

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



**“METODOLOGÍA DE APOYO A LA DECISIÓN EN LA SELECCIÓN Y
PLANIFICACIÓN DE CARTERAS DE PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO BAJO INCERTIDUMBRE EN ORGANIZACIONES DEL
SECTOR PÚBLICO”**

POR

NANCY MARIBEL ARRATIA MARTÍNEZ

**EN OPCIÓN AL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA
CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

ABRIL 2017

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**“METODOLOGÍA DE APOYO A LA DECISIÓN EN LA SELECCIÓN Y
PLANIFICACIÓN DE CARTERAS DE PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO BAJO INCERTIDUMBRE EN ORGANIZACIONES DEL
SECTOR PÚBLICO”**

POR

NANCY MARIBEL ARRATIA MARTÍNEZ

**EN OPCIÓN AL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA
CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN,

ABRIL 2017

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Metodología de apoyo a la decisión en la selección y planificación de carteras de proyectos de investigación y desarrollo bajo incertidumbre en organizaciones del sector público», realizada por el alumno Nancy Maribel Arratia Martínez, con número de matrícula 1301630, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Doctor en Ingeniería con especialidad en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis



Fernando López Irarragorri

Asesor



Rafael Caballero Fernández

Revisor



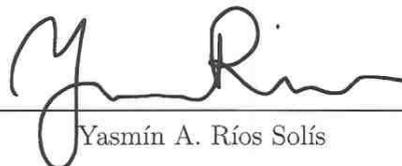
Igor Litvinchev

Revisor



Eduardo René Fernández González

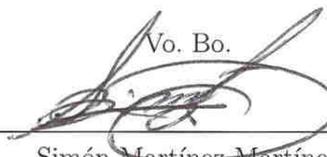
Revisor



Yasmín A. Ríos Solís

Revisor

Vo. Bo.



Simón Martínez Martínez

Subdirección de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, abril 2017

ÍNDICE GENERAL

1. Introducción	1
1.1. Contexto	1
1.2. Antecedentes	4
1.3. Justificación del problema científico	5
1.4. Objetivo general	5
1.5. Objetivos específicos	5
1.6. Novedad científica	6
1.7. Contribución esperada	7
1.8. Estructura del documento	8
2. Marco teórico	9
2.1. Estado del arte de la selección de cartera de proyectos	9
2.1.1. Tareas	11
2.1.2. Políticas de asignación de recursos	12
2.1.3. Sinergias	13
2.1.4. Incertidumbre	14

2.1.5. Otras características	15
2.2. Toma de decisiones	16
2.2.1. Proceso de decisión	17
2.3. Programación lineal entera mixta	18
2.3.1. Supuestos de programación lineal	20
2.3.2. Transformación del problema	20
2.3.3. Forma canónica y estándar	21
2.3.4. Algunos ejemplos de problemas lineales	22
2.4. Optimización multi-objetivo	23
2.5. Sistemas difusos y programación difusa	25
2.5.1. Conjuntos difusos	25
2.5.2. Números difusos	27
2.5.3. Lógica difusa	28
3. Metodología de solución	30
3.1. Algoritmos de solución	31
3.1.1. Algoritmo de Suma ponderada	33
3.1.2. Algoritmo Augmecon2	34
3.1.3. Algoritmo SAUGMECON	36
3.1.4. Algoritmo SSPMO	37
4. Selección de cartera de proyectos	44

4.1. Modelo matemático para la selección de cartera en ausencia de incertidumbre	44
4.1.1. Conjuntos y parámetros	45
4.1.2. Variables de decisión	46
4.1.3. Categorías de beneficio	46
4.1.4. Restricciones	47
4.2. Resultados	49
4.2.1. Experimento I	50
4.2.2. Experimento II	56
5. Incertidumbre	59
5.1. Representación de valores bajo incertidumbre mediante números difusos triangulares	60
5.1.1. Incertidumbre en el presupuesto disponible	60
5.1.2. Incertidumbre en estimación de recursos necesarios	61
5.2. Modelo de programación difusa	62
5.3. Defusificación mediante el índice de k-preferencia (F_κ)	65
5.4. Resultados	68
5.4.1. Resultados del caso 1: Incertidumbre en presupuesto disponible	69
5.4.2. Resultados del caso 2: Incertidumbre en la estimación de recursos necesarios por tareas	70
6. Planificación de la cartera	78

6.1. Modelo matemático para la selección y planificación de cartera en ausencia de incertidumbre	79
6.1.1. Variables de decisión	79
6.1.2. Objetivos	79
6.1.3. Restricciones	80
6.2. Ejemplo numérico con un período de planificación	86
6.3. Ejemplo numérico con más de un período de planificación	93
6.4. Otras consideraciones	94
7. Conclusiones	96
A. Instancias aleatorias	98

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1. Correspondencia de las etapas de la metodología propuesta y los aparatos cognitivos que se construyen en el proceso de decisión según Alexis Tsoukiás [67].	31
3.2. Metodología de apoyo a la decisión propuesta para resolver el problema de selección y planificación de cartera de proyectos de investigación y desarrollo bajo incertidumbre.	32
3.3. Algoritmo multiobjetivo SAUGMECON [73].	38
4.1. Características del problema de selección cartera de proyectos de investigación y desarrollo que se abordan en este capítulo (las marcadas en gris se incorporan en capítulos posteriores).	45
4.2. Efecto del incremento del número de tareas por proyecto en una instancia de 500 proyectos.	52
4.3. Efecto de la asignación parcial cuando el rango de recursos necesarios por tareas y proyectos es ajustado.	53
4.4. Efecto del incremento del número de sinergias.	54
4.5. Tiempo computacional y número de proyectos obtenidos al resolver instancias de prueba generadas de forma aleatoria (15 réplicas en cada caso).	55

4.6. Resultados de impacto total, número de proyectos en la cartera y tiempo computacional cuando se reduce el presupuesto total del 5, 10, 20, 40 y 80 por ciento.	56
4.7. Aproximación a la frontera de Pareto mediante el algoritmo SAUG-MECON de las instancias de pruebas de 64, 256, 512 y 1024 proyectos.	58
5.1. Características del problema de selección cartera de proyectos de investigación y desarrollo que se abordan en este capítulo (las marcadas en gris se incorporan en capítulos posteriores).	60
5.2. Representación del presupuesto disponible como un número difuso triangular.	61
5.3. Representación de los recursos necesarios por tareas mediante números difusos triangulares.	62
5.4. Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 64 proyectos con incertidumbre en el presupuesto y con 0, 25, 50, 75, 100 por ciento de certeza.	71
5.5. Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 256 proyectos con incertidumbre en el presupuesto y con 0, 25, 50, 75, 100 por ciento de certeza.	72
5.6. Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 512 proyectos con incertidumbre en el presupuesto y con 0, 25, 50, 75, 100 por ciento de certeza. Construcción de 10 puntos cada uno con tiempo límite de una hora.	73
5.7. Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 1024 proyectos con incertidumbre en el presupuesto y con 0, 25, 50, 75, 100 por ciento de certeza. Construcción de 10 puntos cada uno con tiempo límite de una hora.	74

5.8. Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 64 proyectos con incertidumbre en los recursos necesarios para financiar tareas y con 0, 25, 50, 75, 100 % de certeza.	76
5.9. Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 256 proyectos con incertidumbre en los recursos necesarios para financiar tareas y con 0, 25, 50, 75, 100 % de certeza.	77
6.1. Características del problema de selección cartera de proyectos de investigación y desarrollo que se abordan en este capítulo.	78

ÍNDICE DE TABLAS

1.1. Recursos otorgados a proyectos de ciencia básica financiados por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) desde el año 2010 a 2015 (el monto solicitado es respecto a los proyectos financiados).	2
2.1. Literatura del problema de selección de cartera de proyectos [57].	10
2.2. Modelo en forma estándar y canónica.	22
4.2. Características de instancias de prueba que se resuelven en esta sección.	51
5.1. Transformación de desigualdades mediante el índice de κ -preferencia.	66
5.2. Instancias que se resuelven.	69
5.3. Parámetros considerados para la información bajo incertidumbre.	69
6.1. Información de propuestas de proyectos.	88
6.2. Datos de recursos necesarios, duración y contribución de impacto de tareas.	89
6.3. Datos de recursos necesarios, duración y contribución de impacto de tareas (Continuación).	90
6.4. Datos de recursos necesarios, duración y contribución de impacto de tareas (Continuación).	91

6.5. Carteras de proyectos y su asignación de recursos obtenidas con el modelo propuesto y el algoritmo SAUGMECON2 para el ejemplo con un único período de planificación.	92
6.6. Límites de recursos para financiar proyectos de cada área del conocimiento.	93
6.7. Carteras de proyectos y asignación de recursos obtenidos con el modelo propuesto y el algoritmo SAUGMECON2 para el ejemplo con dos períodos de planificación.	95

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

En este documento se presenta la investigación del proyecto de tesis titulado *Metodología de apoyo a la decisión en la selección y planificación de carteras de proyectos de investigación y desarrollo bajo incertidumbre en organizaciones del sector público*.

El resto del capítulo se estructura de la siguiente forma: como parte de la introducción se presenta la contextualización del problema (sección 1.1), los antecedentes (sección 1.2) y asimismo, se presenta la justificación de la investigación (sección 1.3), los objetivos general (sección 1.4) y específicos (sección 1.5). Posteriormente se discute la novedad científica (sección 1.6), la contribución esperada (sección 1.7) y se presenta la estructura del resto del documento (sección 1.8).

1.1 CONTEXTO

La investigación y desarrollo es una de las principales actividades llevadas a cabo para impulsar la generación de conocimiento y el desarrollo integral un país. Actualmente, existen muchas organizaciones que dirigen la gestión de fondos públicos para financiar proyectos de investigación y desarrollo. Para ello suelen publicarse convocatorias donde el conjunto de propuestas recibidas entran en competencia por financiamiento y después de pasar por un proceso de evaluación, solo serán elegibles aquellas que cumplan con los requerimientos mínimos admisibles establecidos.

CONVOCATORIA	SOLICITUDES RECIBIDAS	SOLICITUDES FINANCIADAS	MONTO SOLICITADO (MDP)	MONTO OTORGADO (MDP)
CB 2015	4,134	423		
CB 2014	3,418	494	820.90	780.00
CB 2013	2,525	398	651.40	606.20
CB 2012	2,322	597	930.30	859.40
CB 2011	1,729	617	905.80	825.20
CB 2010	1,843	588	894.10	817.80

Tabla 1.1: Recursos otorgados a proyectos de ciencia básica financiados por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) desde el año 2010 a 2015 (el monto solicitado es respecto a los proyectos financiados).

Estas convocatorias, además, se caracterizan por tener un gran número de solicitudes (miles por convocatoria) y por disponer de un presupuesto limitado.

Esto nos lleva al problema de selección de cartera de proyectos de investigación y desarrollo en organismos del sector público. De forma general, el problema consiste en apoyar un conjunto de propuestas que optimicen ciertas medidas de impacto social designadas por un tomador de decisiones, respetando restricciones de disponibilidad de recursos en un horizonte de planificación.

En México, el CONACyT se encarga de administrar los fondos públicos asignados a la investigación y desarrollo de las distintas áreas del conocimiento. Por ejemplo, cada año las convocatorias en ciencia básica reciben un gran número de propuestas de proyectos que solicitan financiamiento. En la Tabla 1.1 se muestra la cantidad de solicitudes recibidas para financiar proyectos de ciencia básica entre 2010 y 2015 así como los recursos otorgados al conjunto de propuestas aprobadas. En general, en ese período de tiempo se recibieron más de 15 mil solicitudes y se aprobaron cerca del 21 %.

La gran diferencia entre la cantidad total de recursos solicitados y el presupuesto disponible muestran la necesidad de realizar una buena gestión de recursos.

Bajo una política de financiación total, cada proyecto recibe el presupuesto exacto que se solicitó en la propuesta o no se le asigna nada [20, 1, 36, 64]. En

la práctica, sin embargo, los casos en los que se asignan fondos parciales, es decir, menos que la cantidad solicitada, son bastante comunes. Esta política de asignación de recursos parcial permite equilibrar objetivos dentro de una cartera y a su vez permite la inclusión de más proyectos, pero con financiación incompleta [39, 18]. La flexibilidad obtenida en virtud de una política de financiación parcial puede dar lugar a mejores portafolios [27] y es popular en los modelos con múltiples tipos de recursos y con planificación de la cartera [8, 42, 61].

Con respecto al problema de estudio, en este trabajo se aborda el problema de selección y planificación de cartera de proyectos de investigación y desarrollo bajo incertidumbre que surge en organismos del sector público considerando las siguientes características como relevantes:

1. Desglose de proyectos mediante tareas.
2. Asignación de recursos a tareas de proyectos.
3. Políticas de asignación de recursos total y parcial.
4. Interdependencias de tareas y/o proyectos.
5. Políticas de balanceo de la cartera.
6. Incertidumbre en estimación de recursos disponibles y recursos para el financiamiento de tareas de proyectos.
7. Planificación de cartera de proyectos y asignación de recursos.

El desarrollo de esta investigación implica el estudio de las características del problema de selección y planificación de cartera en casos reales y por organizaciones del sector público para el desarrollo de un método de solución que se adapte a cualquier modalidad y escala del problema, que permita llevar al mejor uso de los recursos de los que se dispone, desde el punto de vista del aporte social que puedan generar.

El problema real puede surgir a distintos niveles, desde convocatorias internas en instituciones o centros de investigación, a nivel nacional o, incluso, internacional. Y esto justifica el interés por formalizar una metodología adaptable y escalable.

Con esto establecido, en los siguientes capítulos se detalla la modelación e incorporación de cada una de las características.

1.2 ANTECEDENTES

Los trabajos de Carazo et al. [1], [6], Stummer & Heidenberger [64], Litvinchev et al. [39] y Fernandez et al. [23] representan importantes contribuciones al problema de selección de cartera de proyectos. Los trabajos [1], [6] y [64] presentan formulaciones matemáticas que consideran la existencia de sinergias a nivel de proyectos, pero sólo el segundo considera la activación de sinergias en cada periodo temporal. Este elemento también ha sido incorporado en el modelo matemático que se propone en este trabajo de tesis. En [39] no consideran la existencia de sinergias de proyectos, sino la asignación parcial de recursos, siendo ésta una práctica no común entre la literatura del problema de selección de cartera. Además, presentan resultados para instancias de hasta 25000 proyectos sin información de tareas, siendo de los pocos trabajos que resuelven eficientemente instancias de gran escala.

En [33] y [32] se propone un enfoque donde los proyectos son representados por tareas que requieren de recursos humanos y que tienen relaciones de precedencia en un horizonte de planificación. [13] y [4] también presentan enfoque que toma en cuenta las tareas para realizar la planificación de la cartera.

La representación de proyectos mediante tareas es una característica que ha sido considerada principalmente en la literatura que involucra la planificación de cartera. [72] señala que la representación por tareas permite tener control del consumo de recursos o incluso sobre el impacto de proyectos en las medidas de la cartera.

En resumen, se ha observado que en la literatura existen trabajos que incorpo-

ran una o más características del problema de selección y planificación de cartera, pero no existe (a nuestro conocimiento) una metodología que incorpore simultáneamente todos los aspectos que se han identificado como relevantes (asignación parcial-total) en esta investigación para el problema bajo estudio.

1.3 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA CIENTIFÍCO

Como se ha comentado anteriormente, en la literatura consultada se ha observado la necesidad de integrar distintos aspectos en conjunto en el problema planteado en este proyecto de tesis.

Por otra parte desde un punto de vista metodológico, se propone una metodología de apoyo a la decisión que, por si sola, constituye un aporte al estado del arte del problema y al proceso de decisión. Con este aporte se pretende guiar al tomador de decisiones a estructurar y planear su proceso de toma de decisiones.

1.4 OBJETIVO GENERAL

El objetivo principal de la investigación consiste en desarrollar una metodología de apoyo a la decisión desde la perspectiva de la investigación de operaciones para resolver el problema de selección y planificación de carteras de proyectos de investigación y desarrollo con interdependencias y bajo incertidumbre. A su vez, que dicha metodología permita resolver instancias de gran escala con múltiples objetivos.

1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

El objetivo principal se puede desglosar en la consecución del siguiente conjunto de objetivos específicos:

- Construir un modelo multiobjetivo lineal entero mixto lo suficientemente ro-

busto que permita generar carteras de proyectos, con interdependencias y bajo incertidumbre, para resolver casos reales de gran escala y con múltiples objetivos.

- Explotar eficientemente la estructura y características del problema para el desarrollo e implementación de un algoritmo multiobjetivo de solución.
- Implementar e incorporar en la metodología propuesta un proceso de comparación y selección de alternativas que ayude al tomador de decisiones a elegir la cartera final.
- Incorporar en la metodología propuesta ambas políticas de asignación de recursos: total y parcial.

1.6 NOVEDAD CIENTÍFICA

Algunos puntos en los que se remarca la novedad científica de la investigación son:

- Se abordan dos problemas que, hasta ahora, habían sido tratados generalmente de forma separada: (1) la selección de cartera de proyectos y (2) la planificación de cartera. Y los pocos trabajos que los abordan de forma integrada no profundizan en la modelación de los elementos que se consideran en este estudio.
- Se modela la incertidumbre asociada a ciertos parámetros tales como la estimación de recursos disponibles y recursos necesarios para financiar las tareas de proyectos.
- Se consideran ambas políticas de financiamiento: total o parcial. Siendo la política de asignación total ampliamente abordada en la literatura del problema de selección de cartera de proyectos.

- Se considera a cada proyecto como un conjunto de una o más tareas, lo que permite tener mayor flexibilidad al realizar la asignación de recursos.
- En la planificación temporal, se permite la interrupción de tareas y/o proyectos.

1.7 CONTRIBUCIÓN ESPERADA

Esta investigación está orientada al problema de selección de cartera de proyectos que surge en organizaciones del sector público, siendo uno de los principales intereses el realizar una adecuada gestión de recursos para financiar proyectos que produzcan un verdadero impacto social. Además, asegurando que cada proyecto sea suficientemente financiado.

Por ello, el desarrollo de esta metodología proporcionará soluciones que tendrán un impacto social considerable en el entorno donde se desarrollen ya sea nivel interno organizacional, nivel nacional o incluso internacional. Así, será la sociedad la principal beneficiada de esta investigación. Y además, la contribución se extiende a las organizaciones gestoras de fondos públicos e incluso a la comunidad científica investigadora.

La identificación de carteras que brinden el mayor aporte a las medidas de impacto será una de las principales tareas a desarrollar. Por ello es preciso trabajar en un algoritmo computacional para optimizar múltiples medidas de impacto social, y de esa manera, tratar el caso real multiobjetivo. Esto se realizará siguiendo estrategias de métodos exactos (siempre que sea posible) y métodos aproximados.

El algoritmo computacional por si sólo servirá como herramienta de apoyo al tratar el problema de selección y planificación de cartera de proyectos.

Cada cartera identificada para presentar al tomador de decisiones indicará en cada caso qué proyectos seleccionar, cuáles de sus tareas deben ser financiadas y en qué momento se deben llevar a cabo, además de la correspondiente asignación

de recursos. Asimismo, se identificarán las sinergias que deben llevarse a cabo para optimizar las medidas de impacto social.

Una de las principales necesidades que se contemplan en la metodología que se propone es el manejo de información imprecisa. Para ello se incorporaran técnicas que permite al tomador de decisiones explorar los distintos escenarios que pueden surgir con la falta de información.

Otra necesidad contemplada es tratar casos de gran escala, con miles de solicitudes de financiamiento, siendo el presente documento uno de los primeros trabajos que se plantean abordar tal problemática debido al nivel de complejidad.

Finalmente, la metodología propuesta podrá trabajar con múltiples necesidades del problema de selección y planificación de cartera de proyectos.

1.8 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

El resto de este documento se estructura de la siguiente forma: en el capítulo 2 se presenta el marco teórico, en el cual se presenta una revisión del estado del arte del problema de selección de cartera de proyectos y una breve mención de la base teórica que ha servido para el desarrollo de esta investigación. En el capítulo 3 se presenta la metodología de solución propuesta y una descripción general de los algoritmos que se han implementado como parte de la metodología. Después se presentan los casos de estudio en los que se centra la investigación. En primer lugar, en el capítulo 4 se presenta la selección de cartera de proyectos de investigación y desarrollo en ausencia de incertidumbre, después se aborda el caso donde existe incertidumbre en el capítulo 5 y, posteriormente, en el capítulo 6 se aborda el caso de selección de cartera de proyectos incorporando planificación de los proyectos y de la asignación de recursos. Finalmente en el capítulo 7 se presentan las conclusiones de la investigación.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta la base teórica de los métodos y herramientas empleados en el desarrollo de la metodología propuesta. A continuación se hace mención del estado del arte del problema de selección de carteras de proyectos (2.1). Posteriormente se presenta una introducción a la toma de decisiones (2.2), seguido de programación lineal y programación multi-objetivo (2.3 y 2.4 respectivamente). Y por último se presenta el tema de sistemas difusos y programación difusa (2.5).

2.1 ESTADO DEL ARTE DE LA SELECCIÓN DE CARTERA DE PROYECTOS

La selección de cartera de proyectos y la asignación de recursos es una tarea que se lleva a cabo en organizaciones del sector público y privado. En la mayoría de los casos, al seleccionar la cartera, el sector privado busca maximizar las ganancias mientras que en el sector público se consideran criterios asociados al beneficio o impacto social.

Las medidas de impacto empleadas para la optimización de la cartera deben ser seleccionadas de acuerdo a la situación particular y deben estar representadas por un mínimo conjunto de funciones objetivo (de preferencia lineales) [57]. Lo más práctico es que cada función esté en términos cuantitativos; como la minimización de costos, maximización de diversificación entre áreas y minimización de riesgo. Sin

Tabla 2.1: Literatura del problema de selección de cartera de proyectos [57].

Característica	Ghasemzadeh & Archer 2000 [20]	Huchzermeier & Loch 2001 [38]	Chien 2002 [8]	Coldrick et al. 2002 [11]	Stummer & Heidenberger 2003 [64]	Sefair & Medaglia 2005 [61]	Eilat et al. 2006 [34]	Liesjö et al. 2007 [46]	Wang & Hwang 2007 [69]	Guo et al. 2008 [31]	Kilić et al. 2008 [41]	van Bekkum et al. 2009 [68]	Fernández et al. 2009 [23]	Carazo et al. 2010 [1]	Solak et al. [63]	Bhattacharyya et al. 2011 [5]	Litvinchev et al. 2011 [47]	Wang & Chen 2012 [9]	Hossein & Ghapanchi et al. 2012[28]	Liesjö & Salo 2012[45]	Fernández & Olmedo 2013[24]	Hassanzadeh et al. 2014[35]	Huang & Zhao 2014[37]	Rafiee et al. 2014 [59]	Li et al. 2014 [44]	Tofighian & Naderi 2015 [66]	Metodología propuesta		
Multi-objetivo	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓			✓		✓	✓		✓	✓				✓	✓	✓	✓	✓	
Tareas											✓													✓				✓	
Política de asignación total	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Política de asignación parcial		✓							✓		✓		✓		✓										✓			✓	
Sinergias	✓		✓		✓		✓			✓				✓		✓			✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	

embargo, también es posible emplear objetivos cualitativos.

El problema de selección de cartera de proyectos puede ser *estático* o *dinámico* [34]. En el primero, todas las propuestas que son financiadas inician y terminan en un mismo período; mientras que en el segundo es posible incluir o abandonar un proyecto en diferentes periodos.

Las metodologías de solución que se proponen en literatura incluyen tanto estrategias de métodos exactos como estrategias metaheurísticas y se modelan elementos que describen y caracterizan la situación particular. En tabla (2.1) se presentan algunas de las características principales del problema y los trabajos que las incorporan.

Algunas metodologías de solución propuestas en la literatura son, el trabajo de Ghasemzadeh & Archer [20] quienes integran una metodología para la selección de carteras de proyectos dividida en cinco procesos: pre-selección, análisis individual de proyectos, selección, selección de la cartera óptima y ajuste. Para la fase de evaluación, Henriksen & Traynor [36] proponen una herramienta para el tomador de decisiones que permite ordenar las propuestas, ajustar el riesgo y el valor o beneficio esperado.

Barros et al. [49] presentan una formulación multi-objetivo y resuelven instancias con hasta cientos de propuestas. Por otro lado, Stummer & Heidenberger [64] optan por un modelo de programación lineal con una selección interactiva y guiada para incorporar las preferencias del tomador de decisiones. Carazo et al. [1] proponen un modelo de programación lineal entero mixto para la selección y planificación de proyectos y emplean como método de solución un algoritmo metaheurístico con hasta casi cien propuestas con dependencias entre proyectos. Abbassi et al. [48] formulan un modelo de programación 0-1 para el balanceo de cartera y reportan resultados en instancias pequeñas. Tofghian & Naderi [66] presentan un modelo de programación entero mixto y usan un algoritmo methaurístico basado en colonia de hormigas.

A continuación se presenta un breve análisis de literatura centrado en cada uno de los elementos que caracterizan el problema de selección de cartera.

2.1.1 TAREAS

Al modelar los proyectos de investigación y desarrollo como un conjunto de tareas o actividades es posible tener mayor flexibilidad y control en la asignación de recursos que cuando no se consideran tareas [58, 9, 47, 17]. Otros trabajos que emplean tareas que requieren de recursos son [33, 32, 13, 4]. En las tareas (o actividades) regularmente se definen un conjunto de rubros a financiar, como costos de equipo de computo, viáticos, becas, costos de suscripciones a revistas científicas electrónicas, etc. Cada propuesta solicita financiamiento para un subconjunto de estos rubros asociados a sus tareas.

En un modelo basado en tareas, cada tarea tiene una contribución específica sobre el impacto del proyecto, existiendo tareas de mayor prioridad. Esto implica realizar un asignación de recursos enfocada a satisfacer los requisitos para llevar a cabo las tareas prioritarias. Una cartera basada en proyectos no debería ser distinta de una cartera basada en proyectos-tareas, siempre y cuando los proyectos sean representados por tareas que tienen una igual contribución sobre el impacto del

proyecto. Pero cuando las tareas contribuyen en forma no uniforme, entonces es recomendable medir el impacto tratándolas individualmente.

La asignación de recursos a tareas ha ido tomando mayor importancia en la literatura [41, 42, 4]. Sin embargo, la inclusión de tareas (que considere el efecto sobre las medidas de impacto) es escasa con respecto a la optimización de cartera. Por lo general, las tareas han sido tratadas mayormente en problemas de planificación [14, 29].

2.1.2 POLÍTICAS DE ASIGNACIÓN DE RECURSOS

Como ya se ha mencionado anteriormente, bajo una política de asignación total, cada propuesta recibe el total solicitado o nada (por ejemplo en [20, 1, 36, 64, 66]). Sin embargo, en la práctica, existen casos donde se asignan recursos parciales, es decir, se otorgan menos recursos de los solicitados (ver tabla 1.1).

