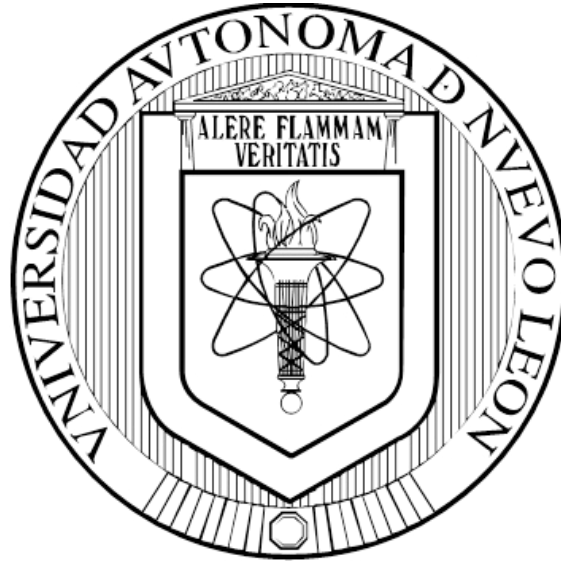


**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES**



TESIS

**MODELO DE CRECIMIENTO DE DIÁMETRO NORMAL PARA
Pinus durangensis EN DURANGO, MÉXICO**

POR

JOSÉ GUADALUPE COLÍN

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN EN MANEJO DE
RECURSOS NATURALES**

MARZO, 2018

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES**



TESIS

**MODELO DE CRECIMIENTO DE DIÁMETRO NORMAL PARA
Pinus durangensis EN DURANGO, MÉXICO**

POR

JOSÉ GUADALUPE COLÍN

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN EN MANEJO DE
RECURSOS NATURALES**

MARZO, 2018

MODELO DE CRECIMIENTO DE DIÁMETRO
NORMAL PARA *Pinus durangensis*
EN DURANGO, MÉXICO.

Aprobación de Tesis



Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón

Director



Dr. Eduardo Javier Treviño Garza

Codirector



Dr. Javier Jiménez Pérez

Asesor



Dr. Marco Aurelio González Tagle

Asesor



Dr. José Javier Corral Rivas

Asesor externo

Marzo, 2018

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo otorgado para la realización de estos estudios.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León y la Facultad de Ciencias Forestales, por abrirme las puertas para poder realizar mis estudios y brindarme todas las facilidades para llevar a cabo esta investigación.

Al Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón, por aceptarme como su tesista, desde la maestría, por estar pendiente fuera y dentro de las actividades académicas, porque nunca escatimó esfuerzo, recurso y tiempo para generar, corregir y mejorar este trabajo, por cada una de las pláticas, por los mensajes positivos acerca de la vida, Excelente ser humano.

Al Dr. José Javier Corral Rivas, por su valiosa asesoría a lo largo de estos tres años, por el tiempo, comentarios y correcciones de cada uno de los manuscritos emanados de esta investigación.

Al Dr. Eduardo Javier Treviño Garza por ser parte del comité de tesis, por sus comentarios tan acertados para la culminación de esta investigación. Por su ejemplo al ver la vida con alegría y sentido familiar.

Al Dr. Javier Jiménez Pérez, por ser parte del comité de tesis, por su asesoría, por el tiempo dedicado a la revisión de esta tesis y sobre todo por las observaciones realizadas a los manuscritos.

Al Dr. Marco Aurelio González Tagle por ser parte del comité de tesis, por sus comentarios en cada seminario y revisión de este documento, por su valioso tiempo y consejos.

A Eleney Viveros Guerrero, por cada uno de los momentos de desvelos compartidos durante esta investigación, por sus palabras de motivación que me hacen cada día ver la vida de otro modo.

Y a todas esas personas con las que conviví en la Facultad, que involuntariamente omito.

DEDICATORIA

A DIOS: Por regalarme la salud, para cumplir esta meta y seguir gozando de este mundo lleno de cosas maravillosas. Muchas gracias.

A MI MADRE: Sra. Irene Colín Esquivel por estar en cada momento conmigo, por sus enseñanzas, sus regaños, sus cuidados, comprensión y cariño, por motivarme a salir adelante en los proyectos emprendidos. Gracias por traerme a este mundo y por sacrificar tu tiempo y vida en momentos difíciles.

A MIS HIJOS: Itzel, Estefanía, Zaid y Eliany por ser las personitas que me impulsan a seguir adelante, quienes me inyectan fortaleza y me motivan día a día para ser mejor, por ser quienes me impulsan a fijarme nuevas metas y luchar para lograrlas. Gracias mis Curruchis.

A MI ESPOSA: Eleney Viveros Guerrero por brindarme todo su apoyo y amor en esta etapa de mi vida, por motivarme a mejorar y superarme cada día, por emprender este sueño juntos y verlo culminado a su lado, esta meta es tuya también. Gracias mi Gajito.

A MIS HERMANOS: Alfredo, Felipe, Anselmo, José Ángel y Sergio, por su apoyo, motivación y estar al pendiente en cada momento que lo necesito; por decir si a este meta que hoy culmina. Gracias hermanos.

A todas las personas que de alguna u otra forma me han ayudado en mis logros.

ÍNDICE

RESUMEN	v
ABSTRACT	vi
INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
JUSTIFICACIÓN	3
HIPÓTESIS.....	3
OBJETIVO GENERAL	3
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
CAPÍTULO I. INFLUENCIA DE LA COMPETENCIA EN EL CRECIMIENTO DIAMÉTRICO DE <i>Pinus durangensis</i> MARTÍNEZ EN DURANGO.	5
RESUMEN	6
ABSTRACT	7
INTRODUCCIÓN	8
MATERIAL Y MÉTODOS	9
Área de estudio	9
Toma de datos	10
Índices de competencia analizados	11
Criterio de selección de competidores	14
Modelos analizados	18
RESULTADOS Y DISCUSIÓN	19
CONCLUSIONES	24
REFERENCIAS	24
CAPITULO II. MODELO DE CRECIMIENTO DE DIÁMETRO NORMAL PARA <i>Pinus durangensis</i> EN DURANGO, MÉXICO	30
RESUMEN	31
ABSTRACT	32

INTRODUCCIÓN	33
MATERIAL Y MÉTODOS	34
Datos.....	34
Modelos analizados.....	35
Índices de competencia utilizados.....	36
Comparación y selección de modelos.....	37
RESULTADOS Y DISCUSIÓN	38
Selección del modelo base.....	38
Modelo de incremento en diámetro.....	39
CONCLUSIONES	42
REFERENCIAS	42
CAPITULO III. MODELO PARA PREDECIR EL DIÁMETRO MÁXIMO DE COPA DE <i>Pinus cooperi</i> EN DURANGO, MÉXICO.	45
RESUMEN	46
ABSTRACT	47
INTRODUCCIÓN	48
MATERIALES Y MÉTODOS	49
Área de estudio.....	49
Muestreo.....	50
Modelos	52
Comparación y selección de modelos.....	52
RESULTADOS Y DISCUSIÓN	53
CONCLUSIONES	59
REFERENCIAS	59

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Principales variables dasométricas de los Sitios Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (SPIFyS) utilizados en este estudio.....	11
Tabla 2. Expresión matemática de los índices de competencia independientes de la distancia utilizados en este estudio.....	12
Tabla 3. Expresión matemática de los índices de competencia dependientes de la distancia utilizados en este estudio.....	13
Tabla 4. Índices de competencia con los mejores estadísticos de ajuste de modelos de crecimiento en diámetro de tipo lineal, exponencial y potencial. ...	19
Tabla 5. Estadísticos descriptivos.....	35
Tabla 6. Expresión matemática de los índices de competencia utilizados.....	36
Tabla 7. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste	38
Tabla 8. Parámetros estimado y estadísticos de ajuste de los modelos 10 y 11	39
Tabla 9. Mejoras del modelo con índices de competencia	41
Tabla 10. Estadísticos descriptivos de los árboles muestra.....	51
Tabla 11. Estadísticos de ajuste para diferentes variables utilizadas como variables predictores para modelar el diámetro máximo de copa de <i>Pinus cooperi</i>	53
Tabla 12. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los modelos utilizados para modelar el diámetro máximo de copa de <i>Pinus cooperi</i> , en función del diámetro máximo de copa.....	54
Tabla 13. Atributos de densidad a partir de la estimación del área máxima de copa de <i>Pinus cooperi</i>	58

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ubicación de los Sitios Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (SPIFyS)	10
Figura 2. Ilustración del criterio de selección de competidores C_4	15
Figura 3. Ilustración del criterio de selección de competidores C_5	16
Figura 4. Ilustración del criterio de selección de competidores C_6	17
Figura 5. Ilustración del procedimiento para seleccionar árboles competidores activos de un árbol de referencia, con base en un ángulo de eliminación de 60° (criterio C_9).....	18
Figura 6. Índices de competencia con mejores resultados para los modelos de crecimiento en diámetro.....	23
Figura 7. Ubicación de los SPIFyS utilizados para desarrollar el modelo de crecimiento del diámetro normal de <i>Pinus durangensis</i> en Durango.....	35
Figura 8. Valores predichos contra residuales estimados con el modelo [10] incluyendo el índice de competencia ICi_{12} para <i>Pinus durangensis</i>	40
Figura 9. Relación entre el incremento individual en diámetro y el índice de competencia ICi_{12} para <i>Pinus durangensis</i>	41
Figura 10. Ubicación de puntos de muestreo de árboles muestra de <i>Pinus cooperi</i> utilizados para desarrollar de la ecuación de diámetro máximo de copa.....	50
Figura 11. Principales variables de copa, y relaciones geométricas utilizadas en el desarrollo del modelo del diámetro máximo de copa.	51
Figura 12. Gráficos de valores predichos contra residuales para los tres modelos analizados en este estudio.	55
Figura 13. Diámetros máximos de copa observados contra valores predichos obtenidos mediante el uso de los tres modelos utilizando como variable predictiva al diámetro normal. La línea continua representa un modelo lineal ajustado sobre el gráfico de dispersión.	56
Figura 14. Relación número de árboles por categoría diamétrica a diferentes niveles de FCC.	59

RESUMEN

Para obtener el modelo de crecimiento se analizó la influencia que la competencia ejerce sobre el crecimiento en diámetro normal en árboles de *Pinus durangensis* en bosques mixtos e irregulares de Durango, México. Se utilizaron datos de dos inventarios realizados en 2009 y 2014 en 16 Sitios Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (SPIFYS) de un tamaño 50x50 m. Debido a que se contaba con la ubicación espacial de los árboles, el efecto de la competencia fue analizado mediante 14 índices de competencia independientes de la distancia y 11 dependientes de la distancia, evaluándose también para éstos últimos índices 11 criterios de selección de árboles competidores. Los resultados mostraron que los índices independientes de la distancia presentan ligeramente mejores resultados en la predicción de crecimiento de diámetro normal para *Pinus durangensis*, de los cuales se utilizaron los dos mejores índices de competencia, **ICI₁₂** (derivado del radio entre el área basal de árbol objetivo y el área basal de la parcela) e **ICI₆** (que representa el factor de competencia de copas (CCF)), para ser analizados en cuatro modelos bases. Se concluyó que el modelo exponencial con el índice independiente de la distancia **ICI₁₂** presenta los mejores resultados en la predicción de crecimiento de diámetro normal para *Pinus durangensis*.

Se desarrolló una función de regresión para predecir el máximo crecimiento de copa para *Pinus cooperi* utilizando datos de 95 árboles los cuales crecieron libres de competencia, los datos se analizaron en tres modelos bases que se probaron con diferentes variables independientes. Los resultados indicaron que la variable predictora que mejor se ajustó fue el diámetro normal. A su vez, aunque existió poca variabilidad entre los estadísticos de ajuste de los tres modelos estudiados, el modelo polinomial de segundo grado fue el que presentó el mejor ajuste.

Palabras clave: Competencia, índices de competencia, modelo de crecimiento, área máxima de copa, diagrama de densidad.

ABSTRACT

To obtain the growth model analyzed the influence of competition on normal diameter growth in *Pinus durangensis* trees in mixed and irregular forests in Durango, Mexico. For this, data from two inventories made in 2009 and 2014 were used in 16 Permanent Sites of Forest and Soil Research (SPIFyS) of a size 50x50 m. Due to of the spatial location of the trees, the effect of the competition was analyzed by 14 distance-independent and 11 distance-dependent competition indices, and 11 criteria for the selection of competing trees were also evaluated latter. The results showed that the independent distance indices presented slightly better results in the prediction of growth of normal diameter for *Pinus durangensis*, of which the two best indices of competition were used, ***ICi₁₂*** (derived from the radius between the basal area of the tree Objective and the basal area of the plot) and ***ICi₆*** (which represents the cup competition factor (CCF), to be analyzed in four base models. Concluding that the exponential model with the independent index of distance ***ICi₁₂*** presents the best results in the prediction of growth of normal diameter for *Pinus durangensis*.

A regression function was developed to predict maximum crown growth for *Pinus cooperi* where data from 95 trees were used which grew free of competition, the data were analyzed in three base models that were tested with different independent variables. The results indicated that the predictor variable that was best adjusted was the normal diameter. In turn, although there was little variability between the adjustments statistics of the three models studied, the second-degree polynomial model presented the best fit.

Key words: Competition, indices of competition, growth model, maximum crown area, diagram density.

INTRODUCCIÓN GENERAL

Los modelos de crecimiento son herramientas útiles para los gestores forestales, puede utilizarse tanto para predecir producciones futuras como para explorar opciones de gestión y alternativas silvícolas (Vanclay, 1994). Los modelos forestales de crecimiento se pueden clasificar por las siguientes propiedades (Valsta, 1993): (1) la unidad de predicción; (2) el empleo de datos sobre la localización espacial de los árboles, es decir, modelos dependientes frente a independientes de la distancia; (3) modelos determinísticos frente a modelos estocásticos; y (4) modelos estadísticos o empíricos frente a modelos basados en procesos.

Esta clasificación, que une las propiedades (1) y (2) mencionadas anteriormente, resulta práctica para los objetivos perseguidos en este trabajo. Un estimador de la competencia total que ejercen los árboles vecinos sobre otro y que interfieren en su crecimiento se denomina “índice de competencia” (Biging y Dobbertin, 1992). Según Gadow y Hui (1999) y Schröder (2000), la cuantificación del efecto de la competencia es uno de los factores indispensables para la construcción de un modelo de árbol individual.

En el ámbito forestal, la competencia puede definirse como el efecto negativo que un árbol ejerce sobre otro debido al consumo o al control que realiza sobre el acceso a un determinado recurso (luz, agua o nutrientes) de disponibilidad limitada (Keddy, 1989). El efecto de la competencia puede llevar hacia una reducción en la supervivencia, el crecimiento o la reproducción del individuo afectado (Begon *et al.*, 1986), siendo una de las fuerzas fundamentales en la evolución y funcionamiento de los ecosistemas (Keddy, 1989).

La competencia ha sido estudiada mediante el uso de índices de competencia por un gran número de autores desde hace más de medio siglo (Clark y Evans, 1954; Arney, 1973; Alemdag, 1978; Lorimer, 1983; Tomé y Burkhart, 1989 y Biging y Dobbertin, 1995; Corral-Rivas *et al.*, 2005).

Aunque son muchos los trabajos que se han realizado para analizar el efecto que la competencia ejerce sobre el crecimiento de los árboles, así como también son numerosas las investigaciones sobre la identificación de los árboles competidores sobre un árbol objetivo (Clark y Evans, 1954; Alemdag, 1978; Lorimer 1983; Tomé y Burkhart, 1989; Biging y Dobbertin, 1995; Bachmann, 1998; Corral-Rivas *et al.*, 2005), estos estudios se han realizado principalmente en plantaciones de una sola especie. Los estudios en bosque multiespecíficos e irregulares son todavía muy escasos (Moravie *et al.* 1999; Coates *et al.*, 2009; Seydack *et al.*, 2011).

Habitualmente los modelos de árbol individual incluyen variables de copa en alguna de sus funciones, como crecimiento en diámetro y en altura, mortalidad o en índices de competencia (Wikoff, 1990; Biging y Dobbertin, 1992; Pretzsch, 1995; Soares y Tomé, 2001), por ello es necesario elaborar funciones que permitan caracterizar adecuadamente la copa de los árboles.

