

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



TESIS

**“SIMULACIÓN DE TERMO-FORMADO DE UN VIDRIO CON
APLICACIÓN AUTOMOTRIZ”**

**POR
FRANCISCO ALBERTO CELESTINO GUAJARDO**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS
DE LA INGENIERÍA AUTOMOTRIZ**

AGOSTO, 2017

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



TESIS

**“SIMULACIÓN DE TERMO-FORMADO DE UN VIDRIO CON
APLICACIÓN AUTOMOTRIZ”**

**POR
FRANCISCO ALBERTO CELESTINO GUAJARDO**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS
DE LA INGENIERÍA AUTOMOTRIZ**

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN, MÉXICO

AGOTO 2017

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis "Simulación de termo-formado de un vidrio con aplicación automotriz" realizada por el alumno Francisco Alberto Celestino Guajardo, con número de matrícula 1445952, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Automotriz.

El Comité de Tesis



Dr. Oscar Jesús Zapata Hernández
Director

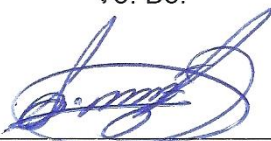


Dra. Flor Esthela Palomar Pérez
Revisor



Dra. Anel Garza Rivera
Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirector de Estudios de Posgrado



San Nicolás de los Garza, Nuevo León, Agosto 2017

DEDICATORIA

En memoria de mis abuelos Fernando, Faustino, Gregoria y Apolonia que tristemente ya no se encuentran conmigo, pero sus recuerdos me dieron motivación de continuar con este trabajo.

A mi hermana Lily que siempre me alegraba el día con alguna cosa random y siempre me escuchaba cuando necesitaba sacar cosas de mi cabeza.

A mis papas Blanca y Francisco que me apoyaron en todo lo que ocupaba.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi alma mater la Universidad Autónoma de Nuevo León por el apoyo brindado en mis estudios de posgrado, así mismo agradezco a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Se agradece el apoyo económico brindado por el CONACYT el cual facilitó la realización del presente trabajo.

Se agradece a la empresa. por permitir y facilitar la colaboración para el estudio del proceso de termo-formado.

Al Dr. Oscar por aceptarme como alumno para el proyecto de tesis, por compartir sus amplios conocimientos en el área de simulación numérica y elemento finito, por ayudarme a entrar a diferentes cursos de simulación y diseño, por presionarme cuando lo necesitaba y por ayudarme a llegar hasta este momento.

A la Dra. Flor por su apoyo desde el momento en que entre en la maestría y durante cada paso del desarrollo de este trabajo, gracias por sus correcciones.

A la Dra. Anel por todas las pláticas de química y las discusiones sobre el comportamiento y propiedades del vidrio, por su asesoría para las presentaciones y complementar mejor este trabajo.

Al Dr. Jesús por permitirme tomar este proyecto, por todo el conocimiento sobre el vidrio, por su conocimiento del proceso y los temas que me pidió investigar para entender el vidrio como un material único.

Al Ing. M. Arroyo por darme la oportunidad de realizar este proyecto en colaboración con la empresa y por la retroalimentación recibida durante las etapas finales del presente trabajo.

Al Dr. Carlos por prestarme un lugar tranquilo donde pensar y trabajar, por sus concejos, recomendaciones y anécdotas de sus tiempos de estudiante.

A la Dra. Rosa por todas las discusiones del vidrio y problemas relacionados con la tesis durante los viajes en el camión, por sus anécdotas sobre sus experiencias académicas y laborales.

Al Dr. Luis por todas las veces que me recibió en su cubículo y sus consejos de redacción.

A los ingenieros de proceso Moya y Oscar que me ayudaron a tomar mediciones y me facilitaron el apoyo de los operarios de la línea.

A todos los miembros de Tecnologías de la empresa por compartirme sus conocimientos y datos sobre el proceso.

A los compañeros de la maestría Flor, Jorge, Erika, Alejandro, Sergio y Milton por su apoyo y sus palabras de ánimo.

A Isra y Alex por esas conversaciones random que me ayudaron a ver los problemas desde diferentes puntos de vista, lo que permitió encontrar soluciones que no veía por la saturación de ideas.

Gracias totales.

INDICE

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1. PROBLEMÁTICA.....	1
1.2. OBJETIVO.....	2
1.3. HIPÓTESIS	3
1.4. DESCRIPCION DE LA OBRA	3
CAPÍTULO 2: VIDRIO	6
2.1. INTRODUCCIÓN	6
2.2. HISTORIA DEL VIDRIO.....	7
2.2.1 Vidrio natural	8
2.2.2 Vidrio fabricado	8
2.3. TIPOS DE VIDRIO.....	11
2.3.1 Vidrios inorgánicos.....	11
2.3.1.1 Vidrio silico-sódico-cálcico.....	14
2.3.2 Vidrios orgánicos.....	16
2.3.3 Vidrios metálicos.....	16
2.4. PROCESOS DEL VIDRIO	17
2.4.1 Vidrio flotado.....	17
2.4.2 Curvado de vidrio y fabricación de parabrisas	18
2.4.3 Vidrio laminado.....	20
CAPÍTULO 3: MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DEL PROCESAMIENTO DEL VIDRIO	22
3.1 INTRODUCCIÓN	22

3.2	VENTAJAS Y DESVENTAJAS	24
3.3	ANTECEDENTES RELACIONADOS AL CURVADO DEL VIDRIO	27
3.4	TRANSFERENCIA DE CALOR	29
3.4.1	Termodinámica.....	30
3.4.2	Mecanismos de transferencia de calor	32
3.4.2.1	Conducción	32
3.4.2.2	Convección.....	33
3.4.2.3	Radiación	33
3.4.3	Condiciones de frontera.....	36
CAPÍTULO 4: PROPIEDADES DEL VIDRIO		39
4.1	INTRODUCCIÓN	39
4.2	OBTENCIÓN DE PROPIEDADES	39
4.1.1	Bases de datos	40
4.3	PROPIEDADES FÍSICAS DEL VIDRIO	42
4.2.1	Calor específico, C	42
4.2.2	Conductividad térmica, k	44
4.2.3	Viscosidad, η	46
4.2.4	Coefficiente de expansión térmica, α	49
4.2.5	Densidad, ρ	51
4.2.6	Propiedades mecánicas.....	52
4.4	MODELO REOLÓGICO	53
CAPÍTULO 5: MÉTODOS NUMÉRICOS.....		57
5.1	INTRODUCCIÓN	57
5.2	TÉCNICAS DE DISCRETIZACIÓN	57
5.2.1	Método de diferencias finitas (MDF)	58

5.2.2	Método de volumen finito (MVF)	60
5.2.3	Método de elementos finitos (MEF)	62
5.3	HISTORIA	67
5.4	FORMULACIÓN MATEMATICA	68
5.4.1	Análisis estático-estructural	68
5.4.2	Análisis térmico	71
5.4.1.	Análisis dinámico	77
CAPÍTULO 6: EXPERIMENTACIÓN.....		79
6.1	INTRODUCCIÓN	79
6.2	EXPERIMENTACIÓN EN HORNO	80
6.2.1	Medición de temperaturas.....	80
6.3	METODOLOGÍA EXPERIMENTAL	85
6.3.1	Uso del paquete computacional Abaqus/Standard	95
6.4	COMPARACIÓN CONTRA VIDRIO CURVADO.....	97
CAPÍTULO 7: RESULTADOS Y DISCUSIÓN		99
7.1	INTRODUCCIÓN	99
7.2	TEMPERATURAS DEL HORNO	99
7.3	SIMULACIONES PRELIMINARES EN 2D	105
7.4	COMPARACIÓN DE TEMPERATURAS	108
7.5	PERFILES DE TEMPERATURA DEL VIDRIO	112
7.6	SIMULACIONES DE DEFORMACIÓN	119
7.7	COMPARACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS.....	124
CAPÍTULO 8: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		126
8.1	CONCLUSIONES	126
8.2	RECOMENDACIONES	127

LISTA DE APÉNDICES	129
Apéndice 1 Método de Richet	130
Apéndice 2 Método de Primenko	132
Apéndice 3 Método de Lakatos	134
Apéndice 4 Método de Fluegel	136
Apéndice 5 Método de Makishima y Mackenzie	139
Apéndice 6 Funciones de interpolación o funciones de forma.....	141
Apéndice 7 Método de residuos ponderados	143
Apéndice 8 Métodos variacionales	145
Apéndice 9 Principio del trabajo virtual	146
LISTADO DE FIGURAS	149
LISTADO DE TABLAS	152
LISTADO DE SIMBOLOS	153
BIBLIOGRAFÍA	155

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1. PROBLEMÁTICA

Los diseños de los automóviles evolucionan constantemente con el fin de incrementar su eficiencia, desempeño y estética. El vidrio automotriz ha dejado de ser un elemento utilizado solo para proveer visibilidad al exterior y se ha transformado en un componente que mejora la aerodinámica, proporciona rigidez estructural a la carrocería, seguridad a los pasajeros y aporta a la reducción de emisiones con el aligeramiento y control solar en la cabina. Proporciona a su vez funciones de confort y seguridad como desempañantes, reducción de ruido, despliegue de información (Head-up displays o HUD), entre otras.

Todas las funciones anteriores del vidrio automotriz, más la creciente demanda de las compañías ensambladoras para que los proveedores se hagan responsables cada vez más del diseño de los componentes, obligan a compañías que procesan el vidrio a innovar sus productos y procesos de fabricación constantemente con el fin de mantenerse competitivas ante la creciente participación en el mercado.

Se pretende a través de este proyecto de tesis desarrollar, con herramientas computacionales especializadas, simulaciones de termo-formado de vidrio para predecir la distribución de calor necesaria que permita al vidrio adquirir el perfil de curvaturas deseado cuando es formado en moldes de gravedad en los hornos continuos de la planta.

Se elegirá un modelo de parabrisas fabricando, se hará la simulación computacional y se comparará con lo obtenido experimentalmente en el horno.

En el proceso de curvado de parabrisas existen una cantidad de variables que intervienen para lograr la forma final del producto, tales como arreglo de resistencias eléctricas dentro de los hornos de calentamiento, tiempo de ciclo, tipos de moldes, espesores y color de vidrio entre otras [1].

Algunos problemas que pueden aparecer en procesos de curvado de vidrio son: pegado entre vidrio y molde, heterogeneidades de grosor en la lámina, aspereza en la superficie y esfuerzos residuales, entre otros.

Si un productor se dedicara exclusivamente a la fabricación de un solo tipo de parabrisas, se pudiera emplear una sola configuración de parámetros para obtener los resultados deseados, sin embargo, en la realidad, las plantas de vidrio automotriz generalmente tienen una amplia diversidad de productos [2].

Al existir más de un tipo de forma deseada, se requieren nuevos parámetros de fabricación en los hornos, los cuales se pueden obtener mediante 2 métodos: la experimentación y la simulación [3].

Las nuevas tendencias de diseño automotriz demandan formas más aerodinámicas y complejas en el vidrio [4], por lo tanto, es necesaria la utilización de herramientas de simulación computacional para definir los perfiles de temperatura de los hornos de termo-formado. Adicionalmente, predecir la forma que se obtendrá en el vidrio con los perfiles de calentamiento que son viables configurar en los hornos.

1.2. OBJETIVO

Objetivo general:

Obtener los parámetros y generar un modelo numérico que permita describir el proceso de termo-formado para la producción de vidrio de parabrisas mediante el curvado por gravedad.

Objetivos específicos:

Simular la producción de vidrio para parabrisas mediante el proceso de curvado por gravedad y obtener un modelo cuyo margen de error en comparación con datos experimentales sea aceptable.

Determinar las variables del proceso para producir los parabrisas en la forma requerida.

Relacionar la transferencia de calor por radiación en el proceso de modelado de vidrio para la formación de parabrisas.

1.3. HIPÓTESIS

La simulación mediante el Método de Elementos Finitos del proceso de termo-formado por gravedad, las propiedades del vidrio y los parámetros del proceso permitirán predecir el curvado final del vidrio.

1.4. DESCRIPCION DE LA OBRA

En esta sección se realiza una descripción corta de la forma en que se divide el contenido de los capítulos de forma que el lector pueda dirigirse a la sección donde se encuentre la información que requiera.

En el Capítulo 2: Vidrio se empieza con la definición de lo que en la actualidad se considera como un material “vítreo”. A continuación, se da una perspectiva de la evolución histórica del vidrio, empezando con los vidrios naturales, y el comienzo del desarrollo de la ciencia y tecnología del material hasta los procesos de la segunda mitad del siglo XX. Posteriormente se mencionan los diferentes grupos en los que se suelen dividir los vidrios que se conocen en la actualidad, se enfocara principalmente en el vidrio silico-sódico-cálcico (SLS por sus siglas en ingles “Soda-Lime Silicate”). Al finalizar se describen los procesos a los que es sometido un vidrio para poder ser manufacturado un parabrisas.

El Capítulo 3: Modelación y simulación del procesamiento del vidrio, se puede dividir en 4 partes. En la primera se definen conceptos básicos como son método analítico, análisis numérico, modelo y simulación. La segunda parte explica de forma general las ventajas y desventajas que conlleva experimentar con modelos virtuales en comparación con la experimentación física. La siguiente parte se centra en hablar del estado del arte de las simulaciones y modelos que se han realizado de procesos similares, poniendo especial interés en las recomendaciones de los autores para futuros proyectos, además se realizan

una serie de críticas constructivas a los trabajos realizados. Lo anterior permitió definir los fenómenos y propiedades necesarias para simular el proceso. En la última parte del capítulo se describen las ecuaciones del modelo matemático aplicables a los fenómenos de transferencia que intervienen en el proceso, así como los diferentes tipos de las condiciones de frontera para análisis térmicos.

En el Capítulo 4: Propiedades del vidrio se especificaron las propiedades del material que fueron consideradas para modelar el proceso de curvado. Estas propiedades consideradas básicas para la simulación fueron obtenidas de literatura. A continuación, se presentó una forma de medirla experimentalmente, enseguida se presentan métodos estadísticos basados en la composición del material con los cuales es posible su estimación y por último se define el valor utilizado para el modelo.

Dentro de este capítulo también se agregó una sección para explicar el modelo reológico que se empleó para simular el comportamiento del vidrio a alta temperatura.

El Capítulo 5 se encarga de explicar el principio en que se basan los métodos numéricos de discretización. También, se muestran los principales 3 métodos: diferencias, elementos y volúmenes finitos; además, se presentan las ventajas, desventajas y principales análisis donde se utiliza cada uno de ellos y se selecciona el más apropiado. A continuación, se comenta un poco de la historia y desarrollo que ha tenido el método desde su concepción. Para finalizar el capítulo se presenta la formulación matemática de los diferentes análisis llevados a cabo.

En el Capítulo 6 se explica la metodología empleada al simular el proceso y las razones que llevaron a definirla de ese modo. También se agrega la descripción de las simplificaciones, condiciones iniciales y de fronteras, variables de entrada y geometrías utilizadas en las simulaciones.

Posteriormente se definen las simulaciones y condiciones utilizadas en cada una de ellas. También se explica la metodología de experimentación que consiste en la toma de datos de temperatura en el horno y la forma en que se comparan contra los datos de curvatura reales e ideales.

Para el Capítulo 7 se presentan los resultados de las mediciones de temperatura de vidrios procesados en un horno industrial y su comparación con respecto a las simuladas con el software con el método de elementos finitos. Posteriormente, se muestran los perfiles de temperatura del vidrio y los desplazamientos obtenidos. Por último, se comparan los resultados de modelos simulados contra las curvaturas de vidrio procesado en el horno.

En el Capítulo 8 se realiza un análisis sobre la forma en que es afectado el proceso a partir de lo observado en las simulaciones, además se presentan las que se consideran como las principales causas de error experimental tanto en la parte física como en las simulaciones de cada uno de los análisis. Se presentan ideas para tratar de mejorar la curvatura del vidrio real a la deseada, y se presentan propuestas para trabajos futuros.

CAPÍTULO 2: VIDRIO

2.1. INTRODUCCIÓN

Existen diferentes definiciones sobre lo que es un vidrio dadas por diferentes autores, a continuación, se presentan algunas de las más importantes.

Askeland [5] define al vidrio como un material que se ha endurecido y se ha hecho rígido sin cristalizar, explica que el vidrio se parece a un líquido sub-enfriado. Otra de las características de los vidrios es que solo presentan orden de corto alcance, lo que significa que su arreglo especial de los átomos solo se extiende a los átomos vecinos más cercanos y es un material amorfo.

Callister [6] y Le Bourhis [7] por su parte explican al vidrio como un material que al enfriarse se hace cada vez más viscoso a medida que disminuye su temperatura, sin embargo, este tipo de material contrario a los sólidos cristalinos no cuenta con una temperatura definida a la cual el líquido se transforma en sólido la cual es conocida como temperatura de fusión o temperatura de solidificación de equilibrio T_m .

Otra de las diferencias de los vidrios con materiales cristalinos se basa en la dependencia del volumen específico con la temperatura (Figura 2- 1). En el caso de un material cristalino, existe un cambio abrupto cuando se llega a la temperatura de cristalización T_m y luego sigue disminuyendo de forma lineal con respecto al decrecimiento de temperatura, en el caso de los materiales vítreos, el volumen específico disminuye linealmente conforme disminuye la temperatura hasta un punto donde existe un ligero cambio en la pendiente dicho punto es llamado temperatura de transición vítrea T_g . Por debajo de esta temperatura se considera que el material es un vidrio.

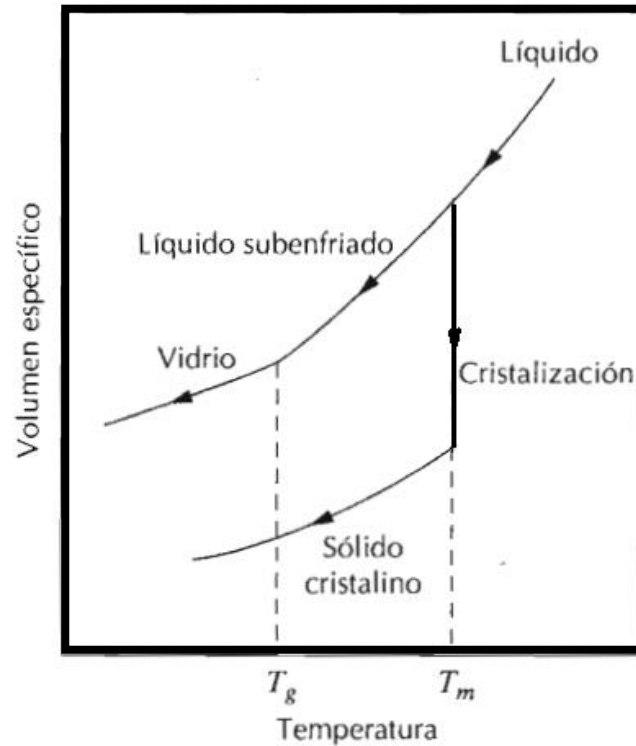


Figura 2- 1 Volumen específico de los materiales cristalinos y vítreos en función de la temperatura [6].

Le Bourhis [7] define al vidrio como un material cuya estructura se encuentra fuera del equilibrio y cuya viscosidad muy elevada no permiten a sus moléculas o átomos moverse hacia una estructura cristalina más estable.

2.2. HISTORIA DEL VIDRIO

La historia del vidrio se remonta hace millones de años cuando se crea el vidrio natural debido a las altas temperaturas presentes en la Tierra y/o a impactos de asteroides los cuales formaron los vidrios como la obsidiana y la australita.

Se especula que el vidrio fabricado nació alrededor del año 4000 A.C. en el área de Medio Oriente y Norte de África en talleres especializados.

Durante muchos años la forma de crear vidrio a nivel industrial siguió siendo artesanal y por expertiz, solo en el último siglo se ha comenzado a estudiar realmente al vidrio como un material y los procesos en los que interviene [7].

En la actualidad el vidrio sigue siendo estudiado debido a su complejo comportamiento sobre todo a altas temperaturas.

2.2.1 Vidrio natural

El vidrio natural ha existido desde el inicio de la historia, formado a partir de la fusión de las rocas como resultado de eventos ocurridos a altas temperaturas como es el caso de erupciones volcánicas e impactos de asteroides o procesos de sedimentación de restos orgánicos.

El vidrio natural más conocido es la obsidiana, la cual se estima apareciera en la tierra hace 40 millones de años, esa edad demuestra la resistencia del estado vítreo contra la desvitrificación y la corrosión del agua y ataque químico.

La mayoría de los vidrios naturales son per-aluminosos lo que significa que su concentración de óxido de aluminio es mayor que la concentración combinada de óxidos de sodio, potasio y calcio. Esta característica los vuelve muy resistentes al paso del tiempo y los hace atractivos para aplicaciones como el almacenamiento de residuos radiactivos [7].

2.2.2 Vidrio fabricado

El vidrio fabricado más antiguo fue descubierto en tumbas de Egipto y data de alrededor del año 3500 A.C., aunque se especula que los fenicios pudieron haber descubierto el vidrio desde el año 5000 A.C. en la región que hoy se conoce como Siria.

A diferencia del vidrio natural la mayoría del vidrio fabricado es per-alcalino ($Al_2O_3 < Na_2O + K_2O + CaO$), esto ha provocado que mucho del vidrio fabricado en la antigüedad sufra de de-vitrificación, el cual es el crecimiento de cristales en un material vítreo.

En un principio la motivación para la fabricación de artículos de vidrio era debido a su uso decorativo en la forma de envases y para simular gemas preciosas.

El imperio Romano, seguido por el imperio Bizantino y los árabes en Medio Oriente siguieron desarrollando la fabricación de vidrio en años posteriores.

El método de soplado fue inventado en Siria por el año 50 A.C., este método consiste en la utilización de un tubo de acero de aproximadamente 1.5 m de longitud, uno de los extremos del tubo era modificado para sujetar la masa de vidrio. El extremo que se pondría en contacto con el vidrio se calentaba para permitir la adhesión, luego el artesano rotaba lentamente el extremo del tubo dentro del vidrio fundido, a continuación, el tubo era rotado constantemente para prevenir el hundimiento por gravedad y mantener la forma, el artesano soplaba por el tubo para formar una burbuja la cual permitía la formación de botellas, luego los romanos utilizaron el proceso de soplado dentro de moldes para dar formas complejas al vidrio [8].

El vidrio plano fue desarrollado a partir del proceso de soplado, de forma que al formarse la botella esta era cortada en los extremos para formar un cilindro el cual era calentado nuevamente de forma que podía ser abierto y aplanado con rodillos.

Con los años se fue dando más importancia al cuidado y selección de la materia prima para la fabricación de vidrio llegando a agregar intencionalmente óxidos como el CaO y Na₂O.

Los primeros vidrios ópticos inician en el siglo XVII con la fabricación de vidrios de sílice de alta pureza combinada con óxido de plomo y limitada cantidad de K₂O. Este vidrio tenía un alto índice de refracción y dispersión, además era fácil de pulir y cortar.

Un segundo proceso también descubierto en el siglo XVII el cual es llamado proceso de corona ayudó a fabricar vidrio óptico de alta calidad el cual fue usado para aplicaciones microscópicas y astronómicas. El proceso consiste en un proceso de soplado para formar una burbuja, la cual es abierta y posteriormente colocada en disco el cual es centrifugado, obteniéndose un vidrio plano.

En Francia se desarrolló el proceso de vaciado de plato el cual consistía en colocar el vidrio fundido en mesas especiales, luego es aplanado mediante rodillos, después enfriado y pulido con discos y arena fina abrasiva.

Posteriormente se hicieron avances en la forma de construir hornos para el proceso y en el cambio de composición química para obtener propiedades especiales en los vidrios.

Por finales del siglo XIX y principios del XX se propuso el uso de máquinas semiautomáticas para la fabricación de botellas mediante el soplado, en 1922 se creó el alimentador que permite proveer a la máquina de soplado con el vidrio fundido a las condiciones necesarias para el proceso.

La fabricación de vidrio plano tuvo 2 importantes avances al inicio del siglo XX: Los procesos Fourcault (1913) y Pittsburgh (1925) los cuales producían vidrio plano directamente de la mezcla fundida, dichos procesos muy similares consistían en extraer el vidrio fundido de su recipiente por la parte superior y enfriarlo, luego con rodillos homogenizar su tamaño [7].

El vidrio de seguridad fue inventado por 2 empresas diferentes:

Benedictus en 1909 creó el vidrio laminado, el cual es formado por hojas de vidrio unidas por una capa de polímero, en la actualidad es usado comúnmente el poli-vinil butiral, la seguridad de este vidrio consiste en el hecho de que si alguna de las capas de vidrio se rompe la otra mantiene al vidrio en una sola pieza.

Saint Gobain en 1932 patentó el vidrio templado, en el cual se crean esfuerzos residuales de compresión en la superficie, lo que impide el crecimiento de grietas y rompimiento del vidrio, además en caso de romperse se quiebra en partes pequeñas y no peligrosas [7].

La revolución en la producción de vidrio plano se dio con el desarrollo del proceso de flotado por Pilkington Brothers Ltd en 1959, dicho proceso fue el primero en lograr una excelente calidad superficial y transparencia sin requerir un proceso de pulido. Esto asombró a muchos productores debido a que la mayor parte de la investigación estaba concentrada en la mejora de los procesos de pulido.

En la actualidad aproximadamente el 90% del vidrio plano de soda-cálcica es producido mediante el proceso de flotado [9].

En la industria automotriz el vidrio fue utilizado por la necesidad de un material con la transparencia y rigidez, para los parabrisas, sin embargo, el problema de la resistencia del material requirió investigación con lo cual aparecieron los vidrios de seguridad ya sea laminados o templados [10].

2.3. TIPOS DE VIDRIO

Los vidrios se pueden dividir en 3 grandes grupos dependiendo del tipo de materiales a partir de los que se forman, estos grupos a su vez se pueden subdividir en categorías más pequeñas a partir de sus componentes principales.

2.3.1 Vidrios inorgánicos.

Son los vidrios creados a partir de óxidos, pueden tener enlaces covalentes e iónicos, son los vidrios más comunes y estudiados, en ellos se encuentran los vidrios de SLS (Soda-Lime-Silica) que son los más importantes comercialmente, los vidrios de borosilicato como el Nonex y el Pyrex, los aluminosilicatos (ALS) como el E-glass y el S-glass los cuales son mejor conocidos por ser usados como fibra de vidrio [7]. Las composiciones de algunos de los vidrios inorgánicos más importantes se encuentran en la Tabla 2- 1.

Tabla 2- 1 Composiciones másica típicas de vidrios importantes

Vidrio	SiO ₂	B ₂ O ₃	Na ₂ O	K ₂ O	CaO	MgO	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃
Obsidiana	74.60	0.00	4.00	4.70	0.80	0.08	14.20	1.10
Australita	70.40	0.00	1.60	2.50	2.90	2.20	14.30	5.00
Egipto (1500 A.C.)	67.80	0.00	16.00	2.10	3.80	2.90	3.20	0.90
Italia (900 A.C.)	77.80	0.00	6.40	8.70	2.10	0.70	2.20	0.80
Vidrio de botella	67.00- 70.00	0.00	13.00- 18.00	0.00- 1.00	6.00- 10.00	0.00- 1.00	2.00- 4.00	0.00- 1.00
Lana de vidrio	65.00	4.50	17.00	1.00	8.00	2.50	2.00	0.00
Nonex	73.00	16.50	4.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Pyrex	80.50	12.90	3.80	0.40	0.00	0.00	2.20	0.00
E-glass	54.00	10.00	0.00	0.00	17.50	4.40	14.00	0.00
S-glass	65.00	0.00	0.00	0.00	0.00	10.00	25.00	0.00
Vidrio de ventana (flotado)*	72.16	0.00	13.82	0.60	8.35	3.88	1.09	0.11

Datos tomados del Le Bourhis [7]

*Dato tomado del Boletín técnico de NSG Pilkington [11]

Los componentes principales de los vidrios inorgánicos fueron divididos [5] en 3 categorías por Dietzel [7] según su capacidad de formar o modificar la red del vidrio:

a) Formadores de red:

Son los óxidos que se encargan de formar la estructura de red de la fase vítrea.

b) Intermediarios:

No pueden formar vidrio por sí mismos, pero se pueden incorporar a la estructura de red de los formadores de vidrio

c) Modificadores:

Son óxidos que son capaces de modificar la estructura de red rompiendo enlaces entre el óxido formado, por ejemplo, Si-O-Si, esto provoca los llamados oxígenos no enlazados (non-bridging oxygen “NBO”) e iones no enlazados como se muestra en la Figura 2- 2, al romperse la red, el material es modificado, un ejemplo es la disminución de la viscosidad, que aumenta la facilidad de fabricación a bajas temperaturas, aumento o disminución en la conductividad y de la resistencia química, entre otras propiedades [7].

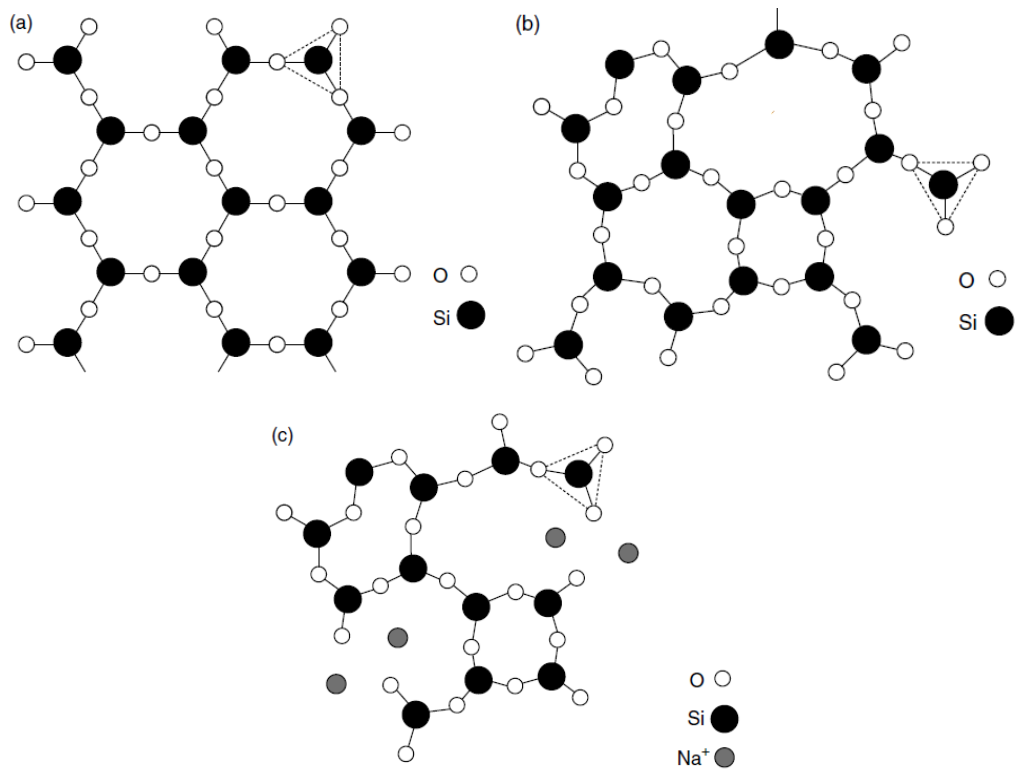


Figura 2- 2 Proyección 2D de la estructura a) SiO₂ cristalino, b) SiO₂ amorfo, c) SiO₂ amorfo modificado con Na⁺ [7].

Dietzel [12] encontró una relación entre los óxidos pertenecientes a cada una de las categorías y la intensidad de su campo del catión (cation field intensity A), en la se muestran los componentes según su categoría como se aprecia en la Tabla 2- 2, el cual está definido por la Ecuación 2- 1 [7].

$$A = \frac{Z}{(r_c + r_o)^2} \quad \text{Ecuación 2- 1}$$

Donde Z es la valencia del catión, r_c y r_o son los radios del catión y del oxígeno respectivamente.

Tabla 2- 2 Intensidad del campo del catión de Dietzel y categorías de los componentes del vidrio ($r_0=1.4 \text{ \AA}$) [7].

Categoría	Catión	Z	r_c (Å)	A
Formadores de red	Si	4	0.40	1.23
	B	3	0.25	1.10
	Ge	4	0.53	1.07
Intermediarios	Ti	4	0.74	0.87
	Al	3	0.53	0.80
	Zr	4	0.86	0.78
	Be	2	0.41	0.61
	Mg	2	0.86	0.39
	Zn	2	0.88	0.38
Modificadores	Ca	2	1.14	0.31
	Pb	2	1.33	0.27
	Li	1	0.90	0.19
	Na	1	1.16	0.15
	K	1	1.52	0.11

2.3.1.1 Vidrio *silico-sódico-cálcico*

Los vidrios silico-sódico-cálcico (SLS) están compuestos principalmente por SiO_2 , Na_2O y CaO . Son los vidrios más comunes y de mayor importancia comercial, también han sido los más estudiados. A continuación, mencionan algunos de los componentes más importantes del vidrio SLS y se explica cómo influyen en las propiedades del material:

SiO_2

Es uno de los compuestos más abundantes en la Tierra, por lo tanto, es económica la fabricación de vidrios a partir de este compuesto, es un formador de red por lo que puede formar vidrio por sí solo, el llamado sílice amorfo ($\alpha\text{-SiO}_2$). El problema de la fabricación de vidrio de sílice pura es el alto punto de fusión el cual es de $1713 \text{ }^\circ\text{C}$ (cristobalita) [7], lo que provoca incremento en el costo de fabricación, para evitar esto se suelen agregar óxidos que sirven como fundentes.

Es alimentado al proceso principalmente como arena de cuarzo y se encuentra en alrededor de un 70% peso en los vidrios SLS.

Na₂O

Es el fundente que aparece en mayor proporción en la mayoría de los vidrios de sílice, llegando a aparecer hasta en 20% peso del vidrio de SLS, se suele agregar como carbonato de sodio y sulfato de sodio [10] [13]. No se debe agregar en demasiada cantidad debido a que esto puede provocar la corrosión y deterioro del vidrio [7].

CaO

Es un modificador de red el cual reduce la temperatura de fusión del vidrio, también aumenta su estabilidad química y mecánica. Se suele introducir al vidrio vía carbonato de calcio (caliza) o cal. Pueden provocar corrosión en el vidrio, pero también aumentan la resistencia a la humedad.

Al₂O₃

Al ser un intermediario se puede incorporar a la red y le da mayor durabilidad química y resistencia mecánica, refractariedad, disminuye el coeficiente de dilatación térmica, mejora la resistencia al choque térmico, reduce la tendencia a la desvitrificación, aumenta la viscosidad y el intervalo de trabajo. Se suele agregar en forma de feldespatos caolín, bauxita y algunas rocas aluminosas.

MgO

Es otro de los fundentes utilizados comúnmente como componentes principales en los vidrios de soda cálcica, genera propiedades similares a las del CaO. Las formas de introducir el MgO en el vidrio son mediante dolomita y magnesita.

K₂O

Debido al mayor tamaño del ion potasio con respecto al ion sodio, los vidrios donde se sustituye el óxido de sodio por el óxido de potasio presentan mayor viscosidad [10]. El exceso de ion potasio en el vidrio puede provocar corrosión debido a la difusión del ion

hacia la superficie [7]. El óxido de potasio suele agregarse como materia prima en forma de carbonato de potasio [13].

Existen otros componentes en el vidrio SLS de menor importancia los cuales no afectan de forma importante las propiedades del vidrio debido a que se encuentran en pequeñas cantidades tales como los óxidos de hierro.

Para este trabajo se utilizó vidrio de composición sodo-cálcico de composición comercial.

2.3.2 Vidrios orgánicos.

Este tipo de vidrios se utiliza para la creación de lentes ópticos y para proteger artículos de vidrio. Son formados por cadenas orgánicas las cuales pueden estar interconectadas con enlaces covalentes como en el caso de los polímeros termoestables o pueden existir enlaces débiles como son los enlaces de Van der Waals (VDW) para los termoplásticos, entre más fuerte sea el enlace mayor resultará la viscosidad, lo que facilitará la formación de vidrios.

Aunque no son formados por compuestos orgánicos, existe un grupo de vidrios formados por calcógenos, estos vidrios pueden ser descritos con características semejantes a los vidrios orgánicos como la formación de cadenas y cuenta con enlaces covalentes, están formados por elementos de los grupos VI y VI de la tabla periódica, por ejemplo, el vidrio de GeSe. Los formadores de red para este vidrio suelen ser los elementos S, Se y Te [14].

2.3.3 Vidrios metálicos

Son los vidrios más recientes, descubiertos en la década de los 60'. Se les conoce como vidrios metálicos voluminosos (bulk metallic glasses "BMGs"). Su estructura es muy compleja y sigue ocasionando debates entre los especialistas, tienen un límite elástico mayor y una mejor resistencia a la corrosión que los metales cristalinos, otra de las características es que tienen una mayor densidad elevada.

Se dividen en 3 categorías:

- a) Metal-metal
- b) Metal-metaloide
- c) Pd-metaloide

2.4. PROCESOS DEL VIDRIO

A continuación, se explicarán algunos de los principales procesos usados a nivel industrial para la fabricación de vidrio y de parabrisas.

2.4.1 Vidrio flotado

El proceso de flotado es usado para producir vidrio plano de forma continua con acabado especular sin necesidad de pulido y se puede resumir de la siguiente forma:

Se definen las proporciones necesarias de materia prima para obtener la composición deseada, posteriormente, se alimentan a una mezcladora para homogeneizar. A la mezcla se le agrega padecería de vidrio llama cullet. Al final se agrega todo al horno para entrar al proceso de fusión.

La materia prima se funde en un horno hasta una temperatura máxima de 1590°C y después de un afinado (eliminación de gases disueltos) y acondicionado (reducción de la temperatura) se hace caer por rebosado entre dos rodillos de laminación o sobre un canal situado a la salida del horno, lo anterior permite obtener una lámina de vidrio que se enfría hasta aproximadamente 1150 °C y después entra a la cámara principal del proceso [15].

La cámara de flotado consiste en una superficie plana de metal fundido (estaño) en la cual se vacía el vidrio líquido, este se esparce y se forma una película sobre la superficie. Conforme la película de vidrio avanza por el baño de estaño, esta se enfría y es extraída en forma horizontal sin que sufra daño. Al salir de la cámara de estaño, se da un proceso de recocido y posteriormente se corta. El proceso es descrito en la Figura 2- 3

Con este proceso es posible obtener un vidrio pulido al fuego por la cara superior y un pulido especular por la cara inferior causado por el estaño líquido, con la ventaja de no

necesitar operaciones posteriores de desbaste y pulido. Además, es un proceso continuo por lo que la velocidad de producción es elevada [10].

El vidrio que sale de la cámara de estaño tiene una temperatura aproximada de 650°C. Posteriormente el vidrio es enfriado mediante ciclos de recocido desde una temperatura aproximada de 600°C hasta aproximadamente 90°C. Por último, se procede a realizar el corte del material. Una vez cortado el vidrio está listo para su venta o procesos posteriores.

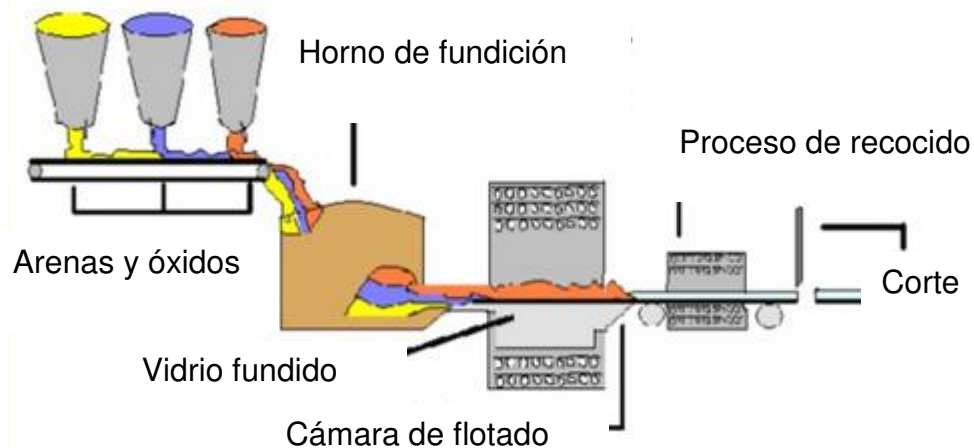


Figura 2- 3 Diagrama del proceso de flotado.

2.4.2 Curvado de vidrio y fabricación de parabrisas

El proceso de la fabricación de parabrisas inicia cuando dos hojas de vidrio que formaran un parabrisas son alimentadas a líneas de corte, donde se cortarían en paralelo utilizando diamantes industriales, dejando que la hoja exterior sea ligeramente más grande que la interior para compensar la curvatura.

A continuación, se pulen los bordes para evitar grietas importantes que pueden provocar fracturas. Después de cortados a los vidrios se pintan con esmalte cerámico y se les da un pequeño calentamiento para secar el exceso de solventes en el esmalte.

Antes de que los vidrios sean alimentados al horno se les coloca un talco para evitar que exista pegado entre ellos por las altas temperaturas que se alcanzan en el horno.

Los vidrios son colocados en un molde que los sostiene horizontal y perimetralmente, una vez colocados pueden ser alimentados al horno de curvado en el cual se calientan hasta una temperatura a la cual el vidrio deja de ser rígido debido a la disminución de su viscosidad por el calentamiento.

El horno de curvado cuenta con una sección de precalentamiento el vidrio, posteriormente pasa a la zona de calentamiento donde se da el curvado en esta zona se alcanza la temperatura máxima la cual puede variar por zonas dependiendo de la curva deseada y comúnmente se encuentra entre 600°C y 635°C [16].