Algunos modelos (incluyendo los que se proponen en este documento) definen un mínimo y un máximo de recursos para establecer un umbral en el cuál un proyecto es suficientemente financiado para alcanzar sus objetivos y metas [47, 18]. Otra dificultad es analizar cómo la asignación de recursos afecta al éxito esperado de un proyecto, puesto que con un financiamiento inadecuado, cualquier proyecto puede fallar.

Medaglia et al. [54] considera la política de asignación parcial pero sin establecer una relación entre la asignación de recursos y la valoración del proyecto. [56] también consideran asignación parcial y asumen que el impacto del proyecto es proporcionalmente reducido. [16] incorpora la relación entre financiamiento e impacto a nivel de proyecto, mientras que en este trabajo se realiza a nivel tarea. Una manera para evitar la modelación de asignación parcial de forma explícita es incorporando proyectos redundantes para las propuestas que pueden recibir financiamiento parcial [64], incrementando el tamaño del problema y llegando a afectar el desempeño del método de solución, requiriendo definir relaciones de mutua exclusión.

Litvinchev et al. [39] proponen un modelo entero mixto bi-objetivo con asignación parcial para resolver instancias de hasta 25 000 proyectos independientes en unos cuantos segundos.

Idealmente, un modelo debe incorporar ambas políticas de asignación total y parcial, dependiendo de las características de cada propuesta y/o tareas y los recursos a asignar, pero la combinación de ambas no ha sido abordada en la literatura actual. El modelo propuesto en este trabajo incorpora asignación parcial basado en modelos existentes [18, 54, 22], y ha sido extendido para considerar ambas políticas parcial y total de asignación a tareas.

2.1.3 SINERGIAS

Las sinergias se producen cuando dos o más proyectos están relacionados de manera que producen un valor adicional en el beneficio total o en los recursos. Por ejemplo, los grupos de colaboración entre centros de investigación pueden constituir sinergias realizando actividades en conjunto. Estas actividades conjuntas pueden incrementar la valoración del proyecto por los resultados finales o incluso generar un ahorro de recursos al emplear maquinaria de forma compartida. También existen otras relaciones de proyectos que pueden interpretarse como sinergias, como la de complementariedad y exclusión.

La consideración de sinergias de proyectos deriva algunas tareas importantes:

- (1) la identificación de grupos de proyectos interdependientes o relacionados,
- (2) definir bajo que circunstancias puede llevarse a cabo la sinergia,
- (3) la valorización o estimación del efecto sinérgico.

La primera de estas tareas, puede ser definida ya sea por los solicitantes, por el personal experto que da revisión y evaluación, así como por el tomador de decisiones. La segunda tarea implica estudiar las circunstancias y viabilidad de que se dé la sinergia y estudiar si se derivan otras tareas administrativas, por ejemplo la administración de recursos compartidos.

Regularmente se definen tres grupos de interdependencias que producen sinergias: beneficio, recursos y técnicas [74, 54]. El primer tipo se define cuando existe un beneficio adicional si se financia un grupo de tareas-proyectos de manera conjunta. Y debe ser posible cuantificar el beneficio sobre los objetivos a optimizar. Con esto, es posible valorar la colaboración entre grupos de trabajo y sus resultados esperados. El segundo tipo, hace referencia al ahorro o incremento de recursos que pueda derivarse si se financian tareas-proyectos de forma conjunta; por ejemplo, el ahorro por la compra de alguna licencia de software que pueda ser compartida entre dos proyectos. Y por último, las sinergias técnicas permiten tener un control sobre la selección de dos o más proyectos, por ejemplo, para establecer que solo un proyecto puede seleccionarse cuando hay varias versiones de proyectos.

Los trabajos [1, 64] incorporan la definición de conjuntos de proyectos interdependientes que al encontrarse en ejecución simultáneamente producen un efecto adicional en el beneficio o en los recursos que solicitan. El efecto adicional es llamado efecto sinérgico (también puede producirse efecto negativo). En Arratia et al. [57] se extiende este concepto para incorporar además, sinergias entre tareas de proyectos. En el trabajo de [44] se consideran las interdependencias definidas como interacciones entre proyectos que se encuentran en ejecución por periodo temporal.

2.1.4 INCERTIDUMBRE

La gestión de recursos públicos suele llevarse a cabo bajo un ambiente lleno de incertidumbre [56]. Esto se debe a que existen elementos o información que no pueden conocerse con total certeza. Cuando se trabaja con proyectos, existen factores externos e internos que puede llevar a la incertidumbre en la información aportada por los solicitantes y a la disponibilidad de recursos a asignar. Por ejemplo, la estimación del beneficio esperado sobre uno o más objetivos, los recursos necesarios para llevar a cabo tareas de proyectos y la duración de los proyectos son elementos que pueden estar bajo incertidumbre.

En [54] se considera la incertidumbre en la aportación a los objetivos y se modela de forma estocástica. En otros trabajos optan por hacer uso de lógica difusa, tal es el caso de [50] que emplean un sistema basado en lógica difusa para realizar la selección de cartera. [28] presentan un modelo que considera variables difusas para representar la incertidumbre en proyectos. En [60] proponen una metodología para la gestión de proyectos de investigación y desarrollo bajo incertidumbre basada en opciones reales.

2.1.5 OTRAS CARACTERÍSTICAS

Algunas organizaciones consideran un horizonte de planificación durante el cual los proyectos se desarrollan de inicio a fin. De esta manera, la planificación se basa en conocer el presupuesto disponible en cada periodo temporal para programar cada proyecto de la cartera [38, 35, 66].

En relación con el tema del riesgo, en una gran cantidad de trabajos se asume una actitud neutral. Según [17], la gestión de riesgos y el control del presupuesto son menos críticos para proyectos de bajo alcance, pero muy importante para los proyectos de alto alcance (proyectos desarrollados en un período de tiempo extenso y que implican una inversión considerable). En otras palabras, el análisis de riesgos se vuelve relevante dependiendo de la magnitud de los proyectos. En [30] se discuten las diferentes actitudes frente al riesgo en los sectores público y privado. También se argumenta la importancia de modelar las preferencias del tomador de decisiones que incluyen la actitud frente al riesgo. Otros enfoques donde se considera la modelación de riesgo en proyectos son [38], quienes presentan un enfoque basado en programación dinámica; [69] introduce un modelo de opciones compuestas difusas para evaluar el valor de cada proyecto de investigación y desarrollo evitando subestimar el riesgo del mismo, y mediante lógica posibilista construye un modelo matemático con una perspectiva de aversión al riesgo; y en [21], presentan un sistema de apoyo a la decisión para modelar y gestionar el riesgo en proyectos y sus interacciones siguiendo cinco fases: identificación, evaluación, análisis, respuesta y monitoreo y control.

2.2 TOMA DE DECISIONES

”La toma de decisiones es uno de los procesos cognitivos básicos del comportamiento humano mediante el cual se elige la opción preferida o un curso de acción de entre un conjunto de alternativas basado en ciertos criterios”, [70].

Gran cantidad de situaciones en la vida cotidiana implican la toma de decisiones, pero en muchos casos no llevamos a cabo un proceso de apoyo a la decisión que permita el estudio conjunto de las alternativas y de las posibles consecuencias producidas por la elección de un curso de acción. Sin embargo, existen situaciones que requieren de un amplio análisis o del seguimiento de alguna metodología de apoyo a la decisión.

Los problemas de decisión pueden ser clasificados respecto a los siguientes elementos [40]:

- Según la naturaleza de las consecuencias asociadas a las alternativas [26].
 - Decisión bajo certeza.
 - Decisión con riesgo.
 - Decisión bajo estricta incertidumbre.
- Según la cardinalidad del conjunto de alternativas.
 - Finito, número pequeño.
 - Infinito, número muy grande o infinito contable o infinito incontable.
- Según las operaciones que se realizan sobre el conjunto de alternativas.
 - Jerarquización.
 - Selección.
 - Clasificación.
- Si el tomador de decisiones es una persona o un grupo de personas.

2.2.1 PROCESO DE DECISIÓN

Uno de los modelos que describen el proceso de decisión es el propuesto por Herber Simon [62], donde estructura el proceso de decisión en tres fases: inteligencia, diseño y selección. Y más recientemente, el trabajo de Alexis Tsoukiàs [67], en el que se describen cuatro artefactos cognitivos del proceso de apoyo a la toma de decisiones.

De forma general, la metodología de apoyo a la toma de decisiones puede ser descrita empleando los artefactos cognitivos y los elementos asociados de Tsoukiàs [67] de la siguiente manera:

1. Representación de la situación del problema.

La situación del problema involucra definir elementos del tipo organizacional, algunas preguntas útiles son: ¿quién tiene el problema?, ¿por qué se da el problema?, ¿quién? o ¿quiénes intervienen en el proceso de decisión?, ¿qué se espera obtener? y ¿qué consecuencias se producen de las decisiones y a quién se dirigen?

2. Formulación del problema.

En esta parte del proceso de apoyo a la toma de decisiones se emplea toda la información correspondiente al problema para construir una formulación formal y abstracta. Tsoukiàs [67] define los siguientes elementos para abordar la formulación del problema:

- Conjunto de posibles acciones.
- Los puntos de vista con los que las posibles acciones son observadas, analizadas, evaluadas, y comparadas.
- El problema.

3. Construcción del modelo de evaluación.

Regularmente este proceso se describe a través de ciertos elementos:

- a) Conjunto de alternativas.
 - b) El conjunto de atributos con los que se observan y describen las alternativas.
 - c) Los posibles escalas de esos atributos.
 - d) Los criterios con los que se evalúan las alternativas, de acuerdo a las preferencias del tomador de decisiones.
4. Construcción de la recomendación final.

La construcción de la solución final regularmente se obtiene a través del modelo de evaluación en forma abstracta y formal por lo que debe trasladarse a un lenguaje fácil de interpretar para el tomador de decisiones.

Esta etapa implica que el analista se asegure de que el modelo represente correctamente el problema en cuestión y que se modelan adecuadamente las preferencias del tomador de decisiones. Además, la solución final debe ser válida de acuerdo al proceso de decisión.

2.3 PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA MIXTA

Siguiendo la línea de [65], las fases principales de la implementación de la investigación de operaciones son:

1. Definición del problema. En esta fase se debe identificar (1) la descripción de las alternativas de solución, (2) la determinación del objetivo de estudio y (3) la especificación de las limitaciones bajo las cuales funciona el sistema modelado.
2. Construcción del modelo. La construcción del modelo matemático implica traducir la definición del problema a relaciones matemáticas.
3. Solución de modelo. Esta fase implica el empleo de algoritmos de optimización.

Un conjunto de valores de las variables x_1, x_2, \dots, x_n para los que se satisfacen todas las restricciones es el llamado *punto factible* o *vector factible*. Y el conjunto de todos los puntos factibles constituyen lo que se conoce como la *región factible* o *espacio factible* [3].

Una vez establecidos estos términos, diremos que el problema de programación lineal consiste en encontrar aquel punto de la región factible que minimiza (o maximiza) la función objetivo [3].

2.3.1 SUPUESTOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Al definir un problema como un problema de programación lineal es necesario revisar que las siguientes consideraciones se cumplan [3]:

1. Proporcionalidad. Esto es, dada una variable x_j , su contribución en el costo es $c_j x_j$ y su contribución a la restricción i -ésima es $a_{ij} x_j$. Y por ejemplo, si x_j se incrementa, su contribución también aumentará.
2. Aditividad. Esta consideración garantiza que el costo total es igual a la suma de los costos individuales, y del mismo modo, la contribución total es igual a la suma de las contribuciones individuales.
3. Divisibilidad. Esta consideración asegura que las variables de decisión pueden ser divididas de manera que se permiten variables de decisión con valores no enteros.
4. Determinista. Este supuesto asegura que los valores de los coeficientes son conocidos.

2.3.2 TRANSFORMACIÓN DEL PROBLEMA

Un problema de programación lineal como se ha definido antes, es aquel que puede representarse mediante la maximización o minimización de una función ob-

jetivo lineal sujeto a restricciones lineales. Todo problema de programación lineal puede ser re-formulado para obtener un problema equivalente [3]. Existen varias técnicas para dicha transformación. A continuación se exponen algunas ideas para transformar cada uno de los elementos del problema:

- Ecuaciones y desigualdades.

Una desigualdad puede ser transformada en una ecuación si se añade una parte ficticia. Por ejemplo, $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i$ puede transformarse en una ecuación restando la parte de exceso variable x_{n+1} . Por lo que la restricción $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i$ es equivalente a $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - x_{n+1} = b_i$ y $x_{n+1} \geq 0$. Análogamente, también puede transformarse una desigualdad del tipo menor o igual a una ecuación y viceversa.

- Variables no negativas

En muchos problemas prácticos las variables representan cantidades físicas por lo que sus valores son positivos. Sumado a esto, el método de solución simplex ha sido diseñado para resolver problemas con variables positivas. Por lo que, si existieran variables negativas es necesario que sean transformadas.

- Minimización y maximización

Un problema de maximización puede ser convertido en uno de minimización multiplicando los coeficientes de la función objetivo por -1. También se puede transformar uno de minimización a maximización en forma análoga.

$$\text{Maximizar } \sum_{j=1}^n c_j x_j = \text{Minimizar } - \sum_{j=1}^n -c_j x_j$$

2.3.3 FORMA CANÓNICA Y ESTÁNDAR

Un modelo lineal puede ser representado por dos formas básicas: canónica y estándar [3]. Se dice que un modelo de programación lineal está en su *forma estándar*

si todas sus variables y restricciones son no-negativas. La forma canónica es especialmente útil para explorar relaciones de dualidad. Un problema de minimización esta en su forma canónica si todas las variables son no-negativas y las restricciones son del tipo \geq . Si se trata de un problema de maximización, su forma canónica viene dada cuando todas las variables son no-negativas y todas las restricciones son del tipo \leq . La figura 2.3.3 muestra la estructura general estándar y canónica.

	Minimización	Maximización
Forma estándar	Minimizar $\sum_{j=1}^n c_j x_j$ sujeto a $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i = 1, \dots, m$ $x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$	Maximizar $\sum_{j=1}^n c_j x_j$ sujeto a $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i = 1, \dots, m$ $x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$
Forma canónica	Minimizar $\sum_{j=1}^n c_j x_j$ sujeto a $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad i = 1, \dots, m$ $x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$	Maximizar $\sum_{j=1}^n c_j x_j$ sujeto a $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m$ $x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$

Tabla 2.2: Modelo en forma estándar y canónica.

2.3.4 ALGUNOS EJEMPLOS DE PROBLEMAS LINEALES

Algunos problemas bastante conocidos que pueden ser abordados mediante programación lineal, son: el problema de transporte, el problema de planificación de la producción, el problema de la dieta, problema de red de flujo, el problema de cartera de valores y cartera de proyectos, entre otros.

Problema de transporte

Este problema surge cuando se tiene un producto que debe enviarse desde m orígenes hacia n destinos. Desde cada origen debe enviarse una cantidad u_i para satisfacer la demanda de v_j de cada destino. El coste de envío por unidad de producto desde el origen i hasta el destino j es c_{ij} . Y el problema consiste en determinar la cantidad de producto (x_{ij}) a enviar desde el origen i hasta el destino j de manera que se minimicen los costos de envío.

Problema de dieta

El problema de dieta consiste en determinar la cantidad de alimento que debe comprarse para satisfacer un cierto número de nutrientes. Si tenemos m número de

nutrientes y n número de alimentos distintos y a_{ij} es la cantidad del nutriente i en una unidad del alimento j . Sabiendo que b_i es la cantidad mínima aconsejada del nutriente i y c_j es el costo de una unidad del alimento j . Entonces se debe identificar la cantidad de cada alimento a comprar de manera que se minimice el costo y se respeten los mínimos nutrientes establecidos.

En muchos casos realistas, algunas de las variables no son reales sino enteras, o incluso binarias, es decir, que toman exclusivamente los valores 0 ó 1. El empleo de variables enteras hace más complejo el problema de programación lineal, debido a la ausencia de continuidad [19]. La clase de problemas que combina variables reales y variables enteras es conocida como **programación lineal entero-mixto**.

Un problema de programación lineal entero mixto (PPLEM) general puede ser formulado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & z = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{Sujeto a} \quad & \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i = b_j; \quad j = 1, 2, \dots, m. \\ & x_i \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n. \\ & x_i \in \mathbf{N}; \quad \text{para todos o algunos } i = 1, 2, 3, \dots, n. \end{aligned}$$

En esta notación \mathbf{N} representa el conjunto $\{0, 1, 2, \dots\}$.

2.4 OPTIMIZACIÓN MULTI-OBJETIVO

Muchos problemas del mundo real usualmente requieren ser tratados considerando más de un objetivo o criterio a maximizar (o minimizar). Y raramente es posible encontrar una solución que optimice a todos los objetivos dado que suelen estar en conflicto. Por lo que, a diferencia de la optimización con un objetivo, no es posible obtener una solución óptima, más bien se busca encontrar un conjunto de soluciones bajo un concepto diferente de optimalidad.

Formalmente, un problema de optimización multiobjetivo puede definirse como

$$\begin{aligned}
& \text{Maximizar o minimizar } F = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_p(x)], \\
& \text{sujeto a} \\
& g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, J \\
& h_k(x) = 0, \quad k = 1, \dots, K \\
& x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \in X.
\end{aligned}$$

donde $X \subset \mathfrak{R}^n$ conjunto no vacío y F el vector de de funciones objetivo. X es el conjunto de alternativas.

Una solución $x^* \in X$ se dice que es eficiente (no-dominada, óptimo de Pareto) si no existe otro $x \in X$ tal que $f(x) \geq f(x^*)$ con una desigualdad estricta para al menos un componente [25]. El conjunto de soluciones eficientes se denota como X_E .

En los problemas de optimización multiobjetivo se pueden distinguir dos tareas principales [2]:

1. Encontrar un conjunto de soluciones con optimalidad de Pareto.
2. Elegir la solución preferida del conjunto de soluciones.

En la segunda tarea, el tomador de decisiones es quien provee información subjetiva de las preferencias para elegir la mejor solución.

Existen distintas técnicas de programación matemática para resolver problemas multiobjetivo, una manera de clasificarlas es con respecto a la incorporación de las preferencias del tomador de decisiones en el proceso de búsqueda. Hay tres maneras de hacer esto [2]:

1. A priori. Se toman decisiones antes de la búsqueda de alternativas; algunas técnicas son: programación por metas y método lexicográfico.
2. Durante la búsqueda. Esta técnica consiste la integración de la búsqueda de soluciones y la incorporación de preferencias; algunas técnicas son: Geoffrion-Dyer-Feinberg (GDF) y el método de punto referencia.

3. A posteriori. En esta técnica primero se hace la búsqueda de soluciones y posteriormente se incorporan preferencias y se toman las decisiones; algunas técnicas son: método de la suma ponderada, normal Boundary Intersection, método de la ϵ -restricción y la programación compromiso

2.5 SISTEMAS DIFUSOS Y PROGRAMACIÓN DIFUSA

La información con la cual se trabaja en situaciones del mundo real algunas veces es imprecisa o inexacta, por lo cual es de gran utilidad una teoría para expresar estos términos correctamente.

Lofti A. Zadeh [71] introdujo la teoría de los conjuntos difusos para formar un enfoque entre la precisión clásica de las matemáticas y la información imprecisa del mundo real. Un conjunto difuso (borroso) es aquel que se caracteriza por una función de pertenencia que asigna a cada elemento un grado de pertenencia que oscila entre cero y uno [71].

La lógica difusa y la teoría de conjuntos difusos son usados para modelar significados imprecisos [12]. Por ejemplo, en vez de decir verdadero o falso al enunciado Luis es viejo, la lógica difusa asigna un número real entre 0 y 1 que indica el grado de vejez de Luis.

2.5.1 CONJUNTOS DIFUSOS

Un conjunto difuso puede ser definido como un conjunto de pares ordenados, donde el primer componente es un elemento del conjunto $[0,1]$ y el segundo componente es un elemento del conjunto X .

Sea X un conjunto no vacío, entonces un conjunto difuso A en X es caracterizado por su función de pertenencia $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$ donde $\mu_A(x)$ representa el grado de pertenencia de un elemento x en el conjunto difuso A para todo $x \in X$.

Entonces, $A = \{(\mu_A(x), x) | x \in X\}$.

Sí X es un conjunto finito, es decir, $X = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ un conjunto difuso A en X se representa $A = \{(\mu_A(x_1), x_1), (\mu_A(x_2), x_2), (\mu_A(x_3), x_3), \dots, (\mu_A(x_n), x_n)\}$. Por ejemplo, sea $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ un conjunto que representan el número de hijos que tiene una pareja que vive en cierta región con una determinada cultura en particular y el conjunto difuso "una familia de tamaño ideal". El conjunto difuso puede ser definido como: $A = \{(0.9, 1), (1, 2), (0.7, 3), (0.5, 4), (0.3, 5), (0.05, 6)\}$.

La familia de todos los conjuntos difusos se denota por $F(X)$. $\mu_A(x) = 1$ representa total pertenencia, $\mu_A(x) = 0$ implica no-pertenencia y valores entre 0 y 1 significa pertenencia parcial.

Un conjunto difuso A en X , es llamado *normal* si existe una x tal que $\mu_A(x) = 1$, de lo contrario se denomina *subnormal*. El soporte de A denotado $supp(A)$, es el subconjunto de X cuyos elementos tienen grado de pertenencia distinto de cero en A .

Un conjunto α - *corte* de un conjunto difuso A en X , es un conjunto no difuso denotado por $[A]^\alpha$ y definido por $[A]^\alpha = \{t \in X \mid \mu_A(t) \geq \alpha\}$ si $\alpha \geq 0$ y $[A]^\alpha = cl(suppA)$ si $\alpha = 0$. Cuando $\mu_A(t) > \alpha$, entonces se dice que es un α - *corte* estricto.

Un conjunto difuso A en X es llamado convexo si $[A]^\alpha$ es subconjunto convexo de X para todo $\alpha \in [0, 1]$.

Sean A y B conjuntos difusos en X , entonces, algunas conceptos definidos de teoría de conjuntos difusos son:

1. Conjunto vacío. Un conjunto vacío A , lo es siempre y cuando su función de pertenencia es cero.
2. Unión. $\forall x \in X, A \cup B = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$.
3. Intersección. $\forall x \in X, A \cap B = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$.
4. Igualdad. $A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in X$.

5. Contención. $A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in X$.

6. Complemento. $\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$.

Mediante la definición de estos elementos pueden establecerse relaciones de conjuntos difusos.

2.5.2 NÚMEROS DIFUSOS

Un número difuso A , es aquel definido en \mathfrak{R} , con una función de membresía convexa y al menos un elemento x con un grado de membresía igual a 1.

De acuerdo a [7], un conjunto difuso A es llamado número difuso triangular con centro en a , límite inferior $\alpha > 0$ y límite superior $\beta > 0$, si su función de pertenencia tiene la siguiente forma

$$A(t) = \begin{cases} 1 - \frac{a-t}{\alpha} & \text{si } a - \alpha \leq t \leq a \\ 1 - \frac{t-a}{\beta} & \text{si } a \leq t \leq a + \beta \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

denotando $A = (a, \alpha, \beta)$.

Un conjunto difuso A es llamado número difuso trapezoidal con intervalo central $[a, b]$, límite inferior α y límite superior β , si su función de pertenencia tiene la siguiente forma

$$A(t) = \begin{cases} 1 - \frac{a-t}{\alpha} & \text{si } a - \alpha \leq t \leq a \\ 1 & \text{si } a \leq t \leq b \\ 1 - \frac{t-b}{\beta} & \text{si } a \leq t \leq b + \beta \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

denotando $A = (a, b, \alpha, \beta)$.

En general, cualquier número difuso $A \in F$ puede ser descrito como

$$A(t) = \begin{cases} L\left(\frac{a-t}{\alpha}\right) & \text{si } t \in [a-\alpha, a] \\ 1 & \text{si } t \in [a, b] \\ R\left(\frac{t-b}{\beta}\right) & \text{si } t \in [b, b+\beta] \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

donde $[a, b]$ es el centro) de A , $L : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ y $R : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ funciones continuas y no-crecientes con $L(0) = R(0) = 1$ y $R(1) = L(1) = 0$. Llamamos a este conjunto, número difuso de tipo- LR y se denota $A = (a, b, \alpha, \beta)_{LR}$

2.5.3 LÓGICA DIFUSA

La lógica difusa es una herramienta poderosa que actualmente está siendo usada extensivamente en muchas aplicaciones de la industria. Por ejemplo, en la medición de temperaturas se pueden establecer rangos de clasificación, algunos clases pueden ser alta, media o baja y a cada clase le corresponde un conjunto de valores que se definen mediante una función de pertenencia. En general, la lógica difusa permite la imitación del proceso del razonamiento humano, cuantificando información imprecisa y tomando decisiones basadas en datos vagos o incompletos [50].

Algunas de las características de la lógica difusa que se discuten en [50], son:

- La información subjetiva presentada con variables lingüísticas puede transformarse en cuantitativa.
- En ocasiones las expresiones difusas son más naturales en comparación con las ecuaciones matemáticas.
- Las reglas o funciones se pueden extraer tanto de datos numéricos, como simbólicos.
- El diseño de sistemas basados en la lógica difusa se facilita construyendo conjuntos de datos y reglas que se aplican de manera similar en paralelo antes de

la combinación final de valores difusos.

- La mejora es posible mediante la adición o modificación de ajustes en las reglas.
- La confiabilidad difusa asegura que la superposición, las funciones de membresía y las reglas ayudan a que si no se presenta alguna entrada, el sistema funcionará.

En la práctica, la teoría de conjuntos difusos es empleada para definir sistemas difusos con variables lingüísticas y un conjunto de reglas de la forma "sí A entonces B" [10]. Hay dos características principales de los sistemas difusos que les dan un mejor rendimiento para aplicaciones específicas: (i) Los sistemas difusos son adecuados para el razonamiento incierto o aproximado, especialmente para los sistemas con modelos matemáticos que son difíciles de obtener, y (ii) La lógica difusa facilita la toma de decisiones representando la información incompleta o incierta con valores estimados.

El sistema de inferencia difusa consiste en tres procesos fundamentales: fusificación, inferencia y defusificación. La fusificación es el proceso de convertir valores bien definidos (*crisp*) en valores difusos. En la inferencia se relacionan los conjuntos difusos de entrada y salida para establecer las reglas lógicas que definirán el sistema. Y finalmente, en el proceso de defusificación los valores de salida obtenidos en la inferencia frecuentemente deben ser trasladados a valores bien definidos a través de métodos matemáticos.

En conclusión, los sistemas difusos y la programación difusa constituyen una técnica para el manejo de información imprecisa a través de valores estimados facilitando el proceso de toma de decisiones.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

La metodología de apoyo a la decisión propuesta para abordar el problema de selección de cartera de proyectos de investigación y desarrollo bajo incertidumbre en organizaciones del sector público incorpora las siguientes etapas: (1) descripción del problema, (2) formulación del problema y construcción del modelo matemático, (3) implementación de algoritmo de solución, (4) generación del conjunto de carteras que constituyen las alternativas del problema, (5) proceso de reducción del conjunto de alternativas (en caso de requerirse) y (6) presentación del conjunto final de alternativas al tomador de decisiones y selección final.

