

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



OPERACION EFICIENTE DE SISTEMAS DE  
TRANSPORTE DE GAS NATURAL  
MEDIANTE EL METODO DE GRADIENTE  
REDUCIDO GENERALIZADO

PRESENTA:  
HUMBERTO JAVIER FLORES VILLARREAL

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERIA DE SISTEMAS

CIUDAD UNIVERSITARIA

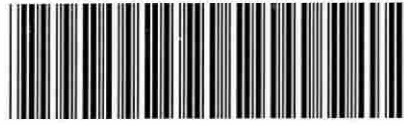
ENERO 2005

H. J. F. V.

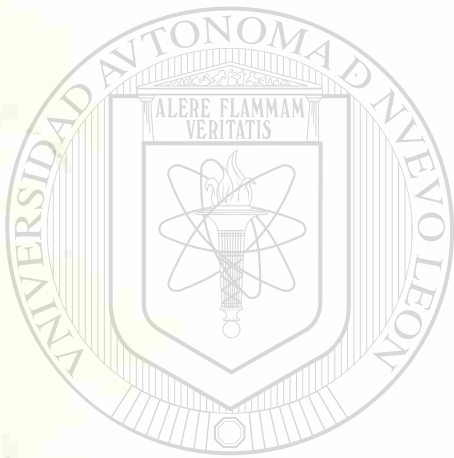
TM  
Z5853  
FIME  
2005  
F67

OPERACION EFICIENTE DE SISTEMAS DE TRANSPORTE  
DE GAS NATURAL MEDIANTE EL METODO DE GRADIENTE  
REDUCIDO GENERALIZADO

2005



1020150557



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

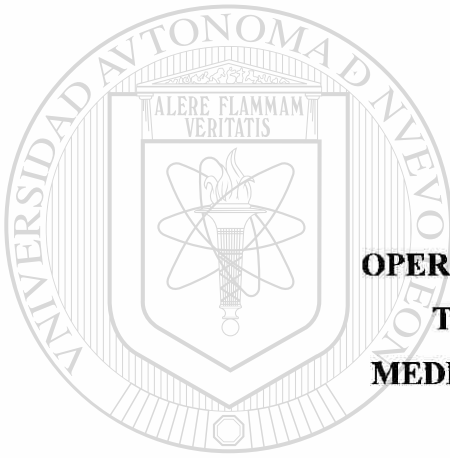
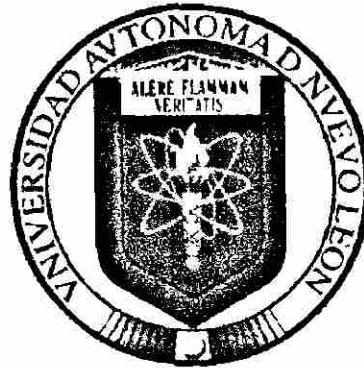
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

*Logo*

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**OPERACIÓN EFICIENTE DE SISTEMAS DE  
TRANSPORTE DE GAS NATURAL  
MEDIANTE EL MÉTODO DE GRADIENTE  
REDUCIDO GENERALIZADO**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

POR

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**HUMBERTO JAVIER FLORES VILLARREAL**

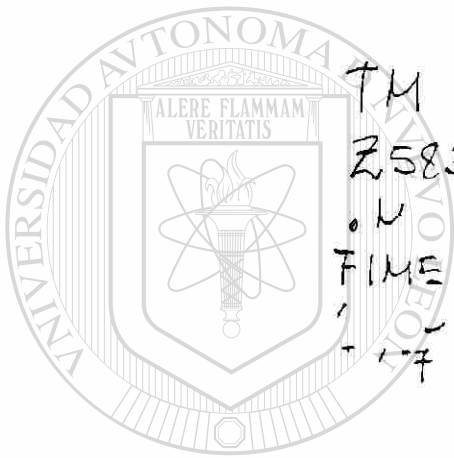
**TESIS**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

**CIUDAD UNIVERSITARIA**

**ENERO 2005**

190 1



TM  
Z5853  
o.u  
FINE  
1  
17

# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

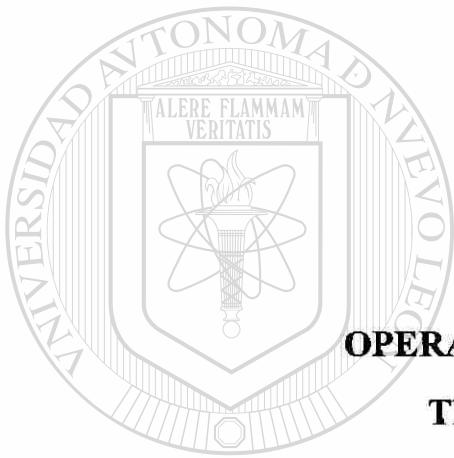
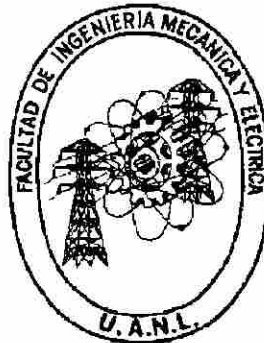
®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO  
TESIS

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**OPERACIÓN EFICIENTE DE SISTEMAS DE  
TRANSPORTE DE GAS NATURAL  
MEDIANTE EL MÉTODO DE GRADIENTE  
REDUCIDO GENERALIZADO**

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
POR

**HUMBERTO JAVIER FLORES VILLARREAL**

**TESIS**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

CIUDAD UNIVERSITARIA

ENERO 2005

Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica  
División de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “OPERACIÓN EFICIENTE DE SISTEMAS DE TRANSPORTE DE GAS NATURAL MEDIANTE EL MÉTODO DE GRADIENTE REDUCIDO GENERALIZADO”, realizada por el alumno Humberto Javier Flores Villarreal, matrícula 832928, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis



Asesor

Dr. Roger Z. Ríos Mercado

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Revisor

Dr. Igor S. Litvinchev



Revisor

Dr. César E. Villarreal Rodríguez

Vo. Bo

Dr. G. Alan Castillo Rodríguez

Subdirector

División de Estudios de Posgrado



## DEDICATORIA



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

***Bertha Alicia***

®

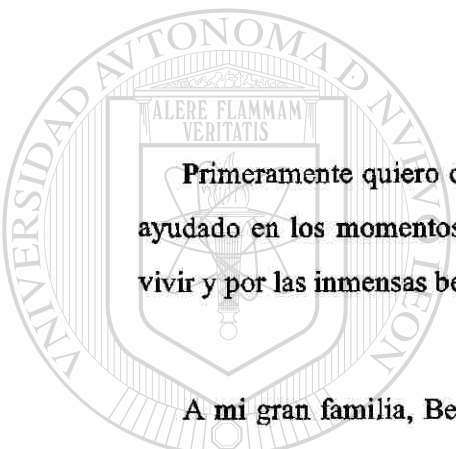
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

y

***Humberto***

Quienes con gran sabiduría y enormes sacrificios me dieron educación.

## AGRADECIMIENTOS



Primeramente quiero darle gracias a Dios el haberme acompañado durante mis estudios y ayudado en los momentos en que todo parecía venirse abajo. Gracias por la oportunidad de vivir y por las inmensas bendiciones recibidas.

A mi gran familia, Bertha Alicia Villarreal de Flores, Humberto Flores Contreras, Daniel Enrique y Alicia Nayeli Flores Villarreal, por su gran amor, apoyo incondicional y paciencia.

A mis Abuelos Alicia Mejía de Villarreal y José Ángel Villarreal de la Garza, por su cariño, enseñanzas y enorme apoyo. A mi Abuelo Humberto Flores Castillo, por inculcar en mí el valioso hábito de la lectura y haberme ayudado en mis trabajos escolares con agrado y esmero y a mi abuelita Lupita Contreras, que sé desde el cielo nos cuida a todos.

Eterna e Infinitamente agradecido con el Doctor Roger Zirahuén Ríos Mercado, mi asesor de tesis y maestro tutor, quien siempre estuvo allí en la Universidad para atenderme aclarando mis dudas con profesionalismo, gran inteligencia, claridad y oportunidad. Sin su guía, ejemplo, positivismo y paciencia, esta tesis no se hubiese elaborado. El ejemplo de honestidad, actitud de servicio y eficiencia que me ha dado lo llevaré siempre conmigo en mi trayectoria profesional. Gracias por brindarme la confianza y el apoyo necesario para exponer mi trabajo en otras latitudes y culturas.

Al Dr. Oscar Leonel Chacón Mondragón, por sus enseñanzas, por su amistad, confianza y por todos los botellazos y ganchos a las costillas que me dió cuando me encontraba abrumado tratando de entender abstractos conceptos de Matemáticas. Le agradezco el tiempo que me dedicó durante mi vinculación al Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas.

A la Dra. Ada Margarita Alvarez Socarrás, mi Maestra, Directora y amiga, el haberme aceptado como alumno de tiempo completo en la Maestría. Nunca me cansaré de agradecer sus enseñanzas, buenos consejos y sugerencias. Gracias por todo su gran apoyo y profesionalismo.

Al Dr. César Emilio Villarreal Rodríguez, las tantas y tantas veces que me brindó asesorías con una claridad y rapidez de pensamiento que hacían parecer fácil el transmitir el conocimiento.

A los doctores de cátedra patrimonial Vyacheslav Kalashnikov, Natalia Kalashnikova e Igor Litvinchev, por sus enseñanzas y enfoque.

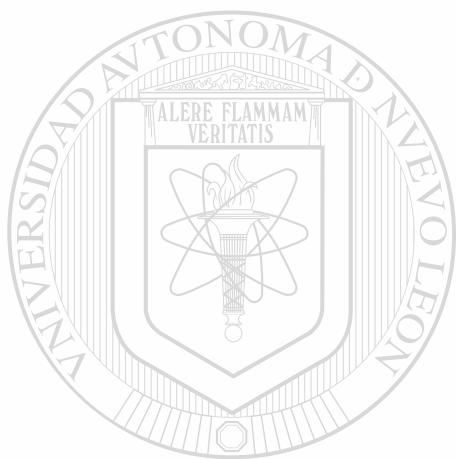
Al maestro Francisco J. Morales Cirio, su profesionalismo y orientación.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

A todos mis compañeros del Posgrado en Ingeniería de Sistemas: José Florentino Augusto Medina Jacobo, mi compañero de Ingeniería Industrial, el haberme considerado y recomendado como candidato al Posgrado, la mejor inversión que he hecho en mi vida. A mis compañeras de generación en la maestría Nadia y Diana Cobos Zaleta, con quienes compartí las tareas, proyectos, cursos, asignaciones, las comidas, las angustias y satisfacciones por más de dos años. Un agradecimiento muy especial a Yanet Villalobos Morales, Ingeniero Mecánico, quien me ayudó mucho en mi proyecto de investigación y a Conrado Borraz Sánchez, el haber revisado algunas de mis implementaciones computacionales dejando el tedio en el olvido. A Francisco Almaguer Rendón, su gran apoyo y ejemplo. A Karim de Alba Romenus de la Narro, a Yezmín Coronado Pérez y a Daniel Aguirre, por su ayuda y compañerismo.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León, a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica y a la Facultad de Ciencias Químicas por la formación profesional que me proporcionaron. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACyT y al Programa de Apoyo a la Investigación Científica y Tecnológica PAICyT, el apoyarme económicamente para el estudio de la Maestría.

A todos mis queridos maestros con todo mi respeto y admiración.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# RESUMEN

Humberto Javier Flores Villarreal

Candidato para el Grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Título del Estudio:

**OPERACIÓN EFICIENTE DE SISTEMAS DE TRANSPORTE DE GAS NATURAL MEDIANTE  
EL MÉTODO DE GRADIENTE REDUCIDO GENERALIZADO**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Número de páginas: 142

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO**

La presente Tesis tiene como parte medular el estudio de un problema de optimización del consumo de combustible incurrido en una red de gas natural. Se cuenta con una red de gasoductos, o un sistema de transportación de gas natural, y dada esta red, nosotros deseamos saber cuales son los niveles a los que las estaciones compresoras, las cuales consumen gas para mover el combustible, deben operar de modo que se satisfaga la demanda de los clientes, o nodos de consumo, acarreado el energético hasta ellos y desde nodos suministro, o yacimientos. La

presencia de las estaciones compresoras distribuidas en la red, es necesaria para contrabalancear la pérdida de energía en la que incurre el gas al ser transportado. Esta pérdida de energía es debida al contacto o choque entre las moléculas del gas contra las paredes internas del tubo, así como a la transferencia de calor entre el sistema y el medio ambiente que le rodea.

Desde el punto de vista de la optimización, la estructura matemática del problema de minimización del consumo de combustible a través de una red de gas natural, es compleja (problema clasificado como NP-Duro), y obtener soluciones de calidad resulta muy atractivo, por la repercusión económica que tiene en las compañías dueñas del gasoducto, repercutiendo desde luego en los consumidores. Al intentar resolver el problema computacionalmente, conforme crece el tamaño de la instancia de red, aumenta el tiempo de ejecución, de forma que se vuelve prácticamente imposible dar una solución que satisfaga la demanda de un sistema real en un tiempo razonable. Es por ello que debemos estudiar la estructura matemática de este problema, para generar soluciones de calidad sorteando los obstáculos que el problema plantea, como las características del dominio matemático de un compresor, entre otras.

Una vez estudiadas las propiedades del problema nos damos a la tarea de proporcionar soluciones de calidad. Para ello, se plantean los siguientes objetivos:

- Desarrollar una extensa evaluación computacional en instancias de red, o modelos que involucren los tres tipos de topología de red existentes, reportando tiempo de cómputo, valor de desempeño del sistema, tipo de solución y número de iteraciones alcanzado. La finalidad de esto es proporcionar un marco de referencia más extenso del que ya existe en la literatura, al proponer instancias de red nuevas.
- Desarrollar un experimento computacional donde se contrasten algunos parámetros algorítmicos. Esto para proporcionar algunas condiciones bajo las cuales el empleo de estos parámetros sea benéfico. Como se muestra, el empleo de una implementación del algoritmo de gradiente reducido, tiene éxito en instancias de red complejas.

La metodología de estudio fué la siguiente: Primeramente se estudió la estructura matemática del problema, conjuntamente con los antecedentes y logros previos obtenidos por otras personas. Después se proponen un marco de referencia que toma tanto instancias de red previamente analizadas, como topologías nuevas, tanto lineales, de árbol o ramificadas y, sobre todo, estructuras cíclicas. Posteriormente se hace un estudio teórico del Algoritmo del Gradiente Reducido y se propone una evaluación computacional basada en esta metodología. Esta evaluación computacional del algoritmo sobre las redes propuestas se efectuó en una estación de trabajo Sun Ultra 10, utilizando como herramienta GAMS (software de modelación algebraica) en la fase de modelación y la implementación del Gradiente Reducido Generalizado (GRG) de CONOPT2.

## CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES

Las contribuciones científicas de esta tesis son:

- Evaluación computacional del GRG en el problema de minimización del consumo de combustible en una red de gas natural, en la cual se destacan algunos parámetros algorítmicos importantes
- Proporcionar un marco de referencia para trabajos futuros sobre el problema de minimización de consumo de combustible en una red de gas natural
- Aumentar el número de instancias cíclicas estudiadas, poniendo de manifiesto que la metodología arroja buenos resultados

Desde el marco científico se mostró que las técnicas de pre-procesamiento son vitales para poder obtener soluciones de calidad en este tipo de problemas, como lo avala la estadística empleada.

# TABLA DE CONTENIDO

<b>DEDICATORIA</b>	<b>iv</b>
<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<b>v</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>viii</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1 Importancia y Relevancia del Problema . . . . .	1
1.2 Antecedentes Científicos . . . . .	2
1.3 Objetivo de la Tesis . . . . .	5
1.4 Descripción de la Tesis . . . . .	7
<hr/>	
<b>2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>9</b>
2.1 Descripción del Problema . . . . .	9
2.2 Suposiciones . . . . .	11
2.3 Modelación Matemática . . . . .	12
<b>3 ALGORITMO DEL GRADIENTE REDUCIDO</b>	<b>20</b>
3.1 Generalidades del Algoritmo . . . . .	20
3.2 Importancia del Método . . . . .	22
3.3 Suposiciones y Formulación . . . . .	23
3.4 Descripción del Algoritmo . . . . .	24
3.5 Parámetros Algorítmicos Considerados . . . . .	26
<b>4 EVALUACIÓN COMPUTACIONAL</b>	<b>28</b>
4.1 Base de Datos Considerada . . . . .	29
4.2 Diseño Experimental . . . . .	30



4.3 Estadísticas . . . . .	72
<b>5 CONCLUSIONES Y APORTACIONES</b>	<b>75</b>
5.1 Conclusiones sobre la Manipulación de Parámetros . . . . .	75
5.2 Conclusiones sobre el Empleo del AGR . . . . .	77
5.3 Recomendaciones . . . . .	78
5.4 Contribución Científica . . . . .	79
<b>LISTADO DE TABLAS</b>	<b>85</b>
<b>LISTADO DE FIGURAS</b>	<b>91</b>
<b>A Conceptos Básicos de Programación No Lineal</b>	<b>92</b>
<b>B GAMS / CONOPT</b>	<b>101</b>
<b>C Prueba de los Signos</b>	<b>105</b>
<b>D Dominio de los Compresores</b>	<b>109</b>
<b>E Implementaciones</b>	<b>117</b>
E.1 Programa en GAMS-CONOPT . . . . .	117
E.2 Programa en MATLAB . . . . .	125
<b>F Cambio en Punto Inicial</b>	<b>129</b>
<b>G Topologías de Red</b>	<b>132</b>
<b>FICHA AUTOBIOGRÁFICA</b>	<b>142</b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Importancia y Relevancia del Problema

En el sector energético, es conocido que el gas natural es un recurso cuya optimización es prioritaria, no únicamente por su alto costo, sino porque constituye un recurso natural no renovable. A grandes rasgos, la industria del gas natural es dividida en *producción*, donde se localizan yacimientos, se hacen las perforaciones y operaciones necesarias para su extracción y procesamiento, *transportación*, en la cual se recurre a una serie de tuberías y aditamentos necesarios para desplazar el combustible y, finalmente, *ventas*, con sus contratos y políticas correspondientes a la distribución.

En este trabajo se trata con el problema de *transportar* el gas natural a través de una red de tuberías o gasoductos del modo mas económico posible. Conforme la industria del gas se ha desarrollado, las redes de gasoductos se han expandido de modo sorprendente, formando sistemas complejos y enormes. Conforme el gas fluye por los sistemas de red, el energético va perdiendo energía y presión dadas la transferencia de calor que existe entre los ductos y el medio ambiente y el choque intermolecular propio del gas y las paredes internas de los ductos.

Para compensar esta pérdida en energía y presión, se encuentran instalados compresores <sup>1</sup> a lo largo del sistema. Nuestro objetivo es encontrar los niveles de operación óptimos en los compresores de modo que se satisfaga la demanda de los clientes al tiempo que se incurre en el menor costo posible. Estos niveles de operación principalmente involucran la presión a la cual debe operar la red, así como a los niveles de flujo másico, aunque en realidad otras variables operacionales y de red están involucradas, como veremos en el capítulo siguiente. Este costo de transportación del gas es sumamente elevado y significativo, ya que las cantidades que se manejan a nivel industrial son enormes. Se estima que estos sistemas de redes consumen de un 3 a un 5% del total de gas transportado aproximadamente [20]. Utilizando técnicas analíticas de programación no lineal, se estima [18] que alrededor de un 20% de este costo de transportación puede ser ahorrado.

En esta tesis, se trabaja con un modelo matemático del problema, se desarrolla una implementación computacional en software de modelación algebraica [16], aportando nuevas topologías de red y se hace una evaluación completa del desempeño del algoritmo del gradiente reducido al considerar tres de sus parámetros, considerando aspectos diversos y avalando resultados en forma estadística. Los resultados obtenidos, así como las topologías consideradas, espero constituyan un marco de referencia para trabajos futuros en esta u otras aplicaciones industriales.

## 1.2 Antecedentes Científicos

El problema de minimización del costo del combustible incurrido por estaciones compresoras en una red de gas natural, en lo sucesivo PMCC, es uno de los problemas de aplicación práctica que ha recibido gran atención por parte de los especialistas dado el impacto económico tan fuerte que posee.

---

<sup>1</sup>En realidad se trata de estaciones compresoras, es decir, un conjunto de compresores de distintos tamaños, marcas, tipos y capacidades, conectados en paralelo.

En el siglo pasado se comenzaron a elaborar simulaciones numéricas relacionadas con redes de tuberías, las cuales fueron aumentando en exactitud conforme el desarrollo de las computadoras. El libro de Osiadacz [13] es una buena referencia en este sentido. Sin embargo, podemos decir que el primer esfuerzo por desarrollar algoritmos solución al PMCC desde la perspectiva de optimización lo hicieron Wong y Larson [17], quienes utilizaron técnicas de programación matemática o programación dinámica (DP, por sus siglas en inglés) para resolver topologías lineales de estructura sencilla. Lall y Percell [11] llevan más allá el análisis de Osiadacz al trabajar topologías de árbol, es decir, topologías con ramas o conexiones divergentes, además de haber sido los pioneros en incluir como variable de decisión el número de compresores a encender en una estación compresora dada. Más recientemente, Carter[5] desarrolló un algoritmo de DP no secuencial para trabajar con redes con ciclos cuando la variable *tasa de flujo másico* se fija en todos los arcos de la red.

La principal ventaja de utilizar la programación dinámica en el PMCC, así como en otras aplicaciones, está en que al finalizar el procedimiento y bajo ciertas condiciones, podemos garantizar que se ha alcanzado el óptimo global, o en su caso, los óptimos globales. La no linealidad en la estructura del problema es manejada con facilidad empleando programación matemática, lo cual constituye otra fuerte ventaja para el empleo de estas técnicas.

Sin embargo, la programación dinámica enfrenta carencias concretas: su aplicación está confinada prácticamente a estructuras de red simples, solamente lineales o de árbol<sup>2</sup>, y además, el tiempo de cómputo empleado en la búsqueda de la solución global crece en forma exponencial con el tamaño del problema [8] lo cual es conocido en investigación de operaciones, como el problema de la dimensionalidad.

En cuanto a otras ópticas de solución, Kim [9] trabajó en un procedimiento de aproximación heurístico para considerar topologías con ciclos. En 1999, junto con otros investigadores [10], extendió el análisis de Carter explotando la estructura del problema en un proceso que iterativamente ajustaba valores en las variables, también empleando en sus subrutinas programación

<sup>2</sup>Esto obedece a que, como lo demostró Osiadacz en 1987, es posible predeterminedar flujos en este tipo de configuraciones de red, facilitando el encontrar presiones óptimas. Esto no aplica en topologías con ciclos

dinámica. Percell y Ryan [15] abordaron el problema desde una perspectiva distinta, utilizando el método del gradiente reducido generalizado (GRG) de optimización no lineal. Con esta metodología, se pueden procesar instancias del problema más grandes, e incluso, con ciclos no dirigidos, con arcos compresores, dentro de la estructura de red. Sin embargo, dado que el método se basa en la definición del gradiente<sup>3</sup>, es posible que en el proceso de búsqueda del óptimo global, quedemos estancados en un óptimo local. Formalmente, con el procedimiento anterior, no se ha demostrado y por tanto no se puede asegurar que se ha alcanzado optimalidad global y esta falta de garantía teórica constituye la principal desventaja del método.

Wu, Boyd y Scott [19] presentaron un modelo matemático para el problema para una sola estación compresora. Después Wu et al. [20], consideraron estaciones compresoras con mayor número de unidades en paralelo y se aporta una cota inferior para el PMCC. Este trabajo de modelación constituyó la base para generar una implementación computacional, en la cual Villalobos Morales [16] abordó los tres tipos de topología de red mencionados, aplicando técnicas de preprocesamiento tales como escalamiento de variables<sup>4</sup>, acotamiento de variables y asignación de valores iniciales a las mismas. Como veremos en el Capítulo 2, la complejidad del modelo es elevada, por lo cual, el trabajo de pre-proceso elaborado por Villalobos Morales resulta necesario para encontrar soluciones al problema. Esta implementación computacional del problema constituye la base para la expansión de la base de datos y la evaluación algorítmica presentada aquí.

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Se han empleado también técnicas analíticas de optimización para modelos dependientes del tiempo, pero estos casos transitorios aumentan en gran medida la complejidad del problema al anexar una nueva variable tiempo al modelo y formar una ecuación más elaborada que la de dinámica de flujo<sup>5</sup>. El éxito en estos últimos ha sido modesto, al igual que en los casos de diseño de red [14].

La necesidad de continuar en la investigación para desarrollar nuevos algoritmos de optimización o perfeccionar y profundizar en los ya existentes es patente, pues conforme los mo-

<sup>3</sup>Véase apéndice A para conceptos básicos de Programación No lineal

<sup>4</sup>Tratar de equiparar el orden de magnitud en los coeficientes de las ecuaciones en el modelo matemático.

<sup>5</sup>Véase el capítulo 2.

delos se aproximan a la realidad, aumentan considerablemente su complejidad, permitiéndonos abordarlos solo bajo ciertas condiciones.

### 1.3 Objetivo de la Tesis

Una vez que hemos subrayado la importancia que tiene el estudio del PMCC, vemos que su solución es de gran interés para una gran cantidad de personas, tanto para quienes lo producen, como para quienes lo transportan y consumen, ya que indirectamente estos últimos cargan con el costo de transportación del energético.

Con el objetivo de encontrar soluciones que satisfagan los requerimientos al mínimo costo, muchos investigadores se dieron a la tarea de abordar este problema desde diferentes perspectivas y con diferentes técnicas de solución. Así vemos que algunos han recurrido a técnicas de Programación No Lineal (NLP), a la Programación Dinámica (DP) y Técnicas Heurísticas.

La complejidad del problema bajo la consideración de estado estable, es considerablemente elevada, dadas las características matemáticas del mismo, en las cuales profundizaremos en el capítulo siguiente. Por ello, las técnicas de preprocesamiento se hacen necesarias. El considerar el estado transitorio o dependiente del tiempo ofrece un reto aún mayor, pues necesitaríamos de variables para archivar los niveles de flujo en los arcos para diferentes instantes. El estado del arte en el estudio de este problema está en el empleo de técnicas de programación No Lineal Entera Mixta [6].

En este trabajo se aborda una técnica específica de Programación No Lineal para dar soluciones al PMCC, conocida como el Algoritmo del Gradiente Reducido Generalizado, el cual, como su nombre lo indica, es una generalización del algoritmo del gradiente reducido<sup>6</sup>. Esta generalización del método de Wolfe, llevada a cabo seis años después por Abadie y Carpenter

<sup>6</sup>Propuesto por el matemático Wolfe, en 1963.

[2], ha sido objeto de un número de modificaciones que lo han hecho más robusto, al grado de poder lidiar con infactibilidad inicial, por mencionar una característica avanzada. Una implementación muy importante es la conocida como el algoritmo CONOPT<sup>7</sup>, a la cual, le han sido añadidas muchas características que lo han revelado como una de las herramientas más finas en Programación No Lineal.

Con el objetivo de encontrar soluciones de mejor calidad, tanto en tiempo de cómputo como en valor del desempeño del sistema, en este trabajo retomamos tres tipos de red propuestas [16], considerando la modificación a algunos parámetros algorítmicos para mejorar las soluciones. Hasta el momento, solo se había podido trabajar con topologías que involucraran ciclos, bajo la condición de fijar variables de decisión (flujos) para obtener soluciones, o que el ciclo perteneciera a una red con un número de nodos muy reducido. Aquí explotamos la estructura del problema y las características del algoritmo para explorar un mayor número de topologías de ciclos, considerando problemas de dimensiones regulares y con varios ciclos no dirigidos en la topología.

Asimismo, y con el propósito de proporcionar un marco de referencia mayor para futuras investigaciones, se propone una base de datos de topologías de red involucrando sus tres diferentes tipos de instancias lineal, de árbol y con ciclos. Sobre estas nuevas topologías de red propuestas, se aplica el algoritmo para obtener soluciones de buena calidad. ®

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Con la selección de los parámetros algorítmicos como la longitud de paso, la tolerancia a la infactibilidad, el escalamiento y el punto inicial se pretende proporcionar las mejores condiciones bajo las cuales el empleo de este algoritmo de optimización no lineal nos arroja soluciones de calidad, con el respaldo de la estadística matemática.

---

<sup>7</sup>Véase Apéndice B

## 1.4 Descripción de la Tesis

En este capítulo se ha mostrado una introducción al problema en cuestión, mencionando aspectos importantes concernientes a su estudio, características y relevancia.

En el capítulo siguiente, veremos el planteamiento del problema, describiéndolo formalmente utilizando parte de la modelación matemática que Wu [18] ha propuesto para la descripción de los compresores. Presentaremos de igual manera la función objetivo o la función de desempeño del sistema, mencionando algunas fórmulas alternativas.

En ingeniería de sistemas, resulta común encontrar al modelar y tratar de resolver problemas de optimización, ver que existen objetivos en conflicto, por ejemplo, deseamos maximizar nuestras ganancias monetarias pero el hacerlo nos lleva a incurrir en un costo que muchas veces no es posible sortear. Por ello en la modelación de muchos problemas de la vida real o de aplicación práctica, nos encontramos con restricciones de varios tipos (funcionales, de estado, etc.). Estas se presentan como ecuaciones ó desigualdades y en el capítulo siguiente hablaremos detalladamente de cada una de ellas, desde las restricciones generales que encontramos en cualquier sistema de red (no necesariamente de tuberías) hasta las específicas para nuestro problema en cuestión, como la restricción de la dinámica de flujo, que ya hemos mencionado, entre otras. Como parte del problema lo constituyen el dominio factible<sup>8</sup> del compresor, profundizaremos en este aspecto. El Apéndice D auxilia en el entendimiento de la estructura matemática de un compresor presentando gráficos elaborados en el meta-lenguaje MATLAB.

Una vez establecido el modelo, en el Capítulo 3 abordaremos la metodología básica de solución al problema representado, el Algoritmo de Gradiente Reducido, que ha sido utilizado en otras muchas aplicaciones de optimización. Este algoritmo constituye la base o el fundamento del desarrollo de muchas aplicaciones, por lo cual, dedicamos una sección a mencionar su importancia y a mencionar cómo encaja en otras metodologías, y su lugar en la historia en el contexto de la programación no lineal. Menciono la formulación del algoritmo, sus etapas

<sup>8</sup>Nótese que el término *dominio factible* no constituye una redundancia.



iterativas, de inicialización y el criterio de parada. En el Apéndice A se hace un desarrollo sobre los principales conceptos matemáticos necesarios para la comprensión cabal del algoritmo presentado.

En el Capítulo 4 se presenta la base de datos considerada, especificando la nomenclatura en las topologías consideradas. Posteriormente se ahonda en los aspectos concernientes al diseño experimental, mostrando el enfoque utilizado para la evaluación de los parámetros algorítmicos, entre los cuales se incluye además el tratamiento de la elección del punto inicial. Dado que el procedimiento para la obtención de resultados está basado en el algoritmo CONOPT2, en el Apéndice B hacemos una explicación tanto del software de modelación algebraica base del algoritmo GAMS como del optimizador en sí. Posteriormente mostramos los resultados y las pruebas estadísticas que les dan validez. En el Apéndice C se anexa una explicación sobre estas pruebas.

Por último, los resultados y las aportaciones se presentan en el Capítulo 5. Las principales aportaciones en el presente son:

1.-Evaluación exhaustiva del desempeño del algoritmo GRG en redes de gas natural, involucrando topologías cíclicas.

2.-Aumento en la base de datos computacional de topologías de red para proporcionar marco de referencia.

Las implementaciones en GAMS/CONOPT y MatLab también forman parte de esta tesis en el Apéndice E.

# CAPÍTULO 2

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 2.1 Descripción del Problema

Como se mencionó en el capítulo primero, conforme un modelo matemático se aproxima a la situación real, mayor se hace el grado de dificultad para encontrar su solución, pues el modelo al representar cada vez más fielmente los hechos, se vuelve primeramente más difícil de representar en ecuaciones; luego, al incrementar el número de variables participantes, de restricciones y relaciones entre ellas, añaden características al dominio factible que lo pueden convertir en un modelo intratable (un modelo con complejidad alta puede tardar cientos de años para ser resuelto numéricamente, con la tecnología actual). Por último, los datos con los que se alimenta el modelo, en ocasiones son difíciles de precisar, ya que son datos a futuro o bien, difíciles de medir cuantitativamente, como lo son los gastos indirectos en una industria. Esto aplica tanto en modelación estocástica como en modelos determinísticos, como el que se reproduce en este trabajo.

En nuestro problema, tenemos un conjunto de componentes que se interrelacionan entre sí para lograr un objetivo: transportar gas natural desde un punto o puntos oferentes a los que

llamaremos *odos fuente*, hasta otras entidades consumidoras o clientes, a las que llamaremos *odos destino* (también conocidas en metodología de flujos de redes como *odos sumidero*). Esta transportación debemos efectuarla al menor costo posible, ya que como se mencionó anteriormente, un ahorro de un dígito porcentual es altamente significativo.

Como interfase entre los nodos sumidero y fuente, se tiene ya instalada una red de gasoductos, de diferentes largos y diámetros, además de válvulas y reguladores, entre otros elementos a los que distinguiremos en nuestro modelo como nodos de paso. Como veremos más adelante en las suposiciones del modelo, la distinción formal entre los tipos de nodos viene dada por el balance del flujo de masa en cada uno de ellos. Otro componente de importancia mayúscula son las estaciones compresoras. Estas cumplen una función básica en el acarreo del energético: contrabalancear la pérdida de energía y presión en el sistema debida al roce del fluido con las paredes internas del sistema de red y equilibrar la pérdida de energía debida al intercambio de calor entre el sistema y su medio ambiente circundante. Las estaciones de red son grandes instalaciones de compresores de diferentes capacidades, marcas, tipos y eficiencias conectados en paralelo.

---

Como notamos, los componentes ya están colocados, por lo tanto, no se trata de un problema de diseño o construcción de red, sino de optimización del desempeño de la misma. Es decir, encontrar los niveles a los cuales las estaciones compresoras deben operar de modo que se incurra en el mínimo costo posible, al tiempo que se satisface la demanda de los consumidores.

Aunque este problema podemos verlo desde el punto de vista de maximización de flujo, en este trabajo el enfoque será el de minimización de costo.

## 2.2 Suposiciones

Una vez que tenemos en claro cual es el problema a resolver, ahora entraremos en la parte del cómo empezaremos a atacarlo, para lo cual haremos las siguientes suposiciones<sup>1</sup>:

1. Establecemos que nuestro sistema se encuentra en estado estable. En otras palabras, el sistema no es dependiente del tiempo. Bajo esta suposición, no consideramos paros en el sistema, ni arranques, es decir, se considera que el sistema ha estado funcionando por una cantidad de tiempo relativamente grande. De considerar un modelo transitorio, tendríamos que agregar un número mayor de variables lo cual se traduciría en un aumento en la complejidad del problema.
2. La red es balanceada. Esto significa que el balance de flujo de masa en cada uno de los nodos así como en el sistema completo se cumple. La suma de todos los flujos de cada uno de los nodos en la red nos da un total de cero. Bajo esta suposición, no hay pérdida alguna en la cantidad de gas transportado. En realidad, ocurren pérdidas e inclusive las estaciones compresoras toman gas para poder funcionar y desplazar el gas, convirtiendo en energía parte de esta masa. Para sostener esta suposición, podemos ver este costo en el consumo como un costo de oportunidad, es decir, como si el combustible que alimenta las estaciones compresoras fuese proporcionado por proveedores externos en lugar de tomarlo del sistema, como ocurre en la práctica.
3. Se supone que cada uno de los arcos en la red tiene una sola dirección de flujo pre-especificada, esto es, el gas fluye por los ductos en un sentido solamente (a los arcos con flujos bidireccionales se les conoce como aristas en metodología de red). La red es dirigida.
4. Consideramos un proceso isotérmico, por lo cual, despreciamos el intercambio de calor existente entre el sistema y el medio ambiente que le rodea. De no tomar en cuenta esta suposición, la ecuación de dinámica de flujo sería reemplazada por una ecuación mas compleja.

---

<sup>1</sup>Para poder plantear un modelo matemático que sea tratable.

5. Suponemos que los parámetros del problema son conocidos, es decir, trabajaremos con un modelo determinístico.
6. El número de compresores es fijo en cada estación compresora. Los compresores están conectados en paralelo, que es la configuración popular en la industria, y consideramos que cada estación compresora cuenta con un mismo tipo de compresor (centrífugo), con igual capacidad y de igual marca. Como veremos más adelante, podemos trabajar con distintos tipos de compresores, pero en el presente trabajo se considera un tipo por análisis. Los compresores no tienen una capacidad infinita; más bien tienen un dominio de operación, que veremos al igual en la siguiente sección.

### 2.3 Modelación Matemática

En esta sección describimos los distintos elementos que configuran el modelo matemático tomado para representar el problema formalmente. Cabe señalar que Wu [18] es quien ha desarrollado el modelo que tomo para este estudio, por lo cual, para mayor información sobre el trabajo de modelación, consúltese a este autor.

#### Parámetros

Para cada instancia de red se definen los siguientes parámetros:

Sea  $\mathcal{N}$  el conjunto de nodos en la red. La cardinalidad de  $\mathcal{N}$  viene dada por la suma de todos los nodos de la red, es decir los nodos oferta (con balance de flujo positivo), los nodos demanda (con flujo neto negativo) y nodos de paso (con flujo neto igual a cero). Usaremos los índices  $i, j$  para representar elementos de este conjunto

Como siguiente parámetro en el modelo tenemos al conjunto  $\mathcal{A}$ , formado por los arcos en la red. En  $\mathcal{A}$ , distinguiremos dos subconjuntos disjuntos, el de los arcos ductos  $\mathcal{A}_p$  y el de los

arcos tipo compresores  $\mathcal{A}_c$ , con  $\mathcal{A} = \mathcal{A}_p \cup \mathcal{A}_c$

Como cada arco está definido por un par de nodos, usaremos  $(i,j)$  para representar al arco que une a los nodos  $i$  y  $j$ . A cada arco ducto  $(i,j)$  se le asocian los parámetros físicos o propiedades como el diámetro  $d_{ij}$ , la longitud  $l_{ij}$ , el factor de fricción  $f_{ij}$  y la capacidad  $U_{ij}$ . La resistencia del ducto  $r_{ij}$  se calcula en función de estos parámetros como  $r_{ij} = cr_{ij}l_{ij}/d_{ij}^5$ , donde  $c$  es la constante del gas. Véase el Apéndice E, la sección de implementaciones, para los valores utilizados en la práctica experimental de los parámetros mencionados en este apartado.

Asociados al gas y con base en la ciencia de la termodinámica, tenemos los parámetros del fluido: exponente isoentrópico  $m$ , la constante universal de los gases  $R$ , factor de compresibilidad  $Z$ , gravedad y calor específico,  $S_g$  y  $k$ , y temperatura promedio  $T$ .

El número de compresores en cada estación compresora es manejado en este modelo como un parámetro constante, como se vió en las suposiciones, igualado a una unidad compresora por cada estación. Los límites de presión inferior y superior en cada nodo son conocidos y denotados por  $p_i^L$  y  $p_i^U$ , respectivamente. La cantidad de flujo enviado y recibido por los nodos oferta y sumidero respectivamente, también es conocida de antemano y denotada en el modelo como  $b_i$  donde:

$$b_i > 0, \forall i \in \mathcal{N}_f$$

$$b_i < 0, \forall i \in \mathcal{N}_d$$

con  $\mathcal{N}_f$  y  $\mathcal{N}_d$  denotando los nodos fuente y destino respectivamente.

## VARIABLES: Descripción de una unidad compresora

Como mencionamos en la sección anterior, nos interesa encontrar los niveles a los que deben operar las estaciones compresoras. En otras palabras encontrar los valores de las variables tales que optimicen el acarreo del energético con las especificaciones de salida requeridas. Las variables a determinar directamente en el compresor son tres: Cabeza adiabática ( $H$ ), tasa de flujo volumétrico de entrada ( $Q$ ) y velocidad del compresor ( $S$ ). Sin embargo, es posible efectuar un mapeo de estas variables operacionales y así pasar a variables que facilitan el manejo del modelo en la metodología de red desde la perspectiva de optimización de flujo en redes. Estas cantidades son las verdaderas variables de decisión en nuestro modelo:  $v_{ij}$  como la variable flujo de masa en el arco  $(i, j)$ , donde  $(i, j) \in \mathcal{A}$ , y  $p_i$ , la presión en el nodo  $i$ , con  $i \in \mathcal{N}$ .