Después de salir de la zona de calentamiento entra a una zona de recocido en la cual la temperatura es disminuida de una forma controlada, posteriormente continúa enfriándose por convección hasta una temperatura de 100°C aproximadamente. La Figura 2- 4 muestra el diagrama del proceso de curvado por gravedad convencional y por prensado.

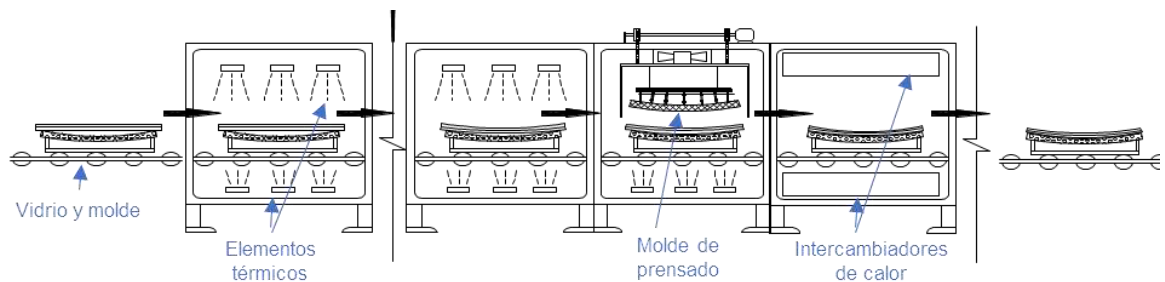


Figura 2- 4 Diagrama del proceso de curvado por gravedad.

En la salida la curvatura de los vidrios es verificada con escantillones, para inspeccionar mecánicamente que los parabrisas no tengan errores de montaje en los vehículos para los cuales fueron diseñados También existen, equipos de inspección óptica los cuales comparan la superficie creada en el proceso contra el CAD de diseño con el fin de verificar que los vidrios cumplan con los requerimientos de curvatura del cliente.

Posteriormente, los vidrios son lavados y secados para eliminar el talco colocado antes de entrar al horno, después se coloca el Polivinil-Butiral (PVB) que hasta ese momento es mantenido a condiciones controladas de humedad y temperatura para evitar afectar las capacidades de adhesión.

2.4.3 Vidrio laminado

Al inicio del siglo XX los automóviles utilizaban vidrios ordinarios los cuales son frágiles y se rompían con facilidad en condiciones de impacto, esto preocupaba a los fabricantes debido a la cercanía de los parabrisas con los ocupantes del vehículo, con lo cual existía riesgo constante de lesiones.

Para disminuir el riesgo de lesiones y ofrecer un elemento de seguridad se buscó reforzar el vidrio por lo cual surgió el vidrio laminado a inicios del siglo XX, dicho vidrio cuenta con una película de polímero el cual une a dos capas de vidrio.

Durante la década de 1920 laminado se usaba en láminas planas, sin embargo, en 1949 los parabrisas planos de 2 piezas unidas por un poste en el centro fueron remplazados por parabrisas curvos de una sola pieza.

En 1965 aparecen los parabrisas laminados con polivinil-butiral a partir de vidrio flotado y en 1984 aparecen los parabrisas anti-lacerativos [10].

El polímero usado para la laminación es el polivinil-butiral (PVB) el cual ofrece resistencia a la penetración, amortiguamiento, disminuye la fragilidad de la pieza además de dar protección contra astillas.

El proceso consiste en la colocación de PVB limpio y extendido entre las 2 hojas de vidrio y se corta a la medida, después se somete a un proceso de precalentamiento y vacío, lo cual facilita la expulsión del aire entre las hojas de vidrio con el fin de evitar burbujas y otros defectos.

Posteriormente se introduce a una autoclave el cual es una cabina hermética, donde bajo la acción de la presión y calor, se produce una adhesión entre los materiales y el PBV se vuelve transparente. En la Figura 2- 5 se muestra un diagrama del proceso de laminado.

Para que exista una buena adhesión entre el vidrio y el PVB se requiere que el polímero se encuentre en condiciones de poca humedad y baja temperatura debido a que es un material higroscópico y su capacidad de adhesión con vidrio se ve disminuida por la humedad.

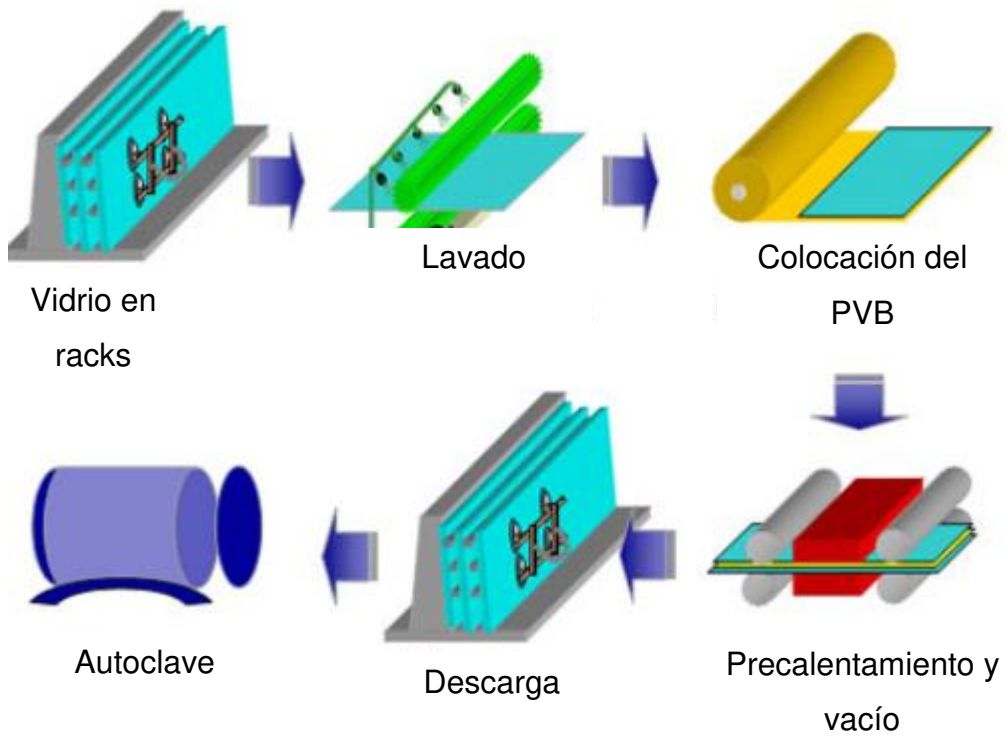


Figura 2- 5 Diagrama del proceso de laminado.

CAPÍTULO 3: MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DEL PROCESAMIENTO DEL VIDRIO

3.1 INTRODUCCIÓN

Un sistema se puede definir como el conjunto de entidades que actúan e interactúan juntas para lograr un objetivo común. El estado del sistema se refiere al conjunto de variables necesarias para describirlo en un tiempo determinado [17].

El proceso de modelado hace referencia a la extracción de toda la información posible del sistema que quiere ser simulado, organizar este conocimiento de una forma apropiada y presentarlo de forma clara. Una vez terminado se tiene como resultado un modelo el cual puede ser simulado [18]. Con este modelo se busca reproducir el sistema y posteriormente realizar predicciones.

Existen diversas formas de realizar la experimentación con un sistema, se puede utilizar el sistema real y se realizan modificaciones en cuanto a sus características físicas o condiciones de proceso. Este método es el más deseable puesto que sus resultados no son cuestionables, sin embargo, el costo de esto es elevado y los trastornos al proceso pueden ser severos.

Otra opción para la experimentación es el uso de un modelo, esto con el fin de no alterar el sistema original, sin embargo, la construcción del modelo puede ser costosa en materia y tiempo, además siempre puede existir la duda si el modelo refleja de forma exacta al sistema.

Los modelos pueden ser físicos, por ejemplo, una maqueta, modelos de arcilla en miniatura o una planta piloto en la que se pueda estudiar el sistema con sus variables a una escala menor; o matemáticos, los cuales representan el sistema en forma de relaciones lógicas y cuantitativas las cuales pueden ser modificadas para observar su influencia en el

modelo y por ende como se espera que reaccione el sistema. La Figura 3- 1 muestra un esquema de las formas en las que se puede estudiar cualquier sistema.

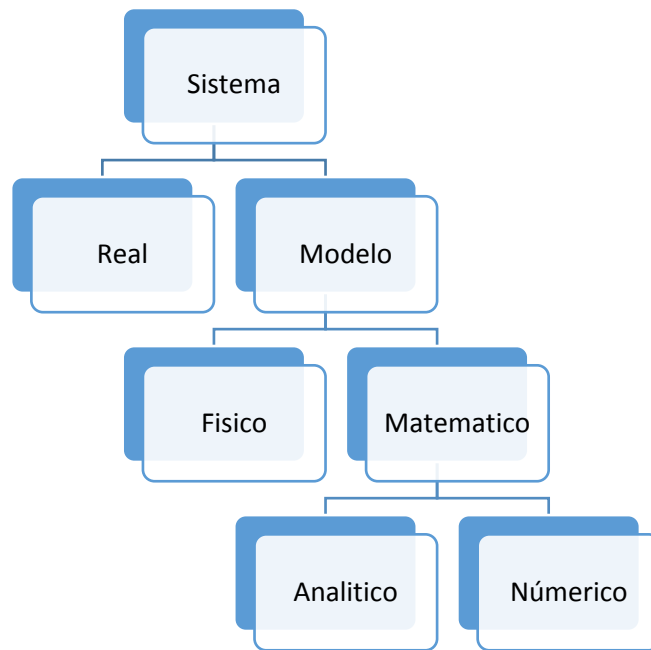


Figura 3- 1 Formas de estudiar un sistema

La construcción de modelos físicos presenta inconvenientes como el costo de equipos, espacio para su realización, la energía, etcétera, debido a estos prefieren modelos matemáticos. Los modelos matemáticos pueden resolverse de 2 formas una es la resolución analítica, este método es utilizado cuando el modelo es relativamente sencillo y en él se obtiene el resultado exacto resolviendo cada una de las ecuaciones del modelo. Sin embargo, la mayoría de los modelos matemáticos incluyen ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales que se vuelven complejas de resolver debido a la complejidad del sistema (geometría, cargas, condiciones de frontera y propiedades del material) [19], debido a lo anterior es común que se requiera el uso de métodos numéricos.

Los métodos numéricos tratan de resolver los modelos mediante sistemas simultáneos de ecuaciones algebraicas. Los resultados obtenidos a partir de métodos numéricos son aproximaciones realizadas a las incógnitas para un número de puntos que se analizan. Estas ecuaciones son generalmente resueltas mediante el uso de paquetes computacionales especializados para ello.

La simulación se puede definir como el ejercicio de modificar las variables de entrada de un modelo numérico para determinar cómo afectan a las variables de salida.

En la simulación moderna generalmente se crea un modelo geométrico del sistema con la ayuda de software de diseño asistido por computadora (Computer-aided design o “CAD”) y luego se complementa el modelo con las propiedades y condiciones del sistema. Posteriormente se resuelve el sistema con paquetes de ingeniería asistida por computadora (Computer-aided engineering o “CAE”).

Una vez resuelto el modelo se deben corroborar los resultados mediante la comparación con datos experimentales, esta etapa es llamada validación. Una vez que el modelo es validado se puede proseguir a la predicción debida a modificaciones en las variables de entradas al proceso. La Figura 3- 2 muestre la metodología básica del proceso de modelado y simulación de un sistema.

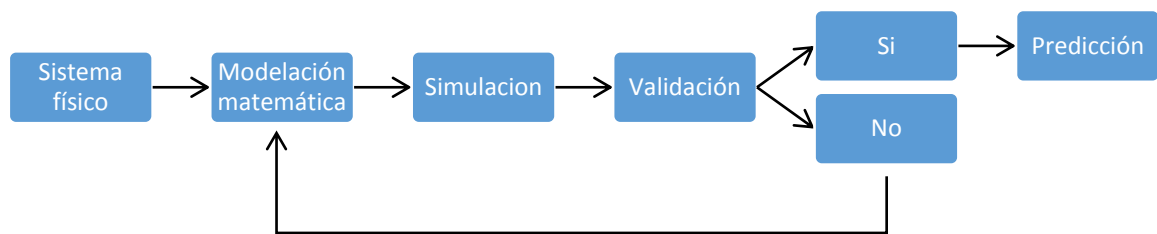


Figura 3- 2 Proceso de modelado y simulación.

3.2 VENTAJAS Y DESVENTAJAS

La simulación de un modelo matemático de un sistema físico presenta ventajas y desventajas respecto a la experimentación con un sistema físico, entre estas se pueden mencionar:

- Información: Una simulación del modelo matemático es capaz de generar información detallada y completa del comportamiento del sistema [20], pudiendo obtener información específica de cierto punto o en determinado intervalo de

tiempo de interés. Esta información puede mostrar fenómenos que son difíciles de observar y/o medir con un experimento físico.

- Costo: La experimentación con modelos físicos resulta costosa debido a los recursos necesarios para su creación, por otra parte, la experimentación en las líneas de producción de empresas dedicadas a manufactura resulta poco factible debido al elevado número de pruebas que se requieren para estudiar el efecto de los diferentes ajustes posibles del sistema en los productos [21]. Esto puede provocar pérdidas económicas debido a las interrupciones. Con la simulación se pueden realizar múltiples experimentos sin la necesidad de afectar de forma considerable el proceso de producción en las plantas.
- Tiempo: El número de pruebas que se requiere realizar puede ser considerable si se desea entender por completo el efecto de las variables en un sistema llegando incluso a requerir meses o años de experimentación. Por otra parte, mediante la simulación el tiempo invertido dependerá de la complejidad del sistema y del poder de procesamiento del equipo. Una ventaja de esto es que el poder de procesamiento de las computadoras se incrementa continuamente por lo que cada vez se requiere menor tiempo para la simulación [22] y se pueden realizar estudios cada vez más complejos.
- Condiciones del proceso: Debido a la complejidad de procesos como es el curvado de vidrio donde influyen múltiples fenómenos térmicos y mecánicos; existen dificultades importantes para obtener una optimización de parámetros del proceso. En la simulación, se pueden realizar modificaciones en los parámetros del proceso en una forma rápida, pudiéndose comparar los efectos de las modificaciones de los parámetros con mayor eficiencia.
- Diseño: Se pueden realizar simulaciones con diseños que aún no existen para estimar la factibilidad de éxito de los mismos, encontrar posibles áreas de mejoras o prevenir posibles accidentes o fallos. Con esto realizar propuestas para crear nuevos productos o realizar modificaciones en los procesos.
- Presentación de resultados: la mayoría de los paquetes de simulación cuentan con módulos de post-procesamiento en los cuales se crean reportes de la simulación, gráficas de deformación, esfuerzo, temperatura, y otros valores de interés, así

como animaciones del proceso. Esto con el fin de que todas las personas puedan entender de forma sencilla los resultados [19].

Hay que considerar que pese a todas las ventajas que brinda la simulación con paquetes comerciales también existen desventajas que deben considerarse al momento de decidir utilizar la simulación numérica.

- Costo: Si bien la experimentación en sistemas físicos resulta costosa debido a los materiales que se requieren, la simulación también requiere de materiales como una computadora con una buena tarjeta gráfica y una RAM recomendada mayor a 8 GB, además del software de simulación el cual tiene un costo significativo, y la capacitación continua del especialista.
- Investigación: Es necesaria la investigación en bibliografía de los principales fenómenos que interactúan en el proceso de interés para poder realizar simplificaciones validas que ayuden a disminuir la complejidad de los problemas sin que estas afecten la validez de los resultados.
- Complejidad: En sistemas muy complejos la simulación puede requerir mucho tiempo de preparación el cual se invierte en la simplificación y limpieza de la geometría, además ciertos fenómenos como la transferencia de calor, y fenómenos de fluidos comúnmente requieren mucho tiempo en ser procesados.
- Datos experimentales: Se requieren datos experimentales para poder ser alimentados al modelo ya sea como condiciones iniciales, de frontera y cargas. Para le etapa de validación del modelo es necesario realizar una serie de experimentos los cuales permitan comprobar o refutar el modelo, estas mediciones pueden requerir meses para su finalización.
- Analista; Quien analiza y realiza las simulaciones debe de tener el conocimiento básico de los fenómenos que intervienen en el proceso a simular, conocer las principales variables que los afectan; además debe estar en continuo proceso de aprendizaje en paquetes de simulación y en caso de ser necesario en diseño. Por último, debe saber presentar los resultados y distinguir la información valiosa.

3.3 ANTECEDENTES RELACIONADOS AL CURVADO DEL VIDRIO

La simulación del curvado de vidrio nace a partir de la necesidad de tener una herramienta la cual permita predecir los parámetros necesarios para obtener una curvatura pedida por el cliente, este esfuerzo se inició en la década de los 90's debido principalmente a la popularidad ganada por diversos softwares comerciales de CAE.

El primer intento por simular un proceso de curvado de vidrio a alta temperatura fue realizado por Lochegnies y colaboradores [21]. Ellos propusieron un procedimiento para la optimización del proceso de búsqueda de parámetros necesarios para obtener cierta curvatura. Consideraron parámetros como perfil de temperatura de la hoja de vidrio, tiempo de formado y geometría del molde. Esta información se utilizó para crear un modelo y simularlo mediante el método de los elementos finitos. Los resultados se alimentaron en una matriz en la cual se comparaban buscando los óptimos para la curvatura. En esta investigación se utilizaron comportamientos elásticos y visco-plástico, lo cual se contradice con lo recomendado por autores como Duffréne y Gy que prefieren usar modelos visco-elástico [23-28].

Moreau y colaboradores [29] continuaron con la investigación de curvado buscando desarrollar un método inverso con el cual se puede predecir el perfil de temperatura en base al desplazamiento requerido. Sin embargo, esto funciona para un perfil de temperatura preestablecido y no para un problema con calentamiento variable como es el caso de un proceso industrial.

Manservisi [4] siguió un procedimiento similar a los anteriores buscando un perfil de temperatura de la hoja de vidrio. Inició con un modelo elástico y luego siguió con un modelo "visco-elástico" que en realidad es un modelo elástico simple donde el Modulo de Young es proporcional a la viscosidad que a su vez depende de la temperatura. La viscosidad es calculada utilizando la ecuación de Vogel-Fulcher-Tammann-Hesse (VFTH) (Sección 4.2.3). Con la aproximación realizada se simplifica el modelo pudiendo resolver el problema inverso debido a la relación simple que existe entre la temperatura y el modelo visco-elástico.

Hunt [30] realizó una simulación numérica buscando obtener la relación entre el tiempo de proceso y la curvatura de la línea central cuando se considera la viscosidad constante. Debido a la relación viscosidad-temperatura se puede obtener la temperatura a la que se debe realizar el proceso. Un problema con el procedimiento de este autor es la dificultad de mantener la temperatura constante en el proceso continuo donde existen diferentes zonas con temperaturas diferentes entre ellas.

Parsa y colaboradores [31] simularon el proceso de curvado utilizando un paquete de elemento finito. Primero simuló el caso de un material considerando la expansión térmica y otro considerando la expansión y la deformación por el comportamiento visco-plástico, encontró que la deformación por expansión térmica es menor que al considerar los 2 fenómenos y que representa alrededor del 23% de la deformación real.

Buonanno y colaboradores [1] se centraron en el estudio de la transferencia de calor dentro de un horno de curvado, considerando conducción, convección y radiación, para lo anterior utilizaron el paquete FLUENT 6.1® que utiliza un código de volumen finito. Determinaron que se puede crear un modelo que es capaz de predecir el calentamiento del vidrio en un sistema no estacionario. Sus resultados dan una buena aproximación, pero sigue existiendo el problema de la alta sensibilidad de las propiedades del material con respecto a la temperatura.

Lampman y colaboradores [32] realizaron la modelación del proceso mediante 2 simulaciones una térmica y otra dinámica en la cual se simula el curvado debido a la temperatura del análisis térmico. La simulación térmica se lleva a cabo con el CFD y la dinámica con ayuda del paquete ANSYS.

Carbone utilizó el paquete COMSOL Multiphysics 3.5a para analizar las capacidades del mismo de modelar materiales visco-elásticos como el vidrio [33] y a continuación simuló el curvado en 2D de vidrio [34]. Para ello modeló el sistema con un análisis acoplado asumiendo temperatura constante para todo el vidrio.

Boubaker y colaboradores [35] realizaron simulaciones del proceso utilizando diferentes modelos reológicos, entre los que se encuentra el Modelo de Maxwell Simple, Modelo de Maxwell Generalizado (GMM) y el modelo de Zener, y mediante el paquete Abaqus™

comparó los resultados de la simulación con los datos experimentales. Observó que los modelos de Maxwell Simple y Zener dan buenas aproximaciones en diferentes zonas, sin embargo, el autor recomienda utilizar algo más avanzado que un modelo de Maxwell simple si se desea simular el curvado por gravedad.

Le Corre [16] junto con sus colegas [3] simularon el proceso de curvado utilizando un modelo en 2D, centraron sus esfuerzos en disminuir el tiempo de cómputo al simular la transferencia de calor en el sistema para lo cual utilizaron 4 métodos diferentes: sin radiación, temperatura predefinida, Recíproco de Monte Carlo Optimizado y la aproximación de Rosseland.

Los resultados de Le Corre muestran que no se puede ignorar la transferencia de calor por radiación; la temperatura predefinida y la aproximación de Rosseland dan resultados aceptables, siendo el último de estos el mejor (error aproximadamente 5%), la desventaja del Método de Monte Carlo es el tiempo de cómputo. El método de temperatura predefinida no es recomendable debido a que se da una misma temperatura a toda la pieza siendo que la realidad es que existen gradientes de temperatura a lo largo del vidrio.

A partir del análisis de la bibliografía se puede definir que el modelo a simular debe considerar la transferencia de calor mediante radiación debido a que es el fenómeno dominante durante el calentamiento, además de incluir la conducción en el vidrio y la convección durante el enfriamiento de una forma simple, también debe de resolver las no linealidades del modelo reológico que puede representar el comportamiento del vidrio. Idealmente lo recomendado es un análisis transitorio de transferencia de calor, sin embargo, esto puede resultar en muy alto costo de recursos computacionales. En la sección de metodología se expresa la propuesta alternativa.

3.4 TRANSFERENCIA DE CALOR

El calor es la forma de energía que se puede intercambiar o transferir de un sistema a otro debido a una diferencia de temperatura entre ellos [36].

La transferencia de calor es la ciencia que busca predecir la transferencia de energía que existe entre cuerpos como resultado de una diferencia de temperatura, además de predecir la rapidez o razón a la que se realizara este intercambio bajo ciertas condiciones [37].

Existen 3 mecanismos básicos de transferencia de calor: la conducción, la convección y la radiación. Estos mecanismos junto con los conceptos de termodinámica y balance de energía son los que definen las leyes físicas aplicables a los problemas de transferencia de calor.

3.4.1 Termodinámica

La termodinámica se define como la ciencia macroscópica que estudia las relaciones entre las diferentes propiedades de equilibrio y los cambios que experimentan durante los procesos [38].

Esta ciencia trata entre otras cosas la cantidad de calor a medida que un sistema pasa de un estado de equilibrio a otro, pero no indica la cantidad de tiempo que tardara, a diferencia.

Las primeras 2 leyes de la termodinámica son la base de la transferencia de calor:

La primera ley enuncia: “En el curso de un proceso, la energía no se puede crear ni destruir; solo puede cambiar de forma” [36], esto puede expresarse en forma de la Ecuación 3- 1.

$$\begin{aligned} E_{in}(\text{Energía que entra al sistema}) + E_{out}(\text{Energía que sale del sistema}) \\ = \Delta E (\text{Cambio en la energía del sistema}) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 3- 1}$$

La segunda ley de la termodinámica enuncia que “es imposible que un sistema realice un proceso cíclico cuyos únicos efectos sean el flujo de calor hacia el sistema desde una fuente fría y el flujo de una cantidad igual de calor desde el sistema hacia una fuente caliente” [38], en otras palabras, la transferencia de calor debe ser en la dirección de la temperatura decreciente.

La energía del sistema puede darse de 3 maneras puede ser energía interna (U), energía potencial E_P o energía cinética E_K , por otro lado la energía de los alrededores se refiere a

energía en tránsito a través de la frontera que divide al sistema de sus alrededores, y esta puede ser de trabajo (W) o de calor (Q), si estos términos son remplazados en la Ecuación 3- 1 y se despejan los términos, dan como resultado la Ecuación 3- 2.

$$\Delta U + \Delta E_K + \Delta E_P = Q + W \quad \text{Ecuación 3- 2}$$

En sistemas cerrados se pueden dar casos donde los procesos no causan cambio de energía potencial o cinética, o estos términos son muy pequeños en comparación con los cambios en la energía interna, pudiéndose simplificar la Ecuación 3- 2 a la forma de la Ecuación 3- 3.

$$\Delta U = Q + W \quad \text{Ecuación 3- 3}$$

En muchos sistemas se puede considerar que en las fronteras la única forma de energía en tránsito por las fronteras es el calor, en estos casos se puede eliminar el trabajo W de la Ecuación 3- 3.

La energía interna puede ser definida a partir de otras propiedades termodinámicas, entre las cuales se encuentra la entalpia H que se define por la Ecuación 3- 4.

$$H = U + PV \quad \text{Ecuación 3- 4}$$

Donde P es presión y V es volumen, si se considera un diferencial en el sistema se obtiene la Ecuación 3- 5.

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) \quad \text{Ecuación 3- 5}$$

Sustituyendo la Ecuación 3- 3 en la Ecuación 3- 5, se obtiene una ecuación únicamente en función del calor, trabajo y propiedades medibles como son presión y volumen.

$$\Delta H = Q + W + \Delta(PV) \quad \text{Ecuación 3- 6}$$

Otra propiedad del material importante para la transferencia de calor es el calor específico C el cual es función de la temperatura de la sustancia, y puede ser de 2 tipos a volumen constante o a presión constante.

Para sustancias cuyo volumen específico no cambia o cambian muy poco con la temperatura o la presión como son los sólidos y líquidos, se puede considerar que los calores específicos a presión y volumen constantes son iguales [36].

Si se considera un sistema cerrado sin trabajo y a condiciones de presión y volumen constantes, se puede simplificar la Ecuación 3- 6 a su forma utilizada en la mayoría de los casos durante problemas de transferencia de calor.

$$Q = \Delta H$$

Ecuación 3- 7

3.4.2 Mecanismos de transferencia de calor

3.4.2.1 Conducción

La conducción de calor se define como la transferencia de energía de las moléculas o átomos de mayor energía de una sustancia hacia las partículas adyacentes de menor energía, sin que exista un movimiento neto de masa del material.

En gases y líquidos se debe principalmente a las colisiones y a la difusión de las moléculas debido a su movimiento aleatorio, en los sólidos es causada por las vibraciones de las moléculas y por el transporte de energía debido a los electrones libres.

La razón de conducción de calor se define por la ley de Fourier Ecuación 3- 8 la cual expresa: “la razón de conducción de calor a través una capa es proporcional a la diferencia de temperatura a través de ésta y al área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de la capa” [36].

$$\dot{Q} = -k A \frac{dT}{dx}$$

Ecuación 3- 8

Donde k es la conductividad térmica del material, A es el área de la sección transversal al flujo de calor, dT/dx es el gradiente de temperatura en la dirección x .

3.4.2.2 Convección

Es el modo de transferencia de calor entre una superficie y un fluido adyacente, ya sea líquido o gas, siempre y cuando el este último se encuentre en movimiento. El mecanismo incluye los efectos combinados de conducción y el movimiento del fluido [39].

La rapidez de la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura entre la superficie y el fluido y se expresa comúnmente con la ley de enfriamiento de Newton Ecuación 3- 9.

$$\dot{Q} = h A_s (T_s - T_\infty) \quad \text{Ecuación 3- 9}$$

Donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, A_s es el área superficial de intercambio, T_s es la temperatura de la superficie y T_∞ es la temperatura del fluido a una distancia lo suficientemente alejada de la superficie.

El coeficiente de transferencia de calor por convección, h es un parámetro que depende de diferentes variables como la geometría de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido, y la velocidad del mismo.

3.4.2.3 Radiación

La radiación es la energía emitida en forma de ondas electromagnéticas como resultado de cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. La transferencia por radiación no requiere de la presencia de un medio.

La razón máxima de radiación que se puede emitir desde una superficie a una temperatura mayor al cero absoluto está dada por la ley de Stefan-Boltzmann Ecuación 3- 10.

$$\dot{Q} = \sigma A_s T_s^4 \quad \text{Ecuación 3- 10}$$

Donde $\sigma_{SB} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ es la constante de Stephan-Boltzmann, la superficie que emite radiación a su valor máximo es llamada cuerpo negro. La radiación emitida por una superficie real es menor que la emitida por un cuerpo negro por lo cual se agrega un factor llamado emisividad de la superficie ϵ , el cual representa la cercanía que existe entre un cuerpo gris o real con respecto al cuerpo negro y puede tener valores entre 0 y 1, siendo 1 cuando es un cuerpo negro. La razón de calor emitida por un cuerpo gris o en otras palabras un cuerpo real se puede expresar con la Ecuación 3- 11.

$$\dot{Q} = \epsilon \sigma_{SB} A_s T_s^4 \quad \text{Ecuación 3- 11}$$

Cuando una superficie que se encuentra a una temperatura T_s , está completamente encerrada por una superficie mucho mayor a una temperatura $T_{alrededor}$ y separada por un gas que no interfiere con la radiación como es el aire, la razón neta de transferencia de calor por radiación entre estas dos superficies está dada por la ecuación.

$$\dot{Q} = \epsilon \sigma_{SB} A_s (T_s^4 - T_{alrededor}^4) \quad \text{Ecuación 3- 12}$$

Como se ve en la Ecuación 3- 12 la transferencia por radiación depende de la emisividad, las temperaturas y del área superficial. En los casos donde existan diferentes superficies en un sistema, el cálculo de la radiación dependerá de las geometrías de las áreas, las distancias y orientaciones.

Para tomar en cuenta el factor de la orientación de las superficies se utiliza un parámetro llamado factor de visión o de forma F_{ij} o $F_{A_i \rightarrow A_j}$, el cual es una propiedad independiente de la temperatura y de las propiedades de la superficie. Estos factores se pueden definir como “la fracción de la radiación que sale de la superficie i y choca directamente con la superficie j” [36].

Los factores de forma se calculan en base a la diferencial del área de las superficies que interactúan dA_i y dA_j , la distancia que existe entre ellas r y los ángulos que se forman entre las normales a las superficies y la recta que las une llamados Φ_i y Φ_j , un esquema de esto se puede observar en la Figura 3- 3.

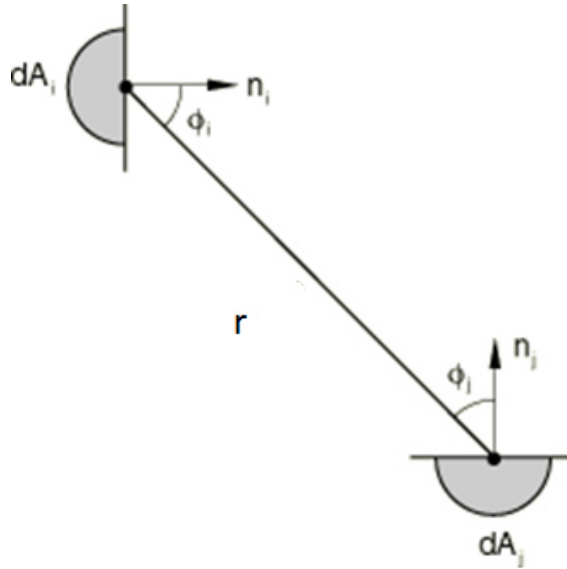


Figura 3- 3 Vista esquemática para el cálculo de los factores de visión Fij [40].

Para poder definir la razón de radiación que sale de dA_i y llega a dA_j , que será llamada $\dot{Q}_{dA_i \rightarrow dA_j}$ primero se tienen que definir dos términos: la razón de radiación que sale de dA_i en la dirección Φ_i , denominada $\dot{Q}_{dA_i \rightarrow \Phi_i}$ (Ecuación 3- 13), donde I_i representa la intensidad de la radiación; y el ángulo de dA_j que se va desde dA_i llamado dw_{ji} (Ecuación 3- 14).

$$\dot{Q}_{dA_i \rightarrow \Phi_i} = I_i \cos \Phi_i dA_i \quad \text{Ecuación 3- 13}$$

$$dw_{ji} = \frac{dA_j \cos \Phi_j}{r^2} \quad \text{Ecuación 3- 14}$$

La radiación $\dot{Q}_{dA_i \rightarrow dA_j}$ se definirá como el producto de $\dot{Q}_{dA_i \rightarrow \Phi_i}$ y dw_{ji} , por lo que al unir las ecuaciones Ecuación 3- 13 y Ecuación 3- 14 se obtiene la Ecuación 3- 15.

$$\dot{Q}_{dA_i \rightarrow dA_j} = I_i \cos \Phi_i dA_i \frac{dA_j \cos \Phi_j}{r^2} \quad \text{Ecuación 3- 15}$$

Para eliminar el termino de I_i se hace uso de su relación con la radiosidad J que se define como “la razón a la cual la energía de radiación sale de una unidad de área de una superficie en todas direcciones” [36]. Esta relación se puede simplificar con la Ecuación 3- 16.

$$J = \pi I$$

Ecuación 3- 16

Con la relación anterior se puede decir que la razón de radiación total que sale de dA_i es:

$$\dot{Q}_{dA_i} = JdA_i = \pi IdA_i$$

Ecuación 3- 17

De la definición de factor de visión se obtiene el factor diferencial de visión $dF_{dA_i \rightarrow dA_j}$.

$$dF_{dA_i \rightarrow dA_j} = \frac{\dot{Q}_{dA_i \rightarrow dA_j}}{\dot{Q}_{dA_i}} = \frac{\cos \Phi_i \cos \Phi_j}{\pi r^2} dA_j$$

Ecuación 3- 18

Integrando la Ecuación 3- 18 se obtiene la Ecuación 3- 19 para los factores e visión:

$$A_i F_{A_i \rightarrow A_j} = \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{\cos \Phi_i \cos \Phi_j}{\pi r^2} dA_i dA_j$$

Ecuación 3- 19

Los factores de visión además tienen propiedades de reciprocidad lo que implica que se cumple la Ecuación 3- 20 para todas las superficies dentro de la cavidad analizada.

$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$$

Ecuación 3- 20

3.4.3 Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera en el caso de problemas de transferencia de calor se pueden dividir en 5 tipos generales:

Temperatura específica: Se puede definir la temperatura de cualquier punto del sistema, ya sea constante o como función del tiempo (Ecuación 3- 21). Generalmente se utiliza en puntos superficiales debido a que es fácil medir la temperatura en esta zona, además esta condición se utiliza como condición inicial a tiempo cero (Ecuación 3- 22) para todo el sistema.

$$T = T(x, t)$$

Ecuación 3- 21

$$T_0 = T(x, 0)$$

Ecuación 3- 22

Flujo específico de calor: en sistemas donde se conoce bien la interacción de cada una de sus partes es posible determinar la velocidad de transferencia de calor, pudiendo definir como condición de frontera el flujo de calor superficial, volumétrico o condiciones de superficie aislada ($\dot{Q} = 0$).

$$\dot{Q} = \dot{Q}(x, t) = -k \frac{dT}{dx}$$

Ecuación 3- 23

Convección: en este caso se conoce el coeficiente de película o coeficiente de transferencia de calor por convección h que actúa sobre la superficie del sistema y la temperatura del medio T_∞ ; por su parte la temperatura superficial (T_s) es calculada en cada iteración.

$$\dot{Q} = -k \frac{dT}{dx} = h(T_s - T_\infty)$$

Ecuación 3- 24

Radiación: en sistemas a alta temperatura los fenómenos de radiación empiezan a tener importancia. Para poder definir este tipo de condición de frontera es necesario conocer la geometría de las superficies que interactúan en el sistema y las temperaturas de estas. El uso de este tipo de condición de frontera es muy complicado ya que el término de temperatura elevada a la cuarta potencia genera no linealidad.

$$\dot{Q} = -k \frac{dT}{dx} = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{alrededor}^4)$$

Ecuación 3- 25

Conducción en interface: esta condición se utiliza cuando un cuerpo está formado por capas de materiales diferentes. Por lo tanto, se considera que la zona en que los dos materiales hacen contacto tienen que tener la misma temperatura lo cual se expresa en la Ecuación 3- 26. Además, la interface no puede almacenar energía por lo que el flujo de calor debe ser el mismo en ambos lados según la igualación mostrada en la Ecuación 3- 27.

$$T_A(x_0, t) = T_B(x_0, t)$$

Ecuación 3- 26

$$-k \frac{dT_A(x_0, t)}{dx} = -k \frac{dT_B(x_0, t)}{dx}$$

Ecuación 3- 27

CAPÍTULO 4: PROPIEDADES DEL VIDRIO

4.1 INTRODUCCIÓN

Para poder simular cualquier proceso o fenómeno en los paquetes comerciales que se encuentran disponibles en la actualidad es indispensable conocer las propiedades físicas de los materiales que intervienen, así como los fenómenos que se presentan durante el proceso.

Los paquetes comerciales por lo general cuentan con bases de datos de propiedades las cuales se encuentran preinstaladas o se pueden comprar por separado. Sin embargo, en muchos casos estas bases se encuentran incompletas o su información no es lo suficientemente exacta para simulaciones importantes, por lo anterior, es importante revisar detalladamente dichas bases en caso de contar con ellas o directamente crear una librería de propiedades.

Las propiedades del vidrio como las de otros materiales son función importante de su composición química y la temperatura.

Tener conocimiento de las propiedades y de cómo son afectadas por los diversos factores es de vital importancia para el desarrollo e investigación del proceso.

$$p = f(X, T)$$

Ecuación 4- 1

4.2 OBTENCIÓN DE PROPIEDADES

Las propiedades de los materiales se obtienen principalmente de 3 formas distintas: a partir de experimentación, de bases de datos o utilizando modelos matemáticos de predicción. En la Tabla 4- 1 se realiza muestra una comparación con las ventajas y desventajas de cada una de los métodos de obtención de propiedades.

Tabla 4- 1 Métodos de obtención de propiedades

Método de obtención	Ventajas	Desventajas
Datos experimentales	Son los datos más fiables debido a que se obtienen directamente del material que se desea investigar	El costo de equipo para realizar los experimentos puede ser demasiado elevado, crear equipo o realizar el procedimiento experimental puede ser tardado.
Utilizar modelos matemáticos	Es una forma fácil de obtener valores para las propiedades deseadas, además existen muchos modelos válidos reportados en libros y publicaciones los cuales pueden proporcionar una excelente aproximación a la propiedad real	No existen modelos perfectos y todos tienen cierto grado de error, en ocasiones los modelos se encuentran en función de propiedades como la temperatura.
Bases de datos	Tienen una gran cantidad de información la cual ha sido recabada por investigadores y por la industria, las bases de datos más importantes cuentan con herramientas para cálculo de propiedades [39].	Suelen ser costosas.

4.1.1 Bases de datos

Antes de que se popularizado el uso de equipos computacionales y de la creación de herramientas como el internet que permiten la comunicación y transferencia de información con la rapidez de nuestra época, la mayoría de la información se encontraba normalmente en libros y enciclopedias. Para el caso de información sobre propiedades físicas del vidrio esta información se encontraba en libros como el Handbook of Glass Properties [41] y el Handbook of Glass Data [42] y en textos privados de empresas.

Con las nuevas tecnologías la información sobre propiedades se concentró en forma de bases de datos, de esta forma nacieron las bases especializadas en vidrio como son:

1. InterGlad [43]; fue de las primeras bases de datos nació, en 1991 como un esfuerzo por parte de compañías japonesas para desarrollar un servicio el cual pudiera ser utilizado por productores de vidrio y usuarios de artículos de este material.
2. SciGlass [44]; nació oficialmente en 1996, sin embargo, desde 1960 un equipo de investigadores en el Institute of Silicate Chemistry comenzaron a recopilar datos reportados en artículos científicos [39].

Existen otras bases de datos con información de propiedades de materiales vítreos. Sin embargo, las bases InterGlad y Sciglass al ser especialmente creadas por investigadores e industriales del área de materiales vítreos, contienen un mayor contenido en cuanto a diferentes composiciones y tipos de vidrio.

Las 2 bases son muy completas en cuanto a información, sin embargo, al ser creadas por dos organizaciones, una puramente científica y otra industrial, existen diferencias entre ambas, en la Tabla 4- 2 se comparan ambas bases.

Tabla 4- 2 Comparación entre bases de datos InterGlad y SciGlass

Base de datos	InterGlad	SciGlass
Concepción	Nació para productores de vidrio y usuarios de productos de vidrio, es utilizada principalmente por empresas.	Nació de científicos en la URSS que recopilaron información desde un principio para la ciencia básica y aplicada del vidrio.
Cantidad de información	<p>En su versión 7.0 contiene información de aproximadamente 310,000 vidrios y otros materiales que contiene fases cristalinas (vitro-cerámicas, esmaltes, etc.).</p> <p>Contiene información de un gran número de vidrios comerciales, aunque no se cuente con su composición exacta.</p> <p>No utiliza información obtenida de gráficas.</p>	<p>La versión 7.12 contiene información de poco más de 391,148 vidrios.</p> <p>Solo contienen información de vidrios y líquidos que forman vidrio.</p> <p>Solo se agregan materiales de los cuales se conoce su composición exacta.</p> <p>Se utiliza paquetes especiales para la digitalización que hacen posible la transformación de graficas a valores numéricos.</p>

Información adicional	Muestra información de la forma de los productos que se pueden fabricar a partir de cada vidrio.	Presenta una descripción concisa del procedimiento de síntesis y de medición de propiedades para el conjunto de datos reportados.
Referencias	No referencia necesariamente a trabajos originales, toma mucha información de handbooks.	Solo presenta referencias a trabajos originales.
Predicción de propiedades	Primero busca información de las propiedades de vidrios que se encuentran en cierto rango de concentración, luego realiza una regresión lineal que describe la dependencia de la propiedad en función de la concentración.	Utiliza diversos métodos de predicción de propiedades, pero también desarrolló métodos propios como Priven2000 el cual compara los resultados obtenidos por diversos métodos con datos experimentales de su base y te da los intervalos de confianza de los diversos métodos.