En esta metodología se ha considerado el trabajo de Alexis Tsoukiás [67] quién define los artefactos cognitivos que se construyen en el proceso de apoyo a la decisión como: representación de la situación del problema, formulación del problema, modelo de evaluación y recomendación final.

La figura 3.1 muestra las etapas de la metodología propuesta y la correspondencia a cada uno de los artefactos cognitivos.

En la figura 3.2 se presentan las fases de la metodología propuesta y se enmarcan las variantes del problema de cartera en las que se ha organizado el resto de este documento: (1) selección de cartera de proyectos en ausencia de incertidumbre, (2) selección de cartera de proyectos bajo incertidumbre y (3) selección y planificación de cartera de proyectos. La formulación y modelo matemático de cada una de estas variantes se presenta en los capítulos 4, 5, 6 respectivamente. Y en el resto de este

Metodología propuesta	Aparatos cognitivos
1. Formulación del problema y Modelo matemático	Representación de la situación del problema Formulación del problema
2. Algoritmo de solución 3. Identificación de carteras	Modelo de evaluación
4. Reducción del conjunto de alternativas 5. Presentación del conjunto final de alternativas	Recomendación final

Figura 3.1: Correspondencia de las etapas de la metodología propuesta y los aparatos cognitivos que se construyen en el proceso de decisión según Alexis Tsoukiás [67].

capítulo se presenta una breve descripción de los algoritmos de solución que fueron implementados como parte de la metodología propuesta.

3.1 ALGORITMOS DE SOLUCIÓN

Una vez que el problema ha sido formulado y se ha construido el modelo matemático ajustado a cada caso particular, lo siguiente es encontrar el conjunto de soluciones o carteras alternativas que optimizan los objetivos considerados.

Para ello, como parte de esta investigación, se han programado algoritmos multiobjetivo que permiten encontrar una aproximación de la frontera de pareto. Estos algoritmos de solución son de dos tipos: exactos o aproximados. Cuando hay un único objetivo a optimizar, los métodos exactos permiten encontrar aquella solución que minimiza o maximiza (según sea el caso) la función objetivo. Mientras que los métodos aproximados permiten encontrar una solución aceptable que no necesariamente es la solución exacta, en un tiempo real.

Los algoritmos exactos que vamos a considerar son la suma ponderada (para el problema con dos objetivos), el algoritmo AUGMECON2 y el SAUGMECON. Y el método aproximado es el SSPMO.

Para simplificar notación, definamos el problema de selección de cartera de

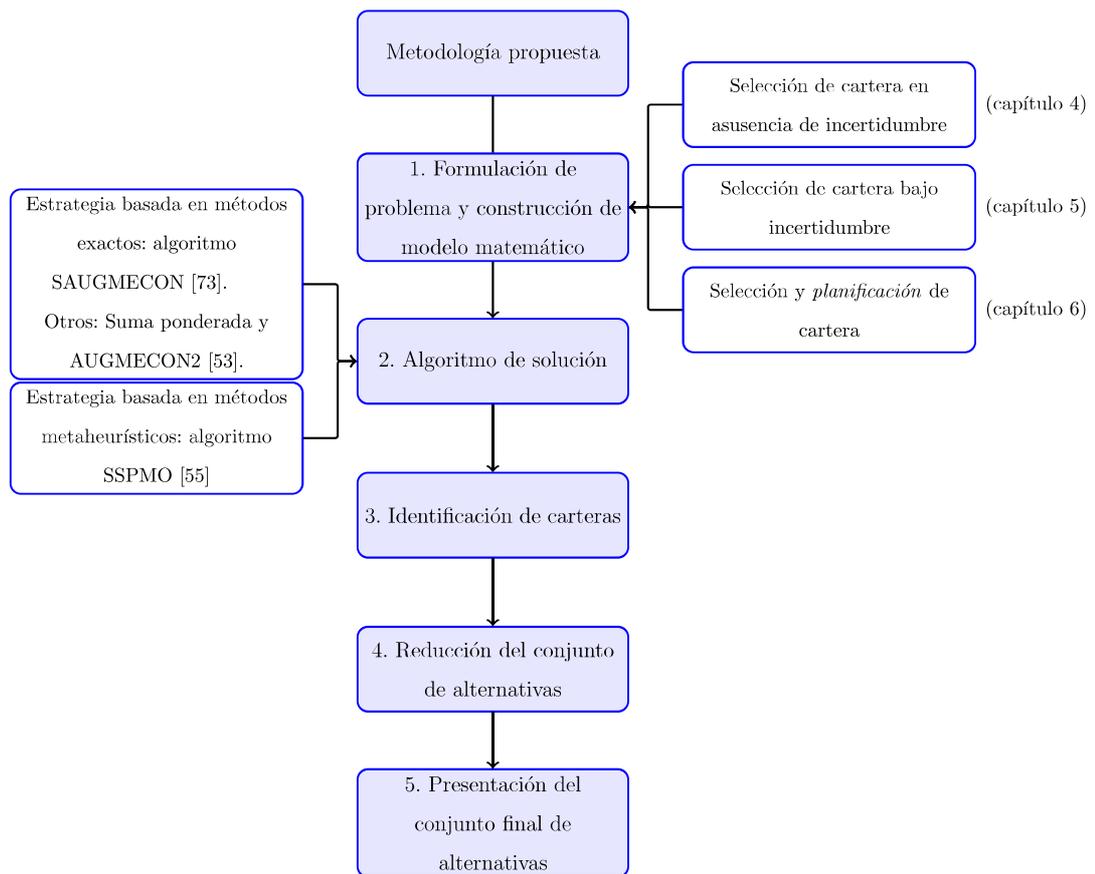


Figura 3.2: Metodología de apoyo a la decisión propuesta para resolver el problema de selección y planificación de cartera de proyectos de investigación y desarrollo bajo incertidumbre.

proyecto como un problema multiobjetivo que esta formulado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar} && f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_p(x) \\ &\text{Sujeto a} && \\ &&& x \in S \end{aligned} \tag{3.1}$$

donde $f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_p(x)$ son las p funciones objetivo, x es el vector de variables de decisión y S la región factible o espacio de soluciones factibles.

3.1.1 ALGORITMO DE SUMA PONDERADA

La suma ponderada es uno de los algoritmos más empleados cuando se trabaja con un modelo de programación multiobjetivo que optimiza dos objetivos por su simplicidad en la implementación.

De manera general, la suma ponderada consiste en crear una función lineal con la suma de los valores de cada objetivo cada uno multiplicado por un valor o peso w_i para cada $i = 1, \dots, p$. La suma de los pesos debe ser igual a 1. Regularmente se fijan valores w_i que estén igualmente espaciados para obtener una aproximación a la frontera de Pareto lo más representativa posible.

Así, el problema queda reducido a resolver un conjunto de problemas con un solo objetivo dado por:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar} && w_1 f_1(x) + w_2 f_2(x) + w_3 f_3(x) + \dots + w_p f_p(x) \\ &\text{Sujeto a} && \\ &&& x \in S. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Para resolver este modelo para cada una de las configuraciones o valores de cada w_i cada objetivo debe estar normalizado.

Como ya se ha mencionado, una de las principales ventajas de este algoritmo es su simplicidad en la implementación. Además, siempre que el espacio de soluciones sea convexo, será posible obtener la frontera de Pareto (cambiando los valores de los pesos). Sin embargo, entre las desventajas de este método está el que si el conjunto de

soluciones no es convexo, entonces no se garantiza el obtener la Frontera de Pareto ya que habrá puntos que no puedan ser representados mediante una combinación lineal y por ende no pueden ser encontrados por este método. Otra desventaja es el que se deben normalizar las funciones objetivo, implicando un costo computacional en la búsqueda de soluciones [15].

3.1.2 ALGORITMO AUGMECON2

El algoritmo multiobjetivo AUGMECON2 propuesto por [53] es una extensión del algoritmo AUGMECON [51] y ambos algoritmos están basados en el algoritmo ϵ -restricción.

El algoritmo de solución AUGMECON2 propone transformar el problema 3.1 en el siguiente:

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar} && (f_1(x) + \epsilon ps \times (s_2/r_2 + 10^{-1} \times s_3/r_3 + \dots + 10^{-(p-2)} s_p/r_p)) \\
 &\text{Sujeto a} && \\
 &&& f_2(x) - s_2 = e_2, \\
 &&& f_3(x) - s_3 = e_3, \\
 &&& \vdots \\
 &&& f_p(x) - s_p = e_p, \\
 &&& x \in S, s_i \in R^+.
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

donde ϵps es un número pequeño entre 10^{-3} y 10^{-6} y s_2, s_3, \dots, s_p son variables auxiliares que permiten transformar las desigualdades del clásico ϵ -restricción en igualdades. r_i corresponde al rango de valores de cada objetivo, por ello es necesario conocer el punto ideal y el anti-ideal o nadir. Para ello [51] proponen utilizar programación lexicográfica. De esta forma, resuelven el problema inicial maximizando sólo el primer objetivo y obtienen f_1^{max} , después resuelven maximizando el segundo objetivo igualando $f_1(x) = f_1^{max}(x)$ y así sucesivamente obtienen una tabla de los valores resultantes. Una vez obtenido el valor mínimo y máximo de cada objetivo se obtienen los valores e_1, e_2, \dots, e_p al dividir el rango de cada objetivo en q_i puntos equidistantes,

para $i=2, \dots, p$.

Por un lado, se aprovecha la información de las variables de holgura en cada iteración, se reduce el tiempo computacional al evitar iteraciones redundantes siendo más eficiente cuando el problema contiene variables discretas y en regiones no convexas [52]. Además, este algoritmo es especialmente eficiente en problemas de programación entera. Y una de las mayores ventajas es la facilidad de ajuste para encontrar por completo la frontera de Pareto.

Es por esto que este método ha sido implementado en esta investigación para resolver el problema de selección de cartera de proyectos de investigación y desarrollo. Las carteras alternativas se obtienen de resolver los subproblemas de la formulación 3.3 bajo los correspondientes valores de q_i .

En general, el algoritmo AUGMECON2 se puede resumir en los siguientes pasos:

1. Crear la tabla de payoff de los objetivos.
2. Se encuentran los rangos de cada objetivo $i = 2, \dots, p$.
3. Y se definen los valores mínimos de cada objetivo f_i^{min} , $i = 2, \dots, p$.
4. Se define el número de partes q_i en las que se dividirá el espacio de búsqueda de cada objetivo $i \in P$.
5. Se define el paso de búsqueda de cada objetivo como $step_i = r_i/q_i$.
6. Se inicializa el ciclo de búsqueda iniciando con $t_i = 0$ para cada $i = 2, \dots, p$ e incrementando $t_i = t_i + 1$ hasta $t_i = q_i$. Se define $n_p = 0$ como el número de soluciones de Pareto.
7. Se calculan los valores del lado derecho $e_i = f_i^{min} + t_i \times step_i$.
8. Se resuelve el problema (3.3).

Maximizar $(f_1(x) + eps \times (s_2/r_2 + 10^{-1} \times s_3/r_3 + \dots + 10^{-(p-2)} s_p/r_p))$ Sujeto a $f_2(x) - s_2 = e_2,$ $f_3(x) - s_3 = e_3,$ \vdots $f_p(x) - s_p = e_p,$ $x \in S, s_i \in R^+.$

9. Si se encuentra solución entonces se actualiza $n_p = n_p + 1$. Si no hay solución factible entonces se hace $t_2 = q_2$ se incrementa el contador del siguiente objetivo (t_3). Después se vuelve al paso 8.
10. Se calcula $b = \text{int}(s_2/\text{step}_2)$ y se actualiza $t_2 = t_2 + b$. Si $t_2 \leq q_2$ entonces se vuelve al paso 8. Sino, se incrementa t_3 y así continua sucesivamente.

3.1.3 ALGORITMO SAUGMECON

El algoritmo SAUGMECON (simple augmented ϵ -constraint) es presentado por [73] y está basado en el algoritmo AUGMECON2 que se discute en la sección anterior. El SAUGMECON permite encontrar todas las soluciones no dominadas de un problema de programación entera multiobjetivo de forma eficiente.

El SAUGMECON es otro de los algoritmos que se ha considerado en este trabajo de tesis para resolver el problema de selección de cartera puesto que permite obtener soluciones eficientes en un menor tiempo computacional que el AUGMECON2. Esto se debe a el desgaste que se producía al optimizar de forma lexicográfica los objetivos en la obtención de la tabla de valores objetivo, pues, por un lado, en SAUGMECON los rangos de cada objetivo se construyen mediante el punto ideal, por la maximización individual y el valor de cada objetivo desde un punto de vista pesimista que se obtiene de minimizar cada objetivo. Mientras que en el AUGMECON2, además del punto ideal, se debe identificar el valor mínimo sobre la frontera (punto nadir), mismo que no corresponde necesariamente con el valor obtenido al minimizar individualmente cada objetivo.

Un problema de optimización mutiobjetivo general 3.1 es transformado como:

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar} && f_1(x) + eps(f_2(x)/r_2 + f_3(x)/r_3 + \dots + f_p(x)/r_p) \\
 &\text{Sujeto a} && \\
 &&& f_2(x) \geq e_2, \\
 &&& f_3(x) \geq e_3, \\
 &&& \vdots \\
 &&& f_p(x) \geq e_p, \\
 &&& x \in S, s_i \in R^+.
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

donde eps es un número pequeño entre 10^{-3} y 10^{-6} , y r_i corresponde al rango de valores de cada objetivo, por ello es necesario conocer el punto ideal y aquellos obtenidos de minimizar cada objetivo. En el proceso de búsqueda, el problema se inicia con los peores valores que puede tomar cada objetivo (e_2, \dots, e_p) .

El algoritmo sigue la línea descrita en la figura (3.3), donde RWV se refiere a guardar los peores valores para cada objetivo. Actualizándolos cada vez que se encuentra una solución factible con un valor objetivo inferior, sino se actualiza, entonces se continua al siguiente objetivo hasta explorar cada uno.

Y cuando se sale del del ciclos de recombinación se evalúa si el valor actual en un objetivo es igual al valor mínimo ($ef_1 = f_1^{min}$), si esto pasa, entonces, se brinca al siguiente objetivo para evaluarlo, y en otro caso, se hace $ef_1 = f_1^{max}$ y continúa. esto se repite sucesivamente para cada objetivo.

3.1.4 ALGORITMO SSPMO

El algoritmo SSPMO es un algoritmo basado en búsqueda dispersa (Scatter search) propuesto en [55] para aproximar la frontera de Pareto en problemas con multiples objetivos no lineales de variables continuas. En general, el algoritmo SSPMO esta compuesto de dos fases: (1) generación de un conjunto de soluciones eficientes y (2) combinación de soluciones y actualización del conjunto de soluciones eficientes \hat{E} [55].

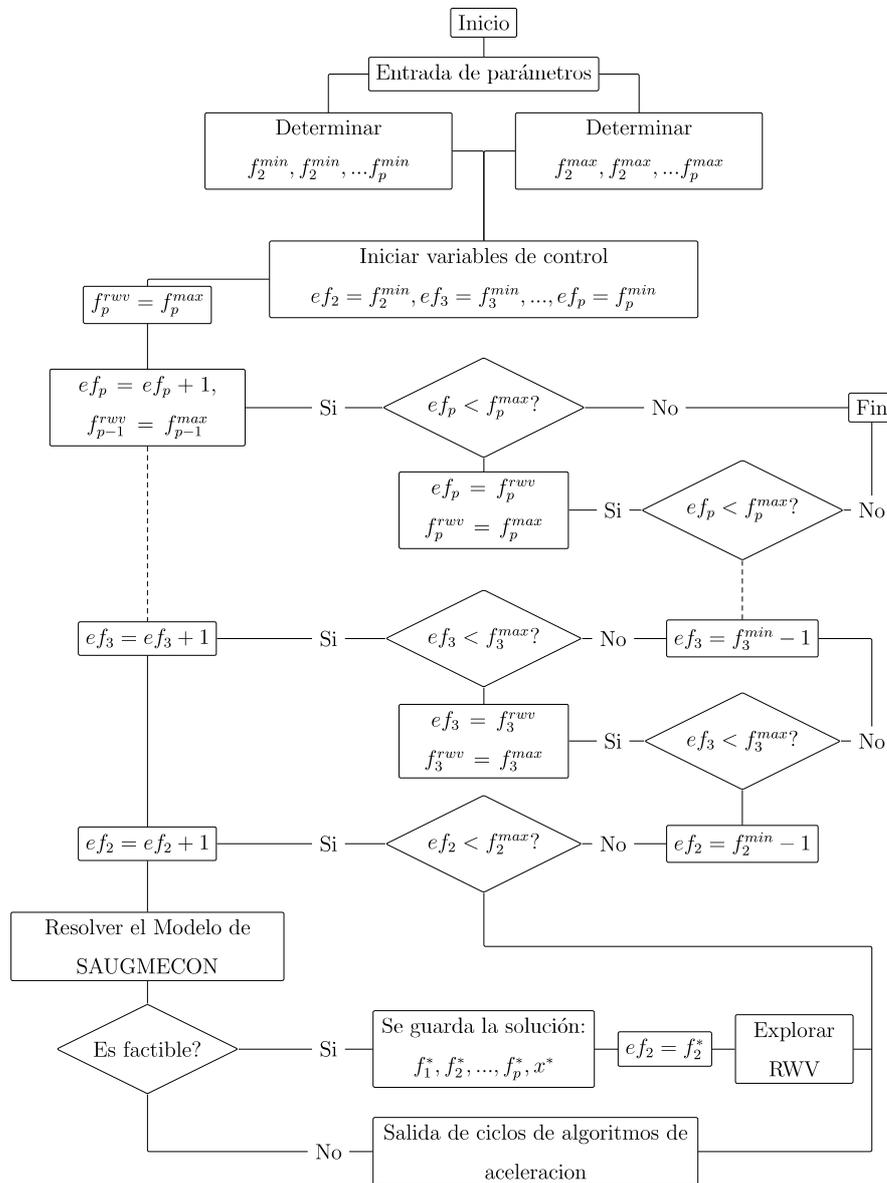


Figura 3.3: Algoritmo multiobjetivo SAUGMECON [73].

Primera fase de algoritmo SSPMO [55]:

- (1) Se inicializa el parámetro *InitPhase*.
- (2) Se genera una solución inicial.
- (3) Mientras el número de búsquedas permanezca sin cambio $< \textit{InitPhase}$, hacer:
 - (3.1) Elegir una de los p objetivos a optimizar.
 - (3.2) Se actualiza el nuevo punto inicial como el último punto visitado.
 - (3.3) Se realiza la búsqueda tabú para optimizar la función objetivo seleccionada a partir del punto inicial (*initial_point*).
 - (3.4) Revisar si hay cambio en el conjunto de puntos eficientes.

Función objetivo a optimizar:

1. Todas las funciones objetivo son seleccionadas en forma secuencial
2. Para el resto de la búsqueda, se genera un vector aleatorio de pesos y se construye una función de compromiso

Búsqueda Tabú:

1. Parámetros de entrada: *TabuIter*, *TabuTenure*.
2. Hacer $\textit{current_point} = \textit{initial_point}$.
3. Por *TabuIter* iteraciones, hacer:
 - 3.1 Construir el vecindario de *current_point*.
 - 3.2 Si alguno de los vecinos es factible, no es tabú, y es mejor que *current_point* entonces se deja de explorar ese vecindario y se elige ese punto como el siguiente *current_point*.

- 3.3 Si el *current_point* no fue dominado por ningún vecino, entonces se guarda en la lista de puntos eficientes.
- 3.4 Se elige el vecino factible y no-tabú con el mejor valor objetivo como el nuevo *current_point*.
- 3.5 El nuevo *current_point* se agrega a la lista tabú por *TabuTenure* iteraciones.

La segunda fase se corresponde a la búsqueda dispersa o scatter search. En esta fase se hacen combinaciones de soluciones eficientes del conjunto de referencia *RefSet*. Donde *RefSet* esta formado $b > p$ por soluciones eficientes. Para ello, se construye el conjunto de referencia *RefSet* inicial con las mejores soluciones de \hat{E} para cada uno de los p objetivos. A continuación, seleccionan $b - p$ soluciones de $\hat{E} \setminus RefSet$ que maximizan la distancia entre ellas y entre las soluciones en el *RefSet*. Dado que se busca diversidad en la función objetivo, se emplea una medida de distancia normalizada L_{inf} . Cada solución guarda en *RefSet* también se almacena para prevenir que se seleccione posteriormente, para esto se define el *TabuRefSet*. Cada par de soluciones en *RefSet* es combinada y se generan cuatro nuevas soluciones. El algoritmo SSPMO originalmente fue diseñado para tratar problemas no lineales, y las cuatro soluciones se obtenían a partir de una combinación lineal antes propuesta. Para el problema de selección de cartera, las cuatro soluciones se construyen sorteando si un proyecto esta o no en la cartera con una cierta probabilidad de acuerdo a las dos soluciones de referencia. Después cada solución obtenida en la etapa de combinación se somete a un proceso de mejora mediante búsquedas tabú. En todo caso, se verifica que las soluciones obtenidas en la búsqueda tabú no estén en \hat{E} . Finalmente, se actualiza el *RefSet*.

A continuación, se describe cómo se ha aplicado esta metodología a al problema de selección de cartera.

CONSTRUCCIÓN DE POBLACIÓN INICIAL PARA EL PROBLEMA DE SELECCIÓN DE CARTERA DE PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO

En el problema de selección de cartera de proyectos de investigación y desarrollo, cada punto construido en el SSPMO representa una cartera de proyectos. El objetivo final es obtener un conjunto de carteras que constituya una aproximación a la frontera de Pareto. Cada punto-cartera esta formado por un conjunto de proyectos seleccionados que, a su vez, están formados de una o más tareas que son o no financiadas. También, tener en cuenta que cada proyecto pertenece a una única área del conocimiento.

La población inicial está formada por un conjunto de carteras, cada una se construye mediante los siguientes pasos:

- (1) Se distribuye el presupuesto disponible entre las distintas áreas del conocimiento asegurando que se asigne a cada una, al menos, una cantidad entre el mínimo y máximo.
- (2) Posteriormente se distribuyen recursos de cada área entre los proyectos. Para ello se hace una lista desordenada de los proyectos de cada área y se van seleccionando y asignando recursos de proyecto en proyecto respetando los recursos mínimos y máximos solicitados por cada uno. Cuando se recorre toda la lista entonces ya no es posible seleccionar más proyectos. A continuación se lleva a cabo un segundo recorrido en el que se asignan recursos restantes entre los proyectos ya seleccionados. La asignación de recursos termina cuando se agota el presupuesto o cuando ya no sea factible asignar más recursos a los proyectos ya seleccionados. Otros criterios de ordenación también han sido considerados, por ejemplo: ordenar los proyectos en orden creciente de recursos mínimos necesarios y ordenación decreciente del valor de impacto, o la combinación de ambas.
- (3) Después, los recursos de cada proyecto se distribuyen en las tareas. Para es-

to, también se hace una lista desordenada de las tareas y se recorre la lista asignando recursos eligiendo una cantidad aleatoria entre el mínimo y máximo requerido por esa tarea. La asignación de recursos a tareas termina cuando ya no es posible seleccionar una tarea más o cuando se agotan los recursos del proyecto.

- (4) Se comprueba si hay sinergias activas entre proyectos y/o tareas seleccionadas y se calculan los efectos de las mismas.

Cada vez que se construye una cartera, se crea una lista desordenada de proyectos y cada una de sus tareas. Además, la asignación de recursos se hace eligiendo un valor aleatorio entre los valores mínimos y máximos, por lo que siempre se construyen carteras distintas.

CONSTRUCCIÓN DEL VECINDARIO DE BÚSQUEDA PARA EL PROBLEMA DE SELECCIÓN DE CARTERA DE PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO

Para construir puntos vecinos de una cartera se parte de un punto-cartera inicial y se crea un punto vecino idéntico al punto-cartera inicial. Después el punto vecino es modificado, con los pasos siguientes:

- (1) Se selecciona un área del conocimiento de forma aleatoria.
- (2) Se elimina un proyecto de los *proyectos seleccionados*. O bien, se establece un porcentaje de los *proyectos seleccionados* θ para ser eliminados.
- (3) Los recursos restantes se distribuyen entre aquellos proyectos no-seleccionados (incluyendo los que se han eliminado recientemente del conjunto de proyectos-seleccionados).

Para llevar a cabo el paso (3) se hace una lista desordenada de los proyectos no-seleccionados y se recorren de uno en uno de forma que, si es posible financiar

un proyecto, entonces se selecciona (es decir, es añadido a la lista de proyectos seleccionados) y se le asigna una cantidad de recursos asegurando límites mínimo y máximo de recursos solicitados. Si al recorrer toda la lista ya no existe manera de financiar más proyectos, entonces, los recursos restantes son distribuidos entre los proyectos seleccionados mientras no se exceda la cantidad máxima de recursos solicitados por cada proyecto.

En conclusión, en el desarrollo de esta investigación se han implementado los algoritmos descritos anteriormente, permitiendo resolver instancias del problema de selección de cartera de forma eficiente. Los resultados de su aplicación son presentados en los siguientes capítulos.

CAPÍTULO 4

SELECCIÓN DE CARTERA DE PROYECTOS

Una de las principales aportaciones de la metodología que se propone en este trabajo es el modelo matemático que incorpora todas las características del problema y la implementación del algoritmo de solución. En este capítulo se expone el modelo matemático para el problema de selección de cartera de proyectos de investigación y desarrollo con un único periodo de planeación y sin considerar incertidumbre (ver 4.1). Además se presentan resultados del análisis del impacto que tienen cada una de las características del problema sobre la calidad de las soluciones y el tiempo de cómputo.

4.1 MODELO MATEMÁTICO PARA LA SELECCIÓN DE CARTERA EN AUSENCIA DE INCERTIDUMBRE

El modelo matemático propuesto está inspirado en los modelos de cartera de [64] y [1], especialmente en la formulación de sinergias producidas por interdependencias de proyectos.

A continuación se detallan los elementos del modelo.

- | | |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Desglose de proyectos mediante tareas. |
| 2. | Asignación de recursos a tareas de proyectos. |
| 3. | Políticas de asignación de recursos total y parcial. |
| 4. | Interdependencias de tareas y/o proyectos. |
| 5. | Políticas de balanceo de la cartera. |
| 6. | Incertidumbre en estimación de recursos disponibles y recursos para el financiamiento de tareas de proyectos. |
| 7. | Plancación de cartera de proyectos y de la administración de recursos. |

Figura 4.1: Características del problema de selección cartera de proyectos de investigación y desarrollo que se abordan en este capítulo (las marcadas en gris se incorporan en capítulos posteriores).