Las variables operacionales son las cantidades principalmente relacionadas con los compresores centrífugos. Estas magnitudes describen los límites de operación de una unidad compresora y se relacionan mediante las ecuaciones siguientes:

$$\frac{H}{S^2} = A_H + B_H \left(\frac{Q}{S}\right) + C_H \left(\frac{Q}{S}\right)^2 + D_H \left(\frac{Q}{S}\right)^3$$

$$\eta = A_E + B_E \left(\frac{Q}{S}\right) + C_E \left(\frac{Q}{S}\right)^2 + D_E \left(\frac{Q}{S}\right)^3$$

Donde  $A_H, B_H, C_H, D_H, A_E, B_E, C_E$  y  $D_E$  son constantes que dependen de la unidad compresora y generalmente pueden determinarse utilizando el método de los mínimos cuadrados tras la observación de los valores de las variables operacionales. Además de estas cantidades, también son dadas otras cuatro cantidades: la velocidad mínima y máxima del compresor  $S_{min}$  y  $S_{max}$ , así como los límites de la razón  $\frac{Q}{S}$ , denotados por *surge* y *stonewall*:

$$S_{min} \leq S \leq S_{max} \quad (2.1)$$

$$surge \leq \frac{Q}{S} \leq stonewall \quad (2.2)$$

Las ecuaciones que permiten la transformación entre los dos dominios de operación son las siguientes:

$$H = \frac{ZRT_s}{m} \left[ \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^m - 1 \right] \quad (2.3)$$

$$Q = ZRT \frac{v}{p_i} \quad (2.4)$$

donde  $m = \frac{k-1}{k}$ , la razón de calor específico  $k$ .

Una vez realizada la transformación a las variables  $v_{ij}$  y  $p_i$ , diferenciamos la presión de salida y de entrada en cada arco compresor como presión de descarga  $p_j$  y presión de succión  $p_i$  respectivamente (en general, para cualquier arco compresor  $(i, j)$  debe cumplirse que  $p_i \leq p_j$ ) de modo que el dominio de una estación compresora puede graficarse tridimensionalmente como en la Figura 2.1.

### Presión de Descarga

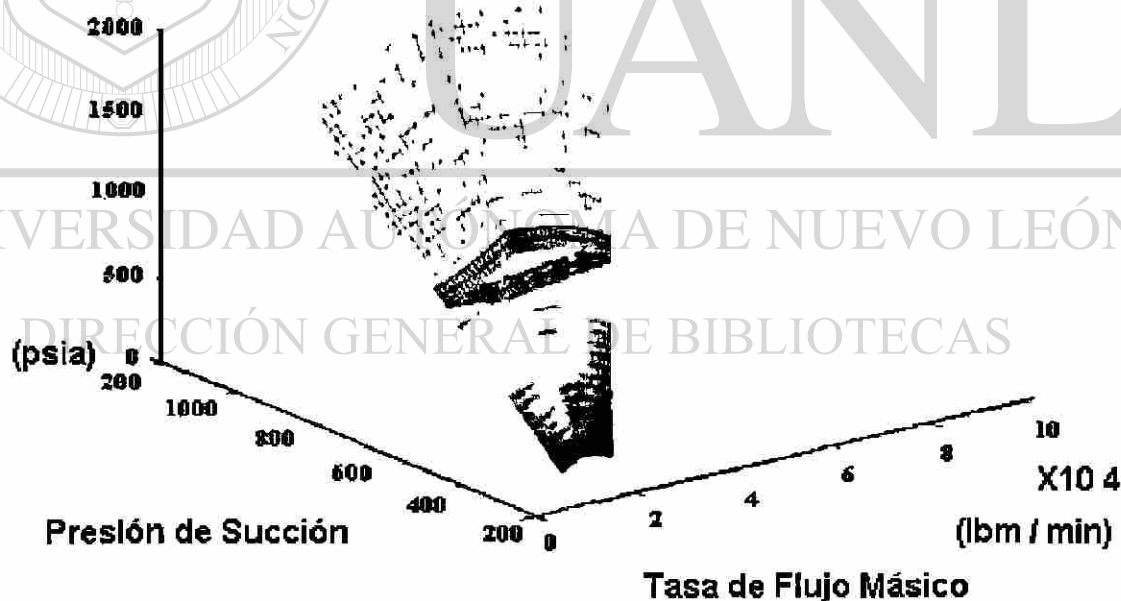


Figura 2.1: Dominio de una estación compresora

### Función objetivo

La función de desempeño del sistema está dada por la expresión:



$$\min \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}_c} g(i,j)(v_{ij}, p_i, p_j)$$

donde la función  $g$  nos da el consumo de combustible en unidades de potencia de cada estación compresora, necesario para transportar un flujo  $v_{ij}$  a través de un compresor. Esta expresión del consumo de combustible por unidad compresora esta dada por [18]:

$$g(v_{ij}, p_i, p_j) = \frac{c v_{ij} \left[ \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^m - 1 \right]}{\eta(v_{ij}, p_i, p_j)}$$

donde  $c = \frac{\alpha ZRT}{m}$  con  $\alpha$  un valor muy cercano a uno por conveniencia (esto en modelación dado que el gas se maneja a altas presiones; en la implementación empleada en este trabajo  $\alpha = 1$ ).

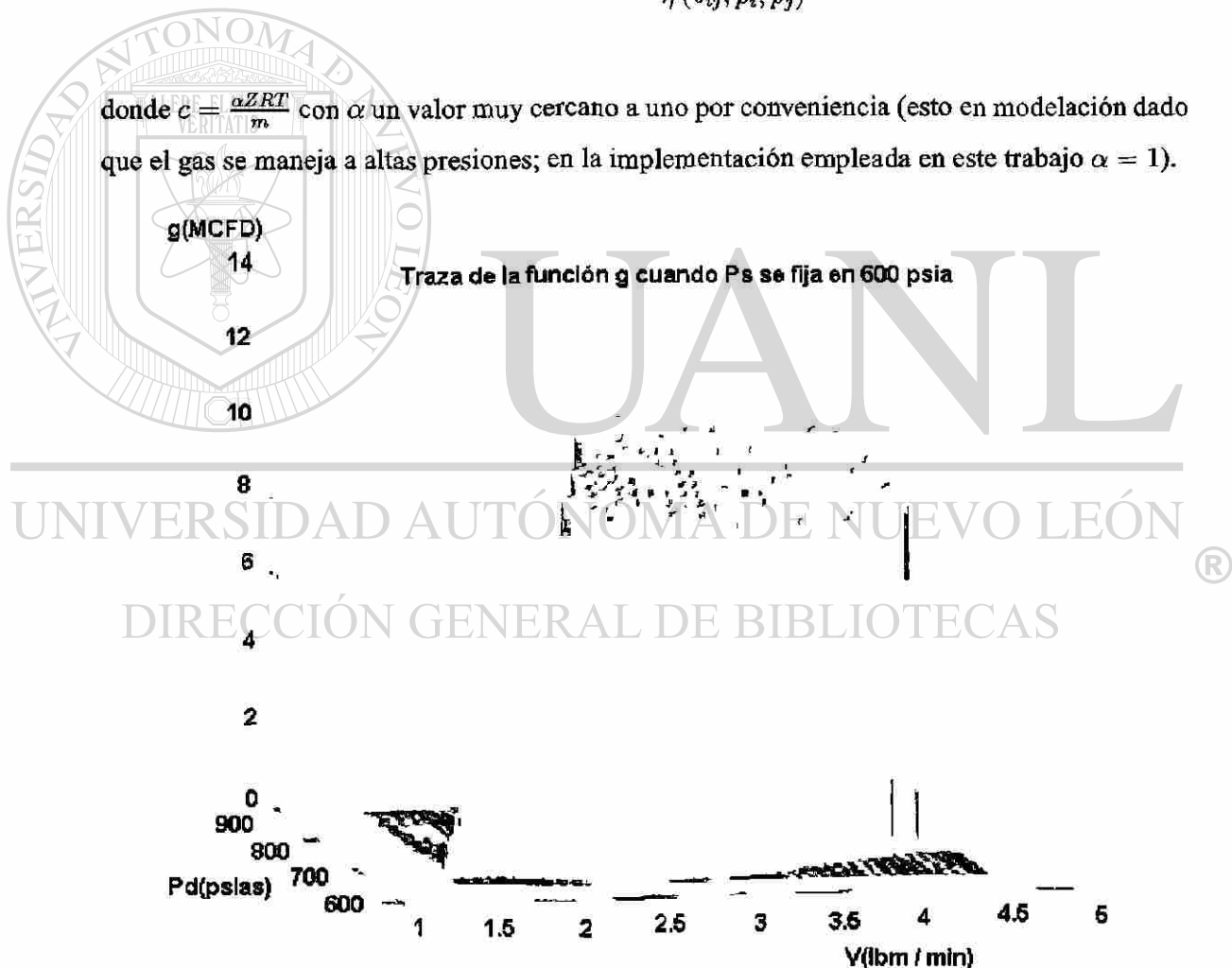
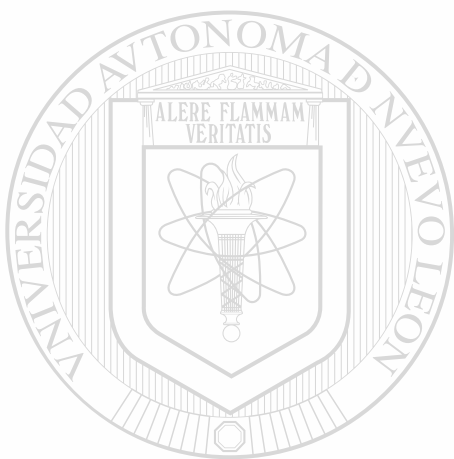


Figura 2.2: Traza de función de consumo de combustible

Los valores de  $g$  son también función del tipo de compresor utilizado (en este trabajo tomaremos datos de 8 tipos de compresor centrífugo encontrados comúnmente en la indus-

tria). Los valores de los parámetros conformantes de la expresión de consumo de combustible, así como los de los compresores, gas y restricciones pueden verse en el Apéndice E, correspondiente a las implementaciones computacionales en software de modelación algebraica GAMS.

El gráfico de una traza de esta función cuando  $p_i$  es fija revela características importantes como continuidad y suavidad (ver Figura 2.2).



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## Restricciones funcionales

Dada la suposición de balance de flujo, en donde no hay pérdidas de masa, tenemos que la cantidad neta de gas que tiene cada uno de los nodos será cero si se trata de un nodo de paso; una cantidad positiva si se refiere a un nodo fuente y una cantidad negativa si se trata de un nodo sumidero. Siendo así tenemos que:

$$\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{A}} v_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{A}} v_{ji} = b_i \quad i \in \mathcal{N}$$

con

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} b_i = 0$$

Cada uno de los ductos en la red tiene una capacidad determinada. Representamos esa restricción física con la siguiente ecuación:

$$v_{ij} \leq U_{ij}$$

con  $(i, j) \in \mathcal{A}_p$ . Las restricciones mencionadas son las típicas de un problema de flujo en redes.

Para describir los flujos en los ductos se han propuesto varias ecuaciones no lineales y de igualdad que describan esta dinámica que relaciona las caídas de presión con los flujos. En este trabajo tomaremos la ecuación de Osadacz [13], propuesta por este científico en 1987,

$$p_i^2 - p_j^2 = r_{ij} v_{ij}^2$$

con  $(i, j) \in \mathcal{A}_p$  donde  $r$  es una constante que describe la resistencia del ducto en función de sus dimensiones. Los rangos de presión se denotan por  $p_i^L \leq p_i \leq p_i^U$  donde  $i \in \mathcal{N}$ .

Con respecto a los límites de operación de cada unidad compresora, vemos que cada una tiene un dominio de operación, en el cual se delimitan tanto las presiones que estas pueden suministrar como el nivel de flujo. Esto es

$$(v_{ij}, p_i, p_j) \in \mathcal{D}_{(i,j)} \quad (i, j) \in \mathcal{A}_c$$

$\mathcal{D}_{(ij)}$  está dado algebraicamente por las restricciones (2.1) y (2.2), las cuales a su vez están relacionadas con  $v_{ij}$ ,  $p_i$  y  $p_j$ , mediante (2.3) y (2.4). En el Apéndice E se muestran algunas trazas de  $\mathcal{D}$  para los diferentes tipos de compresores y se anexan los códigos de los programas que genera.

Del estudio del modelo se desprenden las siguientes propiedades:

- La función objetivo es no lineal y no convexa.
- El dominio factible del compresor es no convexo.
- Las ecuaciones de flujo en los ductos son no lineales y definen un conjunto no convexo.

Estas características, como mencionamos en el capítulo primero, hace al problema particularmente difícil de abordar. En los antecedentes mencionamos qué técnicas se han empleado para abordar el problema. En el siguiente capítulo se describe el algoritmo del gradiente reducido, el cual constituye la base del método de solución aplicado al modelo. Como veremos, el empleo de este algoritmo aunque no garantiza un óptimo global, nos permite trabajar con problemas de mayor dimensionalidad y es accesible a topologías que involucran ciclos.

# CAPÍTULO 3

## ALGORITMO DEL GRADIENTE

### REDUCIDO

#### 3.1 Generalidades del Algoritmo



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Dentro de la programación no lineal podemos distinguir dos tipos de metodologías de solución: Aquellos en los cuales la solución al problema siempre está dentro de la región factible en toda la etapa de desarrollo y problemas en los que durante el procedimiento de solución escapamos de la región de factibilidad en un momento dado. Las metodologías que caen dentro del primer caso son conocidas como primales y el Algoritmo del Gradiente Reducido es una de ellas. Es importante mencionar que este algoritmo que describimos en este capítulo constituye la base del procedimiento computacionalmente utilizado para obtener los resultados expuestos en el capítulo siguiente (GRG y CONOPT2).

Estos métodos primales o de dirección factible nos mueven de un punto factible a otro también factible, y la estrategia típica es ir mejorando con cada movimiento en valor objetivo. Dado un punto factible  $\mathbf{x}_k$ , una dirección  $\mathbf{d}_k$  es determinada de modo que para  $\lambda \geq 0$  y sufi-

cientemente pequeña, se cumple que  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \lambda \mathbf{d}_k$  es factible y se cumple también que la función objetivo evaluada en la combinación lineal anterior es mejor que la evaluación en  $\mathbf{x}_k$ . Después de haber determinado una dirección  $\mathbf{d}_k$ , se resuelve un problema de minimización para determinar que tanto debemos avanzar sobre esa dirección. Esto nos llevará a un nuevo punto  $\mathbf{x}_{k+1}$  y el proceso se repite iterativamente. Esto nos llevará a un punto KKT (Karush Khun Tucker, ver Apéndice A para explicación de algunos conceptos fundamentales de la programación no lineal). Para hacer más uniformes y comprensibles los procesos de solución teórica, se ha estandarizado a minimizar siempre los problemas planteados, aunque evidentemente esto no es una regla, pues podemos maximizar o buscar una solución cada vez mayor en lugar de una menor, si el contexto del problema así lo indica. Esto solo para llevar un orden y evitar confusión.

El GRG es una técnica analítica de optimización no lineal. Es un procedimiento que genera direcciones factibles dentro de la región de factibilidad. Depende de reducir la dimensionalidad del problema mediante la representación de variables en términos de un subconjunto independiente de variables.

El GRG nos llevará en muchos de los casos a un óptimo local, pues no es posible garantizar que la solución alcanzada con su empleo sea la globalmente óptima, aunque sería el mejor de los casos. Sin embargo, nos permite trabajar con estructuras, topologías o bien problemas de dimensionalidad mayor a las alcanzadas con programación dinámica.

El método fue inicialmente propuesto por Wolfe en 1963 y fue generalizado para poder trabajar con restricciones no lineales por Abadie y Carpentier en 1969. Mencionamos algunos conceptos básicos de la programación no lineal necesarios para comprender el algoritmo en el Apéndice A. Para una información más extensa en este sentido véase [2].

## 3.2 Importancia del Método

El algoritmo al ser parte del desarrollo de la programación no lineal, constituye un fundamento importante para poder abordar problemas que surgen tanto en investigación de operaciones, ciencias de la administración, ingeniería industrial, matemáticas aplicadas, entre otras disciplinas. Estas vertientes de la optimización y la ciencia de la toma de decisiones encuentran aplicaciones prácticas numerosas entre las cuales destacan el control óptimo de producción e inventarios, el diseño, planeación de operaciones industriales y, como vemos en la presente tesis, encuentra aplicación también al modelar condiciones de estado estable en redes de gas natural.

Mencionaremos también que anteriormente en ingeniería podían aceptarse grandes factores de seguridad y empleo de recursos a discreción, pero hoy en día, dada la competencia, lo escaso y costoso de algunos recursos, ya no es adecuado trabajar con modelos así.

El método del gradiente reducido constituye la base del algoritmo de Gradiente Reducido Generalizado, que a su vez es el fundamento del algoritmo implementado por GAMS Development Corporation en uno de sus optimizadores llamado CONOPT2 [1], sobre el cual se hace la experimentación en los diferentes modelos que presentamos en el Capítulo 4, correspondiente a la evaluación computacional y resultados. El Apéndice B presenta los pasos claves del algoritmo del gradiente reducido generalizado, y sólo mencionaremos que el algoritmo de CONOPT2 contiene estructuras que lo hacen más eficiente y permite, por ejemplo, el empleo de optimización a gran escala. A continuación reproducimos el algoritmo fundamental de gradiente reducido, esencial para comprender los parámetros algorítmicos evaluados en el capítulo siguiente.

### 3.3 Suposiciones y Formulación

Consideremos el siguiente problema:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeto a } \quad A\mathbf{x}=\mathbf{b} \\ & \quad \quad \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

y consideremos que  $A$  es una matriz de  $m \times n$  con rango  $m$  completo,  $\mathbf{b}$  es un vector de  $m$  elementos y  $f$  es continua y diferenciable en  $\mathcal{R}^n$ . Asumimos que no existe degeneración en la delimitación de la región factible. Cualquiera de las  $m$  columnas en  $A$  es linealmente independiente de otra, y cada punto extremo de la región factible tiene estrictamente  $m$  variables positivas. Con esta suposición, cada solución factible tiene al menos  $m$  componentes positivos y a lo mucho,  $n - m$  componentes cero.

Ahora, sea  $\mathbf{x}$  una solución factible. Dada la suposición de no degeneración, notemos que la matriz  $A$  puede ser descompuesta en  $[B, N]$  y  $\mathbf{x}^t$  en  $[\mathbf{x}_B^t, \mathbf{x}_N^t]$  donde  $B$  es una matriz invertible  $m \times m$  y  $\mathbf{x}_B > \mathbf{0}$ . Aquí  $\mathbf{x}_B$  es llamado el vector de las variables básicas, y cada uno de sus componentes es estrictamente positivo. Los componentes del vector de las variables no básicas  $\mathbf{x}_N$  puede ser tanto un número positivo como un cero. Sea  $\nabla f(\mathbf{x})^t = [\nabla_B f(\mathbf{x})^t, \nabla_N f(\mathbf{x})^t]$ , donde  $\nabla_B f(\mathbf{x})^t$  es el gradiente de  $f$  con respecto al vector de variables básicas  $\mathbf{x}_B$ , y  $\nabla_N f(\mathbf{x})^t$  es el gradiente con respecto al vector de las variables no básicas  $\mathbf{x}_N$ . Añadiremos además que  $\mathbf{d}$  es una dirección con las características de ser factible y mejoradora de  $f$  en  $\mathbf{x}$  si  $\nabla_N f(\mathbf{x})^t \mathbf{d} < 0$ , y si  $A\mathbf{d} = \mathbf{0}$  con  $d_j \geq 0$  si  $x_j = 0$ . Especificaremos ahora un vector direccional  $\mathbf{d}$  que satisfaga estas propiedades. Primeramente,  $\mathbf{d}^t$  es descompuesto en sus componentes básicos y no básicos  $[\mathbf{d}_B^t, \mathbf{d}_N^t]$ . Notemos que  $\mathbf{0} = A\mathbf{d} = B\mathbf{d}_B + N\mathbf{d}_N$  automáticamente se cumple si, para cualquier  $\mathbf{d}_N$ , hacemos  $\mathbf{d}_B = -B^{-1}N\mathbf{d}_N$ . Sea  $\mathbf{r}^t = (\mathbf{r}_B^t, \mathbf{r}_N^t) = \nabla f(\mathbf{x})^t - \nabla_B f(\mathbf{x})^t B^{-1}A = [\mathbf{0}, \nabla_N f(\mathbf{x})^t - \nabla_B f(\mathbf{x})^t B^{-1}N]$  el gradiente reducido, y examinemos el término  $\nabla f(\mathbf{x})^t \mathbf{d}$ :

$$\nabla f(\mathbf{x})^t \mathbf{d} = \nabla_B f(\mathbf{x})^t \mathbf{d}_B + \nabla_N f(\mathbf{x})^t \mathbf{d}_N = [\nabla_N f(\mathbf{x})^t - \nabla_B f(\mathbf{x})^t B^{-1}N] \mathbf{d}_N = \mathbf{r}_N^t \mathbf{d}_N$$



Debemos escoger un vector  $\mathbf{d}_N$  de manera tal que  $\mathbf{r}_N^t \mathbf{d}_N < 0$  y que  $d_j \geq 0$  si  $x_j = 0$ . Tomemos la siguiente regla. Para cada componente no básico  $j$ , sea  $d_j = -r_j$  si  $r_j \leq 0$ , y sea  $d_j = -x_j r_j$  si  $r_j > 0$ . Esto garantiza que  $d_j \geq 0$  si  $x_j = 0$  y nos previene de hacer indebidamente pasos pequeños cuando  $x_j > 0$ , mientras  $r_j > 0$ . Esto también contribuye a hacer el mapeo de direcciones factibles cerrado, habilitando así la convergencia. Más aún,  $\nabla f(\mathbf{x})^t \mathbf{d} \leq 0$ , donde esta desigualdad se cumple estrictamente si  $\mathbf{d}_N \neq 0$ .

Hasta aquí se establece un método que genera direcciones factibles. Esto, así como el hecho que  $\mathbf{d} = 0$  si y solo si  $\mathbf{x}$  es un punto KKT, es probado mediante el siguiente teorema. El algoritmo converge a un punto de optimalidad local al menos.

**TEOREMA[2].** Consideremos el problema de minimizar  $f(\mathbf{x})$  sujeta a  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{x} \geq 0$ , donde  $A$  es una matriz de  $m \times n$  y  $\mathbf{b}$  es un vector  $m$ . Sea  $x$  una solución factible tal que  $x^t = (x_B^t, x_N^t)$  y  $x_B > 0$ , donde  $A$  es descompuesta en  $[B, N]$  y  $B$  es una matriz  $m \times m$  e invertible. Supongamos que  $f$  es diferenciable en  $x$ , y sea  $\mathbf{r}^t = \nabla f(x)^t - \nabla_B f(x)^t B^{-1} A$ . Sea  $\mathbf{d}^t = (\mathbf{d}_B^t, \mathbf{d}_N^t)$  la dirección formada como sigue. Para cada componente no básico  $j$ , sea  $d_j = -r_j$  si  $r_j \leq 0$  y  $-x_j r_j$  si  $r_j > 0$ , y entonces sea  $\mathbf{d}_B = -B^{-1} N \mathbf{d}_N$ . Si  $\mathbf{d} \neq 0$ , entonces  $\mathbf{d}$  es una dirección factible mejoradora. Más aún,  $\mathbf{d} = 0$  si y solo si  $\mathbf{x}$  es un punto KKT.

### 3.4 Descripción del Algoritmo

A continuación expongo el patrón o la estructura iterativa del algoritmo.

- Inicialización

Escogeremos un punto  $\mathbf{x}_1$  que satisfaga  $A\mathbf{x}_1 = \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{x}_1 \geq 0$ . Sea  $k = 1$  y vayamos al paso principal

• Paso Principal

– Primera parte

$$I_k = \text{conjunto de subíndices de } m \text{ mayores componentes de } \mathbf{x}_k \quad (3.1)$$

$$B = a_j : j \in I_k \quad N = a_j : j \notin I_k \quad (3.2)$$

$$\mathbf{r}^t = \nabla f(\mathbf{x}_k)^t - \nabla_B f(\mathbf{x}_k)^t B^{-1} A \quad (3.3)$$

Sea  $\mathbf{d}_k^t = (\mathbf{d}_B^t, \mathbf{d}_N^t)$ , donde  $\mathbf{d}_N$  y  $\mathbf{d}_B$  se obtienen como se indica en las ecuaciones (3.4) y (3.5) abajo, respectivamente. Si  $\mathbf{d}_k = \mathbf{0}$ , parar;  $\mathbf{x}_k$  es un punto KKT. (Los Multiplicadores de Lagrange asociados con  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  y  $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$  son, respectivamente,  $\nabla_B f(\mathbf{x}_k)^t B^{-1}$  y  $\mathbf{r}$ .) De no ser así, ir a la segunda parte.

$$d_j = \begin{cases} -r_j & : \text{ si } j \notin I_k \text{ y } r_j \leq 0 \\ -x_j r_j & : \text{ si } j \notin I_k \text{ y } r_j > 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{d}_B = -B^{-1} N \mathbf{d}_N \quad (3.5)$$

– Segunda parte

Resolver el siguiente problema de búsqueda de línea para  $\mathbf{d}$ :

Minimizar  $f(\mathbf{x}_k + \lambda \mathbf{d}_k)$

sujeito a  $0 \leq \lambda \leq \lambda_{max}$

donde

$$\lambda_{max} = \begin{cases} \min_{1 \leq j \leq n} \left\{ \frac{-x_{kj}}{d_{kj}} : d_{kj} < 0 \right\} & : \text{ si } \mathbf{d}_k \not\geq \mathbf{0} \\ \infty & : \text{ si } \mathbf{d}_k \geq \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.6)$$

y  $x_{jk}$ ,  $d_{jk}$  son los  $j$ -ésimos componentes de  $\mathbf{x}_k$  y  $\mathbf{d}_k$ , respectivamente. Sea  $\lambda_k$  una solución óptima y sea  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \lambda_k \mathbf{d}_k$ . Reemplazar  $k$  por  $k + 1$  y regresar a la primera parte.

### 3.5 Parámetros Algorítmicos Considerados

Como hemos visto en las secciones anteriores, el GRG constituye el fundamento base para el algoritmo computacional de CONOPT, empleado para la evaluación experimental. Directamente relacionado con el algoritmo básico, el parámetro de la longitud de paso  $\lambda$  mencionado en la sección anterior, corresponde a la solución al problema de búsqueda de línea unidimensional junto al criterio (3.6), en la que este escalar nos dice cuanto debemos movernos en la dirección del vector encontrado en (3.4) y (3.5), para que la solución siga siendo factible, y además, como este vector ha sido construido con base en el negativo del gradiente de la función, debe llevarnos sistemáticamente a un mejor (menor) valor objetivo. Internamente, CONOPT permite manipular este parámetro mediante un multiplicador o factor asociado a  $\lambda$ , llamado Multiplicador de la longitud de paso (Step Length Multiplier, RVSTLM). Este factor puede ser mayor a la unidad.

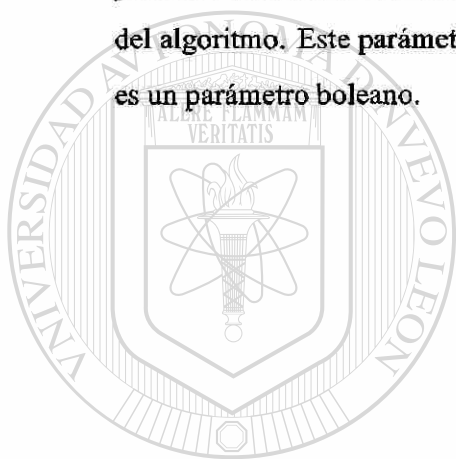
El valor correspondiente a este multiplicador debe entenderse como un valor máximo al cual  $\lambda$  puede crecer entre paso y paso. En otras palabras, la longitud de paso en la búsqueda de línea unidimensional está restringida a crecer en no más de este factor entre pasos sucesivos. Al ser este parámetro parte medular del método, su modificación, como veremos más adelante en el capítulo siguiente, será significativa, y por ende uno de los parámetros que deseo investigar.

A diferencia del GRG, CONOPT contiene mecanismos que facilitan la manipulación de datos. Uno de estos avances lo constituye el poder manejar en un momento dado puntos no factibles, permitiendo incluso comenzar a partir de uno de ellos. Esto divide el desarrollo del algoritmo de CONOPT en cuatro secciones, las primeras dos denominadas cero y uno, con la tarea de encontrar factibilidad, y otras dos secuencias, de optimización propiamente, denominadas dos y tres. Se tiene como parámetro para manejar la infactibilidad una Tolerancia mínima de factibilidad (Minimum feasibility tolerance, RTNWMI). Una restricción será siempre considerada cual si fuese factible si un valor asociado a ella llamado residual es menor que el producto de el máximo elemento en la matriz de diferenciaciones (jacobiano)<sup>1</sup> con el RTNWMI.

<sup>1</sup>Podemos pensar en esta matriz jacobiana como una generalización del gradiente con propiedades matemáticas más avanzadas, como el manejo de funciones que generan funciones.

El poder dar flexibilidad al rigor de exactitud del algoritmo en este sentido, puede ayudar a encontrar un mayor número de soluciones satisfactorias, ya que como quedó mencionado en el capítulo segundo, la estructura del problema es compleja.

Otro avance integrado en CONOPT lo constituye la posibilidad de automatizar parte del preprocesamiento del problema. Como se explica en el Capítulo 2, el modelo implementado ya consideraba el escalamiento [16], entre otros tipos de preprocesamiento. De no ser así, no hubiese sido posible encontrar soluciones por los atributos del problema. Existe un mecanismo que permite automatizar la frecuencia de escalamiento y así mejorar sensiblemente el desempeño del algoritmo. Este parámetro que enciende la automatización del escalamiento es LSSCAL y es un parámetro boleano.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPÍTULO 4

## EVALUACIÓN COMPUTACIONAL

En este capítulo se presenta y propone una extensa base de datos con topologías de red para modelar el PMCC. Esta base de datos considera los tres tipos de topologías de red existentes, (a) lineal, (b) de árbol y (c) con ciclos, y es presentada utilizando una nomenclatura sistemática, ordenada y lógica. Un total de quince redes distintas entre las cuales están las tres consideradas en [16], es tomada en cuenta. Cada una de estas variantes del problema o topologías de red, es expuesta al mismo diseño experimental, el cual se explica también en esta sección, considerando principalmente los parámetros algorítmicos mencionados al final del capítulo anterior y una variación en el punto inicial de acuerdo con un estudio en los niveles de las variables particulares. Se contrastan los resultados experimentales y se someten a una prueba estadística no paramétrica.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Prueba de los signos para experimentos pareados (Apéndice C).

## 4.1 Base de Datos Considerada

A continuación se presenta en la Tabla 4.1 la base de datos de topologías de red considerada en forma tabular, donde  $n$ ,  $m$  y  $l$  representan los nodos, arcos y arcos compresores en la red, respectivamente. En el Apéndice G se muestra en forma gráfica cada una de las topologías consideradas.

Instancia	tipo	n	m	l
net-a-5c1	lineal	5	4	1
net-a-6c2	lineal	6	5	2
net-a-8c3	lineal	8	7	3
net-b-10c3	árbol	10	9	3
net-b-11c4	árbol	11	10	4
net-b-15c6	árbol	15	14	6
net-b-39c14	árbol	39	39	14
net-c-13c5	cíclica	13	14	5
net-c-17c6	cíclica	17	18	6
net-c-6c2	cíclica	6	6	2
net-c-8c3	cíclica	8	8	3
net-c-9c3	cíclica	9	9	3
net-c-15c5	cíclica	15	15	5

Tabla 4.1: Base de datos

La nomenclatura asociada a cada una de ellas consta de cinco elementos, a saber: la palabra *net*, significando que se trata de una red, la letra *a*, *b* ó *c*, referencia a los tipos de topologías de línea, de árbol o cíclicos, respectivamente; un primer número que nos dice el total de nodos en la red; la letra *c* significando compresor y finalmente un segundo número indicando el total de arcos compresores<sup>2</sup>. En el caso del punto inicial, los programas donde se varía este les he extendido el nombre agregando la letra *a* y un tercer número indicando el porcentaje de variación de la cota de la variable inicialmente propuesto<sup>3</sup>

<sup>2</sup>que representan estaciones compresoras, en este trabajo, con un solo compresor encendido en cada una de ellas. En [6] se presenta un trabajo donde con un modelo de optimización entero-mixta, se considera el número de compresores a encender en una estación compresora dada.

<sup>3</sup>del valor promedio, a 10%. Ver apéndice F

Así, tenemos seis topologías cíclicas, con hasta 17 nodos considerados. El estudio de las topologías cíclicas es de particular interés para la generación de conocimiento y en el renglón industrial, por lo cual, la presente tesis hace énfasis en el estudio de este tipo de topologías cuya configuración ofrece alternativas novedosas. En la tabla, tenemos también topologías ramificadas, o tipo árbol, las cuales son también importantes por ser las que se encuentran instaladas en la industria actualmente en mayor cantidad. Para dar continuidad a estudios anteriores y ofrecer algunas nuevas soluciones, se ingresaron a la base de datos tres topologías básicas de red o instancias lineales.

## 4.2 Diseño Experimental

Antes de evaluar el desempeño algorítmico, fue necesario encontrar flujos factibles para las redes. Esto se llevó a cabo a prueba y error modificando en el modelo la sección de parámetros, en la cantidad de flujo tanto de los nodos oferta como de los nodos demanda, hasta lograr obtener flujos que nos dieran por resultado una solución al menos factible. En las instancias de menor tamaño, fué posible incluso establecer un rango de flujos factibles. Evidentemente, conforme crece el tamaño y complejidad del problema, se hacía más difícil encontrar esto y los rangos se estrechaban considerablemente o se volvían discontinuos. En la Tabla 4.2, se muestra un ejemplo de los rangos de operación factibles iniciales propuestos que derivaron en soluciones factibles. Estos aparecen precedidos por el número de nodo oferta o demanda y un guión. Para un análisis más detallado en este renglón, véanse los archivos en el servidor del programa:

`http://yalma.fime.uanl.mx/~humberto/ftp`

muestra el rango probado exitosamente, o bien, en los casos difíciles, el valor que proporcionó solución.

Instancia	n oferta-flujo <sup>4</sup>	n demanda-flujo	c
net-a-5c1	1-250	4,5-125	1
net-a-6c2	1-500	6-500	2
net-a-8c3	1-400	8-400	3
net-b-10c3	1-600	5,6,7,10-100, 9-200	4
net-b-11c4	1-860	5-400,10-160,11-300	5
net-b-15c6	1-1800	5,9,15-500, 12-100, 14-200	6
net-b-39c14	1,2,3-2400	10,14,15,20,21,27 - 600 12,16,39 - 350 19,26 - 400 34,35-425 37 - 900	8
net-c-13c5	1-680,11-300	5-100 6-80 9-200 10,13-300	1
net-c-17c6	1,6-1200	14,17-400 15,16-800	7
net-c-6c2	1-1100	6-1100	6
net-c-8c3	1-600	5,8-300	2
net-c-9c3	1-400 4-500	6,8,9-300	3
net-c-15c5	1,2,3-400	11,12,13,14,15-200	2

Tabla 4.2: Algunos flujos factibles implementados

Así, es fácil ver que para la topología net-a-5c1-c1, 250 miles de millones de pies cúbicos por día es un flujo factible, cuando el compresor 1 está siendo considerado. En cada nodo demanda, 125 se establece como flujo. Véase la página 34 para ver la correspondencia entre los nombres de los compresores y la numeración asignada. En el caso de la topología net-b-10c3, cuando el compresor 4 es considerado, se establece como parámetro en el nodo oferta 600 MMSCFD, y en los nodos demanda 100, excepto en el nodo 9 donde se fija en 200 MMSCFD, como lo muestra la misma tabulación 4.2, donde las columnas intermedias muestran los nodos seguidos de un guión que los separa del valor de flujo asignado, y la última columna muestra el compresor considerado en la obtención de ese resultado específicamente.

Cada instancia del problema se corrió computacionalmente para cada uno de los ocho compresores considerados [9]<sup>5</sup>. En el trabajo de Kim [9] se presentan nueve diferentes grupos de datos para compresores centrífugos distintos, pero por similitud, en este trabajo se cancela uno por ser numéricamente equivalente a otro.

<sup>5</sup>Identificados con números del 1 al 8, ver Apéndice D con explicación de la estructura de los compresores y el Apéndice E para las variaciones en la implementación de los mismos



Para cada corrida, se recolectaron los valores de:

- Numero de iteraciones
- Tipo de solución (solver status)
- Desempeño del sistema (valor en la función objetivo o de consumo de combustible)
- Tiempo de CPU

El diseño experimental se muestra esquemáticamente en la Figura 4.1, donde A representa el conjunto de datos obtenido inicialmente, con los parámetros algorítmicos predeterminados. P, representa el conjunto de datos al modificarse el punto inicial. Los datos en B se obtienen también a partir de A modificando el parámetro del escalamiento automático. Las flechas azules representan cambios para obtener los datos con longitud de paso alterada y las flechas rojas el cambio en la tolerancia máxima permitida para obtener D y E.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

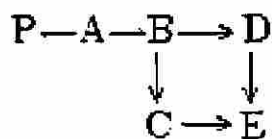


Figura 4.1: Esquema del diseño experimental

### Primer Experimento

El primer experimento tiene por objetivo comparar la sensibilidad del parámetro LSSCAL, para lo cual primeramente, se corre cada instancia de red en el modelador algebraico/optimizador no lineal GAMS/CONOPT2, con los valores default. Esto es:

- Parámetro de escalamiento LSSCAL: valor default false
- Parámetro de longitud de paso RVSTLM: valor default 4
- Parámetro de tolerancia de factibilidad RTNWMI: valor default: 4.d-10

Con los valores obtenidos para cada una de las cuatro variables consideradas, y para cada instancia de red, lo que obtenemos es nuestra muestra inicial, que nos servirá como punto de partida para las comparaciones con los experimentos subsecuentes.

Los resultados de estas primeras corridas se muestran en las Tablas 4.3 y 4.4. En la primera de ellas se muestran el número de iteraciones y el estatus del solver o tipo de solución alcanzada. En la segunda, se muestra el valor objetivo y el tiempo incurrido por el computador en alcanzar la solución.

Las literales que acompañan a cada número de iteraciones nos dan el estado del optimizador o el tipo de solución alcanzada<sup>6</sup>:

<sup>6</sup>Mensaje de terminación en la ejecución de la corrida

- O : Optima Local
- F : Factible
- N : No factible
- A : Una ecuación en el modelo no pudo resolverse porque una variable crítica esta en cota.
- T : Tolerancias son mínimas y no hay cambio en la función objetivo, aunque el gradiente reducido es mayor que la tolerancia
- R : Gradiente reducido menor a la tolerancia
- C : Convergencia muy lenta
- B : No hay variables superbásicas
- E : Error de ejecución
- D : Una derivación inicial es demasiado grande

Los números en la tabla correspondientes al primer renglón, que van del 1 al 8, se relacionan con los siguientes compresores:

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

- 1 : Bellvan-k1
- 2 : Bellvan-k3
- 3 : Bethany-k1
- 4 : Bethany-k2
- 5 : Hamper-k1
- 6 : Rakeey-k1
- 7 : Rakeey-k2

- 8 : Snarlin-k1

Nota: el compresor Bellvan-k2 es numéricamente idéntico en los resultados que presenta [9], por lo cual no se incluyó en la tabla.