Al requerir la compra de suscripción se prefieren otros métodos más económicos de obtener las propiedades necesarias para poder realizar simulaciones en paquetes comerciales, a continuación, se presentan las principales propiedades que se requieren conocer para poder utilizar un paquete comercial, y métodos para poder medirlas y/o modelos matemáticos.

4.3 PROPIEDADES FÍSICAS DEL VIDRIO

Las propiedades de interés para llevar a cabo una simulación dependen del tipo de simulación, en este trabajo se desea obtener una predicción de un proceso termo-mecánico por lo que se requieren conocer las siguientes propiedades:

4.2.1 Calor específico, C

Se define como la energía requerida para elevar en un grado la temperatura de una unidad de masa de una sustancia [36], tiene unidades de $J/Kg K$ o $J/mol K$.

Esta propiedad del material puede ser obtenida a partir de pruebas de calorimetría diferencial de barrido (Differential Scanning Calorimetry o DSC) [45,46]. Este método ha sido utilizado para medir el calor específico en vidrios de boro-silicatos [47].

La calorimetría diferencial de barrido consiste en medir y comparar las diferencias en la cantidad de calor aportado a una sustancia problema contra una referencia, todo esto en función de la temperatura de la muestra problema cuando ambas están sometidas a un programa de temperaturas controlado. Tiene ventajas sobre otras técnicas debido a que mide directamente diferencias de energía y no solamente temperaturas como el análisis térmico diferencial (DTA) o pérdidas de peso como el análisis termo-gravimétrico (TG) [14].

Con la energía reportada por el análisis con DSC, la masa del material y la rampa térmica se puede obtener el calor específico del material de interés.

$$C = \frac{\text{Energía (J/s)}}{\text{Rampa térmica } \left(\frac{K}{s}\right) \cdot \text{Masa (mol o kg)}} \quad \text{Ecuación 4- 2}$$

Comúnmente son utilizados métodos de estimación de propiedades para calcular el calor específico del vidrio algunos de ellos son el método de Sharp [48] y el método de Richet [49]. En este trabajo se decidió utilizar el método de Richet debido a que es más reciente y por lo tanto se espera que tenga menor porcentaje de error experimental. En el Apéndice 1 se explica detalladamente el cálculo del calor específico con este método.

En la Figura 4- 1 se muestra de forma gráfica el calor específico estimado mediante el método de Richet para el vidrio con la composición química de interés, en el rango de temperatura de 0 a 700 °C.

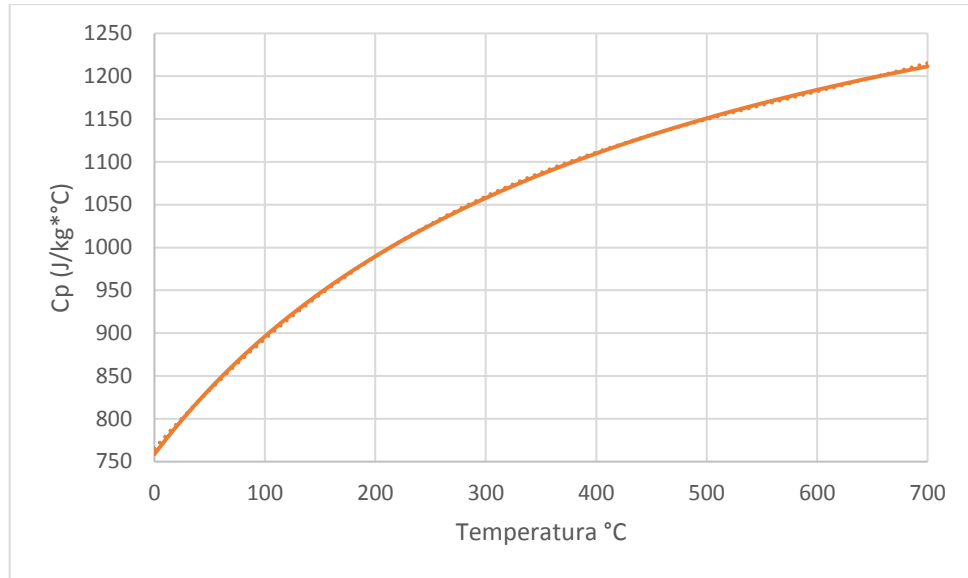


Figura 4- 1 Calor específico en función de la temperatura para el vidrio de soda cálcica.

4.2.2 Conductividad térmica, k

Es la razón de transferencia de calor a través de un espesor unitario del material por unidad de área y por unidad de diferencia de temperatura [36], W/m K.

La conductividad térmica de sólidos a bajas temperaturas puede ser medida con el método descrito por la norma ASTM C408-88, en la cual el flujo de calor es introducido en una muestra cilíndrica de 1 cm de diámetro por 1 cm de espesor, después el cilindro es calentado por el área circular superior y se mide la temperatura en la parte inferior una vez alcanzado el estado estable [45].

En bibliografía [3, 11, 41, 45] la conductividad del vidrio de soda cálcica en el rango de 0 a 500 °C es reportada con un valor alrededor 1 W/m*K.

A temperaturas bajas en materiales como el vidrio la energía térmica es transportada por ondas de luz llamadas fotones (conductividad fonónica) [45]. La conductividad fonónica a temperatura ambiente puede ser calculada con ecuaciones en función de su composición [50].

Una clase de método comúnmente utilizado para calcular la conductividad térmica a temperatura ambiente es el expuesto en [50] el cual se basa en el cálculo a partir de la

fracción peso de cada uno de los óxidos componentes del vidrio, este método asume que la propiedad del material es la suma de las propiedades individuales por su porcentaje peso en el material, según la ecuación.

$$k = A_1 \cdot C_1 + A_2 \cdot C_2 + A_3 \cdot C_3 + \dots + A_n \cdot C_n \quad \text{Ecuación 4- 3}$$

Esta clase de ecuación fue propuesta por diferentes autores entre los que se encuentra Ammar [51] y Primenko [52], las ventajas de utilizar la información de este último es la posibilidad de estimar la conductividad térmica a temperaturas por debajo de los 600 °C, ver Apéndice 2.

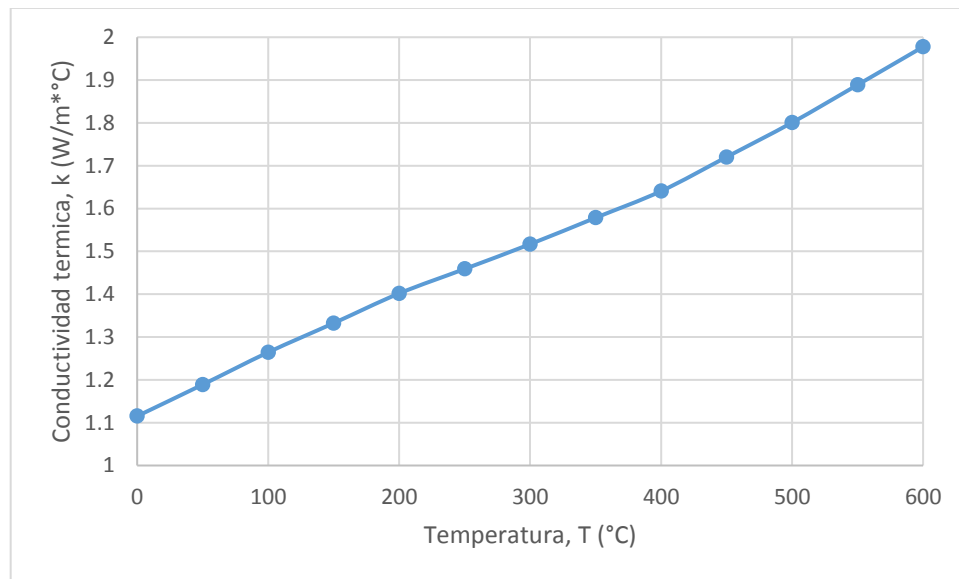


Figura 4- 2 Conductividad térmica para el vidrio de soda-cálcico estudiado.

La Figura 4- 2 muestra el comportamiento de la conductividad térmica del vidrio de soda cálcico en el rango de 0 a 600 °C, estimado con el método de Primenko.

Se puede apreciar un comportamiento casi lineal de la conductividad térmica con respecto a la temperatura en el rango estudiado, llegando a un máximo aproximado de 2 W/m °C a la temperatura de 600°C.

4.2.3 Viscosidad, η

Se define como la resistencia a fluir o pendiente de la curva de esfuerzo cortante contra velocidad de deformación cortante en estado estacionario [5]. Su unidad en el sistema internacional es el Poise, Pa·s. Desde el punto de vista de procesos es la propiedad más importante debido a que con ella se definen las condiciones de fundición, los perfiles de temperaturas para el formado, recocido y templado, además de la temperatura máxima de trabajo para evitar la desvitrificación [7].

En base a la viscosidad se pueden definir diversos puntos importantes de temperatura para el trabajo de vidrio, dichos puntos se encuentran definidos en la Tabla 4- 3.

Tabla 4- 3 Puntos térmicos de interés para procesos definidos en base a la viscosidad [6].

Referencia de temperatura	Viscosidad (Pa·s)	Descripción
Punto de fusión	1-10	En este punto el vidrio es lo suficientemente fluido como para ser considerado un líquido.
Punto de trabajo	10^3	La viscosidad permite que el vidrio sea fácilmente deformado.
Punto de ablandamiento o punto de Littleton	4×10^6	Es la temperatura máxima a la cual una pieza de vidrio puede ser manipulada sin producir alteraciones dimensionales significativas.
Punto de recocido	10^{12}	A esta temperatura la difusión atómica permite eliminar la tensión residual en aproximadamente 15 minutos.
Transición vítrea	10^{12} y $10^{12.5}$	En este rango de temperatura se da el cambio entre líquido sub-enfriado y estado vítreo
Punto de deformación	3×10^{13}	Para temperaturas por debajo de este punto la fractura ocurre antes de la deformación plástica

Las pruebas convencionales utilizadas para la obtención de la viscosidad se basan en pruebas de termo-fluencia y de visco-elasticidad. Sin embargo, estas pruebas requieren la creación de un gran número de probetas. Bernard [53] propone un método alternativo para la obtención de la viscosidad, utilizando el método de termo-fluencia por indentación. Este método consiste en aplicar una carga sobre una superficie plana del material mediante un

indentador de una geometría definida y midiendo desplazamiento de la punta conforme penetra a la superficie.

En la simulación del vidrio el término de la viscosidad aparece relacionado con el modelo reológico del cual se hablará más adelante. Para hacer esta relación se suelen utilizar ecuaciones o modelos matemáticos los cuales sean capaces de predecir la viscosidad a la temperatura deseada.

Algunos de las ecuaciones o modelos usados para estimar la viscosidad se encuentran: las ecuaciones de Arrhenius, Vogel-Fulcher-Tammann-Hesse (VFTH) [54-56], William-Landel-Ferry (WLF) [57], Adam-Gibbs [58] y Avramov [59]. De estos modelos los más usados son los primeros 3 debido a su simplicidad, buena aproximación y la facilidad con la que se pueden encontrar los coeficientes para una buena cantidad de materiales. A continuación, se da un breve resumen de cada uno de los 3 modelos analizados.

1.-Ecuación de Arrhenius

Fue la primera ecuación empleada para la estimación de la viscosidad. Se puede utilizar debido a que el flujo del vidrio se puede considerar un fenómeno activado térmicamente. La Ecuación 4- 4 representa el modelo de Arrhenius, η es la viscosidad, T es temperatura absoluta, R es la constante universal de los gases (8.314 J/mol K), E_a es la energía de activación y η_0 es un factor pre-exponencial con unidades de viscosidad.

$$\eta(T) = \eta_0 * e^{\frac{E_a}{R*T}} \quad \text{Ecuación 4- 4}$$

Los coeficientes para la ecuación de Arrhenius han sido reportados para vidrios con una composición similar al utilizado [53].

Una desventaja de esta ecuación es que no puede describir el comportamiento de la viscosidad en un amplio intervalo de temperaturas debido a que la energía de activación es función de la temperatura [53], sin embargo, Hirma [60] [61] explica que a elevadas temperaturas se puede considerar a la energía de activación independiente de la temperatura.

La ecuación de Arrhenius sigue siendo comúnmente utilizada por diversos investigadores [47, 62-65], sin embargo, la mayoría de los autores prefieren utilizar ecuaciones más recientes, como las descritas a continuación.

2.-Ecuación de Vogel-Fulcher-Tammann-Hesse (VFTH)

Es considerada una modificación a la ecuación de Arrhenius. Sirve para estimar la viscosidad de líquidos sub-enfriados, aunque también puede ser aplicada a vidrios [7]. La Ecuación 4- 5 es la ecuación del modelo VFTH.

$$\eta(T) = \eta_0 * e^{B/(T-T_0)} \quad \text{Ecuación 4- 5}$$

Donde T_0 es la temperatura de referencia, B es un coeficiente independiente de la temperatura con unidades de temperatura absoluta.

La ecuación de VFTH ha sido el modelo más exitoso para predecir el comportamiento de la viscosidad en vidrios durante casi 90 años desde su creación y ha sido utilizado a nivel industrial [63, 65], en la actualidad muchos autores [4, 29, 35, 66-70]. La ecuación es tan famosa que hasta el año 1992 el artículo de Fulcher [55] era el segundo artículo más citado de la revista Journal of the American Ceramic Society [71].

Algunas de las desventajas de esta ecuación es que la viscosidad a temperatura cercana a T_0 difiere de los datos experimentales [7]. Además, si se considera una T_0 muy baja este modelo se aproxima mucho a la ecuación de Arrhenius. Esta ecuación es tan popular que Lakatos [72] creó un método para estimar los coeficientes utilizados en esta ecuación en función de la composición del vidrio (Apéndice 3).

Los coeficientes para la ecuación de VFTH han sido publicados para un vidrio con composición similar al estudiado [53].

3.-Ecuación de William-Landel-Ferry (WLF)

La ecuación de WLF es un modelo más reciente que se ha vuelto popular entre investigadores [3, 73-75] que se dedican a la simulación debido a que paquetes de elemento finito como Abaqus ® lo utilizan por defecto [40]. El modelo esta descrito por la Ecuación 4- 6.

$$\log_{10} \left(\frac{\eta(T)}{\eta(T_0)} \right) = \frac{-C_1 * (T - T_0)}{C_2 + (T - T_0)} \quad \text{Ecuación 4- 6}$$

Donde C_1 y C_2 son coeficientes empíricos adimensionales, estos coeficientes han sido reportados en bibliografía para vidrios de ventana [3] [75].

La Figura 4- 3 muestra el comportamiento de las principales ecuaciones utilizadas para representar el comportamiento de la viscosidad y valores experimentales del vidrio.

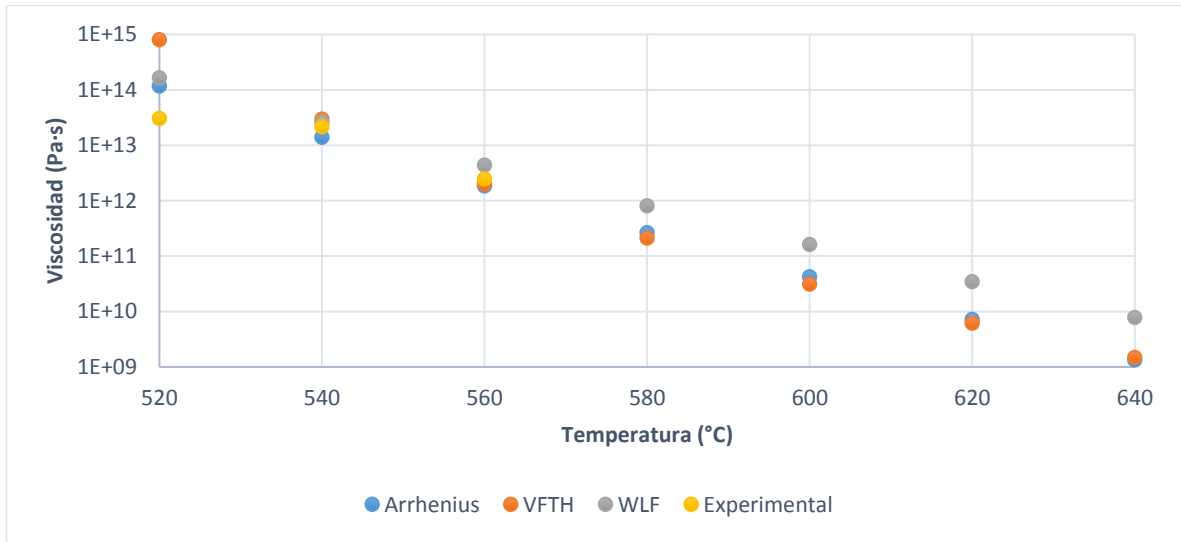


Figura 4- 3 Viscosidad en función de temperatura para un vidrio SLS

4.2.4 Coeficiente de expansión térmica, α

El coeficiente de expansión térmica α se define como la variación en las dimensiones de un material en función de la temperatura [5], con unidades de $1/^\circ\text{C}$ o $1/\text{K}$, y se puede definir según la Ecuación 4- 7.

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta T} \quad \text{Ecuación 4- 7}$$

Donde la Δl representa el cambio en la longitud de la muestra, l_0 representa la longitud original de la muestra y ΔT es el cambio de temperatura.

Este coeficiente es función de la temperatura, por lo que comúnmente se decide utilizar un coeficiente de expansión térmica promedio para el rango de temperatura de trabajo o de estudio y se puede definir con la Ecuación 4- 8.

$$\alpha_m = \frac{l_2 - l_1}{l_0 \cdot (T_2 - T_1)} \quad \text{Ecuación 4- 8}$$

La expansión térmica de vidrios puede ser medida utilizando dilatómetros de barra de empuje (ASTM E228 y ASTM C372-94). La especificación indica que debe ser calentada la muestra con una rampa de 3 °C por minuto [45].

En caso de no disponer de un equipo para realizar las mediciones de dilatometría existen ecuaciones que pueden predecir α en función de la composición del vidrio.

Lakatos [76] y Fluegel [77] desarrollaron un método para calcular el coeficiente de expansión térmica en función de la composición del vidrio [45] (Apéndice 3).

En la Figura 4- 4 se muestran datos graficados de una prueba de dilatometría obtenidos de literatura [10] para un vidrio SLS.

A partir de la pendiente de la gráfica se obtiene el valor de α_m de 8.4579×10^{-6} , a partir del método de Lakatos se obtiene un valor de 8.37717×10^{-6} y por ultimo con el método de Fluegel se obtiene 8.48895×10^{-6} . Para este trabajo se eligió utilizar el dato obtenido de la gráfica.

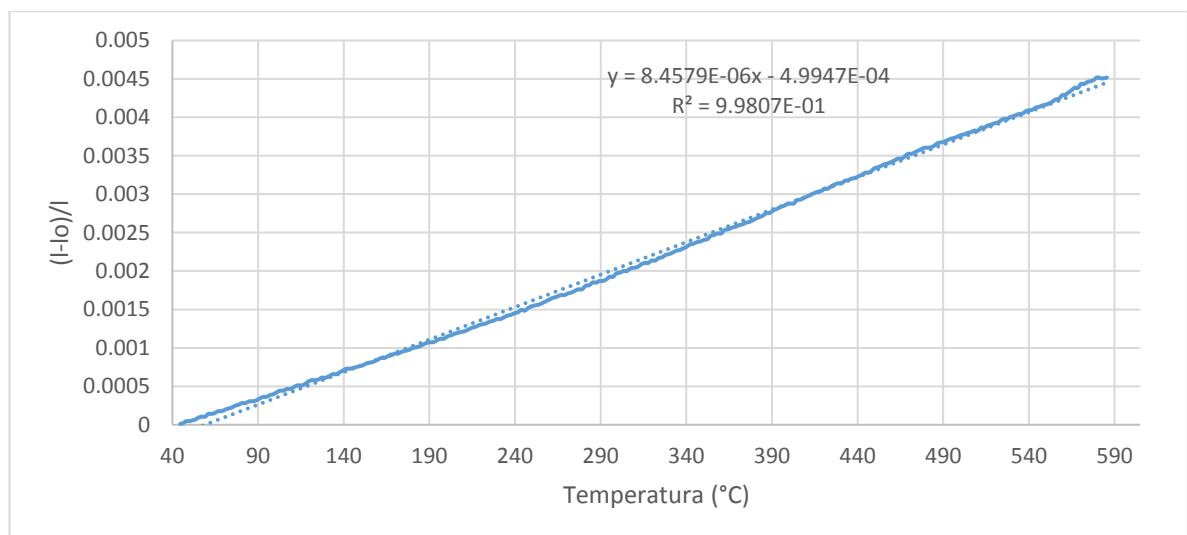


Figura 4- 4 Grafica de expansión térmica del vidrio de soda-cálcica

4.2.5 Densidad, ρ

Se define como la masa por unidad de volumen de un material según la Ecuación 4- 9 [5], con unidades de Kg/m³.

$$\rho = m/V \quad \text{Ecuación 4- 9}$$

En donde m es la masa del material y V es el volumen del mismo.

Debido a que la densidad es inversamente proporcional al volumen existe una relación entre el coeficiente de expansión térmica y a temperatura con esta propiedad, dicha relación se puede explicar considerando que un cambio de temperatura ΔT provoca un cambio en la densidad según la Ecuación 4- 10 [45].

$$\rho_2 = \rho_1 - 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad \text{Ecuación 4- 10}$$

En la industria del vidrio. se suele utilizar la técnica de hundimiento-flotado [78] (ASTM Standard C729-75), en este proceso el espécimen es colocado en un tubo el cual contiene un líquido un poco más denso, después se calienta el líquido y conociendo la densidad del líquido en función de la temperatura se puede determinar densidad de la muestra cuando comienza a hundirse.

Para vidrios con composición similar a la de este trabajo la densidad ha sido reportada con un valor de 2500 kg/m³ [11].

En caso de que no contar con datos de densidad del vidrio se pudiera utilizar el método de Fluegel descrito en el Apéndice 4, según este método la densidad del vidrio de estudio es de 2476.3 kg/m³. Este valor es muy cercano al utilizado en [3].

4.2.6 Propiedades mecánicas

Las propiedades mecánicas de mayor importancia para el proceso son el módulo de Young o módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson. Sin embargo, en las ecuaciones de mecánica de materiales aparecen 2 propiedades adicionales las cuales son el módulo de corte y el módulo de compresibilidad. A continuación, se presenta una breve descripción de estas propiedades

a) Módulo de Young, E

Se define como la pendiente de la curva esfuerzo deformación unitaria en la región elástica, esta propiedad se mide generalmente en MPa o en GPa. El módulo de Young puede ser medido utilizando técnicas de doblado de barras mediante ensayo universal de tensión.

También puede ser estimado mediante métodos numéricos como es el caso de la ecuación de Makishima y Mackenzie [79], a partir de este método numérico utilizado para la composición del vidrio problema se estima un módulo de Young de 68.52 GPa. La bibliografía por su parte indica que el módulo de Young del vidrio de soda-cálcica es de 72 GPa [11], mientras que Rouxel [80] muestra que se encuentra en un intervalo entre 72 y 65 GPa aproximadamente, la Figura 4- 5 muestra el comportamiento del módulo de Young en el intervalo de 0 a 600 °C obtenido a partir de los bibliografía [80].

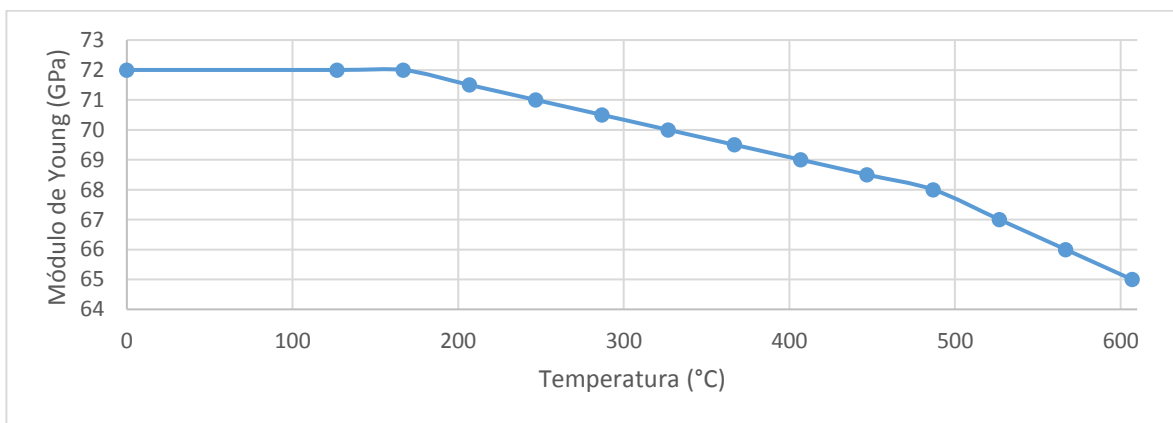


Figura 4- 5 Grafica del módulo de Young del vidrio como función de la temperatura

Coefficiente de Poisson, ν

Puede ser definido como “la relación entre la deformación elástica longitudinal producida por un esfuerzo de tensión o compresión y la deformación lateral que ocurre de manera simultánea” [5], expresado en forma de la Ecuación 4- 11. Normalmente para el vidrio se encuentra en un rango entre 0.22 y 0.24 para los vidrios de soda cálcica [80]. En este trabajo se utilizó un valor de 0.237 obtenido a partir del método descrito por Makishima y Mackenzie [81].

$$\nu = \frac{-\varepsilon_{lateral}}{\varepsilon_{longitudinal}}$$

Ecuación 4- 11

4.4 MODELO REOLÓGICO

Dentro de las propiedades del material que sufren cambios en el rango de temperatura a que se efectúa el proceso, la que experimenta un cambio más significativo es la viscosidad. Trabajar con esta propiedad implica una mayor complejidad del material debido a que aparte de ser función de la temperatura, su efecto depende de la relajación del vidrio (tiempo) [24].

A temperatura ambiente el vidrio se puede modelar como un material elástico porque la viscosidad es muy elevada, pero conforme el vidrio aumenta su temperatura la viscosidad comienza a disminuir por lo que el material se reblandece y fluye. En este momento se dice que se empieza a comportar como un material visco-elástico. Debido a lo anterior se tiene que buscar un modelo que represente el comportamiento de este material y relacione las fuerzas aplicadas con las deformaciones sufridas.

La reología es la rama de la física de materiales que se encarga de estudiar la respuesta de los fluidos a los esfuerzos aplicados. El campo de esta ciencia va desde mecánica de fluidos Newtonianos hasta la elasticidad de Hooke, pasando por materiales visco-elástico, plásticos, visco-plásticos, etc.

Los modelos reológicos son por lo tanto aquellos que describen la relación entre la aplicación de un esfuerzo con la forma en que un material fluye. Generalmente estos modelos son descritos en términos de elasticidad E y viscosidad η , representados como resortes y amortiguadores, Figura 4- 6.



Figura 4- 6 Representación de elasticidad y viscosidad en los modelos reológicos

El modelo más sencillo basado en esta representación es el de Maxwell (Maxwell simple) el cual es la unión de los dos términos colocados en serie.

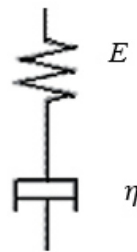


Figura 4- 7 Modelo de Maxwell simple

Para materiales más complejos se recomienda utilizar modelos con una cantidad mayor de términos como el Modelo de Maxwell Generalizado (MMG) compuesto por varios elementos de Maxwell colocados en paralelo y mostrado en la Figura 4- 8, Burger, Zener, etcétera; los cuales son seleccionados dependiendo de las necesidades del material analizado [35]. En el caso de un material como el vidrio SLS se recomienda utilizar el modelo de Maxwell Generalizado [25, 27, 28].

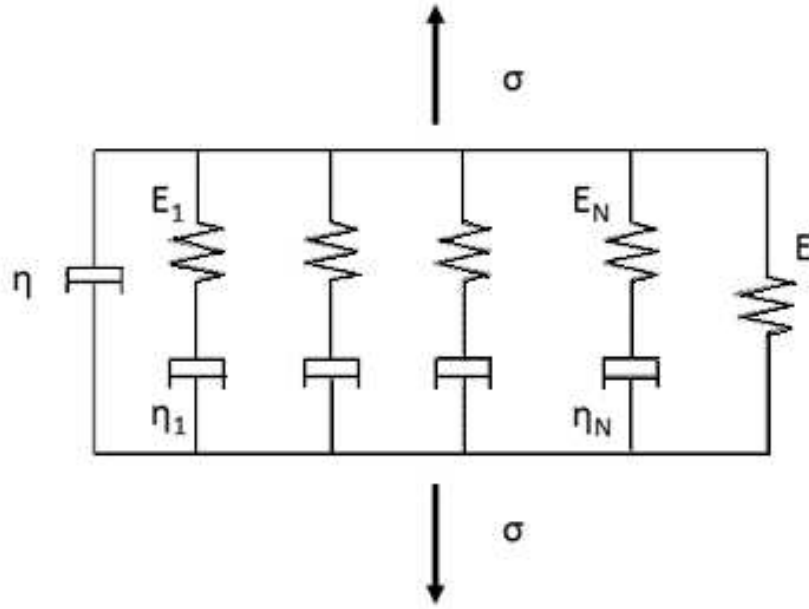


Figura 4- 8 Representación del Modelo de Maxwell Generalizado (GMM) [33]

La ecuación para calcular la visco-elasticidad isotrópica lineal [40] es la siguiente:

$$\sigma(t) = \int_0^t 2 * G * (\tau - \tau') * \dot{e} * dt' + I * \int_0^t K * (\tau - \tau') * \dot{\phi} * dt' \quad \text{Ecuación 4- 12}$$

Donde σ es el esfuerzo que depende del tiempo, e y ϕ son la desviación mecánica y deformación volumétrica respectivamente. El modulo compresión K y el de corte G en este caso son funciones del tiempo reducido τ , mientras $\dot{}$ denota diferenciación con respecto a t' .

En la mayoría de los paquetes CAE, las simulaciones de reología que implican el comportamiento descrito por el modelo de Maxwell Generalizado se resuelven con una aproximación a este modelo mediante series de exponenciales conocidas como series de Prony.

En esta serie las funciones $K(t)$ y $G(t)$ son definidas individualmente en términos de exponenciales como se muestra en las ecuaciones Ecuación 4- 13 y Ecuación 4- 14.

$$G(\tau) = G_{\infty} + \sum_{i=1}^{n_G} G_i * e^{-\tau/\tau_i^G}$$

Ecuación 4- 13

$$K(\tau) = K_{\infty} + \sum_{i=1}^{n_K} K_i * e^{-\tau/\tau_i^K}$$

Ecuación 4- 14

El subíndice ∞ representa el efecto a largo plazo de los modulos, ademas se asume que los tiempos de relajación τ_i^K y τ_i^G son iguales. Mientras que el número de términos en la serie de Prony la compresibilidad y corte n_K and n_G no tienen que ser iguales.

El tiempo reducido se relaciona con el tiempo real con la Ecuación 4- 15, de esta forma se puede ver que el tiempo reducido depende de la función A_{θ} , que a su vez es está relacionada con la temperatura T .

$$\tau = \int_0^t \frac{dt'}{A_{\theta}(T(t'))}$$

Ecuación 4- 15

Para este trabajo de tesis se utiliza la función de WLF como función de cambio con los coeficientes reportados anteriormente, mientras que los coeficientes de la serie de Prony mostrados en la Tabla 4- 4, fueron tomados de literatura [35].

Tabla 4- 4 Coeficientes de la serie de Prony.

G	τ_i	K	τ_i
M. Corte	Tiempo (s)	M. Compresibilidad	Tiempo (s)
0.05523	6.63E-05	0.02221	0.00005
0.08205	0.001197	0.02239	0.000995
0.1245	0.01514	0.0287	0.002022
0.2286	0.1672	0.2137	0.01925
0.286	0.7497	0.3941	0.1199
0.2265	3.292	0.3189	2.033

CAPÍTULO 5: MÉTODOS NUMÉRICOS

5.1 INTRODUCCIÓN

Las soluciones analíticas se utilizan comúnmente para sistemas continuos con geometrías simples. Las ecuaciones matemáticas que las representan son capaces de dar resultado para cada una de las localizaciones del sistema. Sin embargo, como se mencionó en la sección 3.1 resulta complicado resolver las expresiones por el método analítico.

La simulación computacional se desarrolla debido a la complejidad de obtener resultados mediante métodos analíticos para problemas en los que existen formas complejas, condiciones de frontera diversas, efectos no lineales, entre otras condiciones propias de sistemas reales [19].

Para facilitar el análisis de sistemas comúnmente se han desarrollado técnicas de modelado numérico las cual consiste en dividir el sistema continuo en uno equivalente compuesto de unidades pequeñas que se conectan entre sí mediante puntos en común denominados nodos, este proceso se denomina discretización.

Existen diferentes métodos numéricos los cuales emplean diferentes criterios de discretización, entre ellos se encuentran el método de elementos finitos (MEF), el método de diferencias finitas (MDF) y el método de volúmenes finitos (MVF). Estos han sido implementados en paquetes comerciales y pueden ser usados en resolución de diferente tipo de problemas. En la sección 5.2 se explican sus principales características, así como sus ventajas y desventajas.

5.2 TÉCNICAS DE DISCRETIZACIÓN

Existen 3 principales técnicas de discretización: el método de diferencias finitas, el método de volumen finito y elementos finitos. A continuación, se presenta una breve

explicación de cada uno de ellos, así como sus ventajas, desventajas y principales aplicaciones.

5.2.1 Método de diferencias finitas (MDF)

El método de diferencias finitas (MDF) crea un sistema de ecuaciones al realizar la transformación de las derivadas presentes en las ecuaciones diferenciales del sistema por diferencias finitas, por ejemplo, en transferencia de calor se convierte el cambio parcial de temperatura con respecto a la posición en la dirección X (dT/dx) a una diferencial de temperatura ($\Delta T/\Delta x$) [36].

En la mayoría de los sistemas la primera derivada no es suficiente para su modelación, por lo que el MDF suele emplear el método de expansión con series de Taylor [82] el cual se muestra en la Ecuación 5- 1, ya sea hacia delante, atrás o de diferencias centrales.

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{\Delta x}{1!} \frac{df(x)}{dx} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2f(x)}{dx^2} + \dots + \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{d^n f(x)}{dx^n} \quad \text{Ecuación 5- 1}$$

El valor de cada uno de los términos en la serie de Taylor disminuye conforme aumenta su orden, por lo tanto, se suele truncar la serie al término con el cual se considere que el error es despreciable, siendo este proporcional al incremento tomado.

La discretización para esta metodología se lleva a cabo en forma de una cuadrícula a partir de la cual se generan las ecuaciones discretizadas para cada uno de los nodos, las cuales posteriormente se ensamblarán y resolverán de forma simultánea. A continuación, se presenta un ejemplo del MDF, considerando un cuerpo bidimensional con generación de calor \dot{q} , el cual se ha dividido en una cuadrícula con incrementos Δx y Δy , como se muestra en la Figura 5- 1.

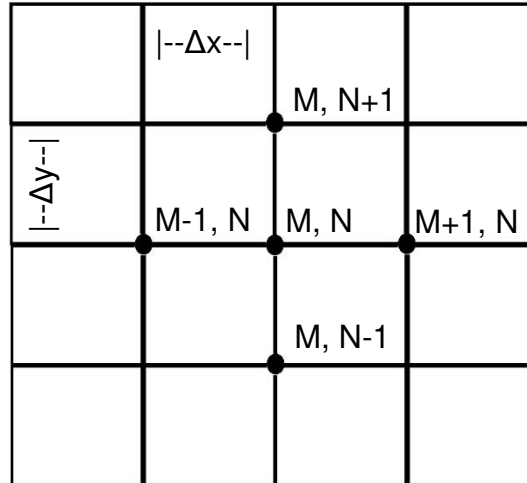


Figura 5-1 Discretización de MDF para conducción bidimensional.

El sistema continuo sin discretizar es descrito por la Ecuación 5- 2, donde α_T representa la difusividad térmica que es el cociente de la conductividad térmica k entre la densidad ρ y el calor específico C .

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha_T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{Ecuación 5- 2}$$

Al realizar la discretización se obtiene la Ecuación 5- 3, la cual puede ser simplificada si $\Delta x = \Delta y$, o si se considera que la generación de calor es nula.

$$\frac{T_{M-1,N}^t - 2T_{M,N}^t + T_{M+1,N}^t}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{M,N-1}^t - 2T_{M,N}^t + T_{M,N+1}^t}{(\Delta y)^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha_T} \frac{T_{M,N}^{t+\Delta t} - T_{M,N}^t}{\Delta t} \quad \text{Ecuación 5- 3}$$

La discretización en forma de cuadrícula obtenida en este método permite que sea un arreglo muy sencillo y eficiente. Sin embargo, no cuenta con la flexibilidad de otros métodos para geometrías más complejas [83] o para mayor densidad de nodos en regiones de interés y condiciones de frontera complejas, razones por las cuales se prefiere la utilización de otro método para la solución de las ecuaciones de este proyecto.

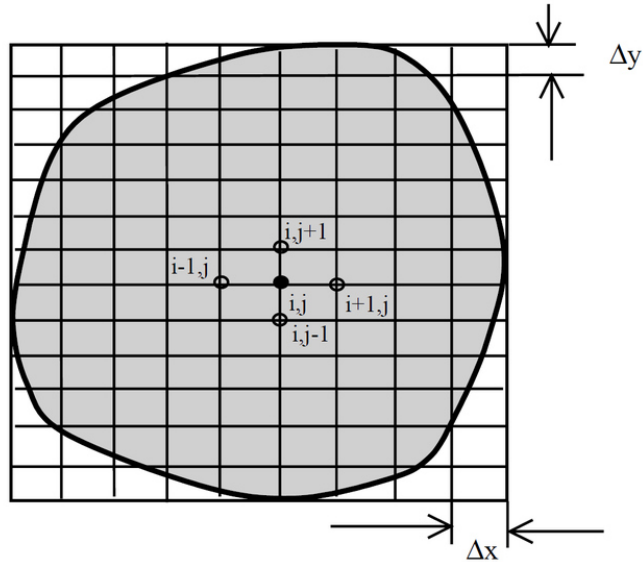


Figura 5- 2 Discretización de un sólido irregular con el MDF.

La problemática de discretizar formas complejas es causada por la dificultad de representar curvaturas perfectas con una cuadrícula de dimensiones constantes. En la Figura 5- 2 se muestra un cuerpo irregular discretizado con el método de diferencias finitas, se puede observar que el perímetro del cuerpo no es definido por la cuadrícula por lo que se tiene que decidir si se define con los nodos externos o externos al perímetro original del cuerpo.

5.2.2 Método de volumen finito (MVF)

En este método el sistema es dividido en un conjunto de celdas no superpuestas denominadas volúmenes de control (V_c), las cuales se encuentran delimitadas por superficies de control (A_c); y en cada celda se deben cumplir las ecuaciones gobernantes de los fenómenos que se estudiarán. La derivación de las ecuaciones puede realizarse de 2 formas; la primera y más común es conocida como aproximación de Euler. En ella se realiza un balance con las ecuaciones gobernantes en el volumen de control el cual se encuentra fijo en el espacio; la aproximación Lagrangiana por su parte calcula el cambio de las magnitudes en un volumen de control específico que se desplaza en el espacio [83].

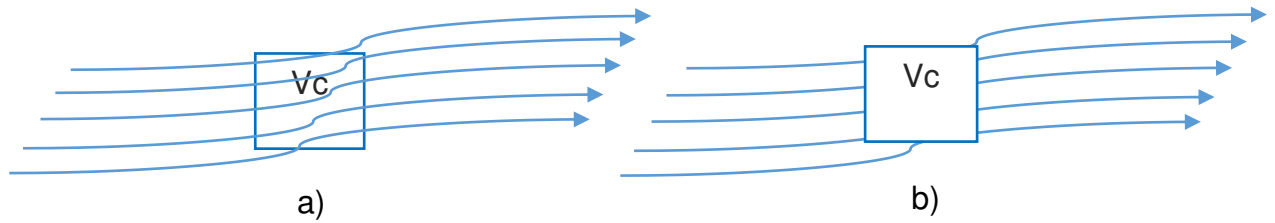


Figura 5- 3 a) Volumen de control finito fijo, b) volumen de control finito móvil

Este método puede ser utilizado para problemas de sólidos, transferencia de calor y dinámica de fluidos. Se tienen que definir las ecuaciones gobernantes del fenómeno, como las ecuaciones de conservación del momento, balance de masa y energía, además de conservación de alguna propiedad escalar como es el caso de la composición química. A continuación, se muestran de forma breve las principales ecuaciones en su forma Euleriana así como una pequeña descripción.