4.1.1 CONJUNTOS Y PARÁMETROS

J	Conjunto de proyectos compitiendo por apoyo financiero.
K	Conjunto de áreas a las que pertenecen los proyectos, con índices $k \in K$.
J_k	Conjunto de proyectos que pertenecen al área k .
I_j	Conjunto de tareas del proyecto j .
S	Conjunto de sinergias.
S_l	Conjunto de $ S_l $ tareas que producen una sinergia $l \in S$.
C_b	Conjunto de sinergias de beneficio, $C_b \subset S$.
C^-	Conjunto de sinergias de reducción de recursos, $C^- \subset S$.
C^+	Conjunto de sinergias de incremento de recursos, $C^+ \subset S$.
S^τ	Conjunto de sinergias técnicas donde $\tau \in S^\tau$ es a su vez un conjunto de sinergias, $\tau \subset S$.
v_l	Efecto producido por la sinergia $l \in S$.
P	Presupuesto disponible.
P_k^{\min}, P_k^{\max}	Mínima y máximo presupuesto disponible para el área k .
M_j^{\min}, M_j^{\max}	Mínimo y máximo monto de recursos necesarios para apoyar el proyecto j asegurando el éxito.

$R_{j,i}^{\min}, R_{j,i}^{\max}$	Mínimo y máximo monto de recursos necesarios para apoyar la tarea i del proyecto j .
$w_{j,b}$	El valor de beneficio de tipo b del proyecto j , cuando sólo hay una categoría de beneficio se omite el índice b .
$\rho_{j,i,b}$	Importancia relativa de la tarea i en el proyecto j en el beneficio b .
S_l^{\min}, S_l^{\max}	Cantidad mínima y máxima de tareas que de ser financiadas activan la sinergia l .
τ^{\min}, τ^{\max}	Número mínimo y máximo de sinergias permitidas para activarse por la interdependencia τ .

4.1.2 VARIABLES DE DECISIÓN

$x_{j,i}$:	Cantidad de recursos asignado a la tarea i del proyecto j .
y_j :	Si el proyecto j es seleccionado y suficientemente financiado (0-1).
$z_{j,i}$:	Si la tarea (j, i) es suficientemente financiada (0-1).
σ_l :	Si la sinergia l esta activa (0-1).
$\sigma_{1,l}, \sigma_{2,l}$:	Variabes auxiliares, indican si el conjunto sinérgico tiene cardinalidad $\geq S_l^{\min}$ y $\leq S_l^{\max}$.

4.1.3 CATEGORÍAS DE BENEFICIO

Las medidas de calidad de la cartera corresponden a las funciones objetivo a optimizar, de esta manera, se mide el beneficio o valor de una cartera respecto a una categoría de beneficio. Sea $b \in B$ una categoría de beneficio considerada en la convocatoria. Donde

$$F_b(x, y, z, \sigma) \quad (4.1)$$

representa una formulación general.

Algunos ejemplos de medidas de calidad son:

- La medida de impacto:

$$F_{Impacto} = \sum_{j \in J} w_j \left(\sum_{i \in I_j} (\alpha_{j,i} z_{j,i} + \beta_{j,i} x_{j,i}) \rho_{j,i} \right) + \sum_{l \in C_b} v_l \sigma_l. \quad (4.2)$$

Los parámetros $\alpha_{j,i}$ y $\beta_{j,i}$ se definen de la misma forma que en [39] de manera que sus valores correspondientes son:

$$\alpha_{j,i} = \gamma - \frac{R_{j,i}^{\min}(1 - \gamma)}{R_{j,i}^{\max} - R_{j,i}^{\min}} \quad \beta_{j,i} = \frac{1 - \gamma}{R_{j,i}^{\max} - R_{j,i}^{\min}}.$$

- El número de proyectos que forman parte de la cartera

$$F_{Proyectos} = \sum_{j \in J} y_j. \quad (4.3)$$

4.1.4 RESTRICCIONES

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq P \quad (4.4)$$

$$P_k^{\min} \leq \sum_{j \in J_k} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq P_k^{\max}, \quad k \in K \quad (4.5)$$

$$M_j^{\min} y_j \leq \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq M_j^{\max} y_j, \quad j \in J \quad (4.6)$$

$$R_{j,i}^{\min} z_{j,i} \leq x_{j,i}, \quad \forall (j,i) \notin S_l, l \in C^- \quad (4.7)$$

$$x_{j,i} \leq R_{j,i}^{\max} z_{j,i}, \quad \forall (j,i) \notin S_l, l \in C^+ \quad (4.8)$$

$$y_j \leq \sum_{i \in I_j} z_{j,i}, \quad j \in J \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in I_j} z_{j,i} \leq |I_j| y_j, \quad j \in J \quad (4.10)$$

$$\sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} - S_l^{\min} + 1 \leq (|S_l| + 1) \sigma_{1,l} \leq \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} - S_l^{\min} + (|S_l| + 1), \quad l \in S \quad (4.11)$$

$$S_l^{\max} - \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} + 1 \leq (|S_l| + 1) \sigma_{2,l} \leq S_l^{\max} - \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} + (|S_l| + 1), \quad l \in S \quad (4.12)$$

$$\sigma_l = \sigma_{1,l} + \sigma_{2,l} - 1, \quad l \in S \quad (4.13)$$

$$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} \leq \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + v_l \sigma_l, \quad l \in C^+ \quad (4.14)$$

$$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} \geq \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\min} z_{j,i} - v_l \sigma_l, \quad l \in C^- \quad (4.15)$$

$$\tau^{\min} \leq \sum_{l \in \tau} \sigma_l \leq \tau^{\max}, \quad \tau \in S^\tau \quad (4.16)$$

$$x_{j,i} \leq R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + v_l \sigma_l, \quad (j,i) \in S_l, \quad l \in C^+. \quad (4.17)$$

$$x_{j,i} \leq R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1 - \sigma_l + z_{j,i})\Theta, \quad (j,i) \in S_l, \quad l \in C^+. \quad (4.18)$$

$$R_{j,i}^{\min} z_{j,i} - v_l \sigma_l \leq x_{j,i}, \quad (j,i) \in S_l, \quad l \in C^- \quad (4.19)$$

$$z_{j,i} \geq 0, \quad y_j, \quad z_{j,i}, \quad \sigma_l, \sigma_{1,l}, \sigma_{2,l} \in \{0, 1\}. \quad (4.20)$$

En (4.4)-(4.8) se presentan las restricciones asociadas a los recursos disponibles y a límites de recursos necesarios para financiar tareas y proyectos. Es decir, en (4.4) se restringen los recursos totales asignados para no exceder el presupuesto total disponible. Mientras que en (4.5) se restringe la cantidad total de recursos asignados a propuestas de cada área del conocimiento. (4.6) indica que deben respetarse los límites mínimo y máximo de recursos a asignar a cada proyecto para que éste se considere como suficientemente financiado. Y en (4.7) se establecen los límites de recursos necesarios por cada tarea. Las restricciones (4.9) y (4.10) permiten establecer las relaciones lógicas entre tareas y proyectos, de manera que no es posible seleccionar un proyecto si ninguna de sus tareas es financiada (4.9) y un proyecto es seleccionado si al menos una de sus tareas es financiada (4.10).

También se establecen restricciones para definir la activación de sinergias (4.11)-(4.12). Esto se realiza de forma similar a la formulación de [64] y [1], pero extendido a la inclusión de tareas. Y se formula (4.13) para la activación de sinergias a partir de las dos anteriores.

En caso de que exista la activación de sinergias de recursos, sus efectos (positivos o negativos) están incluidos en el modelo mediante (4.14) y (4.15). Es decir,

la existencia de una sinergia puede ocasionar un incremento o un decremento en los recursos necesarios para financiar un grupo de tareas.

A diferencia de las sinergias de recursos y las sinergias de beneficio, las sinergias técnicas son "hiper-sinergias" que permiten tener control sobre la activación o selección simultánea de un grupo de tareas, proyectos o sinergias (4.16). Mediante esto, puede lidiarse con múltiples versiones de proyectos o bien con tareas y/o proyectos que son complementarios o incompatibles.

También, se establecen restricciones especiales en los límites de recursos a las tareas que participan en sinergias (4.17)-(4.19), donde (4.17) y (4.18) corresponden a los límites superiores para tareas en sinergias de incremento de recursos y (4.19) corresponde al límite inferior de tareas en sinergias de decremento de recursos. Finalmente en (4.20) se presentan las restricciones de naturaleza de las variables.

4.2 RESULTADOS

Para realizar un primer análisis del problema bajo estudio y de las características que se incorporan, se resolvieron distintas instancias generadas de forma aleatoria. Una descripción de cómo se crearon las instancias de prueba es presentada en el apéndice (A). Cada instancia de prueba ha sido nombrada con la notación $P\#T\#A\#S\#p\#D\#R$ indicando con los valores respectivos el número de proyectos (P), número de tareas (T), número de áreas del conocimiento (A), número de sinergias (S) cuyo valor está dado en porcentaje (% del proyectos) al igual que el número de proyectos que participan en sinergias (p) y el número máximo de tareas que pueden formar parte de una sinergia (D), número de replica R. Los valores de D y R son omitidos cuando es necesario para simplificar notación. Por ejemplo, la instancia P64T16A8S4p4D10 tiene 64 proyectos distribuidos en 8 áreas y cada proyecto formado por 16 tareas, el número de sinergias es igual al 4% del número de proyectos (entero mínimo), es decir, hay 2 sinergias. Y hay también 2 proyectos en sinergias y cada sinergia está formada por, a lo sumo, 6 tareas (del total de tareas

de los proyectos en sinergias, 32).

Las instancias de prueba fueron resueltas con Cplex 12.5 a optimalidad con un gap 0.05 de tolerancia mediante el método exacto Branch and Bound. Se empleó una máquina DELL Blade PowerEdge 2950 con procesador de cuatro núcleos, 4 GB de RAM, y Ubuntu Server 13.04.

A continuación se realizaron dos experimentos con la metodología propuesta. El primero, consiste en un análisis del impacto que tienen cada una de las características del problema sobre la calidad de las soluciones y el tiempo de cómputo en la obtención de una única cartera de proyectos de I+D, empleando el algoritmo de suma ponderada. Y el segundo experimento, consiste, en un análisis de la aproximación de la frontera de Pareto con estrategias de métodos exactos, aplicando el algoritmo SAUGMECON.

4.2.1 EXPERIMENTO I

Para realizar el análisis, cada instancia de prueba se ha resuelto maximizando la suma ponderada de la medida de impacto (4.2) y el número de proyectos de la cartera (4.3). El modelo matemático ea optimizar resulta:

$$\text{Maximizar } w_{Impacto}(f_{Impacto} \text{ ec.4.2}) + w_{Proyectos}(f_{Proyectos} \text{ ec.4.3})$$

Sujeto a:

$$(4.4) - (4.20)$$

Nótese que la medida de $f_{Impacto}$ corresponde a la ecuación 4.2 y la medida de $f_{Proyectos}$ es el número de proyectos de la cartera (4.3). En la experimentación, los pesos $\omega_{Impacto}$ y $\omega_{Proyectos}$ han sido fijados en 0.5 considerando que el tomador de decisiones tiene igual preferencia sobre ambos objetivos. Por ello, en cada caso sólo se encuentra aquella cartera que maximiza la suma ponderada de impacto y proyectos con un mismo peso. Las instancias de prueba que han sido resueltas tienen las características que se presentan en la tabla 4.2. Como se puede observar, las instancias de prueba cubren distintas combinaciones en cuanto al número de proyectos, tareas y sinergias, así como el número máximo de tareas consideradas en sinergias.

Tabla 4.2: Características de instancias de prueba que se resuelven en esta sección.

Característica	Cantidad						
	100	250	500	750	1000	1250	1500
Proyectos	100	250	500	750	1000	1250	1500
Areas	2						
Tareas	5	10	15	15			
Sinergias	5 (5%)	20 (8%)	40 (8%)	100 (13.3%)	200 (20%)	200 (16%)	200 (13.3%)
Número máximo de tareas en sinergias	25 (5%)	38 (1.5%)	50 (.66%)	75 (.66%)	100 (.66%)	100 (.53%)	100 (.44%)

EFFECTO DE MODELACIÓN DE TAREAS

Para medir el efecto de incorporar la modelación de proyectos mediante tareas se ha diseñado un experimento con 15 réplicas de la instancia de prueba P500R15A2S0 y se ha variado el número de tareas de cada proyecto. Por cada réplicas se crean otras cuatro, con los mismos datos excepto que en lugar de considerar 15 tareas por proyecto, se definen 5, 10, 20 y 25 tareas. Los recursos mínimos y máximos solicitados por proyecto, permanecen sin cambio. Y la suma de recursos mínimos solicitados para financiar tareas (dentro de un mismo proyecto) son igual al mínimo solicitado por proyecto. Lo mismo sucede con los recursos máximos de tareas y proyectos.

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 4.2. En general, se observa que para un mayor número de tareas el tiempo computacional es mayor. Además, existe un aumento en el número de proyectos cuando se definen más tareas. Esto puede deberse a una mayor flexibilidad en la asignación de recursos a proyectos y a que algunas de las tareas con menor importancia pueden no ser financiadas, proporcionando un monto de recursos que puede ser destinado al financiamiento de más proyectos. El impacto de la cartera también tiende a aumentar, pero en la figura 4.2 (la primera gráfica) se observa un promedio mayor cuando hay 15 tareas que cuando hay 20. Es probable que se deba al peso de cada tarea. Es decir, cada tarea tiene un valor de importancia relativa hacia el impacto del proyecto, de manera que la suma de la importancia relativa de las tareas de un proyecto es igual a uno. Entonces, el aporte de impacto a la cartera de un proyecto depende de el número

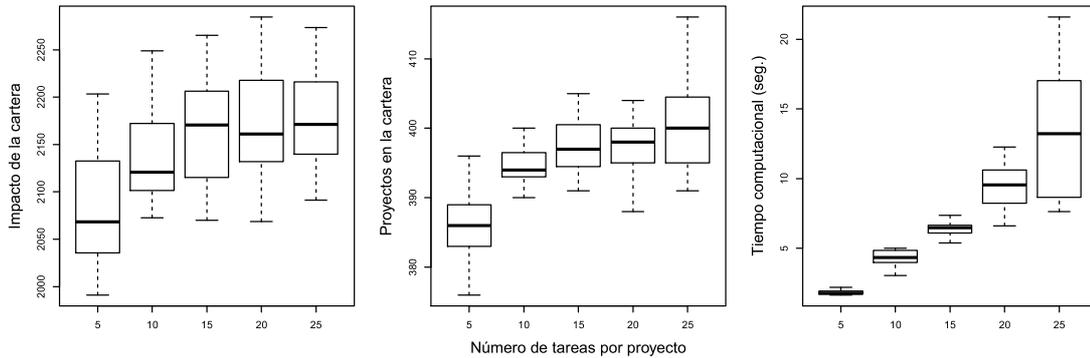


Figura 4.2: Efecto del incremento del número de tareas por proyecto en una instancia de 500 proyectos.

de tareas aprobadas y su grado de importancia, así como del grado en el que se financian. Cuando hay más tareas, el aporte al impacto del proyecto de cada una es menor, y habrá que financiar más tareas cubriendo al menos los recursos mínimos. Esto, podría llevar a gastar más recursos en un mismo proyecto y dejar otros fuera de la cartera afectando al valor de impacto. Sin embargo, se puede concluir que en la mayoría de los casos, el desglose de cada proyecto mediante un mayor número de tareas favorece el incremento del valor de impacto de la cartera y al número de proyectos seleccionados.

POLÍTICAS DE ASIGNACIÓN DE RECURSOS

Una de las principales características que se ha incorporado en este trabajo es la posibilidad de asignar recursos de forma total y/o parcial. Para observar el efecto en la calidad de la solución se han resuelto 15 réplicas del caso de prueba P500A2R15S40 y se ha ajustado el intervalo de recursos necesarios de tareas y/o proyectos. Es decir, si para financiar una tarea se le debe asignar un monto de recursos entre el valor mínimo y el máximo solicitado ($[R_{j,i}^{\min}, R_{j,i}^{\max}]$), hemos considerado hacer un ajuste, de manera que, el intervalo cambie a $[R_{j,i}^{\min} + \epsilon, R_{j,i}^{\max}]$. Para realizar este experimento, se reduce el intervalo original en 0 %, 25 %, 50 %, 75 %, 100 %, haciendo

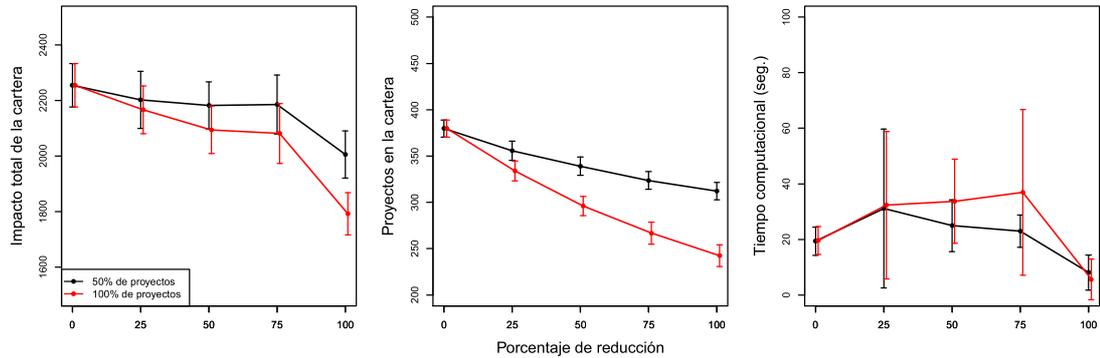


Figura 4.3: Efecto de la asignación parcial cuando el rango de recursos necesarios por tareas y proyectos es ajustado.

$\epsilon = \mu \cdot (R_{j,i}^{\text{máx}} - R_{j,i}^{\text{mín}}) + R_{j,i}^{\text{mín}}$, con $\mu = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$. Si el intervalo se reduce 100% es equivalente a la asignación total de recursos (todo o nada), donde, $R_{j,i}^{\text{mín}} = R_{j,i}^{\text{máx}}$. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 4.3. El ajuste ϵ ha sido aplicado bajo dos criterios: (1) en todos los proyectos y (2) en el 50% de proyectos. Estas instancias de prueba han sido modificadas para que la suma de los recursos mínimos de las tareas de cada proyecto sea igual al mínimo solicitado por el proyecto y la suma de los recursos máximos de las tareas igual al máximo solicitado por el proyecto, de manera que sea posible ajustar los límites de recursos de tareas y proyectos de forma simultánea.

EFFECTO DE IDENTIFICACIÓN DE SINERGIAS

Otro factor o característica relevante del problema de selección de cartera de proyectos de investigación y desarrollo es la identificación de sinergias. Para medir el impacto de incorporar sinergias en la calidad de la cartera se han resuelto 15 réplicas de la instancia de prueba P500R15A2S0 y se han comparado los resultados de obtener la cartera solución (con suma ponderada y pesos $\omega_{\text{Impacto}} = \omega_{\text{Proyectos}}$) con 5, 10, 20, 40, 80 sinergias. Las sinergias en cada réplica se han construido de forma aleatoria, seleccionando tarea por tarea y el tipo de sinergia se define asignando la misma

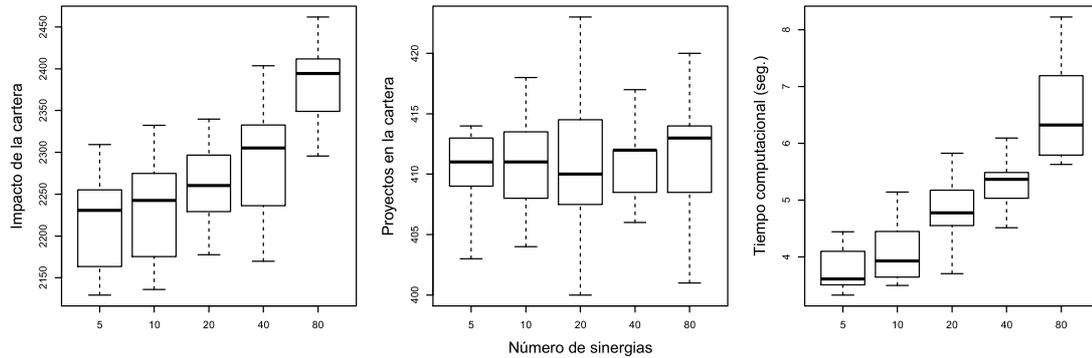


Figura 4.4: Efecto del incremento del número de sinergias.

probabilidad de que sea de beneficio, recursos-incremento y recursos-decremento. Las sinergias técnicas no se han considerado en este experimento. Los resultados se muestran en la figura 4.4. Por tanto, mientras la consideración de sinergias puede incrementar el impacto total de la cartera solución, el número de proyectos parece ser menos sensible al número de sinergias. El tiempo computacional se incrementa a medida que se incrementa el número de sinergias, pero aún así continúa siendo despreciable.

ESCALABILIDAD COMPUTACIONAL

Para estudiar la escalabilidad computacional se resolvieron instancias de prueba de distintos tamaños y se midió el tiempo computacional y la calidad de las soluciones en función de los dos objetivos a optimizar. Los resultados reportados en la figura 4.5 muestran que el tiempo computacional para obtener la cartera solución aumenta conforme se incrementa el número de proyectos. En cada caso se resolvieron 15 réplicas.

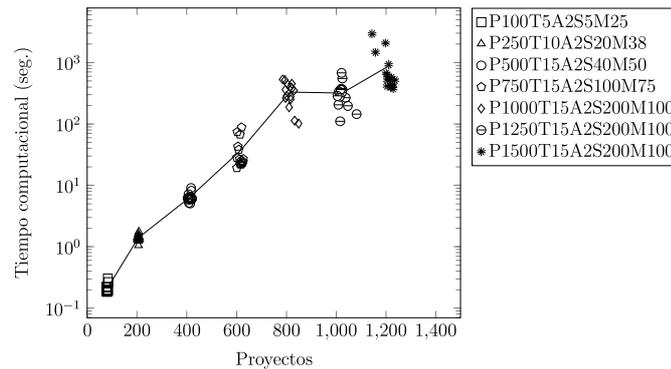


Figura 4.5: Tiempo computacional y número de proyectos obtenidos al resolver instancias de prueba generadas de forma aleatoria (15 réplicas en cada caso).

ANÁLISIS DEL PRESUPUESTO DISPONIBLE

Para realizar la financiación de proyectos es preciso definir cuál es el presupuesto disponible, sin embargo, hay ocasiones en las que éste dependa de otros factores externos. Por ello, parece razonable mostrar cuál es el impacto de que se reduzca el presupuesto en la calidad de la cartera final. Para analizar este efecto, se han resuelto 15 réplicas de la instancia P500T15A2S40M50 y se ha considerado reducir el presupuesto disponible en 5, 10, 20, 40 y 80 % del presupuesto original. Los resultados se muestran en la figura 4.6. En general, para este grupo de instancias, con una mayor reducción del presupuesto, se obtiene un valor menor de impacto promedio y de número promedio de proyectos seleccionados. Y se observa que, el tiempo computacional no se ve afectado de forma significativa.

Realizar este análisis puede ayudar al tomador de decisiones a explorar las carteras alternativas ante los distintos escenarios que surgen por variaciones en la disponibilidad de recursos. Otra manera de analizar esto es considerando el presupuesto como un elemento bajo incertidumbre.

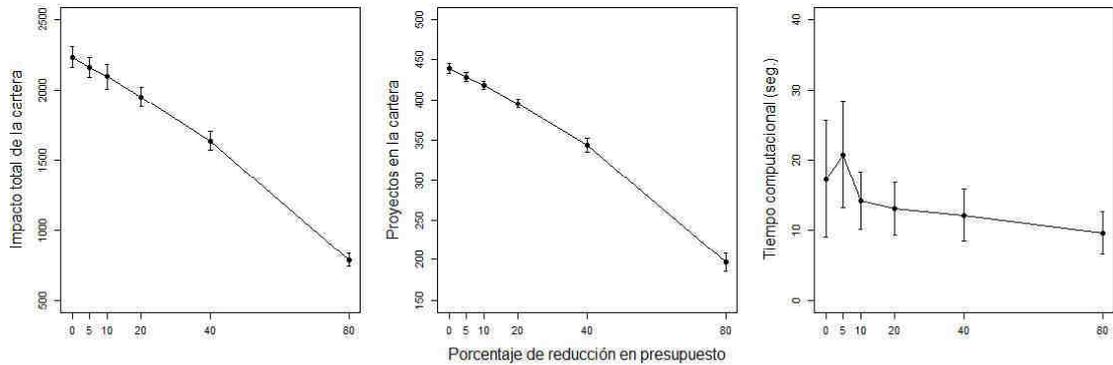


Figura 4.6: Resultados de impacto total, número de proyectos en la cartera y tiempo computacional cuando se reduce el presupuesto total del 5, 10, 20, 40 y 80 por ciento.

4.2.2 EXPERIMENTO II

Elegir la cartera de proyectos final implica identificar previamente el conjunto de carteras de proyectos que forman la aproximación a la frontera de Pareto. Para esto hemos aplicado el algoritmo SAUGMCON con el modelo matemático que se expone en este capítulo maximizando en cada caso el objetivo de impacto total (ec. 4.2) y número de proyectos (ec. 4.3).

Las instancias de prueba resueltas han sido nombradas de acuerdo al número de proyectos (P), número de tareas (T), número de áreas del conocimiento (A), número de sinergias (S), cuyo valor está dado en porcentaje de proyectos, al igual que el número de proyectos que participan en sinergias (p) y el número máximo de tareas que pueden formar parte de una sinergia (D), número de replica (R , omitida cuando es necesario). Por ejemplo, la instancia $P64T16A8S4p4D10$ tiene 64 proyectos distribuidos en 8 áreas y cada proyecto formado por 16 tareas, el número de sinergias es igual al 4% del número de proyectos (entero mínimo), es decir, hay 2 sinergias. Y hay también 2 proyectos en sinergias y cada sinergia está formada por, a lo sumo, 6 tareas (del total de tareas de los proyectos en sinergias, 32).