PARAMETROS DEFAULT, PUNTO INICIAL 50% DE COTAS  
NUMERO DE ITERACIONES - ESTATUS DEL OPTIMIZADOR

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	27-O	34-O	21-O	41-O	55-O	53-O	50-O	52-O
net-a-6c2	57-O	94-O	390-O	33-O	171-FT	42-O	275-O	36-O
net-a-8c3	50-O	55-O	111-FT	43-O	181-O	0-NA	383-O	63-O
net-b-10c3	50-O	33-O	46-O	43-O	213-O	60-NR	163-O	330-O
net-c-6c2	91-FT	101-FT	48-O	93-FC	191-FT	120-O	941-FT	119-O
net-c-8c3	551-FT	81-FT	55-O	93-O	114-O	47-O	141-FT	50-O
net-c-9c3	88-O	311-FT	151-FT	39-O	211-FT	57-O	928-O	69-O
net-b-11c4	49-O	205-O	571-FT	40-NB	111-FT	71-NT	271-FT	75-O
net-b-15c6	64-O	474-O	109-NC	54-O	170-NT	114-O	94-O	74-O
net-c-13c5	66-O	91-O	89-O	161-NT	161-NT	181-NT	81-O	0-NA
net-c-17c6	191-NT	89-NR	251-NT	211-NT	121-NT	180-NC	247-O	77-NR
net-c-15c5	154-O	91-FT	101-FT	66-O	121-FT	62-O	98-O	85-O
net-b-39c14	198-NB	235-NR	219-NR	186-NB	184-O	191-NR	137-O	180-O

Tabla 4.3: Primer experimento, parámetros algorítmicos default

DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS

PARAMETROS DEFAULT, PUNTO INICIAL 50% DE COTAS  
 VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO[lbf\*ft/lbm] y tiempo CPU[seg]

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	525579 0.09	398072 0.09	316604 0.01	704412 0.06	698215 0.19	260474 0.04	463542 0.09	339210 0.04
net-a-6c2	3302098 0.24	1603821 0.85	1683501 1.94	3387847 0.012	6761444 1.13	1140040 0.17	1990707 2.11	4265139 0.11
net-a-8c3	2536919 0.28	1935759 0.38	3328005 0.65	3392587 0.19	3138083 1.32		2144239 3.25	3356384 0.33
net-b-10c3	3369390 0.20	2595660 0.19	2143306 0.17	4461216 0.22	2977244 1.95		2063867 1.65	3949793 2.49
net-c-6c2	4026195 0.67	7175602 0.46	1393061 0.27	3155661 0.56	4129924 0.57	988998 0.52	2510621 6.56	1302964 0.52
net-c-8c3	2416393 4.95	1732735 0.52	1236614 .28	2652344 0.48	2380348 0.58	1662494 0.26	2269821 0.98	1948453 .16
net-c-9c3	3051327 0.46	3357496 2.57	3052094 1.11	4219394 0.12	4664134 1.61	1880386 0.15	2733233 7.97	2206427 0.40
net-b-11c4	7411295 0.12	5825742 1.94	4721087 5.90		8638050 0.83		5869988 2.09	3258137 0.59
net-b-15c6	9493108 0.49	7460145 5.99		12276218 0.29		3941991 1.01	7056012 0.72	6323897 0.34
net-c-13c5	5264282 0.23	3254273 0.37	7775475 0.38				2566856 0.31	
net-c-17c6							11297836 1.803	
net-c-15c5	6313810 0.92	5073880 0.80	3926092 0.59	7263960 0.24	8034361 0.96	2071648 0.36	3729870 0.40	2679760 0.41
net-b-39c14					26553142 2.90		29648157 1.41	18823438 1.81

Tabla 4.4: Primer experimento, parámetros algorítmicos default

Una vez que hemos presentado las tablas de resultados base A, es decir, con los parámetros default, y visualizado en la primera tabla de resultados los valores correspondientes a número de iteraciones y status del solver, mientras que en la segunda el valor de la solución objetivo y el tiempo de cómputo, veamos las dos tablas siguientes correspondientes a la modificación del primer parámetro, el escalamiento, para obtener el conjunto de datos B. Los resultados se presentan en las Tablas 4.5 y 4.6, siendo este el fin del primer experimento.

Nótese el número mucho mayor de soluciones donde el status del solver ha alcanzado optimalidad local, así como una considerable reducción en el número de iteraciones promedio<sup>7</sup>.

PUNTO INICIAL: MEDIA DE LAS COTAS LSSCAL TRUE

NUMERO DE ITERACIONES - TIPO DE SOLUCION

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	20-O	24-O	25-O	28-O	21-O	27-O	21-O	28-O
net-a-6c2	36-O	34-O	42-O	26-O	32-O	22-O	34-O	30-O
net-a-8c3	34-O	44-O	50-O	31-O	42-O	0-NA	43-O	33-O
net-b-10c3	30-O	29-O	38-O	28-O	37-O	38-NB	27-O	31-O
net-c-6c2	49-O	32-O	46-O	47-O	60-O	44-O	83-O	51-O
net-c-8c3	46-O	52-O	40-O	31-O	51-O	26-O	41-O	44-O
net-c-9c3	58-O	59-O	47-O	28-O	46-O	34-O	45-O	90-O
net-b-11c4	37-O	31-O	41-O	31-NB	58-O	35-NR	54-O	52-O
net-b-15c6	48-O	53-O	61-O	36-O	73-O	34-O	69-O	40-O
net-c-13c5	38-O	70-O	49-O	38-NB	59-O	48-NB	51-O	0-NA
net-c-17c6	85-NB	45-NB	82-O	48-NB	71-O	49-NB	189-O	57-NB
net-c-15c5	40-O	48-O	51-O	46-O	51-O	43-O	59-O	67-O
net-b-39c14	114-NR	0-ND	0-ND	168-NR	115-O	146-NB	98-O	114-O

Tabla 4.5: Primer experimento, modificando LSSCAL a Verdadero

<sup>7</sup>Los tres resultados óptimos en el último renglón de esta tabla se obtuvieron modificando el valor de otro parámetro algorítmico, el RTJMAX, o máximo elemento de la matriz jacobiana, donde se almacenan valores de derivadas, aumentándose. De no haberse modificado, los resultados de estos tres valores serían 0-ND

LSSCAL VERDADERO, PUNTO INICIAL 50% DE COTAS  
 VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO[lbf\*ft/lbm] y tiempo CPU[seg]

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	525579 0.01	398072 0.02	316604 0.02	704412 0.02	698215 0.03	260474 0.01	463542 0.03	339210 0.01
net-a-6c2	3302098 0.09	1603821 0.07	1683501 0.09	3387847 0.06	2846896 0.09	1140040 0.03	1990707 0.05	4265139 0.03
net-a-8c3	2536919 0.09	1935759 0.12	1771306 0.15	3392587 0.06	3138083 0.12		2144239 0.08	3356384 0.07
net-b-10c3	3369390 0.07	2595660 0.07	2143306 0.11	4461216 0.06	2977244 0.09		2063867 0.05	3949793 0.05
net-c-6c2	2312548 0.10	1751520 0.10	1393061 0.10	3099415 0.11	2468864 0.10	988998 0.05	1706693 0.23	1302964 0.06
net-c-8c3	1952991 0.14	1502266 0.11	1236614 0.08	2652344 0.07	2380348 0.09	1662494 0.03	2011081 0.08	1948453 0.05
net-c-9c3	3051327 0.16	2451209 0.16	2213228 0.08	4219394 0.06	3751702 0.13	1880386 0.02	2733233 0.10	2206427 0.24
net-b-11c4	7411295 0.11	5825742 0.08	4316412 0.13		5206024 0.17		4384692 0.08	3258137 0.11
net-b-15c6	9493108 0.14	7460145 5.96	6346537 0.27	12276218 0.10	9459982 0.31	3941991 0.11	7056012 0.29	6323897 0.06
net-c-13c5	5264282 0.07	3254273 0.15	7775475 0.13		5153784 0.20		2656856 0.05	
net-c-17c6			11351856 0.46		12469713 0.32		11297836 0.71	
net-c-15c5	6313810 0.13	4232330 0.15	3555353 0.14	7263960 0.16	4762718 0.26	2071648 0.07	3729870 0.15	2679760 0.20
net-b-39c14					26553142 0.72		29648157 0.53	18823438 0.58

Tabla 4.6: Primer experimento, modificando LSSCAL a verdadero

Como vemos, el efecto en los valores de salida fué notoriamente mejor con respecto a la variación en los otros parámetros, por lo cual, en lugar de proponer un experimento  $2 \times 2 \times 2$  se tomarán los valores obtenidos de la modificación del parámetro LSSCAL (B del esquema del diseño experimental) como los valores iniciales, y a partir de ellos se llevará a cabo una variación en cada uno de los dos parámetros restantes <sup>8</sup>.

La motivación en el cambio de los valores fué la siguiente: para LSSCAL, queremos probar que la automatización del escalamiento producirá una mejora en los resultados en general, al simplificar el trabajo computacional, especialmente en tiempo de CPU y número de iteraciones.

Las Figuras 4.2 a 4.13 muestran un comparativo de los resultados AB.

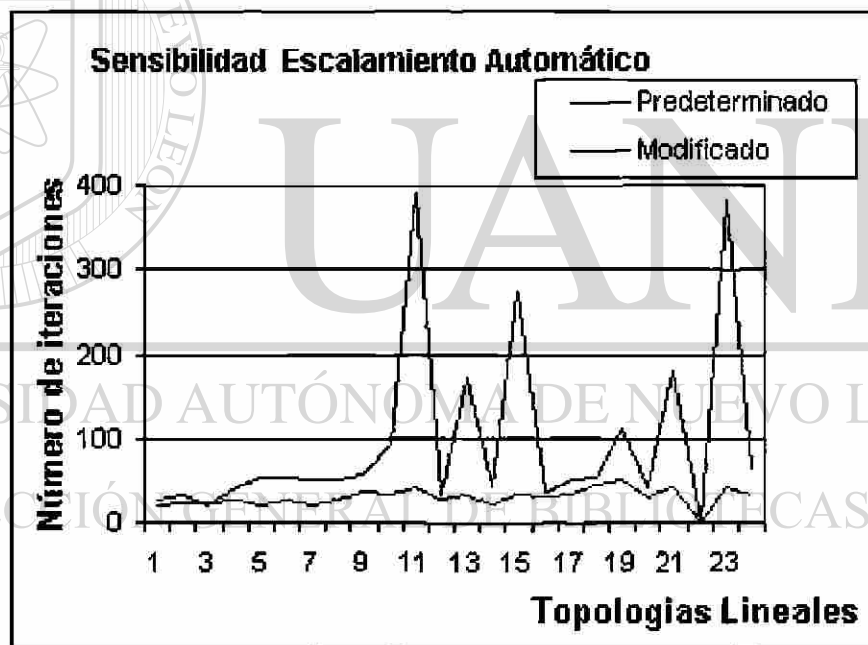


Figura 4.2: Comparativo del número de iteraciones AB

<sup>8</sup>De esta manera, trataremos con un experimento  $2 \times 2$ , es decir, con LSSCAL true, analizamos RVSTLM y RTNWM a dos niveles



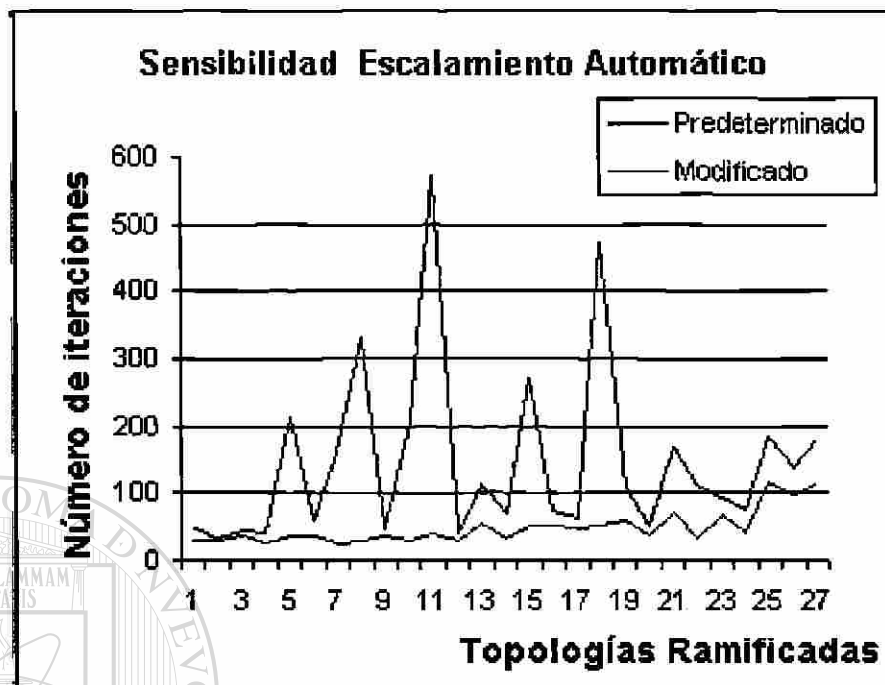


Figura 4.3: Comparativo del número de iteraciones AB

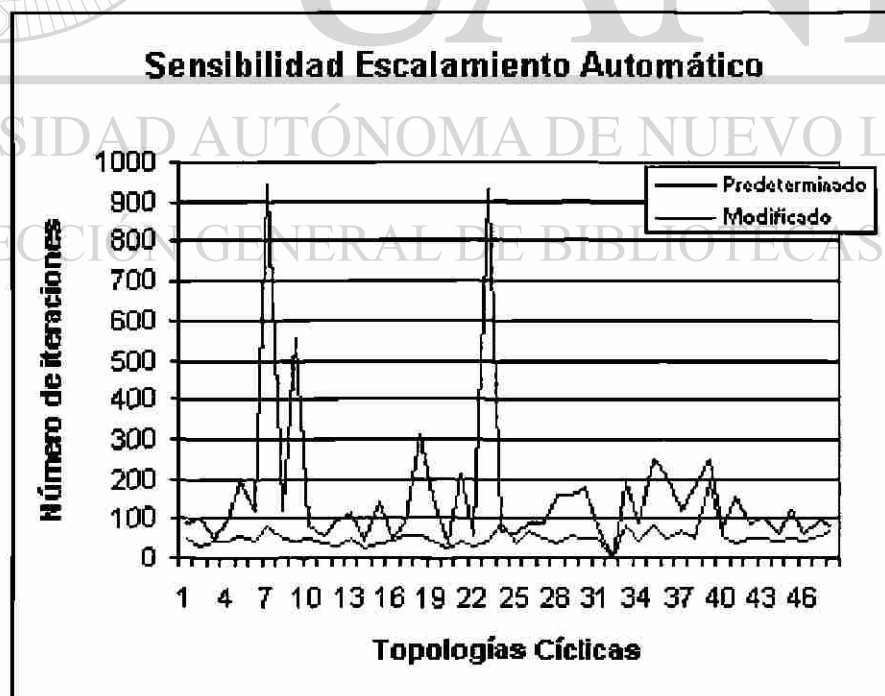


Figura 4.4: Comparativo del número de iteraciones AB

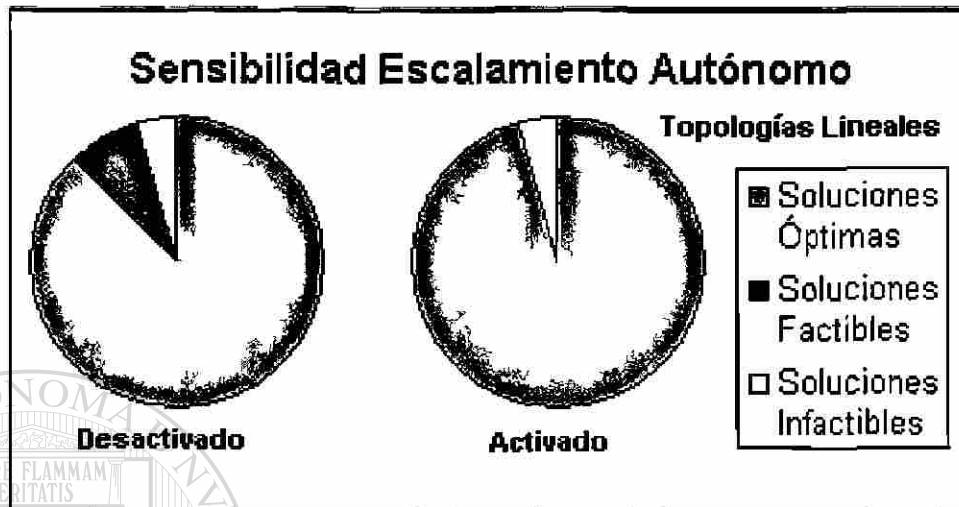


Figura 4.5: Comparativo del estado final del programa para AB

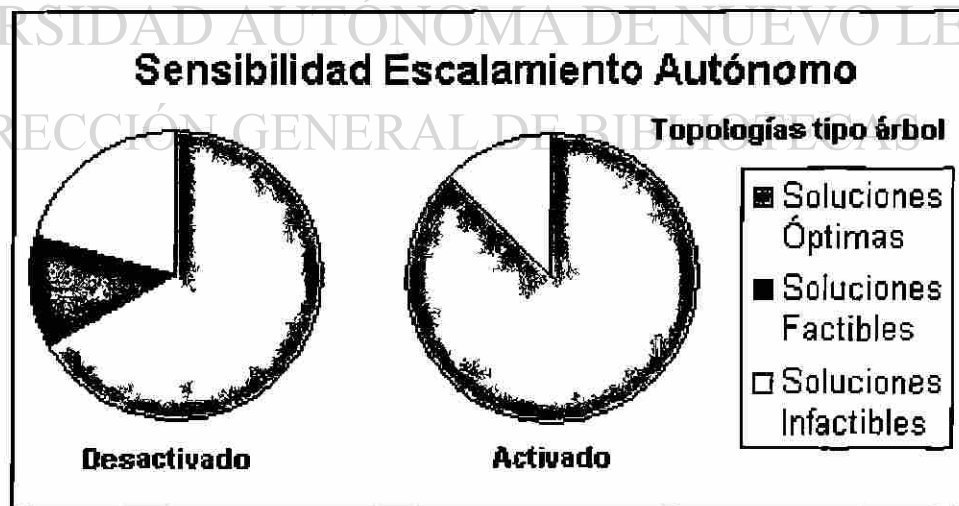


Figura 4.6: Comparativo del estado final del programa para AB

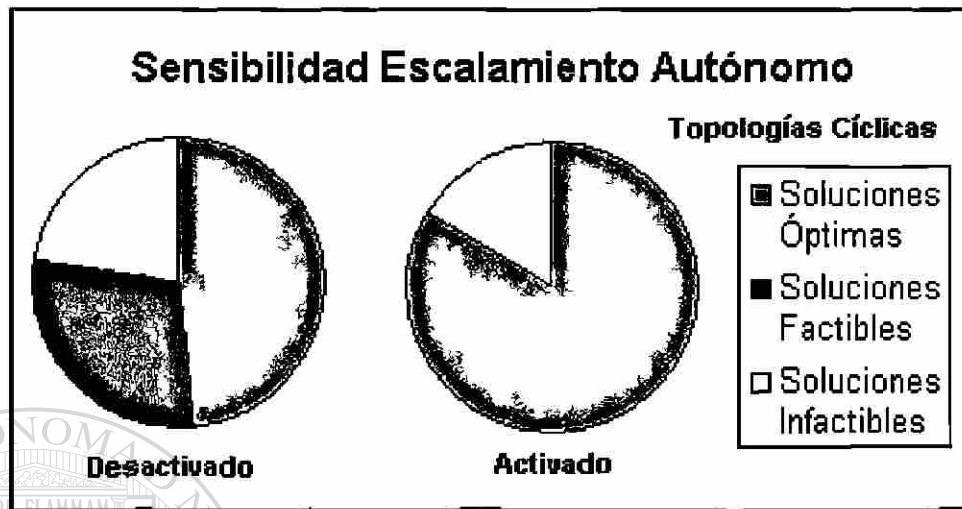


Figura 4.7: Comparativo del estado final del programa para AB

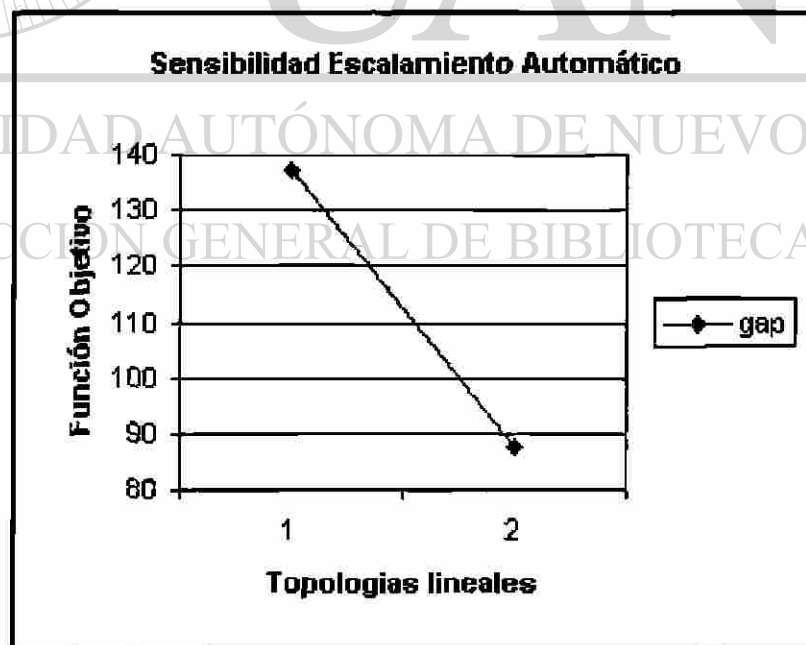


Figura 4.8: Comparativo desempeño del sistema para AB

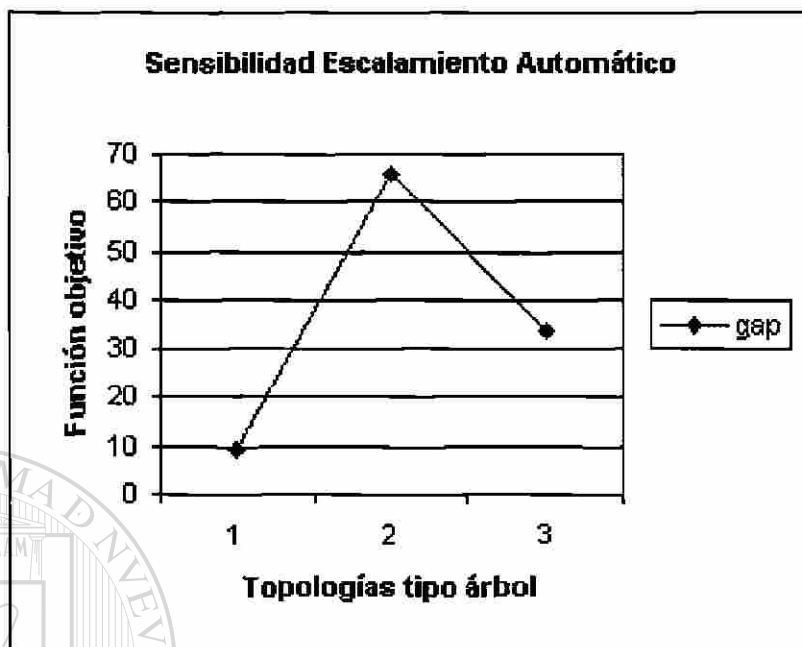


Figura 4.9: Comparativo desempeño del sistema para AB

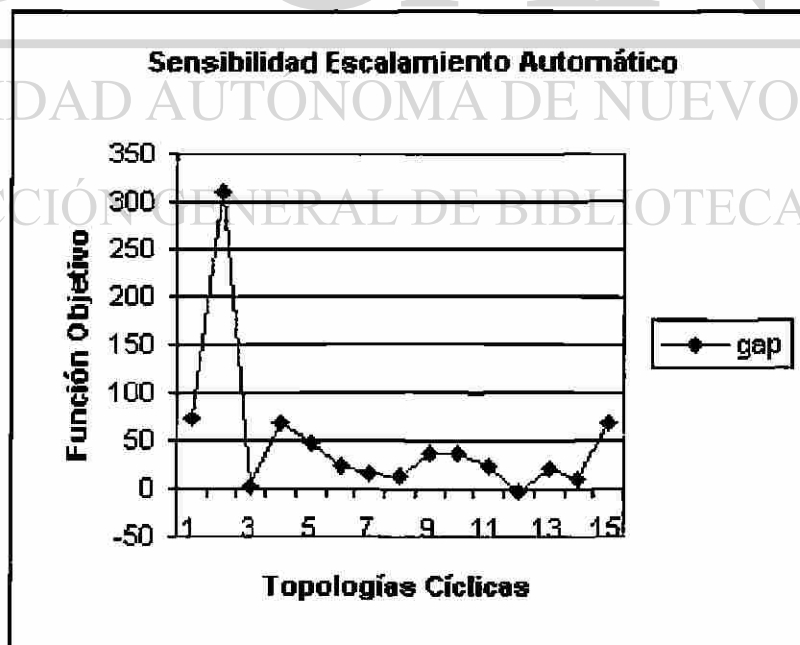


Figura 4.10: Comparativo desempeño del sistema para AB

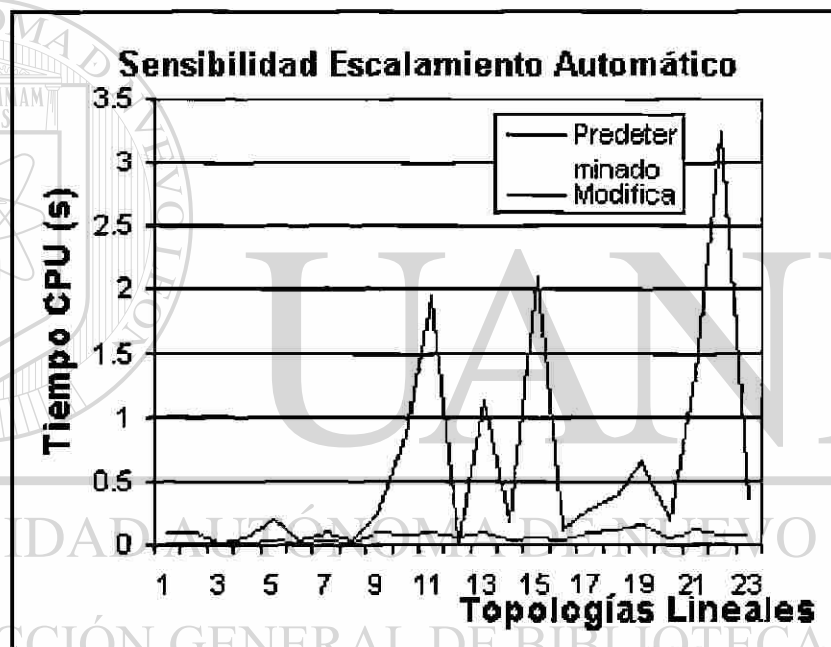


Figura 4.11: Comparativo tiempo de cómputo para AB

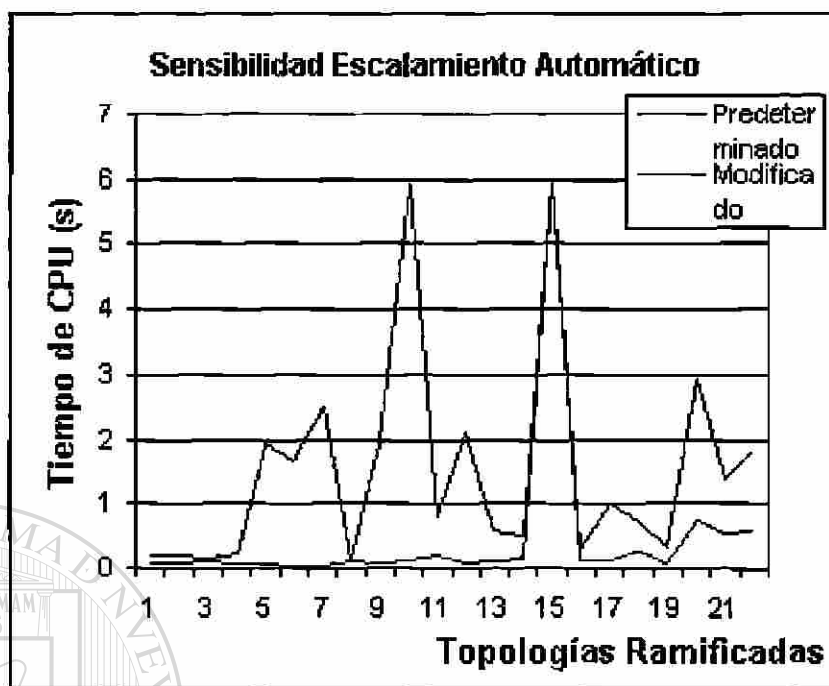
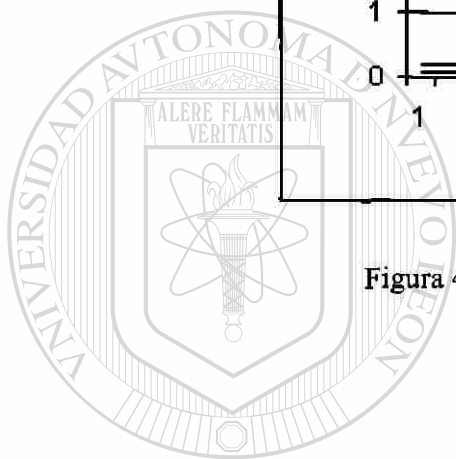


Figura 4.12: Comparativo tiempo de cómputo para AB



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

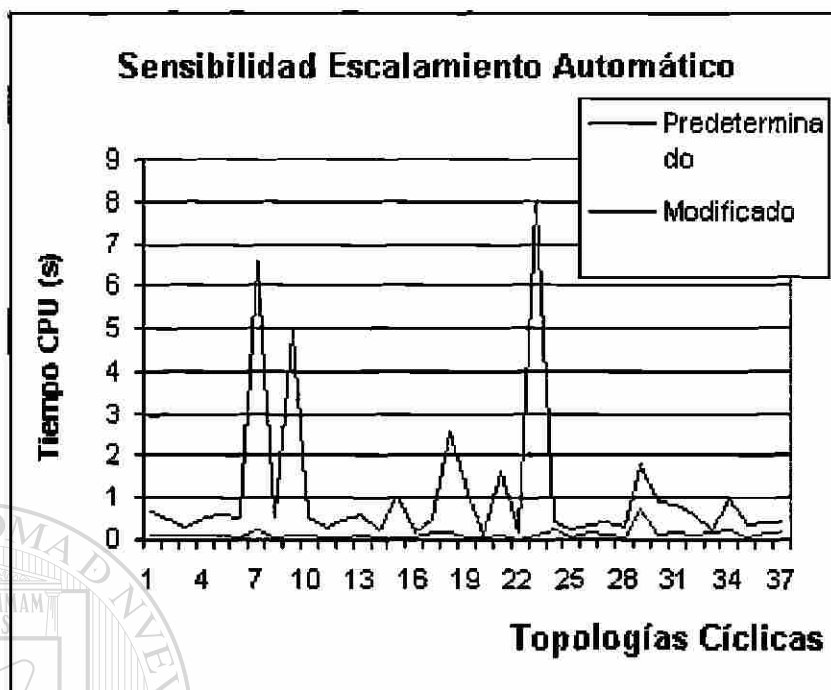


Figura 4.13: Comparativo tiempo de cómputo para AB

Es muy notoria la mejora en los cuatro aspectos estudiados al incluir el escalamiento para cada tipo de topología, por ello, el cuadro en el diseño experimental se toma desde B en la figura 4.1.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### Segundo experimento

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Con los valores obtenidos en la modificación del parámetro de escalamiento, se llevaron a cabo dos corridas por cada instancia, con la variación de RVSTLM a tres.

El cambio o disminución en el valor de RVSTLM de 4 a 3, pretende llegar a obtener lo mismo que el anterior movimiento, pero con la posibilidad de mejorar la calidad de la solución objetivo, al lidiar directamente con la longitud de paso, parte medular del método. <sup>9</sup>Los resul-

<sup>9</sup>Como veremos en los resultados, esto no fue posible, ya que el estudio de la gráfica de la función objetivo inicialmente me hizo pensar que pudiese haber una probabilidad de que cierto punto KKT fuese saltado y así se llegase a otro óptimo local posiblemente mejor o que sugiriese otro modo de operación de la red de gasoductos, pero en la práctica la mejora fue modesta

tados pueden verse en las tablas 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10. Estos resultados corresponden a C y E de la Figura 4.1.

Para ellas, ya no se encontró solución a la topología de árbol net-b-39c14 con ningún compresor, por lo cual no será incluida ahora.

PUNTO INICIAL: MEDIA DE LAS COTAS RVSTLM 3

NUMERO DE ITERACIONES - TIPO DE SOLUCION

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	18-O	24-O	25-O	28-O	21-O	27-O	21-O	28-O
net-a-6c2	36-O	33-O	42-O	25-O	32-O	21-O	37-O	29-O
net-a-8c3	34-O	44-O	53-O	31-O	41-O	0-NA	39-O	32-O
net-b-10c3	29-O	28-O	36-O	28-O	37-O	38-NR	29-O	31-O
net-c-6c2	50-O	31-O	46-O	50-O	58-O	43-O	98-O	51-O
net-c-8c3	46-O	55-O	41-O	33-O	48-O	27-O	39-O	44-O
net-c-9c3	60-O	52-O	47-O	28-O	44-O	34-O	40-O	93-O
net-b-11c4	37-O	30-O	39-O	31-NB	60-O	37-NR	56-O	49-O
net-b-15c6	44-O	53-O	61-O	37-O	69-O	35-O	68-O	38-O
net-c-13c5	38-O	72-O	46-O	38-NB	61-O	48-NB	51-O	0-NA
net-c-17c6	83-NB	43-NB	83-O	47-NB	76-O	49-NB	138-O	66-NR
net-c-15c5	40-O	47-O	55-O	42-O	49-O	41-O	65-O	68-O

Tabla 4.7: Segundo experimento, RVSTLM = 3 y RTNWMI en valor predeterminado.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



PUNTO INICIAL 50% DE COTAS RVSTLM 3  
 VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO [lbf\*ft/lbm] y tiempo CPU[seg]

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	525579 0.04	398072 0.03	316604 0.01	704412 0.03	698215 0.03	260474 0.02	463542 0.03	339210 0.01
net-a-6c2	3302098 0.09	1603821 0.07	1683501 0.08	3387847 0.05	2846896 0.09	1140040 0.03	1990707 0.08	4265139 0.03
net-a-8c3	2536919 0.10	1935759 0.13	1771306 0.15	3392587 0.07	3138083 0.11		2144239 0.07	3356384 0.08
net-b-10c3	3369390 0.07	2595660 0.06	2143306 0.10	4461216 0.07	2977244 0.08		2063867 0.06	3949793 0.05
net-c-6c2	2312548 0.12	1751520 0.09	1393061 0.12	3099415 0.14	2468864 0.13	988998 0.06	1706693 0.30	1302964 0.05
net-c-8c3	1952991 0.12	1502266 0.10	1236614 0.08	2652344 0.06	2380348 0.07	1662494 0.04	2011081 0.08	1948453 0.05
net-c-9c3	3051327 0.15	2451209 0.14	2213228 0.08	4219394 0.05	3751702 0.13	1880386 0.02	2733233 0.08	2206427 0.72
net-b-11c4	7411295 0.08	5825742 0.08	4316412 0.11		5102098 0.17		4384692 0.09	3258137 0.11
net-b-15c6	9493108 0.13	7460145 0.19	6346537 0.25	12276218 0.10	9459982 0.28	3941991 0.11	7056012 0.30	6323897 0.06
net-c-13c5	5264282 0.07	3254273 0.20	7775475 0.16		5153784 0.22		2656856 0.06	
net-c-17c6			11351856 0.48		12469713 0.35		11297836 0.49	
net-c-15c5	6313810 0.15	4232330 0.17	3555353 0.18	7263960 0.14	4762718 0.23	2071648 0.05	3729870 0.18	2679760 0.17

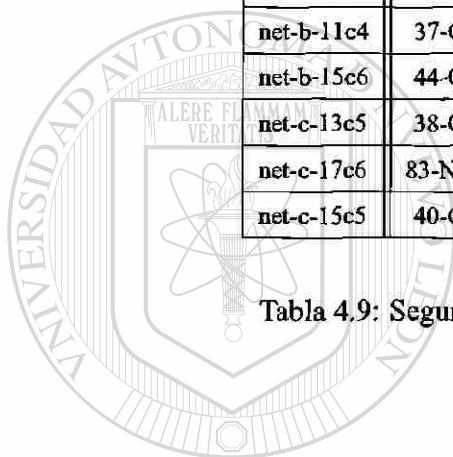
Tabla 4.8: Segundo experimento, RVSTLM = 3 y RTNWMI en valor predeterminado.

PUNTO INICIAL: MEDIA DE LAS COTAS RVSTLM 3

NUMERO DE ITERACIONES - TIPO DE SOLUCION

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	18-O	24-O	25-O	28-O	21-O	27-O	21-O	28-O
net-a-6c2	36-O	33-O	42-O	25-O	32-O	21-O	37-O	29-O
net-a-8c3	34-O	44-O	53-O	31-O	41-O	0-NA	39-O	32-O
net-b-10c3	29-O	28-O	36-O	28-O	37-O	38-NR	29-O	31-O
net-c-6c2	50-O	31-O	46-O	50-O	58-O	43-O	98-O	51-O
net-c-8c3	46-O	55-O	41-O	33-O	48-O	27-O	39-O	44-O
net-c-9c3	60-O	52-O	47-O	28-O	44-O	34-O	40-O	93-O
net-b-11c4	37-O	30-O	39-O	31-NB	60-O	37-NR	56-O	49-O
net-b-15c6	44-O	53-O	61-O	37-O	69-O	35-O	68-O	38-O
net-c-13c5	38-O	72-O	46-O	38-NB	61-O	48-NB	51-O	0-NA
net-c-17c6	83-NB	43-NB	83-O	47-NB	76-O	49-NB	138-O	66-NR
net-c-15c5	40-O	47-O	55-O	42-O	49-O	41-O	65-O	68-O

Tabla 4.9: Segundo experimento, RVSTLM = 3 y RTNWMI modificado



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

PUNTO INICIAL 50% DE COTAS RVSTLM 3  
 VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO[lbf\*ft/lbm] y tiempo CPU[seg]

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	525579 0.04	398072 0.03	316604 0.01	704412 0.03	698215 0.03	260474 0.02	463542 0.03	33921 0.01
net-a-6c2	3302098 0.09	1603821 0.07	1683501 0.08	3387847 0.05	2846896 0.09	1140040 0.03	1990707 0.08	4265139 0.03
net-a-8c3	2536919 0.10	1935759 0.13	1771306 0.15	3392587 0.07	3138083 0.11		2144239 0.07	3356384 0.08
net-b-10c3	3369390 0.07	2595660 0.06	2143306 0.10	4461216 0.07	2977244 0.08		2063867 0.06	3949793 0.05
net-c-6c2	2312548 0.12	1751520 0.09	1393061 0.12	3099415 0.14	2468864 0.13	988998 0.06	1706693 0.30	1302964 0.05
net-c-8c3	1952991 0.12	1502266 0.10	1236614 0.08	2652344 0.06	2380348 0.07	1662494 0.04	2011081 0.08	1948453 0.05
net-c-9c3	3051327 0.15	2451209 0.14	2213228 0.08	4219394 0.05	3751702 0.13	1880386 0.02	2733233 0.082	2206427 0.271
net-b-11c4	7411295 0.08	5825742 0.08	4316412 0.11		5102098 0.17		4384692 0.09	3258137 0.114
net-b-15c6	9493108 0.13	7460145 0.19	6346537 0.25	12276218 0.10	9459982 0.28	3941991 0.11	7056012 0.30	6323897 0.06
net-c-13c5	5264282 0.07	3254273 0.20	7775475 0.16		5153784 0.22		2656856 0.06	
net-c-17c6			11351856 0.48		12469713 0.35		11297836 0.49	
net-c-15c5	6313810 0.15	4232330 0.17	3555353 0.18	7263960 0.14	4762718 0.23	2071648 0.05	3729870 0.18	2679760 0.17

Tabla 4.10: Segundo experimento, RVSTLM = 3 y RTNWMI modificado

### Tercer experimento

La motivación para cambiar la tolerancia a la infactibilidad a una posibilidad mayor (del orden -10 al -3) fué con el fin de dar una mayor libertad o flexibilidad al algoritmo, impidiéndole que truene donde lo hacían corridas anteriores, abriendo la posibilidad de ahondar más en la búsqueda y así, mejorar la calidad de los resultados. Las Tablas 4.11, 4.12, 4.13 y 4.14, contienen los resultados obtenidos en este experimento, que corresponden a los datos D y E de la figura 4.1. Para estas dos corridas cuyos resultados se resumen en las siguientes cuatro tablas, el valor de RTNWMI permaneció fijo en 3.d-3.