La ley de conservación de la masa en su forma Euleriana para un volumen de control fijo en el espacio está dada por Ecuación 5- 4, la cual muestra que el cambio de masa en el volumen de control se debe a la masa que atraviesa la superficie de control a una velocidad v .

$$\frac{d}{dt} \iiint \rho dV_c = - \iint v \rho \cdot \vec{n} dA_c \quad \text{Ecuación 5- 4}$$

La ecuación de momento hace referencia al cumplimiento de la segunda ley de Newton, la cual tiene la forma de la Ecuación 5- 5 al considerar el balance para un volumen de control fijo en el espacio. Esta ecuación representa el movimiento total de la materia en el volumen y sus fronteras, el término del lado izquierdo es la razón de cambio de momento en el volumen de control, mientras que del lado derecho de la ecuación, la primera integral representa las fuerzas volumétricas [84], las segunda incluye a las fuerzas superficiales que son causados por los esfuerzos normal y cortante sobre superficie de control y la última integral representa la razón neta de momento que atraviesa las superficies.

$$\frac{d}{dt} \iiint \rho v dV_c = \iiint \rho b dV_c + \iint \sigma \cdot \vec{n} dA_c - \iint (v \cdot \vec{n}) \rho v dA_c \quad \text{Ecuación 5- 5}$$

En la Ecuación 5- 5, el termino b representa las fuerzas volumétricas como una función de tiempo y posición, σ es el esfuerzo.

La ley de la conservación de la energía la cual se puede expresar en la forma de la Ecuación 3- 3 es la última de las ecuaciones gobernantes básicas para el MVF, esta se puede escribir en la forma de la Ecuación 5- 6. En ella se representa el cambio de energía total en el volumen de control del lado izquierdo, el lado derecho expresa que este cambio se debe a la energía del sistema e o la masa en el volumen, al flujo de energía y/o masa que atraviesa la superficie de control.

$$\frac{d}{dt} \iiint \rho e dV_c = \iiint \rho e dV_c + \iint (v \cdot \vec{n}) \rho e dA_c \quad \text{Ecuación 5- 6}$$

Una vez vistas las ecuaciones gobernantes se puede decir que es un método más complejo que el de diferencias finitas, debido a la complejidad de las ecuaciones y factores que considera, su mallado es más flexible que la discretización con el MDF.

Este método es utilizado principalmente para resolver problemas de CFD (Computational Fluid Dynamics) principalmente, esto debido a que se especializa en sistemas en movimiento en los cuales se tienen que resolver ecuaciones de conservación. Además, suele ser usado en problemas de ingeniería química debido a que puede ser utilizado junto con la ecuación gobernante del proceso para estimar reacciones químicas.

5.2.3 Método de elementos finitos (MEF)

En el método de discretización mediante elementos finitos los cuerpos son discretizado mediante una malla definida a partir de puntos en el espacio llamados nodos los cuales son colocados en lugares estratégicos. Las incógnitas en las ecuaciones gobernantes se estiman mediante funciones de interpolación a partir de los valores nodales para cada uno de los elementos. A continuación, se describen de una forma breve los pasos generales del

método [19], más adelante en la sección de formulación matemática se expresan de una forma detallada las ecuaciones para los diferentes análisis que se realizaron.

1. Discretización y selección del tipo de elemento

Durante este paso se divide el sistema continuo en un equivalente discreto de elementos finitos y se debe seleccionar el tipo de elemento que pueda representar adecuadamente el sistema real, estos pueden ser bidimensionales o tridimensionales, y pueden tener de 2 nodos en adelante. En la Figura 5- 4 se muestran algunos tipos de elementos simples utilizados en la mayoría de los paquetes CAE. Los elementos unidimensionales de 2 nodos mostrados en a) se suelen utilizar para el análisis de viga o barra, los elementos 2D de 3 y 4 nodos b) pueden utilizarse para simular esfuerzos y deformaciones planares, los elementos 3D c) se utilizan para simular esfuerzos tridimensionales y problemas generales de mayor complejidad.

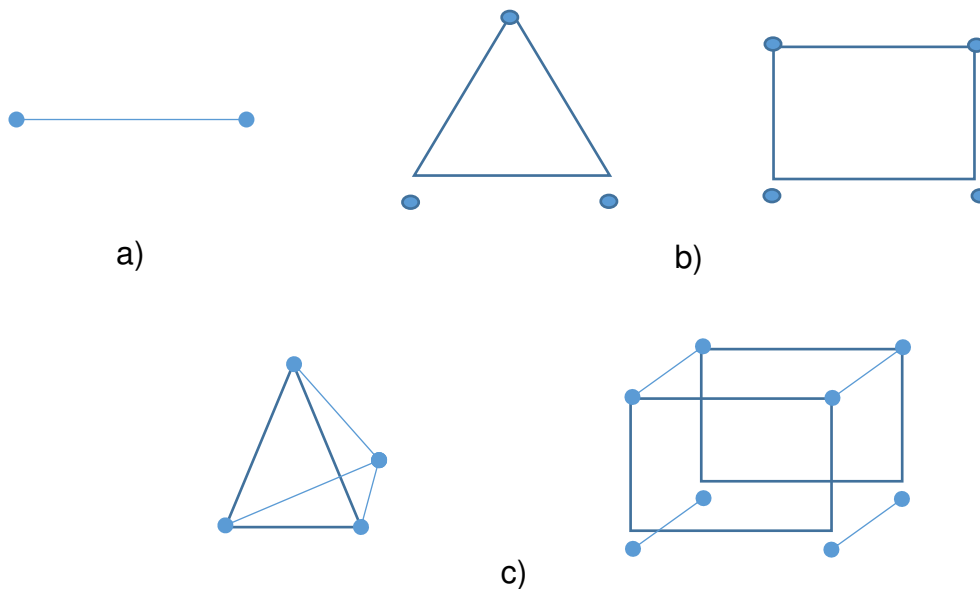


Figura 5- 4 Tipos de elementos comúnmente usados en el MEF, a) elemento de 2 nodos, b) elementos en 2D, c) elementos en 3D.

El tamaño de los elementos se decide en base a la necesidad del análisis, con elementos muy pequeños en teoría se representa mejor el modelo. Sin embargo, esto requiere mayor tiempo de cómputo, por otro lado, también se recomiendan elementos pequeños y de mayor orden en lugares donde se espera que existan cambios importantes o elementos grandes donde no existan variaciones o sean pequeñas en magnitud.

2. Definir la función de aproximación y la función de interpolación

La función de aproximación es la encargada de representar la forma en que cambia el elemento cuando es aplicada una fuerza sobre este. Dicha función puede tomar una forma de ecuación lineal, cuadrática, polinómica de mayor orden o series trigonométricas, las cuales están expresadas en términos de las incógnitas nodales. En el caso de sistemas con deformación, la función de aproximación se conoce como función de desplazamiento y las incógnitas son las posiciones x , y y z de los nodos.

En el caso de problemas de transferencia de calor, la función de aproximación es conocida como la función de temperatura en la cual las incógnitas son las temperaturas de los nodos.

Las funciones de interpolación o de forma se utilizan para expresar la forma de la función de aproximación sobre el dominio, también sirven para determinar el valor de la función de aproximación entre nodos.

3. Definir las ecuaciones constitutivas

Las ecuaciones constitutivas del sistema son expresadas en función de desplazamientos nodales usando las ecuaciones de equilibrio y las leyes gobernantes, dependiendo del tipo de análisis que se realiza, estas relaciones son necesarias para derivar las ecuaciones de cada elemento.

4. Derivar la matriz de rigidez y las ecuaciones del elemento

Este paso tiene como finalidad expresar las ecuaciones que describen el comportamiento de un elemento en forma ordenada, por lo que se suelen escribir en forma de una matriz denominada de “rigidez”. La matriz de rigidez forma parte de una ecuación compuesta por el vector de fuerzas que actúan sobre el elemento $\{f\}$, la matriz de rigidez $[K]$ contiene la información del elemento como es la geometría (longitud, área, forma) y propiedades físicas (módulo de Young, coeficiente de Poisson, etc.). La Ecuación 5- 7 es un ejemplo del sistema de ecuaciones en forma matricial que resulta de este paso, siendo la Ecuación 5- 8 su forma compacta.

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_1 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \cdots & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \cdots & k_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} \quad \text{Ecuación 5- 7}$$

$$\{f\} = [k]\{d\} \quad \text{Ecuación 5- 8}$$

Este paso se puede resolver de diferentes formas las cuales son el Método Directo el cual tiene la ventaja de ser sencillo pero se suele limitar a problemas simples como vigas y barras [19], el Método de Energía o Trabajo Virtual basado en métodos variacionales (Apéndice 8) y el Método de Residuos Ponderados (Apéndice 7), siendo estos últimos los mayormente utilizados por los paquetes comerciales.

5. Ensamblar las ecuaciones de todos los elementos en la matriz de rigidez global e introducir condiciones frontera

Las ecuaciones generadas en el paso 4 para cada uno de los nodos del sistema son ensambladas en ecuaciones de equilibrio globales, obteniéndose una ecuación similar a la del paso anterior pero donde $\{F\}$ es el vector global de fuerzas y $[K]$ es la matriz de rigidez global que.

$$\{F\} = [K]\{d\}$$

Ecuación 5- 9

La $[K]$ en la Ecuación 5- 9 tiene la característica que es una matriz singular, por lo que no puede ser resuelta con esta forma. Para resolverla se requiere la introducción de condiciones de frontera o restricciones que eliminan el problema de singularidad.

Las condiciones de frontera pueden ser de 2 tipos según su forma matemática:

- a) Condiciones de Dirichlet, primarias o esenciales: son aquellas que se definen en forma específica, por ejemplo, valor de desplazamiento o temperatura.
- b) Condiciones de Newmann o naturales: son aquellas que se especifican como la primera derivada, por ejemplo, el flujo de calor, velocidad, etc.

6. Resolver el sistema de ecuaciones

Con el vector de fuerzas y la matriz de rigidez global modificada por las condiciones de frontera y/o restricciones se puede resolver para el vector de desplazamientos $\{d\}$ también llamados grados de libertad mediante métodos iterativos como lo son Gauss-Jacobi, Gauss-Seidel y Newton, siendo el último utilizado por el paquete Abaqus [40].

7. Resolver para las incógnitas secundarias

Se obtienen las incógnitas secundarias como pueden ser esfuerzos y deformaciones (strain) en análisis estructurales, gradientes térmicos y flujos de calor en problemas de transferencia de calor, estas se suelen resolver con las ecuaciones constitutivas.

8. Interpretación de resultados

Por último, el analista interpreta los datos obtenidos en los análisis. Generalmente se buscan las zonas o lugares donde se presentan los valores más altos, además es conveniente realizar gráficas y/o mostrar imágenes desde diferentes posiciones para el momento de presentar resultados.

El método de los elementos finitos es muy utilizado en el análisis estructural de esfuerzos y deformaciones, análisis modales (vibraciones-frecuencias), transferencia de calor, problemas de electromagnetismo y biomecánicos, así como en algunos casos de sistemas con flujo de fluidos.

Las principales ventajas del MEF son que a diferencia del MDF se puede trabajar con cuerpos irregulares, diferentes condiciones de cargas, materiales complejos, se puede variar el tamaño de los elementos en zonas específicas. Además, permite realizar diferentes tipos de análisis de un modelo y realizar modificaciones al modelo con relativa facilidad.

5.3 HISTORIA

El método de los elementos finitos inicia su historia con el trabajo de Hrennikoff [85] en el cual presentó una solución para problemas de elasticidad. Courant [86] propuso resolver el esfuerzo con métodos variacionales e introdujo la utilización de las funciones de interpolación en un sistema discretizado mediante elementos triangulares, las funciones de interpolación anteriormente habían sido utilizadas por Rayleigh (1870), Ritz (1909) y Galerkin (1915) para aproximar soluciones de ecuaciones diferenciales para un dominio Ω entero sin discretizar.

Argyris y Kelsey [87] desarrollaron el método de análisis matriciales estructurales usando el principio de energía. Años más tarde Turner y colaboradores [88] esbozaron lo que más tarde se conocería como el método directo y además realizaron el primer análisis en 2D.

El término elemento finito fue introducido por Clough [89] en uno de sus trabajos en donde combinó elementos triangulares y rectangulares para analizar un problema de esfuerzo en el plano. Martin [90], Gallagher [91] y Melosh [92] realizaron la extensión a 3D mediante la formulación de la matriz de rigidez.

Turner [93] utilizó por primera vez el MEF para cambios grandes y para análisis térmicos, antes de eso solo era utilizado para deformaciones y desplazamientos pequeños. Gallagher [91] introdujo las no linealidades de los materiales a los análisis. Unos años después

Zienkiewicz [94] extendió el método a materiales visco-elásticos. Archer [95] consideró por primera vez los análisis dinámicos utilizándolos para resolver vigas y barras.

Debido a la necesidad de computadoras potentes para resolver las matrices durante los primeros años del método muy pocos investigadores contaban con los recursos para emplearlo y seguir desarrollándolo, siendo únicamente los centros de investigación de universidades los que tenían la capacidad de resolver problemas. Fue en la década de los 60's cuando se comenzó el desarrollo del primer paquete de elemento finito NASTRAN el cual fue creado por la NASA [96], a partir de este punto se volvió popular el MEF y nuevos paquetes fueron desarrollados con fines comerciales tales como Algor (Autodesk simulation), Abaqus, ANSYS, COSMOS/M, COMSOL Multiphysics, LS-DYNA, MSC Marc, etcétera.

5.4 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

La formulación matemática del método de elementos finitos se dividirá en 3 secciones las ecuaciones de la parte estática-estructural y las ecuaciones de transferencia y las ecuaciones del proceso dinámico, en cada una de estas se expondrán las ecuaciones a las que se hace alusión en la sección 5.2.3.

5.4.1 *Análisis estático-estructural*

Primeramente, se define la función de interpolación o función de desplazamiento. En el caso de un análisis estático-estructural (EE) se define como la Ecuación 5- 10.

$$u = \{N\}\{u\}$$

Ecuación 5- 10

Donde $\{N\}$ son las funciones de interpolación y $\{u\}$ es el vector de desplazamientos. Las funciones de interpolación dependen de la geometría y orden de elemento utilizado. Los principales elementos utilizados en este trabajo se presentan en el Apéndice 6.

Las ecuaciones constitutivas relacionan deformación con los desplazamientos, esta relación se puede simplificar en las Ecuación 5- 11.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \text{Ecuación 5- 11}$$

Cuando la deformación es por cortante es representada por γ y se obtiene a partir de las Ecuación 5- 12.

$$\gamma_{xy_x} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx_z} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \text{Ecuación 5- 12}$$

Para las deformaciones en 3D estas ecuaciones se organizan mediante la Ecuación 5- 13. Para el caso del modelo en 2D se eliminan los términos que incluyen desplazamiento en z.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad \text{Ecuación 5- 13}$$

La ley constitutiva que relaciona el esfuerzo con la deformación en el caso de los modelos mecánicos es la ley de Hooke para esfuerzo normal expresada en la Ecuación 5- 14, la cual nos indica que el esfuerzo es proporcional al módulo de Young.

$$\sigma = E\varepsilon \quad \text{Ecuación 5- 14}$$

Al momento de querer expresar la deformación en términos del esfuerzo de cada componente se sabe que un esfuerzo en la dirección de análisis produce una deformación positiva en dicha dirección, pero además se tiene que considerar el efecto del coeficiente de Poisson, que indica que un esfuerzo en una dirección diferente a la de interés produce

una deformación negativa en la dirección analizada; esto se puede apreciar en la Ecuación 5- 15.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

Ecuación 5- 15

La Ecuación 5- 15 a continuación se despeja para el esfuerzo en la dirección de interés, obteniendo la Ecuación 5- 16.

$$\sigma_x = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} [\varepsilon_x(1 - \nu) + \nu\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z]$$

Ecuación 5- 16

Para esfuerzo y deformación cortantes también es aplicable la ley de Hooke como se muestra en Ecuación 5- 17, para la cual τ es el esfuerzo cortante y G .

$$\tau = G\gamma$$

Ecuación 5- 17

Utilizando las relaciones anteriores para un caso en 3D se tiene la Ecuación 5- 18; la matriz cuadrada del lado derecho es llamada la matriz constitutiva $[D]$.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1 - 2\nu}{2} & 0 & 0 \\ & \text{Simetría} & & & \frac{1 - 2\nu}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 5- 18

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

Utilizando el principio del trabajo virtual (Apéndice 9) se procede a generar la matriz de rigidez $[K]$ como se muestra en la Ecuación 5- 19 a partir de la matriz constitutiva $[D]$ y la matriz de las derivadas de las funciones de interpolación $[B]$ cuya expresión está dada por Ecuación 5- 20.

$$[K] = \int \int \int [B]^T [D] [B] du dv dw \quad \text{Ecuación 5- 19}$$

$$[B] = \frac{\partial}{\partial x} [N] \quad \text{Ecuación 5- 20}$$

Para la matriz de fuerzas se asignan la gravedad que es una fuerza volumétrica.

Las condiciones de frontera para el análisis estático-estructural se definen en base a los desplazamientos y rotaciones de los nodos en específico.

$$u = 0, v = 0, w = 0, \varphi_x = 0, \varphi_y = 0, \varphi_z = 0 \quad \text{Ecuación 5- 21}$$

Con el vector de fuerzas, la matriz de rigidez y el vector de desplazamientos definido con condiciones de frontera, el sistema se encuentra listo para ser resuelto.

5.4.2 Análisis térmico

Primeramente, se escoge la función de la temperatura (Ecuación 5- 22) y las funciones de interpolación que los definen en el espacio entre nodos.

$$T = [N]\{T\} \quad \text{Ecuación 5- 22}$$

La ecuación constitutiva para el sistema es aquella que debe relacionar el flujo de calor con el gradiente de temperatura, en este caso, como es un cuerpo sólido se tiene que el fenómeno que gobierna es la conducción de calor descrito por la ley de Fourier (Ecuación 3- 8).

La ley constitutiva que relaciona el calor específico C con la energía interna del cuerpo se define por la Ecuación 5- 23.

$$C = \frac{\partial U}{\partial T} \quad \text{Ecuación 5- 23}$$

La ecuación de balance de energía para cualquier sistema en cerrado en Abaqus se puede generalizar como la Ecuación 5- 24.

$$\int_V \rho \dot{U} dV = \int_A Q dS + \int_V r dV \quad \text{Ecuación 5- 24}$$

Donde V es el volumen del cuerpo, S es el área superficial, ρ es la densidad, \dot{U} es la energía interna del material, q representa el flujo de calor por unidad de área del cuerpo y r es el calor alimentado hacia el interior del cuerpo.

Al combinar las ecuaciones del balance de energía (Ecuación 5- 24) con la ley de Fourier (Ecuación 3- 8) y manipulando mediante un método de residuos ponderados, en este caso con el método de Galerkin se obtiene una expresión para la transferencia de calor (Ecuación 5- 25).

$$\int_V \rho \dot{U} \delta T dV + \int_V \frac{\partial \delta T}{\partial x} \cdot k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dV = \int_A \delta T q dS + \int_V \delta T r_V dV \quad \text{Ecuación 5- 25}$$

Debido a que todo el flujo de calor está en función de coeficientes ya sean k , h y/o σ los cuales tienen el término del tiempo dentro de sus unidades se requiere realizar una integración con respecto a este. En el caso de estudio se utilizó un algoritmo de diferenciación hacia atrás (Ecuación 5- 26), para medir el cambio en la energía interna debido a la transferencia de energía.

$$\dot{U}^{t+\Delta t} = \frac{U^{t+\Delta t} - U^t}{\Delta t} \quad \text{Ecuación 5- 26}$$

Con la unión de la ecuación de la energía en función del tiempo (Ecuación 5- 26) y la ecuación del balance modificado a partir del método de Galerkin en forma integral (Ecuación 5- 25) se puede obtener la matriz de rigidez.

$$\frac{1}{\Delta t} \int_V N_N \rho (U_{t+\Delta t} - U_t) dV + \int_V \frac{\partial N_N}{\partial x} \cdot k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dV - \int_A N_N q dS - \int_V N_N r_V dV = 0$$

Ecuación 5- 27

Posteriormente se tiene que agregar las condiciones de frontera descritas en la sección de transferencia de calor, ya sea de energía interna (Ecuación 5- 28), de conductividad (Ecuación 5- 29), de coeficiente de película y/o de radiación (Ecuación 5- 30) las cuales se pueden agrupar en la matriz.

$$\frac{1}{\Delta t} \int_V N_N \rho \frac{\partial U}{\partial T} |_{t+\Delta t} \cdot N_M dV$$

Ecuación 5- 28

$$\int_V \frac{\partial N_N}{\partial x} \cdot k |_{t+\Delta t} \cdot \frac{\partial N_M}{\partial x} dV + \int_V \frac{\partial N_N}{\partial x} \cdot \frac{\partial k}{\partial T} |_{t+\Delta t} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} |_{t+\Delta t} \cdot N_M dV$$

Ecuación 5- 29

$$\int_A N_N \frac{\partial Q}{\partial T} |_{t+\Delta t} \cdot N_M dS$$

Ecuación 5- 30

Al momento de considerar la contribución debido a la conductividad suele ser omitido el segundo término debido a que el cambio en la conductividad respecto a la temperatura $\left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)$ es muy pequeño para el rango de temperatura de trabajo.

La derivada del calor con respecto a la temperatura en la Ecuación 5- 30 dependerá del tipo de fenómeno ya sea convección o radiación.

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = \frac{\partial h}{\partial T} (T_s - T_\infty) + h \quad \text{Ecuación 5- 31}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = 4AT^3 \quad \text{Ecuación 5- 32}$$

Debido a que el principal contribuyente a la transferencia de calor en el sistema es el fenómeno de radiación se procederá a desarrollar las ecuaciones del sistema discretizado.

Debido a problemas de singularidad que pueden provocar el uso de las ecuaciones de los factores de visión en su forma normal (Ecuación 3- 19), Abaqus/Standard opta por utilizar una variante (Ecuación 5- 33).

$$A_i F_{A_i \rightarrow A_j} = \frac{4\sqrt{A_i A_j}}{\pi^2} \operatorname{atan} \left[\frac{\sqrt{\pi A_i} \cos \Phi_i}{2r} \right] \operatorname{atan} \left[\frac{\sqrt{\pi A_j} \cos \Phi_j}{2r} \right] \quad \text{Ecuación 5- 33}$$

Estos factores de visión son alimentados a la ecuación del flujo de calor debido a la radiación por unidad de área superficial.

$$\sum_j (\delta_{ij} + (\epsilon_j - 1)F_{ij}) \frac{\dot{Q}_{jR}}{\epsilon_j} = \sigma_{SB} \sum_j F_{ij} \cdot ((T_i - T_z)^4 - (T_j - T_z)^4) \quad \text{Ecuación 5- 34}$$

El flujo de calor en la cara j es representado por \dot{Q}_j , ϵ representa la emisividad, F_{ij} es la matriz del factor geométrico de visión; los subíndices i, j representan las caras entre las

que actúa la radiación, T_z representa la temperatura del cero absoluto en la escala que se utiliza y δ_{ij} es la delta de Kronecker ($\delta_{ij}=1$ si $i = j$ o $\delta_{ij}=0$ si $i \neq j$).

La resolución de la Ecuación 5- 34 se puede realizar de 2 formas: el método serial que sirve para cavidades pequeñas y el método en paralelo que sirve para cavidades grandes. A continuación, se describen brevemente ambos métodos y se explican sus ventajas.

El método serial requiere el cálculo del flujo de radiación debido a la temperatura en los nodos n_N y las caras n_i ; la cual se obtiene a partir de las temperaturas de los nodos y caras (Ecuación 5- 35).

$$\begin{aligned} n_N &= (T_N - T_z)^4 \\ n_i &= (T_i - T_z)^4 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 5- 35}$$

A partir de este flujo de radiación “nodal”, se calcula el flujo emitido por la cara n_i .

$$n_i = \sum_N n_N \frac{1}{A_i} \int_{A_i} N_{iN} dA_i \quad \text{Ecuación 5- 36}$$

Al sustituir la ecuaciones Ecuación 5- 35 y Ecuación 5- 36 en la Ecuación 5- 34 se obtiene la ecuación para el flujo de calor por radiación para el sistema (Ecuación 5- 37) la cual puede ser resuelto al obtener la inversa de C_{ij} .

$$\dot{Q}_{iR} = \sigma_{SB} \epsilon_i \sum_j \epsilon_j \sum_k F_{ik} C_{kj}^{-1} (n_j - n_i) \quad \text{Ecuación 5- 37}$$

Donde C_{ij} esta dado por la Ecuación 5- 38.

$$C_{ij} = \delta_{ij} + (\epsilon_j - 1)F_{ij} \quad \text{Ecuación 5- 38}$$

Al obtener la derivada con respecto a la temperatura de la Ecuación 5- 37 se obtiene la contribución debido a la radiación de cavidades expresada en la Ecuación 5- 32.

El problema de este método surge a partir del cálculo de la inversa de C_{ij} , debido a que para cavidades grandes es ineficiente y resulta costoso en recursos computacionales [97].

El método de solución por descomposición en paralelo o iterativo utiliza métodos numéricos de prueba y error para calcular directamente el flujo de calor desde la Ecuación 5- 34. Las ventajas de este método es que permite calcular la radiación en sistemas más grandes, además, debido a que es un método aproximado las iteraciones suelen ser más rápidas. Las desventajas son que puede tener problemas al momento de convergencia por lo que necesita mayor número de iteraciones al momento de resolver el sistema.

Una vez que se ha definido la contribución debida a la radiación se obtiene la ecuación global de transferencia de calor del sistema discretizado, Ecuación 5- 39.

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \int_V N_N \rho \frac{dU}{dT} |_{t+\Delta t} \cdot N_M dV + \int_V \frac{\partial N_N}{\partial x} \cdot k |_{t+\Delta t} \cdot \frac{\partial N_M}{\partial x} dV \\
 & + \int_S N_N \left(\frac{\partial h}{\partial T} (T_s - T_\infty) + h + 4AT^3 \right) \cdot N_M dS \\
 & = \int_S N_N q dS + \int_V N_N r_V dV - \frac{1}{\Delta t} \int_V N_N \rho (U_{t+\Delta t} - U_t) dV \\
 & - \int_V \frac{\partial N_N}{\partial x} \cdot k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dV
 \end{aligned} \tag{Ecuación 5- 39}$$

La Ecuación 5- 39 puede simplificarse de la siguiente forma:

$$[C] \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} + [K][T] = [f] \tag{Ecuación 5- 40}$$

Donde las matrices $[C]$, $[K]$ y $[f]$ se obtienen a partir de las ecuaciones Ecuación 5- 41, Ecuación 5- 42 y Ecuación 5- 43.

$$[C] \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} = \frac{1}{\Delta t} \int_V N_N \rho (U_{t+\Delta t} - U_t) dV \tag{Ecuación 5- 41}$$

$$[K] = \int_V \frac{\partial N_N}{\partial x} \cdot k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dV - \int_S N_N q dS - \int_V N_N r_V dV$$

Ecuación 5- 42

$$[f] = \frac{1}{\Delta t} \int_V N_N \rho \frac{dU}{dT} |_{t+\Delta t} \cdot N_M dV + \int_V \frac{\partial N_N}{\partial x} \cdot k |_{t+\Delta t} \cdot \frac{\partial N_M}{\partial x} dV$$

$$+ \int_S N_N \left(\frac{\partial h}{\partial T} (T_s - T_\infty) + h + 4AT^3 \right) \cdot N_M dS$$

Ecuación 5- 43

5.4.1. Análisis dinámico

El análisis dinámico puede resolverse mediante 2 métodos:

- a) Implícito: el cálculo en cada paso se calcula con $t+\Delta t$ en cada paso se da una iteración con el método numérico. Durante cada iteración se tiene que reconstruir la matriz de rigidez por lo que cada paso es más lento, pero requiere menos pasos y estos son de mayor tamaño.
- b) Explícito: el cálculo de cada paso se da con los valores en el tiempo t y los cambios en la matriz de rigidez se dan al finalizar cada paso conforme se dan las modificaciones de geometría y del material, en este análisis no se tiene control del incremento de tiempo, requiere más incrementos de menor tamaño para obtener una buena aproximación.

Para la resolución del problema dinámico se toma como base el primer término de la ecuación del principio del trabajo virtual (Ecuación A- 39) el cual corresponde al a las fuerzas dependientes del tiempo.

Mediante tratamiento matemático similar al mencionado para el análisis estático estructural el término dinámico obtendrá una forma matricial la cual será equivalente a la matriz de rigidez global.

Siendo la Ecuación 5- 44 utilizada para la deformación del material en el análisis dinámico y la Ecuación 5- 45 utilizada para los desplazamientos.

$$\dot{\varphi}_x|_{t+\Delta t} = \dot{\varphi}_x|_t + \Delta t[\gamma\ddot{\varphi}_x|_{t+\Delta t} + (1 - \gamma)\ddot{\varphi}_x|_t]$$

Ecuación 5- 44

$$\Delta\ddot{u}|_\tau = (1 - \tau)\ddot{u}|_t + \tau\ddot{u}|_{t+\Delta t}$$

Ecuación 5- 45

CAPÍTULO 6: EXPERIMENTACIÓN

6.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se describe la experimentación propuesta para poder simular el proceso de curvado por gravedad.

A continuación, se describe la propuesta para simular el proceso de curvado que se desarrolló durante este trabajo, la cual consiste en dividir la simulación en 3 pasos diferentes:

1. Análisis estático-estructural.
2. Análisis de transferencia de calor o térmico.
3. Análisis dinámico

Esta separación de pasos se realizó para evitar problemas como tiempos excesivos de cómputo o sobrepasar las capacidades del paquete utilizado.

Los pasos son dependientes de los anteriores, en este caso el paso 2 es dependiente del paso 1 y el paso 3 depende de 1 y 2.

La dependencia de los pasos implica que la malla debe ser compatible debido a que la información de cada análisis está definida en los nodos, si se usara una malla diferente en alguno de los análisis no se podría leer la información obtenida en el análisis previo y tampoco se podría enviar la información al análisis posterior. Esto significa que la malla utilizada en el paso 1 debe ser utilizada en 2 y en 3.

6.2 EXPERIMENTACIÓN EN HORNO

Las mediciones realizadas para este trabajo de tesis fueron principalmente de 2 tipos, las de temperatura del vidrio y molde durante su proceso en el horno y las de curvatura final del vidrio que se tenían para el vidrio.

A continuación, se expondrá como se llevaron a cabo estas mediciones, presentando los equipos utilizados y las condiciones bajo las cuales fueron tomados los datos.

6.2.1 *Medición de temperaturas*

Para poder medir puntualmente la temperatura del vidrio se requirió utilizar termopares. Se requirió un equipo que se encargara de registrar las temperaturas leídas durante el proceso y que pudiera acompañar al vidrio durante su desplazamiento. Las condiciones en el horno exigen que el equipo debe ser protegido para poder resistir las temperaturas.

Las mediciones de temperaturas realizadas durante el proceso fueron obtenidas utilizando 6 termopares tipo K resistentes a alta temperatura, Figura 6- 1:

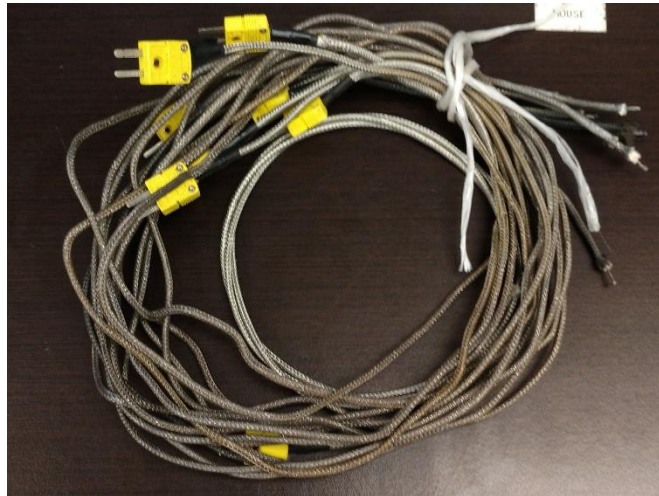


Figura 6- 1 Termopares tipo K.

Para poder registrar los datos se utilizó un equipo registrador de temperatura el cual permite la toma de datos de temperatura con un máximo de 6 termopares.

Para mantener el registrador a una temperatura adecuada de operación se emplearon 2 equipos diferentes unas tabletas refrigerantes y una caja de aislante, Figura 6- 2:



Figura 6- 2 Equipo de aislamiento y refrigeración para el registrador.

Para fijar los termopares en las superficies en que se deseaba medir la temperatura se utilizó cinta de fibra de vidrio resistente a altas temperaturas, también se intentó utilizar pasta térmica, pero esta provocaba que el vidrio se quebrara.

Se utilizaron 2 hojas de vidrio cortadas a la especificación del parabrisas y un molde.

Para leer los datos del registrador se utilizó un paquete computacional de la misma compañía.

El proceso de toma de mediciones de temperatura se describe a continuación.

1. Se programó el equipo para registrar temperaturas de los 6 termopares cada segundo mediante la interface del paquete computacional.
2. Se colocó el vidrio sobre el molde.
3. Se colocaron los termopares en los puntos de medición y se aseguraron con la cinta de fibra de vidrio.
4. Se registraron e identificaron los puntos donde se colocaron los termopares.
5. Se aseguró la caja aislante al molde con alambre recocado para evitar que cayera debido al movimiento en el horno.
6. Se colocó el registrador en la caja y se conectó a los termopares según la identificación.
7. Se inició la toma de datos y se registró el tiempo con un cronometro.
8. Se colocó la tableta refrigerante en la caja con el registrador.
9. Se colocó el molde sobre uno de los vagones del horno.
10. Se registró el tiempo al que entra el molde al horno.
11. Una vez terminada la corrida se sacó el registrador y se transfirieron los resultados a la computadora.

Colocación de termopares

Corrida 1:

En este experimento se buscó conocer las temperaturas del vidrio y molde en el lado conductor. Los termopares fueron colocados entre las dos hojas de vidrio. La colocación de termopares en el vidrio se muestra en la Figura 6- 3.

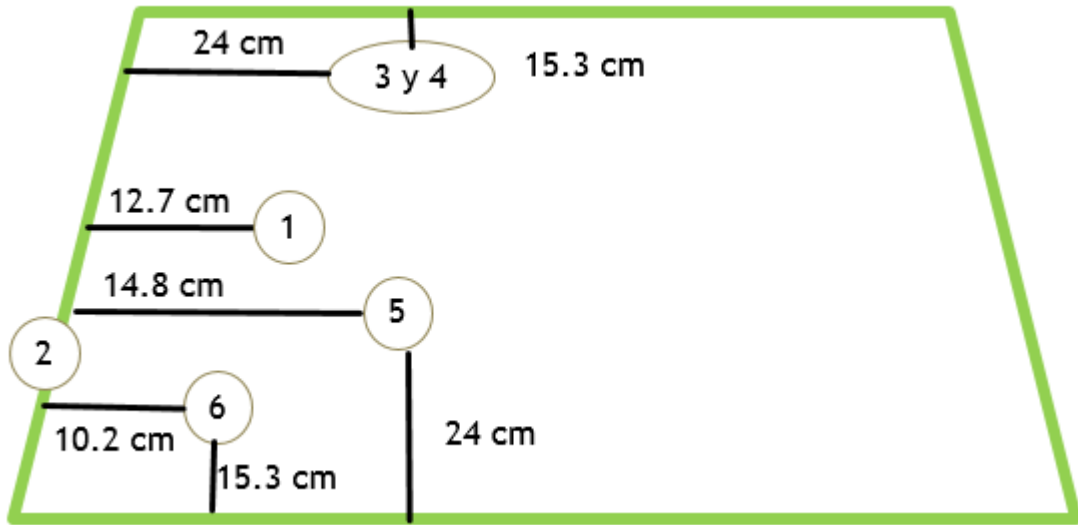


Figura 6- 3 Colocación de termopares en la corrida 1

Corrida 2:

Se colocaron todos los termopares en contacto con el vidrio interior por su cara exterior como se muestra en la Figura 6- 4. De este experimento se buscó encontrar si existe diferencia al medir la temperatura entre los vidrios y en el exterior al comparar los resultados con los de la corrida 3.

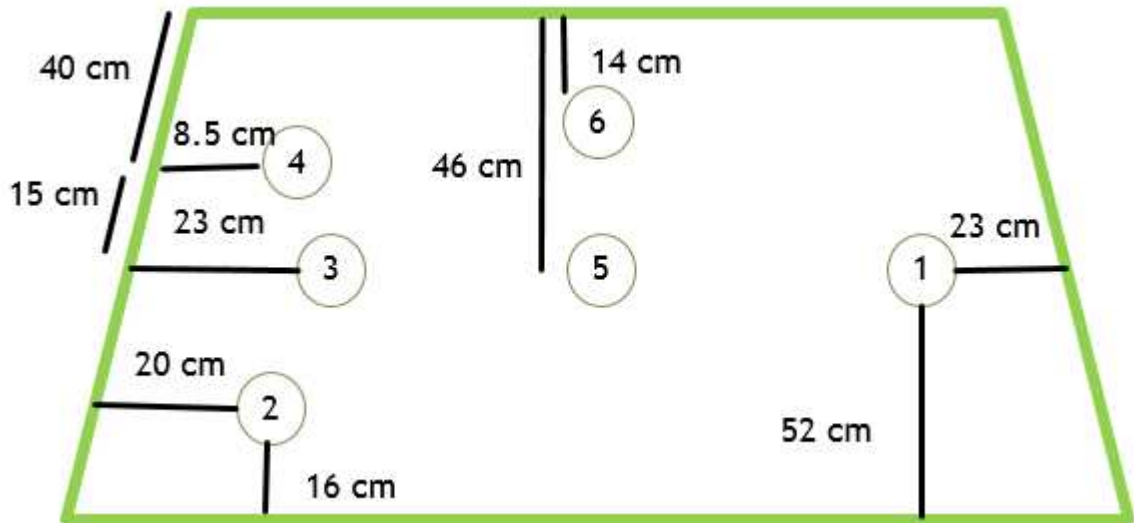


Figura 6- 4 Colocación de termopares en la corrida 2

Corrida 3:

Con esta corrida se buscó reproducir el experimento anterior con la variante de que los termopares fueron colocados entre los dos vidrios, pero en la misma posición que en la corrida 2, lo anterior para verificar si las temperaturas eran semejantes a las medidas en la corrida 2. Con los perfiles de temperatura de las corridas 2 y 3 se decide cual es la mejor forma de medir las temperaturas.

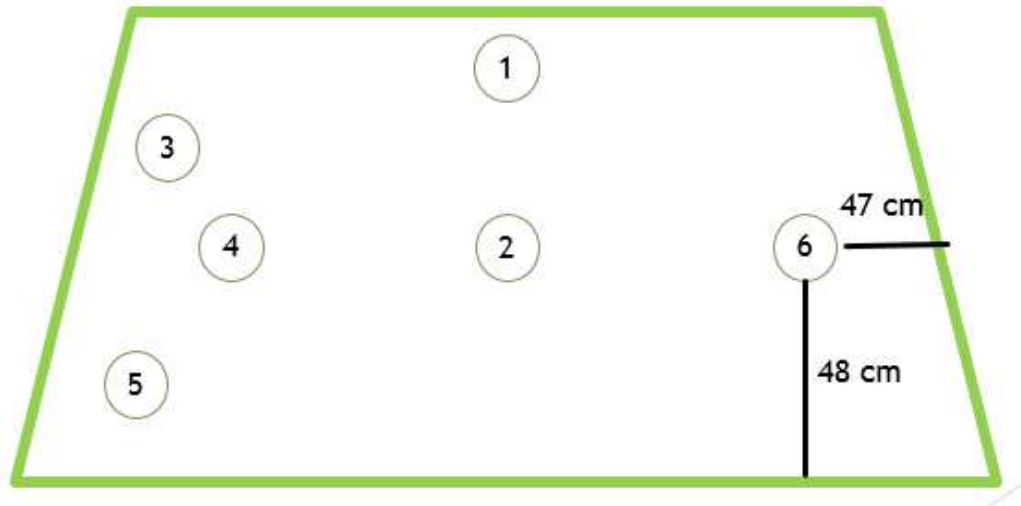


Figura 6- 5 Colocación de termopares en la corrida 3

Corrida 4:

Los termopares se colocaron entre los 2 vidrios (T1 a T3) y debajo los T4 a T6.

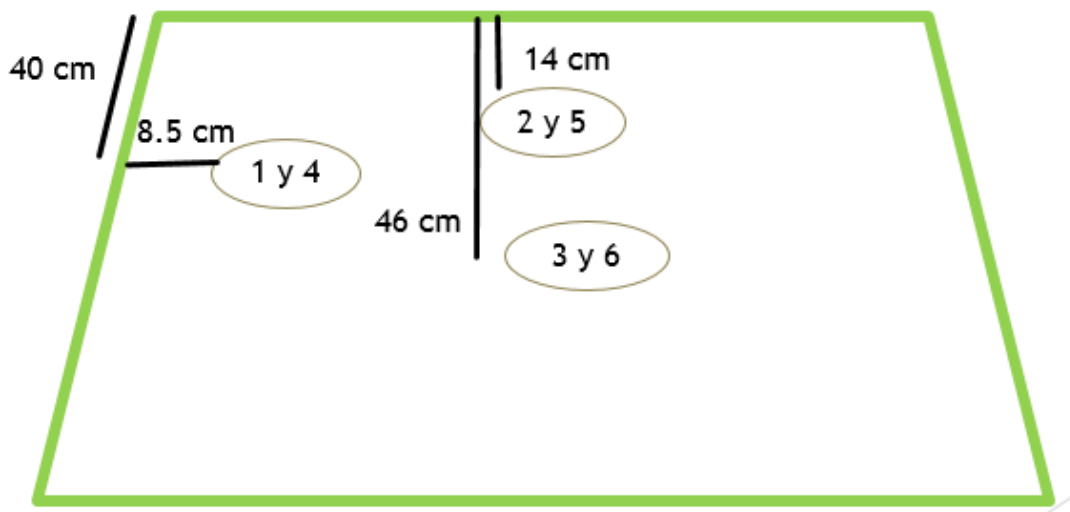


Figura 6- 6 Colocación de termopares en la corrida 4

Corrida 5

Los termopares T2 a T6 se colocaron entre los 2 vidrios mientras en las posiciones marcadas en la Figura 6- 7 y T1 se colocó exactamente por debajo del T2.

