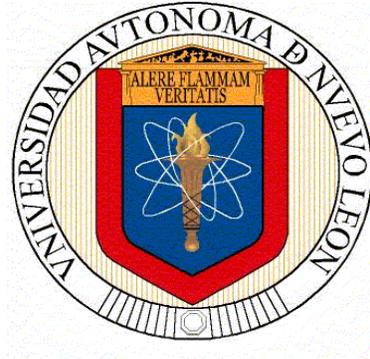


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL



**ANÁLISIS MULTIFACTORIAL DEL COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN
AXIAL DE PILAS DE MAMPOSTERÍA ELABORADAS CON BLOQUES
HUECOS DE CONCRETO**

Por

RAMÓN BALANDRANO VÁZQUEZ

**Como requisito parcial para obtener el grado de
MAESTRÍA EN CIENCIAS
con Orientación en Ingeniería Estructural**

JUNIO 2019

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL



**ANÁLISIS MULTIFACTORIAL DEL COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN
AXIAL DE PILAS DE MAMPOSTERÍA ELABORADAS CON BLOQUES
HUECOS DE CONCRETO**

Por

RAMÓN BALANDRANO VÁZQUEZ

Como requisito parcial para obtener el grado de

MAESTRÍA EN CIENCIAS con especialidad en

Ingeniería Estructural

Junio de 2019



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FIC

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
INSTITUTO DE INGENIERÍA CIVIL

DR. CÉSAR ANTONIO JUÁREZ ALVARADO
SUBDIRECTOR DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UANL
PRESENTE:

Por medio de la presente hago de su conocimiento que finalicé la revisión de Tesis con título "**ANÁLISIS MULTIFACTORIAL DEL COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN AXIAL DE PILAS DE MAMPOSTERÍA ELABORADAS CON BLOQUES HUECOS DE CONCRETO**", que presenta el **Ing. Ramón Balandrano Vázquez**, como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias con Orientación en Ingeniería Estructural, me permito informar a Usted que después de haber leído y evaluado la calidad del documento, dictamino que el mismo es **APROBADO** y la fecha del examen de grado será el 10 de Junio del 2019.

Sin otro particular por el momento, estoy a sus órdenes para cualquier duda o aclaración que considere pertinente.

Atentamente
"Alere Flammam Veritatis"
Ciudad Universitaria, 10 de Abril del 2019

DR. JORGE HUMBERTO CHÁVEZ GÓMEZ
Director de Tesis



"Educación de clase mundial,
un compromiso social"

Ave. Universidad SN Ciudad Universitaria
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México, C.P. 66451
Tel: 1442 4400 Fax: 1442 4443
<http://www.ficuanl.mx>



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FIC

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
INSTITUTO DE INGENIERÍA CIVIL

DR. CÉSAR ANTONIO JUÁREZ ALVARADO
SUBDIRECTOR DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UANL
PRESENTE:

Por medio de la presente hago de su conocimiento que finalicé la revisión de Tesis con título "**ANÁLISIS MULTIFACTORIAL DEL COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN AXIAL DE PILAS DE MAMPOSTERÍA ELABORADAS CON BLOQUES HUECOS DE CONCRETO**", que presenta el **Ing. Ramón Balandrano Vázquez**, como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias con Orientación en Ingeniería Estructural, me permito informar a Usted que después de haber leído y evaluado la calidad del documento, dictamino que el mismo es **APROBADO** y la fecha del examen de grado será el 10 de Junio del 2019.

Sin otro particular por el momento, estoy a sus órdenes para cualquier duda o aclaración que considere pertinente.

Atentamente
"Alere Flammam Veritatis"
Ciudad Universitaria, 10 de Abril del 2019



DR. JOSÉ ÁLVAREZ PÉREZ
Evaluador



"Educación de clase mundial,
un compromiso social"

Ave. Universidad S/N Ciudad Universitaria
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México. C.P. 66451
Tel: 1442 4400 Fax: 1442 4443
<http://www.ficuanl.mx>



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FIC

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
INSTITUTO DE INGENIERÍA CIVIL

DR. CÉSAR ANTONIO JUÁREZ ALVARADO
SUBDIRECTOR DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UANL
PRESENTE:

Por medio de la presente hago de su conocimiento que finalicé la revisión de Tesis con título "**ANÁLISIS MULTIFACTORIAL DEL COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN AXIAL DE PILAS DE MAMPOSTERÍA ELABORADAS CON BLOQUES HUECOS DE CONCRETO**", que presenta el **Ing. Ramón Balandrano Vázquez**, como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias con Orientación en Ingeniería Estructural, me permito informar a Usted que después de haber leído y evaluado la calidad del documento, dictamino que el mismo es **APROBADO** y la fecha del examen de grado será el 10 de Junio del 2019.

Sin otro particular por el momento, estoy a sus órdenes para cualquier duda o aclaración que considere pertinente.

Atentamente
"Alere Flammam Veritatis"
Ciudad Universitaria, 10 de Abril del 2019


DR. BERNARDO TADEO TERÁN TORRES
Evaluador



"Educación de clase mundial,
un compromiso social"

Ave. Universidad S/N Ciudad Universitaria
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México, C.P. 66451
Tel: 1442 4400 Fax: 1442 4443
<http://www.ficuanl.mx>

**ANÁLISIS MULTIFACTORIAL DEL COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN
AXIAL DE PILAS DE MAMPOSTERÍA ELABORADAS CON BLOQUES
HUECOS DE CONCRETO**

Aprobación de Tesis:

Dr. Jorge Humberto Chávez Gómez
Director de Tesis

Dr. José Álvarez Pérez
Evaluador de Tesis

Dr. Bernardo Tadeo Terán Torres
Evaluador de Tesis

Dr. Cesar Antonio Juárez Alvarado
Subdirector de Estudios de Posgrado

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue posible gracias al apoyo y confianza brindada por una gran y prestigiosa institución y a una invaluable colaboración de personas admirables a las cuales agradezco:

En primera instancia, a la Subdirección de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Nuevo León y al Instituto de Ingeniería Civil por permitirme cursar este posgrado y por apoyarme durante mi estancia.

Al personal del Departamento de Estructuras, por el gran apoyo brindado durante mi etapa de ensayos experimentales, por proveerme los recursos y las herramientas necesarias para realizar esa parte esencial de la presente investigación.

A mi asesor de tesis, el Dr. Jorge Humberto Chávez Gómez, por haberme brindado su ayuda, su dedicación, su asesoramiento, además de sus conocimientos y consejos muy valiosos para culminar esta investigación.

Un especial reconocimiento al Dr. José Álvarez Pérez y a la Dra. Milena Mesa Lavista, por su gran pasión y dedicación a la ciencia, por su asesoramiento y participación, que fue de suma importancia en la elaboración de este proyecto.

Dejaron en mí una gran motivación para seguir buscando más respuestas en la ingeniería estructural.

A mis papás, por ser los principales admiradores de mi trabajo y darme el apoyo en los momentos complicados. Gracias a ellos por cada día confiar y creer en mí.

A mi novia, por vivir de cerca todo este proceso, brindándome su apoyo moral y comprensión en todo momento.

Gracias a la vida, por brindarme los tiempos correctos para que todo esto fuera posible.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE TABLAS	v
LISTA DE FIGURAS	ix
GLOSARIO	xiii
RESUMEN	xvi
CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN Y DISEÑO METODOLÓGICO	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Hipótesis de investigación	5
1.3 Justificación.....	5
1.4 Objetivos.....	6
1.4.1 Objetivo general.....	6
1.4.2 Objetivos específicos	6
1.4.3 Tareas de investigación:	7
1.5 Alcances de la investigación	8
CAPÍTULO 2 ESTADO DEL CONOCIMIENTO ACTUAL SOBRE LA MODELACIÓN FÍSICO-MATEMÁTICA EN ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA.....	9
2.1 Introducción.....	9
2.2 Sistemas estructurales de muros de mampostería	10
2.2.1 Códigos de diseño de estructuras de mampostería	11

2.3 Estudios experimentales en mampostería.....	19
2.4 Estudios numéricos en mampostería.....	25
2.4.1 Micro-modelos	25
2.4.2 Macro-modelos y modelos simplificados.....	29
2.5 Comentarios finales	31
CAPÍTULO 3 ESTUDIO EXPERIMENTAL.....	33
3.1 Descripción general	33
3.2 Materiales y equipos de prueba.....	33
3.3 Especímenes	34
3.3.1 Mortero	35
3.3.2 Bloques huecos de concreto	36
3.3.3 Pilas	38
3.4 Método experimental	40
3.4.1 Mortero	40
3.4.1.1 Ensaye a Compresión	41
3.4.1.2 Ensaye a tensión.....	43
3.4.2 Bloques huecos de concreto	44
3.4.3 Pilas	47
3.4.4 Módulo de elasticidad	49
3.4.5 Promedio de las gráficas esfuerzo deformación	51

3.5 Análisis de los resultados	52
3.5.1 Comportamiento a compresión del mortero.....	52
3.5.2 Comportamiento a tensión del mortero	54
3.5.3 Comportamiento a Compresión de Bloques Huecos de Concreto	56
3.5.4 Comportamiento a compresión de las pilas.....	59
3.6 Comentarios finales	62
CAPÍTULO 4 MODELOS MATEMÁTICOS Y DISEÑO ESTADÍSTICO DE EXPERIMENTOS.....	63
4.1 Introducción.....	63
4.2 Relaciones constitutivas.....	63
4.2.1 Relación constitutiva del material a tensión uniaxial	68
4.2.1.1 Criterio de energía de fractura (Relación post-falla)	69
4.2.2 Relación constitutiva del material a compresión uniaxial	71
4.2.3 Modelo analítico de Feenstra	72
4.3 Descripción del modelo numérico	74
4.4 Calibración numérica.....	75
4.5 Construcción del diseño estadístico de experimentos.....	86
4.6 Modelos de regresión	92
4.6.1 Modelo matemático del esfuerzo máximo a compresión.....	97
4.6.2 Modelo matemático del módulo de elasticidad.....	120

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 141

 Conclusiones 141

 Recomendaciones 142

BIBLIOGRAFÍA..... 144

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Resistencia a compresión para diseño de la mampostería de piezas de concreto, f_m' sobre área bruta [15].	13
Tabla 2. Resistencia a compresión para diseño de la mampostería de piezas de arcilla, f_m' sobre área bruta [15].	13
Tabla 3 Proporcionamientos, en volumen, recomendados para un mortero dosificado en la obra ¹	14
Tabla 4. Determinación del módulo de elasticidad E_m a partir de la resistencia de diseño a compresión [15].	15
Tabla 5. Valor del módulo de elasticidad E_m para piezas de arcilla y concreto [26].	16
Tabla 6. Dimensiones de especímenes de ensaye a compresión de mampostería [34].	18
Tabla 7. Propiedades de bloques huecos de concreto.	37
Tabla 8. Características geométricas de la pila.	39
Tabla 9. Factores correctivos por la esbeltez de las pilas.	40
Tabla 10. Propiedades del mortero en compresión.	52
Tabla 11. Propiedades del mortero en tensión.	55
Tabla 12. Propiedades de los bloques huecos de concreto a compresión.	57
Tabla 13. Resultados de las pilas a compresión.	59
Tabla 14. Parámetros plásticos.	68
Tabla 15. Valores base de energía de fractura en función del agregado [45].	70
Tabla 16. Valores de energía de fractura [45].	71
Tabla 17. Valores de energía de fractura y máximo agrietamiento para el modelo constitutivo a tensión en mortero y bloque hueco de concreto.	71
Tabla 18. Análisis de malla y del tipo de elemento finito.	86
Tabla 19. Parámetros de distribución uniforme.	88
Tabla 20 Parámetros de distribución determinista	88

Tabla 21. Parámetros de distribución normal.....	88
Tabla 22. Combinación de variables para los resultados máximo y mínimo del esfuerzo a compresión.....	91
Tabla 23. Combinación de variables para resultado máximo y mínimo del módulo de elasticidad.	91
Tabla 24. Información para regresión multivariada.....	93
Tabla 25. Análisis de varianza del modelo matemático de 1 ^{er} grado del esfuerzo máximo f_m'	97
Tabla 26 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 1 ^{er} grado del esfuerzo máximo f_m'	98
Tabla 27. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 1 ^{er} grado del esfuerzo máximo f_m'	98
Tabla 28. Nomenclatura de factores.....	99
Tabla 29. Análisis de varianza del modelo matemático de 2 ^{do} grado del esfuerzo máximo f_m'	100
Tabla 30 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 2 ^{do} grado del esfuerzo máximo f_m'	101
Tabla 31. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 2 ^{do} grado del esfuerzo máximo f_m'	102
Tabla 32. Análisis de varianza del modelo matemático de 3 ^{er} grado del esfuerzo máximo f_m'	103
Tabla 33 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 3 ^{er} grado del esfuerzo máximo f_m'	105
Tabla 34. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 3 ^{er} grado del esfuerzo máximo f_m'	106
Tabla 35. Parámetros estadísticos de modelos matemáticos del esfuerzo máximo f_m'	108
Tabla 36. Pruebas de normalidad para los modelos matemáticos del esfuerzo máximo f_m' ..	110