PUNTO INICIAL: MEDIA DE LAS COTAS RTNWMI 3d-4

NUMERO DE ITERACIONES - TIPO DE SOLUCION

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	19-O	24-O	25-O	28-O	20-O	26-O	20-O	27-O
net-a-6c2	35-O	34-O	43-O	24-O	33-O	21-O	33-O	28-O
net-a-8c3	33-O	45-O	53-O	31-O	42-O	0-NA	41-O	33-O
net-b-10c3	29-O	28-O	39-O	29-O	37-O	38-NB	26-O	30-O
net-c-6c2	48-O	28-O	44-O	51-O	59-O	43-O	79-O	50-O
net-c-8c3	49-O	52-O	38-O	29-O	50-O	24-O	42-O	43-O
net-c-9c3	51-O	58-O	46-O	27-O	45-O	33-O	43-O	85-O
net-b-11c4	37-O	30-O	42-O	31-NB	58-O	35-NR	54-O	50-O
net-b-15c6	42-O	52-O	60-O	36-O	71-O	35-O	69-O	40-O
net-c-13c5	38-O	70-O	50-O	38-NB	58-O	46-NB	50-O	0-NA
net-c-17c6	82-NB	49-NB	77-O	46-NB	71-O	49-NB	162-O	60-NB
net-c-15c5	40-O	48-O	50-O	45-O	51-O	42-O	59-O	66-O

Tabla 4.11: Tercer experimento, RVSTLM predeterminado y RTNWMI = 3d-4

PUNTO INICIAL 50% DE COTAS  $rtnwmi$  3d-4

VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO[lbf\*ft/lbm] y tiempo CPU[seg]

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	525579 0.05	398072 0.03	316604 0.01	704412 0.02	698215 0.04	260474 0.01	463542 0.04	339210 0.02
net-a-6c2	3302098 0.08	1603821 0.08	1683501 0.09	3387847 0.05	2846896 0.10	1140040 0.02	1990707 0.06	4265139 0.03
net-a-8c3	2536919 0.09	1935759 0.13	1771306 0.19	3392587 0.06	3138083 0.12		2144239 0.09	3356384 0.08
net-b-10c3	3369390 0.08	2595660 0.08	2143306 0.11	4461216 0.09	2977244 0.10		2063867 0.06	3949793 0.05
net-c-6c2	2312548 0.11	1751520 0.07	1393061 0.12	3099415 0.14	2468864 0.11	988998 0.06	1706693 0.21	1302964 0.06
net-c-8c3	1952991 0.17	1502266 0.10	1236614 0.08	2652344 0.07	2380348 0.10	1662494 0.03	2011081 0.10	1948453 0.05
net-c-9c3	3051327 0.13	2451209 0.16	2213228 0.10	4219394 0.05	3751702 0.13	1880386 0.02	2733233 0.09	2206427 0.23
net-b-11c4	7411295 0.07	5825742 0.09	4316412 0.12		5206024 0.18		4384692 0.08	3258137 0.13
net-b-15c6	9493108 0.14	7460145 0.20	6346537 0.31	12276218 0.10	9459982 0.29	3941991 0.12	7056012 0.30	6323897 0.07
net-c-13c5	5264282 0.06	3254273 0.18	7775475 0.13		5153784 0.19		2656856 0.06	
net-c-17c6			11351856 0.41		12469713 0.33		11297836 0.60	
net-c-15c5	6313810 0.14	4232330 0.15	3555353 0.14	7263960 0.15	4762718 0.24	2071648 0.07	3729870 0.15	2679760 0.20

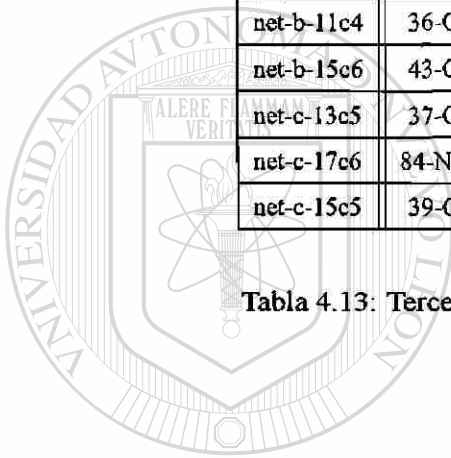
Tabla 4.12: Tercer experimento, RVSTLM predeterminado y RTNWMI = 3d-4

PUNTO INICIAL: MEDIA DE LAS COTAS RVSTLM 3 RTNWTM 3d-4

NUMERO DE ITERACIONES - TIPO DE SOLUCION

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	17-O	24-O	25-O	28-O	21-O	26-O	20-O	27-O
net-a-6c2	39-O	33-O	42-O	24-O	32-O	21-O	36-O	28-O
net-a-8c3	34-O	44-O	53-O	30-O	42-O	0-NA	38-O	32-O
net-b-10c3	28-O	27-O	37-O	26-O	35-O	39-NR	28-O	30-O
net-c-6c2	44-O	27-O	41-O	52-O	58-O	42-O	116-O	51-O
net-c-8c3	45-O	56-O	39-O	28-O	50-O	26-O	38-O	44-O
net-c-9c3	54-O	52-O	46-O	28-O	44-O	33-O	47-O	89-O
net-b-11c4	36-O	29-O	39-O	30-NB	60-O	37-NR	56-O	47-O
net-b-15c6	43-O	51-O	55-O	36-O	68-O	35-O	66-O	37-O
net-c-13c5	37-O	76-O	45-O	38-NB	60-O	46-NB	49-O	0-NA
net-c-17c6	84-NB	43-NB	83-O	45-NB	74-O	49-NB	146-O	64-NR
net-c-15c5	39-O	46-O	54-O	41-O	49-O	40-O	66-O	66-O

Tabla 4.13: Tercer experimento, RVSTLM modificado y RTNWTM = 3d-4



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

PUNTO INICIAL 50% DE COTAS RVSTLM 3 RTNWMI 3d-4  
 VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO[lbf\*ft/lbm] y tiempo CPU[seg]

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	525579 0.04	398072 0.03	316604 0.02	704412 0.02	698215 0.02	260474 0.01	463542 0.02	339210 0.02
net-a-6c2	3302098 0.09	1603821 0.07	1683501 0.09	3387847 0.06	2846896 0.10	1140040 0.02	1990707 0.07	4265139 0.04
net-a-8c3	2536919 0.09	1935759 0.12	1771306 0.16	3392587 0.06	3138083 0.11		2144239 0.07	3356384 0.08
net-b-10c3	3369390 0.07	2595660 0.06	2143306 0.11	4461216 0.07	2977244 0.09		2063867 0.06	3949793 0.04
net-c-6c2	2312548 0.09	1751520 0.07	1393061 0.11	3099415 0.13	2468864 0.10	988998 0.06	1706693 0.36	1302964 0.05
net-c-8c3	1952991 0.13	1502266 0.11	1236614 0.09	2652344 0.05	2380348 0.08	1662494 0.04	2011081 0.08	1948453 0.056
net-c-9c3	3051327 0.13	2451209 0.14	2213228 0.08	4219394 0.05	3751702 0.13	1880386 0.02	2733233 0.12	2206427 0.26
net-b-11c4	7411295 0.07	5825742 0.08	4316412 0.12		5102098 0.17		4384692 0.09	3258137 0.10
net-b-15c6	9493108 0.12	7460145 0.19	6346537 0.24	12276218 0.09	9459982 0.30	3941991 0.12	7056012 0.29	6323897 0.06
net-c-13c5	5264282 0.07	3254273 0.21	7775475 0.15		5153784 0.22		2656856 0.05	
net-c-17c6			13650958 0.46		12469713 0.34		11297836 0.61	
net-c-15c5	6313810 0.13	4232330 0.16	3555353 0.19	7263960 0.11	4762718 0.25	2071648 0.05	3729870 0.18	2679760 0.20

Tabla 4.14: Tercer experimento, RVSTLM modificado y RTNWMI = 3d-4

Las siguientes gráficas comparan los cambios al variar RVSTLM y RTNWMÍ. Las mejoras fueron modestas.

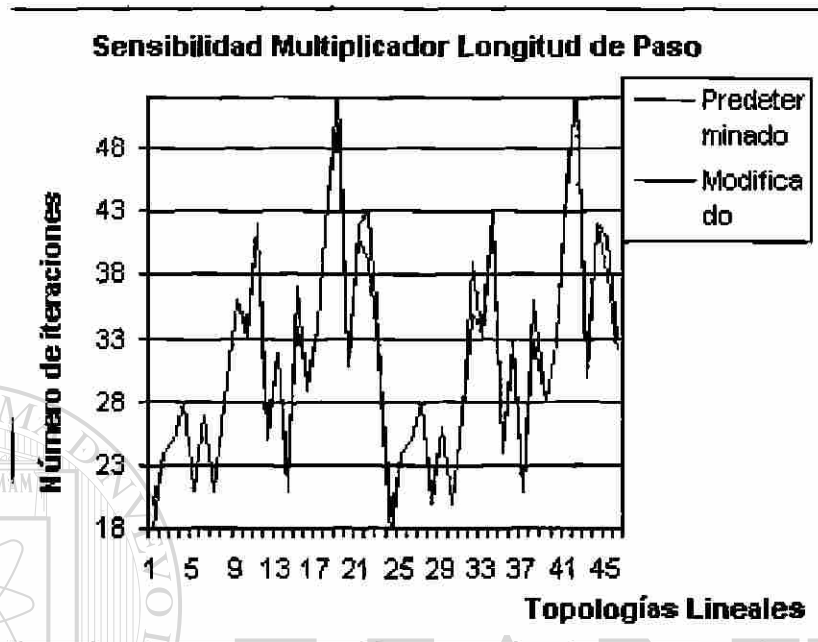


Figura 4.14: Comparativo longitud de paso



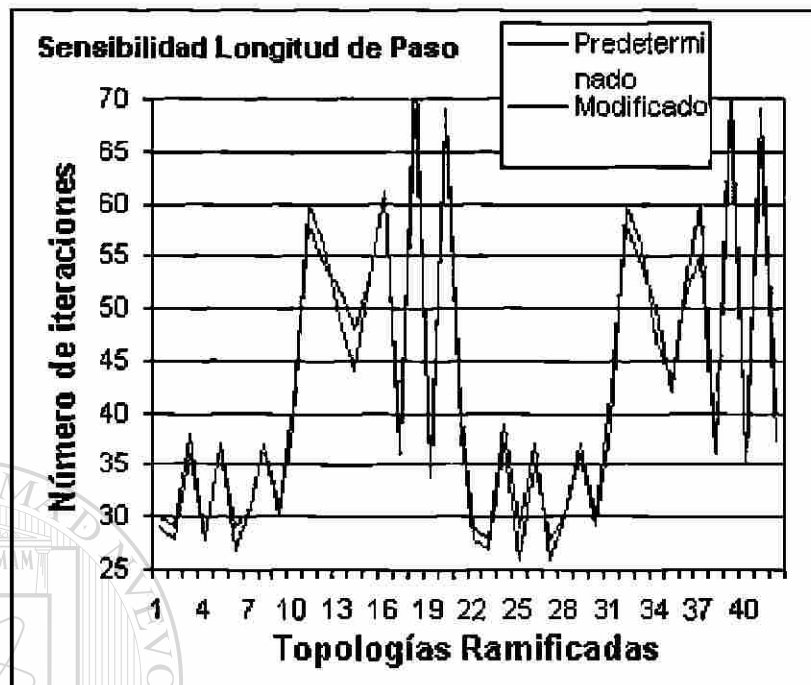


Figura 4.15: Comparativo longitud de paso

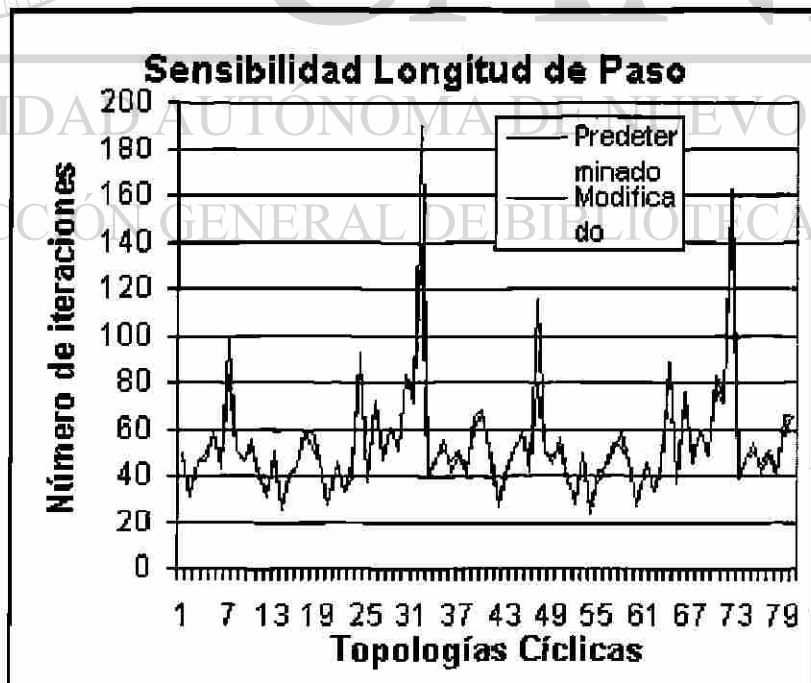


Figura 4.16: Comparativo longitud de paso

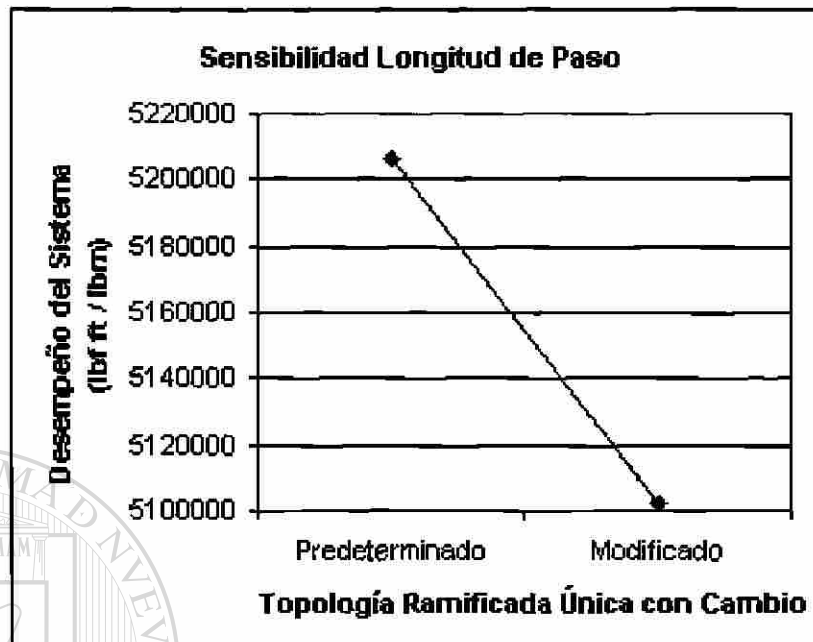


Figura 4.17: Comparativo longitud de paso

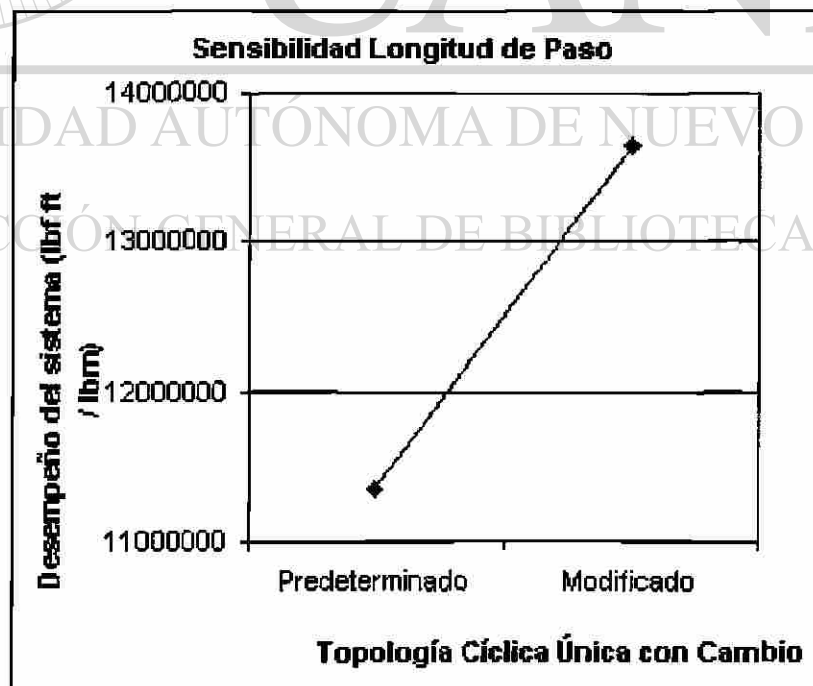


Figura 4.18: Comparativo longitud de paso

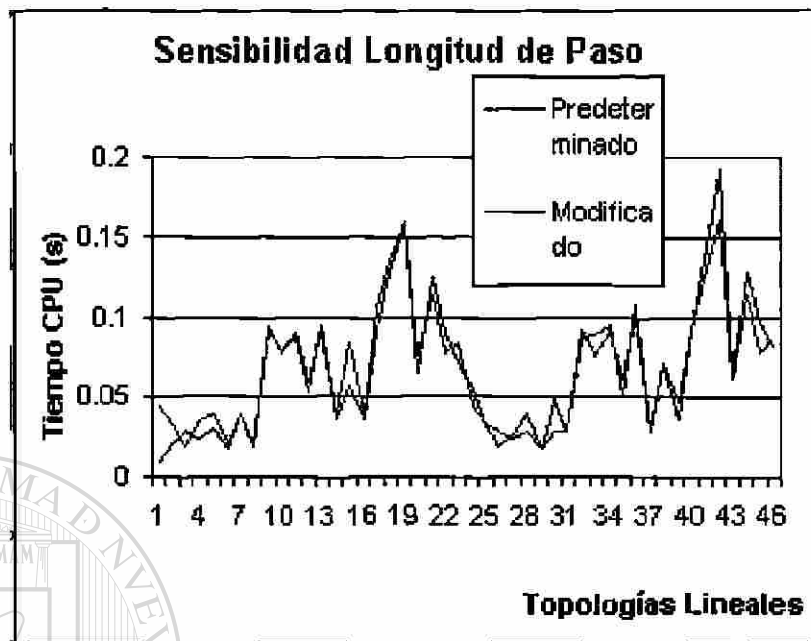


Figura 4.19: Comparativo longitud de paso

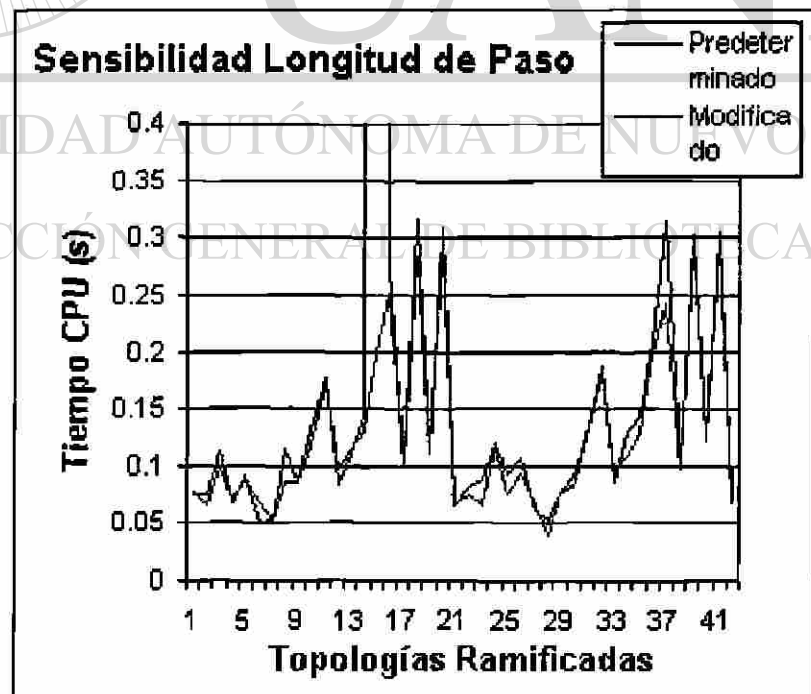


Figura 4.20: Comparativo longitud de paso

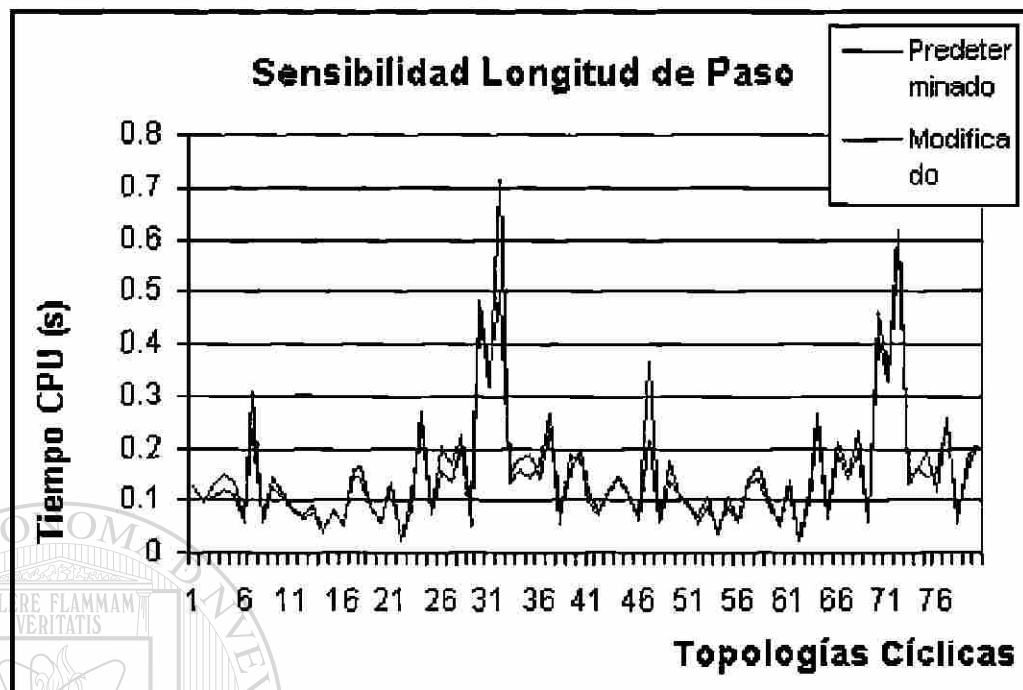


Figura 4.21: Comparativo longitud de paso

Como se observa, las figuras muestran que en general los resultados obtenidos en este segundo y tercer experimento fueron modestas mejoras en comparación con aquellos resultados obtenidos al realizar el primer experimento. En las topologías de tipo árbol se observan reducciones considerables en algunas instancias en tiempo de CPU. Lo mismo ocurre con el comparativo en la longitud de paso en este tipo de topologías ramificadas, así como en algunos casos cíclicos. La mejora en cuanto al desempeño del sistema se presentó sólo en algunos casos esporádicos.

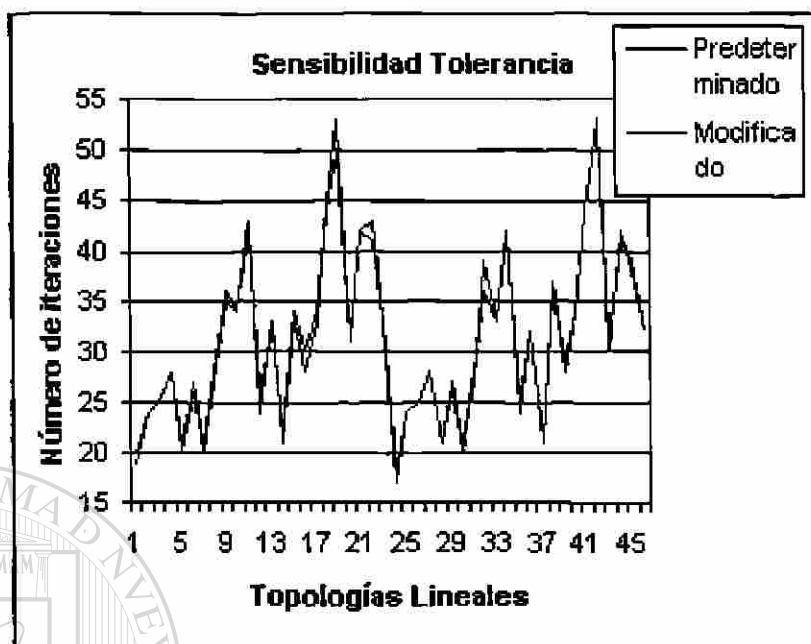


Figura 4.22: Comparativo tolerancia infactibilidad

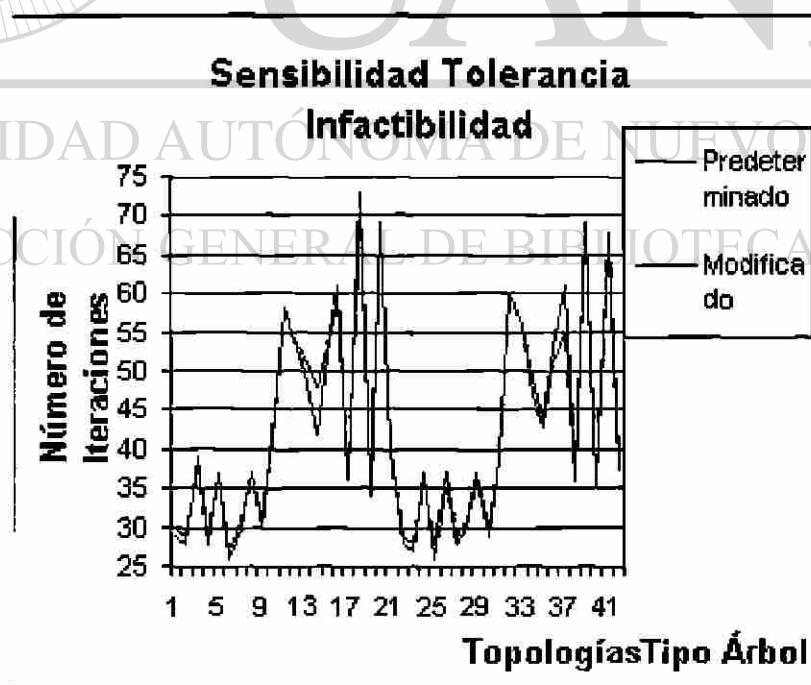


Figura 4.23: Comparativo tolerancia infactibilidad

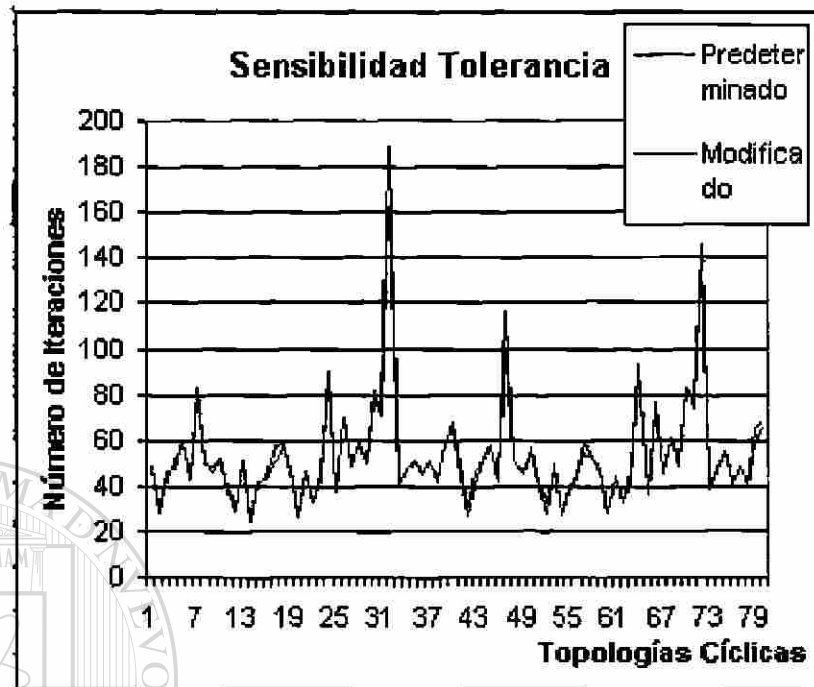


Figura 4.24: Comparativo tolerancia infactibilidad

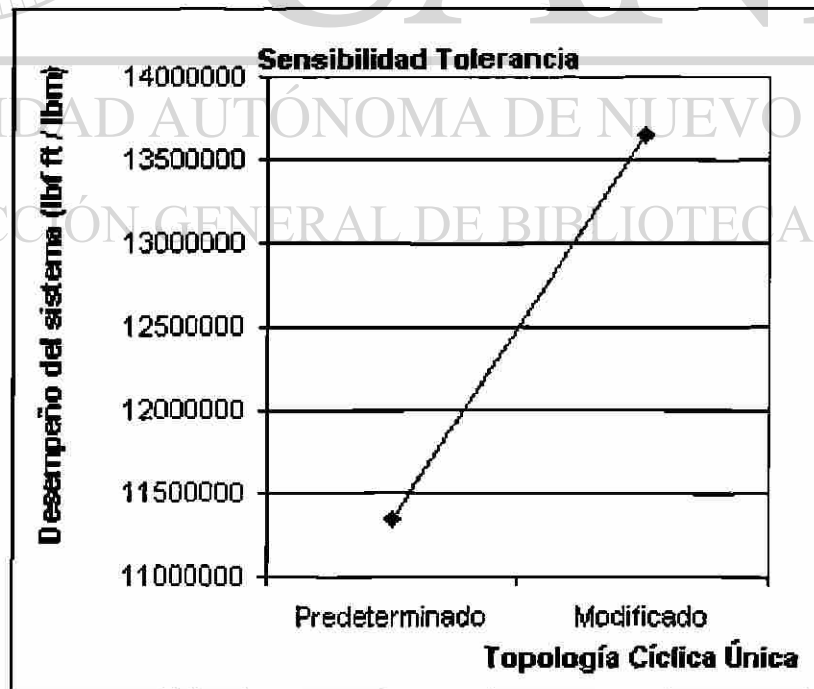


Figura 4.25: Comparativo tolerancia infactibilidad

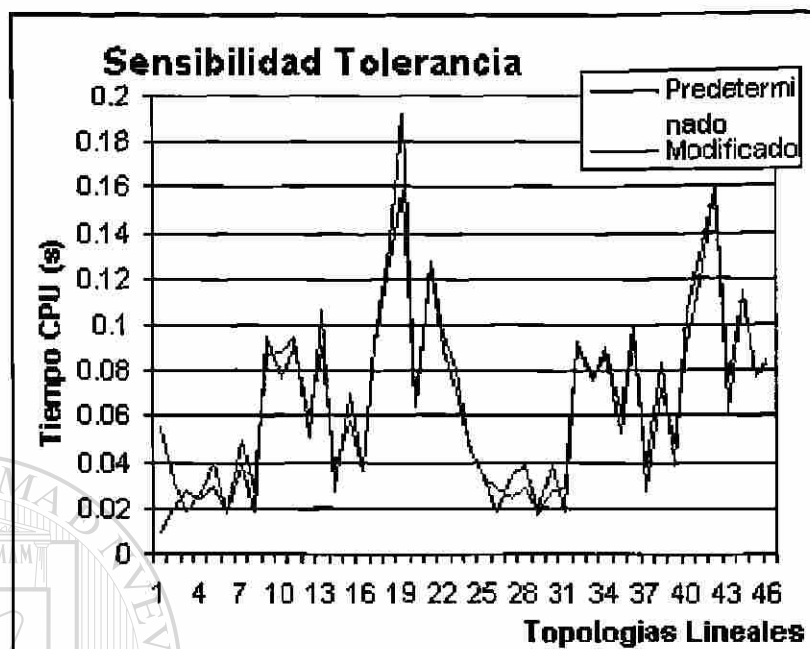


Figura 4.26: Comparativo tolerancia infactibilidad

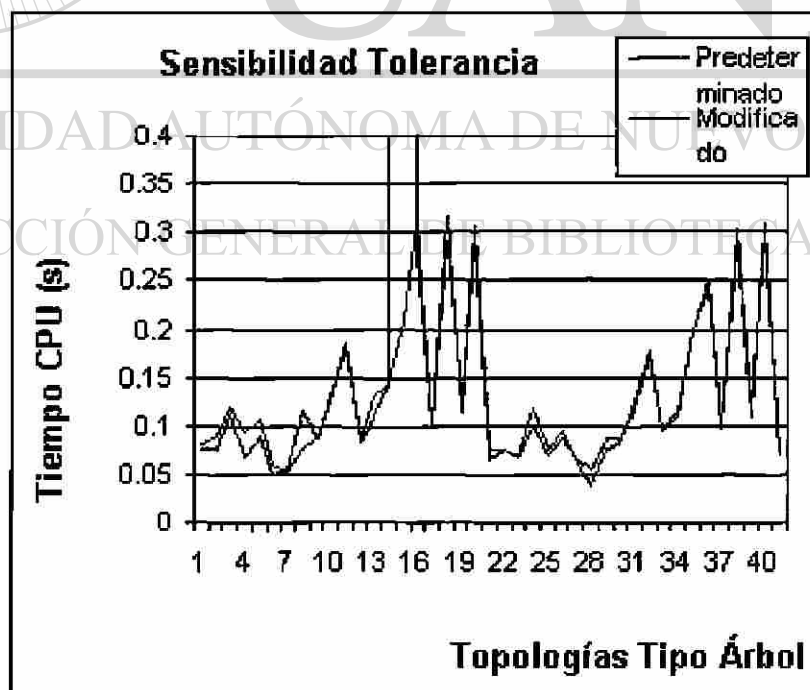


Figura 4.27: Comparativo tolerancia infactibilidad

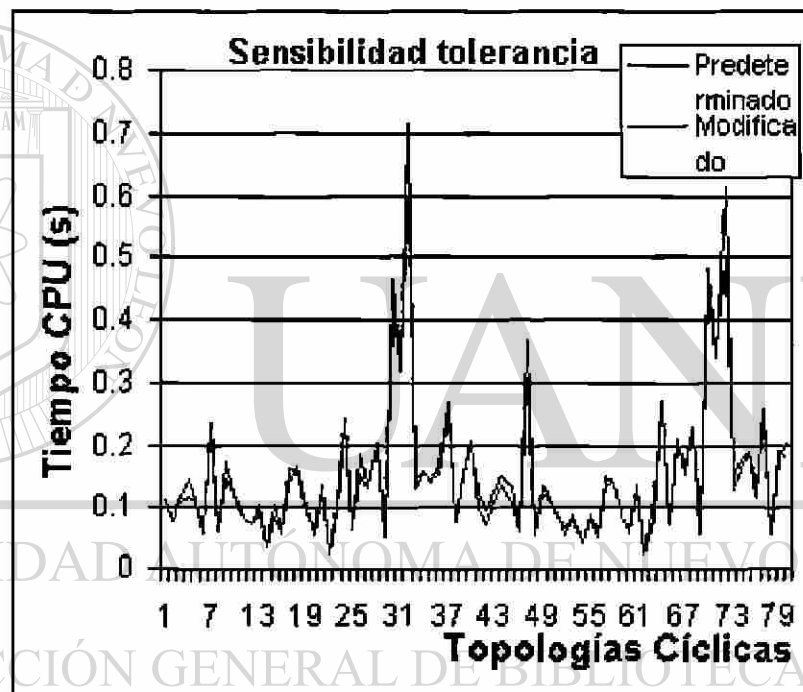


Figura 4.28: Comparativo tolerancia infactibilidad



### Cuarto experimento

Como sabemos, la selección de un punto inicial conveniente es de gran ayuda primeramente para encontrar una solución o bien mejorar el desempeño computacional del proceso, y la variación de este punto de partida, que en teoría debe abrir enormemente la posibilidad de recorrer nuevos caminos en la región factible y así obtener soluciones dramática o drásticamente distintas, es un buen punto a considerar. Esta variación en el punto inicial se hizo únicamente considerando para comparación estadística las corridas con los valores default en un experimento aislado <sup>10</sup>, modificando en cada caso individual las variables que hayan mostrado una mayor variación en el porcentaje de desviación de su punto de partida, para facilitarle las cosas al computador. Esto con el objetivo de ser más incisivo en los resultados, aunque hay que admitir que se incurre en una pérdida en la generalidad que se hubiese tenido de tomar los tres valores de las variables promedio para variarlos en todas las corridas, en lugar de variar un conjunto distinto de variables en cada cómputo. Los resultados numéricos del experimento de la variación del punto inicial al 10 porcentual de las cotas puede verse en las Tablas 4.15 y 4.16.

PUNTO INICIAL: 10% COTAS, PARAMETROS DEFAULT  
NUMERO DE ITERACIONES - TIPO DE SOLUCION

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	24-O	35-O	22-O	27-O	44-O	19-O	35-O	35-O
net-a-6c2	58-O	117-O	73-O	31-O	251-O	77-NT	183-O	64-O
net-a-8c3	37-O	66-NC	79-O	44-O	89-O	0-A	94-O	58-O
net-b-10c3	40-O	36-O	32-O	lia	207-O	59-NB	133-O	78-O
net-c-6c2	530-O	101-FT	368-O	76-F	81-F	331-O	131-O	337-O
net-c-8c3	61-O	67-O	71-O	111-FT	85-O	81-FT	271-N	59-O
net-c-9c3	67-O	52-O	54-O	55-O	475-O	55-O	728-O	77-O
net-b-11c4	56-O	90-O	291-FT	76-NB	81-FT	49-NB	161-N	103-NC
net-b-15c6	271F-O	72-O	141-F	130-O	131-F	92-O	84-O	114-O
net-c-13c5	77-O	111-F	85-O	71-N	146-F	76-N	104-O	0-NA
net-c-17c6	109-N	58-N	62-O	63-NB	98-O	94-NR	65-O	115-NR
net-c-15c5	82-O	62-O	155-O	211-O	169-O	74-O	210-O	156-O

Tabla 4.15: Cuarto experimento, Variando el punto inicial

<sup>10</sup>de acuerdo con [16], todas las corridas anteriores tomaron como punto inicial la media de las cotas

PUNTO INICIAL 10% DE COTAS PARAMETROS DEFAULT  
 VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO[lb\*ft/lbm] y tiempo CPU[seg]

Instancia	Tipo de Compresor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
net-a-5c1	525579 0.04	398072 0.08	316604 0.02	704412 0.07	698215 0.19	260474 0.02	463542 0.09	339210 0.05
net-a-6c2	3302098 0.09	1603821 0.93	1683501 0.18	3387847 0.13	3058238 2.13		1990707 1.55	4265139 0.24
net-a-8c3	2536919 0.07		1771306 0.29	3392587 0.20	3138083 0.38		2144239 0.37	3356384 0.33
net-b-10c3	3369390 0.20	2595660 0.17	2143306 0.03		2977244 2.03		2063867 1.38	3949793 0.47
net-c-6c2	2312548 3.75		1393061 2.01	4200459 0.33	5866378 .46	988998 2.09		
net-c-8c3	2033649 0.38	1502266 0.23		2365185 0.49	2380348 0.37	2072395 0.52		1948453 0.22
net-c-9c3	3051327 0.30	2451209 0.21	2213228 0.29	4219394 0.20	3751702 3.86	1880386 0.12	2733233 5.49	2206427 0.28
net-b-11c4	7411295 0.21	5825742 0.38	4439983 2.46					
net-b-15c6	9681141 2.85	11558077 0.73	9301322 1.14	12276218 0.60	11805632 1.27	3941991 0.56	7056012 0.39	6323897 0.65
net-c-13c5	5264282 0.22	3528410 0.82	7775475 0.36		10447801 0.99		2656856 0.30	
net-c-17c6			11351856 0.97				11297836 1.49	
net-c-15c5	6313810 0.55	4232330 0.31	3555353 0.66	8861824 1.66	4762718 1.03	2071648 0.40	3729870 0.97	2679760 1.26

Tabla 4.16: Cuarto experimento, Variando el Punto Inicial

Se varió el punto inicial de las variables que presentaban un mayor desplazamiento con respecto a su punto de inicio. Esta variación fué hecha para cada instancia en particular con un número de tres cambios, correspondientes a las variables de mayor variación durante la corrida. Los resultados de este experimento se muestran en las siguientes tablas. Véase el Apéndice F para el criterio de modificación del punto inicial en variables.

Las Figuras 4.29 a 4.38 muestran un comparativo AP. Una vez más los resultados fueron regulares, con el cambio más significativo en valor objetivo.

