema de carga monofásica se pueden reducir de manera efectiva. La estrategia propuesta es capaz de minimizar la ondulación de frecuencia de bajo orden en el convertidor con interfaz de red.

En este trabajo de tesis se utiliza el modelo de baterías de ion litio. El estado de carga de la batería es una de las variables que el usuario necesita conocer de forma casi indispensable para poder administrar la carga de la misma, esto ha sido motivación para la propuesta de observadores capaces de estimar el estado de carga puesto que no es medible. En [18] se utiliza el enfoque del observador geométrico no lineal para diseñar observadores adaptativos para el estado de carga (SOC) y la estimación de parámetros basada en modelos de batería no lineales. Una gran ventaja del enfoque propuesto es la posibilidad de establecer la convergencia de la dinámica del error de estimación. Los observadores adaptativos propuestos son robustos con respecto a las incertidumbres del proceso no modelado. El análisis también muestra la compensación de diseño entre la tasa de convergencia y la solidez de la dinámica de error de estimación con respecto al ruido de medición. Sin embargo, el enfoque propuesto puede no funcionar bien si la corriente de entrada tiene muchos puntos discontinuos.

También fue propuesto un enfoque de estimación del SOC basado en un observador de modo deslizante (OMD) adaptativo y un modelo de circuito equivalente de orden fraccional para baterías de ion-litio. Para diseñar el OMD adaptativo, se derivan las ecuaciones de estado basadas en un MCEOF de batería. Se presenta una nueva estrategia adaptable para las ganancias del observador, reduciendo el tiempo de convergencia. El modo deslizante ideal es cambiado a un modo quasi-deslizante, ya que se emplea la función tangente hiperbólica para reemplazar la función de signo que es discontinua, con el fin de suavizar la señal de control [19].

Un observador no lineal basado en un modelo electroquímico de orden reducido se presenta en [20]. El observador está compuesto por dos partes, un observador tipo Luenberger para la convergencia del error de estimación y un término de estructura variable para mejorar la robustez frente a las limitaciones/incertidumbres del modelo. Usando el método directo de Lyapunov, el diseño del observador de Luenberger en cada observador se formula como un problema de desigualdad de matriz lineal, mientras que el término de estructura variable se diseña asumiendo límites de incertidumbre. Para asegurar la convergencia es necesario definir varias ganancias.

En [21], es propuesto un observador de modo deslizante de ganancia adaptable para la estimación del SOC de la batería basado en un modelo combinado de circuito de batería equivalente. La teoría de la estabilidad de Lyapunov permite demostrar la convergencia del error de estimación. El observador permite minimizar los niveles de chattering y mejorar la precisión ajustando adaptativamente las ganancias de conmutación para compensar las dinámicas no modeladas. A través de ganancias pequeñas se puede garantizar la convergencia del observador adaptable.

Para mejorar el rendimiento de la estimación SOC y reducir el efecto de chattering causado por el observador de modo deslizante(OMD) convencional, se presenta un observador de modo deslizante en [22] donde las ganancias de conmutación del observador propuesto se ajustan con la varianza del error de salida para mejorar la velocidad de convergencia del error de estimación SOC y reducir el chattering. Se considera el modelo de circuito equivalente con incertidumbres para describir los comportamientos dinámicos de la batería.

1.3. Generalidades

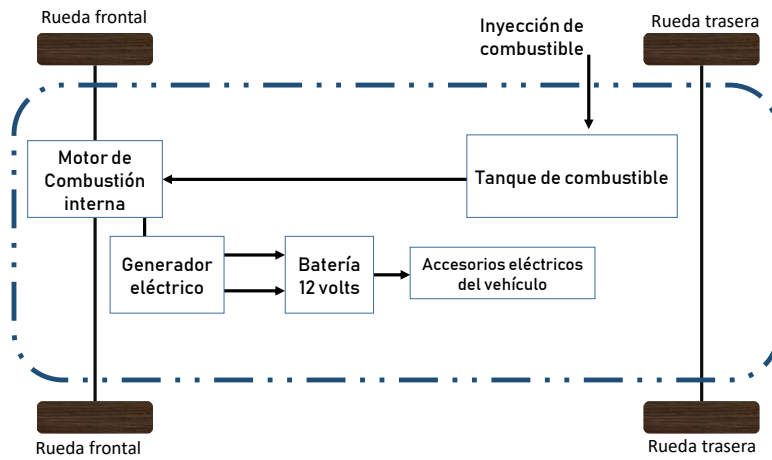
Los vehículos eléctricos funcionan utilizando baterías recargables, para ello se necesita de un cargador que sea capaz de suministrar la cantidad de energía necesaria para su recarga. Los cargadores de baterías son los encargados de adecuar la energía eléctrica a partir de la red eléctrica o alguna otra fuente alterna y acondicionarla, para posteriormente suministrarla a las baterías.

El sistema de conversión de potencia de un VE consta de un convertidor de CA/CD, un inversor de CD/CA trifásico y un convertidor de CD/CD. El convertidor de CA/CD es un convertidor que se conecta al toma corriente y carga la batería de alto voltaje. La batería de alto voltaje suministra energía al inversor trifásico que alimenta el motor. Esta batería de alto voltaje también carga la batería de 12 V a través de un convertidor CD/CD la cual, sirve para alimentar los subsistemas del VE [12]. En la Figura (1.1) se ilustra los componentes de un VE así como los de un vehículo de combustión interna donde se aprecia sus elementos de potencia, respectivamente.

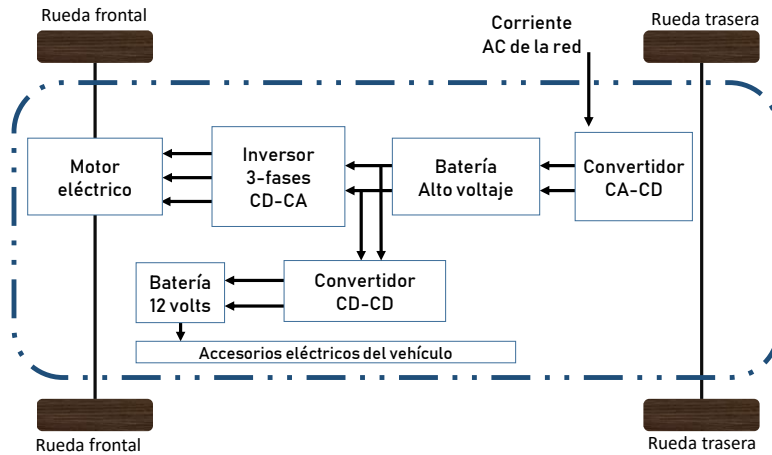
1.3.1. Convertidores

Un convertidor eléctrico es un dispositivo que realiza la conversión de la potencia eléctrica, es decir, puede transformar la corriente alterna de una fuente en corriente continua y viceversa. Una de las aplicaciones de los convertidores se encuentra en los cargadores eléctricos, y es necesario diseñar algoritmos que permitan controlar la corriente y voltaje de acuerdo a las necesidades de la batería. Los convertidores de rectificación en modo de conmutación de estado sólido permite mejorar la calidad de la potencia en términos de corrección del factor de potencia (CFP), distorsión armónica total reducida en la red de entrada de CA y salida de CD regulada con precisión. Una clasificación de los convertidores se puede ver en la figura (1.2), esta clasificación se basa en la topología utilizada en los convertidores de acuerdo a la dirección del flujo de energía [23]. Un convertidor es unidireccional si la energía se transporta desde una fuente hacia una carga específica. En cambio, los bidireccionales permiten suministrar energía en ambas direcciones.

Los convertidores también se pueden clasificar en dos grupos, de acuerdo a si disponen o no



(a) Vehículo de combustión interna



(b) Vehículo eléctrico

Figura 1.1: Sistema de conversión de potencia de un vehículo de combustión interna y un vehículo eléctrico

de un transformador de alta frecuencia que proporcione aislamiento galvánico al circuito, tal como se muestra en la Figura (1.3).

El convertidor de CA-CD es un componente clave del sistema de carga de un VE, el cual puede

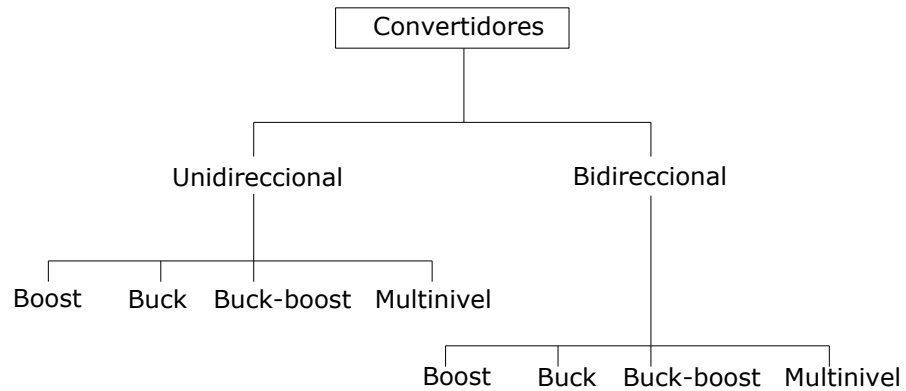


Figura 1.2: Clasificación de convertidores de acuerdo a su topología.

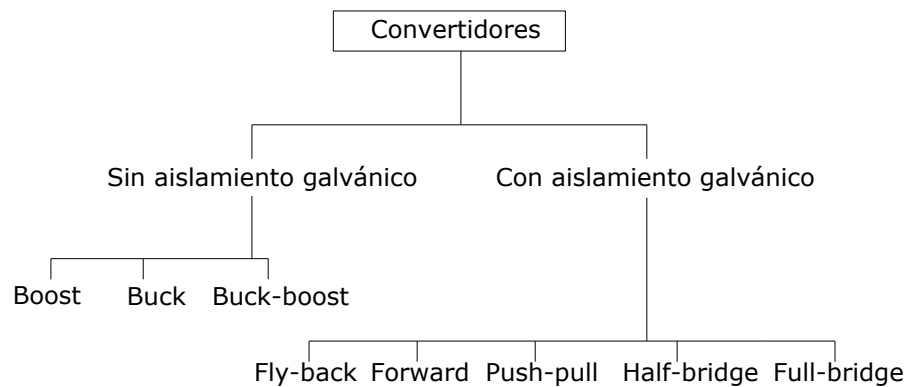


Figura 1.3: Clasificación de convertidores de acuerdo al aislamiento.

ser controlado a través de los distintos métodos de control lineal y no lineal. Un requisito que deben de cumplir los cargadores es que no deben interferir en el funcionamiento de la red eléctrica. Para evitar este problema se emplea un método de corrección de factor de potencia, algunas propuestas han implementado una variedad de topologías de circuitos y métodos de control [23].

Los convertidores usados para cargar baterías están constituidos de una o dos etapas. El enfoque de una etapa es adecuado para aplicaciones de baja potencia. Además, debido a la gran ondulación de baja frecuencia en la corriente de salida, solo se pueden cargar baterías de plomo

ácido. En el cargador de dos etapas existe un aislamiento galvánico incorporado en los cargadores de batería y es una forma de abordar los requisitos de doble protección de fallas para la seguridad de los usuarios de VE. Por lo tanto, el cargador de dos etapas es el candidato adecuado para los cargadores de batería de VE, donde la primera etapa CA/CD corrige el factor de potencia [10] de entrada logrando que la forma de la corriente sea igual al voltaje además de lograr que estén en fase. La segunda etapa compuesta por un convertidor DC /DC proporciona aislamiento galvánico de alta frecuencia [24] [14] y acondiciona la entrega de carga a la batería. La potencia nominal es relativamente alta, y las baterías de iones de litio son utilizadas como el principal sistema de almacenamiento de energía [25]. En la Figura (1.4) se ilustra un diagrama de bloques simplificado de un cargador de batería de dos etapas utilizado para un VE.

Gracias a su alta eficiencia el convertidor boost es el más comunmente usado en la primer etapa de corrección de factor de potencia. En este documento, se utiliza un convertidor boost entrelazado [26], que presenta las siguientes características:

- Utiliza dos convertidores boost en paralelo que funcionan a 180° fuera de fase. La corriente de entrada es la suma de las dos corrientes de entrada del inductor de cada convertidor. Debido a que las corrientes de fluctuación de los inductores están desfasadas, tienden a cancelarse entre sí, reduciéndose la corriente de fluctuación de entrada causada por la acción de conmutación. El convertidor boost entrelazado tiene la ventaja de los semiconductores en paralelo. Además, al conmutar con un desfase de 180° , se duplica la frecuencia de conmutación efectiva e introduce una fluctuación de corriente de entrada más pequeña, por lo que el filtro EMI (ElectroMagnetic Interference) de entrada es relativamente pequeño. Con la cancelación de la ondulación en la salida, también reduce la tensión en los condensadores de salida [25].

En la segunda etapa se utiliza un convertidor Full-Bridge que puede procesar y entregar potencia de manera eficiente a través de variaciones de carga muy amplias, este convertidor está formado por un inversor de puente completo, un transformador de aislamiento y un rectificador de salida [24] [14] y presenta las siguientes características:

- La topología del convertidor Full-Bridge posee un filtro de salida capacitivo. Las topologías actuales con filtro de salida capacitiva minimizan el sonido del diodo rectificador ya que la inductancia de fuga del transformador se coloca efectivamente en serie con el inductor del lado de la fuente. Además, se puede lograr una alta eficiencia con conmutación de voltaje cero (ZVS, zero voltage switching), en particular, el esquema de compuerta de Full-Bridge modulado por ancho de pulso (PWM) propuesto es una solución atractiva para lograr ZVS [27].

En la Figura (1.5) se muestra la topología del convertidor a utilizar, donde también se puede observar que es unidireccional.

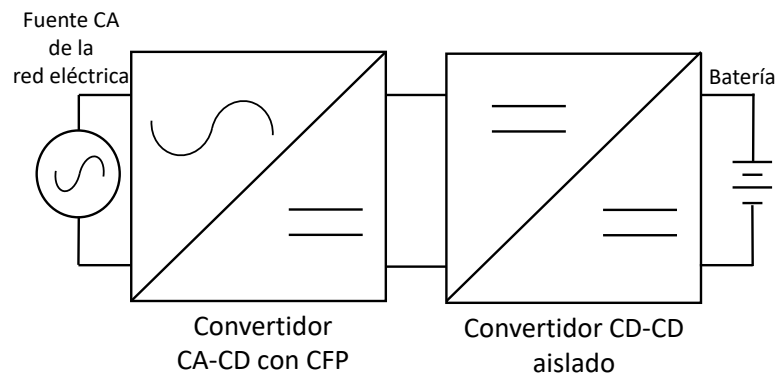


Figura 1.4: Diagrama de bloques de un cargador de baterías de dos etapas para VE.

Gracias a los avances en la electrónica de potencia, ha sido posible la implementación de nuevas propuestas de control no lineal robustas que sean capaces de mejorar el desempeño de los convertidores. Esto ha permitido obtener un mejor rendimiento y mejorar las técnicas de control en el cargador.

1.3.2. Batería

Las baterías son un componente indispensable en los VE. La batería es un dispositivo que consiste en una o más celdas electroquímicas que pueden convertir la energía química almacenada en corriente eléctrica por medio de una reacción de oxidación-reducción electroquímica. El elemento electroquímico dentro de una batería se denomina celda. Las celdas pueden conectarse en

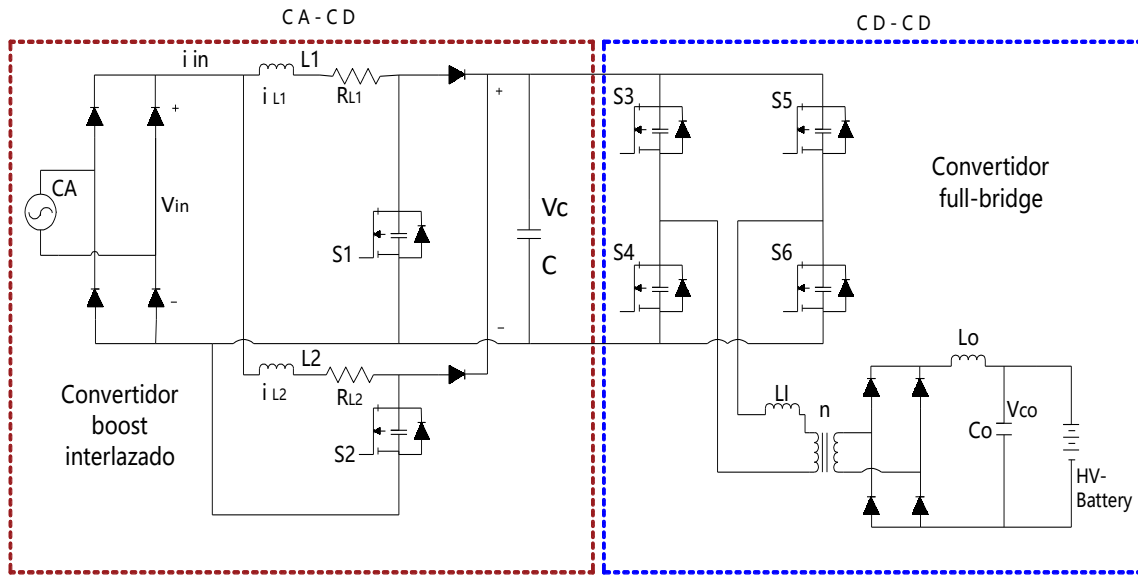


Figura 1.5: Topología de cargador de baterías de dos etapas propuesto para VE.

serie o en paralelo de acuerdo al voltaje o corriente que se necesite. Las celdas estas compuestas principalmente de un ánodo (electrodo negativo), un cátodo (electrodo positivo) y un electrolito.

El funcionamiento de batería recargable está basado en la reacción óxido-reducción. Cuando ocurre el proceso de descarga, el ánodo sufre oxidación perdiendo electrones y el cátodo es reducido captando dichos electrones. Durante el proceso de carga ocurre lo contrario, el cátodo se oxida liberando electrones y el ánodo sufre reducción aceptando dichos electrones, en la Figura (1.6) se puede ver un esquema de carga y descarga de una celda de batería.

Las baterías más comunes debido a sus características en términos de alta densidad de energía, tamaño compacto y confiabilidad son las siguientes:

- Baterías de plomo ácido:** El plomo funciona como electrodo negativo de la batería, el óxido de plomo es el electrodo positivo, y el ácido sulfúrico diluido es el electrolito. Para la descarga, los materiales positivos y negativos se transforman en sulfato de plomo. La batería de plomo-ácido presenta varias ventajas para las aplicaciones de VEH. Actualmente son fabricadas, ofreciendo una fuente de energía de bajo costo. Además, la batería de plomo-ácido

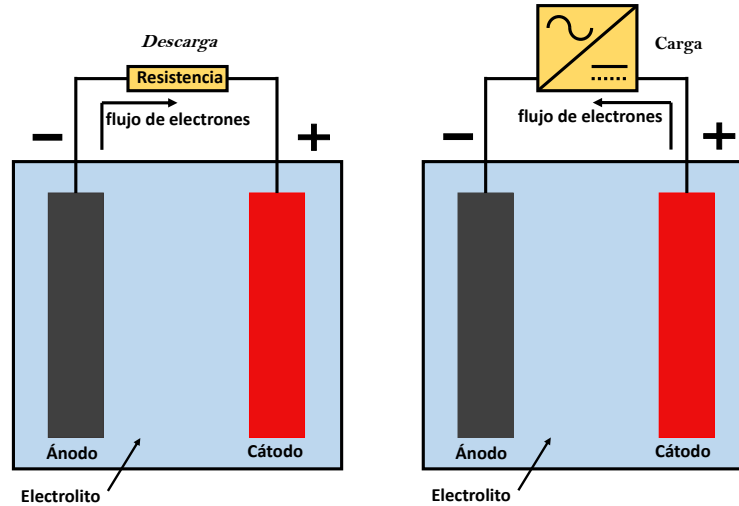


Figura 1.6: Carga y descarga de una celda electroquímica.

ha sido muy usada en los últimos 50 años. Sin embargo, la batería de plomo-ácido no es adecuada para descargas superiores al 20% de su capacidad nominal. Cuando se opera a una descarga total, la batería tendría un ciclo de vida limitado. La densidad de energía y potencia de la batería es baja debido al peso de los colectores de plomo [28].

- Baterías de níquel metal hidruro (NiMH):** La batería de NiMH usa una solución alcalina como electrolito. La batería de NiMH está compuesta de hidróxido de níquel en el electrodo positivo, y el electrodo negativo consiste en una aleación modificada de vanadio, titanio, níquel y otros metales. La densidad de energía de la batería de NiMH es el doble que de la batería de plomo. Los componentes de NiMH no hacen daño al medio ambiente y pueden reciclarse. La batería de NiMH es segura para operar a alto voltaje y tiene distintas ventajas, como el almacenamiento de energía volumétrica, una vida útil prolongada, amplios rangos de temperatura de operación y una resistencia a la sobrecarga y descarga. Por otro lado, si se descarga repetidamente a altas corrientes de carga, la vida del NiMH se reduce a unos 200-300 ciclos de descarga. El mejor rendimiento de operación se logra cuando se descarga del 20% al 50% de la capacidad nominal. El efecto de memoria en los sistemas de baterías NiMH reduce la potencia utilizable para el VEH, que reduce el SOC utilizable de la batería a un valor inferior al 100% [28].

- **Baterías de níquel-zinc (Ni-Zn):** Las baterías de níquel-zinc tienen mayor densidad de potencia, materiales de bajo costo, capacidad de descarga completa y no contaminan el medio ambiente. La temperatura de operación de las baterías de Ni-Zn varía de $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$, lo que significa que pueden usarse bajo condiciones de operación extremas. Sin embargo, tienen la desventaja de ciclos de vida deficientes debido al rápido crecimiento de las dendritas, lo que impide el desarrollo de baterías de Ni-Zn en aplicaciones vehiculares [28].
- **Baterías de níquel-cadmio (Ni-Cd):** Las baterías de níquel-cadmio tienen una larga vida útil y pueden descargarse completamente sin daños. La energía específica de las baterías de Ni-Cd es de alrededor de 55 Wh / kg . Estas baterías se pueden reciclar, pero el cadmio es un tipo de metal pesado que podría causar contaminación ambiental si no se desecha adecuadamente. Otro inconveniente de las baterías de Ni-Cd es el costo [28].
- **Baterías de iones de litio:** Se ha demostrado que la batería de iones de litio tiene un excelente rendimiento en dispositivos electrónicos y dispositivos médicos portátiles. La batería de iones de litio tiene una alta densidad de energía, tiene un buen rendimiento a altas temperaturas y es reciclable. El electrodo positivo está hecho de un material de cobalto oxidado, y el electrodo negativo está hecho de un material de carbono. La sal de litio en un solvente orgánico y se usa como el electrolito. Los aspectos prometedores de las baterías ion-litio incluyen un bajo efecto de memoria, alta potencia específica de 300 W / kg , alta energía específica de 100 Wh / kg y una batería de larga duración de 1000 ciclos. Estas excelentes características le dan a la batería de iones de litio una alta posibilidad de reemplazar NiMH como baterías de próxima generación para vehículos [28].

En este documento se considerarán las baterías de ion-litio para el estudio de investigación, debido a que presenta ventaja sobre las otras y especialmente en VE es la más usada.

1.4. Estructura de tesis

La tesis está estructurada de la siguiente manera. En el capítulo 2 se presentan los modelos matemáticos que describen el comportamiento dinámico de cada una de las partes que conforman

el sistema (cargador y batería), los parámetros y las referencias deseadas. El capítulo 3, presenta un estudio de controlabilidad y sus condiciones, la teoría de algunos métodos de control y el diseño del control propuesto, en la parte final del capítulo se muestran los resultados obtenidos en simulación. El tema de observabilidad es tratado en el capítulo 4, donde se hace una descripción teórica de algunos métodos de observación y el diseño de observadores de acuerdo al objetivo, para posteriormente mostrar los resultados obtenidos. Al final de la tesis se presentan las conclusiones y trabajos futuros.

1.5. Conclusión

En este capítulo fue planteado el tema de tesis y el problema a resolver. Los antecedentes fueron descritos con el objetivo de conocer el estado del arte. En las generalidades han sido explicadas cada una de las partes que conforman el cargador de batería a utilizar, también se dio una explicación sobre el motivo del uso de las baterías de ion litio en VE.

Capítulo 2

Modelo matemático

En este capítulo se presentan los modelos matemáticos que describen el comportamiento dinámico de los convertidores boost, full-bridge y la batería de ion litio que serán utilizados en el capítulo 3 y 4 para diseñar los controles no lineales y observadores.

2.1. Introducción

Los modelos matemáticos son necesarios para analizar el comportamiento dinámico de un sistema. En el capítulo anterior se presentó cada una de las etapas que conforman un cargador de baterías para un VE. Una topología comúnmente usada para diseñar cargadores de baterías está constituida de dos etapas, la cual está compuesta de dos convertidores. En la primer etapa de la topología se encuentra un convertidor boost entrelazado, mientras que, en la segunda etapa se utiliza un convertidor full bridge. Para controlar las diferentes etapas del cargador de baterías se requiere de la implementación de algoritmos de control, los cuales están diseñados a partir de un modelo matemático que describe el comportamiento de las variables del sistema. Este modelo matemático esta descrito por ecuaciones diferenciales ordinarias que combinan variables continuas y discontinuas en el tiempo. A este tipo de modelos que combinan estas variables se les conoce como híbridos. Con la finalidad de implementar algoritmos capaces de controlar voltajes o corrientes, consideraremos modelos promediados para cada uno de los convertidores para satisfacer los objetivos de control establecidos.

Por otra parte, las baterías de ion-litio son consideradas como fuentes de energía primaria en VE, gracias a sus ventajas en alta potencia, altas tensiones de funcionamiento y tasa de auto descarga extremadamente baja. El comportamiento dinámico de la batería ion-litio es presentado en esta sección. La energía que ha sido almacenada en una batería durante el proceso de carga, se puede conocer a través del estado de carga (SOC), puesto que el estado de carga no se puede medir directamente, mediante un modelo matemático que describe el comportamiento dinámico de la batería, se diseñara un observador para estimar el estado de carga.

2.2. Modelo de convertidor boost entrelazado

En la Figura (1.5) se muestra la topología comúnmente usada para cargadores de baterías de vehículos eléctricos, la cual cumple con los requerimientos sugeridos en [25]. En la primer etapa se utiliza un convertidor boost el cual se comporta como un circuito elevador, donde el voltaje de entrada es menor que el voltaje de salida. El convertidor boost está compuesto por dos elementos pasivos que son el inductor y el capacitor, que posee un puente de diodos que rectifica la entrada de corriente y voltaje que provienen de la red eléctrica. En la Figura (2.1) se muestra el circuito fundamental del convertidor boost. Para el modelado del convertidor boost se considera el diodo y el mosfet como componentes ideales. Si el componente de conmutación (Mosfet) es ideal, su comportamiento es semejante al de un interruptor, es decir, puede estar abierto (ON) o cerrado (OFF), debido a que solo se tiene el control en el mosfet. Con los diferentes estados del elemento de conmutación se definen los modos de conducción. El funcionamiento del circuito se puede dividir en dos modos, de acuerdo con la posición del mosfet, el de encendido 'ON' y el de apagado 'OFF'. En la Figura (2.2) se pueden ver los circuitos equivalentes a cada estado del convertidor.