Tabla 37. Análisis de varianza del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo fm'	115
Tabla 38. Parámetros estadísticos del modelo simplificado del esfuerzo máximo fm'	115
Tabla 39. Coeficientes de regresión del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo fm'	116
Tabla 40. Pruebas de normalidad del modelo simplificado del esfuerzo máximo.	118
Tabla 41. Análisis de varianza del modelo matemático de 1 ^{er} grado del módulo de elasticidad Em	121
Tabla 42 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 1 ^{er} grado del módulo de elasticidad Em	121
Tabla 43. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 1 ^{er} grado del módulo de elasticidad Em	122
Tabla 44. Análisis de varianza del modelo matemático de 2 ^{do} grado del módulo de elasticidad Em	123
Tabla 45 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 2 ^{do} grado del módulo de elasticidad Em	124
Tabla 46 Coeficientes de regresión del modelo matemático de 2 ^{do} grado del módulo de elasticidad Em	124
Tabla 47. Análisis de varianza del modelo matemático de 3 ^{er} grado del módulo de elasticidad Em	126
Tabla 48 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 3 ^{er} grado del módulo de elasticidad Em	127
Tabla 49. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 3 ^{er} grado del módulo de elasticidad Em	128
Tabla 50. Parámetros estadísticos de modelos matemáticos del módulo de elasticidad Em . ..	130
Tabla 51. Pruebas de normalidad para los modelos matemáticos del módulo de elasticidad. ..	131
Tabla 52. Análisis de varianza del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad Em	135

Tabla 53. Parámetros estadísticos del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad E_m	136
Tabla 54. Coeficientes de regresión del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad E_m	136
Tabla 55. Pruebas de normalidad del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad E_m	138

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Mampostería: a) Bloques huecos de concreto, b) Ladrillo rojo recocido.....	2
Figura 2. Ensayes experimentales: a) Pila a compresión axial, b) Murete a compresión diagonal, c) Muro ante carga lateral.	3
Figura 3. Pila para prueba en compresión [15].	12
Figura 4. Construcción de pilas de mampostería acorde a la ASTM-C-1314 [32].	16
Figura 5. Espécimen de mampostería acorde con la norma EN 1052-1 [34].	17
Figura 6 Discontinuidades presentes en la interface bloque/mortero [35].	20
Figura 7 Inestabilidad generada en ensayos a compresión en pilas.	23
Figura 8 Comportamiento de la mampostería bajo cargas de compresión uniaxial [35].	24
Figura 9. Muestreo de mortero: a) cubos, b) briquetas.	35
Figura 10. Bloques huecos de concreto.	36
Figura 11. Cabeceo de bloques.	37
Figura 12. Elaboración de las pilas.	38
Figura 13. Cabeceo de pilas.	39
Figura 14. Ensaye de cubo de mortero a compresión.	41
Figura 15. Ensaye de briqueta de mortero a tensión.	43
Figura 16. Ensaye de bloque a compresión.	45
Figura 17. Método experimental: a) Ensaye a compresión de pila, b) Adquisidor de datos “National Instrument”.....	48
Figura 18. Determinación del módulo de elasticidad E_m	50
Figura 19. Puntos promedio de gráficas esfuerzo-deformación.	51
Figura 20. Gráfica esfuerzo deformación de mortero a compresión.	53
Figura 21. Patrón de agrietamiento en los cubos de mortero.	54
Figura 22. Gráfica esfuerzo deformación del mortero a tensión.	55

Figura 23. Patrón de agrietamiento en briquetas de mortero.	56
Figura 24. Gráfica esfuerzo deformación de bloques huecos de concreto a compresión.	58
Figura 25. Patrón de agrietamiento en bloques huecos de concreto.	59
Figura 26. Gráfica esfuerzo deformación de pilas de mampostería a compresión.	60
Figura 27. Patrón de agrietamiento en pilas.	61
Figura 28 Superficie de plastificación en el plano desviador según valores de K_c	66
Figura 29 Superficie de plastificación en esfuerzo plano.	67
Figura 30. Relación constitutiva en tensión del material [3].	68
Figura 31. Curva de energía esfuerzo-fractura post-falla [3].	69
Figura 32. Relación constitutiva en compresión del material [3].	72
Figura 33. Modelos numéricos, a) Bloque hueco de concreto, b) Junta de mortero.	75
Figura 34. Modelos numéricos a) Bloque hueco de concreto, b) Cubo de mortero.	76
Figura 35. Principales deformaciones plásticas equivalentes (PEEQ), a) Bloque hueco de concreto, b) Cubo de mortero.	77
Figura 36 Calibración numérica en cubo de mortero.	78
Figura 37 Calibración numérica en bloque hueco de concreto.	78
Figura 38. Análisis de fluencia en el modelo numérico del cubo de mortero.	79
Figura 39. Análisis de fluencia en el modelo numérico de bloque hueco de concreto.	80
Figura 40. Modelo numérico de pila.	80
Figura 41. Interacción: a) Superficie esclava, b) superficie maestra, c) zona de interacción.	81
Figura 42. Condiciones de frontera en el modelo numérico de pila.	83
Figura 43. Principales deformaciones plásticas equivalentes (PEEQ) en la pila.	84
Figura 44. Calibración numérica en pila.	85
Figura 45. Análisis de malla y tipo de elemento finito en modelo numérico de pila.	85
Figura 46. Planteamiento de diseño experimental.	89
Figura 47. Resultados de diseño experimental.	90
Figura 48. Método para la obtención de los modelos matemáticos.	95

Figura 49. Diagrama de Pareto del modelo del modelo matemático de 1 ^{er} grado del esfuerzo máximo f_m'	99
Figura 50. Diagrama de Pareto del modelo matemático de 2 ^{do} grado del esfuerzo máximo f_m'	103
Figura 51. Diagrama de Pareto del modelo matemático de 3 ^{er} grado del esfuerzo máximo f_m'	107
Figura 52. Residuos de modelos matemáticos del esfuerzo máximo f_m'	109
Figura 53. Histogramas de modelos matemáticos del esfuerzo máximo f_m'	111
Figura 54. Gráficos P-P de normalidad de modelos matemáticos del esfuerzo máximo f_m' ..	113
Figura 55. Errores relativos de modelos matemáticos del esfuerzo máximo f_m'	113
Figura 56. Diagrama de Pareto del modelo matemático simplificado f_m'	117
Figura 57. Influencia de los parámetros del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo f_m'	117
Figura 58. Residuos del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo f_m'	118
Figura 59. Histograma del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo f_m'	119
Figura 60. Gráfico P-P de normalidad del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo f_m'	119
Figura 61. Errores relativos del modelo simplificado del esfuerzo máximo f_m'	120
Figura 62. Diagrama de Pareto del modelo matemático de 1 ^{er} grado del módulo de elasticidad E_m	122
Figura 63. Diagrama de Pareto del modelo matemático de 2 ^{do} grado del módulo de elasticidad E_m	125
Figura 64. Diagrama de Pareto del modelo matemático de 3 ^{er} grado del módulo de elasticidad E_m	129
Figura 65. Residuos de modelos matemáticos del módulo de elasticidad E_m	130
Figura 66. Histogramas de los modelos matemáticos del módulo de elasticidad E_m	132
Figura 67. Gráficos P-P de normalidad de modelos matemáticos del módulo de elasticidad E_m	134

Figura 68. Errores relativos en modelos matemáticos del módulo de elasticidad E_m	134
Figura 69. Diagrama de Pareto del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad E_m	137
Figura 70. Influencia de los parámetros del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad E_m	137
Figura 71. Residuos del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad E_m	138
Figura 72. Histograma del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad E_m	139
Figura 73. Gráfico P-P de normalidad del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad E_m	139
Figura 74. Errores relativos del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad E_m	140

GLOSARIO

A	Área, cm ²
ACI	American Concrete Institute
$ASCE$	American Society of Civil Engineers
$ANOVA$	Analysis of Variance
$ASTM$	American Society of Testing Materials
α, β, γ	Parámetros adimensionales
$BRSMS$	Building Code Requirements and Specification for Masonry Structures
β_j	Coefficientes de regresión
β_0	Intersección del plano
CAE	Complete Abaqus Environment
CDP	Concrete Damaged Plasticity
CPC	Cemento Portland Compuesto
$C3D20R$	Continuum de 3 Dimensiones de 20 nodos con integración reducida
$C3D8R$	Continuum de 3 Dimensiones de 8 nodos con integración reducida
$\Delta tiempo$	Intervalo de tiempo, seg.
DW	Durbin-Watson
d_c	Variable de degradación isotrópica escalar en compresión
d_t	Variable de degradación isotrópica escalar en tensión
δ	Desplazamiento, mm.
ϵ	Parámetro de excentricidad
ϵ	Error aleatorio
ϵ	Deformación unitaria, mm/mm
E_{cm}	Módulo de Young de mortero a compresión, MPa.
E_m	Módulo de Young de pila a compresión, MPa.
E_p	Módulo de Young de bloque hueco de concreto, MPa.
E_{tm}	Módulo de Young de mortero a tensión, MPa.
$\tilde{\epsilon}_c^{pl}$	Deformación plástica equivalente en compresión, mm/mm
$\tilde{\epsilon}_c^{el}$	Deformación elástica equivalente en compresión, mm/mm
$\tilde{\epsilon}_c$	Deformación en compresión, mm/mm
$\tilde{\epsilon}_t^{pl}$	Deformación plástica equivalente en tensión, mm/mm
$\tilde{\epsilon}_t^{el}$	Deformación elástica equivalente en tensión, mm/mm

$\tilde{\varepsilon}_t$	Deformación en tensión, mm/mm
f'_{cm}	Esfuerzo de compresión uniaxial del mortero, MPa.
f_{cm}^*	Esfuerzo de diseño a compresión del mortero, MPa.
f'_{cp}	Esfuerzo de compresión uniaxial de bloque de concreto hueco, MPa.
f_{cp}^*	<u>Esfuerzo</u> de diseño a compresión de bloque de concreto hueco, MPa.
$\overline{f_{cm}}$	Esfuerzo medio a compresión del mortero
$\overline{f_{cp}}$	Esfuerzo medio a compresión de la pieza
f'_m	Esfuerzo de diseño a compresión uniaxial de la mampostería, MPa.
f_m^*	Esfuerzo de diseño a compresión de la mampostería, MPa.
$\overline{f_m}$	Esfuerzo medio a compresión de la mampostería, kgf/cm ²
f'_{tm}	Esfuerzo de tensión uniaxial del mortero, MPa.
f_{tm}^*	Esfuerzo de diseño a tensión del mortero, MPa.
$\overline{f_{tm}}$	Esfuerzo medio a tensión del mortero
f'_{tp}	Esfuerzo de tensión uniaxial de bloque de concreto hueco, MPa.
G_f	Energía de fractura
h	Espesor de junta de mortero, en mm.
k_c	Relación del segundo invariante de esfuerzo en el meridiano de tensión
L	Función de mínimos cuadrados
LVDT	Linear Variable Differential Transformer
l_o	Longitud instrumentada, mm.
μ	Coefficiente de fricción
MEF	Método del Elemento Finito
NTCM	Normas Técnicas Complementarias de Mampostería
ONNCCE	Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación, S.C.
P	Carga máxima, kgf
p	Presión de contacto, kgf
ρ_b	Densidad de bloques huecos de concreto, kg/cm ³
ρ_m	Densidad del mortero, kg/cm ³
PEEQ	Principales deformaciones plásticas equivalentes
PEMA	Porcentaje de Error Medio Absoluto
R^2	Coefficiente de determinación
R^2_{ajus}	Coefficiente de determinación ajustado
SPSS	Statistical Package for the Social Sciences
SEI	Structural Engineering Institute
σ	Esfuerzo, kgf/cm ²

σ_c	Esfuerzo de compresión, kgf/cm ²
σ_{c0}	Esfuerzo máximo de compresión, kgf/cm ²
σ_t	Esfuerzo de tensión, kgf/cm ²
σ_{t0}	Esfuerzo máximo de tensión, kgf/cm ²
<i>TMS</i>	The Masonry Society
U_{t0}	Agrietamiento, mm.
ν	Coeficiente de Poisson de pilas.
ν_m	Coeficiente de Poisson del mortero.
ν_p	Coeficiente de Poisson de bloque hueco de concreto.
x_j	Variables independientes
Y	Variable de respuesta
ψ	Ángulo de dilatación

RESUMEN

Ramón Balandrano Vázquez

Candidato para el grado de Maestría en Ciencias

Con Orientación en Ingeniería Estructural.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

Título del estudio:

ANÁLISIS MULTIFACTORIAL DEL COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN AXIAL DE PILAS DE MAMPOSTERÍA ELABORADAS CON BLOQUES HUECOS DE CONCRETO

En esta investigación se estudió el comportamiento a compresión uniaxial de mampostería elaborada con bloques¹ huecos de concreto, utilizados en el estado de Nuevo León, México. El estudio se desarrolló utilizando la técnica experimental, en combinación con las técnicas de micro-modelación numérica

¹ Pieza de mampostería que puede ser macizo, multiperforado o hueco.

detallada. La simulación del comportamiento de los modelos numéricos se realizó mediante la técnica de solución denominada: *método del elemento finito* (MEF).