Así, se plantearon como objetivos: a) estimar la significancia del efecto de la competencia en el crecimiento en diámetro normal de árboles de *Pinus durangensis* Martínez en rodales mixtos e irregulares, ubicados en el estado de Durango; b) comparar la capacidad para describir la competencia de los índices independientes y dependientes de la distancia con diferentes criterios para la selección de competidores; c) identificar el mejor índice de competencia o la mejor combinación de un índice de competencia con un criterio de selección de competidores para incorporarlo, a un modelo de crecimiento en diámetro normal para *P. durangensis*; y d) ajustar los parámetros de diferentes modelos de regresión y seleccionar el mejor modelo para predecir el factor de competencia de copas de *Pinus cooperi* de la región forestal de El Salto, en el estado de Durango.

JUSTIFICACIÓN

La planificación forestal requiere el empleo de herramientas que permitan predecir el desarrollo de una masa bajo un rango amplio de tratamientos silvícolas. Esta información facilita la toma de decisiones del propietario y del gestor forestal a través de un modelo de crecimiento de diámetro normal para *Pinus durangensis*.

HIPÓTESIS

Los modelos de crecimiento que incorporan índices de competencia dependientes de la distancia presentan un mejor comportamiento frente a aquellos que incluyen índices independientes de la distancia al predecir el incremento en diámetro normal para *Pinus durangensis* en el estado de Durango.

OBJETIVO GENERAL

- Desarrollar un modelo de crecimiento que incluya el efecto de la competencia y poder predecir el incremento en diámetro normal de árboles de *Pinus durangensis* en rodales mixtos e irregulares en el estado Durango.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estimar el efecto que la competencia ejerce sobre el incremento en diámetro de árboles de *Pinus durangensis* en rodales mixtos e irregulares en el estado Durango.
- Comparar la capacidad estimativa de índices de competencia independiente y dependiente de la distancia, y de diferentes criterios para la selección competidores
- Identificar el mejor índice de competencia o la mejor combinación de un índice de competencia con un criterio de selección de competidores e incorporarlo al modelo de crecimiento.

- Ajustar los parámetros de diferentes modelos de regresión y seleccionar el mejor modelo para predecir el factor de competencia de copas de *Pinus cooperi* de la región forestal de El Salto, en el estado de Durango.

***CAPÍTULO I. INFLUENCIA DE LA COMPETENCIA EN EL
CRECIMIENTO DIAMÉTRICO DE *Pinus durangensis* MARTÍNEZ
EN DURANGO.***

INFLUENCIA DE LA COMPETENCIA EN EL CRECIMIENTO DIAMÉTRICO DE *Pinus durangensis* MARTÍNEZ EN DURANGO, MÉXICO

RESUMEN

En esta investigación se analizó la influencia de la competencia sobre el crecimiento en diámetro normal en árboles de *Pinus durangensis* en bosques mixtos e irregulares del estado de Durango. Se utilizaron datos de dos inventarios realizados en 2009 y 2014, en 16 Sitios Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (SPIFyS) de 2,500 m², dentro de los cuales, *Pinus durangensis* fue la especie dominante del estrato arbóreo, con 39.44 % del valor de importancia, y crece de manera mezclada con otras 18 especies arbóreas. El efecto de la competencia fue analizado mediante 14 índices de competencia independientes de la distancia y 11 dependientes de la distancia; para ello, se evaluaron 11 criterios de selección de árboles competidores. Los índices independientes de la distancia explicaron ligeramente mejor que los índices dependientes de la distancia el crecimiento en diámetro normal de la especie estudiada. El índice de competencia independiente de la distancia que se deriva de la razón entre el área basal del árbol objetivo y el área basal por hectárea describió mejor el efecto deseado, por lo que se recomienda para su posible inclusión en futuros modelos de crecimiento en diámetro normal desarrollados para *P. durangensis*.

Palabras claves: Crecimiento en diámetro, criterio de selección de competidores, ecuación exponencial, ecuación lineal, ecuación de potencia, índices de competencia dependiente e independiente de la distancia.

ABSTRACT

In this paper the effect of competition on individual tree diameter growth of *Pinus durangensis* was analyzed. Trees were growing in mixed and uneven-aged stands in Durango, Mexico. The data used in the study were obtained from two forest inventories performed in 2009 and 2014 in 16 permanent sampling plots for forest and soil research (SPIFyS) of 2,500 m² in size. *Pinus durangensis* was the dominant species within the sites, covering 39.44 % of the importance value, and it is growing with other 18 tree species. 14 distance-independent and 11 distance dependent competition indices were used to evaluate the effect of competition. 11 competitor selection methods were tested in combination with the selected distance-dependent indices. Distance-independent competition indices showed slightly better results than distance-dependent indices for predicting diameter at breast height growth for the studied tree species. The distance-independent competition index derived from the ratio between of the basal area of the reference tree and the basal area per hectare best described the effect of the competition, and therefore, it is recommended for its possible addition within further models to predict the breast height diameter growth for the tree species analyzed in this study.

Key words: Diameter growth, competitor selection method, exponential equation, linear equation, power equation, distance-independent and distance-dependent competition index.

INTRODUCCIÓN

En ecología forestal, la competencia puede definirse como el efecto negativo que un árbol ejerce sobre otro, debido al consumo o al control que ejerce sobre el acceso a un determinado recurso (luz, agua o nutrientes) de disponibilidad limitada (Burkhardt y Tomé, 2012). El efecto de este factor puede llevar hacia una reducción de la supervivencia, el crecimiento o la reproducción del individuo afectado, pues es una de las fuerzas fundamentales en la evolución y funcionamiento de los ecosistemas (Pretzsch, 2009).

La competencia ha sido estudiada mediante el uso de índices por un gran número de investigadores desde hace más de medio siglo (Clark y Evans, 1954; Arney, 1973; Alemdag, 1978; Lorimer, 1983; Tomé y Burkhardt, 1989; Biging y Dobbertin, 1995; Corral *et al.*, 2005). Estos son un indicador que estima la competencia total a la que está sometido un árbol y que se manifiesta en su crecimiento (Burkhardt y Tomé, 2012).

Munro (1974) clasifica a dichos índices en dos grupos: independientes de la distancia, los cuales no consideran la distribución espacial de los árboles y no requieren la obtención de las coordenadas de los mismos, e índices dependientes de la distancia, que sí incluyen la distribución espacial con respecto al individuo objetivo.

De acuerdo con Biging y Dobbertin (1995), Bachmann (1998) y Corral *et al.* (2005), el impacto de la competencia que ejerce uno o más individuos sobre el crecimiento de un árbol puede abordarse con resultados similares mediante el uso de índices independientes o dependientes de la distancia, para estos últimos se utiliza un modelo de crecimiento de árbol individual, especialmente, si se trata de especies en bosques mixtos e irregulares (Schröder y Gadow, 1999). Sin embargo, ese tipo de estudios se han realizado, sobre todo, en plantaciones de una sola especie, por lo que los relativos a bosques irregulares con más de un taxon son todavía muy escasos (Moravie *et al.*, 1999; Coates *et al.*, 2009; Seydack *et al.*, 2011).

Así, se plantearon como objetivos: a) estimar la significancia del efecto de la competencia en el crecimiento en diámetro normal de árboles de *Pinus durangensis* Martínez en rodales mixtos e irregulares, ubicados en el estado de Durango; b) comparar la capacidad para describir la competencia de los índices independientes y dependientes de la distancia con diferentes criterios para la selección de competidores; y c) identificar el mejor índice de competencia o la mejor combinación de un índice de competencia con un criterio de selección de competidores para incorporarlo, en un futuro, a un modelo de crecimiento en diámetro normal para *P. durangensis*.

MATERIAL Y MÉTODOS

Área de estudio

Los datos provienen de 16 Sitios Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (SPIFyS) establecidos en el ejido La Ciudad, municipio Pueblo Nuevo, Durango, el cual se ubica dentro de la Unidad de Manejo Forestal Regional (UMAFOR) 1008, cuyas comunidades forestales más importantes están compuestas por bosques mezclados con especies de *Pinus*, *Quercus*, *Juniperus*, *Arbutus* y *Alnus*; son rodales de segundo crecimiento que han estado sujetos al aprovechamiento forestal por más de 100 años (Luján *et al.*, 2015). El tamaño de las parcelas fue de 50 × 50 m (0.25 ha), y se ubicaron de manera sistemática dentro de los límites del ejido (Figura 1).

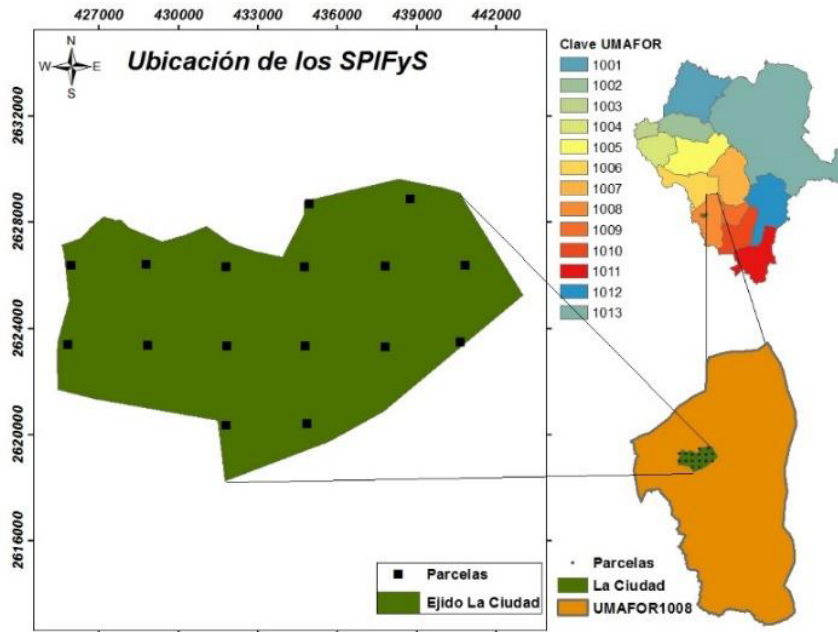


Figura 1. Ubicación de los Sitios Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (SPIFyS)

Toma de datos

Los datos fueron colectados en dos fechas: la primera al momento de la instalación e inventario inicial de los SPIFyS en 2009, y la otra durante el segundo inventario realizado cinco años después, en 2014; en dicho periodo, los sitios no fueron intervenidos con ningún tipo tratamiento silvícola.

Dentro de cada sitio se obtuvieron por árbol con diámetro normal ≥ 7.5 cm, las siguientes variables: especie, dominancia, diámetro normal (d, cm) mediante una forcípula con graduación milimétrica Haglöf Mantax Blue, para ello se siguieron las direcciones de los lados de la parcela; además se midieron: la altura total (h, m), altura de fuste limpio (m), distancia del árbol al centro del sitio (m), diámetro de copa (m), con un hipsómetro Vertex IV con graduación en centímetros; y el azimut del árbol con respecto al centro del sitio, con un instrumento Suunto Tandem Global Compass/Clinometer.

Pinus durangensis fue la especie dominante dentro del área de estudio, pues registra 39.44 % de valor de importancia (Campo y Duval, 2014), pero está mezclada con los siguientes taxa, que se ordenan de forma decreciente de

acuerdo a su valor de importancia (valores dados entre los paréntesis): *Pinus cooperi* Blanco (11.51 %), *Quercus sideroxyla* Bonpl. (7.14 %), *Juniperus deppeana* Steud. (5.92 %), *Alnus firmifolia* Fernald (3.47 %), *P. strobiformis* Engelm. (3.42 %), *Q. crassifolia* Humb. et Bonpl. (3.23 %), *P. leiophylla* Schiede ex Schltld. & Cham. (3.03 %), *Q. rugosa* Neé (2.92 %), *Arbutus arizonica* (A. Gray) Sarg (2.64 %), *P. herrerae* Martínez (2.32 %) *A. madrensis* M. González (2.23 %), *A. bicolor* S. González, M. González et P. D. Sørensen (2.08 %), *P. teocote* Schltld. & Cham. (1.96 %), *A. tessellata* P. D. Sørensen (1.80%), *A. xalapensis* Kunth (1.72 %), *Q. conzattii* Trel. (1.65 %), *Q. durifolia* Seemen (1.69 %) y *Populus tremuloides* Michx. (1.60 %). En la Tabla 1 se presentan los estadísticos descriptivos de las variables dasométricas de los dos inventarios realizados hasta el momento en los SPIFyS.

Tabla 1. Principales variables dasométricas de los Sitios Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (SPIFyS) utilizados en este estudio.

Variable	Media \pm SD en 2009	Media \pm SD en 2014
N	666 \pm 354	612 \pm 326
G	23.09 \pm 7.77	26.55 \pm 8.58
Dg	23.78 \pm 6.67	25.83 \pm 6.57
V	224.11 \pm 83.17	274.03 \pm 103.79
H0	20.14 \pm 3.9	21.69 \pm 4.07

N = Número de árboles por ha; G = Área basal en m² por ha; Dg =Diámetro medio cuadrático en cm; V =Volumen por ha en m³; H0 =Altura dominante en m.

Índices de competencia analizados

En las Tablas 2 y 3 se presentan los índices de competencia analizados: 14 de ellos pertenecen al grupo de los independientes de la distancia (**IC₁ - IC₁₄**), y 11 a los dependientes de la distancia (**ICd₁ - ICd₁₁**) (Munro, 1974), que fueron seleccionados a partir de experiencias previas (Martínez y Madrigal, 1982; Pukkala y Kolström, 1987; Holmes y Reed, 1991; Biging y Dobbertin, 1992; Mäkinen, 1997; Schröder y Gadow, 1999; Álvarez *et al.*, 2003; Corral *et al.*, 2005; Crecente *et al.*, 2007).

Tabla 2. Expresión matemática de los índices de competencia independientes de la distancia utilizados en este estudio.

Índice	Nombre del índice y fuente	Expresión matemática
IC_1	Número de árboles por hectárea (N)	$(n/100)/S$
IC_2	Área basal por hectárea (G)	$\pi/4 \sum_{i=1}^{i=n} d_i^2 10000/S$
IC_3	Reineke (1933)	$10^{(\log N + 1.605 \log Dg - 1.605)}$
IC_4	Factor de Competencia de Copa	$\pi/4 \sum_{i=1}^{i=n} dc_i^2 100/S$
IC_5	Índice de Hart (IH)	$100/(H_0 \sqrt{N})$
IC_6	Krajicek <i>et al.</i> (1961) (CCF)	$\pi/4 \sum_{i=1}^{i=n} dcm_i^2 100/S$
IC_7	Ritchie y Hann (1982) (CCFL)	$\pi/4 \sum dcm_{mayori}^2 100/S$
IC_8	Wykoff <i>et al.</i> (1982) (Basal Area in Larger Trees (BAL))	$\pi/4 \sum d_{mayori}^2 10000/S$
IC_9	Vanclay (1991) (BAL)	BAL/G
IC_{10}	Schröder y Gadow (1999) (BALMOD)	$(1 - [1 - (BAL/G)]) / IH$
IC_{11}	Ratio diámetro-diámetro medio cuadrático	d_i / D_G
IC_{12}	Ratio sección normal-área basal	g_i / G
IC_{13}	Ratio área basimétrica-diámetro	$(g_i / G)^{d_i} / D_g$
IC_{14}	Ratio diámetro de copa-diámetro	dc_i / d_i

n: número de árboles por sitio; S: superficie del sitio (m²); d_i : diámetro normal del árbol objetivo (cm); log: logaritmo de base 10; d_g : diámetro cuadrático (cm); dc_i : diámetro de copa, en proyección horizontal, del árbol objetivo (m); dcm_i : diámetro de copa máximo (en crecimiento libre) del árbol objetivo (m) estimado con la ecuación (3); dcm_{mayori} : diámetro de copa, en proyección horizontal de los árboles mayores que el árbol objetivo (m); d_{mayori} : diámetro normal

de los árboles mayores que el árbol objetivo (cm); g_i : sección normal del árbol objetivo (m²); G: área basal (m² ha⁻¹); BAL: índice BAL; IH: índice de Hart.

Tabla 3. Expresión matemática de los índices de competencia dependientes de la distancia utilizados en este estudio.

