## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA



#### "SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UN ENSAYO DE FATIGA DE UN NUEVO CONCEPTO DE SUSPENSIÓN PARA CAMIÓN PESADO CON ELEMENTOS NO LINEALES"

**POR** 

#### DANIELA BARRAGÁN BUENROSTRO

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AUTOMOTRIZ

SEPTIEMBRE 2017

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



#### "SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UN ENSAYO DE FATIGA DE UN NUEVO CONCEPTO DE SUSPENSIÓN PARA CAMIÓN PESADO CON ELEMENTOS NO LINEALES"

**POR** 

DANIELA BARRAGÁN BUENROSTRO

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AUTOMOTRIZ

SEPTIEMBRE 2017

## Universidad Autónoma de Nuevo León Facultad de Ingeniería Mecánica y eléctrica Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis "Simulación numérica de un ensayo de fatiga de un nuevo concepto de suspensión para camión pesado con elementos no lineales", realizada por la alumna Daniela Barragán Buenrostro, con número de matrícula 1426175, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Automotriz.

El Comité de Tesis

Dr. Oscar Jesús Zapata Hernández

Asesor

Dra. Adriana Salas Zamarripa

Dr. Alfredo Gerardo Ríos Nogues

Affredo G. Ríos Magues

Revisor

Revisor Estud

Vo. Bo.

Dr. Simón Martínez Martínez

FIME

Subdirector de Estudios de Posgrado

## Dedicatoria

A mis padres y hermanos, Por todo su apoyo incondicional.

#### Agradecimientos

Agradezco el apoyo económico brindado por CONACYT durante el desarrollo de este proyecto.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León por el apoyo brindado en mis estudios de postgrado como también agradezco a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Agradezco a SISAMEX por la confianza depositada en mí para realizar este proyecto, así como el apoyo dado a lo largo del proyecto.

A Drivencenter por el apoyo brindado para el desarrollo experimental de esta Tesis, así como de otros proyectos.

A mi asesor académico, Dr. Oscar Jesús Zapata Hernández por su incondicional apoyo, así como todo su tiempo que me ha dedicado, por todo el conocimiento que ha compartido conmigo, por su confianza como también su gran paciencia que me tuvo a lo largo de este proyecto, por el crecimiento personal, académico y profesional obtenido en su asesoramiento.

A Mario por todos sus concejos, recomendaciones, y lo que estuvo a su alcance para apoyarme en el desarrollo de esta Tesis, por siempre alentarme a seguir adelante y sobre todo su sincera amistad.

Al Dr. Edgar Reyes Melo y la Dra. Sofía Vázquez por el conocimiento, paciencia y tiempo que me dedicaron de manera desinteresada.

A la Dra. Adriana por su incondicional apoyo y el conocimiento compartido, así como el tiempo dedicado en la revisión de la presente Tesis.

A mi asesor industrial el Dr. Alfredo Ríos Nogues por todo su apoyo, conocimiento y el tiempo brindado en la revisión de esta Tesis, así como también agradezco al Ing. Sam Siamak líder del departamento y al equipo de trabajo por la confianza y apoyo otorgado durante el desarrollo del proyecto.

Se agradece el apoyo parcial del Laboratorio Nacional en Innovación y Desarrollo de Materiales Ligeros para la industria Automotriz (LANI-Auto) a través del proyecto CONACYT 280425.

A mi Papá y Mamá por estar siempre al pendiente de mí, por animarme y alentarme sin importar la distancia, el recordarme que todo el trabajo duro se verá reflejado en mis éxitos, el empujarme a seguir adelante y conseguir mis objetivos en todo lo que me proponga.

A mi hermana Karla y hermanos Rafael y Raúl por siempre apoyarme, alentarme y sobre todo la infinita paciencia que me tuvieron en todos esos momentos difíciles durante mis estudios de postgrado y realización de esta Tesis.

A mis amigos y compañeros de generación Cesar, Omar, Edgar, Charlie, Yussef, Eduardo, Cecilio y Milton por toda su ayuda, por animarme todos los días y alentarme a continuar en los momentos más difíciles del transcurso de este proyecto, por los momentos que convivimos durante estos dos años, y sobre todo su sincera e incondicional amistad.

A mi Familia, por alentarme en todos mis proyectos sin importar la distancia y siempre quieren mi bienestar.

#### Resumen

El sistema de suspensión es un componte importante en un vehículo dado que tiene como principal objetivo de mantener en contacto las llantas y el camino, contribuyendo en el control del vehículo. Este sistema está continuamente sujeto a cargas cíclicas que dañan progresivamente los materiales que lo conforman hasta propiciar la falla mecánica. En la industria automotriz se diseñan los sistemas de suspensión de manera que estos absorban la energía producida por las vibraciones y fuerzas generadas por las irregularidades de los caminos.

En los últimos años la implementación del método de elemento finito ha sido una excelente herramienta para evaluar el comportamiento de las nuevas propuestas de diseño, disminuyendo costo y tiempo en el proceso de desarrollo. El objetivo de este proyecto es analizar el comportamiento estructural de un nuevo concepto de suspensión trasera para camión pesado, en el cual se utilizó el paquete comercial Abaqus. Inicialmente se crearon dos modelos 3D para la inserción de elementos elastoméricos llamados bujes en brazos y bridas de la suspensión considerando un comportamiento hiperelástico y viscoelástico. Las propiedades hiperelásticas y viscosas se obtuvieron mediante el ensayo de tensión uniaxial y DMA, respectivamente. Se desarrolló un tercer modelo que analiza la suspensión bajo cargas múltiples y aplicadas simultáneamente para identificar las zonas de mayor concentración y propensas a inicio de grietas. En este modelo se usaron los resultados de las simulaciones de inserción. El análisis de fatiga se realizó basándose en el modelo anterior, pero con la diferencia que las cargas se analizan en forma independiente, los resultados generados fueron importados al paquete comercial Fe-Safe para realizar el cálculo de ciclos de vida.

De la caracterización del material elastomérico propuesta, el modelo polinomial de segundo orden fue la formulación más adecuada para describir el comportamiento hiperelástico. Se obtuvieron las mallas deformadas de los bujes de los modelos de inserción para ser importadas a los modelos posteriores, en donde la estimación de la zona con mayor concentración de esfuerzos coincide con la ubicación de la aparición de la primera grieta estimada con Fe-Safe, obteniendo un número de ciclos de vida mayor al diseño actual y modificaciones. Los resultados de este estudio pueden ampliarse

considerando otros parámetros el cual mejorarían la aproximación de la solución del problema. Este estudio puede ser utilizado para analizar sistemas de suspensión que incluyan materiales con comportamiento altamente no lineal.

## ÍNDICE GENERAL

Listado	de símbolos	IV
Índice	de figuras	VIII
Índice	de tablas	XII
Capítul	o 1. Introducción	1
1.1	Problemática	5
1.2	Hipótesis	8
1.3	Objetivo	8
1.3	3.1 Objetivos específicos	8
1.4	Justificación	9
Capítul	o 2. Sistema de suspensión	10
2.1	Introducción	10
2.2	Suspensión en vehículos pesados	13
2.2	2.1 Suspensión mecánica	13
2.2	2.2 Suspensión neumática	16
2.3	Elementos no lineales en suspensiones	21
2.4	Antecedentes	22
Capítul	o 3. Elementos elastoméricos	32
3.1	Introducción	32
3.2	Comportamiento hiperelástico y viscoelástico	33
3.3	Hiperelasticidad	33
3.4	Viscoelasticidad	37
Capítul	o 4. Fatiga	50
4.1	Métodos para la predicción de la vida a fatiga	53
4.1	.1 Método basado en tensiones, curva S-N	54
4.1	.2 Método de deformaciones locales	56
4.2	Fatiga multiaxial	60
4.2	2.1 Método del plano crítico	61
4.2	2.2 Ecuación de Brown-Miller para análisi de fatiga multiaxial	62
Capítul	o 5. Método de elemento finito	64
5.1	Introducción	64

5.2	Hi	storia del método de elemento finito	67
5.3	De	finición del MEF	69
5.3	.1	Método de aproximación directa	70
5.3	.2	Método de Rayleigh-Ritz	71
5.3	.3	Método de residuos ponderados	74
5.4	An	nálisis de fatiga desde modelos de elementos finitos	77
Capítulo	o 5.	Experimentación computacional	80
6.1	Int	roducción	80
6.2	Pro	opiedades mecánicas	81
6.2	.1	Elastómero	81
6.2	.2	Aceros	83
6.3	Mo	odelos de inserción	84
6.3	.1	Geometrías	85
6.3	.2	Mallado	86
6.3	.3	Propiedades de materiales	87
6.3	.4	Condiciones frontera	87
6.4	Mo	odelo de análisis dinámico de suspensión	89
6.4	.1	Geometrías	89
6.4	.2	Mallado	90
6.4	.3	Asignación de materiales	90
6.4	.4	Aplicación de cargas	91
6.4	.5	Condiciones frontera	93
6.5	An	aálisis de fatiga	94
6.5	.1	Modelo análsis estructural de suspensión	94
6.5	.2	Modelo de análsis de fatiga en Fe-Safe	94
Capítulo	o 6.	Resultados y discusión	96
7.1	Int	roducción	96
7.2	Re	sultados	
7.2	.1	Caracterización de elastómero	96
7.2	.2	Inserción de bujes	99
7.2	.3	Análisis dinámico de suspensión	103
7.2	1	Análisis de fatiga	106

7.3	Discusión	107
Capítulo	o 8. Conclusiones y recomendaciones	113
8.1	Conclusiones	113
8.2	Recomendaciones	114

## LISTADO DE SÍMBOLOS

A	
$a_i$	Coordenadas generalizadas
В	
В	Tensor de deformación
b	Exponente de resistencia a la fatiga
C	
c	Exponente de ductilidad por fatiga
$C_{ij}$	Coeficiente de Rivlin
D	
D	Constante del material relacionado con el módulo volumétrico
E	
E	Módulo de elasticidad
$E^*$	Módulo complejo de elasticidad
E	Módulo de almacenamiento de elasticidad
E,,	Módulo de pérdida de elasticidad
F	
F	Gradiente de deformación
I	
$I_i$	Invariante de deformación
J	
J	Determinante del tensor de deformación

$J_{el}$	Relación de volumen elástico
K	
k	Constante de rigidez
N	
N	Número de ciclos de vida a fatiga
$N_i$	Función de prueba
R	
R	Razón de amplitud
$R_{\Gamma}$	Resido del contorno
$R_{\Omega}$	Residuo del dominio
S	
$S_e$	Límite de resistencia a la fatiga
$S_f$	Resistencia a la fatiga
$S_u$	Resistencia al esfuerzo ultimo
$S_y$	Resistencia a la cedencia
T	
t	Tiempo
U	
ũ	Solución aproximada de <i>u</i>
V	
$ ilde{v}$	Solución aproximada de v
W	
W	Función de densidad de energía de deformación

#### $\mathbf{X}$

- x Nueva posición al desplazarse en el espacio
- X Posición en el espacio

### Símbolos griegos

$\alpha_i$	Parámetro empírico del material dependiente de la temperatura para el modelo de Ogden
Γ	Contorno del sistema
δ	Ángulo de desfase
Δγ	Amplitud de deformación por cortante
$\Delta \gamma_{mcute{a}x}$	Amplitud máxima de deformación por cortante
$\Delta arepsilon$	Amplitud de deformación total
$\Delta arepsilon_e$	Amplitud de deformación elástica
$\Delta arepsilon_n$	Amplitud de deformación normal
$\Delta arepsilon_p$	Amplitud de deformación plástica
$\Delta\sigma$	Rango de esfuerzos
ε	Deformación
$arepsilon_0$	Deformación máxima bajo estimulo sinusoidal
$arepsilon_{el}$	Deformación elástica
$\mathcal{E}_{vis}$	Deformación viscosa
$arepsilon_f'$	Coeficiente de ductilidad
η	Constante viscosa

Factor de pérdida  $\bar{\eta}$ Esfuerzo σ Esfuerzo máximo bajo estímulo sinusoidal  $\sigma_0$ Amplitud de esfuerzos cíclicos  $\sigma_a$ Esfuerzo elástico  $\sigma_{el}$ Esfuerzo medio  $\sigma_m$ Esfuerzo máximo  $\sigma_{m\acute{a}x}$ Esfuerzo mínimo  $\sigma_{min}$ Esfuerzo viscoso  $\sigma_{vis}$  $\sigma_f'$ Coeficiente de resistencia a la fatiga Alargamiento principal en la dirección i  $\lambda_i$ Alargamiento de bloqueo  $\lambda_m$ Módulo volumétrico μ Módulo volumétrico inicial  $\mu_0$ Funcional de aproximación Π Coeficiente de Poisson ν Coeficiente de Poisson elástico  $\nu_e$ Coeficiente de Poisson plástico  $\nu_p$ Frecuencia ω Dominio del sistema Ω

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Tipos de suspensiones generalmente implementados en vehículos industriales:
a) suspensión mecánica y b) suspensión neumática
Figura 1.2. Fuelle de aire en la cabina de un vehículo pesado para transporte de mercancía
Figura 1.3. Modelos básicos para el estudio de viscoelasticidad: a) Modelo de Maxwell y
Modelo de Kelvin-Voigt
Figura 1.4. Suspensión rígida 6
Figura 1.5. a) suspensión flexible y b) brida de sujeción
Figura 2.1. Efecto de un obstáculo en una suspensión dependiente
Figura 2.2. Efecto de un obstáculo en una suspensión independiente
Figura 2.3. Esquema y funcionamiento de una suspensión semi-independiente 12
Figura 2.4. Tipos de ballestas
Figura 2.5. Barra estabilizadora
Figura 2.6. Barra de torsión unido al larguero del bastidor
Figura 2.7. Suspensión delantera con eje rígido para un vehículo industrial
Figura 2.8. Esquema de un fuelle de aire
Figura 2.9. Modelos típicos de fuelles de aire en el mercado
Figura 2.9. Funcionamiento del fuelle neumático: a) acción del fuelle durante el paso de
las ruedas sobre irregularidades y b) después de pasar sobre irregularidades
Figura 2.10. Alimentación de fuelles neumáticos
Figura 2.11. Serie HT <sup>TM</sup> Perfil bajo con buje elastomérico como punto pivote
Figura 2.12. Suspensión de aire con viga igualadora AR2 <sup>TM</sup>
Figura 2.13. Suspensión de servicio severo HAULMAAX <sup>TM</sup>
Figura 2.14. Dibujo representativo del ensayo de fatiga
Figura 2.15. Gráfico de resultados generales de durabilidad del ensayo de fatiga 23
Figura 2.16. Distribución de esfuerzos en suspensión rígida con DEFORM
Figura 2.17. Simulación del balanceo de una suspensión prototipo de ballestas basada en
el ensayo de anillos
Figura 2.18. Simulación de un ensayo de fatiga en carreta de la cabina de un camión: a)
ensamble completo con bastidor A, b) ensamble completo con bastidor B y c) historiales
de casos de cargas
Figura 2.19. Comparación de resultados mediante MEF y ensayo experimental 27
Figura 2.20. a) Modelo de la simulación de flexión vertical de eje trasero para fatiga y b)
prueba experimental
Figura 2.21. a) Simulación de esfuerzos de centrifuga suspendida y b) visualización de
imagen de contornos generado por Fe-Safe

Figura 2.22. Curvas ingenieriles esfuerzo vs deformación para diferentes tipos o	
deformación: a) tensión uniaxial, b) tensión biaxial y c) corte plano; y d) máquina o	
ensayo 3	
Figura 3.1. Representación de cadenas moleculares de un elastómero: a) sin tensión y l	b)
sometido a una carga	32
Figura 3.2. Ejemplos de ensayos mecánicos en distintas direcciones de carga	37
Figura 3.3. Elemento elástico (resorte)	38
Figura 3.4. Elemento viscoso (émbolo)	38
Figura 3.5. Configuración entre el resorte y émbolo en el Modelo de Maxwell	38
Figura 3.6. Configuración entre el resorte y émbolo en el Modelo de Kelvin-Voigt 4	Ю
Figura 3.7. Deformación oscilatoria aplicada a un cuerpo viscoelástico	1
Figrua 3.8. Respuesta del material puramente elástica bajo un estímulo de frecuencia o	
tipo senoidal	
Figura 3.9. Respuesta de los esfuerzos y deformaciones en fase de un material puramen	
elástico bajo estímulo de frecuencia senoidal	
Figura 3.10. Respuesta del material puramente viscoelástico bajo un estímulo o	
frecuencia de tipo senoidal	
Figura 3.11. Relación entre el ángulo de fase $\delta$ , módulo complejo $E^*$ , módulo c	
almacenamiento $E$ ' y módulo de perdida $E$ ''	
Figura 3.12. Esquema de almacenamiento y pérdida de energía (E', E'') en la caída lib	
de una pelota	
Figura 3.13. Influencia de la frecuencia sobre los módulos $E'yE''$ , y el factor de pérdio	
$tan(\delta)$	
Figura 3.14. Máquina de ensayo dinámico-mecánico TA Instrument Q800 4	
Figura 3.15. Modos de deformación más frecuentes en ensayos DMA	
Figura 4.1. Propagación típica de una grieta: a) nucleación, b) crecimiento de grieta y	
fractura final	
Figura 4.2. Superficie de fractura por fatiga de un eje en flexión	
Figura 4.3. Tipos de esfuerzos fluctuantes más comunes: a) esfuerzos cíclicos de inversió	
completa, b) esfuerzos repetidos fluctuantes (solo tracción) y c) aleatorio	
Figura 4.4. Esquema máquina de viga rotativa de R. R. Moore	
Figura 4.5. Comparación de curva <i>S-N</i> de un acero y aluminio	
Figura 4.6. Comparativa de los modelos de Goodman, Gerber y Soderberg para la relació	
del esfuerzo medio y amplitud de esfuerzo	
Figura 4.7. Ciclos de histéresis esfuerzo-deformación para cargas cíclicas	
Figura 4.8. Curvas $\Delta \varepsilon - N$ con los componentes de deformación total, elástica y plástic	
en escala logarítmica 6	
Figura 4.9. Esquema de la localización de plano critico en metales dúctiles	
Figura 4.10. Esquema de plano que experimentó la amplitud máxima de deformació	
cortante 6	)2
Figura 5.1. Malla de diferencias finitas sobrepuesta a una pieza de forma irregular con	
conformado de diferentes materiales	
Figura 5.2. Discretización con método de volúmenes finitos	ა6

Figura 5.3. Geometrías de elementos para la discretización de sistemas continuos	
mediante MEF en 1D, 2D y 3D	69
Figura 5.4. Discretización: a) diferencia finitas y b) elementos finitos	70
Figura 5.5. Método de aproximación directa aplicado a un sistema de resortes	71
Figura 5.6. Contornos de vida a fatiga de una herramienta para soldadura por fricción	en
ABAQUS	78
Figura 5.7. Componente arbitrario sujeto a los historiales de carga $P(t)$ y $Q(t)$	78
Figura 6.1. Diagrama de metodología de experimentación desarrollada	81
Figura 6.2. Pieza con material elastomérico propuesta	82
Figura 6.3. Probeta de corbatín tipo A con dimensiones bajo la norma ASTM D412.	82
Figura 6.4. Curvas de plasticidad del acero: a) AISI 1015 y b) AISI 4140	84
Figura 6.5. Diagrama general del proceso de la simulación de inserción	85
Figura 6.6. Geometrías de bujes para simulaciones de inserción	
Figura 6.7. Superficies internas e impulsores, consideradas como cuerpos rígidos	
Figura 6.8. Mallado de bujes	
Figura 6.9. Condiciones de frontera modelo A y modelo B de inserción	
Figura 6.10. Geometría de suspensión flexible	
Figura 6.11. Cuerpos rígidos discretos en modelo de análisis dinámico de suspensión	
Figura 6.12. Magnitud de casos de carga	
Figura 6.13. Amplitud definida con respecto a las cargas verticales	
Figura 6.14. Aplicación de cargas sobre la suspensión flexible	
Figura 6.15. Condiciones de frontera del modelo dinámico de suspensión	
Figura 6.16. Puntos máximos y mínimos tomados de los historiales de carga para Fe-Sa	
Figura 7.1. Curva esfuerzo – deformación: a) ensayo experimental de tensión uniaxial o	del
material elastomérico propuesta b) Ajuste de datos experimentales mediante Abaqus c	
la forma polinomial N=2 para hiperelasticidad	
Figura 7.2. Curvas módulo de almacenamiento y módulo de pérdida obtenidos del DM	
	98
Figura 7.3. Distribución de esfuerzos en MPa en el buje durante la simulación	de
inserción, modelo A: a) 10% de inserción, b)60% de inserción, c) inserción completa,	
inserción completa sin dispositivo impulsor y e) vista del buje completo en inserción to	-
sin dispositivo impulsor	
Figura 7.4. Malla deformada del buje completo, modelo A	
Figura 7.5. Distribución de esfuerzos en MPa durante la simulación de inserción, mode	
B: a) 20% de inserción, b)60% de inserción, c) inserción completa, d) inserción completa	
sin dispositivo impulsor y e) vista del buje completo en inserción total sin dispositi	
impulsor	
Figura 7.6. Malla deformada del buje completo, modelo B	
Figura 7.7. Distribución de esfuerzos (MPa) durante el análisis dinámico	
Figura 7.8. Esfuerzo máximo esfuerzo registrado en el análisis dinámico en suspensión	
Figura 7.9. Imagen de contornos de ciclos de vida a fatiga en escala logarítmica 10	

Figura 7.10. Gráfico de resultados generales de durabilidad del ensayo de fatiga y
simulación numérica
Figura 7.11. a) Primer diseño de buje y b) resultado de simulación de inserción modelado
con elementos tetraédricos
Figura 7.12. a) Segundo diseño de buje y b) resultado al 15% de simulación de inserción
con refinamiento de malla, implementando elementos tetraédricos
Figura 7.13. Distribución de esfuerzos del modelo A de inserción implementando malla
de elementos hexaédricos
Figura 7.14. a) Tercer diseño de buje y b) resultado de simulación de inserción modelado
con elementos hexaédricos
Figura 8.1. Simulación de inserción modelo A con dispositivo impulsor modificado: a)
100% de inserción antes de etapa de relajación y b) después de relajación 115
Figura 8.2. Simulación de inserción modelo B con dispositivo impulsor modificado: a)
100% de inserción antes de etapa de relajación y b) después de relajación 115
Figura 8.3. Hojas técnicas/especificación de bujes comerciales
Figura 8.4. Imagen de contornos de ciclos de vida a la fatiga en escala logarítmica,
utilizando el acero AISI 4140 en los núcleos de los bujes
Figura 8.5. Gráfico comparativo de resultados generales de durabilidad del ensayo de
fatiga y simulación numérica 117

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Modelos constitutivos para comportamiento hiperelástico	36
Tabla 6.1. Propiedades generales del acero AISI 1015 y ASISI 4140	83
Tabla 6.2. Parámetros de fatiga AISI 1015 y ASIS 4140	84
Tabla 6.3. Número de nodos y elementos para cada modelo de inserción	87
Tabla 6.4. Número de nodos y elementos de cada componente del modelo análi	sis
dinámico de suspensión	90
Tabla 6.5. Asignación de materiales en suspensión flexible	91
Tabla 6.6. Pasos creados en el modelo análisis estructural de suspensión	94
Tabla 7.1. Coeficientes estimados del modelo polinomial de 2do orden, dado en MPa	
	98
Tabla 7.2. Esfuerzos máximos generados durante el análisis de la suspensión 10	)5

#### CAPÍTULO 1

#### INTRODUCCIÓN

Los vehículos existentes se han desarrollado con el fin de transportar personas y/o cargas. Este traslado, debe efectuarse en las mejores condiciones tanto como para el conductor, pasajeros y carga. La función de mantener las condiciones óptimas durante el traslado está encomendada al *sistema de suspensión*, que es el conjunto de elementos mecánicos y elásticos que se interponen entre los elementos suspendidos y no suspendidos, teniendo como principal objetivo mantener en todo el momento el contacto entre el neumático y el terreno. Para conseguirlo, el sistema de suspensión es diseñado de manera que la mayor energía originada por las perturbaciones del entorno sea absorbida por elementos amortiguadores y que los momentos producidos por estas fuerzas sean lo más pequeños posibles [1].

Para vehículos pesados, existen las suspensiones mecánica y neumática, Figura 1.1, siendo esta última la más utilizada, por su buena adaptación a las irregularidades del terreno, en donde sustituye la labor básica de la ballesta por fuelles o cojines de aire, situadas en los ensambles viga y que son unidos al eje por soldadura y tornillos [2].

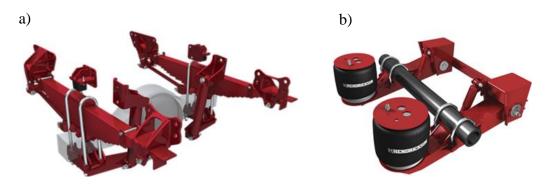


Figura 1.1. Tipos de suspensiones generalmente implementados en vehículos industriales: a) suspensión mecánica y b) suspensión neumática [3].

Los componentes de vehículos están sometidos a cargas cíclicas repetidas o de impacto súbito, los cuales inducen daños a los materiales, dando paso a la reducción gradual de capacidad de carga de los componentes [4]. En el proceso se genera una grieta que, en ciertas condiciones, crecerá hasta producir la fractura en la pieza. A este fenómeno se le conoce como *fatiga mecánica*. Este modo de falla es posible que ocurra a esfuerzos menores al de cedencia [5] y es una de las causantes de pérdidas económicas considerables, e inclusive de pérdidas humanas. Por lo tal, los fabricantes están en continuo desarrollo para definir diseños, materiales y procesos de manufactura que garanticen el funcionamiento de este componente en los vehículos.

En la actualidad, la alta competitividad en la industria automotriz ha provocado la mejora continua de los vehículos, desde el rediseño de componentes hasta la combinación y/o sustitución de materiales. Por lo que hoy en día los automóviles, camiones, vehículos de trasporte, camiones de carga pesada, etc., ya no son exclusivamente de metal, si no que están fabricados con diversos materiales, tales como cerámicos, plásticos, compuestos, etc., con el propósito de mejorar alguna característica como: resistencia a impacto, durabilidad, reducción de vibraciones, disminución de peso, extensión de vida útil, resistencia a la corrosión, entre otros. Tal es el caso de sistema de suspensión donde los fuelles (cámaras de aire) y bujes son elementos fabricados con gomas o cauchos flexibles, Figura 1.2, en donde el funcionamiento del primero radica en cuando una llanta sube o baja por las irregularidades del terreno. El cambio de volumen provocará un cambio de

#### CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

presión en el interior del fuelle, que forzará a recuperar su posición inicial, después de pasar alguna irregularidad [2]. Mientras que el segundo permitirá un desplazamiento suave entre dos piezas móviles (conexión de puntos pivotes), reduciendo drásticamente la fricción y aislando las vibraciones que se generan en toda pieza metálica en movimiento [6]. El resto de la suspensión generalmente está fabricado de aceros comerciales.



Figura 1.2. Fuelle de aire en la cabina de un vehículo pesado para transporte de mercancía [7].

El reto de incorporar diferentes materiales en una estructura es que estos tendrán una respuesta diferente en las mismas condiciones de trabajo y el análisis se complica aún más si dichos materiales presentan comportamiento no lineal. Como generalidad, se le denomina no lineal *a la inexistencia de una proporcionalidad entre dos o más variables que describen un fenómeno dado*, donde es la responsable de comportamientos complejos que frecuentemente son impredecibles y caóticos [8]. En ingeniería es muy importante el entendimiento de este comportamiento ya que este condiciona su aplicación. El agrietamiento del concreto, la plastificación del aluminio, la viscosidad del vidrio, son algunos ejemplos de comportamientos no lineales que se presentan a diario.

Los aceros son materiales cristalinos que han sido muy estudiados y existen diversas teorías dentro de la mecánica clásica que predicen muy bien su comportamiento ante diferentes cargas y deformaciones; sin embargo, las gomas o cauchos denominados *elastómeros*, son materiales que no presentan un patrón regular y repetitivo para formar estructuras definidas, y que tienen la capacidad de retornar a su forma inicial después de

ser deformados. Esta extrema flexibilidad es llamada *hiperelasticidad* [9]. Debido a esto, las formulaciones clásicas de elasticidad ya no son aplicables para su estudio, por lo que se han desarrollado ecuaciones que relacionan la tensión y deformación de estos materiales para obtener la función de la energía de deformación. Algunos de estos modelos que llevan el nombre a honor a los investigadores que propusieron dichas ecuaciones matemáticas son: Mooney-Rivlin, Yeoh, Ogen, Neo-Hookean, entre otros [10].