La caracterización del comportamiento estructural de la mampostería y sus componentes (piezas y mortero), se realizó siguiendo los procedimientos establecidos por el Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación, S.C. (ONNCCE) [1] y la *American Society for Testing and Materials* (ASTM) [2].

La micro-modelación numérica detallada de la mampostería como material compuesto, se desarrolló mediante la calibración físico-numérica de sus componentes (piezas y mortero), empleando el modelo constitutivo de Plasticidad Dañada del Concreto (*Concrete Damaged Plasticity*) [3] integrado mediante el uso de la información experimental para el ajuste del modelo numérico. El programa computacional denominado ABAQUS CAE [4] se utilizó para los procesos de modelación y simulación.

Adicionalmente, se realizó un análisis de sensibilidad de parámetros. Esto mediante el uso de la estadística inferencial, con la construcción de un diseño experimental para el estudio de los efectos individuales y sus relaciones, aplicando un diseño multifactorial (3^5). La información obtenida del *diseño de experimentos* se usó para la elaboración y optimización de los modelos matemáticos, mediante los cuales se estimó el esfuerzo a la compresión de la mampostería (f'_m) y el módulo de elasticidad (E_m).

Contribuciones y Conclusiones:

En la presente investigación, un micro-modelo tridimensional fue calibrado y validado mediante la técnica experimental. El modelo sirvió para el estudio del esfuerzo a la compresión (f'_m) y el módulo de elasticidad (E_m).

Se elaboró un análisis estadístico multifactorial, que incluyó una investigación de la influencia individual y la interacción entre los parámetros mecánicos de los materiales que componen la mampostería.

Se obtuvo un grupo de nuevas expresiones matemáticas para la estimación del esfuerzo máximo a compresión de la mampostería (f'_m) y el módulo de elasticidad (E_m). Ambos parámetros son fundamentales en el análisis y diseño de estructuras de mampostería. Estas expresiones se fundamentan en el estudio estadístico, con la aplicación de la técnica de regresión multivariada.

Se pudo comprobar que los parámetros más influyentes en la respuesta del esfuerzo máximo a compresión de la mampostería (f'_m) son: los esfuerzos a compresión (f'_{cp}) y a tensión del bloque hueco de concreto (f'_{tp}) y el espesor del mortero (h). En cuanto a los parámetros más influyentes en el módulo de elasticidad, son los siguientes: el esfuerzo a compresión del bloque hueco de concreto (f'_{cp}) y el esfuerzo a tensión del mortero (f'_{tm}). Estas conclusiones se fundamentan en los resultados del análisis de sensibilidad realizado junto a los diagramas de Pareto y técnicas de optimización.

Firma del director de tesis:

Dr. Jorge Humberto Chávez Gómez.

Firma del evaluador

Dr. José Álvarez Pérez

Firma del evaluador

Dr. Bernardo Tadeo Terán
Torres

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN Y DISEÑO METODOLÓGICO

1.1 Antecedentes

La mampostería es un material de construcción elaborado con dos componentes básicos: piezas individuales y mortero para su unión. Las piezas de mampostería para uso estructural son aquellas que cuentan con las propiedades mecánicas necesarias para construir un muro estructural (espesor mínimo de 100 mm). Este muro deberá ser capaz de resistir acciones gravitacionales y accidentales (sismo, viento, etc.) [5]. Estas piezas pueden ser de piedras naturales (areniscas, basaltos, granito, etc.) o artificiales (arcillas, concreto, silicio de calcáreo, etc.). El mortero empleado en la unión de las piezas se elabora con arena, agua y cementantes hidráulicos [6].

En las distintas regiones del mundo este material de construcción ha tenido gran importancia en la construcción de edificios de mediana y baja altura, debido a su bajo costo y facilidad de colocación de las piezas. La mampostería, al contar con distintas opciones de tipos de piezas, brinda la capacidad de crear una amplia variedad de configuraciones arquitectónicas y servir de soporte como sistema estructural (Fig. 1). Las diferencias regionales en los materiales utilizados y los procesos de fabricación de las piezas de mampostería hacen que las

distintas técnicas constructivas no sean directamente transferibles de un país a otro [7].

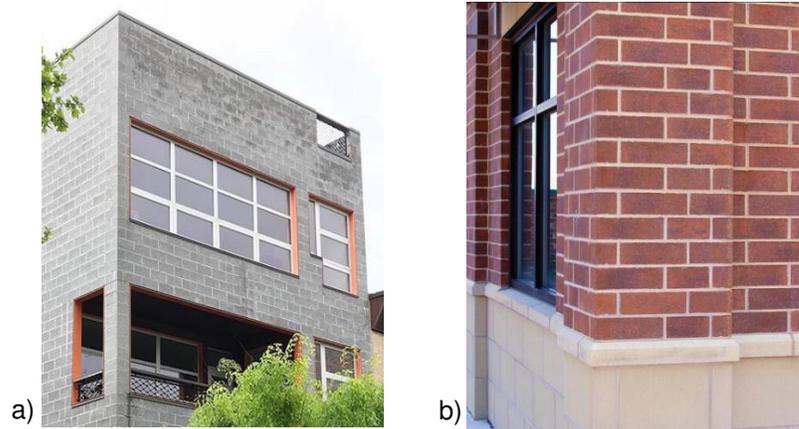


Figura 1. Mampostería: a) Bloques huecos de concreto, b) Ladrillo rojo recocido.

En muchas aplicaciones ingenieriles, la mampostería es comúnmente usada para resistir cargas gravitacionales y laterales en los muros. La resistencia de estos muros está regida principalmente por el esfuerzo a la compresión de las piezas, la calidad de la mano de obra y el mortero utilizado [8].

Las investigaciones referentes a este tipo de material se han realizado mediante dos herramientas fundamentales: modelos físicos-experimentales y modelos matemáticos. Los estudios con modelos físicos-experimentales han tenido el propósito principal de predecir el comportamiento de la mampostería, bajo cargas de compresión uniaxial, mediante la formulación de expresiones empíricas [8–10].

Por otra parte, los estudios con modelos matemáticos han sido formulados con distintos grados de complejidad, condicionados por las hipótesis asumidas

referentes al comportamiento mecánico de la mampostería como material compuesto. En la práctica profesional es común el uso de macro-modelos simplificados, utilizando elementos tipo *barra*. Estas *barras* son similares a las empleadas para la modelación de las estructuras reticulares [11]. Este tipo de modelo tiene el inconveniente de considerar al muro como un elemento homogéneo con propiedades promedio, despreciando las interacciones entre sus componentes: piezas, mortero, elementos de confinamiento, etc.

En México se han desarrollado estudios experimentales desde la década de los 60's (siglo 20), utilizando ensamblajes básicos de mampostería como las pilas y los muretes, además de ensayos de muros a escala natural (Fig. 2), realizados por algunos investigadores, i.e., Luis Esteva [12], Roberto Meli [13] y G. Reyes [14]. Los resultados de estas investigaciones fueron parte importante en la elaboración de los primeros reglamentos de diseño de estructuras de mampostería de la Ciudad de México, hoy en día las Normas Técnicas Complementarias de Mampostería (NTCM) [15].

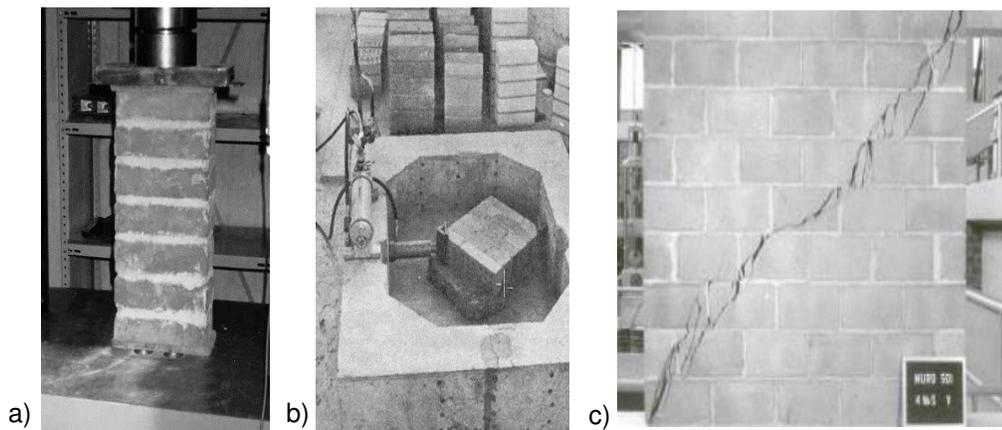


Figura 2. Ensayos experimentales: a) Pila a compresión axial, b) Murete a compresión diagonal, c) Muro ante carga lateral.

En años más recientes se han realizado investigaciones de pilas, muretes y muros de mampostería utilizando el MEF, a partir de propuestas de relaciones constitutivas del material, con propiedades elásticas isotrópicas [16,17]. Orduña [17] modeló la mampostería con un criterio de fluencia combinado de Von Mises para compresión y de Rankine, para tensión. Además, se incluyó el ablandamiento a compresión y a tensión, haciendo una calibración de dichos parámetros. Lizárraga y Lizárraga y Pérez-Gavilán [18,19] utilizaron modelos de plasticidad en su formulación con el MEF, para simular el comportamiento de los muros ante cargas laterales, hasta alcanzar la falla. Utilizaron un modelo de material homogéneo equivalente, por medio del criterio de falla Drucker-Prager.

Es conocido que para definir los parámetros que utilizan los modelos no lineales de elementos finitos es necesario realizar pruebas de laboratorio (pruebas de compresión y tensión). Las propiedades mecánicas que se han obtenido en la Ciudad de México y Monterrey [13,20,21] se refieren a la resistencia máxima a la compresión axial de las pilas y los muretes, realizándose también ensayos de muretes a compresión diagonal. Sin embargo, la captura de información posterior a la carga máxima es compleja y pocos resultados experimentales describen esta etapa de ablandamiento.

En este contexto, a pesar de la gran cantidad de datos experimentales existentes y enfoques teóricos para el estudio de la mampostería, éstos resultan limitados a la región geográfica donde se realizaron los estudios. Debido a la ausencia de expresiones propias de la mampostería hueca de la región de Nuevo León, la presente investigación estudia el comportamiento a compresión axial de

pilas de mampostería, utilizando la combinación de la técnica experimental, la micro-modelación numérica y el análisis estadístico. Esto con el propósito de formular expresiones que permitan estimar valores más confiables para el diseño de mampostería hueca de concreto de esta región de México.

1.2 Hipótesis de investigación

La elaboración de un estudio estadístico multifactorial permitirá establecer expresiones matemáticas para la estimación del esfuerzo a compresión (f'_m) y el módulo de elasticidad (E_m) en estructuras de mampostería elaboradas en la región de Nuevo León, México, con base en un micro-modelo numérico tridimensional, calibrado a partir de la técnica experimental y considerando las propiedades físico-mecánicas de los materiales componentes.

1.3 Justificación

Se han desarrollado muchas y diversas investigaciones en la mampostería como material de construcción en todo el mundo, pero debido a la heterogeneidad de los materiales que componen la mampostería, resulta complejo establecer una generalización constitutiva globalmente. En ese sentido, en este proyecto de investigación se combinaron la técnica experimental (calibración y validación), el micro-modelado numérico tridimensional (MEF), y la estadística inferencial (diseño de experimentos) para la elaboración de modelos matemáticos (regresión multivariada), aplicables a los materiales utilizados regionalmente, de manera que sea lícito estimar el comportamiento a compresión axial de la mampostería de la región de Nuevo León, México.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Estudiar el comportamiento a compresión uniaxial en la mampostería elaborada con piezas huecas de bloques de concreto ahuecado, mediante el empleo de las técnicas de la micro-modelación numérica tridimensional, para establecer expresiones de diseño que respondan a las exigencias estructurales de la región.

1.4.2 Objetivos específicos

- Determinar el comportamiento a compresión de las pilas de mampostería, caracterizándolo mediante la obtención de las curvas esfuerzo-deformación de sus materiales componentes, a través del empleo de los ensayos de laboratorios correspondientes.
- Construir modelos numéricos con alto grado de no linealidad (Constitutiva, geométrica, interfaces y condiciones de apoyos), mediante el empleo de la técnica de la micro-modelación numérica.
- Calibrar y validar las distintas etapas del micro-modelado detallado (3D), mediante el empleo de la técnica experimental.
- Construir un diseño de experimentos completo, teniendo en cuenta la interacción de las principales variables que intervienen en la respuesta a compresión de las pilas de mampostería.

- Obtener los modelos matemáticos para estimar el esfuerzo a compresión (f'_m) y el módulo de elasticidad (E_m) de la mampostería hueca de concreto.