La Figura 2.2.a muestra el estado 'ON' del convertidor boost, donde al hacer un análisis de dicho circuito se puede determinar que el inductor L y la resistencia R_L se alimentan a través del

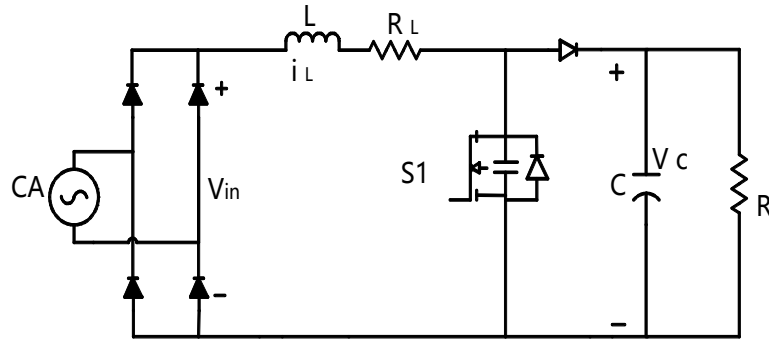
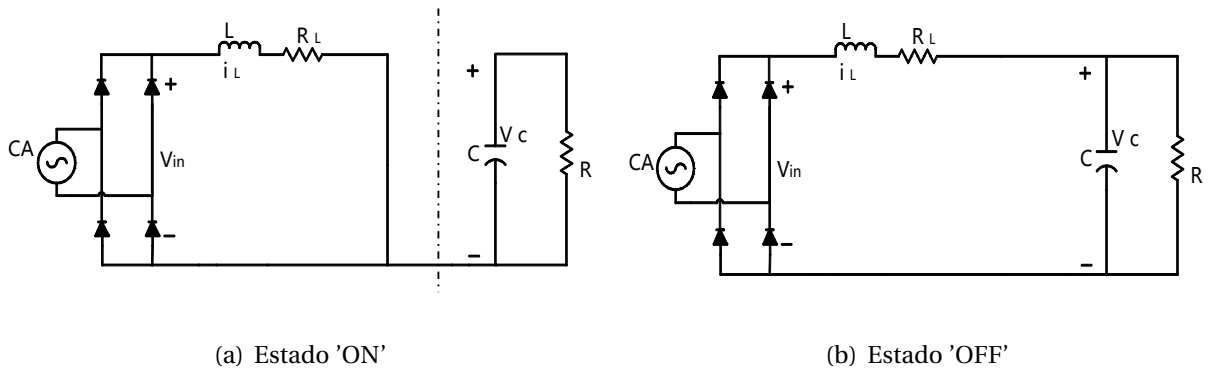


Figura 2.1: Circuito fundamental del convertidor boost.



(a) Estado 'ON'

(b) Estado 'OFF'

Figura 2.2: Convertidor boost en estado 'ON'-'OFF'

voltaje de entrada V_{in} , determinado en la ecuación siguiente,

$$V_{in} = L \frac{di_L}{dt} + i_L R_L \tag{2.2.1}$$

dado que la corriente del inductor i_L no fluye hacia el condensador C y la resistencia R , la corriente del inductor i_L es considerada 0, tal como se expresa en la ecuación siguiente

$$0 = C \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{R}. \tag{2.2.2}$$

Despejando la derivada con respecto al tiempo de i_L y el voltaje del capacitor V_C , de las ecua-

ciones (2.2.1) y (2.2.2), se obtiene lo siguiente

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_{in}}{L} - \frac{i_L R_L}{L} \quad (2.2.3)$$

$$\frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_C}{RC} \quad (2.2.4)$$

De manera similar, en la Figura 2.2.b se muestra el convertidor boost cuando entra en la condición de estado 'OFF'. De este modo la corriente i_L y el voltaje V_C están determinados de la siguiente manera

$$V_C = V_{in} - L \frac{di_L}{dt} - i_L R_L \quad (2.2.5)$$

$$i_L = C \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{R} \quad (2.2.6)$$

De manera equivalente se puede expresar de la siguiente forma

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{V_C}{L} - \frac{i_L R_L}{L} + \frac{V_{in}}{L} \quad (2.2.7)$$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{i_L}{C} - \frac{V_C}{RC} \quad (2.2.8)$$

Reescribiendo las ecuaciones (2.2.3,2.2.4) y (2.2.7,2.2.8) en términos de variables de estados

$$\dot{X} = AX + BU \quad (2.2.9)$$

Entonces las ecuaciones para el estado 'ON' quedan representadas de la siguiente manera

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_{in} \quad (2.2.10)$$

y de manera similar para el estado 'OFF', las ecuaciones están escritas de la siguiente manera

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_{in} \quad (2.2.11)$$

siendo V_{in} la entrada del sistema.

A partir de los modelos, representados en espacio de estados, del convertidor boost en estado 'ON'-'OFF', se obtiene el modelo promediado. Entonces, las matrices \bar{A} y \bar{B} del modelo promediado lineal, teniendo en cuenta el ciclo de trabajo de conmutación $\bar{\delta}$, resultan de la forma

$$\dot{\bar{X}} = [A_{(ON)}\bar{\delta} + A_{(OFF)}(1 - \bar{\delta})] \bar{X} + [B_{(ON)}\bar{\delta} + B_{(OFF)}(1 - \bar{\delta})] U \quad (2.2.12)$$

donde

$$\bar{A} = A_{(ON)}\bar{\delta} + A_{(OFF)}(1 - \bar{\delta}) \quad (2.2.13)$$

$$\bar{B} = B_{(ON)}\bar{\delta} + B_{(OFF)}(1 - \bar{\delta}) \quad (2.2.14)$$

donde \bar{A} queda de la siguiente forma

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \bar{\delta}_1 + \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} (1 - \bar{\delta}_1) = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} + \frac{\bar{\delta}_1}{L} \\ \frac{1}{C} - \frac{\bar{\delta}_1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad (2.2.15)$$

y \bar{B} es escrita como sigue

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \bar{\delta}_1 + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} (1 - \bar{\delta}_1) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.2.16)$$

Entonces el modelo de espacio de estados del convertidor boost promediado queda de la siguiente manera

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} + \frac{\bar{\delta}_1}{L} \\ \frac{1}{C} - \frac{\bar{\delta}_1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_{in} \quad (2.2.17)$$

y puede ser escrito en ecuaciones diferenciales de la siguiente manera

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_L i_L}{L} - \frac{(1 - \bar{\delta}_1)}{L} V_C + \frac{V_{in}}{L} \quad (2.2.18)$$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{(1 - \bar{\delta}_1)}{C} i_L - \frac{V_C}{RC} \quad (2.2.19)$$

Para el caso del convertidor boost entrelazado, el cual tiene la configuración mostrada en la Figura (2.3); aplicando la ley de corrientes de Kirchoff [29], el modelo matemático de dicho convertidor que será utilizado para el diseño de control de potencia de entrada es presentado a continuación

$$\Sigma = \begin{cases} \frac{di_{L1}}{dt} = -\frac{R_{L1}i_{L1}}{L_1} - \frac{(1-\tilde{d}_1)}{L_1}V_C + \frac{V_{in}}{L_1} \\ \frac{di_{L2}}{dt} = -\frac{R_{L2}i_{L2}}{L_2} - \frac{(1-\tilde{d}_1)}{L_2}V_C + \frac{V_{in}}{L_2} \\ \frac{dV_C}{dt} = \frac{(1-\tilde{d}_1)}{C}(i_{L1} + i_{L2}) - \frac{V_C}{RC} \end{cases} \quad (2.2.20)$$

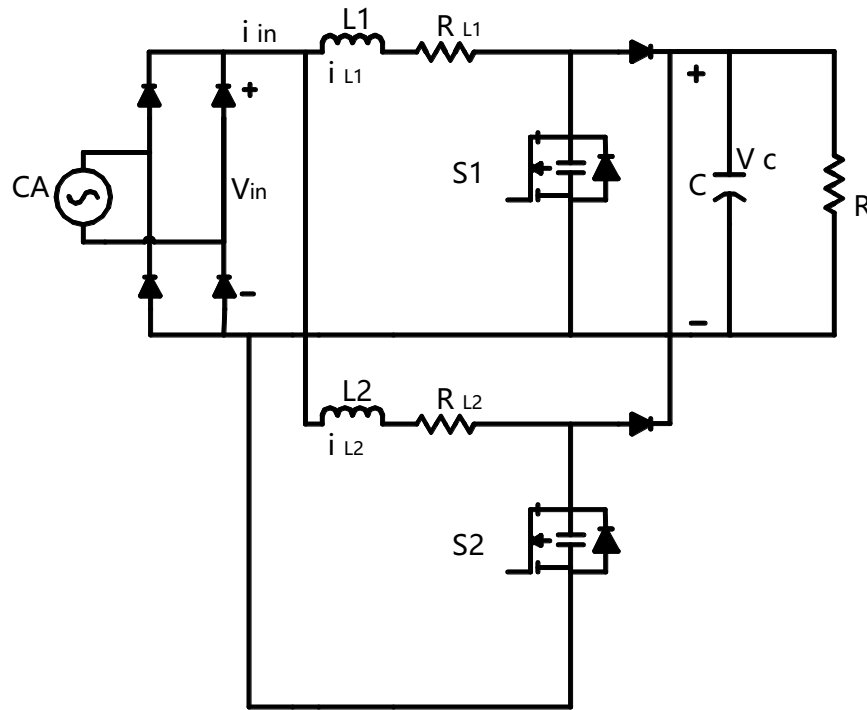


Figura 2.3: Circuito de convertidor boost entrelazado

2.3. Modelo de convertidor Full-Bridge

El convertidor Full-Bridge está diseñado a partir del convertidor básico buck. En la Figura (2.4) se muestra el circuito del convertidor Full-Bridge, el cual se representa a través de un circuito equivalente más simple [30]. El circuito equivalente del convertidor mostrado en la Figura (2.4) se puede ver en la Figura (2.5), donde se observa que es similar al circuito de un convertidor buck, con la única diferencia que en este caso se hace uso de un transformador de aislamiento, sin embargo para modelar el circuito se emplea el método aplicado en el convertidor boost, donde primero se analiza en estado 'ON', y posteriormente en estado 'OFF' tal como se muestra en la Figura (2.6).

En la Figura 2.6.a se muestra el convertidor en estado 'ON', donde el voltaje del capacitor V_{Co} y la corriente del inductor i_{Lo} son definidas de la siguiente manera

$$V_{Co} = nV_C - L \frac{di_{Lo}}{dt} \quad (2.3.1)$$

$$i_{Lo} = C_o \frac{dV_{Co}}{dt} + \frac{V_{Co}}{R} \quad (2.3.2)$$

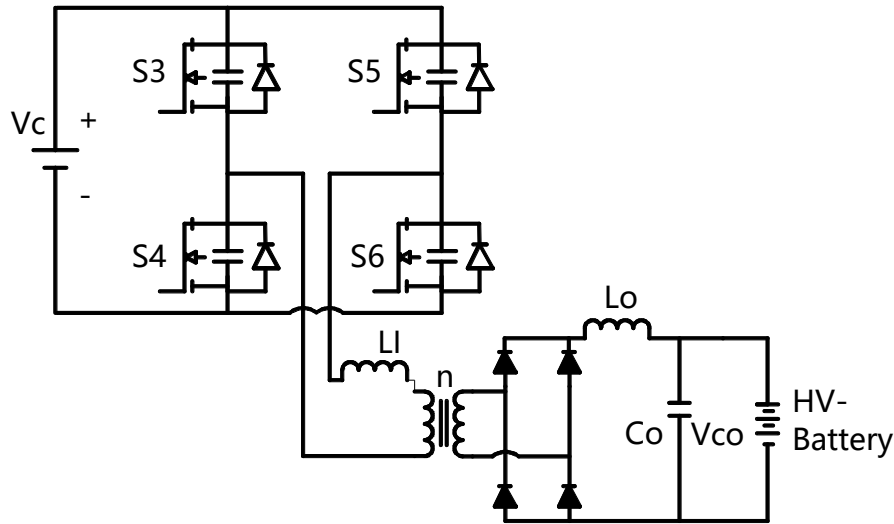


Figura 2.4: Circuito de convertidor full bridge

ó de manera equivalente

$$\frac{di_{Lo}}{dt} = -\frac{V_{Co}}{L} + \frac{nV_C}{L} \quad (2.3.3)$$

$$\frac{dV_{Co}}{dt} = \frac{i_{Lo}}{Co} - \frac{V_{Co}}{RCo}. \quad (2.3.4)$$

De igual manera en la Figura 2.6.b es presentado el estado 'OFF' del convertidor, donde el voltaje de entrada V_C es igual a cero y la corriente i_{Lo} esta dada por la ecuación (2.3.2). De esta manera, las ecuaciones quedan escritas de la siguiente manera

$$V_{Co} = -L \frac{di_{Lo}}{dt} \quad (2.3.5)$$

$$i_{Lo} = Co \frac{dV_{Co}}{dt} + \frac{V_{Co}}{R}. \quad (2.3.6)$$

ó de manera equivalente

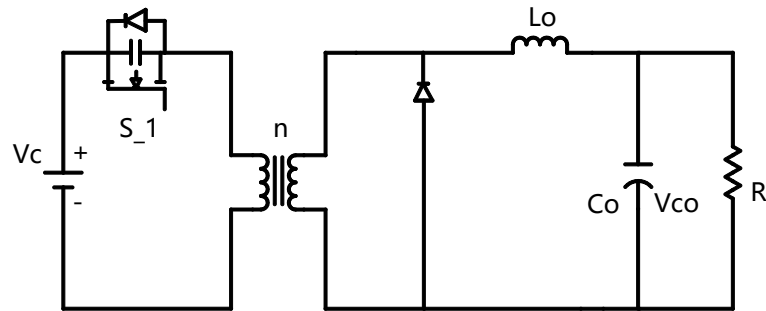


Figura 2.5: Circuito equivalente de convertidor full bridge

$$\frac{di_{Lo}}{dt} = -\frac{V_{Co}}{L} \quad (2.3.7)$$

$$\frac{dV_{Co}}{dt} = \frac{i_{Lo}}{Co} - \frac{V_{Co}}{RCo}. \quad (2.3.8)$$

Reescribiendo las ecuaciones (2.3.3,2.3.4) y (2.3.7,2.3.8) en espacio de estados respectivamente

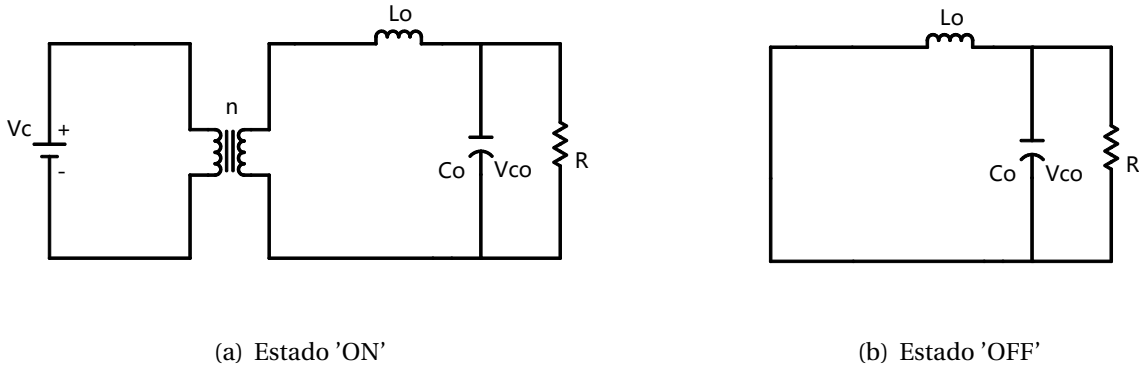


Figura 2.6: Circuito de convertidor buck en estado 'ON'-'OFF'

de la forma

$$\dot{X} = AX + BU \tag{2.3.9}$$

obtenemos lo siguiente. Para el estado 'ON' se tiene

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Lo} \\ V_{Co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{Lo} \\ \frac{1}{Co} & -\frac{1}{RCo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lo} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{n}{Lo} \\ 0 \end{bmatrix} Vc \tag{2.3.10}$$

y para el estado 'OFF'

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Lo} \\ V_{Co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{Lo} \\ \frac{1}{Co} & -\frac{1}{RCo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lo} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} Vc \tag{2.3.11}$$

siendo V_C una entrada del sistema.

A partir de los modelos, representados en espacio de estados, del convertidor en estado 'ON'-'OFF', se obtiene el modelo promediado. Entonces, las matrices \bar{A} y \bar{B} del modelo promediado lineal, teniendo en cuenta el ciclo de trabajo de conmutación δ y considerando las ecuaciones dadas en (2.2.12-2.2.14), resultan de la forma

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{Lo} \\ \frac{1}{Co} & -\frac{1}{RCo} \end{bmatrix} \delta_2 + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{Lo} \\ \frac{1}{Co} & -\frac{1}{RCo} \end{bmatrix} (1 - \delta_2) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{Lo} \\ \frac{1}{Co} & -\frac{1}{RCo} \end{bmatrix} \tag{2.3.12}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{n}{Lo} \\ 0 \end{bmatrix} \bar{\delta}_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} (1 - \bar{\delta}_2) = \begin{bmatrix} \frac{n}{Lo} \bar{\delta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.13)$$

Por último para obtener el modelo de espacio de estados del convertidor equivalente sustituimos \bar{A} y \bar{B} en (2.2.12) dando lugar al modelo completo del convertidor,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Lo} \\ V_{Co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{Lo} \\ \frac{1}{Co} & -\frac{1}{RCo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lo} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{n}{Lo} \bar{\delta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} V_C \quad (2.3.14)$$

escrito en ecuaciones diferenciales

$$\Sigma = \begin{cases} \frac{di_{Lo}}{dt} = -\frac{V_{Co}}{Lo} + \frac{n\bar{\delta}_2 V_C}{Lo} \\ \frac{dV_{Co}}{dt} = \frac{i_{Lo}}{Co} - \frac{V_{Co}}{RCo} \end{cases} \quad (2.3.15)$$

2.4. Modelado de batería de ion litio

La batería de ion-litio es un dispositivo diseñado para almacenamiento de energía eléctrica que emplea como electrolito, una sal de litio que almacena los iones necesarios para la reacción electroquímica reversible que tiene lugar entre el cátodo y el ánodo. Sus propiedades, como la ligereza de sus componentes, su elevada capacidad energética y resistencia a la descarga, la capacidad para operar con un elevado número de ciclos de recarga, han permitido el diseño de acumuladores livianos, de pequeño tamaño y variadas formas, con un alto rendimiento. Son ampliamente utilizadas en muchos dispositivos electrónicos portátiles como teléfonos móviles, cámaras digitales, computadoras portátiles y VE debido a su excelente rendimiento [31].

En una batería, el SOC es una de las variables clave que representa la cantidad de energía disponible y se usa para optimizar el uso de la energía almacenada, evitando que se sobrecarguen y

ampliando los ciclos de vida útil. Desafortunadamente, el SOC no puede ser medido directamente por un sensor, ya que involucra procesos electroquímicos complejos de una batería. Por lo tanto, se requiere de un algoritmo capaz de estimar el SOC a partir del voltaje de terminal V_t .

Los modelos de circuitos equivalentes de batería consisten simplemente de resistencias, condensadores y fuentes de voltaje para formar una red de circuitos. En esta tesis se presenta un modelo de circuito equivalente de la batería, el cual se utiliza para representar los comportamientos dinámicos de la batería de ion litio [21] [32] representado por la Figura (2.7). Donde $V_{OC}(Z)$ representa el voltaje de circuito abierto en función del SOC, R_p es la resistencia de polarización, R_i la resistencia interna de la batería, V_p el voltaje de polarización, C_p la capacitancia de polarización para modelar la difusión química del electrolito dentro de la batería y V_t el voltaje de terminal.

De acuerdo a la Figura (2.7) el voltaje de terminal V_t esta expresado como

$$V_t = V_{OC}(Z) + V_p + I_O R_i \quad (2.4.1)$$

El voltaje de polarización V_p y el rendimiento del SOC (Z) están dados por las siguientes ecuaciones

$$\dot{V}_p = -\frac{V_p}{R_p C_p} + \frac{I_O}{C_p} \quad (2.4.2)$$

$$\dot{Z} = \frac{I_O}{C_n} \quad (2.4.3)$$

donde C_n es la capacidad nominal de la batería.

El voltaje de circuito abierto V_{OC} se expresa como una función del SOC mediante el método de

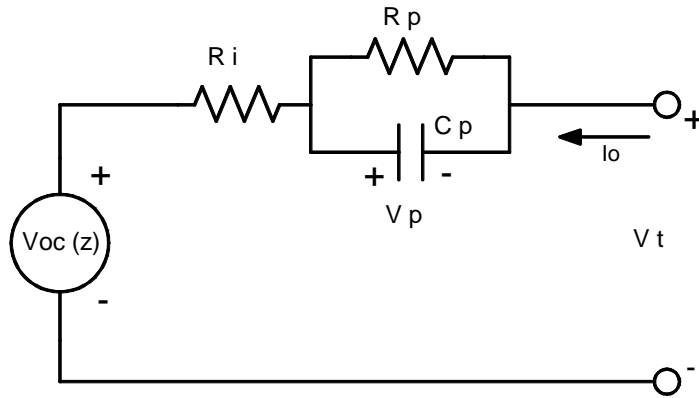


Figura 2.7: Modelo eléctrico de la batería ion litio.

linealización por partes

$$V_{OC}(Z) = kZ + d \tag{2.4.4}$$

donde los valores k y d son constantes. Derivando (2.4.4) se obtiene

$$\dot{V}_{OC}(Z) = k\dot{Z} \tag{2.4.5}$$

Sustituyendo (2.4.3) en (2.4.5), la siguiente ecuación es obtenida

$$\dot{V}_{OC}(Z) = k \left(\frac{I_O}{C_n} \right) \tag{2.4.6}$$

Derivando V_t en la ecuación (2.4.1) es obtenida la ecuación siguiente

$$\dot{V}_t = \dot{V}_{OC}(Z) + \dot{V}_P \tag{2.4.7}$$

y sustituyendo (2.4.2) y (2.4.6) en (2.4.7) se obtiene

$$\dot{V}_t = \frac{kI_O}{C_n} - \frac{V_P}{R_P C_P} + \frac{I_O}{C_P} \tag{2.4.8}$$

Posteriormente, para obtener las ecuaciones en espacio de estados del modelo eléctrico de la batería de ion litio, se procede como sigue. Despejando I_O de (2.4.1) se obtiene la siguiente ecuación

$$I_O = -\frac{V_P}{R_i} - \frac{V_{OC}(Z)}{R_i} + \frac{V_t}{R_i} \quad (2.4.9)$$

Sustituyendo (2.4.9) en (2.4.3) obtenemos el rendimiento del SOC.

$$\dot{Z} = -\frac{V_P}{R_i C_n} - \frac{V_{OC}(Z)}{R_i C_n} + \frac{V_t}{R_i C_n} \quad (2.4.10)$$

Despejando V_P de la ecuación (2.4.1) se obtiene

$$V_P = V_t - V_{OC}(Z) - I_O R_i \quad (2.4.11)$$

Sustituyendo (2.4.11) en (2.4.8) se obtiene

$$\dot{V}_t = -\frac{V_t}{R_p C_p} + \frac{V_{OC}(Z)}{R_p C_p} + \left(\frac{k}{C_n} + \frac{R_i}{R_p C_p} + \frac{1}{C_p} \right) I_O \quad (2.4.12)$$

Obteniendo el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\dot{V}_t = -\frac{V_t}{R_p C_p} + \frac{V_{OC}(Z)}{R_p C_p} + \left(\frac{k}{C_n} + \frac{R_i}{R_p C_p} + \frac{1}{C_p} \right) I_O \quad (2.4.13)$$

$$\dot{Z} = -\frac{V_P}{R_i C_n} - \frac{V_{OC}(Z)}{R_i C_n} + \frac{V_t}{R_i C_n} \quad (2.4.14)$$

$$\dot{V}_P = -\frac{V_P}{R_p C_p} + \frac{I_O}{C_p} \quad (2.4.15)$$

Definiendo $a_1 = \frac{1}{R_p C_p}$, $a_2 = \frac{1}{R_i C_n}$, $b_1 = \frac{k}{C_n} + \frac{R_i}{R_p C_p} + \frac{1}{C_p}$ y $b_2 = \frac{1}{C_p}$. Entonces las ecuaciones

(2.4.13), (2.4.14) y (2.4.15) se pueden escribir de la siguiente manera

$$\dot{V}_t = -a_1 V_t + a_1 V_{OC} + b_1 I_O \quad (2.4.16)$$

$$\dot{Z} = -a_2 V_P - a_2 V_{OC}(Z) + a_2 V_t \quad (2.4.17)$$

$$\dot{V}_P = -a_1 V_P + b_2 I_O \quad (2.4.18)$$

que representan el modelo dinámico de la batería de ion litio. Sin embargo, para desarrollar un modelo lineal para diferentes rangos del SOC, a partir de la ecuación (2.4.4), d_i representa un error de linealización de V_{OC} . Entonces, sustituyendo la ecuación (2.4.4) en el sistema anterior obtenemos lo siguiente

$$\dot{V}_t = -a_1 V_t + a_1 kZ + b_1 I_O + d_1 \quad (2.4.19)$$

$$\dot{Z} = -a_2 V_P - a_2 kZ + a_2 V_t + d_2 \quad (2.4.20)$$

$$\dot{V}_P = -a_1 V_P + b_2 I_O + d_3 \quad (2.4.21)$$

Este modelo no es preciso en comparación con los datos reales de la celda. Por lo tanto, los términos desconocidos se agregan al modelo para compensar los errores de modelado. De esta manera se obtiene el modelo matemático de la batería ion-litio.

$$\Sigma = \begin{cases} \dot{V}_t & = -a_1 V_t + a_1 kZ + b_1 I_O + \Delta f_1 \\ \dot{Z} & = -a_2 V_P - a_2 kZ + a_2 V_t + \Delta f_2 \\ \dot{V}_P & = -a_1 V_P + b_2 I_O + \Delta f_3 \end{cases} \quad (2.4.22)$$

donde Δf_1 , Δf_2 y Δf_3 representan los términos causados por la incertidumbres y las perturbaciones.

2.5. Representación en espacio de estados

Un sistema dinámico no lineal está representado por

$$\Sigma = \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.5.1)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, la entrada $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ es la salida del sistema, f y g son un campo vectorial suave y h es una función de la clase C^∞ .

Los modelos dinámicos del convertidor boost entrelazado, full bridge y batería de ion litio, serán representados en el espacio de estado.

2.5.1. Modelos dinámicos

Convertidor boost entrelazado

Considere el modelo obtenido para el convertidor boost entrelazado, dado por las ecuaciones (2.2.20). El modelo representado en el espacio de estados es el siguiente

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_{L_1} i_{L_1}}{L_1} - \frac{V_C}{L_1} + \frac{V_{in}}{L_1} \\ \frac{R_{L_2} i_{L_2}}{L_2} - \frac{V_C}{L_2} + \frac{V_{in}}{L_2} \\ \frac{i_{L_1}}{C} + \frac{i_{L_2}}{C} - \frac{V_C}{RC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_C}{L_1} \\ \frac{V_C}{L_2} \\ -(\frac{i_{L_1}}{C} + \frac{i_{L_2}}{C}) \end{bmatrix} \tilde{\delta}_1 \quad (2.5.2)$$

donde $\begin{bmatrix} i_{L_1} & i_{L_2} & V_C \end{bmatrix}^T$ son las variables del vector de estado y $\tilde{\delta}_1$ es la entrada.

Nota:

Originalmente la entrada del sistema estaba dada por V_{in} . Sin embargo, en el modelo promediado el ciclo de trabajo de conmutación $\tilde{\delta}_1$ será la nueva entrada y V_{in} queda determinada como una

constante, entonces el sistema se convierte en no lineal.