Índice	Nombre del índice y fuente	Expresión matemática
ICd_1	Staebler (1951)	$\sum_{i \neq j} L_{ij}$
ICd_2	Gerrard (1969)	$\sum_{i \neq j} \{O_{ij}/Z_i\}$
ICd_3	Bella (1971)	$\sum_{i \neq j} \{O_{ij}d_j/Z_{ij}d_i\}$
ICd_4	Hegyí (1974)	$\sum_{i \neq j} \{d_j/(Dist_{ij}d_i)\}$
ICd_5	Alemdag (1978)	$\sum_{i \neq j} \left\{ \pi \left[\frac{(Dist_{ij}d_i)}{(d_i+d_j)} \right]^2 \frac{(d_j/Dist_{ij})}{\sum (d_j/Dist_{ij})} \right\}$
ICd_6	Martin y Ek (1984)	$\sum_{i \neq j} \left\{ \left(\frac{d_j}{d_i} \right)^{\exp \left(\frac{16Dist_{ij}}{(d_i+d_j)} \right)} \right\}$
ICd_7	Daniels <i>et al.</i> (1986)	$d_i^2 nc / \sum_{i \neq j} d_j^2$
ICd_8	Braathe (1980)	$\sum_{i \neq j} \left\{ h_i / (h_j Dist_{ij}) \right\}$
ICd_9	Biging y Dobbertin (1992) (CCSp)	$\sum_{i \neq j} \left\{ CC_j / \left(CC_i \left(Dist_{ij} + 1 \right) \right) \right\}$
ICd_{10}	Biging y Dobbertin (1992) (CVSp)	$\sum_{i \neq j} \left\{ CV_j / \left(CV_i \left(Dist_{ij} + 1 \right) \right) \right\}$
ICd_{11}	Biging y Dobbertin (1992) (CVU)	$\sum_{i \neq j} \left\{ CV_{\infty j} / CV_j \right\}$

L_{ij} : longitud (m) del segmento que une los centros del árbol objetivo y de su competidor, incluida en el área de solapamiento de sus zonas de influencia; O_{ij} : área de solapamiento (m²) entre las zonas de influencia del árbol objetivo y del árbol competidor; Z_i : área de la zona de influencia del árbol objetivo (m²); d_j : diámetro normal del árbol competidor (cm); $Dist_{ij}$: distancia, en proyección horizontal, entre el árbol objetivo y el árbol competidor (m); nc: número de árboles competidores; h_i : altura total del árbol objetivo (m); h_j : altura total del árbol competidor (m); CC_i : superficie de copa en proyección horizontal del árbol objetivo (m²) a un cierto porcentaje p de su

altura; CC_j : superficie de copa en proyección horizontal del árbol competidor (m^2) a un cierto porcentaje p de la altura del árbol objetivo; CV_i : volumen de copa del árbol objetivo (m^3 por encima de un cierto porcentaje p de su altura; CV_j : volumen de copa del árbol competidor (m^3) por encima de un cierto porcentaje p de la altura del árbol objetivo; $CV_{\alpha j}$: volumen de copa del árbol competidor j por encima del punto α .

Criterio de selección de competidores

Se analizaron 11 criterios de selección de los árboles competidores de *Pinus durangensis* (códigos **C₁** a **C₁₁**). Con el criterio **C₁** se eligieron como árboles competidores de esta especie todos los individuos incluidos en una parcela móvil de Bitterlich con centro en el árbol objetivo, y con un factor de área basal (BAF) igual a $4 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$. Según ese criterio, para que un árbol sea competidor del individuo objetivo, la distancia entre ellos no puede ser superior a 25 veces su propio diámetro normal (Crecente *et al.*, 2007).

En el criterio **C₂** los árboles competidores fueron todos los seleccionados con el criterio **C₁**, además del árbol más cercano que se localice dentro de cada uno de los cuadrantes definidos por los cuatro puntos cardinales (Crecente *et al.*, 2007). Con el criterio **C₃** se seleccionaron los cuatro individuos arbóreos más cercanos al árbol objetivo (Crecente *et al.*, 2007). El criterio **C₄**, propuesto por Biging y Dobbertin (1992), se basó en considerar competidores activos aquellos árboles cuya altura total (h_j) supera una línea imaginaria trazada desde la base del árbol objetivo, con una inclinación de 60° con respecto a la horizontal (Figura 2). Esta línea marca un punto (en su intersección con el eje del árbol competidor) a partir del que se tomó el volumen de la copa, para calcular el índice de competencia **ICd₁₁**. La relación entre distancia y altura que determinó, si un árbol se eligió como competidor activo fue:

$$\tan 60^\circ = \frac{h_j}{Dist_{ij}} = 1.73 \Rightarrow Dist_{ij} \leq \frac{h_j}{1.73} \quad (1)$$

Donde:

h_j = altura total del árbol competidor (m)

$Dist_{ij}$ = distancia del árbol objetivo al árbol competidor (m)

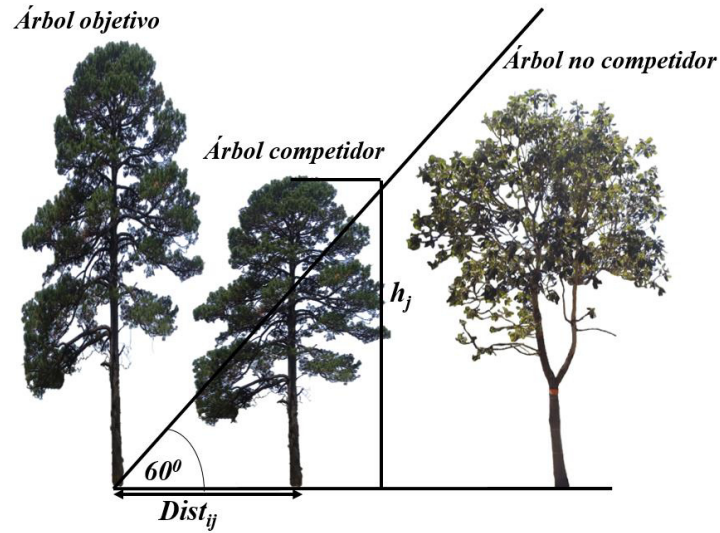


Figura 2. Ilustración del criterio de selección de competidores **C₄**.

El criterio **C₅** se diferencia del anterior en que la recta inclinada tiene su origen en la base de la copa del árbol objetivo (Figura 3). La relación entre distancia y altura que determina si un árbol se selecciona como competidor activo fue:

$$\tan 60^\circ = \frac{h_j - HBC_i}{Dist_{ij}} = 1.73 \Rightarrow Dist_{ij} \leq \frac{h_j - HBC_i}{1.73} \quad (2)$$

Donde:

h_j = altura total del árbol competidor (m)

$Dist_{ij}$ = distancia del árbol objetivo con el árbol competidor (m)

HBC_i = altura a la base de la copa del árbol objetivo (m)

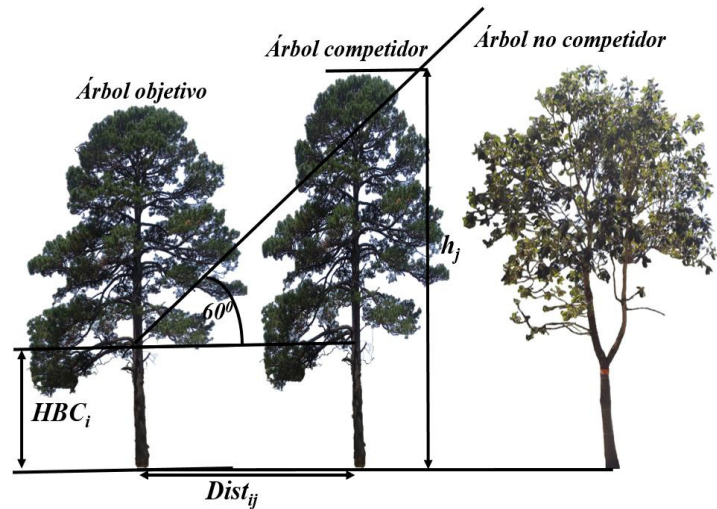


Figura 3. Ilustración del criterio de selección de competidores **C₅**.

El criterio **C₆** se basó en el concepto de la zona de influencia (Staebler, 1951). Para este caso fueron competidores activos todos los árboles cuya zona de influencia se traslapó con la del árbol objetivo (Figura 4). Se tomó como radio el valor máximo que podría alcanzar dicha dimensión de la copa del árbol, si estuviese creciendo libre de competencia, el cual fue estimado mediante la ecuación propuesta por Cruz y Castañeda (1999):

$$mcw_i = 0.1503d_i + 2.0241 \quad (3)$$

Donde:

- mcw_i = máximo crecimiento de copa (m)
- d_i = diámetro normal (cm) del árbol seleccionado

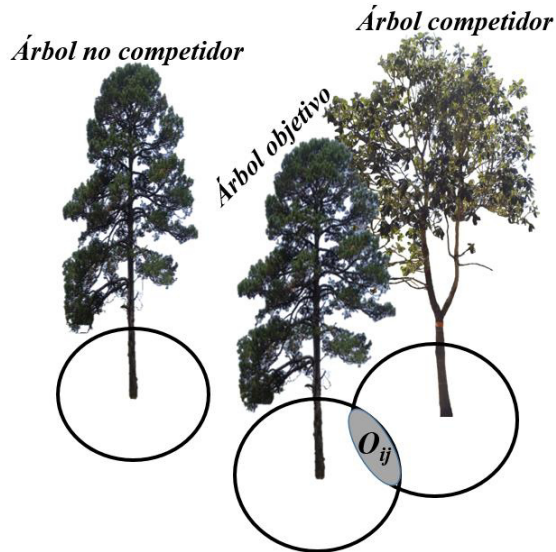


Figura 4. Ilustración del criterio de selección de competidores **C₆**.

El criterio **C₆** es el único que se puede emplear con los índices de competencia basados en la zona de influencia (**ICd₁**, **ICd₂** e **ICd₃**).

Los criterios **C₇** a **C₁₁** incluyen el concepto de ángulo de eliminación de competencia (Lee y Gadow, 1997), según el cual se selecciona como primer competidor activo el árbol más cercano al árbol objetivo; a continuación, se delimita un sector circular con un ángulo determinado, cuya bisectriz es la línea que los une. Todos los árboles incluidos en dicho círculo que se sitúan detrás del primer competidor, se descartan como posibles competidores activos. El proceso continúa con la elección del siguiente individuo más cercano al árbol objetivo y situado fuera del primer sector circular, patrón que se repite hasta identificar a todos los competidores activos (Figura 5), con un ángulo de eliminación de 60° (**C₉**). El número de competidores activos disminuye a medida que aumenta el ángulo de eliminación de competencia. En otras investigaciones han utilizado ángulos de 90°, 75°, 60°, 45° y 30°, que definen los criterios **C₇** a **C₁₁**, respectivamente (Corral *et al.*, 2005; Crecente *et al.*, 2007).

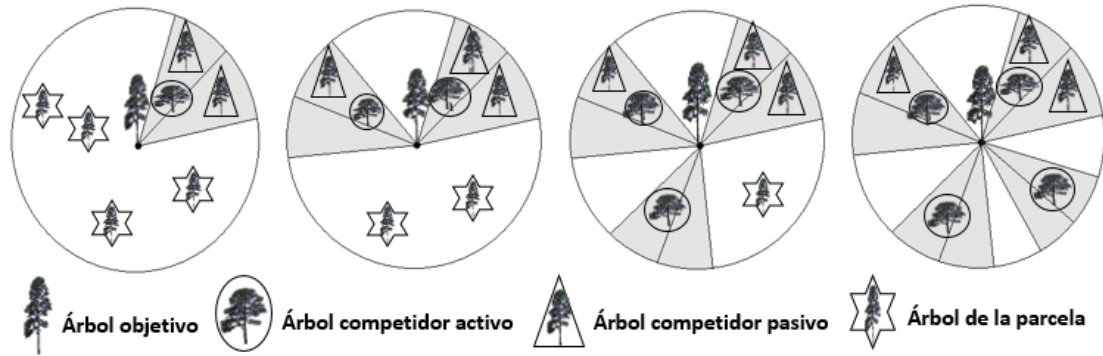


Figura 5. Ilustración del procedimiento para seleccionar árboles competidores activos de un árbol de referencia, con base en un ángulo de eliminación de 60° (criterio **C₉**).

Modelos analizados

Para Se utilizaron tres modelos base, uno de tipo lineal simple, uno exponencial y otro potencial (ecuaciones 4 a 6) para analizar la influencia que ejerce la competencia en el crecimiento en diámetro normal de los árboles de *Pinus durangensis* dentro de los sitios estudiados. Los modelos se probaron para todas las combinaciones posibles entre los índices y los criterios de selección de competidores:

$$\Delta\gamma = \alpha + \beta \cdot C_i \quad (4)$$

$$\Delta\gamma = \alpha \cdot e(\beta \cdot C_i) \quad (5)$$

$$\Delta\gamma = \alpha \cdot C_i^\beta \quad (6)$$

Donde:

$\Delta\gamma$ = Variable a modelar (crecimiento en diámetro normal durante un periodo de 5 años),
 C_i = índice de competencia independiente de la distancia o la combinación de un índice de competencia dependiente de la distancia con un criterio de selección de competidores
 α y β = parámetros a estimar en el ajuste de los modelos.

La estimación de los parámetros del modelo lineal se realizó por mínimos cuadrados, mediante el procedimiento REG del programa SAS/STAT® (SAS, 2004). En el caso de los modelos no lineales se utilizó el procedimiento NLIN implementado en el mismo programa.

La bondad de ajuste (i.e. significancia del efecto de la competencia en el crecimiento en diámetro normal) se evaluó mediante la significancia de los

ajustes de los modelos y con los estadísticos coeficiente de determinación (R^2) y raíz del error medio cuadrático (REMC). Para los modelos exponencial y potencial, el coeficiente de determinación estimado correspondió al propuesto por Ryan (1997) para regresión no lineal, el cual es equivalente al cuadrado del coeficiente de correlación de los valores observados y los valores estimados por los modelos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Tabla 4 se listan los 10 índices de competencia o combinaciones de índice de competencia con un criterio de selección de competidores que mostraron los mayores niveles de explicación de la variabilidad observada en el crecimiento en diámetro normal de árboles de *Pinus durangensis*; la variable predictiva fue la competencia en los tres tipos de modelos estudiados. Estos índices son, también, los que arrojaron los menores errores medios, y en todos los casos el ajuste resultó ser muy significativo ($p < 0.0001$), lo que hace suponer que el uso de la competencia como variable predictiva contribuye de forma importante a la explicación del crecimiento en diámetro normal de la especie estudiada.

Tabla 4. Índices de competencia con los mejores estadísticos de ajuste de modelos de crecimiento en diámetro de tipo lineal, exponencial y potencial.

Lineal				Exponencial				Potencial			
Cr	IC	R^2	REMC	Cr	IC	R^2	REMC	Cr	IC	R^2	REMC
	<i>IC₆</i>	0.33	0.76	<i>C₁₁</i>	<i>ICd₄</i>	0.29	0.78		<i>IC₁₂</i>	0.35	0.74
	<i>IC₈</i>	0.28	0.79	<i>C₁₀</i>	<i>ICd₄</i>	0.28	0.78	<i>C₁₁</i>	<i>ICd₄</i>	0.28	0.78
	<i>IC₁₀</i>	0.27	0.79	<i>C₂</i>	<i>ICd₄</i>	0.28	0.78	<i>C₁₀</i>	<i>ICd₄</i>	0.28	0.78
	<i>IC₁₁</i>	0.26	0.79	<i>C₉</i>	<i>ICd₄</i>	0.27	0.79		<i>IC₁₁</i>	0.27	0.79
	<i>IC₁₂</i>	0.25	0.80		<i>IC₁₀</i>	0.26	0.79	<i>C₃</i>	<i>ICd₄</i>	0.27	0.79
	<i>IC₉</i>	0.23	0.81	<i>C₈</i>	<i>ICd₄</i>	0.26	0.79	<i>C₉</i>	<i>ICd₄</i>	0.27	0.79
<i>C₁₁</i>	<i>ICd₅</i>	0.22	0.82	<i>C₇</i>	<i>ICd₄</i>	0.25	0.80	<i>C₃</i>	<i>ICd₅</i>	0.26	0.79
<i>C₇</i>	<i>ICd₅</i>	0.21	0.82	<i>C₃</i>	<i>ICd₄</i>	0.25	0.80	<i>C₂</i>	<i>ICd₄</i>	0.26	0.79
<i>C₃</i>	<i>ICd₅</i>	0.20	0.82		<i>IC₁₁</i>	0.22	0.81	<i>C₇</i>	<i>ICd₄</i>	0.25	0.80
<i>C₁₀</i>	<i>ICd₅</i>	0.20	0.83		<i>IC₉</i>	0.22	0.82	<i>C₈</i>	<i>ICd₄</i>	0.25	0.80

Cr = Criterio de selección de competidores, IC = índice de competencia, de determinación, REMC = Raíz del error medio cuadrático.