1.4.3 Tareas de investigación:

- Recopilación de antecedentes experimentales y numéricos sobre el comportamiento de la mampostería.
- Identificar los modelos físico-experimentales empleados en la caracterización del comportamiento a compresión de la mampostería.
- Construcción de pilas de mampostería elaboradas con bloques huecos de concreto.
- Realización de ensayos experimentales para la caracterización de los materiales.
- Elaboración del micro-modelo numérico (3D) mediante el software ABAQUS/CAE [4], introduciendo información obtenida de los ensayos experimentales.
- Selección del modelo constitutivo del material apropiado para la simulación del comportamiento no lineal de los componentes de la mampostería.
- Análisis de tamaño, configuración de la malla y el tipo de elemento finito usado para las simulaciones numéricas.
- Planteamiento y elaboración de diseño de experimentos.
- Formulación de modelos matemáticos empleando análisis de regresión multivariado.

- Evaluación y simplificación de modelos matemáticos para la estimación del esfuerzo máximo a la compresión (f'_m) y módulo de elasticidad (E_m)
- Escritura de esta disertación.

1.5 Alcances de la investigación

- Esta investigación se realiza en mampostería *simple*, definida como la unión de piezas mediante mortero, sin la interacción con elementos confinantes. El modelo físico-experimental implementado para el estudio del comportamiento a compresión, es el establecido por el Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación (ONCCE).
- Se estudia la mampostería fabricada con bloques huecos de concreto de doble celda, unidos mediante una junta de mortero tipo I. Los bloques miden 393 mm. x 193 mm. x 144 mm. (largo x alto x espesor).
- El modelo físico experimental y el modelo de análisis numérico (MEF) fueron estudiados bajo cargas cuasi-estáticas.
- El modelo constitutivo de ambos materiales (bloques y mortero), es el de Plasticidad Dañada del Concreto “*Concrete Damaged Plasticity*” (CDP), añadiendo el criterio de energía para la modelación post-falla a tensión.

CAPÍTULO 2

ESTADO DEL CONOCIMIENTO ACTUAL SOBRE LA MODELACIÓN FÍSICO-MATEMÁTICA EN ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA.

2.1 Introducción

En el pasado, la evaluación global del esfuerzo máximo a la compresión (f'_m) y el módulo de elasticidad (E_m) de la mampostería se estudiaban mayoritariamente por la experimentación de muretes y pilas en el laboratorio. Los resultados obtenidos mediante ensayos de modelos físico-experimentales suelen ser costosos y, en ocasiones, es muy difícil controlar el grado de dispersión en cuanto a la respuesta estructural de los especímenes ensayados [22–24]. Además, es necesario contar con una gran cantidad de especímenes para tener una estimación de parámetros confiable.

Los códigos de diseño de estructuras de mampostería nacionales e internacionales actuales [15,25,26], emplean relaciones semi-empíricas para la estimación de la resistencia a la compresión, en lugar de enfoques teóricos simplificados [27]. En un intento por superar estas dificultades, las técnicas de modelación junto al análisis estadístico y probabilístico han ganado popularidad y eficiencia en los últimos años [27–29].

El uso de modelos probabilísticos ha contribuido al estudio del comportamiento a compresión de la mampostería (muretes y pilas). Sin embargo, no han podido abarcar toda la variedad existente de piezas, mortero y tipologías constructivas realizadas con base en este material. Por otro lado, disponer de expresiones analíticas (modelos de regresión) para calcular el módulo de elasticidad (E_m) y la resistencia máxima a la compresión (f'_m) de los muros de mampostería, que tengan en cuenta las propiedades físico-mecánicas de los materiales de la región, conducirá a un alto nivel de confiabilidad en la evaluación estructural.

2.2 Sistemas estructurales de muros de mampostería

De acuerdo con la forma en que están contruidos y a la función que adoptan dentro de una estructura, los sistemas estructurales de mampostería se clasifican de la siguiente manera:

- Muros de mampostería simple: este tipo de muros comúnmente utilizados para bardas o delimitación de predios se construyen y posteriormente se rodean con dalas y castillos, los cuales no cumplen con el acero de refuerzo mínimo para ser considerados como muros confinados [7].
- Muros de piedras naturales: estos muros están elaborados a partir de piedras naturales unidas con mortero, comúnmente utilizados para muros de retención y en la construcción de cimentaciones[15].
- Muros confinados: estos muros se construyen y posteriormente se rodean con elementos de concreto reforzado, llamados elementos confinantes

(dadas y castillos). Los elementos confinantes proporcionan estabilidad e integridad al muro, previendo una falla frágil y protegiéndolo de una desintegración ante fuerzas laterales. Para ser considerados muros confinados, los elementos de concreto deben estar armados con la cantidad de acero mínima establecida en el reglamento [15] [30].

- Muros reforzados interiormente: este sistema estructural integra el acero de refuerzo con la mampostería. Son muros reforzados con barras corrugadas o alambra de acero, colocados en forma horizontal y vertical, anclados en los elementos de concreto[6].
- Muros diafragma: son aquellos que se encuentran rodeados en su perímetro por vigas y columnas, proporcionándoles a los marcos del edificio una mayor rigidez lateral, ante la acción de las cargas horizontales [11].

En el siguiente apartado se presentan los procedimientos y tipologías de los modelos físico-experimentales establecidos por los reglamentos nacionales [1,15] e internacionales [2,25,26] para la caracterización de las propiedades mecánicas globales de la mampostería (E_m y f'_m).

2.2.1 Códigos de diseño de estructuras de mampostería

Las Normas Técnicas Complementarias de Mampostería (NTCM) [15] son el reglamento utilizado en la ciudad de México para el cálculo estructural de la mampostería. Este reglamento establece el diseño estructural y la construcción con el uso de distintos tipos de piezas de mampostería. A su vez, las NTCM se

apoyan en el Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación (ONNCCE) [1], el cual regula los tipos de ensayos para caracterizar los materiales que componen a la mampostería (pieza y mortero) y su conjunto (pilas y muretes).

Las NTCM [15] utiliza tres procedimientos para determinar el esfuerzo máximo a compresión (f'_m) :

El primer procedimiento es el ensaye de pilas (Fig. 3), de acuerdo con la norma NMX-C-464 [31]. Las pilas son probetas formadas por al menos tres piezas sobrepuestas, con una relación altura/espesor (esbeltez) entre dos y seis.

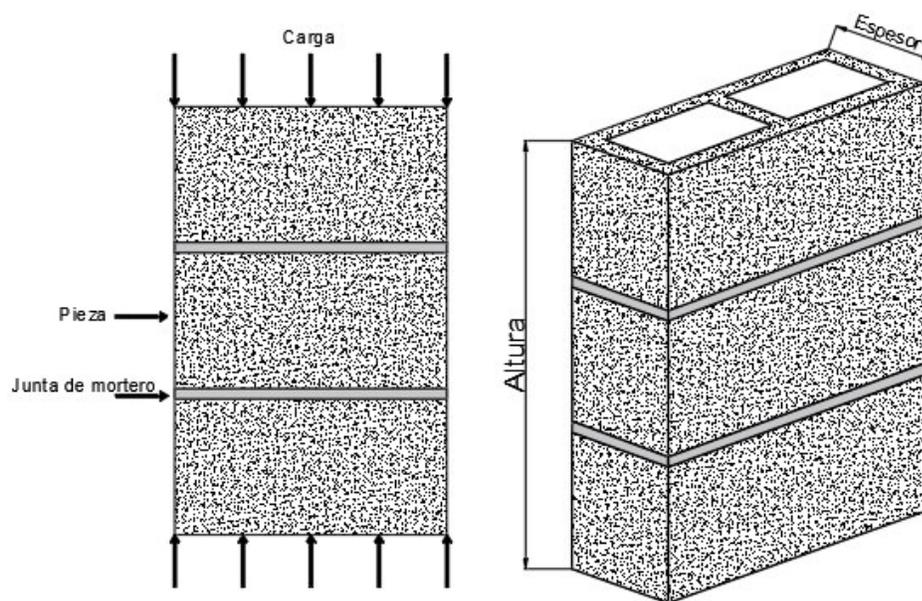


Figura 3. Pila para prueba en compresión [15].

El segundo procedimiento establece una relación entre la resistencia del diseño de las piezas (f'_p) y el mortero (Tabla 1 y 2). Para bloques con $f'_p \geq 6$ MPa ($\approx 60 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$) y para tabiques y tabicones con $f'_p \geq 10$ MPa ($\approx 100 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$), se emplean las siguientes tablas de diseño a compresión [15].

Tabla 1. Resistencia a compresión para diseño de la mampostería de piezas de concreto, (f'_m) sobre área bruta [15].

f'_p MPa ($\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$) ¹	f'_m MPa ($\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$)	
	Mortero I	Mortero II
6 (60) ²	2.5 (25)	2 (20)
7.5 (75) ²	4 (40)	3.5 (35)
10 (100)	5 (50)	4.5 (45)
15 (150)	7.5 (75)	6 (60)
≥ 20 (200)	10 (100)	9 (90)

¹Para valores intermedios de (f'_p) se interpolará linealmente para un mismo tipo de mortero.

²Sólo para el caso de piezas huecas.

Tabla 2. Resistencia a compresión para diseño de la mampostería de piezas de arcilla, (f'_m) sobre área bruta [15].

f'_p MPa ($\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$) ¹	f'_m MPa ($\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$)	
	Mortero I	Mortero II
6 (60) ²	2.5 (25)	2 (20)
7.5 (75) ²	4 (40)	3.5 (35)
10 (100)	5 (50)	4.5 (45)
15 (150)	7.5 (75)	6 (60)
≥ 20 (200)	10 (100)	9 (90)

¹Para valores intermedios de f'_p se interpolará linealmente, para un mismo tipo de mortero.

Donde el mortero tipo I y tipo II (Tabla 3) se refiere al mortero empleado en elementos estructurales y debe tener una resistencia mínima de 7.5 MPa ($75 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$).

Tabla 3 Proporcionamientos, en volumen, recomendados para un mortero dosificado en la obra¹

<i>Tipo de mortero</i>	<i>Partes de cemento hidráulico</i>	<i>Partes de cemento de albañilería</i>	<i>Partes de cal hidratada</i>	<i>Partes de arena²</i>
I	1	-	0 a $\frac{1}{4}$	3
	1	$\frac{1}{2}$	-	$4\frac{1}{2}$
II	1	-	0 a $\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
	1	1	-	6

¹ Los proporcionamientos incluidos en esta tabla son sólo indicativos, por lo que el mortero deberá tener la resistencia a compresión de diseño establecida independientemente de la dosificación que se utilice.

² El volumen de arena se medirá en estado suelto.

El tercer procedimiento establece valores de (f'_m) para edificaciones de mampostería *tipo I*, las cuales deben revisar su cumplimiento y que el mortero utilizado cumpla lo establecido en el reglamento [15].

La determinación del módulo de elasticidad (E_m) de acuerdo a las NTCM [15], se hace a través de dos procedimientos:

1) Ensaye de pilas [31], determinando su valor mediante el trazo de una línea recta entre dos puntos (recta secante); el primer punto ubicado a 0.00005 de deformación unitaria en la gráfica esfuerzo-deformación, el segundo punto ubicado en un valor del 40% del esfuerzo máximo, con su correspondiente deformación.

2) Estimación a partir de la resistencia de diseño a compresión, de la mampostería (f'_m), mediante las siguientes ecuaciones (Tabla 4):

Tabla 4. Determinación del módulo de elasticidad (E_m) a partir de la resistencia de diseño a compresión [15].

Tabiques y bloques de concreto	Cargas de corta duración	$E_m = 800 f'_m$
	Cargas sostenidas	$E_m = 350 f'_m$
Tabique de arcilla y otras piezas, excepto las de concreto	Cargas de corta duración	$E_m = 600 f'_m$
	Cargas sostenidas	$E_m = 350 f'_m$

Las cargas de corta duración refieren a la resistencia de diseño a compresión (f'_m), obtenida del ensaye de pilas. Las cargas sostenidas consideran las deformaciones por flujo plástico de las piezas y el mortero.

El reglamento de Estados Unidos de América “*Building Code Requirements and Specification for Masonry Structures*” (TMS 402-13/ACI 530-13/ASCE 5-13) [26], es empleado internacionalmente para establecer los requerimientos generales para el análisis, diseño y construcción de mampostería.

El reglamento ACI 530-13 [26] establece procedimientos similares a los establecidos en las NTCM [15]. La determinación de la resistencia a compresión de la mampostería (f'_m) se realiza en función de la resistencia de diseño de las piezas o en ensaye de pilas, de acuerdo con la ASTM-C-1314 [32].

La norma ASTM-C-1314 [32] establece la construcción de pilas con un mínimo de dos piezas y con una relación altura/espesor entre 1.3 y 5, colocando una capa de mortero completa en las juntas horizontales, con mortero representativo de la obra (Fig. 4).