Convertidor full bridge

Considere el modelo del convertidor full bridge, representado en el espacio de estados, dado por las ecuaciones (2.3.15).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{L_o} \\ V_{C_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{V_{C_o}}{L_o} & \\ \frac{i_{L_o}}{C_o} & -\frac{V_{C_o}}{RC_o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{nV_C}{L_o} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_2 \quad (2.5.3)$$

donde $[i_{L_o} \ V_{C_o}]^T$ son las variables del vector de estado y δ_2 es la entrada.

Nota:

Originalmente la entrada del sistema estaba dada por V_C . Sin embargo, en el modelo promediado el ciclo de trabajo de conmutación δ_2 será la nueva entrada.

Batería ion litio

Considere el modelo obtenido para la batería de ion litio, dado por las ecuaciones (2.4.22). El modelo representado en el espacio de estados es el siguiente

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_t \\ Z \\ V_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 V_t + a_1 k Z \\ -a_2 V_P - a_2 k Z + a_2 V_t \\ -a_1 V_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \\ b_2 \end{bmatrix} I_o + \begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \Delta f_3 \end{bmatrix} \quad (2.5.4)$$

donde $[V_t \ Z \ V_P]^T$ son variables del vector de estado, I_o es la entrada, V_t es la salida medible y $[\Delta f_1 \ \Delta f_2 \ \Delta f_3]^T$ son las perturbaciones.

2.5.2. Parámetros del sistema y referencias deseadas

En este trabajo de tesis serán implementados controles y observadores de acuerdo a los objetivos planteados. En secciones anteriores han sido definidas cada uno de los subsistemas que conforman a todo el sistema, tal como son el cargador de batería conformado por dos etapas y la batería ion litio. El primer objetivo es diseñar un control robusto en la primer etapa del carga-

dor para el seguimiento de potencia de entrada y en consecuencia lograr la corrección de factor de potencia del cargador de baterías. Los parámetros de la primer etapa del cargador conformada por un convertidor boost entrelazado son presentados en la tabla 2.1.

Convertidor boost entrelazado	
L_1	10e-5 H
L_2	10e-5 H
R_{L_1}	0.0376 Ω
R_{L_2}	0.0376 Ω
V	2.6 V
V_{in}	$ V * \sin(w * t) $
C	300e-5 F
R	0.9 Ω

Tabla 2.1: Datos del convertidor boost entrelazado.

El control de potencia de entrada diseñado debe seguir una referencia deseada, la cual es mostrada en la Figura (2.8).

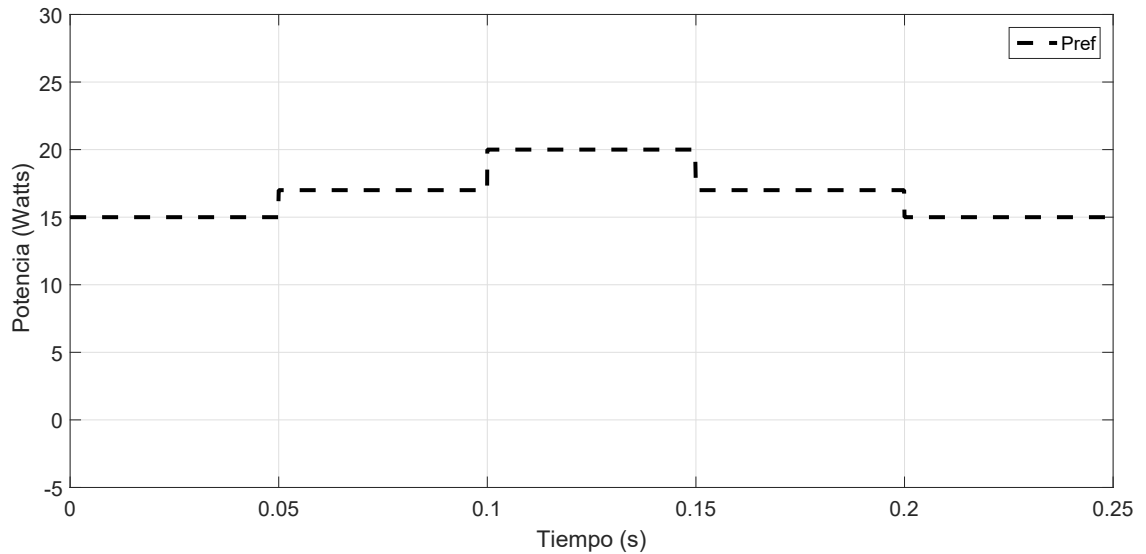


Figura 2.8: Potencia de referencia a seguir por el control

Los parámetros del convertidor full-bridge, correspondientes a la segunda etapa del cargador, se encuentran especificados en la tabla 2.2.

Convertidor Full-Bridge	
L	$200 e^{-3}$
C	$1 e^{-3}$
R	0.9Ω
n	1
V_C	V_C (salida de convertidor boost entrelazado)

Tabla 2.2: Datos del convertidor Full-Bridge.

En esta etapa el objetivo es controlar el voltaje de salida del convertidor, donde el voltaje de referencia de tensión de salida está en función de la curva de carga de la batería. Por lo tanto, la corriente de salida es determinada a partir de dicho perfil; esta curva depende de las características de la batería y la impedancia entre la batería y el convertidor. La referencia de voltaje es presentada en la Figura (2.9).

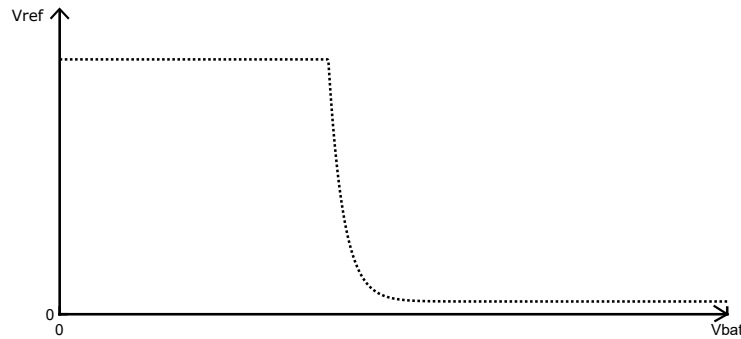


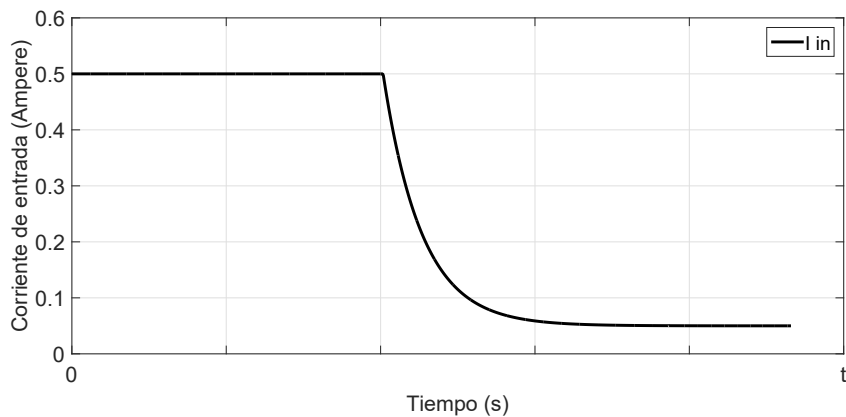
Figura 2.9: Voltaje de referencia a seguir por el control

Por otra parte, en la batería de ion litio el objetivo planteado es la estimación de las variables de estado a partir de la salida V_t . En la tabla 2.3 se muestran los parámetros utilizados en la batería.

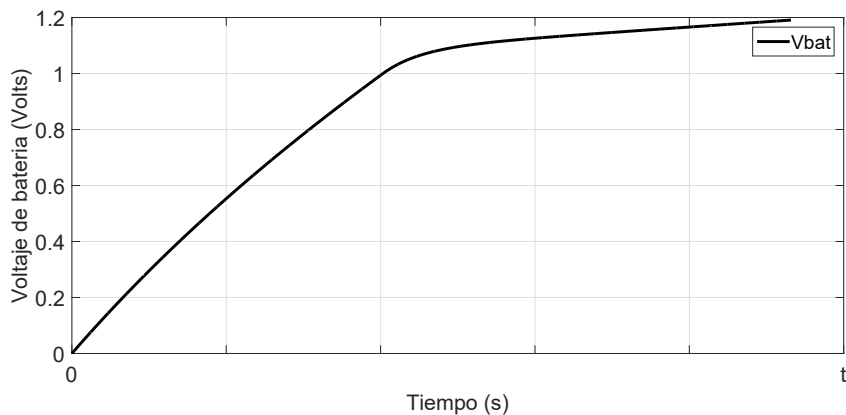
Batería	
Potencia	20 w
k	0.0076
C	5 Ah
Rp	$0.5523/I$
Cp	$120.85 \cdot C$
Ri	0.01Ω
I	0.1C
$V_{inicial}$	3 volts
V_{corte}	4.2 volts

Tabla 2.3: Datos de la batería ion litio.

Las baterías de ion-litio consideran un perfil de carga determinado, como se muestra en la Figura (2.10). Este perfil de carga se conoce como corriente constante-voltaje constante ó CC-VC, esto es debido a que inicialmente a la batería ion-litio recibe una corriente constante, determinada a partir del perfil dado en la Figura (2.9). Por otra parte, el control de voltaje en el cargador de baterías está en función del voltaje de batería, el cual determina la forma de salida de la corriente, manteniéndose constante hasta que la batería alcanza una carga de entre el 70% ó 80% de su capacidad de carga, a partir de éste momento la corriente decrece. Por lo tanto, el voltaje de batería en ese momento tiende a crecer de forma asintótica hasta llegar a la carga máxima. A este periodo se le llama etapa de voltaje constante. Algunos fabricantes de estas celdas de batería, recomiendan cargar a un 80% de su capacidad en ampere-hora o menos para prolongar la vida útil de la batería.



(a) Perfil de corriente de entrada, durante la carga de una batería ion-litio.



(b) Perfil de voltaje de la batería ion-litio, durante la carga.

Figura 2.10: Perfil de corriente de entrada y voltaje de batería durante la carga de una batería ion-litio.

De esta manera, han sido presentados los parámetros de cada uno de los elementos del cargador de batería y de la batería ion litio, así como las referencias deseadas que tomaran los algoritmos

de control durante el proceso al igual que el perfil de carga que tomará la batería de ion litio durante su carga. Por ultimo en la figura (2.11), es presentado el cargador de batería y sus controles correspondientes, los cuales serán calculados en las secciones siguientes.

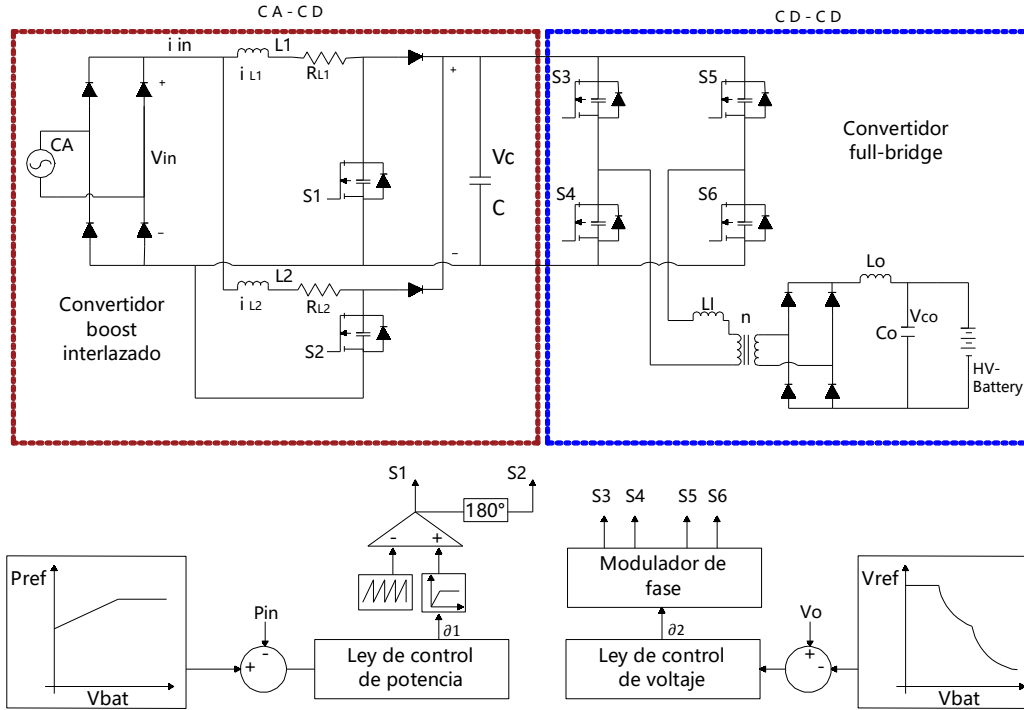


Figura 2.11: Cargador de batería y control

2.6. Conclusión

En este capítulo se presentaron los modelos matemáticos que describen las etapas del cargador de baterías, y el modelo de la batería ion-litio. La finalidad de estos modelos, es para poder diseñar controles y observadores para cada uno de los subsistemas, dichos controles deben de seguir las trayectorias deseadas de potencia de entrada y voltajes presentados en esta sección.

Capítulo 3

Diseño de control para el cargador de batería

En este capítulo se introduce el concepto de controlabilidad y algunos métodos para diseño de controles para sistemas lineales y no lineales. Posteriormente, se utilizarán los modelos dinámicos de los convertidores (2.5.2-2.5.3) presentados en el capítulo 2, para el diseño de controles del cargador de baterías.

3.1. Introducción

Un sistema de control es un conjunto de dispositivos encargados de administrar, ordenar, dirigir o regular el comportamiento de otro sistema, con el fin de reducir las probabilidades de fallo y obtener los resultados deseados. Existen dos clases de sistemas de control, sistemas de lazo abierto y sistemas de lazo cerrado. En los sistemas de control de lazo abierto la salida se genera dependiendo de la entrada; mientras que en los sistemas de lazo cerrado la salida depende de las consideraciones y correcciones realizadas por la retroalimentación. Para controlar un sistema es necesario que cumpla la propiedad de controlabilidad, la cual se puede determinar dependiendo del tipo de sistema, es decir, si es lineal o no lineal. Para los sistemas no lineales de lazo cerrado existen algunos métodos de control usados para la retroalimentación del sistema, tales como el backstepping, los modos deslizantes, el control por retroalimentación, la función de control-Lyapunov, entre otros; los cuales poseen ciertas características, en cuanto a si son robustos a perturbaciones o no lo son, y en el tipo de convergencia, asintótica o en tiempo finito.

En este capítulo el objetivo es diseñar un lazo de control para cada una de las etapas del cargador de batería, a partir de los modelos matemáticos (2.5.2 y 2.5.3) presentados en el capítulo 2, que sean capaces de resolver un problema de seguimiento de potencia y voltaje, a partir de la referencia deseada, teniendo en cuenta que pueden existir perturbaciones en el sistema. Por lo tanto, en esta sección serán planteados algunos métodos de control y sus demostraciones de estabilidad. Además, se incluye una propuesta de control de modos deslizantes tipo super twisting modificando la forma de sintonizar sus ganancias. Por otra parte, serán diseñados los controles de seguimiento y al final se presentarán las simulaciones hechas en Matlab/simulink.

3.2. Concepto de controlabilidad

Antes de diseñar un control hay que determinar si un sistema es controlable. La controlabilidad es una propiedad para determinar si un sistema puede ser controlado. Cuando un sistema es controlable, tiene la capacidad de llevar una variable x situada en cierta posición a otro lugar en un tiempo t determinado.

Definición 3.2.1. *Un sistema se dice ser controlable si dada cualesquiera condición inicial $x(t_0)$, se puede llevar a $x(t_1)$ aplicándole una entrada u en un intervalo de tiempo finito $[t_0, t_1]$.*

■ Estudio para sistemas lineales

Una forma general de representación de un sistema lineal en espacios de estado se escribe de la siguiente forma:

$$\Sigma_L: \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{cases} \quad (3.2.1)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, la entrada $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ es la salida del sistema, por otro lado $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$; donde n es la dimensión del espacio de estado, m es la dimensión de la entrada y p es la dimensión de la salida.

Una definición de controlabilidad formal dada en [33], es la siguiente:

Definición 3.2.2. *La ecuación de estado (3.2.1) o el par (A, B) se dice que es controlable si para cualquier estado inicial $x(0) = x_0$, y cualquier estado final x_1 , existe una entrada u que transfiere x_0 a x_1 en un tiempo finito. De lo contrario (3.2.1) o (A, B) se dice que es no controlable.*

P. Kalman introdujo el concepto de controlabilidad, que juega un papel importante en el diseño de los sistemas de control en el espacio de estados y determina la existencia de una solución completa para un problema de diseño de un sistema de control. La solución a este problema puede no existir si el sistema considerado no es controlable, tal como se menciona en la definición anterior.

La siguiente condición es para determinar si un sistema es controlable.

Condición de controlabilidad: Un sistema es controlable si cumple con el criterio de Kalman [34], es decir, la matriz de controlabilidad $\mathcal{C}_L \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$\mathcal{C}_L = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (3.2.2)$$

es de rango completo o rango n .

Para determinar si la matriz es de rango completo o no singular, se calcula el determinante que debe ser diferente de 0, lo que indica que n vectores o filas son linealmente independientes. Por otro lado si el determinante es igual a 0 indica que la matriz \mathcal{C}_L es singular, tiene vectores linealmente dependientes y, no cumple con la condición de controlabilidad.

■ Estudio para sistemas no lineales

Para el caso de los sistemas no lineales existe otra forma de representar un sistema en espacio de estados, y está dado de la siguiente manera,

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{cases} \quad (3.2.3)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del sistema, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada, $y \in \mathbb{R}^p$ y $f(x)$, $g(x)$ representan campos vectoriales suaves, y $h(x)$ una función suave; donde n es la dimensión del espacio de estado, m es la dimensión de la entrada y p es la dimensión de la salida.

En los sistemas no lineales la forma de verificar la controlabilidad es similar al método lineal, la única diferencia es que para calcular cada uno de los elementos de la matriz de controlabilidad, se hace uso del corchete de Lie, definido de la siguiente manera

$$[f, g] = ad_f g = \frac{dg(x)}{dx} f(x) - \frac{df(x)}{dx} g(x) \quad (3.2.4)$$

Condición de controlabilidad: Un sistema no lineal es controlable, si la matrix $\mathcal{C}_{NL} \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$\mathcal{C}_{NL} = \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & \dots & ad_f^{n-1} g \end{bmatrix} \quad (3.2.5)$$

es de rango n , donde n es la dimensión del sistema, en caso contrario, el sistema es singular y no controlable.

3.3. Control de retroalimentación de estado no lineal

En la formulación de cualquier problema de control siempre hay una diferencia entre la dinámica real de la planta y su modelo matemático utilizado para el diseño del controlador; principalmente es originado por perturbaciones externas o parámetros desconocidos de la planta. El diseño de controles que proporcionen un rendimiento deseado del sistema en lazo cerrado en presencia de perturbaciones presenta dificultades. El control por retroalimentación de estado no lineal [35] es la técnica de control que permite linealizar el sistema, con una respuesta de control asintóticamente estable, sin embargo, no es robusto.

Considere un sistema de la forma

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f(x) + g(x)u + \theta \\ y &= h(x) = Cx \end{cases} \quad (3.3.1)$$

donde $x_n \in \mathfrak{R}^n$ representa las variables de estado, $u \in \mathfrak{R}$ es la entrada de control, $\theta \in \mathfrak{R}$ es la perturbación, $y \in \mathfrak{R}$ es la salida, $f(x)$ y $g(x)$ son campos vectoriales suaves, $h(x)$ una función suave y $C = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$.

Suponiendo que no existe una perturbación θ , para aplicar un control de retroalimentación no lineal, se verifica si el sistema es controlable. Posteriormente, se define la siguiente transformación para linealizar el sistema

$$z = T(x) \quad (3.3.2)$$

donde

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = T(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (3.3.3)$$

donde $L_f^i h(x)$ para $i=1,2,\dots,n-1$; es la i -ésima derivada de Lie de la función $h(x)$ a lo largo del campo vectorial $f(x)$. Al derivar (3.3.2), se obtiene la siguiente ecuación

$$\dot{z} = \frac{dT(x)}{dx} \dot{x} \quad (3.3.4)$$

Resolviendo (3.3.4), se obtiene el cambio de coordenadas

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{dh(x)}{dx} \dot{x}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 &= \frac{dL_f h(x)}{dx} \dot{x}_2 = z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_n &= \frac{dL_f^{n-1} h(x)}{dx} \dot{x}_n = L_f^n h(x) + L_g L_f^{n-1} h(x) u \end{aligned}$$

Definición 3.3.1. *El sistema no lineal*

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.3.5)$$

se dice que es localmente linealizable por retroalimentación de estado, si este es localmente equivalente por retroalimentación, a un sistema lineal en la forma de control de brunovsky dada en (3.3.6) [35].

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-1} \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ L_f^n h(x) + L_g L_f^{n-1} h(x) u \end{bmatrix} \quad (3.3.6)$$

Definiendo una ley de control por retroalimentación de estado no lineal de la forma

$$u = \alpha(x) + \beta(x)\gamma \quad (3.3.7)$$

donde $\alpha(x)$ y $\beta(x)$ son funciones suaves, $\alpha(0) = 0$ y $\beta(0) \neq 0$.

Escrita de otra forma

$$u = \left(\frac{-L_f^n h(x)}{L_g L_f^{n-1} h(x)} \right) + \left(\frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(x)} \right) \gamma \quad (3.3.8)$$

seleccionando a γ de la siguiente manera

$$\gamma = -K_1 z_1 - K_2 z_2 - \dots - K_n z_n \quad (3.3.9)$$

teniendo a K_i , $i = 1, 2, \dots, n$; como las ganancias del sistema, que corresponden a los coeficientes de un polinomio de Hurwitz cuya ecuación característica es

$$s^n + K_1 s^{n-1} + \dots + K_{n-1} s + K_n = 0. \quad (3.3.10)$$

De esta manera es obtenida una ley de control u para el sistema presentado en (3.3.1).

3.4. Control por modos deslizantes

La teoría de control moderno tiene como principal objetivo el diseño de controles que funcionen en presencia de incertidumbres o perturbaciones. Uno de los métodos de control robusto es el control por modo deslizante.

El control por modos deslizantes tiene dos principales características: su robustez ante perturbaciones e incertidumbres externas del sistema, y su convergencia en tiempo finito. Sin embargo, debido a las conmutaciones que generan oscilaciones de alta frecuencia en las trayectorias al evolucionar sobre la variable de deslizamiento, es generado un fenómeno al cual se le denomina efecto de chattering y constituye la principal desventaja de los modos deslizantes. Una solución para hacer que la función de control u sea continua suave, es aproximar la función discontinua a una continua suave, el precio a pagar por obtener una función de control suave es la pérdida de robustez y como resultado una pérdida de precisión. El diseño de control suave no es técnicamente un control modo deslizante, y este no es un modo deslizante ideal en el sistema ya que la variable deslizante no es llevada a cero en tiempo finito. La presencia de chattering en el control por modos deslizantes convencional puede reducirse haciendo uso de controladores de modo deslizante de alto orden, los cuales son capaces de conducir a cero la variable deslizante en tiempo finito.

3.4.1. Control por modos deslizantes convencional

Considere un sistema de la forma

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + g(x)u + \theta \\ y &= x_1 \end{cases} \quad (3.4.1)$$

donde x_1 y x_2 son las variables de estado, u es la entrada, $f(x)$ y $g(x)$ son campos vectoriales suaves, y es la salida y θ la perturbación del sistema.

Eligiendo una superficie deslizante de la forma

$$s = ce_1 + e_2 \quad (3.4.2)$$

donde c es una constante tal que $c > 0$, $e_1 = x_1 - x_1^*$, $e_2 = \dot{e}_1$ y x_1^* es la referencia deseada. La superficie deslizante s debe forzar a que el sistema en lazo cerrado converja a la referencia deseada x_1^* en tiempo finito, en presencia de perturbaciones. Al derivar la superficie deslizante s con respecto al tiempo, se obtiene la siguiente ecuación,

$$\dot{s} = ce_2 + (f(x) + g(x)u + \theta) - \ddot{x}_1^* \quad (3.4.3)$$

Aplicando el siguiente control

$$u = (\gamma - ce_2 - f(x) + \ddot{x}_1^*) \frac{1}{g(x)} \quad (3.4.4)$$

donde γ está definido como $\gamma = -k \text{sign}(s)$, y la función $\text{sign}(x)$ se define de la siguiente manera

$$\text{sign}(x): \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (3.4.5)$$

y $\text{sign}(0) \in [-1, 1]$, con la ganancia $k > 0$.

Sustituyendo u en \dot{s} se obtiene

$$\dot{s} = ce_2 + f(x) + g(x)[-k\text{sign}(s) - ce_2 - f(x)]\frac{1}{g(x)} + \theta \quad (3.4.6)$$

$$\dot{s} = -k\text{sign}(s) + \theta. \quad (3.4.7)$$

Para el análisis de estabilidad, se propone una función de Lyapunov de la forma

$$V = \frac{1}{2}s^2 \quad (3.4.8)$$

Derivando la función de Lyapunov con respecto al tiempo, se obtiene

$$\dot{V} = s\dot{s} \quad (3.4.9)$$

De manera equivalente, es obtenida la siguiente ecuación

$$\dot{V} = s(-k\text{sign}(s)) = -k|s|, \quad |s| = s \text{ sign}(s) \quad (3.4.10)$$

A partir de la ecuación (3.4.8), se obtiene la siguiente igualdad

$$|s| = \sqrt{2V}^{\frac{1}{2}} \quad (3.4.11)$$

Por lo tanto

$$\dot{V} = -k\sqrt{2V}^{\frac{1}{2}} \quad (3.4.12)$$

Calculando la solución de la ecuación diferencial (3.4.12), el siguiente resultado es obtenido

$$2V(T)^{\frac{1}{2}} = 2V(0)^{\frac{1}{2}} - k\sqrt{2}T = 0 \quad (3.4.13)$$

Despejando el tiempo T de (3.4.13), la ecuación resultante es

$$T = \frac{\sqrt{2}V(0)^{\frac{1}{2}}}{k} \quad (3.4.14)$$

De esta manera el control u llevará la variable s a cero en un tiempo finito T , y la mantendrá en esa posición a partir de ese momento.

La función de Lyapunov se satisface a partir de

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(-k\text{sign}(s) + \theta) \leq -k|s| + Ls \quad (3.4.15)$$

donde $\theta \leq L$, $L > 0$ y $k > L$.

3.4.2. Control por modos deslizantes: Super twisting modificado

Considere el siguiente sistema

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + g(x)u + \theta \\ y &= x_1 \end{cases} \quad (3.4.16)$$

donde x_1 y x_2 son las variables de estado, u es la entrada, $f(x)$ y $g(x)$ son campos vectoriales suaves, y es la salida y θ la perturbación del sistema.

Se supone que el sistema cumple con las siguientes hipótesis:

- A.1) Las funciones $f(x)$ y $g(x)$ son continuamente Lipschitz con respecto a x .
- A.2) La perturbación θ y su primera derivada $\dot{\theta} = \rho$ son acotadas, i.e., existen constantes positivas conocidas C_1 y C_2 , tal que $|\theta| \leq C_1$, $|\rho| \leq C_2$.

Se elige una superficie deslizante de la forma

$$s = ce_1 + e_2 \quad (3.4.17)$$

donde c es una constante tal que $c > 0$, $e_1 = x_1 - x_1^*$, $e_2 = \dot{e}_1$ y x_1^* es la referencia deseada.