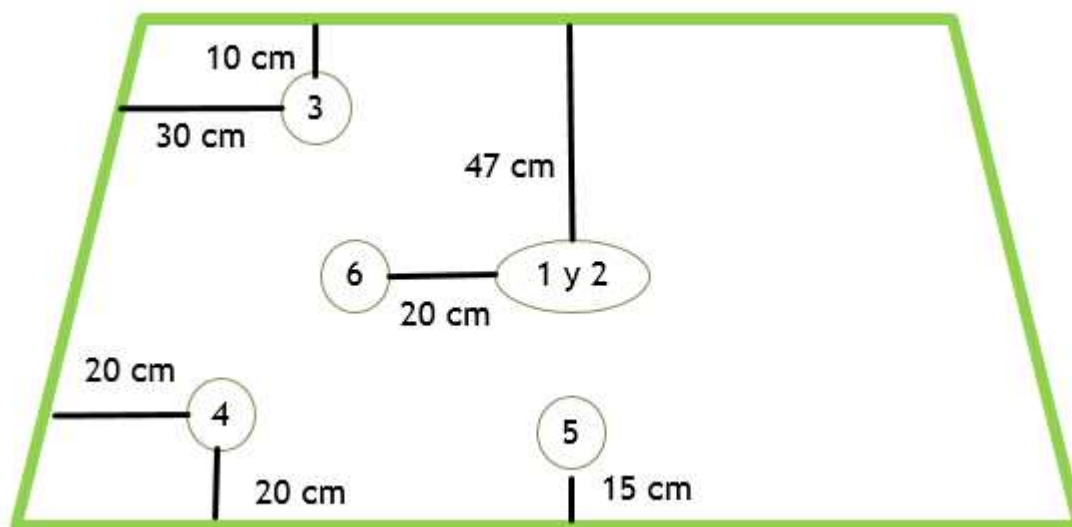


Figura 6- 7 Colocación de termopares en la corrida 5

6.3 METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Para simular el proceso de curvado por gravedad se requiere primero conocer las temperaturas del vidrio en cada nodo en función del tiempo, para poder estimar las propiedades del material en cada uno de los puntos donde se realiza el cálculo. Experimentalmente es poco factible conocer esta información, lo más cercano que se puede obtener es la temperatura puntual en diferentes partes de las hojas.

La temperatura por lo tanto debe ser definida en todo el sistema, para realizar esto se utilizaron diferentes métodos conforme se avanzó con la complejidad de las simulaciones. Primeramente, se trabajó con rampas de temperatura constante en función del tiempo para todo el dominio, a continuación, se utilizaron flujos de calor superficiales definidos por el usuario; lo anterior con la finalidad de ir probando el comportamiento del sistema y el paquete para simular el efecto de la gravedad sobre el sistema. Posteriormente se

realizaron simulaciones de transferencia de calor considerando los 3 fenómenos presentes en el sistema.

La forma óptima de simular el proceso de curvado por gravedad debería ser analizar los fenómenos de transferencia de calor al mismo tiempo que se simula la deformación del vidrio debido al efecto de la fuerza aplicada, esto podría hacerse con un análisis acoplado dinámico con transferencia de calor. El problema con realizar este tipo de análisis es que al existir transferencia de calor por radiación el cálculo del flujo de calor depende de la geometría de todas las partes que intervienen, de las distancias entre ellas, las temperaturas, los ángulos y sus propiedades físicas.

Si se corriera el análisis dinámico acoplado al de transferencia de calor entonces el cálculo de los factores de visión (método con que se resuelve la radiación) se vería modificado cada vez que se realizara un desplazamiento en el sistema, esto provocaría tiempos de cómputo muy elevados siendo que el cálculo se tarda aproximadamente una hora y media.

Para simular los flujos de calor debidos a la radiación se requirió crear una réplica virtual del horno en que se procesa el vidrio.

Sin embargo, al querer simular el horno completo, existen limitaciones debido al tamaño del sistema vidrio-horno-herramental, el cual supera el límite para el cálculo de factores de visión utilizado en el análisis de la radiación. Por lo que se decidió hacer una aproximación del horno considerando una sola celda. Debido a los diferentes arreglos de resistencias presentes en cada celda, se buscó utilizar el arreglo más complejo presente en la parte final de la zona de calentamiento, en esta celda las resistencias son de menor tamaño y se encuentran controladas individualmente. Para representar el comportamiento de las resistencias de otras celdas se consideró que 25 resistencias pequeñas son equivalentes a una resistencia de la primera zona, 6 o 4 resistencias pequeñas dependiendo de su posición representan una resistencia de segunda zona y 2 o 4 resistencias pequeñas representan una resistencia de la tercera zona. Por lo tanto, para las simulaciones de transferencia de calor en 3D se utilizó el modelo mostrado en la Figura 6- 8.

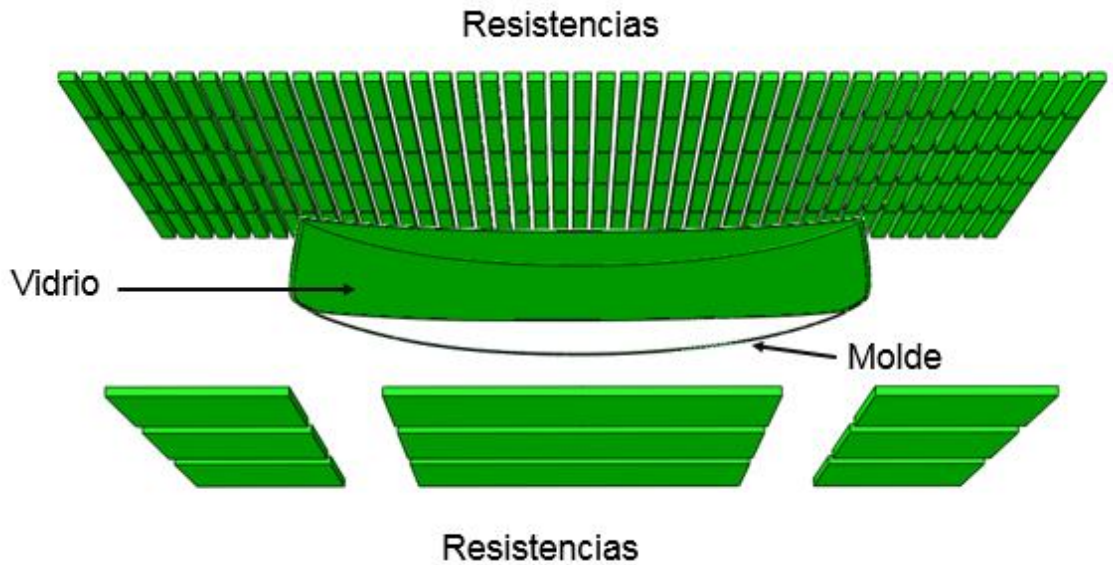


Figura 6- 8 Modelo de una sección del horno, vidrio y molde.

A partir las temperaturas de cámara registradas por los pirómetros se creó una escala de temperatura estimada de la resistencia. Se considera como mínimo la temperatura de cámara y en la primera aproximación la temperatura máxima es 1.2 veces la temperatura mínima, a partir de la potencia de la resistencia se da una escala entre las 2 temperaturas límites. Posteriormente se prosiguió a modificar las temperaturas máximas para obtener una mejor aproximación a las temperaturas reales.

A pesar de que se toman en cuenta los 3 fenómenos de transferencia se consideró que el fenómeno dominante es la radiación, por lo cual se dio mayor énfasis a este durante el desarrollo del proyecto.

Como se explicó en la sección de modelo reológico la visco-elasticidad del material es función del tiempo, lo que obliga el uso de simulaciones dinámicas, las cuales son más compleja que las simulaciones estáticas-estructurales. Debido a esto, se decidió crear un paso dinámico que lee resultados de temperatura del análisis térmico.

Consideraciones especiales para la simulación:

- Una simplificación del modelo es que se consideró solo un vidrio con el espesor equivalente a las 2 hojas que se utilizan en el proceso. La simplificación se debe a

que se buscaba reducir el tiempo de procesamiento que se causa por el contacto y fenómenos térmicos que conllevaría la utilización de 2 hojas.

- El talco que se aplica a las hojas para evitar el pegado fue omitido del análisis por el hecho de que se considera monolítico el vidrio. Los efectos de la radiación con la pintura fueron omitidos en vista de las limitaciones del software que no cuenta con forma de considerar la absorbancia variable de una superficie.
- La experimentación computacional se dividió por casos, empezando con los más simples que no representan necesariamente todos los fenómenos que existen en el sistema, pero fueron primeras aproximaciones que sirvieron para aprender las limitaciones del paquete computacional y buscar posibles soluciones.
- Para considerar los efectos de radiación en la transferencia de calor se utilizó una técnica de descomposición en paralelo con el fin de resolver el sistema por tener un tamaño mayor al límite (16000 elementos) de resolución.
- La metodología de la experimentación con el paquete se puede resumir en 3 partes las simulaciones de modelos estáticos-estructurales, los modelos de transferencia de calor y los modelos dinámicos. Las metodologías individuales dentro de cada uno de estos modelos se muestran en las Figura 6- 9 a Figura 6- 11.

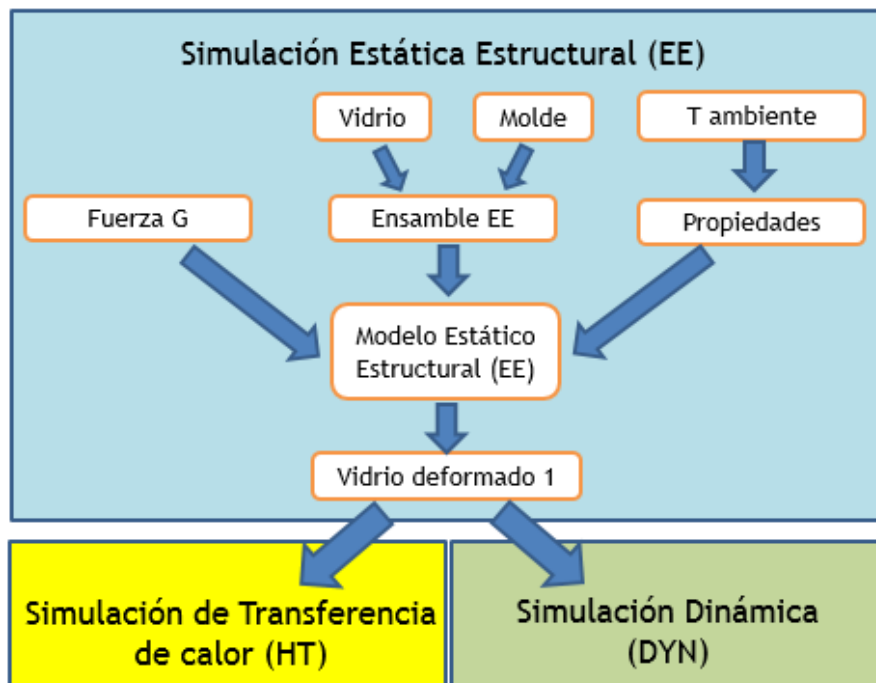


Figura 6- 9 Metodología del modelo Estático-Estructural (EE).

La primera parte de la simulación descrita en la Figura 6- 9, resume el análisis estático-estructural (EE) considera la colocación del vidrio en el molde a temperatura ambiental, debido a esto el modelo cuenta con 2 piezas el vidrio y el molde. Las propiedades del material son consideradas a temperatura ambiente, la cual se consideró a 30 °C. La fuerza aplicada fue del tipo gravedad. Los resultados obtenidos son un vidrio deformado únicamente por acción de la componente elástica del vidrio.

Los resultados del análisis EE fueron alimentados al análisis térmico el cual está compuesto por simulaciones de transferencia de calor en las cuales se considera el vidrio deformado, molde y resistencias térmicas. Las propiedades del material fueron utilizadas en un rango de 0 a 700°C. Se tomaron en cuenta los 3 fenómenos de transferencia. Las temperaturas de las resistencias térmicas fueron controladas y pueden ser modificadas. Posteriormente los resultados del análisis son enviados al análisis dinámico. La metodología del análisis de transferencia de calor muestra en la Figura 6- 10.

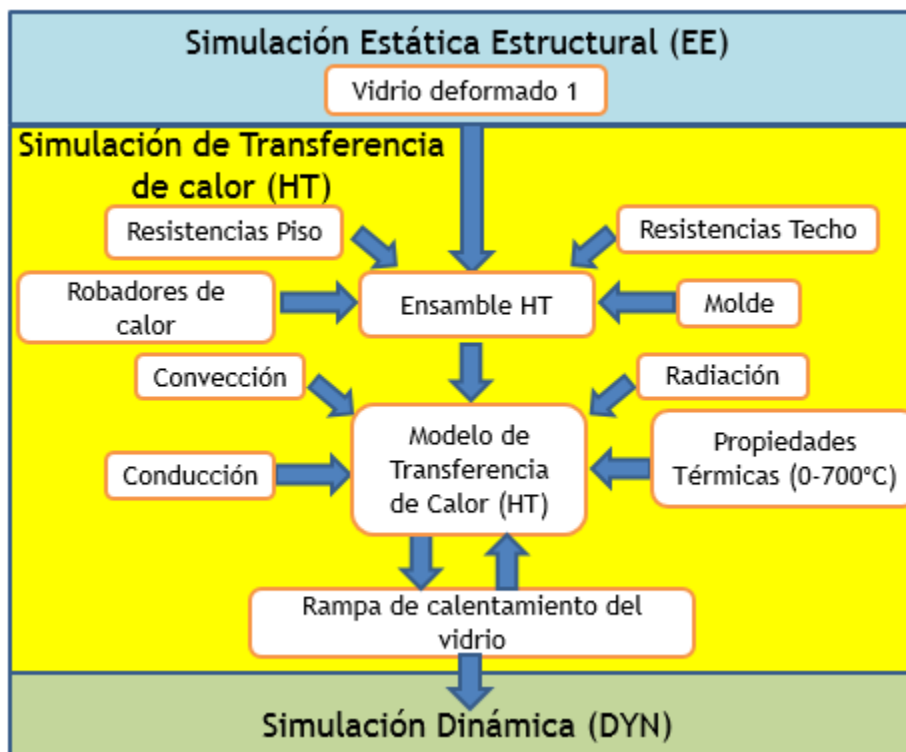


Figura 6- 10 Metodología del modelo de Transferencia de Calor (HT).

El análisis dinámico cuenta con el ensamble del análisis EE y los perfiles y rampas de temperatura obtenidos del análisis térmico. Las propiedades del material se consideran en el intervalo de trabajo y se utiliza la viscosidad y elasticidad para calcular la deformación. La Figura 6- 11 muestra un diagrama de la metodología del análisis dinámico.

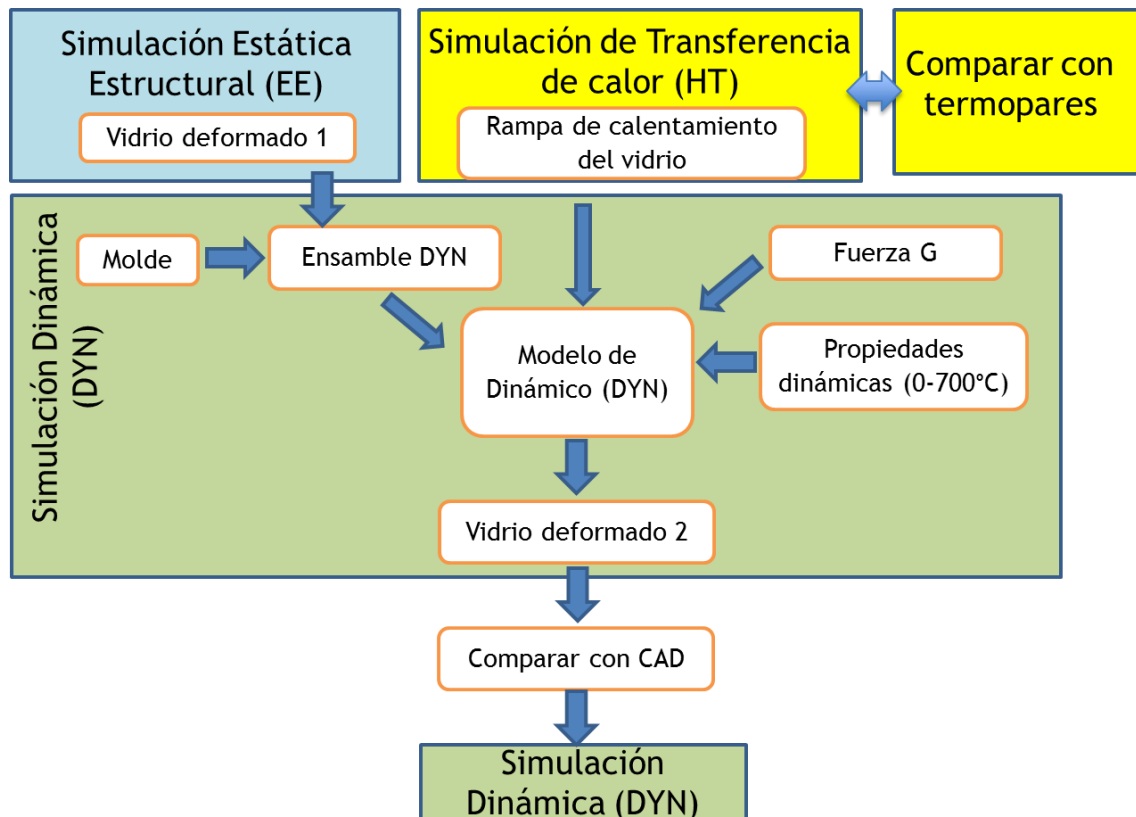


Figura 6- 11 Metodología del modelo Dinámico (DYN).

Los casos se pueden dividir de 2 formas: simulaciones en 2D y simulaciones en 3D. Además de esta división existe la subdivisión mencionada anteriormente que se basa en el tipo de análisis utilizado.

En general los casos analizados con ayuda del paquete Abaqus/CAE fueron los siguientes:

Casos 2D:

1. Transferencia de calor con flujo de calor constante sobre la superficie.

2. Transferencia de calor con flujo de calor constante en superficie y radiación de cavidad.
3. Dinámico con temperatura predefinida.
4. Dinámico con el perfil temperatura del caso 1.
5. Dinámico con el perfil de temperatura obtenido del caso 2.

Casos 3D

Estático-Estructural

1. Estático estructural (temperatura ambiental).

Transferencia de calor

1. Flujo de calor constante (iterativo).
2. Radiación con temperaturas de resistencias iguales como función del tiempo.
3. Radiación con temperaturas de resistencias variables.
4. Radiación (iterativo).

Dinámico

1. Deformación con temperatura predefinida.
2. Deformación con temperaturas leídas de casos 4 de transferencia de calor.

La Tabla 6- 1 describe cada uno de los casos mencionados anteriormente. En esta se muestran los tipos de análisis (pasos), las interacciones, condiciones de frontera y cargas aplicadas en cada modelo.

Tabla 6- 1 Casos de estudio mediante simulación

Caso	Simulación	Análisis	Interacciones	Condiciones frontera	Cargas
1	2D Flujo de calor superficial	Transferencia de calor	Conductancia	Temperatura inicial, $T_0=30^{\circ}\text{C}$ y temperatura constante del molde $T=350^{\circ}\text{C}$	Flujo de calor

2	2D Radiación	Transferencia de calor	Conductancia y radiación de cavidad interiores	Temperatura inicial, $T_0=30^{\circ}\text{C}$	Flujo de calor exterior en vidrio y molde
3	2D con temperaturas caso 1	Dinámico	Contacto entre vidrio-molde	Fijación del vidrio en los extremos y rampa de temperatura	Gravedad en dirección -Y con valor de 9.8
4	2D con temperaturas caso 2	Dinámico	Contacto entre vidrio-molde	Fijación del vidrio en los extremos y rampa de temperatura	Gravedad en dirección -Y con valor de 9.9
5	3D Deformación a temperatura ambiente	Estático- Estructural	Contacto vidrio-molde	Temperatura ambiente, fijación en esquinas ($X=Y=Z=0$), canto fijo ($X=Y=0$)	Gravedad en dirección -Z con valor de 9.8
6	3D Flujo de calor superficial	Transferencia de calor	Conductancia vidrio-molde	Temperatura inicial, $T_0=30^{\circ}\text{C}$	Flujo de calor a través de iteración con amplitudes
7	3D Radiación con temperatura de resistencias constante	Transferencia de calor	Conductancia vidrio-molde, radiación de cavidad (vidrio-resistencias) y coeficiente de película	Temperatura inicial de vidrio, rampa de calentamiento de molde y resistencias	
8	3D Radiación y temperatura de resistencias calculada	Transferencia de calor	Conductancia vidrio-molde, radiación de cavidad (vidrio-resistencias) y coeficiente de película	Temperatura inicial de vidrio, rampa de calentamiento de molde y resistencias	

9	3D Radiación y temperatura de resistencia calculada, 3 versiones	Transferencia de calor	Conductancia vidrio-molde, radiación de cavidad (vidrio-resistencias) y coeficiente de película	Temperatura inicial de vidrio, rampa de calentamiento de molde y resistencias	
10	3D Deformación con temperatura predefinida	Dinámico	Contacto entre vidrio-molde	Temperatura predefinida, fijación en esquinas (X=Y=Z=0), canto fijo (X=Y=0)	Gravedad en dirección -Z con valor de 9.8
11	3D Deformación con temperatura de modelo 9 versión 1	Dinámico	Contacto entre vidrio-molde	Temperatura leída de análisis de radiación, fijación en esquinas (X=Y=Z=0), canto fijo (X=Y=0)	Gravedad en dirección -Z con valor de 9.9
12	3D Deformación con temperatura de modelo 9 versión 2	Dinámico	Contacto entre vidrio-molde	Temperatura leída de análisis de radiación, fijación en esquinas (X=Y=Z=0), canto fijo (X=Y=0)	Gravedad en dirección -Z con valor de 9.8
13	3D Deformación con temperatura de modelo 9 versión 3	Dinámico	Contacto entre vidrio-molde	Temperatura leída de análisis de radiación, fijación en esquinas (X=Y=Z=0), canto fijo (X=Y=0)	Gravedad en dirección -Z con valor de 9.8

El análisis en 2D es el primer modelo que se realizó, consta de un ensamble de 2 piezas como se ve en la Figura 6- 12, está compuesto del vidrio (1) y el molde (2), para estos casos se simuló la mitad del vidrio y luego se aplicó condición de simetría con el eje Y.

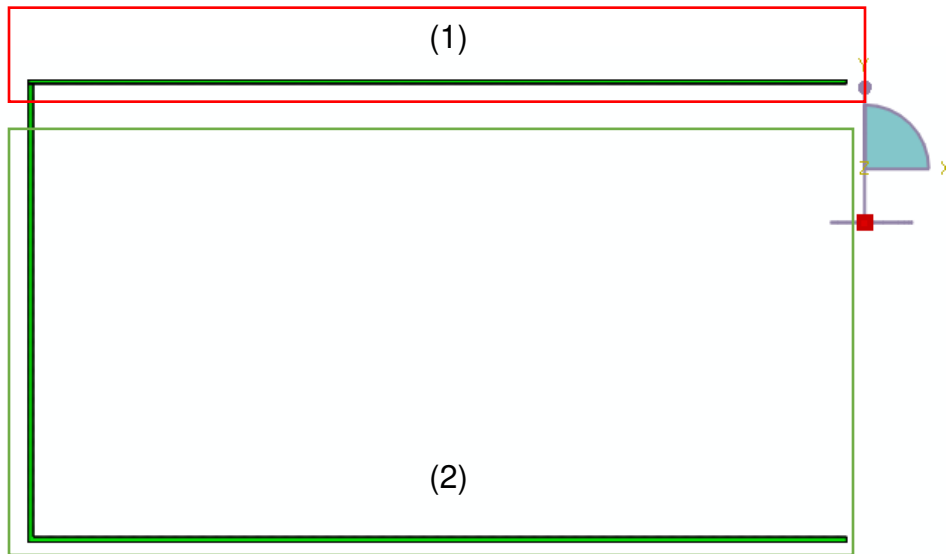


Figura 6- 12 Ensamble 2D

El mallado para los modelos 2D consta de 69580 nodos y 21120, el vidrio posee 48897 nodos y 15040 elementos del total, los elementos son del tipo DC2D8. El mallado se puede observar en la Figura 6- 13.

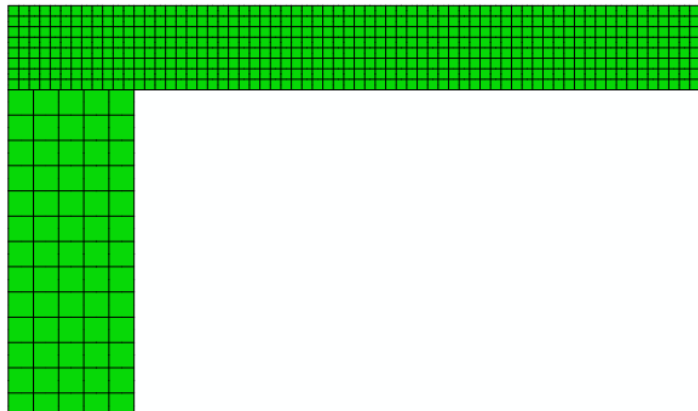


Figura 6- 13 Mallado de los modelos 2D.

Para el análisis 3D se utilizó una malla con tamaño de malla aproximadamente de 9 mm, utilizando 84555 nodos y 66932 elementos en total para el vidrio, se utilizaron elementos DC3D8 y DC3C6 (elementos de transferencia de calor del tipo ladrillo de 8 y 6 elementos) para el análisis térmico. Para los exámenes estático-estructural y dinámico se utilizó la

misma malla, pero con elementos C3D8R Y C3D6R (elementos de esfuerzo-deformación del tipo ladrillo de 8 y 6 nodos), la malla del vidrio se muestra en la Figura 6- 14.

El molde cuenta con 17613 nodos y 15461 elementos del tipo S4R y S3 (elementos de esfuerzo-deformación del tipo caparazón de 4 y 3 nodos) para los análisis estático-estructural y dinámico, para el análisis térmico se utilizaron elementos DS4 y DS3 (elemento de transferencia de calor del tipo caparazón de 4 y 3 nodos).

Para las resistencias se utilizó 1884 nodos y 237 elementos del tipo DC3D8.

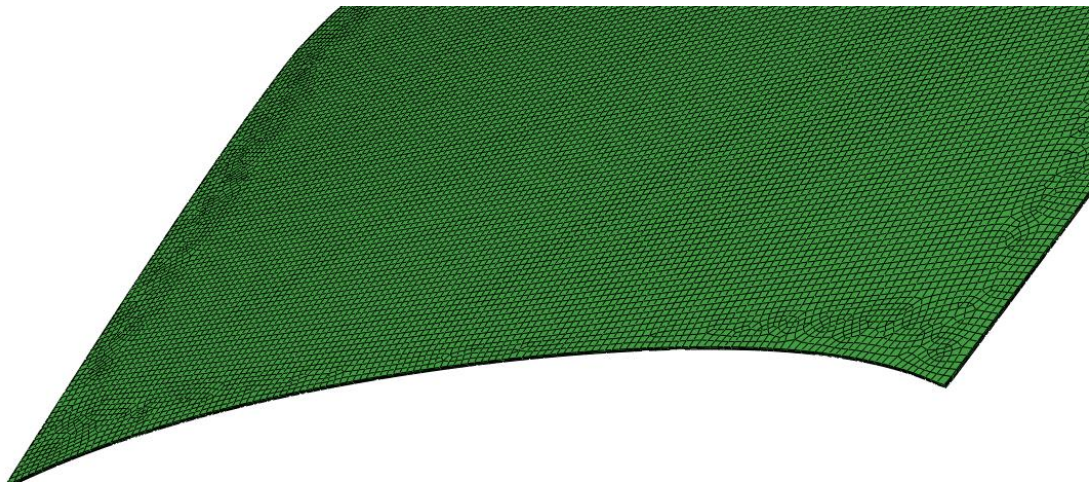


Figura 6- 14 Malla 3D del vidrio.

6.3.1 Uso del paquete computacional Abaqus/Standard

El uso general del paquete sigue una secuencia igual a la descrita en la explicación del método de elementos finitos, sin embargo, el paquete divide este procedimiento de la siguiente forma:

Partes: en esta sección se crean los cuerpos que intervienen en el análisis, en caso de que se cuente con partes a partir de un software CAD se utiliza para limpiar, corregir o reparar las geometrías.

Propiedades: sirve para definir las propiedades de los materiales que intervienen en el análisis, además sirve para crear y asignar secciones donde estas propiedades son aplicables

Ensamble: une las secciones que van a representar el modelo completo, además sirve para acomodarla (girar y desplazar).

Paso (step): se crean los tipos de análisis que se desea realizar (estático-estructural, transferencia de calor, dinámico, etc.), se asigna duración de paso, incremento inicial, incremento máximo, método de solución, método numérico, etc.

Interacción: sirve para definir ciertos fenómenos que ocurren entre 2 o más secciones del modelo, como los contactos mecánicos y térmicos, fenómenos de radiación, fenómenos de conducción eléctrica, fenómenos de fractura, etc.

Carga: define las fuerzas que actúan sobre las secciones (flujos de calor, fuerzas puntuales o fuerzas de cuerpo como la gravedad), define condiciones de frontera (rotaciones y desplazamientos), campos predefinidos (temperatura inicial, esfuerzos, etc.).

Malla: se utiliza para crear el proceso de discretización del sistema, además se definen los tipos de elementos con que se desea trabajar.

Trabajo (Job): se crean y corren los análisis a partir de los modelos desarrollados en los pasos anteriores.

Visualización: sirve para ver los resultados de los análisis (desplazamientos, temperaturas, rotaciones, flujos, etc.).

Descomposición en paralelo.

En Abaqus/Standard existen 2 formas de resolver el método de factores de visión uno es el método robusto está limitado para análisis pequeños (cavidades con 16000 nodos y caras o menos) por lo que no fue viable de utilizar para un sistema con la cantidad de nodos que se deseaba utilizar.

Una opción para poder utilizar el método robusto es disminuir el número de elementos en el vidrio debido a que en las demás partes del modelo (resistencias) ya se tiene el mínimo número de nodos. El problema es que se al disminuir el número de elementos en el vidrio para el análisis térmico al momento de realizar el análisis siguiente en este caso el dinámico se tendría que respetar este número de elementos. Al tener menor número de

elementos en el análisis dinámico disminuiría la precisión debido a que no cumplirían con criterios de calidad de malla empleados por el software.

Debido a la imposibilidad de utilizar el análisis robusto para el cálculo de los factores de visión se decidió utilizar el método iterativo para el cálculo de flujo de calor por radiación. En este punto se tiene que decir que Abaqus/Standard puede utilizarse de 2 formas una es Abaqus/CAE que es el trabajo mediante la interface del programa la cual se encuentra en ambiente Windows, la otra es trabajar directamente con el código mediante las Input files en las que se puede hacer uso de funciones muy específicas o definir directamente nuevas funciones.

Para poder utilizar el método de descomposición en paralelo se tiene que escribir el siguiente comando en el input file en la sección de interacciones (**INTERACTIONS).

```
*CAVITY DEFINITION, NAME=cavity_name, PARALLEL DECOMPOSITION=ON
```

6.4 COMPARACIÓN CONTRA VIDRIO CURVADO

Los resultados de las simulaciones 3D de los modelos dinámicos 1 y 2 fueron comparados contra los parabrisas reales curvados en el horno. Lo anterior requirió de un equipo con el cual se pudiera escanear los parabrisas en 3D, además de un software que permitiera comparar los CADs del vidrio escaneado y del vidrio deformado a partir de la simulación con el método de elementos finitos.

Los escaneos del vidrio fueron realizados por la empresa utilizando un equipo de escaneo óptico.

La comparación se realizó con un paquete computacional de inspección y comparación utilizando el CAD escaneado y el CAD importado de Abaqus. El paquete contiene varias opciones para la alineación entre los CADs, para el caso de análisis se empezó con una pre alineación realizada automáticamente por el software. Posteriormente, se aplicó una alineación de 3 puntos considerando las esquinas.

Con la alineación anterior se tiene una alineación aceptable en 2 ejes, sin embargo, se utiliza una última alineación para emparejar las superficies la cual se denomina mejor ajuste local (best fit local).

Por último, se crean puntos en la superficie del CAD de simulación para conocer cuál es la diferencia con el CAD escaneado en puntos específicos.

CAPÍTULO 7: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

7.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de la experimentación en el horno para cada una de las corridas realizadas y se analiza las diferencias en temperatura para las diferentes zonas de un mismo vidrio.

A continuación, se comparan las temperaturas registradas en función del tiempo y la posición contra las temperaturas simuladas con Abaqus.

Para la parte de deformación del vidrio se muestran imágenes de desplazamiento para los casos mencionados en el capítulo anterior y se muestran las comparaciones entre los resultados de las simulaciones contra vidrios deformados reales de la planta. Posteriormente se discuten y explican los resultados obtenidos.

En este capítulo se emplea la nomenclatura del paquete Abaqus para mostrar los resultados, los desplazamientos serán representados por U seguido de un número el cual representa la dirección, siendo 1=X, 2=Y y 3=Z, estos se expresan en metros, en los casos 2D la fuerza de gravedad fue definida en el eje Y, mientras que en 3D fue definida como el eje Z. Las temperaturas reciben el nombre de NT11 y se encuentran expresadas en grados Celsius.

7.2 TEMPERATURAS DEL HORNO

Corrida 1:

Durante esta corrida se observó que los termopares en contacto con el vidrio (T4, T5 y T6) generalmente detectan temperaturas superiores a los termopares (T1 y T3) y en el molde (T2), con excepción que este último presenta un calentamiento semejante al vidrio

desde el inicio del calentamiento hasta la aproximadamente la mitad de la zona de calentamiento (ver Figura 7- 1).

Los termopares en contacto con el vidrio registraron temperaturas máximas de 620°C aproximadamente, la cual se alcanzó durante el final del calentamiento. Los T1 y T3 alcanzan temperaturas en el rango de 520 a 550 °C.

Durante el enfriamiento en el horno se observó que el vidrio presenta una rampa de enfriamiento superior, lo que se puede deber a su mayor área de contacto con el medio de enfriamiento.

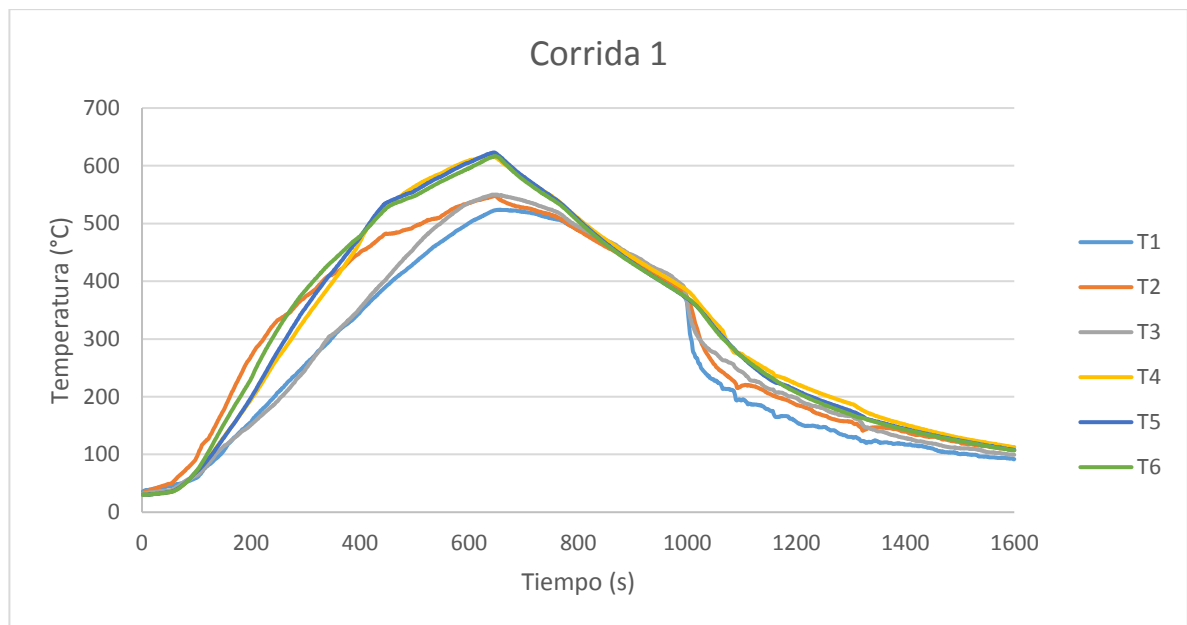


Figura 7- 1 Perfil de temperaturas de la corrida 1

Corrida 2:

Como se puede ver en la Figura 7- 2 las curvas de temperatura no son tan suaves como las mostradas en la corrida 1 (Figura 7- 1): Lo anterior se debe principalmente a la colocación de los termopares, en este caso los termopares se encontraban unidos con cinta por arriba del vidrio interno, la cinta durante el calentamiento fue quemada y perdió su efecto adherente. Los termopares despegados probablemente sufrieron pequeños

desplazamientos durante el experimento lo que causo pequeñas variaciones en la toma de datos.

Los resultados medidos con los termopares 4 y 5 fueron omitidos debido a que no reportaron incrementos en la temperatura durante la prueba.

El termopar 6 (T6) reportó temperaturas menores a los otros durante el calentamiento. Los termopares 1 al 3 (T1-T3) presentaron perfiles de calentamientos mayores a T6 en la primera mitad del ciclo de calentamiento, sin embargo, a partir de este punto el T3 reporta mayores temperaturas a los otros, por su parte T1 y T2 tienen un calentamiento similar durante la mayor parte del experimento. Durante el enfriamiento las temperaturas reportadas por el T3 disminuyen con mayor velocidad que los reportados por los demás termopares. Las zonas que no alcanzan a calentarse tanto provocan un flujo de calor de entre el lugar donde se colocó T3 con dirección hacia zonas más frías. Por su parte T6 presenta un enfriamiento ligeramente más lento.

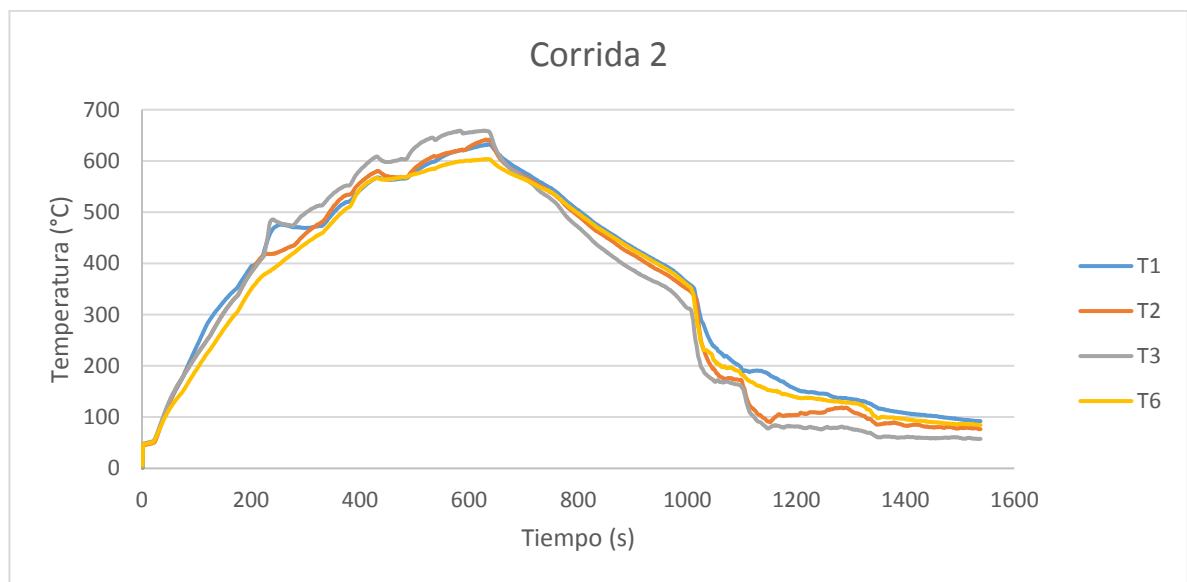


Figura 7- 2 Perfil de temperaturas de la corrida 2

Corrida 3

Debido a las variaciones en las curvas de calentamiento observadas en la corrida 2 se prefirió colocar los termopares entre los dos vidrios para las corridas posteriores. En esa corrida T2 reporto errores por lo que fue omitido.

Como se aprecia en la Figura 7- 3 las curvas de la corrida 3 son más suaves que las presentadas en la corrida 2. Igual que en la corrida 2 el punto en el vidrio que presentó una rampa de calentamiento menor es el que se encuentra en la zona del vidrio donde se colocó T1, seguido de cerca por la zona con T3 en el lado conductor,

La diferencia entre las temperaturas reportadas por T1 y T3, es que el último tiene una temperatura más parecida a T4, T5 y T6 desde el inicio del calentamiento hasta aproximadamente $2/3$ partes de este. El comportamiento variable entre las zonas se puede atribuir a que existe diferencias en la distancia entre las zonas que interfieren con la transferencia de calor por lo que puede existir flujos de calor con magnitudes diferentes.

Al avanzar por el horno las resistencias laterales no se calientan con tanta potencia como las que se encuentran al costado de las centrales y esto provoca que disminuya la rapidez de calentamiento. Para las zonas del vidrio cuyas resistencias en dirección normal están apagadas o tienen poca potencia el fenómeno que controla la temperatura es la conducción, por lo que las temperaturas cada vez son más semejantes.