Así mismo, otro fenómeno que también suelen presentar los elastómeros es la viscoelasticidad, que es un tipo de comportamiento reológico, donde el material exhibe tanto propiedades viscosas como propiedades elásticas cuando se deforma, en donde se continúa teniendo respuesta del material aún y cuando no se aplican cargas sobre estos, por lo cual sus propiedades mecánicas dependen del tiempo [11]. El análisis de la viscoelasticidad se entiende al estudiar la parte elástica y viscosa a través de un *resorte* y *émbolo*, que se rigen con la *Ley de Hooke y Ley de Newton* respectivamente. Este es el punto de partida para las dos formulaciones más sencillas para viscoelasticidad, que son el *Modelo de Maxwell y Modelo de Kelvin-Voigt* (Figura 1.3). La diferencia radica en el arreglo entre el resorte y el émbolo. Estas dos formulaciones representan la base para definir modelos más complejos, tales como el *Modelo de Zener*, *Modelo de Maxwell-Wiechert*, entre otros [12, 13].

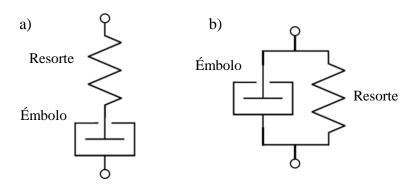


Figura 1.3. Modelos básicos para el estudio de viscoelasticidad: a) Modelo de Maxwell y b) Modelo de Kelvin-Voigt.

Una vez obtenidos los modelos y ecuaciones gobernantes que actúan sobre el sistema, la problemática aumenta cuando se tienen geometrías complicadas con alguna

#### CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

característica irregular o no se tienen condiciones iniciales bien definidas, por lo que se tienen que proponer suposiciones para obtener mejores resultados [14]. Actualmente, un método muy utilizado para contrarrestar los inconvenientes anteriores es el Método de Elemento Finito (MEF). Dicho método tiene la gran versatilidad en adaptarse a diferentes tipos de estudios tales como los análisis estructurales, transferencia de calor, flujo de fluidos, transferencia de masa, electromecánicos, entre otros [15].

Dado que el mercado global ha empujado a la mejora continua y la necesidad de reducir el tiempo en el desarrollo de avances tecnológicos en la industria, el factor tiempo se ha vuelto una variante de gran peso. Con la evolución de las computadoras que utilizan procesadores de alta velocidad, aunado con el MEF es posible resolver un problema físico en un corto de tiempo, dependiendo su complejidad. Hoy en día, la práctica de simulación es más común e inclusive representa un paso crítico en el desarrollo del diseño de nuevos productos en ingeniería. Por lo tanto, el presente trabajo de investigación tiene como objetivo analizar un nuevo diseño de suspensión trasera para camión pesado que incorpora elementos plásticos y posteriormente ser comparado con el sistema actual.

#### 1.1 PROBLEMÁTICA

El modelo de sistema de suspensión trasera para camión pesado implementado actualmente (Figura 1.4), está sujeto constantemente a cargas fluctuantes durante su servicio. Este modelo será llamado *suspensión rígida*, debido a que el eje está unido a los ensambles viga (brazos) mediante tornillos y reforzado con soldadura, propiciando cierta rigidez cuando el eje es flexionado. Dicha rigidez, influye en el aumento de esfuerzos, dañando progresivamente los materiales que conforman la suspensión, perjudicando la durabilidad de los componentes.

El diseño propuesto, consiste en eliminar la unión por soldadura y ser sustituida por unión mecánica, Figura 1.5b. Esta unión mecánica se integran bridas de sujeción en la que se incluyen dos bujes en cada brida, que soportarán al eje y que tienen el propósito de brindar mayor flexibilidad a la suspensión.

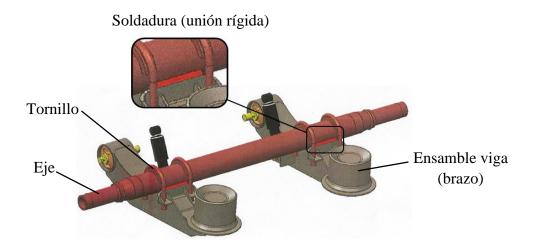


Figura 1.4. Suspensión rígida.

Este nuevo concepto se nombrará *suspensión flexible*, Figura 1.5a. La suspensión flexible es sometida a cargas variables, en donde se espera que los bujes insertados en las bridas disminuirán la concentración de esfuerzos. A su vez, se incluye dos láminas del mismo material de los bujes entre la brida y el eje para disminuir tanto la fricción como las vibraciones entre estas dos piezas metálicas (Figura 1.5).

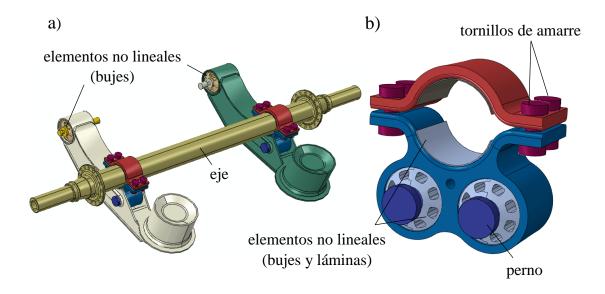


Figura 1.5. a) suspensión flexible y b) brida de sujeción.

En este trabajo de investigación, la modelación fue desarrollada con el paquete comercial Abaqus, ya que este tiene la capacidad de simular elementos no lineales y dispone de una amplia galería de elementos los cuales pueden incorporarse diferentes teorías para el comportamiento mecánico. Antes de llevar a cabo el análisis de la suspensión flexible, se realizaron simulaciones previas las cuales tratan de la inserción de los bujes en brida y los brazos, ya que el diámetro inicial de los bujes es mayor al diámetro de los agujeros donde serán insertados. Por consecuente, estos elementos cambiarán de dimensiones y tendrán precargas antes de iniciar la simulación de las cargas variables sobre la suspensión flexible, y que pueden influir en los resultados. Tales como, obtener esfuerzos y deformaciones menores al no considerar el estado final de la inserción de los bujes. Posteriormente, se recurrió al paquete Fe-Safe para calcular los ciclos de vida de la estructura.

#### 1.2 HIPÓTESIS

Es posible reducir los esfuerzos, eliminando la soldadura que puede ser sustituida por una sujeción con bridas que ayude a mejorar el tiempo de vida de la suspensión.

#### 1.3 **OBJETIVO**

Analizar el comportamiento estructural de un nuevo concepto de suspensión trasera para camión pesado que contiene elementos no lineales durante la aplicación de cargas horizontales y verticales en un ensayo de fatiga mediante la simulación numérica por medio del método de elementos finitos.

#### 1.3.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar el ensayo de tensión uniaxial para obtener la curva esfuerzo-deformación para modelar en los análisis numéricos el comportamiento hiperelástico del elastómero propuesta.
- Efectuar el análisis dinámico estructural al elastómero propuesto para modelar el comportamiento viscoelástico mediante los módulos de almacenamiento y pérdida en los análisis numéricos.
- Predecir los esfuerzos generados en la inserción de bujes en bridas y brazos.
- Obtener las geometrías deformadas de los bujes al término de la simulación numérica de inserción
- Determinar las zonas de concentración de esfuerzo del nuevo concepto de diseño de suspensión trasera.
- Calcular el número de ciclos de vida del sistema de suspensión mediante la simulación de ensayo de fatiga.

#### 1.4 **JUSTIFICACIÓN**

En la actualidad, la confiabilidad fiabilidades en los diseños de componentes automotrices se determina en base a las pruebas de fatiga efectuadas en laboratorio de acuerdo a las especificaciones requeridas por el cliente que el componente debe cumplir. Si el diseño es aprobado, este puede ser llevado a producción bajo los parámetros en los cuales superó la prueba. Sin embargo, en lo que se refiere a nuevos diseños, los ensayos pueden tomar largos periodos de tiempo y en el dado caso que la prueba no sea favorable, la pieza es rediseñada y puesta nuevamente bajo prueba, resultando en una metodología de prueba y error. Esto se traduce en un gran gasto económico al manufacturar una nueva pieza al no ser aprobada.

El uso de la simulación por medio del MEF reducirá de manera significativa el tiempo y costo en el desarrollo del nuevo sistema de suspensión. Existe poca información sobre la evaluación de los sistemas de suspensión que incluya elementos no lineales relacionados con el análisis de fatiga.

Por tal razón, se plantea estudiar este nuevo concepto de suspensión de manera de aportar un mayor conocimiento a los materiales no lineales existentes en las suspensiones y buscar eliminar la soldadura para los sistemas de suspensión basado en el antecedente del diseño actual que presenta grietas en la unión ya mencionada.

La aportación de esta investigación es de gran interés en el sector industrial ya que contribuye al análisis de un diseño novedoso de un sistema de suspensión trasera para camión pesado, con el objetivo de aumentar su durabilidad durante su servicio; el cual incorpora elementos fabricados de material elastomérico con comportamiento altamente no lineal. Además de proveer una alternativa de diseño en el mercado.

#### CAPÍTULO 2

#### SISTEMA DE SUSPENSIÓN

#### 2.1 INTRODUCCIÓN

En el pasado, donde los vehículos eran de tracción animal, los caminos empedrados eran una gran problemática. La magnitud del impacto provocado en cada bache o piedra por donde las ruedas pasaban era percibida por los pasajeros y cargas que ocupaban el vehículo. Los fabricantes de carruajes, carretas, etc., tenían como primordial tarea tratar de hacerlos los más cómodos posible. Realizaron varios intentos para dosificar el impacto como el de acolchar y poner resortes en los asientos, pero no resolvía el problema. Inclusive se colgó la cabina del carruaje y, aunque los golpes eran parcialmente absorbidos, la cabina se movía sin control. Con el conjunto de estos intentos se desarrolló el concepto básico de *suspensión* que es un *medio elástico que además de soportar la carrocería, compensa las irregularidades del camino*.

Una definición más formal del sistema de suspensión es el conjunto de elementos elásticos que se interponen entre los componentes suspendidos (motor, chasis carrocería, etc.) y los no suspendidos (ejes y neumáticos), teniendo como objetivo principal mantener en todo momento las ruedas en contacto con la superficie del terreno contribuyendo a mejorar la adherencia y dirección de los neumáticos, así como de absorber las vibraciones y movimiento provocado por las ruedas en el desplazamiento del vehículo [16], tales como

oscilaciones verticales con relación al centro de gravedad conocido como cabeceo y/o rebotes, así como el balanceo originado por el movimiento de la carrocería de forma lateral. Todo esto debe de realizarse sin que se produzca deformación permanente en los elementos que conformen el sistema de suspensión, por lo que estos deben de ser lo suficientemente resistentes para soportar las cargas bajo los cuales están sometidos.

Las suspensiones están generalmente divididas en tres clases: dependiente, independiente y semi-independiente [17].

La suspensión dependiente, Figura 2.1, dispone una viga simple o conexión rígida que mantiene las ruedas en paralelo entre una y otra, además de mantener las mismas en forma perpendicular al eje. Tiene como ventaja la facilidad de manufacturar, así como el bajo costo en su fabricación. Sin embargo, los movimientos en una rueda repercuten sobre la otra, por convención un lado es tomado como cambio positivo, mientras que el lado contrario es un cambio negativo [18].

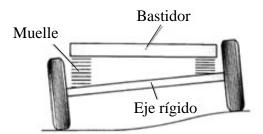


Figura 2.1. Efecto de un obstáculo en una suspensión dependiente [19].

Las suspensiones independientes no presentan conexión mecánica entre las dos llantas y el eje, Figura 2.2; una fuerza actúa sobre una sola rueda sin afectar a la otra; barras de torsión y marcos auxiliares no son tomados en cuenta como parte de la suspensión [17]. A pesar de tener una buena recuperación en la estabilidad en el vehículo, el complejo diseño de esta suspensión eleva el costo de su fabricación.

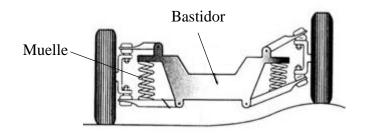
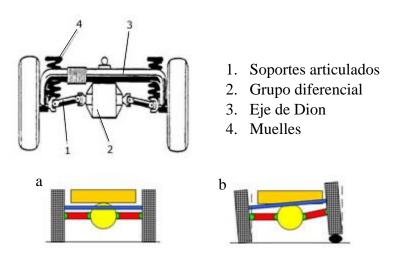


Figura 2.2. Efecto de un obstáculo en una suspensión independiente [19].

Las suspensiones semi-independientes tienen características intermedias entre las otras dos categorías anteriores. En este tipo de suspensiones, las ruedas están conectadas con un miembro sólido (frecuentemente con un eje de Dion) como la suspensión dependiente; se utilizan muelles o ballestas anclados a soportes articulados en las ruedas motrices y estas articulaciones están unidas al diferencial. En la Figura 2.3, se muestra el esquema del sistema semi-rígido, este permite reducir tanto vibraciones como inclinaciones que pueda percibir el vehículo [17, 18].



- a. Funcionamiento normal.
- b. Suspensión sometida a un obstáculo.

Figura 2.3. Esquema y funcionamiento de una suspensión semi-independiente [20].

Las suspensiones con ejes rígidos (suspensión dependiente y semi-independiente) son los más usados en camiones industriales, mientras que en vehículos comerciales adoptan suspensiones independientes.

#### 2.2 SUSPENSIÓN EN VEHÍCULOS PESADOS

En grandes vehículos el sistema de suspensión es muy importante ya que contribuye a la estabilidad del mismo en situaciones en las que actúan fuerzas dinámicas que afectan a la masa del vehículo, dado a que no es fácil transportar carga de alto tonelaje sobre caminos irregulares. Las suspensiones con eje rígido, implementados mayormente en la actualidad, son las suspensión mecánica y neumática.

#### 2.2.1 SUSPENSIÓN MECÁNICA

Los elementos esenciales que forman parte de esta suspensión para vehículos industriales son los muelles y amortiguadores, que deberán permitir la circulación ante diversas situaciones de cargas [21].

#### Muelles

Son los elementos que toman directamente las irregularidades como baches y obstáculos sobre el camino, absorbiéndolas en forma de deformación. Tienen buenas cualidades elásticas, pero no asimilan bien la energía mecánica. Por consecuente se deforman indefinidamente, es decir, cuando se cesa la acción que produce la deformación, la extensión y compresión del muelle continuará mientras no exista algún sistema o dispositivo que impida el continuo balanceo del vehículo. Para reducir los movimientos anteriores denominados vibraciones (oscilaciones) o movimientos vibratorios se requiere amortiguarlos.

Los muelles que se implementan en los camiones de servicio pesado son: ballesta, barra estabilizadora y barra de torsión, los cuales se describen a continuación:

**Ballesta.** Es un muelle formado por una serie de láminas de acero con alto grado de elasticidad, y elevada resistencia. Existen dos clases de ballestas, según sea el tipo de vehículo y carga a trasladar: convencionales y parabólicas. Figura 2.4:

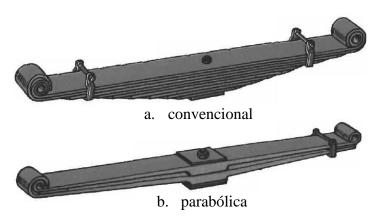


Figura 2.4. Tipos de ballestas [2].

La ballesta convencional se caracteriza por su gran coeficiente de fricción, que al ser flexionada contribuye en el aumento de la resistencia previendo alta rigidez. Este elemento es utilizado en vehículos industriales que deban transitar por sinuosos terrenos, por ejemplo, caminos de terracería. Al contario de la convencional, la ballesta parabólica se distingue por la no uniformidad en el grosor a lo largo de las láminas. Posee bajo grado de fricción con respecto a la convencional, y es empleada en vehículos conducidos por autopistas ya que esta resulta más adecuada para mayores velocidades en transportes de largas distancias.

**Barra estabilizadora.** Como su nombre lo indica es una barra que garantiza la estabilidad del vehículo. Cuando el vehículo toma una curva, este tiende a inclinarse lateralmente debido a la fuerza centrífuga, inclinación que sobrecarga las llantas exteriores, produciendo la elevación de las llantas interiores sobrepasando el centro de masa del vehículo, causando el vuelco del mismo.

La barra estabilizadora, Figura 2.5, se coloca en los extremos de los soportes de suspensión de las ruedas. Al virar el vehículo una de las llantas baja y por el contario la otra sube, generando un momento de torsión en la barra, esta misma absorbe el esfuerzo y se opone a la torsión, impidiendo que la carrocería se sobrecargue de un lado manteniéndose de forma horizontal. Esto sucede de igual manera al transitar en caminos irregulares, de este modo se anulan los efectos del balanceo lateral.

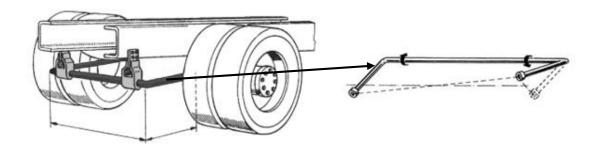


Figura 2.5. Barra estabilizadora [2, 22].

**Barra de torsión.** Este elemento básicamente es una barra de acero, Figura 2.6, donde un extremo de la barra este completamente fija en el chasis o bastidor del vehículo, mientras que el extremo contrario puede estar conectado al eje o al brazo de suspensión dependiendo de las características particulares del vehículo a implementar. Cuando el vehículo se desplaza, las fuerzas ocasionadas por el movimiento del mismo vehículo crean torsión a lo largo del eje o bastidor, por lo tanto, la barra tenderá a torcerse y a su vez se opondrá al giro. Debido a su elasticidad este recuperará su posición inicial.

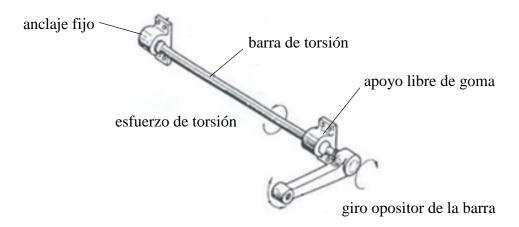


Figura 2.6. Barra de torsión unido al larguero del bastidor [16].

#### Amortiguadores

Como se mencionó anteriormente, la elasticidad de los muelles provoca la deformación indefinida aún y cuando no se esté ejerciendo alguna fuerza sobre ellos. Por lo tanto, los amortiguadores, Figura 2.7, son elementos que tienen como objetivo absorber

estas oscilaciones, reduciendo tanto la frecuencia como la amplitud de estas. Para ello se transforma la energía mecánica en calor, que es propagada a un fluido contenido en el interior del amortiguador.

De este modo se evita que la inestabilidad del vehículo se difunda completamente al chasis. Con esto se garantiza el confort de los ocupantes del vehículo y la estabilidad de la carga, además de contribuir a que los neumáticos estén en contacto en todo momento con el suelo.

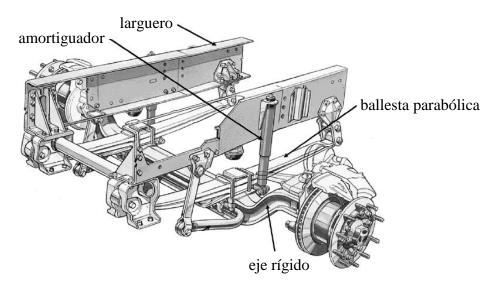


Figura 2.7. Suspensión delantera con eje rígido para un vehículo industrial [17].

#### 2.2.2 SUSPENSIÓN NEUMÁTICA

A mediados de los 80s, se comenzaron a incorporar las suspensiones neumáticas siendo hoy en día uno de los tipos de suspensión más popular empleados en series de camiones de gama media, pesada y tractora, dada a su adaptabilidad a los diversos estados de carga, así como en las diferentes condiciones del terreno que en algunas ocasiones sustituye a la suspensión mecánica.

En este tipo de suspensión, se reemplaza la labor de la clásica ballesta por *fuelles neumáticos*, Figura 2.8, mejorando la estabilidad en conjunto con los elementos básicos de toda suspensión. Estos fuelles están compuestos por un émbolo anclado sobre el eje o

en los brazos de suspensión, un diafragma de goma sintética flexible que es llenado con aire presurizado y una placa de cierre acoplado al bastidor.

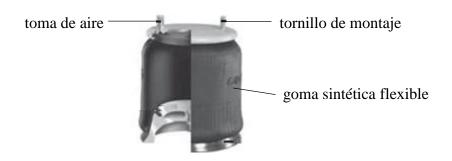


Figura 2.8. Esquema de un fuelle de aire [23].

Existen diversos modelos de fuelles según los requerimientos del vehículo. En la Figura 2.9 se observan algunos tipos de fuelles donde los tipos a y c son conocidos como "Rolling Lobe" o "completo" y "Snap On" o "solo goma". Estos presentan una forma cilíndrica que puede enrollarse sobre la superficie metálica del pistón y pueden adaptarse a diferentes alturas; ambos ejemplares son usados en caminos ligeros. El fuelle tipo b llamado "Below" o "de Barrigas" puede presentar una configuración simple, doble o triple. Está reforzado con anillos metálicos, este tipo de fuelle es típicamente empleado en vehículos pesados y tractores [23, 24].



Figura 2.9. Modelos típicos de fuelles de aire en el mercado [17, 23].

El funcionamiento de los fuelles radica en que cuando las ruedas suben o bajan debido a la irregularidad del camino, el pistón se desplaza variando la altura del diafragma provocando el incremento de la presión interna, que obligará a recuperar su posición

inicial, después de haber pasado un obstáculo. Este funcionamiento se describe en la Figura 2.9. Debido a sus características elásticas de la goma sintética del fuelle tenderá a retornar a su forma original.

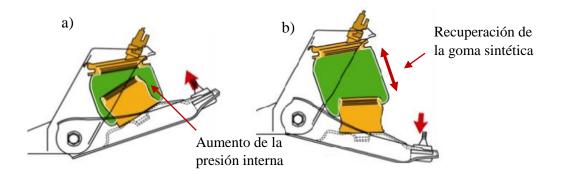


Figura 2.9. Funcionamiento del fuelle neumático: a) acción del fuelle durante el paso de las ruedas sobre irregularidades y b) después de pasar sobre irregularidades [25].

Si el contenido de aire en el fuelle es mayor, este podrá soportar mayores cargas antes de comprimirse a una determinada altura. Por lo que se introduce un sistema de alimentación, Figura 2.10, derivado del circuito de frenos el cual se carga con aire comprimido, por medio de un compresor. El fuelle se compensa de manera automática y controlada en proporción a la carga a trasportar para garantizar la correcta nivelación y alineación del chasis respecto a la carga.

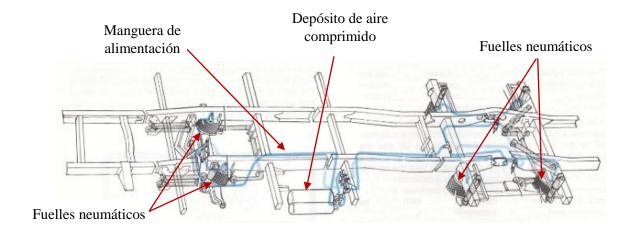


Figura 2.10. Alimentación de fuelles neumáticos [26].

Si bien, todos los elementos descritos anteriormente que conforman la suspensión, a excepción del fuelle neumático, son de acero. Existe otro elemento fabricado de goma flexible sintética en toda suspensión que es el *buje*.

Este elemento flexible se introduce o interpone entre dos piezas metálicas móviles, habilitando el desplazamiento suave entre ellas, reduciendo notablemente la fricción y aislando las vibraciones emitidas en toda pieza metálica en movimiento [27]. Esto permite conectar varios puntos pivote, Figura 2.11.

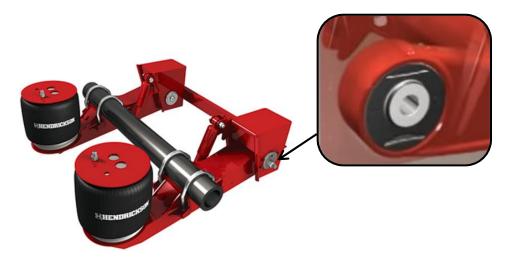


Figura 2.11. Serie  $HT^{TM}$  Perfil bajo con buje elastomérico como punto pivote [3].

Frecuentemente los bujes son de forma cilíndrica el cual tienen insertado un tubo de acero. Este material flexible es objeto de investigación, debido a su complejo comportamiento no lineal.

Las suspensiones han ido evolucionando desde el momento en que fueron desarrolladas para los vehículos y dado al alto grado de competitividad en el mercado en el sector automotriz, los fabricantes han llegado a altos niveles de sofisticación en sus diseños para cumplir las exigentes demandas parte de los clientes. En la Figura 2.12 y 2.13 se observan algunos ejemplos de estos modelos de la compañía Hendrickson.

En la suspensión de aire AR2<sup>TM</sup>, Figura 2.12, se reemplazan los ensambles viga o brazos, por vigas igualadoras que contribuyen a soportar mayores cargas. A su vez, se anexa un componente llamado brazo oscilante sobre el cual las bolsas neumáticas son

montadas. Esta pieza móvil en conjunto con las cámaras de aire, absorben los impactos evitando que se pierda el contacto entre las ruedas de camiones de servicio pesado. Adicionalmente, este modelo incluye un tubo transversal de acero rígido que mejora el soporte lateral y estabilidad de la suspensión.

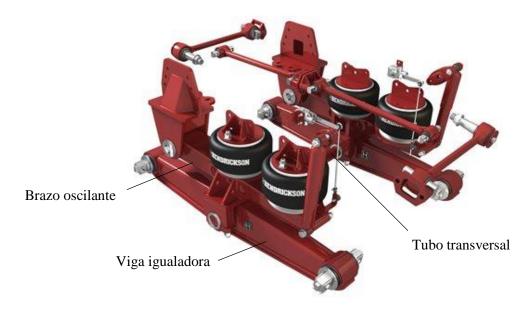


Figura 2.12. Suspensión de aire con viga igualadora  $AR2^{TM}$  [28].

En el modelo Haulmaax, Figura 2.13, sustituye el diseño convencional de las bolsas de aire por fuelles de goma acordeón, que ofrece una mejor estabilidad al transporte de carga. Este modelo incluye un fuelle adicional llamado fuelle de carga progresiva que tiene el mismo objetivo que los fuelles anteriores. El perfil de la viga igualadora disminuye peso y a su vez distribuye equitativamente la carga entre eje y eje para lograr mayor tracción, este componente es manufacturado empleando soldadura con robot. Para la instalación sencilla de la suspensión en el bastidor, se emplea la silla de montaje y una serie de tornillos, situado por encima de los fuelles.

Sin embargo, estos diseños tienen como desventaja su elevado costo de fabricación, así como su mantenimiento. La suspensión a estudiar en este proyecto es un nuevo concepto, el cual posee el grado de complejidad de los modelos mencionados anteriormente. La base de este diseño consta de una suspensión neumática de conexión rígida.

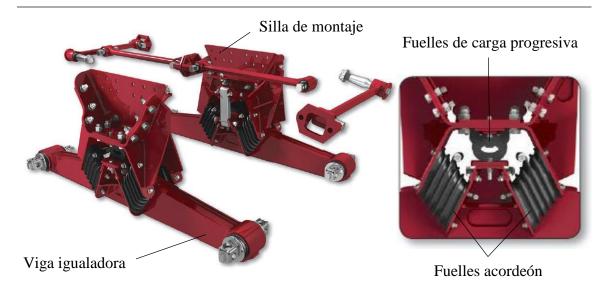


Figura 2.13. Suspensión de servicio severo  $HAULMAAX^{TM}$  [29].

#### 2.3 ELEMENTOS NO LINEALES EN SUSPENSIONES

Como se mencionó anteriormente, los fuelles neumáticos y bujes son elaborados con gomas. Las gomas son materiales no lineales debido a su falta de proporcionalidad entre el esfuerzo aplicado y la deformación presentada sobre estos. Esta falta de proporcionalidad entre dos variables que describen un fenómeno en específico tiene como consecuencia de ser altamente impredecibles [30]. El agrietamiento en el concreto, la viscosidad de un vidrio, el pandeo de una columna de acero, la plastificación del aluminio, etc. son otros fenómenos no lineales que se manifiestan a diario.

En ingeniería es muy importante el poder predecir estos comportamientos dado que gran parte del desempeño de los componentes de un mecanismo, herramienta, etc., será determinado por los materiales que los conforman.