Al derivar la superficie deslizante s con respecto al tiempo, resulta que

$$\dot{s} = ce_2 + (f(x) + g(x)u + \theta) - \dot{x}_1^* = \gamma \quad (3.4.18)$$

donde

$$\gamma = -K_1|s|^{1/2}\text{sign}(s) - K_2 \int_0^t \text{sign}(s)dt \quad (3.4.19)$$

K_1 , K_2 son las ganancias, las cuales están definidas de la siguiente manera

$$K_1 = 2L, \quad K_2 = \frac{L^2}{2}$$

donde $L > 0$ es una constante elegida lo suficientemente grande. Aplicando el control

$$u = \left[\left(-2L|s|^{1/2}\text{sign}(s) - \frac{L^2}{2} \int_0^t \text{sign}(s)dt \right) - ce_2 - f(x) + \dot{x}_1^* \right] \frac{1}{g(x)} \quad (3.4.20)$$

Sustituyendo u en (3.4.18) la ecuación resultante es

$$\dot{s} = -2L|s|^{1/2}\text{sign}(s) - \frac{L^2}{2} \int_0^t \text{sign}(s)dt + \theta. \quad (3.4.21)$$

Para realizar el análisis de convergencia, se introduce el siguiente cambio de coordenadas

$$z_1 = s \quad (3.4.22)$$

$$z_2 = -\frac{L^2}{2} \int_0^t \text{sign}(s)dt + \theta \quad (3.4.23)$$

Derivando las ecuaciones (3.4.22) y (3.4.23) se obtiene

$$\dot{z}_1 = -2L|s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + z_2 \quad (3.4.24)$$

$$\dot{z}_2 = -\frac{L^2}{2} \text{sign}(z_1) + \rho \quad (3.4.25)$$

donde la primera derivada de θ es $\dot{\theta} = \rho$.

La convergencia del sistema (3.4.24), se demuestra de la siguiente manera

$$\xi_1 = |z_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_1) \quad (3.4.26)$$

$$\xi_2 = -\frac{L^2}{2} \int_0^t \text{sign}(z_1) dt + \theta = z_2 + \theta \quad (3.4.27)$$

Derivando las ecuaciones ξ_1 y ξ_2 con respecto al tiempo, resulta lo siguiente

$$\dot{\xi}_1 = \frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} (-2L\xi_1 + \xi_2) \quad (3.4.28)$$

$$\dot{\xi}_2 = -\frac{L^2}{2} \text{sign}(z_1) + \rho \quad (3.4.29)$$

Escrito de forma equivalente

$$\dot{\xi} = \frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} \left\{ \begin{bmatrix} -2L & 1 \\ -L^2 & 0 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} 0 \\ 2|z_1|^{\frac{1}{2}} \rho \end{bmatrix} \right\} \quad (3.4.30)$$

donde $\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 \end{bmatrix}^T$. Definiendo (3.4.30), de una manera más compacta se reescribe de la siguiente forma

$$\dot{\xi} = \frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} [(A - S_x^{-1} C^T C) \xi + \Upsilon] \quad (3.4.31)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \Upsilon = \begin{bmatrix} 0 \\ 2|z_1|^{\frac{1}{2}} \rho \end{bmatrix} \quad S_x^{-1} C^T C = \begin{bmatrix} -2L & 0 \\ -L^2 & 0 \end{bmatrix}$$

Donde S_x , es una matriz definida positiva, que es solución de la siguiente ecuación de Lyapunov

$$LS_x + A^T S_x + S_x A - C^T C = 0$$

con $L > 0$.

Para estudiar la convergencia en tiempo finito del sistema en lazo cerrado, es seleccionada la siguiente función de Lyapunov

$$V(\xi) = \xi^T S_x \xi \quad (3.4.32)$$

Aplicando la primera derivada con respecto al tiempo a la función de Lyapunov $V(\xi)$ se obtiene

$$\dot{V}(\xi) = \dot{\xi}^T S_x \xi + \xi^T S_x \dot{\xi} \quad (3.4.33)$$

Algebraicamente se puede llegar a

$$\dot{V}(\xi) \leq \frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} (-L\xi^T S_x \xi + 2\xi^T S_x \eta) \quad (3.4.34)$$

Considerando la norma del término no lineal $2S_x \xi^T S_x \eta$ y a partir de la hipótesis **A.2**, es decir, $\|\eta\| \leq \delta \|\xi\|$ donde $\delta > 0$, la ecuación resultante es

$$\dot{V}(\xi) \leq \frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} (-L\xi^T S_x \xi + 2S_x \delta \|\xi\|^2) \quad (3.4.35)$$

escrita de manera equivalente

$$\dot{V}(\xi) \leq -\frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} LV(\xi) + \frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}} 2S_x \delta \|\xi\|^2 \quad (3.4.36)$$

Considerando que la ecuación de Lyapunov satisface

$$\lambda_{\min}(S_x) \|\xi\|^2 \leq V(\xi) \leq \lambda_{\max}(S_x) \|\xi\|^2 \quad (3.4.37)$$

donde $\lambda_{min}(S_x)$ y $\lambda_{max}(S_x)$ son los valores propios mínimo y máximo de la matriz S_x , respectivamente. Resulta que

$$\|\xi\|^2 \leq \frac{V(\xi)}{\lambda_{min}(S_x)} \quad (3.4.38)$$

Sustituyendo (3.4.38) en (3.4.36), se obtienen las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} \dot{V}(\xi) &\leq -\frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}}LV(\xi) + \frac{1}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}}2\|S_x\|\delta\frac{V(\xi)}{\lambda_{min}(S_x)} \\ &\leq -\left[\frac{L-\ell}{2|z_1|^{\frac{1}{2}}}\right]V(\xi) \end{aligned} \quad (3.4.39)$$

donde $\ell = \frac{2\|S_x\|\delta}{\lambda_{min}(S_x)}$. Si consideramos que la siguiente desigualdad se satisface

$$|z_1|^{\frac{1}{2}} \leq \|\xi\|^{\frac{1}{2}} \leq \left(\frac{V(\xi)}{\lambda_{min}(S_x)}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.4.40)$$

La ecuación (3.4.39) se lleva a la siguiente forma

$$\dot{V}(\xi) \leq -\wp V(\xi)^{\frac{1}{2}} \quad (3.4.41)$$

donde $\wp = \frac{(L-\ell)\lambda_{min}(S_x)^{\frac{1}{2}}}{2}$, con L suficientemente grande tal que \wp sea positiva, entonces $\dot{V}(\xi)$ es negativa definida.

A partir de la ecuación (3.4.41), se calcula el tiempo de convergencia. Resolviendo la ecuación diferencial, el siguiente resultado es obtenido

$$2V(T)^{\frac{1}{2}} = 2V(0)^{\frac{1}{2}} - \wp T \quad (3.4.42)$$

despejando el tiempo T se llega a

$$T = \frac{2V(0)^{\frac{1}{2}}}{\wp} \quad (3.4.43)$$

De esta manera el control u llevará la variable de deslizamiento s a cero en un tiempo finito T y la mantendrá en esa superficie.

3.5. Función de control-Lyapunov

El método de Lyapunov [36] establece, dado un sistema no lineal, existe una función definida positiva suave cuya derivada es negativa, lo que implica que el origen del sistema sea asintóticamente estable. Además, si la función de Lyapunov del sistema, es radialmente ilimitada, entonces el origen es globalmente asintóticamente estable. Los teoremas inversos de Lyapunov aseguran que la existencia de una función Lyapunov es una condición necesaria para la estabilidad.

Definición 3.5.1. *Una función suave, definida positiva, y radialmente no acotada*

$$V : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}_0^+$$

es una función de control-Lyapunov (FCL) para el sistema

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{3.5.1}$$

si para todo $x \neq 0$

$$\inf_{u \in U} \left\{ \frac{dV}{dx} f(x, u) \right\} < 0$$

donde U es un conjunto convexo de valores admisibles para la variable de control u [37].

Una FCL es simplemente una función candidata de Lyapunov, cuya derivada puede hacerse negativa mediante una elección adecuada de u . Debido a que f es continua por hipótesis, si existe una retroalimentación continua del estado $\alpha(x)$ tal que el origen de

$$\dot{x} = f(x, \alpha(x)) \tag{3.5.2}$$

es un punto de equilibrio globalmente asintóticamente estable. Entonces, por el teorema inverso de Lyapunov, debe existir una FCL para el sistema (3.5.1). Sin embargo, si f es afín en la variable

de control, entonces la existencia de un FCL para $\dot{x} = f(x, u)$ también es una condición suficiente para la estabilización a través de la retroalimentación de estado continua.

Si la existencia de una función de control-Lyapunov, implica la existencia de una acción de control u para $\dot{x} = f(x, u)$ y viceversa. Mientras que la estabilidad asintótica global de el origen de $\dot{x} = f(x, \alpha(x))$, por teoremas inversos implica la existencia de un FCL. Finalmente podemos afirmar que la existencia de una FCL es equivalente a la estabilizabilidad de $\dot{x} = f(x, u)$. Nuestro objetivo es diseñar un control de retroalimentación $u = \alpha(x)$ en tal manera que el equilibrio $x = 0$ del sistema de lazo cerrado (3.5.2) sea globalmente asintóticamente estable.

El concepto FCL fue introducido por Artstein [38] y Sontag [39] como generalización del diseño de Lyapunov resuelto por Jurdjevic and Quinn [40].

En el caso de sistemas afines en el control

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.5.3)$$

con $f(0) = 0$, la desigualdad

$$\frac{dV}{dx} f(x, \alpha(x)) \leq -Y(x) \quad (3.5.4)$$

se puede escribir de la siguiente forma

$$\frac{dV}{dx} f(x) + \frac{dV}{dx} g(x)\alpha(x) = L_f V(x) + L_g V(x)\alpha(x) \leq -Y(x) \quad (3.5.5)$$

Si suponemos que conocemos una FCL $V(x)$ para (3.5.3), entonces una ley de control estabilizante $\alpha(x)$ de clase C^∞ para toda $x \neq 0$ es dada por la construcción universal conocida como *Formula de Sontag* [41]

$$\alpha(x) = \begin{cases} - \left(C_u + \frac{a(x) + \sqrt{a^2(x) + (b^T(x)b(x))^2}}{b^T(x)b(x)} \right) b(x) & \text{si } b(x) \neq 0 \\ 0 & \text{si } b(x) = 0 \end{cases} \quad (3.5.6)$$

donde $a(x) = L_f V(x)$ y $b(x) = (L_g V(x))^T$. La ley de control (3.5.6) hace que \dot{V} sea evaluada negativa definida a lo largo de las trayectorias de lazo cerrado. Para $x \neq 0$ se obtiene

$$\dot{V} = a(x) - p(x)b^T(x)b(x) = -\sqrt{a^2(x) + (b^T(x)b(x))^2} - C_0 b^T(x)b(x) < 0 \quad (3.5.7)$$

donde

$$p(x) = \begin{cases} -\left(C_u + \frac{a(x) + \sqrt{a^2(x) + (b^T(x)b(x))^2}}{b^T(x)b(x)}\right) b(x) & \text{si } b(x) \neq 0 \\ C_u & \text{si } b(x) = 0 \end{cases} \quad (3.5.8)$$

donde $C_u > 0$ es una constante. Se hace hincapié en que C_u , no es un requerimiento necesario para \dot{V} definida negativa ya que, lejos de que $x = 0$; $a(x)$ y $b(x)$ nunca se anulan al mismo tiempo debido a (3.5.5), siendo satisfecha solamente si

$$\frac{dV}{dx} g(x) = 0 \implies \frac{dV}{dx} f(x) < 0 \quad (3.5.9)$$

esto resulta en la siguiente expresión para $Y(x)$, para toda x diferente de 0.

$$Y(x) = \sqrt{a^2(x) + (b^T(x)b(x))^2} > 0 \quad (3.5.10)$$

La función de control-Lyapunov (FCL) es algo difícil de encontrar en un sistema no lineal. A veces es más difícil concentrarse en encontrar la FCL que diseñar directamente un controlador estabilizante. Una opción para encontrar una FCL y una ley de control estabilizante es a través de el procedimiento de *Backstepping*.

3.6. Análisis de controlabilidad

A continuación, se analizarán los modelos dinámicos del convertidor boost entrelazado y el full-bridge para verificar si cumplen con los criterios de controlabilidad.

3.6.1. Convertidor boost entrelazado

En esta sección se analiza el modelo del convertidor boost entrelazado dado en (2.2.20), para verificar si es controlable

$$\Sigma: \begin{cases} \frac{di_{L1}}{dt} = -\frac{R_{L1}i_{L1}}{L_1} - \frac{(1-\delta_1)}{L_1}V_C + \frac{Vin}{L_1} \\ \frac{di_{L2}}{dt} = -\frac{R_{L2}i_{L2}}{L_2} - \frac{(1-\delta_1)}{L_2}V_C + \frac{Vin}{L_2} \\ \frac{dV_C}{dt} = \frac{(1-\delta_1)}{C}(i_{L1} + i_{L2}) - \frac{V_C}{RC} \end{cases} \quad (3.6.1)$$

donde $\begin{bmatrix} i_{L1} & i_{L2} & V_C \end{bmatrix}^T$ son las variables de estado, δ_1 es la entrada y las salidas medibles son $\begin{bmatrix} i_{L1} & i_{L2} & V_C \end{bmatrix}^T$.

Para analizar el modelo se define $i_{in} = i_{L1} + i_{L2}$ como la suma de las corrientes, por lo tanto el sistema queda de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \frac{di_{in}}{dt} &= -\frac{R_L i_{in}}{L} - \frac{2(1-\delta_1)}{L}V_C + \frac{2Vin}{L} \\ \frac{dV_C}{dt} &= \frac{(1-\delta_1)}{C}i_{in} - \frac{V_C}{RC} \end{aligned} \quad (3.6.2)$$

Entonces el sistema (3.6.2) se puede representar de la siguiente forma

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.6.3)$$

donde

$$x = \begin{bmatrix} i_{in} & V_C \end{bmatrix}^T, \quad f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{R_L i_{in}}{L} & -\frac{2V_C}{L} + \frac{2Vin}{L} \\ \frac{i_{in}}{C} & -\frac{V_C}{CR} \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} \frac{2V_C}{L} \\ -\frac{i_{in}}{C} \end{bmatrix}, \quad u = \delta_1$$

Utilizando la definición de controlabilidad (3.2.5) para sistemas no lineales, el análisis para el

convertidor boost entrelazado es el siguiente

$$\mathcal{C}_b = \begin{bmatrix} g & ad_f g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2V_C}{L} & \left(-\frac{2V_C}{LCR} + \frac{2V_C R_L}{L^2} \right) \\ -\frac{i_{in}}{C} & \left(\frac{R_L i_{in}}{CL} - \frac{i_{in}}{C^2 R} \right) \end{bmatrix} \quad (3.6.4)$$

Para determinar que la matriz \mathcal{C}_b sea de rango completo, basta con calcular su determinante, el cual esta dado por

$$\text{Det}|\mathcal{C}_b| = \frac{4V_C R_L i_{in}}{CL^2} - \frac{4V_C i_{in}}{LC^2 R}$$

es fácil ver que el $\text{Det}|\mathcal{C}_b| \neq 0$. Sin embargo, existe la posibilidad de que $V_C = 0$, solo si el convertidor no tiene alimentación de voltaje, o la corriente $i_{in} = 0$ solo si las corrientes satisfacen $i_{L1} = -i_{L2}$, lo cual físicamente no es posible. Por lo tanto el sistema es de rango 2, siempre y cuando el convertidor este activo. Entonces el convertidor boost entrelazado es controlable.

3.6.2. Convertidor Full-Bridge

En esta sección se analiza el modelo del convertidor full-bridge dado en (2.3.15), para verificar la propiedad de controlabilidad. El modelo del convertidor es el siguiente

$$\Sigma: \begin{cases} \frac{dV_{Co}}{dt} = \frac{i_{Lo}}{Co} - \frac{V_{Co}}{RCo} \\ \frac{di_{Lo}}{dt} = -\frac{V_{Co}}{Lo} + \frac{n\delta_2 V_C}{Lo} \end{cases} \quad (3.6.5)$$

donde $\begin{bmatrix} V_{Co} & i_{Lo} \end{bmatrix}^T$ son las variables de estado, δ_1 es la entrada y las salidas medibles son $\begin{bmatrix} V_{Co} & i_{Lo} \end{bmatrix}^T$.

El modelo dinámico (3.6.5) se puede representar en la forma de (3.6.3), donde

$$x = \begin{bmatrix} V_{Co} & i_{Lo} \end{bmatrix}^T, \quad f(x) = \begin{bmatrix} \frac{i_{Lo}}{Co} & -\frac{V_{Co}}{RCo} \\ -\frac{V_{Co}}{Lo} & \frac{n\delta_2 V_C}{Lo} \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{nV_C}{Lo} \end{bmatrix}, \quad u = \delta_2 \quad (3.6.6)$$

Utilizando la definición de controlabilidad (3.2.5) para el convertidor full-bridge se tiene

$$\mathcal{C}_{FB} = \begin{bmatrix} g(x) & ad_f g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{V_C n}{L_o C_o} \\ \frac{V_C n}{L_o} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6.7)$$

donde se puede determinar que la matriz de controlabilidad es de rango 2, si el $Det|\mathcal{C}_{FB}| \neq 0$. El determinante de la matriz de controlabilidad es el siguiente

$$Det|\mathcal{C}_{FB}| = -\frac{V_C^2 n^2}{L_o^2 C_o} \quad (3.6.8)$$

Sin embargo, esto se cumple si y solo si el voltaje de entrada V_C es diferente de 0. Por lo tanto, el convertidor full-bridge es controlable.

3.7. Diseño de controles para el cargador de la batería ion-litio

En esta sección se diseñarán estrategias de control no lineal para el cargador de batería de ion-litio, compuesto por dos etapas las cuales fueron descritas en el capítulo 1. La primera etapa le corresponde a un convertidor boost entrelazado y la segunda etapa al convertidor full-bridge; en ambas etapas se diseñarán controles de acuerdo a los objetivos siguientes.

Objetivos

- Diseñar estrategias de control que sean capaces de seguir una referencia de potencia de entrada en el convertidor boost entrelazado, en función de la curva de potencia de la batería, y en consecuencia corregir el factor de potencia para no afectar la red de distribución de energía eléctrica.
- Diseñar estrategias de control que sean capaces de seguir una referencia de voltaje en el convertidor Full-bridge, en función de la curva de carga de la batería.

Teniendo en cuenta los objetivos de control, se propone el diseño de los siguientes algoritmos de control: un control de retroalimentación de estado no lineal, un control modo deslizante tipo super twistin modificado y una función de control-Lyapunov.

3.7.1. Convertidor boost entrelazado : Control de retroalimentación de estado no lineal

El control de retroalimentación de estado no lineal fue uno de los primeros controles desarrollados para sistemas no lineales, sin embargo, una de sus grandes desventajas es que no es robusto. Para realizar un estudio comparativo se diseñará un control de retroalimentación de estado no lineal para el seguimiento de referencia de la potencia de entrada del convertidor boost entrelazado. El modelo matemático del convertidor boost fue presentado en (3.6.1).

La potencia de entrada en el convertidor boost entrelazado esta dada por

$$p_{in} = V_{in}i_{in} \quad (3.7.1)$$

El error de seguimiento esta definido con base en la potencia de la siguiente manera

$$e = p^* - V_{in}i_{in} \quad (3.7.2)$$

donde p^* es la referencia de la potencia de entrada y está dada por

$$p^* = \frac{V_{in}^2 P^*}{V^2} \quad (3.7.3)$$

donde V corresponde a la amplitud del voltaje de entrada, P^* es la potencia deseada, $V_{in} = |V \sin(\omega t)|$ corresponde al voltaje rectificado, donde ω es la velocidad angular y t el tiempo.

Aplicando la primera derivada con respecto al tiempo a (3.7.2), la dinámica del sistema es la siguiente

$$\dot{e} = \dot{p}^* - \dot{V}_{in}i_{in} - V_{in} \frac{di_{in}}{dt} \quad (3.7.4)$$

Despejando i_{in} de la ecuación (3.7.2), la ecuación (3.7.4) se reescribe de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \dot{p}^* - \dot{V}_{in} \left(\frac{p^* - e}{V_{in}} \right) - V_{in} \frac{di_{in}}{dt} \\ &= \dot{p}^* - \frac{\dot{V}_{in}}{V_{in}} e - V_{in} \frac{di_{in}}{dt}\end{aligned}\quad (3.7.5)$$

donde el resultado de sumar las corrientes i_{L1} y i_{L2} del sistema (3.6.1) es el siguiente

$$\frac{di_{in}}{dt} = \frac{2}{L} V_{in} - \frac{R_L p^*}{L V_{in}} + \frac{R_L e}{L V_{in}} - \frac{2}{L} (1 - \delta_1) V_C \quad (3.7.6)$$

Al sustituir la ecuación (3.7.6) en la ecuación (3.7.5), resulta lo siguiente

$$\dot{e} = \dot{p}^* - \left(\frac{\dot{V}_{in}}{V_{in}} + \frac{R_L}{L} \right) e - \frac{2V_{in}^2}{L} + \frac{R_L}{L} p^* + \frac{2V_C V_{in}}{L} - \frac{2V_C V_{in}}{L} \delta_1 \quad (3.7.7)$$

A partir de la dinámica del error de seguimiento, se define el siguiente cambio de coordenadas

$$e_1 = \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (3.7.8)$$

$$e_2 = e(t) \quad (3.7.9)$$

ó de manera equivalente

$$\dot{e}_1 = e_2 \quad (3.7.10)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{e} \quad (3.7.11)$$

Entonces el sistema en función de las nuevas coordenadas queda de la siguiente forma

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{p}^* - \left(\frac{\dot{V}_{in}}{V_{in}} + \frac{R_L}{L} \right) e_2 - \frac{2V_{in}^2}{L} + \frac{R_L}{L} p^* + \frac{2V_C V_{in}}{L} - \frac{2V_C V_{in}}{L} \delta_1 \end{cases} \quad (3.7.12)$$

Debido a que la estructura del nuevo sistema (3.7.12) está en la forma afín, es posible hacer un control por retroalimentación de estado no lineal. Por lo tanto, la ley de control capaz de controlar

la potencia de entrada en el convertidor boost entrelazado, está dada por la siguiente ecuación

$$\delta_1 = \left[\gamma - \dot{p}^* + \left(\frac{\dot{V}_{in}}{V_{in}} + \frac{R_L}{L} \right) e_2 + \frac{2V_{in}^2}{L} - \frac{R_L}{L} p^* - \frac{2V_{in}V_c}{L} \right] \left(-\frac{L}{2V_{in}V_c} \right) \quad (3.7.13)$$

donde $\gamma = -K_1 e_2 - K_2 e_1$, teniendo a K_1 y K_2 como las ganancias del sistema, que corresponden a los coeficientes de un polinomio de Hurwitz cuya ecuación característica es

$$s^2 + K_1 s + K_2 = 0 \quad (3.7.14)$$

de esta manera se logra controlar la potencia de entrada y corregir el factor de potencia del convertidor boost entrelazado.

3.7.2. Convertidor boost entrelazado: Control modo deslizante tipo super twisting modificado

En la sección anterior fue obtenido un sistema a partir del error de potencia de entrada del convertidor boost entrelazado, con la finalidad de diseñar un lazo de control de potencia. Partiendo del sistema dado en (3.7.12)

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{p}^* - \left(\frac{\dot{V}_{in}}{V_{in}} + \frac{R_L}{L} \right) e_2 - \frac{2V_{in}^2}{L} + \frac{R_L}{L} p^* + \frac{2V_c V_{in}}{L} - \frac{2V_c V_{in}}{L} \delta_1 \end{cases}$$

se diseñará un control por modo deslizante tipo super twisting para resolver el problema de seguimiento de referencia de la potencia de entrada del convertidor boost entrelazado. Para lograrlo se propone una superficie deslizante para el sistema. La cual, está dada por

$$s = c e_1 + e_2, \quad c > 0 \quad (3.7.15)$$

A partir de la superficie deslizante, se siguen los pasos definidos en (3.4.18-3.4.20). De esta manera, aplicando la primera derivada con respecto al tiempo a la superficie deslizante (3.7.15),

la dinámica es la siguiente

$$\dot{s} = C_1 e_2 + \dot{p}^* - \left[\frac{\dot{V}_{in}}{V_{in}} + \frac{R_L}{L} \right] e_2 - \frac{2V_{in}^2}{L} + \frac{R_L}{L} p^* + \frac{2V_C V_{in}}{L} - \frac{2V_C V_{in}}{L} \delta_1 \quad (3.7.16)$$

Aplicando una ley de control

$$\delta_1 = \left[\gamma - C_1 e_2 - \dot{p}^* + \left[\frac{\dot{V}_{in}}{V_{in}} + \frac{R_L}{L} \right] e_2 + \frac{2V_{in}^2}{L} - \frac{R_L}{L} p^* - \frac{2V_C V_{in}}{L} \right] \left(-\frac{L}{2V_C V_{in}} \right) \quad (3.7.17)$$

donde

$$\gamma = -K_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) - K_2 \int_0^t \text{sign}(s) dt \quad (3.7.18)$$

definiendo a $K_1 = 2L$ y $K_2 = \frac{L^2}{2}$, siendo $L > 0$.

Por lo tanto, la ecuación (3.7.17) es un control capaz de resolver el problema de seguimiento a la referencia de la potencia de entrada y corregirá el factor de potencia en el convertidor boost entrelazado.

3.7.3. Convertidor boost entrelazado : Función de control-Lyapunov

Ahora se diseñará una ley de control a partir de la función de control-Lyapunov (FCL) para el sistema dado en (3.7.12)

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{p}^* - \left(\frac{\dot{V}_{in}}{V_{in}} + \frac{R_L}{L} \right) e_2 - \frac{2V_{in}^2}{L} + \frac{R_L}{L} p^* + \frac{2V_C V_{in}}{L} - \frac{2V_C V_{in}}{L} \delta_1 \end{cases}$$

Una FCL esta determinada a partir de una función de Lyapunov definida positiva, cuya primera derivada es definida negativa; esto implica que el origen del sistema sea estable. Por lo tanto, una función candidata de Lyapunov es elegida de la siguiente manera

$$V = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (3.7.19)$$

con la cual es posible calcular una la ley de control estabilizante derivada de la FCL, escrita de la siguiente manera

$$\tilde{\delta}_1 = - \left(C_u + \frac{a(x) + \sqrt{a^2(x) + (b^T(x)b(x))^2}}{b^T(x)b(x)} \right) \quad (3.7.20)$$

donde $a(x) = L_f V(x)$ y $b(x) = (L_g V(x))^T$. Reescribiendo el sistema (3.7.12) en la forma

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

se obtiene lo siguiente

$$x = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix}^T, \quad f(x) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ \dot{p}^* - \left(\frac{\dot{V}_{in}}{V_{in}} + \frac{R_L}{L} \right) e_2 - \frac{2V_{in}^2}{L} + \frac{R_L}{L} p^* + \frac{2V_C V_{in}}{L} \end{bmatrix},$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2V_{in}V_C}{L} \end{bmatrix}, \quad u = \tilde{\delta}_1$$

Resolviendo para a y b se obtiene

$$a(x) = L_f V(x) = e_1 e_2 + e_2 f_2 \quad (3.7.21)$$

$$b(x) = (L_g V(x))^T = (e_2 g_2)^T = e_2 g_2 \quad (3.7.22)$$

Haciendo los cálculos correspondientes en (3.7.20), el resultado es el siguiente

$$\tilde{\delta}_1 = -C_u g_2 e_2 - \frac{e_1}{g_2} - \frac{f_2}{g_2} - \frac{1}{g_2} \operatorname{sgn}(e_2) \sqrt{(e_1 + f_2)^2 + (e_2^2 g_2^4)} \quad (3.7.23)$$

Por lo tanto, la ecuación (3.7.23) es un control capaz de resolver el problema de seguimiento a la referencia de la potencia de entrada y corregirá el factor de potencia en el convertidor boost entrelazado.