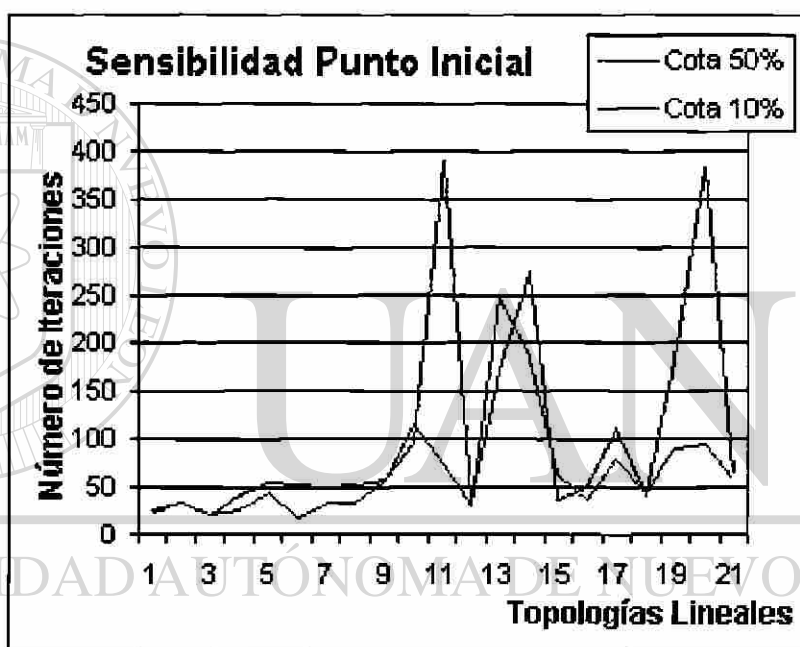


Figura 4.29: Comparativo punto inicial

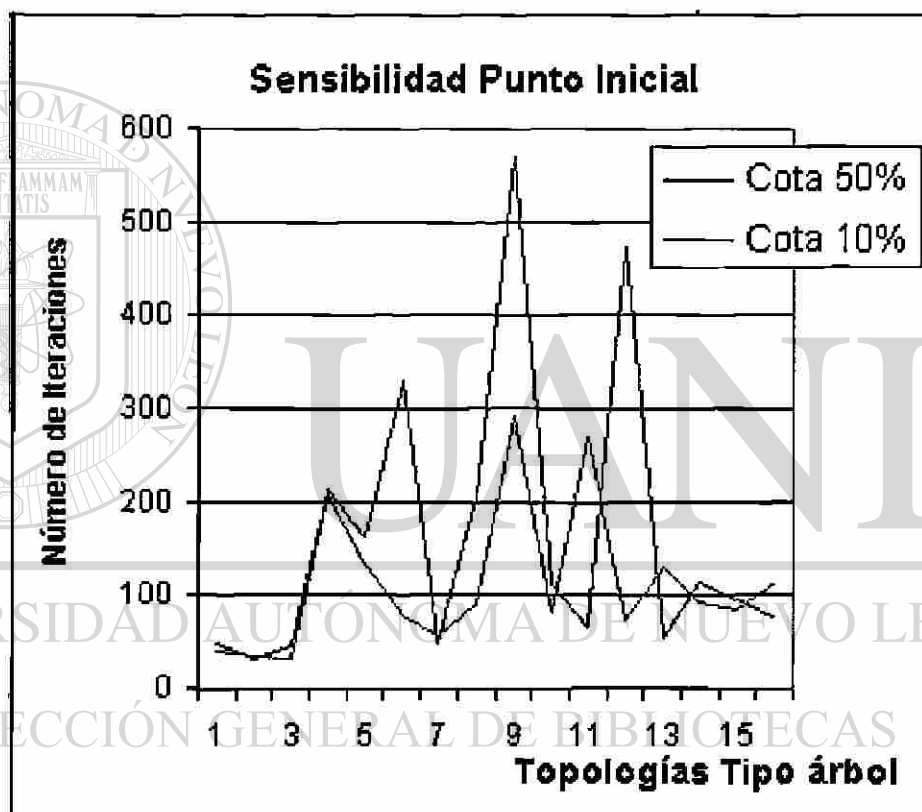


Figura 4.30: Comparativo punto inicial

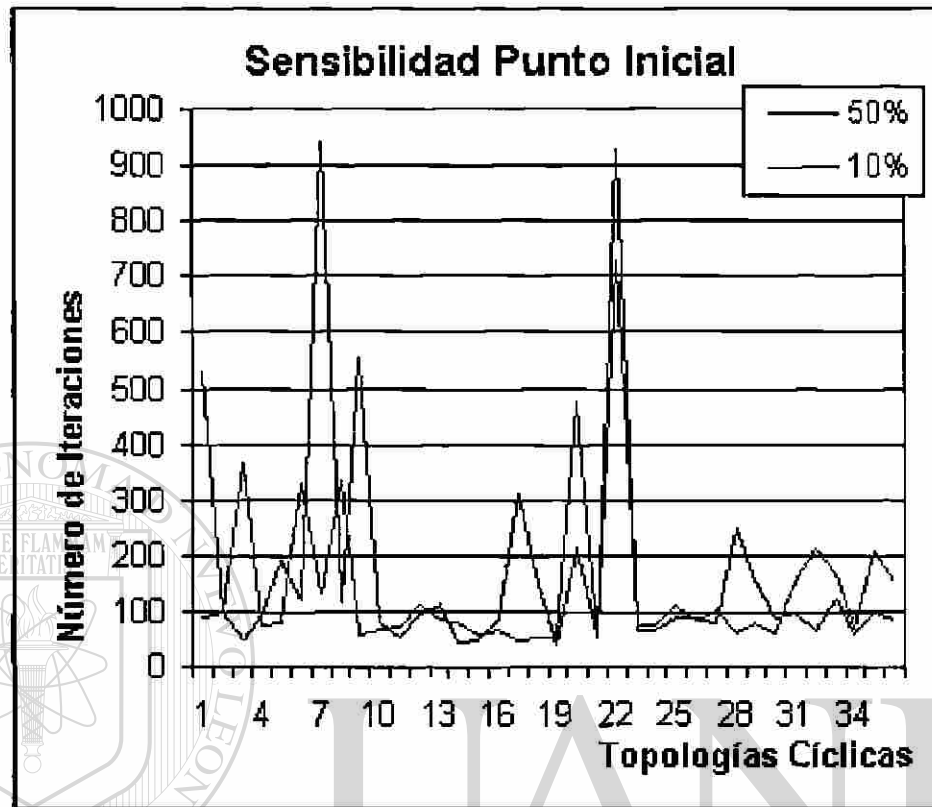


Figura 4.31: Comparativo punto inicial

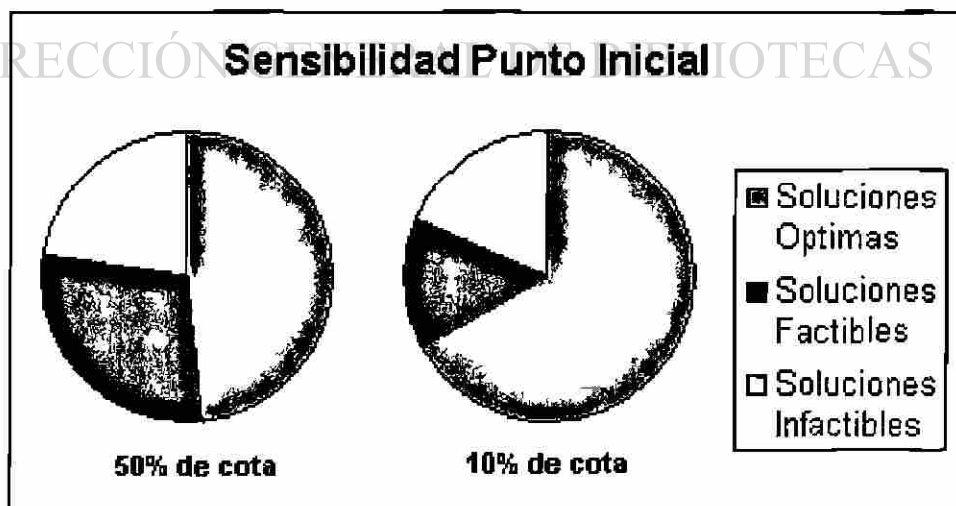


Figura 4.32: Comparativo punto inicial

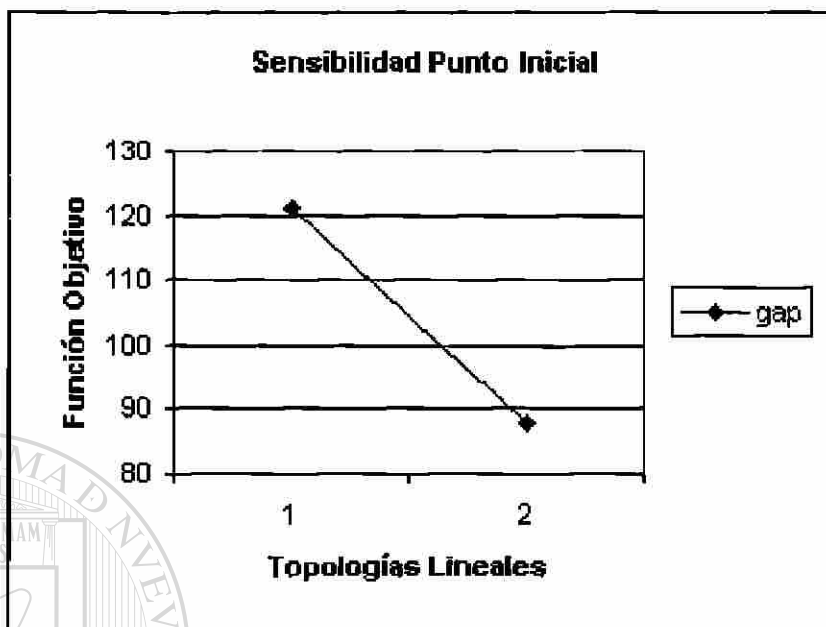


Figura 4.33: Comparativo punto inicial

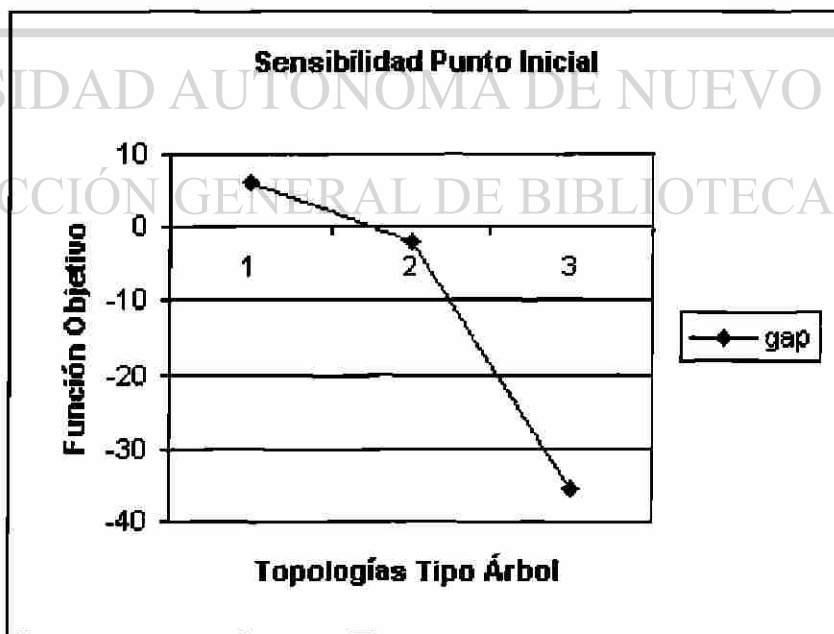


Figura 4.34: Comparativo punto inicial

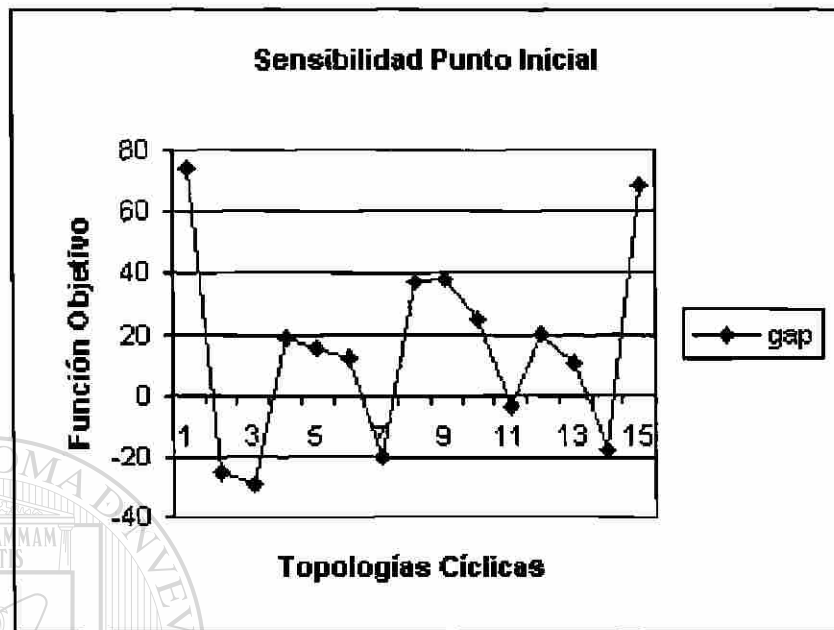


Figura 4.35: Comparativo punto inicial

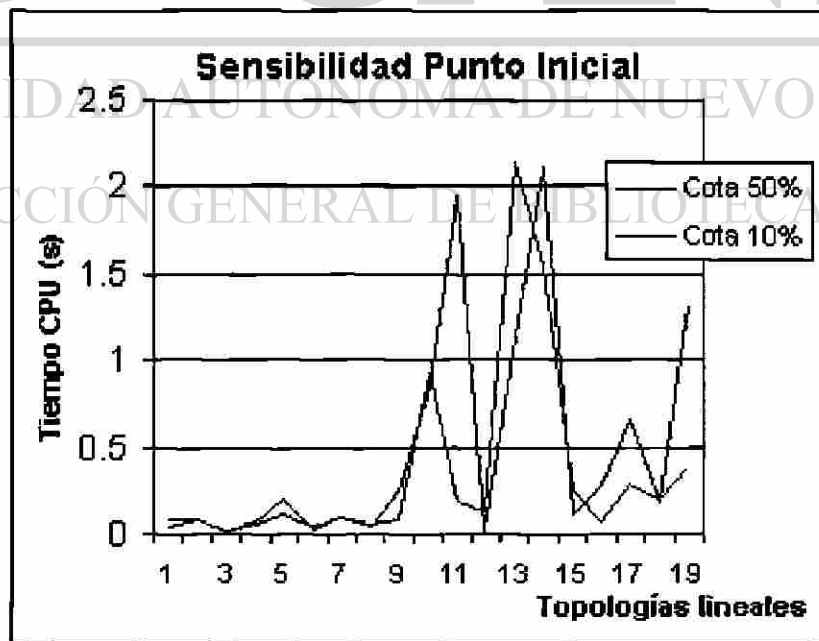


Figura 4.36: Comparativo punto inicial

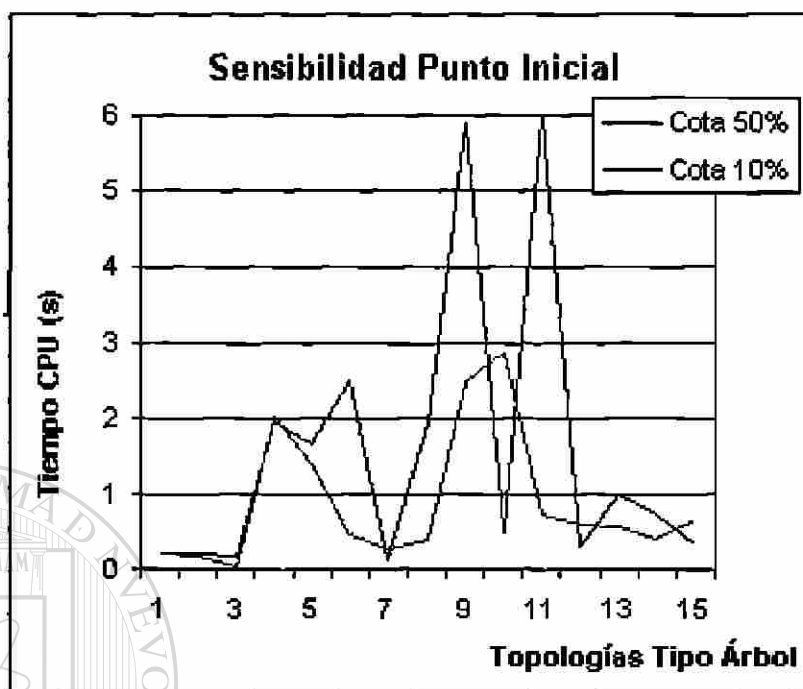


Figura 4.37: Comparativo punto inicial

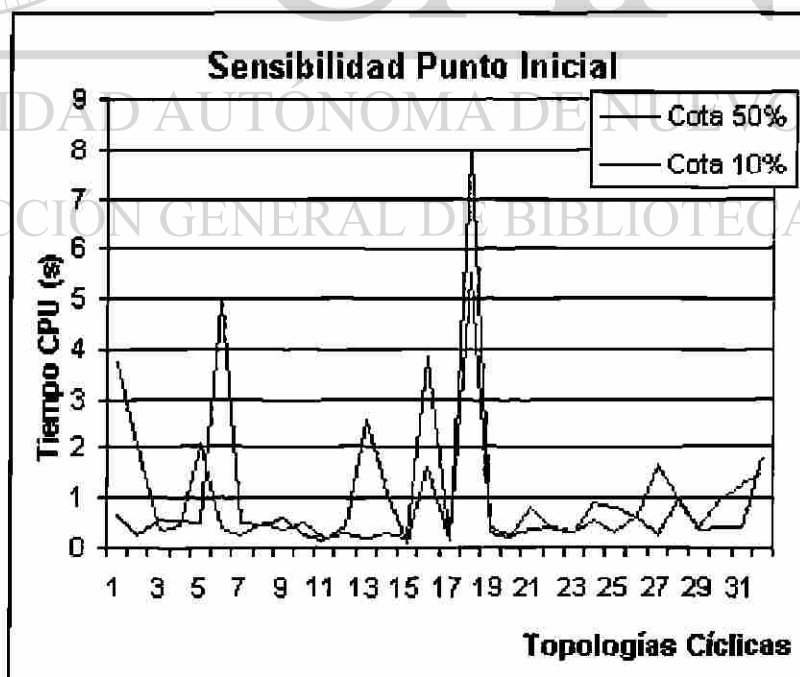


Figura 4.38: Comparativo punto inicial



### 4.3 Estadísticas

Dado que la población que estamos manejando en este estudio no tiene distribución, se hace necesario el empleo de la estadística no paramétrica para avalar los resultados.

Las pruebas estadísticas se basaron en la prueba de los signos [12] con un nivel de confianza del 95% y los resultados son los siguientes. Sean

- **A** : datos obtenidos con los valores iniciales medios y parámetros default
- **B** : datos obtenidos al variar LSSCAL
- **C** : datos obtenidos al variar LSSCAL y RVSTLM
- **D** : datos obtenidos al variar LSSCAL y RTNWMI
- **E** : datos obtenidos al variar LSSCAL, RVSTLM y RTNWMI
- **P** : datos obtenidos al variar punto inicial

A continuación se muestra el resumen de los resultados de las pruebas. Se considera en una primera sección al número de iteraciones, después el valor objetivo y por último el tiempo de cómputo. En cada una de estas secciones se muestra la prueba, es decir, los datos que se están comparando, el tipo de topología considerada y el resultado de la prueba de hipótesis. Los detalles de cómo se realizaron las mismas pueden consultarse en el Apéndice C.

En el diseño AB, queremos probar la hipótesis alternativa  $H_1$ : Los resultados con preprocesamiento son mejores que los obtenidos sin preprocesamiento.  $H_0$ : El emplear preprocesamiento es indistinto para la calidad de los resultados.

### Número de iteraciones

AB Topología a **Resultado: Estadísticamente significativa**

AB Topología b **Resultado: Estadísticamente significativa**

AB topología c **Resultado: Estadísticamente significativa**

En el diseño BC DE queremos probar la hipótesis alternativa  $H_1$ : El uso del parámetro longitud de paso arroja mejoras en el proceso, contra la hipótesis nula  $H_0$ : El uso del parámetro longitud de paso es indistinto para la calidad en los resultados.

BC DE Topología a **Resultado: Estadísticamente significativa**

BC DE Topología b **Resultado: Estadísticamente significativa**

BC DE Topología c **Resultado: Estadísticamente no significativa**

En el experimento BD CE queremos probar la hipótesis alternativa  $H_1$ : El aumento en la tolerancia a la infactibilidad arroja resultados de mejor calidad, contra la hipótesis nula  $H_0$ : La tolerancia a la infactibilidad es estéril en la mejora de los resultados.

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

BD CE Topología a **Resultado: Estadísticamente significativa**

BD CE Topología b **Resultado: Estadísticamente significativa**

BD CE Topología c **Resultado: Estadísticamente significativa**

En la prueba AP, deseamos verificar si existe mejora estadísticamente significativa en la modificación del punto inicial.

AP Topología a **Resultado: Estadísticamente no significativa**

AP Topología B **Resultado: Estadísticamente no significativa**

AP Topología C **Resultado: Estadísticamente no significativa**

**Función objetivo**

AB Topología a **Resultado: Estadísticamente significativa**

AB Topología b **Resultado: Estadísticamente significativa**

AB Topología c **Resultado: Estadísticamente significativa**

BC DE Topología a **Resultado: Estadísticamente no significativa**

BC DE Topología b **Datos insuficientes**

BC DE Topología c **Datos insuficientes**

Ninguna de las pruebas fue exitosa para BD CE en función objetivo.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

AP Topología a **Datos insuficientes**

AP Topología b **Datos insuficientes**

AP DE Topología c **Resultado: Estadísticamente no significativa**

**Tiempo de cómputo**

Solamente éxito estadístico en las pruebas AB y en la prueba BCDE con topología tipo árbol.

Prueba AP con topología tipo árbol también estadísticamente significativa.

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSIONES Y APORTACIONES

Una vez que hemos realizado el experimento computacional completo y realizado las pruebas que avalan estadísticamente las pruebas, estamos en posición de concluir sobre el uso de los parámetros algorítmicos utilizados, el empleo del algoritmo en este tipo de problemas y sobre las condiciones sobre las cuales conviene hacer uso de este proceso. En este último capítulo, además de lo anterior, mencionaré algunas aportaciones realizadas con este estudio.

### 5.1 Conclusiones sobre la Manipulación de Parámetros

La reformulación del problema mediante el uso del escalamiento automático de ecuaciones demostró superioridad estadística sobre el resto de los parámetros modificados. Tanto en valor de desempeño del sistema, número de iteraciones y tiempo de CPU, LSSCAL o parámetro de escalamiento automático demostró ser exitoso al superar la prueba de estadística no paramétrica de los signos. En cuanto al número de óptimos locales alcanzado, o estatus del método, también aumentó en forma considerable el número de éxitos. De aquí que podemos decir que es básico el considerar esta técnica de preprocesamiento, ya que en todos los apartados tomados en cuenta para la recolección de resultados, y bajo todo tipo de topología, funcionó satisfactoriamente,

mejorando los cuatro resultados reportados si este parámetro es activado. Esto también en cierta manera era previsible aún antes de la experimentación, por lo recomendado en [16], quien trabajó con esta técnica más a fondo.

Exceptuando el caso de topologías cíclicas, las cuales como sabemos inducen mayor grado de dificultad al tener varios flujos factibles, la disminución en el número de iteraciones funcionó estadísticamente al verificarse que un recorte en este máximo, acertó la trayectoria hacia la solución, aunque no podemos generalizar sobre la mejora en solución objetivo, por falta de datos a comparar o cambios en la solución. RVSTLM funcionó también en la reducción del tiempo de cómputo en el caso de las topologías de árbol. Lo anterior es concluyente con el hecho de que para el PMCC, la modificación en el parámetro alterador de la longitud de paso va a afectar positivamente el desempeño del algoritmo, reduciendo el trabajo al computador en las topologías tipo árbol, aunque cabe señalar que no se observan mejoras en la solución objetivo, ya que el camino que recorre el procedimiento GRG nos llevará al mismo lugar o punto en la región.

El desempeño del algoritmo también se mejoró con la ampliación de la tolerancia a infactibilidad, para los tres tipos de topologías, pero únicamente en número de iteraciones, siendo el número de soluciones óptimas el mismo que al considerar RTNWMI default (poca tolerancia). Los resultados en cuanto a la modificación del punto inicial fueron positivos únicamente en cuanto a tiempo de CPU, y aunque no hay evidencia estadística para poder generalizar formalmente, se obtuvieron mejoras en el valor de la función objetivo, es decir, se pudo cambiar el punto de optimalidad en algunos casos, siendo en su mayoría, mejoras al sistema.

Pese a que en lugar de hacer una generalización en base a un promedio para dictaminar tres variables a modificar el punto inicial se siguió una metodología específica para cada instancia evaluada, el análisis de los resultados nos lleva a concluir que la modificación del punto inicial resultó ser satisfactoria solamente en la mejora del tiempo de cómputo en las topologías de árbol, aunque hay que destacar que el número de soluciones óptimas encontrado para las topologías cíclicas aumentó, al tiempo que el número de soluciones no factibles se redujo.

## 5.2 Conclusiones sobre el Empleo del AGR

Consideremos el número total de redes propuestas originalmente, es decir, 15 redes de los tres tipos. Retomemos también el total de compresores analizados, en este caso, 8. Esto nos da un total de 120 corridas originales, de las cuales 37, es decir, el 31% de las mismas, no se logró obtener solución con el mecanismo de Wolfe. Podemos decir que de este 31 por ciento, el 71% pertenece a soluciones no factibles en los problemas de tipo árbol de mayor número de nodos (dos de las cuales, por este motivo, descartamos). Sin embargo, y recordando la dificultad para encontrar un flujo factible para este tipo de topologías, no podemos concluir que este algoritmo no proporcione soluciones a redes de gran tamaño, pues tenemos dos casos, en la net-b-39c14, donde el algoritmo da solución óptima, la cual se conserva en experimentos subsecuentes. Esto es, el AGR de entrada pudo lidiar con estas redes, como teóricamente se esperaba, por las características matemáticas del problema, aunque en un número pequeño. Llevar a cabo un esfuerzo mayor por encontrar soluciones dentro de la región factible para redes de mayor tamaño y así poder hacer uso del algoritmo en estas instancias, queda como un área de oportunidad para trabajos futuros.

En 11 de las 48 topologías cíclicas consideradas, esto es, el 23% de las mismas, no se encontró solución factible. Al igual, el caso donde mayor número de infactibilidades se presentó fue en la topología net-c-17c6, la de mayor número de nodos. Sin embargo, dentro de esta topología se presentaron algunos casos de optimalidad local y puede concluirse que el algoritmo trabajó satisfactoriamente con este tipo de topologías.

El número mayor de segundos cayó y estuvo rondando a las topologías con ciclos, siendo 7.974 segundos, el mayor tiempo de cómputo registrado en todas las tablas. El algoritmo, como comprobamos experimentalmente, ofrece soluciones en tiempo polinomial, o al menos no exponencial.

### 5.3 Recomendaciones

En la presente tesis hemos utilizado un modelo complejo en sus características matemáticas. En la implementación presentada se ha hecho uso de compresores que se emplean en la práctica industrialmente. Para cada una de las topologías se analizaron los ocho compresores en forma general. Sin embargo, como hemos mencionado anteriormente, en la industria las estaciones compresoras tienen diversos tipos de compresores en diversas conexiones. Una adaptación al programa en GAMS en la cual sea posible el empleo de más de un tipo de compresor a la vez ofrecería una mayor aproximación a la situación real.

Otro trabajo a futuro que se puede ver es el empleo de técnicas heurísticas como el GRASP y la Búsqueda Tabú, o una combinación de ambas técnicas para abrir un marco nuevo de soluciones que si bien no sean tan rigurosas en cuanto a formalidad, si abran un nuevo abanico de exploración en este complejo problema.

El uso de las topologías expuestas aquí puede ser analizado exhaustivamente alterando no solo el tipo de compresor, sino también el número de los compresores encendidos a la vez. Como vimos, en este trabajo este número fue constante igual a la unidad.

Otras variaciones al modelo que lo harían más valioso pero más difícil de tratar aún serían el manejar un modelo donde la temperatura fuera considerada como una variable, es decir, ya no suponer que es isotérmico.

Un reto aún más fuerte lo constituye agregar complejidad matemática considerando un modelo transitorio, es decir, no en estado estable, que sería aún más cercano a la realidad y por tanto, más difícil de solucionar satisfactoriamente.

## 5.4 Contribución Científica

Las contribuciones científicas de la presente Tesis fueron el haber aportado un marco de referencia en cuanto a topologías de red existentes, para ser abordadas en trabajos futuros, la demostración de la validez del mejoramiento en la calidad de las soluciones al manipular parámetros algorítmicos del GRG en el PMCC, y aumentar el número de instancias cíclicas estudiadas arrojando buenos resultados y mejoras sobre éstas.

### Productos derivados del desarrollo de esta Tesis:

#### Publicaciones

- H. J. Flores-Villarreal y R. Z. Ríos-Mercado. Computational experience with a GRG method for minimizing fuel consumption on cyclic natural gas networks. En N.E. Mastorakis, I.A. Stathopoulos, C. Manikopoulos, G.E. Antoniou, V. M. Mladenov y I. F. Gonos, editores, *Computational Methods in Circuits and Systems Applications*, pp. 90-94. WSEAS Press, Atenas, Grecia, 2003.
- H.J. Flores-Villarreal y R.Z. Ríos Mercado. Efficient operation in natural gas pipeline networks: Computational findings of high quality results. En Proceedings of The International Applied Business & Research Conference, Acapulco, México, 2003.
- D. Cobos-Zaleta, C. Borraz-Sanchez, Y. Villalobos-Morales, R.Z. Ríos-Mercado y H.J. Flores-Villarreal. On NLP and MINLP formulations and preprocessing techniques for fuel cost minimization on natural gas transmission networks. In proceedings of the Natural Science Foundation Design, Service and Manufacturing Grantees and Research Conference. Birmingham, EUA. 2003.



## Ponencias

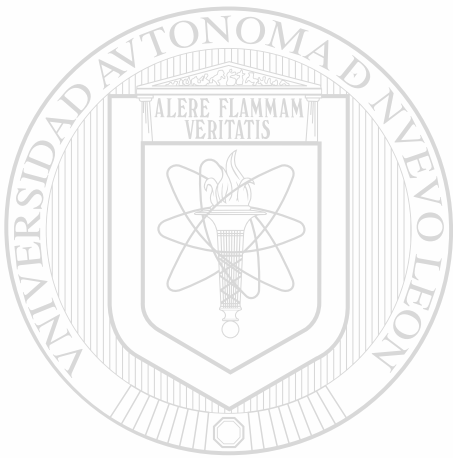
- Humberto J. Flores Villarreal. Evaluación computacional de algoritmos de optimización no lineal en el problema de minimización del consumo de combustible en una red de gas natural. Ciclo de seminarios del Posgrado en Ingeniería de Sistemas, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León. 2002.
- Humberto J. Flores Villarreal y Roger Z. Ríos Mercado. Evaluando un algoritmo de gradiente reducido en un problema de transporte de gas natural. XXXV Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad Juárez del Estado de Durango, Durango, octubre 2002.
  - H.J. Flores-Villarreal y R.Z. Ríos Mercado. Efficient operation in natural gas pipeline networks: Computational findings of high quality results. The International Applied Business & Research Conference, Acapulco, México, marzo, 2003.
- Humberto J. Flores Villarreal. Computational evaluation of non-linear programming algorithms for the problem of minimizing fuel consumption in natural gas pipeline networks. Ciclo de seminarios del Posgrado en Ingeniería de Sistemas, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2002.
- Humberto J. Flores Villarreal y Roger Z. Ríos Mercado. Evaluando un algoritmo de gradiente reducido en un problema de transporte de gas natural. Escuela Nacional de Optimización y Análisis Numérico, Universidad Autónoma de Coahuila, Saltillo, marzo 2003.

# BIBLIOGRAFÍA

- [1] *GAMS The Solvers Manuals: GAMS-CONOPT*. ARKI Consulting and Development. Washington, DC, 1998.
- [2] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, y C. M. Shetty. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. Wiley, New York, EUA, 1993.
- [3] D. P. Bertsekas. *Nonlinear Programming*. Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, EUA, 1999.
- [4] A. Brooke, D. Kendrick, y A. Meeraus. *GAMS: A User's Guide, Release 2.25*. The Scientific Press, San Francisco, EUA, 1992.
- 
- [5] R. G. Carter. Pipeline optimization: Dynamic programming after 30 years. In *Proceedings of the 30th PSIG Annual Meeting*, Denver, EUA, 1998.
- [6] D. Cobos Zaleta. *Modelos de Optimización Entera Mixta No Lineal en Sistemas de Transporte de Gas Natural*. Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, NL, Noviembre 2003.
- [7] C. A. Floudas. *Nonlinear and Mixed-Integer Optimization*. Oxford University Press, New York, EUA, 1995.
- [8] R. Horst y P. M. Pardalos. *Handbook of Global Optimization*. Dordrecht, The Netherlands, 1995.
- [9] S. Kim. *Minimum-Cost Fuel Consumption on Natural Gas Transmission Network Problem*. Disertación doctoral, Texas A&M University, College Station, EUA, Diciembre 1999.

- [10] S. Kim, R. Z. Ríos-Mercado, y E. A. Boyd. A heuristic for minimum cost steady-state gas transmission networks. En *Proceedings of the 25th International Conference on Computers & Industrial Engineering*, New Orleans, EUA, Marzo, 1999.
- [11] H. S. Lall y P. B. Percell. A dynamic programming based gas pipeline optimizer. En A. Bensoussan y J. L. Lions, editores, *Analysis and Optimization of Systems*, volumen 144, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pp 123–132, Springer-Verlag, Berlin, Alemania, 1990.
- [12] W. Mendenhall, R. Beaver, y B. Beaver. *Introduction to Probability and Statistics*. Duxbury Press, Pacific Grove, EUA, 1999.
- [13] A. J. Osiadacz. *Simulation and Analysis of Gas Networks*. Gulf Publishing Company, Houston, EUA, 1987.
- [14] A. J. Osiadacz y M. Górecki. Optimization of pipe sizes for distribution gas network design. En *Proceedings of the 27th PSIG Annual Meeting*, Albuquerque, EUA Octubre, 1995.
- [15] P. B. Percell y M. J. Ryan. Steady-state optimization of gas pipeline network operation. En *Proceedings of the 19th PSIG Annual Meeting*, Tulsa, EUA Octubre 1987.
- 
- [16] Y. Villalobos Morales. *Preprocesamiento de un Problema de Optimización de Redes de Gas Natural*. Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, NL, Octubre 2002.
- [17] P. J. Wong y R. E. Larson. Optimization of natural-gas pipeline systems via dynamic programming. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-13(5):475–481, 1968.
- [18] S. Wu. *Steady-State Simulation and Fuel Cost Minimization of Gas Pipeline Networks*. Doctoral dissertation, University of Houston, Houston, EUA, Agosto, 1998.
- [19] S. Wu, E. A. Boyd, y L. R. Scott. Minimizing fuel consumption at gas compressor stations. En J. J.-W. Chen and A. Mital, editors, *Advances in Industrial Engineering Applications and Practice I*, pages 972–977, Cincinnati, Ohio, 1996. *International Journal of Industrial Engineering*.