R² = Coeficiente

Los mejores valores de los estadísticos de ajuste R² y REMC se obtuvieron con los índices independientes de la distancia y el uso de los modelos potencial y lineal. El índice **IC₁₂** (que se basa en el cálculo del radio del área basal del árbol objetivo y el área basal por ha) fue el que presentó el mejor ajuste, mediante el uso del modelo potencial, y explica 35 % de la variabilidad observada en el crecimiento en diámetro de *P. durangensis*, con un valor de REMC de 0.74 cm; seguido del **IC₆** que representa el factor de competencia de copas (CCF), definido como el porcentaje del área de crecimiento ocupada por la proyección de las copas, y asume que cada árbol crece libremente (sin competencia), lo que explica 33 % de la variabilidad observada en el crecimiento en diámetro, durante el período de observación con el modelo lineal, y una REMC de 0.76 cm.

Los índices independientes de la distancia **IC₈** e **IC₁₀** también mostraron buenos resultados en la explicación de la varianza observada en el crecimiento en diámetro. Los resultados de este trabajo son consistentes con los de Crecente *et al.* (2007) en plantaciones de *Pinus radiata* D. Don en Galicia, España, donde los índices independientes de la distancia presentaron valores ligeramente mejores que los dependientes de la distancia, en el estudio del efecto de la competencia crecimiento en diámetro y altura de la especie referida.

Valles y Valadez (2006) obtuvieron también mejores ajustes con el uso de un índice de competencia independiente de la distancia basado en la amplitud de la copa, ponderada por la densidad en bosques mezclados en San Dimas, Durango. De igual forma, Tíscar y Tíscar (2010) determinaron en una población de *Pinus nigra* Arnold de la Sierra de Cazorla (sureste de España), un índice independiente de la distancia que incluye la variable área de copa como el más adecuado para ser incluido en modelos para la predicción de crecimiento en diámetro normal. Sin embargo, los valores de R² de este trabajo son inferiores a los de Álvarez *et al.* (2004), quienes calcularon cifras de 0.66 para los índices independientes de la distancia BAL y BALMOD, en un modelo exponencial ajustado para datos de

crecimiento en la sección de árboles individuales de *Pinus radiata* en El Bierzo (León, España).

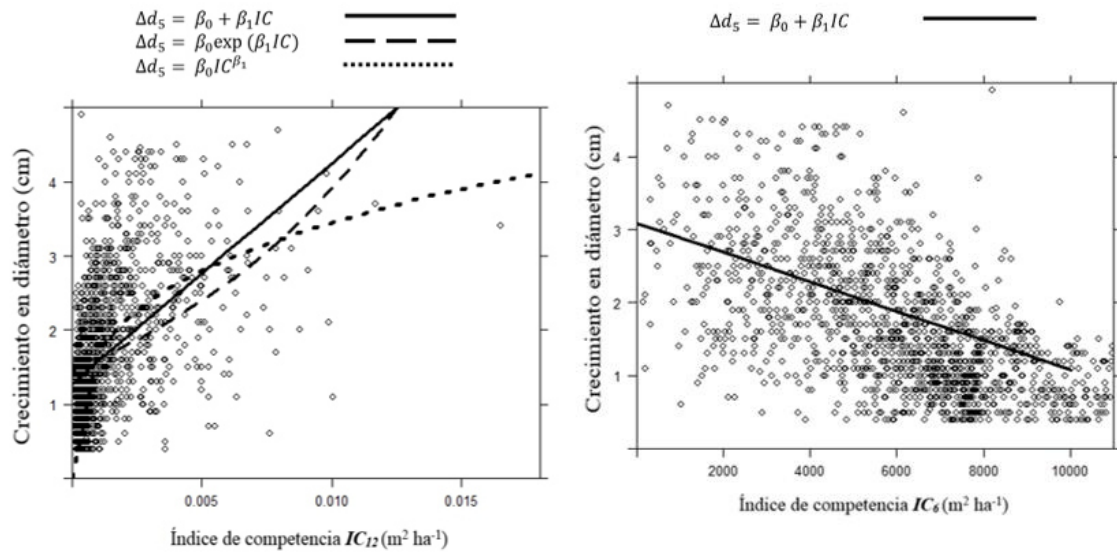
Otros investigadores, como Álvarez *et al.* (2003), Biging y Dobbertin (1995), Corral *et al.* (2005) y Schröder y Gadow (1999) registraron que los índices independientes de la distancia basados en el uso del área basal (BAL y BALMOD) producían mejoras significativas en las estimaciones de modelos de crecimiento en diámetro de especies presentes en rodales coetáneos.

Por otra parte, los índices basados en la densidad del rodal (número de árboles por hectárea, área basal por hectárea, Reineke, factor de competencia de copa, e índice de Hart) resultaron poco adecuados para evaluar el efecto de la competencia, ya que no explicaron ni 15 % de la variación de los datos de crecimiento, por lo que no se aconseja su empleo como índices de competencia. Dichos resultados concuerdan con estudios anteriores realizados en *Quercus robur* L. (Maseda, 1998) y en *Pinus radiata* (Álvarez, 1998; Álvarez *et al.*, 2003).

Dentro del grupo de índices de competencia dependientes de la distancia, el índice **ICd₄** combinado con los criterios **C₁₀** y **C₁₁**, fue el que mejores resultados proporcionó mediante el modelo exponencial, al explicar 29 % de la variabilidad observada en el crecimiento en diámetro, con valores de REMC de 0.78 cm. Esos criterios de selección de competidores (**C₁₀** y **C₁₁**) usan ángulos de eliminación de competencia de 45 y 30°, respectivamente, y son sencillos de aplicar ya que limitan el número de competidores, por lo que podrían utilizarse para el trabajo de campo (Álvarez *et al.*, 2003).

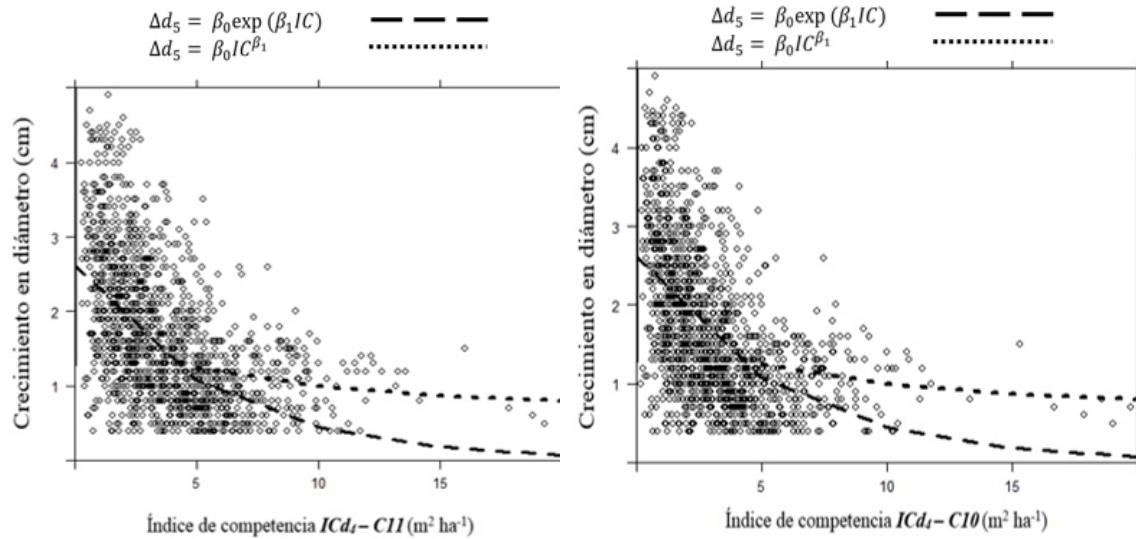
En segundo lugar, se situó el índice **ICd₅** al combinarse con el criterio **C₃**. Estos índices están fuertemente relacionados entre sí, ya que se basan en razones de tamaños (diámetro normal) ponderados por las distancias, y consideran que la competencia que sobre un árbol ejercen los individuos que le rodean, aumenta cuando se incrementa su tamaño y se reduce la distancia que los separa (Crecente *et al.*, 2007).

En la Figura 6 se muestra la relación entre los índices de competencia independientes de la distancia IC_6 e IC_{12} y el índice de competencia dependiente de la distancia ICd_4 con los criterios C_{11} y C_{10} , y el crecimiento individual en diámetro para *Pinus durangensis* con los modelos lineal, exponencial y potencial, o solo el que mejor ajustó. En la mayoría de los casos, el modelo potencial describe mejor la tendencia de los datos al utilizar a los índices de competencia como variable predictiva, situación que se explica porque se obtienen valores menores de error medio cuadrático en comparación con las ecuaciones lineal y exponencial.



Relación entre el crecimiento individual en diámetro y el índice de competencia IC_{12} con los modelos lineal, exponencial y potencial.

Relación entre el crecimiento individual en diámetro y el índice de competencia IC_6 con el modelo lineal.



Relación entre el crecimiento individual en diámetro y el índice de competencia ICd_4 y el criterio C_{11} , con los modelos exponencial y potencial.

Relación entre el crecimiento individual en diámetro y el índice de competencia ICd_4 y el criterio C_{10} , con los modelos exponencial y potencial.

Modelo lineal = Línea continua; Modelo exponencial = Línea de puntos; Modelo potencial = Línea discontinua, superpuestos a la nube de puntos.

Figura 6. Índices de competencia con mejores resultados para los modelos de crecimiento en diámetro.

Por lo general, el valor de los distintos criterios de selección de competidores para un mismo índice no presenta grandes diferencias, aunque siempre hay uno que resulta ligeramente más favorable, los otros poseen un valor bastante aproximado a este.

Si bien los resultados sugieren que los mejores índices de competencia independientes de la distancia IC_6 e IC_{12} , explican entre 33 y 35 % de la varianza observada en crecimiento del diámetro, es evidente que al momento de desarrollar el modelo de crecimiento faltaría incluir como variables predictivas a otras, como el diámetro normal inicial, la calidad de estación y otros factores que influyen de manera significativa en el incremento de la sección normal de los árboles (López *et al.*, 2013; Quiñonez *et al.*, 2015).

CONCLUSIONES

El ajuste de la mayoría de los modelos probados resultó ser significativo, lo que indica que el uso de la competencia como variable predictiva contribuye en la explicación del crecimiento del diámetro normal de *Pinus durangensis*. Los índices independientes de la distancia resultan ser mejores variables predictivas que los dependientes de la distancia para evaluar la influencia de la competencia sobre la especie de interés, que crece en masas mixtas e irregulares en el estado de Durango. El índice **IC₁₂**, derivado de la razón entre el área basal del árbol objetivo y el área basal por hectárea, describió mejor el efecto de la competencia; por lo tanto, se recomienda para su inclusión en futuros modelos de crecimiento en diámetro normal para *P. durangensis*. Su implementación dentro del modelo representa una tarea sencilla, ya que durante los inventarios con fines de manejo forestal que se realizan en el área de estudio cada 10 años, se registran las variables necesarias para el cálculo de este índice.

REFERENCIAS

- Alemdag, I. S. 1978. Evaluation of some competition indices for the prediction of diameter increment in planted White spruce. Canadian Forestry Service, Department of the Environment. Forest Management Institute Information Report FMR-X-108. Ottawa, Ontario, Canada. 39 p.
- Álvarez T., M. F. 1998. Influencia de la competencia en el crecimiento en sección en *Pinus radiata* D. Don. Proyecto fin de carrera. EPS. Lugo. Universidad de Santiago de Compostela. Santiago de Compostela, Galicia, España. pp. 1-5.
- Álvarez T., M. F., M. Barrio, J. Gorgoso y J. G. Álvarez. 2003. Influencia de la competencia en el crecimiento en sección en *Pinus radiata* D. Don. Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales 12(2): 25–35.
- Álvarez T., M. F., R. A. Marqués G., M. Fernández y F. Castedo V. 2004. Influencia de la competencia en el crecimiento en sección de *Pinus radiata*

- D. Don en el Bierzo (León). Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales 18: 129-133.
- Arney, J. D. 1973. Tables for quantifying competitive tress on individual trees on individual trees. Canadian Forestry Service. Information Report BCX-78. Victoria, British Columbia, Canada. 45 p.
- Bachmann, M. 1998. Indizes zur Erfassung der Konkurrenz von Einzelbäumen. Methodische Untersuchung in Bergmischwäldern. Forstliche Forschungsberichte München Nr. 171. München, Bayern, Deutschland. 171 p.
- Bella, I. E. 1971. A new competition model for individual trees. Forest Science 17(1): 364–372.
- Biging, G. S. and M. Dobbertin. 1992. A comparison of distance-dependent competition measures for height and basal area growth of individual conifer tress. Forest Science 38(3): 695–720.
- Biging, G. S. and M. Dobbertin. 1995. Evaluation of competition indices in individual tree growth models. Forest Science 41(2): 360–377.
- Braathe, P. 1980. Height increment of young single trees in relation to height and distance of neighbouring trees. Mitteilungen der Forstlichen Bundesversuchsanstalt 130: 43–47.
- Burkhardt, H. E. and M. Tomé. 2012. Modeling Forest Trees and Stands. Springer. Dordrecht, Netherlands. 458 p.
- Campo, A. M. y V. S. Duval. 2014. Diversidad y valor de importancia para la conservación de la vegetación natural. Parque Nacional Lihué Calel (Argentina). Anales de Geografía 34(2): 25-42.
- Clark, P. J. and F. C. Evans. 1954. Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationships in population. Ecology 35: 445–453.
- Coates, K. D., C. D. Canham and P. T. LePage. 2009. Above- versus below-ground competitive effects and responses of a guild of temperate tree species. Journal of Ecology 97: 118–130.
- Corral R., J. J., J. G. Álvarez, O. Aguirre and F. J. Hernández. 2005. The effect of competition on individual tree basal area growth in mature stands of *Pinus*

- cooperi* Blanco in Durango (Mexico). European Journal of Forest Research 124: 133–142.
- Crecente C., F., E. Vázquez-Gómez, R. Rodríguez-Soalleiro y U. Diéguez-Aranda. 2007. Influencia de la competencia en el crecimiento individual de *Pinus radiata* D. Don en Galicia. Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales 23: 167–174.
- Cruz, C. F. y A. J. Castañeda. 1999. Guía de densidad para *Pinus cooperi* var. blanco del “Ejido La Victoria” Pueblo Nuevo Durango. In: X Congreso de la Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria. 24 al 26 de noviembre. Oaxaca, Oax., México. 5 p.
- Daniels, R. F., H. E. Burkhart and T. R. Clason. 1986. A comparison of competition measures for predicting growth of loblolly pine trees. Canadian Journal of Forest Research 16(6): 1230–1237.
- Gerrard, D. I. 1969. Competition quotient: a new measure for the competition affecting individual forest trees. Michigan State University. Agriculture Research Station. Research Bulletin 20. Lansing, MI, USA. 32 p.
- Hegyí, F. 1974. A simulation model for managing jack pine stands. In: Fries, J. (ed.). Growth models for tree and stand simulation. Royal College of Forestry, Department of Forest Yield Research. Research Note Num. 30. Stockholm, Sweden. pp. 74–90.
- Holmes, M. J. and D. D. Reed. 1991. Competition indices for mixed species northern hardwoods. Forest Science 37(5): 1338–1349.
- Krajicek, J. E., K. A. Brinkman and S. F. Gingrich. 1961. Crown competition: a measure of density. Forest Science 7(1): 35–42.
- Lee, D. T. and K. von Gadow. 1997. Iterative Bestimmung der Konkurrenzbaume in *Pinus densiflora* Beständen. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 168(3-4): 41–44.
- López, L., R. Villalba and F. Bravo. 2013. Cumulative diameter growth and biological rotation age for seven tree species in the Cerrado biogeographical province of Bolivia. Forest Ecology and Management 292: 49-55.