3.7.4. Convertidor full-bridge: Control de retroalimentación de estado no lineal

En el capítulo 2 el convertidor buck fue presentado como un circuito equivalente del convertidor full-bridge, después de hacer un análisis en los estados (on-off) el modelo dinámico resultante es

$$\Sigma: \begin{cases} \frac{dV_{Co}}{dt} = \frac{i_{Lo}}{C_o} - \frac{V_{Co}}{RC_o} \\ \frac{di_{Lo}}{dt} = -\frac{V_{Co}}{L_o} + \frac{n\delta_2 V_C}{L_o} \end{cases} \quad (3.7.24)$$

El objetivo es diseñar un control que resuelva el problema de seguimiento de la referencia de voltaje de salida V_{Co}^* en el convertidor full-bridge. Por lo tanto, es necesario llevarlo a la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h_1 \end{aligned} \quad (3.7.25)$$

donde

$$x = \begin{bmatrix} V_{Co} & i_{Lo} \end{bmatrix}^T, \quad f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{V_{Co}}{RC_o} + \frac{i_{Lo}}{C_o} \\ -\frac{V_{Co}}{L_o} \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{nV_C}{L_o} \end{bmatrix}, \quad h_1 = V_{Co} \quad u = \delta_2.$$

Introduciendo el siguiente cambio de coordenadas

$$T(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ L_f h_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{Co} \\ -\frac{V_{Co}}{RC_o} + \frac{i_{Lo}}{C_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (3.7.26)$$

El sistema en sus nuevas coordenadas es

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{i_{L_o}}{C_o} - \frac{V_{C_o}}{RC_o} = z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\frac{V_{C_o}}{C_o L_o} + \frac{nV_C \ddot{\delta}_2}{C_o L_o} - \frac{i_{L_o}}{RC_o^2} + \frac{V_{C_o}}{R^2 C_o^2} \\ &= -\frac{z_1}{C_o L_o} + \frac{nV_C \ddot{\delta}_2}{C_o L_o} - \frac{z_2}{RC_o} \end{aligned} \quad (3.7.27)$$

Por lo tanto, la ley de control $\ddot{\delta}_2$, es la siguiente

$$\ddot{\delta}_2 = \left[\gamma + \frac{z_1}{C_o L_o} + \frac{z_2}{RC_o} \right] \left(\frac{C_o L_o}{nV_C} \right) \quad (3.7.28)$$

donde $\gamma = -K_1 e_1 - K_2 \dot{e}_1$ y $e_1 = V_{C_o} - V_{C_o}^*$, definiendo a $V_{C_o}^*$ como la referencia de voltaje de salida del convertidor full-bridge. Las ganancias K_1 y K_2 son obtenidas de los coeficientes de un polinomio de Hurwitz, cuya ecuación característica es

$$s^2 + K_1 s + K_2 = 0$$

De esta manera, la ley de control que es capaz de hacer un seguimiento de referencia de voltaje de salida en el convertidor full-bridge, esta dada en la ecuación (3.7.28).

3.7.5. Convertidor full-bridge: Control modo deslizante tipo super twisting modificado

El modelo dinámico del convertidor full-bridge está dado por las ecuaciones (3.7.24). El objetivo es resolver el problema de seguimiento de referencia del voltaje de salida $V_{C_o}^*$ a través del método de control modo deslizante tipo super twisting modificado.

En el control por modo deslizante es necesario definir una superficie deslizante. La superficie

deslizante s elegida para el diseño del control propuesto, es la siguiente

$$s = ce_1 + e_2, \quad c > 0 \quad (3.7.29)$$

donde $e_1 = V_{Co} - V_{Co}^*$ y $e_2 = \dot{e}_1$. A partir de la superficie deslizante, se siguen los pasos definidos en (3.4.18-3.4.20). De esta manera, aplicando la primera derivada con respecto al tiempo a la superficie deslizante (3.7.29), la dinámica es la siguiente

$$\dot{s} = C_1 e_2 + \frac{1}{C_o} \left(-\frac{V_{Co}}{L_o} + \frac{nV_C \ddot{\delta}_2}{L_o} \right) - \left(\frac{i_{Lo}}{C_o} - \frac{V_{Co}}{RC_o} \right) \frac{1}{RC_o} - \ddot{V}_{Co}^* \quad (3.7.30)$$

Aplicando una ley de control

$$\ddot{\delta}_2 = \left[\left(\gamma - C_1 e_2 + \left(\frac{i_{Lo}}{C_o} - \frac{V_{Co}}{RC_o} \right) \frac{1}{RC_o} + \ddot{V}_{Co}^* \right) C_o L_o + V_{Co} \right] \left(\frac{1}{nV_C} \right) \quad (3.7.31)$$

donde

$$\gamma = -K_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) - K_2 \int_0^t \text{sign}(s) dt \quad (3.7.32)$$

definiendo a $K_1 = 2L$ y $K_2 = \frac{L^2}{2}$, siendo $L > 0$.

De esta manera, la ley de control que es capaz de hacer un seguimiento de referencia de voltaje de salida en el convertidor full-Bridge, está dada en la ecuación (3.7.31).

3.8. Resultados de Simulación

En esta sección serán presentados los resultados obtenidos en simulación, al aplicar los controles diseñados en el cargador de baterías. En la Figura (3.1) se muestra el cargador de batería y una representación del sistema de control. En la figura se observa que la salida del control debe pasar por un modulador de ancho de pulsos, para enviar las señales correspondientes a cada uno de los mosfet's que conforman el cargador de baterías, y lograr obtener las referencias deseadas.

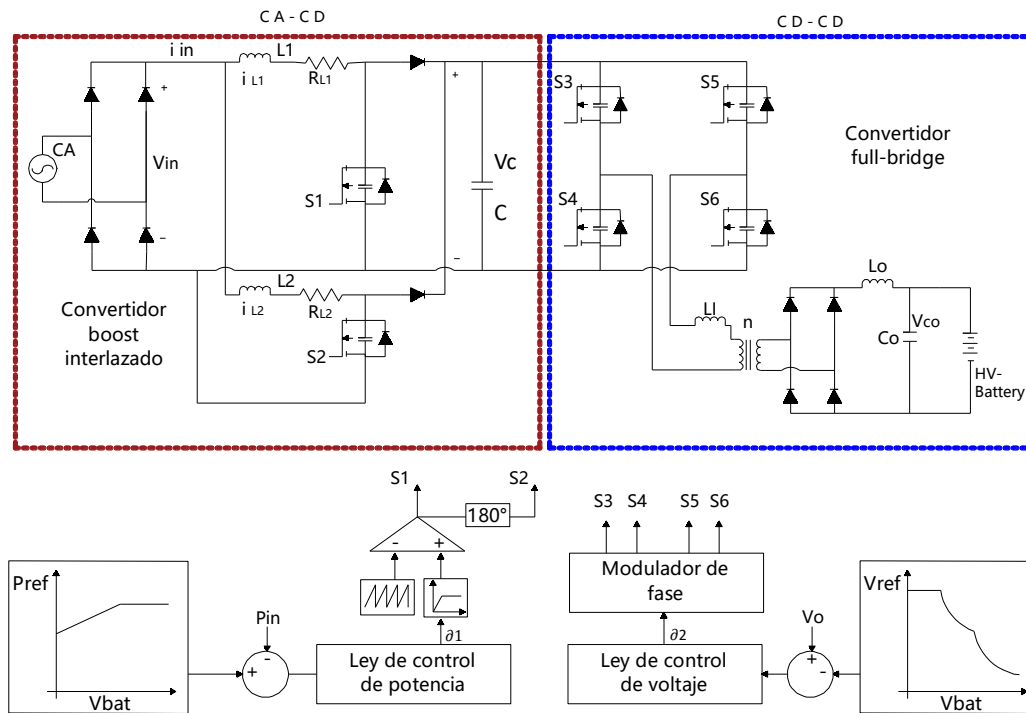


Figura 3.1: Cargador de batería y control.

Las simulaciones fueron realizadas en Matlab/simulink. Los resultados obtenidos serán presentados en dos partes, la primer parte corresponde a los controles implementados en el convertidor boost entrelazado, donde la potencia de entrada fue controlada. En la segunda parte, son implementados los dos controles diseñados para controlar el voltaje de salida del convertidor full-bridge de acuerdo a la curva de carga de la batería.

■ **Primera parte**

A continuación son presentados los resultados obtenidos en la simulaciones para el convertidor boost entrelazado. En la tabla 3.2 se muestran las ganancias utilizadas en los controles dados por las ecuaciones (3.7.13), (3.7.17) y (3.7.23).

Ganancia de controladores					
Control por retroalimentación de estado		Control super twisting		Control Lyapunov	
K_1	5000	L	2000	Cu	1
K_2	140	c	700		

Tabla 3.2: Ganancias de controladores

La trayectoria propuesta para verificar el funcionamiento del control de seguimiento de referencia de la potencia de entrada en el convertidor boost entrelazado, está determinada por la Figura (3.2).

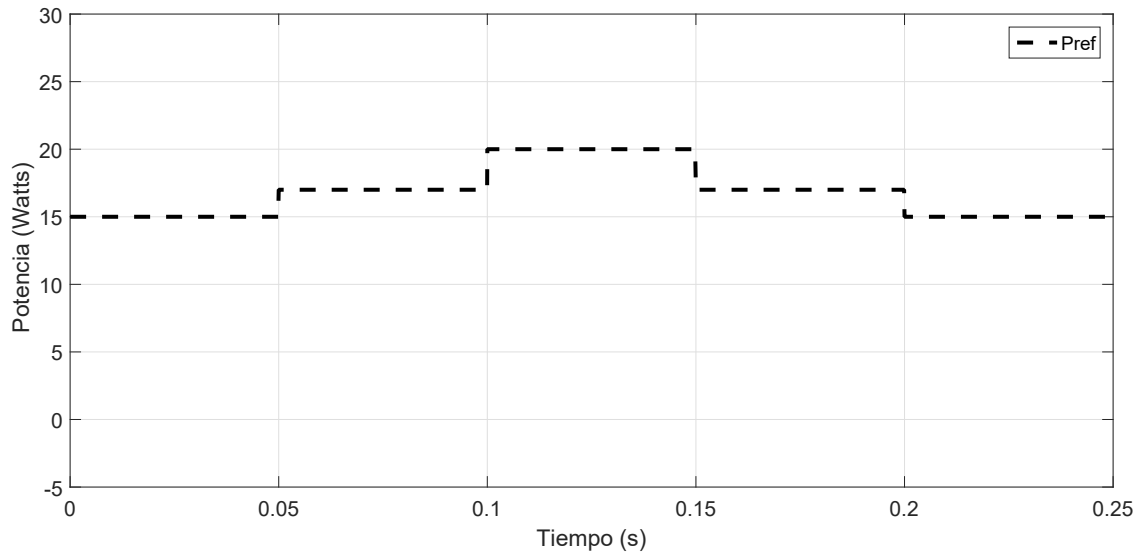


Figura 3.2: Referencia de la potencia de entrada del convertidor boost entrelazado

En la Figura (3.3) se muestra la acción de los 3 controles para resolver el problema de seguimiento de referencia de potencia de entrada del convertidor boost entrelazado. Cambiando la potencia de referencia a diferentes puntos en determinado tiempo, se observa una respuesta rápida durante diferentes cambios de potencia; sin embargo, se observa que el seguimiento del control por retroalimentación de estado no lineal, no es muy preciso. En la Figura (3.4) es graficada la corriente de entrada al convertidor boost, la cual resulta por el control de potencia asegurando la corrección de factor de potencia (CFP). Se aprecia una diferencia en la amplitud de corriente, que se produce al usar cada uno de los controles diseñados. En la Figura (3.5) se muestra el comportamiento de la corriente alterna comparada con el voltaje alterno que viene de la red de distribución, donde puede observarse que la corriente y el voltaje están en fase, por lo que se cumple con la CFP. En la Figura (3.6) el voltaje de salida del convertidor boost entrelazado es graficado, el cual se origina al momento de aplicar cada uno de los controles de potencia de entrada, donde la amplitud de voltaje varía dependiendo del control utilizado.

Los errores de seguimiento en cada uno de los controles fueron graficados, el resultado obtenido se muestra en la Figura (3.7).

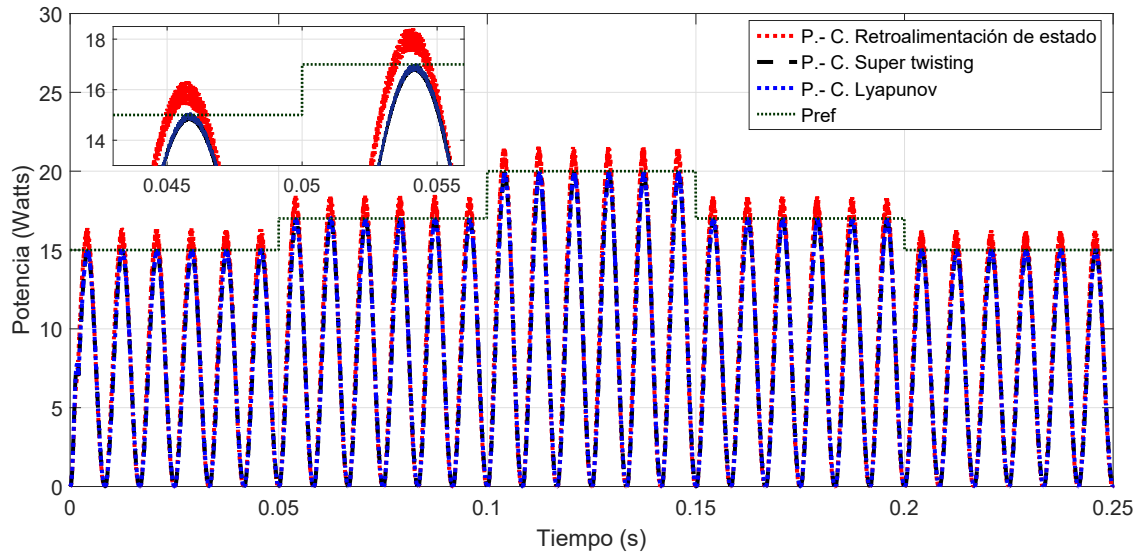


Figura 3.3: Seguimiento de la potencia de entrada en el convertidor boost entrelazado: Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov

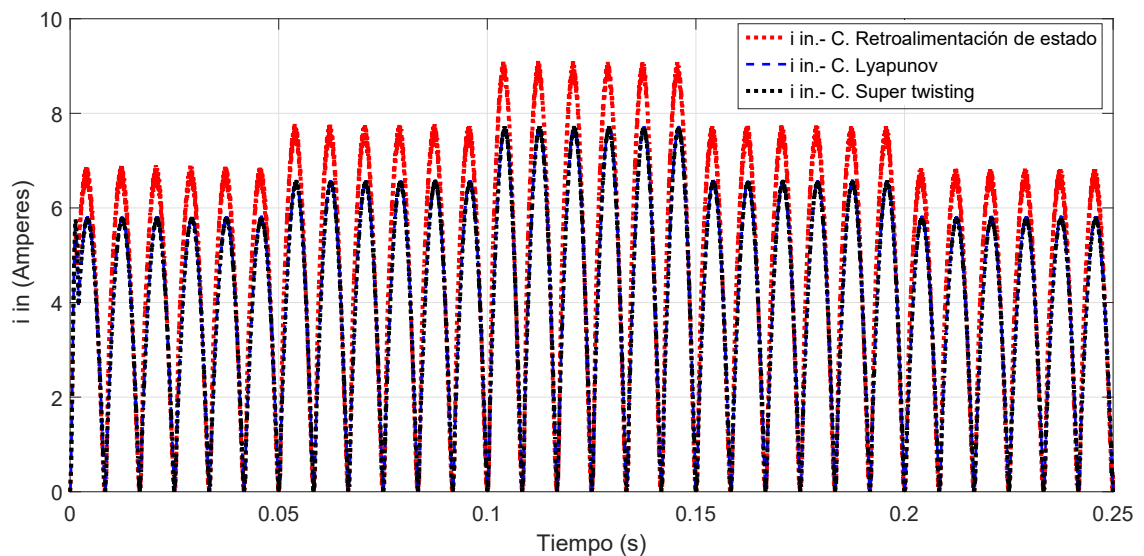


Figura 3.4: Comportamiento de la corriente de entrada rectificada en el convertidor boost entrelazado al momento de controlar la potencia: Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov

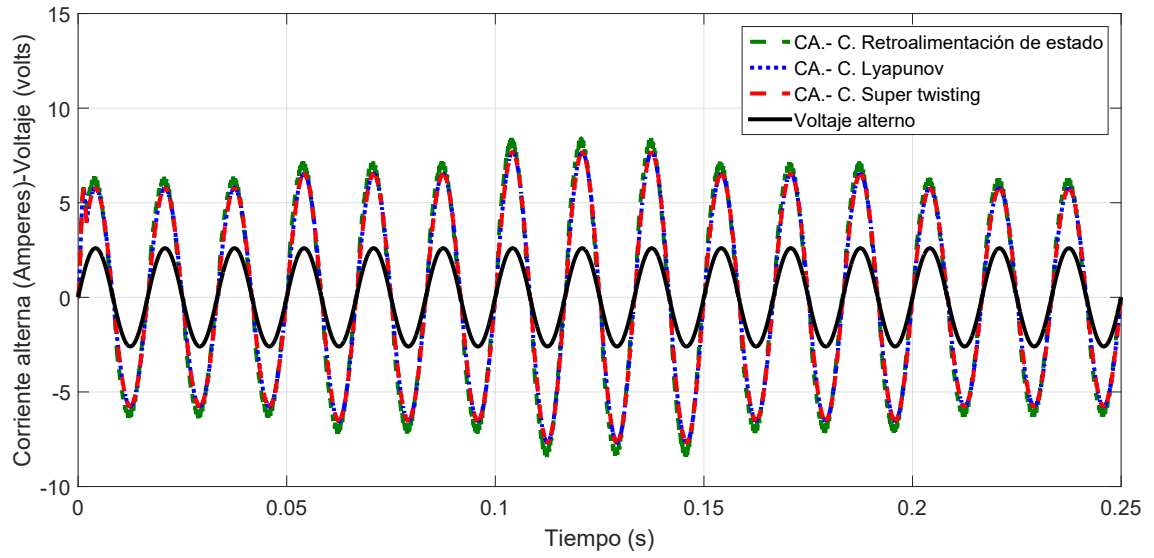


Figura 3.5: Comportamiento de la corriente alterna mediante el control de potencia de entrada: Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov

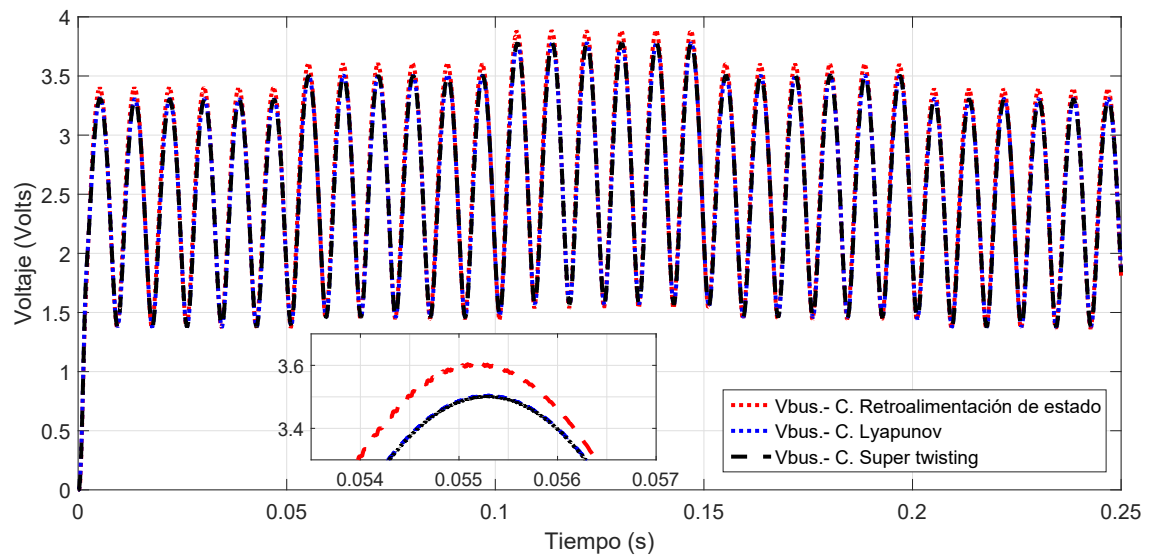


Figura 3.6: Comportamiento del voltaje de salida del convertidor boost entrelazado mediante el control de potencia: Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov

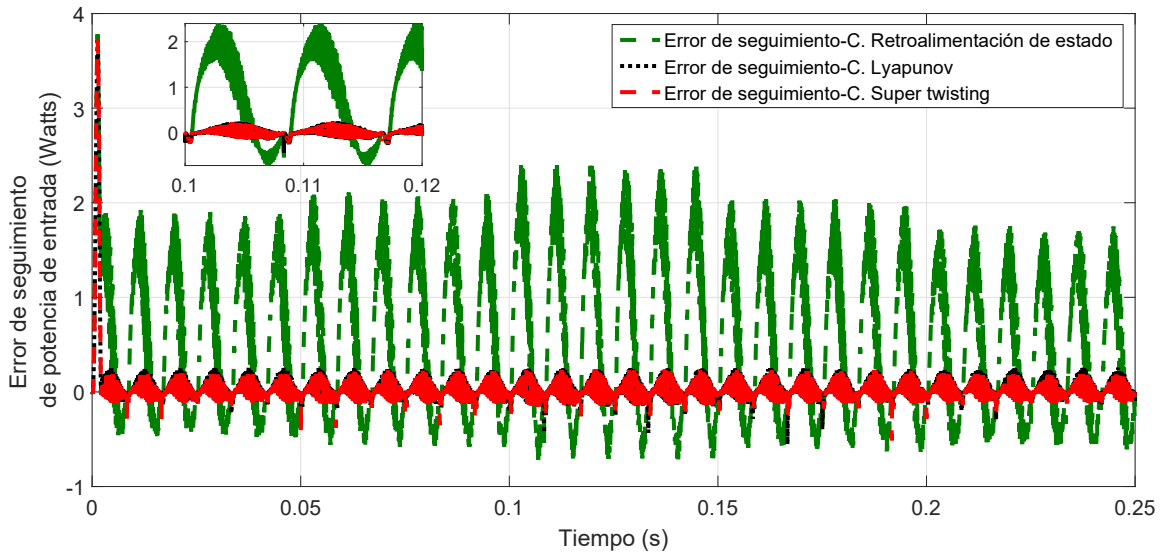


Figura 3.7: Error de seguimiento de la potencia de entrada : Retroalimentación de estado, super twisting y Lyapunov

A través de la simulación del sistema y los controles aplicados es posible determinar el desempeño de cada uno de ellos. Observando las gráficas puede determinarse que la función de control-Lyapunov y el super twisting tienen un mejor desempeño con respecto a el control por retroalimentación de estado no lineal. No obstante, es necesario utilizar criterios de error para determinar de una forma más precisa el desempeño de los controles. En este caso se utilizan dos criterios de error: el error cuadrático integrado (ISE) y la integral del valor absoluto del error (IAE), los cuales son mostrados en la tabla 3.3.

Criterios de error			
	Control super twisting	Control por retroalimentación de estado	Control Lyapunov
IAE	0.0141	0.1939	0.0167
ISE	0.0109	0.2420	0.0114

Tabla 3.3: Criterios de error para controles en la primera etapa del cargador de batería.

En conclusión, después de una comparación entre los datos numéricos del error de seguimiento, es posible determinar que el control super twisting es el que tiene mejor desempeño con

respecto a la función de control-Lyapunov y el control por retroalimentación de estado no lineal.

▪ **Segunda parte**

En la segunda parte para el control del convertidor full-bridge se utilizaron 2 controles, donde el voltaje y la corriente de salida se controlan a través del lazo externo de voltaje que toma la referencia de tensión de salida, a partir de la curva de carga de la batería, presentada en la Figura (3.8).

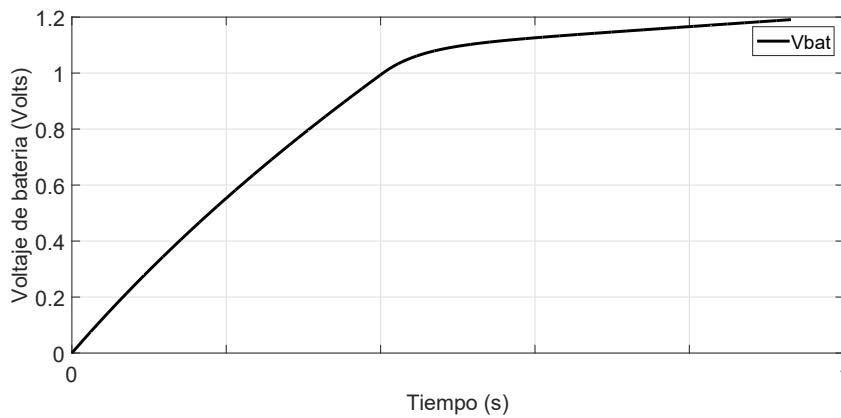


Figura 3.8: Curva de carga de la batería

En esta etapa fueron utilizados el control por retroalimentación de estado no lineal (3.7.28) y el control por modos deslizantes tipo super twisting modificado (3.7.31). En la tabla 3.4 se encuentran las ganancias utilizadas para cada control.

Ganancia de controles			
Control por retroalimentación de estado		Control super twisting	
K_1	100	L	100
K_2	10	c	15

Tabla 3.4: Ganancia de controladores

En la Figura (3.9) es mostrada la referencia de voltaje a seguir, originado a partir de la curva de carga de la batería. La Figura (3.10) muestra la forma de la corriente de salida que resulta de acuerdo al control de voltaje, la cual será entregada a la batería. En la Figura (3.11) se puede observar la

referencia de voltaje en el convertidor full-bridge, se observa que ambos controles tienden a seguir la referencia sin ningún problema, la única diferencia que puede verse, es el tipo de convergencia hacia la trayectoria deseada, debido a que el control por retroalimentación de estado no lineal converge de manera asintótica y el super twisting en tiempo finito. En la Figura (3.12) y (3.13) se observan los comportamientos de ambos controles en presencia de una perturbación al sistema, se puede ver que el control por retroalimentación de estado no lineal diverge de la trayectoria debido a que no es robusto ante perturbaciones, mientras que el control super twisting debido a su robustez se mantiene en la trayectoria. En la Figura (3.14) se trazaron los errores de seguimiento en los dos controles con la finalidad de comparar gráficamente el error y determinar la efectividad de cada uno de los controles usados.