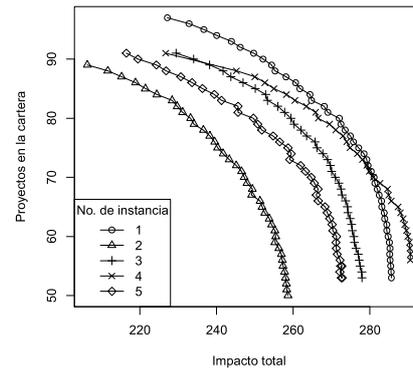
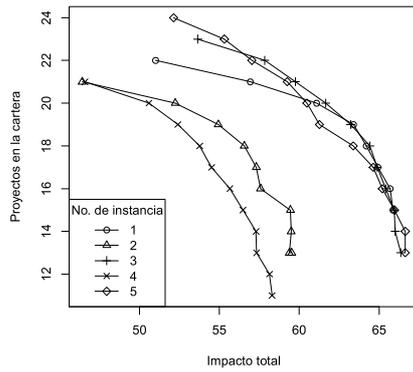
Las instancias de prueba se resuelven cada una con 5 replicas, y son las si-

guientes:

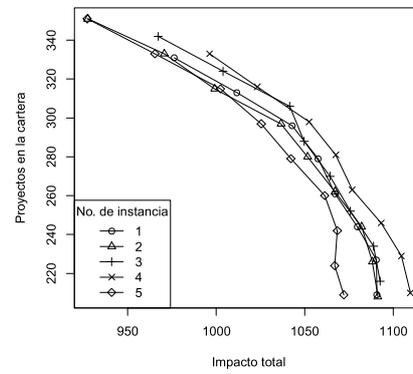
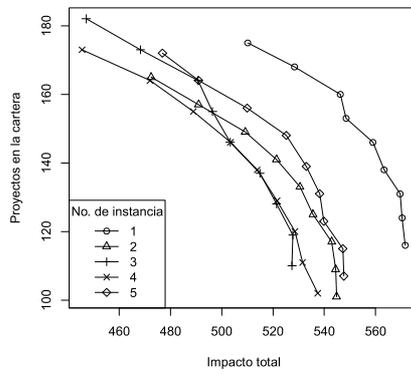
- (1) P64T16A8S0.04p0.04D0.10
- (2) P256T16A8S0.04p0.04D0.10
- (3) P512T16A8S0.04p0.04D0.10
- (4) P1024T16A8S0.04p0.04D0.10

Las medidas de calidad de las carteras de proyectos que se obtuvieron en este experimento se muestran en la figura 4.7. En los casos de prueba de 64 y 256 proyectos se construyen carteras completas, mientras que en los casos de 512 y 1024 proyectos se construyeron fronteras de Pareto formadas por sólo 10 puntos para reducir el tiempo de cómputo. En algunos casos no se encontraron puntos de la frontera en un tiempo límite de una hora, por ello pueden verse fronteras de menos de 10 puntos. Por otra parte, en la mayoría de los casos reales el tiempo no es un limitante, de manera que es posible encontrar la frontera de Pareto incluso cuando se trabaja con miles proyectos. Claro que cuanto mayor sea el número de carteras o puntos en la frontera de Pareto, mayor será la dificultad para la interpretación y el análisis de las mismas. Una alternativa es presentar una frontera no muy densa y lo suficientemente representativa, de forma que, a partir del análisis general se pueda establecer un rango o intervalo de preferencia en cada objetivo y posteriormente hacer un análisis profundo sobre la sección de preferencia de la frontera.

En resumen, ante los resultados obtenidos se observa que el número de tareas



(a) Casos de prueba de 64 proyectos (b) Casos de prueba de 256 proyectos



(c) Casos de prueba de 512 proyectos (d) Casos de prueba de 1024 proyectos

Figura 4.7: Aproximación a la frontera de Pareto mediante el algoritmo SAUGMECON de las instancias de pruebas de 64, 256, 512 y 1024 proyectos.

CAPÍTULO 5

INCERTIDUMBRE

En este capítulo se describe la propuesta para abordar el problema de selección de cartera de proyectos cuando existe información bajo incertidumbre, asimismo se incorporan otras características: desglose mediante tareas, asignación total-parcial, interdependencias y balanceo (ver la figura 5.1).

Una opción viable cuando se desconoce los valores precisos de la información, es, permitir que se aproximen o estimen estos valores estableciendo un rango de variación con un cierto grado de vaguedad. De esta manera, en esta investigación la técnica que ha sido empleada para modelar los valores inciertos es la teoría difusa. Esta técnica le permite al tomador de decisiones o al personal experto establecer un rango aproximado de valores para el elemento bajo incertidumbre con un cierto nivel de seguridad (o grado de certeza).

Primero, es necesario representar los elementos bajo incertidumbre como números triangulares difusos y posteriormente incorporarlos al modelo matemático presentado en el capítulo anterior (4), que ya incorpora la modelación del resto de las características del problema.

- | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Desglose de proyectos mediante tareas. 2. Asignación de recursos a tareas de proyectos. 3. Políticas de asignación de recursos total y parcial. 4. Interdependencias de tareas y/o proyectos. 5. Políticas de balanceo de la cartera. 6. Incertidumbre en estimación de recursos disponibles y recursos para el financiamiento de tareas de proyectos. 7. Plancación de cartera de proyectos y de la administración de recursos. |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Figura 5.1: Características del problema de selección cartera de proyectos de investigación y desarrollo que se abordan en este capítulo (las marcadas en gris se incorporan en capítulos posteriores).

5.1 REPRESENTACIÓN DE VALORES BAJO INCERTIDUMBRE MEDIANTE NÚMEROS DIFUSOS TRIANGULARES

Los elementos bajo incertidumbre que se incorporan en el modelo matemático son:

- Presupuesto total disponible (P).
- Monto mínimo y máximo de recursos para llevar a cabo las tareas asegurando el éxito del las mismas ($R_{j,i}^{\min}$, $R_{j,i}^{\max}$).

5.1.1 INCERTIDUMBRE EN EL PRESUPUESTO DISPONIBLE

Para representar el presupuesto disponible mediante números triangulares difusos es necesario definir un valor central o valor estimado y un límite mínimo y uno máximo.

En el caso del presupuesto disponible, es transformado en un número triangular

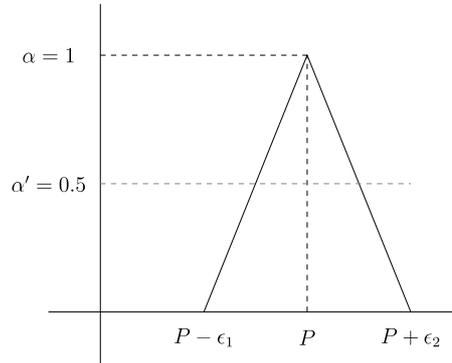


Figura 5.2: Representación del presupuesto disponible como un número difuso triangular.

difuso como

$$\tilde{P} = \{\underline{P}, P, \overline{P}\}$$

donde, P ahora es el valor central estimado y $\underline{P} = P - \epsilon_1$ y $\overline{P} = P + \epsilon_2$, que corresponden al límite inferior y límite superior respectivamente del valor central P . Esto puede verse en la figura 5.2.

La función de pertenencia de este número se define como:

$$\mu_{\tilde{P}}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{P-x}{\epsilon_1} & \text{si } P - \epsilon_1 \leq x \leq P \\ 1 - \frac{x-P}{\epsilon_2} & \text{si } P \leq x \leq P + \epsilon_2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

5.1.2 INCERTIDUMBRE EN ESTIMACIÓN DE RECURSOS NECESARIOS

Los recursos necesarios para llevar a cabo las tareas se transforman en números difusos triangulares de forma análoga al presupuesto. Entonces,

$$\widetilde{R_{j,i}^{\text{mín}}} = \{\underline{R_{j,i}^{\text{mín}}}, R_{j,i}^{\text{mín}}, \overline{R_{j,i}^{\text{mín}}}\} \text{ y } \widetilde{R_{j,i}^{\text{máx}}} = \{\underline{R_{j,i}^{\text{máx}}}, R_{j,i}^{\text{máx}}, \overline{R_{j,i}^{\text{máx}}}\}$$

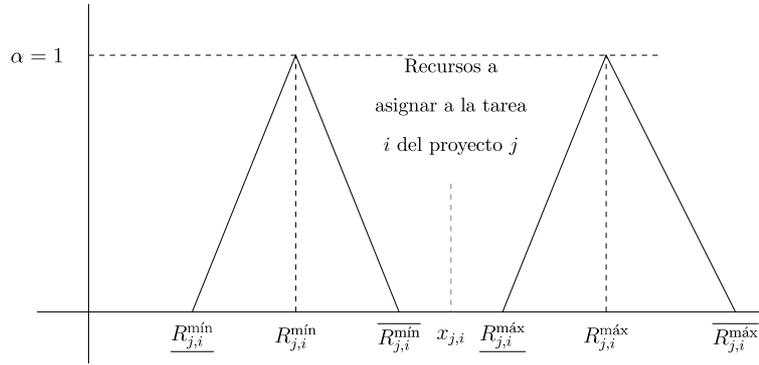


Figura 5.3: Representación de los recursos necesarios por tareas mediante números difusos triangulares.

con funciones de pertenencia

$$\mu_{\widetilde{R}_{j,i}^{\text{mín}}}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{R_{j,i}^{\text{mín}} - x}{\epsilon_1} & \text{si } R_{j,i}^{\text{mín}} - \epsilon_1 \leq x \leq R_{j,i}^{\text{mín}} \\ 1 - \frac{x - R_{j,i}^{\text{mín}}}{\epsilon_2} & \text{si } R_{j,i}^{\text{mín}} \leq x \leq R_{j,i}^{\text{mín}} + \epsilon_2 \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

y

$$\mu_{\widetilde{R}_{j,i}^{\text{máx}}}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{R_{j,i}^{\text{máx}} - x}{\epsilon_1} & \text{si } R_{j,i}^{\text{máx}} - \epsilon_1 \leq x \leq R_{j,i}^{\text{máx}} \\ 1 - \frac{x - R_{j,i}^{\text{máx}}}{\epsilon_2} & \text{si } R_{j,i}^{\text{máx}} \leq x \leq R_{j,i}^{\text{máx}} + \epsilon_2 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Para ciertos valores ϵ_1, ϵ_2 .

5.2 MODELO DE PROGRAMACIÓN DIFUSA

Una vez que los valores bajo incertidumbre han sido propiamente representados mediante números triangulares difusos, el modelo matemático propuesto se transforma en un modelo de programación difusa. Y aquellas desigualdades que involucran números difusos deberán ser representadas mediante desigualdades con coeficientes

no-difusos.

Las desigualdades con términos difusos son:

- La restricción para asegurar que los recursos asignados no excedan el presupuesto disponible dada por

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq P$$

ahora es transformada en:

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq \tilde{P} \quad (5.1)$$

con $\tilde{P} = \{\underline{P}, P, \overline{P}\}$.

- Las restricciones que aseguran que se asignen recursos entre los límites inferior y superior necesarios son respectivamente

$$R_{j,i}^{\min} z_{j,i} \leq x_{j,i}, \quad i \in I_j, j \in J, (j,i) \notin S_l, l \in C^-,$$

$$x_{j,i} \leq R_{j,i}^{\max} z_{j,i}, \quad i \in I_j, j \in J, (j,i) \notin S_l, l \in C^+$$

que se transforman en:

$$\widetilde{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i} \leq x_{j,i}, \quad j \in I_j, j \in J, (j,i) \notin S_l, l \in C^-, \quad (5.2)$$

$$x_{j,i} \leq \widetilde{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i}, \quad i \in I_j, j \in J, (j,i) \notin S_l, l \in C^+ \quad (5.3)$$

con $\widetilde{R_{j,i}^{\min}} = \{\underline{R_{j,i}^{\min}}, R_{j,i}^{\min}, \overline{R_{j,i}^{\min}}\}$ y $\widetilde{R_{j,i}^{\max}} = \{\underline{R_{j,i}^{\max}}, R_{j,i}^{\max}, \overline{R_{j,i}^{\max}}\}$.

- Las restricciones para efectos de sinergias de recursos, siguiendo lo anterior, se transforman en:

$$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} \leq \sum_{(j,i) \in S_l} \widetilde{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} + v_l \sigma_l, \quad l \in C^+ \quad (5.4)$$

$$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} \geq \sum_{(j,i) \in S_l} \widetilde{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i} - v_l \sigma_l, \quad l \in C^- \quad (5.5)$$

- Las restricciones para límites de recursos de tareas que participan en sinergias se transforman en:

$$x_{j,i} \leq \widetilde{R}_{j,i}^{\max} z_{j,i} + v_l \sigma_l, \quad (j, i) \in S_l, \quad l \in C^+. \quad (5.6)$$

$$x_{j,i} \leq \widetilde{R}_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1 - \sigma_l + z_{j,i})\Theta, \quad (j, i) \in S_l, \quad l \in C^+. \quad (5.7)$$

$$\widetilde{R}_{j,i}^{\min} z_{j,i} - v_l \sigma_l \leq x_{j,i}, \quad (j, i) \in S_l, \quad l \in C^- \quad (5.8)$$

Finalmente se obtiene el siguiente modelo de programación difuso:

Maximizar	$f_{\text{Impacto}} = \sum_{j \in J} w_j \left(\sum_{i \in I_j} (\alpha_{j,i} z_{j,i} + \beta_{j,i} x_{j,i}) \rho_{j,i} \right) + \sum_{l \in C_b} v_l \sigma_l$	(4.2)
Maximizar	$f_{\text{Proyectos}} = \sum_{j \in J} y_j$	(4.3)
Sujeto a:		
	$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq \widetilde{P}$	(5.1)
	$P_k^{\min} \leq \sum_{j \in J_k} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq P_k^{\max} \quad k \in K$	(4.5)
	$M_j^{\min} y_j \leq \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq M_j^{\max} y_j \quad j \in J$	(4.6)
	$\widetilde{R}_{j,i}^{\min} z_{j,i} \leq x_{j,i} \quad (j, i) \notin S_l, l \in C^-$	(5.2)
	$x_{j,i} \leq \widetilde{R}_{j,i}^{\max} z_{j,i} \quad (j, i) \notin S_l, l \in C^+$	(5.3)
	$y_j \leq \sum_{i \in I_j} z_{j,i} \quad j \in J$	(4.9)
	$\sum_{i \in I_j} z_{j,i} \leq I_j y_j \quad j \in J$	(4.10)
	$\sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} - S_l^{\min} + 1 \leq (S_l + 1) \sigma_{1,l} \quad l \in S$	(4.11)
	$(S_l + 1) \sigma_{1,l} \leq \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} - S_l^{\min} + (S_l + 1) \quad l \in S$	(4.11)
	$S_l^{\max} - \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} + 1 \leq (S_l + 1) \sigma_{2,l} \quad l \in S$	(4.12)
	$(S_l + 1) \sigma_{2,l} \leq S_l^{\max} - \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} + (S_l + 1) \quad l \in S$	(4.12)
	$\sigma_l = \sigma_{1,l} + \sigma_{2,l} - 1 \quad l \in S$	(4.13)
	$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} \leq \sum_{(j,i) \in S_l} \widetilde{R}_{j,i}^{\max} z_{j,i} + v_l \sigma_l \quad l \in C^+$	(5.4)
	$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} \geq \sum_{(j,i) \in S_l} \widetilde{R}_{j,i}^{\min} z_{j,i} - v_l \sigma_l \quad l \in C^-$	(5.5)
	$\tau^{\min} \leq \sum_{l \in \tau} \sigma_l \leq \tau^{\max} \quad \tau \in S^\tau$	(4.16)
	$x_{j,i} \leq \widetilde{R}_{j,i}^{\max} z_{j,i} + v_l \sigma_l \quad (j, i) \in S_l, l \in C^+$	(5.6)
	$x_{j,i} \leq \widetilde{R}_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1 - \sigma_l + z_{j,i})\Theta \quad (j, i) \in S_l, l \in C^+$	(5.7)
	$\widetilde{R}_{j,i}^{\min} z_{j,i} - v_l \sigma_l \leq x_{j,i} \quad (j, i) \in S_l, l \in C^-$	(5.8)
	$x_{j,i} \geq 0, \quad y_j, z_{j,i}, \sigma_l, \sigma_{1,l}, \sigma_{2,l} \in \{0, 1\}$	(4.20)

5.3 DEFUSIFICACIÓN MEDIANTE EL ÍNDICE DE K-PREFERENCIA (F_κ)

La comparación con números difusos se realizó a través del índice de la k-preferencia (F_k) [43] para un cierto nivel de seguridad o certeza $k \in [0, 1]$. Por notación previa, a partir de aquí usaremos la letra griega kappa κ en lugar de k para denotar el grado de seguridad o certeza.

Para dos números difusos triangulares $\tilde{a} = \{\underline{a}, a, \bar{a}\}$ y $\tilde{b} = \{\underline{b}, b, \bar{b}\}$ el índice de κ -preferencia (F_κ) está definido como

$$F_\kappa(\tilde{a}) = \max \{x \mid \mu_{\tilde{a}} \geq \kappa\} \text{ y } F_\kappa(\tilde{b}) = \max \{x \mid \mu_{\tilde{b}} \geq \kappa\}. \quad (5.9)$$

y, definiendo un grado de cumplimiento o grado de certeza $\kappa \in [0, 1]$, se cumple que

$$\tilde{a} \leq \tilde{b} \text{ con grado } \kappa \in [0, 1] \text{ implica } F_\kappa(\tilde{a}) \leq F_\kappa(\tilde{b}). \quad (5.10)$$

Como resultado tenemos que [43]:

$$\kappa + \bar{a}(1 - \kappa) \leq \kappa b + \bar{b}(1 - \kappa), \quad (5.11)$$

$$\kappa + \underline{a}(1 - \kappa) \leq \kappa b + \underline{b}(1 - \kappa). \quad (5.12)$$

Estas desigualdades sustituirán aquellas con coeficientes difusos. El grado de certeza κ es determinado por el tomador de decisiones o el personal experto en el área en cuestión. Además, pueden ser definidos distintos grados de certeza para distintos elementos bajo incertidumbre. En este caso, se define un grado de certeza para el presupuesto disponible y un grado de certeza para los recursos necesarios para financiar tareas.

Aplicando las desigualdades (5.12) y (5.11) y mediante operaciones básicas de números difusos resultan nuevas restricciones, resumidas en la tabla 5.1.

Tabla 5.1: Transformación de desigualdades mediante el índice de κ -preferencia.

Restricción	Aplicando desigualdades del índice de la k-preferencia	Desigualdad resultante
$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq \tilde{P}$	$\kappa \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} + (1-\kappa) \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq \kappa P + (1-\kappa) \tilde{P}$ $\kappa \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} + (1-\kappa) \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq \kappa P + (1-\kappa) P$	$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq \kappa P + (1-\kappa) P \quad (5.13)$
$x_{j,i} \geq \widetilde{R_{j,i}^{\min}}$	$\kappa x_{j,i} + (1-\kappa) x_{j,i} \geq \kappa R_{j,i}^{\min} + (1-\kappa) \overline{R_{j,i}^{\min}}$ $\kappa x_{j,i} + (1-\kappa) x_{j,i} \geq \kappa R_{j,i}^{\min} + (1-\kappa) \underline{R_{j,i}^{\min}}$	$x_{j,i} \geq \kappa R_{j,i}^{\min} + (1-\kappa) \underline{R_{j,i}^{\min}} \quad (5.14)$
$x_{j,i} \leq \widetilde{R_{j,i}^{\max}}$	$\kappa x_{j,i} + (1-\kappa) x_{j,i} \leq \kappa R_{j,i}^{\max} + (1-\kappa) \overline{R_{j,i}^{\max}}$ $\kappa x_{j,i} + (1-\kappa) x_{j,i} \leq \kappa R_{j,i}^{\max} + (1-\kappa) \underline{R_{j,i}^{\max}}$	$x_{j,i} \leq \kappa R_{j,i}^{\max} + (1-\kappa) \underline{R_{j,i}^{\max}} \quad (5.15)$
$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} \leq \sum_{(j,i) \in S_l} \widetilde{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} + v_l \sigma_l$	$k \left(\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} - v_l \sigma_l \right) + (1-\kappa) \left(\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} - v_l \sigma_l \right)$ $\leq \kappa \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1-\kappa) \sum_{(j,i) \in S_l} \overline{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i}$ $\kappa \left(\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} - v_l \sigma_l \right) + (1-\kappa) \left(\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} - v_l \sigma_l \right)$ $\leq \kappa \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1-\kappa) \sum_{(j,i) \in S_l} \underline{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i}$	$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} - v_l \sigma_l \leq \kappa \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1-\kappa) \sum_{(j,i) \in S_l} \underline{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} \quad (5.16)$
$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} \geq \sum_{(j,i) \in S_l} \widetilde{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i} - v_l \sigma_l$	$\kappa \left(\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} + v_l \sigma_l \right) + (1-\kappa) \left(\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} + v_l \sigma_l \right)$ $\geq \kappa \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\min} z_{j,i} + (1-\kappa) \sum_{(j,i) \in S_l} \overline{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i}$ $\kappa \left(\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} + v_l \sigma_l \right) + (1-\kappa) \left(\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} + v_l \sigma_l \right)$ $\geq \kappa \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\min} z_{j,i} + (1-\kappa) \sum_{(j,i) \in S_l} \underline{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i}$	$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} + v_l \sigma_l \geq \kappa \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\min} z_{j,i} + (1-\kappa) \sum_{(j,i) \in S_l} \underline{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i} \quad (5.17)$

$x_{j,i} \leq \widetilde{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} + v_l \sigma_l$	$\begin{aligned} & \kappa(x_{j,i} - v_l \sigma_l) + (1 - \kappa)(x_{j,i} - v_l \sigma_l) \\ & \leq \kappa R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1 - \kappa) \overline{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} \\ & \kappa(x_{j,i} - v_l \sigma_l) + (1 - \kappa)(x_{j,i} - v_l \sigma_l) \\ & \leq \kappa R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1 - \kappa) \underline{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} \end{aligned}$	$x_{j,i} - v_l \sigma_l \leq \kappa R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1 - \kappa) \underline{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} \quad (5.18)$
$\begin{aligned} & x_{j,i} \leq \widetilde{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} \\ & + (1 - \sigma_l + z_{j,i}) \Theta \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \kappa(x_{j,i} - (1 - \sigma_l + z_{j,i}) \Theta) + (1 - \kappa)(x_{j,i} - (1 - \sigma_l + z_{j,i}) \Theta) \\ & \leq \kappa(R_{j,i}^{\max} z_{j,i}) + (1 - \kappa) \overline{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} \\ & \kappa(x_{j,i} - (1 - \sigma_l + z_{j,i}) \Theta) + (1 - \kappa)(x_{j,i} - (1 - \sigma_l + z_{j,i}) \Theta) \\ & \leq \kappa(R_{j,i}^{\max} z_{j,i}) + (1 - \kappa) \underline{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} \end{aligned}$	$\begin{aligned} & x_{j,i} - (1 - \sigma_l + z_{j,i}) \Theta \leq \kappa(R_{j,i}^{\max} z_{j,i}) \\ & + (1 - \kappa) \underline{R_{j,i}^{\max}} z_{j,i} \end{aligned} \quad (5.19)$
$\widetilde{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i} - v_l \sigma_l \leq x_{j,i}$	$\begin{aligned} & \kappa R_{j,i}^{\min} z_{j,i} + (1 - \kappa) \overline{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i} \leq \kappa(x_{j,i} + v_l \sigma_l) \\ & + (1 - \kappa)(x_{j,i} + v_l \sigma_l) \\ & \kappa R_{j,i}^{\min} z_{j,i} + (1 - \kappa) \underline{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i} \leq \kappa(x_{j,i} + v_l \sigma_l) \\ & + (1 - \kappa)(x_{j,i} + v_l \sigma_l) \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \kappa R_{j,i}^{\min} z_{j,i} + (1 - \kappa) \underline{R_{j,i}^{\min}} z_{j,i} \\ & \leq x_{j,i} + v_l \sigma_l \end{aligned} \quad (5.20)$

Después de incorporar las desigualdades sin números difusos, el modelo resultante es:

$$\text{Maximizar } f_{\text{Impacto}} = \sum_{j \in J} w_j \left(\sum_{i \in I_j} (\alpha_{j,i} z_{j,i} + b_{\text{Impacto}j, i} x_{j,i}) \rho_{j,i} \right) + \sum_{l \in C_b} v_l \sigma_l \quad (4.2)$$

$$\text{Maximizar } f_{\text{Proyectos}} = \sum_{j \in J} y_j \quad (4.3)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq \kappa P + (1 - \kappa) \underline{P} \quad (5.13)$$

$$P_k^{\min} \leq \sum_{j \in J_k} \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq P_k^{\max}, \quad k \in K \quad (4.5)$$

$$M_j^{\min} y_j \leq \sum_{i \in I_j} x_{j,i} \leq M_j^{\max} y_j, \quad j \in J \quad (4.6)$$

$$x_{j,i} \geq \kappa R_{j,i}^{\min} + (1 - \kappa) \underline{R}_{j,i}^{\min} \quad \forall (j, i) \notin S_l, l \in C^- \quad (5.14)$$

$$x_{j,i} \leq \kappa R_{j,i}^{\max} + (1 - \kappa) \underline{R}_{j,i}^{\max} \quad \forall (j, i) \notin S_l, l \in C^+ \quad (5.15)$$

$$y_j \leq \sum_{i \in I_j} z_{j,i}, \quad j \in J \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in I_j} z_{j,i} \leq |I_j| y_j, \quad j \in J \quad (4.10)$$

$$\sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} - S_l^{\min} + 1 \leq (|S_l| + 1) \sigma_{1,l} \quad l \in S \quad (4.11)$$

$$(|S_l| + 1) \sigma_{1,l} \leq \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} - S_l^{\min} + (|S_l| + 1) \quad l \in S \quad (4.11)$$

$$S_l^{\max} - \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} + 1 \leq (|S_l| + 1) \sigma_{2,l} \quad l \in S \quad (4.12)$$

$$(|S_l| + 1) \sigma_{2,l} \leq S_l^{\max} - \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i} + (|S_l| + 1) \quad l \in S \quad (4.12)$$

$$\sigma_l = \sigma_{1,l} + \sigma_{2,l} - 1, \quad l \in S \quad (4.13)$$

$$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} - v_l \sigma_l \leq \kappa \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1 - \kappa) \sum_{(j,i) \in S_l} \underline{R}_{j,i}^{\max} z_{j,i} \quad l \in C^+ \quad (5.16)$$

$$\sum_{(j,i) \in S_l} x_{j,i} + v_l \sigma_l \geq \kappa \sum_{(j,i) \in S_l} R_{j,i}^{\min} z_{j,i} + (1 - \kappa) \sum_{(j,i) \in S_l} \underline{R}_{j,i}^{\min} z_{j,i} \quad l \in C^- \quad (5.17)$$

$$\tau^{\min} \leq \sum_{l \in \mathcal{T}} \sigma_l \leq \tau^{\max}, \quad \tau \in S^{\mathcal{T}} \quad (4.16)$$

$$x_{j,i} - v_l \sigma_l \leq \kappa R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1 - \kappa) (\underline{R}_{j,i}^{\max} z_{j,i}) \quad (j, i) \in S_l, l \in C^+ \quad (5.18)$$

$$x_{j,i} - (1 - \sigma_l + z_{j,i}) \leq \kappa (R_{j,i}^{\max} z_{j,i}) + (1 - \kappa) (\underline{R}_{j,i}^{\max} z_{j,i}) \quad (j, i) \in S_l, l \in C^+ \quad (5.19)$$

$$\kappa R_{j,i}^{\min} z_{j,i} + (1 - \kappa) \underline{R}_{j,i}^{\min} z_{j,i} \leq x_{j,i} + v_l \sigma_l \quad (j, i) \in S_l, l \in C^- \quad (5.20)$$

$$x_{j,i} \geq 0, \quad y_j, z_{j,i}, \sigma_l, \sigma_{1,l}, \sigma_{2,l} \in \{0, 1\} \quad (4.20)$$

5.4 RESULTADOS

En esta sección se presentan los principales resultados obtenidos cuando se considera cierta información bajo incertidumbre. En particular, se exploran dos casos:

Caso I. Incertidumbre en el presupuesto.