- [20] S. Wu, R. Z. Ríos-Mercado, E. A. Boyd, y L. R. Scott. Model relaxations for the fuel cost minimization of steady-state gas pipeline networks. *Mathematical and Computer Modelling*, 31(2–3):197–220, 2000.
- [21] D. G. Zill. *Cálculo con Geometría Analítica*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1985.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

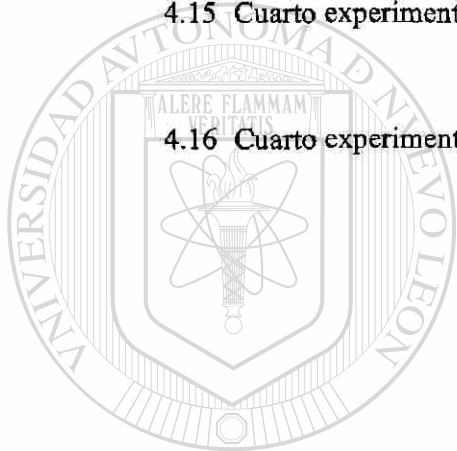
®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# LISTA DE TABLAS

4.1	Base de datos	29
4.2	Algunos flujos factibles implementados	31
4.3	Primer experimento, parámetros algorítmicos default	35
4.4	Primer experimento, parámetros algorítmicos default	36
4.5	Primer experimento, modificando LSSCAL a Verdadero	37
4.6	Primer experimento, modificando LSSCAL a verdadero	38
4.7	Segundo experimento, RVSTLM = 3 y RTNWTM en valor predeterminado.	47
4.8	Segundo experimento, RVSTLM = 3 y RTNWTM en valor predeterminado.	48
4.9	Segundo experimento, RVSTLM = 3 y RTNWTM modificado	49
4.10	Segundo experimento, RVSTLM = 3 y RTNWTM modificado	50

4.11 Tercer experimento, RVSTLM predeterminado y RTNWMI = 3d-4 . . . . .	51
4.12 Tercer experimento, RVSTLM predeterminado y RTNWMI = 3d-4 . . . . .	52
4.13 Tercer experimento, RVSTLM modificado y RTNWMI = 3d-4 . . . . .	53
4.14 Tercer experimento, RVSTLM modificado y RTNWMI = 3d-4 . . . . .	54
4.15 Cuarto experimento, Variando el punto inicial . . . . .	64
4.16 Cuarto experimento, Variando el Punto Inicial . . . . .	65



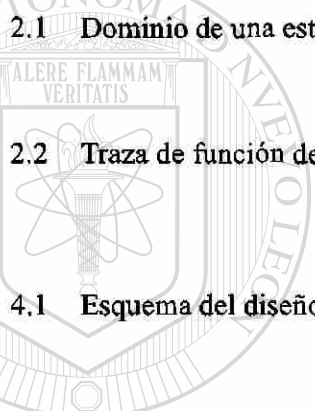
# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# LISTA DE FIGURAS



2.1 Dominio de una estación compresora . . . . . 15

2.2 Traza de función de consumo de combustible . . . . . 16

4.1 Esquema del diseño experimental . . . . . 33

4.2 Comparativo del número de iteraciones AB . . . . . 39

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

4.3 Comparativo del número de iteraciones AB . . . . . 40 ®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

4.4 Comparativo del número de iteraciones AB . . . . . 40

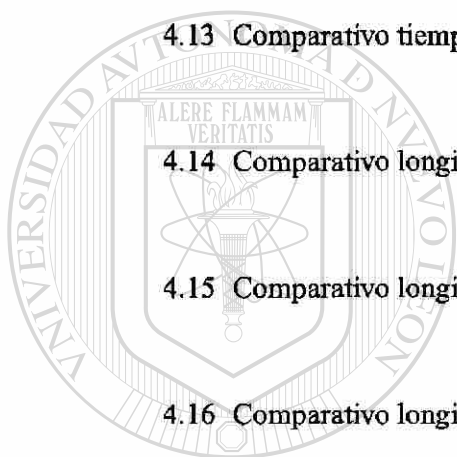
4.5 Comparativo del estado final del programa para AB . . . . . 41

4.6 Comparativo del estado final del programa para AB . . . . . 41

4.7 Comparativo del estado final del programa para AB . . . . . 42

4.8 Comparativo desempeño del sistema para AB . . . . . 42

4.9	Comparativo desempeño del sistema para AB	43
4.10	Comparativo desempeño del sistema para AB	43
4.11	Comparativo tiempo de cómputo para AB	44
4.12	Comparativo tiempo de cómputo para AB	45
4.13	Comparativo tiempo de cómputo para AB	46
4.14	Comparativo longitud de paso	55
4.15	Comparativo longitud de paso	56
4.16	Comparativo longitud de paso	56
4.17	Comparativo longitud de paso	57
4.18	Comparativo longitud de paso	57
4.19	Comparativo longitud de paso	58
4.20	Comparativo longitud de paso	58
4.21	Comparativo longitud de paso	59
4.22	Comparativo tolerancia infactibilidad	60



UANL

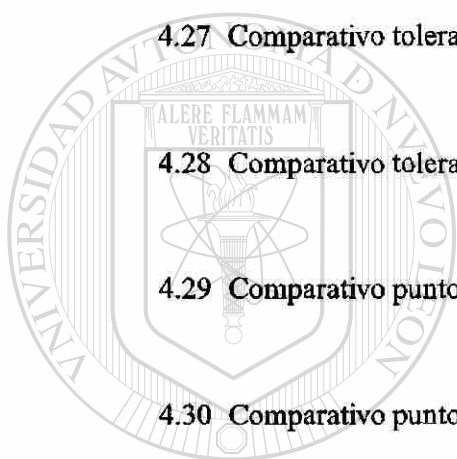
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



4.23	Comparativo tolerancia infactibilidad . . . . .	60
4.24	Comparativo tolerancia infactibilidad . . . . .	61
4.25	Comparativo tolerancia infactibilidad . . . . .	61
4.26	Comparativo tolerancia infactibilidad . . . . .	62
4.27	Comparativo tolerancia infactibilidad . . . . .	62
4.28	Comparativo tolerancia infactibilidad . . . . .	63
4.29	Comparativo punto inicial . . . . .	66
4.30	Comparativo punto inicial . . . . .	67
<hr/>		
4.31	Comparativo punto inicial . . . . .	68
4.32	Comparativo punto inicial . . . . .	68
4.33	Comparativo punto inicial . . . . .	69
4.34	Comparativo punto inicial . . . . .	69
4.35	Comparativo punto inicial . . . . .	70
4.36	Comparativo punto inicial . . . . .	70



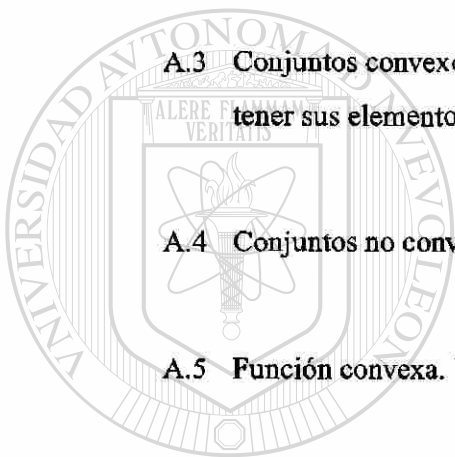
UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



	89
4.37 Comparativo punto inicial . . . . .	71
4.38 Comparativo punto inicial . . . . .	71
A.1 Mínimo local y global. . . . .	94
A.2 Varios mínimos globales. . . . .	97
A.3 Conjuntos convexos. La interpolación lineal de dos puntos en el conjunto debe tener sus elementos en él. . . . .	97
A.4 Conjuntos no convexos. . . . .	98
A.5 Función convexa. La interpolación lineal siempre está sobre la función . . . . .	98
<hr/>	
D.1 Cortes de compresor CDRYK1 para diferentes valores de presión de descarga (Pd) . . . . .	110
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS	
D.2 Cortes de compresor CDHRK1 para diferentes valores de presión de descarga (Pd) . . . . .	111
D.3 Cortes de compresor CDBNK1 para diferentes valores de presión de descarga (Pd) . . . . .	112
D.4 Cortes de compresor CDBNK3 para diferentes valores de presión de descarga (Pd) . . . . .	113

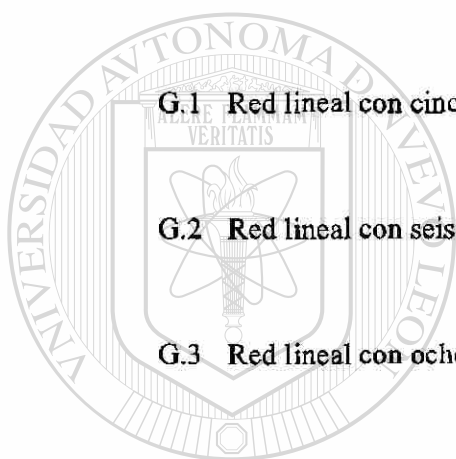


UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



D.5	Cortes de compresor CDBNK2 para diferentes valores de presión de descarga (Pd) . . . . .	114
D.6	Cortes de compresor CDSNK1 para diferentes valores de presión de descarga (Pd) . . . . .	115
D.7	Cortes de compresor CDBYK1 para diferentes valores de presión de descarga (Pd) . . . . .	116
G.1	Red lineal con cinco nodos y un compresor . . . . .	132
G.2	Red lineal con seis nodos y dos compresores . . . . .	133
G.3	Red lineal con ocho nodos y tres compresores . . . . .	133
G.4	Red tipo árbol con 10 nodos y 3 compresores . . . . .	134
G.5	Red tipo árbol con 11 nodos y 4 compresores . . . . .	135 <sup>®</sup>
G.6	Red tipo árbol con 15 nodos y 6 compresores . . . . .	136
G.7	Red tipo árbol con 39 nodos y 14 compresores . . . . .	137
G.8	Red cíclica de 13 nodos y 5 compresores . . . . .	138
G.9	Red cíclica de 17 nodos y 6 compresores . . . . .	138
G.10	Red cíclica de 6 nodos y 2 compresores . . . . .	139

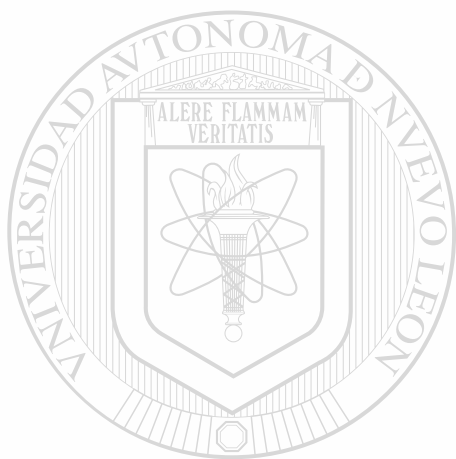


UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

G.11 Red cíclica de 8 nodos y 3 compresores . . . . .	140
G.12 Red cíclica de 9 nodos y 3 compresores . . . . .	140
G.13 Red cíclica de 15 nodos y 5 compresores . . . . .	141



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# APÉNDICE A

## Conceptos Básicos de Programación No

### Lineal

A continuación se exponen algunos conceptos, definiciones y notaciones pertenecientes a diferentes ramas de las matemáticas (álgebra y análisis) que son base para entender características del modelo y el algoritmo de solución empleado. Para una referencia más completa y con demostraciones, ver [3, 7, 21, 2].

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS Concepto de Modelo de Optimización

Un modelo matemático de un sistema es un conjunto de relaciones matemáticas <sup>1</sup> que representan una abstracción del mundo real del sistema considerado. Los modelos matemáticos pueden ser desarrollados usando aproximaciones fundamentales, métodos empíricos, o métodos basados en analogías.

Podemos pensar en las aproximaciones fundamentales como teorías fundamentales de la ciencia, como la Ley de Newton. Estas son usadas para formar ecuaciones. En los métodos

<sup>1</sup>Esto es, igualdades desigualdades y condicionales lógicos.

empíricos, se toman en consideración datos de entrada y salida del sistema, en conjunción con metodologías de la estadística para generar modelos de tipo “caja negra”, modelos empíricos, es decir, modelos resultado de un razonamiento basado en la experiencia sin fundamento metodológico. En las metodologías por analogía, ésta es usada para determinar las características esenciales del sistema de interés estudiando un modelo similar bien comprendido.

Un modelo matemático tiene tres elementos clave:

- Parámetros
- Variables
- Restricciones

Las restricciones pueden ser de igualdad, de desigualdad o lógicas. Las relaciones matemáticas de igualdad generalmente están asociadas a balances de materia, de energía, relaciones de equilibrio, cálculos de propiedades físicas, relaciones de diseño de ingeniería que describen fenómenos físicos del sistema, etc. Las relaciones de desigualdad nos ayudan a describir regímenes de operación factibles, especificaciones de calidad, factibilidad de transferencia de masa y calor, requerimientos de desempeño, cotas de oferta y demanda, etc.

Un modelo de optimización es un modelo matemático que junto con lo anterior, contiene uno o varios criterios de desempeño. El criterio de desempeño se denota como una función objetivo, generalmente expresada como una minimización de costo, o maximización de ganancias, como restricción de igualdad.

### Formulación de un Problema de Optimización No Lineal (PNL)

Un problema de optimización no lineal sin restricciones trata con una búsqueda de un mínimo de una función no lineal  $f(x)$  con  $n$  variables reales  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , y es denotado como

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(x) \\ \text{sujeta a} & x \in \mathcal{R}^n \end{array}$$

Cada una de las  $n$  variables puede tomar cualquier valor desde  $-\infty$  hasta  $+\infty$ .

Los problemas de optimización no lineal sin restricciones aparecen en múltiples aplicaciones en ciencia e ingeniería que van desde encontrar una solución simultánea a ecuaciones no lineales, a la estimación de parámetros e identificación de problemas como en el método de mínimos cuadrados.

### Concepto de Mínimo Local

$x^* \in \mathcal{R}^n$  es llamado mínimo local del problema de optimización si existe una bola de radio  $\epsilon$  alrededor de  $x^*$ ,  $B_\epsilon(x^*) \mid f(x^*) \leq f(x) \forall x \in B_\epsilon(x^*)$

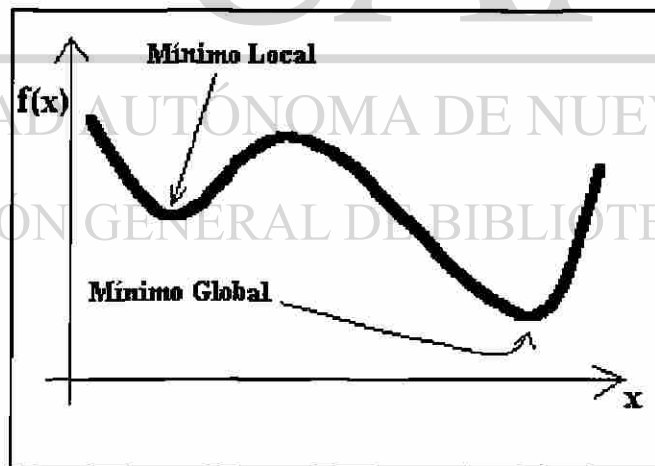


Figura A.1: Mínimo local y global.

### Concepto de Mínimo Global

$x^* \in \mathcal{R}^n$  es llamado óptimo global del problema de optimización si  $f(x^*) \leq f(x) \forall x \in \mathcal{R}^n$

Un problema no lineal con restricciones trata de la búsqueda de un mínimo de una función  $f(x)$  de  $n$  variables reales  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathcal{X} \subseteq \mathcal{R}^n$ , sujeto a un conjunto de restricciones de igualdad  $h(x) = 0$ , ( $h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m$ ) y un conjunto de restricciones de desigualdad  $g(x) \leq 0$ , ( $g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, p$ ), y es denotado como:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(x) \\ &\text{sujeto a } h(x) = 0 \\ &\quad g(x) \leq 0 \\ &\quad x \in \mathcal{X} \subseteq \mathcal{R}^n \end{aligned}$$

Cualquiera de las funciones  $f$ ,  $h$  ó  $g$  puede tomar cualquier forma de no linealidad, y asumiremos que satisfacen condiciones de continuidad y diferenciabilidad.

### Punto Factible

Un punto  $x \in \mathcal{X}$  satisfaciendo las restricciones de igualdad y desigualdad es llamado punto factible. Entonces, el conjunto de todos los puntos factibles de  $f(x)$  es definido como  $\mathcal{F} = \{x \in \mathcal{X} \subseteq \mathcal{R}^n : h(x) = 0, g(x) \leq 0\}$ .

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### Concepto de Gradiente de una Función

Cuando el operador diferencial vectorial

$$\nabla = i \frac{\delta}{\delta x} + j \frac{\delta}{\delta y}$$

o bien



$$\nabla = i \frac{\delta}{\delta x} + j \frac{\delta}{\delta y} + k \frac{\delta}{\delta z}$$

se aplica a una función diferenciable  $z = f(x, y)$ , o bien  $w = F(x, y, z)$ , se dice que los vectores

$$\nabla f(x, y) = \frac{\delta f}{\delta x} i + \frac{\delta f}{\delta y} j$$

$$\nabla F(x, y, z) = \frac{\delta F}{\delta x} i + \frac{\delta F}{\delta y} j + \frac{\delta F}{\delta z} k$$

son los gradientes de las funciones respectivas. El símbolo  $\nabla$ , que es una delta griega mayúscula invertida, recibe el nombre de nablá. El vector  $\nabla f$  usualmente se lee "grad  $f$ ". El gradiente apunta en la dirección del aumento más rápido de  $f$ , esto es, el vector gradiente  $\nabla f$  apunta en la dirección en la cual  $f$  crece con más rapidez; mientras que  $-\nabla f$  apunta en la dirección en que decrece  $f$  más rápidamente.

### Concepto de Convexidad

Sea  $\mathcal{C}$  un subconjunto de  $\mathcal{R}^n$ . Diremos que  $\mathcal{C}$  es convexo si  $\alpha x + (1 - \alpha)y \in \mathcal{C}$ ,  $\forall x, y \in \mathcal{C}$ ,  $\forall \alpha \in [0, 1]$ .

Sea  $\mathcal{C}$  un subconjunto convexo de  $\mathcal{R}^n$ . Una función  $f : \mathcal{C} \mapsto \mathcal{R}$  es llamada convexa si  $f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$ ,  $\forall x, y \in \mathcal{C}$ ,  $\forall \alpha \in [0, 1]$ . La función  $f$  es llamada cóncava si  $-f$  es convexa.

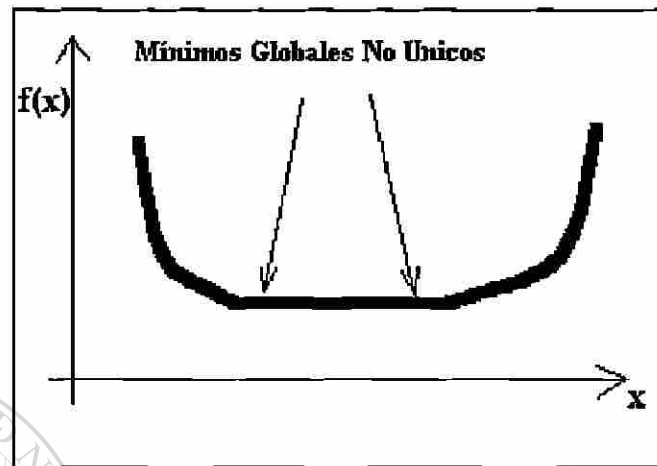


Figura A.2: Varios mínimos globales.

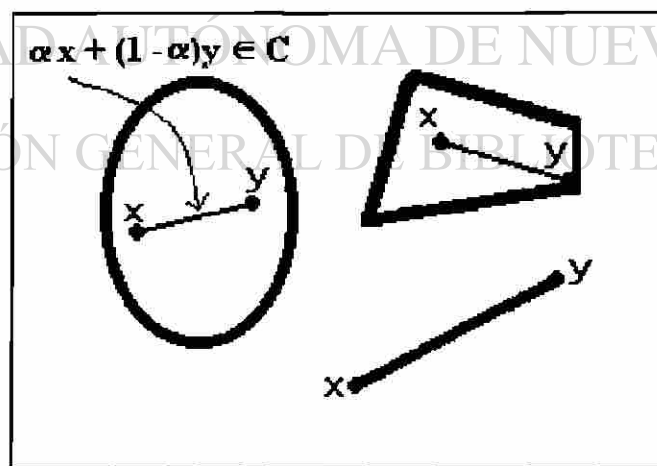


Figura A.3: Conjuntos convexos. La interpolación lineal de dos puntos en el conjunto debe tener sus elementos en él.

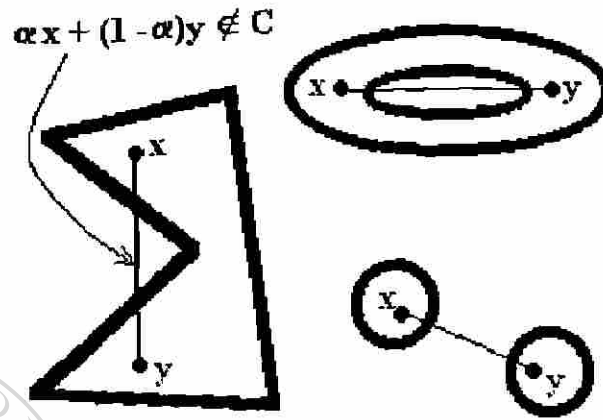


Figura A.4: Conjuntos no convexos.

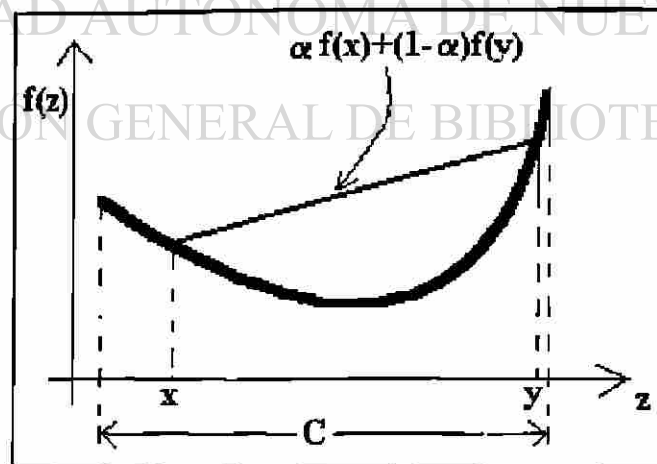


Figura A.5: Función convexa. La interpolación lineal siempre está sobre la función

### Función Lagrangiana

Se define como  $\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{x}) + \lambda^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mu^T \mathbf{g}(\mathbf{x})$ , con  $\mu > 0$ , donde  $\lambda^T = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  y  $\mu^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$  son los multiplicadores de Lagrange asociados con las restricciones de igualdad y desigualdad, respectivamente. Los multiplicadores  $\lambda$  asociados con las igualdades  $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  son irrestrictos en signo, mientras que los multiplicadores  $\mu$  asociados a las desigualdades  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$  deben ser no negativos. El problema transformado sin restricción se reduce a encontrar los puntos estacionarios de la función

$$\min_{\mathbf{x}, \lambda, \mu \geq 0} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{x}) + \lambda^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mu^T \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

### Condiciones Fritz-John

Sea  $\bar{\mathbf{x}} \in \mathcal{X}$  una solución a un PNL con restricciones  $\mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) \leq \mathbf{0}$ . Sea también  $f(\mathbf{x})$  y  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  diferenciables en  $\bar{\mathbf{x}}$  y  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  tenga primeras derivadas parciales continuas en  $\bar{\mathbf{x}}$ . Entonces, si  $\bar{\mathbf{x}}$  es una solución local del PNL, existen multiplicadores de Lagrange  $\mu_0$ ,  $\lambda$  y  $\mu$ :

$$\mu_0 \nabla f(\bar{\mathbf{x}}) + \lambda^T \nabla \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + \mu^T \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) \leq \mathbf{0}$$

$$\mu_j g_j(\bar{\mathbf{x}}) = 0 \quad \text{con } j=1,2,\dots,p$$

$$(\mu_0, \mu_j) \leq (0, 0) \quad \text{con } j=1,2,\dots,p$$

$$(\mu_0, \lambda, \mu) \neq (0, \mathbf{0}, \mathbf{0})$$

donde  $\nabla f(\bar{\mathbf{x}})$  es un vector de  $(n \times 1)$ ,  $\nabla \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}})$  es una matriz de  $(m \times n)$ ,  $\nabla \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}})$  es una matriz  $(p \times n)$ ,  $\mu_0$  es un escalar,  $\lambda$  es un vector  $(m \times 1)$  y  $\mu$  es un vector  $(p \times 1)$ . **Condiciones**

### Necesarias KKT

Sea  $\bar{\mathbf{x}} \in \mathcal{X}$  una solución factible al PNL con restricciones. Sean también  $f(\bar{\mathbf{x}})$  y  $g(\mathbf{x})$  diferenciables en  $\bar{\mathbf{x}}$  y  $h(\mathbf{x})$  y tengan primeras derivadas parciales continuas en  $\bar{\mathbf{x}}$ . Si  $\bar{\mathbf{x}}$  es un mínimo local del PNL y las restricciones son linealmente independientes, entonces existen multiplicadores de Lagrange  $\lambda, \mu$ :

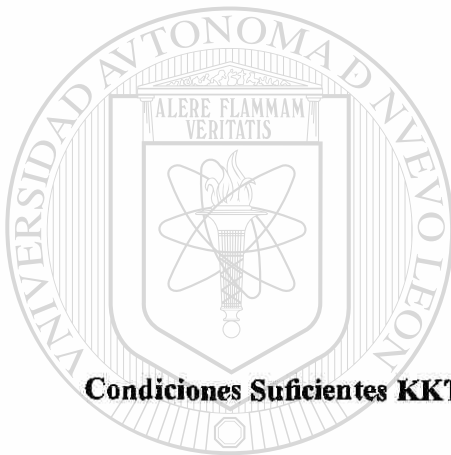
$$\nabla f(\bar{\mathbf{x}}) + \lambda^T \nabla \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + \mu^T \nabla \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) = 0$$

$$\mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) = 0$$

$$\mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) \leq 0$$

$$\mu_j g_j(\bar{\mathbf{x}}) = 0 \text{ con } j=1,2,\dots,p$$

$$\mu_j \geq 0 \text{ con } j=1,2,\dots,p$$



### Condiciones Suficientes KKT

Sea  $\bar{\mathbf{x}} \in \mathcal{X}$  una solución factible al PNL, y sea  $\bar{\mathbf{x}}$  un punto KKT. Sea también  $\mathcal{I}^+ = \{i : \lambda_i > 0\}$  y  $\mathcal{I}^- = \{i : \lambda_i < 0\}$  en  $\bar{\mathbf{x}}$ . Si  $f(\mathbf{x})$  es pseudo-convexa en  $\bar{\mathbf{x}}$  con todos los puntos factibles  $\mathbf{x}$ ,  $h_i(\mathbf{x})$  para  $i \in \mathcal{I}^+$  es cuasi-convexa en  $\bar{\mathbf{x}}$  con todos los otros puntos factibles  $\mathbf{x}$ ,  $h_i(\mathbf{x})$  para  $i \in \mathcal{I}^-$  es cuasi-cóncava en  $\bar{\mathbf{x}}$  con todos los otros puntos factibles  $\mathbf{x}$ , y  $g_i(\mathbf{x})$  para  $j \in \mathcal{J}$  es cuasi-convexa en  $\bar{\mathbf{x}}$  con todos los otros puntos factibles  $\mathbf{x}$ , entonces  $\bar{\mathbf{x}}$  es un óptimo global para el PNL. Si las condiciones de convexidad sobre  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ , y  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  están restringidas a una bola de radio  $\epsilon$  de  $\bar{\mathbf{x}}$ , entonces  $\bar{\mathbf{x}}$  es un mínimo local para el PNL.

# APÉNDICE B

## GAMS / CONOPT

En este apartado se muestran dos de las herramientas computacionales usadas para evaluar el PMCC modelado. Estos programas de optimización constituyen herramientas muy valiosas para poder trabajar con los modelos matemáticos y así obtener resultados. Tienen muchas ventajas con respecto a otras aplicaciones, tanto para facilitar la implementación como el entendimiento y la actualización de los modelos. Para una información más profunda, ver [1] y [4].

### GAMS

Es un sistema de modelación algebraica que utilizando diferentes procedimientos de solución implementados (optimizadores), arroja respuestas a una gran variedad de modelos de optimización. Su nombre viene por sus siglas en el idioma inglés, General Algebraic Modeling System. Este lenguaje de modelación computacional fue creado para que, además de ser útil herramienta en la tecnología de optimización, fuese fácil entender modelos de optimización computacional ya implementados por otras personas, facilitando así la reutilización (eliminar la duplicación de esfuerzo) al no tener que cambiar el tamaño del modelo o modificarlo en lu-

gares difíciles de encontrar <sup>1</sup> y así, facilitar la capacitación y actualización de las personas que lo abordan, de manera que su “redacción” o bien, su codificación, sea legible y muy similar al modelo mismo. Los creadores de GAMS logran esto independizando el tamaño de la instancia de la estructura del modelo, mediante el manejo de subíndices, conjuntos, parámetros, variables y formando ecuaciones directamente con estos elementos automáticamente. De esta forma, si vamos a ver como se comporta el modelo cuando un parámetro es cambiado, este parámetro o parámetros son muy fáciles de localizar. El GAMS nace en el sector bancario, como respuesta a la necesidad de dar continuidad a esas modificaciones de una manera rápida a modelos grandes.

El GAMS tiene la capacidad de manejar modelos muy grandes y complejos, ya que es usado en supercomputadoras, inclusive, o con modelos únicos en su tipo. Además, es fácil el cambiar el método de solución. Una vez que se ha modelado e implementado el modelo en GAMS, se busca la metodología que mejor acomode a la estructura del problema para obtener soluciones mejores o de manera más fácil. Para esto, GAMS cuenta con una serie de optimizadores o solucionadores. Entre ellos:

- CPLEX: trata problemas lineales y de programación entera mixta

- CONOPT: Optimizador no lineal. Maneja sistemas de gran escala

- DICOPT: Optimiza problemas no lineales entero-mixtos

- MINOS: Optimizador no lineal

<sup>1</sup>Me refiero a situaciones como buscar para cambiar un coeficiente en una fórmula con muchos términos, por ejemplo, o bien, cambiar tamaños de vectores difíciles de hallar por no haberlos definido uno mismo

## CONOPT

Este optimizador cuenta con varias versiones distintas y es utilizado para optimizar problemas no lineales, con la ventaja de que tiene la capacidad de andar por caminos no factibles al comienzo del problema o en algún momento dado. De las versiones existentes de este optimizador, la más confiable es CONOPT2, por ofrecer un equilibrio entre avances tecnológicos y resultados obtenidos con él<sup>2</sup>. El CONOPT2 es el optimizador que usé y es el que se describe a continuación. Notemos que presenta variantes importantes al algoritmo básico de Wolfe, para poder manejar las infactibilidades y gran escala. Su base de operación es el algoritmo de gradiente reducido generalizado, del cual se presenta solamente los pasos en el siguiente apartado.

### Algoritmo GRG

- 1.-Inicializar y encontrar una solución factible inicial.
- 2.-Calcular el Jacobiano  $\mathcal{J}$  de las restricciones.
- 3.-Seleccionar el conjunto de  $n$  variables básicas,  $x_b$ , tal que  $\mathcal{B}$ , la submatriz de la columna básica de  $\mathcal{J}$ , sea no singular.
- 4.-Resolver  $\mathcal{B}^T u \frac{df}{dx_b}$  para los multiplicadores  $u$ .
- 5.-Calcular el gradiente reducido,  $r = \frac{df}{dx} - \mathcal{J}^T u$ .  $r$  será por definición cero para las variables básicas.
- 6.-Si  $r$  proyectado en las cotas es pequeño, entonces el algoritmo se detiene. El punto actual es cercano al óptimo.

<sup>2</sup>Existen otras dos versiones más de CONOPT.

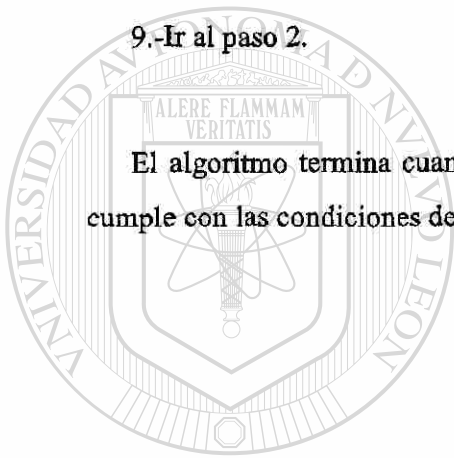


7.-Seleccionar un conjunto de variables superbásicas,  $x_s$ , como un subconjunto de las variables no básicas, que pueden ser cambiadas, y encontrar una dirección de búsqueda  $d_s$ , para las variables superbásicas basadas en  $r_s$  y posiblemente sobre cierta información de segundo orden.

8.-Desarrollar una búsqueda de línea a lo largo de la dirección  $d$ . Para cada paso,  $x_s$  es cambiada en la dirección de  $d_s$  y  $x_b$  es subsecuentemente ajustada para satisfacer  $g(x_b, x_s) = b$  en un proceso Pseudo-Newton usando el factor  $B$  del paso 3.

9.-Ir al paso 2.

El algoritmo termina cuando la dirección de búsqueda  $d$  es igual a cero y la solución  $x$  cumple con las condiciones de optimalidad de Kuhn-Tucker.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# APÉNDICE C

## Prueba de los Signos

En este apartado se expone la teoría utilizada para probar estadísticamente la validez de los resultados mostrados en esta tesis. Se trata con la llamada estadística no paramétrica, en particular con la prueba del signo de la diferencia de muestras pareadas, usando una aproximación normal. Para una información mayor, véase [12].

### Prueba de Signo en Experimento Pareado

La prueba del signo es un procedimiento simple que puede ser usado para comparar dos poblaciones cuando las muestras consisten de observaciones pareadas. Este tipo de diseño experimental es llamado diferencia pareada. En general, para cada par, nosotros medimos si la primer respuesta del sistema, llamémosle A, es mayor que la segunda salida, llamémosle B. El estadístico de prueba es  $x$ , el número de veces que A excede a B en los  $n$  pares de observaciones.

Cuando las dos distribuciones poblacionales son idénticas, la probabilidad de que A exceda a B es  $p = 0.5$ , y  $x$ , el número de veces que A excede a B, tiene una distribución binomial. Solamente comparaciones no idénticas son incluidas en la prueba. Por ello, se puede probar la hipótesis de distribuciones de población idénticas probando  $H_0 : p = 0.5$  contra la alternativa

de una o dos colas:  $H_1 : p > 0.5$  ó  $H_1 : p \neq 0.5$ . Valores críticos de la región de rechazo pueden ser calculados usando la tabla binomial acumulada que aparece en todo libro moderno de estadística. Si alguna observación tiene el mismo valor en A y B, estas observaciones son descartadas.

### Aproximación Normal para la Prueba de los Signos

Cuando el número de pares  $n$  es muy grande, los valores críticos para rechazar  $\mathcal{H}_0$  y el valor- $p$  aproximado pueden ser calculados usando una aproximación Normal a la distribución de  $x$ . Como la distribución binomial es perfectamente simétrica cuando  $p = 0.5$ , esta aproximación trabaja bastante bien, inclusive en experimentos con  $n = 10$ . Si  $n < 10$ , la prueba no se llevó a cabo y se reportó como DATOS INSUFICIENTES, en la parte de pruebas.

- 1 Hipótesis nula:  $\mathcal{H}_0: p = 0.5$  o bien  $p(A > B) = 0.5$  (La modificación en el parámetro no produce mejora estadísticamente probada).
- 2 Hipótesis alternativa:  $\mathcal{H}_a: p \neq 0.5$  en una prueba de dos colas. O bien, prueba de una cola, con la región de rechazo a la derecha, es decir,  $\mathcal{H}_a: p > 0.5, p(A > B) > 0.5$ .
- 3 Estadístico de prueba:  $z = \frac{x - .5n}{.5\sqrt{n}}$ .
- 4 Región de Rechazo: Rechazamos  $\mathcal{H}_0$  si  $z \geq z_{\alpha/2}$  ó  $z \leq -z_{\alpha/2}$ , donde  $z_{\alpha/2}$  es el valor  $z$  del área en la curva de distribución normal correspondiente a  $\alpha/2$ .

### Ejemplo

Tomemos por ejemplo, una de las primeras pruebas efectuadas. Probar la hipótesis alternativa: EL NUMERO DE ITERACIONES AL CORRER TOPOLOGIAS CICLICAS ES MENOR CUANDO EL PARAMETRO LSSCAL ES ACTIVO. Esto es veamos la prueba que compara A con B (Datos en las Tablas 4.3 contra los de la Tabla 4.5. En teoría, y como tenemos 8 compresores y 6 topologías cíclicas, deberíamos tener  $8 \times 6 = 64$  datos para hacer la

prueba, pero como eliminamos los empates y las soluciones no factibles, nos quedamos con 37 muestras,  $n = 37$ . Estos pares muestrales representativos de la población son los siguientes:

**A - B**

91 - 49

101 - 32

48 - 46

93 - 47

191 - 60

120 - 44

941 - 83

191 - 51

551 - 46

81 - 52

55 - 40

93 - 31

114 - 51

47 - 26

141 - 41

50 - 44

88 - 58

311 - 59

151 - 47

39 - 28

211 - 46

57 - 34

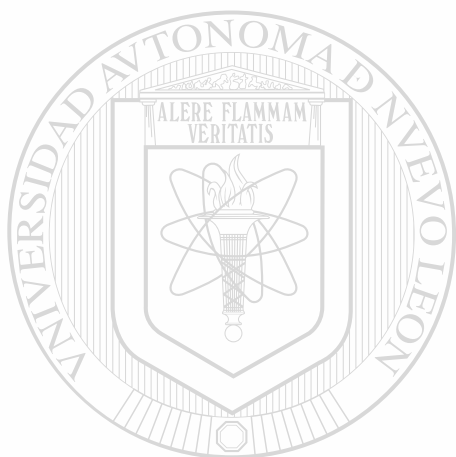
928 - 45

69 - 90

66 - 38

91 - 70

88 - 49



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



81 - 51

247 - 189

154 - 40

91 - 48

101 - 51

66 - 46

121 - 51

62 - 43

98 - 59

85 - 67

Así,  $x = 36$ , pues solo un caso el valor de B no es menor que A.  $\mathcal{H}_1 : p(A > B) = .5$ .  
 $\mathcal{H}_a : p(A > B) > 0.5$ . Ahora,  $z = \frac{36-0.5(37)}{0.5\sqrt{37}} = 5.75$ . Rechazamos  $\mathcal{H}_0$  si  $z > z_\alpha$ , pues es prueba de una cola. Con  $\alpha = 0.05$ , como nivel de confianza del 95%, tenemos que la desigualdad  $5.75 > 1.645$  tiene un valor de verdad verdadero. Por ello, se rechaza  $\mathcal{H}_0$  en favor de  $\mathcal{H}_a$ . El valor p lo obtenemos como:  $p(z \geq 5.75) = 1 - p(z \leq 5.75) = 0.001$ . Es decir, inclusive un nivel de confianza del 99% hubiese avalado la prueba. La evidencia estadística es significativa. Esto era muy previsible, pues solo un par desfavorece la hipótesis alternativa. En general, las pruebas de LSSCAL favorecen mucho las pruebas, por ello se hizo el experimento de  $2 \times 2$  a partir de los resultados derivados de esta primer prueba, en lugar de experimento  $2 \times 2 \times 2$ .

# APÉNDICE D

## Dominio de los Compresores

En este apartado se muestran los cortes de los dominios de los compresores. Vemos que presentan las características de no convexidad mencionadas en el Capítulo 2.