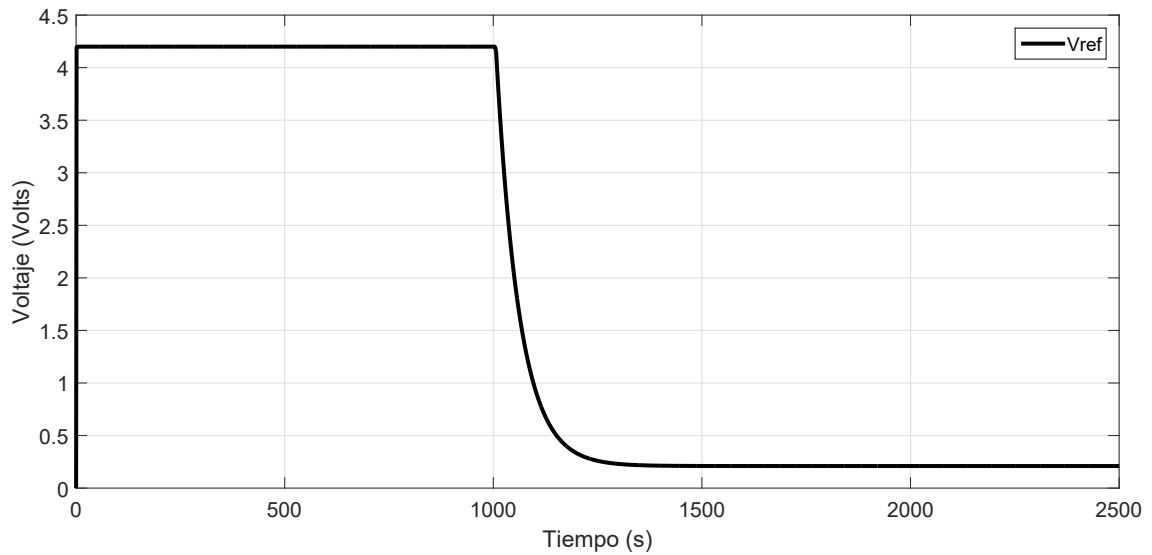


Figura 3.9: Voltaje de referencia a seguir por los controles

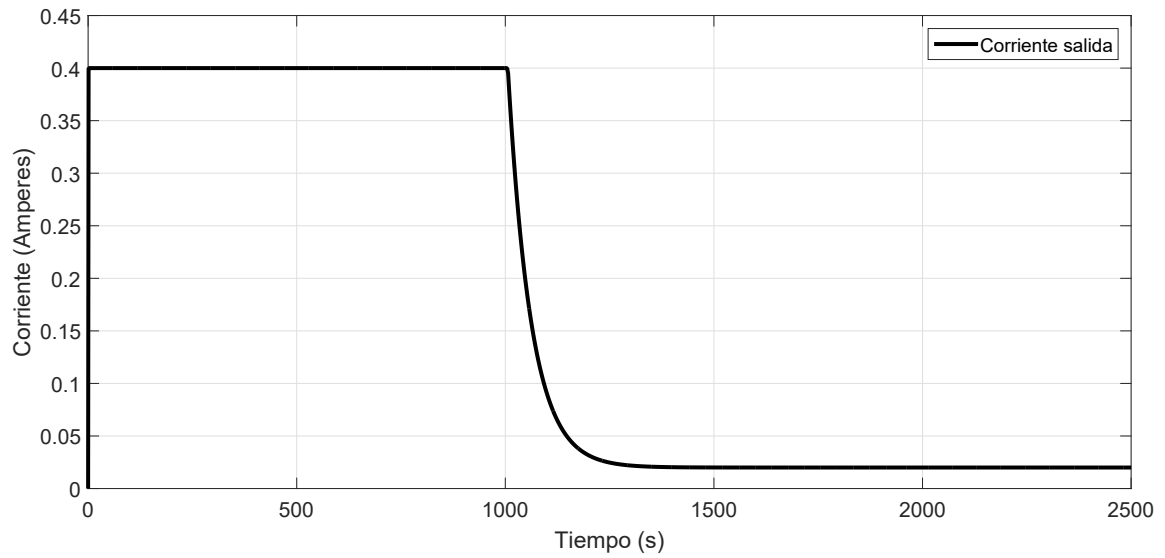


Figura 3.10: Corriente entregada en consecuencia del perfil de voltaje indicado por la batería

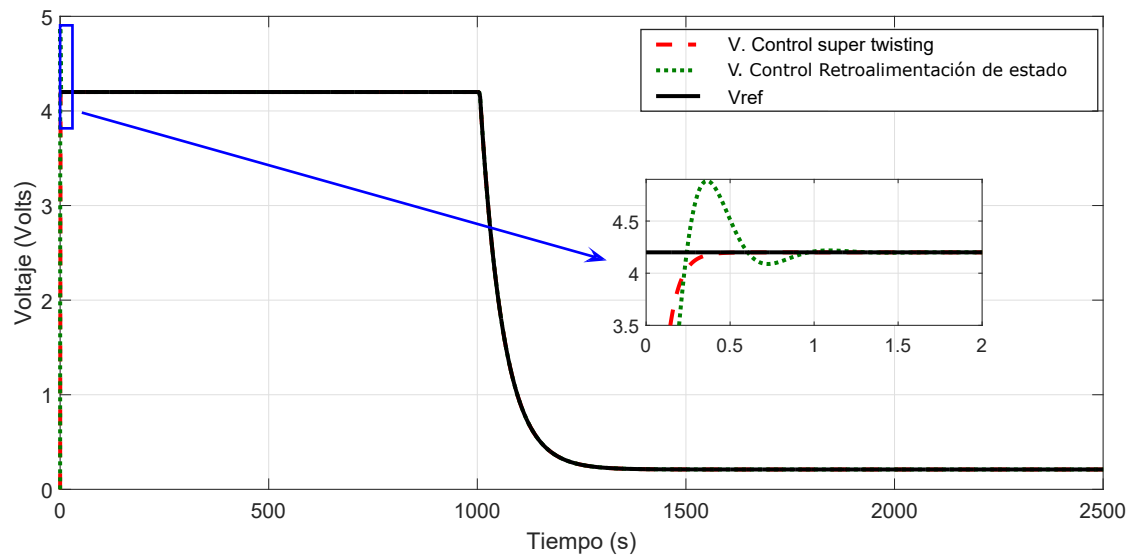


Figura 3.11: Seguimiento de voltaje sin perturbación

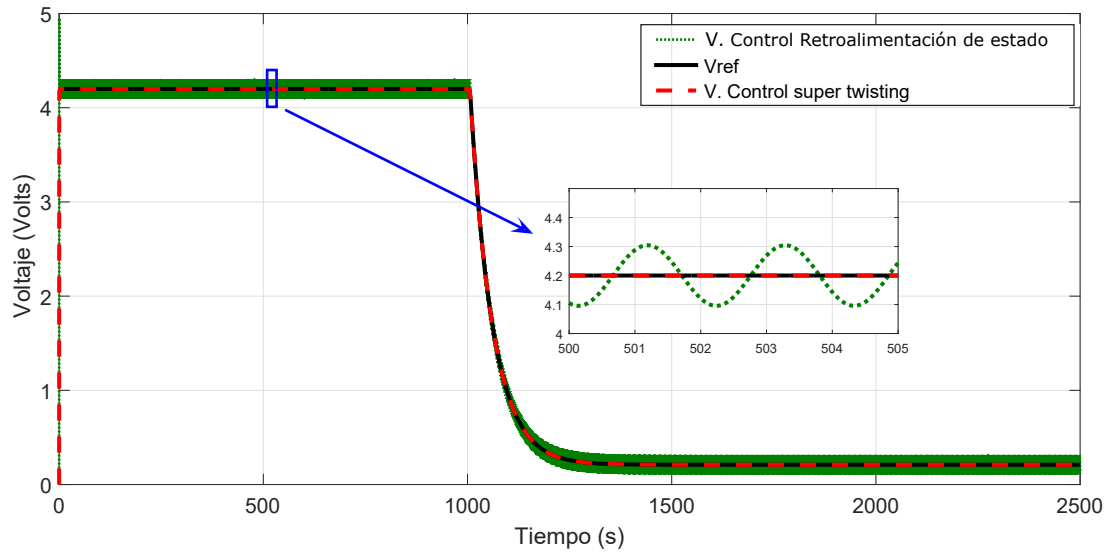


Figura 3.12: Seguimiento de referencia de voltaje ante una perturbación: Retroalimentación de estado y super twisting

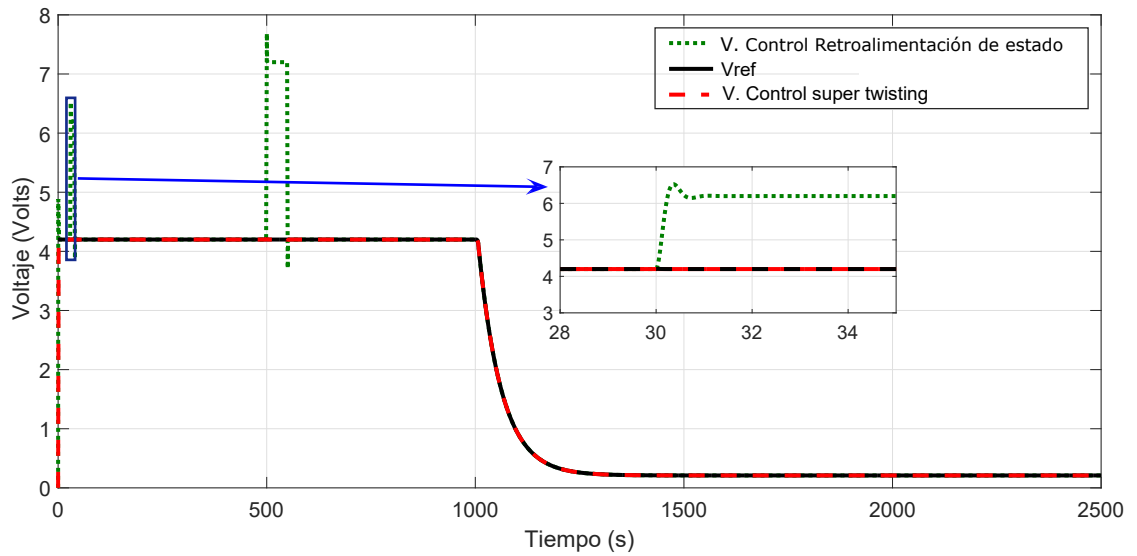


Figura 3.13: Seguimiento de referencia de voltaje ante una perturbación: Retroalimentación de estado y super twisting

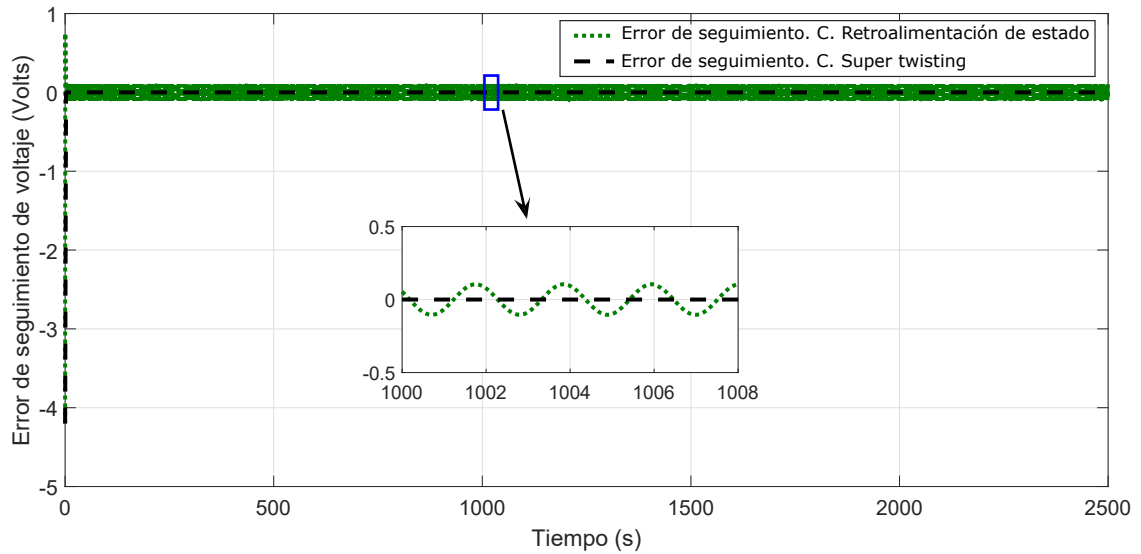


Figura 3.14: Error de seguimiento de voltaje de los 3 controles: Retroalimentación de estado y super twisting

Las gráficas muestran de manera segura que el control con mejor desempeño es el modo deslizante tipo super twisting. Sin embargo, al igual que en la primera parte recurrimos a calcular el criterio de error cuadrático integrado (ISE) y la integral del valor absoluto del error (IAE), para determinar el desempeño de cada uno de ellos. La tabla 3.5 contiene los resultados obtenidos.

Criterios de error		
	Control super twisting	Control por retroalimentación de estado N.L.
IAE	0.3363	166.7524
ISE	0.8706	15.3899

Tabla 3.5: Criterios de error para controles en la segunda etapa del cargador de batería.

Finalmente, es posible concluir que el mejor desempeño lo tiene el control modo deslizante tipo super twisting, el cual es robusto ante perturbaciones y converge en tiempo finito, resultando ser mejor que el control por retroalimentación de estado no lineal.

3.9. Conclusión

En este capítulo se presentó el diseño de controles, tales como el control por retroalimentación de estado no lineal, el modo deslizante tipo super twisting y la función de control-Lyapunov. Estos controles fueron aplicados a las diferentes etapas que conforman el cargador de baterías. Finalmente, se realizaron simulaciones en Matlab/simulink con el fin de comparar el comportamiento de cada control aplicado al cargador de batería. Los resultados fueron presentados a través de gráficas, donde se determinó que el control con mejor desempeño fue el modo deslizante tipo super twisting.

Capítulo 4

Diseño de observador para la batería

En este capítulo se introduce el concepto de observabilidad y algunos métodos de diseño de observadores para sistemas lineales y no lineales. Posteriormente, se utilizará el modelo dinámico de la batería de ion litio (2.4.22) presentado en el capítulo 2, para diseñar un observador de la batería, que estime el voltaje de polarización (V_p) y el estado de carga (SOC), a partir del voltaje de terminal (V_t).

4.1. Introducción

En algunos sistemas es común que los estados de un sistema dinámico no sean medibles o que su medición no sea viable por el costo económico que tendría la instalación de ciertos sensores de medición. Una alternativa para estos casos es obtener una estimación de los estados no medibles a través de un observador de estados. Un observador de estados es un sistema dinámico cuyos estados estimados convergen a los estados del sistema observado. Para observar un sistema es necesario que cumpla con la propiedad de observabilidad, para sistemas lineales o no lineales. Existen métodos para el diseño de observadores lineales, tales como el observador Luenberger, filtro de Kalman, entre otros.

En este capítulo el objetivo es diseñar observadores para la batería ion-litio, a partir del modelo matemático (2.4.22) presentado en el capítulo 2, que sean capaces de estimar los estados de

la batería. Por lo tanto, en esta sección serán planteados algunos métodos de observadores y sus demostraciones de convergencia. Además, se incluye una propuesta de observador por modos deslizante de alto orden modificando la forma de sintonizar sus ganancias. Los resultados obtenidos en simulación serán presentados.

4.2. Concepto de observabilidad

Antes de diseñar un observador hay que determinar si el sistema es observable. La observabilidad es una propiedad para determinar si un sistema puede ser observado. Cuando un sistema es observable, existe la posibilidad de diseñar un algoritmo matemático (a menudo llamado sensor de software) que puede reconstruir el estado del sistema a partir de la información obtenida de la salida medida y la entrada del sistema.

■ Estudio para sistemas lineales

Un sistema lineal en espacios de estado se escribe de la siguiente forma:

$$\Sigma_L: \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{cases} \quad (4.2.1)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, la entrada $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ es la salida del sistema, por otro lado $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$; donde n es la dimensión del espacio de estado, m es la dimensión de la entrada y p es la dimensión de la salida.

La definición de observabilidad esta hecha bajo la hipótesis de que las ecuaciones de estado o las matrices A , B y C son conocidas. Se dice que el sistema es completamente observable, si el estado $x(t_0)$ se determina a partir de la observación de $y(t)$ durante un intervalo de tiempo finito, $t_0 \leq t \leq t_1$.

Una definición de observabilidad formal dada en [33], es la siguiente:

Definición 4.2.1. El sistema (4.2.1) es observable, si para cualquier estado inicial desconocido $x(0)$, existe un $t_1 > 0$ finito, tal que el conocimiento de la entrada u y la salida y sobre $[0, t_1]$ sea suficiente para determinar de manera única el estado inicial $x(0)$. De lo contrario, se dice que el sistema es inobservable.

Condición de observabilidad: Un sistema es observable si cumple con el criterio de Kalman [34], es decir, la matriz de observabilidad $\Theta_L \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$\Theta_L = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (4.2.2)$$

es de rango completo, es decir, el rango de Θ_L es igual a n .

Para determinar si la matriz Θ_L es de rango completo o no singular, se calcula el determinante que debe ser diferente de cero, lo que indica que n vectores o filas son linealmente independientes. Por otro lado si el determinante es igual a cero indica que la matriz Θ_L es singular, tiene vectores linealmente dependientes y no cumple con la condición de observabilidad.

Algo muy importante que hay que destacar en los sistemas lineales, es que la observabilidad de un sistema dinámico no depende de la entrada u .

■ Estudio para sistemas no lineales

Para el caso de los sistemas no lineales la forma de representar un sistema esta dado de la siguiente manera:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (4.2.3)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del sistema, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada, $y \in \mathbb{R}^p$ y $f(x)$, $g(x)$ representan campos vectoriales suaves y $h(x)$ una función suave; donde n es la dimensión del espacio de estado, m es la dimensión de la entrada y p es la dimensión de la salida.

El concepto de observabilidad de sistemas no lineales inicia a partir del concepto de distinguibilidad.

Definición 4.2.2. (*Distinguibilidad*). Sea $u(t)$ una entrada, $\forall T > 0$, $x(0)$ y $\hat{x}(0)$ dos condiciones iniciales distintas y sus correspondientes trayectoria de salida $y(t, x(0), u(t))$ y $\hat{y}(t, \hat{x}, u(t))$, también distintas. Entonces, se dice que $u(t)$ distingue a $x(0)$ y $\hat{x}(0)$ en el intervalo de $[0, T]$ [42].

La definición anterior nos lleva a definir el caso contrario conocido como indistinguibilidad.

Definición 4.2.3. (*Indistinguibilidad*). Para el sistema (4.2.3), dos puntos dados x y $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ son indistinguibles si para toda entrada aplicada $u(t)$, $\forall T > 0$, las salidas $y(t, x(0), u(t))$ y $\hat{y}(t, \hat{x}(0), u(t))$ son idénticas en el intervalo $[0, T]$, donde x y \hat{x} son trayectorias del sistema [42].

En los sistemas lineales la observabilidad no depende de la entrada u , en los sistemas no lineales sucede lo contrario, debido a que este tipo de sistemas sí dependen de la entrada aplicada. Por lo tanto, en el siguiente enunciado se define el conjunto de entradas que hacen al sistema observable.

Definición 4.2.4. (*Entrada universal*). Una entrada $u(t)$ es universal en el intervalo de $[0, T]$, para $T > 0$, si distingue todos los pares de puntos distintos en el intervalo $[0, T]$ [43].

A partir de lo anterior obtenemos la siguiente definición

Definición 4.2.5. (*Observabilidad uniforme*). Un sistema es uniformemente observable si cada entrada es universal [43].

Se define al conjunto de todos los puntos que son indistinguibles de x_0 , esto es $I(x_0)$.

Definición 4.2.6. (*Observabilidad*) [43].

- El sistema (4.2.3) es observable en x_0 , si $I(x_0) = \{x_0\}$

- El sistema (4.2.3) es observable, si $I(x)=x$ para toda $x \in \mathbb{R}^n$.

Además, para cualquier par de puntos (x, \hat{x}) , existe una entrada que los distingue en el intervalo $[0, T]$, para $T > 0$.

Definición 4.2.7. (*Matriz de Observabilidad*). El espacio de observación de un sistema, se define como el espacio vectorial más pequeño, definido por Θ_{NL} , el cual está conformado por funciones de clase c^∞ , conteniendo componentes de la salida $h(x)$ y también, de la derivada de Lie de la función de salida del sistema $h(x)$ en la dirección del campo $f(x, u)$, para cualquier entrada u [43].

El espacio Θ_{NL} está definido de la siguiente manera

$$\Theta_{NL} = \text{span} \left[h(x), L_f h(x), L_f^2 h(x), \dots, L_f^{n-1} h(x) \right] \quad (4.2.4)$$

Condición de observabilidad: El sistema (4.2.3) será observable si los vectores de la matriz de observabilidad $d\Theta_{NL}$,

$$d\Theta_{NL} = \begin{bmatrix} dh(x) \\ dL_f h(x) \\ dL_f^2 h(x) \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (4.2.5)$$

son linealmente independientes, es decir; que la matriz resultante sea de rango n , donde

$$dL_f^i h(x) = \frac{d^i h(x)}{dx} f(x, u)$$

para $i = 1, 2, \dots, n-1$; es la derivada de la i -ésima derivada de Lie de la función $h(x)$ a lo largo del campo vectorial $f(x, u)$.

Considerando que un sistema es observable, entonces es posible diseñar un observador para reconstruir el estado no medible.

4.3. Observador Luenberger

Considere un sistema lineal de la forma

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{cases} \quad (4.3.1)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, la entrada $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ es la salida del sistema, por otro lado $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$; donde n es la dimensión del espacio de estado, m es la dimensión de la entrada y p es la dimensión de la salida.

Un observador Luenberger para el sistema (4.3.1) es una copia del sistema, más un término de corrección que depende del error de estimación dado por la diferencia entre la salida medida y la salida estimada. De esta forma, se define el modelo matemático del observador como

$$\Theta_L: \begin{cases} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}) \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{cases} \quad (4.3.2)$$

donde $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ es el estado estimado, $\hat{y} \in \mathbb{R}^p$ la salida estimada y $K \in \mathbb{R}^{n \times p}$ es una matriz de ganancias. Para obtener la dinámica del error del observador se calcula de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{x} - \dot{\hat{x}} &= Ax - A\hat{x} - K(Cx - C\hat{x}) \\ &= (A - KC)(x - \hat{x}) \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

El error de estimación se define como

$$e = x - \hat{x}$$

Por lo tanto, la dinámica del error está dada de la siguiente manera

$$\dot{e} = (A - KC)e \quad (4.3.4)$$

Considerando la ecuación (4.3.4), se concluye que el comportamiento dinámico del error de estimación se determina a partir de los valores propios de la matriz $A - KC$. Para que la matriz $A - KC$ sea estable sus valores propios deben de tener parte real negativa, en consecuencia el error de estimación convergerá a cero para cualquier vector de error inicial $e(0)$, es decir, $\hat{x}(t)$ convergerá a $x(t)$ independientemente de los valores de $x(0)$ y $\hat{x}(0)$. Si elegimos los valores propios de manera adecuada el comportamiento dinámico del error de estimación será asintóticamente estable y lo suficientemente rápido, entonces cualquier vector de error tenderá a 0 con una velocidad adecuada [34].

Una forma de encontrar los valores óptimos para la ganancia K , es resolviendo la ecuación diferencial de Riccati [44]

$$\dot{P} = PA^T + AP - PC^T R^{-1} CP + Q \quad (4.3.5)$$

donde Q y R son matrices definidas positivas o simétricas reales, P es una matriz definida positiva y solución de la ecuación de Riccati. Las ganancias K se obtienen a partir de

$$K = -PC^T R^{-1} \quad (4.3.6)$$

de esta manera se logra obtener una matriz de ganancias optimas del observador.

■ Caso para sistemas no lineales

Considere la clase de sistemas no lineales de la forma

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{cases} \quad (4.3.7)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del sistema, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada, $y \in \mathbb{R}^p$ y $f(x)$, $g(x)$ representan campos vectoriales suaves y $h(x)$ una función suave; donde n es la dimensión del espacio de estado, m es la dimensión de la entrada y p es la dimensión de la salida.

Entonces, el sistema no lineal puede ser transformado mediante un cambio de coordenadas en un sistema lineal más una inyección de entrada-salida, de la forma

$$\begin{aligned}\dot{z} &= Az + \phi(u, y) \\ y &= Cz\end{aligned}\tag{4.3.8}$$

Por lo tanto, un observador para el sistema (4.3.8) es de la forma

$$\Theta_L : \begin{cases} \dot{\hat{z}} &= A\hat{z} + \phi(u, \hat{y}) - K(C\hat{z} - y) \\ \hat{y} &= C\hat{z} \end{cases}\tag{4.3.9}$$

donde K es la ganancia del observador, la cual es elegida tal que los valores propios de la matriz $(A - KC)$ tengan parte real negativa.

La prueba de convergencia es similar a la de Luenberger.

4.4. Observador por modo deslizante

Otro tipo de diseño de observador es el basado en las técnicas de modo deslizante, el cual posee las siguientes características: su robustez ante perturbaciones o incertidumbres externas del sistema, y su convergencia en tiempo finito. Sin embargo, debido a las funciones discontinuas que aparecen en el diseño del observador que generan oscilaciones de alta frecuencia, las cuales se les denomina chattering, y constituye la principal desventaja de los modos deslizantes.

La presencia de chattering en el observador por modo deslizante se puede reducir haciendo uso de métodos basados en modos deslizantes de alto orden. Uno de los más simples es el modo deslizante de segundo orden llamado super twisting.

4.4.1. Observador por modo deslizante tipo super twisting

Considerando el siguiente sistema no lineal

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x}_1 &= \dot{x}_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x_1, x_2, u) + \theta \\ y &= x_1 \end{cases} \quad (4.4.1)$$

donde $f(x_1, x_2, u)$ es una función suave conocida y acotada, teniendo a θ como una perturbación. Entonces un observador super twisting para el sistema (4.4.1), es el siguiente

$$\Theta_{stw}: \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + K_1 |e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) + K_2 \text{sign}(e_1) \\ \hat{y} &= \hat{x}_1 \end{cases} \quad (4.4.2)$$

donde $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ es el error de estimación, \hat{x}_1 y \hat{x}_2 son los estados estimados, K_1 y K_2 son las ganancias del observador.

Puesto que la manera de sintonizar las ganancias para este observador no es tan evidente, se propone una modificación del algoritmo con el objetivo de mejorar la manera de sintonizar las ganancias del observador de una forma rápida y sencilla, el cual es presentado a continuación.

4.4.2. Observador por modo deslizante tipo super twisting modificado

Considere un sistema de la forma (4.4.1), e introduciendo las siguientes dos hipótesis:

- B.1) $f(x_1, x_2, u)$ es continuamente Lipschitz con respecto a x , y uniformemente con respecto de u , es decir; existe una constante positiva C_0 , tal que $\|\Phi(x, u)\| \leq C_0 \|x\|$.
- B.2) La perturbación θ y su primera derivada $\dot{\theta} = \rho$ son acotadas, es decir; existe constantes positivas C_1 y C_2 conocidas, tales que $|\theta| \leq C_1$ y $|\rho| \leq C_2$

el siguiente sistema es un observador super twisting modificado

$$\Theta_{stwm} : \begin{cases} \dot{z}_1 &= z_2 + K_1 |e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \\ \dot{z}_2 &= f(z_1, z_2, u) + K_2 \text{sign}(e_1) \\ \hat{y} &= z_1 \end{cases} \quad (4.4.3)$$

donde K_1 y K_2 son las ganancias, las cuales están definidas de la siguiente manera

$$K_1 = 2\sigma, \quad K_2 = \frac{\sigma^2}{2}$$

con σ es suficientemente grande.