Caso II. Incertidumbre en la estimación de recursos necesarios por tareas.

Para analizar cada uno de los casos se consideran cuatro distintos grupos de instancias cada uno con cinco réplicas, ver en tabla 5.2.

Cada instancia de prueba fue creada asumiendo total certeza y posteriormente se representó la información bajo incertidumbre estableciendo los valores de presu-

Tabla 5.2: Instancias que se resuelven.

Grupo	Instancia	Caso de estudio
(1)	P64T16A8S0.04p0.04D0.10	I, II
(2)	P256T16A8S0.04p0.04D0.10	I, II
(3)	P512T16A8S0.04p0.04D0.10	I
(4)	P1024T16A8S0.04p0.04D0.10	I

Tabla 5.3: Parámetros considerados para la información bajo incertidumbre.

	Valores
Amplitud	10 %
Grado de certeza	0.25,0.50,0.75,1

puesto y recursos necesarios por tareas como valores centrales y fijando una amplitud del 10 por ciento de su valor con un cierto grado de certeza. En la tabla 5.3 se presentan los valores considerados para la amplitud y grado de certeza (κ).

Las instancias de prueba fueron resueltas con el modelo matemático que incorpora incertidumbre mediante el algoritmo SAUGMECON con Cplex 12.5 a optimalidad con un gap 0.05 de tolerancia mediante el método de Branch and Bound. Se empleó una máquina DELL Blade PowerEdge 2950 con procesador de cuatro núcleos, 4 GB de RAM, y Ubuntu Server 13.04.

5.4.1 RESULTADOS DEL CASO 1: INCERTIDUMBRE EN PRESUPUESTO DISPONIBLE

En las figuras 5.4, 5.5, 5.6 y 5.7 se presentan las carteras obtenidas en cada caso de prueba con los parámetros de incertidumbre de la tabla 5.3.

Las carteras con mayor calidad en impacto y número de proyectos se obtienen cuando hay 100 % de certeza en la estimación de los parámetros, lo que es equivalente

a considerar el caso sin incertidumbre. Y asimismo, la calidad tiende a deteriorarse al disminuir el grado de certeza.

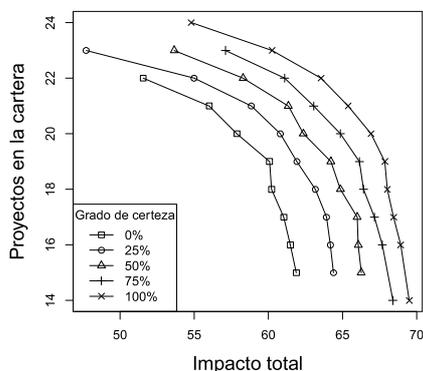
Esto es debido a que conforme hay menor grado de certeza (κ) sobre el rango de valores del presupuesto se van asignando menos recursos. Y, en realidad, cuando hay 100 % de certeza se asigna todo el presupuesto disponible y se distribuye entre los proyectos y sus tareas; mientras que cuando hay un 75 % de grado de certeza, el presupuesto distribuido fue menor. De acuerdo con el lado derecho de la desigualdad de la restricción 5.13, tenemos que se asigna a cada cartera en la frontera una cantidad de recursos con valor igual a $\kappa P + (1 - \kappa)\underline{P}$.

En este experimento, en los casos de prueba de 512 y 1024 proyectos se construyen fronteras de 10 puntos para reducir el tiempo de cómputo. Además, al construir cada frontera se estableció el tiempo límite de una hora para obtener cada punto. Pero es importante notar que el método de solución sí permite obtener la frontera completa para los casos de prueba que se han considerado en este trabajo.

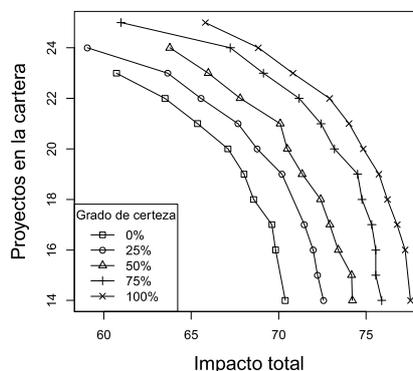
5.4.2 RESULTADOS DEL CASO 2: INCERTIDUMBRE EN LA ESTIMACIÓN DE RECURSOS NECESARIOS POR TAREAS

En las figuras 5.8 y 5.9 se presentan las carteras obtenidas con los mismos parámetros de incertidumbre de la tabla 5.3, sólo que ahora la incertidumbre está dada sobre la estimación de recursos necesarios para financiar tareas de proyectos. Para cada tarea de cada proyecto se define un valor central que representa los recursos necesarios estimados y un porcentaje de amplitud. En esta experimentación la amplitud se define al 10 %.

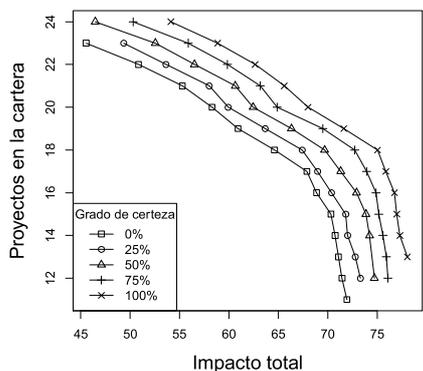
En cada caso de prueba que se resuelve, se construyen fronteras de 10 puntos y se establece el tiempo límite de una hora para obtener cada punto. Existen casos en los que no se encontró solución en el tiempo de una hora y por ello la frontera no alcanza a tener 10 puntos.



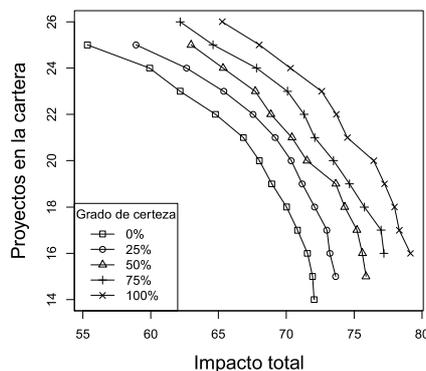
(a) Caso de prueba 1



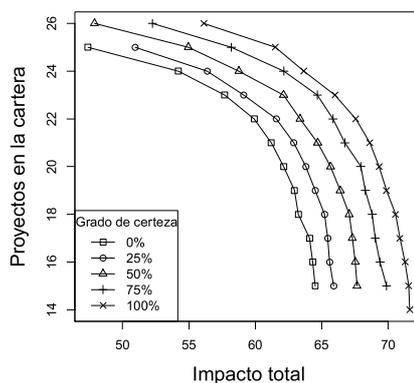
(b) Caso de prueba 2



(c) Caso de prueba 3

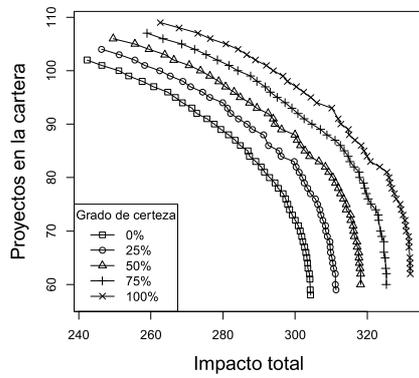


(d) Caso de prueba 4

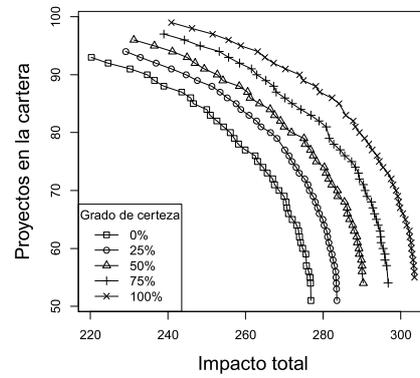


(e) Caso de prueba 5

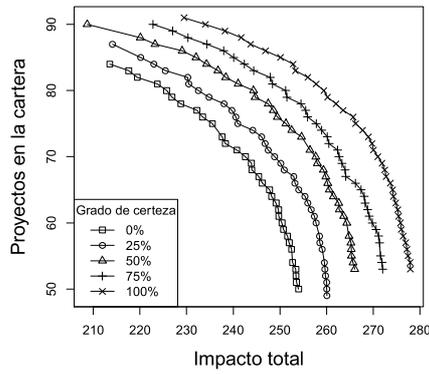
Figura 5.4: Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 64 proyectos con incertidumbre en el presupuesto y con 0, 25, 50, 75, 100 por ciento de certeza.



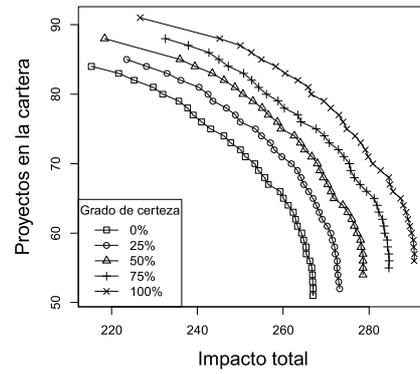
(a) Caso de prueba 1



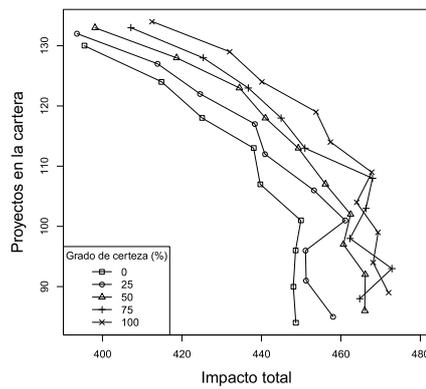
(b) Caso de prueba 2



(c) Caso de prueba 3

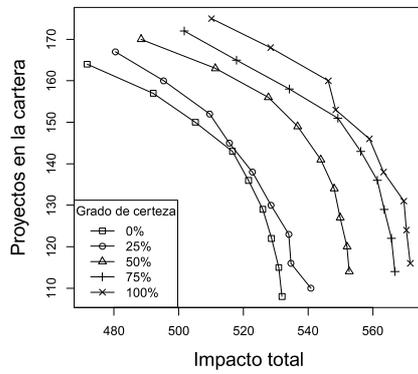


(d) Caso de prueba 4

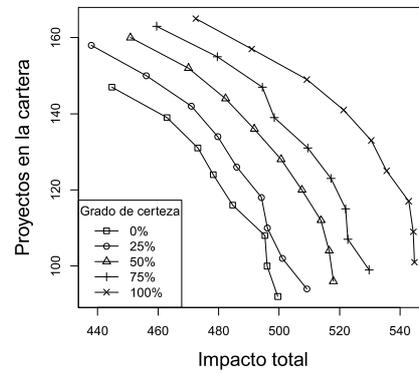


(e) Caso de prueba 5

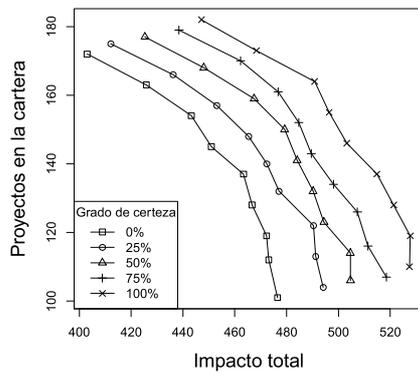
Figura 5.5: Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 256 proyectos con incertidumbre en el presupuesto y con 0, 25, 50, 75, 100 por ciento de certeza.



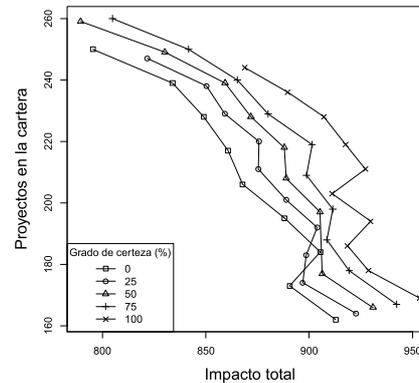
(a) Caso de prueba 1



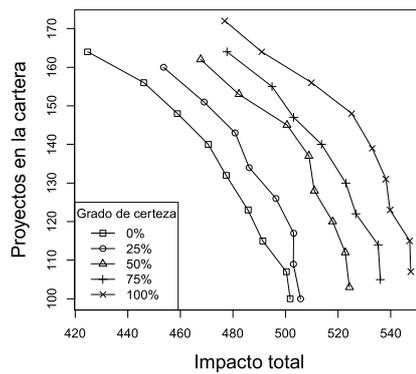
(b) Caso de prueba 2



(c) Caso de prueba 3

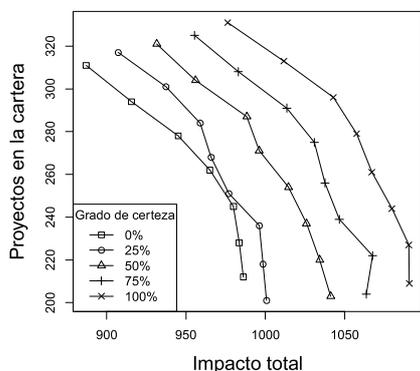


(d) Caso de prueba 4

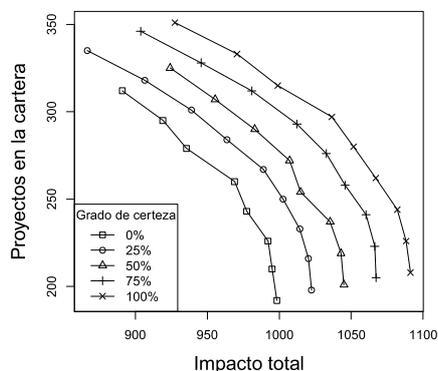


(e) Caso de prueba 5

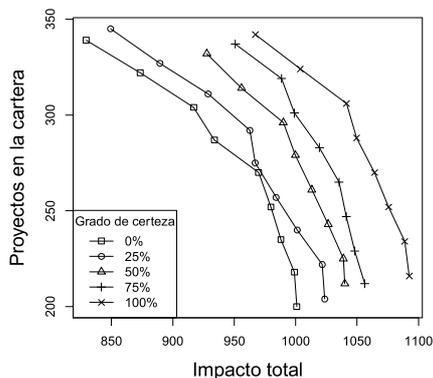
Figura 5.6: Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 512 proyectos con incertidumbre en el presupuesto y con 0, 25, 50, 75, 100 por ciento de certeza. Construcción de 10 puntos cada uno con tiempo límite de una hora.



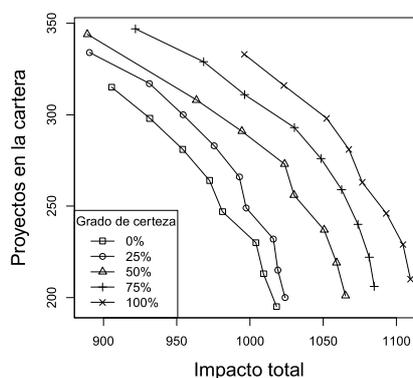
(a) Caso de prueba 1



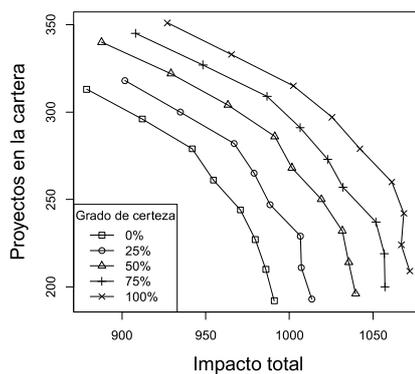
(b) Caso de prueba 2



(c) Caso de prueba 3



(d) Caso de prueba 4

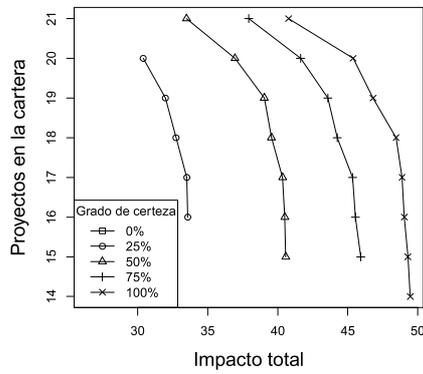


(e) Caso de prueba 5

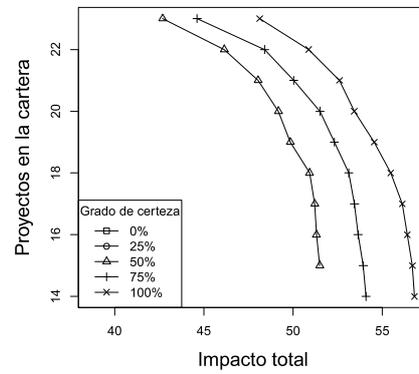
Figura 5.7: Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 1024 proyectos con incertidumbre en el presupuesto y con 0, 25, 50, 75, 100 por ciento de certeza. Construcción de 10 puntos cada uno con tiempo límite de una hora.

En los casos de prueba de 64 proyectos, el tiempo promedio para obtener una cartera fue de 2.98 segundos con una desviación estándar de 2.84 segundos. En cada caso de prueba se obtuvo con éxito la frontera completa (casos con 64 proyectos). Sin embargo, cuando el grado de certeza era menor se quebrantaban las restricciones de recursos mínimos de áreas y, por ende, el caso se volvía infactible. En la figura 5.8(a)-(e) la instancia era infactible con un grado de certeza igual a cero. Y también se hizo infactible con certeza igual a 25 % en los casos (b) y (c). Es decir, no existían carteras que cumplieren las restricciones del problema cuando había incertidumbre en los recursos de tareas con un grado de certeza del 0 % y con el 25 % para el caso (b) y (c).

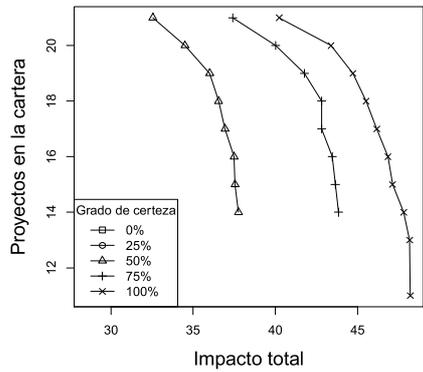
En la mayor parte de los casos de prueba de 256 proyectos, al igual que con los de 64 proyectos, se observa que una certeza del 0 % hace al problema infactible cuando la amplitud es del 10 % sobre el valor central de los recursos necesarios estimados para llevar a cabo tareas. De manera que sólo en la figura 5.9(a) fue posible obtener carteras factibles con certeza del 0 %.



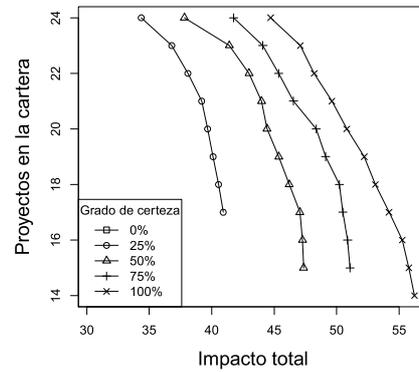
(a) Caso de prueba 1



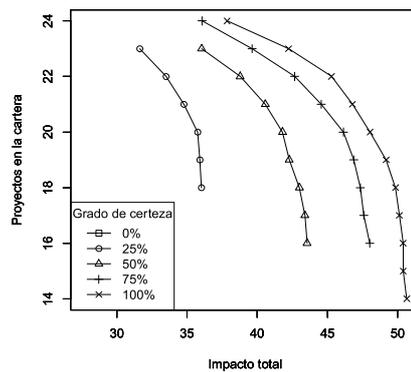
(b) Caso de prueba 2



(c) Caso de prueba 3

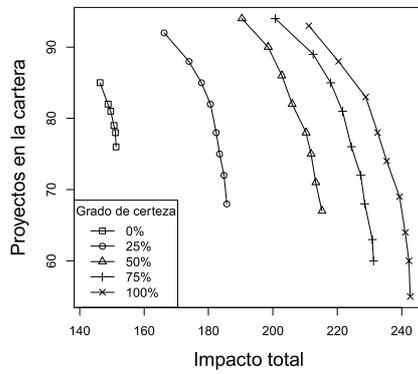


(d) Caso de prueba 4

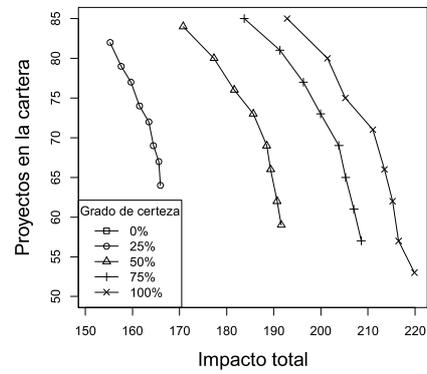


(e) Caso de prueba 5

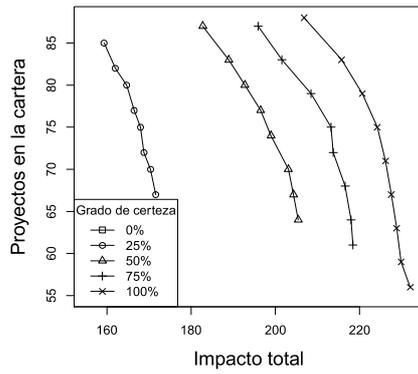
Figura 5.8: Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 64 proyectos con incertidumbre en los recursos necesarios para financiar tareas y con 0, 25, 50, 75, 100% de certeza.



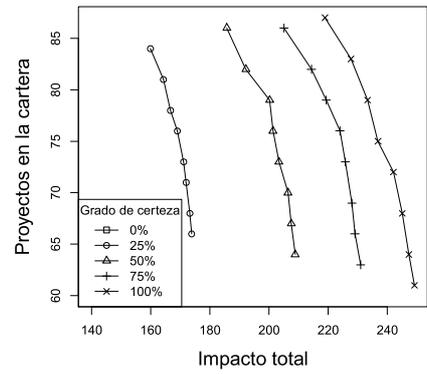
(a) Caso de prueba 1



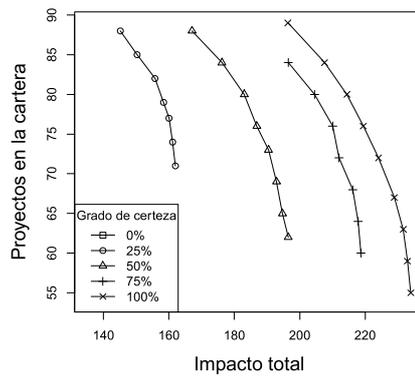
(b) Caso de prueba 2



(c) Caso de prueba 3



(d) Caso de prueba 4



(e) Caso de prueba 5

Figura 5.9: Aproximación a la frontera de Pareto de las instancias de pruebas de 256 proyectos con incertidumbre en los recursos necesarios para financiar tareas y con 0, 25, 50, 75, 100% de certeza.

CAPÍTULO 6

PLANIFICACIÓN DE LA CARTERA

En esta capítulo se describe formalmente el modelo matemático de selección y *planificación* de cartera. Este modelo ha sido construido a partir del modelo matemático de selección de cartera presentado en el capítulo 4 y se ha extendido para la incorporación de la planificación y de distintos tipos de recursos (ver figura 6.1).

1. Desglose de proyectos mediante tareas.
2. Asignación de recursos a tareas de proyectos.
3. Políticas de asignación de recursos total y parcial.
4. Interdependencias de tareas y/o proyectos.
5. Políticas de balanceo de la cartera.
6. Incertidumbre en estimación de recursos disponibles y recursos para el financiamiento de tareas de proyectos.
7. Planificación de cartera de proyectos y de la administración de recursos.

Figura 6.1: Características del problema de selección cartera de proyectos de investigación y desarrollo que se abordan en este capítulo.

6.1 MODELO MATEMÁTICO PARA LA SELECCIÓN Y PLANIFICACIÓN DE CARTERA EN AUSENCIA DE INCERTIDUMBRE

A pesar de que la notación es similar a la utilizada anteriormente, en algunos parámetros se han incorporado nuevos índices para indicar el tipo de recurso y el periodo temporal al que se hace referencia. Además, se definen algunas restricciones para establecer relaciones de precedencias entre tareas y/o proyectos.

En este sentido, los índices j , i , k y l denotan proyectos, tareas, áreas y sinergias respectivamente. Y a partir de aquí se denota r como el tipo de recurso y t como un período determinado dentro del horizonte de planificación con $|T|$ número de periodos. Y se denota $d_{j,i}$ como el número de períodos de duración de la tarea i del proyecto j .

6.1.1 VARIABLES DE DECISIÓN

$x_{j,i,r,t}$:	Cantidad de recursos del tipo r asignado a la tarea i del proyecto j si inicia en el período t .
y_j :	Si el proyecto j es seleccionado (0-1).
$z_{j,i,t}$:	Si la tarea i del proyecto j estará en ejecución durante el periodo t (0-1).
$\sigma_{l,t}$:	Si la sinergia l esta activa en el periodo t (0-1).
$\sigma_{1,l,t}, \sigma_{2,l,t}$:	Variables auxiliares de activación de sinergias.

6.1.2 OBJETIVOS

Los objetivos a optimizar corresponden a las medidas de calidad de la cartera y dependerán del caso particular que se aborda, pero en general se puede expresar

como:

$$F_b(x, y, z, \sigma) \quad (6.1)$$

donde b corresponde a la categoría de beneficio específica.

De esta forma, las medidas de calidad pueden estar asociadas a los recursos y a cada periodo.

6.1.3 RESTRICCIONES

A continuación, se definen restricciones respecto a la disponibilidad de recursos y para establecer límites de recursos necesarios de proyectos y tareas. Después, se definen restricciones de activación y efectos de sinergias. Siguiendo, con restricciones para establecer relaciones de precedencia de tareas y/o proyectos. Y finalmente, se presentan las restricciones para establecer la naturaleza de las variables.

RECURSOS

En el modelo matemático de selección de cartera de proyectos presentado en el capítulo 4 se establecen restricciones para no exceder los límites de recursos asociados al presupuesto disponible, a los recursos otorgados por área de conocimiento, límites de recursos necesarios para financiar proyectos y recursos de tareas de proyectos. Estas restricciones también son contempladas para el modelo matemático, que incorpora la planificación de la cartera, sin embargo deben hacerse ciertos ajustes que se discuten en esta sección.

En este modelo matemático, se define un presupuesto disponible para cada periodo temporal $P_{r,t}$ de forma que los recursos de tipo r que se asignan a tareas y proyectos no deben exceder el monto correspondiente. En el primer período sólo se cuenta con los recursos disponibles asignados a ese período, mientras que para $t \geq 2$ los recursos disponibles constan del presupuesto asignado a ese período más aquellos no ejercidos en los períodos anteriores. Es decir, los recursos que no se usen en un período dado, pueden transferirse al siguiente periodo. De esta manera, las

restricciones (6.2 y 6.3) permiten modelar el presupuesto disponible por período temporal.