- Lorimer, C. G. 1983. Test of age-independent competition indices for individual tree in natural hardwood stands. *Forest Ecology and Management* 6(4): 343–360.
- Luján S., J. E., J. J. Corral R., O. A. Aguirre C. and K. von Gadow. 2015. Grouping forest tree species on the Sierra Madre Occidental, Mexico. *Allgemeine Forst- und Jagdzeitung* 186(3-4): 63–71.
- Mäkinen, H. 1997. Possibilities of competition indices to describe competitive differences between Scots pine families. *Silva Fennica* 31(1): 43–52.
- Martin, G. L. and A. R. Ek. 1984. A comparison of competition measures and growth models for predicting plantation red pine diameter and height growth. *Forest Science* 30(3):731–733.
- Martínez M., F. J. y A. Madrigal. 1982. Influencia de la competencia en el crecimiento en sección. Comunicaciones INIA, Serie Recursos Naturales Núm. 13. Madrid, España. 88 p.
- Maseda V., P. 1998. Influencia de la competencia sobre el crecimiento en sección en *Quercus robur*. Proyecto fin de carrera. EPS. Universidad de Santiago de Compostela. Lugo, España. 42 p.
- Moravie M. A., M. Durand and F. Houllier. 1999. Ecological meaning and predictive ability of social status, vigour and competition in a tropical rain forest (India). *Forest Ecology and Management* 117(3): 221–240.
- Munro, D. D. 1974. Forest growth models: a prognosis. In: Fries, J. (ed.). *Growth models for tree and stand simulation*. Royal College of Forestry, Department of Forest Yield Research. Research Note Num. 30. Stockholm, Sweden. pp. 7-21.
- Pretzsch, H. 2009. *Forest dynamics, growth and yield, from measurement to model*. Springer. Heidelberg, Berlin. 664 p.
- Pukkala, T. and T. Kolström. 1987. Competition indices and the prediction of radial growth in Scots pine. *Silva Fennica* 21(1): 55–67.
- Quiñonez B., G., H. M. De los Santos P. y J. G. Álvarez-González. 2015. Crecimiento en diámetro normal para *Pinus* en Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 6 (29): 108-125

- Reineke, L. H. 1933. Perfecting a stand density index for even-aged forest. *Journal of Forest Research* 46: 627–638.
- Ritchie, M. W. and D. W. Hann. 1982. Equations for predicting basal area increment in Douglas-fir and grand fir. Forest Research Laboratory, School of Forestry, Oregon State University. Research Bulletin Num. 51. Corvallis, OR, USA. 9 p.
- Ryan, T. P. 1997. Modern regression methods. John Wiley & Sons. New York, NY, USA. pp. 285-332.
- Statistical Analysis System (SAS) 2004. User's Guide. SAS/STAT® 9.1. SAS Institute Inc. Cary, NC, USA. n/p.
- Schröder, J. and K. von Gadow. 1999. Testing a new competition index for maritime pine in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 29(2): 280–283.
- Seydack A., H. W., G. Durrheim and J. H. Louw. 2011. Spatiotemporally interactive growth dynamics in selected South African forests: Edaphoclimatic environment, crowding and climate effects. *Forest Ecology and Management* 261(7): 1152–1169.
- Staebler, G. R. 1951. Growth and spacing in an even-aged stand of Douglas-fir. Master of Forestry. University of Michigan. Ann Arbor, MI, USA. 100 p.
- Tíscar, P. A. y M. A. Tíscar. 2010. Influencia del tamaño y la competencia sobre el crecimiento en sección de *Pinus nigra* subsp. *salzmannii* y su relación con la selvicultura próxima a la naturaleza. *Spanish Journal of Rural Development* 1(3): 39–50.
- Tomé, J. M. and H. E. Burkhart. 1989. Distance-dependent competition measures for predicting growth of individual trees. *Forest Science* 35(3): 816–831.
- Vanclay, J. K. 1991. Mortality functions for north Queensland rainforest. *Journal of Tropical Forest Science* 4(1): 15–36.
- Valles G., A. G. y R. C. Valadez C. 2006. Evaluación de índices de competencia independientes de la distancia para predecir el crecimiento de bosques mezclados en San Dimas, Durango. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 12(1): 39–44.

Wykoff, W. R., N. L. Crookston and A. R. Stage. 1982. User's guide to the stand prognosis model. USDA Forest Service. Intermountain Forest and Range Experiment Station. General Technical Report INT-133. Odgen, UT, USA. 112 p.

**CAPITULO II. MODELO DE CRECIMIENTO DE DIÁMETRO
NORMAL PARA *Pinus durangensis* EN DURANGO, MÉXICO.**

MODELO DE CRECIMIENTO DE DIÁMETRO NORMAL PARA *Pinus durangensis* EN DURANGO, MÉXICO.

RESUMEN

Se realizó un modelo de crecimiento de diámetro normal para *Pinus durangensis* en bosques mixtos e irregulares de Durango, México. Se utilizaron datos de dos inventarios realizados en 2009 y 2014 en 16 Sitios Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (SPIFYS) de un tamaño 50x50 m. Se analizaron cuatro modelos base de los cuales se eligió el modelo exponencial debido a que presentó los mejores ajustes, dicho modelo se probó con la inclusión de dos índices de competencia independientes de la distancia, ***ICI*₁₂** (derivado del radio entre el área basal de árbol objetivo y el área basal de la parcela) e ***ICI*₆** (que representa el factor de competencia de copas (CCF), definido como el porcentaje del área de crecimiento ocupada por la proyección de las copas, asumiendo que cada árbol crece libremente (sin competencia)). Se concluye que el modelo exponencial con el índice independiente de la distancia ***ICI*₁₂** presenta los mejores resultados en la predicción de crecimiento de diámetro normal para *Pinus durangensis*.

Palabras claves: modelo de crecimiento, índices de competencia, unidades de predicción, selección de modelos, rodales mixtos, efecto de la competencia

ABSTRACT

A normal diameter growth model for *Pinus durangensis* was made in mixed and irregular forests of Durango, Mexico. Data from two inventories made in 2009 and 2014 were used in 16 Permanent Sites of Forest and Soil Research (SPIFYS) of size 50x50 m. Four base models were analyzed from which the exponential model was chosen because it presented the best adjustments. This model was tested with the inclusion of two indices of competence independent of distance, ***ICi₁₂*** (derived from the radius between the basal area of the tree Objective and the basal area of the plot) and ***ICi₆*** (which represents the crown competition factor (CCF). Defined as the percentage of the area of growth occupied by the projection of the crowns, assuming that each tree grows freely (without competition). It is concluded that the exponential model with the distance independent index ***ICi₁₂*** presented the best results in the prediction of growth of normal diameter for *Pinus durangensis*.

Key words: growth model, indices of competition, prediction units, model selection, mixed stands, effect of competition.

INTRODUCCIÓN

Los modelos de crecimiento son herramientas útiles para los gestores forestales. Pueden utilizarse tanto para predecir producciones futuras como para explorar opciones de gestión y alternativas silvícolas (Vanclay, 1994). Un modelo de crecimiento es una abstracción de la dinámica de una masa forestal, y puede comprender el crecimiento, la mortalidad y otros cambios en la composición y la estructura de la masa que se expresan como una serie de ecuaciones matemáticas, los valores numéricos de dichas ecuaciones, la lógica necesaria para relacionarlas de un modo coherente y el código de programación requerido para implementar el modelo en un simulador (Crecente-Campo, 2007). Los modelos forestales de crecimiento se pueden clasificar por las siguientes propiedades (Valsta, 1993): (1) la unidad de predicción; (2) el empleo de datos sobre la localización espacial de los árboles, es decir, modelos dependientes frente a independientes de la distancia; (3) modelos determinísticos frente a modelos estocásticos; y (4) modelos estadísticos o empíricos frente a modelos basados en procesos.

Esta clasificación, que une las propiedades (1) y (2) mencionadas anteriormente, resulta práctica para los objetivos perseguidos en este trabajo. Un estimador de la competencia total que ejercen los árboles vecinos sobre otro y que interfieren en su crecimiento se denomina “índice de competencia” (Biging y Dobbertin, 1992). Según Gadow y Hui (1999) y Schröder (2000), la cuantificación del efecto de la competencia es uno de los factores indispensables para la construcción de un modelo de árbol individual.

Aunque existen diversas clasificaciones de los modelos de crecimiento (García, 1988; Erviti, 1991; Vanclay, 1994; Davis *et al.*, 2001), casi todas ellas coinciden en considerar las diferentes unidades de predicción, es decir, distinguen entre modelos de masa, modelos de clases diamétricas o modelos de árbol individual (independientes de la distancia y dependientes de la distancia), según el nivel de detalle.

La planificación forestal requiere el empleo de herramientas que permitan predecir el desarrollo de una masa bajo un rango amplio de tratamientos silvícolas. Esta información facilita la toma de decisiones del propietario y del gestor forestal. Por este motivo, el objetivo principal de este estudio es desarrollar un modelo de crecimiento que incluya el efecto de la competencia y así poder predecir el incremento en diámetro normal de árboles de *Pinus durangensis* en rodales mixtos e irregulares en el estado Durango.

MATERIAL Y MÉTODOS

Datos

Los datos provienen de 16 Sitios Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (SPIFYs) establecidos en el ejido La Ciudad, municipio de Pueblo Nuevo, Durango, el cual se ubica dentro de los límites de la UMAFOR 1008. Las comunidades vegetales más importantes de la UMAFOR están compuestas por bosques mezclados con especies de los géneros *Pinus* y *Quercus*. El tamaño de las parcelas fue de 50x50 metros (0.25 ha), y se ubicaron bajo un diseño de muestreo sistemático (Figura 7).

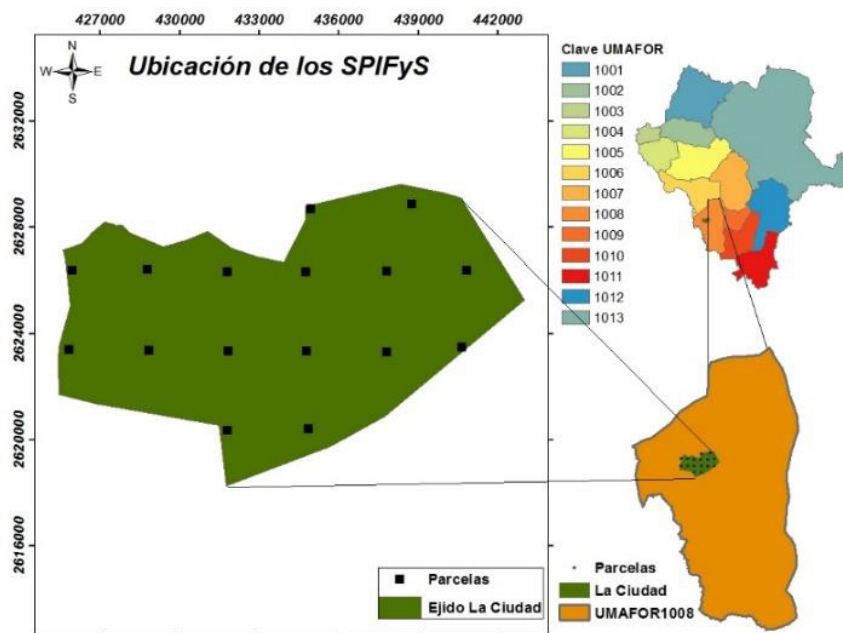


Figura 7. Ubicación de los SPIFyS utilizados para desarrollar el modelo de crecimiento del diámetro normal de *Pinus durangensis* en Durango.

Los datos fueron recogidos en dos momentos distintos, el primero al momento de su instalación e inventariadas por primera vez en el año 2009; y durante el segundo inventario que tuvo lugar en 2014. Dentro de cada sitio se colectaron para cada árbol inventariable (diámetro normal ≥ 7.5 cm, a 1.3 m sobre el nivel del suelo) las siguientes variables: especie, dominancia, diámetro normal (cm), altura total (m), altura de fuste limpio (m), distancia del árbol al centro del sitio (m), azimut del árbol con respecto al centro del sitio, y dos diámetros de copa (m) perpendiculares. En la Tabla 5 se presentan los estadísticos descriptivos más importantes de éstos 16 SPIFyS.

Tabla 5. Estadísticos descriptivos

Variable	Media	Máximo	Mínimo	Desviación estándar
N1	666	1376	48	354
N2	612	1232	48	326
G1	23.09	41.20	5.21	7.77
G2	26.55	45.35	5.84	8.58
Dg1	23.78	37.91	17.05	6.67
Dg2	25.83	39.35	18.88	6.57
V1	224.11	356.66	60.85	83.17
V2	274.03	434.79	71.32	103.79
H01	20.14	24.72	13.47	3.90
H02	21.69	26.72	14.68	4.07

N1: Número de árboles por hectárea en 2009, N2: Número de árboles por hectárea en 2014, G1: área basal por hectárea en el 2009, G2: área basal por hectárea en el 2014, Dg1: diámetro medio cuadrático en 2009, Dg2: diámetro medio cuadrático en 2014, V1: Volumen en m³/ha en el 2009, V2: Volumen en m³/ha en el 2014; H01: altura dominante en 2009, H02: altura dominante en el 2014.

Modelos analizados

Se ajustaron diferentes tipos de modelos para predecir el incremento en diámetro de los árboles mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios (OLS), mediante el procedimiento MODEL del programa SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008). La expresión matemática de los modelos analizados correspondió con:

$$\Delta d_i = X\alpha \quad [1]$$

Dónde; Δd_i : Incremento en diámetro; X : vector de variables independientes que caracterizan el estado del crecimiento (p. ej. número de árboles por unidad de superficie, área basal, índice de sitio, competencia); α : son los parámetros a estimar en el ajuste.

En la ecuación [1] se probaron diferentes combinaciones de variables de árbol y de masa para explicar el crecimiento en diámetro. Las distintas variables predictivas se incluyeron en el modelo mediante el procedimiento “stepwise” de regresión lineal.

Índices de competencia utilizados

En la Tabla 6 muestra los índices de competencia utilizados para la inclusión en el modelo de crecimiento de árbol individual de *Pinus durangensis* en este estudio, los cuales fueron los índices de competencia independiente de la distancia ICi_{12} derivado del radio entre el área basal de árbol objetivo y el área basal de la parcela e ICi_6 (que representa el factor de competencia de copas (CCF), definido como el porcentaje del área de crecimiento ocupada por la proyección de las copas, asumiendo que cada árbol crece libremente (sin competencia)) ya que presentaron los mejores resultados, explicando alrededor del 35 % de la variabilidad observada, con un valor de RMSE de 0.74 cm., por lo que se recomendó su inclusión en un futuro modelo de crecimiento en diámetro de árbol individual desarrollado para *Pinus durangensis* en el estado de Durango (Colín *et. al.*,2018)

Tabla 6. Expresión matemática de los índices de competencia utilizados.

índice	Origen	Expresión
ICi_{12}	Ratio sección normal/área basal	g_i / G
ICi_6	Krajicek <i>et al.</i> (1961) (CCF)	$\pi / 4 \sum_{i=1}^{i=n} dcm_i^2 100 / S$

Dónde: g_i : sección normal del árbol objetivo (m²); G área basal por hectárea (m²); dcm_i : diámetro de copa máximo (en crecimiento libre) del árbol objetivo (m) estimado mediante la ecuación propuesta por Cruz y Castañeda (1999); S :superficie del sitio (m²).

Comparación y selección de modelos

La capacidad de ajuste de los modelos se evaluó mediante los estadísticos coeficiente de determinación (R^2), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y criterio de información de Akaike (1973) en diferencias (AICd). Las expresiones de estos estadísticos son:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (2)$$

$$\text{REMC} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}} \quad (3)$$

$$\text{AICd} = n \log \hat{\sigma}^2 + k - \min(n \log \hat{\sigma}^2 + 2k) \quad (4)$$

Dónde: Y_i , \hat{Y}_i e \bar{Y} son respectivamente los valores observado, estimado y promedio de la variable dependiente, n es el número total de observaciones utilizado para ajustar el modelo y p es el número de parámetros a estimar; $k = p + 1$ y $\hat{\sigma}^2$ es el estimador de la varianza del modelo, obtenido con la siguiente ecuación:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \quad [5]$$

Los modelos que mejores resultados proporcionaron fueron los siguientes.

$$id = \beta_1 d_i + \beta_2 G + \beta_3 N + \beta_4 t + \beta_5 \left(\frac{d_i}{t} \right) \quad [6]$$

$$id = d_i t^{\beta_1} G^{\beta_2} N^{\beta_3} \quad [7]$$

$$id = \beta_1 d_i \exp(\beta_2 d_i + \beta_3 t + \beta_4 G + \beta_5 dc) \quad [8]$$

$$id = \exp(\beta_1) (G^{\beta_2} t^{\beta_3} d_i - \beta_4 d_i) \quad [9]$$

Donde: id : incremento en diámetro normal en cinco años; β_i : parámetros estimados; G : área basal por hectárea; N : número de árboles por hectárea; t : edad; di : diámetro normal;

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Selección del modelo base

La Tabla 7 muestra los parámetros estimados para los modelos [6], [7], [8] y [9], así como los estadísticos de ajuste. Todos los parámetros resultaron significativos a un nivel del 5%.