Para realizar el análisis de convergencia, se define el error de estimación como sigue,

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1 - z_1 \\ e_2 &= x_2 - z_2 \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

Derivando (4.4.4) con respecto al tiempo, la dinámica del error esta dada por

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 - K_1 |e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_2 &= \tilde{f}(x, z, u) - K_2 \text{sign}(e_1) + \theta \end{aligned} \quad (4.4.5)$$

donde $\tilde{f}(x, z, u) = f(x_1, x_2, u) - f(z_1, z_2, u)$.

Para demostrar la convergencia del observador, se introduce el siguiente cambio de coordenadas

$$\xi_1 = |e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \quad (4.4.6)$$

$$\xi_2 = e_2 \quad (4.4.7)$$

La dinámica del error de estimación (4.4.5), en las nuevas coordenadas, está dada por

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \frac{1}{2|e_1|^{1/2}}(-K_1\xi_1 + \xi_2) \\ \dot{\xi}_2 &= \tilde{f}(x, z, u) - K_2 \text{sign}(e_1) + \theta\end{aligned}\tag{4.4.8}$$

De manera equivalente, el sistema (4.4.8) queda de la siguiente manera

$$\dot{\xi} = \frac{1}{2|e_1|^{1/2}} \left[\begin{array}{cc} -2\sigma & 1 \\ \sigma^2 & 0 \end{array} \right] \xi + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 2|e_1|^{1/2} \tilde{f}(x, z, u) + \theta \end{array} \right]\tag{4.4.9}$$

donde $\xi = [\xi_1 \quad \xi_2]^T$. De manera compacta resulta ser

$$\dot{\xi} = \frac{1}{2|e_1|^{1/2}} ((A - KC)\xi + \Phi)\tag{4.4.10}$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ 2|e_1|^{1/2}(\tilde{f}(x, z, u) + \theta) \end{bmatrix} \quad KC = \begin{bmatrix} -2\sigma & 0 \\ -\sigma^2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Para analizar la convergencia de la dinámica del error de estimación (4.4.10), se considera la siguiente ecuación de Lyapunov

$$V(\xi) = \xi^T S_\sigma \xi\tag{4.4.11}$$

donde S_σ es una matriz definida positiva, solución de la siguiente ecuación de Lyapunov

$$-\sigma S_\sigma - A^T S_\sigma - S_\sigma A + C^T C = 0\tag{4.4.12}$$

Aplicando la primera derivada con respecto al tiempo de $V(\xi)$, a lo largo de las trayectorias (4.4.10), se obtiene

$$\dot{V}(\xi) \leq \frac{1}{2|e_1|^{1/2}} (-\sigma \xi^T S_\sigma \xi + 2\xi^T S_\sigma \Phi)\tag{4.4.13}$$

Considerando la norma del término no lineal $2\xi^T S_\sigma \Phi$, y a partir de la hipótesis **B.1**, es decir, $\|\Phi\| \leq \delta \|\xi\|$, donde $\delta > 0$, resulta que

$$\dot{V}(\xi) \leq \frac{1}{2|e_1|^{\frac{1}{2}}} (-\sigma \xi^T S_\sigma \xi + 2S_\sigma \delta \|\xi\|^2) \quad (4.4.14)$$

escrita de manera equivalente

$$\dot{V}(\xi) \leq -\frac{1}{2|e_1|^{\frac{1}{2}}} \sigma V(\xi) + \frac{1}{2|e_1|^{\frac{1}{2}}} 2S_\sigma \delta \|\xi\|^2 \quad (4.4.15)$$

Considerando que la ecuación de Lyapunov satisface

$$\lambda_{\min}(S_\sigma) \|\xi\|^2 \leq V(\xi) \leq \lambda_{\max}(S_\sigma) \|\xi\|^2 \quad (4.4.16)$$

donde $\lambda_{\min}(S_\sigma)$ y $\lambda_{\max}(S_\sigma)$ son los valores propios mínimo y máximo de la matriz S_σ , respectivamente. Entonces

$$\|\xi\|^2 \leq \frac{V(\xi)}{\lambda_{\min}(S_\sigma)} \quad (4.4.17)$$

Sustituyendo (4.4.17) en (4.4.15), se obtiene la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} \dot{V}(\xi) &\leq -\frac{1}{2|e_1|^{\frac{1}{2}}} \sigma V(\xi) + \frac{1}{2|e_1|^{\frac{1}{2}}} 2\|S_\sigma\| \delta \frac{V(\xi)}{\lambda_{\min}(S_\sigma)} \\ &\leq -\left[\frac{\sigma - \ell}{2|e_1|^{\frac{1}{2}}} \right] V(\xi) \end{aligned} \quad (4.4.18)$$

donde $\ell = \frac{2\|S_\sigma\|\delta}{\lambda_{\min}(S_\sigma)}$. Si consideramos que la siguiente desigualdad se satisface

$$|e_1|^{\frac{1}{2}} \leq \|\xi\|^{\frac{1}{2}} \leq \left(\frac{V(\xi)}{\lambda_{\min}(S_\sigma)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.4.19)$$

Entonces resulta que

$$\dot{V}(\xi) \leq -\varrho V(\xi)^{\frac{1}{2}} \quad (4.4.20)$$

donde $\wp = \frac{(\sigma - \ell)\lambda_{min}^{\frac{1}{2}}}{2}$, con σ suficientemente grande tal que \wp sea positiva, entonces $\dot{V}(\xi)$ es negativa definida.

A partir de la ecuación (4.4.20), se calcula el tiempo de convergencia. Resolviendo la ecuación diferencial, el siguiente resultado es obtenido

$$2V(T)^{\frac{1}{2}} = 2V(0)^{\frac{1}{2}} - \wp T = 0 \quad (4.4.21)$$

Despejando el tiempo T se llega a

$$T = \frac{2V(0)^{\frac{1}{2}}}{\wp} \quad (4.4.22)$$

De esta manera la dinámica del error e tiende a cero en un tiempo finito T y se mantendrá en esa posición.

4.4.3. Observador por modo deslizante de alto orden

Considere un sistema de orden 3, el cual esta descrito de la siguiente manera.

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = f(x, z, u) + \theta \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.4.23)$$

donde $f(x_1, x_2, x_3, u)$ es una función suave conocida y acotada, teniendo a θ como una perturbación. Entonces un observador modo deslizante de alto orden es

$$\Theta_{ao} : \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + K_1 |e_1|^{2/3} \text{sign}(e_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + K_2 |e_1|^{1/3} \text{sign}(e_1) \\ \dot{\hat{x}}_3 &= f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) + K_3 \text{sign}(e_1) \\ \hat{y} &= \hat{x}_1 \end{cases} \quad (4.4.24)$$

donde $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ es el error de estimación, \hat{x}_1 , \hat{x}_2 y \hat{x}_3 son los estados estimados, K_1 , K_2 y K_3 son las ganancias del observador y son elegidas de manera arbitraria.

Puesto que la manera de sintonizar las ganancias para este observador no es tan evidente, se propone una modificación del algoritmo con el objetivo de mejorar la manera de sintonizar las ganancias del observador de una forma rápida y sencilla, el cual es presentado a continuación.

4.4.4. Observador modo deslizante de alto orden modificado

Considere un sistema de la forma (4.4.23), e introduciendo las siguientes dos hipótesis:

- C.1)** $f(x_1, x_2, u)$ es continuamente Lipschitz con respecto a x , y uniformemente con respecto de u , es decir; existe una constante positiva C_0 , tal que $\|\Phi(x, u)\| \leq C_0 \|x\|$.
- C.2)** La perturbación θ y su primera derivada $\dot{\theta} = \rho$ son acotadas, es decir; existe constantes positivas C_1 y C_2 conocidas, tales que $|\theta| \leq C_1$ y $|\rho| \leq C_2$

el siguiente sistema es un observador de alto orden modificado

$$\Theta_{aom} : \begin{cases} \dot{z}_1 &= z_2 + K_1 |e_1|^{2/3} \text{sign}(e_1) \\ \dot{z}_2 &= z_3 + K_2 |e_1|^{1/3} \text{sign}(e_1) \\ \dot{z}_3 &= f(z_1, z_2, u) + K_3 \text{sign}(e_1) \\ \hat{y} &= z_1 \end{cases} \quad (4.4.25)$$

donde K_1 , K_2 y K_3 son las ganancias, las cuales están definidas de la siguiente manera

$$K_1 = 3\sigma, \quad K_2 = 2\sigma^2, \quad K_3 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \sigma^3$$

con σ suficientemente grande.

Para realizar el análisis de convergencia, se define el error de estimación como sigue

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1 - z_1 \\ e_2 &= x_2 - z_2 \\ e_3 &= x_3 - z_3 \end{aligned} \tag{4.4.26}$$

Derivando (4.4.26) con respecto al tiempo, la dinámica del error esta dada por

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 - K_1 |e_1|^{2/3} \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_2 &= e_3 - K_2 |e_1|^{1/3} \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_3 &= \tilde{f}(x, z, u) - K_3 \text{sign}(e_1) + \theta \end{aligned} \tag{4.4.27}$$

donde $\tilde{f}(x, z, u) = f(x_1, x_2, x_3, u) - f(z_1, z_2, z_3, u)$.

Para demostrar la convergencia del observador, se introduce el siguiente cambio de coordenadas

$$\xi_1 = |e_1|^{2/3} \text{sign}(e_1) \tag{4.4.28}$$

$$\xi_2 = e_2 \tag{4.4.29}$$

$$\xi_3 = \frac{3}{2} e_3 |e_1|^{1/3} \tag{4.4.30}$$

La dinámica del error (4.4.27), en las nuevas coordenadas está dada por

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \frac{2}{3|e_1|^{1/3}}(-K_1\xi_1 + \xi_2) \\ \dot{\xi}_2 &= \frac{2}{3|e_1|^{1/3}}\left(-\frac{3}{2}K_2\xi_1 + \xi_3\right)\end{aligned}\quad (4.4.31)$$

$$\dot{\xi}_2 = \frac{2}{3|e_1|^{1/3}} \left[-\left(\frac{3}{2}\right)^2 K_3 \xi_1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 |e_1|^{2/3} [\tilde{f}(x, z, u) + \theta] + \frac{3}{4} \xi_2 \left(\frac{1}{|e_1|^{2/3}} \right) (-K_1 \xi_1 - \xi_2) \right]$$

De manera equivalente, el sistema (4.4.31) queda de la siguiente manera

$$\dot{\xi} = \frac{2}{3|e_1|^{1/3}} \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{ccc} -K_1 & 1 & 0 \\ -\left(\frac{3}{2}\right)K_2 & 0 & 1 \\ -\left(\frac{3}{2}\right)^2 K_3 & 0 & 0 \end{array} \right] \xi + \left[\begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^2 |e_1|^{2/3} [\tilde{f}(x, z, u) + \theta] + \frac{3}{4} \xi_2 \left(\frac{1}{|e_1|^{2/3}} \right) (-K_1 \xi_1 - \xi_2) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (4.4.32)$$

donde $\xi = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3]^T$. De manera compacta resulta ser

$$\dot{\xi} = \frac{2}{3|e_1|^{1/3}} ((A - KC)\xi + \Phi) \quad (4.4.33)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad KC = \begin{bmatrix} -K_1 & 0 & 0 \\ -\left(\frac{3}{2}\right)K_2 & 0 & 0 \\ -\left(\frac{3}{2}\right)^2 K_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4.34)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^2 |e_1|^{2/3} [\tilde{f}(x, z, u) + \theta] + \frac{3}{4} \xi_2 \left(\frac{1}{|e_1|^{2/3}} \right) (-K_1 \xi_1 - \xi_2) \end{bmatrix} \quad (4.4.35)$$

Para analizar la convergencia de la dinámica del error (4.4.33) se considera la siguiente ecua-

ción de Lyapunov

$$V(\xi) = \xi^T S_\sigma \xi \quad (4.4.36)$$

donde S_σ es una matriz definida positiva, solución de la siguiente ecuación de Lyapunov

$$-\sigma S_\sigma - A^T S_\sigma - S_\sigma A + C^T C = 0 \quad (4.4.37)$$

Aplicando la primera derivada con respecto al tiempo de $V(\xi)$, a lo largo de las trayectorias (4.4.33), se obtiene

$$\dot{V}(\xi) \leq \frac{2}{3|e_1|^{\frac{1}{3}}} (-\sigma \xi^T S_\sigma \xi + 2\xi^T S_\sigma \Phi) \quad (4.4.38)$$

Considerando la norma del término no lineal $2\xi^T S_\sigma \Phi$, y a partir de la hipótesis **C.1**, es decir, $\|\Phi\| \leq \delta \|\xi\|$, donde $\delta > 0$, de tal manera la ecuación resultante es

$$\dot{V}(\xi) \leq \frac{2}{3|e_1|^{\frac{1}{3}}} (-\sigma \xi^T S_\sigma \xi + 2S_\sigma \delta \|\xi\|^2) \quad (4.4.39)$$

escrita de manera equivalente

$$\dot{V}(\xi) \leq -\frac{2}{3|e_1|^{\frac{1}{3}}} \sigma V(\xi) + \frac{2}{3|e_1|^{\frac{1}{3}}} 2S_\sigma \delta \|\xi\|^2 \quad (4.4.40)$$

Considere que la función de Lyapunov satisface

$$\lambda_{\min}(S_\sigma) \|\xi\|^2 \leq V(\xi) \leq \lambda_{\max}(S_\sigma) \|\xi\|^2 \quad (4.4.41)$$

donde $\lambda_{\min}(S_\sigma)$ y $\lambda_{\max}(S_\sigma)$ son los valores propios mínimo y máximo de la matriz S_σ , respectivamente. Por lo tanto

$$\|\xi\|^2 \leq \frac{V(\xi)}{\lambda_{\min}(S_\sigma)} \quad (4.4.42)$$

Sustituyendo (4.4.42) en (4.4.40) se obtiene la siguiente ecuación

$$\begin{aligned}\dot{V}(\xi) &\leq -\frac{2}{3|e_1|^{\frac{1}{3}}}\sigma V(\xi) + \frac{2}{3|e_1|^{\frac{1}{3}}}2\|S_\sigma\|\delta \frac{V(\xi)}{\lambda_{min}(S_\sigma)} \\ &\leq -\left[\frac{2\sigma - \ell}{3|e_1|^{\frac{1}{3}}}\right] V(\xi)\end{aligned}\tag{4.4.43}$$

donde $\ell = \frac{4\|S_\sigma\|\delta}{\lambda_{min}(S_\sigma)}$. Considere que la siguiente desigualdad se satisface

$$|e_1|^{\frac{1}{3}} \leq \|\xi\|^{\frac{1}{3}} \leq \left(\frac{V(\xi)}{\lambda_{min}(S_\sigma)}\right)^{\frac{1}{3}}\tag{4.4.44}$$

Por lo tanto, resulta que

$$\dot{V}(\xi) \leq -\varphi V(\xi)^{\frac{2}{3}}\tag{4.4.45}$$

donde $\varphi = \frac{(2\sigma - \ell)\lambda_{min}^{\frac{1}{3}}}{3}$, con σ suficientemente grande tal que φ sea positiva, entonces $\dot{V}(\xi)$ es negativa definida.

A partir de la ecuación (4.4.45), se calcula el tiempo de convergencia. Resolviendo la ecuación diferencial, el siguiente resultado es obtenido

$$3V(T)^{\frac{1}{3}} = 3V(0)^{\frac{1}{3}} - \varphi T = 0\tag{4.4.46}$$

Despejando el tiempo T se llega a

$$T = \frac{3V(0)^{\frac{1}{3}}}{\varphi}\tag{4.4.47}$$

De esta manera la dinámica del error de estimación e tiende a cero en un tiempo finito T .

4.5. Análisis de observabilidad a batería ion-litio

A continuación se analizará el modelo dinámico de la batería ion litio, para verificar si cumple con el criterio de observabilidad. El modelo fue dado en (2.5.4) y es el siguiente

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{V}_t &= -a_1 V_t + a_1 k Z + b_1 I_O \\ \dot{Z} &= -a_2 V_P - a_2 k Z + a_2 V_t \\ \dot{V}_P &= -a_1 V_P + b_2 I_O \end{cases} \quad (4.5.1)$$

donde $[V_t \ Z \ V_P]^T$ son las variables de estado, I_O es la entrada, y la salida medible es V_t .

El modelo dinámico de la batería ion-litio (4.5.1) es lineal, entonces se puede representar de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

donde

$$x = [V_t \ Z \ V_P]^T, \quad A = \begin{bmatrix} -a_1 & a_1 k & 0 \\ a_2 & -a_2 k & -a_2 \\ 0 & 0 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B = [b_1 \ 0 \ b_2]^T, \\ C = [1 \ 0 \ 0], \quad y = V_t, \quad u = I_O$$

Utilizando la definición de observabilidad (4.2.2) para sistemas lineales en el modelo de la batería ion-litio, resulta que

$$\Theta_{B.i.l} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -a_1 & a_1 k & 0 \\ a_1^2 + a_1 a_2 k & -a_1^2 k - a_1 a_2 k^2 & -a_1 a_2 k \end{bmatrix} \quad (4.5.3)$$

Para determinar que la matriz $\Theta_{B.i.l}$ es de rango completo, basta con calcular su determinante,

el cual esta dado por

$$Det|\Theta_{B.i.l}| = -a_1^2 a_2 k^2$$

donde $Det|\Theta_{B.i.l}| \neq 0$. Por lo tanto, resulta que la matriz es no singular, esto es de rango 3.

4.6. Diseño de observadores para la batería de ion litio

En esta sección se diseñará un observador de Luenberger y un observador modo deslizante de alto orden modificado para la batería de ion-litio. El objetivo es el siguiente

Objetivo

- Diseñar un observador capaz de estimar los estados no medibles (Z, V_p), a partir de la salida medible (V_t)

Para lograr este objetivo, se propone el diseño de los siguientes observadores: un observador Luenberger y un observador modo deslizantes de alto orden modificado.

4.6.1. Batería de ion litio: Observador Luenberger

El modelo dinámico de la batería ion litio presentado en el capítulo 2 es el siguiente

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{V}_t &= -a_1 V_t + a_1 k Z + b_1 I_O \\ \dot{Z} &= -a_2 V_p - a_2 k Z + a_2 V_t \\ \dot{V}_p &= -a_1 V_p + b_2 I_O \\ y &= Cx \end{cases} \quad (4.6.1)$$

donde $x = [V_t \quad Z \quad V_p]^T$ y $C = [1 \quad 0 \quad 0]$.

Entonces, un observador de Luenberger para la batería de ion-litio es el siguiente

$$\Theta_L: \begin{cases} \dot{\hat{V}}_t &= -a_1 \hat{V}_t + a_1 k \hat{Z} + b_1 I_O + K_1(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{Z}} &= -a_2 \hat{V}_P - a_2 k \hat{Z} + a_2 \hat{V}_t + K_2(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{V}}_P &= -a_1 \hat{V}_P + b_2 I_O + K_3(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C \hat{x} \end{cases} \quad (4.6.2)$$

donde $\hat{x} = [\hat{V}_t \quad \hat{Z} \quad \hat{V}_P]^T$.

Las ganancias K_1, K_2 y K_3 se obtienen a partir de la solución de

$$K = -PC^T R^{-1} \quad (4.6.3)$$

P es una matriz definida positiva, solución de la ecuación de Riccati

$$\dot{P} = PA^T + AP - PC^T R^{-1} CP + Q \quad (4.6.4)$$

donde Q y R son matrices definidas positivas o simétricas reales.

Entonces, la dinámica del error de estimación es asintóticamente estable.

4.6.2. Batería de ion litio: Observador modo deslizante de alto orden modificado

El modelo de batería ion litio presentado en (4.6.1) es un modelo lineal, el cual se puede escribir de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \Phi(x, u) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (4.6.5)$$

Esto es

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_t \\ \dot{Z} \\ \dot{V}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 k & 0 \\ 0 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_t \\ Z \\ V_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_1 V_t + b_1 I_o \\ a_2 V_t - a_2 k Z \\ -a_1 V_p + b_2 I_o \end{bmatrix} \quad (4.6.6)$$

$$y = Cx$$

donde

$$x = \begin{bmatrix} V_t & Z & V_p \end{bmatrix}^T, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & a_1 k & 0 \\ 0 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi(x, u) = \begin{bmatrix} -a_1 V_t + b_1 I_o \\ a_2 V_t - a_2 k Z \\ -a_1 V_p + b_2 I_o \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Introduciendo el siguiente cambio de coordenadas

$$\xi = Tx \quad (4.6.7)$$

donde

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 k & 0 \\ 0 & 0 & -a_1 a_2 k \end{bmatrix}$$

Entonces el sistema en las nuevas coordenadas ξ , resulta de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= TAT^{-1}\xi + T\Phi(T^{-1}\xi, u) \\ \bar{y} &= CT^{-1}\xi \end{aligned} \quad (4.6.8)$$

donde $\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{bmatrix}^T$, $T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ es no singular y T^{-1} , esta dada por

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_1 k} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{-a_1 a_2 k} \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, resolviendo (4.6.8), se obtiene lo siguiente

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 k & 0 \\ 0 & 0 & -a_1 a_2 k \end{bmatrix} \Phi(T^{-1}\xi, u) \quad (4.6.9)$$

$$\bar{y} = CT^{-1}\xi$$

Entonces, el observador para el sistema (4.6.9) está dado por

$$\dot{\hat{\xi}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\xi} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 k & 0 \\ 0 & 0 & -a_1 a_2 k \end{bmatrix} \Phi(T^{-1}\hat{\xi}, u) + \begin{bmatrix} K_1 |\bar{e}_1|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(\bar{e}_1) \\ K_2 |\bar{e}_1|^{\frac{1}{3}} \text{sign}(\bar{e}_1) \\ K_3 |\bar{e}_1|^0 \text{sign}(\bar{e}_1) \end{bmatrix} \quad (4.6.10)$$

$$\hat{y} = CT^{-1}\hat{\xi}$$

donde

$$\bar{e}_1 = CT^{-1}\hat{\xi} - CT^{-1}\xi$$

Finalmente, el observador en coordenadas originales esta dado de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{V}}_t \\ \dot{\hat{Z}} \\ \dot{\hat{V}}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 k & 0 \\ 0 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_t \\ \hat{Z} \\ \hat{V}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_1 \hat{V}_t + b_1 I_o \\ a_2 \hat{V}_t - a_2 k \hat{Z} \\ -a_1 \hat{V}_p + b_2 I_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_1 k} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{-a_1 a_2 k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 |e_1|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(e_1) \\ K_2 |e_1|^{\frac{1}{3}} \text{sign}(e_1) \\ K_3 |e_1|^0 \text{sign}(e_1) \end{bmatrix} \quad (4.6.11)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} = \hat{V}_t$$

Las ganancias están definidas como $K_1 = 3\sigma$, $K_2 = 2\sigma^2$ y $K_3 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \sigma^3$ con $\sigma > 0$ elegido de manera arbitraria. El observador modo deslizante de alto orden presentado, es capaz de estimar los estados del sistema a partir de la salida V_t en un tiempo finito en presencia de perturbaciones.

4.7. Resultados de simulación

El comportamiento dinámico de la batería de ion litio fue simulado en Matlab/simulink donde fueron implementados los observadores: El observador Luenberger (4.6.2) y el observador modos deslizante de alto orden modificado (4.6.11).

En la Figura 4.1 es mostrado un esquema de observador de la batería ion litio.

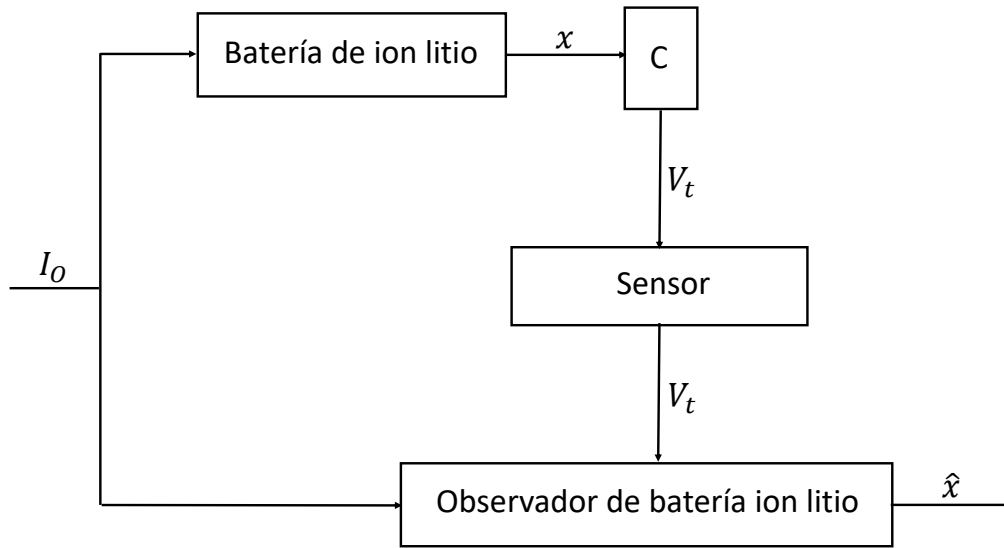


Figura 4.1: Esquema de un observador en la batería de ion-litio.

A continuación en la tabla 4.1 son presentadas las ganancias para cada observador.

Ganancia de observadores			
Observador Luenberger		Observador M. D. de alto orden	
K_1	0.427	σ	0.05
K_2	957.6		
K_3	7.513		

Tabla 4.1: Ganancia de observadores

En la Figura (4.2) es mostrado el perfil de carga de la batería de ion litio durante la carga. La Figura (4.3) muestra la estimación del voltaje de terminal V_t es la única variable medible de la batería. Como se puede ver en la figura el comportamiento de ambos observadores propuestos, son

capaces de estimar la trayectoria de manera rápida.

En la Figura (4.4) el estado de carga (SOC) Z es estimado a partir de la salida del voltaje de terminal, donde se muestra el comportamiento real y la forma en que los observadores son capaces de estimar a la variable de estado Z . A partir de esta gráfica se aprecia que el observador modos deslizantes de alto orden converge de manera muy rápida y en tiempo finito, mientras que el Luenberger tarda más tiempo con una convergencia asintótica, a pesar de tener una de sus ganancias muy grandes.

La Figura (4.5) presenta el comportamiento del voltaje de polarización mostrando el comportamiento real y la estimación realizada por los observadores.

Las Figuras (4.6), (4.7) y (4.8) muestran el error de estimación en cada una de las variables de estado, al momento de usar cada uno de los observadores.

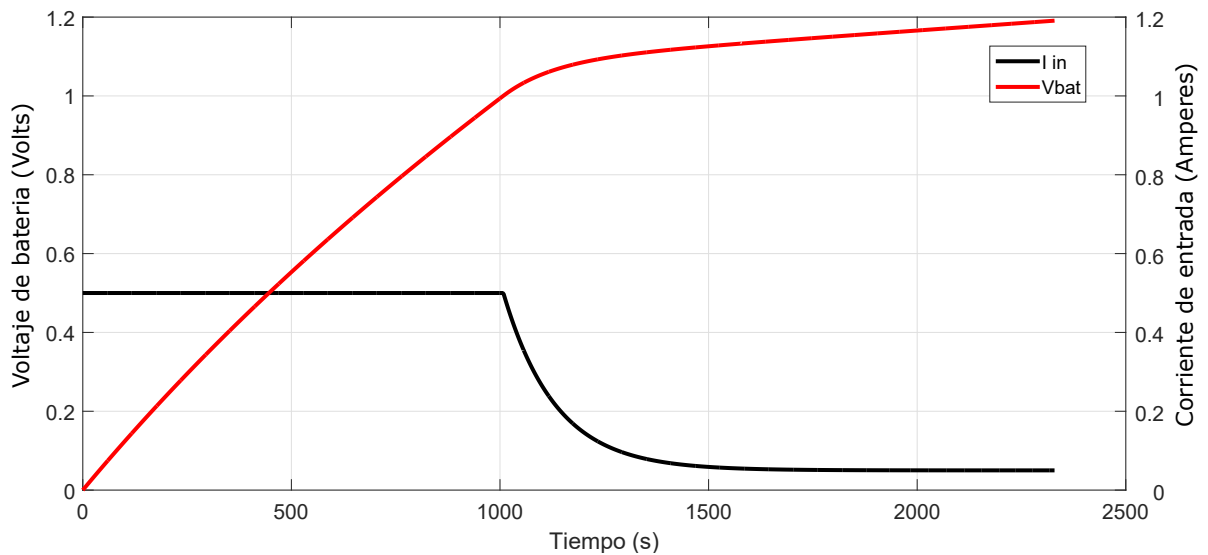


Figura 4.2: Voltaje de batería y corriente de entrada durante la carga de una batería ion litio.