En ciencia de los materiales la no linealidad está ligado a su estructura y a su vez dependiendo de esta es como se clasifican: metales, cerámicos, polímeros o compósitos.

En el presente trabajo se toman en cuenta a los polímeros que se definen como macromoléculas (generalmente de C, H, O, N y Si) compuestas por varios monómeros unidos por enlaces covalentes que se repiten a lo largo de toda una cadena. Así mismo, existen varias formas de clasificar los polímeros y para fines de este proyecto se agrupan

según sus aplicaciones, es decir, atendiendo a sus propiedades y usos finales, por lo que se catalogan en [31]: adhesivos, fibras, plásticos, recubrimientos y elastómeros. Siendo este último de interés por ser el material implementado al nuevo concepto de suspensión.

### 2.4 ANTECEDENTES

Se ha recolectado información de ensayos de fatiga previos, en la Figura 2.14, se muestra el dibujo representativo del dispositivo implementado en el experimento y la cual es montada la suspensión. Este ensayo consta de dos actuadores conectados a una estructura llamada celda, situada a cada extremo del eje. Los bazos de la suspensión están fijados en la base donde descansará la suspensión.

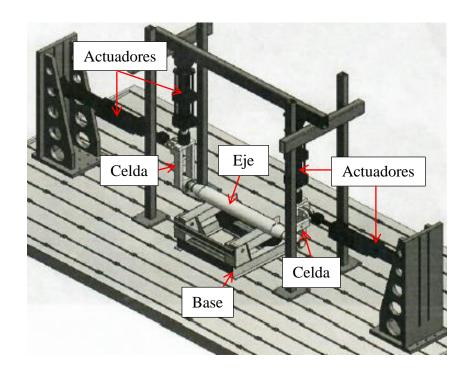


Figura 2.14.Dibujo representativo del ensayo de fatiga [32].

La suspensión rígida se fracturó sobre la soldadura que une a los brazos y eje. Posteriormente, se fabricó un prototipo llamado suspensión rígida 2, el cual mantiene las características de la suspensión anterior, con la diferencia que se adicionaron segmentos de acero entre los tornillos que sujetan al eje a los brazos y el eje mismo. Se llevaron a

cabo el ensayo, donde la falla se presentó en la misma zona. Por lo tanto, se manufacturó un siguiente modelo el cual además de incluir los segmentos de acero, se integraron refuerzos auxiliares con forma de triángulo llamado suspensión rígida 3. Nuevamente se efectuó el experimento, en donde la falla se presentó en la unión por soldadura en el refuerzo auxiliar, donde la fractura se propagó hasta el brazo.

En la Figura 2.15 se muestra la gráfica de resultados generales de durabilidad para visualizar el desempeño de los tres modelos de suspensión rígida sometidos a fatiga, donde el último prototipo mostró poseer un mayor desempeño sobre la suspensión rígida 1 y 2. Sin embargo, este diseño tiene la desventaja que la falla se presenta de forma rápida y repentina, además de que la grieta se propaga hasta el ensamble viga.

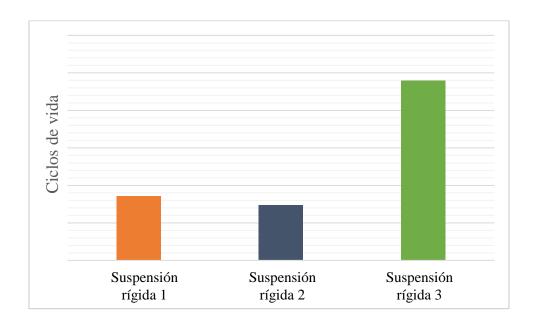


Figura 2.15. Gráfico de resultados generales de durabilidad del ensayo de fatiga [32].

Adicionalmente, se realizó la simulación de un ciclo en el ensayo descrito anteriormente en el paquete computacional DEFORM, Figura 2.16, el cual se corrobora con el modelo numérico que las zonas de unión (soldadura) entre eje y brazos, es donde se localiza los niveles más altos de esfuerzos.

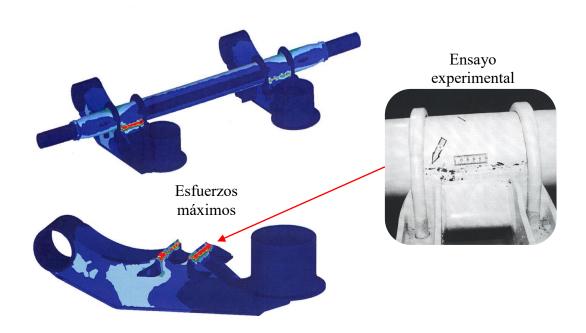


Figura 2.16. Distribución de esfuerzos en suspensión rígida con DEFORM [32].

Los resultados obtenidos de las pruebas anteriores serán utilizados como comparativos con los ciclos de vida a fatiga estimados para la suspensión flexible mediante el análisis numérico por medio de herramientas computacionales.

En literatura se puede encontrar análisis numéricos de las suspensiones y su vida a la fatiga, utilizando paquetes computacionales especializados. En primera instancia se tiene el trabajo de Xinpeng Tang y Kun Liu [33], quienes simularon mediante ADAMS el prototipo de un camión pesado de doble neumático, para evaluar la suspensión con muelles de tipo ballesta bajo la aplicación de cuatro modos de cargas. Dicho prototipo se montó sobre seis pequeñas plataformas, las cuales se mueven de acuerdo al modo de carga provocando el balanceo de la ballesta, Figura 2.17. A pesar de no cubrir el tema de fatiga, este estudio desarrolla la implementación de un análisis de tipo dinámico de la suspensión bajo diferentes casos multi-cargas provocados durante el balanceo.

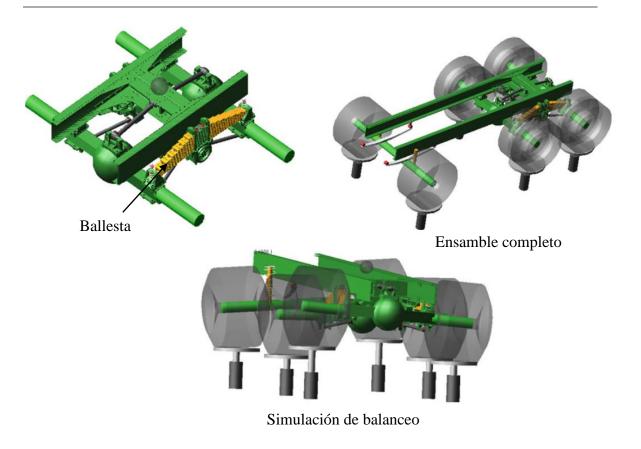


Figura 2.17. Simulación del balanceo de una suspensión prototipo de ballestas basada en el ensayo de anillos [33].

De forma similar, Yunkai Gao [34] estudió un método de ensayo de fatiga basado en la simulación de carretera de cuatro canales para analizar el rendimiento de la cabina de un camión con el bastidor del vehículo y sistema de suspensión. Cabe resaltar que no se consideran elementos de caucho y amortiguadores. El paquete computacional ADAMS fue implementado para analizar la respuesta de diferentes bastidores en donde se indujeron cuatro fuerzas, unidos a cilindros de accionamiento, Figura 2.18. El resultado de la simulación es consistente con la prueba en campo, este trabajo orienta a que los análisis de estructuras sujetos a cargas alternas sean desarrollados bajo esquemas dinámicos al implementar herramientas computacionales. Lo cual reafirma el uso de análisis dinámicos para la predicción de este tipo de componentes.

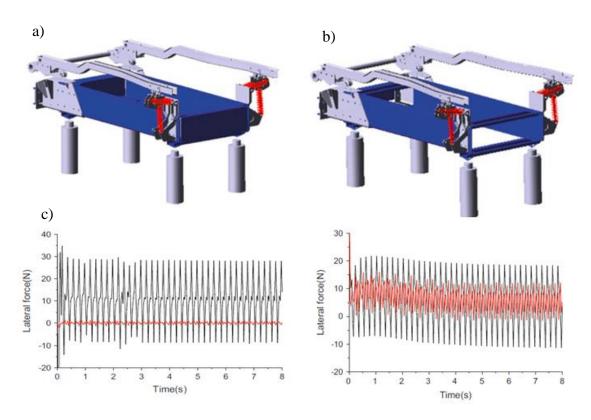


Figura 2.18. Simulación de un ensayo de fatiga en carretera de la cabina de un camión:

a) ensamble completo con bastidor A, b) ensamble completo con bastidor B y c)

historiales de caso de cargas [34].

J. Liu y colaboradores [35] se basaron en análisis estructurales para presentar un enfoque de prueba más sencillo, para el cálculo de durabilidad de una torre de choque trasera de tipo anillo en suspensión trasera dependiente. Inicialmente realizaron un análisis de esfuerzos mediante Abaqus/Standard para determinar el área de riesgo, posteriormente con los resultados obtenidos se calculó la vida a la fatiga del componente. Se obtuvo que bajo fuerzas verticales ocurre la falla por fatiga y los resultados fueron validados con prueba en laboratorio, tal como se muestra en la Figura 2.19.

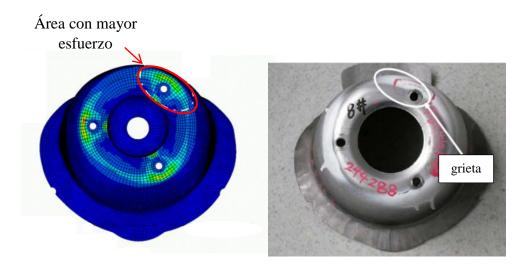


Figura 2.19. Comparación de resultados mediante MEF y ensayo experimental [35].

Por su parte X. Wang [36], realizó la simulación de la prueba de fatiga de flexión vertical de un eje trasero, Figura 2.20, el modelo de elementos finitos desarrollado fue del tipo dinámico y estático, donde los bujes y cojines de caucho fueron modelados como conectores con propiedades aproximadamente lineales. Los resultados entre ambos modelos fueron similares, por lo cual Wang propone el remplazar el análisis dinámico por el estático. Es importante mencionar que el mismo autor puntualiza que los resultados pueden estar influenciados por diversos factores, entre uno de ellos las propiedades del material de los bujes y cojines de caucho.

En los trabajos anteriores se mostró que en general los análisis con MEF en suspensiones se realizan bajo esquemas dinámicos, debido a las condiciones de trabajo a los que suelen ser sometidos durante su servicio. Sin embargo, en estos análisis se proponen ciertas consideraciones para la simplificación de los modelos y pueden no ser aplicables para escenarios con mayor dificultad, causada por la no linealidad proveniente de las propiedades de los materiales, geometrías, contactos, entre otros.

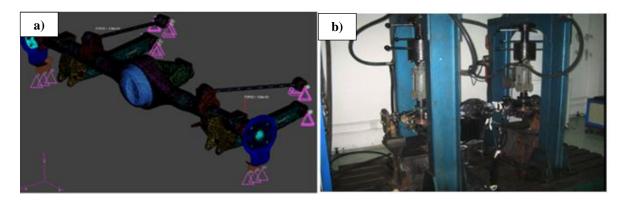


Figura 2.20. a) Modelo de la simulación de flexión vertical de eje trasero para fatiga y b) y prueba experimental [36].

Hoy en día, la simulación de modelos dinámicos para vehículos en el dominio del tiempo con la no linealidad atrae cada vez más la atención en el mundo dado a que estos representan con más exactitud la respuesta real en vehículos, tal y como lo muestran en la investigación de Zhenglin Cao y colaboradores [37], donde simulan mediante Abaqus/Explicit un prototipo de los vehículo completo bajo condiciones de carga determinadas a través de estudios en campo previos. En la modelación numérica incluye tanto los neumáticos y bujes de caucho, así como amortiguadores, siendo estos dos últimos modelados como elementos tipo conectores. Los resultados de la simulación coincidieron con los datos obtenidos del ensayo en carretera, y que serán utilizados para trabajos a futuro para análisis de fatiga. Este trabajo proporciona una base de simulación con esquema dinámico no lineal con datos de carga. Además, en este artículo, se recomienda el importar los estados pre-tensionados que puedan existir en el vehículo (simulaciones previas) al modelo para hacer los resultados de la simulación más precisas.

En la actualidad, se tiene la alternativa de realizar el análisis de fatiga con paquetes especializados, los cuales requieren de los resultados previos en MEF. Un ejemplo de ello es la investigación efectuada por Mehmet y colaboradores [38], que realizaron el análisis de fatiga de las láminas de las ballestas usadas en camiones pesados. Para esto, usando ANSYS ejecutaron la simulación obteniendo la deformación que experimentan las láminas para determinados casos, importaron los resultados del análisis MEF al paquete computacional FEMFAT el cual fueron introducidos cuatro canales de carga para

de forma similar por Yang [39], para predecir la vida a fatiga de una centrifuga suspendida, donde el MEF fue desarrollado en ANSYS mientras que Fe-Safe fue implementado en el análisis de fatiga. Los esfuerzos determinados por ANSYS son amplificados por el historial de cargas, y con Fe-Safe se realizaron los cálculos necesarios para la predicción de vida a fatiga del componente. Una de las ventajas de estos paquetes computacionales especializados, es que poseen una gran base de datos de propiedades para fatiga, además de tener una amplia librería de formulaciones para este tipo de estudios. También, tienen la capacidad de generar imágenes de contorno que son visualizados por el paquete donde se llevaron a cabo los análisis previos con MEF y ubicar el elemento/nodo crítico donde iniciará la primera grieta, Figura 2.21.

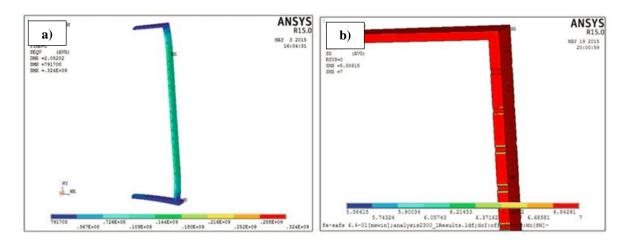


Figura 2.21. a) Simulación de esfuerzos de centrifuga suspendida y b) visualización de imagen de contornos generado por Fe-Safe [39].

Hasta este momento los elementos de caucho/elastómeros presentes en suspensiones no han sido considerados o bien son simplificados, y esto puede afectar los resultados como se mencionó anteriormente. Sin embargo, se encuentran diversos trabajos desarrollados durante las últimas décadas que permiten comprender el comportamiento de los elastómeros, tal como lo hace Min Sun [40], que analiza un nuevo diseño de un buje de caucho para evitar el desgarramiento de este material que ocurre en un ensayo con cargas laterales. El caucho fue considerado como material hiperelástico, donde los fueron

determinados a través de curvas experimentales de tensión uniaxial con el modelo Neo-Hookean, el cual se describe en el siguiente capítulo. El nuevo diseño de buje redujo los esfuerzos donde se producía inicialmente el desgarre del material.

En la investigación de Kadlowec y equipo [41] no se limitaron a la selección de un solo modelo para describir la hiperelasticidad. Ellos realizaron ajustes de curvas de los diferentes modelos matemáticos en curvas experimentales de diferentes tipos de un elastómero perteneciente a un buje automotriz, y obtuvieron los parámetros del material que alimentaron al modelo para simular el ensayo del buje sujeto a cargas laterales, Figura 2.22. La mejor aproximación fue con el modelo de Ogden dado que tuvo un mejor ajuste. Este modelo es descrito en la sección tres del capítulo 3.

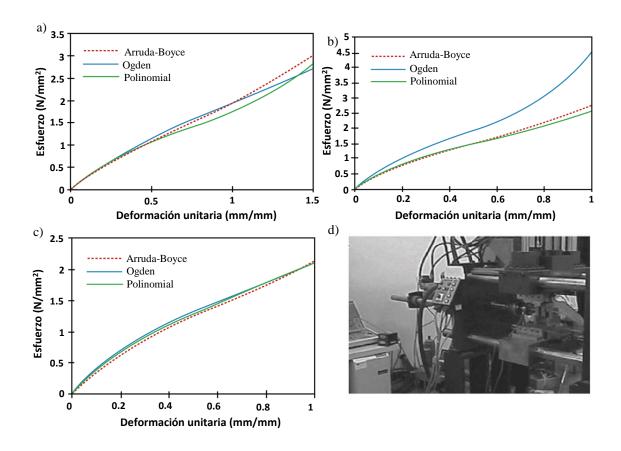


Figura 2.22. Curvas ingenieriles esfuerzo vs deformación unitaria para diferentes tipos de deformación: a)tensión uniaxial, b) tensión biaxial y c) corte plano; y d) máquina de ensayo [41].

Así mismo existen trabajos que realizan estudios más completos donde combinan tanto comportamiento hiperelástico y viscoelástico. Tal es el caso de Pawlikowsi [42], el cual desarrolló un procedimiento similar al de Kadlowec [41] para la estimación de los parámetros hiperelásticos e incluyó en su modelo parámetros viscosos obtenidos de ensayos de relajación, teniendo como resultado una muy buena correlación al ensayo de compresión realizado. Del mismo modo Lee [43], representó la respuesta exacta de un buje elastomérico sujeto a torsión a través de la simulación numérica en donde se modelan propiedades hiperelásticas y viscosas. Las investigaciones anteriores, demuestran que la precisión del análisis dependerá del modelo seleccionado y la combinación o no de la hiperelasticidad y viscoelasticidad.

### CAPÍTULO 3

# **ELEMENTOS ELASTOMÉRICOS**

## 3.1 INTRODUCCIÓN

Los elastómeros, también intercambiable con el término goma (que es más adecuado para referirse a los vulcanizados), son polímeros que consisten de largas cadenas moleculares reticuladas que alcanzan grandes deformaciones elásticas y no poseen con una estructura definida. Esta elasticidad proviene de la capacidad de las cadenas para cambiar su posición por sí mismas y así distribuir la tensión aplicada [31, 44]. En la Figura 3.1 se muestra el dibujo esquemático de las cadenas moleculares de un elastómero, donde se ilustra el elastómero a) no sometido a tensión, mientras que en b) es el comportamiento del mismo elastómero bajo tensión. Cuando se retira, las cargas tensoras, los enlaces covalentes aseguran que el elastómero regrese a su posición original. El resultado de este comportamiento es llamado *hiperelasticidad*.

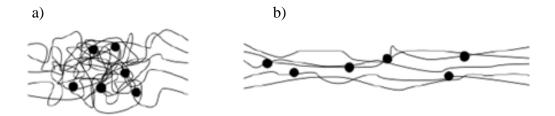


Figura 3.1. Representación de cadenas moleculares de un elastómero: a) sin tensión y b) sometido a una carga [44].

# 3.2 COMPORTAMIENTO HIPERELÁSTICO Y VISCOELÁSTICO

Los elastómeros tienen la capacidad de alargarse de un 5% a 700%. A su vez estos suelen continuar deformándose aun y cuando las cargas aplicadas sobre ellos son anuladas, este comportamiento se conoce como *viscolestacidad*. Además, estas gomas son altamente sensibles a la temperatura debido a que al ser enfriados se pueden llevar a una fase vítrea o cristalina (teniendo como resultado una menor movilidad en las cadenas, y limitando su elasticidad), por lo contrario, a temperaturas elevadas los enlaces se rompen provocando el ablandamiento del material [45].

Estos materiales flexibles tienen una amplia aplicación en la industria, tal como la automotriz, donde son usadas como sellos mecánicos, montajes, juntas, etc. En los sistemas de suspensión, los bujes elastoméricos son empleados en uniones entre componentes metálicos siendo aisladores y reductores de vibraciones y ruido [46].

Dadas a las particularidades del comportamiento hiperelástico y viscoelástico de estos elementos flexibles, las teorías clásicas para comportamiento mecánico, térmico, etc., que se emplean para metales no son aplicables para este tipo de materiales.

#### 3.3 HIPERELASTICIDAD

Como se ha mencionado con anterioridad, los elastómeros pueden asumir grandes deformaciones y posteriormente retornar a su estado inicial debido a su comportamiento hiperelástico. Para describir este fenómeno, se han desarrollado modelos que permiten caracterizar el comportamiento mecánico de los materiales elastoméricos. Dichos modelos se basan en la función de densidad de energía de deformación, W, el cual se puede expresar como W = f(B) ó W = f(F), donde  $B = FF^T$  es el tensor de deformación de Cauchy-Green y F es el gradiente de deformación.

En cualquier problema estructural, el primer paso es describir la configuración inicial de la estructura, siendo de particular interés su deformación a lo largo del historial de carga. Una partícula del material inicialmente se localiza en alguna posición *X* en el

espacio y se desplazará a una nueva posición x en un determinado tiempo t, la localización de dicha partícula se puede expresar como:

$$x = x(X, t) \tag{3.1}$$

Esta relación puede ser invertida, ya que se conoce X cuando se conocen x y t. Ahora, considerando dos partículas colindantes entre una y otra, localizadas en X y X + dX en la configuración inicial[47, 48]. La configuración actual se obtiene como:

$$dx = \frac{\partial x}{\partial X}dX \tag{3.2}$$

Aplicando un *mapeo* con la Ecuación 3.1 se formaría la matriz  $\mathbf{F} = \frac{\partial x}{\partial x}$  llamada *gradiente de deformación*. Además, la determinante de  $\mathbf{F}$  representa la relación entre el volumen en la configuración deformada y el volumen de la configuración inicial. Por lo tanto, en casos de medios incompresibles,  $J = det\mathbf{F} = 1$  [48].

Los valores propios de F, nombrados  $\lambda_i$ ,  $i \in 1, 2, 3$ , son llamados *alargamientos* principales. Los vectores correspondientes son llamados *direcciones principales de* estiramiento y definen una base ortonormal a lo largo de la cual se miden los alargamientos principales [49].

Las invariantes del tensor  $\boldsymbol{B}$  son llamados invariantes de deformación y están definidas como:

$$I_1(\mathbf{B}) = B_{ii} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \tag{3.3}$$

$$I_2(\mathbf{B}) = \frac{1}{2} \left( B_{ii} B_{jj} - B_{ji} B_{ij} \right) = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2$$
 (3.4)

$$I_3(\mathbf{B}) = det\mathbf{B} = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \tag{3.5}$$

Habiendo definido los alargamientos principales e invariantes, la restricción de incompresibilidad se obtiene como:

$$J = det \mathbf{F} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda_3 = (\lambda_1 \lambda_2)^{-1} \tag{3.6}$$

$$I_3(\mathbf{B}) = 1 \tag{3.7}$$

La mayoría de los modelos elásticos se expresan en términos de invariantes de deformación  $W = f(I_1, I_2, I_3)$ , o en términos de alargamientos principales  $W = f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ . Muy frecuentemente los elastómeros se consideran como materiales incompresibles, así como los estudiados en este proyecto, por lo tanto, los modelos estarán en función solamente de las dos primeras variantes o alargamientos principales.

El primer modelo desarrollado para predecir el comportamiento hiperelástico fue propuesta por Ronald Rivlin en 1940 conocida como la *forma polinomial* [50]:

$$W = \sum_{i+j=1}^{N} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i}$$
(3.8)

donde  $C_{ij}$  son parámetros del material que son obtenidos experimentalmente y N es el grado del polinomio;  $J_{el}$  es la relación del volumen elástico y  $D_i$  es una constante del material relacionado con el módulo volumétrico. A partir de este modelo se desarrollaron otras formulaciones la cuales se presentan en la Tabla 3.1.

Para cuantificar el valor de la función de densidad de energía de deformación a partir de los modelos presentados, se requieren conocer coeficientes y parámetros que en varias ocasiones no se encuentran compilados en literatura  $(D_i, \mu_i, C_{ij}, etc.)$ , debido a que estos varían según el material en específico. Por lo tanto, se realizan ensayos experimentales mecánicos del material en distintas direcciones de carga, como los son: tensión uniaxial, compresión uniaxial, tensión cortante puros, biaxial, entre otros [51]. Figura 3.2.

 $Tabla\ 3.1.\ Modelos\ constitutivos\ para\ comportamiento\ hiperel\'astico.$ 

			1
Mooney – Rivlin [53]	1948	$I_1$ y $I_2$	$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + \frac{1}{D}(J_{el} - 1)^2$
Ogden [54]	1972	$\lambda_1,\lambda_2$ y $\lambda_3$	$W = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{\alpha_i} \left( \lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_1^{\alpha_i} - 3 \right) + \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{D} (J_{el} - 1)^{2k}$
Yeoh [55]	1993	$I_1$	$W = \sum_{i=1}^{N} C_{i0} (I_1 - 3)^i + \frac{1}{D} (J_{el} - 1)^2$
Arruda-Boyce [56]	1993	$I_1$	$W = \mu \sum_{i=1}^{5} \frac{C_i}{\lambda_m^{2i-2}} \left( I_1^i - 3^i \right) + \frac{1}{D} \left( \frac{J_{el}^2 - 1}{2} - \ln J_{el} \right)$ donde, $C_1 = \frac{1}{2}  C_2 = \frac{1}{20}  C_3 = \frac{11}{1050}  C_4 = \frac{19}{7000}  C_5 = \frac{519}{673750}$ Frecuentemente el valor de $\lambda_m$ es 7, y $\mu_0 = 1.0125\mu$ .



a. Ensayo de tensión uniaxial



c. Ensayo equibiaxial



b. Ensayo de compresión uniaxial



d. Ensayo biaxial

Figura 3.2. Ejemplos de ensayos mecánicos en distintas direcciones de carga [51, 57].

Con los datos obtenidos de los ensayos experimentales, se generan curvas de esfuerzo-deformación. Estas curvas son ajustadas a los distintos modelos presentados anteriormente y se obtienen los parámetros para el cálculo de la densidad de energía de deformación. La exactitud del ajuste, así como la precisión de los resultados de la modelación del material dependerá ampliamente de la selección adecuada del modelo para evaluar la función de densidad de energía de deformación.

### 3.4 VISCOELASTICIDAD

La viscoelasticidad es un tipo de comportamiento que presentan ciertos materiales que exhiben tanto propiedades viscosas como propiedades elásticas al ser deformados [11]. Habitualmente los elastómeros presentan comportamiento viscoelástico, donde sus propiedades mecánicas dependen del tiempo, por lo tanto, el material sigue teniendo respuesta aún y cuando se retira la carga que actúa sobre él.

La parte elástica se estudia mediante el comportamiento de un resorte, Figura 3.3, el cual se describe mediante la proporcionalidad entre el esfuerzo y deformación con la *Ley de Hooke* [58].

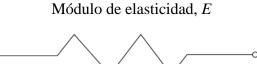


Figura 3.3. Elemento elástico (resorte).

Por otro lado la respuesta viscosa, se estudia a través de un émbolo, Figura 3.4, y su comportamiento es descrito por la *Ley de Newton*, que relaciona la proporcionalidad entre los esfuerzos aplicados y la velocidad de deformación con el paso del tiempo [58].

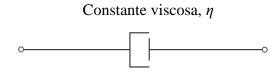


Figura 3.4. Elemento viscoso (émbolo).

Una de las formulaciones más sencillas es el Modelo de Maxwell. Este modelo fue propuesto por Maxwell para explicar la dependencia de las propiedades mecánicas de materiales viscosos con el tiempo. En este modelo se considera la combinación del resorte y émbolo en serie, Figura 3.5.

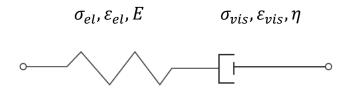


Figura 3.5. Configuración entre el resorte y émbolo en el modelo de Maxwell.

En esta configuración, se asegura que la deformación total es la suma de la deformación del elemento elástico  $\varepsilon_{el}$  y la deformación del elemento viscoso  $\varepsilon_{vis}$  [59] dado por la Ecuación 3.13.

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{vis} \tag{3.13}$$

Diferenciando la expresión de deformación total se obtiene:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_{el}}{dt} + \frac{d\varepsilon_{vis}}{dt} \tag{3.14}$$

A su vez, al trabajar con una configuración en serie, el esfuerzo soportado y el esfuerzo total es el mismo en el elemento elástico y viscoso,  $\sigma = \sigma_{el} = \sigma_{vis}$  [59].