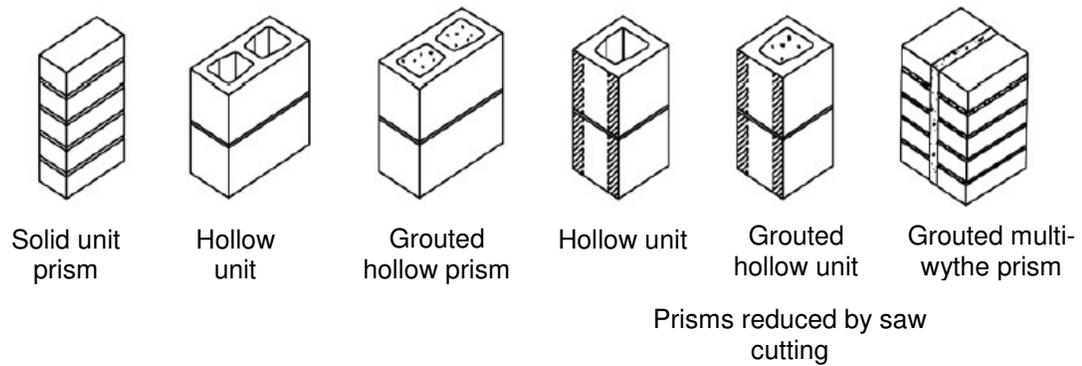


Figura 4. Construcción de pilas de mampostería acorde a la ASTM-C-1314 [32].

El módulo de elasticidad (E_m) se determina a través de dos procedimientos:

1) Ensayo de pilas [32] mediante el trazo de una recta secante entre dos puntos en la gráfica esfuerzo-deformación; el primer punto ubicado a un valor de 5% del esfuerzo máximo y el segundo punto a un valor del 33% del esfuerzo máximo [33].

2) A partir de la resistencia de diseño a compresión de la mampostería (f'_m), mediante las siguientes ecuaciones (Tabla 5):

Tabla 5. Valor del módulo de elasticidad (E_m) para piezas de arcilla y concreto [26].

$E_m = 700 f'_m$	Mampostería de arcilla
$E_m = 900 f'_m$	Mampostería de concreto

En Europa el diseño de estructuras de mampostería está regido por el “Eurocode 6: Design of Masonry Structures”[25], que establece los lineamientos para el análisis, diseño y construcción de este material compuesto

(mampostería). El reglamento sigue procedimientos similares a los códigos expuestos anteriormente, para la determinación del esfuerzo a compresión de la mampostería (f'_m), tomando como referencia el valor de resistencia de diseño a compresión de la pieza (f_b). Para la determinación experimental del esfuerzo a la compresión, se apoya en la norma Europa EN 1052-1 [34] que utiliza muretes. Estos muretes cuentan con una diferencia importante, incorporan juntas verticales, a este tipo de configuración con las piezas sobrepuestas se le conoce como configuración cuatrapeada [34] (Fig. 5).

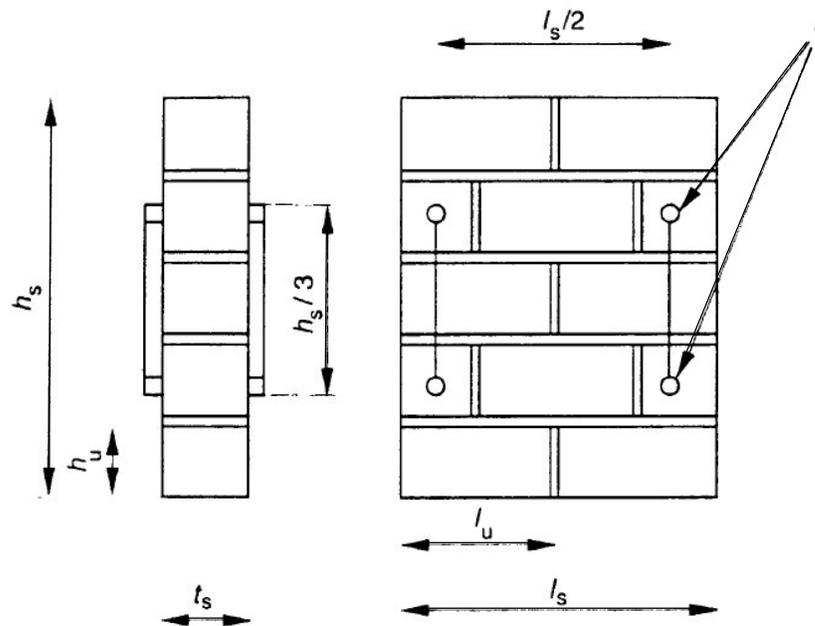


Figura 5. Espécimen de mampostería acorde con la norma EN 1052-1 [34].

Los especímenes se elaboran con las siguientes consideraciones (Tabla 6):

Tabla 6. Dimensiones de especímenes de ensaye a compresión de mampostería [34].

Dimensión de la cara de la pieza		Dimensiones del espécimen de mampostería			
$l_u(mm)$	$h_u(mm)$	Longitud (l_s)	Altura (h_s)		Espesor (t_s)
≤ 300	≤ 150	≥ (2 x l_u)	≥ 5 h_u	≥ 3 t_s , ≤ 15 t_s , ≥ l_s	≥ (t_u)
	> 150		≥ 3 h_u		
> 300	≤ 150	≥ (1.5 x l_u)	≥ 5 h_u		
	> 150		≥ 3 h_u		

En ausencia de información experimental, la norma establece la siguiente ecuación para estimar el esfuerzo máximo a compresión (Ecuación 1).

$$f'_m = K f_b^\alpha f_m^\beta \quad (1)$$

Donde (K), (α), (β) son coeficientes establecidos por los anexos nacionales del Eurocódigo 6 [25], (f_b) corresponde al valor del esfuerzo a compresión de la pieza y (f_m) al esfuerzo de compresión del mortero.

El módulo de elasticidad (E_m) se calcula a través del ensaye de muretes, determinando su valor mediante el trazo de una recta en la gráfica esfuerzo-deformación en dos puntos: el primero de ellos en un valor del 5% y el segundo en un 30% del esfuerzo máximo, con su correspondiente deformación. En ausencia de información se estima con la siguiente ecuación:

$$E_m = K_E f'_m \quad (2)$$

El valor (K_E) se recomienda tomarlo con un valor de 1,000, sin hacer distinción del tipo de pieza [25,35].

Los principales reglamentos de construcción del mundo [15,25,26] y sus especificaciones utilizan principalmente el módulo de elasticidad (E_m) y el esfuerzo máximo a la compresión (f'_m) de manera global, junto con otros

parámetros globales del macro-modelado, para evaluar el comportamiento estructural. Ambos parámetros globales se obtienen mediante la realización de modelos físico-experimentales de muretes y pilas, también conocidos como prismas de mampostería, destacando el modelo físico experimental del Eurocódigo 6, que añade juntas verticales a sus especímenes.

Las expresiones y la correlación entre el módulo de elasticidad (E_m) y el esfuerzo máximo a la compresión global (f'_m), se desarrollan fundamentalmente para piezas sólidas con las características físico-mecánicas propias de cada región del mundo. Diversas investigaciones [36,37] han indicado que existe una baja correlación en la relación del módulo de elasticidad y el esfuerzo máximo a compresión, encontrando valores mucho más bajos que los estimados por los reglamentos.

2.3 Estudios experimentales en mampostería

La mampostería al ser sometida a esfuerzos de compresión, particularmente cuando la dirección de la carga es perpendicular a las juntas horizontales (Fig. 6), cuenta con la influencia de variables tales como: la discontinuidad en las juntas horizontales, la geometría de la pieza y la junta de mortero.

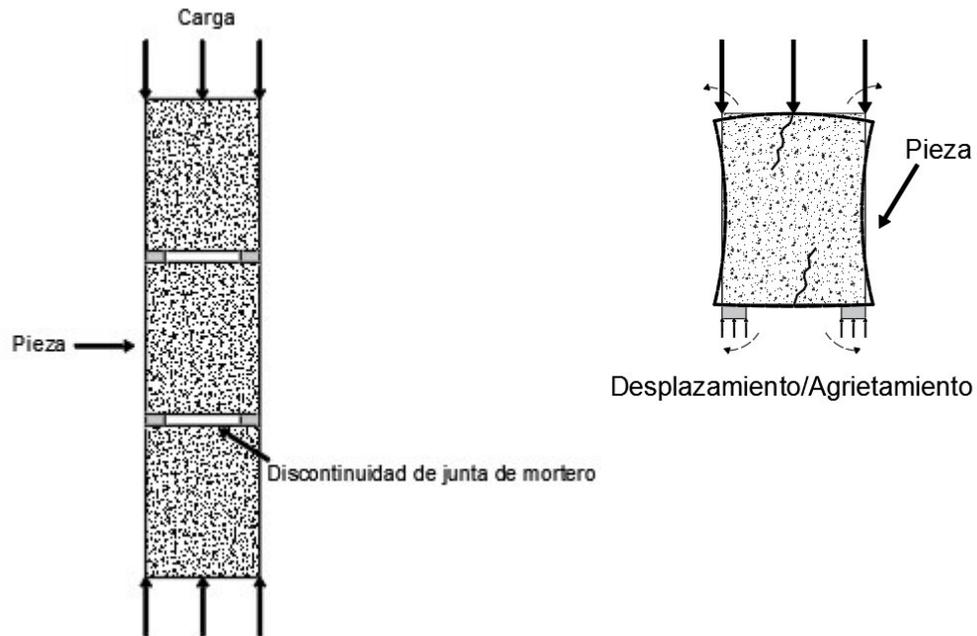


Figura 6 Discontinuidades presentes en la interface bloque/mortero [35].

El uso de juntas horizontales discontinuas (Fig. 6) influye en el esfuerzo a compresión (f'_m) y el módulo de elasticidad de la mampostería (E_m), principalmente por los esfuerzos de tensión inducidos en las unidades por este tipo de juntas. Algunos estudios reportan una reducción en el esfuerzo y la rigidez hasta en un 45%, en pilas elaboradas con piezas sólidas de arcilla [38]. Este detalle constructivo común en la práctica profesional ha sido reportado su influencia en numerosos ensayos experimentales de pilas, hechos con bloques huecos de concreto [39,40].

La combinación de piezas y juntas de mortero con una alta resistencia a la compresión tiene un impacto directo en el esfuerzo global. Sin embargo, la influencia por parte de la pieza en el comportamiento a compresión es mucho mayor que la junta de mortero. Siempre el esfuerzo a compresión individual de

las piezas es más alto que la mampostería global, debido a la existencia de juntas de mortero. Diversos estudios experimentales reportan esta conclusión [20,41,42].

Los resultados experimentales de ensamblajes de mampostería tienden a ser muy variables. La investigación llevada a cabo por Kaushik, et al. [22], en la cual realizaron ensayos en 84 pilas de bloques de concreto, reportaron un coeficiente de variación de 0.23 para el esfuerzo a la compresión (f_m^t) y de 0.34 para el módulo de elasticidad (E_m). Un estudio similar fue llevado a cabo por Brenich, et al. [43], quienes obtuvieron coeficientes de variación con valores de 0.30 para el esfuerzo a la compresión y 0.40 para el módulo de elasticidad. Estas evidencias experimentales muestran la alta dispersión de resultados en el material (mampostería), por lo que el estudio debe ser fortalecido con herramientas numéricas que tomen en cuenta esta variabilidad en la estimación de la resistencia.

Durante la XV Conferencia Internacional de Mampostería de Ladrillo y Bloque, en el año 2012, llevada a cabo en Brasil, se presentó un trabajo por Mauro Santos et al. [44]. Este trabajo tenía como objetivo el estudio de la influencia en el comportamiento estructural a compresión axial de dos tipos de mortero, en pilas elaboradas con bloques cerámicos. Los resultados arrojaron que, con un mortero más débil, la falla se producía gradualmente, lo que indica que entre más débil sea el mortero, más dúctil se comportará la mampostería. En cambio, las pilas con mortero más resistente produjeron fallas explosivas con agrietamientos repentinos.

Ha sido también utilizada la combinación de ensayos experimentales y expresiones analíticas para la caracterización de los materiales [28,35]. Este tipo de estrategias puede encontrarse en el trabajo realizado en la universidad de Porto, en Portugal, por R. Sousa, et al. [35], donde caracterizaron el comportamiento a compresión axial en muretes de mampostería elaborados con piezas de concreto ligero sin reforzamiento, de acuerdo con la norma europea EN 1052-1 [34]. Para obtener la caracterización de los materiales utilizaron ensayos experimentales y las expresiones analíticas del código modelo [45,46] para determinar las curvas de comportamiento a compresión y valores de esfuerzo a tensión, que posteriormente se usaron para elaborar un micro-modelo detallado de los muretes.