Tabla 7. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste

Modelo	Parámetros	Error estándar	REMC	R ²	AICd	
[6]	β_1	-0.00450	0.00237	0.7043	0.428	-6829.19
	β_2	-0.0249	0.00190			
	β_3	0.000055	0.000041			
	β_4	0.0312	0.00136			
	β_5	2.3660	0.0855			
[7]	β_1	-0.3993	0.0171	0.7112	0.409	-6639.28
	β_2	-0.5130	0.0277			
	β_3	0.1097	0.0118			
[8]	β_1	0.1469	0.00378	0.6987	0.437	-6985.19
	β_2	-0.0239	0.00136			
	β_3	0.00450	0.000786			
	β_4	-0.0119	0.000630			
	β_5	0.0263	0.00435			
[9]	β_1	0.3719	0.1426	0.7138	0.412	-6567.51
	β_2	-0.3440	0.0186			
	β_3	-0.4499	0.0281			
	β_4	-0.8692	1.1024			

Los estadísticos de ajuste indican que el mejor modelo es el de tipo exponencial número [8] para *Pinus durangensis*, explicando el 44% de la variabilidad observada en el crecimiento en diámetro, con un valor de RMSE de 0.69 cm y los valores más bajos del criterio de información de Akaike (AICd). El modelo [8] incluye el diámetro normal, área basal ha⁻¹, diámetro de copa y la edad como variables independientes y fue seleccionado para posteriores análisis. Enseguida, el modelo [6] explicó el 43% de la variabilidad observada en el crecimiento en diámetro, con una REMC de 0.70 cm., utilizando el modelo lineal. Los modelos [7] y [9] explicaron el 41% de la variabilidad observada, con una REMC de 0.71 cm.

Modelo de incremento en diámetro

En el apartado siguiente se presentan los resultados del ajuste del mejor modelo base seleccionado [8], modificado con la inclusión de los índices de competencia independiente de la distancia nombrados como **IC₆** e **IC₁₂**. El modelo quedó de la siguiente manera:

$$id = \beta_1 d_i \exp(\beta_2 d_i + \beta_3 t + \beta_4 G + \beta_5 dc + B_6 ICi_6) \quad [10]$$

$$id = \beta_1 d_i \exp(\beta_2 d_i + \beta_3 t + \beta_4 G + \beta_5 dc + B_6 ICi_{12}) \quad [11]$$

Donde: *id*: incremento en diámetro normal en cinco años; β_i : parámetros estimados; *G*: área basal por hectárea; *N*: número de árboles por hectárea; *t*: edad; *d_i*: diámetro normal; *IC_i*: índice de competencia independiente de la distancia.

En la Tabla 8 se muestran los parámetros estimados los modelos [10] y [11], así como los estadísticos de ajuste. Todos los parámetros resultaron significativos a un nivel del 5%.

Tabla 8. Parámetros estimado y estadísticos de ajuste de los modelos [10] y [11].

Modelo	Parámetros	Error estándar	REMC	R ²	AICd	
[10]	β_1	0.1203	0.00465	0.6964	0.440	-7084.26
	β_2	-0.0198	0.00144			
	β_3	0.00402	0.000778			
	β_4	-0.0133	0.000707			
	β_5	0.0321	0.0037			
	β_6	0.000024	3.987E-6			
[11]	β_1	0.1218	0.00316	0.660	0.497	-8096.1
	β_2	0.0195	0.00182			
	β_3	0.00565	0.000819			
	β_4	-0.0263	0.000737			
	β_5	0.0119	0.00414			
	β_6	-260.7	7.6066			

Los mejores resultados se obtuvieron con el modelo [11] incluyendo en el modelo base el índice de competencia independientes de la distancia **IC₁₂** (que se basa en el cálculo del radio entre área basal del árbol objetivo y el área basal de la parcela). Fue el que presentó el mejor ajuste, explicando el 49% de la variabilidad observada en el crecimiento en diámetro, con un valor de RMSE de 0.66 cm.

A pesar de ser relativamente bajos, estos resultados son consistentes con otros estudios, ya que se encuentran dentro de los intervalos de valores de R^2 reportados para modelos de incremento en diámetro. En este contexto, Nagel (2002) reporta valores del coeficiente de determinación de 0.31 a 0.81, Monserud y Sterba (1996) de 0.20 a 0.63, Andreassen y Tomter (2003) 0.26 a 0.55 y Crecente-Ocampo (2007) 0.67. De igual manera, Palahí *et al.* (2003) reporta valores de R^2 de 0.24, mientras que Hessenmöller (2001) obtuvo resultados entre 0.32 y 0.65. Álvarez *et al.* (2003) y Corral-Rivas *et al.* (2005) presentaron resultados similares a los obtenidos en el presente trabajo.

La Figura 8 muestra los valores predichos contra los residuales estimados el modelo [11] utilizando el índice de competencia independiente de la distancia (ICI_{12}) para *Pinus durangensis*, donde se observa una distribución homogénea de los errores alrededor de la línea del cero.

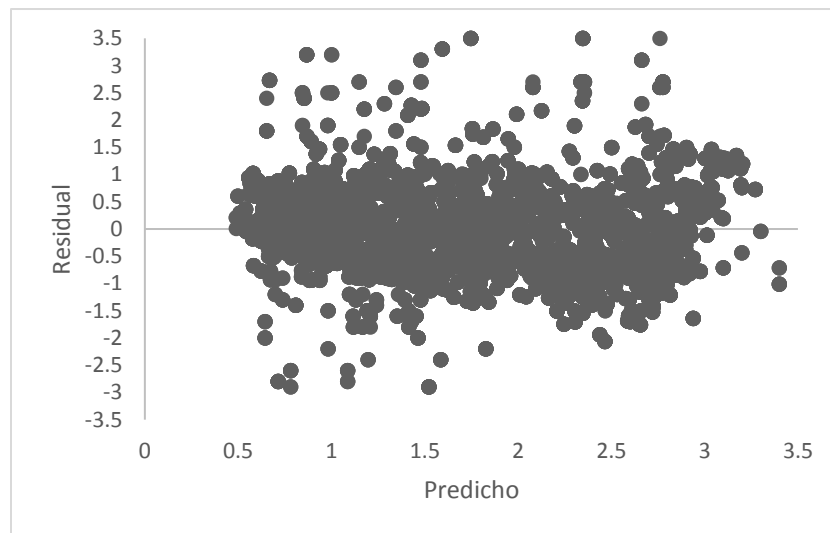


Figura 8. Valores predichos contra residuales estimados con el modelo [10] incluyendo el índice de competencia ICI_{12} para *Pinus durangensis*

La Figura 9 muestra el efecto de la competencia sobre el incremento en diámetro empleando el modelo [11], estimada con el índice de competencia independiente de la distancia (ICI_{12}) para *Pinus durangensis*.

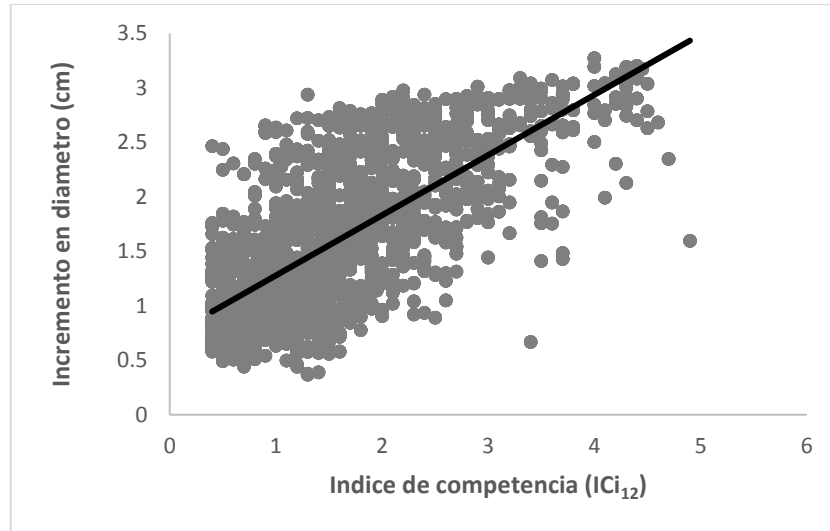


Figura 9. Relación entre el incremento individual en diámetro y el índice de competencia ICi_{12} para *Pinus durangensis*

El efecto de la competencia sobre el incremento en diámetro de *Pinus durangensis* es, como era de esperarse, negativo. En la Figura anterior se observa claramente que conforme aumenta el valor del índice ICi_{12} el incremento aumenta de manera notable.

En la Tabla 9 se muestra los Resultados del ajuste del modelo [8] empleando el índice de competencia independientes de la distancia

Tabla 9. Mejoras del modelo con índices de competencia

Modelo	Valores del modelo				Mejoras del modelo	
	Valores sin IC		Valores con IC			
	R ²	RMSE	R ²	RMSE	incR ²	RMSE _R
$id = \beta_1 d_i \exp(\beta_2 d_i + \beta_3 t + \beta_4 G + \beta_5 dc + B_6 ICi_{12})$	0.6987	0.437	0.660	0.497	13.73	5.444

En la tabla anterior podemos observar un aumento del coeficiente de determinación (R²) de casi el 14% al incluir el índice de competencia independiente de la distancia y una disminución de la raíz del error medio cuadrático (REMC) de 5.44%.

Los índices de competencia independientes de la distancia entre árboles resultan ser adecuados para estimar el incremento en diámetro de *Pinus durangensis*,

resultados similares han sido reportados por Biging y Dobertin (1995), Álvarez *et al.* (2003), Corral- Rivas *et al.* (2005) y Vázquez (2006).

Por lo anterior, los resultados encontrados en este estudio coinciden con lo señalado por Opie (1968), Alemdag (1978) y Mäkinen (1997), quienes afirman que todos los árboles considerados en el sitio contribuyen de igual manera en la estimación de la competencia, independientemente del tamaño o proximidad.

CONCLUSIONES

Al incluir el modelo de crecimiento base que mejor resultados presentó (modelo tipo exponencial), el índice de competencia independiente de la distancia de ratio sección normal/área basal (IC_{i12}), se pudo constatar la mejora de los estadísticos de ajuste aumentando coeficiente de determinación (R^2) cerca de 14% y una disminución de la raíz del error medio cuadrático (REMC) de 5.44%. Se demuestra con ello la importancia de incluir en los modelos de crecimiento el factor competencia. El modelo desarrollado en esta investigación se recomienda para predecir de manera adecuada el crecimiento en diámetro normal para *Pinus durangensis* en rodales mixtos e irregulares en el estado de Durango.

REFERENCIAS

- Alemda, I.S., 1978. Evaluation of some competition indices for the prediction of diameter increment in planted White spruce. Can.for.serv., Forest Manage. Inst., Inf. Rep.FMR-X-108.
- Álvarez, M.F., Barrio, M., Gorgoso, J., Álvarez, J.G., 2003. Influencia de la competencia en el crecimiento en sección en *Pinus radiata* D. Don. Invest. Agrar. Sist. Recur. For. 12(2), 25–35.
- Andreassen, K., Tomter, S.M., 2003. Basal area growth models for individual trees of Norway spruce, Scots pine, birch and other broadleaves in Norway. For. Ecol. Manag. 180: 11-24.

- Biging, G.S., Dobbertin, M., 1992. A comparison of distance-dependent competition measures for height and basal area growth of individual conifer trees. *For. Sci.* 38 (3), 695–720.
- Biging, G.S., Dobbertin, M., 1995. Evaluation of competition indices in individual tree growth models. *For. Sci.* 41(2), 360–377.
- Colín, J. G., Aguirre Calderón, O., Corral-Rivas, J., Viveros-Guerrero, E., Corral-Rivas, S., & Crecente-Campo, F. (2018). Influencia de la competencia en el crecimiento diamétrico de *Pinus durangensis* Martínez en Durango, México. *Revista Mexicana De Ciencias Forestales*, 9(45). <https://doi.org/https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i45.145>.
- Corral-Rivas, J.J., Álvarez, J.G., Aguirre, O., Hernández, F.J., 2005. The effect of competition on individual tree basal area growth in mature stands of *Pinus cooperi* Blanco in Durango (México). *Eur. J. Forest Res.* 124, 133–142.
- Crecente-Campo F., 2007. Elaboración de un modelo de incremento en diámetro para *Pinus radiata* D. Don en Galicia. Universidad de Compostela.
- Davis, L.S., Johnson, K.N., Bettinger, P.S., Howard, T.E., 2001. *Forest management: to sustain ecological, economic and social values*. McGraw-Hill Series in Forest Resources, New York, 804 pp.
- Gadow, K.v., Hui, G., 1999. *Modelling Forest Development*, Kluwer Academic Publishers.
- García, O., 1988. Growth modelling – a (re)view. *N.Z. For.* 33(3), 14–17.
- Hessenmöller, D., 2001. *Modelle zur Wachstums-und Durchforstungssimulation im Göttinger Kalkbuchenwald*. Diss. Forstliche Fakultät, Göttingen. 163 S.
- Mäkinen, H., 1997. Possibilities of competition indices to describe competitive differences between Scots pine families. *Silva Fenn.* 31, 43–52.
- Monserud, R.A., Sterba, H., 1996. A basal area increment model for individual trees growing in even- and uneven-aged forest stands in Austria. *For. Ecol. Manage.* 80(1-3), 57–80.
- Nagel, J., Albert, M., Schmidt, M., 2002. Das waldbauliche Prognose- und Entscheidungsmodell BWINPro 6.1. *Forst. U Holz.* 57:486-493.

- Opie, J. E., 1968. Predictability of individual tree growth using various definitions of competing basal area. *For. Sci.* 14 (3):314-323.
- Palahí, M., Pukkala, T., Miina, J., Montero, G., 2003. Individual-tree growth and mortality models for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in north-east Spain. *Ann. For. Sci.* 60, 1–10.
- Schröder, J., 2000. Comparison of a spatial and non-spatial model for predicting basal área increment of individual Maritime pine trees in Galicia. Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der Fakultät für Forstwissenschaften und Waldökologie der Georg-August- Universität, Göttingen.
- Valsta, L.T., 1993. Stand Management optimization based on growth simulators. The Finnish Forest Research Institute, Research Papers 453.51 + 81 pp.
- Vanclay, J.K., 1994. Modelling forest growth and yield: application to mixed tropical forests. CAB International, Wallingford, UK, 312 pp.
- Vázquez, E., 2006. Estudio comparativo de diferentes índices de competencia para *Pinus radiata* D. Don en Galicia, y su relación con el crecimiento en sección. Proyecto Fin de Carrera. E. P. S. Lugo. Universidad de Santiago de Compostela.

**CAPITULO III. MODELO PARA PREDECIR EL DIÁMETRO
MÁXIMO DE COPA DE *Pinus cooperi* EN DURANGO, MÉXICO.**

MODELO PARA PREDECIR EL DIÁMETRO MÁXIMO DE COPA DE *Pinus cooperi* EN DURANGO, MÉXICO.

RESUMEN

El propósito del presente estudio fue ajustar tres modelos de regresión para predecir el diámetro máximo de copa para *Pinus cooperi* Blanco en bosques mixtos e irregulares de Durango, México. Para realizar este trabajo se utilizaron datos de 95 árboles libres de competencia provenientes de siete ejidos y dos predios particulares de la Unidad de Manejo Forestal 1008, ubicada al suroeste del estado de Durango. El proceso implicó el ajuste de un modelo de regresión lineal simple, uno polinomial de segundo grado y otro potencial para predecir el diámetro máximo de copa de manera independiente a cada una de las variables predictoras diámetro normal, altura total, altura a la base de la copa, edad y longitud de copa. Los resultados indicaron que la variable predictora que mejor se ajustó fue el diámetro normal. A su vez, aunque existió poca variabilidad entre los estadísticos de ajuste de los tres modelos estudiados, el modelo polinomial de segundo grado fue el que presentó el mejor ajuste, utilizándose para estimar área máxima de copa y factor de competencia de copas de *Pinus cooperi*.

Palabras clave: Modelo polinomial, área máxima de copa, UMAFOR 1008, factor de competencia de copa, diagrama de densidad.