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i,r,t} \leq P_{r,t}, \quad t = 1, r \in R. \quad (6.2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i,r,t} \leq P_{r,t} + \sum_{t_2 \in T, t_2 \leq t-1} \left(P_{r,t_2} - \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i,t_2} \right), \quad t \in T, t \geq 2, r \in R \quad (6.3)$$

En las restricciones (6.4) se establecen los límites de recursos que pueden asignarse a proyectos de cada área del conocimiento:

$$P_{k,r}^{\min} \leq \sum_{j \in J_k} \sum_{i \in I_j} \sum_{t \in T} x_{j,i,r,t} \leq P_{k,r}^{\max}, \quad k \in K, r \in R \quad (6.4)$$

donde $[P_{k,r}^{\min}, P_{k,r}^{\max}]$ es el intervalo dentro del cual se deben asignar los recursos de cada área.

Por otro lado, las restricciones para limitar los recursos que se otorgan a proyectos, respetando los recursos mínimos y máximos establecidos son:

$$M_{j,r}^{\min} y_j \leq \sum_{i \in I_j} \sum_{t \in T} x_{j,i,r,t} \leq M_{j,r}^{\max} y_j, \quad j \in J, r \in R. \quad (6.5)$$

Para cada proyecto se establece una cantidad de recursos mínima y máxima para otorgarle, de manera que la suma de los recursos asignados a sus tareas se mantenga dentro de este intervalo ($[M_{j,r}^{\min}, M_{j,r}^{\max}]$).

Por último, a cada tarea se le asignan recursos en el primer período de ejecución. La cantidad de recursos para financiar cada tarea debe mantenerse entre el mínimo y máximo de recursos necesarios ($[R_{j,i,r}^{\min}, R_{j,i,r}^{\max}]$). Si una tarea i del proyecto j inicia en el período t , se cumple que $\sum_{t_2 \in T, t_2 < t} z_{j,i,t_2} = 0$ y de forma simultánea $z_{j,i,t} = 1$. De esta manera se establece la restricción (6.6).

$$R_{j,i,r}^{\min} z_{j,i,t} \leq x_{j,i,r,t}, \quad \forall (j,i) \notin S_l, l \in C^-, t \in T \text{ tal que } \sum_{t_2 \in T, t_2 < t} z_{j,i,t_2} = 0 \wedge z_{j,i,t} = 1 \quad (6.6)$$

y además,

$$x_{j,i,r,t} \leq R_{j,i,r}^{\max} z_{j,i,t}, \quad \forall (j,i) \notin S_l, l \in C^+, t \in T \text{ tal que } \sum_{t_2 \in T, t_2 < t} z_{j,i,t_2} = 0 \wedge z_{j,i,t} = 1 \quad (6.7)$$

mientras que sí $\sum_{t_2 \in T, t_2 < t} z_{j,i,t_2} \neq 0 \vee z_{j,i,t} \neq 1$ entonces se establece,

$$0 \leq x_{j,i,r,t}, \quad \forall (j,i) \notin S_l, l \in C^-, t \in T \quad (6.8)$$

y

$$x_{j,i,r,t} \leq 0, \quad \forall (j,i) \notin S_l, l \in C^+, t \in T \quad (6.9)$$

en cada caso.

RESTRICCIONES DE TAREA Y PROYECTO

Las restricciones que enlazan tareas y proyectos resultan similares a las antes presentadas en el modelo matemático del capítulo 4, excepto porque en la restricción (6.11) se utiliza el número de periodos de duración total, $\sum_{i \in I_j} d_{j,i}$, como una cota de las tareas que pueden estar activas.

$$y_j \leq \sum_{i \in I_j} \sum_{t \in T} z_{j,i,t}, \quad j \in J \quad (6.10)$$

$$\sum_{i \in I_j} \sum_{t \in T} z_{j,i,t} \leq y_j \sum_{i \in I_j} d_{j,i}, \quad j \in J \quad (6.11)$$

En (6.10) se indica que si un proyecto es seleccionado, entonces al menos una de sus tareas debe ser financiada. Y viceversa, en (6.11) se asegura que si al menos una tarea es financiada, entonces, su proyecto es seleccionado.

SINERGIAS

En el modelo de selección de cartera presentado en el capítulo 4, una sinergia está activa cuando se financia un subconjunto del conjunto de tareas S_l de la sinergia l con cardinal menor a un número $S_l^{\text{máx}}$ y mayor a un $S_l^{\text{mín}}$. Pero en este modelo, que incorpora la planificación de cartera, las sinergias pueden activarse en cualquier periodo temporal, por lo que las restricciones de activación de sinergias se definen para cada sinergia $l \in S$ y periodo $t \in T$.

Se plantea,

$$\sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i,t} - S_l^{\text{mín}} + 1 \leq (|S_l| + 1)\sigma_{1,l,t}, \quad l \in S, t \in T \quad (6.12)$$

$$(|S_l| + 1)\sigma_{1,l,t} \leq \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i,t} - S_l^{\text{mín}} + (|S_l| + 1), \quad l \in S, t \in T \quad (6.13)$$

$$S_l^{\text{máx}} - \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i,t} + 1 \leq (|S_l| + 1)\sigma_{2,l,t}, \quad l \in S, t \in T \quad (6.14)$$

$$(|S_l| + 1)\sigma_{2,l,t} \leq S_l^{\text{máx}} - \sum_{(j,i) \in S_l} z_{j,i,t} + (|S_l| + 1), \quad l \in S, t \in T \quad (6.15)$$

$$\sigma_{l,t} = \sigma_{1,l,t} + \sigma_{2,l,t} - 1, \quad l \in S, t \in T \quad (6.16)$$

de manera que en las restricciones (6.12 - 6.15), $\sigma_{1,l,t}$ valdrá 1 cuando estén en marcha más de $S_l^{\text{mín}}$ tareas de S_l y $\sigma_{2,l,t}$ valdrá 1 si hay menos de $S_l^{\text{máx}}$ en proceso en el periodo t . Si ambas variables toman el valor de 1, entonces $\sigma_{l,t}$ también será igual a 1 en ese período (6.16).

Asumiendo que la sinergia l debe estar activa como máximo un cierto número de períodos t_l , entonces se puede incluir la siguiente restricción en el modelo:

$$\sum_{t \in T} \sigma_{l,t} \leq t_l.$$

SINERGIAS DE INCREMENTO-DECREMENTO DE RECURSOS

Cada vez que una sinergia s se encuentra activa, produce un efecto adicional en el total de recursos necesarios para financiar tareas o en una medida de calidad de la cartera, de acuerdo al tipo de sinergias. Para las sinergias activas que son del tipo de recursos, se establecen restricciones correspondientes al incremento o decremento que se produce. En el modelo propuesto anteriormente para el problema de cartera sin planificación se considera que el efecto de sinergias de recursos se aplica sobre los recursos necesarios para financiar un grupo de tareas en S_l . Es decir, si se activa una sinergia entonces hay un ahorro o un costo extra al financiar ese grupo de tareas. Pero en esta variación del problema de cartera se considera relevante que el efecto de una sinergia tenga efecto sobre los recursos que se asignarán en el período en el que la sinergia está activa. Así, si en un período t hay una sinergia de recursos activa, entonces habrá un ahorro o necesidad extra en las tareas que iniciarán en ese período.

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i,r,t} \leq \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} R_{j,i,r}^{\max} z_{j,i,t} + v_{l,r} \sigma_{l,t}, \quad \forall l \in C^+, \forall r \in R, t \in T \text{ tal que } \sigma_{l,t} = 1 \quad (6.17)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} x_{j,i,r,t} \geq \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} R_{j,i,r}^{\min} z_{j,i,t} - v_{l,r} \sigma_{l,t}, \quad \forall l \in C^-, \forall r \in R, t \in T \text{ tal que } \sigma_{l,t} = 1 \quad (6.18)$$

Otras restricciones son las que permiten establecer limites de recursos en tareas que participan en sinergias activas.

$$\sum_t x_{j,i,t} \leq R_{j,i,r}^{\max} z_{j,i,t} + v_{l,r} \sigma_{l,t}, \quad (j, i) \in S_l, l \in C^+. \quad (6.19)$$

$$x_{j,i} \leq R_{j,i}^{\max} z_{j,i} + (1 - \sigma_l + z_{j,i}) \Theta, \quad (j, i) \in S_l, l \in C^+. \quad (6.20)$$

$$R_{j,i}^{\min} z_{j,i} - v_l \sigma_l \leq x_{j,i}, \quad (j, i) \in S_l, l \in C^- \quad (6.21)$$

También pueden adaptarse restricciones para considerar las sinergias técnicas y restricciones de balanceo de la cartera tal y como se establecen en el capítulo 4.

PRECEDENCIA Y PLANIFICACIÓN DE TAREAS

Es posible que existan reglas de precedencia o reglas de planificación entre las actividades que forman parte de la cartera seleccionada, para esto es necesario definir algunos grupos de restricciones.

(1) El primero se refiere a la situación en que una actividad no puede ser seleccionada si no se ha seleccionado para iniciar antes otra actividad. Para esto definimos un conjunto de pares de actividades de manera que un elemento de este conjunto esta formado por un par $(j_1, i_1)(j_2, i_2)$. Y la actividad (j_1, i_1) solo puede iniciar en un periodo t si la actividad (j_2, i_2) se selecciona para iniciar en el periodo t_2 previo estricto o igual, tal que, $t_2 \leq t$.

$$\sum_{t \in T} z_{j_2, i_2, t} \cdot t \leq \sum_{t \in T} selTar_{j_1, i_1, t} \cdot t, \quad \{(j_2, i_2), (j_1, i_1)\} \in Q_1 \quad (6.22)$$

(2) Otra posible regla de precedencia es, que una actividad tiene que ser seleccionada al menos h^{\min} y a lo mas h^{\max} periodos antes que otra. De forma similar a la restricción anterior, se define un conjunto Q_2 compuesto por pares de actividades que comparten esta relación de precedencia y para cada elemento $p \in Q_2$ se definen valores h_p^{\max} y un h_p^{\min} asociados al mínimo y máximo número de periodos.

$$\sum_{t \in T} z_{j_1, i_1, t} \cdot \left(\sum_{t_2 \in T} z_{j_2, i_2, t_2} \cdot t_2 + h_p^{\min} \right) \leq \sum_{t \in T} z_{j_1, i_1, t} \cdot t \leq \sum_{t \in T} z_{j_2, i_2, t} \cdot t + h_p^{\max}, \quad (6.23)$$

$\{(j_1, i_1), (j_2, i_2)\} \in Q_2$

(3) En la planificación, el periodo de inicio de las actividades de los proyectos que conforman la cartera seleccionada puede verse restringido. Es decir, que exista un periodo mínimo y máximo para iniciar alguna actividad en el horizonte de planificación. A este respecto, definimos un conjunto $Q_3 = \{j_1, i_1, j_2, i_2 \dots j_{|Q_3|}, i_{|Q_3|}\}$ de actividades para las cuales se restringe el periodo de inicio. Para cada elemento $q \in Q_3$ se definen valores h_q^{\min} y h_q^{\max} .

$$h_q^{\min} \leq \sum_{t \in T} z_{j, i, t} \cdot t \leq h_q^{\max}, \quad (j, i) \in Q_3 \quad (6.24)$$

Finalmente se incluyen las restricciones de la naturaleza de las variables.

$$x_{j,i,r,t} \geq 0, \quad y_j, z_{j,i,t}, \sigma_{l,t}, \sigma_{1,l,t}, \sigma_{2,l,t} \in \{0, 1\} \quad (6.25)$$

6.2 EJEMPLO NUMÉRICO CON UN PERÍODO DE PLANIFICACIÓN

El modelo matemático planteado en la sección anterior permite resolver el problema de cartera de proyectos cuando se desea planificar la cartera con uno o más períodos. Cuando sólo hay un período de planificación el problema es equivalente a tener el problema de cartera de proyectos que se estudia en el capítulo 4. Digamos que se tiene un problema de selección de cartera de proyectos con la siguiente información:

Presupuesto:	35000
Número de proyectos:	32
Áreas:	2
Tareas de cada proyecto:	5
Sinergias:	0
Tipos de recursos:	1 (dinero)
Tipos de categorías de beneficio:	1 (Impacto social de un proyecto)
Número de periodos:	1

Cuando hay un único período de planificación, la existencia de relaciones de precedencia entre tareas y proyectos carece de sentido. En nuestro supuesto, se tiene un presupuesto de 35000 (cantidades en miles de pesos) y se tienen 32 propuestas de proyectos, cada uno con un desglose de 5 tareas que requieren de financiamiento. Cada uno de los proyectos pertenecen a una única área de conocimiento, que son (1) Física Matemáticas y ciencias de la Tierra y (2) Ingeniería e industria. Los límites de asignación por área son: mínimo 515.364 y máximo 2800.237 para el área (1) y mínimo 878.879, máximo 2943.864 para el área (2).

Los datos de recursos necesarios por cada proyecto pueden verse en la tabla

6.1; en resumen, los montos mínimos y máximos para financiar proyectos oscilan entre 200 y 400, y el valor de impacto se encuentra entre 3 y 10 unidades.

La información sobre los recursos necesarios para financiar tareas se presenta en la tabla 6.2, 6.3 y 6.4. Estos valores se establecen de manera que la suma de los valores mínimos para financiar las tareas de un proyecto, es mayor o igual a la cantidad mínima para financiar el proyecto. La contribución de cada tarea hacia el impacto del proyecto al que pertenece es un valor entre 0 y 1, de forma que, la suma de las contribuciones de todas las tareas de un proyecto es igual a 1.

Para identificar las carteras alternativas que constituyen la frontera de Pareto en este caso de estudio, se resolvió el modelo matemático optimizando los objetivos de impacto y número de proyectos (presentados en el capítulo 4) mediante el algoritmo SAUGMECON con Cplex 12.5 mediante el método de Branch and Bound. El tiempo de solución fue de alrededor de 5 segundos.

La solución obtenida consta de tres carteras de proyectos: la primera de 16 proyectos con un índice o valor de impacto de 89.6498, la segunda cartera es de 15 proyectos con impacto de 100.835 y la tercera cartera obtenida está formada por 14 proyectos y un impacto de 105.819. En cada cartera se asignaron los recursos totalmente. En la tabla 6.5 se presenta la asignación de recursos a las tareas de los proyectos seleccionados en cada cartera de proyectos.

Los proyectos 6, 10, 15, 18, 19, 20, 22, 24, 29, 20 y 32 fueron seleccionados en las tres carteras, mientras que los proyectos 3, 8, 16 y 21 sólo permanecieron en dos de ellas sin tener necesariamente la misma asignación de recursos. Por ejemplo el proyecto 6 en la cartera 1 se le asignan 205.8 de recursos, 253.655 en la cartera 2 y 265.79 en la cartera 3.

En los valores de impacto de cada cartera no se muestra una diferencia muy grande; sin embargo, la selección de la cartera final deberá ser acorde a las preferencias del tomador de decisiones. Éste podría, por ejemplo, considerar que sea mejor financiar el mayor número de proyectos, a pesar de que la valoración de impacto sea

un poco menor, siempre y cuando esta diferencia sea no significativa para él.

Proyecto	Recursos Mínimos	Recursos Máximos	Área	Impacto social
1	201.28	384	1	3.21
2	252	270	2	6.08
3	254	312.42	1	9.79
4	236.72	292	1	5.38
5	238.76	332	2	5.03
6	204.68	348	1	9.02
7	285.26	302	2	3.91
8	220	282.8	1	6.99
9	221.28	362	2	5.03
10	235	260	2	7.69
11	209.2	216	2	4.33
12	214.58	382	2	5.59
13	240.04	246	1	4.61
14	256	260	1	3.56
15	220.8	348	2	8.46
16	244.24	344	2	7.83
17	204.7	390	1	4.19
18	202.24	288	1	7.48
19	226	266.12	1	8.04
20	252.54	258	2	8.18
21	228	246.44	2	6.22
22	242.4	320	2	8.95
23	279.68	304	1	3.77
24	203	370	1	8.67
25	200.42	394	1	3.84
26	266.88	312	2	6.64
27	234.44	318	1	6.01
28	252.54	258	1	6.43
29	210.56	378	1	8.67
30	207.84	344	2	8.46
31	231.74	354	2	3.35
32	214.4	256	2	7.83

Tabla 6.1: Información de propuestas de proyectos.

Proyecto	Tarea	Duración	Recursos Mínimos	Recursos Máximos	Contribución
1	1	1	62.8	84.74	0.13
1	2	1	11.35	50.32	0.23
1	3	1	90.63	111.23	0.01
1	4	1	31.2	71.5	0.32
1	5	1	54.12	66.21	0.32
2	1	1	106.52	106.87	0.04
2	2	1	11.25	18	0.16
2	3	1	12.73	16.87	0.05
2	4	1	36.83	40.5	0.4
2	5	1	84.67	87.75	0.34
3	1	1	71.59	76.37	0.28
3	2	1	154.99	155.05	0.34
3	3	1	38.65	41.66	0.18
3	4	1	0.13	2.31	0.03
3	5	1	33.9	37.03	0.16
4	1	1	91.51	94.29	0.18
4	2	1	1.32	1.52	0.36
4	3	1	75.51	79.08	0.05
4	4	1	31.47	34.98	0.04
4	5	1	79.28	82.13	0.38
5	1	1	69.67	79.19	0.34
5	2	1	46.93	57.87	0.18
5	3	1	2.01	15.23	0.17
5	4	1	112.6	121.83	0.11
5	5	1	48.21	57.87	0.21
6	1	1	68	69.87	0.11
6	2	1	1.02	8.22	0.27
6	3	1	105.37	119.2	0.25
6	4	1	54.24	68.5	0.27
6	5	1	68.23	82.2	0.09
7	1	1	83.04	83.07	0.07
7	2	1	72.29	72.32	0.57
7	3	1	60.57	60.6	0.09
7	4	1	60.57	60.6	0.18
7	5	1	86	86.01	0.09
8	1	1	48.15	51.24	0.26
8	2	1	68.8	68.98	0.21
8	3	1	1.95	17.74	0.37
8	4	1	61.34	67	0.05
8	5	1	74.76	77.84	0.12
9	1	1	122.01	122.16	0.19
9	2	1	19.17	19.37	0.09
9	3	1	124.98	125.14	0.26
9	4	1	95.33	95.34	0.24
9	5	1	95.33	95.34	0.21
10	1	1	13.43	13.48	0.16
10	2	1	13.43	13.48	0.42
10	3	1	102.05	102.07	0.37
10	4	1	21.16	21.19	0
10	5	1	123.25	123.26	0.04
11	1	1	45.23	45.42	0.18
11	2	1	32.68	34.3	0.13
11	3	1	20.07	23.18	0.22
11	4	1	61.49	63.04	0.1
11	5	1	49.73	50.06	0.37

Tabla 6.2: Datos de recursos necesarios, duración y contribución de impacto de tareas.

Proyecto	Tarea	Duración	Recursos Mínimos	Recursos Máximos	Contribución
12	1	1	53.46	93.35	0.21
12	2	1	32.99	68.93	0.24
12	3	1	32.58	58.88	0.26
12	4	1	29.64	60.32	0.05
12	5	1	65.9	100.53	0.24
13	1	1	9.96	11.98	0.35
13	2	1	76.74	78.31	0.09
13	3	1	47.81	47.91	0.16
13	4	1	44.64	45.15	0.18
13	5	1	60.89	62.65	0.23
14	1	1	0.92	1.19	0.29
14	2	1	92.24	92.6	0.31
14	3	1	85.44	85.48	0.32
14	4	1	76.55	77.17	0.08
14	5	1	2.72	3.56	0
15	1	1	2.11	50.33	0.1
15	2	1	62.71	64.25	0.19
15	3	1	89.19	96.37	0.22
15	4	1	21.16	64.25	0.15
15	5	1	45.63	72.81	0.34
16	1	1	85.03	96.03	0.15
16	2	1	7.22	15.8	0.29
16	3	1	61.19	72.93	0.01
16	4	1	105.5	116.69	0.23
16	5	1	30.8	42.54	0.33
17	1	1	94.74	102.35	0.1
17	2	1	3.15	3.53	0.2
17	3	1	74.96	81.18	0.24
17	4	1	159.57	160.59	0.13
17	5	1	34.99	42.35	0.34
18	1	1	0.95	6.4	0.29
18	2	1	82.41	88	0.17
18	3	1	77.33	83.2	0.34
18	4	1	36.41	48	0.17
18	5	1	53.46	62.4	0.03
19	1	1	20.18	31.89	0.07
19	2	1	66.95	71.13	0.3
19	3	1	110.29	114.05	0.29
19	4	1	7.27	20.85	0.24
19	5	1	21.31	28.21	0.09
20	1	1	48.24	49.68	0.26
20	2	1	14.12	14.82	0.18
20	3	1	36.69	37.48	0.12
20	4	1	79.79	81.06	0.11
20	5	1	73.7	74.96	0.33
21	1	1	12.41	16.71	0.23
21	2	1	31.94	37.59	0.23
21	3	1	46.94	50.12	0.03
21	4	1	36.94	41.77	0.21
21	5	1	99.78	100.25	0.3
22	1	1	50.92	66.03	0.24
22	2	1	60.79	79.58	0.11
22	3	1	37.23	48.25	0.21
22	4	1	30.52	49.1	0.22
22	5	1	62.95	77.04	0.22

Tabla 6.3: Datos de recursos necesarios, duración y contribución de impacto de tareas (Continuación).

Proyecto	Tarea	Duración	Recursos Mínimos	Recursos Máximos	Contribución
23	1	1	6.19	11.65	0.25
23	2	1	62.09	68.72	0.1
23	3	1	84.95	88.52	0.24
23	4	1	44.77	51.25	0.13
23	5	1	81.68	83.86	0.28
24	1	1	94.76	100.41	0.24
24	2	1	11.1	46.77	0.26
24	3	1	25.33	27.51	0.28
24	4	1	23.48	59.14	0.07
24	5	1	128.34	136.17	0.15
25	1	1	242.74	251.55	0.11
25	2	1	43.98	48.49	0.43
25	3	1	2.84	6.06	0.22
25	4	1	1.14	9.09	0.08
25	5	1	74.5	78.8	0.15
26	1	1	36.9	52.22	0.04
26	2	1	58.31	60.26	0.45
26	3	1	96.37	108.46	0.39
26	4	1	8.43	20.09	0.03
26	5	1	66.87	70.97	0.1
27	1	1	66.78	92.11	0.05
27	2	1	43.96	67.99	0.28
27	3	1	42.5	53.73	0.15
27	4	1	0.99	4.39	0.37
27	5	1	80.2	99.79	0.14
28	1	1	48.51	49.14	0
28	2	1	63.31	63.48	0.31
28	3	1	0.23	1.02	0.22
28	4	1	53.7	54.26	0.18
28	5	1	89.97	90.1	0.29
29	1	1	79.93	104.01	0.31
29	2	1	1.03	2.54	0.3
29	3	1	69.07	97.67	0.04
29	4	1	79.17	114.16	0.09
29	5	1	43.06	59.62	0.26
30	1	1	100.15	107.82	0.26
30	2	1	50.83	83.43	0.23
30	3	1	17.09	53.91	0.22
30	4	1	0.62	28.24	0.01
30	5	1	39.15	70.6	0.27
31	1	1	13.46	23.38	0.26
31	2	1	39.17	46.75	0.04
31	3	1	116.98	126.91	0.23
31	4	1	75.32	83.49	0.32
31	5	1	66.76	73.47	0.16
32	1	1	112.63	115.92	0.28
32	2	1	0.3	12.08	0.29
32	3	1	5.06	10.87	0.11
32	4	1	70.58	76.08	0.03
32	5	1	25.83	41.06	0.29

Tabla 6.4: Datos de recursos necesarios, duración y contribución de impacto de tareas (Continuación).

Cartera	Proyecto seleccionado	Asignación a tareas					Total
		1	2	3	4	5	
1	1	62.8	11.35	0	60.92	66.21	201.28
1	6	69.87	8.22	0	59.53	68.23	205.85
1	8	0	68.98	11.84	61.34	77.84	220
1	10	0	13.48	102.07	0	123.26	238.81
1	11	45.42	34.3	23.18	63.04	50.06	216
1	12	0	55.17	58.88	0	100.53	214.58
1	15	19.49	64.25	0	64.25	72.81	220.8
1	17	0	3.53	0	160.59	42.35	206.47
1	18	6.4	88	83.2	36.41	0	214.01
1	19	0	71.13	114.05	19.51	21.31	226
1	20	49.68	14.82	37.48	81.06	74.96	258
1	22	66.03	79.02	48.25	49.1	0	242.4
1	24	100.41	46.77	27.51	28.31	0	203
1	29	79.93	2.54	0	79.17	48.92	210.56
1	30	0	83.43	53.19	0.62	70.6	207.84
1	32	115.92	12.08	10.87	75.53	0	214.4
2	3	76.37	155.05	0	0.13	37.03	268.58
2	6	69.87	8.22	107.06	68.5	0	253.65
2	8	0	68.98	17.74	61.34	77.84	225.9
2	10	13.48	13.48	102.07	0	123.26	252.29
2	15	2.11	64.25	96.37	0	58.07	220.8
2	16	0	15.8	69.21	116.69	42.54	244.24
2	18	6.4	88	83.2	36.41	0	214.01
2	19	0	71.13	114.05	19.51	21.31	226
2	20	49.68	14.82	37.48	81.06	74.96	258
2	21	16.71	37.59	46.94	41.77	100.25	243.26
2	22	66.03	79.02	48.25	49.1	0	242.4
2	24	100.41	46.77	27.51	28.31	0	203
2	29	79.93	2.54	69.07	0	59.02	210.56
2	30	0	83.43	53.19	0.62	70.6	207.84
2	32	115.92	12.08	5.06	70.58	25.83	229.47
3	3	76.37	155.05	41.66	2.31	37.03	312.42
3	6	69.87	8.22	119.2	68.5	0	265.79
3	10	13.48	13.48	102.07	0	123.26	252.29
3	15	2.11	64.25	96.37	21.16	62.55	246.44
3	16	96.03	15.8	0	116.69	42.54	271.06
3	18	6.4	88	83.2	48	0	225.6
3	19	0	71.13	114.05	20.85	21.31	227.34
3	20	49.68	14.82	37.48	81.06	74.96	258
3	21	16.71	37.59	46.94	41.77	100.25	243.26
3	22	66.03	60.79	48.25	49.1	77.04	301.21
3	24	100.41	46.77	27.51	28.31	0	203
3	29	104.01	2.54	69.07	0	59.62	235.24
3	30	0	83.43	53.19	0.62	70.6	207.84
3	32	115.92	12.08	10.87	70.58	41.06	250.51

Tabla 6.5: Carteras de proyectos y su asignación de recursos obtenidas con el modelo propuesto y el algoritmo SAUGMECON2 para el ejemplo con un único período de planificación.