En Nuevo León, México, en 2016, en el Instituto de Ingeniería Civil de la UANL, se llevó a cabo por Álvarez [20] la investigación del comportamiento estructural en muretes cuadrados elaborados con bloques huecos estándar de concreto, bloques huecos aligerados de concreto, bloques huecos de arcilla y bloques multiperforados de arcilla, piezas de uso comercial en la región de Nuevo León. En este estudio las probetas fueron sometidas a cargas de compresión axial, variando la velocidad de aplicación de la carga. Posteriormente se hizo una comparación entre los resultados observados y la influencia de la variación de la velocidad de carga en el comportamiento estructural. En este trabajo los resultados mostraron bajos niveles de resistencia en la mampostería respecto al reglamento NTCM [15], además, la variación en la aplicación de carga muestra un impacto importante en la rigidez de las probetas. Un dato importante

observado durante los ensayos, fue que el uso de especímenes con una relación altura-espesor mayor que 7 genera fallas por flexión o por inestabilidad (Fig. 7).

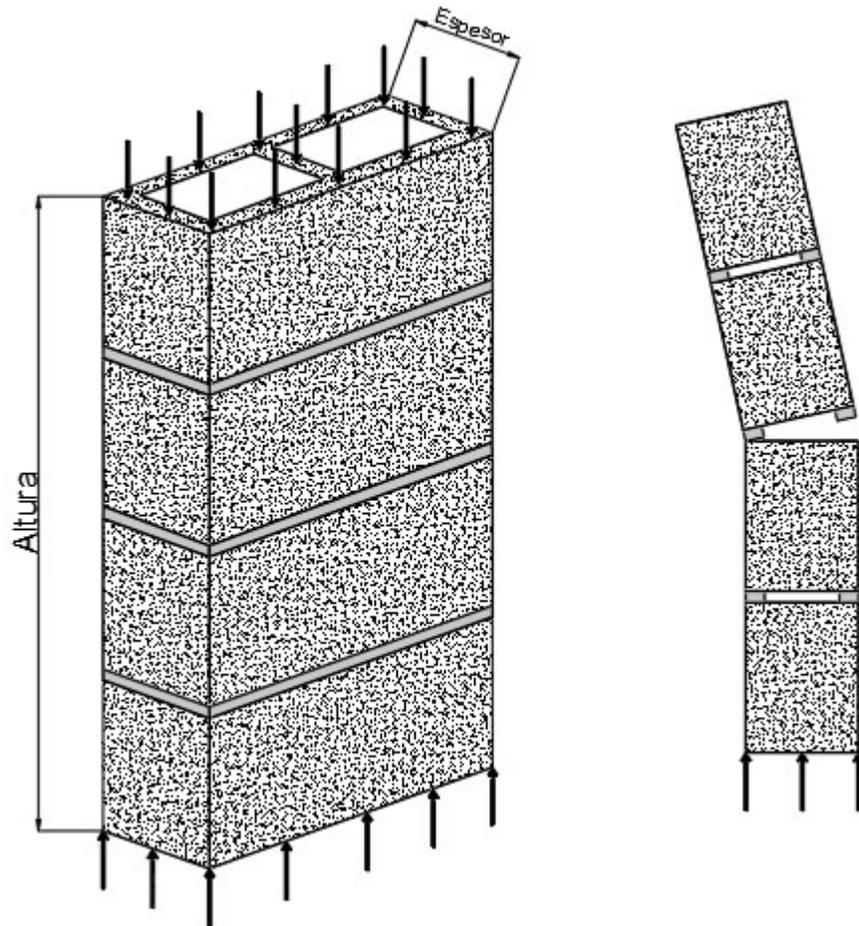


Figura 7 Inestabilidad generada en ensayos a compresión en pilas.

Los modos de falla presentes en los trabajos experimentales dependen de la interacción pieza-mortero, a la que se le denomina efecto de junta [20]. En la mayoría de los casos, la resistencia y el módulo de elasticidad del mortero son menores que las piezas; por lo tanto, las deformaciones axiales y transversales son mayores que las piezas. Este efecto combinado produce deformaciones transversales del mortero que exceden las de las piezas; sin embargo, la fricción

y la adherencia del mortero con las piezas hacen que se igualen las deformaciones de ambos e inducen esfuerzos transversales biaxiales de tensión en las piezas y de compresión en el mortero (Fig. 8). Los patrones de agrietamiento que se observan en el ensaye de pilas y muretes a compresión axial son muy similares debido a este efecto [20–22,28,35,44].

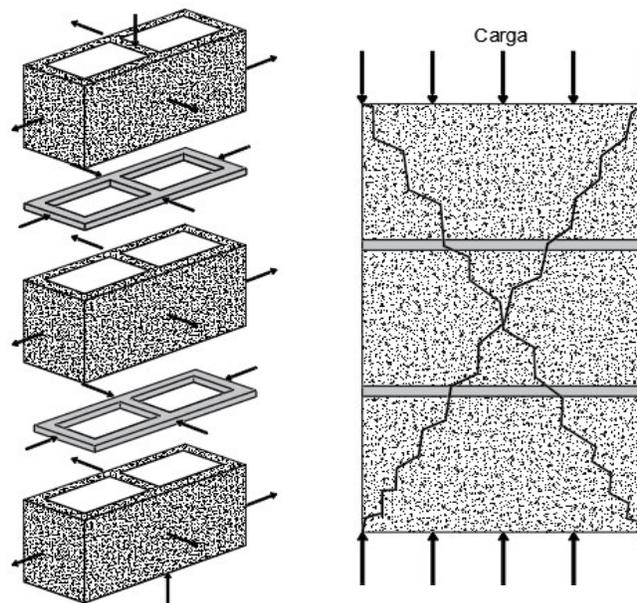


Figura 8 Comportamiento de la mampostería bajo cargas de compresión uniaxial [35].

La mayoría de los ensayos en mampostería a compresión encontrados en la bibliografía [22,27,44,47], utilizan el uso de pequeñas pilas o prismas contruidos con piezas apiladas debido a su simplicidad, siguiendo la tipología marcada por el ACI 530 [26] y el ONNCCE [1]. Sin embargo, este tipo de especímenes no toma en cuenta algunos aspectos constructivos en el comportamiento de la mampostería. Pocas referencias se encuentran utilizando la norma europea y china para el ensaye a compresión[20,28,35].

2.4 Estudios numéricos en mampostería

La mampostería, al ser un material altamente heterogéneo, aumenta su complejidad de modelación numérica. El término modelación numérica conjunta dos ideas básicas: la modelación y la simulación. La modelación refiere a la representación o idealización del modelo físico a través de la matemática, con distinto grado de complejidad en función de las hipótesis adoptadas, generando ecuaciones diferenciales que lo gobiernan [48]. Por otro lado, simulación es referido a las técnicas de solución de estas ecuaciones diferenciales, donde los métodos numéricos han ganado popularidad por la aproximación a la solución ante problemas de gran complejidad.

Debido a esto se han adoptado estrategias computacionales que han sido clasificadas como: micro-modelos, macro-modelos y modelos simplificados, donde el material es modelado con distinto grado de complejidad.

2.4.1 Micro-modelos

Los micro-modelos incluyen la modelación de las unidades, de la junta de mortero e incluyen la interacción existente entre la pieza y la junta. Este tipo de aproximación es adecuada para elementos estructurales relativamente pequeños (pilas y muretes), en donde puede ser demostrada la alta heterogeneidad de los estados de esfuerzos y deformaciones. El objetivo principal de la micro-modelación es el representar la mampostería lo más cercano posible a lo observado experimentalmente [49,50].

La técnica del micro-modelado es una de las herramientas disponibles actualmente para modelar la mampostería, que va apoyada de una caracterización de los materiales que constituyen el modelo físico. El beneficio principal de utilizar esta técnica es que todos los mecanismos de falla pueden ser considerados [49].

Para el caso de la mampostería bajo cargas de compresión uniaxial, algunos autores indican que el micro-modelado de elemento finito, basados en plasticidad y agrietamiento, son capaces de obtener una respuesta adecuada del conjunto, introduciendo las curvas constitutivas de sus componentes (pieza y mortero) [51–53]. En algunos casos, el micro-modelaje modela explícitamente la interacción entre la unidad y el mortero a través de elementos de interface que actúan como planos de potencial agrietamiento, deslizamiento o aplastamiento [49,54].

Esta técnica del micro-modelaje ha sido aplicada en diversas investigaciones de mampostería elaborada con piezas artificiales, tales como: bloques de arcilla [55–57], ladrillos de adobe [58–60], bloques de concreto [28,35,61] y piezas naturales [62].

El estudio de este material compuesto (mampostería) ha sido estudiado para la obtención de dos parámetros de respuesta fundamentales: esfuerzo a la compresión (f'_m) y módulo de elasticidad (E_m). Estos parámetros han sido ampliamente estudiados en ensamblajes de mampostería a través de micro-modelos, teniendo como variable principal la junta de mortero y estableciendo

una relación entre el esfuerzo máximo y el módulo de elasticidad, con el tipo de pieza [58,59].

En China, Fei zhu, et al [28] estudiaron el esfuerzo a la compresión (f'_m) mediante la técnica de muestreo del hipercubo latino, la cual investiga las incertidumbres con un análisis de sensibilidad del material en el análisis numérico-experimental de muretes de mampostería hueca de concreto, elaborados de acuerdo con el código GB/T 50129 [63]. El análisis numérico adoptó la técnica del micro-modelaje, utilizando modelos tridimensionales de 8 nodos (MEF) de forma individual, para el bloque hueco de concreto y la junta de mampostería. El modelo constitutivo del material fue el modelo “*Concrete Damaged Plasticity*” (CDP), para modelar el comportamiento no lineal de cada uno de los componentes (bloques y mortero). Debido a la falta de información experimental, el comportamiento a compresión de los bloques y morteros fueron simulados con la curva parabólica propuesta por Feenstra [64]. En este estudio concluyeron, a través del análisis de sensibilidad, que el esfuerzo a la compresión (f'_m) es influenciado en gran parte por el esfuerzo a tensión del bloque (f'_{tp}), seguido del esfuerzo a compresión del mortero (f'_{cm}) y esfuerzo a compresión del bloque (f'_{cp}).

En Portugal, R. Sousa, et al. [35] simularon el comportamiento a compresión axial de muretes de mampostería elaborados con bloques de concreto hueco ligero y juntas de mortero ligero, mediante un micro-modelo tridimensional utilizando el método del elemento finito con elementos tetraédricos de cuatro nodos, con una discretización detallada de los bloques y de las juntas

de mortero, empleando condiciones de interacción en la interface. Los modelos constitutivos implementados para simular el comportamiento no lineal de los bloques y las juntas, fue el modelo constitutivo de daño elasto-plástico desarrollado para el concreto [65,66]. La caracterización de los componentes (piezas y mortero) se realizó a través de ensayos experimentales y mediante el uso de las ecuaciones analíticas del código modelo [45,46]. Según los resultados obtenidos, los parámetros que más influyen para el esfuerzo a compresión en los sistemas de mampostería fue el uso de juntas continuas y de unidades más resistentes. Esto resultó en un incremento significativo en la rigidez y capacidad de carga de la mampostería, especialmente en el caso de unidades más resistentes, donde el incremento fue de un 6% a un 28% en el módulo elástico, de un 6% a un 53% en el valor de la deformación última y un 26% a un 84% para la carga máxima. Por otro lado, si hay o no juntas verticales llenas, o el uso de diferentes esfuerzos en las juntas, no tienen mucha significancia en la rigidez y resistencia, variando solamente del 1% al 6%. Estos resultados son consistentes con diversos estudios científicos [27,29] y los códigos de diseño [15,26] acerca de los parámetros que influyen en el comportamiento a compresión.

En México, en el Instituto de Ingeniería Civil de la UANL, Cavazos [61] simuló el comportamiento a compresión axial en muretes elaborados con mampostería hueca de concreto de la región de Nuevo León, a partir de los ensayos experimentales llevados a cabo por Álvarez [20]. La simulación numérica se realizó tomando una porción de un cuarto de la geometría total del murete, apoyada de condiciones de simetría respecto a dos planos, utilizando

elementos finitos tipo sólidos de 20 nodos. El modelo constitutivo del material fue el modelo “*Concrete Damaged Plasticity*” (CDP), para modelar el comportamiento no lineal de los bloques y el mortero, fue utilizado el criterio de fractura de energía para modelar el comportamiento post-falla a tensión de los materiales. La simulación presentó una gran similitud hasta el 50% del esfuerzo último, posterior a este valor, la curva predice deformaciones mayores que lo registrado experimentalmente y no exhibe la zona de ablandamiento.

2.4.2 Macro-modelos y modelos simplificados

Los macro-modelos y los modelos simplificados tienen una orientación más ingenieril, en la que el conocimiento de la interacción entre las juntas de mortero y las piezas es despreciable para el comportamiento estructural global. En este tipo de modelos se establece una relación de propiedades promedio de esfuerzo y deformaciones, bajo un estado de esfuerzo y deformación homogéneo.

El estudio de la mampostería mediante modelos numéricos se remonta al año 1986, siendo Ahmad y Ambrose [47] quienes aplicaron la técnica del elemento finito tridimensional para estudiar el comportamiento de pilas huecas de concreto bajo carga axial mediante un modelo homogéneo. En esta investigación encontraron una diferencia importante en el comportamiento estructural existente entre especímenes elaborados con juntas de mortero completas y con juntas de mortero solo sobre el área neta del bloque. Además, concluyeron que sus variables más importantes resultaron ser la geometría de la

pila y la superficie de apoyo durante el ensaye. Los resultados fueron presentados sin evidencia experimental.