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



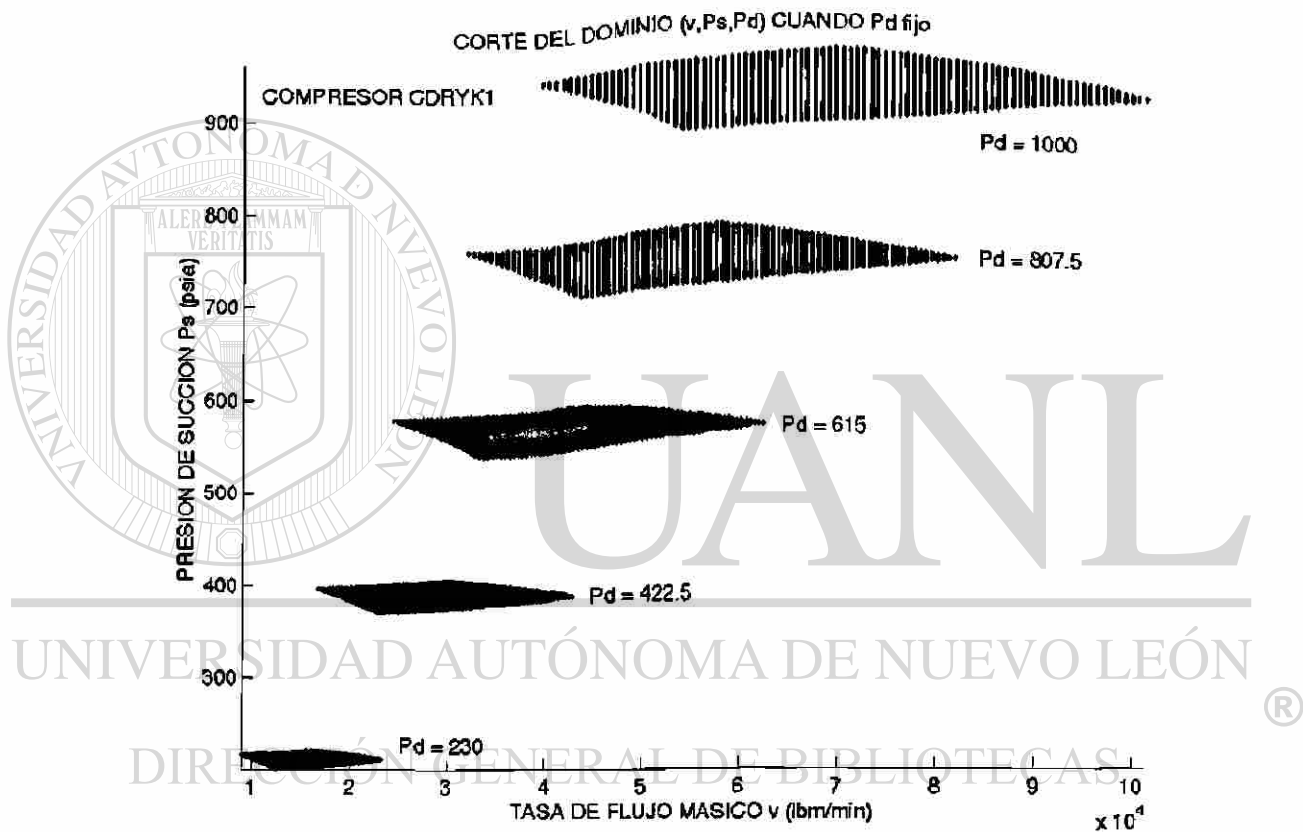


Figura D.1: Cortes de compresor CDRYK1 para diferentes valores de presión de descarga (Pd)

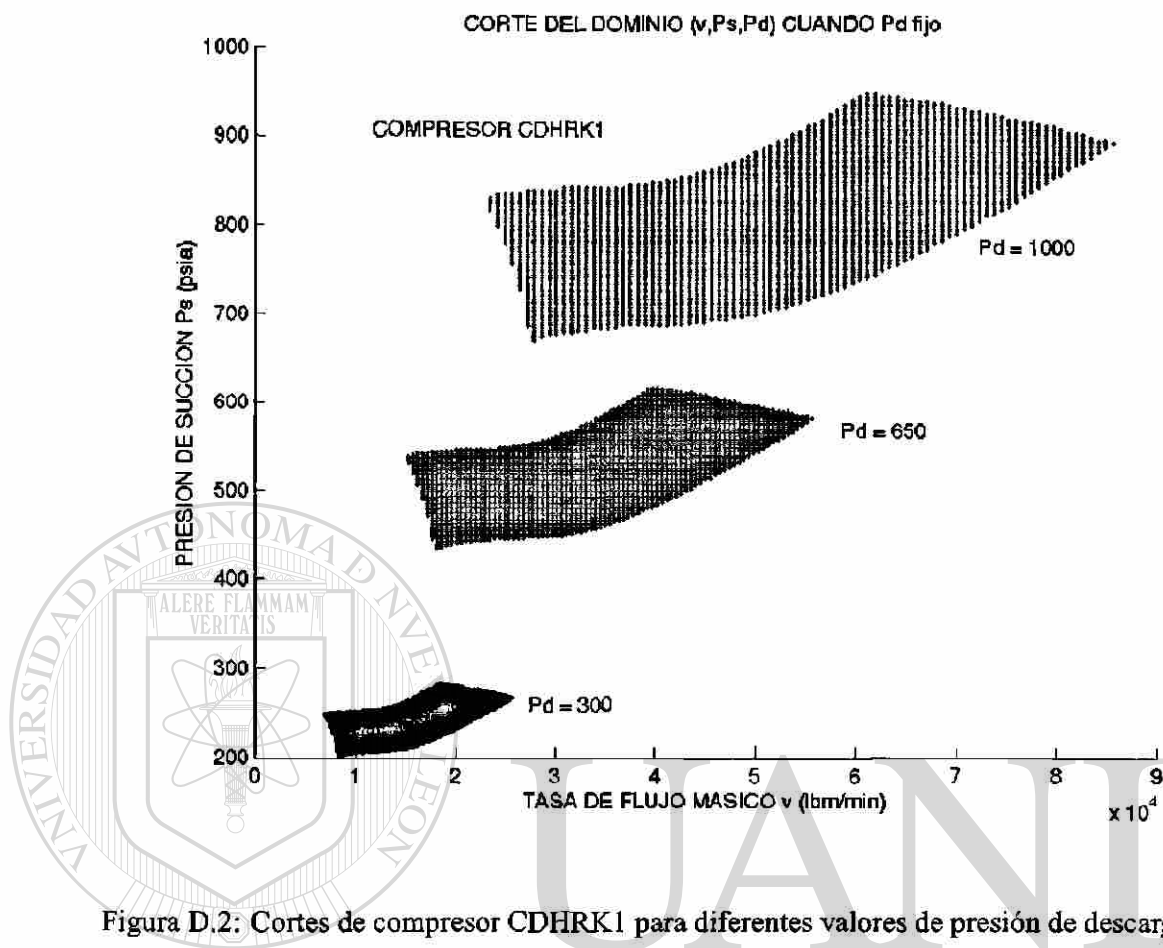
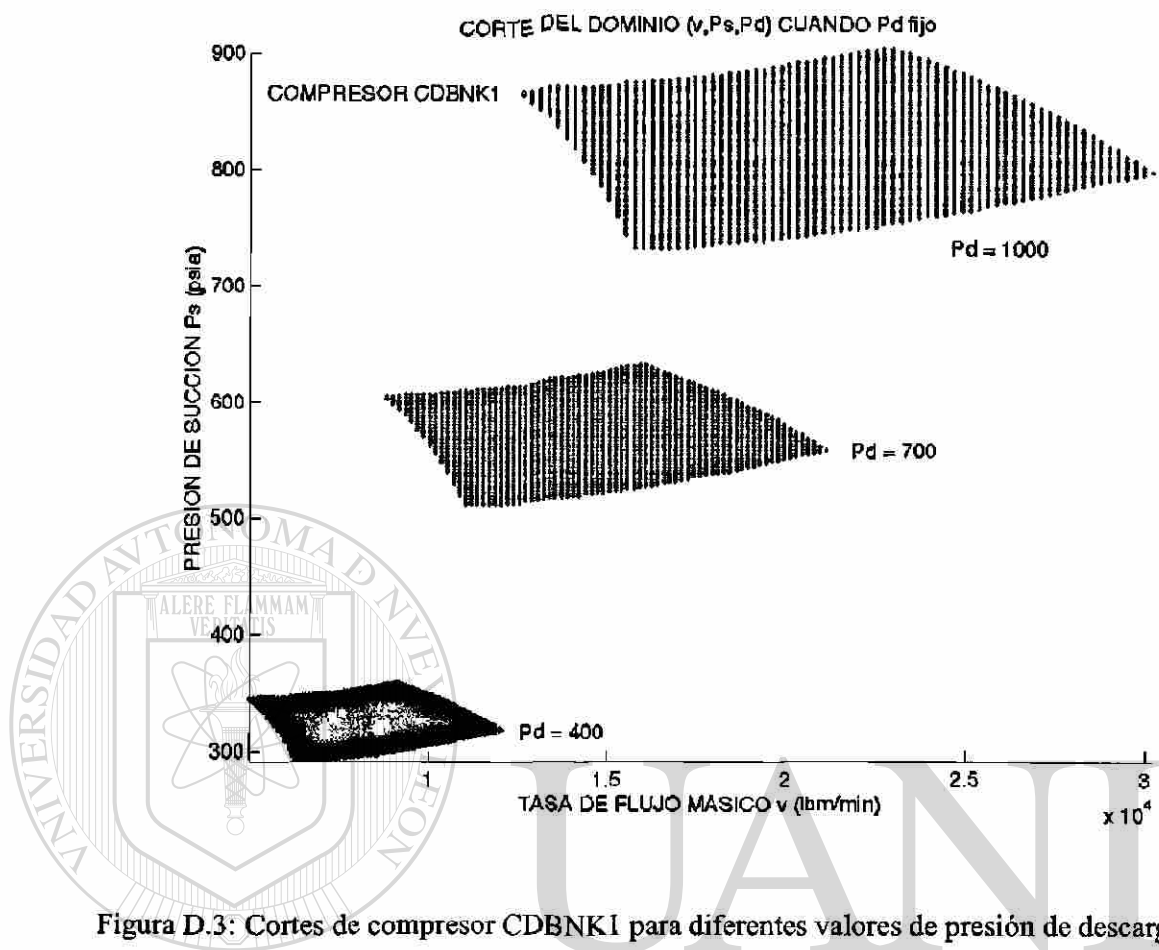


Figura D.2: Cortes de compresor CDHRK1 para diferentes valores de presión de descarga ( $P_d$ )

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

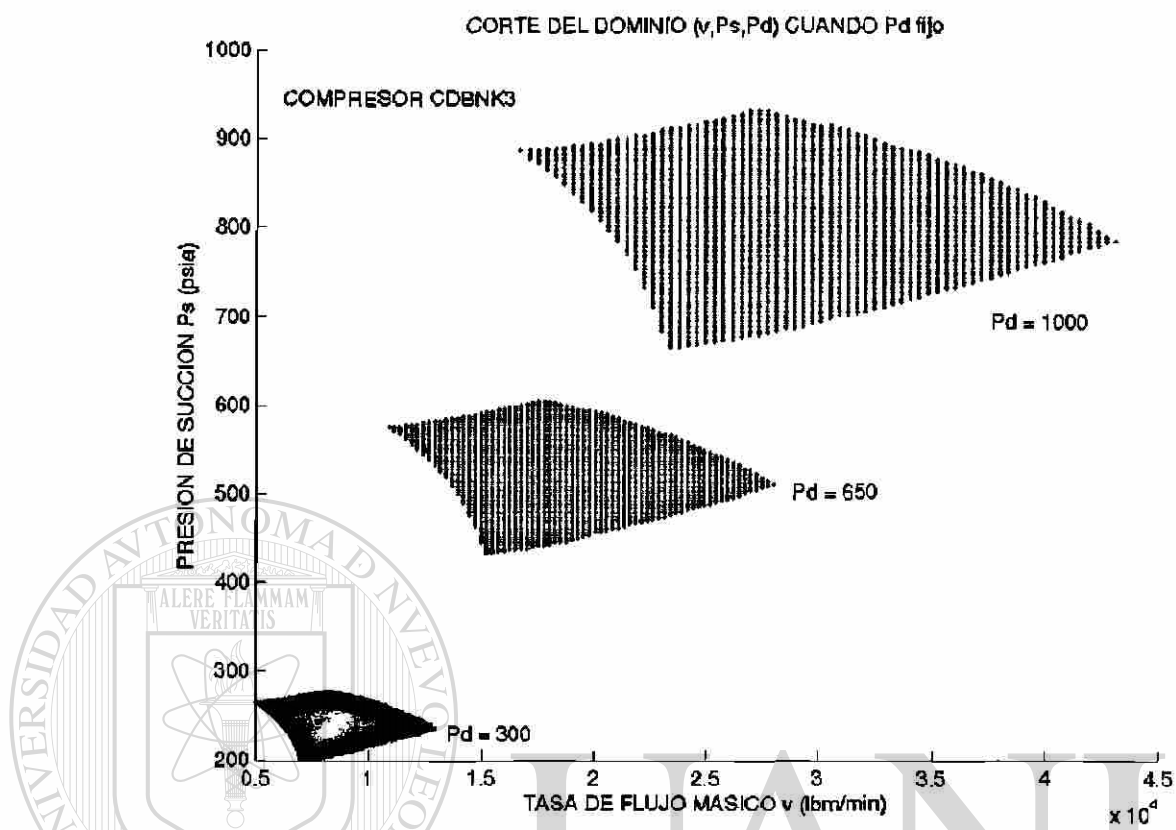


Figura D.4: Cortes de compresor CDBNK3 para diferentes valores de presión de descarga ( $P_d$ )

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

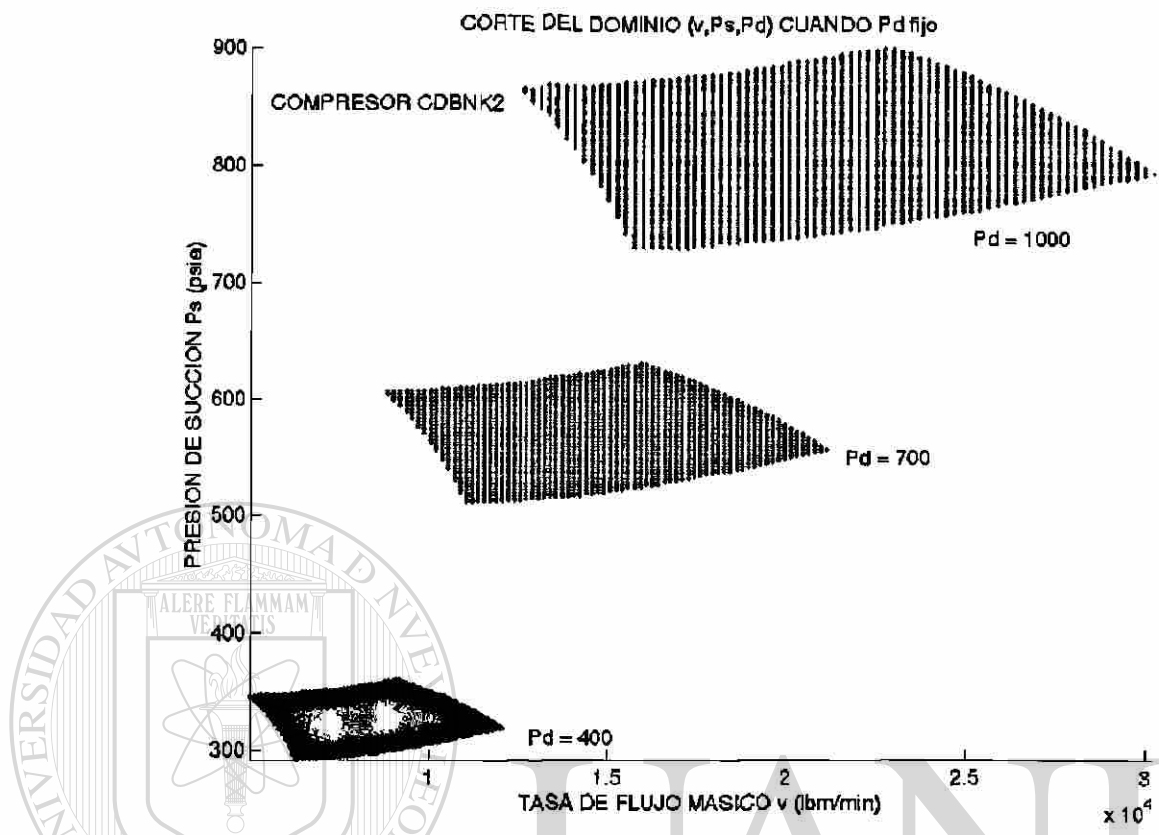


Figura D.5: Cortes de compresor CDBNK2 para diferentes valores de presión de descarga ( $P_d$ )

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



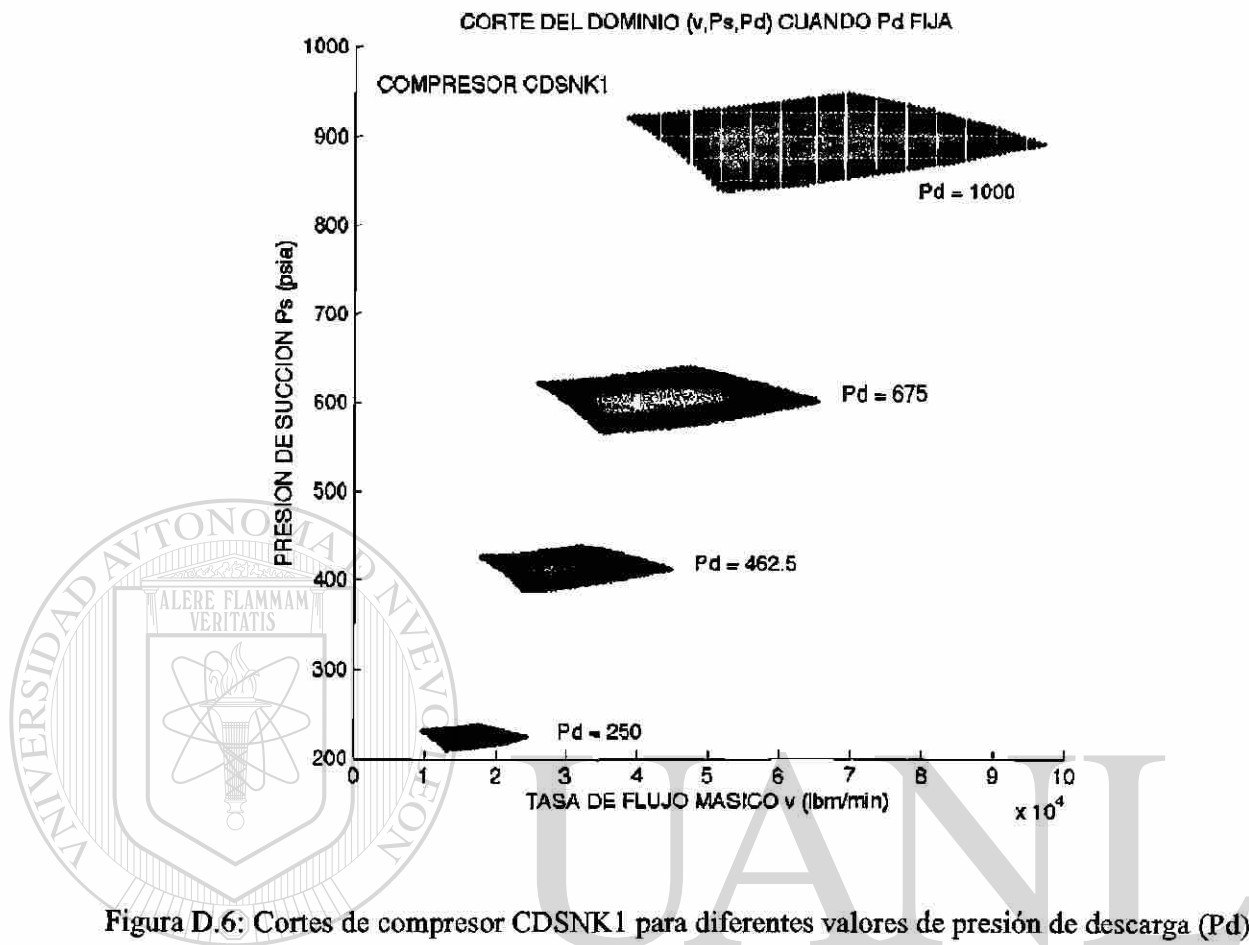


Figura D.6: Cortes de compresor CDSNK1 para diferentes valores de presión de descarga (Pd)

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

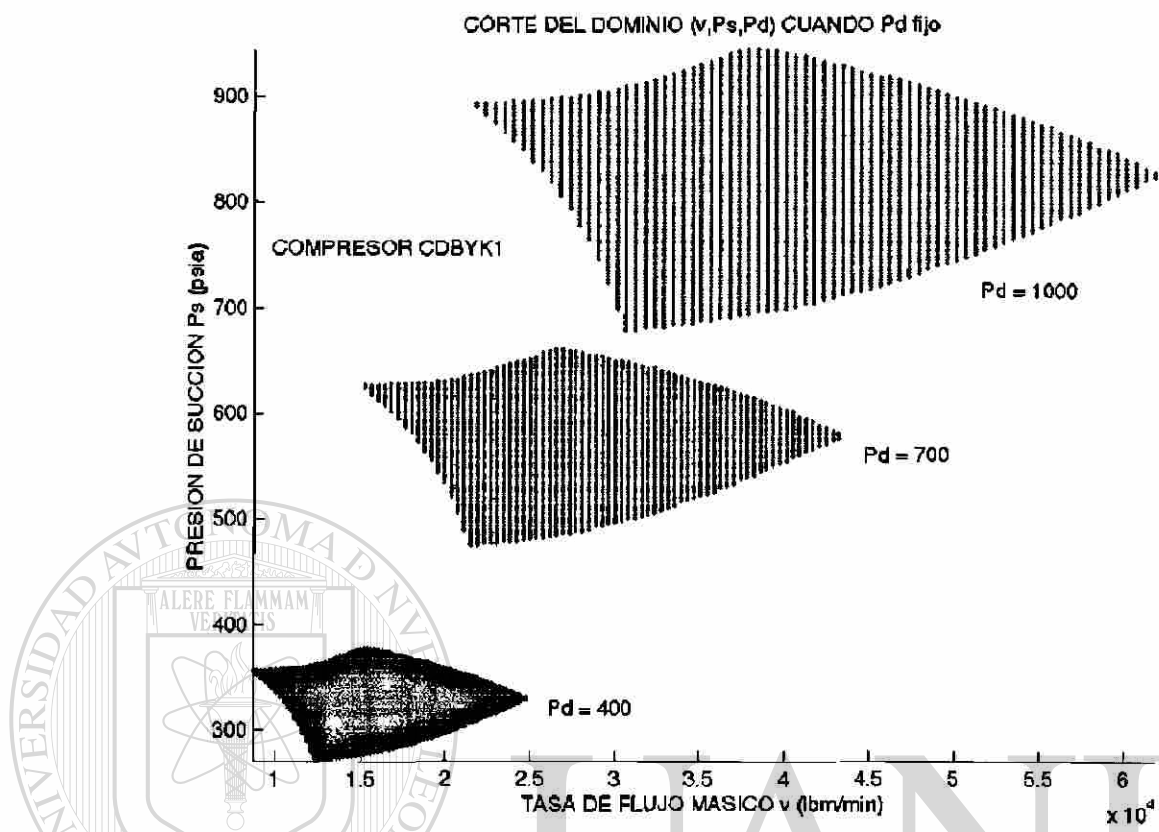


Figura D.7: Cortes de compresor CDBYK1 para diferentes valores de presión de descarga ( $P_d$ )

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# APÉNDICE E

## Implementaciones

En este apartado se muestran ejemplos de las implementaciones usadas para este estudio. Se muestra un programa ejemplo de las implementaciones para obtener los resultados de cada una de las topologías. Se muestra también una implementación en MatLab que desarrollamos para graficar el dominio de los compresores cuando una de las variables de decisión está fija.

Ver el Apéndice D para los gráficos generados. El grupo completo de programas utilizados se encuentra en

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
<http://yalma.fime.uanl.mx/~humberto/ftp>,

### E.1 Programa en GAMS-CONOPT

`net-a-6c2-c5.gms`

```
$Title Optimizacion inteligente de redes de Transporte de gas natural
```

```
$Inlinecom{ }
```

```
{rango de factibilidad 400,950}
```

```
Sets
```

```
  i      nodos en la red / 1, 2, 3, 4, 5, 6 / {Topologia 1/3}
```

```
  ir(i)  nodos oferta /1/
```

```
  id(i)  nodos demanda /6/
```

```
  prop   propiedades del ducto /longitud, diametro, friccion, capacidad/
```

```
  alias(i,j);
```

```
Sets
```

```
  A(i,j) arcos en la red /1.2, 2.3, 3.4, 4.5, 5.6/
```

```
  Ac(i,j) arcos compresores en la red /2.3, 4.5/
```

```
  Ap(i,j) arcos ductos en la red /1.2, 3.4, 5.6/; {Topologia 1/3fin}
```

```
Scalar {Estos escalares son usados para calcular las ecuaciones  
que ligam a las variables originales (H,Q,S) con (xij, pi, pj)}
```

```
{Propiedades del gas}
```

```
gas_K /133050/ {constante del ducto}
```

```
gas_e /1.287/ {exponente isoentropico}
```

```
gas_R /85.2/ {constante del gas en (lbf-ft/lbm-°R)}
```

```
gas_Z /0.95/ {factor de compresibilidad del gas}
```

```
gas_Sg /0.6248/ {gravedad especifica}
```

```
gas_T /519.67/ {temperatura promedio en la succion (°R)}
```

```
fac /33.1944/ {factor de conversion de MMCSO a (lbm-min)}
```

```
Table datducto(i,j,prop) {Propiedades del ducto: longitud(mi), diametro(ft),  
friccion}  
{Topologia 2/3}
```

	longitud	diámetro	fricción	capacidad
1.2	50	3	0.0085	1200
3.4	50	3	0.0085	1200
5.6	50	3	0.0085	1200;

```
Parameter
```

```

qu(i,j){límite superior flujo volumetrico del compresor (i,j) unidades (ft^3/min)}
ql(i,j){límite inferior flujo volumetrico del compresor (i,j) unidades (ft^3/min)}
su(i,j){límite superior velocidad del compresor (i,j) unidades (ft/min)}
sl(i,j){límite inferior velocidad del compresor (i,j) unidades (ft/min)}
AH(i,j){Coeficiente ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}
BH(i,j){Coeficiente ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}
CH(i,j){Coeficiente ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}
DH(i,j){Coeficiente ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}
AE(i,j){Coeficiente ecuacion de eta del compresor (i,j)}
BE(i,j){Coeficiente ecuacion de eta del compresor (i,j)}
CE(i,j){Coeficiente ecuacion de eta del compresor (i,j)}
DE(i,j){Coeficiente p ecuacion de eta del compresor (i,j)}
pu(i) {límite superior de presion en el nodo i (psia)}
pl(i) {límite inferior de presion en el nodo i (psia)}
rl(i,j) {valor mínimo del cociente Q/S en la estacion (i,j)}
ru(i,j) {valor máximo del cociente Q/S en la estacion (i,j)}
diam(i,j) {conversion del diametro del ducto (i,j) de ft a pulgadas}
cf(i,j) {conversion capacidad flujo gas en ducto (i,j) en MMSCFD --> {lbm/min}
C {constante del gas}
cl(i,j) {resistencia del ducto (i,j) con unidades de {psia^2/MMSCFD^2}
r(i,j) {conversion resistencia ducto (i,j) {psia^2/MMSCFD^2 --> psia^2/(lbm/min^2)}
ncomp(i,j) {numero de compresores usados en la estacion (i,j)}
gas_m {proporcion del radio especifico}
gase {propiedades del gas}
PHI_SURGE {ecuacion para calcular el hmin}
PHI_STONE {ecuacion para calcular el hmax}
hu(i,j) {límite superior cabeza adiabatica compresor (i,j) unidades (lbf-ft/lbm)}
hl(i,j) {límite inferior cabeza adiabatica compresor (i,j) unidades (lbf-ft/lbm)};

```

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

```

qu(i,j) = 14100; {Compresor }
ql(i,j) = 6200;
su(i,j) = 5200;
sl(i,j) = 3800;
AH(i,j) = 0.00087228;
BH(i,j) = -0.00054102;
CH(i,j) = 0.00032596;
DH(i,j) = -0.00007061;
AE(i,j) = 29.29486868;
BE(i,j) = 34.60759332;
CE(i,j) = 4.43087626;
DE(i,j) = -4.44699440;
pu(i) = 1200; {presiones}
pl(i) = 200;
rl(i,j) = ql(i,j)/sl(i,j);
ru(i,j) = qu(i,j)/su(i,j);
diam(i,j) = datducto(i,j,'diametro')*12;
cf(i,j)$Ap(i,j) = datducto(i,j,'capacidad')*fac;

```

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



```

C                = gas_X*gas_Z*gas_T*gas_Sg;
c1(i,j)$Ap(i,j)  = C*{(datducto(i,j,'longitud')*datducto(i,j,'friccion')/(diam(i,j)**5));
r(i,j)           = c1(i,j)/(fac**2);
ncomp(i,j)$Ac(i,j) = 1;
gas_m            = (gas_e - 1)/gas_e;
gase             = (gas_Z*gas_R*gas_T)/gas_m;
PHI_SURGE(i,j)$Ac(i,j)      = AH(i,j) + BH(i,j)*r1(i,j) + CH(i,j)*(r1(i,j)**2)
+ DH(i,j)*(r1(i,j)**3);
PHI_STONE(i,j)$Ac(i,j)     = AH(i,j) + BH(i,j)*ru(i,j) + CH(i,j)*(ru(i,j)**2)
+ DH(i,j)*(ru(i,j)**3);
hl(i,j)            = (sl(i,j)**2)*PHI_STONE(i,j);
hu(i,j)           = (su(i,j)**2)*PHI_SURGE(i,j);

```

Parameter

```

o(ir)            {Cantidad de flujo de los nodos oferta (MMSCFD)}{Flujos Topologia 3/3}
                /1 600 /
d(id)            {Cantidad de flujo de los nodos demanda (MMSCFD)}
                /6 600/;
{Conversion de unidades: MMSCFD --> lbm/min}
o(ir) = o(ir)*fac;
d(id) = d(id)*fac;

```

Parameter

```

b(i)            {rhs de las ecuaciones de balance del flujo de masa (lbm/min)};
b(i) = 0;       {Inicializamos b(i)}
b(ir) = o(ir);  {Conjunto de b(i) para los nodos oferta}
b(id) = -d(id); {Conjunto de b(i) para los nodos demanda}

```

display r1,ru,gas\_m,diam,C,gase,cf,c1,r,b,hl,hu;

Variables

Y{Funcion Objetivo Min la sum de los costos del combustible en todas las estaciones}

x(i,j) {Flujo de masa en cada arco (i,j) en la red unidades(lbm/min)}

p(i) {Presion en el nodo i unidades (lbf/in<sup>2</sup>)}

s(i,j) {velocidad del flujo en la estacion (i,j) unidades (rpm)}

q(i,j) {Flujo volumetrico en la estacion (i,j) unidades (ft<sup>3</sup>/min)}

h(i,j) {Cabeza adiabatica en la estacion (i,j) unidades (lb<sup>f</sup>\*ft/lbm)}

$g(i,j)$                     {Costo de combustible en la estacion (i,j) unidades (lbf\*ft/min)}  
 $\eta(i,j)$                     {Eta eficiencia en la estacion (i,j)}  
 $ra(i,j)$                     {razon del cociente Q/S};

Positive Variable  $x, p, s, q, h, g, \eta, ra$ ;

#### Equations

$costtotal$                     {Function Objetivo}  
 $cost(i,j)$                     {Costo en la estacion (i,j)}  
 $balance(i)$                     {Balance de flujo en cada nodo i}  
 $flujogas(i,j)$                 {Ecuacion de flujo de gas en cada ducto (i,j)}  
 $cabeza(i,j)$                     {Cabeza adiabatica H en la estacion (i,j)}  
 $flvolum(i,j)$                 {Flujo volumetrico Q en cada estacion (i,j)}  
 $dominio(i,j)$                 {Dominio de la estacion compresora (i,j)}  
 $eficiencia(i,j)$                 {Eficiencia de la estacion compresora (i,j)}  
 $razon(i,j)$                     {Razon del cociente Q/S}

---

$presion(i,j)$                 {restriccion de la presion de succion y la presion de descarga};

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$costtotal$  ..  $\sum(i,j) \$Ac(i,j), g(i,j)$ ;  
 $cost(i,j) \$Ac(i,j)$  ..  $g(i,j)*\eta(i,j) =e= 1 * (x(i,j)*h(i,j))$ ;  
 $balance(i)$  ..  $\sum(j \$A(i,j), x(i,j)) - \sum(j \$A(j,i), x(j,i)) =e= b(i)$ ;  
 $flujogas(i,j) \$Ap(i,j)$  ..  $(p(i)**2 - p(j)**2) =e= r(i,j) * ((x(i,j))**2)$ ;  
 $cabeza(i,j) \$Ac(i,j)$  ..  $p(j)**gas_m =e= p(i)**gas_m*((1/gase)*(h(i,j))+1)$ ;  
 $flvolum(i,j) \$Ac(i,j)$  ..  $ncomp(i,j)*144*p(i)*q(i,j) =e= (gas_Z*gas_R*gas_T)*x(i,j)$ ;  
 $dominio(i,j) \$Ac(i,j)$  ..  $h(i,j) =e=$   
 $(AH(i,j) + BH(i,j)*ra(i,j) + CH(i,j)*(ra(i,j)**2) + DH(i,j)*(ra(i,j)**3)) * (s(i,j)**2)$ ;  
 $eficiencia(i,j) \$Ac(i,j)$  ..  $\eta(i,j) =e=$

```
AE(i,j) + BE(i,j)*ra(i,j) + CE(i,j)*(ra(i,j)**2) + DE(i,j)*(ra(i,j)**3);
```

```
razon(i,j)$Ac(i,j)..      a(i,j)*ra(i,j) =e= q(i,j);
```

```
presion(i,j)$Ac(i,j)..   p(i) =l= p(j);
```

```
Model mincosto /all /;
```

```
{ Los limites de presion dados en psia (lbf/in^2) }{Punto inicial}
```

```
p.up(i) = pu(i);
```

```
p.lo(i) = pl(i);
```

```
p.l(i) = (p.up(i) + p.lo(i)) / 2.0 ;
```

```
{ Limites de operacion en cada compresor (ft^3/min) }
```

```
q.up(i,j) = qu(i,j);
```

```
q.lo(i,j) = ql(i,j);
```

```
q.l(i,j) = (q.up(i,j) + q.lo(i,j)) / 2.0 ;
```

```
{ Limites de operacion en cada compresor (ft^3/min) }
```

```
h.up(i,j) = hu(i,j);
```

```
h.lo(i,j) = hl(i,j);
```

```
h.l(i,j) = (h.up(i,j) + h.lo(i,j)) / 2.0 ;
```

```
{ Limites de la razon del flujo volumetrico y velocidad}
```

```
ra.up(i,j) = ru(i,j);
```

```
ra.lo(i,j) = rl(i,j);
```

```
ra.l(i,j) = (ra.lo(i,j) + ra.up(i,j)) / 2.0 ;
```

```
{ Capacidad de flujo de gas en el ducto(i,j) y en la estacion (i,j) (lbm/min) }
```

```
x.up(i,j)$Ap(i,j) = cf(i,j);
```

```
x.l(i,j)$Ap(i,j) = (x.lo(i,j) + x.up(i,j)) / 2.0 ;
```

```
x.up(i,j)$Ac(i,j) = (ncomp(i,j)*qu(i,j) * p.up(i)* 144)/(gas_Z * gas_R * gas_T);
```

```
x.lo(i,j)$Ac(i,j) = (ql(i,j) * p.lo(i)* 144)/(gas_Z * gas_R * gas_T);
```

```
x.l(i,j)$Ac(i,j) = (x.lo(i,j) + x.up(i,j)) / 2.0;
```

```
{ Limites de velocidad en cada compresor (rpm)}
```

```
s.up(i,j) = su(i,j);
```

```
s.lo(i,j) = sl(i,j);
```

```
s.l(i,j) = (s.lo(i,j) + s.up(i,j)) / 2.0 ;
```

```
{ Eficiencia del compresor (0-100 %)}
```

```
eta.up(i,j) = 100;
```

```
eta.lo(i,j) = 50;
```

```
eta.l(i,j) = (eta.lo(i,j) + eta.up(i,j)) / 2.0 ;
```

```
{ Costo de combustible del compresor(i,j)}
```

```
g.up(i,j)$Ac(i,j) = (x.up(i,j)*h.up(i,j))/eta.lo(i,j);
```

```

g.lo(i,j)$Ac(i,j) = (x.lo(i,j)*h.lo(i,j))/eta.up(i,j);
g.l(i,j) = (g.lo(i,j) + g.up(i,j))/2.0;

```

```
{ CONOPT, SNOPT, MINOS, MINOS5 }
```

```
Option nlp = CONOPT2;
```

```
mincosto.scaleopt = 1;
```

```
eficiencia.scale(i,j)$Ac(i,j) = 1.0e+01 ;
```

```
dominio.scale(i,j)$Ac(i,j) = 1.0e03;
```

```
{tunning del algoritmo }
```

```
mincosto.OPTFILE = 1;{Tunning }
```

```
set rtone 0.2 {Relative accuracy of 1 dimensional search (default 0.2)}
```

```
set rvstlm 4 { Step Lenght multiplier = Factor limite de crecimiento de lamda (default 4) }
```

```
Solve mincosto using nlp minimizing Y;
```

```
Display x.l, x.m, p.l, s.l, q.l, h.l, g.l, eta.l, ra.l;
```

```
file roca/net-a-5c2a.out; {archivo salida 3}
```

```
put roca
```

```
@9#3, ' Optimización Inteligente de Redes de Transporte de Gas Natural'//;
```

```
put @9#4, '-----'//;
```

```
put @25#6, ' DATOS DEL PROBLEMA'//;
```

```
put @25#7, ' _____'//;
```

```
put @1#10, ' Balance de Flujo en el nodo i'//;
```

```
put @1#11, ' _____'//;
```

```
put @1#12;LOOP(I, put@5 I.t1, balance.l(i), 'lbm/min'//);
```

```
put @45#10, ' Capacidad de Flujo de gas en el ducto (i,j)'//;
```

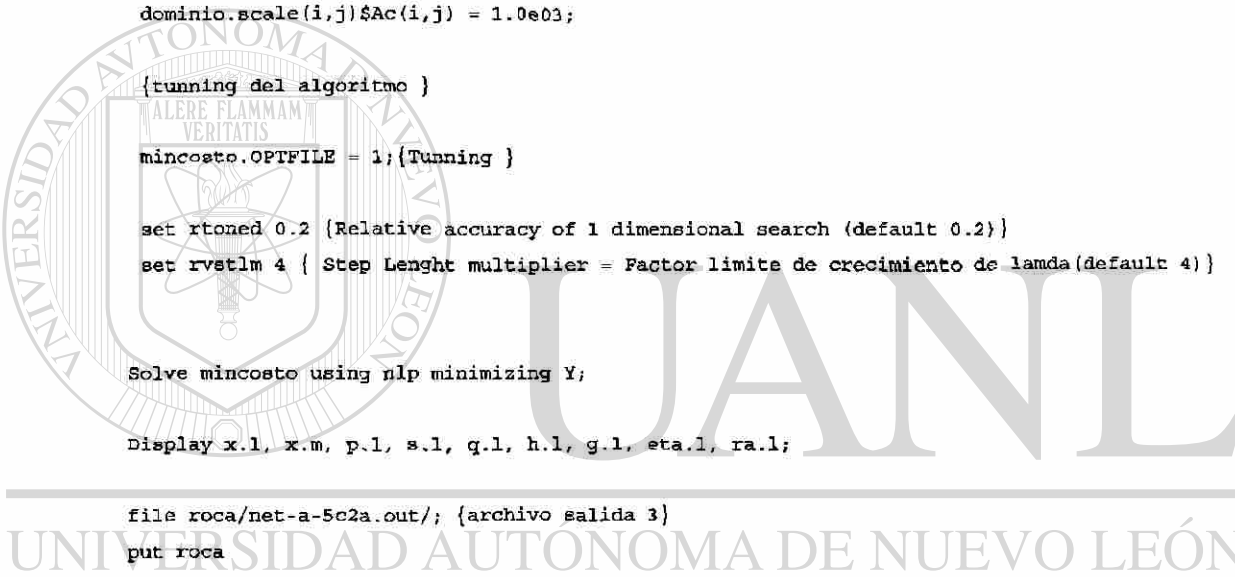
```
put @45#11, ' _____'//;
```

```
put @45#12;LOOP((I,J)$A(i,j), put@47 I.t1, put@49 J.t1, cf(i,j), 'lbm/min'//);
```

```
put @1#20, ' Limite superior de presion en el nodo i'//;
```

```
put @1#21, ' _____'//;
```

```
put @1#22;LOOP(i, put@5 I.t1, p.up(i), ' lbf/in^2'//);
```



```

put @55#20, 'Limite inferior de presion en el nodo i'//;
put @55#21, ' _____'//;
put @55#22;LOOP(i, put@57 I.t1, p.lo(i), ' lbf/in^2'//);

put @1#30, ' Limite superior de s en el compresor (i,j)'//;
put @1#31, ' _____'//;
put @1#32;LOOP((i,j)$Ac(i,j), put@3 I.t1, @5, j.t1, s.up(i,j), ' rpm'//);

put @55#30, ' Limite inferior de S en el compresor (i,j)'//;
put @55#31, ' _____'//;
put @55#32;LOOP((i,j)$Ac(i,j), put@57 I.t1, @59, j.t1, s.lo(i,j), ' rpm'//);

put @1#36, ' Limite superior de Q en el compresor (i,j)'//;
put @1#37, ' _____'//;
put @1#38;LOOP((i,j)$Ac(i,j), put@3 I.t1, @5, j.t1, q.up(i,j), ' ft^3/min'//);
put @55#36, ' Limite inferior de Q en el compresor (i,j)'//;
put @55#37, ' _____'//;
put @55#38;LOOP((i,j)$Ac(i,j), put@57 I.t1, @59, j.t1, q.lo(i,j), ' ft^3/min'//);

file piedra/net-a-5c2b.out/; {archivo salida 3}
put piedra

@15#3, ' Optimizacion Inteligente de Redes de Transporte de Gas Natural'//;
put @9#4, ' _____'//;
put @35#6 'VARIABLES DE DECISION'//;
put @35#7 ' _____'//;

put @1#10, ' Flujo masivo de gas (X) en el arco (i,j)'//;
put @1#11, ' _____'//;
put @1#12, ' (ARCOS) FLUJO'//;
put @1#13, ' _____'//;
put @1#14;LOOP((i,j)$A(i,j), put@2 I.t1, @5, j.t1, x.l(i,j), 'lbm/min'//);

put @55#10, ' Presion (p) en el nodo i'//;
put @55#11, ' _____'//;
put @55#12, ' (nodos) PRESION'//;
put @55#13, ' _____'//;
put @55#14;LOOP(i, put@60 I.t1, p.l(i), ' lbf/in^2'//);

put @1#30, 'FUNCION OBJETIVO: Minimizar la suma de los costos del combustible en
todas las estaciones a red'//;
put @1#31, ' _____'//;
put @1#32, ' y = ' y.l, 'lbf*ft/min'//;

```

```

put @1#21, ' Costo de combustible (g) en la estacion (i,j) ' /;
put @1#22, ' _____ ' /;
put @1#23, ' (ARCOS COMPRESORES)      COSTO DE COMBUSTIBLE' /;
put @1#24, ' _____ ' /;
put @1#25;LOOP((i,j)$Ac(i,j), put@6 I.t1, @11, J.t1, g.l(i,j), 'lbf*ft/min' /);

put @26#35, '   VARIABLES EN CADA ESTACION' /;
put @26#36, '   _____ ' /;

put @1#39, ' Velocidad (S) del flujo en la estacion (i,j) ' /;
put @1#40, ' _____ ' /;
put @1#41, ' (ARCOS COMPRESORES)      VELOCIDAD' /;
put @1#42, ' _____ ' /;
put @1#43;LOOP((i,j)$Ac(i,j), put@2 I.t1, @5, j.t1, s.l(i,j), ' rpm' /);

put @55#39, ' Flujo volumetrico (Q) en la estacion (i,j) ' /;
put @55#40, ' _____ ' /;
put @55#41, ' (ARCOS COMPRESORES)      FLUJO VOLUMETRICO' /;
put @55#42, ' _____ ' /;
put @55#43;LOOP((i,j)$Ac(i,j), put@62 I.t1, @65, J.t1, q.l(i,j), 'ft3/min' /);

put @1#46, ' Cabeza adiabatica (H) en la estacion (i,j) ' /;
put @1#47, ' _____ ' /;
put @1#48, ' (ARCOS COMPRESORES)      CABEZA ADIABATICA' /;
put @1#49, ' _____ ' /;
put @1#50;LOOP((i,j)$Ac(i,j), put@2 I.t1, @5, J.t1, h.l(i,j), 'lbf-ft/lbm' /);

```

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## E.2 Programa en MATLAB

### graficon.m

```

% grafico de Pa vs v cuando Pd es fija
%Asignamos primeramente los valores de las constantes
z = 0.95
R = 85.2
Ta = 519.67
m = (1.287-1)/1.287
%Ah = .6824/1000

```

```

%Ahora, leemos del archivo .txt generado a partir del
%archivo de metodo de minimos cuadrados (metmc), leemos
%los valores de Smin y Smax, asi como Qmin y Qmax
%algunos datos del archivo se leen pero no se requieren
%por ello son almacenados en variables auxiliares (aux)
file = input('Dame el archivo del compresor .txt sin escribir su extension: ','s')
file1 = [file, '.txt']
fid = fopen(file1, 'r');
v = fscanf(fid, '%s', 4);
aux1 = v(1);
aux2 = v(2);
aux3 = v(3);
aux4 = v(4);

```

```

w = fscanf(fid, '%f', 4)
Smin = w(1);
Smax = w(2);
Qmin = w(3);
Qmax = w(4);
vv = fscanf(fid, '%s', 4);
aux1 = vv(1);
aux2 = vv(2);
aux3 = vv(3);
aux4 = vv(4);

```

```

ww = fscanf(fid, '%f', 4)
AH = ww(1);
BH = ww(2);
CH = ww(3);
DH = ww(4);
fclose(fid)
%Bh = -.9002/1000
%Ch = .5689/1000
%Dh = -.1247/1000

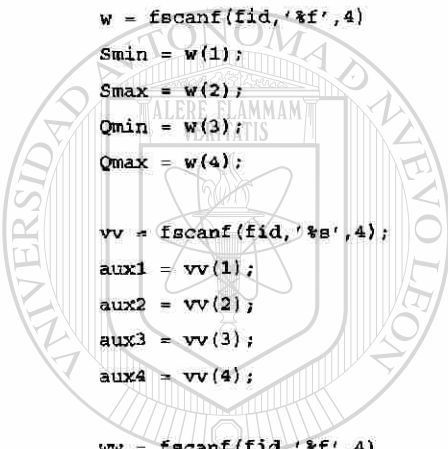
```

```

%ESTE VALOR DEBE MODIFICARSE CADA CORRIDA (Pd)
%nota: Aqui se genera una de las graficas con su
%respectivo valor de Pd, a la vez; las graficas mul
%tiples son empalmes de este programa y se
%almaceno utilizando la instruccion siguiente
%al final de las tres corridas a diferentes niveles
%de Pd
% INSTRUCCION: saveas(gcf, 'nombredel arch', 'ext')

%luego, via FTP, se imprimen.