6.3 EJEMPLO NUMÉRICO CON MÁS DE UN PERÍODO DE PLANIFICACIÓN

Retomando el ejemplo anterior, supongamos que hay dos períodos en los que se tiene que planificar la asignación de recursos y la ejecución de las tareas de proyectos. El presupuesto es el mismo, 35000 (en miles de pesos mexicanos) solo que están administrados en los dos períodos. En el primero se otorgarán 2000 y en el segundo 1500. Los límites de área cambian. Los valores correspondientes se presentan en la tabla 6.6.

Área	Periodo 1		Periodo 2	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
1	515	1700	690	1300
2	678	1200	789	1500

Tabla 6.6: Límites de recursos para financiar proyectos de cada área del conocimiento.

Esta variación del ejemplo fue resuelto con el modelo matemático y el algoritmo SAUGMECON2. Las carteras obtenidas se presentan en la tabla 6.7, donde, se presentan los recursos asignados a cada tarea, ya sea en el período 1 o el período 2, además, este período también indicará el periodo de ejecución de la tarea. Pero, por ejemplo, cuando las tareas duren más de un periodo, entonces los recursos se asignan en el periodo de inicio de cada tarea, siendo posible que una tarea inicie y sea interrumpida iniciando en algún otro período posterior. Nótese que, para este ejemplo, cada tarea sigue teniendo duración de un único período.

La solución permite identificar el inicio de cada tarea y la asignación de recursos, que debe ajustarse al presupuesto en cada período. Los recursos asignados a cada proyecto corresponden a la suma total de los recursos asignados a sus tareas y el proyecto se inicia en cuanto se otorguen los recursos para financiar una o más tareas. Es importante señalar que puede estar en ejecución más de una tarea por proyecto en cada período y, en caso contrario, se pueden establecer la restricción de que sólo una tarea por período debe estar activa como máximo, por lo que deberá haber más

períodos de planificación que períodos de desglose de cada proyecto.

6.4 OTRAS CONSIDERACIONES

Otra consideración que puede hacerse cuando se trata el problema de selección y planificación de cartera de proyectos de investigación y desarrollo en dependencia del caso de estudio es, por ejemplo, considerar que para cada tarea se tiene una cantidad mínima y máxima de recursos por periodo de ejecución. De manera que se permite asignar recursos en cualquier periodo de ejecución y periodo de planificación a diferencia de lo que se mostró en los ejemplos presentados en este capítulo, donde los recursos se asignaban por completo en el periodo de inicio de una tarea. Esta consideración implica realizar algunos ajustes en la formulación matemática del problema, los ajustes fueron realizados y aplicados en un modelo preliminar pero se deja su estudio en profundidad para un trabajo futuro.

También, como parte de la investigación se adaptó el modelo matemático para incorporar la incertidumbre, tal y como se presenta en el capítulo 5. Y en un modelo preliminar se trabajó con incertidumbre en la duración de tareas. Este es otro elemento que se espera estudiar futuro.

Cartera	Proyecto	Periodo 1					Periodo 2					Total
		Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Tarea 5	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Tarea 5	
1	1	0	0	0	0	0	62.8	11.35	0	60.92	66.21	201.28
1	6	69.87	8.22	0	0	68.23	0	0	0	58.36	0	204.68
1	11	0	34.06	20.07	61.49	0	45.42	0	0	0	50.06	211.1
1	12	0	68.93	0	0	0	86.77	0	58.88	0	0	214.58
1	15	19.49	0	0	0	0	0	64.25	0	64.25	72.81	220.8
1	16	0	0	0	116.69	42.54	0	15.8	69.21	0	0	244.24
1	17	0	0	0	160.59	0	0	3.53	0	0	40.58	204.7
1	18	0	82.41	83.2	0	0	6.4	0	0	36.41	0	208.42
1	19	0	71.13	0	0	0	0	0	114.05	19.51	21.31	226
1	20	49.68	0	37.48	0	74.96	0	14.82	0	81.06	0	258
1	21	0	0	0	0	100.25	0	37.59	48.39	41.77	0	228
1	22	0	0	0	0	0	66.03	79.02	48.25	49.1	0	242.4
1	24	0	46.77	0	0	0	100.41	0	27.51	28.31	0	203
1	29	79.93	0	0	0	0	0	2.54	69.07	0	59.02	210.56
1	30	0	0	0	0.62	0	0	83.43	53.19	0	70.6	207.84
1	32	115.92	0	0	0	0	0	12.08	10.87	75.53	0	214.4
2	3	0	155.05	0	0	37.03	76.37	0	0	2.31	0	270.76
2	6	69.87	0	0	0	0	0	8.22	0	68.5	68.23	214.82
2	10	0	0	102.07	0	0	13.48	13.48	0	0	123.26	252.29
2	15	0	64.25	96.37	0	0	2.11	0	0	0	58.07	220.8
2	16	0	0	0	116.69	42.54	85.03	15.8	0	0	0	260.06
2	18	0	0	83.2	36.41	0	6.4	88	0	0	0	214.01
2	19	0	0	0	0	0	0	71.13	114.05	20.85	21.31	227.34
2	20	0	0	0	0	74.96	49.68	14.82	37.48	81.06	0	258
2	21	0	37.59	46.94	0	100.25	16.71	0	0	41.77	0	243.26
2	22	0	0	48.25	0	0	66.03	79.02	0	49.1	0	242.4
2	24	100.41	46.77	27.51	0	0	0	0	0	28.31	0	202.99
2	28	0	0	0	54.26	0	48.51	63.48	1.02	0	90.1	257.37
2	29	82.42	2.54	0	0	59.62	0	0	69.07	0	0	213.65
2	30	0	0	0	0.62	0	0	83.43	53.19	0	70.6	207.84
2	32	115.92	12.08	10.87	0	0	0	0	0	75.53	0	214.4
3	3	76.37	155.05	0	0	0	0	0	41.66	2.31	37.03	312.42
3	6	0	8.22	0	68.5	0	0	0	119.2	0	70.69	266.61
3	10	0	0	0	0	123.26	13.48	13.48	102.07	0	0	252.29
3	15	0	64.25	96.37	0	72.81	2.11	0	0	0	0	235.54
3	16	0	15.8	0	0	0	96.03	0	0	116.69	42.54	271.06
3	18	0	88	83.2	0	0	6.4	0	0	48	0	225.6
3	19	0	0	114.05	20.85	0	0	71.13	0	0	28.21	234.24
3	20	0	0	0	0	0	49.68	14.82	37.48	81.06	74.96	258
3	21	16.71	0	0	0	100.25	0	37.59	50.12	41.77	0	246.44
3	22	0	0	48.25	0	0	66.03	60.79	0	49.1	77.04	301.21
3	24	0	0	0	0	0	100.41	46.77	27.51	28.31	0	203
3	29	104.01	0	0	0	59.62	0	2.54	69.07	0	0	235.24
3	30	0	83.43	53.19	0	0	0	0	0	0.62	70.6	207.84
3	32	0	0	0	0	41.06	115.92	12.08	10.87	70.58	0	250.51

Tabla 6.7: Carteras de proyectos y asignación de recursos obtenidos con el modelo propuesto y el algoritmo SAUGMECON2 para el ejemplo con dos períodos de planificación.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES

En este capítulo se concentran las principales conclusiones de la investigación realizada como trabajo de tesis.

- ▶ En esta investigación se han analizado y estudiado las principales características del problema de Selección y planificación de cartera de proyectos bajo incertidumbre que surge en organizaciones del sector público y se ha realizado un estudio profundo del estado del arte del problema.
- ▶ Se ha propuesto un modelo matemático para resolver el problema de selección de cartera en el que se permite el desglose de proyectos mediante tareas, la asignación de recursos mediante dos políticas (total y parcial), así como la existencia de sinergias entre proyectos y tareas.
- ▶ Como parte de la metodología se implementó el algoritmo SAUGMECON como estrategia de métodos exactos y el algoritmo metaheurístico SSPMO para resolver el problema de cartera con múltiples objetivos.
- ▶ Los resultados obtenidos en la experimentación indican que el modelo propuesto permite obtener soluciones eficientemente en tiempo real, incluso para instancias de un gran número de proyectos.
- ▶ Se han realizado experimentos en instancias de prueba de distintos tamaños para analizar el impacto que tienen cada una de las características del problema sobre la calidad de las soluciones. Concluyendo que, la calidad de las soluciones

(en cuanto a impacto de la cartera y número de proyectos) presentan un incremento cuando se tiene un desglose con un mayor número de tareas. Además, también se obtiene un incremento en la calidad de la cartera mayor es la holgura de los límites para asignar recursos. También se presentaron resultados de instancias de prueba considerando la variación del presupuesto disponible mediante escenarios visto como una alternativa para tratar la incertidumbre.

- ▶ Posteriormente, la incertidumbre ha sido modelada en este trabajo mediante números difusos triangulares logrando captar la naturaleza incierta o la vaguedad que se tiene sobre ciertos valores. A partir de esto, se construye un modelo matemático difuso que posteriormente es transformado, empleando una técnica para la comparación de valores difusos. Como parte de la experimentación se estudia la incertidumbre en el presupuesto disponible y en los límites de los recursos necesarios para financiar tareas. Los resultados muestran que a mayor grado de certeza sobre el establecimiento de los valores difusos, mayor es la calidad de la cartera respecto al valor de impacto y número de proyectos. Y que incluso con un grado de certeza muy pequeño, puede, no haber carteras factibles.
- ▶ Finalmente, con los recursos computacionales actuales, se deduce de los experimentos que es posible trabajar con modelos que permitan una representación detallada de las características del mundo real -tareas, sinergias y múltiples políticas de financiación- y solucionar, aún eficientemente, los problemas de optimización de cartera, incluyendo casos muy grandes que ya aparecen en la práctica.
- ▶ Además, se obtiene que un modelo enriquecido y flexible permite obtener soluciones de mayor calidad que los modelos simplificados y rígidos. Para la aplicación de estos modelos en los sistemas de apoyo a la toma de decisiones, es importante que los nuevos niveles de detalle sean optativos para adaptarse al flujo de trabajo existente de las organizaciones y los tomadores de decisiones, permitiendo una introducción gradual de las nuevas características.

APÉNDICE A

INSTANCIAS ALEATORIAS

Para la realización de un bloque de experimentos se diseñó un generador de instancias aleatorias en lenguaje C. La generación de instancias fue guiada a partir de un conjunto de datos de entrada donde se establecían ciertos parámetros que definían el tamaño de la instancia, así como un conjunto de valores y tasas que permitían guiar la distribución de los valores generados para las propuestas.

Entre los parámetros principales que definen el tamaño de la instancia están: número de proyectos, actividades por proyecto, áreas de investigación y desarrollo, número de sinergias, máxima densidad de actividades por sinergia y el presupuesto disponible.

El valor de impacto de cada propuesta de proyecto se generó mediante una distribución uniforme con un valor en el rango $[3,10]$, donde el valor de 3 corresponde a el mínimo valor de impacto admitido y 10 al máximo valor que se puede obtener.

El costo asociado a cada tarea mínimo y máximo fueron generados con una distribución uniforme en un rango de $[200,400]$ unidades de recursos. La cantidad máxima de recursos a otorgarle a un proyecto se definió como la suma del monto máximo necesario de todas sus tareas. Y el mínimo a otorgar es una cantidad de entre la suma de los mínimos de sus tareas y el máximo de recursos del proyecto. El valor de importancia relativa de una tarea sobre el impacto del proyecto es un número aleatorio entre 0 y 1. De manera que la suma de los valores de importancia de todas las tareas de un proyecto suman 1. Con ello es posible alcanzar el valor de

impacto total de un proyecto si este es enteramente financiado. En otro caso su valor será parcial.

A cada una de los grupos interdependientes se le asigna un número de actividades aleatorio menor a la densidad máxima fijada, y el conjunto se construye eligiendo aleatoriamente actividad por actividad hasta alcanzar el número antes fijado.

El archivo de salida del generador conforma la instancia de prueba aleatoria. En general, esta incluye los siguientes elementos:

- Presupuesto disponible
- Número de proyectos
- Número de tareas o actividades
- Número de áreas
- Número de sinergias
- Datos de áreas: máxima y mínima cantidad de recursos a asignar por área.
- Datos de propuestas: mínima y máxima cantidad de recursos solicitados, área a la que pertenece y valor de beneficio o impacto.
- Datos de actividades: cantidades mínimas de recursos solicitados por cada una de las actividades de cada proyecto, cantidades máximas de recursos solicitados por cada una de las actividades de cada proyecto.
- índice de importancia relativa de cada actividad respecto al valor de impacto del proyecto.
- Número de tareas que forman el conjunto interdependiente asociado a cada sinergia.
- Conjunto de actividades perteneciente a cada grupo interdependiente.
- Tipo de sinergia que se produce.
- Valor sinérgico.
- Cantidad máxima y mínima de actividades de un grupo interdependiente que permiten la activación del efecto sinérgico.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Julián Molina Alfredo G. Hernández-Díaz Flor M. Guerrero & Rafael Caballero Ana F. Carazo, Trinidad Gómez. Solving a comprehensive model for multiobjective project portfolio selection. *Computers & Operations Research*, 37:630–639, 2010.
- [2] Saúl Zapotecas Martínez y Carlos A. Coello Coello Antonio López Jaimes. *An introduction to multiobjective optimization techniques*, chapter 3, pages 29–57. Nova Science Publishers, New York, 2011.
- [3] Mokhtar S Bazaraa, John J Jarvis, and Hanif D Sherali. *Linear programming and network flows*. John Wiley & Sons, 2011.
- [4] Umut Beşikci, Ümit Bilge, and Gündüz Ulusoy. Resource dedication problem in a multi-project environment. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 25(1-2):206–229, 2013.
- [5] Rupak Bhattacharyya, Pankaj Kumar, and Samarjit Kar. Fuzzy r&d portfolio selection of interdependent projects. *Computers & Mathematics with Applications*, 62(10):3857 – 3870, 2011.
- [6] A.F. Carazo, T. Gómez, and F. Pérez. Análisis de los principales aspectos que afectan a la decisión de selección y planificación de carteras de proyectos. *Rect@*, 12.
- [7] Christer Carlsson and Robert Fullér. *Possibility for Decision*, volume 270 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Springer, 2011.

-
- [8] C.F. Chien. A portfolio-evaluation framework for selecting r&d projects. *R&D Management*, 32(4):359–368, 2002.
- [9] Wei Chen Chuan-Sheng Wang. A fuzzy model for r&d project portfolio selection. In *International conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering*, volume 1, pages 100–104. IEEE, 2011.
- [10] Leandro Santos Coelho and Diego LA Bernert. A harmony search approach using exponential probability distribution applied to fuzzy logic control optimization. In *Recent Advances In Harmony Search Algorithm*. 2010.
- [11] S. Coldrick, C.P. Lawson, P.C. Ivey, and C. Lockwood. A decision framework for r&d project selection. In *Engineering Management Conference, 2002. IEMC '02. 2002 IEEE International*, volume 1, pages 413 – 418 vol.1, 2002.
- [12] Mukesh Dalal. *Handbook of Discrete and Combinatorial Mathematics*, chapter Foundations. 2000.
- [13] Caroline Maria de Miranda Mota, Adiel Teixeira de Almeida, and Luciana Hazin Alencar. A multiple criteria decision model for assigning priorities to activities in project management. *International Journal of Project Management*, 27(2):175–181, 2009.
- [14] Erik Demeulemeester, Rainer Kolisch, and Ahti Salo. Project management and scheduling. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 25(1):1–5, 2013.
- [15] Yezid Donoso and Ramon Fabregat. *Multi-objective optimization in computer networks using metaheuristics*. CRC Press, 2016.
- [16] Edmund H Durfee and Victor R Lesser. Negotiating task decomposition and allocation using partial global planning. *Distributed artificial intelligence*, 2(1):229–244, 1989.
- [17] D Dvir, S Lipovetsky, A Shenhar, and A Tishler. In search of project classification: a non-universal approach to project success factors. *Research Policy*, 27(9):915 – 935, 1998.

-
- [18] Jorge Navarro Eduardo Fernández, Fernando López and Alfonso Duarte. Intelligent techniques for r&d project selection in large social organizations. *Computación y Sistemas*, 10(1):28 – 56, 2006.
- [19] Pablo Pedregal Ricardo García y Natalia Alguacil Enrique Castillo, Antonio J. Conejo. *Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia*. 2002.
- [20] N.P. Archer F. Ghasemzadeh. Project portfolio selection through decision support. *Decision Support Systems*, 29:73 – 88, 2000.
- [21] Chao Fang and Franck Marle. A simulation-based risk network model for decision support in project risk management. *Decision Support Systems*, 52(3):635 – 644, 2012.
- [22] Eduardo Fernandez, Claudia Gomez, Gilberto Rivera, and Laura Cruz-Reyes. Hybrid metaheuristic approach for handling many objectives and decisions on partial support in project portfolio optimisation. *Information Sciences*, 315:102 – 122, 2015.
- [23] Eduardo Fernandez, Fernando Lopez, Jorge Navarro, Ines Vega, and Igor Litvinchev. An integrated mathematical-computer approach for r&d project selection in large public organisations. *International Journal of Mathematics in Operational Research*, 1(3):372–396, 2009.
- [24] Eduardo Fernandez and Rafael Olmedo. Public project portfolio optimization under a participatory paradigm. *Applied Computational Intelligence Soft Computing*, 2013:4:4–4:4, January 2013.
- [25] Christodoulos A Floudas and Panos M Pardalos. *Encyclopedia of optimization*. Springer Science & Business Media, 2001.
- [26] Simon French, John Maule, and Nadia Papamichail. *Decision behaviour, analysis and support*. Cambridge University Press, 2009.

-
- [27] Yigal Gerchak. On allocating r&d budgets among and within projects. *R&D Management*, 28(4):305–309, 1998.
- [28] Amir Hossein Ghapanchi, Madjid Tavana, Mohammad Hossein Khakbaz, and Graham Low. A methodology for selecting portfolios of projects with interactions and under uncertainty. *International Journal of Project Management*, 30(7):791 – 803, 2012.
- [29] José Fernando Gonçalves, Jorge José de Magalhães Mendes, and Mauricio GC Resende. The basic multi-project scheduling problem. In *Handbook on Project Management and Scheduling Vol. 2*, pages 667–683. Springer, 2015.
- [30] Eduardo Fernández González. Análisis de la decisión para evaluar y formar carteras de proyectos de i&d:un enfoque crítico y propositivo. *Gestión y política pública*, XII(001):43–79, 2003.
- [31] P. Guo, JJ Liang, YM Zhu, and JF Hu. R&d project portfolio selection model analysis within project interdependencies context. In *Industrial Engineering and Engineering Management, 2008. IEEM 2008. IEEE International Conference on*, pages 994–998. IEEE, 2008.
- [32] Walter J. Gutjahr, Stefan Katzensteiner, Peter Reiter, Christian Stummer, and Michaela Denk. Multi-objective decision analysis for competence-oriented project portfolio selection. *European Journal of Operational Research*, 205(3):670 – 679, 2010.
- [33] W.J. Gutjahr, S. Katzensteiner, P. Reiter, C. Stummer, and M. Denk. Competence-driven project portfolio selection, scheduling and staff assignment. *Central European Journal of Operations Research*, 16(3):281–306, 2008.
- [34] Boaz Golany Harel Eilat and Avraham Shtub. Constructing and evaluating balanced portfolios of r&d projects with interactions: A dea based methodology. *European Journal of Operational Research*, 172(3):1018 – 1039, 2006.

-
- [35] Farhad Hassanzadeh, Mohammad Modarres, Hamid R. Nemati, and Kwasi Amoako-Gyampah. A robust r&d project portfolio optimization model for pharmaceutical contract research organizations. *International Journal of Production Economics*, 158:18 – 27, 2014.
- [36] Anne DePiante Henriksen and Ann Jensen Traynor. A practical r&d project-selection scoring tool. *IEEE Transactions on engineering management*, 46(2):150–170, mayo 1999.
- [37] Xiaoxia Huang and Tianyi Zhao. Project selection and scheduling with uncertain net income and investment cost. *Applied Mathematics and Computation*, 247:61 – 71, 2014.
- [38] Arnd Huchzermeier and Christoph H. Loch. Project management under risk: using the real options approach to evaluate flexibility in r&d. *Management Science*, 47:85–101, 2001.
- [39] Ada Alvarez Igor S. Litvinchev, Fernando López and Eduardo Fernández. Large-scale public r&d portfolio selection by maximizing a biobjective impact measure. *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART A: SYSTEMS AND HUMANS*, 40(3):572 – 582, 2010.
- [40] Fernando López Irarragorri. Toma de decisiones bajo criterios múltiples. Enero 2011. Notas de clase.
- [41] Murat Kılıç, Gündüz Ulusoy, and Funda Sivrikaya Şerifoğlu. A bi-objective genetic algorithm approach to risk mitigation in project scheduling. *International Journal of Production Economics*, 112(1):202 – 216, 2008.
- [42] Kopianos G Kyriakidis, T. and Georgiadis M. Milp formulations for single-and-multimode resource-constrained project scheduling problems. *Computers and Chemical Engineering*, 36:369–385, 2012.
- [43] J. L. Verdegay L. Campos. Linear programming problema and ranking of fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, 32, 1989.

-
- [44] Xingmei Li, Shu-Cherng Fang, Xiaoling Guo, Zhibin Deng, and Jianxun Qi. An extended model for project portfolio selection with project divisibility and interdependency. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, pages 1–20, 2015.
- [45] Juuso Liesiö and Ahti Salo. Scenario-based portfolio selection of investment projects with incomplete probability and utility information. *European Journal of Operational Research*, 217(1):162 – 172, 2012.
- [46] J. Liesiö, P. Mild, and A. Salo. Preference programming for robust portfolio modeling and project selection. *European Journal of Operational Research*, 181(3):1488–1505, 2007.
- [47] I. Litvinchev, F. López, HJ Escalante, and M. Mata. A milp bi-objective model for static portfolio selection of r&d projects with synergies. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 50(6):942–952, 2011.
- [48] E. Sharifi Tashnizi M. Abbassi, M. Ashrafi. Selecting balanced portfolios of r&d projects with interdependencies: a cross-entropy based methodology. *Technovation*, 2014.
- [49] F. Figueiredo A.C. de Rocha M. de O. Barros, H. Costa. Multiobjective optimization for project portfolio selection. In *Proceedings of the 14th Annual Conference Companion on Genetic and Evolutionary Computation*, pages 1541–1542. ACM, 2012.
- [50] Lilybert L. Machacha and Prabir Bhattacharya. A fuzzy-logic-based approach to project selection. *IEEE TRANSACTIONS ON ENGINEERING MANAGEMENT*, 47(1):65–73, February 2000.
- [51] George Mavrotas. Effective implementation of the ϵ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 213(2):455 – 465, 2009.

-
- [52] George Mavrotas and Kostas Florios. Augmecon2: A novel version of the ϵ -constraint method for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems.
- [53] George Mavrotas and Kostas Florios. An improved version of the augmented ϵ -constraint method (augmecon2) for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 219(18):9652 – 9669, 2013.
- [54] Andrés L. Medaglia, Samuel B. Graves, and Jeffrey L. Ringuest. A multiobjective evolutionary approach for linearly constrained project selection under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 179(3):869 – 894, 2007.
- [55] Julian Molina, Manuel Laguna, Rafael Martí, and Rafael Caballero. Sspmo: A scatter tabu search procedure for non-linear multiobjective optimization. *INFORMS Journal on Computing*, 19(1):91–100, 2007.
- [56] Gilberto Montibeller and L. Alberto Franco. *Portfolio Decision Analysis: Improved Methods for Resource Allocation*, chapter Resource Allocation in Local Government with Facilitated Portfolio Decision Analysis, pages 259–281. Springer New York, New York, NY, 2011.
- [57] S. E. Schaeffer N. M. Arratia M., F. López I. and L.Cruz-Reyes. Static r&d project portfolio selection in public organizations. *Decision Support Systems*, 2016.
- [58] P. Pereira and F. Veloso. R&d activity selection process: Building a strategy-aligned r&d portfolio for government and nonprofit organizations. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 56(1):95–105, Feb 2009.
- [59] Majid Rafiee, Farhad Kianfar, and Mehdi Farhadkhani. A multistage stochastic programming approach in project selection and scheduling. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 70(9-12):2125–2137, 2014.

-
- [60] L.P. Santiago and T. G. Bifano. Management of r&d projects under uncertainty: a multidimensional approach to managerial flexibility. *Engineering Management, IEEE Transactions on*, 52(2):269 – 280, may 2005.
- [61] J.A. Sefair and A.L. Medaglia. Towards a model for selection and scheduling of risky projects. In *Systems and Information Engineering Design Symposium, 2005 IEEE*, pages 158–164. IEEE, 2005.
- [62] Herbert A Simon. The new science of management decision. *Harper Brothers*, 1960.
- [63] Senay Solak, John-Paul B. Clarke, Ellis L. Johnson, and Earl R. Barnes. Optimization of r&d project portfolios under endogenous uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 207(1):420 – 433, 2010.
- [64] Christian Stummer and Kurt Heidenberger. Interactive r&d portfolio analysis with project interdependencies and time profiles of multiple objectives. *IEEE TRANSACTIONS ON ENGINEERING MANAGEMENT*, 50(2):175 – 183, 2003.
- [65] Hamdy A. Taha. *Investigación de operaciones*. Pearson educación, 7 edition, 2004.
- [66] Ali Asghar Tofghian and B. Naderi. Modeling and solving the project selection and scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, 83:30 – 38, 2015.
- [67] Alexis Tsoukiás. On the concept of decision aiding process. 2005.
- [68] S. Van Bakkum, E. Pennings, and H. Smit. A real options perspective on r&d portfolio diversification. *Research Policy*, 38(7):1150–1158, 2009.
- [69] Juite Wang and W.-L. Hwang. A fuzzy set approach for r&d portfolio selection using a real options valuation model. *Omega*, 35(3):247 – 257, 2007.

-
- [70] Yingxu Wang and Guenther Ruhe. The cognitive process of decision making. *International Journal of Cognitive Informatics and Natural Intelligence (IJCI-NI)*, 1(2):73–85, 2007.
- [71] L. A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8:338–353, 1965.
- [72] R. Zeynalzadeh and A. Ghajari. A framework for project portfolio selection with risk reduction approach. *African Journal of Business Management*, 5(26):10474–10482, 2011.
- [73] Weihua Zhang and Marc Reimann. A simple augmented ϵ -constraint method for multi-objective mathematical integer programming problems. *European Journal of Operational Research*, 234(1):15 – 24, 2014.
- [74] A. Zuluaga, J. A. Sefair, and A. L. Medaglia. Model for the selection and scheduling of interdependent projects. In *Systems and Information Engineering Design Symposium, 2007. SIEDS 2007. IEEE*, pages 1–7, April 2007.