Partiendo de la expresión básica del elemento elástico (Ley de Hooke) para la Figura 3.5, se despeja el termino de deformación y diferenciando se tiene como resultado la Ecuación 3.16.

$$\sigma_{el} = E \varepsilon_{el}$$
 Ley de Hooke (3.15)

$$\frac{d\varepsilon_{el}}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma_{el}}{dt} \tag{3.16}$$

De forma similar, de la expresión del elemento viscoso (Ley de Newton), para la Figura 3.5, se despeja directamente la deformación derivada con respecto del tiempo para obtener la Ecuación 3.18.

$$\sigma_{vis} = \eta \frac{d\varepsilon_{vis}}{dt}$$
 Ley de Newton (3.17)

$$\frac{d\varepsilon_{vis}}{dt} = \frac{\sigma_{vis}}{\eta} \tag{3.18}$$

 $\eta$  es la viscosidad del fluido dentro del émbolo. Sustituyendo las Ecuaciones 3.16 y 3.18 en la expresión de aditividad de deformaciones diferenciada (Ecuación 3.14) se obtiene la formulación matemática del modelo de Maxwell.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \tag{3.17}$$

Otra formulación básica para viscoelasticidad es el *modelo de Kelvin-Voigt*, el cual se basa en la combinación del resorte y émbolo que, a diferencia del modelo de Maxwell, estos tienen un arreglo en paralelo, Figura 3.18. La Ley de Hook y Ley de Newton rigen el comportamiento del resorte y émbolo.

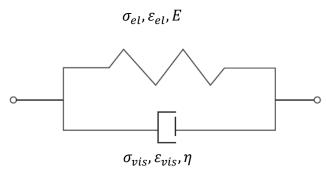


Figura 3.6. Configuración entre el resorte y embolo en el Modelo de Kelvin-Voigt.

En componentes que trabajan en paralelo se puede considerar la igualdad de las deformaciones, es decir, la deformación en el elemento elástico y viscoso es la misma al igual que la deformación total,  $\varepsilon = \varepsilon_{el} = \varepsilon_{vis}$ . Por otro lado los esfuerzos a los que trabajan cada componente son aditivas, descrito en la Ecuación 3.19, [58, 60].

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_{vis} \tag{3.19}$$

 $\eta$  es la viscosidad del material. Acoplando las Ecuaciones 3.15 Y 3.17 en la expresión de aditividad de esfuerzos (Ecuación 3.19) se obtiene el Modelo de Kelvin-Voigt:

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \tag{3.20}$$

Estos dos modelos son la base para el desarrollo de modelos más complejos donde se aumenta en número de resortes o muelles dependiendo el sistema a estudiar. También existe la alternativa de estudiar la viscoelasticidad a través del análisis mecánico dinámico (DMA por sus siglas en inglés). Esta técnica se basa en que un cuerpo de material viscoelástico es sometido a un esfuerzo oscilante sinusoidal (Figura 3.7).

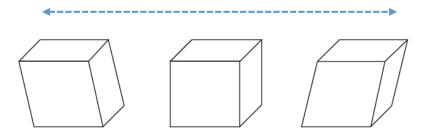


Figura 3.7. Deformación oscilatoria aplicada a un cuerpo viscoelástico.

Inicialmente se analiza la respuesta del material cuando es puramente elástico frente a un régimen de carga dinámica y cíclica. Evualuando un cuerpo elástico estimulado con una onda del tipo senoidal definida por:

$$\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t) \tag{3.21}$$

donde,  $\sigma$  es el esfuerzo al tiempo t,  $\sigma_0$  es el esfuerzo máximo y  $\omega$  es la frecuencia. Este estímulo se observa en un diagrama esfuerzo-tiempo en la Figura 3.8.

Puesto que se trata de un material de naturaleza elástica, el modelo físico para describirlo es con un resorte y que esta regido por la Ley de Hooke. Por lo tanto las deformaciones seguirán una curva senoidal a la misma fecuencia definida como:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \tag{3.22}$$

donde,  $\varepsilon$  es la deformación al tiempo t,  $\varepsilon_0$  es la deformación máxima. La respuesta de deformaciones es mostrada en la Figura 3.8.

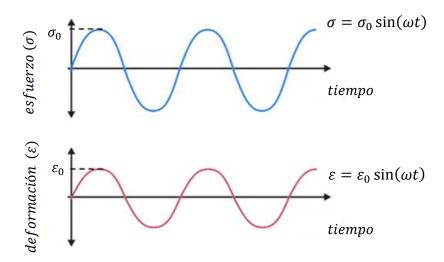


Figura 3. 8. Respuesta del material puramente elástica bajo un estímulo de frecuencia de tipo senoida [61].

Se dice que las curvas de esfuerzo y deformación se encuentran en fase, esto es observable en la Figura 3.9, donde los máximos en la curva senoidal de los esfuerzos coinciden en el tiempo con los máximos de la curva senoidal de las deformaciones.

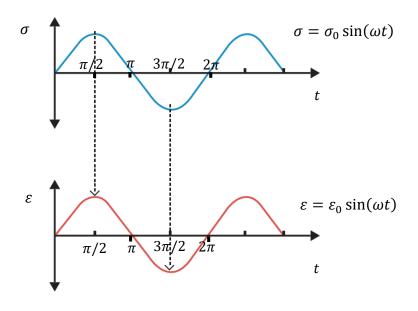


Figura 3.9. Respuesta de los esfuerzos y deformaciones en fase, de un material puramente elástico bajo estímulo de frecuencia senoidal [61].

Relacionando las Ecuaciones 3.21 y 3.22 con el módulo se obtiene:

$$E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_0 \sin(\omega t)}{\varepsilon_0 \sin(\omega t)} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$
 (3.23)

en donde,  $E^*$  se le denomina como módulo complejo. La ecuación anterior se muestra que para materiales puramente elásticos se un valor constante, por lo que su comportamiento al trabajar en condiciones estáticas y dinámicas es el mismo y no depende del tiempo.

En cuanto a un material puramente viscoelástico la respuesta es ligeramente distinta. De forma similar, se evalúa la respuesta de deformaciones en función del tiempo ante la aplicación de esfuerzos dinámicos senoidales, el cual está definido de igual manera con la Ecuación 3.21. Al tratarse de un material viscoelástico el modelo físico es la combinación de resorte (regido por la Ley de Hooke) y un émbolo que representa al líquido viscoso regido por la Ley de Newton. En este sentido la deformación presentará igualmente una expresión del tipo senoidal que se define como:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \delta) \tag{3.24}$$

La respuesta de deformación se observa en la Figura 3.10, donde dicha respuesta esta retardada a un determinado ángulo  $\delta$ . En este caso se dice que las curvas de esfuerzos y deformaciones están desfasadas.

Las expresiones que relacionan el esfuerzo y deformación para materiales de naturaleza viscoelástica que trabajan bajo condiciones dinámicas, también se pueden escribir colocando un adelanto al esfuerzo con respecto a la deformación, es decir:

$$\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta) \tag{3.25}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \tag{3.26}$$

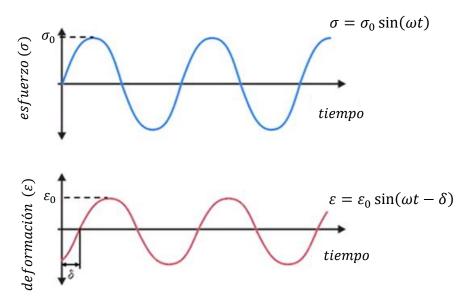


Figura 3.10: Respuesta del material puramente viscoelástico bajo un estímulo de frecuencia de tipo senoidal [61].

Las expresiones 3.22 y 3.24 son análogas a las Ecuaciones 3.25 y 3.26 respectivamente. Aplicando el teorema de suma de ángulos, Ecuación 3.27

$$\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) \tag{3.27}$$

sobre la Ecuación 3.25 se obtiene la Ecuación 3.28:

$$\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t) \cos(\delta) + \sigma_0 \cos(\omega t) \sin(\delta)$$
(3.28)

De la Ecuación 3.28 se deduce que el esfuerzo consiste en dos componentes: uno en fase con la deformación  $\sigma_0 \cos(\delta)$ , y otro con desfase de 90°,  $\sigma_0 \sin(\delta)$ . Teniendo en cuenta la relación entre el esfuerzo y deformación con el módulo de la Ecuación 3.23 se puede reescribir esta misma ecuación para cada termino donde se considere el desfase de la parte elástica y viscosa, definidas por:

$$E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cos \delta \tag{3.29}$$

$$E'' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \sin \delta \tag{3.30}$$

donde, *E'* y *E''* son llamados *módulos de almacenamiento y pérdida* respectivamente. Sustituyendo estas dos últimas expresiones en la Ecuación 3.28 se obtiene:

$$\sigma = \sigma_0[E'\sin(\omega t) + E''\cos(\omega t)] \tag{3.31}$$

La suma vectorial de estos dos módulos se tiene como resultado el módulo complejo del material viscoelástico, Ecuación 3.32:

$$E^* = E' + iE'' (3.32)$$

A su vez, esta relación puede apreciarse en la Figura 3.11.

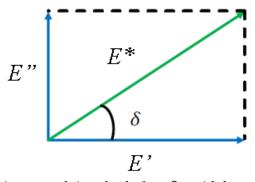


Figura 3.11. Relación entre el ángulo de fase  $\delta$ , módulo complejo  $E^*$ , módulo de almacenamiento E' y módulo de pérdida E''.

El módulo de almacenamiento E' define la energía almacenada en el espécimen como resultado al esfuerzo aplicado. Inversamente, el módulo de pérdida E' específica la disipación de energía en forma de calor [58]. Físicamente, se puede explicar esquemáticamente mediante el rebote de una pelota al dejarla caer libremente, Figura 3.12.

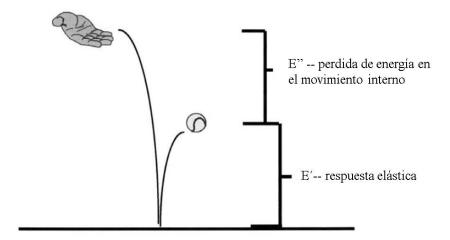


Figura 3.12. Esquema de almacenamiento y pérdida de energía (E', E'') en la caída libre de una pelota, [62].

Cuando la pelota es rebotada, la energía inicial se divide en dos partes, una es la parte recuperada, es decir, que tan alto rebota y la cual se puede describir como E', y la energía perdida por fricción y movimiento interno, se refiere a la diferencia de altura entre la cual se dejó caer y la altura de rebote llamada E''.

Partiendo de la Figura 3.11 se puede definir otro parámetro llamado factor de pérdida  $\bar{\eta}$ ,

$$\bar{\eta} = \tan \delta = \frac{p\acute{e}rdida\ de\ energ\acute{a}}{energ\acute{a}\ almacenada} = \frac{E''}{E'}$$
 (3.33)

Cuando un objeto es impactado, emite cierta vibración durante un periodo de tiempo corto. Dicho de otro modo, emite cierta frecuencia, por ejemplo, la frecuencia emitida por una campana es diferente a una copa de cristal. Esta capacidad de amortiguamiento es una manifestación de la viscoelasticidad y que los elastómeros poseen alto índice de amortiguamiento.

En una estructura tal como un vehículo que está sujeto bajo vibraciones constantes, generadas por oscilaciones de las discontinuidades del camino, vibraciones producidas por el motor, etc., la alta característica de amortiguamiento de los elementos elastoméricos disipará la energía en forma de calor. Dado que estas vibraciones variarán dependiendo

del tipo de acción y magnitud ejercido sobre la estructura, o bien a los bujes de estudio en este proyecto, repercutirá en su módulo de almacenamiento, módulo de pérdida y factor de pérdida modificando su capacidad de amortiguamiento.

La influencia que ejerce la frecuencia en la respuesta de un sólido viscoelástico, se refleja en la Figura 3.13, donde se presenta la variación de módulo de almacenamiento, módulo de pérdida y factor de pérdida en función de la frecuencia. En esta figura se distinguen tres regiones, la primera es denominada como región gomosa que se produce a frecuencias bajas donde el material tenderá a comportarse como un caucho. La región intermedia que se presenta a frecuencias medias llamada región de transición, en donde el material suele exhibir comportamiento mayoritariamente viscoso, conforme la frecuencia tienda a aumentar el material comenzará a rigidizarse rápidamente. Finalmente, la tercera región denominada región vítrea que se manifiesta a frecuencias elevadas, se aprecia la caída drástica del módulo E' mientras el módulo E' continua en aumento, el cual propiciará que el comportamiento está muy cercano al de un vidrio ya que la capacidad amortiguante disminuirá significativamente.

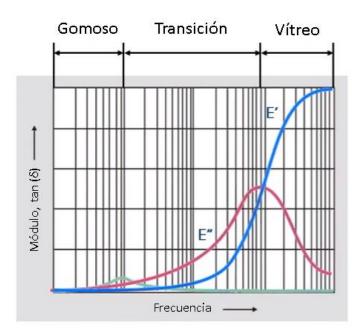


Figura 3.13: Influencia de la frecuencia sobre los módulos E' y E'', y el factor de pérdida tan  $(\delta)$ , [61].

Cabe mencionar que el módulo de almacenamiento y módulo de pérdida dependerán del material. Por lo tanto, en muchas ocasiones estos parámetros no se encuentran disponibles en literatura, por consiguiente, es necesario realizar ensayos experimentales.

El análisis dinámico-mecánico (DMA), Figura 3.14, monitorea la respuesta elástica y viscosa de una probeta sujeto una carga oscilatoria que puede estar en función del tiempo, temperatura o frecuencia de oscilación [63].



Figura 3.14. Máquina de ensayo dinámico-mecánico TA Instrument Q800 [64].

Hoy en día, los equipos para DMA tienen diferentes mordazas para diversos modos de deformación, siendo las más recurrentes los de tensión, compresión y flexión de tres puntos [64], Figura 3.15. No obstante, esto dependerá del polímero en particular, siendo la deformación por tensión el modo más adecuado para materiales elastoméricos para DMA y que las condiciones para este ensayo están bajo la norma ASTM D- 4065 [65].

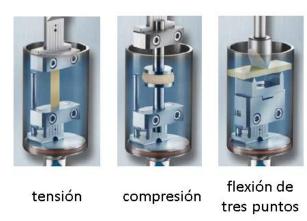


Figura 3.15. Modos de deformación más frecuentes en ensayos DMA [66].

Debido a la influencia que ejerce la variación de frecuencia y la temperatura discutido anteriormente, estos equipos poseen la capacidad de realizar barridos de frecuencia o temperatura.

Durante el desarrollo del ensayo, el procesador integrado al equipo arroja los parámetros de salida (módulo de almacenamiento, módulo de perdida y factor de pérdida) requeridos para estudiar el comportamiento viscoelástico desplegados en un ordenador.

### CAPÍTULO 4

# **FATIGA**

El término de *fatiga* se le conoce como una degradación de las propiedades mecánicas que conlleva a un fallo del material o componente bajo cargas fluctuantes en forma de tensión, compresión, flexión, etc. Está definición excluye a la fatiga estática, que en ocasiones se emplea para describir el agrietamiento por corrosión en cristales y cerámicos en presencia de humedad, al igual que la fatiga térmica que como su nombre lo indica, es la falla ocasionada por la variación de temperatura. En general, este fenómeno afecta a cualquier componente estructural, en movimiento, por ejemplo, vehículos en carreteras, aviones en pleno vuelo, embarcaciones en altamar embestidos constantemente por olas, ente otros. Se estima que el 90% de las fallas mecánicas en servicio se atribuye a este fenómeno [67].

Inicialmente la fatiga se manifiesta por la formación de una pequeña grieta, muy frecuentemente en algún punto de la superficie externa. La grieta se propaga gradualmente a través del material en dirección perpendicular al eje principal de tracción, hasta que el área de la sección trasversal del elemento se reduce a tal punto que ya no puede soportar la carga y la sección se fractura repentinamente, tal como se muestra en la Figura 4.1 [68].

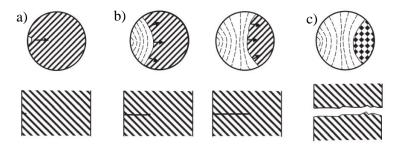


Figura 4.1. Propagación típica de una grieta: a) nucleación, b) crecimiento de grieta y c) fractura final [67].

A menudo, una superficie de fractura por fatiga presenta características macroscópicas muy puntales. En la Figura 4.2 se muestra el progreso de grietas de un eje en flexión, donde el posible inicio de la grieta es indicado por una coloración más obscura y el patrón de la fractura hacia la superficie del eje, conocida como etapa I (Figura 4.2 a), la región de propagación de grietas, también denominada etapa II evidenciada por "marcas de playa" (Figura 4.1 b) y la etapa III corresponde a la zona de ruptura catastrófica (Figura 4.2) que puede presentar patrones llamados "líneas chevron". Típicamente, el fallo sujeto a cargas cíclicas se produce a niveles de esfuerzo inferiores al esfuerzo de cedencia. También cabe señalar que los patrones formados en la superficie de la fractura por fatiga dependerán de las diversas condiciones de carga y esfuerzos.



Figura 4.2. Superficie de fractura por fatiga de un eje en flexión [69].

Existen varios tipos de esfuerzos fluctuantes, entre los más comunes se muestran en la Figura 4.3.

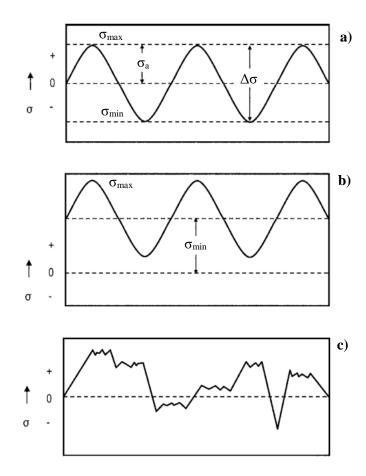


Figura 4.3. Tipos de esfuerzos fluctuantes más comunes: a) esfuerzos cíclicos de inversión completa, b) esfuerzos repetidos fluctuantes (solo tracción) y c) aleatorio [67].

Donde los parámetros básicos para el estudio de la fatiga se expresan de la siguiente manera:

Rango de esfuerzo 
$$\Delta \sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \tag{4.1}$$

Amplitud de esfuerzo cíclico 
$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$
 (4.2)

Esfuerzo medio 
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$
 (4.3)

Razón de amplitud 
$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$
 (4.4)

El esfuerzo cíclico de inversión completa se caracteriza por presentar el esfuerzo máximo y mínimo ( $\sigma_{max}$  y  $\sigma_{min}$ ) con la misma magnitud, este tipo de esfuerzos es comúnmente encontrado en pruebas de fatiga tal como en la máquina de viga rotativa de R. R. More que asemeja los esfuerzos producidos en los ejes durante su servicio. Otro tipo de esfuerzos es el repetido fluctuante, en el cual una tensión media es aplicada sobre  $\sigma_{max}$  y  $\sigma_{min}$ , particularmente la Figura 4.3b muestra condiciones de tracción para ambos esfuerzos a tensión, pero también es posible aplicar un esfuerzo a compresión. Además, los esfuerzos máximo y mínimo no son necesariamente iguales. El último tipo de esfuerzos es el aleatorio o irregular, en donde el componente es sometido a cargas aleatorias. Existen máquinas modernas de ensayos axiales que son capaces de programar cualquier espectro de fatiga tales como: las maquinas servo-hidráulicas, máquinas con actuadores electro-mecánicos, entre otros [70].

Si bien, a pesar de existir una gran cantidad de formulaciones para el análisis de fatiga solo se discutirán en este capítulo aquellos que fueron los empleados en el análisis del sistema de suspensión a estudiar.

# 4.1 MÉTODOS PARA LA PREDICCIÓN DE LA VIDA A FATIGA

El *método de fatiga-vida* es el más frecuente para predecir en que momento un componente sujeto a cargas cíclicas resistirá antes de presentar la falla, el cual se divide en tres enfoques de análisis [71]: método basado en tensiones, curva S-N (Stress-based approach), método de deformaciones locales (Strain-based approach), y los modelos basados en la mecánica de la fractura.

Con estos métodos se trata de estimar la vida en número de ciclos hasta la falla para un nivel particular de carga. Usualmente se clasifica como *fatiga de bajo ciclo* (LCF por sus siglas en inglés) cuando los ciclos de vida se hallan dentro de  $1 \le N \le 10^3$  ciclos, mientras que la *fatiga de alto ciclo* (HCF por sus siglas en inglés) se considera que  $N > 10^3$ .

## 4.1.1 MÉTODO BASADO EN TENSIONES, CURVA S-N

Para determinar la resistencia de materiales con este método, se requiere someter las muestras a cargas alternantes y/o repetidas en tanto se contabilizan los ciclos o inversiones del esfuerzo hasta su ruptura. El dispositivo que se utiliza con más frecuencia es la ya mencionada máquina de viga rotativa de R. R. Moore (Figura 4.4), donde la muestra se somete a flexión pura, a través de contra pesos. Además, existen otros dispositivos de ensayos a la fatiga para la aplicación de diferentes casos de esfuerzos: axial, torsión o combinados.

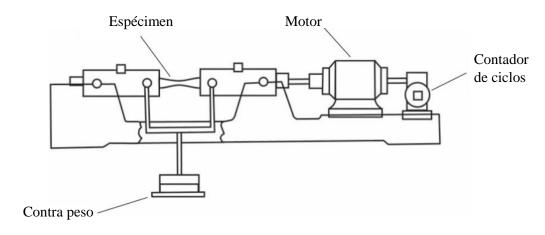


Figura 4.4. Esquema máquina de viga rotativa de R. R. Moore [67].

La resistencia a la fatiga es establecida mediante un gran número de ensayos debido a la tendencia estadística del fenómeno de fatiga. Con los resultados se construye un curva S-N (Figura 4.5), llamado frecuentemente curva de Whöler [72]. Este diagrama proporciona la relación de la resistencia a la fatiga ( $S_f$ ) y el número de ciclos de vida N de un material. En general para los aceros, se observa que la curva presenta un cambio brusco aproximadamente horizontal con respecto a la abscisa, este punto de inflexión se le denomina como límite de resistencia a la fatiga ( $S_e$ ) y se muestra en algún punto entre  $10^6$  y  $10^7$  ciclos. El límite de fatiga representa el nivel máximo de esfuerzo que el material puede ser ciclado por un tiempo indefinido sin causar falla. Sin embargo, para materiales no ferrosos no se distingue el límite de fatiga, ya que su curva no muestra un cambio tan pronunciado como en los aceros, tal como se muestra en la Figura 4.5.

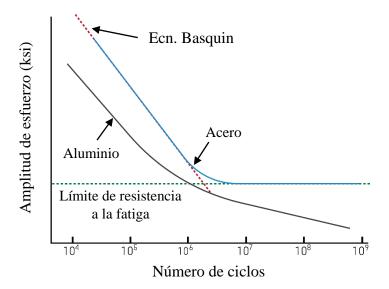


Figura 4.5. Comparación de curva S-N de un acero y aluminio [73].

Es frecuente que las aleaciones ferrosas se puedan relacionar entre el número de ciclos y el esfuerzo en la región de bajo ciclo de acuerdo a la ecuación de Basquin (Figura 4.5), esta expresado por:

$$\sigma_a = \sigma_f'(2N)^b \tag{4.5}$$

donde  $\sigma_a$  se refiere a la *amplitud de esfuerzo cíclico*,  $\sigma'_f$  se conoce como *coeficiente de resistencia a la fatiga* mientras b es el *exponente de resistencia a la fatiga*, estos dos últimos términos son constantes empíricas del material.

No obstante, el efecto del esfuerzo medio es muy importante, dado que un aumento en dicho esfuerzo reducirá la vida a la fatiga. Por lo que se han desarrollado una serie de modelos matemáticos que permiten predecir el efecto del esfuerzo medio sobre la amplitud de esfuerzo, a partir de datos de flexión completamente invertida. Goodman desarrolló un modelo lineal, mientras que Gerber implementó una formulación parabólica Figura 4.6. Si el diseño del componente se basa en el rendimiento en lugar de la resistencia final (como lo son en su mayoría) se utiliza la relación de Soderberg.

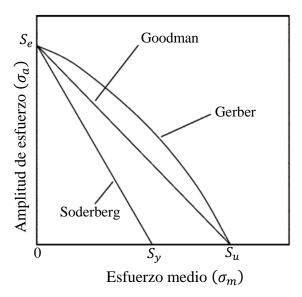


Figura 4.6. Comparativa de los modelos de Goodman, Gerber y Soderberg para la relación del esfuerzo medio y amplitud de esfuerzo [67].

Matemáticamente, las tres relaciones pueden ser descrita por:

Goodman 
$$x = 1$$

$$\sigma_a = S_e \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_m}{S_u} \right)^x \right]$$
Gerber  $x = 2$ 
Soderberg  $S_u = S_y$ 

$$(4.6)$$

donde los términos  $S_u$  y  $S_y$  se refieren a resistencia a la cedencia y resistencia al esfuerzo último respectivamente.

Este método es el menos exacto, pero al ser el más fácil de implementar se puede encontrar una amplia cantidad de datos en literatura. Sin embargo, debe de tenerse la precaución de este enfoque en aplicaciones de bajo ciclo puesto que no es válido para plasmar el comportamiento de esfuerzo-deformación al presentarse deformación localizada.

## 4.1.2 MÉTODO DE DEFORMACIONES LOCALES

En la actualidad, el método de deformaciones locales es uno de los mejores enfoques para describir falla por fatiga. Tal como se estableció en un principio una falla ocasionada por este fenómeno, regularmente nace por una discontinuidad localizada ya sea por una fisura, muesca, u otra área que concentre esfuerzo [68]. Cuando el esfuerzo ejercido sobre la discontinuidad sobrepasa el límite elástico se manifiesta la deformación plástica, por lo tanto, para que se origine la fractura del material es necesario la existencia de deformación plástica cíclica.

Durante la carga cíclica dentro del régimen elástico, el esfuerzo y la deformación están directamente relacionados mediante el módulo elástico. Sin embargo, para la carga cíclica que produce deformaciones plásticas, las respuestas son más complejas y forman ciclos de histéresis [74]. En la Figura 4.7 se puede observar un diagrama típico de ciclos de histéresis esfuerzo-deformación para cargas cíclicas. Desde el punto O hasta el punto A, el componente está bajo tensión. Mientras que, en la descarga la respuesta de la deformación sigue la curva de A a D, en este punto no está bajo tensión. Cuando el componente se somete a esfuerzos de compresión, la respuesta de deformación sigue la línea de D a B. Liberando el esfuerzo de compresión de B y replicando tensión de tracción, la condición esfuerzo-deformación retorna al punto A a lo largo de la curva definida por B, C y A. Los puntos A y B representan los límites cíclicos de esfuerzo y deformación. Nótese que la línea de A a D y B a C es el módulo de elasticidad.

A partir de la Figura 4.7 se puede definir la *amplitud deformación total*,  $\Delta \varepsilon$ , que consta de una parte elástica y plástica:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_e + \Delta \varepsilon_p \tag{4.7}$$

donde  $\Delta \varepsilon_e$  es la *amplitud deformación elástica* y que también es expresada como  $\Delta \varepsilon_e = \Delta \sigma / E$ . En cuanto a  $\Delta \varepsilon_p$  es la *amplitud deformación plástica* y que a su vez representa la achura del ciclo en su centro, es decir, la distancia CD de la Figura 4.7. El área del ciclo de histéresis es igual al trabajo realizado o la perdida de energía por ciclo.

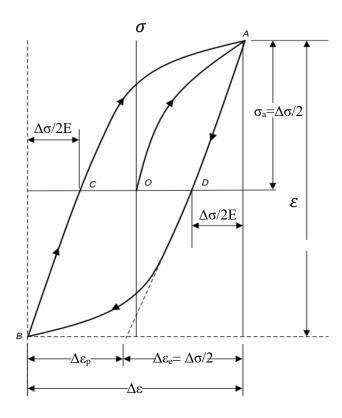


Figura 4.7. Ciclos de histéresis esfuerzo-deformación para cargas cíclicas [67].

En un reporte emitido por la SAE, (por su siglas en inglés), menciona que la vida en inversiones a la falla se relaciona con la amplitud de deformación,  $\Delta \varepsilon/2$  [71]. Esta relación se representa a menudo como un gráfico de  $\Delta \varepsilon/2$  frente a ciclos de fallo N, con los datos de ensayos a fatiga controlada.

Cuando se traza en coordenadas logarítmicas se obtiene una línea recta por la relación Coffin-Manson:

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f(2N)^c \tag{4.8}$$

donde  $\Delta \varepsilon_p/2$  es la amplitud de deformación plástica, y  $\varepsilon'_f$  es el *coeficiente de ductilidad* de fatiga definido por la intersección de deformación en 2N=1 (punto A de la Figura 4.7). Para la gran mayoría de metales,  $\varepsilon'_f$  es aproximadamente igual a la deformación real

correspondiente a la fractura. El termino 2N se define como el número de inversión de deformación a falla, donde un ciclo son dos inversiones, y c es el exponente de ductilidad por fatiga, que normalmente varía entre 0.5 y 0.7. Un valor menor de c resulta vida a fatiga más larga.