ABSTRACT

The purpose of the present study was to adjust three regression models to predict maximum crown diameter to *Pinus cooperi* Blanco in a irregular and mixed forest from Durango, Mexico. To realice this job, it was selected 95 growing free trees of seven ejidos and two private property from Management Forest Unit 1008-El Salto. The process implied the adjustment of a simple linear, second degree polynomial and potential regression models to predict maximum crown diameter in function to diameter at breath height, tree total height, height to the cown base, age and crown height. The results indicated that diameter at breast height was the best predicted individual variable. Although the statistical estimators indicated a few variability between the regression functions, the quadratic model was the best one; Therefore, it was used for estimating maximum crown area and crown competition factor in *Pinus cooperi* Blanco.

Key words: Polynomial model, maximum crown area, UMAFOR 1008, crown competition factor, diagram density.

INTRODUCCIÓN

La producción maderable es función del nivel de la productividad existente dentro de un área forestal dada, pero la utilización efectiva del suelo y la calidad de los productos forestales dependen del manejo de la densidad de los rodales a través del turno (Rodríguez-Laguna, Razo-Zarate, Hernández-Díaz, & Meza-Rangel, 2009). El manejo oportuno de la densidad de esas áreas, importante en la aceleración del crecimiento de los árboles residuales, requiere de herramientas matemáticas que relacionen el tamaño de los árboles con la cantidad de ellos. En los últimos decenios se han desarrollado diferentes metodologías para determinar el nivel de densidad de un rodal, tales como el índice de densidad de Reineke (Curtis, 1970; Reineke, 1933), que se fundamenta en la máxima densidad que puede soportar un rodal y el factor de competencia de copas (FCC) (Krajicek, Brinkman, & Gingrich, 1961), que ayuda a determinar el número de árboles de cada categoría diamétrica que una hectárea puede soportar justamente en el umbral del inicio de la competencia, y se estima a partir de la determinación del área de copa máxima proyectada por árboles creciendo libres de competencia.

El área máxima de proyección de la copa es una medida importante para el desarrollo de guías de densidad (Hernández *et al.*, 2013; Rodríguez, *et al.*, 2009), para la proyección del crecimiento de árboles individuales en función de la densidad (Biging & Dobbertin, 1995; Hasenauer, Moser, & Eckmüllner, 1994; Hasenauer, 2000; Pretzsch, Biber, & Dursky', 2002), para la determinación de las condiciones de luz en el sotobosque que a su vez son importantes para el establecimiento y desarrollo de la regeneración (Crookston & Stage, 1999), y para evaluación del efecto de la competencia en árboles individuales (Colín, Aguirre-Calderón, Corral-Rivas, Viveros, Corral-Rivas, & Crecente, 2018; Corral-Rivas, Álvarez, Ruíz, & Gadow, 2004; Ebert & Eisele, 2001; Monserud & Sterba, 1996; Smith, Farrar Jr., & Murphy, 1992).

Para el desarrollo de modelos de diámetro máximo de copa normalmente se relaciona el diámetro de copa de una muestra de árboles creciendo en espacios

abiertos y libres de competencia con su diámetro normal (Bechtold, 2003). Otras variables como la ubicación geográfica de los árboles (Paine & Hann, 1982), elevación, exposición y pendiente (Hasenauer, 1997) han proporcionado mejoras marginales en la estimación del diámetro máximo de copa.

A pesar de la importancia que tiene el factor de competencia de copas en el manejo los recursos naturales forestales, actualmente no se cuenta con ecuaciones para estimar el tamaño máximo de copa de la mayoría de las especies forestales de importancia comercial en el estado de Durango; por esta razón, el objetivo de este trabajo fue ajustar y comparar diferentes ecuaciones de regresión para predecir el diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi* en la región forestal de El Salto, Durango.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

El estudio se realizó en la Unidad de Manejo Forestal Regional 1008 (UMAFOR 1008) que comprende al municipio de Pueblo Nuevo y una parte del municipio de Durango. Esta UMAFOR abarca aproximadamente 507,127 ha y se encuentra ubicada en el macizo montañoso de la Sierra Madre Occidental, al suroeste del estado de Durango (Figura 10). El tipo de vegetación predominante corresponde a bosques mezclados con especies de los géneros *Pinus* y *Quercus*, principalmente. La altura sobre el nivel del mar varía de 2 400 m a 2 600 m. El clima que prevalece es templado semifrío con un régimen de precipitación anual que fluctúa de 900 a 1,200 mm y una temperatura media anual que varía de 8°C en las partes más altas a 24°C en las partes más bajas (Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática [INEGI] , 2015).

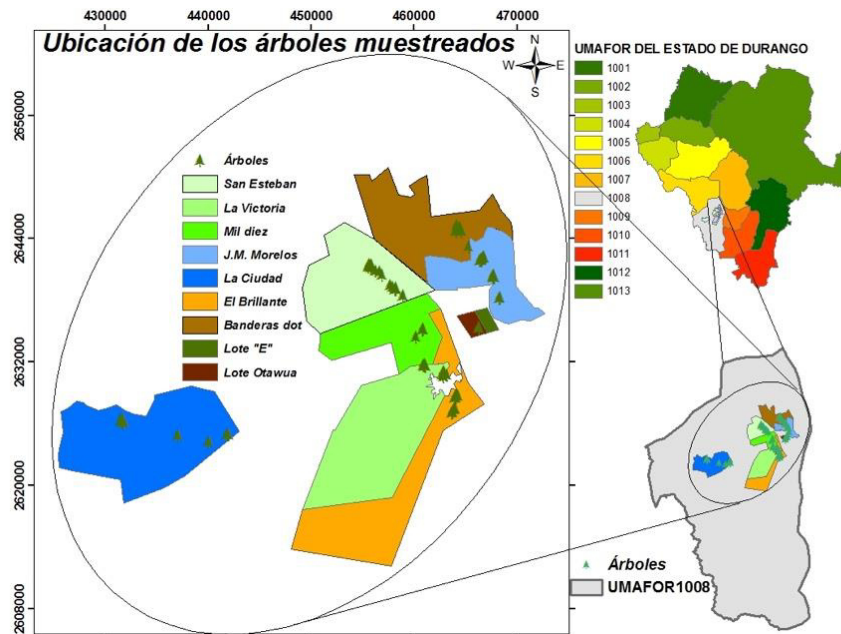


Figura 10. Ubicación de puntos de muestreo de árboles muestra de *Pinus cooperi* utilizados para desarrollar de la ecuación de diámetro máximo de copa.

Muestreo

Los datos provienen de 95 árboles seleccionados a través de muestreo dirigido. La característica principal para seleccionar el árbol muestra, fue que no se encontrara creciendo en competencia con otros árboles, ni que se observaran tocones cercanos al árbol objetivo en un radio de 30 metros, esto para asegurarse de que se desarrolló en un ambiente libre de competencia.

A cada árbol seleccionado se le registró el diámetro normal (D, en cm), altura total (HT, en m), altura de fuste limpio (ABLC) (inserción del primer verticilo con acículas vivas que forma parte de la copa como conjunto), altura de las primeras acículas vivas (ABLF), edad en años, radio de la copa en cuatro direcciones que coincidieran con los puntos cardinales (CR) y longitud de la copa (CL) (Figura 11).

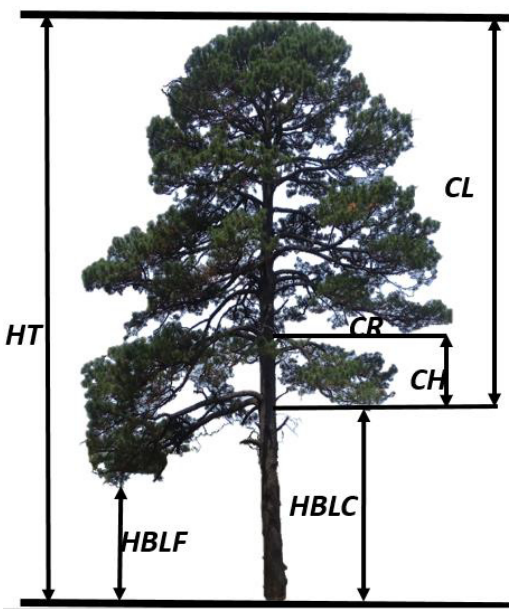


Figura 11. Principales variables de copa, y relaciones geométricas utilizadas en el desarrollo del modelo del diámetro máximo de copa.

HBLC: altura de la base de la copa (m); HBLF: altura de las primeras acículas vivas (m); CR: radio de la copa en cada punto de medición (m); CH: altura de la copa desde HBLC (m); CL: longitud total de la copa (m); HT: altura total del árbol (m).

De igual forma se obtuvo como información de control de cada árbol: nombre del predio, coordenadas UTM Datum WGS 84, altura sobre el nivel del mar, exposición y pendiente. En la tabla 10 se presentan los estadísticos descriptivos más importantes de los 95 árboles muestra.

Tabla 10. Estadísticos descriptivos de los árboles muestra.

Variable	Media	Máximo	Mínimo	Desviación estándar
D	44.97	83.5	23.50	14.56
HT	10.75	20.4	5.60	3.87
HBLC	2.55	8.8	0.07	1.89
HBLF	1.19	4.8	0.07	0.99
HCM	4.43	12.0	0.2	2.44
CL	8.21	14.3	4.2	2.43
DMC	8.99	15.1	4.78	2.58

D: diámetro normal (cm), HT: altura total (m), HBLC: altura de la base de la copa (inserción del primer verticilo con acículas vivas que forma parte de la copa como conjunto) (m), HBLF: altura de las primeras acículas vivas (m); HCM: altura máxima de copa, CL: longitud total de la copa (m), y DMC: diámetro máximo de copa (m)

Modelos

Se ajustaron tres modelos de regresión (lineal simple, polinomial de segundo grado y potencial) para predecir el diámetro máximo de copa de manera independiente a cada una de las variables predictoras D, HT, HBLC y edad, mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios (OLS), con el procedimiento MODEL del programa SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008). Las expresiones matemáticas de los modelos analizados son:

$$dmc = \beta_0 + \beta_1 * Vi \quad [1]$$

$$dmc = \beta_0 + \beta_1 * Vi + \beta_2 * Vi^2 \quad [2]$$

$$dmc = \beta_0 * Vi^{\beta_1} \quad [3]$$

Dónde: dmc: diámetro máximo de copa; Vi: Variable independiente; β_i : parámetros a estimar en el ajuste.

Utilizando el mejor modelo como base se estimó el área máxima de copa y porcentaje de cobertura por categoría diamétrica, así como el número de árboles y el área basal suficiente para cubrir una hectárea. La relación del número de árboles y el diámetro normal promedio permitió elaborar una gráfica de densidad a diferentes porcentos de cobertura de copa.

Comparación y selección de modelos

El análisis de la capacidad de ajuste de las ecuaciones se basó en el análisis gráfico de los residuos y en los valores de dos estadísticos: el coeficiente de determinación (R^2) y la raíz del error medio cuadrático (REMC), cuyas expresiones matemáticas son las siguientes:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \bar{Y})^2} \quad [4]$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}} \quad [5]$$

Dónde: Y_i , \hat{Y}_i e \bar{Y} son respectivamente los valores observado, estimado y promedio de la variable dependiente, n es el número total de observaciones utilizado para ajustar el modelo y p es el número de parámetros a estimar.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estadísticos de ajuste indican que la variable independiente que mejor ajuste presentó en los tres modelos utilizados para estimar el diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi* fue el diámetro normal (R^2 de 0.81 a 0.83 y RCME de 1.07 a 1.10), seguido de la altura total y de la edad (Tabla 11). Estudios realizados en una diversidad de especies maderables por Martin, Chappelka, Loewenstein, Keever, y Somers (2012), Rodríguez et al., (2009), Conde y Sterba (2005), Bechtold (2003) demuestran que el diámetro normal ha sido una variable predictora fiable en la estimación del diámetro máximo de copa. Aunque otros autores han utilizado el diámetro normal como variable predictora principal, a esta variable se le ha anexado la altura total (Pretzsch et al., 2002; Uzoh & Ritchie, 1996), longitud de copa (Moeur, 1981), densidad (Bragg, 2001) exposición, pendiente y altitud (Curtis & Reukema 1970) para mejorar el nivel de predicción.

Tabla 11. Estadísticos de ajuste para diferentes variables utilizadas como variables predictores para modelar el diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi*.

Modelo	VARIABLE PREDICTORA							
	DN		HT		HBLC		EDAD	
	R ²	REMC	R ²	REMC	R ²	REMC	R ²	REMC
[1]	0.81	1.10	0.57	1.70	0.27	2.21	0.50	1.82
[2]	0.83	1.07	0.66	1.50	0.38	2.05	0.55	1.73
[3]	0.82	1.09	0.59	1.64	0.33	2.11	0.54	1.75

DN: diámetro normal (cm), HT: altura total (m), HBLC: altura de la base de la copa (inserción del primer verticilo con acículas vivas que forma parte de la copa como conjunto) (m).

En la Tabla 12 se muestran los estimadores de los parámetros de los tres modelos y sus estadísticos de ajuste utilizando como variable predictiva el diámetro normal. En todos los casos los parámetros resultaron significativos al nivel de 5%. A su vez, la Figura 12 muestra una distribución homogénea de los errores de los modelos, indicando que no existen problemas de

heterocedasticidad ni de alguna violación a las hipótesis de partida del análisis de regresión.

Tabla 12. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los modelos utilizados para modelar el diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi*, en función del diámetro máximo de copa.

Modelo	Parámetros	Error estándar	REMC	R²	
[1]	β_0	1.7574	0.4465	1.1092	0.819
	β_1	0.1608	0.0094		
[2]	β_0	-1.1081	1.2764	1.0700	0.831
	β_1	0.2889	0.0544		
	β_2	-0.00129	0.00054		
[3]	β_1	0.4342	0.0805	1.0906	0.824
	β_2	0.7986	0.0472		

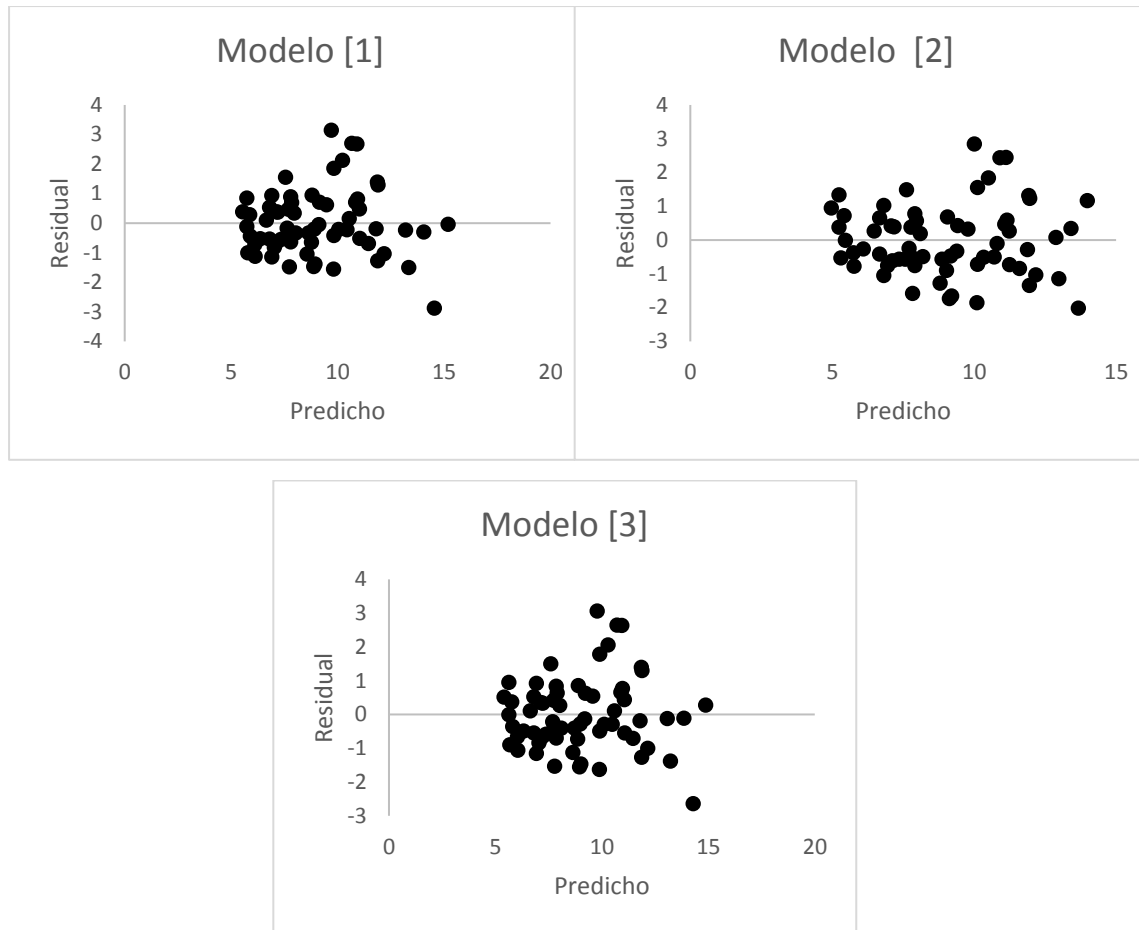


Figura 12. Gráficos de valores predichos contra residuales para los tres modelos analizados en este estudio.