Un número reducido de autores [67–70] han desarrollado macro-modelos para el análisis de estructuras de mampostería, en las que una elasticidad anisotrópica es combinada con un comportamiento inelástico anisotrópico. Estos autores [67,68] incluyeron la relación de ablandamiento en el modelo: ablandamiento frágil fue incluido a compresión y tensión, lo cual propició inestabilidades numéricas [70].

La elaboración de un modelo de elemento finito (MEF) homogéneo tridimensional en piezas de concreto fue llevado a cabo por Lourenço [71], mediante el cual estimó la predicción del comportamiento a compresión de la información experimental de diversos autores [72–74], mostrando resultados más cercanos a las expresiones matemáticas establecidas por el ACI [26] y el Eurocódigo [25], con un promedio de error absoluto del 36% para el Eurocódigo y un 43% para el ACI.

Blackard, et al [75] desarrollaron de manera similar un modelo de pila de bloques de arcilla utilizando la técnica del elemento finito tridimensional, con propiedades del material homogéneas. El modelo fue cargado axialmente y generó un 12% de diferencia respecto a su información experimental, que contaba con un coeficiente de variación (COV) del 10%. Sin embargo, en términos de deformación, contó con una diferencia del 41% respecto a lo experimental.

Quinteros et al. [76] modelaron de forma homogénea paneles de mampostería sujetos a cargas laterales, utilizando un modelo de daño que consideraba degradación diferenciada para las partes volumétrica y desviadora del tensor constitutivo. Las simulaciones mostraron una alta incidencia de las condiciones de contorno en el comportamiento global; se reprodujeron de forma fiable los tipos de falla observados en la experimentación.

Los macro-modelos y modelos simplificados han sido utilizados de gran manera con el objetivo de analizar la respuesta sísmica de estructuras complejas de mampostería, tal como puentes en forma de arco [77], edificios históricos [78] y catedrales [79]. Actualmente son pocos los trabajos de investigación que utilizan macro-modelos homogéneos. La tendencia muestra que se están haciendo investigaciones con modelos micro-detallados, gracias a que hoy en día se cuenta con computadoras de mayor capacidad.

2.5 Comentarios finales

En general, la revisión de la bibliografía muestra que las pruebas experimentales en la mampostería son un proceso complejo, costoso y que requiere mucho tiempo, además de un número significativo de muestras para lograr resultados representativos.

El comportamiento de ensamblajes (pilas y muretes) de mampostería depende de otros factores como el esfuerzo a la compresión de la pieza, la fuerza de unión entre el bloque y el mortero, la humedad de la pieza en el momento de la colocación, el espesor de las juntas de mortero, el arreglo de los bloques y la

mano de obra. Por el contrario, las simulaciones por computadora son herramientas prácticas que evitan la mayoría de las desventajas anteriores. Sin embargo, estas herramientas computacionales están basadas en evidencias experimentales y demandan resultados para ser validadas.

Este tipo de dificultades y la evolución de los recursos computacionales han motivado el uso de modelos numéricos más avanzados para predecir el comportamiento no lineal de la mampostería, usando modelos de elemento finito. Además, distintos autores han reportado estudios numéricos, los cuales han sido suficientemente aproximados para estimar el comportamiento axial de la mampostería.

La combinación de la técnica experimental y la matemática numérica enfocada en la predicción del comportamiento a compresión en la mampostería considerando variaciones en los materiales, muestran una gran eficiencia.

CAPÍTULO 3

ESTUDIO EXPERIMENTAL

3.1 Descripción general

En este capítulo se muestra el método implementado en el estudio experimental para la obtención del comportamiento estructural del mortero, bloques huecos de concreto y pilas de mampostería, siguiendo los códigos nacionales e internacionales de ensaye de materiales [1,2].

El estudio experimental de la presente investigación tiene como objetivo caracterizar mediante modelos físicos experimentales la curva constitutiva de respuesta ($\sigma - \varepsilon$) de los componentes de la mampostería (bloques y mortero) y del conjunto (pilas). Con la obtención de esta información se elaborarán los modelos matemáticos.

3.2 Materiales y equipos de prueba

Los materiales usados en esta investigación se adquirieron en el mercado local. El mortero fue elaborado a partir de cemento Portland tipo CPC-30R, que cumple los requisitos de la norma NMX-C-414-ONNCCE-2017 [80], la arena producto de roca caliza triturada, procede de un banco de materiales que cumple lo establecido en la norma NMX-C-111-ONNCCE-2014 [81]. La mezcla se elaboró con agua proveniente de la red pública del área metropolitana de

Monterrey. Las piezas seleccionadas para esta investigación son huecas de concreto y cumplen lo establecido por la norma NMX-C-404-ONNCCE-2012[5].

Los especímenes de mortero y de las piezas de concreto fueron ensayados en la máquina universal *Instron DX 600*. La Instron DX 600 cuenta con un LVDT (Linear Variable Differential Transformer) para la medición de desplazamientos y un control automatizado para la aplicación de carga con capacidad de 60 Ton. y una apertura para ensaye de especímenes de hasta 40 cm.

Los ensayos en pilas fueron realizados en la máquina *Tinius Olsen*, que cuenta con una capacidad de 200 Ton. La medición de desplazamientos se realizó mediante un par de L.V.D.T. (Linear Variable Differential Transformer) colocados en las caras del espécimen y conectados a un adquisidor de datos de 4 canales "*National Instruments*".

3.3 Especímenes

A continuación, se presenta el procedimiento de muestreo y elaboración de las probetas de mortero (cubos y briquetas), el cabeceo de los bloques huecos de concreto y la construcción de pilas para los ensayos experimentales correspondientes. El proceso de muestreo, así como la construcción de los especímenes, se realizaron en temperaturas ambientales controladas de 24 ± 8 °C, con una humedad relativa inferior al 80%.

3.3.1 Mortero

Para el diseño del mortero se utilizó una relación volumétrica 1:3 (cemento:arena), con una relación agua/cemento de 0.55 para un mortero tipo I de acuerdo con las NTC de mampostería [15], con una resistencia mínima especificada de $125 \left(\frac{kgf}{cm^2} \right)$.

El muestreo del mortero se realizó durante el proceso de elaboración de las pilas. Para esta actividad fue necesario el uso de dos distintos tipos de moldes: el primer molde en forma de cubo con dimensión en su arista de 50 mm., el segundo molde, correspondiente a las briquetas, con una longitud de 76.2 mm., con una sección transversal al centro de 25.4 mm. x 25.4 mm, (Fig. 9).

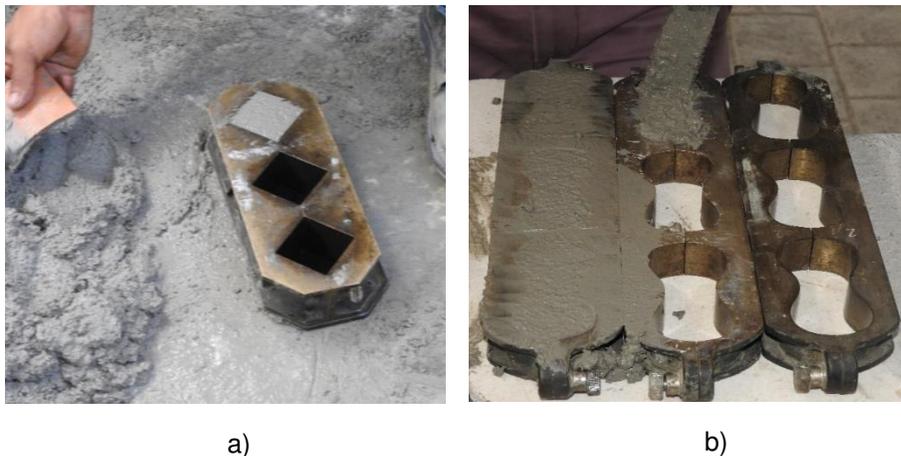


Figura 9. Muestreo de mortero: a) cubos, b) briquetas.

Los moldes se engrasaron previamente y el muestreo debió iniciarse en un tiempo menor que 2 min. 30 seg. a partir de haber terminado la mezcla. Se colocó una capa de 25 mm. compactada mediante un pisón 16 veces. Se repitió

el proceso para una segunda capa. Para finalizar, se enrasó mediante una cuchara de albañil.

Una vez realizado el muestreo, las probetas se guardaron en el cuarto de curado donde se dejaron expuestas durante 24 hrs. evitando goteos directos. Después de este tiempo, los especímenes fueron sumergidos en cubetas de agua con cal, hasta el momento de su ensaye [82].

3.3.2 Bloques huecos de concreto

La presente investigación utilizó bloques huecos de concreto de doble celda (Fig. 10), para la construcción de las pilas. Estos bloques fueron adquiridos de un fabricante reconocido de la región de Nuevo León.

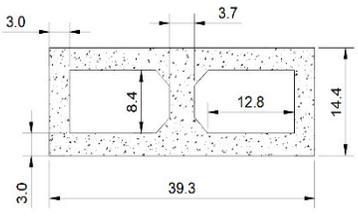
La revisión de estos bloques fue mediante una selección de 10 muestras, según la norma NMX-C-036-ONNCCE-2013 [83], para revisar sus características físicas establecidas por la norma NMX-C-404-ONNCCE-2012 [5] (Fig. 10).



Figura 10. Bloques huecos de concreto.

Los bloques contaban con dimensiones de 393 mm. x 193 mm. x 144 mm. (largo x alto x espesor), con una relación promedio entre área neta/ área bruta igual a 57%, por lo que se considera como pieza hueca, al tener más del 50% de esta relación (Tabla 7).

Tabla 7. Propiedades de bloques huecos de concreto.

Bloque hueco de concreto de doble celda (cm)	Área neta (cm ²)	Área bruta (cm ²)	$\frac{A_n}{A_b}$ (%)	Densidad (kg/m ³)
	325.1	565.92	57	1,154

Para realizar el ensaye a compresión, la norma [83] establece que las piezas deben contar con una superficie nivelada y sin rugosidades para la aplicación de la carga de forma uniforme. En este caso las piezas fueron rellenas con poliestireno y cabeceadas con una capa de 10 mm. de mortero sobre superficies de acrílico, para garantizar una superficie lisa y a nivel. Estas placas fueron previamente engrasadas (Fig. 11).



Figura 11. Cabeceo de bloques.

Posterior al cabeceo, las piezas fueron cubiertas durante 3 días con plástico, para evitar la pérdida excesiva de humedad en el mortero de cabeceo. Pasados estos 3 días, las piezas se secaron a temperatura ambiente, hasta lograr la resistencia máxima en el mortero (28 días).

3.3.3 Pilas

Para determinar el esfuerzo máximo a compresión (f'_m) y el módulo de elasticidad (E_m) de la mampostería, se construyeron 10 pilas por personal capacitado en el patio experimental, del Instituto de Ingeniería Civil de la UANL, sobre una plantilla de concreto previamente nivelada. Las dimensiones de las probetas fue según lo establecido en la norma NMX-C-464-ONNCCE-2010 [31] (Fig. 12).



Figura 12. Elaboración de las pilas.

Posterior a los 28 días, las probetas se rellenaron con poliestireno y cabecearon con una capa de mortero de 10 mm., siguiendo un procedimiento similar a las piezas individuales (Fig. 13).

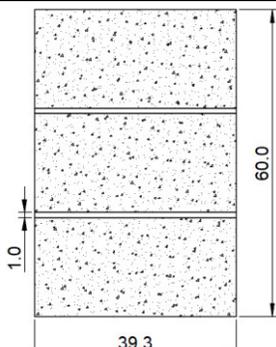


Figura 13. Cabeceo de pilas.

Las probetas fueron cubiertas con plástico durante 3 días, para evitar la pérdida excesiva de humedad en el mortero del cabeceo, posterior a estos 3 días las pilas fueron curadas a temperatura ambiente dentro del laboratorio.

Una consideración a tomar durante la construcción de las pilas, es la relación de esbeltez, la cual se determina como el cociente que resulta de dividir la altura del espécimen entre la menor dimensión (ancho de pieza). Dicho valor debe encontrarse entre 2 y 6 [31] para evitar problemas de inestabilidad.

Tabla 8. Características geométricas de la pila.

	Largo (cm.)	Alto (cm.)	Espesor (cm.)	Relación de aspecto (Alto/Largo)	Relación de esbeltez (Alto/Ancho)
		39.3	60	14.4	1.52

El esfuerzo medio ($\overline{f_m}$) que se obtenga de los ensayos de las probetas debe corregirse por los factores de la siguiente tabla (Tabla 9). Para valores intermedios se interpolará linealmente[31].

Tabla 9. Factores correctivos por la esbeltez de las pilas.