La ecuación de Basquin, que describe el régimen de alto ciclo (Ecuación 4.5) y baja deformación en el que las deformaciones nominales son elásticas, esta expresado por:

$$\sigma_a = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} E = \sigma'_f (2N)^b \tag{4.9}$$

De forma similar a la Ecuación 4.8, el termino  $\Delta \varepsilon_e/2$  es la amplitud de la deformación elástica,  $\sigma'_f$  se define en la intersección del esfuerzo 2N=1 y su valor es cercano al esfuerzo real correspondiente a la fractura (punto A de la Figura 4.7). Mientras que b en metales su mayoría oscila en el intervalo de -0.05 a -0.12, a un valor menor de este exponente la vida a fatiga es más extensa. Varios de los coeficientes y exponentes están documentados en el informe SAE J1066 [75].

La combinación de la ecuación de Coffin-Manson y la ecuación de Basquin proporciona una expresión que puede usarse para estimar toda la gama de vida a fatiga, dada por la Ecuación 4.10

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b + \varepsilon_f' (2N)^c \tag{4.10}$$

A su vez se representan las ecuaciones anteriores de forma gráfica en la Figura 4.7 de un cero laminado.

No obstante, los métodos anteriores estiman los ciclos de vida aproximada, estos parten de ensayos controlados los cuales no contemplan factores que reduzcan el tiempo de vida del componente de la máquina o estructura. Tales como características propias del material, la manufactura al que fueron sometidas las piezas, el diseño o el entorno los cuales los componentes interactúan durante su servicio.

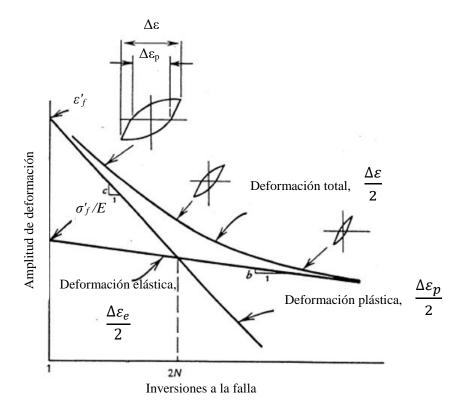


Figura 4.8. Curvas  $\Delta \varepsilon - N$  con los componentes de deformación total, elástica y plástica en escala logarítmica [76].

### 4.2 FATIGA MULTIAXIAL

En la práctica, los componentes experimentan cargas simultaneas, ejes motorizados en vehículos de carretera y ferrocarril, cigüeñales, entro otros ejemplos. Por lo que las ecuaciones presentadas anteriormente no son aplicables ya que estas fueron desarrolladas en condición de carga uniaxial. El uso de los métodos de fatiga uniaxial para analizar componentes bajo esfuerzos multiaxial pueden arrojar resultados positivos al calcular la vida a fatiga. Sin embargo, está alejado de la realidad ya que la vida a fatiga es mucho más corta al ser estimada con teorías de fatiga multiaxial.

Existen varias teorías de fatiga multiaxial que son usadas hoy en día y que se han propuesto dependiendo el tipo de material. Básicamente se usan diferentes criterios para modificar las ecuaciones de esfuerzo-vida o deformación-vida. Por lo que no todas las formulaciones son adecuadas para todos los metales, dado que los metales empleados para

la suspensión a estudiar son dúctiles [77]. Desde hace más de 20 años, el uso del método de deformación local para fatiga multiaxial, es la metodología implementada en la industria automotriz [78, 79] siendo la ecuación de Brown-Miller combinando el criterio de deformación para predecir el inicio de la grieta.

### 4.2.1 MÉTODO DEL PLANO CRÍTICO

Cuando un componente es sujeto a cargas cíclicas, las deformaciones no solamente fluctuarán en magnitud, sino que también tienden a cambiar de orientación durante el historial de carga. Por tal motivo no hay una dirección en específico para la iniciación de la grieta. Al estimar el cálculo de vida a fatiga con la ecuación de Brown-Miller se emplea el *método del plano crítico* para localizar el plano con mayor daño. En métales dúctiles bajo la acción de deformaciones por cortante, la grieta inicia sobre el plano que experimente la máxima deformación por portante a 45° o 90° con respecto a la superficie del componente [69], como se muestra en la Figura 4.10. Sin embargo, la orientación de estos planos no es única, ya que puede ser cualquier plano que gire con respecto de eje normal de la superficie.

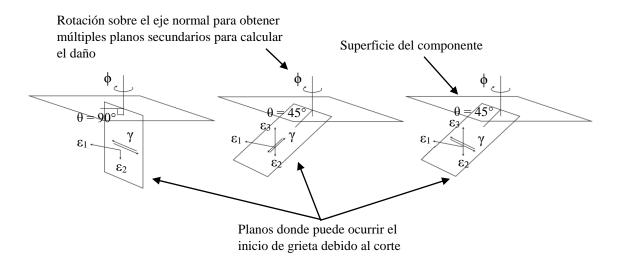


Figura 4.9. Esquema de la localización de plano crítico en metales dúctiles [69].

Reescribiendo la ecuación convencional deformación-vida, con la amplitud de deformación cortante sobre el lado derecho obteniendo:

$$\frac{\Delta \gamma}{2} = C_1 \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b + C_2 \varepsilon_f' (2N)^c \tag{4.11}$$

Donde  $C_1 = 1 + \nu_e$  y  $C_2 = 1 + \nu_p$ . Para deformaciones elásticas el coeficiente de Poisson  $\nu_e$  es aproximadamente 0.3 mientras para la deformación plástica  $\nu_p$  es 0.5. Por lo tanto, se expresa la Ecuación 4.9 en términos de  $\Delta \gamma_{max}$ como:

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} = 1.3 \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b + 1.5 \varepsilon_f' (2N)^c$$
 (4.12)

# 4.2.2 ECUACIÓN DE BROWN-MILLER PARA ANÁLSIS DE FATIGA MULTIAXIAL

Esta ecuación propone que el máximo daño por fatiga ocurre sobre el plano que experimenta la amplitud máxima de deformación por cortante, y este daño está en función tanto como deformación por cortante y la deformación normal del plano[69], Figura 4.11.

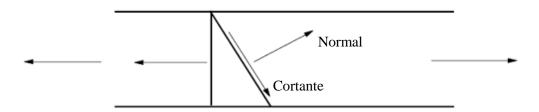


Figura 4.10. Esquema de plano que experimento la amplitud máxima de deformación cortante [69].

Reescribiendo la Ecuación 4.4 con la amplitud de deformación por cortante  $\frac{\Delta \gamma_{max}}{2}$  y la amplitud de deformación normal  $\frac{\Delta \varepsilon_n}{2}$  sobre el lado derecho se obtiene:

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_n}{2} = C_1 \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b + C_2 \varepsilon_f' (2N)^c \tag{4.13}$$

Donde  $C_1=1.35+\nu_e$  y  $C_2=1.35+\nu_p$ . Los coeficientes de Poisson  $\nu_e$  y  $\nu_p$  son aproximadamente 0.3 y 0.5 respectivamente, obteniendo la expresión completa de Brown-Miller, Ecuación 3.12. Las formulaciones para obtener los parámetros fueron desarrolladas por Kandil, Brown y Miller.

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_n}{2} = 1.65 \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b + 1.75 \varepsilon_f' (2N)^c$$
 (4.14)

Este algoritmo es muy bien aceptado para estimaciones de vida más certeros en metales dúctiles y tiende ser menos conservador para metales frágiles [69, 77].

## CAPÍTULO 5

# MÉTODO DE ELEMENTO FINITO

# 5.1 INTRODUCCIÓN

El cambio y la adopción de nuevas herramientas tecnológicas empuja a las industrias a una alta competencia en el desarrollo de mejores y/o nuevos productos. La implementación de la computación aplicada en ingeniería, diseño y manufactura (CAE/CAD/CAM, por sus siglas en inglés) en conjunto con el *Método de Elemento Finito* (MEF) han tomado gran relevancia en las últimas décadas debido a que se pueden resolver diversos tipos de análisis: estructural, térmicos, transferencia de masa, etc., y así poder *simular* el comportamiento del sistema en cuestión. Por lo tanto, se requerirá primeramente recolectar el conocimiento científico sobre el sistema físico a estudiar, donde se organizará e interpretará de tal manera que se pueda reproducir adecuadamente ya sea por métodos analíticos o numéricos. Este proceso se le denomina *modelación*, que se puede representar mediante un conjunto de ecuaciones que representen leyes de la naturaleza que gobiernen sobre el sistema y ser resuelto a través de diferentes técnicas teniendo en cuanta las condiciones iniciales y de frontera para dicho sistema [80]

En el dado caso que el modelo sea sencillo, se pueden aplicar técnicas analíticas y obtener una solución exacta. Sin embargo, la mayoría de los problemas que se presentan en ingeniería resultan ser complejos, y a pesar de tener las ecuaciones mediante las cuales está sujeto el sistema, la dificultad aumenta cuando se tratan de sistemas con geometrías

complejas y no se tienen definidas las condiciones de frontera debido a alguna característica aleatoria o irregular del mismo sistema. Por lo que se tiende a hacer diversas suposiciones para obtener la solución; no obstante, esto resulta inconveniente ya que, si no se hacen las correctas suposiciones, dicha solución será errónea. Además, este tipo de soluciones arrojan un infinito número de soluciones, dado que se puede seleccionar un número infinito de puntos del dominio y ser usados en la función matemática con la cual se obtendrá el resultado. Los sistemas que presentan esta particularidad son denominados sistemas continuos [81]. Frecuentemente las problemáticas presentadas en ingeniería corresponden a este tipo sistemas: bastidores de máquinas, carrocerías de vehículos, contenedores de reactores, elementos de máquinas, entre otros, son algunos ejemplos de sistemas continuos.

Existe la opción de que estos sistemas sean estudiados como *sistemas discretos*, es decir, dividir el sistema por un ensamblaje de elementos claramente diferenciados unos entre otros y unidos en una serie de puntos concretos llamados *nodos* y que, por consiguiente, el sistema ahora puede ser descrito a través de la solución de un número finito de valores desconocidos. Este proceso se le denomina *discretización* [82].

Se han desarrollado métodos para discretizar en donde se implica la aproximación [83], el cual mejora conforme aumenta el número de nodos. Siendo el *Método de Diferencias Finitas* (MDF) uno de los esquemas de aproximación más usados, basado en la serie de Taylor, donde el dominio de la solución se divide en una malla con arreglo rectangular de *n* nodos, sobre los cuales se resuelven las ecuaciones gobernantes. Este aspecto es conveniente ya que en la actualidad se disponen con equipos computacionales de gran capacidad para resolver el sistema discreto. Sin embargo, tiene la desventaja que es difícil de aplicar en geometrías irregulares con condiciones de frontera irregular y de composición heterogénea [84], Figura 5.1.

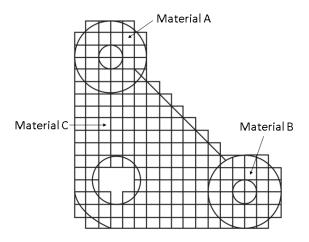


Figura 5.1. Malla de diferencias finitas sobrepuesta a una pieza de forma irregular conformado de diferentes materiales [84].

Una variante del método de diferencias finitas es el Método de Volumen Finito (MVF) que fue introducido en la década de 1970 por McDonald, MacCormack y Paullay, y el cual es el método predilecto para problemas relacionados con mecánica de fluidos. Este método consiste en discretizar el dominio del sistema en pequeños segmentos llamados volúmenes de control, estos segmentos son definidos por una cuadricula o malla, donde la ecuación diferencial a resolver se integra sobre el nodo ubicado en el centro de cada volumen de control, ver Figura 5.2, [85, 86].

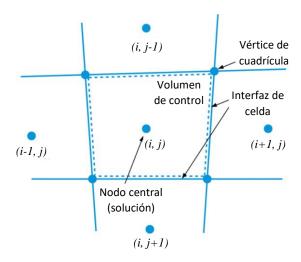


Figura 5.2. Discretización con método de volúmenes finitos [86].

# 5.2 HISTORIA DEL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO

Los inicios del desarrollo moderno del MEF fueron en el área de la ingeniería estructural con los trabajos en campo de Hrennikoff y McHenry en 1941 y 1943 respectivamente, quienes hicieron uso de una red de líneas, donde cada segmento representa barras o vigas, para obtener la solución de esfuerzos en sólidos continuos. En esos mismos años Courant, propuso establecer la solución de estos mismos esfuerzos de forma variacional y que posteriormente introduciría funciones de interpolación por secciones, sobre subregiones triangulares que constituyen la región total como un método para obtener soluciones numéricas aproximadas. Cuatro años después de los trabajos de McHenry, se desarrolló el método de flexibilidad por Levy, y en 1953 su trabajo fue artífice del método de rigidez o desplazamiento el cual en esos años podría ser una alternativa para el análisis estático de estructuras en aeronáutica. Sin embargo, este método no se hizo popular hasta la llegada de las computadoras con procesadores de alta velocidad, dado en aquel entonces era difícil el resolver las complejas ecuaciones de forma manual [87].

En 1954, Argyris y Kelsey desarrollaron métodos de análisis estructural con matrices, empleando principios energéticos. Este avance demostró el importante papel que los principios energéticos jugarían en el MEF [83].

Hasta este entonces el tratamiento de los métodos mencionados era de forma unidimensional, siendo los trabajos de Turner y colaboradores en 1956 los primeros en utilizar elementos en dos dimensiones (elementos viga, triangulares y rectangulares), como también establecieron el procedimiento comúnmente conocido como *método de rigidez directa* o *aproximación directa*. Estos trabajos junto con la evolución de los equipos computacionales impulsaron el desarrollo de ecuaciones de rigidez de elementos finitos expresados en notación matricial [88, 89].

El término elemento finito fue introducido a principios de los 60s por Clough, en sus análisis de esfuerzo plano con elementos triangulares y rectangulares. Donde la gran mayoría de los trabajos relacionados con el MEF hasta el momento trataban de pequeñas deformaciones y desplazamientos, comportamiento puramente elástico para los materiales y casos de carga estática. Siendo hasta el año de 1960 donde grandes deformaciones y análisis térmicos fueron considerados por Turner [89], mientras las no linealidades del material por Gallagher, y que a su vez dio tratamiento a los problemas de pandeo junto con Padlog en 1963. Posteriormente, Zienkiewicz extendió el método a problemas relacionados con viscoelasticidad [89].

La expansión del MEF a problemas tridimensionales fue llevada a cabo con los trabajos realizados por Martin en 1961, Gallagher y colaboradores en 1962 y Melosh en 1963. Mientras Clough, Rashid y Wilson en 1965 consideraron en este tipo de elementos para el caso especial en solidos axisimétricos. En este mismo año, Archer introdujo el método para los análisis dinámicos donde era aplicable para el estudio de sistemas de masa distribuida tales como barras y vigas en análisis estructurales [90].

Con los estudios realizados por Melosh, los cuales el MEF puede ser establecido en términos de una formulación variacional, se comenzó a implementar para resolver problemas no estructurales, tales como conducción térmica y flujo de fluidos, impulsados por Zienkiewicz y Cheung en 1965, Martin en 1968, Wilson y Nickel en 1966 [88, 90].

La ampliación del MEF fue posible gracias a la adaptación de los métodos de residuos ponderados iniciado por Szabo y Lee en 1969 [90]. Esto dio a conocer que cuando las formulaciones directas y variacionales son difíciles de usar, el método de los residuos ponderados puede ser apropiado en ocasiones como, por ejemplo, en 1977 Lyness aplicaron el método de los residuos ponderados a la determinación del campo magnético [89, 90]. Desde el punto de vista computacional, en la década de los 60s se desarrolló el primer software de elementos finitos NASTRAN. Desde entonces se han desarrollado diversos paquetes computacionales para el análisis de elementos finitos, entre ellos están ASYS, ALGOR, COSMOS, ABAQUS, entre otros [88].

# 5.3 **DEFINICIÓN DEL MEF**

Actualmente, uno de los métodos que ha tomado gran popularidad en diferentes áreas, es el *Método de Elementos Finitos* (MEF), el cual es una técnica de aproximación numérica para solucionar ecuaciones diferenciales (dado que muchos de los fenómenos en ciencia e ingeniería pueden ser descritos en términos de ecuaciones diferenciales) y resolver un problema físico. Con el MEF se puede trabajar con geometrías complejas y diferentes materiales. La discretización o generación de malla con MEF a diferencia del clásico MDF o MVF, se realiza en base a elementos de diferentes formas de tal modo, que se puede seleccionar el elemento de la geometría y tamaño que se ajuste adecuadamente a la forma del sistema a resolver, minimizando el error de la misma discretización, además de mejorar la aproximación conforme se incremente el número de elementos, este procedimiento se le llama *refinamiento* o *refinamiento de malla* [91]. Estos elementos pueden ser líneas para sistemas 1D, triangulares, rectangulares o cuadriláteros para sistemas en 2D y hexaédricos o tetraédricos para sistemas 3D, Figura 5.3.

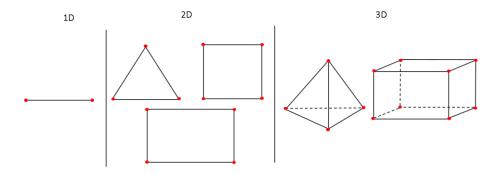


Figura 5.3: Geometrías de elementos para la discretización de sistemas continuos mediante MEF en 1D, 2D y 3D.

En la Figura 5.4 se muestra el mallado con el método de diferencias finitas y elemento finito, así como los diferentes elementos posibles con el MEF, Figura 5.4.

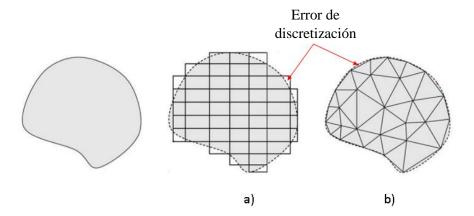


Figura 5.4: Discretización: a) diferencia finitas y b) elemento finito [91].

Después de subdividir el dominio del problema en *n* elementos, se definen las ecuaciones de forma independiente para cada elemento. Existen diversas maneras de formular las ecuaciones del sistema, siendo los primeros tres los más utilizados [80]:

- Método de aproximación directa.
- Método variacional.
- Métodos de residuos ponderados.
- Métodos basados en la serie de Taylor (MDF).
- Métodos basados en leyes de conservación sobre volúmenes de control (MVF).
- Representación integral (método libre de malla).

Posteriormente se acoplan para desarrollar un conjunto de ecuaciones con cierto número de incógnitas con arreglo matricial que representan de manera global al sistema el cual se resolverá y tener el resultado final de la problemática.

### 5.3.1 MÉTODO DE APROXIMACIÓN DIRECTA

Los elementos discretos son fáciles de reconocer, donde las ecuaciones se acoplan directamente para generar un ensamble del sistema completo. Sin embargo, este método sólo es aplicable para ecuaciones gobernantes relativamente sencillas y elementos con geometrías simples [92]. Para ilustrar este método se muestra un ejemplo el cual se considera un resorte con extremos i y j, el cual es parte de un sistema de resortes, Figura

5.5. Dicho resorte pose una constante elástica k sobre el cual actuarán fuerzas  $f_1$  y  $f_2$  en los extremos del resorte siendo  $\delta_1$  y  $\delta_1$  los desplazamientos correspondientes. La relación de estos términos en el sistema de resortes obedece la ley de Hook  $(f=k\delta)$  para obtener un sistema en notación matricial de la forma  $\{F\}=[k]\{\delta\}$ . Donde la matriz [k] conocida matriz de rigidez contiene las propiedades de cada elemento.

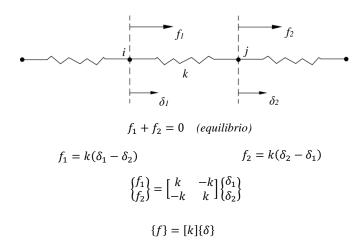


Figura 5.5. Método de aproximación directa aplicado a un sistema de resortes [92].

### 5.3.2 MÉTODO DE RAYLEIGH-RITZ

Con este método es posible estimar soluciones aproximadas a través de principios variacionales. Consiste en aproximar las soluciones u, v que hacen estacionario un funcional a través de una suma ponderada de funciones [93], Ecuaciones 5.1 y 5.2.

$$\tilde{u} = \sum_{i=1}^{m} a_i N_i(x, y) \tag{5.1}$$

$$\tilde{v} = \sum_{i=m+1}^{n} a_i N_i(x, y) \tag{5.2}$$

Donde  $a_i$  son constantes a calcular llamadas *coordenadas generalizadas* y los términos  $\tilde{u}$  y  $\tilde{v}$  se refieren a soluciones aproximadas de u y v respectivamente. Las

funciones  $N_i(x, y)$  denominadas *funciones de prueba* y pueden ser seleccionadas arbitrariamente, pero deben de cumplir las condiciones básicas de contorno y de compatibilidad [93].

Considerando un sistema de ecuaciones diferenciales donde su solución es similar a hacer estacionaria la primera variación de una función asociada  $\Pi$  que a su vez está en función de u, v y sus primeras derivadas:

$$\Pi = \int_{\Omega} F(x, y, u, v, u_x, u_y, v_x, v_y) dx dy$$
 (5.3)

Las derivadas de las funciones de aproximación *u* con respecto a *x* y *y* son:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = \sum_{i=1}^{m} a_i \frac{\partial N_i(x, y)}{\partial x}$$
 (5.4)

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \sum_{i=1}^{m} a_i \frac{\partial N_i(x, y)}{\partial y}$$
 (5.5)

Análogamente se deriva para la aproximación de v. Sustituyendo las funciones prueba y sus derivadas en el funcional  $\Pi$ , este se modificará en una función de coordenadas generalizas, Ecuación 5.6, en la cual los  $a_i$  son desconocidos.

$$\Pi = \Pi(a_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{5.6}$$

Para calcular los valores adecuados para  $a_i$  de tal forma que al ser sustituidos en las Ecuaciones 5.1 y 5.2, se obtenga la mejor aproximación a la solución del sistema de ecuaciones diferenciales asociado al funcional  $\Pi$ ; se aplica la condición de maximizar o minimizar a este funcional, el cual satisfaga la solución exacta, obteniendo:

$$\delta \Pi = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \Pi}{\partial a_i} \delta a_i = 0 \tag{5.7}$$

La Ecuación 5.7 debe ser válida para variaciones arbitrarias  $\delta a_i$ , para después cumplir las n ecuaciones algebraicas:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_i} \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{5.8}$$

Considerando el caso particular donde el funcional  $\Pi$  es una función cuadrática de las funciones u, v y sus primeras derivadas (muy común en problemas físicos), por ende, este funcional será una función cuadrática de las coordenadas generalizadas. Por consecuente, las derivadas de este funcional serán funciones lineales para  $a_i$ , y que se expresa en la Ecuación 5.9.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_i} = (k_{i1}a_i + k_{i2}a_2 + \dots + k_{im}a_n - f_i) \qquad i = 1, 2, \dots, n$$
 (5.9)

Este sistema de ecuaciones se puede expresar de forma matricial como ka=f. Si bien, la respuesta a este sistema de ecuaciones no arroja los valores de  $a_i$ . En el caso que el sistema posea un gran número de ecuaciones, es improbable el obtener la solución del sistema de ser resuelta manualmente y por lo que se recurre a las herramientas computacionales.

Realizando la segunda deriva del funcional  $\Pi$  respecto a  $a_i$  se obtiene:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_i \partial a_j} = k_{ij} \tag{5.10}$$

debido a que  $\Pi$  continua en función de las coordenadas generalizadas, y que, a su vez al ser un polinomio de segundo orden, entonces las segundas derivadas cruzadas son iguales, Ecuación 5.11.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_i \partial a_i} = \frac{\partial \Pi}{\partial a_i \partial a_i} \quad \Rightarrow \quad k_{ij} = k_{ji} \tag{5.11}$$

Por tal motivo, la matriz [k] se dice que es simétrica. Desde el punto de vista computacional, esto implica que solo se requiere almacenar la mitad de sus coeficientes. Al obtener los valores de  $a_i$ , estos son sustituidos en las expresiones 5.1 y 5.2, de tal forma que se tiene las aproximaciones a la solución del problema variacional y correspondiente al sistema de ecuaciones diferenciales asociado.

### 5.3.3 MÉTODOS DE RESIDUOS PONDERADOS

Con este método es posible estimar soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales cuando no se dispone del funcional asociado en el método variacional [93, 94]. Considerando una ecuación diferencial definida sobre un dominio  $\Omega$ :

$$A(u) - f = 0 \quad en \quad \Omega \tag{5.12}$$

Y que esté sometido a condiciones naturales de contorno sobre la parte  $\Gamma_N$  de su frontera, expresado matemáticamente en la Ecuación 5.13.

$$M(u) - g = 0 \quad en \quad \Gamma_N \tag{5.13}$$

donde A(u) y M(u) son operadores diferenciales. Reemplazando la solución exacta u por una solución aproximada  $\tilde{u}$  en la expresión 5.12 y en sus respectivas condiciones naturales de contorno dado por la Ecuación 5.13, estas no satisfacen en su totalidad, ocasionando un residuo  $R_{\Omega}$  y  $R_{\Gamma}$  en el dominio y en el contorno respectivamente, estos son las Ecuaciones 5.14 y 5.15.

$$R_{\Omega}(\tilde{u}) = A(\tilde{u}) - f \neq 0 \quad en \quad \Omega$$
 (5.14)

$$R_{\Gamma}(\tilde{u}) = M(\tilde{u}) - g \neq 0 \quad en \quad \Gamma_N$$
 (5.15)

El enfoque de los métodos de los residuos ponderados es establecer la siguiente condición:

$$\int_{\Omega} WR_{\Omega}(u)d\Omega + \int_{\Gamma_N} \overline{W}R_{\Gamma}(u)d\Gamma = 0$$
 (5.16)

Es decir, para cualquier par de funciones arbitrarias W,  $\overline{W}$  que se puedan integrar y no ser nulas. Si estas condiciones se cumplen entonces la función u será la solución exacta de la ecuación diferencial y de sus condiciones de contorna naturales [94]. Esta idea es el punto de partida para generar soluciones aproximada de la forma:

$$\tilde{u} = \sum_{i=1}^{n} a_i N_i(x, y) \tag{5.17}$$

Donde las funciones de prueba  $N_i(x, y)$  cumplen las condiciones básicas de contorno y las n constantes  $a_i$  son coeficientes a calcular, prevaleciendo las n condiciones. Esto se puede describir con la expresión 5.18.

$$\int_{\Omega} W_i R_{\Omega}(\tilde{u}) d\Omega + \int_{\Gamma_N} \overline{W_i} R_{\Gamma}(\tilde{u}) d\Gamma = 0 \quad i = 1, 2, \cdots, n$$
 (5.18)

 $W_i$  y  $\overline{W_i}$  se dominan *funciones de ponderación*. Por lo cual, dependiendo el tipo de función de ponderación utilizado se derivan otros métodos de aproximación [93, 94], que son:

a) *Método de colocación*: esta metodología define que el residuo sea nulo en n puntos  $(x_i, y_i)$  del dominio y que en la parte del contorno donde se haya estipulado condiciones de contorno.

$$R_{\Omega}(\tilde{u}, x_i, y_i) = 0 \qquad i = 1, 2, \cdots, p \tag{5.19}$$

$$R_{\Gamma} = (\tilde{u}, x_i, y_i) = 0 \quad i = p + 1, p + 2, \dots, n$$
 (5.20)

Las ecuaciones 5.19 y 5.20 es el equivalente a adecuar las funciones de ponderación como funciones delta de Dirac  $\delta(x-x_i,y-y_i)$  que se expresa como:

$$\int_{\Omega} f(x, y)\delta(x - x_i, y - y_i)d\Omega = f(x_i, y_i)$$
 (5.21)

b)  $M\'{e}todo de colocaci\'{o}n por subdominios:$  a diferencia del m\'{e}todo anterior en vez de imponer que el dominio se nulo en n puntos, ahora será nulo en subregiones  $\Omega_i$  del dominio y  $\Gamma_i$  de la parte del contorno donde se definen las condiciones naturales de contorno, Ecuaciones 5.22 y 5.23.

$$\int_{\Omega_i} R_{\Omega}(\tilde{u}) = 0 \qquad i = 1, 2, \dots, p$$
 (5.22)

$$\int_{\Gamma_i} R_{\Gamma}(\tilde{u}) = 0 \qquad i = p + 1, p + 2, \dots, n$$
(5.23)

Para este caso las funciones de ponderación equivalen a 1 en cada subdomino y el resto es igual a cero.

c)  $M\'{e}todo de los m\'{i}nimos cuadrados:$  aquí las constantes  $a_i$  se determinan haciendo valida la condición de hacer m\'{n}nimo un funcional I, es decir:

$$\frac{\partial I}{\partial a_i} = 0 \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{5.24}$$

donde el funcional I se define como

$$I = \int_{\Omega} \left( R_{\Omega}(\tilde{u}) \right)^{2} d\Omega + \int_{\Gamma_{N}} \left( R_{\Gamma}(\tilde{u}) \right)^{2} d\Gamma$$
 (5.25)

Para este caso particular las funciones de ponderación son iguales a sus residuos respectivos.

d) *Método de Galerkin:* en este método se adecuan las funciones de ponderación de tal modo estas sean iguales a las funciones de prueba obteniendo:

$$\int_{\Omega} N_i R_{\Omega}(\tilde{u}) d\Omega + \int_{\Gamma_N} N_i R_{\Gamma}(\tilde{u}) d\Gamma = 0 \qquad i = 1, 2, \dots, n$$
 (5.26)

Cabe resaltar que en todos estos métodos, las funciones de prueba  $N_i$  deben de tener derivadas bien definidas hasta el orden máximo que aparecen en el residuo, es decir, del mimo orden que la ecuación diferencial.