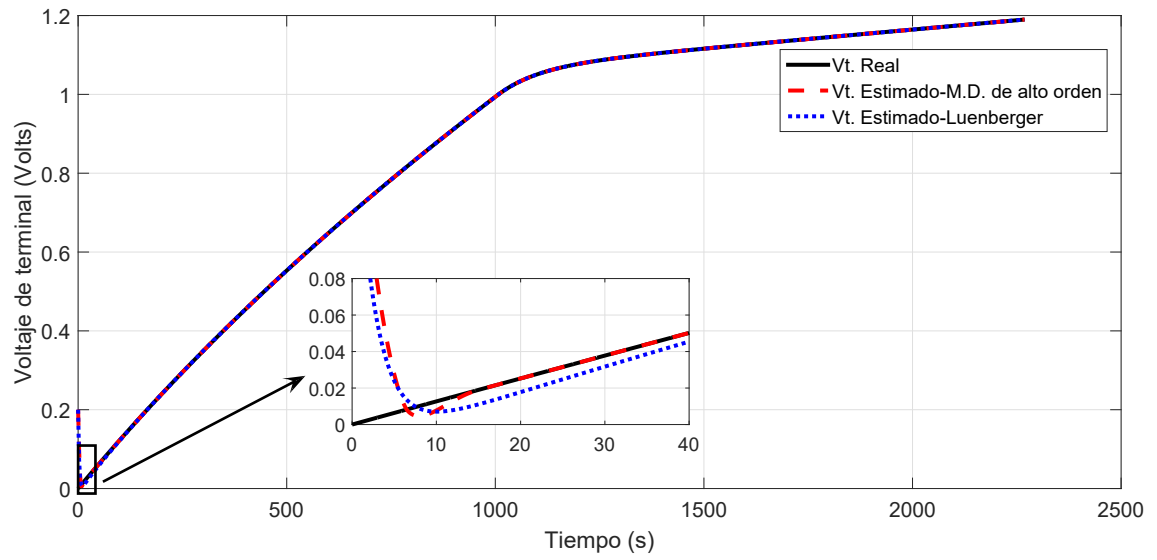


Figura 4.3: Estimación del voltaje de terminal de la batería ion litio.

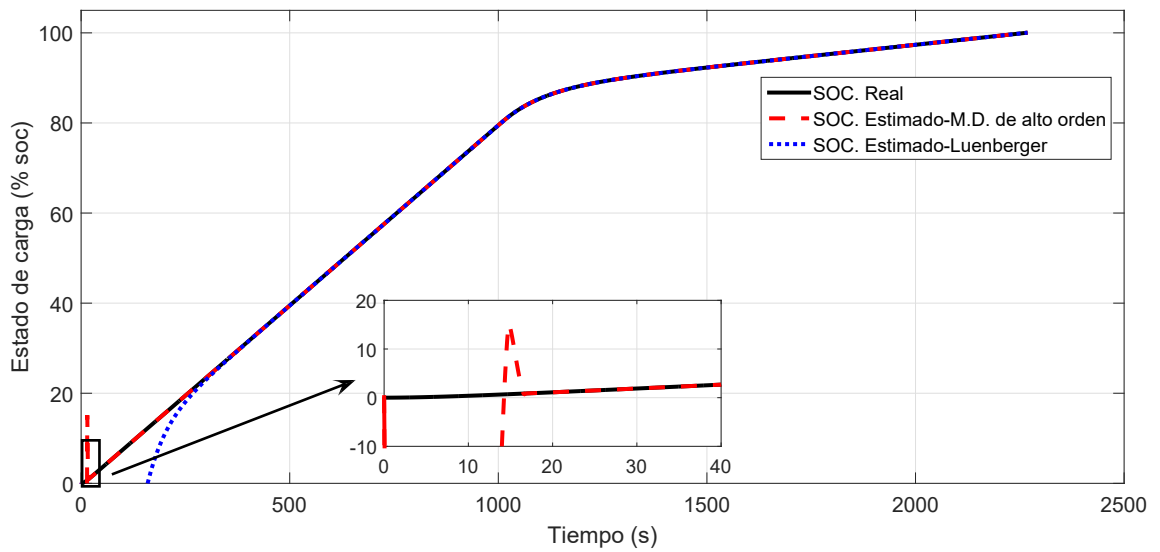


Figura 4.4: Estimación del SOC (Z) de la batería ion litio

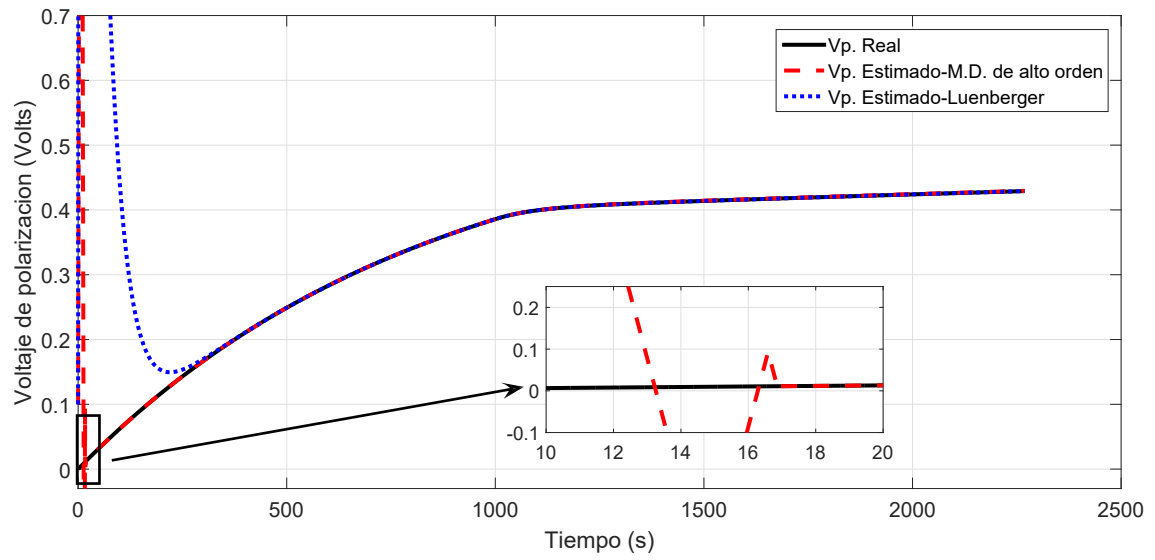


Figura 4.5: Estimación del voltaje de polarización de la batería de ion litio

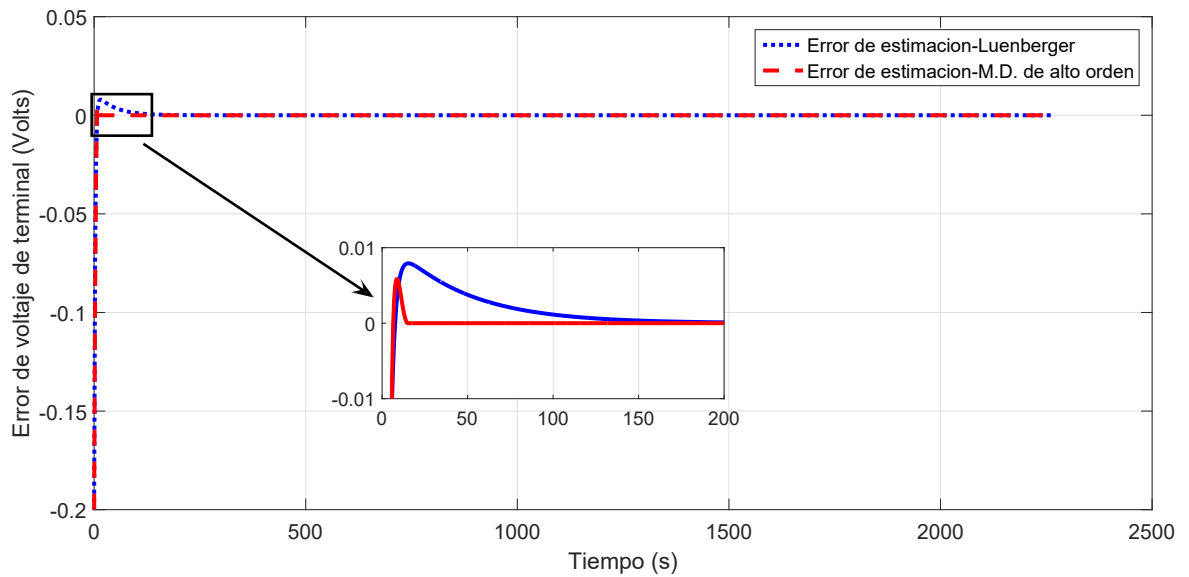


Figura 4.6: Error de estimación de voltaje de terminal

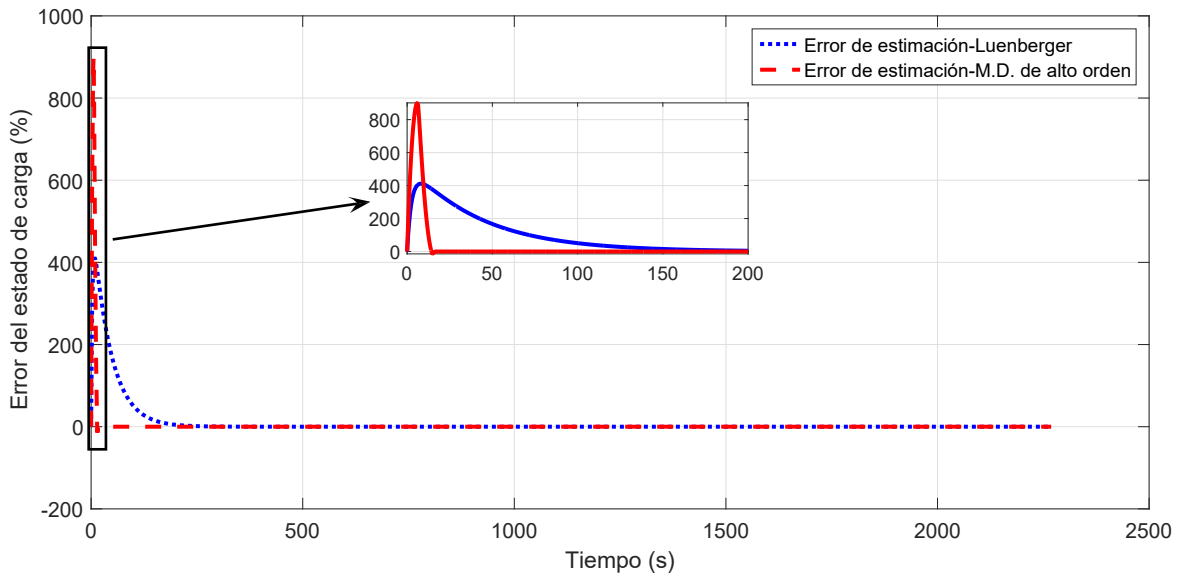


Figura 4.7: Error de estimación del SOC (Z)

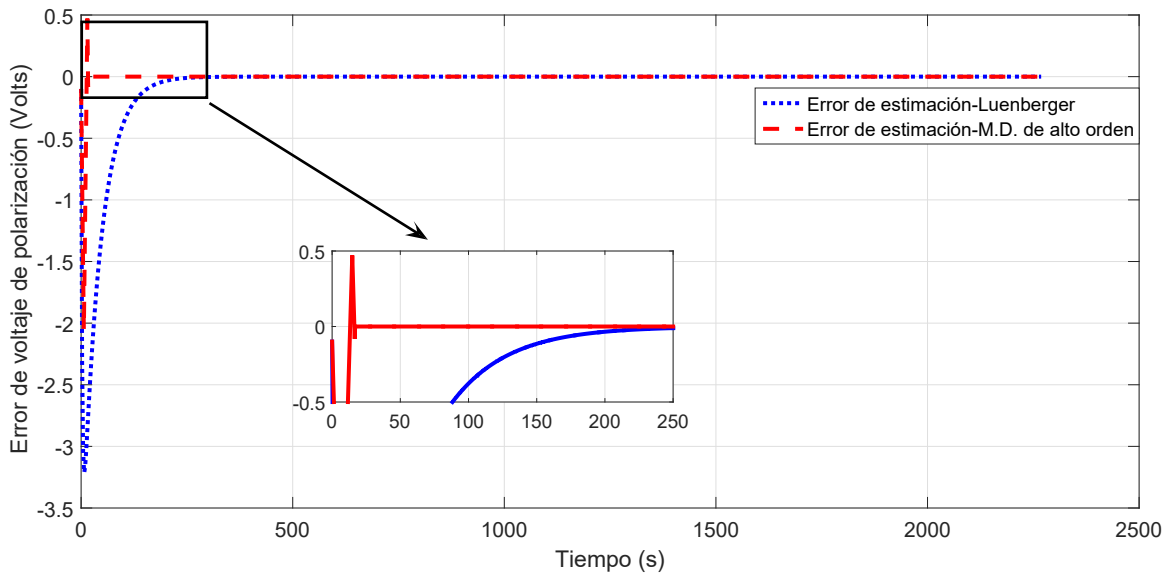


Figura 4.8: Error de estimación de voltaje de polarización

Después de los resultados gráficos es posible determinar que el observador modo deslizante de alto orden tiene un mejor desempeño, sin embargo para determinar de una manera más precisa los resultados obtenidos, se calculó los criterios de error cuadrático integrado (ISE) y la integral

del valor absoluto del error (IAE), con la finalidad de comparar de forma numérica el error de ambos observadores donde se obtuvo los siguientes datos mostrados en tabla 4.2.

Criterios de error						
	Observador M. D. de alto orden			Observador Luenberger		
	Vt	SOC (Z)	Vp	Vt	SOC (Z)	Vp
IAE	0.5262	$6.8426e^3$	1.8922	0.8216	$2.1368e^4$	161.8150
ISE	0.0611	$4.5471e^6$	0.9110	0.0467	$5.0617e^6$	294.2259

Tabla 4.2: Criterios de error para observadores de la batería ion litio.

Con los datos de la tabla es muy notorio que el observador con mejor desempeño es el modo deslizante de alto orden modificado debido a su robustez y convergencia en tiempo finito, destacando que la ganancia utilizada fue muy pequeña y que la sintonización de las ganancias se realiza a través de un solo parámetro, tal como si fuera un proporcional. A diferencia del observador Luenberger, que necesita de la sintonización de 3 ganancias para que pueda hacer las estimaciones.

4.8. Conclusión

En este capítulo se presentó el diseño de dos observadores: Luenberger y modo deslizante de alto orden modificado. Estos observadores fueron aplicados a la batería de ion-litio. Finalmente se realizaron simulaciones en Matlab/simulink con el fin de comparar el comportamiento de cada observador al estimar las variables de estado. Los resultados fueron presentados a través de gráficas y criterios de error, donde se determinó que el observador con mejor desempeño fue el modo deslizante de alto orden modificado.

Conclusiones

En este trabajo de tesis, se trató el problema de control del estado de carga de las baterías en un vehículo eléctrico. Para dar solución a este problema se propusieron dos estrategias de control para el cargador de baterías y un observador para la estimación de la batería de ion-litio.

El cargador de baterías está conformado por dos etapas; en la primer etapa fueron diseñados tres controles con el objetivo de controlar la potencia de entrada del convertidor boost entrelazado, siguiendo una potencia de referencia dada por la curva de potencia de la batería ion Litio. Las estrategias de control que se propusieron para resolver este problema fueron: un control por retroalimentación de estado no lineal, una función de control-Lyapunov y un control por modo deslizante tipo super twisting modificado. Los tres controles se implementaron y los resultados en simulación fueron obtenidos, siendo el control-Lyapunov y el control modo deslizante super twisting modificado los que mostraron un mejor desempeño con respecto a el control por retroalimentación de estado no lineal. Sin embargo, los criterios de error cuadrático integrado (ISE) y la integral del valor absoluto del error (IAE), demostraron que el control modo deslizante tipo super twisting modificado tuvo un mejor desempeño debido a su robustez ante perturbaciones y su convergencia en tiempo finito. En la segunda etapa del cargador de batería, fue controlado el voltaje de salida del convertidor. Para lograr el objetivo fueron diseñados dos controles: Un control por retroalimentación de estado no lineal y un control modo deslizante tipo super twisting modificado. Los controles fueron simulados, donde el control modo deslizante tipo super twisting tuvo un mejor desempeño con respecto al control por retroalimentación de estado no lineal, debido a su robustez ante perturbaciones.

Por otro lado, para estimar las variables no medibles, dos observadores para la estimación de estado del modelo de una batería ion-litio se diseñaron, un observador Luenberger y un observador modos deslizantes de alto orden modificado. Utilizando la salida del voltaje de terminal V_t de la batería, fue posible estimar el estado de carga (SOC) Z y el voltaje de polarización V_p .

El observador Luenberger se implementó, calculando las ganancias óptimas por medio de la ecuación de Ricatti; mientras que el observador modo deslizante de alto orden propuesto requiere solamente de una ganancia y simplifica la sintonización comparado con el observador modo deslizante de alto orden clásico que requiere ajustar el vector de ganancia K , lo cual no es una tarea fácil de realizar. Los dos observadores se implementaron y los resultados en simulación se obtuvieron, donde la eficiencia del observador modo deslizante de alto orden modificado propuesto tuvo mejor desempeño con respecto a el observador Luenberger.

Cabe mencionar que los esquemas de control modos deslizantes super twisting modificado y el observador de modo deslizante de alto orden modificado, además de la robustez ante perturbaciones e incertidumbres y la atenuación del efecto chattering de estos algoritmos de observación/control, una de las principales ventajas es la reducción del número de parámetros a sintonizar en cada una de las estrategias lo cual lo hace más atractivo para su implementación.

Por último, se puede concluir que los métodos utilizados para el control del cargador de batería y la estimación de las variables de la batería, cumplieron con los objetivos establecidos.

Trabajos futuros

Trabajos futuros

- Realizar las pruebas en laboratorio para implementar la propuesta del observador de la batería ion litio.
- Implementar estos algoritmos en un cargador de baterías y comparar los resultados.
- Hacer un análisis sobre las consecuencias originadas a la red eléctrica al momento de utilizar varios cargadores de baterías de vehículos eléctricos.
- Implementar esta estrategia de control y observación en un sistema de energía fotovoltaica para alimentación del cargador de baterías.

Bibliografía

- [1] G. E. Dullerud and F. Paganini, *A course in robust control theory: a convex approach*, vol. 36. Springer Science & Business Media, 2013.
- [2] O. Yaniv, *Quantitative feedback design of linear and nonlinear control systems*, vol. 509. Springer Science & Business Media, 2013.
- [3] S. Skogestad and I. Postlethwaite, *Multivariable feedback control: analysis and design*, vol. 2. Wiley New York, 2007.
- [4] S. Wall and R. Jackson, “Fast controller design for single-phase power-factor correction systems,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 44, no. 5, pp. 654–660, 1997.
- [5] M. Eissa, S. B. Leeb, G. Verghese, and A. M. Stankovic, “Fast controller for a unity-power-factor pwm rectifier,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 11, no. 1, pp. 1–6, 1996.
- [6] A. Prodic, D. Maksimovic, and R. W. Erickson, “Dead-zone digital controllers for improved dynamic response of low harmonic rectifiers,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 21, no. 1, pp. 173–181, 2006.
- [7] A. Prodic, “Compensator design and stability assessment for fast voltage loops of power factor correction rectifiers,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. 5, pp. 1719–1730, 2007.
- [8] P. N. Ekemezie, “Design of a power factor correction ac-dc converter,” in *AFRICON 2007*, pp. 1–8, IEEE, 2007.

- [9] A. H. Mitwalli, S. B. Leeb, G. C. Verghese, and V. J. Thottuvelil, "An adaptive digital controller for a unity power factor converter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 11, no. 2, pp. 374–382, 1996.
- [10] N. Mohan, *Power electronics: a first course*. Wiley, 2011.
- [11] M. Pahlevaninezhad, P. Das, J. Drobnik, P. K. Jain, and A. Bakhshai, "A new control approach based on the differential flatness theory for an ac/dc converter used in electric vehicles," *IEEE Transactions on power electronics*, vol. 27, no. 4, pp. 2085–2103, 2012.
- [12] M. Pahlevaninezhad, P. Das, J. Drobnik, G. Moschopoulos, P. K. Jain, and A. Bakhshai, "A non-linear optimal control approach based on the control-lyapunov function for an ac/dc converter used in electric vehicles," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 8, no. 3, pp. 596–614, 2012.
- [13] Y.-J. Lee, A. Khaligh, and A. Emadi, "Advanced integrated bidirectional ac/dc and dc/dc converter for plug-in hybrid electric vehicles," *IEEE Transactions on vehicular technology*, vol. 58, no. 8, pp. 3970–3980, 2009.
- [14] M. Pahlevaninezhad, J. Drobnik, P. K. Jain, and A. Bakhshai, "A load adaptive control approach for a zero-voltage-switching dc/dc converter used for electric vehicles," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 2, p. 920, 2012.
- [15] H. Al-Atrash and I. Batarseh, "Digital controller design for a practicing power electronics engineer," in *Applied Power Electronics Conference, APEC 2007-Twenty Second Annual IEEE*, pp. 34–41, IEEE, 2007.
- [16] H. El Fadil, F. Giri, J. M. Guerrero, and A. Tahri, "Modeling and nonlinear control of a fuel cell/supercapacitor hybrid energy storage system for electric vehicles," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 63, no. 7, pp. 3011–3018, 2014.
- [17] L. Pan and C. Zhang, "Performance enhancement of battery charger for electric vehicles using resonant controllers," *Energy Procedia*, vol. 105, pp. 3990–3996, 2017.

- [18] Y. Wang, H. Fang, Z. Sahinoglu, T. Wada, and S. Hara, "Adaptive estimation of the state of charge for lithium-ion batteries: Nonlinear geometric observer approach," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, no. 3, pp. 948–962, 2015.
- [19] F. Zhong, H. Li, S. Zhong, Q. Zhong, and C. Yin, "An soc estimation approach based on adaptive sliding mode observer and fractional order equivalent circuit model for lithium-ion batteries," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 24, no. 1-3, pp. 127–144, 2015.
- [20] S. Dey, B. Ayalew, and P. Pisu, "Nonlinear robust observers for state-of-charge estimation of lithium-ion cells based on a reduced electrochemical model," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, no. 5, pp. 1935–1942, 2015.
- [21] X. Chen, W. Shen, Z. Cao, and A. Kapoor, "Adaptive gain sliding mode observer for state of charge estimation based on combined battery equivalent circuit model," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 64, pp. 114–123, 2014.
- [22] C. Wang, N. Cui, M. Liu, and C. Zhang, "A new state of charge estimation method for lithium-ion battery based on sliding mode observer," in *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2017 IEEE*, pp. 5625–5630, IEEE, 2017.
- [23] B. Singh, B. N. Singh, A. Chandra, K. Al-Haddad, A. Pandey, and D. P. Kothari, "A review of single-phase improved power quality ac-dc converters," *IEEE Transactions on industrial electronics*, vol. 50, no. 5, pp. 962–981, 2003.
- [24] J. Sabate, V. Vlatkovic, R. Ridley, F. Lee, B. Cho, *et al.*, "Design considerations for high-voltage high-power full-bridge zero-voltage-switched pwm converter," in *Proc. IEEE APEC*, vol. 90, pp. 275–284, 1990.
- [25] S. S. Williamson, A. K. Rathore, and F. Musavi, "Industrial electronics for electric transportation: Current state-of-the-art and future challenges," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 5, pp. 3021–3032, 2015.

- [26] T. Nussbaumer, K. Raggl, and J. W. Kolar, "Design guidelines for interleaved single-phase boost pfc circuits," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 7, pp. 2559–2573, 2009.
- [27] M. Pahlevaninezhad, P. Das, J. Drobnik, P. K. Jain, and A. Bakhshai, "A novel zvzcs full-bridge dc/dc converter used for electric vehicles," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 6, pp. 2752–2769, 2012.
- [28] A. Khaligh, Z. Li, *et al.*, "Battery, ultracapacitor, fuel cell, and hybrid energy storage systems for electric, hybrid electric, fuel cell, and plug-in hybrid electric vehicles: State of the art," *IEEE transactions on Vehicular Technology*, vol. 59, no. 6, pp. 2806–2814, 2010.
- [29] R. L. Boylestad, *Introducción al análisis de circuitos*. Pearson Educación, 2004.
- [30] C.-C. Chen, C.-L. Chen, J.-X. Chang, and C.-F. Yang, "Lpv gain-scheduling control for a phase-shifted pwm full-bridge soft switched converter," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 47, no. 3, pp. 6135–6140, 2014.
- [31] K. Tsang, L. Sun, and W. Chan, "Identification and modelling of lithium ion battery," *Energy Conversion and Management*, vol. 51, no. 12, pp. 2857–2862, 2010.
- [32] I.-S. Kim, "The novel state of charge estimation method for lithium battery using sliding mode observer," *Journal of Power Sources*, vol. 163, no. 1, pp. 584–590, 2006.
- [33] C.-T. Chen, *Linear system theory and design*. Oxford University Press, Inc., 1998.
- [34] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2003.
- [35] R. Marino and P. Tomei, *Nonlinear control design: geometric, adaptive and robust*, vol. 1. Prentice Hall London, 1995.
- [36] A. M. Lyapunov, "The general problem of the stability of motion," *International journal of control*, vol. 55, no. 3, pp. 531–534, 1992.

- [37] G. Mattei, *Robust nonlinear control: from continuous time to sampled-data with aerospace applications*. PhD thesis, Paris 11, 2015.
- [38] Z. Artstein, “Stabilization with relaxed controls,” *Nonlinear Analysis, TMA*, vol. 7, no. 11, pp. 1163–1173, 1983.
- [39] E. D. Sontag, “A lyapunov-like characterization of asymptotic controllability,” *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 21, no. 3, pp. 462–471, 1983.
- [40] V. Jurdjevic and J. P. Quinn, “Controllability and stability,” *Journal of differential equations*, vol. 28, no. 3, pp. 381–389, 1978.
- [41] E. D. Sontag, “A universal construction of artstein’s theorem on nonlinear stabilization.,” *Systems & control letters*, vol. 13, no. 2, pp. 117–123, 1989.
- [42] R. Hermann and A. Krener, “Nonlinear controllability and observability,” *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 22, no. 5, pp. 728–740, 1977.
- [43] A. Glumineau and J. de León Morales, “Sensorless ac electric motor control,” *SBN: 9783319145860*, Springer, 2015.
- [44] B. D. Anderson and J. B. Moore, *Optimal control: linear quadratic methods*. Courier Corporation, 2007.