Las zonas que reportaron mayor calentamiento al finalizar la zona de calentamiento fueron donde se colocaron T6 y T4 esto se explica debido a que estas zonas están en dirección normal a las resistencias a que se aplica mayor potencia en el horno. Por otro lado, T5 presenta un calentamiento similar al T4 y T6 hasta $2/3$ de la zona de calentamiento, después su calentamiento es más lento y su comportamiento queda entre los máximos T6 y T4 y los mínimos de T1 y T3.

Durante le recocido los termopares en zonas (T1 y T3) presentan un enfriamiento más leve que aquellas sin ellos.

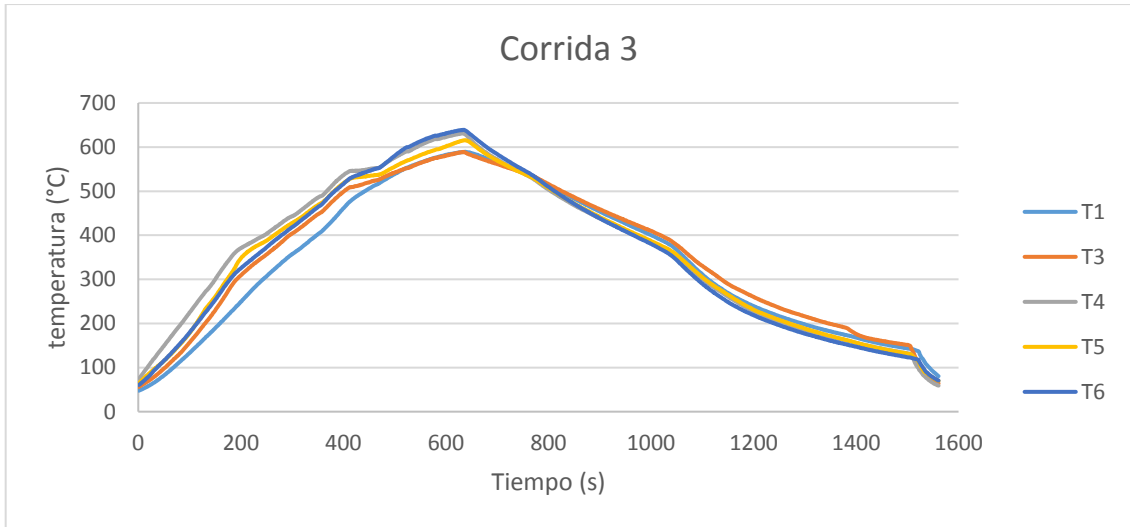


Figura 7- 3 Perfil de temperaturas de la corrida 3

Corrida 4

Los termopares 2, 5 y 6 presentan errores durante la toma de datos. Los termopares 1 y 3 que se encuentran en el vidrio son los que presentan una temperatura mayor, de estos T1 presenta una rampa de calentamiento mayor en un inicio. Este comportamiento se puede atribuir a que el T1 se encuentra cerca de una zona la cual absorbe mejor el calor. El termopar T4 presentó un calentamiento menor que T1 y T3, sin embargo, durante el enfriamiento T4 mantuvo su temperatura durante más tiempo.

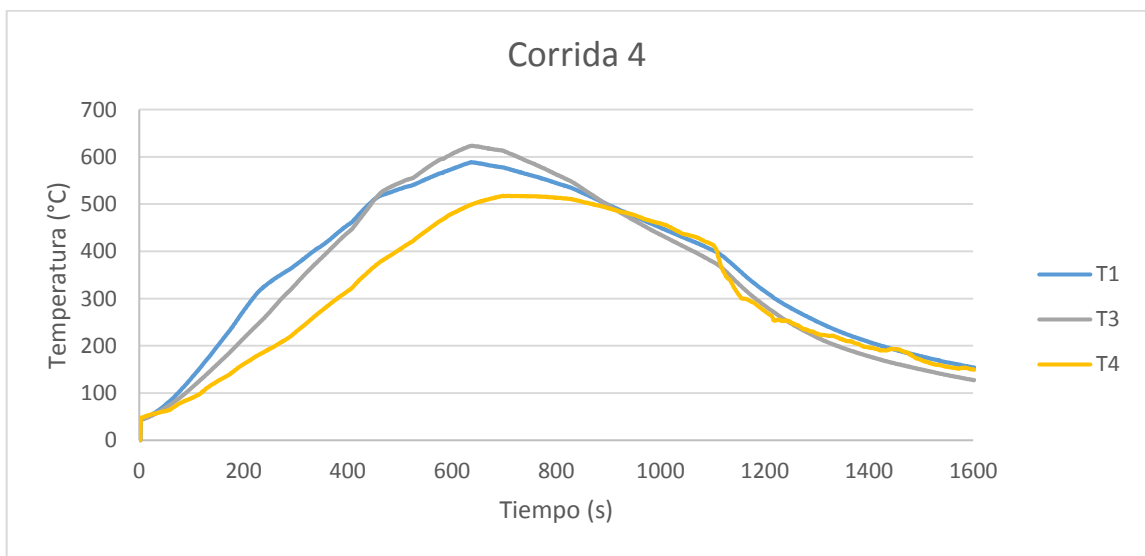


Figura 7- 4 Perfil de temperaturas de la corrida 4

Corrida 5

En la Figura 7- 5 se muestran los resultados del último experimento de medición de temperatura realizado con el modelo de vidrio que se utilizó para este trabajo. En este caso el termopar que reporta mayor temperatura durante su estadía en la zona de máximo calentamiento es T4. Los termopares 2 y 3 muestran un comportamiento muy similar entre sí, ambos presentan una temperatura menor al reportado por T4 a partir de la 2/3 partes del ciclo de calentamiento, esto se puede atribuir a que ambos termopares se encuentran en zonas similares.

El termopar 1 reporta un calentamiento aproximadamente 25°C por arriba de la máxima temperatura durante el caso 1. El incremento de temperatura probablemente se deba a que este tiene menos masa que otras secciones debido a que esta zona es más delgada por lo que requiere menor energía para calentarse.

Al igual que en otros casos los T2 y T3 presentan un enfriamiento más despacio que T4.

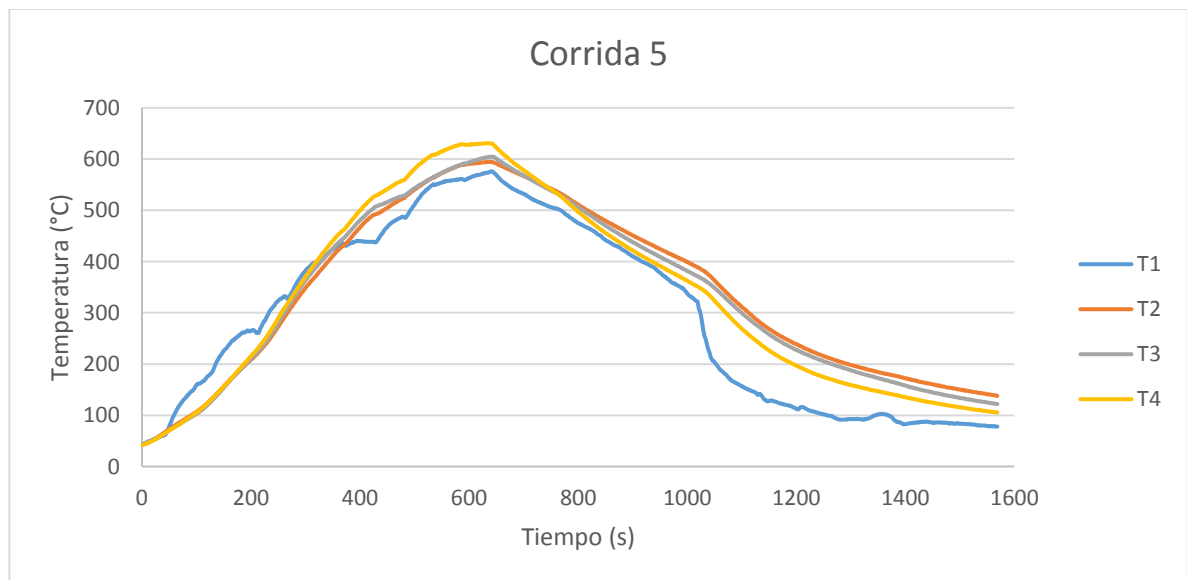


Figura 7- 5 Perfil de temperaturas de la corrida 5

7.3 SIMULACIONES PRELIMINARES EN 2D

En esta sección se muestran los resultados de los modelos preliminares (casos 1-4 de la Tabla 6- 1), los cuales sirvieron para estudiar de una forma simple el sistema y permitir desarrollar los modelos más complejos.

Caso 1

En este caso se utilizó como carga un flujo de calor 1200 W/m constantes sobre la superficie obteniendo un perfil de temperaturas sobre el vidrio mostrado en la Figura 7- 6, se aprecia que la zona del vidrio en contacto con el molde presenta menor temperatura que el resto del vidrio, llegando a temperaturas máximas en el centro de 668 °C y en el extremo en contacto con el molde de 376 °C aproximadamente. Esta simulación representa la primera aproximación al calentamiento del vidrio en un análisis 2D.



Figura 7- 6 Temperatura del vidrio Caso 1.

Caso 2

Es una réplica del caso 1 pero con una interacción de radiación entre el vidrio y el molde. En este caso la temperatura del vidrio disminuyó debido a que se considera que emite energía hacia el molde. La temperatura máxima en este caso resulta de 564 °C, las temperaturas en general resultan similares en todo el vidrio como se muestra en la Figura 7- 7, lo anterior se debe a que el efecto del fenómeno de radiación domina sobre la

conducción unidireccional y se permite el estado estable (se deja pasar tiempo hasta el equilibrio). El fenómeno de radiación se da entre las caras inferior del vidrio y la cara superior del molde mostradas en la Figura 6- 12.

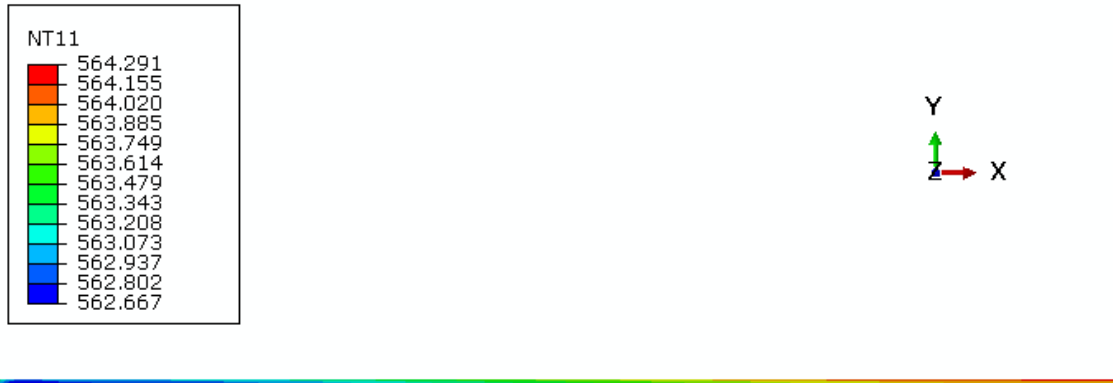


Figura 7- 7 Temperatura del vidrio Caso 2.

El vidrio siguió una rampa de calentamiento mostrada en la Figura 7- 8, esta rampa es más lenta que la leída con los termopares, tardando aproximadamente el doble de tiempo que tarda el proceso real en alcanzar la temperatura de transición vítrea.

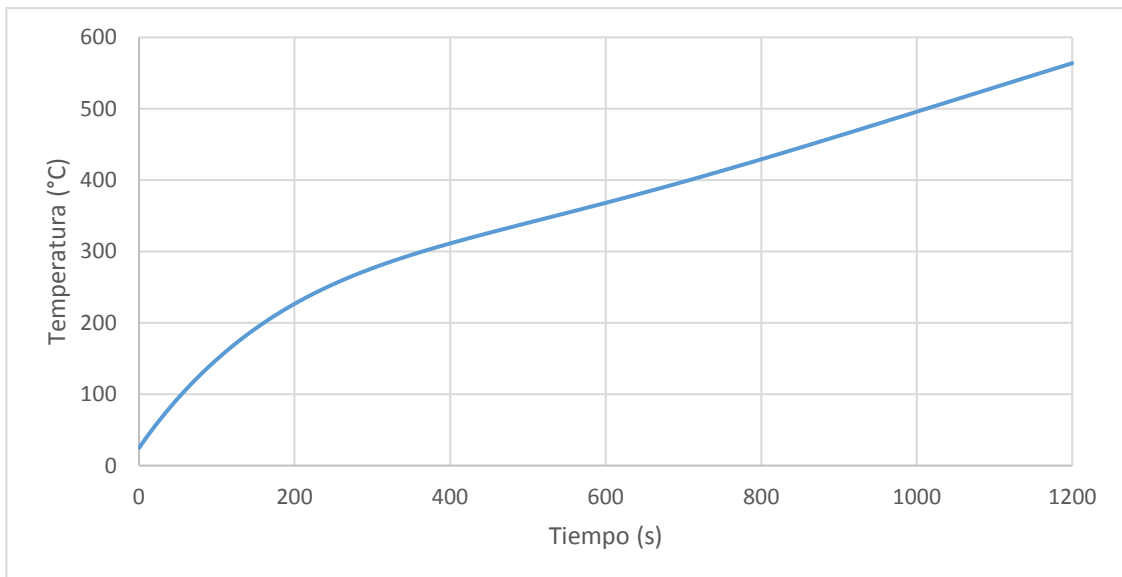


Figura 7- 8 Rampa de calentamiento del vidrio para el caso 2

Caso 3

Con los datos del caso 1 se realiza la simulación dinámica mostrada en la Figura 7- 9, obteniéndose un desplazamiento máximo en extremo derecho de 4.4 cm en U2.

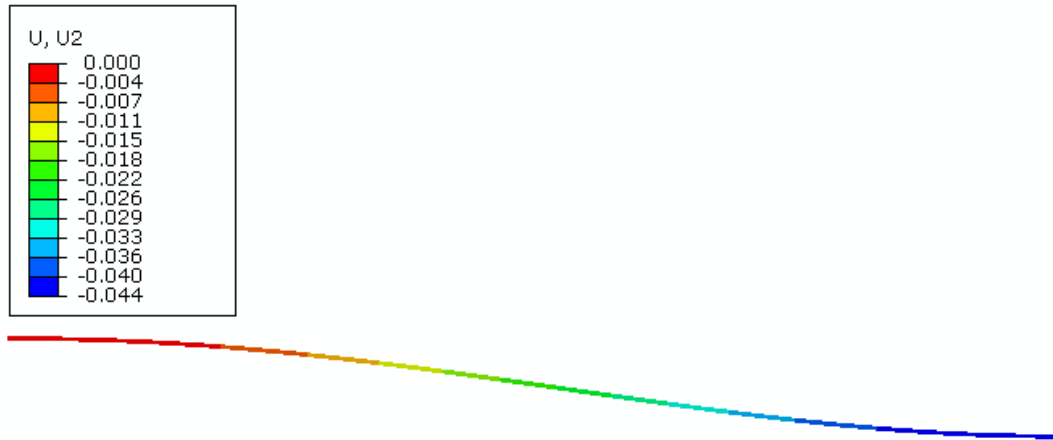


Figura 7- 9 Deformación dinámica Caso 3.

Caso 4

Con los datos de temperaturas del caso 2 se realizó la simulación dinámica mostrada en la Figura 7- 10. Se obtuvo un desplazamiento máximo de 4 cm en U2. El desplazamiento es inferior al mostrado en el caso 3 debido a que la temperatura es menor.

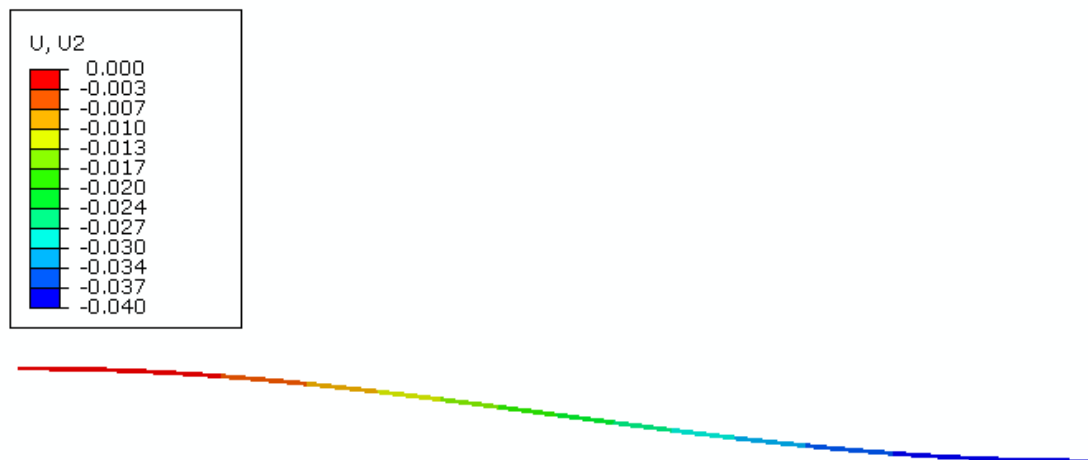


Figura 7- 10 Deformación dinámica Caso 4.

7.4 COMPARACIÓN DE TEMPERATURAS

En esta sección se comparan las temperaturas leídas con los termopares contra las temperaturas obtenidas de la simulación con método de elementos finitos (caso 9 versión 3).

Para la comparación se utilizan los datos de la corrida 3 debido principalmente a que en esta corrida se obtuvieron datos en 5 partes diferentes del vidrio y las curvas son suaves, comparándolas con las obtenidas en la corrida 2.

Para los datos de las simulaciones fueron utilizados los obtenidos del último análisis de transferencia de calor que incluye los 3 fenómenos (conducción, convección y radiación), temperatura de resistencias variable como función de la potencia, el cual se denomina caso 3 de radiación.

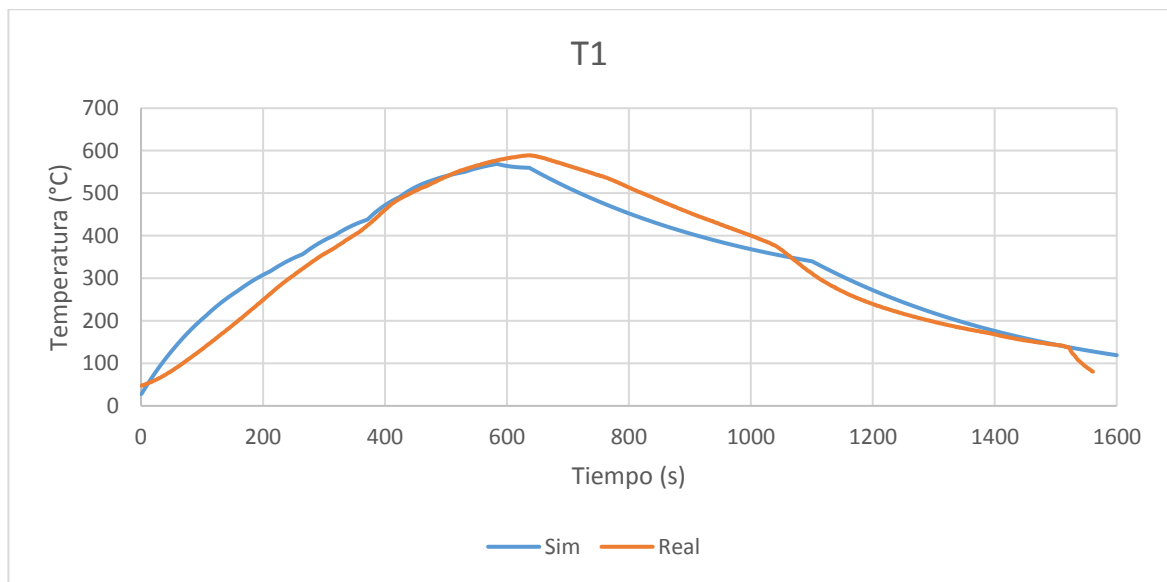


Figura 7- 11 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T1 y simulada

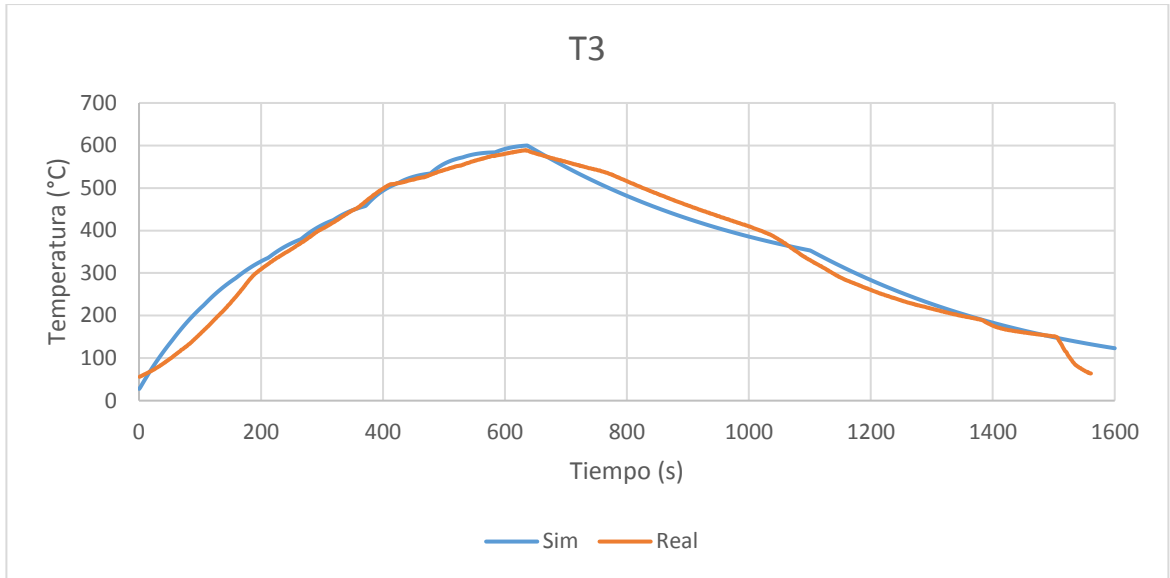


Figura 7- 12 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T3 y simulada

Los resultados de la comparación en las posiciones de T1 (Figura 7- 11) y T3 (Figura 7- 12) muestran que existe un mayor calentamiento inicial en los datos simulados, entre 0 y 300 segundos aproximadamente. Este calentamiento puede no ser tan importante porque el efecto del comportamiento visco-elástico se considera a temperaturas superiores a los 540°C y durante la simulación en este intervalo apenas y se llega a los 400°C.

En tiempos superiores a los 300 segundos la temperatura registrada experimentalmente y la simulada para los casos anteriores es similar para T3, para T1 el comportamiento es muy semejante con excepción de que en la simulación la temperatura es ligeramente inferior al finalizar el ciclo de calentamiento.

Durante el enfriamiento las diferencias son mayores principalmente debido a que en esta zona el fenómeno que controla la transferencia es la convección y no era el motivo principal del estudio.

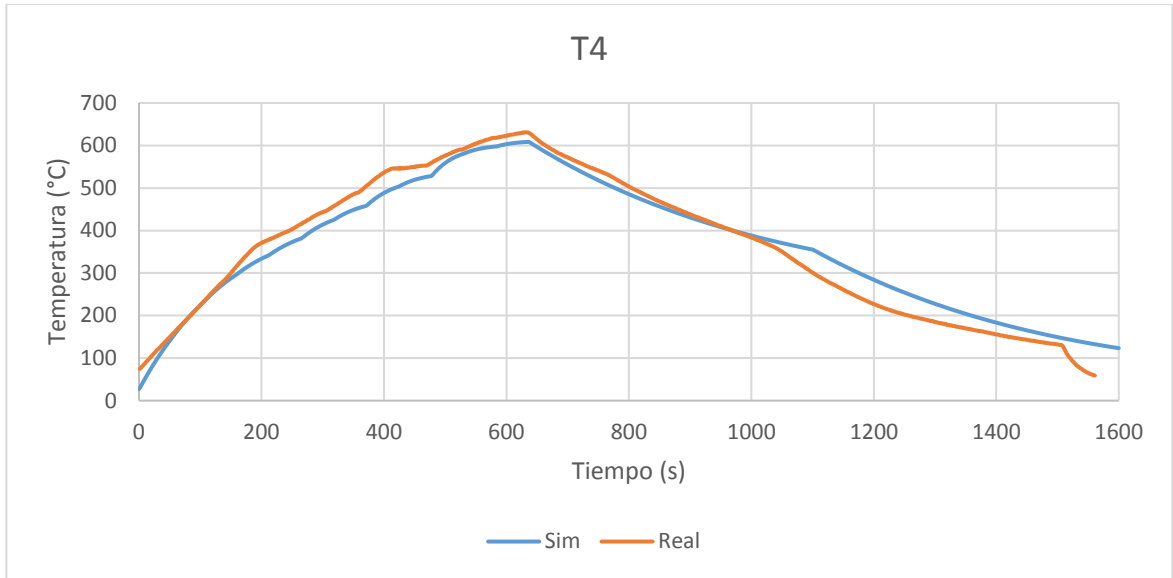


Figura 7- 13 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T4 y simulada

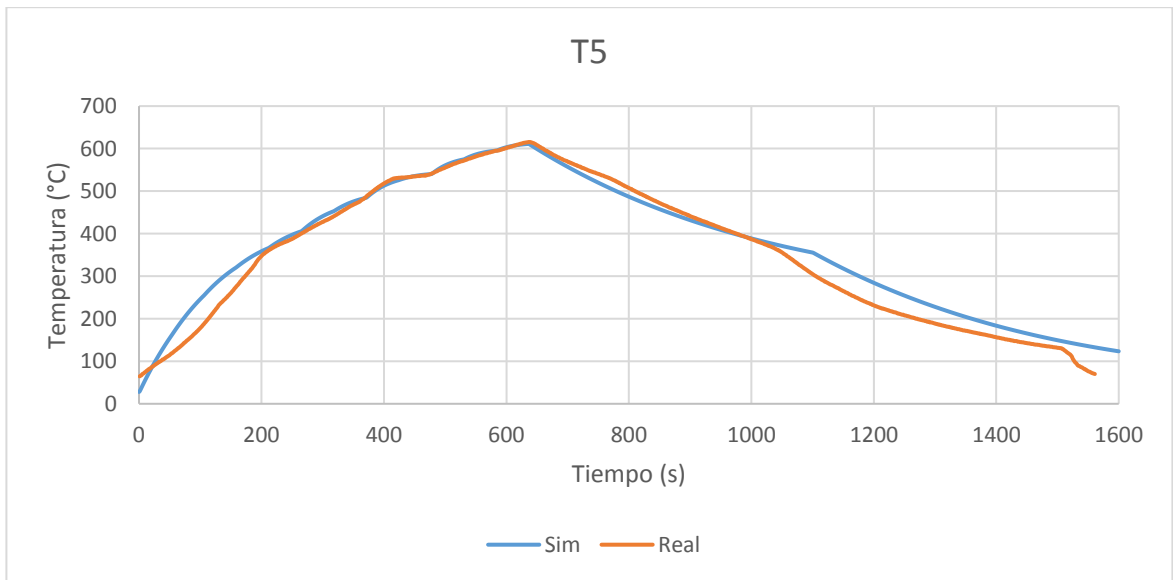


Figura 7- 14 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T5 y simulada

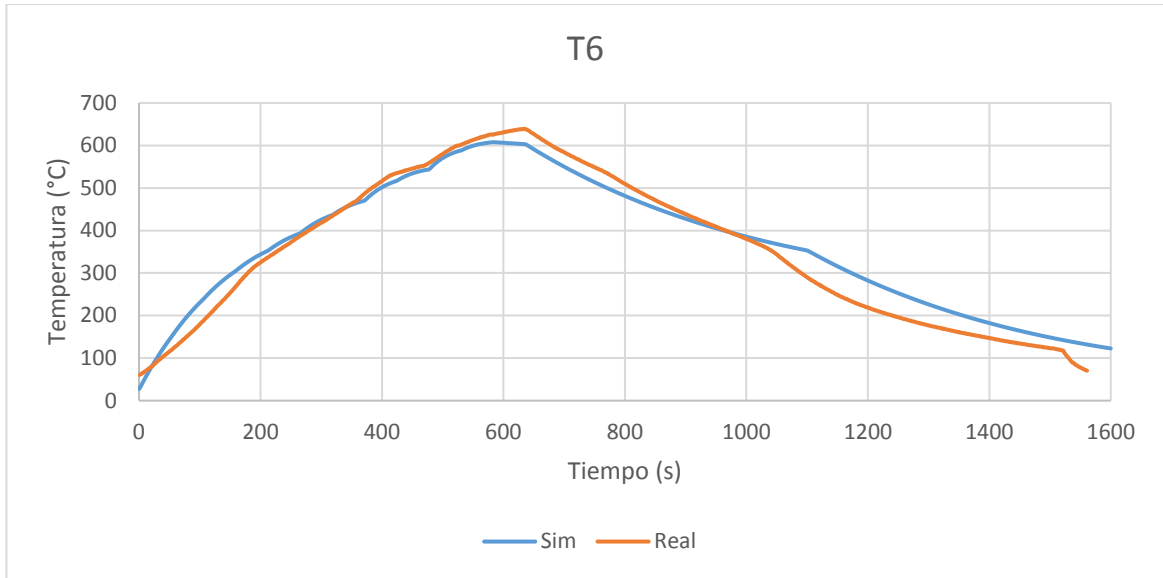


Figura 7- 15 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T6 y simulada

Las zonas donde se colocaron T4, T5 y T6 presentan una mejor aproximación a las rampas de temperaturas medidas experimentalmente, manteniendo diferencias en temperatura menores a 10 °C a temperaturas superiores a 540°C.

Las temperaturas en la simulación generalmente subestiman los valores reales, lo anterior se aprecia en las Figura 7- 13 a Figura 7- 15.

La mejor aproximación a las temperaturas reales se obtuvo con un modelo en que las temperaturas máximas fueron calculadas con los siguientes factores según las zonas como se muestra en la Tabla 7- 1. A las resistencias que afectan a la zona inferior central (7 centrales) se les dio un factor extra de 1.2 para compensar el efecto de la pintura cerámica.

Tabla 7- 1 Factor de cálculo de temperatura máxima

Zona	Factor
1	1.177
2	1.617
3	1.771
4	1.804
5	1.859

7.5 PERFILES DE TEMPERATURA DEL VIDRIO

Los perfiles de temperatura para los casos 3D se separan en 2 los casos preliminares 6-8 y los finales del caso 9 que fue subdividido en 3 versiones.

El caso 6 es el caso de flujo de calor definido en la superficie, en este caso de forma similar al caso 1 en 2D se definió un flujo de calor para la superficie del vidrio, por lo que la temperatura en general es constante para el material excepto en las zonas donde hace contacto el vidrio con el molde, esto se puede ver en la Figura 7- 16.

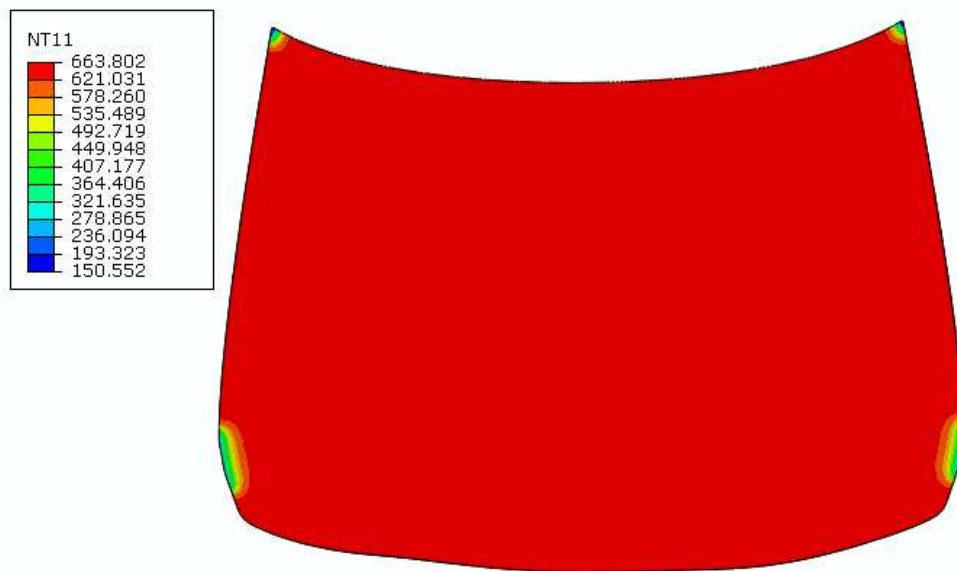


Figura 7- 16 Distribución de temperatura del caso 6

La zona de temperatura uniforme (mostrada en rojo en la Figura 7- 16) sigue una rampa de calentamiento similar a la rampa medida con termopares, para esto se utilizó un método iterativo para disminuir la diferencia entre ambas. La Figura 7- 29 muestra ambas rampas y el flujo de calor que requiere el vidrio para alcanzar esta temperatura.

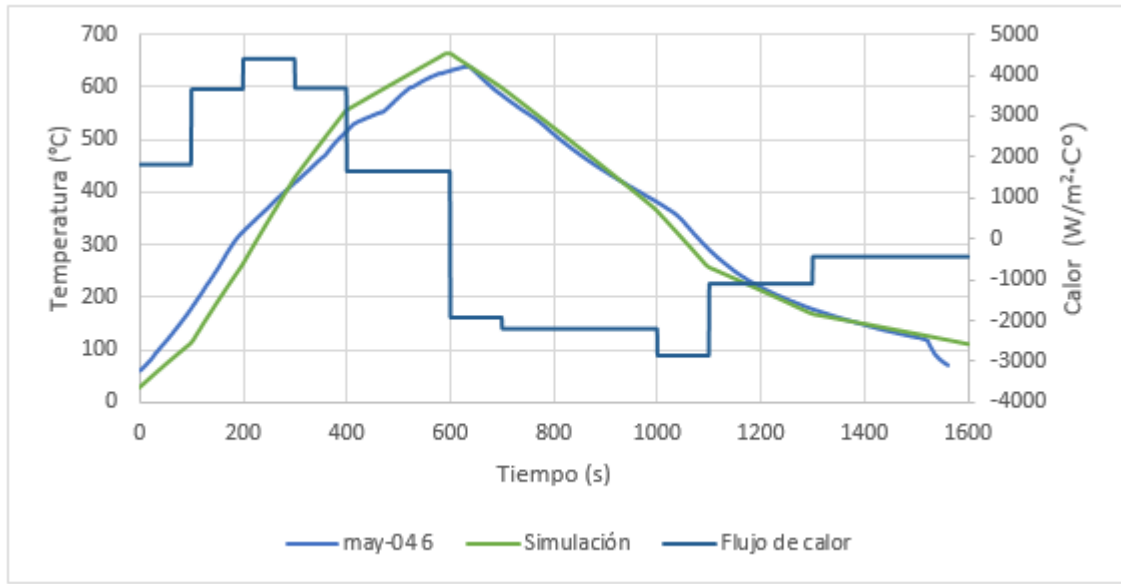


Figura 7- 17 Rampa de calentamiento de la zona de temperatura uniforme del caso 6.

El caso 7 muestra la primera aproximación al efecto del fenómeno de radiación sobre los modelos 3D. En la Figura 7- 18 para este caso se utilizó un perfil de temperatura idéntico para las resistencias superiores y otro para las inferiores.

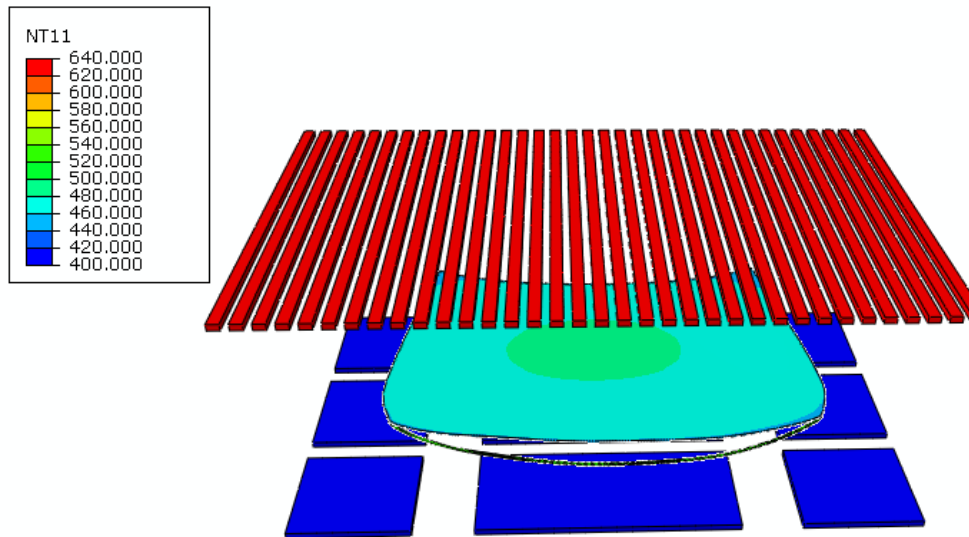


Figura 7- 18 Uniformidad en temperatura de las resistencias (Caso 7).

Para el caso 7 se encontró que el vidrio presentó mayor temperatura en su centro llegando a obtener un máximo de 482 °C en esa zona, las zonas de menor temperatura fueron

nuevamente las esquinas con 440°C. La concentración de calor en el centro se debe principalmente a que el calor fluye desde este punto hacia las zonas frías. Lo anterior se puede ver en la Figura 7- 19.

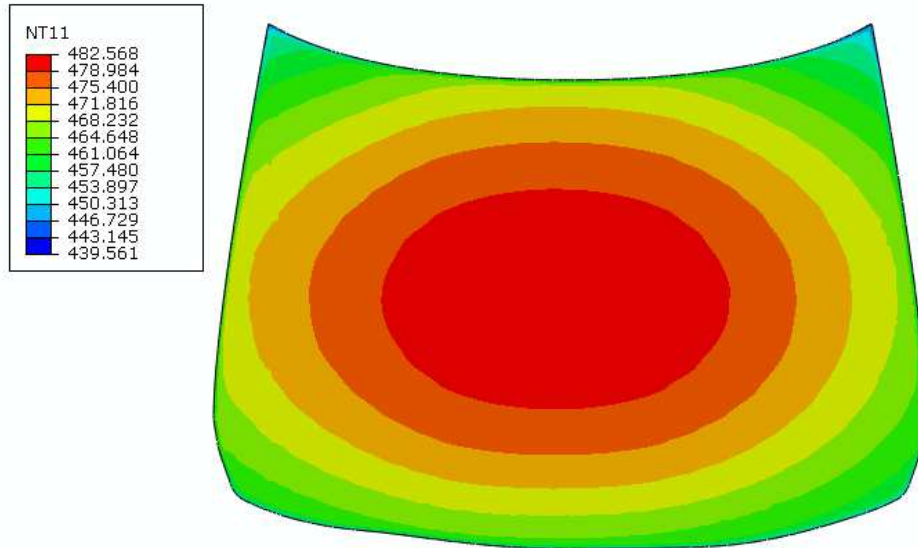


Figura 7- 19 Distribución de temperaturas del caso 7.

Para el caso 8 se compararon diferentes arreglos con respecto al sistema de transferencia de calor. En la Figura 7- 20 se muestra un perfil de temperatura en el vidrio. Para el caso A, se puede ver que las temperaturas más altas llegan a los 654 °C, mientras que las más bajas rondan los 500 °C. Al comparar estas contra el perfil de temperatura obtenido con las mismas condiciones en las resistencias, pero para el caso B, mostrado en la Figura 7- 21, se aprecia que la temperatura máxima disminuye a 651°C y la zona de temperatura máxima disminuye su área, la temperatura mínima baja a 465°C y se presenta una nueva zona fría en la parte superior del vidrio.

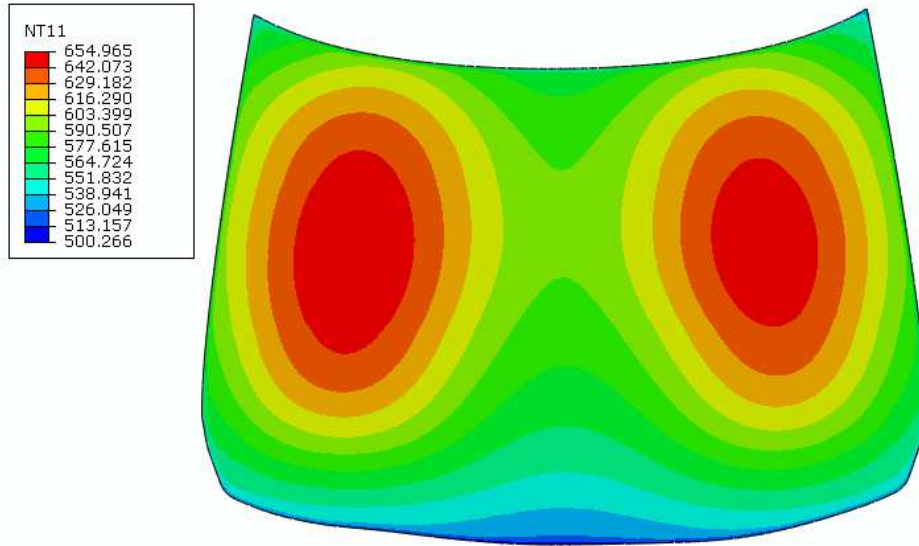


Figura 7- 20 Distribución de temperaturas del caso 8-A.