# 5.4 ANÁLISIS DE FATIGA DESDE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

Este tipo de análisis relativamente nuevo se está haciendo más presente en diferentes campos de estudio tales como a nivel industrial, investigación y académico. Hoy en día existen paquetes comerciales especializados en análisis de fatiga los cuales requieren de datos de salida generados en el análisis con MEF. Esta práctica herramienta es muy útil ya que además de calcular los ciclos de vida del componente a analizar, el paquete crea un nuevo archivo de salida (dependiendo el paquete computacional usado para el análisis con MEF) donde ubica el elemento más débil y potencialmente para ser el lugar donde iniciará la grieta y ser visualizado por el paquete de procedencia de los datos de salida. Para este proyecto de investigación se utilizará el paquete comercial Fe-Safe dado que los archivos de resultados generados con Abaqus son compatibles. Además de poseer una amplia galería de formulaciones y algoritmos de fatiga, entre ellos los requeridos para este análisis (Capítulo 4.2).

Como se ha mencionado anteriormente en este capítulo, los modelos de elementos finitos son usados para el estudio de varios tipos de problemas en ingeniería. Los resultados pueden incluir la respuesta de esfuerzos, deformaciones, temperatura, frecuencia, entre otros., los cuales pueden ser usados para el análisis de fatiga, siendo los esfuerzos los datos mínimos requeridos para el análisis de iniciación de grieta por fatiga. Por lo tanto, los esfuerzos nodales procedente del modelo MEF serán usados para los cálculos de fatiga [95].

En general, los esfuerzos son determinados para un caso de carga (mayormente conveniente como carga unitaria) en los vértices de cada elemento del modelo o puntos dentro del mismo elemento, llamados *punto de integración* o *punto de Gauss*. Estos resultados serán escritos en el archivo de salida como un *step o paso*. Posteriormente cada esfuerzo calculado es multiplicado por el historial de carga para obtener el historial de tiempo y determinar las deformaciones de dichos esfuerzos. Con estos datos se calculan la vida a fatiga del componente a estudiar, además de generar una figura de contornos y

poder ubicar el inicio de grieta [95, 96], tal como en la Figura 5.6 en la que se muestra la imagen de contornos de vida a fatiga de una herramienta de soldadura por fricción, en donde los ciclos de vida se encuentran en escala logarítmica.

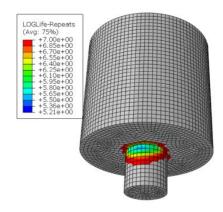


Figura 5.6. Contornos de vida a fatiga de una herramienta para soldadura por fricción en Abaqus [97].

Se es bien sabido que, en la realidad los componentes están sujetos a múltiples cargas. Por lo tanto, la estrategia a implementar en la modelación del MEF es separar cada caso de carga en pasos, por consecuente los esfuerzos nodales de cada caso serán capturados en el archivo de salida en su respectivo paso. Considerando el componente en la Figura 5.7, el cual se aplican los historiales de carga P(t) y Q(t).

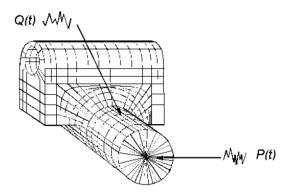


Figura 5.7.: Componente arbitrario sujeto a los historiales de carga P(t) y Q(t) [96].

Los resultados del MEF tendrán un conjunto de esfuerzos para la carga P y otro conjunto de esfuerzos para la carga Q, los cuales se importarán para determinar los

### CAPITULO 5. ELEMENTO FINITO

historiales de esfuerzos para cada caso de carga en los seis componentes (xx, yy, zz, xy, yz, xz) al ser multiplicado por sus respectivos historiales de carga P(t) y Q(t). Los esfuerzos son incorporados juntos, punto por punto, para obtener el historial de deformaciones para ambos historiales de carga aplicados simultáneamente [95, 96]. Posteriormente, con los criterios y ecuaciones adecuadas para fatiga multiaxial se calculan los ciclos de vida del componente, así como, los contornos de vida a la fatiga.

# CAPÍTULO 6

# EXPERIMENTACIÓN COMPUTACIONAL

## 6.1 INTRODUCCIÓN

Inicialmente se realizó la caracterización del material eslatomérico mediante el ensayo de tensión uniaxial y DMA. Con los resultados obtenidos del primero se estimaron los parámetros del comportamiento hiperelástico utilizando Abaqus. En conjunto con los datos obtenidos del DMA fueron utilizado para modelar el material elastomérico para las simulaciones posteriores.

El análisis de la suspensión flexible fue desarrollado con el paquete comercial Abaqus. Se crearon dos modelos finitos 3D, los cuales consisten en la inserción de los bujes en brazo y brida donde la diferencia principal radica en las dimensiones de la geometría del buje, ya que los diámetros de los bujes son mayores a los diámetros de las cavidades donde serán posicionadas en el ensamble final de la suspensión. Los bujes deformados resultantes de las simulaciones de inserción son transferidos y ensamblados en la geometría de la suspensión flexible. Este modelo finito 3D fue desarrollado con el mismo paquete computacional, donde la suspensión estará bajo múltiples cargas de un ensayo de fatiga, con el fin de localizar la zona de mayor concentración de esfuerzos y zona potencial a inicio de grieta. Posteriormente, el análisis de fatiga se realizó en dos etapas, la primera etapa consistió en el análisis estructural de la suspensión flexible con la aplicación de casos de carga independiente utilizando nuevamente Abaqus, los resultados obtenidos fueron importados al paquete computacional Fe-Safe con sus respectivos

historiales de carga, este paquete además de calcular el ciclo de vida a fatiga, genera un figura de contornos el cual fue visualizado en Abaqus y localizar el punto de inicio de la primera grieta. En la Figura 6.1 se muestra el diagrama de la metodología ya explicada.

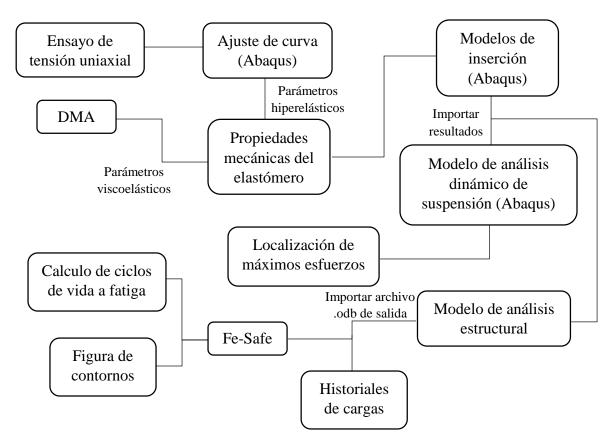


Figura 6.1. Diagrama de metodología de experimentación desarrollada.

# 6.2 **PROPIEDADES MECÁNICAS**

### 6.2.1 ELASTÓMERO

Como se mencionó en el capítulo 3, los elastómeros (los cuales están fabricados los bujes) presentan un comportamiento hiperelástico y viscoelástico. Por lo tanto, las propiedades de este material fueron obtenidas a través de la caracterización del material de un buje manufacturado por *Mullins Rubber Products* (Figura 6.2).



Figura 6.2. Pieza con material elastomérico propuesta.

Las propiedades hiperelásticas se obtuvieron mediante el ajuste de la curva esfuerzo - deformación generada a partir del ensayo de tensión uniaxial efectuado en una máquina universal INITED SFM100 KN-E, donde se usaron probetas de corbatín tipo A (Figura 6.3) para tener una mejor confiabilidad del equipo. Tanto el ensayo de tensión como las dimensiones de las probetas se realizaron bajo la norma ASTM D412. Se descartaron los demás ensayos de deformación (tensión biaxial, compresión, etc.) dado a que no se contaban con los aditamentos necesarios para llevarlos a cabo.



Figura 6.3. Probeta de corbatín tipo A con dimensiones bajo la norma ASTM D412.

Con los datos conseguidos por el ensayo de tensión, se realizó el ajuste de curvas con los diferentes modelos constitutivos hiperelásticos de la librería de Abaqus, y se estimaron los coeficientes del modelo para obtener el ajuste adecuado con respecto a los datos experimentales.

Las propiedades viscoelásticas fueron obtenidas a través de un análisis mecánico-dinámico (DMA), el cual fue llevada a cabo en el equipo TA instrument Q800 con probetas de dimensiones aproximadas de 56 x 43 x 3 mm. Este análisis se realizó en un bajo la norma ASTM D4065. Con este ensayo se generaron curvas del módulo de almacenamiento y módulo de pérdida frente a un barrido de frecuencias en intervalo de 0.1-100 Hz, los cuales son dados de alta en Abaqus que realizará automáticamente el

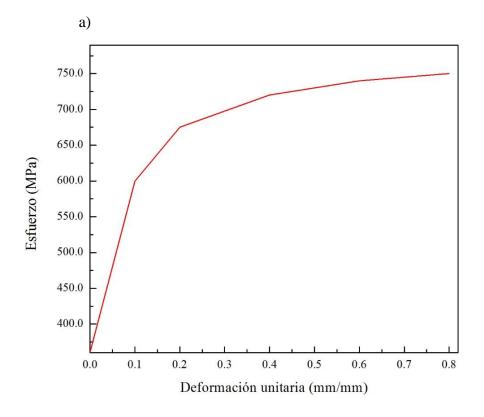
cálculo de los módulos complejos requeridos para modelar el comportamiento viscoelástico.

## 6.2.2 ACEROS

Los aceros usados en las simulaciones de este proyecto son AISI 1015 Y AISI 4140. En la Tabla 6.1 se presentan propiedades generales empleados en los modelos desarrollados, donde fueron tomados de la base de datos del paquete computacional Fe-Safe [98]. Así como también, se muestran las propiedades plásticas de los ya mencionados aceros en la Figura 6.4.

Tabla 6.1. Propiedades generales del acero AISI 1015 y AISI 4140 [98].

Propiedades	AISI 1015	AISI 4140
Módulo de elasticidad (GPa)	210	206.7
Coeficiente de Poisson	0.33	0.33
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	7,870	7,870



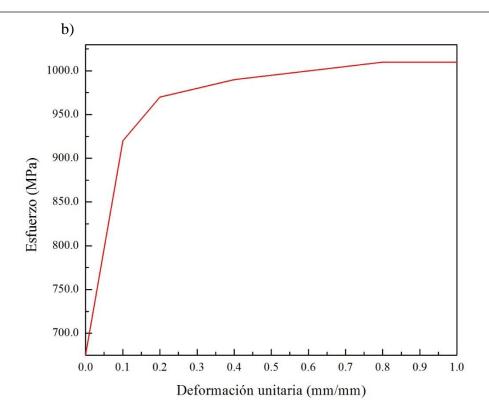


Figura 6.4. Curvas de plasticidad del acero: a) AISI 1015 y b) AISI 4140 [98].

Tabla 6.2. Parámetros de fatiga AISI 1015 y AISI 4140 [98].

	AISI 1015	AISI 4140
b	-0.133	-0.08
С	-0.582	-0.59
$\sigma'_f$	946 MPa	1827 MPa
$\varepsilon_f'$	0.739	1.2

# 6.3 MODELOS DE INSERCIÓN

Se consideraron dos casos de inserción, llamado como Modelo A la inserción de buje en brida y Modelo B la inserción de buje en brazo. Estos modelos consisten en un primer paso, donde una pieza llamada *pusher* o *impulsor* tiene como función de desplazar al buje e introducirlo en las cavidades del brazo y brida correspondiente. Un segundo paso retira el impulsor provocando una relajación y recuperación del buje. En la Figura 6.5 se ilustra el diagrama del proceso de la simulación.

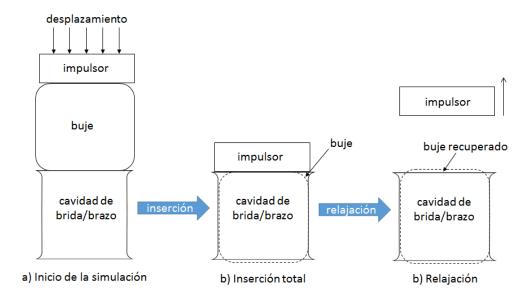


Figura 6.5. Diagrama general del proceso de la simulación de inserción.

### 6.3.1 GEOMETRÍAS

Las geometrías de los bujes se muestran en la Figura 6.6, los cuales se utilizaron ¼ de cada uno para las simulaciones [99, 100].

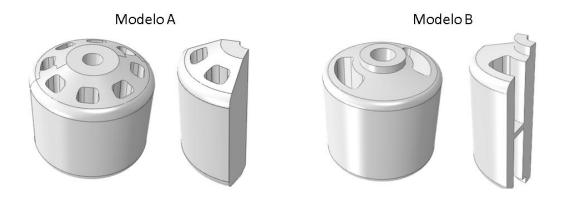


Figura 6.6. Geometrías de bujes para simulaciones de inserción.

Además, se tomaron las dimensiones de las superficies internas de las cavidades del brazo y brida para crear cuerpos rígidos analíticos al igual que los impulsores, Figura 6.7.

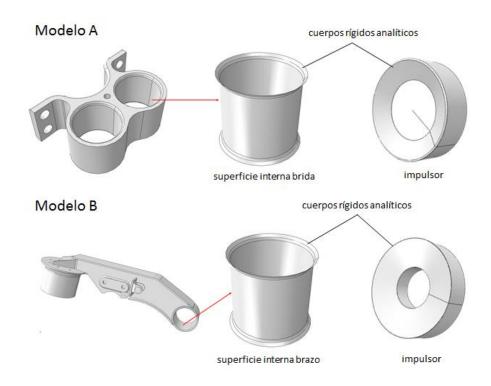


Figura 6.7. Superficies internas e impulsores, consideradas como cuerpos rígidos.

#### 6.3.2 MALLADO

Se realizaron diferentes mallados para llegar a la malla optima utilizada en las geometrías de los bujes, ya que una buena malla proporciona una solución más precisa. Inicialmente se implementaron elementos tetraédricos debido a su versatilidad para acoplarse automáticamente a geometrías complicadas, sin embargo, este tipo de elementos tienen a ser rígidos y se requirió refinamiento el cual tuvo consecuencia en tiempo y costo computacional e inclusive algunos modelos no finalizaron con éxito, por lo que este tipo de elementos fueron descartados. Por lo que se utilizó elementos hexaédricos, además, se implementó un control de malla para evitar deformación severa en las regiones donde los elementos no tienen forma a próximamente rectangular. La calidad de malla fue corroborada en el mismo módulo de mallado de Abaqus, siendo las presentadas en la Figura 6.8 las óptimas. En la Tabla 6.2 contiene el número de nodos y elementos para cada buje.

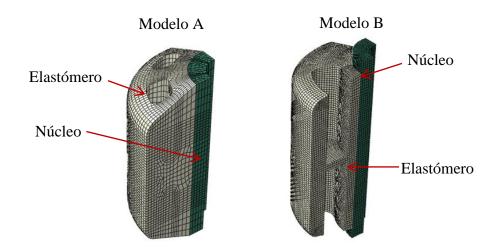


Figura 6.8. Mallado de bujes.

Tabla 6.3. Número de nodos y elementos para cada modelo de inserción.

Modelo	Número de nodos	Número de elementos
A	31,959	28,304
В	81,474	74,262

Se seleccionó formulación híbrida para modelar los elementos abarcados por el elastómero, mientras que el núcleo hecho de acero se eligió los elementos tipo C3D8R, el cual utiliza una función de interpolación lineal con esquema de integración reducida.

### **6.3.3 PROPIEDADES DE MATERIALES**

Una vez definidas las geometrías y el mallado se procede a la asignación de materiales. Los bujes en ambos casos están conformados por un núcleo cilíndrico de acero el cual se consideró como AISI 1015, donde sus propiedades están dadas en las Tablas 6.1 y Figura 6.4 a), mientras que el resto del cuerpo del buje está definido por el material elastomérico propuesto, donde sus propiedades son las obtenidas de la caracterización, descrita en la sección 6.2.1.

#### 6.3.4 CONDICIONES FRONTERA

Como condición frontera para ambos modelos, se especifican las condiciones de simetría con respecto al eje x, así como al eje z. Así mismo, la superficie interna del núcleo

de acero solamente tendrá libertad de movimiento sobre el eje y. Los impulsores se limitarán a tener movimiento solamente vertical, los cuales se desplazarán 109 mm y 110 mm para el modelo A y B respectivamente en dirección negativa sobre el eje y. En cuanto a las superficies internas de brida y brazo se mantienen fijos durante todo el análisis. En la Figura 6.9 se muestran las condiciones de frontera para cada modelo.

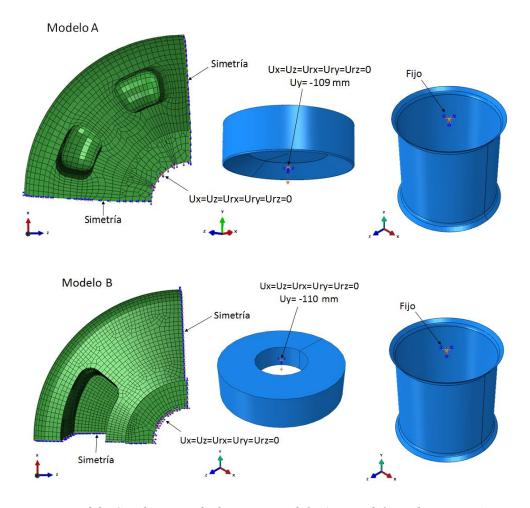


Figura 6.9. Condiciones de frontera modelo A y modelo B de inserción.

Se seleccionó con el algoritmo de contacto *superficie con superficie*, entre la superficie externa de los bujes y la superficie interna de los cilindros rígidos. A su vez, este mismo algoritmo es utilizado para el contacto entre las superficies superiores de los bujes y las superficies inferiores de los impulsores. La interacción del tipo *autocontacto* es utilizada para evitar la penetración de las superficies de las ranuras de los bujes.

# 6.4 MODELO DE ANÁLISIS DINÁMICO DE SUSPENSIÓN

Este modelo consiste en someter a la suspensión flexible cuatro casos de carga aplicados simultáneamente. Dicha suspensión se encuentra montada sobre un soporte en el cual descansará. Además, dos piezas llamadas *celdas* son incluidas en los extremos del eje, sobre las cuales están ubicados los puntos donde son aplicados los casos de carga.

### 6.4.1 GEOMETRÍAS

En la Figura 6.10 se muestra la geometría de la suspensión flexible usadas para el modelo numérico.

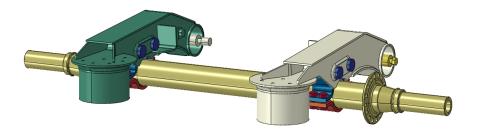


Figura 6.10. Geometría de suspensión flexible [99].

En la Figura 6.11 se muestran las geometrías de las celdas, así como la base simplificada usada en el modelo, el cual servirá de referencia para pasos posteriores. De igual forma, dichas geometrías fueron asesoradas por la compañía [99]. Cabe mencionar que estos compontes fueron modelados como cuerpos rígidos discretos. Las geometrías de los bujes fueron tomadas de los resultados de las simulaciones de inserción.

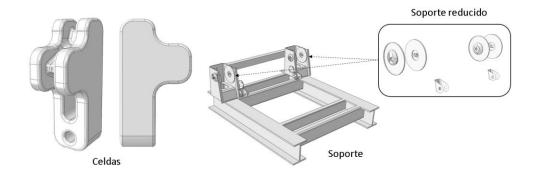


Figura 6.11. Cuerpos rígidos discretos para modelo de análisis dinámico de suspensión.

#### 6.4.2 MALLADO

En la Tabla 6.3 se especifican el número de elementos y nodos en cada componente. Además, en esta misma tabla se incluyen los bujes (completos). Los elementos que comprenden el eje son modelados como elementos hexaédricos incompatibles lineales para capturar con mayor efectividad la flexión del mismo. En cuanto a los elementos de los brazos, debido a su compleja geometría se mallaron con elementos tetraédricos. Para el caso de los elementos de las láminas y la sección elastomérica de los bujes se implementaron elementos hexaédricos con formulación híbrida. Como se mencionó en el apartado anterior, las celdas y el soporte se modelaron con elementos rígidos discretos.

Tabla 6.4. Número de nodos y elementos de cada componente del modelo análisis dinámico de suspensión.

Componente	Número de nodos	Número de elementos	
Eje	149,527	113,696	
Brazos	42,136	139,022	
Bridas	164,026	134,816	
Pernos	41,176	34,378	
Láminas	11,016	5,208	
Bujes	1,132,786	1,046,960	
Celdas	8,884	8,974	
Soporte	3,848	3,558	
Total	1,553,399	1,486,612	

### 6.4.3 ASIGNACIÓN DE MATERIALES

En la Tabla 6.4 se muestra la asignación de cada componente de la suspensión flexible. Mientras, que los bujes se designaron los mismos materiales que en los modelos de inserción.

Componente	Material
Eje	AISI 1015
Brazos	AISI 1015
Bridas	AISI 1015
Pernos	AISI 4140
Láminas	Elastómero

Tabla 6.5. Asignación de materiales en suspensión flexible.

### 6.4.4 APLICACIÓN DE CARGAS

La magnitud de cada caso de carga, Figura 6.12, fueron definidas acorde a las características del camión al cual se pretende implementar la suspensión a estudiar [32]. Además, en el modelo se considera la presión de los fuelles de aire, el cual es representado mediante la suposición de una amplitud, Figura 6.13, establecida con respecto a los casos de cargas verticales, siendo el punto máximo de 0.758 MPa. En la Figura 6.14, se observa que los casos de carga son aplicados sobre las celdas, mientras la presión ejercida por los fuelles se ubica en los brazos.

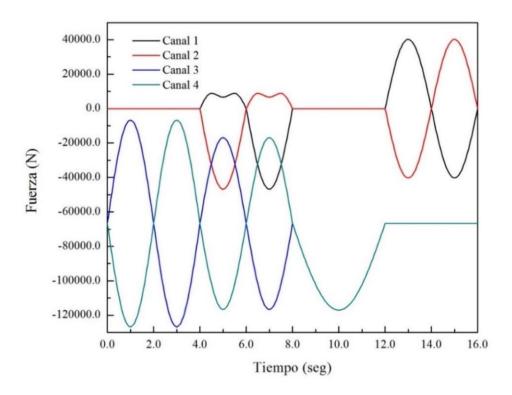


Figura 6.12. Magnitud de casos de carga.

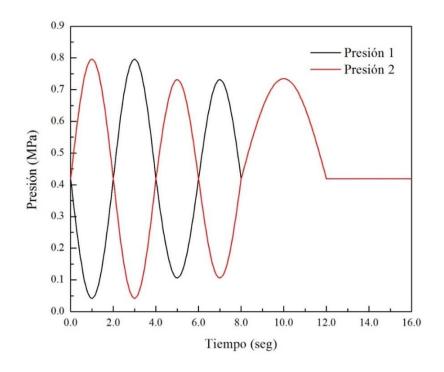


Figura 6.13. Amplitud definida con respecto a las cargas verticales.

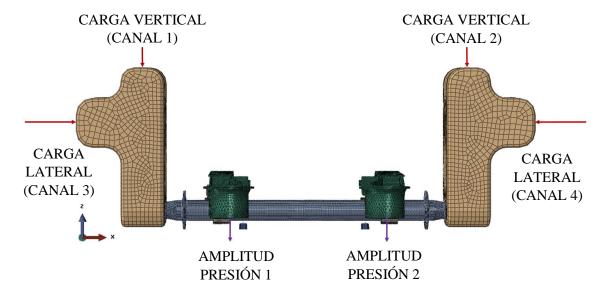


Figura 6.14. Aplicación de cargas sobre la suspensión flexible.

#### 6.4.5 CONDICIONES FRONTERA

Como se ha mencionado al inicio de esta modelación, la suspensión flexible está montada sobre una base, la cual se ha simplificado. Por lo tanto, este componente se mantendrá fijo durante todo el análisis. Se ha usado un nodo de cada celda para especificar restricciones las cuales ayudaran evitar el descontrol del movimiento de las mismas celdas. También se añaden conectores uniaxiales, estos elementos representan los amortiguadores, evitando el movimiento descontrolado de los brazos. Es importante aclarar que estos conectores no incluyen amortiguamiento. Las condiciones frontera definidas se muestran en la Figura 6.15.

El algoritmo de contacto general es implementado para las superficies entre los pernos de amarre y brida, así como también, entre las superficies de la base y brazos. Se definieron autocontactos para todas las ranuras de los bujes; mientras que el resto de los componentes se implementó la restricción de sujeción para evitar que se separen los componentes durante todo el análisis.

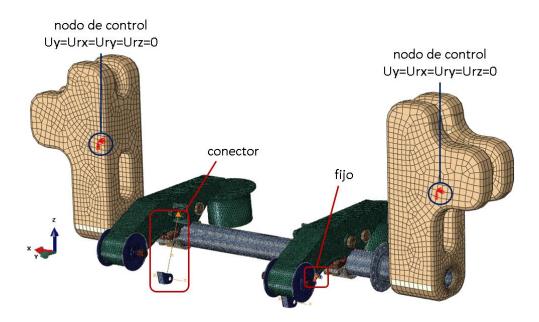


Figura 6.15. Condiciones de frontera del modelo dinámico de suspensión.

# 6.5 ANÁLISIS DE FATIGA

Como se mencionó al principio del capítulo, este análisis se realizó en dos etapas. La primera etapa consistió en la modelación del análisis estructural de la suspensión flexible en Abaqus donde se separa por pasos, cada caso de carga. Una vez obtenidos los resultados de la simulación, se importó el archivo de salida que contiene los datos calculados por Abaqus al paquete Fe-Safe junto con los historiales de carga.

# 6.5.1 MODELO ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE SUSPENSIÓN

En términos generales, las geometrías, propiedades de materiales, mallas, condiciones frontera se definieron igual que en el modelo de análisis dinámico de la suspensión. La diferencia en este modelo es que se separan en 6 pasos, es decir, cada caso de carga se analizará de forma independiente como se muestra en la Tabla 6.5. Todos los casos de carga se aplicaron en los mismos puntos, como se indicó en la Figura 6.13. En este análisis no se consideraron los componentes elastoméricos (bujes y láminas) dado que el interés se enfoca a la estructura de la suspensión.

Caso de carga	Paso-1	Paso-2	Paso-3	Paso- 4	Paso-5	Paso-6
Canal 1	Activo	Inactivo	Inactivo	Inactivo	Inactivo	Inactivo
Canal 2		Activo	Inactivo	Inactivo	Inactivo	Inactivo
Canal 3			Activo	Inactivo	Inactivo	Inactivo
Canal 4				Activo	Inactivo	Inactivo
Presión 1					Activo	Inactivo
Presión 2						Activo

Tabla 6.6. Pasos creados en el modelo análisis estructural de suspensión.