En la Figura 13 se muestran los gráficos de los valores predichos contra los valores observados; los tres modelos proporcionan una buena predicción del diámetro máximo de copa utilizando al diámetro normal como variable independiente.

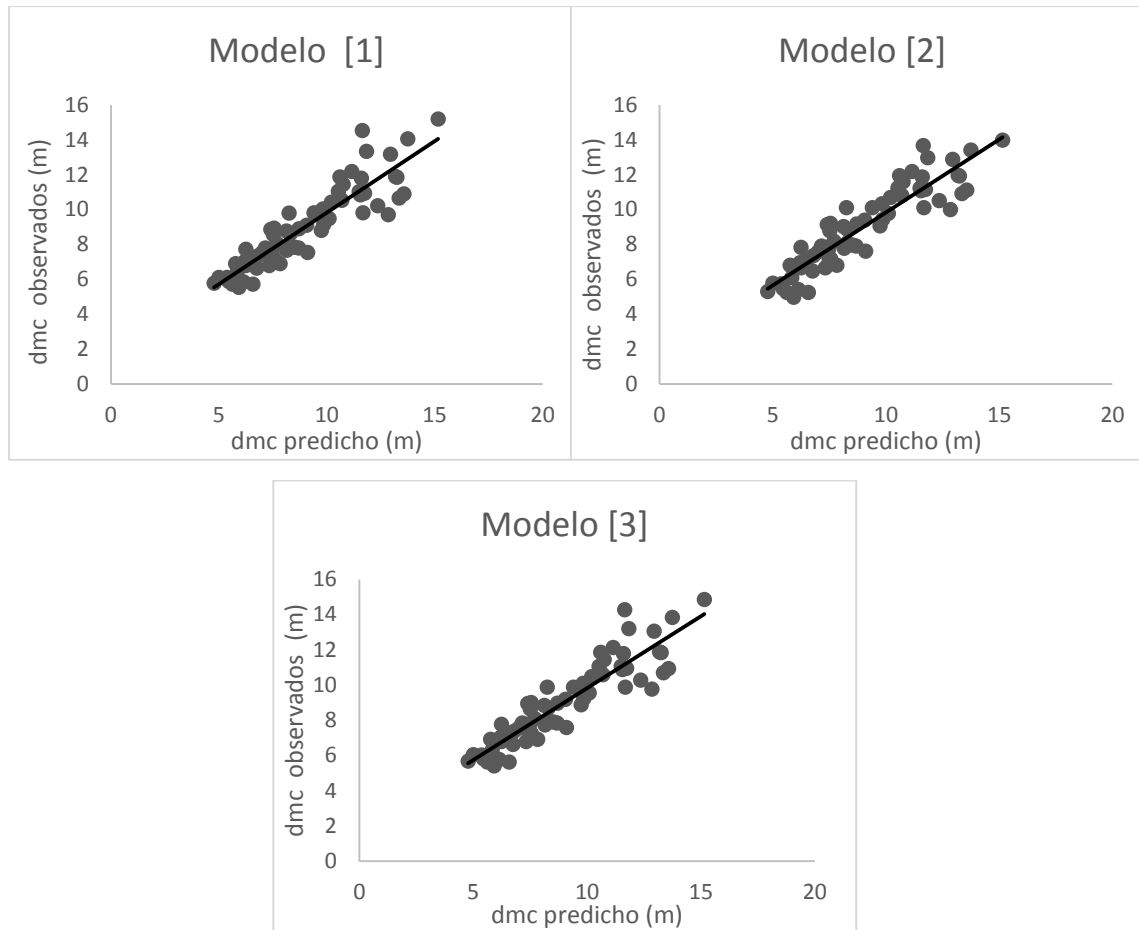


Figura 13. Diámetros máximos de copa observados contra valores predichos obtenidos mediante el uso de los tres modelos utilizando como variable predictiva al diámetro normal. La línea continua representa un modelo lineal ajustado sobre el gráfico de dispersión.

Aunque el ajuste de los tres modelos presenta muy poca variación en el coeficiente de determinación y en el estimador de la precisión (REMC), la ecuación de regresión derivada del modelo polinómico de segundo grado [2] proporciona ligeramente mejores predicciones, por tanto, recomendamos su uso para estimar el diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi* a través de la siguiente expresión:

$$dmc = -1.1081 + 0.2889 * dn - 0.00129 * dn^2 \quad (6)$$

La inclusión del dn^2 en el modelo se justifica ya que gran parte de la literatura existente para predecir el diámetro de copa a través del diámetro normal (Bechtold (2003); Hasenauer 1997; Lhotka & Loewenstein 2008; Martin et al.,

2012), así como ecuaciones de máximo diámetro de copa anteriormente publicadas han utilizado término dn^2 (Paine & Hann 1982; Smith et al., 1992).

Con los valores de los estimadores y al multiplicar por la razón $\frac{\pi}{4}$ se tiene la ecuación del área máxima de copa (A_{mc}) (Clutter, Fortson, Pineaar, Brister & 1983; Hutch, Miller & Beer, 1993; Zepeda, 1984):

$$A_{mc} = \frac{\pi}{4} (-1.1081 + 0.2889 * dn - 0.00129 * dn^2)^2 \quad (7)$$

Utilizando la ecuación 7 para un rango de árboles con un diámetro de 20 a 80 cm, el área máxima de copa estimada para *Pinus cooperi* varía de 13.55 (0.136% de cobertura) a 156.77 m² (1.568% de cobertura). A su vez, el número de árboles promedio mínimo necesario para cubrir el 100% de la superficie de una hectárea por categoría diamétrica dentro del intervalo de 20 a 85 cm varió de 738 (23.18 m²ha⁻¹) a 64 (36.20 m²ha⁻¹), respectivamente (Tabla 13). Este número de árboles resulta ligeramente inferior a los que se estiman con la ecuación reportada por Quiñones y Ramírez (1998) para la misma especie que tiene presencia en una región vecina a la estudiada. Con dicha ecuación se estiman entre 627 y 80 árboles por hectárea dentro del intervalo de las categorías diaméricas estudiadas. Hernández et al. (2013) reportan que en *Pinus teocote* Schlecht. Et Cham. del estado de Hidalgo el número de árboles disminuye de 580 a 55 dentro del rango de 20 a 85 cm de diámetro normal, mientras que Rodríguez et al. (2009) mencionan que en *P. Montezumae*, disminuyen de 557 a 168 dentro de un rango de 20 a 40 cm de diámetro normal.

Tabla 13. Atributos de densidad a partir de la estimación del área máxima de copa de *Pinus cooperi*.

Dn (cm)	AMC (m²)	Arbha⁻¹	ABha⁻¹ (m²ha⁻¹)	ACi (%) ha⁻¹
20	13.55	738	23.18	0.136
25	22.13	452	22.18	0.221
30	32.15	311	21.99	0.321
35	43.28	231	22.23	0.433
40	55.21	181	22.76	0.552
45	67.64	148	23.51	0.676
50	80.31	125	24.45	0.803
55	92.96	108	25.56	0.930
60	105.35	95	26.84	1.054
65	117.29	85	28.29	1.173
70	128.56	78	29.94	1.286
75	139.00	72	31.78	1.390
80	148.44	67	33.86	1.484
85	156.77	64	36.20	1.568

La gráfica de densidad elaborada a partir del FCC (Figura 14) indica el umbral del número de árboles mínimo por categoría diamétrica que es necesario para cubrir el 100% de la superficie. Desde el punto de vista del manejo de la densidad con fines de producción maderable, la línea del 100% del FCC es la base para estimar el nivel de competencia entre los individuos y de utilización óptima del suelo. Un FCC menor al 100% indica ausencia de competencia y deficiencia en el uso del suelo, por lo que para optimizar la calidad y cantidad de la producción maderable lo deseable es mantener la densidad de un bosque arriba del 100% de cobertura.

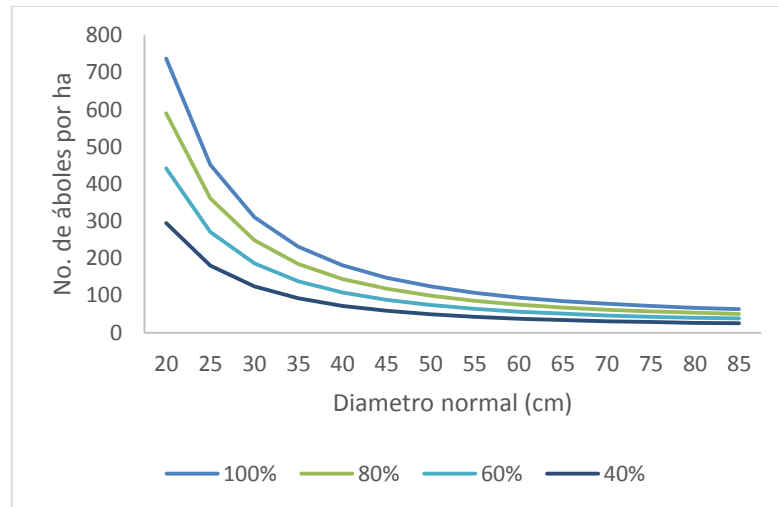


Figura 14. Relación número de árboles por categoría diamétrica a diferentes niveles de FCC.

CONCLUSIONES

Al evaluar un modelo lineal simple, uno cuadrático y otro potencial para desarrollar un modelo para la predicción del diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi* probando diferentes variables independientes, quedó demostrado en este estudio que el diámetro normal es la variable predictora más adecuada para incorporarla en este tipo de modelos. Los tres modelos probados presentaron buen ajuste; sin embargo el modelo polinomial cuadrático describe mejor la relación diámetro normal-diámetro máximo de copa, por lo que se recomienda para ser usado en estudios de crecimiento y competencia de esta especie en rodales coetáneos y en mixtos e irregulares en el estado de Durango.

REFERENCIAS

- Bechtold, W. A. (2003). Crown-diameter prediction models for 87 species of stand-grown trees in the eastern United States. *Southern Journal of Applied Forestry*, 27(4), 269–278.
- Biging, G. S., & Dobbertin, M. (1995). Evaluation of competition indices in individual tree growth models. *Forest Science*, 41 (2), 360–377.
- Bragg, D. C. (2001). A local basal area adjustment for crown width prediction. *Northern Journal of Applied Forestry*, 18 (1), 22–28.

- Clutter, J. L., Fortson, C. J., Pineaar, V. L., Brister, H. G., & Bailey, L. R. (1983). Timber management, a quantitative approach. John Wiley and Sons, Inc. New York, NY. USA, 333.
- Colín, J. G., Aguirre Calderón, O., Corral-Rivas, J., Viveros-Guerrero, E., Corral-Rivas, S., & Crecente-Campo, F. (2018). Influencia de la competencia en el crecimiento diamétrico de *Pinus durangensis* Martínez en Durango, México. *Revista Mexicana De Ciencias Forestales*, 9(45). <https://doi.org/https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i45.145>.
- Conde's, S., & Sterba, H. (2005). Derivation of compatible crown width equations for some important tree species of Spain. *Forest Ecology Management*, 217(2), 203–218.
- Corral-Rivas, J.J, Álvarez, J. G., Ruíz, A. D., & Gadov, K. v. (2004). Compatible height and site index models for five pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management*, 201, 145–160.
- Crookston, N. L., & Stage, A. R. (1999). Percent canopy cover and stand structure statistics from the Forest Vegetation Simulator. US Forest Service General Technical Report, RMRS-GTR-24, 11.
- Curtis, R. O., & Reukema, D. L. (1970). Crown development and site estimates in a Douglas fir plantation spacing test. *Forest Science*, 16 (3), 287–301.
- Ebert, H. P., & Eisele, M. (2001). Die Baumkrone als Maßstab für den Zuwachs von Fichte. *Forst und Holz*, 56 (7), 226–231.
- Hasenauer, H., Moser, M., & Eckmüller, O. (1994). MOSES—a computer simulation program for modelling stand response. In: Pinto da Costa, M.E., Preuhler, T. (Eds.), *Mixed Stands, Research Plots, Measurement and Results, Models*. Inst. Superior de Agronomia, University Technica de Lisboa, Lisboa Codex, Portugal (Appendix 1:1).
- Hasenauer, H. (1997). Dimensional relationships of open-grown trees in Austria. *Forest Ecology and Management*, 96(3), 197-206.
- Hasenauer, H. (2000). Die simultanen Eigenschaften vonWaldwachstumsmodellen. Parey Buchverlag, Berlin, 131.

- Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J., Muños-Flores, H. J., García-Cuevas, X., Sáens-Reyes, T., Flores-López, C., & Hernández-Ramos, A. (2013). Guía de densidad para manejo de bosques naturales de *Pinus teocote* Schlecht. Et Cham. En Hidalgo. Revista Mexicana de Ciencias Forestales, 4(19), 62:77.
- Husch, B., Miller, C., & Beers, T. (1993). Forest mensuration. Krieger Publishing Co. Malabar, FL USA, 410.
- Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática. (INEGI). (2015). Anuario Estadístico Durango. Obtenido de: http://www.datatur.sectur.gob.mx/ITxEF_Docs/DGO_ANUARIO_PDF15.pdf
- Krajicek, J., Brinkman, K., & Gingrich, S. (1961). Crown competition—a measure of density. Forest Science, 7, 35–42.
- Lhotka, J. M., & Loewenstein, E. F. (2008). An Examination of Species- Specific Growing Space Utilization. Canadian Journal of Forest Research, 38, 470–479.
- Martin, N. A., Chappelka, A. H., Loewenstein, E. F., Kever, G. J., & Somers, G. (2012). Predictive open-grown crown width equations for three oak species Planted in a Southern Urban Locale. Arboriculture & Urban Forestry, 38(2), 58–63.
- Moeur, M. (1981). Crown width and foliage weight of northern Rocky Mountain conifers. USDA Forest Service Research Paper, INT-283, 14.
- Monserud, R. A., & Sterba, H. (1996). A basal area increment model for individual trees growing in even- and uneven-aged forest stands in Austria. Forest Ecology and Management, 80(1-3), 57–80.
- Paine, D. P., and Hann, D. W. 1982. Maximum Crown Width Equations for Southwestern Oregon Tree Species. Res. Pap. 46. Corvallis, OR: Oregon State University, Forest Research Laboratory., 20.
- Pretzsch, H., Biber, P., & Dursky, J. (2002). The single tree-based stand simulator SILVA: Construction, application and evaluation. Forest Ecology Management, 162 (1), 3–21.

- Quiñones-Chávez, A., Ramírez-Maldonado, H. (1998). Evaluación de la calidad de sitio y del efecto de la densidad en bosques de *Pinus cooperi* del estado de Durango. Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente, 4(2), 311-314.
- Reineke, L. H. (1933). Perfecting a stand density index for even aged forest. Journal of Agricultura Research, 46(7), 627-638.
- Rodriguez-Laguna, R., Razo-Zárate, R., Hernández-Díaz, D., Meza-Rangel, J. (2009). Guía de densidad para *Pinus montezumae* en su área de distribución natural en el estado de Hidalgo. Instituto de Ciencias Agropecuarias, Área Académica de Ingeniería Forestal, 33.
- Smith, W. R., Farrar Jr., R. M., & Murphy, P. A. (1992). Crown and basal area relationships of open-grown southern pines for modelling competition and growth. Canadian Journal of Forest Research, 22 (3), 341–347.
- Uzoh, F., & Ritchie M. (1996). Crown area equations for 13 species of trees and shrubs in Northern California and Southwestern Oregon. US Department of Agriculture, Forest Service, Pacific Southwest Research Station.
- Zepeda B., E. M. (1984). Ejemplificación de tres procedimientos para caracterizar rodales por su densidad. Serie de Apoyos Académicos No. 34, Universidad Autónoma Chapingo. Departamento de Bosques. Chapingo, Estado de México, México. 57.