```



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

```

Pdf = input('Dame el valor de Pd: ')
Pd = Pdf

hold on
    %plot(Ps,v)

%Smin = 5000
%Smax = 9400

%Ahora, calculamos las cantidades siguientes
surge = Qmin/Smin
stonewall = Qmax/Smax

Hmax = Smax*Smax*(AH+BH*surge+CH*surge*surge+DH*surge^3)

Hmin = Smin^2*(AH+BH*stonewall+CH*stonewall^2+DH*stonewall^3)
Pemin = Pd*((m*Hmax/(z*R*Ts))+1)^(-1))^(1/m)
Pemax = Pd*((m*Hmin/(z*R*Ts))+1)^(-1))^(1/m)
vmin = Pemin*Qmin*144/(z*R*Ts)
vmax = Pemax*Qmax*144/(z*R*Ts)

%Ahora, incorporamos un dato del problema
%que posiblemente puede modificar los calculos
%anteriores. Como estandar, podemos ingresar
%valores PS minimo = 200 y PS max = 1000

cruz = input('dame el dato del problema "PS minimo": ')
PL = cruz

cara = input('dame el dato del problema "PS maximo": ')
PU = cara

if Pemin < PL
    Pemin = PL
end

if Pemax > PU
    Pemax = PU
end

Pemin
Pemax
vmin
vmax
pause
Ps = linspace(Pemin,Pemax,100)
v = linspace(vmin,vmax,100)
for i=1:100
    for j=1:100
        i
    end
end

```



```

j

H = (z*R*Ts)/m*((Pd/Ps(i))^m-1)
Q = (z*R*Ts)*(v(j)/(Ps(i)*144))
Y = [AH BH*Q (CH*Q^2-H) DH*Q^3]

r = roots(Y)

S = 0
for h=1:size(r)
    if imag(r(h))== 0 & r(h)>0 & r(h)>=Smin-0.000001 & r(h)<=Smax+0.000001
        S = r(h)
    end
end

if ~(S>-0.000001 & S<0.000001) & (Q/S>=surge) & (Q/S<=stonewall)

    hold on
    plot(v(j),Ps(i),'.m')
end

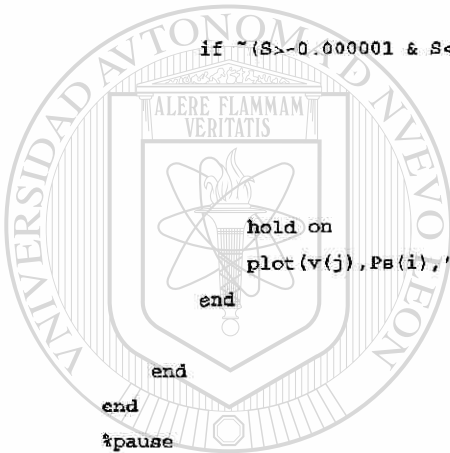
end

end
%pause

%print -dps -figure1 -append poscri6.ps

axis tight
xlabel('TASA DE FLUJO MASICO v (lbm/min)')
ylabel('PRESION DE SUCCION Ps (psia)')
title('CORTE DEL DOMINIO (v,Ps,Pd) CUANDO Pd fijo ')
Pd

```



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# APÉNDICE F

## Cambio en Punto Inicial

Para la modificación del punto inicial, se tomaron en cuenta los valores de las variables en su nivel final. Se calculó el porcentaje de variación de cada una de ellas y se modificaron las tres variables que más se hallan movido del valor inicial promedio. Aquí se anexa una parte del programa de salida (\*.lst) muestra de donde se tomaron estos valores. Corresponde a *net-c-6c2-c7.lst*

---- VAR Y                    -INF                    988998.7987                    +INF

---- VAR X                    DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1.2	.	18256.9200	39833.2800	.
1.3	.	18256.9200	39833.2800	.
2.4	8216.4249	18256.9200	133516.9039	.
3.5	8216.4249	18256.9200	133516.9039	.
4.6	.	18256.9200	39833.2800	.
5.6	.	18256.9200	39833.2800	.

---- VAR P

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1	200.0000	448.8565	1200.0000	.

2	200.0000	337.9547	1200.0000	.
3	200.0000	337.9547	1200.0000	.
4	200.0000	356.7334	1200.0000	.
5	200.0000	356.7334	1200.0000	.
6	200.0000	200.0000	1200.0000	935.4983

---- VAR S

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
2.4	3920.0000	3920.0000	5880.0000	320.0583
3.5	3920.0000	3920.0000	5880.0000	320.0583

---- VAR Q

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
2.4	12000.0000	15779.6492	32500.0000	.
3.5	12000.0000	15779.6492	32500.0000	.

---- VAR H

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
2.4	1608.6012	2288.3568	5674.7755	.
3.5	1608.6012	2288.3568	5674.7755	.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

---- VAR G

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
2.4	132169.5074	494499.3977	1.5153569E+7	.
3.5	132169.5074	494499.4010	1.5153569E+7	.

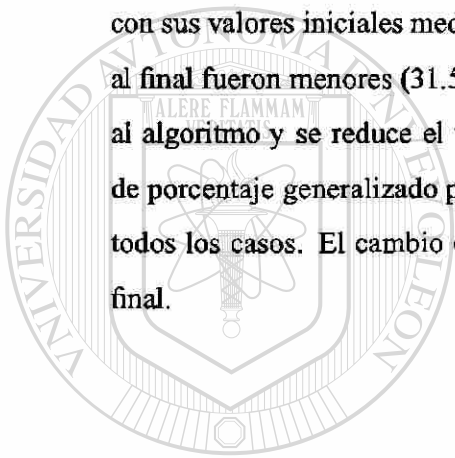
---- VAR ETA

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
2.4	50.0000	84.4861	100.0000	.
3.5	50.0000	84.4861	100.0000	.

---- VAR RA

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
2.4	3.0612	4.0254	5.5272	.
3.5	3.0612	4.0254	5.5272	.

En el caso de las variables  $P$  (presión), se tomó el promedio mostrado en pruebas como valor final. Para el ejemplo adjunto,  $x$  (flujo másico),  $P$  (presión) y  $S$  (velocidad del compresor) fueron las variables seleccionadas al ser el 41.98, 36.2 y 50%, las variaciones con respecto al punto inicial (media de las cotas) respectivamente. Las variables  $Q$ ,  $H$  y  $S$  en este caso se dejaron correr con sus valores iniciales medios de las cotas, pues sus porcentajes de variación del valor inicial al final fueron menores (31.56, 33.27 y 18 respectivamente). De esta manera, se ahorra trabajo al algoritmo y se reduce el tiempo, aunque la modificación llevó más tiempo que un cálculo de porcentaje generalizado para todos los casos, es decir, cambiar las mismas tres variables en todos los casos. El cambio en todos los casos se hizo al 10% de la cota más cercana al valor final.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# APÉNDICE G

## Topologías de Red

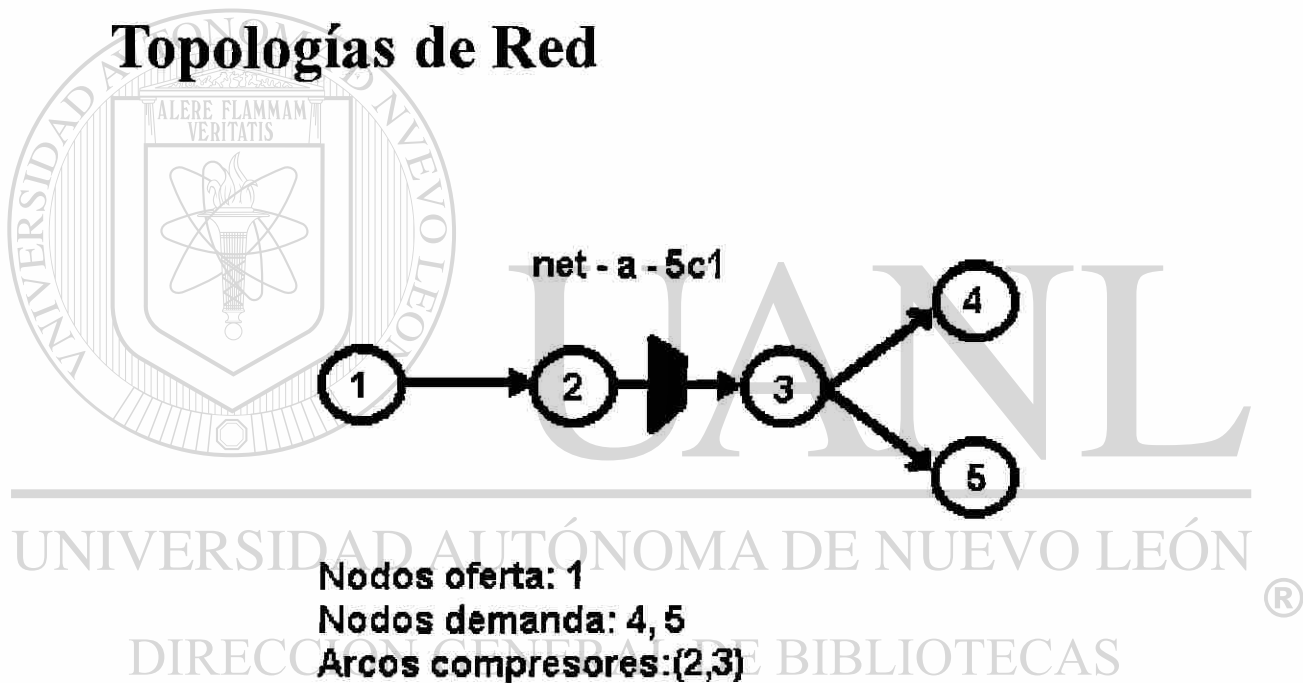
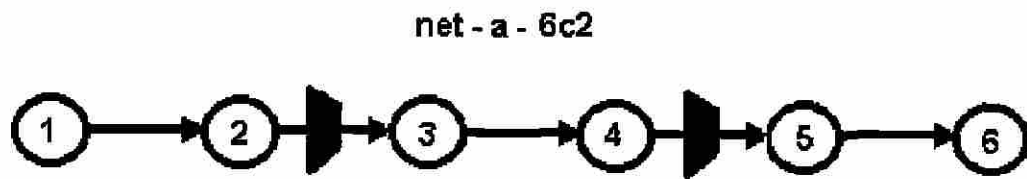
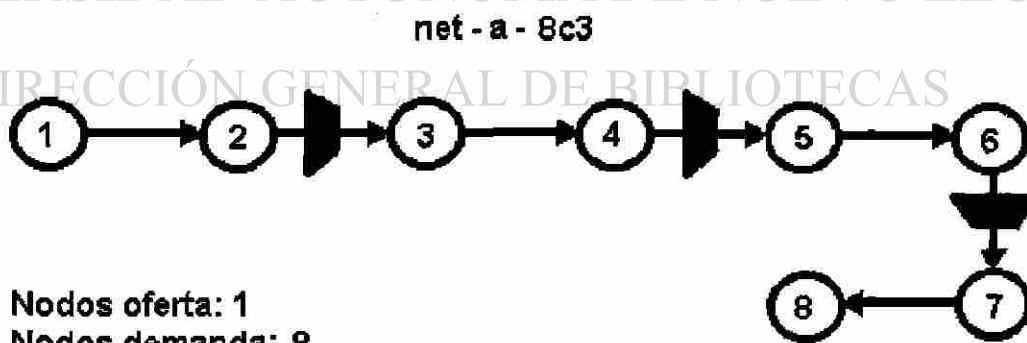


Figura G.1: Red lineal con cinco nodos y un compresor



**Nodos oferta: 1**  
**Nodos demanda: 6**  
**Arcos compresores: (2,3), (4,5)**

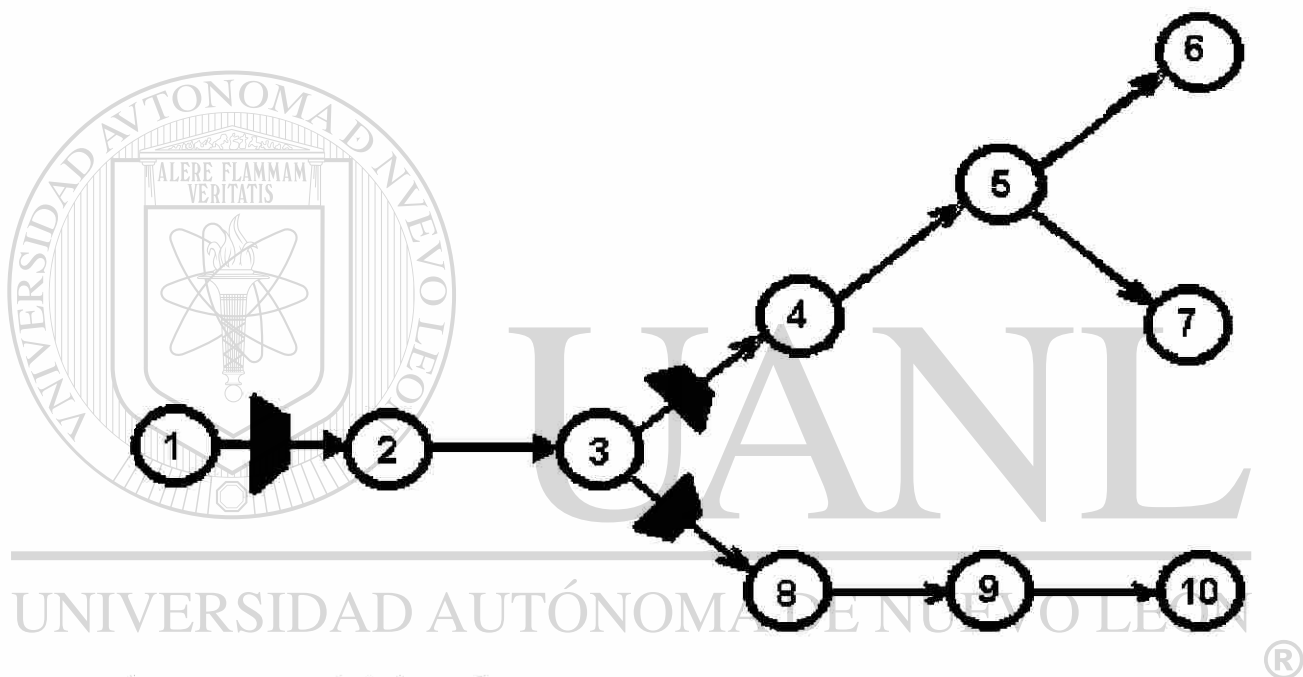
Figura G.2: Red lineal con seis nodos y dos compresores



**Nodos oferta: 1**  
**Nodos demanda: 8**  
**Arcos compresores: (2,3), (4,5), (6,7)**

Figura G.3: Red lineal con ocho nodos y tres compresores

net - b - 10c3



**Nodos suministro: 1**  
**Nodos demanda: 5,6,7,9,10**  
**Arcos compresores: (1,2),(3,4),(3,8)**

Figura G.4: Red tipo árbol con 10 nodos y 3 compresores

net - b - 11c4

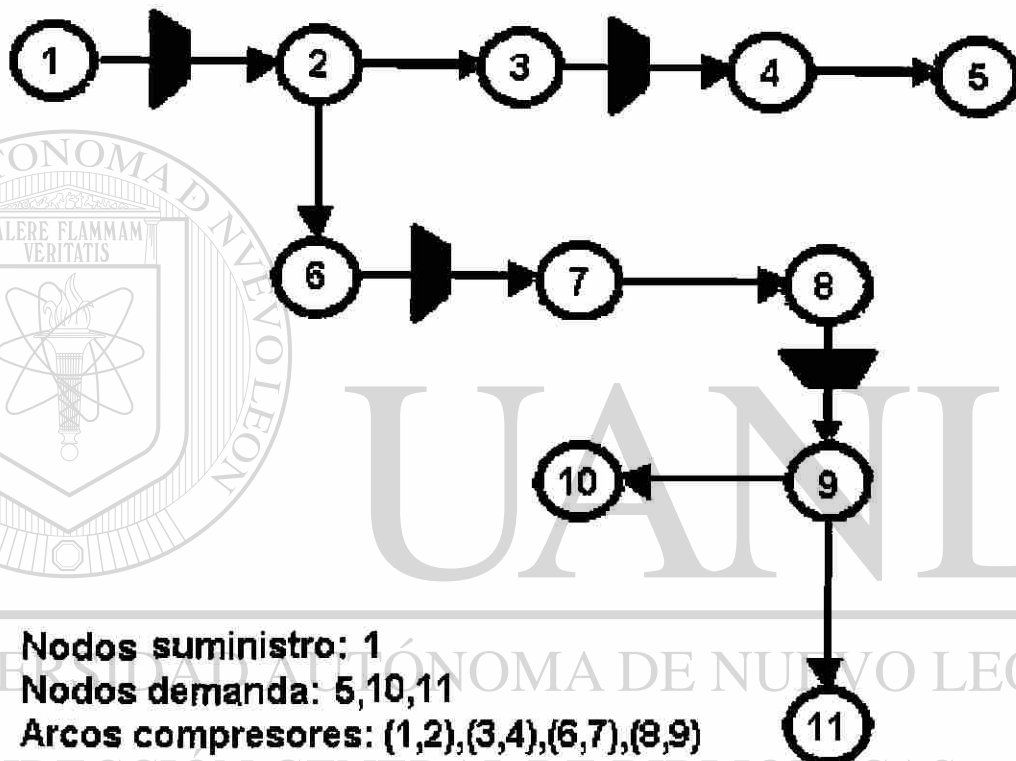


Figura G.5: Red tipo árbol con 11 nodos y 4 compresores



net - b - 15c6

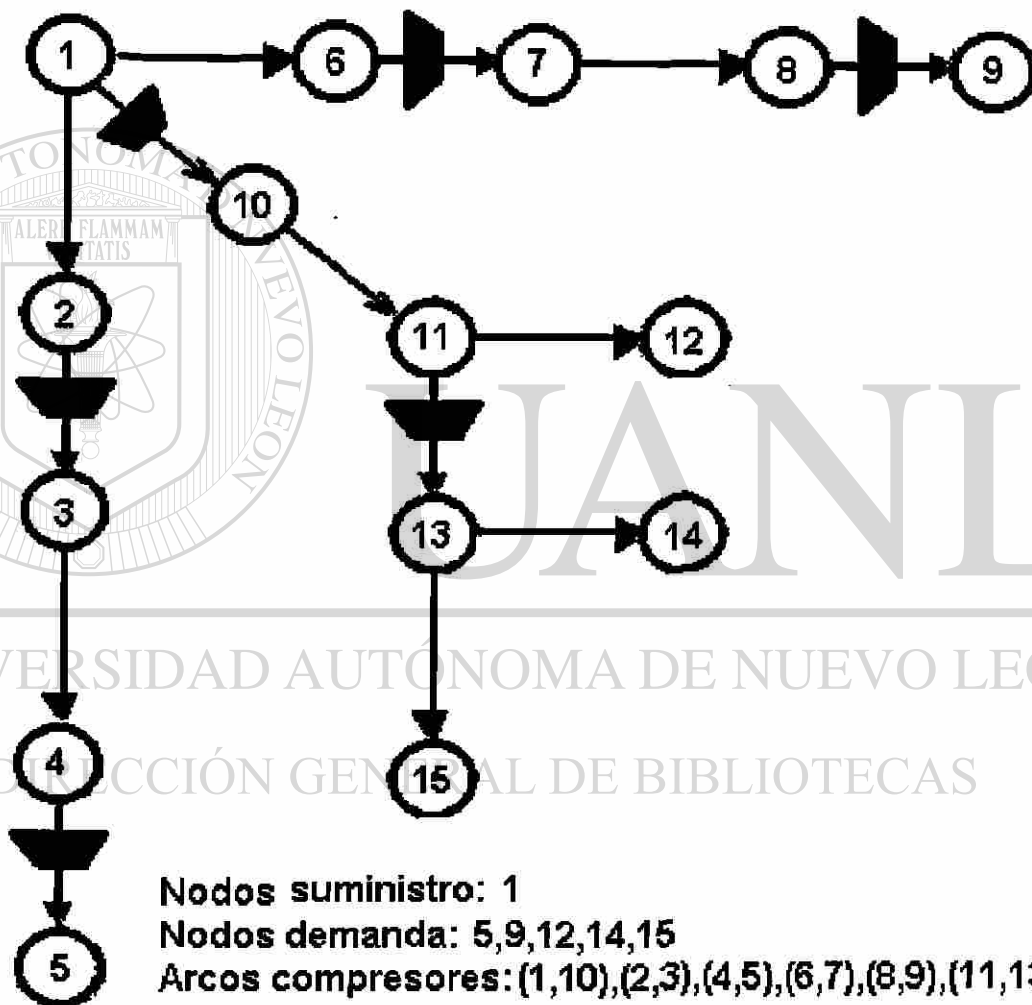


Figura G.6: Red tipo árbol con 15 nodos y 6 compresores

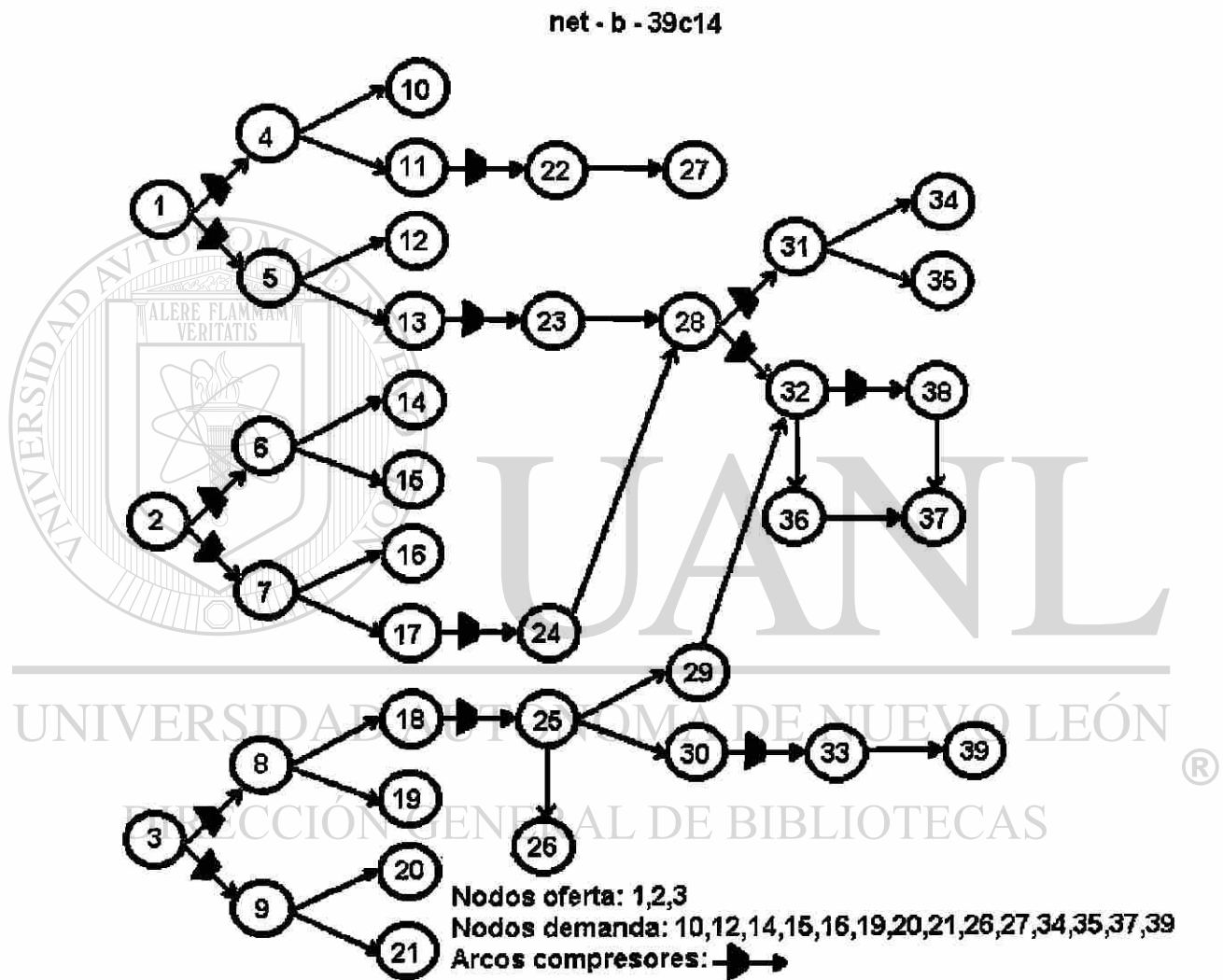


Figura G.7: Red tipo árbol con 39 nodos y 14 compresores

net - c - 13c5

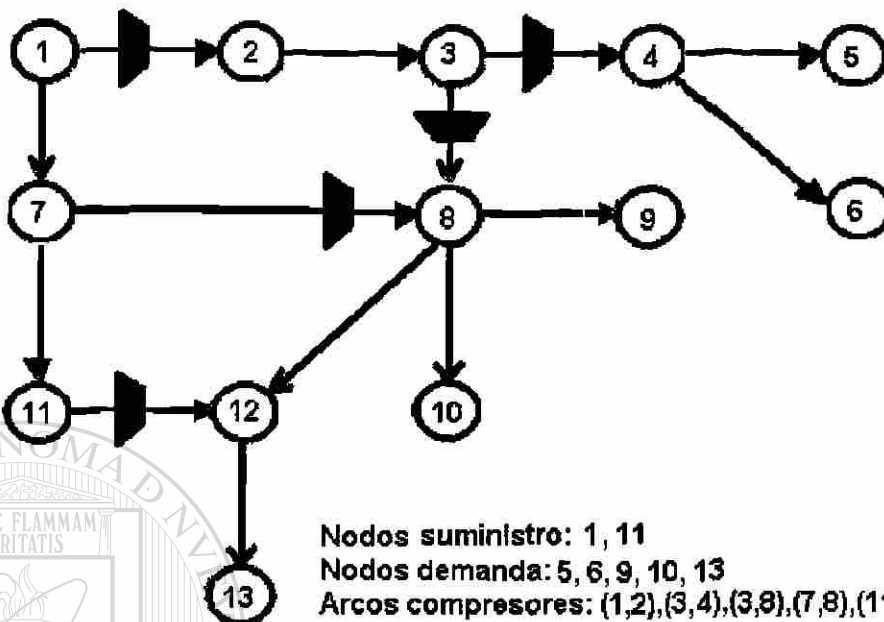


Figura G.8: Red cíclica de 13 nodos y 5 compresores

net - c - 17c6

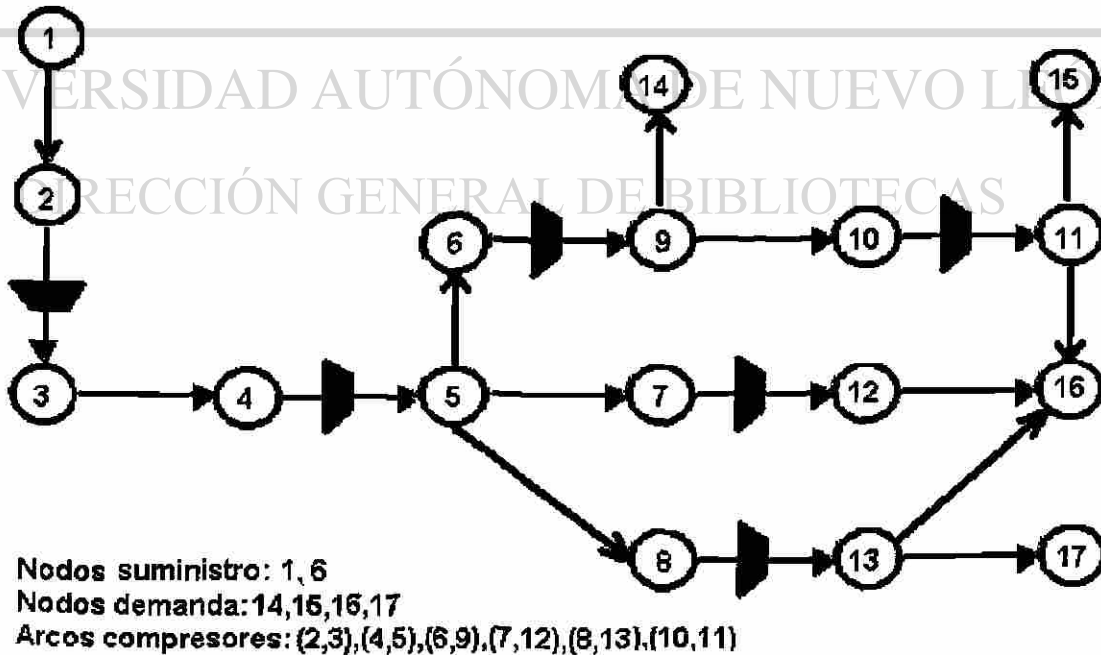
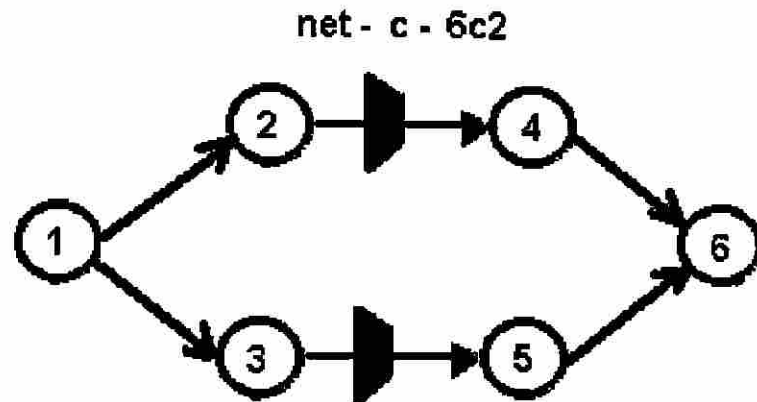


Figura G.9: Red cíclica de 17 nodos y 6 compresores

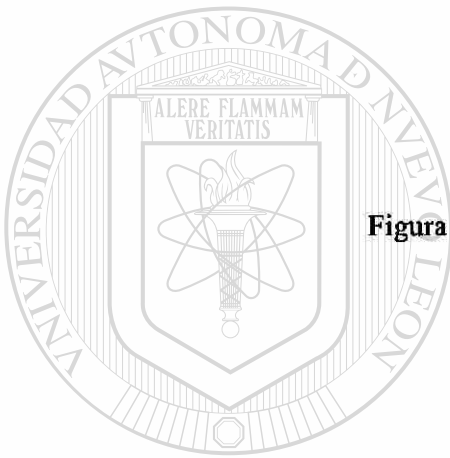


**Nodos suministro: 1**

**Nodos demanda: 6**

**Arcos compresores: (2,4),(3,5)**

**Figura G.10:** Red cíclica de 6 nodos y 2 compresores



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

®

net - c - 8c3

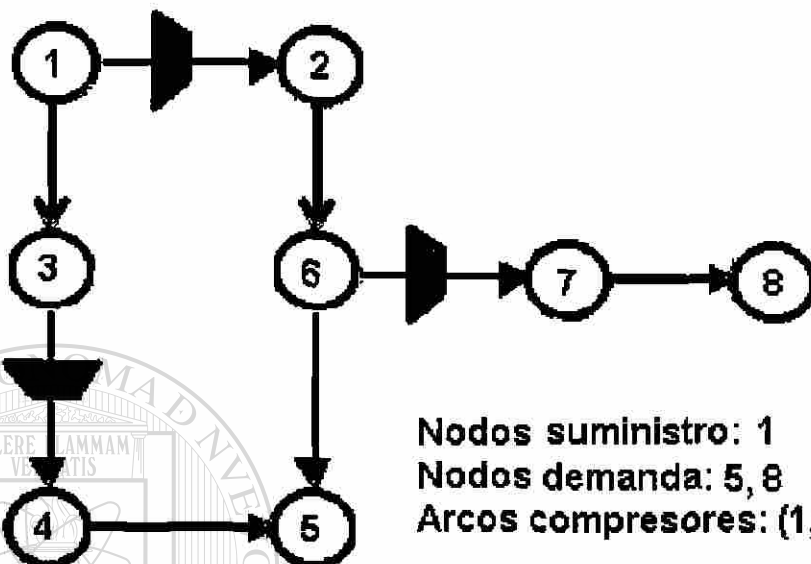


Figura G.11: Red cíclica de 8 nodos y 3 compresores

net - c - 9c3

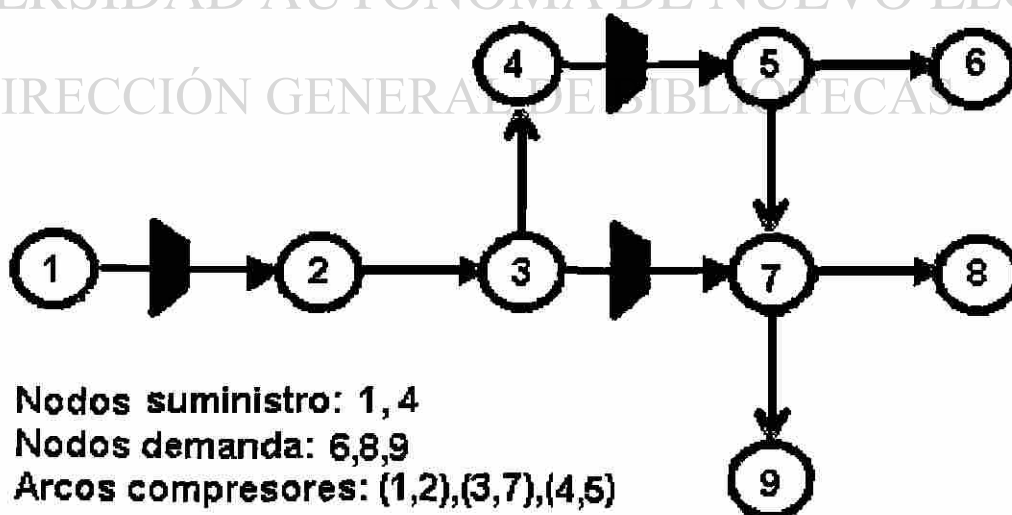


Figura G.12: Red cíclica de 9 nodos y 3 compresores

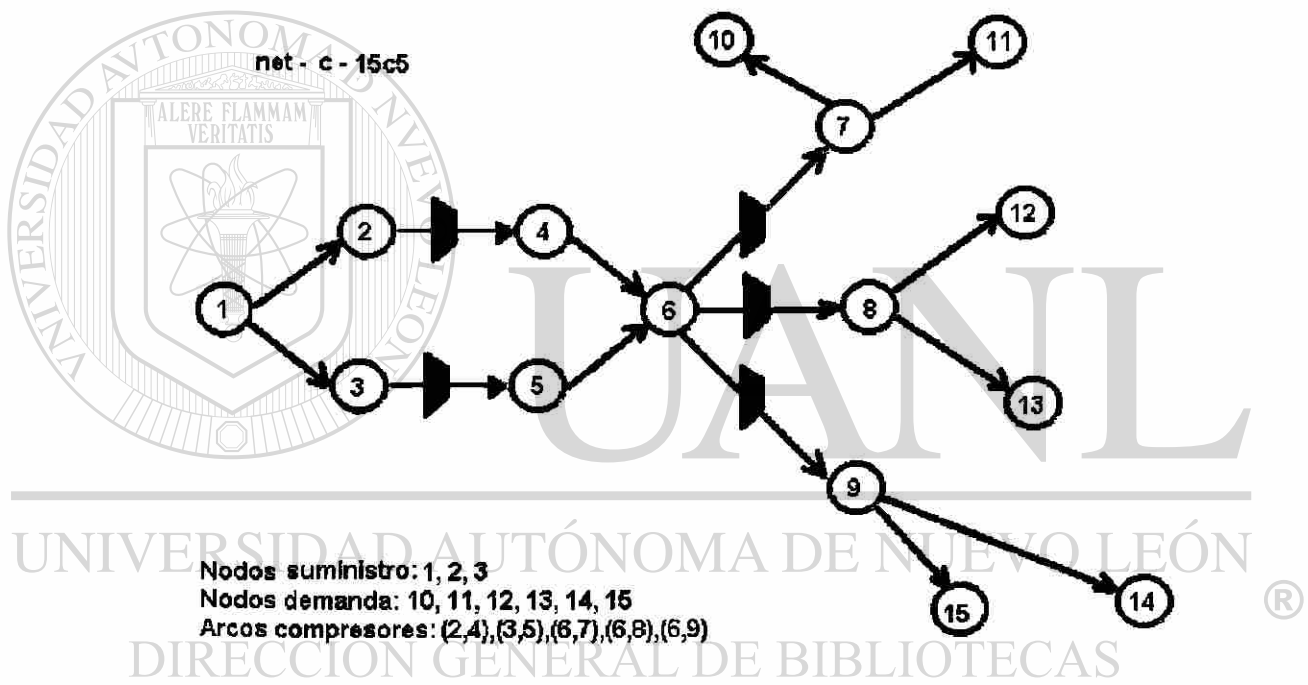
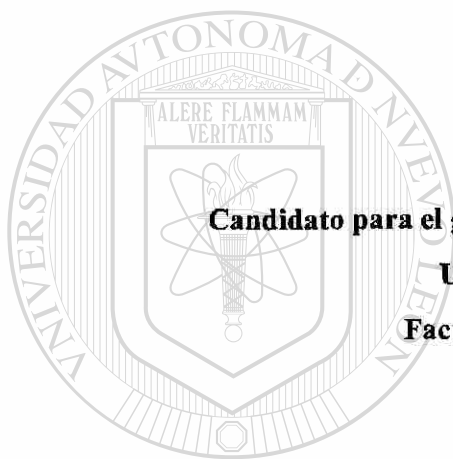


Figura G.13: Red cíclica de 15 nodos y 5 compresores

# FICHA AUTOBIOGRÁFICA



**Humberto Javier Flores Villarreal**

**Candidato para el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas**

**Universidad Autónoma de Nuevo León**

**Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**

**Tesis**

**OPERACIÓN EFICIENTE DE SISTEMAS DE TRANSPORTE DE GAS NATURAL  
MEDIANTE EL MÉTODO DE GRADIENTE REDUCIDO GENERALIZADO**

**DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS**

Nacido en Monterrey, N.L. es hijo del Sr. Humberto Flores Contreras y de la Sra. Bertha Alicia Villarreal Mejía. Primogénito. Graduado en la Facultad de Ciencias Químicas en la Universidad Autónoma de Nuevo León (1996-2000) como Ingeniero Industrial Administrador. Ingresó a estudiar la Maestría en Ciencias en Ingeniería en Sistemas en enero del 2001, después de haberse desempeñado como Ingeniero en el Departamento de Proyectos en Enertec Mexico. Durante sus estudios de maestría se desempeñó como Asistente de Investigación becado por el proyecto J33187-A de CONACyT.