## 6.5.2 MODELO DE ÁNALISIS DE FATIGA EN FE-SAFE

El archivo de salida generado por Abaqus (.odb) donde son almacenados los resultados de la simulación anterior, fue importado a Fe-Safe, el cual digitaliza y toma la información del modelo procedente de Abaqus (geometrías, mallado, etc.). Este paquete

cuenta con una amplia base de datos de fatiga que incluye los aceros AISI 1015 y AISI 4140. Se utilizó el algoritmo de Brown-Miller para cargas múltiples descrita en la Ecuación 4.11. Fe-Safe solo requiere los puntos máximos y mínimos de los historiales de carga, Figura 6.16. Del mismo modo, se tomaron los puntos máximos y mínimos de las amplitudes de las presiones en los brazos (Figura 6.13)

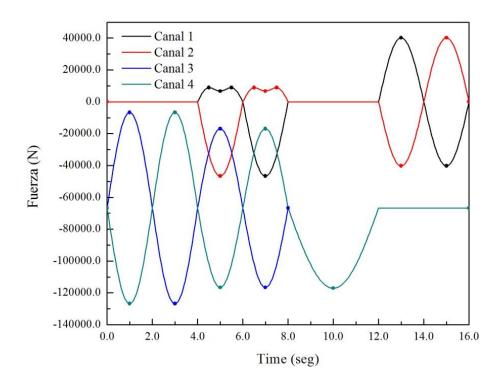


Figura 6.16. Puntos máximos y mínimos tomados de los historiales de carga para Fe-Safe.

.

# CAPÍTULO 7

# **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

# 7.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se divide en dos secciones el cual el primero comprende en los resultados obtenidos de la experimentación, a su vez se subdivide en los apartados: caracterización de elastómero, simulación de inserción, análisis dinámico de suspensión y análisis de fatiga. La segunda sección se discuten los resultados obtenidos y las observaciones hechas durante el desarrollo experimental.

### 7.2 **RESULTADOS**

#### 7.2.1 CARACTERIZACIÓN DE ELASTÓMERO

En la Figura 7.1a), se muestra la curva esfuerzo-deformación obtenida por el ensayo de tensión uniaxial del material del buje. Se realizaron varios ajustes de curvas con los diferentes modelos hiperelásticos utilizando Abaqus, siendo la forma polinomial de segundo orden (N=2) el mejor modelo que se ajustó a los datos experimentales, Figura 7.1 b, cabe mencionar que se consideró incompresibilidad y comportamiento isotrópico en el material. Se puede observar que la no linealidad se manifiesta inicialmente en la reducción del módulo elástico por el desenvolvimiento de las cadenas moleculares (descrito en el capítulo 3), y una vez ya extendidas las cadenas ocurre la deformación elástica adicional o hiperelástica al estirar los enlaces, obteniendo un módulo mayor.

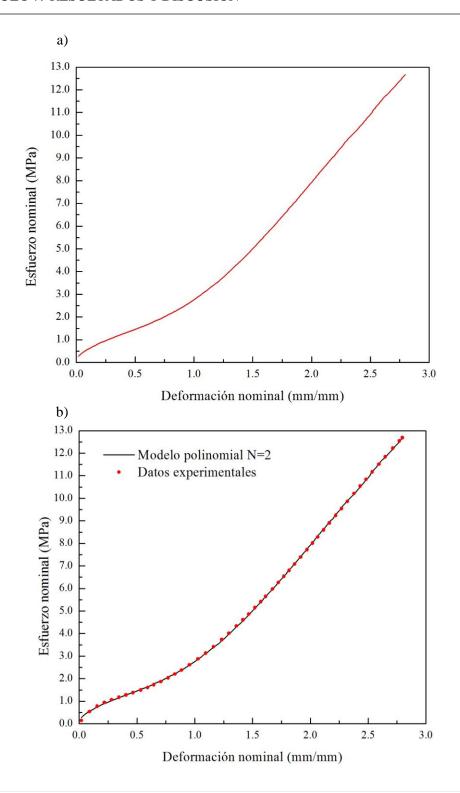


Figura 7.1. Curva esfuerzo – deformación: a) ensayo experimental de tensión uniaxial del material elastomérico propuesta b) Ajuste de datos experimentales mediante Abaqus con la forma polinomial N=2 para hiperelasticidad.

El modelo matemático esta expresado en la Ecuación 7.1, que es la forma desarrollada de la Ecuación 3.8 (descrita en el capítulo 3) cuando N=2, donde los coeficientes estimados se muestran en la Tabla 7.1.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2$$

$$(7.1)$$

Tabla 7.1: Coeficientes estimados del modelo polinomial de 2do orden, dado en MPa.

C <sub>10</sub>	$C_{01}$	$C_{20}$	C <sub>11</sub>	C <sub>02</sub>
-1.9637	3.3597	-7.234E-2	0.5328	8.967E-2

En la Figura 7.2 se presentan las gráficas del módulo de almacenamiento (E') y módulo de perdida (E'') generadas del ensayo DMA frente a un barrido de frecuencias. La curva azul corresponde a la tendencia E', mientras la curva verde representa la tendencia de E''. Estos datos fueron los requeridos para el cálculo de los módulos complejos  $E^*$ , y modelar el comportamiento viscoelástico.

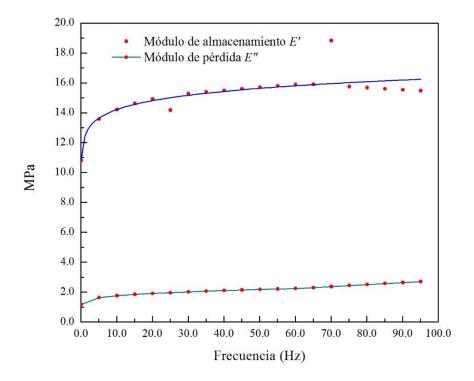
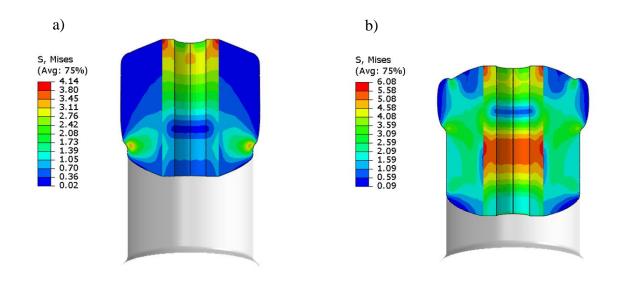


Figura 7.2. Curvas módulo de almacenamiento y módulo de pérdida obtenidos del DMA

### 7.2.2 INSERCIÓN DE BUJES

#### Modelo A

En la Figura 7.3, se muestra la distribución de esfuerzos (en MPa) durante el análisis. Se puede observar el proceso de inserción, en donde al 10% de inserción el buje hace contacto con la superficie interna de la brida y comenzando a deformarse generando esfuerzos. A su vez la parte superior del núcleo se producen esfuerzos debido al contacto que tiene con el impulsor. Al 60% de inserción los esfuerzos se han redistribuidos donde el mayor esfuerzo se ubica en la interfaz del núcleo de acero y elastómero de la parte superior de buje. Al estar completamente insertado, pero sin aún haber retirado el dispositivo impulsor, de nueva cuenta se redistribuyen los esfuerzos y en este punto el área de altos esfuerzos se localiza en la parte superior del buje donde el elastómero hace contacto con la orilla del dispositivo impulsor (encerrado con círculo rojo en la Figura 7.3 c)). Después de la relajación, el buje sufre cierta recuperación y una nueva redistribución de esfuerzos donde las zonas con mayores esfuerzos es la parte central del nucleó de acero y en el cambio de fase de acero a elastómero en la parte superior del buje, siendo este el lugar del máximo esfuerzo, Figura 7.3 e).



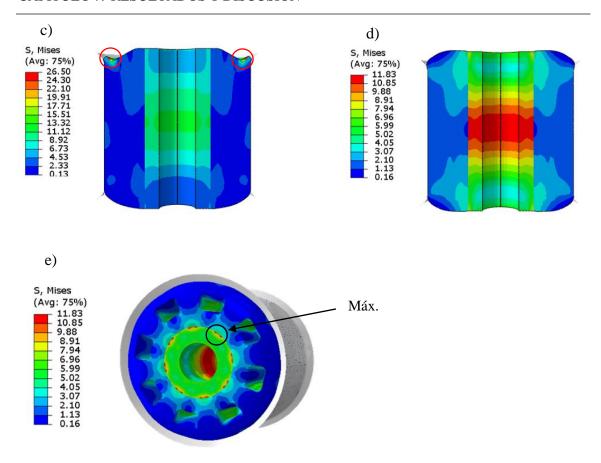


Figura 7.3. Distribución de esfuerzos en MPa en el buje durante la simulación de inserción, modelo A: a) 10% de inserción, b)60% de inserción, c) inserción completa, d) inserción completa sin dispositivo impulsor y e) vista del buje completo en inserción total sin dispositivo impulsor.

Al ser aplicados los criterios de simetría se pueden escalar cuatro veces las magnitudes de las fuerzas requeridas a lo largo de la simulación y obtener las del buje completo. De este modo se obtiene que la fuerza necesaria para la inserción es de 40.32 KN o bien 4.2 toneladas, la cual es similar a la fuerza necesaria en el proceso del embutido de buje, que es de aproximadamente 4 toneladas [99]. En la Figura 7.4, se muestra la malla final del buje completo y deformado, el cual es importado a los modelos posteriores.

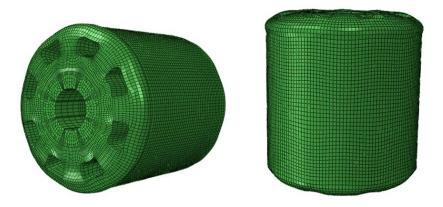


Figura 7.4. Malla deformada del buje completo, modelo A.

#### Modelo B

En la Figura 7.5, se muestra la distribución de esfuerzos (en MPa) durante la simulación. Se puede observar en el proceso de inserción, en donde al 20% de esta, el buje ya está siendo deformado por la compresión de la misma superficie rígida del brazo y que a su vez el núcleo se producen esfuerzos por esta misma compresión y la fuerza que produce el dispositivo impulsor para empujar al buje. Al 80% del proceso de inserción se ha producido una redistribución de esfuerzos donde los más altos se registran en el núcleo del buje. Además, se puede observar que la costilla del buje presenta una flexión local, remarcado en círculo, Figura 7.5 b). Al 100 % de inserción y antes de iniciar el paso de relajación, se han redistribuido los esfuerzos y de forma similar al buje anterior, el área de mayores esfuerzos se localiza en la parte superior del buje el cual el elastómero hace contacto con la orilla del impulsor (Figura 7.5 c)). Al terminar el paso de relajación, el buje presenta cierta recuperación y una nueva redistribución de esfuerzos en donde las zonas con mayores esfuerzos es la parte central del nucleó y en el cambio de fase de acero a elastómero en la parte superior del buje, siendo este el lugar del máximo esfuerzo, Figura 7.3 e). Además, nótese que la flexión ya mencionada, prevalece aún y al haber finalizado la relajación.

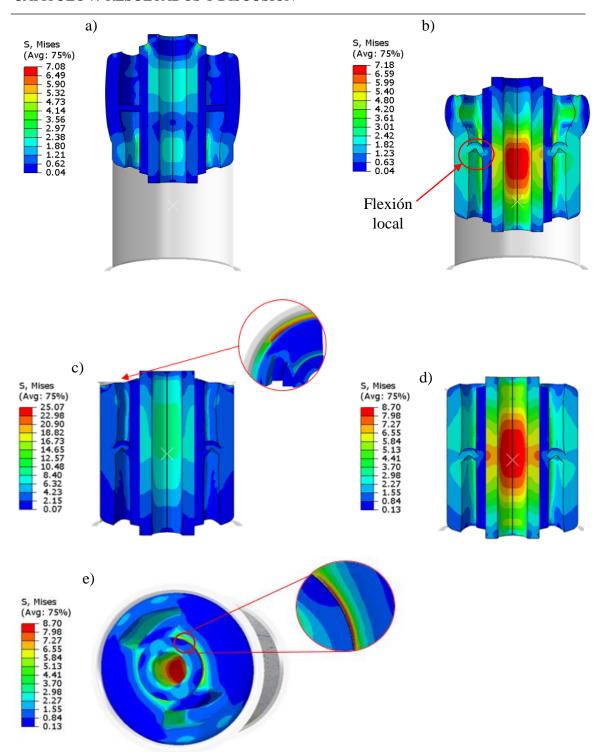


Figura 7.5. Distribución de esfuerzos en MPa durante la simulación de inserción, modelo B: a) 20% de inserción, b)60% de inserción, c) inserción completa, d) inserción completa sin dispositivo impulsor y e) vista del buje completo en inserción total sin dispositivo impulsor.

Aplicando el mismo criterio del modelo A, la fuerza de inserción requerida para el buje completo es de 34.11 KN o bien 3.5 toneladas. En la Figura 7.6, se presenta la malla final deformada del buje completo.

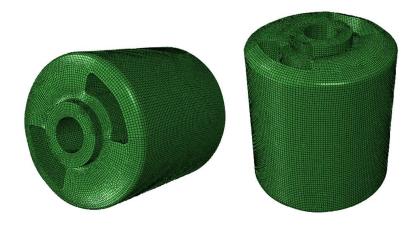


Figura 7.6. Malla deformada del buje completo, modelo B.

Los resultados obtenidos de las inserciones A y B fueron importados a los modelos posteriores para la simulación de la suspensión flexible.

### 7.2.3 ANÁLISIS DINÁMICO DE SUSPENSIÓN

En la Figura 7.7 su muestra la distribución de esfuerzos (en MPa) de la suspensión cada 4 segundos, junto con la ubicación de los máximos esfuerzos. Como se puede observar la zona de mayor esfuerzo se alterna entre el extremo derecho del eje (vista frontal) y el núcleo de acero del buje posterior, posicionado en la brida derecha (vista frontal). Este cambio de ubicación es propiciado por los diferentes historiales de carga, y la interacción entre estas sobre la suspensión. En la Tabla 7.2 se muestra los esfuerzos máximos generados a través durante la simulación, el cual podemos observar que el esfuerzo más alto registrado se presenta a los 8.64 segundos con 734.7 MPa. De tal modo, el análisis de esfuerzos sugiere que el núcleo del buje derechos posterior es la zona con mayor riesgo a que se propicie la primera grieta (Figura 7.8).

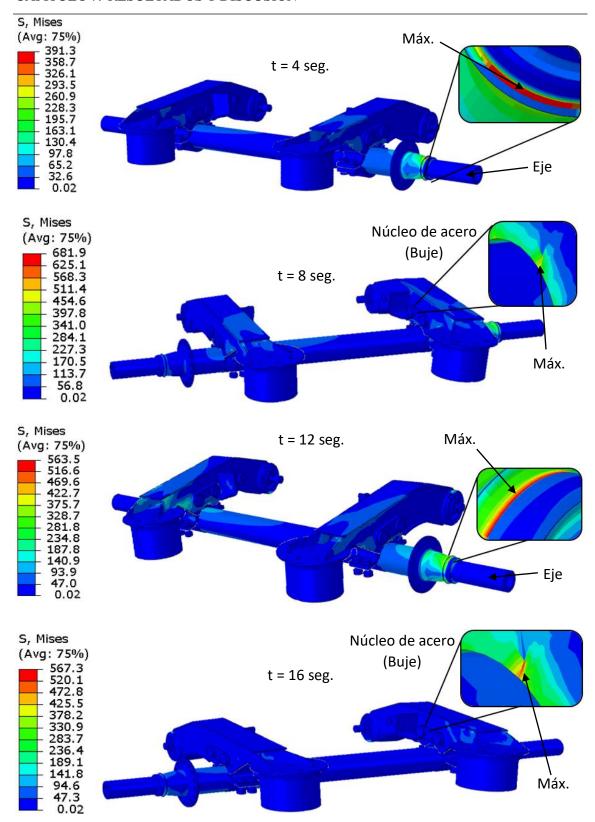


Figura 7.7. Distribución de esfuerzos (MPa) durante el análisis dinámico.

Tabla 7.2. Esfuerzos máximos generados durante el análisis de la suspensión.

Tiempo	Esfuerzo	Tiempo	Esfuerzo	Tiempo	Esfuerzo
(segundos)	(MPa)	(segundos)	(MPa)	(segundos)	(MPa)
0	0	5.76	458.1	11.2	642
0.64	42.68	6.08	465	11.52	584.9
0.96	74.72	6.4	492.6	11.84	577.4
1.28	102.4	6.72	565.9	12.16	563.5
1.6	126.4	7.04	572.8	12.48	515.5
1.92	149.7	7.36	586.9	12.8	538.5
2.24	163	7.68	634.8	13.12	530
2.56	177.6	8	681.9	13.44	531
2.88	203.4	8.32	716.5	13.76	533
3.2	250	8.64	734.7	14.08	524.5
3.52	299.4	8.96	731.5	14.4	515.7
3.84	345.8	9.28	703.8	14.72	501.7
4.16	390.1	9.6	708.8	15.04	502.1
4.48	437.8	9.92	715	15.36	539.3
4.8	456.3	10.24	701.4	15.68	545.8
5.12	456.7	10.56	685.8	16	567.3
5.44	460.2	10.88	684.3	-	-

# Distribución de esfuerzo en MPa

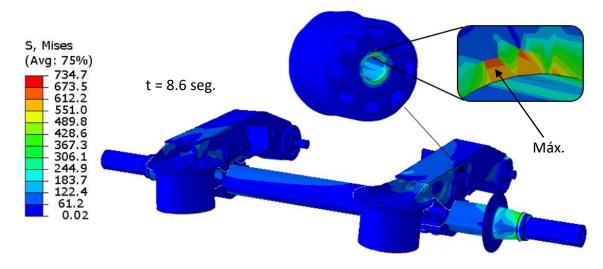


Figura 7.8. Esfuerzo máximo esfuerzo registrado en el análisis dinámico en suspensión.

### 7.2.4 ANÁLISIS DE FATIGA

En la Figura 7.9 se muestra la imagen de contornos de vida, siendo a los 3,006 ciclos el cual se genera la primera grieta y que es localizada en la zona predicha en el análisis previo. Mientras que la siguiente zona de riesgo a fractura es el extremo derecho del eje con 6,309 ciclos. En la misma figura de contornos se aprecia por donde se extenderá la grieta, esto representa una gran ventaja ya que, si este fallara en campo, la fractura no alcanzará el resto de los componentes de la suspensión.

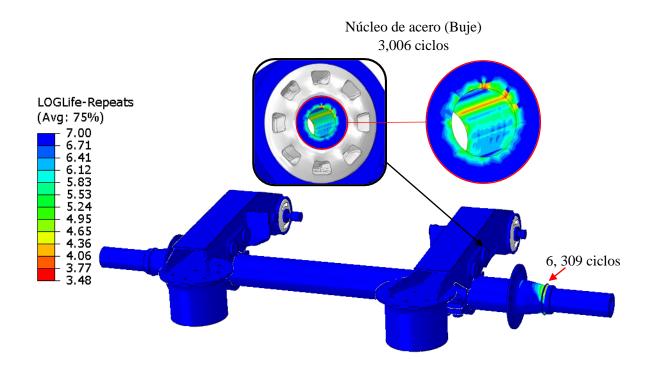


Figura 7.9. Imagen de contornos de ciclos de vida a fatiga en escala logarítmica.

En la Figura 7.10 se integra la gráfica descrita en el apartado 2.4 con los resultados de ciclos de vida obtenidos en Fe-Safe. Se aprecia que la suspensión flexible es superior a la suspensión rígida 1 y 2, mientras el último prototipo supera notoriamente a la suspensión flexible, dado que esta suspensión posee refuerzos auxiliares que contribuyen a la durabilidad en el ensayo de fatiga.

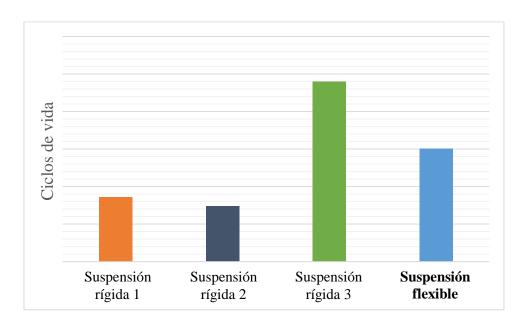


Figura 7.10. Gráfica de resultados generales de durabilidad del ensayo de fatiga y simulación numérica.

# 7.3 **DISCUSIÓN**

### • Ensayo de tensión

La curva obtenida del ensayo de tensión uniaxial del elastómero (Figura 7.1) coincide con el comportamiento esperado para este tipo de material [31], y la tendencia de los datos experimentales sigue al del modelo polinomial tal como presentó Kadlowec [41] en su experimentación. Cabe mencionar, que el haber descartado los ensayos con diferentes modos de deformación, la contribución de estos ensayos mejoraría la precisión de los coeficientes hiperelásticos y el modelado de este comportamiento para el material [41, 49].

### Análisis mecánico-dinámico (DMA)

Como se pudo observar en la curva del módulo de almacenamiento (Figura 7.2) se presentan dos discontinuidades, entre las posibilidades de esta causa se encuentra la preparación de las probetas [101], debido a que una de las dificultades para la obtención de probetas fue a que la muestra proporcionada era un componente ya procesado, y se

requería de especímenes de espesores muy reducidas. Por consiguiente, se recurrieron de diferentes herramientas para llevar a cabo los cortes y obtener probetas con dimensiones bajo los lineamientos de la norma ASTM D 4065. Este procedimiento pudo no haberse obtenido un acabado completamente "liso", siendo que cualquier marca o impresión dejada por la herramienta, afecta en los resultados recabados por el equipo, sin embargo, al presentar una buena tendencia en la serie de datos estos dos puntos no repercutirán en el modelado del comportamiento viscoso [101,102].

#### Mallado de bujes

Antes de llegar a las mallas finales descritas en la sección 7.2.2, se desarrollaron distintos tipos de mallas. Además, con respecto al buje correspondiente a la brida se trabajaron con diversos diseños. En la Figura 7.11, se muestra el primer diseño el cual fue mallado con elementos tetraédricos, teniendo como resultante una severa distorsión de los elementos que comprende la parte superior e inferior del buje.

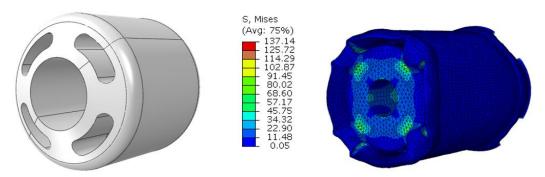


Figura 7.11. a) Primer diseño de buje y b) resultado de simulación de inserción modelado con elementos tetraédricos.

Dado a los resultados de la iteración anterior, se trabajó con un segundo diseño, Figura 7.11, en donde se realizó un refinamiento de malla para evitar la distorsión en los elementos elastoméricos del buje. En este modelo se logró controlar gran parte de la distorsión presentada en la simulación anterior, sin embargo, este análisis no concluyó con éxito dado que pequeñas secciones de elementos exhibieron alta deformación (marcado con un círculo rojo en la Figura 7.12). Así mismo, se genera una elevada concentración

de esfuerzo (en MPa) en dichos elementos, que inclusive excede a los estimados del análisis anterior.

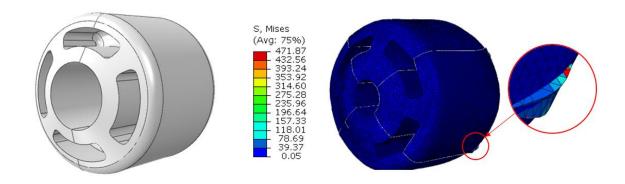


Figura 7.12. a) Segundo diseño de buje y b) resultado al 15% de simulación de inserción con refinamiento de malla implementando elementos tetraédricos.

Una alternativa para evitar la alta distorsión en los elementos, es aplicar un nuevo refinamiento de malla, dado que esto se reflejó en los resultados entre las dos iteraciones descritas anteriormente. Sin embargo, este procedimiento tendrá un mayor costo computacional y por ende mayor tiempo de simulación. En el primer modelo el tiempo de simulación fue de 41 horas, mientras el segundo tomó 28 horas antes de que se abortará el análisis, el cual solo tenía el 15% de simulación. Si este análisis se hubiese completado al 100%, este requeriría el doble o más de tiempo de simulación que el tomado en el primer modelo. Por lo tanto, se redefinió la malla implementando elementos hexaédricos, Figura 7.13, el cual se mejoró el control de la distorsión con este tipo de elementos, y reduciendo el esfuerzo (en MPa). Esto corrobora que los elementos tetraédricos tienden a ser más rígidos y que nos son convenientes para elementos que experimentan altas deformaciones, a pesar de tener la ventaja de adaptarse a geometrías complicadas.

Un tercer diseño de buje en brida sugerido por SISAMEX, fue modelado con elementos hexaédricos, Figura 7.14, dado a la mejoría en los resultados obtenidos de la simulación anterior. De nueva cuenta, se obtuvo una mejor distribución de esfuerzos (en MPa), contribuyendo en la disminución de esfuerzos. A su vez, este no muestra distorsión excesiva. Por lo tanto, este último fue utilizado para el ensamble de la suspensión.

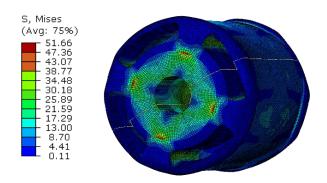


Figura 7.13. Distribución de esfuerzos del modelo A de inserción implementando malla de elementos hexaédricos.

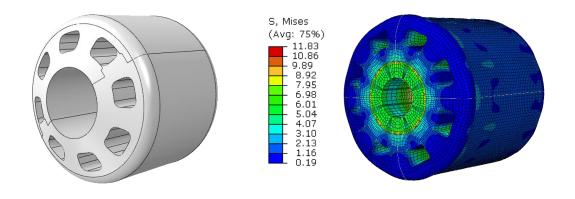


Figura 7.14. a) Tercer diseño de buje y b) resultado de simulación de inserción modelado con elementos hexaédricos.

#### • Modelos de inserción

El máximo esfuerzo generado en el modelo A de inserción (Figura 7.3c)), aún y cuando se integraron controles de malla para evitar la distorsión excesiva estas no pudieron controlarse del todo teniendo como resultando lo ya presentado en la sección 7.2.2. Esto mismo sucede en modelo B de inserción (Figura 7.4c)). Sin embargo, en la etapa de la relajación en ambas simulaciones se logra capturar cierta recuperación del buje al apartar el dispositivo impulsor, liberando esfuerzos, dadas las propiedades ya mencionadas de dicho material elastomérico.

Retomando las simulaciones de inserción, se observó que en el modelo B la flexión local en la costilla de buje prevalece, inclusive al haber terminado la etapa de relajación. A pesar de que esta flexión ayuda a deformar con más facilidad dicho buje y se ve reflejado en la fuerza de inserción requerida, esta particularidad acortará el tiempo de servicio del buje, dado que los huecos característicos de este componente (con fondo curvo) se expanden y comprimen para absorber y resistir las fuerzas verticales y horizontales del vehículo, por lo que esta sección del material elastomérico estará más propensa a presentar desgarre [103]. En cuanto al buje del modelo A, no presenta esta flexión al poseer una sección más amplia del material y curvatura en su geometría, esto ayudará a que disminuya la probabilidad de desgarre en la zona de la costilla. Los resultados obtenidos con estos modelos de aproximación aunado con la investigación desarrollada por Zhenglin Cao [37], refuerza la importancia de considerar los estados pre-tensionados así como las deformaciones previas para lograr predicciones más exactas con los análisis numéricos posteriores.

# • Análisis dinámico de suspensión flexible

En el análisis dinámico de la suspensión, en la Figura 7.7 se presentó los máximos esfuerzos generados cada cuatro segundos, en la cual se observó la alternancia de ubicación de estos máximos, si bien este cambio de ubicación es causado por los historiales de carga y a la dirección que son aplicadas a cierto tiempo. En este análisis se estimó que el núcleo de acero del buje posterior de la brida derecha (Figura 7.12) es elemento que sufre el mayor esfuerzo, esta estimación tiene congruencia ya que, en los antecedentes de la suspensión rígida, descrita en la sección 2.4, la fractura ocurre en la zona de unión de eje y brazos, además de ser confirmada con la simulación numérica. Por lo tanto, se esperaba que el esfuerzo más alto se registrará en algún elemento que une al eje y brazos (brida) de la suspensión flexible y que es mostrado en la Figura 7.12. Además, que cabe señalar que el núcleo de acero y pernos son los elementos que soportan las cargas aplicadas sobre la suspensión.