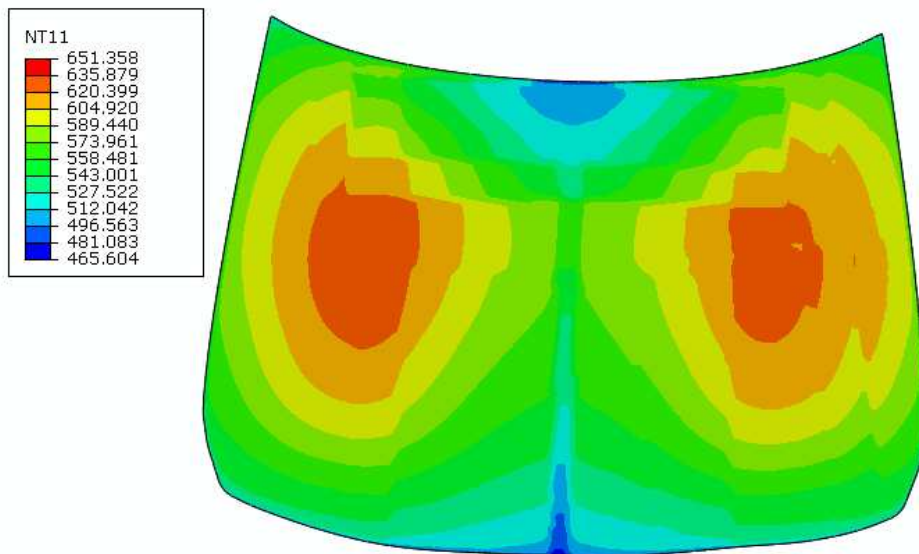


Figura 7- 21 Distribución de temperaturas del caso 8-B.

De los análisis de radiación del caso 9 que se realizaron se presentan las 3 últimas, la primera versión es un modelo que se asemeja en buena medida a las temperaturas obtenidas con el registrador, las versiones 2 y 3 son leves modificaciones a la primera en las que se realizan ajustes al modelo del cálculo de temperaturas de resistencias como función de la potencia.

Las figuras mostradas de los casos muestran el instante en que los vidrios salen de la zona de calentamiento. El cual se calcula en función del tiempo de ciclo dado por los ingenieros de proceso.

Para el caso 9 versión 1 de radiación se aprecia que la máxima temperatura en el vidrio se encuentra en las zonas aledañas al centro en la parte superior. Las temperaturas máximas en estos puntos alcanzan los 663 °C, esta es mayor a la encontrada en el proceso en planta por lo que en los siguientes modelos se busca reducirla.

Las temperaturas mínimas en este caso se encuentran en el centro y en la zona inferior. Esto no concuerda del todo con la realidad, sabemos que hay zonas de calentamiento importantes en la parte inferior del vidrio debido a la absorbancia de la pintura cerámica.

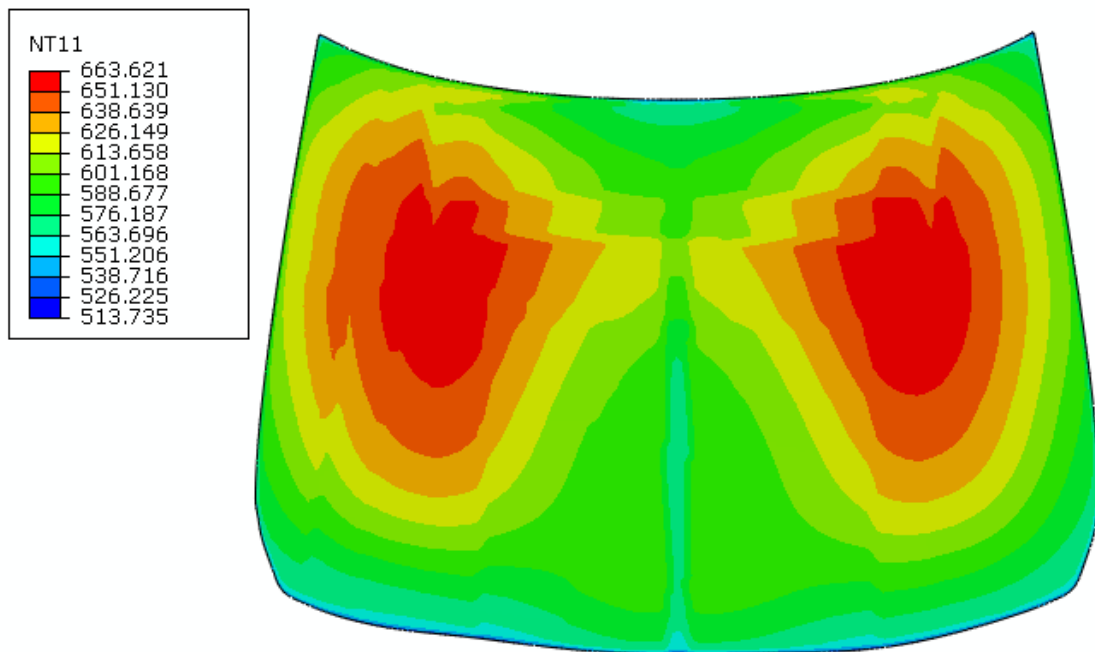


Figura 7- 22 Distribución de temperaturas del caso 9 versión 1

En la Figura 7- 23 se muestra el caso 9 versión 2 de radiación. Se puede apreciar que la temperatura máxima ha sido disminuida hasta 641 °C, lo que mejora la aproximación a las temperaturas reales. Además, las zonas de mayor temperatura en el vidrio se desplazan ligeramente hacia la parte inferior.

Las zonas más frías en el vidrio para el caso 9 versión 2 pasan a encontrarse en la parte central ligeramente desplazada hacia abajo y en la zona central superior en el canto.

Además, las zonas donde se encuentra la pintura ahora se encuentran más calientes esto debido a un factor extra que se les dio a estas zonas para corregir la omisión del coeficiente de absorbanza de la pintura cerámica.

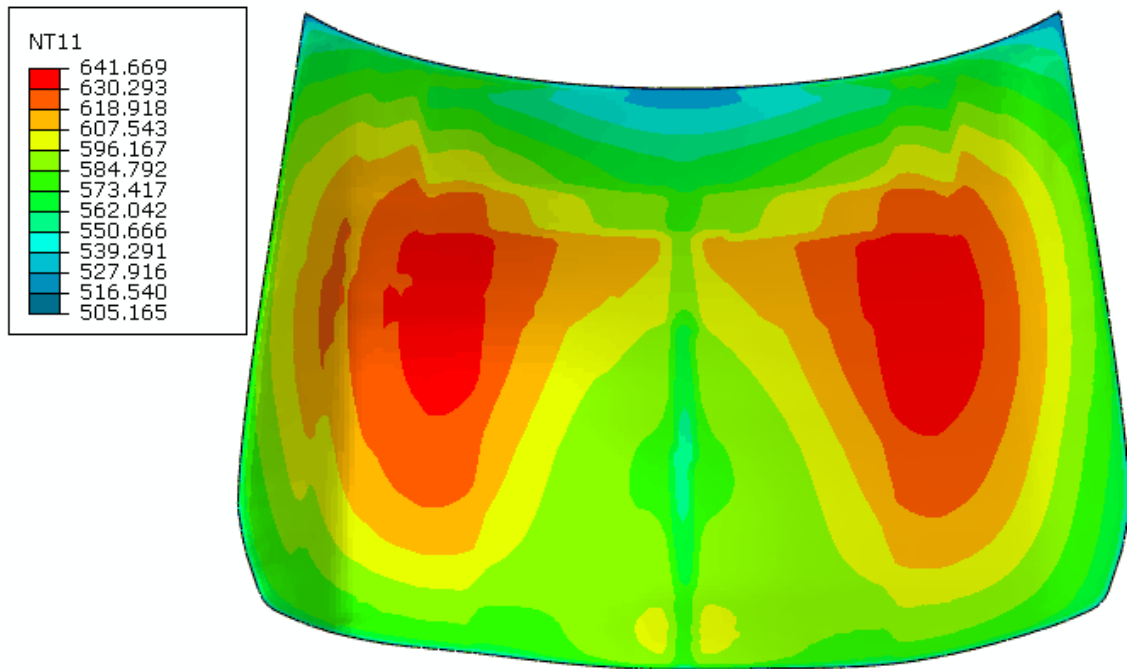


Figura 7- 23 Distribución de temperaturas del caso 9 versión 2 de radiación

El caso 9 versión 3 de radiación mostrado en la Figura 7- 24 es una modificación al caso 9 versión 2. Se aumentó el factor utilizado para simular la pintura cerámica, por lo cual ahora existe una zona de calentamiento importante en la parte inferior del vidrio.

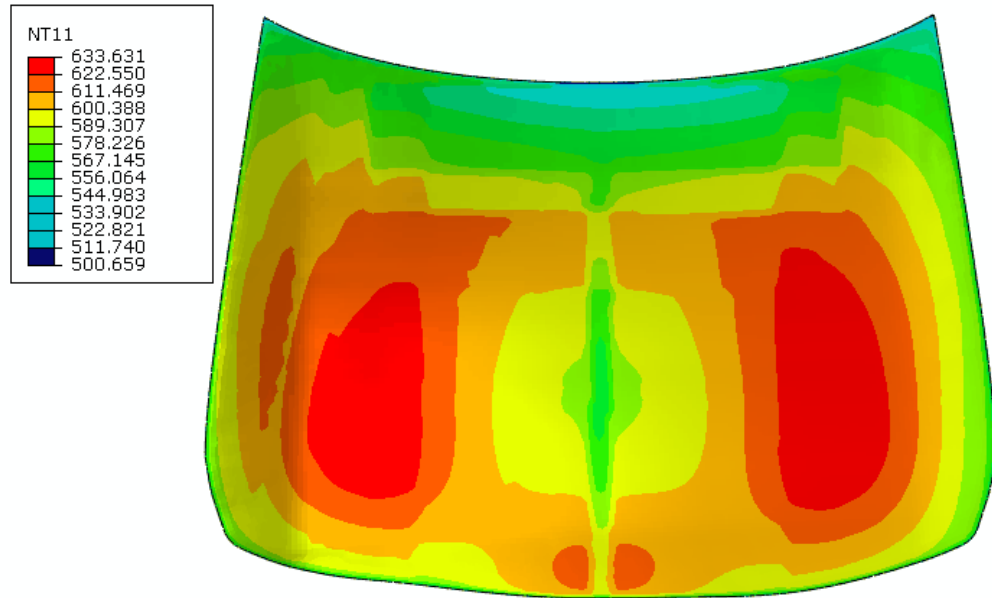


Figura 7- 24 Distribución de temperaturas del caso 9 versión 3 de radiación

Las zonas más calientes alcanzan temperaturas de 634°C y estas se desplazan hacia la parte inferior del vidrio entre el centro y los cantos laterales.

El centro siguió siendo una zona relativamente fría, pero las temperaturas más bajas se encuentran nuevamente en la zona superior.

En la

Tabla 7- 2 se muestran los perfiles de temperatura de la línea central vertical de los modelos del caso 9, los nodos donde se mide la temperatura son mostrados en la Figura 7- 25, se aprecia una disminución de las temperaturas en las versiones 2 y 3. La versión 3 tiene una temperatura similar al 2 en los nodos centrales superiores, en los inferiores el caso 3 muestra mayor temperatura debido al factor adicional que se le da por la pintura cerámica.

Tabla 7- 2 Perfil de temperaturas en la línea central del vidrio

Nodo de medición	Temperatura (°C)		
	Caso 9 versión 1	Caso 9 versión 2	Caso 9 versión 3
69665	588	560	561
71211	592	577	577
73275	594	586	585
75081	584	576	577
77145	591	580	587
78821	585	576	587
84525	579	587	604

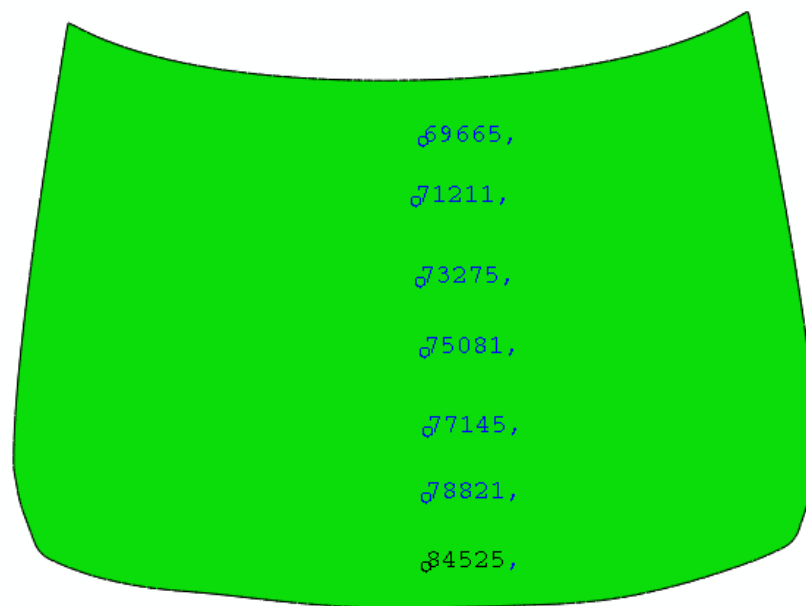


Figura 7- 25 Nodos de medición de temperatura

7.6 SIMULACIONES DE DEFORMACIÓN

Se presentan las imágenes con las deformaciones finales obtenidas a partir de las simulaciones, primero se muestra el resultado de la simulación a temperatura ambiente.

El modelo estático-estructural mostrado en la Figura 7- 26(Caso 5) utilizado a temperatura ambiente (28°C) para representar el deformado del vidrio al colocarse sobre el molde da como resultado un desplazamiento máximo de 1.55 cm en dirección $-Z$, este resultado se puede considerar poco, pero esto no debe ser de sorprender, a baja temperatura el vidrio se comporta como un material elástico.

Los desplazamientos máximos en este caso se presentan en el centro del vidrio en su línea central vertical.

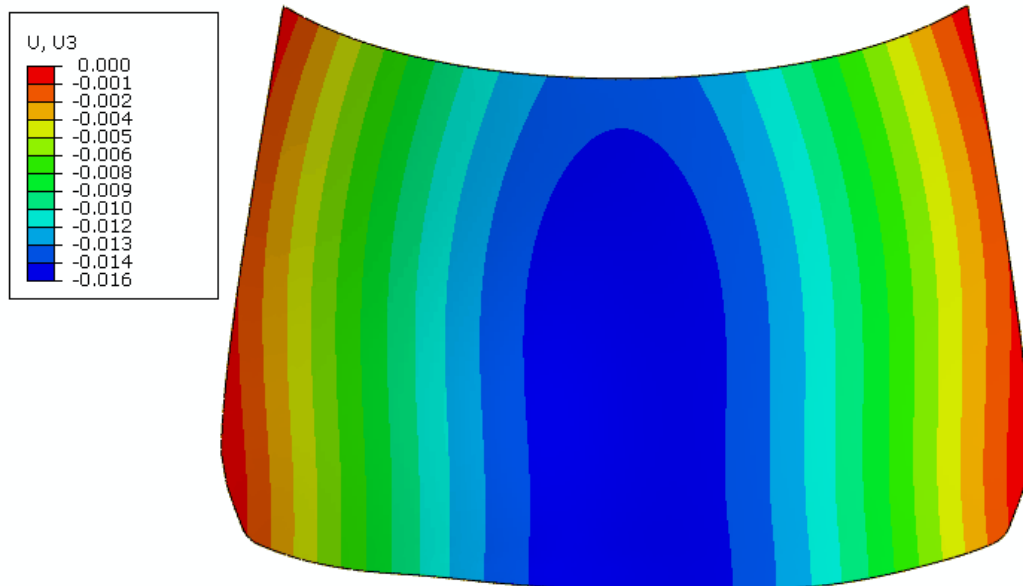


Figura 7- 26 Desplazamientos verticales del estático-estructural

Para el caso dinámico de temperatura predefinida (Caso 10) mostrado en la Figura 7- 27, se utilizó una única temperatura para todo el vidrio, siendo esta tomada a partir del termopar 5 de la corrida 3. En esta corrida se presenta el desplazamiento máximo en la zona central del vidrio (ligeramente desplazado hacia arriba), el desplazamiento alcanza los 12.3 cm.

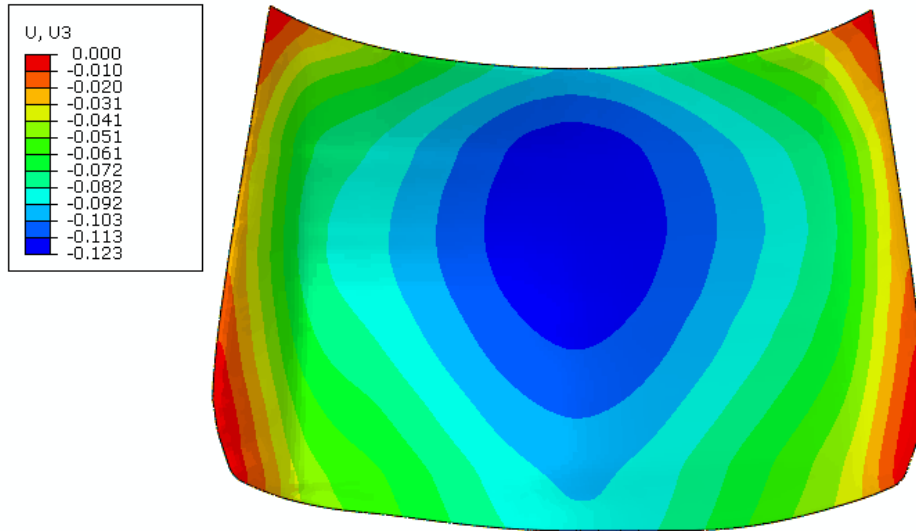


Figura 7- 27 Desplazamientos verticales del caso dinámico con temperatura predefinida

Se presentan las simulaciones dinámicas que utilizaron perfiles de temperatura simuladas: casos 11, 12 y 13 debido a que son los que presentan perfiles de temperatura más cercanos a los reales.

El modelo dinámico a partir del caso 11 el cual se muestra en la Figura 7- 28, muestra un desplazamiento máximo de 12.6 cm en el centro, se puede ver que el desplazamiento máximo se ve restringido en la zona superior central, lo cual no sucede en el modelo DTP en el cual existe un desplazamiento importante en la zona central inferior.

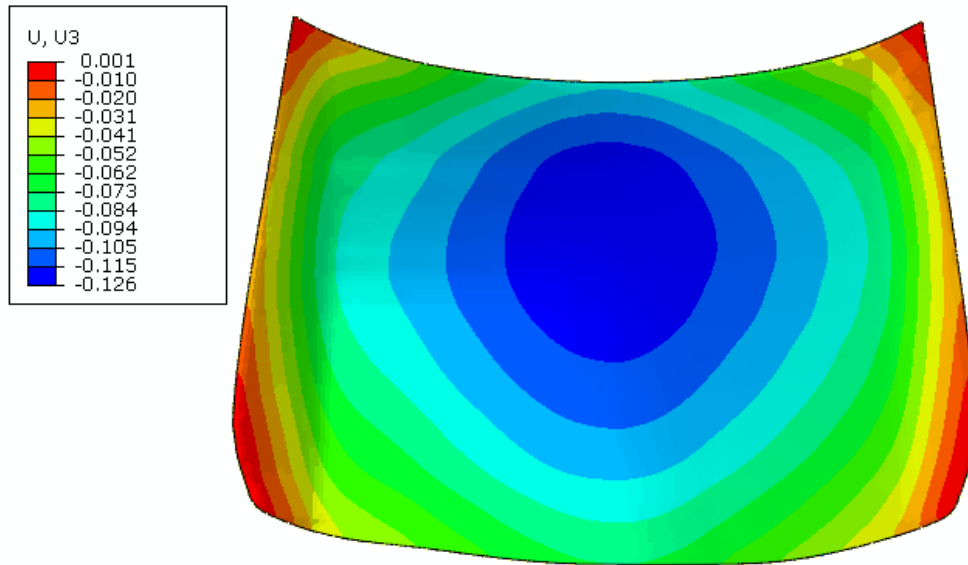


Figura 7- 28 Desplazamientos verticales del caso 11

El modelo dinámico a partir del caso 12 mostrado en la Figura 7- 29, muestra un desplazamiento máximo de 11.9 cm en el centro, el desplazamiento máximo se desplaza ligeramente hacia abajo en comparación con lo visto en el caso 11.

La disminución en el desplazamiento máximo en el vidrio observado en el modelo 12 se debe principalmente al perfil de temperatura utilizado, el caso 9 versión 2 presenta temperaturas máximas menores a las del caso 9 versión 1 y las zonas más calientes se encuentran un poco más abajo.

El modelo dinámico a partir del caso 13 mostrado en la Figura 7- 30, muestra un perfil de desplazamiento muy similar al caso 12, pero con desplazamientos menores en magnitud, siendo el máximo desplazamiento de 11.3 cm.

La diferencia en el perfil entre los casos 12 y 13 es que el último presenta una zona de desplazamiento similar más amplia en la zona inferior del vidrio.

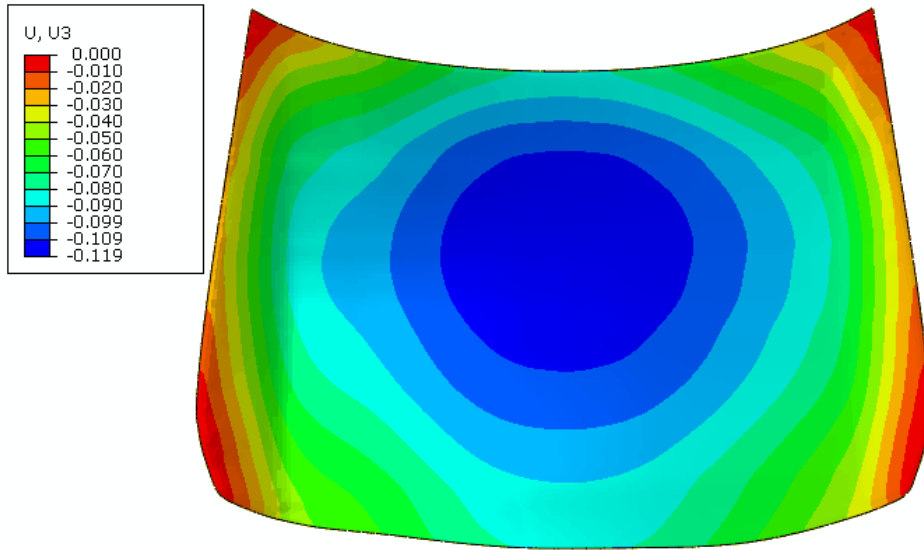


Figura 7- 29 Desplazamientos verticales del caso 12.

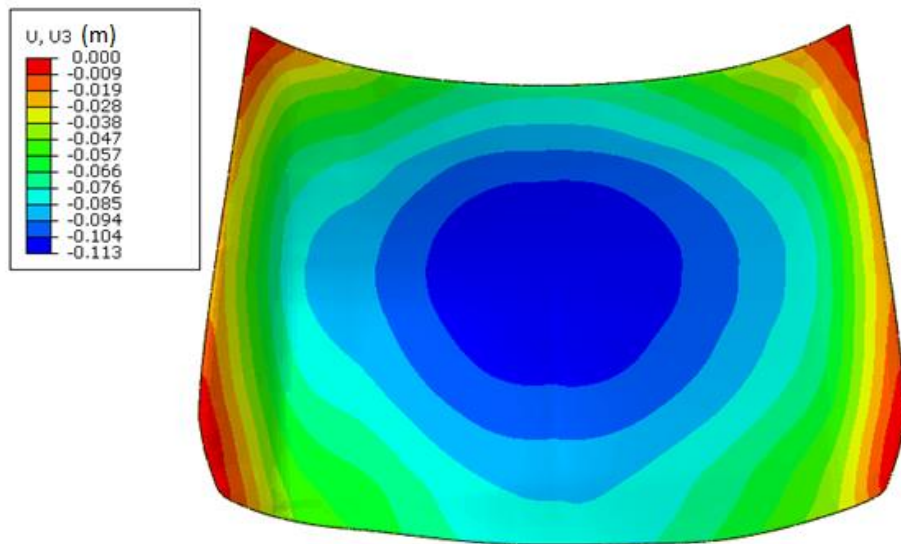


Figura 7- 30 Desplazamientos verticales del caso 13

Un resumen de los datos se muestra en la Tabla 7- 3, se compara las temperaturas máximas obtenidas en los análisis y los desplazamientos en el eje z en dirección negativa.

Tabla 7- 3 Comparación de las temperaturas máximas y desplazamientos en los casos analizados.

Caso	Temperatura máxima, °C	Desplazamiento (dinámico), cm
10	638	12.3
11	663	12.6
12	641	11.9
13	633	11.3

7.7 COMPARACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS

Los casos 10 a 13 se compararon contra las deformaciones deseadas. La simulación del caso 10 de deformación con temperatura predefinida presenta una deformación superior a la deseada, esto se puede atribuir a que se utilizó una sola temperatura para toda la pieza de vidrio, en las zonas del vidrio donde la temperatura utilizada fue mayor que la real se presentaron deformaciones superiores a las deseadas, ejemplos de esto son las zonas de arriba del vidrio simulado. En los casos donde la temperatura de la simulación fue menor que la real se presentaron deformaciones inferiores a las deseadas, esto sucedió principalmente en las zonas inferiores del vidrio. Este caso muestra un error máximo de 3 cm con los desplazamientos.

El caso 11 el cual utilizó la temperatura del caso 9 versión 1 en esta simulación se obtuvo errores semejantes al caso 10, esto debido a que los valores de temperaturas para los nodos fueron superiores a las medidas experimentalmente. Las temperaturas máximas del centro y la parte superior sobrestiman los desplazamientos, y las temperaturas inferiores de la zona inferior los subestiman. Los valores máximos de diferencia con respecto a los desplazamientos deseados son de 3 cm.

Debido a lo anterior las simulaciones térmicas al disminuir la temperatura de las resistencias.

Para las simulaciones del caso 12 se utilizó una temperatura de nodos obtenida a partir del caso 9 versión 2, con esta temperatura más cercana a la real se obtuvo una disminución de

la diferencia con la deformación objetivo. En este caso se obtuvo una deformación dentro del criterio de aceptación en la zona central inferior, cantos laterales y superior. La diferencia máxima obtenida con respecto al objetivo disminuyó a 2 cm en la zona central del vidrio.

En el caso 13 las diferencias máximas de deformación simulada contra la deseada siguieron siendo de 2 cm, pero las zonas donde esta se presenta disminuyó y se desplazó a una zona cercana al canto lateral del lado pasajero. La mayor parte del vidrio se encuentra de acuerdo al criterio de aceptación (zonas inferiores hasta el centro, zona superior hasta aproximadamente un pie del canto y zonas de cantos laterales).

CAPÍTULO 8: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1 CONCLUSIONES

Se desarrolló una metodología para la modelación mediante simulación con el método de elementos finitos del proceso de termo-formado de vidrio con aplicación automotriz la cual considera las propiedades del vidrio, los fenómenos de transferencia de calor que intervienen en el proceso, geometrías del sistema y tiempos de proceso.

Con la simulación se pudieron observar eventos que son difíciles de apreciar de otra forma debido las limitaciones en planta, además puede ser adaptado para otros sistemas semejantes.

Esta metodología se puede utilizar para determinar las partes donde se tienen que realizar modificaciones en la temperatura del vidrio para corregir la deformación de la pieza.

El control de la rampa de calentamiento y perfil de temperatura durante la simulación térmica es de suma importancia debido a que calentamientos superiores producen deformaciones excesivas en cortos periodos de tiempo.

En la simulación se observa 3 intervalos de deformación una desde temperatura ambiente hasta 375-400 °C la cual se atribuye a la expansión térmica, la segunda a partir de 375-400 °C hasta 540 °C la cual se debe a que se empieza a considerar el efecto de viscosidad en la deformación. La última zona comienza en el rango de 540-560°C, en esta zona se da una deformación veloz, en comparación con las primeras, por lo que se tienen que aplicar un cuidado especial en las temperaturas durante este intervalo.

Diferencias importantes de temperatura entre las zonas del vidrio pueden provocar deformaciones irregulares o no deseadas en el vidrio, por lo cual se debe de evitar deltas de temperatura superiores a 20°C en 20 cm especialmente durante el periodo máxima temperatura.

Este trabajo constituye el primer paso para la investigación del proceso de termo-formado mediante tecnologías de modelación y simulación numérica, hace posible la modificación de las variables del proceso y del material para realizar pruebas preliminares.

8.2 RECOMENDACIONES

Debido a la complejidad del proceso estudiado existen varias suposiciones y/o simplificaciones, las cuales se realizaron y las cuales pudieron afectar los resultados. A continuación, se presentan estas simplificaciones y se explica de forma resumida la forma de mejorar en un futuro.

Debido a que durante la planeación del proyecto no se consideró la convección en la parte final del ciclo del horno se realizaron suposiciones simples para estimar este fenómeno en base a las curvas de calentamiento obtenidas con el equipo experimental, sin embargo, en futuros trabajos se pueden utilizar otras herramientas como FLUENT para estimar de una mejor manera el enfriamiento en esta sección del horno. Las variaciones que existen entre la curvatura de los vidrios simulados y el real, se deben principalmente a que se simuló la deformación hasta el final de la zona de calentamiento. Un siguiente paso en la investigación debe ser la simulación del enfriamiento.

El enfriamiento presenta problemas porque es necesario buscar un modelo que represente la transición vítrea el cual es un fenómeno que controla el punto en que la estructura del vidrio se “congela”.

Como se explicó en este trabajo se utilizó la suposición de un solo tipo de vidrio para el cual se estimaron sus propiedades en base a modelos estadísticos desarrollados por diversos investigadores, en realidad existen diferentes proveedores de vidrio los cuales, aunque son de soda-cálcica en su composición se presentan pequeñas desviaciones las cuales pueden modificar algunas de las propiedades del vidrio.

La consideración de un solo vidrio se de espesor equivalente a los 2 vidrios reales se puede corregir utilizando dos vidrios, pero se debe de disminuir el número de capas que se utiliza en cada uno para evitar tiempos excesivos, se recomienda utilizar una malla con el mismo tamaño de elemento en ambas hojas de vidrio y con elementos emparejados.

El talco se puede simular con las condiciones de conductancia para la parte térmica y con un coeficiente de fricción definido en las simulaciones mecánicas-dinámicas.

Para tomar en cuenta el coeficiente de absorción de diferentes materiales se puede tomar en cuenta FLUENT, esto se utilizaría para simular principalmente la diferencia en calentamiento entre las zonas de la superficie que contiene pintura cerámica y las que carecen de esta.

LISTA DE APÉNDICES

Apéndice 1 Método de Richet	130
Apéndice 2 Método de Primenko	132
Apéndice 3 Método de Lakatos	134
Apéndice 4 Método de Fluegel.....	136
Apéndice 5 Método de Makishima y Mackenzie	139
Apéndice 6 Funciones de interpolación o funciones de forma.....	141
Apéndice 7 Método de residuos ponderados	143
Apéndice 8 Métodos variacionales	145
Apéndice 9 Principio del trabajo virtual	146

Apéndice 1 Método de Richet

El método de Richet [49] es capaz de predecir la capacidad calorífica a presión constante para vidrios de óxidos en un rango de temperatura aproximado de 273 a 1200 K. En este método se asume una dependencia de la capacidad calorífica C del vidrio con respecto a las capacidades caloríficas molares parciales \bar{C}_i de los óxidos componentes según la Ecuación A- 1, donde x_i representa la fracción molar del óxido en el vidrio.

$$C = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \bar{C}_i$$

Ecuación A- 1

Las capacidades caloríficas parciales molares \bar{C}_i se calculan con la Ecuación A- 2 donde a_i , b_i , c_i y d_i son coeficientes reportados por Richet, los cuales se encuentran en la Tabla 1 y T es la temperatura del vidrio.

$$\bar{C}_i = a_i + b_i \cdot T + \frac{c_i}{T^2} + \frac{d_i}{\sqrt{T}}$$

Ecuación A- 2

Tabla 1 Coeficientes de la capacidad calorífica parcial molar de los óxidos en los vidrios de sílice

Componente	ai	bi	ci	di	ΔT (K)	Δx
SiO₂	127.2	-0.01078	431270	-1463.9	270-1600	33-100
Na₂O	70.884	0.02611	-358200	0	270-1170	0-33
K₂O	84.323	0.000731	-829800	0	270-1190	0-17
CaO	39.159	0.01865	-152300	0	270-1130	0-50
MgO	46.704	0.01122	-1328000	0	270-1080	0-50
Al₂O₃	175.491	-0.00584	-1347000	-1370	270-1190	0-33
TiO₂	64.111	0.02259	-2302000	0	300-800	0-17
FeO	31.77	0.038515	-1200	0	300-800	0-40
Fe₂O₃	135.25	0.012311	-3909800	0	300-800	0-13
B₂O₃	215.151	-0.00344	1583600	-2920	270-510	100
H₂O	81.437	0.000098	-3109400	0	298-423	18

El cambio de la entalpia en este caso se obtiene a partir de la integral de las capacidades caloríficas parciales molares con respecto a la temperatura, multiplicadas por su fracción molar en el vidrio, según la Ecuación A- 3.

$$\Delta H = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \int_{T_0}^T \bar{C}_i dT$$

Ecuación A- 3

Apéndice 2 Método de Primenko

El método Primenko [52] es utilizado para calcular la conductividad térmica de vidrios de óxidos, al igual que otros métodos utilizados para este fin su cálculo se basa en la propiedad parcial de cada uno de los componentes del vidrio. Una ventaja de este método sobre otros es su capacidad de calcular la conductividad del vidrio a temperaturas mayores a 100 °C, debido a que su autor publico coeficientes para el rango de temperatura de 0-600°C.

La Ecuación A- 4 es utilizada en conjunto con los coeficientes de la Tabla 2 para el cálculo de la conductividad.

$$k = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot x_i$$

Ecuación A- 4

Tabla 2 Coeficientes para el cálculo de la conductividad según Primenko

X _i	SiO ₂	CaO	Al ₂ O ₃	B ₂ O ₃	TiO ₂	MgO
0	0.01299	0.01237	0.01298	0.01196	0.01353	0.02343
50	0.01405	0.01141	0.01152	0.01174	0.01382	0.02173
100	0.01513	0.01046	0.01007	0.01152	0.01412	0.02003
150	0.01565	0.00992	0.0096	0.01128	0.0145	0.0191
200	0.01618	0.00938	0.00914	0.01104	0.01487	0.01818
250	0.01666	0.00905	0.00825	0.01085	0.01525	0.01745
300	0.01715	0.00872	0.00735	0.01056	0.01564	0.01673
350	0.01767	0.00858	0.00676	0.01024	0.01603	0.01621
400	0.01819	0.00845	0.00617	0.01003	0.01642	0.01569
450	0.01873	0.00838	0.00564	0.00965	0.01683	0.01626
500	0.01928	0.00831	0.00511	0.00926	0.01724	0.01684
550	0.02043	0.00825	0.00459	0.00882	0.01762	0.0176
600	0.02159	0.00819	0.00407	0.00837	0.01801	0.01836

X_{li}	BaO	ZnO	PbO	Na₂O	K₂O
Coefficientes parciales λ en (W/m²·°C), temperatura en (°C)	0.00186	0.00793	0.00297	-0.00517	0.00217
	0.00239	0.00698	0.00307	-0.00418	0.00258
	0.00291	0.00602	0.00318	-0.00318	0.00299
	0.00327	0.00457	0.00333	-0.00002	0.00368
	0.00363	0.00312	0.00348	0.00318	0.00438
	0.00402	0.00178	0.0038	0.00552	0.00527
	0.00442	0.00044	0.00412	0.00786	0.00616
	0.00523	-0.00117	0.00492	0.0101	0.00735
	0.00604	-0.00279	0.00573	0.01237	0.00854
	0.00708	-0.00501	0.00679	0.01553	0.00985
	0.00813	-0.00724	0.00785	0.01869	0.01117
	0.0091	-0.00955	0.00854	0.01876	0.01253
	0.01007	-0.01187	0.00923	0.01883	0.01389

Apéndice 3 Método de Lakatos

Lakatos propuso métodos para realizar estimaciones en vidrio. Uno de estos métodos estima los coeficientes para la ecuación de VFTH [72] y otro es usado para estimar el coeficiente de expansión térmica lineal promedio [76].

- Estimación de coeficientes de la ecuación de VFTH.

Este método se basa en la proporción molar entre los óxidos con respecto a la sílice SiO₂ según la Ecuación A- 5.

$$XO = \frac{\text{moles del } XO}{\text{moles del } SiO_2} \quad \text{Ecuación A- 5}$$

Donde *XO* representa a los siguientes óxidos: Na₂O, K₂O, CaO, MgO y Al₂O₃. Una vez obtenidos todos los valores para *XO*, estos se introducen en las Ecuación A- 6 a Ecuación A- 8.

$$B = -6039.7 \cdot Na_2O - 1439.6 \cdot K_2O - 3919.3 \cdot CaO + 6285.3 \\ \cdot MgO + 2253.4 \cdot Al_2O_3 + 5736.4 \quad \text{Ecuación A- 6}$$

$$A = -1.4788 \cdot Na_2O + 0.8350 \cdot K_2O + 1.6030 \cdot CaO + 5.4936 \\ \cdot MgO - 1.5183 \cdot Al_2O_3 + 1.4550 \quad \text{Ecuación A- 7}$$

$$T_0 = -25.07 \cdot Na_2O - 321.0 \cdot K_2O + 544.3 \cdot CaO - 384.0 \cdot MgO \\ + 294.4 \cdot Al_2O_3 + 198.1 \quad \text{Ecuación A- 8}$$

Posteriormente estos coeficientes pueden ser empleados en la Ecuación 4- 5 (ecuación de VFTH).

- Estimación del coeficiente de expansión térmica lineal promedio.

Este método también se basa en la estimación a partir de la composición química, se utiliza la Ecuación A- 5 para estimar *XO* de cada componente con excepción del SiO₂, posteriormente se utiliza la Ecuación A- 9:

$$\alpha_m = (51.3 + 210.864 \cdot Na_2O - 275.584 \cdot K_2O - 13.8887 \cdot CaO \\ + 23.93 \cdot MgO - 88.638 \cdot Al_2O_3) \times 10^{-7} / ^\circ C$$

Ecuación A-9

Apéndice 4 Método de Fluegel

Fluegel [39] un autor reconocido por su trabajo de predicción de propiedades del vidrio para la base de datos de SciGlass. Desarrolló métodos para estimar la densidad y el coeficiente de expansión térmica como función de la composición del vidrio basándose en métodos existentes y en el análisis estadístico.

- Densidad (ρ).

Fluegel [98] propuso un método para estimar la densidad ρ a temperatura ambiente en función de su composición química para vidrios de sílice, utilizó 101 composiciones de la base SciGlass [44].

Este método permite estimar la densidad para vidrios con composición entre 40-87% mol de sílice, para la regresión de datos se utilizó una ecuación polinómica de tercer orden (Ecuación A- 10).

$$\rho = b_0 + \sum_{i=1}^n \left[b_i \cdot C_i + \sum_{k=i}^n \left(b_{ik} \cdot C_i \cdot C_k + \sum_{m=k}^n b_{ikm} \cdot C_i \cdot C_k \cdot C_m \right) \right] \quad \text{Ecuación A- 10}$$

En donde los valores b son coeficientes del modelo, b_0 la densidad atribuida a la sílice misma; los coeficientes b_i , b_{ik} y b_{ikm} representan la interacción de los componentes óxidos componentes con la sílice. Los compontes para un vidrio soda-cálcica obtenida de un proceso de flotado se muestran en la Tabla 3. Para otros óxidos los coeficientes pueden ser encontrados en [98].

Tabla 3 Coeficientes para estimar la densidad con el método de Fluegel.

Variable	Coefficiente	Variable	Coefficiente	Variable	Coefficiente
SiO ₂	2.121560704	(MgO) ²	-0.000061159	Al ₂ O ₃ -CaO	-0.000102444
Al ₂ O ₃	0.010525974	(CaO) ²	-0.00005478	K ₂ O-MgO	-0.000337747
Na ₂ O	0.018129123	(Na ₂ O) ³	0.000001614	K ₂ O-CaO	-0.000349578
K ₂ O	0.019177312	(K ₂ O) ³	0.00000191	MgO-CaO	0.000057248
MgO	0.01210604	Na ₂ O-K ₂ O	-0.000395491	Na ₂ O-MgO-CaO	-0.000009143
CaO	0.017992367	Na ₂ O-Al ₂ O ₃	-0.000253454	Na ₂ O-MgO-Al ₂ O ₃	-0.000012286
SO ₃	-0.044488661	Na ₂ O-MgO	-0.000300745	Na ₂ O-CaO-Al ₂ O ₃	-0.000005106
Fe _x O _y	0.036995747	Na ₂ O-CaO	-0.000228249	K ₂ O-MgO-CaO	-0.00001217
(Al ₂ O ₃) ²	-0.000076924	Na ₂ O-Fe ₂ O ₃	-0.000371343	K ₂ O-MgO-Al ₂ O ₃	-0.000041908
(Na ₂ O) ²	-0.000264838	K ₂ O-Al ₂ O ₃	-0.000371858	K ₂ O-CaO-Al ₂ O ₃	-0.000012421
(K ₂ O) ²	-0.000319863	MgO-Al ₂ O ₃	0.000167218	MgO-CaO-Al ₂ O ₃	-0.000011236

Nota: El método tiene un error estándar de 19 kg/m³.

- Coeficiente de expansión térmico (α).

Fluegel [77] realizó análisis estadísticos con datos de expansión térmica tomando en cuenta 900 vidrios comerciales de composición soda-cálcica. Como resultado obtuvo relaciones directas entre los óxidos componentes y su expansión, además también fue capaz de encontrar los efectos de la combinación de diversos óxidos, entre los óxidos que estudio se encuentran: Na₂O, CaO, Al₂O₃, K₂O, MgO, B₂O₃, Li₂O, BaO, ZrO₂, TiO₂, ZnO, PbO, SrO, Fe₂O₃, CeO₂.

La Ecuación A- 11, fue propuesta por Fluegel para representar el modelo. En ella se representa el efecto directo de la concentración del óxido de interés C_j en el coeficiente de expansión, b_j y b_{j2} son los coeficientes de la influencia singular y cuadrada del óxido; por su parte b_{jk} es el coeficiente de la interacción entre 2 óxidos y b_0 es el coeficiente de intersección.

$$\alpha(210^{\circ}C) = b_0 + \sum_{j=1}^n \left[b_j C_j + b_{j2} C_j^2 + \sum_{k=j+1}^n (b_{jk} C_j C_k) \right] \quad \text{Ecuación A- 11}$$

Los coeficientes utilizados para este trabajo se muestran en la Tabla 4 [77].

Tabla 4 Coeficientes para estimar α con el método de Fluegel.

Variable	Coeficiente
Intersección	1.7672
Na₂O	0.4545
(Na₂O)²	-0.0012
CaO	0.1682
Al₂O₃	-0.0641
(Al₂O₃)²	0.006473
K₂O	0.532
(K₂O)²	-0.00171
MgO	0.0499
Na₂O*CaO	-0.00258
CaO*MgO	0.002627

Apéndice 5 Método de Makishima y Mackenzie

Propiedades mecánicas

En los trabajos de Makishima y Mackenzie [79] [81] se presenta las Ecuación A- 12 a Ecuación A- 15 las cuales permiten calcular el módulo de Young, el coeficiente de Poisson, el módulos de corte y el modulo volumétrico de vidrios inorgánicos. Los cálculos se realizan considerando la energía de disociación de los óxidos constituyentes por unidad de volumen F_i (kcal/cm³), la densidad de empaquetamiento V_t y la composición del vidrio.

$$E = 8.36V_t \sum F_i x_i \quad \text{Ecuación A- 12}$$

$$\nu = 0.5 - \frac{1}{7V_t} \quad \text{Ecuación A- 13}$$

$$S = \frac{30V_t^2}{10.2V_t - 1} \sum F_i x_i \quad \text{Ecuación A- 14}$$

$$K = 10V_t^2 \sum F_i x_i \quad \text{Ecuación A- 15}$$

La densidad de empaquetamiento se calcula con la Ecuación A- 16, donde ρ es la densidad del vidrio; M, x, V son el peso molecular, la fracción molar y el factor de empaquetamiento del óxido constituyente i respectivamente. Las unidades de los tres módulos son de GPa.

$$V_t = \left(\frac{\rho}{\sum M_i x_i} \right) \sum V_i x_i \quad \text{Ecuación A- 16}$$

Los factores para la Ecuación A- 12 se pueden obtener en bibliografía [45] [79] para un conjunto amplio de óxidos, a continuación en la Tabla 5 se presentan las energías de

disociación y los factores de empaquetamiento de los principales óxidos que forman parte del vidrio de estudio.

Tabla 5 Coeficientes para estimar E con el método de Makishima y Mackenzie

Oxido	F (Kcal/cm ³)	V
SiO ₂	15.4	14
Na ₂ O	8.9	11.2
CaO	15.5	9.4
MgO	20	7.6
Al ₂ O ₃	32	21.4
K ₂ O	5.6	18.8

Apéndice 6 Funciones de interpolación o funciones de forma

Se presentan a continuación las funciones de forma de los elementos cuadrilátero y hexaedro simple o de primer orden.

El elemento cuadrilátero simple o de primer orden que se muestra en la Figura A. 1, en este caso se Ξ y H son las coordenadas naturales en los ejes x y y .

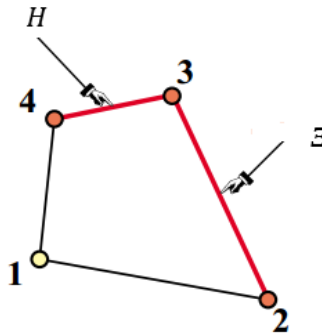


Figura A. 1 Elemento cuadrado simple

Estas coordenadas son empleadas en la Ecuación A- 17 para calcular las funciones de interpolación de cada uno de los nodos representadas por N_n , los coeficientes Ξ_n y H_n se obtienen a partir de la Tabla 6, a partir de esto se obtienen las funciones de interpolación para cada uno de los cuatro nodos.

$$N_n = \frac{1}{4}(1 + \Xi \Xi_n)(1 + H H_n) \quad \text{Ecuación A- 17}$$

Tabla 6 Coeficientes para las funciones de interpolación del elemento cuadrado simple

Nodo	Ξ	H
1	-1	-1
2	1	-1
3	1	1
4	-1	1

Para el elemento hexaédrico se agrega una nueva coordenada natural en z, llamada M como se muestra en la Figura A. 2, el procedimiento es el mismo que en el caso del elemento cuadrilátero, solo que ahora la función está definida por la Ecuación A- 18 y los coeficientes por la Tabla 7.

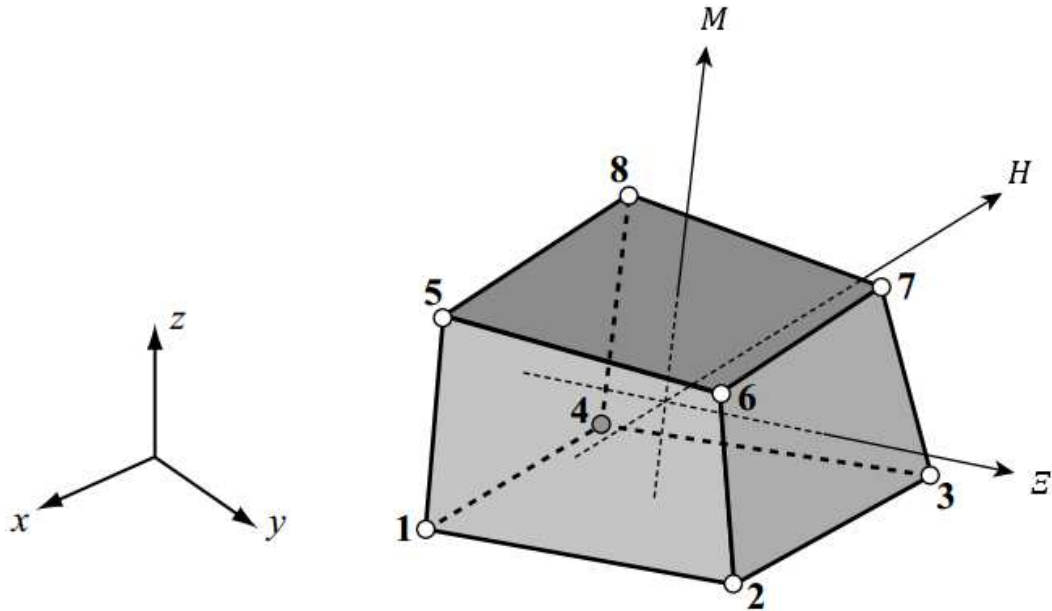


Figura A. 2 Elemento hexaédrico simple

$$N_n = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_n)(1 + \eta \eta_n)(1 + M M_n)$$

Ecuación A- 18

Tabla 7 Coeficientes para las funciones de interpolación del elemento hexaédrico

Nodo	ξ	η	M
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	1	1	-1
4	-1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	1	1	1
8	-1	1	1

Apéndice 7 Método de residuos ponderados

El método de residuos ponderados se basa en el principio variacional de métodos como el de Ritz [82], en el que se busca aproximar el sistema mediante una serie de funciones de prueba ψ_i a partir de parámetros desconocidos u , para minimizar la función del sistema F como se muestra en la Ecuación A- 19.

$$F(u) = \int \psi(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, x, y, z) dD$$

Ecuación A- 19

Siempre y cuando se cumpla la Ecuación A- 20

$$\begin{aligned} \psi(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, x, y, z) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \psi}{\partial (\partial u / \partial x)} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \psi}{\partial (\partial u / \partial y)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \psi}{\partial (\partial u / \partial z)} \right] - \frac{\partial \psi}{\partial u} \\ = 0 \end{aligned}$$

Ecuación A- 20

Utilizando el método de residuos ponderados se puede desarrollar una formulación semejante para un sistema discretizado. En el elemento finito debido a que se utilizan las funciones de interpolación para las incógnitas (funciones de desplazamiento o temperatura), el resultado de la Ecuación A- 20 no es cero y en su lugar es el residuo Re (Ecuación A- 21).

$$f \left[\psi \left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, x, y, z \right) \right] = Re$$

Ecuación A- 21

La mejor solución del sistema por lo tanto se obtendrá cuando el residuo se aproxima a cero para todo el dominio.

$$\int w_i R \, dx = 0$$

Ecuación A- 22

Dentro del método de residuos ponderados se puede dividir respecto a la función de ponderación w_i utilizada. Para el caso del método de Galerkin la función $w_i = N_i$, donde N_i es la función de interpolación.

Apéndice 8 Métodos variacionales

Un principio variacional especifica una cantidad escalar llamada funcional (Π) la cual es definida a partir de una integral [99].

$$\Pi = \int_{\Omega} F \left(u, \frac{du}{dx}, \dots \right) d\Omega$$

Ecuación A- 23

Donde u es la incógnita y F es un operador diferencial. Para problemas continuos la solución del sistema se da cuando u toma un valor tal que Π se vuelve estacionaria $\delta\Pi = 0$ con respecto a un cambio δu .

Para un problema discretizado se utiliza una función de prueba para las incógnitas generalmente en la forma de la Ecuación A- 24.

$$\hat{u} = \sum \psi a$$

Ecuación A- 24

Donde a es un parámetro por determinar y ψ es la función de prueba. De esta forma se tienen funciones para el sistema discretizados las cuales pueden ser alimentadas en la ecuación del principio variacional. Además, se puede resolver encontrar los parámetros a si se considera que el sistema se encuentra en estado estacionario.

$$\delta\Pi = \frac{\partial\Pi}{\partial a_1} \delta a_1 + \dots + \frac{\partial\Pi}{\partial a_n} \delta a_n = 0$$

Ecuación A- 25

Si el funcional es cuadrático entonces la derivada dará como resultado una ecuación lineal.

$$\frac{\partial\Pi}{\partial a_1} = Ka + f = 0$$

Ecuación A- 26

Apéndice 9 Principio del trabajo virtual

Este principio establece que “un cuerpo deformable en equilibrio está sujeto a desplazamientos virtuales arbitrarios asociados con una deformación del cuerpo, el trabajo virtual de las fuerzas externas en el cuerpo es igual a la energía virtual de deformación de los esfuerzos internos” [19]. Lo anterior se representa mediante la Ecuación A- 27.

$$\delta U^e = \delta W^e \quad \text{Ecuación A- 27}$$

Donde δU^e representa la energía virtual de deformación debida a esfuerzos internos representada por la Ecuación A- 28 y δW^e es el trabajo virtual de las fuerzas externas en el elemento expresado por la Ecuación A- 29.

$$\delta U^e = \iiint \delta\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad \text{Ecuación A- 28}$$

$$\delta W^e = \delta\{d\}^T \{P\} + \iint \delta\{\psi_s\}^T \{T_s\} dS + \iiint \delta\{\psi\}^T (\{X\} - \rho\{\ddot{\psi}\}) dV \quad \text{Ecuación A- 29}$$

En las ecuaciones anteriores $\delta\{d\}$ es el vector de desplazamientos virtuales de los nodos, $\delta\{\psi\}$ es el vector de las funciones virtuales de desplazamiento, $\{\ddot{\psi}\}$ se refiere a los efectos inerciales; el subíndice s representa la superficie, $\{P\}$ es la matriz de cargas nodales, $\{T_s\}$ es la matriz de fuerza por unidad de área aplicada en la superficie y $\{X\}$ es la matriz de fuerza por unidad de volumen.

Al sustituir las Ecuación A- 28 y Ecuación A- 29 en la Ecuación A- 27 se obtiene:

$$\iiint \delta\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \delta\{d\}^T \{P\} + \iint \delta\{\psi_s\}^T \{T_s\} dS + \iiint \delta\{\psi\}^T (\{X\} - \rho\{\ddot{\psi}\}) dV \quad \text{Ecuación A- 30}$$

A continuación, se definen las matrices de deformación $\{\varepsilon\}$, esfuerzo $\{\sigma\}$ y la general de desplazamientos $\{\psi\}$.

$$\{\varepsilon\} = [B]\{d\} \quad \text{Ecuación A- 31}$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad \text{Ecuación A- 32}$$

$$\{\psi\} = [N]\{d\} \quad \text{Ecuación A- 33}$$

Donde $[B]$ es la matriz con las funciones de interpolación del sistema, $[D]$ es la matriz constitutiva con las propiedades del material y $[N]$ la matriz de interpolación.

Sustituyendo las ecuaciones Ecuación A- 31 a Ecuación A- 33 en la Ecuación A- 30 se obtiene la forma general del principio de trabajo virtual Ecuación A- 34:

$$\begin{aligned} & \iiint [B]^T [D] [B] dV \{d\} \\ & = \{P\} + \iint \{N_s\}^T \{T_s\} dS + \iiint \{N\}^T \{X\} dV \\ & - \iiint \rho \{N\}^T [N] dV \{\ddot{d}\} \end{aligned} \quad \text{Ecuación A- 34}$$

Posteriormente si se redefinen los términos:

$$[m] = \iiint \rho \{N\}^T [N] dV \quad \text{Ecuación A- 35}$$

$$[K] = \iiint [B]^T [D] [B] dV \quad \text{Ecuación A- 36}$$

$$\{f_s\} = \iint \{N_s\}^T \{T_s\} dS \quad \text{Ecuación A- 37}$$

$$\{f_b\} = \iiint \{N\}^T \{X\} dV \quad \text{Ecuación A- 38}$$

Donde $[m]$ es la matriz de la masa utilizada en análisis dinámicos principalmente, $[K]$ es la matriz de rigidez global, $\{f_s\}$ y $\{f_b\}$ se refieren a las matrices equivalentes de cargas nodales debidas a fuerzas en la superficie y de volumen. Al sustituir estas en la Ecuación A- 34 se obtiene:

$$[m]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} = \{P\} + \{f_s\} + \{f_b\}$$

Ecuación A- 39

LISTADO DE FIGURAS

Figura 2- 1 Volumen específico de los materiales cristalinos y vítreos en función de la temperatura [6].....	7
Figura 2- 2 Proyección 2D de la estructura a) SiO ₂ cristalino, b) SiO ₂ amorfo, c) SiO ₂ amorfo modificado con Na ⁺ [7].	13
Figura 2- 3 Diagrama del proceso de flotado.	18
Figura 2- 4 Diagrama del proceso de curvado por gravedad.	19
Figura 2- 5 Diagrama del proceso de laminado.	21
Figura 3- 1 Formas de estudiar un sistema.....	23
Figura 3- 2 Proceso de modelado y simulación.	24
Figura 3- 3 Vista esquemática para el cálculo de los factores de visión Fij [40].	35
Figura 4- 1 Calor específico en función de la temperatura para el vidrio de soda cálcica.	44
Figura 4- 2 Conductividad térmica para el vidrio de soda-cálcica estudiado.	45
Figura 4- 3 Viscosidad en función de temperatura para un vidrio SLS	49
Figura 4- 4 Grafica de expansión térmica del vidrio de soda-cálcica.....	50
Figura 4- 5 Grafica del módulo de Young del vidrio como función de la temperatura .	52
Figura 4- 6 Representación de elasticidad y viscosidad en los modelos reológicos	54
Figura 4- 7 Modelo de Maxwell simple.....	54
Figura 4- 8 Representación del Modelo de Maxwell Generalizado (GMM) [33]	55
Figura 5- 1 Discretización de MDF para conducción bidimensional.	59
Figura 5- 2 Discretización de un sólido irregular con el MDF.....	60
Figura 5- 3 a) Volumen de control finito fijo, b) volumen de control finito móvil	61

Figura 5- 4 Tipos de elementos comúnmente usados en el MEF, a) elemento de 2 nodos, b) elementos en 2D, c) elementos en 3D.....	63
Figura 6- 1 Termopares tipo K.	80
Figura 6- 2 Equipo de aislamiento y refrigeración para el registrador.	81
Figura 6- 3 Colocación de termopares en la corrida 1	83
Figura 6- 4 Colocación de termopares en la corrida 2	83
Figura 6- 5 Colocación de termopares en la corrida 3	84
Figura 6- 6 Colocación de termopares en la corrida 4	84
Figura 6- 7 Colocación de termopares en la corrida 5	85
Figura 6- 8 Modelo de una sección del horno, vidrio y molde.....	87
Figura 6- 9 Metodología del modelo Estático-Estructural (EE).	88
Figura 6- 10 Metodología del modelo de Transferencia de Calor (HT).	89
Figura 6- 11 Metodología del modelo Dinámico (DYN).	90
Figura 6- 12 Ensamble 2D	94
Figura 6- 13 Mallado de los modelos 2D.....	94
Figura 6- 14 Malla 3D del vidrio.	95
Figura 7- 1 Perfil de temperaturas de la corrida 1	100
Figura 7- 2 Perfil de temperaturas de la corrida 2	101
Figura 7- 3 Perfil de temperaturas de la corrida 3	103
Figura 7- 4 Perfil de temperaturas de la corrida 4	103
Figura 7- 5 Perfil de temperaturas de la corrida 5	104
Figura 7- 6 Temperatura del vidrio Caso 1.	105
Figura 7- 7 Temperatura del vidrio Caso 2.	106
Figura 7- 8 Rampa de calentamiento del vidrio para el caso 2.....	106
Figura 7- 9 Deformación dinámica Caso 3.....	107
Figura 7- 10 Deformación dinámica Caso 4.....	107
Figura 7- 11 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T1 y simulada	108
Figura 7- 12 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T3 y simulada	109
Figura 7- 13 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T4 y simulada	110

Figura 7- 14 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T5 y simulada	110
Figura 7- 15 Comparación entre perfiles de temperatura real corrida 3 T6 y simulada	111
Figura 7- 16 Distribución de temperatura del caso 6	112
Figura 7- 17 Rampa de calentamiento de la zona de temperatura uniforme del caso 6.	113
Figura 7- 18 Uniformidad en temperatura de las resistencias (Caso 7).	113
Figura 7- 19 Distribución de temperaturas del caso 7.....	114
Figura 7- 20 Distribución de temperaturas del caso 8-A.	115
Figura 7- 21 Distribución de temperaturas del caso 8-B.	115
Figura 7- 22 Distribución de temperaturas del caso 9 versión 1.....	116
Figura 7- 23 Distribución de temperaturas del caso 9 versión 2 de radiación	117
Figura 7- 24 Distribución de temperaturas del caso 9 versión 3 de radiación	118
Figura 7- 25 Nodos de medición de temperatura	119
Figura 7- 26 Desplazamientos verticales del estático-estructural	120
Figura 7- 27 Desplazamientos verticales del caso dinámico con temperatura predefinida	121
Figura 7- 28 Desplazamientos verticales del caso 11	122
Figura 7- 29 Desplazamientos verticales del caso 12.	123
Figura 7- 30 Desplazamientos verticales del caso 13	123
Figura A. 1 Elemento cuadrado simple	141
Figura A. 2 Elemento hexaédrico simple	142

LISTADO DE TABLAS

Tabla 2- 1 Composiciones másica típicas de vidrios importantes	12
Tabla 2- 2 Intensidad del campo del catión de Dietzel y categorías de los componentes del vidrio ($r_0=1.4 \text{ \AA}$) [7].	14
Tabla 4- 1 Métodos de obtención de propiedades	40
Tabla 4- 2 Comparación entre bases de datos Interglad y SciGlass	41
Tabla 4- 3 Puntos térmicos de interés para procesos definidos en base a la viscosidad [6].	46
Tabla 4- 4 Coeficientes de la serie de Prony.	56
Tabla 6- 1 Casos de estudio mediante simulación.....	91
Tabla 7- 1 Factor de cálculo de temperatura máxima	111
Tabla 7- 2 Perfil de temperaturas en la línea central del vidrio	119
Tabla 7- 3 Comparación de las temperaturas máximas y desplazamientos en los casos analizados.....	124
Tabla 1 Coeficientes de la capacidad calorífica parcial molar de los óxidos en los vidrios de sílice	130
Tabla 2 Coeficientes para el cálculo de la conductividad según Primenko.....	132
Tabla 3 Coeficientes para estimar la densidad con el método de Fluegel.....	137
Tabla 4 Coeficientes para estimar α con el método de Fluegel.	138
Tabla 5 Coeficientes para estimar E con el método de Makishima y Mackenzie	140
Tabla 6 Coeficientes para las funciones de interpolación del elemento cuadrado simple	141
Tabla 7 Coeficientes para las funciones de interpolación del elemento hexaédrico....	142

LISTADO DE SIMBOLOS

U	Energía interna
T_m	Temperatura de cristalización
T_g	Temperatura de transición vítrea
Z	Valencia del catión
r_c	Radio iónico del catión
r_o	Radio iónico del oxígeno
E	Energía
E_{in}	Energía que entra al sistema
E_{out}	Energía que sale del sistema
Δ	Cambio o gradiente
E_p	Energía potencial
E_k	Energía cinética
W	Trabajo
Q	Calor
P	Presión
V	Volumen
H	Entalpia
Q'	Razón de transferencia de calor (J/s o W)
k	Conductividad térmica
A	Área-superficie
h	Coefficiente de película
A_s	Área superficial
T_s	Temperatura de superficie
T_{inf}	Temperatura del fluido o medio
σ_{SB}	Constante de Stephan-Boltzmann
ϵ	Emisividad
F_{ij}	Factor de visión
r	Distancia entre superficies
Φ_i	Angulo las normales a las superficies
I_i	Intensidad de la radiación
J	Radiosidad
C	Calor especifico
η	Viscosidad
E_a	Energía de activación
R	Constante universal de los gases
B	Coefficiente de la ecuación de VFTH

$C1$ y $C2$	Coefficientes de la ecuación de WLF
α	Coefficiente de expansión térmica lineal
l	Longitud
ρ	Densidad
m	Masa
E	Módulo de Young
ε	Deformación
G	Módulo de corte
σ	Esfuerzo
γ_{xy}	Deformación cortante
K	Módulo de compresibilidad
e	Desviación mecánica
ϕ	Deformación volumétrica
τ	Tiempo reducido
A_θ	Función de cambio
αT	Difusividad térmica
V_c	Volumen de control
v	Velocidad
b	Fuerza de cuerpo
$\{F\}$	Vector de fuerzas
$[K]$	Matriz de rigidez
$\{u\}$	Vector de desplazamientos
N_N	Función de interpolación
τ_{xy}	Esfuerzo cortante
$[D]$	Matriz constitutiva
$[B]$	Matriz de funciones de interpolación
T_N	Función de temperatura
S	Entropía
r_V	Flujo de calor volumétrico
q	Flujo de calor superficial
δ_{ij}	Delta de Kronecker
T_z	Temperatura del cero absoluto
ν	Coefficiente de Poisson

BIBLIOGRAFÍA

- [1] G. Buonanno, M. Dell'Isola, A. Frattolillo y G. Giovinco, «Thermal analysis of a glass bending process,» *Applied Thermal Engineering* , vol. 25, p. 2108–2121, 2005.
- [2] P. Groombridge, A. Oloyede y P. Doherty-Bigara, «Development and implementation of visual feedback technology in,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 139, p. 357–361, 2003.
- [3] B. Le Corre, A. Collin, L. Soudre-Bau, Y. Meshaka y G. Jeandel, «Glass sagging simulation with improved calculation of radiative heat,» *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 70, p. 215–223, 2014.
- [4] S. Manservigi, «An optimal control approach to an inverse nonlinear elastic,» *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 189, pp. 463-480, 2000.
- [5] D. R. Askeland, P. P. Fulay y W. J. Wright, *Ciencia e ingeniería de materiales*, 6ta ed., Ciudad de México, D. F. : Cengage Learning, 2013.
- [6] W. J. D. Callister, *Introducción a la ciencia e ingeniería de los materiales*, 1ra ed., Barcelona: Editorial Reverté, 2007.
- [7] E. Le Bourhis, *Glass: mechanics and technology*, 2nd ed., Weinheim, Baden-Württemberg: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2014.
- [8] J. S. Amstock, *Handbook of Glass in Construction*, New York: McGraw-Hill, 1997.

- [9] T. Palucka, «A Ribbon of Glass on a River of Tin,» *Materials Research Society Bulletin*, vol. 31, p. 607, 2006.
- [10] J. A. González Rodríguez, Análisis de rotura de parabrisas en el empaque y el transporte, Monterrey, Nuevo León: Universidad Autónoma de Nuevo León, 2002.
- [11] Pilkington North America, Inc., *Properties of soda-lime silica float glass*, Toledo: NSG Group, 2013.
- [12] A. H. Dietzel, «On the so-called mixed alkali effect. Physics and chemistry of glasses,» *Physics and chemistry of glasses*, vol. 24, nº 6, pp. 172-180, 1983.
- [13] E. Gutiérrez Padilla, Formulación de vidrio sodo-cálcicos con bajo contenido de óxido de magnesio y estudio de propiedades físicas para su aplicación en procesos de prensa y soplo-prensa, San Nicolás de los Garza, Nuevo León: Universidad Autónoma de Nuevo León, 2014.
- [14] J. E. Shelby , introduction to glass science and technology, 2nd ed., Padstow: The royal society of chemistry, 2005.
- [15] J. G. Cid Aguilar, DESARROLLO DE UN VIDRIO VERDE AZULOSO DE CONTROL SOLAR PARA MERCADO ARQUITECTÓNICO Y AUTOMOTRIZ, Monterrey, Nuevo León, Mexico: UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN, 2013.
- [16] B. Le Corre, Thermoformage du verre Développement numérique d'un modèle thermomécanique, Lorraine: University of Lorraine, 2014.
- [17] A. M. Law y W. D. Kelton, Simulation modeling and analysis, McGraw Hill, 1991.
- [18] F. E. Cellier y E. Kofman, Continuous System Simulation, Springer, 2006.

- [19] D. L. Logan, *A first course in the Finite Element Method*, Stamford: Cengage Learning, 2012.
- [20] J. M. A. Cesar de Sá, «Numerical modelling of glass forming processes,» *Engineering Computations*, vol. 3, nº 4, pp. 266-275, 1986.
- [21] D. Locheignies, P. Moreau y J. Oudin, «Finite element strategy for glass sheet manufacture by creep forming,» *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol. 12, nº 6, pp. 331-341, 1996.
- [22] J. R. Howell, «The Monte Carlo Method in Radiative Heat Transfer,» *Journal of Heat Transfer*, vol. 120, nº 3, pp. 547-560, 1998.
- [23] L. Duffrène y R. Gy, «Viscoelastic constants of a soda-lime-silica glass,» *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 211, pp. 30-38, 1997.
- [24] L. Duffrène, R. Gy, H. Burlet, R. Piques, A. Faivre, A. Sekkat y J. Perez, «Generalized Maxwell model for the viscoelastic behavior of a soda-lime-silica glass under low frequency shear loading,» *Rheologica Acta*, vol. 36, nº 2, pp. 173-186, 1997.
- [25] L. Duffrène, R. Gy, H. Burlet y R. Piques, «Multiaxial linear viscoelastic behavior of a soda–lime–silica glass based on a generalized Maxwell model,» *Journal of Rheology*, vol. 41, pp. 1021-1038, 1997.
- [26] L. Duffrène, R. Gy, H. Burlet y R. Piques, «Viscoelastic behavior of a soda-lime-silica glass: inadequacy of the KWW function,» *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 215, pp. 208-217, 1997.
- [27] L. Duffrène, R. Gy, J. E. Masnik, J. Kieffer y J. D. Bass, «Temperature Dependence of the High-Frequency Viscoelastic Behavior of a Soda–Lime–Silica Glass,» *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 81, nº 5, pp. 1278-1284, 1998.

- [28] R. Gy, L. Duffrène y M. Labrot, «New insights into the viscoelasticity of glass,» *Journal of Non-Crystalline Solids* , vol. 175, pp. 103-117, 1994.
- [29] P. Moreau, D. Lochegnies y J. Oudin, «An inverse method for prediction of the required temperature distribution in the creep forming process,» de *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, 1998.
- [30] R. Hunt, «Numerical solution of the flow of thin viscous sheets undergravity and the inverse windscreen sagging problem,» *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 38, p. 533–553, 2002.
- [31] M. H. Parsa, M. Rad, M. R. Shahhosseini y M. H. Shahhosseini, «Simulation of windscreen bending using viscoplastic formulation,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 170, p. 298–303, 2005.
- [32] D. W. Lampman, E. J. Hampton, G. T. Kitko and C. Wawrzonek, "Windshield Heating and Bending Simulations for Predicting Surface Contour," in *Glass Performance Days*, Tampere, 2009.
- [33] R. Carbone , "Viscoelastic Mechanical Analysis for High Temperature Process of a Soda-Lime Glass Using COMSOL Multiphysics," in *COMSOL Conference*, Milan, 2012.
- [34] R. Carbone, «Glass Windscreen Forming Optimization by Finite Element Analysis Using COMSOL Multiphysics,» de *Proceedings of the 2012 COMSOL Conference* , Milan, 2012.
- [35] M. B. Boubaker, B. Le Corre, Y. Meshaka and G. Jeandel, "Finite element simulation of the slumping process of a glass plate using 3D generalized viscoelastic Maxwell model," *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 405, pp. 45-54, 2014.

- [36] Y. A. Çengel y A. J. Ghajar, Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones, 4ta ed., Ciudad de México: McGraw-Hill, 2011.
- [37] J. P. Holman, Transferencia de calor, 10ma reimpresión, 1ra ed., D. F.: Editorial Continental, 1999.
- [38] I. N. Levine, Fisicoquímica, 5ta ed., vol. 1, Madrid: McGraw-Hill, 2004.
- [39] A. I. Priven y O. V. Mazurin, «Glass property databases: Their history, present state, and prospects for further development,» *Advanced materials research*, Vols. 1 de 239-40, pp. 147-152, 2008.
- [40] Dassault Systèmes, «Abaqus 6.14 Theory Guide,» Providence, 2014.
- [41] N. P. Bansal y R. H. Doremus, Handbook of glass properties, Orlando: Academic Press Inc., 1986.
- [42] O. V. Mazurin, M. V. Streltsina y T. P. Shvaiko-Shvaikovskaya, Handbook of glass data, Canada: Elsevier Science Pub. Co., 1983.
- [43] INTERGLAD, International Glass Database System, [En línea]. Available: http://www.newglass.jp/interglad_n/gaiyo/info_e.html. [Último acceso: 1 Abril 2016].
- [44] SciGlass, ITC Inc, [En línea]. Available: <http://www.sciglass.info/>. [Último acceso: 2016 abril 1].
- [45] C. A. Harper, Handbook of ceramics, glasses, and diamonds, McGraw-Hill, 2001.
- [46] D. A. Skoog, F. J. Holler y T. A. Nieman, Principios de análisis instrumental, 5ta ed., Madrid: McGraw-Hill, 2001.
- [47] S. Gaylord, *Theses: Thermal and structural properties of candidate moldable glass types*, Graduate School of Clemson University, 2008.

- [48] D. E. Sharp y L. B. Ginther, «Effect of composition and temperature on the specific heat of glass,» *Journal of The American Ceramic Society*-, vol. 34, nº 9, pp. 260-271, 1951.
- [49] P. Richet, «Heat capacity of silicate glasses,» *Chemical Geology*, vol. 62, pp. 111-124, 1987.
- [50] D. Pye, A. Montenero y I. Joseph, *Properties of Glass-Forming Melts*, Boca Raton: CRC Press, 2005.
- [51] M. M. Ammar, S. A. Gharib, M. M. Halawa, H. A. El-Batal y K. El-Badry, «Thermal conductivity of silicate and borate glasses,» *Communications of the American Ceramics Society*, vol. C, pp. 76-77, 1983.
- [52] V. I. Primenko, «Theoretical method of determining the temperature dependence of the thermal conductivity of glasses,» *Glass and Ceramics*, vol. 37, nº 5, pp. 240-242, 1980.
- [53] C. Bernard, V. Keryvin, J. C. Sangleboeuf y T. Rouxel, «Indentation creep of window glass around glass transition,» *Mechanics of Materials*, vol. 42, nº 2, p. 196–206, 2010.
- [54] H. Vogel, «Das temperaturabhängigkeitsgesetz der viskosität von flüssigkeiten,» *Zeitschrift für Physik*, vol. 22, pp. 645-646, 1921.
- [55] G. S. Fulcher, «Analisis of Recent Measurement of the Viscosity of Glasses,» *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 8, nº 6, pp. 339-355, 1925.
- [56] G. Tammann y W. Hesse, «Die Abhängigkeit der Viscosität von der Temperatur bie unterkühlten Flüssigkeiten,» *Zeitschrift für anorganische und allgemeine Chemie*, vol. 156, pp. 245-257, 1926.
- [57] M. L. Williams, R. F. Landel y J. D. Ferry, «The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming

- liquids,» *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 77, nº 14, pp. 3701-3707, 1955.
- [58] G. Adam y J. H. Gibbs, «On the temperature dependence of cooperative relaxation properties in glass-forming liquids,» *the Journal of Chemical Physics*, vol. 43, nº 1, pp. 139-146, 1965.
- [59] I. Avramov, «Viscosity of glassforming melts,» *Journal of Non-Crystalline Solids* , vol. 238, pp. 6-10, 1998.
- [60] P. Hrma y S.-S. Han, «Effect of glass composition on activation energy of viscosity in glass-melting-temperature range,» *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 358, p. 1818–1829, 2012.
- [61] P. Hrma y A. A. Kruger, «High-temperature viscosity of many-component glass melts,» *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 437, p. 17–25, 2016.
- [62] A. Jain y A. Y. Yi, «Finite Element Modeling of Structural Relaxation During Annealing of a Precision-Molded Glass Lens,» *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 128, pp. 683-690, 2006.
- [63] A. Jain y A. Y. Yi, «Numerical Modeling of Viscoelastic Stress Relaxation During Glass Lens Forming Process,» *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 88, nº 3, p. 530–535, 2005.
- [64] T. Rouxel, «Thermodynamics of viscous flow and elasticity of glass forming liquids in the glass transition range,» *The Journal of Chemical Physics*, vol. 135, p. 184501, 2011.
- [65] J. Shen, D. J. Green, R. E. Tressler y D. L. Shelleman, «Stress relaxation of a soda lime silicate glass below the glass transition temperature,» *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 324, p. 277–288, 2003.

- [66] Y. Chen y A. Y. Yi, «Design and fabrication of freeform glass concentrating mirrors using a high volume thermal slumping process,» *Solar Energy Materials & Solar Cells*, vol. 95, p. 1654–1664, 2011.
- [67] G. Dusserre, F. Schmidt, G. Dour y G. Bernhart, «Thermo-mechanical stresses in cast steel dies during glass pressing process,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 162–163, p. 484–491, 2005.
- [68] M. L. Ferrerira Nascimento y C. Apariciob, «Data classification with the Vogel–Fulcher–Tammann–Hesse viscosity equation using correspondence analysis,» *Physica B*, vol. 398, p. 71–77, 2007.
- [69] A. Fluegel, «Glass viscosity calculation based on a global statistical modelling approach,» *Glass Technology: European Journal of Glass Science and Technology Part A*, vol. 48, nº 1, p. 13–30, 2007.
- [70] G. W. Scherer, «Theories of relaxation,» *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 123, pp. 75-89, 1990.
- [71] G. W. Scherer, «Editorial comments on a paper by Gordon S. Fulcher,» *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 75, nº 5, pp. 1060-1062, 1992.
- [72] T. Lakatos, L. G. Johansson y B. Simminköld, «Viscosity-temperature relations in the glass system $\text{SiO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{O-K}_2\text{O-CaO-MgO}$ in the composition range of technical glasses,» *Glass Technology*, vol. 13, nº 3, pp. 88-95, 1972.
- [73] I. García García, M. López Aenlle, P. Fernández Fernández y M. A. García Prieto, «Cálculo de desplazamientos en placas de vidrio laminado sometidas a carga estática mediante el concepto de módulo de elasticidad efectivo,» *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio*, vol. 54, p. 69–76, 2015.

- [74] M. Hyre, «Numerical simulation of glass forming and conditioning,» *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 85, nº 5, p. 1047–1056, 2002.
- [75] L. Su, P. He y A. Y. Yi, «Investigation of glass thickness effect on thermal slumping by experimental and numerical methods,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 211, p. 1995–2003, 2011.
- [76] T. Lakatos, L. G. Johansson y B. Simminsköld, « Dilatometric determination of the transformation temperature (T_g), dilatometric softening point (M_g) and the thermal expansion of the glass system SiO₂–Al₂O₃–Na₂O–K₂O–CaO–MgO,» *Glastekn. Tidskr.*, vol. 28, pp. 69-73, 1973.
- [77] A. Fluegel, «Thermal expansion calculation for silicate glasses at 210 C based on a systematic analysis of global databases,» *Glass Technology-European Journal of Glass Science and Technology Part A*, vol. 51, nº 5, pp. 191-201, 2010.
- [78] R. D. Duff, «Glass density determination by Sink-Float method,» *Journal of The American Ceramic Society*, vol. 30, nº 1, pp. 12-21, 1947.
- [79] A. Makishima y J. D. Mackenzie, «Direct Calculation of Young's Modulus of Glass,» *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 12, pp. 35-45, 1973.
- [80] T. Rouxel, «Elastic Properties and Short-to Medium-Range Order in Glasses,» *Journal of the American Ceramic Society*, pp. 3019-3039, 2007.
- [81] A. Makishima y J. D. Mackenzie, «Calculation of Bulk Modulus, Shear Modulus and Poisson's Ratio of Glass,» *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 17, pp. 147-157, 1975.
- [82] A. Constantinides y N. Mostoufi, *Numerical Methods for Chemical Engineerings with MATLAB Applications*, New Jersey: Prentice Hall, 2000.
- [83] V. R. Voller, *Basic Control Volume Finite Element Methods for Fluids and Solids*, Danvers: World Scientific Publishing, 2009.

- [84] J. D. Anderson, Jr., *Computational Fluid Dynamics The Basics with Applications*, McGraw-Hill, 1995.
- [85] A. Hrennikoff, «Solution of Problems in Elasticity by the Frame Work Method,» *Journal of Applied Mechanics*, vol. 8, nº 4, p. 169–175, 1941.
- [86] R. Courant, «Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and,» *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 49, p. 1–23, 1943.
- [87] J. H. Argyris y S. Kelsey, *Energy Theorems and Structural Analysis*, London: Butterworths, 1960.
- [88] M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin y L. J. Topp, «Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures,» *Journal of Aeronautical Sciences*, vol. 23, nº 9, p. 805–824, 1956.
- [89] R. W. Clough, «The Finite Element Method in Plane Stress Analysis,» de *American Society of Civil Engineers, 2nd Conference on Electronic Computation*, Pittsburgh, 1960.
- [90] H. C. Martin, «Plane Elasticity Problems and the Direct Stiffness Method,» *The Trend in Engineering*, vol. 13, p. 5–19, 1961.
- [91] R. H. Gallagher, J. Padlog y P. P. Bijlaard, «Stress Analysis of Heated Complex Shapes,» *Journal of the American Rocket Society*, vol. 32, p. 700–707, 1962.
- [92] R. J. Melosh, «Structural Analysis of Solids,» de *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 1963.
- [93] M. J. Turner, E. H. Dill, H. C. Martin y R. J. Melosh, «Large Deflections of Structures Subjected to Heating and External Loads,» *Journal of Aeronautical Sciences*, vol. 27, nº 2, p. 97–107, 1960.

- [94] O. C. Zienkiewicz, M. Watson y I. P. King, «A Numerical Method of Visco-Elastic Stress Analysis,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 10, p. 807–827, 1968.
- [95] J. S. Archer, «Consistent Matrix Formulations for Structural Analysis Using Finite Element Techniques,» *Journal of the American Institute of Aeronautics and Astronautics*, vol. 3, n° 10, p. 1910–1918, 1965.
- [96] D. V. Hutton, *Fundamentals of the finite element analysis*, McGraw-Hill, 2004.
- [97] Dassault Systèmes, «Abaqus 6.14 Analysis User's Guide Volume III: Materials,» Providence, 2014.
- [98] A. Fluegel, «Global model for calculating room-temperature glass density from composition,» *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 90, n° 8, p. 2622–2625, 2007.
- [99] O. C. Zienkiewicz y R. L. Taylor, *The Finite Element Method*, vol. 1: The Basis, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.
- [100] J. M. Smith, H. C. Van Ness y M. M. Abbott, *Introducción a la termodinámica en ingeniería química*, 5ta ed., Ciudad de México: McGraw-Hill, 1996.
- [101] S. I. Grossman, *Álgebra lineal*, 6ta ed., México: McGraw-Hill, 2008.

RESUMEN AUTOBIOGRAFICO

Francisco Alberto Celestino Guajardo

Candidato para el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Automotriz

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis: “SIMULACIÓN DE TERMO-FORMADO DE UN VIDRIO CON
APLICACIÓN AUTOMOTRIZ”

Francisco Alberto Celestino Guajardo nació en la ciudad de Monterrey, Nuevo León, Estados Unidos Mexicanos el día 11 de mayo de 1992. Es hijo del Sr. Francisco Celestino Martínez y la Sra. Blanca Lilia Guajardo Obregón.

Cursó sus estudios profesionales en la Facultad de Ciencias Químicas (FCQ) de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL) de agosto del 2009 a junio del 2014, obteniendo el título de Ingeniero Químico en verano del 2015.

En enero del año 2015 inició sus estudios de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Automotriz, becado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT).

Realizó servicio social en el Laboratorio de Materiales II en Posgrado de la Facultad de Ciencias Químicas, prácticas profesionales en TERNIUM S. A. de C. V.