### • Análisis de fatiga

La ubicación de máximo esfuerzo predicha en análisis realizado en Abaqus coincide con la figura de contornos realizado en Fe-Safe en donde se localiza el inicio de grieta (Figura 7.13). Este resultado junto con el trabajo de J. Liu [35], refuerza que los análisis estructurales previos al análisis de fatiga son de gran utilidad para tener una estimación de la zona de riesgo a falla. Retomando el gráfico de la Figura 7.14, el nuevo concepto de suspensión es superior a las suspensiones rígidas 1 y 2 pero notoriamente inferior al último prototipo. Sin embargo, si se toma el punto de vista de seguridad, la suspensión flexible tiene ventaja sobre el prototipo de suspensión rígida 2, dado a que este último al presentar la falla en la soldadura, esta se propaga hasta llegar al brazo de forma rápida e inesperada, esta presenta un alto riego si se llega presentar durante su servicio. Por lo tanto, la suspensión flexible al presentarse la grieta sobre el núcleo de buje, la grieta solo se propaga sobre este elemento evitando que se extienda por la suspensión, y por ende evitando un accidente catastrófico.

Estos resultados pueden ser mejorados, dado a que los análisis en Abaqus no se modelaron los fuelles de aire y amortiguadores como tal, y se esperaría que la contribución de estos mejorara la distribución de esfuerzos.

# **CAPÍTULO 8**

# **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### 8.1 CONCLUSIONES

El modelo polinomial de segundo orden arrojó el mejor ajuste con respecto a los datos del ensayo de tensión uniaxial para el material elastomérico.

Los elementos hexaédricos fueron los más adecuados para modelar el proceso de inserción del buje debido a que estos no presentan altas distorsiones como las mostradas con los elementos tetraédricos.

Se consiguió desarrollar un modelo computacional del tipo dinámico para localizar la concentración máxima de esfuerzos de la suspensión flexible, incluyendo elementos altamente no lineales. Siendo el núcleo de acero del buje en brida derecho posterior la zona de mayor concentración de esfuerzos con una magnitud de 734.1 MPa. Los elementos no lineales, así como el nuevo concepto de suspensión influyeron en la reducción de esfuerzos aproximadamente del 27% con respecto a lo simulación numérica de la suspensión rígida con DEFORM.

Se logró estimar el número de ciclos a fatiga mediante el desarrollo de un modelo virtual, teniendo como 3,006 ciclos de vida para la suspensión flexible, el cual mejora los obtenidos experimentalmente de la suspensión rígida 1 y 2.

Se reafirma que los elementos críticos para este nuevo diseño de suspensión es el núcleo de los bujes en brida con la imagen de contornos generado en Fe-Safe, coincidiendo con la simulación numérica previa en Abaqus.

Se ha conseguido el desarrollar una metodología para el análisis de un sistema de suspensión incluyendo elementos no lineales con la ventaja de que puede ser reutilizado cambiando condiciones de operación para generar propuestas y diseños alternativos.

### 8.2 **RECOMENDACIONES**

Para mejorar la modelación del material elastomérico se requiere de la combinación de otros ensayos además del de tensión uniaxial para obtener coeficientes que describan con mayor precisión el comportamiento hiperelástico.

Los modelos desarrollados no consideran las propiedades térmicas. Es necesario crear modelos donde se consideren estas propiedades ya que esto puede influir de manera significativa en la respuesta de los materiales presentes en las simulaciones, sobre todo para los elementos elastoméricos ya que estos son sensibles a la temperatura. Además, para evitar la deformación y altos niveles de esfuerzos esfuerzos sobre el material elastomérico del buje, generados por el impulsor, se requiere de modificar la geometría de este dispositivo, de tal forma que este solo tenga contacto con el núcleo de acero. Esto se muestra con los resultados de inserción del modelo A en la Figura 8.1, donde se observa que al tener 100% de inserción sin retirar el dispositivo impulsor (Figura 8.1 a)), el caucho no presenta la deformación marcada como el generado con la geometría del dispositivo anterior y donde el mayor esfuerzo (en MPa) se registra en el núcleo de acero del buje. Al termino del paso de relajación, los esfuerzos se redistribuyen obteniendo la Figura 8.1 b). Esto se presenta de forma similar en el modelo B de inserción, en la Figura 8.2 a) se muestra el 100% de inserción antes de iniciar la relajación del buje. La característica más notoria en esta simulación numérica es que al finalizar la etapa de relajación (Figura 8.2 b)) la flexión local que se presenta en la costilla del buje es mínima comparada con el resultado obtenido con la geometría del dispositivo impulsor descrito en el capítulo 6.

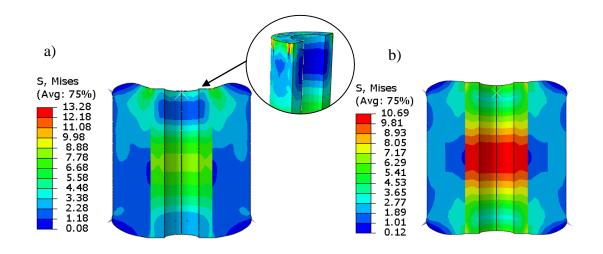


Figura 8.1. Simulación de inserción modelo A con dispositivo impulsor modificado: a)100% de inserción antes de etapa de relajación y b) después de relajación en MPa.

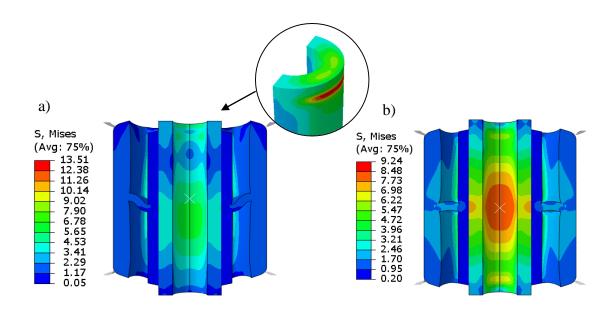


Figura 8.2. Simulación de inserción modelo B con dispositivo impulsor modificado: a)100% de inserción antes de etapa de relajación y b) después de relajación en MPa.

A su vez, en hojas de especificación para bujes similares (Figura 8.3), la costilla del buje son curvos. Esto ayudaría a evitar la flexión local presentada en la inserción del buje.

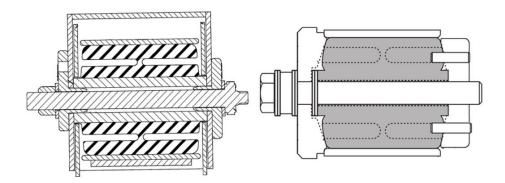


Figura 8.3. Hojas técnicas/especificación de bujes comerciales [104, 105].

Para mejorar los ciclos de vida para la suspensión flexible se aconseja el cambiar el acero del núcleo, por un acero con características mecánicas y desempeño a la fatiga mejores al AISI 1015, esto se refuerza en un análisis de fatiga utilizando el acero AISI 4140 en los núcleos de los bujes, donde el inicio de grieta inicie en la misma zona estimada en los modelos anteriores, así como la propagación de dicha grieta (Figura 8.4) y los ciclos de vida aumentaron considerablemente a 8317 ciclos.

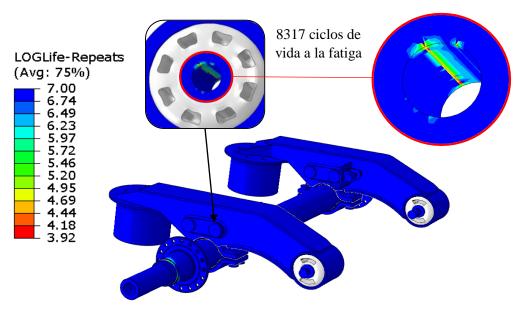


Figura 8.4. Imagen de contornos de ciclos de vida a fatiga en escala logarítmica, utilizando el acero AISI 4140 en los núcleos de los bujes.

Anexando el nuevo resultado al gráfico presentado en el capítulo resultado se puede apreciar la superioridad del último modelo numérico, por lo que se recomienda hacer un estudio de costo-beneficio para la selección de materiales para los núcleos de los bujes presentes en la suspensión flexible.

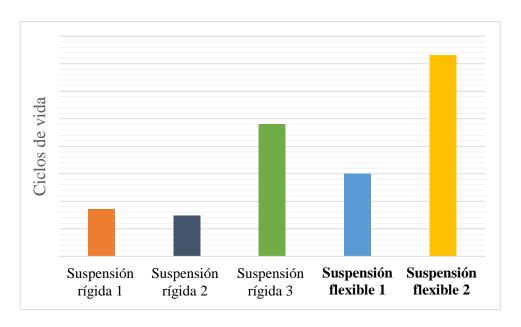


Figura 8.5. Gráfico comparativo de resultados generales de durabilidad del ensayo de fatiga y simulación numérica.

Además, es necesario realizar el ensayo experimental de la suspensión flexible para la validación del modelo, así como sería pertinente el tener el mayor número de especímenes probados para incrementar la confiabilidad de los resultados.

- [1] Mula Vivero, I. (2009). Estudio del Comportamiento Dinámico de un Vehículo Utilizando la Herramienta Simmechanics de Matlab (Tesis de pregrado). Universidad Carlos III de Madrid.
- [2] Mecánica Vehículos Pesados Manual de Enseñanza Programada. (1996). Madrid: PONS, 249-164.
- [3] Hendrickosn Company. (2017). Líder global en suspensiones para servicio pesado y defensas [Online]. Disponoble en: http://www.hendrickson-intl.com. [Fecha de acceso: 30 de Enero 2017].
- [4] Palacios Pineda, Luis Manuel Cruz Díaz, J. L., & López Uribe, C. (2013). Análisis de fatiga en una mangueta de suspensión automotriz. *Memorias Del XIX Congreso Internacional Anual de La Somim*, 40–45.
- [5] Salas Zamarripa, A. (2016). Notas de clase: Fatiga y Fractura. Universidad Autónoma de Nuevo León.
- [6] El Buje Automotriz. (2004) [Online]. Disponible en: http://www.automotriz.net/cms/tecnica/el-buje/. [Fecha de acceso: 20 de Agosto 2016].
- [7] Nieto Quijorna, A. J. (2010). *Caracterización y Control Activo de una Suspensión Neumática* (Tesis Doctoral). Universidad de Castilla de la Macha.
- [8] Laroze, D. (2016). On the importance of nonlinear systems in science and engineering. *Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería*, 24, 362–363.
- [9] Canseco de la Cruz, R. A., Camarillo Gómez, K. A., Silva Moreno, A. & Lesso Arroyo, R. (2011). Experimentación y Análisis por MEF del Comportamiento Hiperelástico en Materiales usados en Calzado Deportivo. *Ingeniería Mecánica, Tecnología y Desarrollo, 4*(1), 23–31.
- [10] Carbonell, R. A. G., García, E. Á., Rodríguez, J. L. M. & González, K. A. (2009). Modelos de materiales hiérelásticos para el análisis de los elastómeros usando el MEF. *Ingeniería Mecánica*, 12(3), 57–66.
- [11] Melo, E. & García, F. (2010). Modelo fraccional que describe el comportamiento reológico de materiales poliméricos amorfos. *CIENCIA UANL*, *13*, 167–173.
- [12] McCrum, N. G., C. P. Buckley, and C. B. Bucknall. 2005. *Principles of Polymer Engineerin*. Second Edi. OXFORD UNIVERSITY PRESS.

- [13] Young, R. J., and P. A. Lovell. 1991. *Introduction to Polymers*. Second Edi. CRC Press.
- [14] Zapata, O. (2007). Simulación del descascarado de planchón de colada continua (Tesis Doctorado). Universidad Autónoma de Nuevo León.
- [15] Logan, D. L., Veitch, E., Carson, C., Burrell, K. R., Gould, V., Wagner, E., ... Wagner, E. (2007). A First Course in the Finite Element Method Fourth Edition. Transport (Fourth Edi, Vol. 147). Wisconsin: Thomson.
- [16] Andrino Cebrián, J. A. (2013). Mecánica y entretenimiento simple del automóvil. Madrid: Dirección General de Tráfico. 106-114.
- [17] Genta, G. & Morello, L. (2006). Suspension. In *The Automotive Chassis* (Vol. 1, pp. 133–140).
- [18] Fijalkowski, B. (2013). Automotive Mechatronics: Operational and Practical Issues. *Journal of Chemical Information and Modeling*, 53 (9).
- [19] Alvarado, C. (2015). Suspensión y Dirección [Online]. Disponible en: https://es.slideshare.net/zexaralvaradosegueda/suspensin-y-direccin-pres. [Fecha de acceso: 27 de Septiembre 2016).
- [20] Macias, N. (2012). mecanica automotriz: tipos de suspensión [Online]. Disponible en: http://suspensionautomotriz1993.blogspot.mx/2012/09/tipos-desuspension.html. [Fecha de acceso: 10 de Agosto 2016].
- [21] Luque, Pablo. Álvarez, D. (2005). *Investigación de accidentes de Tráfico*. *Estudio del Automóvil*. (Primera Ed). España: Universidad de Oviedo.
- [22] Sistemas de suspension: componentes. (2014) [Online]. Disponible en: http://www.aficionadosalamecanica.net/suspension2.htm. [Fecha de acceso: 30 de Octubre 2016].
- [23] Gotz, H. (2010). Commercial Vehicles Replacement Products Catalogue. *Aerodynamics of Road Vehicles*. Good Year Engineered Products, pp. 16-18.
- [24] Parker Corparation. (2008). Cilindros de fuelle neumáticos. Madrid: Parker Hannifin Corporation.
- [25] Phapale, D. (2014). Automobile suspension system. Retrieved January [Online]. Disponible en: https://www.slideshare.net/dnyaneshwarphapale/automobile-suspension-system. [Fecha de acceso: 17 de Enero 2017].
- [26] Volvo Company. Volvo Service Manual TP 15052-1 [Online]. Disponible en:

- http://www.volvodemort.com/technical/volvo/manuals/service/tp15052/group7 2/index.html. [Fecha de acceso: 4 de Marzo 2017].
- [27] Hendrickson Company. (2012). *Serie HT Suspensión de Aire para Remolques*. USA: Hendrickson Mexicana. Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=CozCwANvZLw.
- [28] Hendrickson Company (2012). Suspensión de Aire de Viga Iguadalora ART<sup>TM</sup> [Online]. USA: Hendrickson Mexicana. Disponible en: https://www.hendrickson-intl.com/CMSPages/GetFile.aspx?guid=383b3acf-3cb2-44c5-8efd-1ff6a746d7a3. [Fecha de acceso: 3 de Marzo del 2017].
- [29] Hendrickson Company (2012). Suspensión Ligera con Fuelles de Hule de Servicio Severo HAULMAAX<sup>TM</sup> [Online]. USA: Hendrickson Mexicana. Disponible en: https://www.hendrickson-intl.com/CMSPages/GetFile.aspx?guid=1d4c2cc2-4c53-4dbd-87b2-8ca301dccb69. [Fecha de acceso: 3 de Marzo del 2017].
- [30] Vazquez, F. J., Borondo, F., Romo, M., Herran, A., Romano, M., Marco, R. & Ramos, M. (2001). LAS TEORÍAS DEL CAOS Y LOS SISTEMAS COMPLEJOS: Proyecciones físicas, biológicas, sociales y económicas. *Encuentros Multidisciplinares*, *3*, 40–70.
- [31] Askeland, D. P. P. (2004). *Ciencia e ingeniería de los materiales*. (A. de la Garza, Pedro. Gómez, Ed.) (Cuarta Edi). International Thomson.
- [32] Reporte de pruebas de durabilidad a suspensión. (2011).Product Tecnology and Innovation Experimental Laboratory.
- [33] Tang, X., & Liu, K. (2012). Simulation of Leaf Spring Balanced Suspension Based on Virtual Test-Ring. *Proceedings of the FISITA 2012 World Automotive Congress*, Lecure Notes in Electrical Engineering 195. Society of Automotive Engineers of China (SAE-China).
- [34] Gao, Y., Wang, G., & Han, J. (2016). The Study on Fatigue Test of Cab With Suspension Based on 4-Channel Road Simulation Rig. *Proceedings of SAE-China Congress 2016: Selected Papers*, Lecure Notes in Electrical Engineering 418. Society of Automotive Engineers of China (SAE-China).
- [35] Liu, J., Wang, Y., & Li, W. (2010). Simplified Fatigue Durability Assessment for Rear Suspension Structure. *International Journal of Automotive Technology*, 11(5), 659–664.

- [36] Wang, X., Xu, W., Huang, Y., Zhong, M., & Fan, H. (2012). Simulation of the Vertical Bending Fatigue Test of a Five-Link Rear Axle Housing. *International Journal of Automotive Technology*, *13*(6), 923–932.
- [37] Cao, Z., Han, C., Lin, Y., Li, H., & Gao, M. (2016). Research on Nonlinear Dynamics Simulation of Heavy Truck in Time Domain. *Proceedings of SAE-China Congress 2016: Selected Papers*, Lecure Notes in Electrical Engineering 364. Society of Automotive Engineers of China (SAE-China).
- [38] Bakır, M., Sıktaş, M., Atamer, S., & Ş, M.-B. T. A. (2015). Strength and Fatigue Life Analysis of Leaf Springs used in Heavy Duty Trucks [Online]. Disponible en:https://www.3ds.com/fileadmin/PRODUCTS/SIMULIA/PDF/scc-papers/2015/fatigue-analysis-leaf-springs-trucks-15.pdf. [Fecha de acceso: 13 de Mayo 2017].
- [39] Yang, X., Yan, R., Wu, Z., Li, Y., & Xu, G. (2015). Fatigue Life Prediction of a Top-Suspended Centrifuge Basket. *Proceedings of the 2015 International Conference on Electrical and Information Technologies for Rail* Trasportation, Lecure Notes in Electrical Engineering 378.
- [40] Sun, M., Qu, Y., Qiu, Y., & Wu, S. (2012). Application of Stiffness Estimation and Structure Optimization in Rubber Component Development. . *Proceedings of the FISITA 2012 World Automotive Congress*, Lecure Notes in Electrical Engineering 195. Society of Automotive Engineers of China (SAE-China).
- [41] Kadlowec, J., Wineman, a, & Hulbert, G. (2003). Elastomer bushing response: experiments and finite element modeling. *Acta Mechanica*, 163(1–2), 25–38.
- [42] Pawlikowski, M. (2014). Non-linear approach in visco-hyperelastic constitutive modelling of polyurethane nanocomposite. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 18(1), 1–20.
- [43] Lee, S. B., & Wineman, A. (1999). A model for non-linear viscoelastic axial response of an elastomeric bushing. *Acta Mechanica*, *34*(5), 199–218.
- [44] Treloar, L. R. G. (1974). The Elasticity and Related Properties of Rubbers. *Rubber Chemistry and Technology*, 47(7), 625–696.
- [45] Meyers, Marc. Chawka, K. (2007). Mechanical Behavior of Materials. In *Mechanical Behavior of Materials* (pp. 110–131). Cambridge: Cambridge

- University Press.
- [46] Ambrósio, J., & Verissimo, P. (2009). Improved bushing models for general multibody systems and vehicle dynamics. *Multibody System Dynamics*, 22(4), 341–365.
- [47] Tobajas, R., Ibartz, E., & Gracia, L. (2016). A comparative study of hyperelastic constitutive models to characterize the behavior of a polymer used in automotive engines. *Proceedings of 2nd International Electronic Conference on Materials*.
- [48] Olivella, X., & Agelet de Saracíbar, C. (2002). *Mecánica de medios continuos para ingenieros*. (J. Girona Salgado, Ed.) (Segunda Ed). Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya.
- [49] Abaqus version 6.14. Theory Manual, USA, Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc., 2006.
- [50] Rivlin, R. (1947). Large elastic deformations of isotropic materials IV. Fourther developments of the general theory. *British Rubber Producers Research Association. The Royal Society*, 24.
- [51] Carbonell, Raide. Abreu, Kirenia. Álvarez, E. (2007). Determinación de las constantes Mooney-Rivlin a través de datos experimentales, de materiales elastoméricos para la industri azucarera. Cuba: Universidad de Camaguey.
- [52] Mooney, M. (1940). A theory of large elastic deformation. *Journal of Applied Physics*, 11(9), 582–592.
- [53] Treloar, L. R. G. (1942). The Elasticity of a Network of Long-Chain Molecules. *Transactions of the Faraday Society*, (36), 36–41.
- [54] Ogden, R. W. 1972. "Large Deformation Isotropic Elasticity On the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids." *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 326(1567): 565–84.
- Yeoh, O. H. 1993. "Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber." Rubber Chemistry and Technology 66: 754–71.
- [56] Arruda, E. M., and M. C. Boyce. 1993. "A Three-Dimensional Constotutive Model for the Large Strech Behavior of Rubber Elastic Materials." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 41(2): 389–412.
- [57] ADMET. (2010). Rubber and Elastomer Tensile Strength Test ASTM D412.

- USA: ADMET Testing Systems.
- [58] Oyadiji, O. (2004). How to Analyse the Static and Dynamic Response of Viscoelastic Components. pp. 13–28. Manchester: NAFEMS.
- [59] Fombuena, V., Boronat, T., Sánchez-Nácher, L., García-Sanoguera, D. & Balart, R. (2017). Usefulness og viscoelastic models in learning polymer materials engineering. *Modelling in Science Eduacation and Learning*, *10*(1), 137–148.
- [60] Gimeo, R. (2008). *Modelo de Kelvin-Voigt de comportamiento Viscoelástico*. España: Univrsidad Politécnica de Valencia.
- [61] Balart Gimeno, R. A. (2011). *Comportamiento Mecánico Dinámico de Poliméricos*. España: Universidad Politécnica de Valencia.
- [62] Menard, K. P. (1999). *Dynamic mechanical analysis: a pratical introduction*. CRC Press LLC.
- [63] Serra Aguila, A. (2013). Propuesta de Nuevos Modelos Constitutivos para Caracterización Viscoelástica de Materiales Termoplásticos (Tesis Doctoral). Universidad Ramon Llull.
- [64] TA Instruments. (1991). *Analytical Chemistry*, 63(6), 317A–317A.
- [65] ASTM International. (2010). Standard Practice for Plastics: Dynamic Mechanical Properties: Determination and Report Procedures, Ohio.
- [66] TA Instruments. (2014). RSA-G2 Solids Analyzer Brochure catalogue, p14-15.
- [67] Fatigue. (2008). In *Elemets of Metallurgy and Engineering Alloys*. (pp. 243–265). Ohio: ASM International.
- [68] Bannantine, J., Comer, J., & Handrock, J. (1990). Stress-Life. In *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis* (pp. 1–32). New Jersey: Prentice Hall.
- [69] Fe-Safe version 6.14. *Fatigue Theory Reference Manual* (Vol. 2). Dassault Systèmes Company Organizational, 2002.
- [70] Zwick/Roell. (2016). Testing mechines fatigue test catalogue.
- [71] Nisbett, J. K., & Budynas, R. G. (2011). Shigle's Mechanical Engineering Design 9th Ed. Mechanical Engineering (Vol. New York,).
- [72] Reyes, G. (2009). Modelo para predicción de falla por fatiga en uniones soldadas con aceros avanzados de alta resistencia utilizados en la industria

- automotriz (Tesis Maestría). Universidad Nacional Autónoma de México.
- [73] Monsalve, A., "Fractura por fatiga." Universidad de Santiago de Chile Departamento de Igeniería Metalúrgica, pp. 1–19, 2004.
- [74] Palma, S. and Paulo, G. 2000. "Strain-Life Fatigue Predictions for Sintered Steels with Nonzero Mean Stress." *Journal of materials enginnering and Performance* 9(December): 683–87.
- [75] Technical Report on Fatigue Properties. (1975). SAE JI099.
- [76] Rahman, M., Ariffin, A., Jamaludin, N., Abdullah, S. & Noor, M. (2008). Finite Element Based Fatigue Life Prediction of a New free piston Engine Mounting. *Journal of Applied Sciences*, 8(9), 1612–1621.
- [77] Chan, T. (2013). A Practical Simulation Methodology to Improve Fatigue Life Prediction of Engine Oil Cooler Undergoing Pressure Cycle Testing (Tesis Doctoral). McMaster University.
- [78] Chu, C. (1997). Multiaxial fatigue life prediction method in the ground vehicle industry. *International Journal of Fatigue*, *19*(1), S325–S330.
- [79] Rahman, M. M., Kadirgama, K., Noor, M. M., Rejab, M. R. M., & Kesulai, S. A. (2009). Fatigue life prediction of lower suspension arm using strain-life approach. *European Journal of Scientific Research*, 30(3), 437–450.
- [80] Zapata, O. (2012). Simulación de la Evolución Microestructural de Aceros al Silicio Durante su Deformación en Caliente (Tesis Maestría). Universidad Autónoma de Nuevo León.
- [81] Law, A. M., & Kelton, W. D. (1991). Simulation Modeling & Analysis (Second). Mc Graw Hill.
- [82] Whiteley, J. (2014). *Finite Element Methods*. (J. Schröder & B. Weigand, Eds.). Springer.
- [83] Zienkiewicz, & Taylor. (1981). Finite Element Method The Basis (Volume 1).

  Academy of Engineering Polish Academy of Science Chinese Academy of

  Sciences National Academy of Science Italy (Academia Dei Lincei), 35(4), 110–

  114.
- [84] Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2006). *Métodos Matemáticos para Ingenieros* (Quinta Edi). D.F.: Mc Graw Hill.

- [85] Espinoza, C., & Niño, Y. (2002). Metodo De Los Volumenes Finitos: Modelación Numérica en Ingeniería Hidráulica y Ambiental. [Online]. Disponible: http://materias.fi.uba.ar/7538/material/Otros/Espinoza&Ni%F1o-Metodo%20de%20los%20Volumenes%20Finitos.pdf. [Fecha de acceso: 29 de Abril del 2017].
- [86] Osses, J. (2016). El método de volúmenes finitos ESSS. [Online]. Disponible en: http://www.esss.com.br/blog/es/2016/12/el-metodo-de-volumenes-finitos/. [Fecha de acceso: 12 de Abril del 2017].
- [87] Rao, S. S. (2004). *The Finite Element Method in Engineering* (Fourth Edi). Elsevier Science & Tecnology Book.
- [88] Fish, J., & Belytschko, T. (2007). A First Course in Finite Element Method. Wiley.
- [89] Wriggers, P. (2008). Nonlinear finite element methods. Springer.
- [90] Chen, Z. (2005). Finite Element Methods and Their Applications. Springer.
- [91] Rumpf, R. (2014). *Introduction to Variational Methods Special Topic:*Computational Electromagnetics. University of Texas. (Lecturas de clases).
- [92] Zeferino A. da Fonseca Lopes. (2011). El Método de los Elementos Finitos: Una Introducción. Fondo Editorial Biblioteca Universidad Rafael Urdaneta.
- [93] Jouglard, C. (2002). Notas curso de especialización: Introduccón al Método de Elementos Finitos Formulación Variacional de Elementos Finitos.Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional de Buenos Aires.
- [94] Segerlind, L. (1984). Applied Finite Element Analysis (Second Edi). Wiley.
- [95] Charlès, B., & Draper, J. (2014). Introduction to Safe Technology. Dassault Systèmes Company Organizational.
- [96] Fe-Safe version 6.14. *User Manual*. Dassault Systèmes Company Organizational, 2015.
- [97] Zhang, Z., Wu, Q., & Zhang, H. W. (2016). Prediction of fatigue life of welding tool in friction stir welding of AA6061-T6. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 86(9–12), 3407–3415.
- [98] Fe-Safe version 6.14. Material database. Dassault Systèmes Company

- Organizational, 2002.
- [99] Gaytán, E. Junio 2016. Comunicación electrónica: "Asesoramiento geometrías inicales para inserción y suspensión".
- [100] Gaytán, E. Diciembre 2016. Comunicación electrónica: "Asesoramiento geometría nueva de buje para inserción".
- [101] Perkin Elmer Inc. 2008. "Dynamic Mechanical Analysis (DMA) A Beginner's Guide." *Introduction to DMA*: 1–23.
- [102] Reyes, E. Octubre 2016. Comunicación verbal: "Asesoría comportamiento de materiales poliméricos".
- [103] Gaff. 2016. Buje trifuncional GAFF Official.
- [104] Pierce, P. R., & Ramsey, J. E. (2003). Spacer apparatus for susoension beam bushing assemblies.
- [105] Hendrickson Company. (2016). Procedimietno técnico sistema de suspensión para remolque: Procedimiento de reemplazo de buje.