Relación de esbeltez de la pila	Factor correctivo
2	0.75
3	0.90
4	1.00
5	1.05
6	1.06

3.4 Método experimental

En este apartado se presenta lo referente a la etapa experimental posterior a los 28 días de elaborados cada uno de los especímenes. Se especifican las expresiones analíticas para determinar los esfuerzos a compresión y/o tensión del ensaye y el comportamiento de cada uno de los materiales mediante gráficos esfuerzo-deformación ($\sigma - \varepsilon$).

3.4.1 Mortero

Para el mortero, ensayos de compresión (cubos) y tensión (briquetas) axial se realizan siguiendo los procedimientos marcados por la ASTM y ONNCCE [1,2].

3.4.1.1 Ensaye a Compresión

El ensaye de los cubos de mortero a compresión se realizó de acuerdo con la norma NMX-C-061-ONNCE-2015 [82]. Para este ensaye fue necesario la adaptación de una base de acero sólida y en la parte superior una base de acero con asiento esférico, las cuales cubren toda el área de la probeta de ensaye. Es necesario verificar, previo al inicio del ensaye, que el asiento esférico esté en condiciones de moverse libremente (Fig. 14).

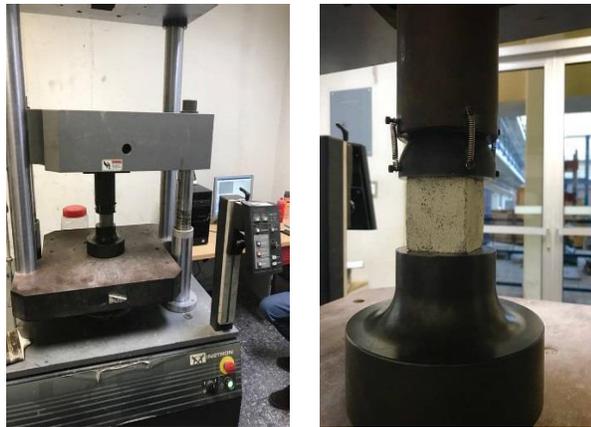


Figura 14. Ensaye de cubo de mortero a compresión.

El espécimen se coloca sobre las caras que estuvieron en contacto directo con el molde para evitar rugosidades. La probeta se sitúa al centro cuidadosamente, para evitar excentricidad en la aplicación de la carga.

El ensaye se llevó a cabo con un control de fuerza, una vez iniciado el ensaye y hasta el 50% de la carga, se aplicó una velocidad de carga conveniente siempre y cuando no fuera mayor que 1,400 kgf. Esto no es aplicable cuando el mortero soporta menores cargas que 1,400 kgf. Posterior al 50% de la carga máxima esperada, la velocidad se ajustó de tal manera que el ensaye no durara

menos que 20 segundos, ni más que 80 segundos. La determinación del esfuerzo máximo se realizó mediante la siguiente ecuación (Ecuación 3).

$$f'_{cm} = \frac{P}{A} \quad (3)$$

Donde:

$$f'_{cm} = \text{Esfuerzo máximo a compresión del mortero } \left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}\right).$$

$$P = \text{Carga máxima (kgf)}.$$

$$A = \text{Área de la sección transversal (cm}^2\text{)}.$$

Se debe tomar en cuenta que en las probetas ensayadas no debe variar en más de un 10% del valor medio dado por todos los especímenes. En caso de que varíe más de este porcentaje, no se tomará en cuenta. La resistencia de diseño está dada por la ecuación 4, que toma en cuenta el coeficiente de variación de la resistencia (cov_{cm}).

$$f_{cm}^* = \frac{\overline{f_{cm}}}{1+2.5 cov_{cm}} \quad (4)$$

Donde:

$$f_{cm}^* = \text{Esfuerzo de diseño a compresión del mortero } \left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}\right).$$

$$\overline{f_{cm}} = \text{Media del esfuerzo máximo a compresión del mortero } \left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}\right).$$

$$cov_{cm} = \text{Coeficiente de variación experimental a compresión del mortero.}$$

3.4.1.2 Ensaye a tensión

Este ensaye se realizó con base en la norma ASTM-C-307 [84]. Se instaló la probeta con dos sujetadores en ambos extremos, para la aplicación de la carga a tensión. Para este ensaye, se llevó un control por desplazamiento, de $0.003 \left(\frac{mm}{seg}\right)$.

Las briquetas, al momento de montarlas sobre los sujetadores, pueden tener variación en la curvatura de los extremos de la probeta. En este caso, fue necesario lijar algunas de ellas para su correcta adaptación (Fig. 15).



Figura 15. Ensaye de briqueta de mortero a tensión.

La medición de desplazamientos y carga se realizó a través de la instrumentación de la máquina universal Instron DX 600. Para el cálculo de la resistencia a tensión se tomó el área de la sección transversal central, con dimensiones (2.54 cm. x 2.54 cm.) (Ecuación 5).

$$f'_{tm} = \frac{P}{bd} \quad (5)$$

Donde:

$$f'_{tm} = \text{Esfuerzo máximo a tensión del mortero } \left(\frac{kgf}{cm^2}\right).$$

$$P = \text{Carga máxima (kgf).}$$

$$b = \text{Ancho a (cm).}$$

$$d = \text{Espesor (cm).}$$

La resistencia de diseño está dada por la ecuación 6, que toma en cuenta el coeficiente de variación de la resistencia (cov_{tm}).

$$f_{tm}^* = \frac{\overline{f_{tm}^*}}{1+2.5 cov_{tm}} \quad (6)$$

Donde:

$$f_{tm}^* = \text{Esfuerzo de diseño a tensión del mortero } \left(\frac{kgf}{cm^2}\right).$$

$$\overline{f_{tm}^*} = \text{Media del esfuerzo máximo a tensión del mortero } \left(\frac{kgf}{cm^2}\right).$$

$$cov_{tm} = \text{Coeficiente de variación experimental a tensión del mortero.}$$

3.4.2 Bloques huecos de concreto

El ensaye se realizó mediante el protocolo de ensaye marcado por la norma NMX-C-036-ONNCCE-2013 [83]. Para la distribución de la carga se colocó en ambas caras una placa de acero sólido de 2.5 pulgadas, sujeta mediante bandas a la máquina universal Instron DX 600. Es necesario verificar

que el bloque esté centrado y que las placas cubran totalmente al espécimen (Fig. 16).



Figura 16. Ensaye de bloque a compresión.

El ensaye se controla por carga en un intervalo de (84 kgf/cm²/min) a (210 kgf/cm²/min). Es válido utilizar un intervalo más grande durante el inicio y hasta el 50% de la carga máxima esperada, siempre y cuando durante la segunda mitad se mantenga la velocidad constante.

Para el cálculo del esfuerzo máximo se utiliza la ecuación 7, que divide a la carga total sobre el área bruta; es decir, sobre el área sin descontar los orificios de la pieza.

$$f'_{cp} = \frac{P}{A} \quad (7)$$

Donde:

$f'_{cp} =$ Esfuerzo máximo a compresión de la pieza $\left(\frac{kgf}{cm^2}\right)$.

$P =$ Carga máxima (kgf).

$A =$ Área de la sección transversal (cm^2).

La resistencia de diseño a compresión está dada por la ecuación 8, que toma en cuenta la variación de resultados.

$$f_{cp}^* = \frac{\overline{f_{cp}}}{1+2.5 cov_p} \quad (8)$$

Donde:

$f_{cp}^* =$ Esfuerzo de diseño a compresión de la pieza $\left(\frac{kgf}{cm^2}\right)$.

$\overline{f_{cp}} =$ Media del esfuerzo máximo a compresión de la pieza $\left(\frac{kgf}{cm^2}\right)$.

$cov_p =$ Coeficiente de variación experimental a compresión de la pieza.

El reglamento NTCM [15] establece que el coeficiente de variación de las piezas en ningún caso será menor que:

- 0.20 para piezas provenientes de plantas mecanizadas con un sistema de control de calidad
- 0.30 para piezas de fabricación mecanizada sin un sistema de control de calidad.
- 0.35 para piezas de producción artesanal.

3.4.3 Pilas

El ensaye de las pilas se llevó según lo establecido en la NMX-C-464-ONNCCE-2010 [31]. Este ensaye se realizó en la máquina Tinius Olsen, colocando placas de acero sólido de 2.5 pulgadas en ambas caras, para la distribución de la carga durante su aplicación. Es necesario verificar que la probeta esté ajustada al centro y las placas de acero cubran el total de la pila (Fig. 17).

El ensaye se controla por la carga, en un intervalo de (15 kgf/cm²/min) a (30 kgf/cm²/min). Se permite utilizar una velocidad mayor durante la aplicación de la primera mitad de la carga máxima esperada; pero en la segunda mitad debe mantener la velocidad especificada.

La instrumentación de este espécimen consiste en la colocación de una celda de carga en la parte superior, para llevar el control de la aplicación de carga y dos LVDT en cada una de las caras frontales del espécimen, para medir los desplazamientos en ambos lados. De esta manera se obtiene un valor promedio de desplazamientos.

La adquisición de datos se realiza mediante el instrumento virtual en un Δ tiempo = 0.1 seg., con el objetivo de registrar la mayor información posible (Fig. 17).

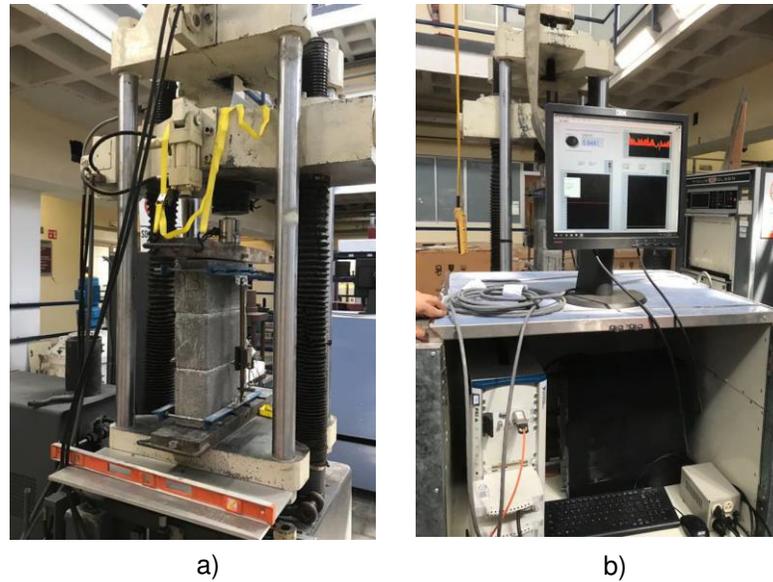


Figura 17. Método experimental: a) Ensaye a compresión de pila, b) Adquisidor de datos “National Instrument”.

La resistencia máxima a compresión se determina mediante la siguiente ecuación:

$$f'_m = \frac{P}{tb} \quad (9)$$

Donde:

$f'_m =$ Esfuerzo máximo a compresión de la mampostería $\left(\frac{kgf}{cm^2}\right)$.

$P =$ Carga máxima (kgf).

$t =$ Espesor (cm).

$b =$ Largo (cm).

La resistencia de diseño está dada por la ecuación 10, que toma en cuenta el coeficiente de variación de la resistencia a compresión:

$$f_m^* = \frac{\bar{f}_m}{1+2.5 c_m} \quad (10)$$

Donde:

f_m^* = Esfuerzo de diseño a compresión de la mampostería $\left(\frac{kgf}{cm^2}\right)$.

\bar{f}_m = Media del esfuerzo máximo a compresión de la mampostería $\left(\frac{kgf}{cm^2}\right)$.

COV_m = Coeficiente de variación experimental a compresión de la mampostería.

El (COV_m) no se debe tomar menor que:

- 0.10 para el caso de verificar el control de calidad en obra
- 0.15 en otros casos.

3.4.4 Módulo de elasticidad

Para determinar el módulo de elasticidad de los materiales se utiliza la ecuación 11 que marca el reglamento ONNCCE [27].

$$E_m = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - 0.00005} \quad (11)$$

Donde:

E_m = Módulo de elasticidad de la mampostería $\left(\frac{kgf}{cm^2}\right)$.

σ_2 = Esfuerzo a compresión de la mampostería correspondiente al 40% del esfuerzo máximo $\left(\frac{kgf}{cm^2}\right)$.

σ_1 = Esfuerzo a compresión de la mampostería correspondiente a 0.00005 de deformación unitaria $\left(\frac{kgf}{cm^2}\right)$.

$$\varepsilon_2 = \text{Deformación unitaria correspondiente al 40\% del esfuerzo máximo}$$

$$\left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}\right)$$

Mediante estos dos puntos se traza una tangente donde se considera el comportamiento del material como elástico-lineal (Fig. 18).

Para el cálculo de la deformación unitaria se utiliza la ecuación 12, la cual define la relación de cambio (deformación) como el desplazamiento ocurrido entre la longitud inicial de la probeta.

$$\varepsilon = \frac{\delta}{l_0} \quad (12)$$

Donde:

$$\varepsilon = \text{Deformación unitaria } \left(\frac{\text{mm}}{\text{mm}}\right).$$

$$\delta = \text{Desplazamiento (mm)}.$$

$$l_0 = \text{Longitud instrumentada (mm)}.$$

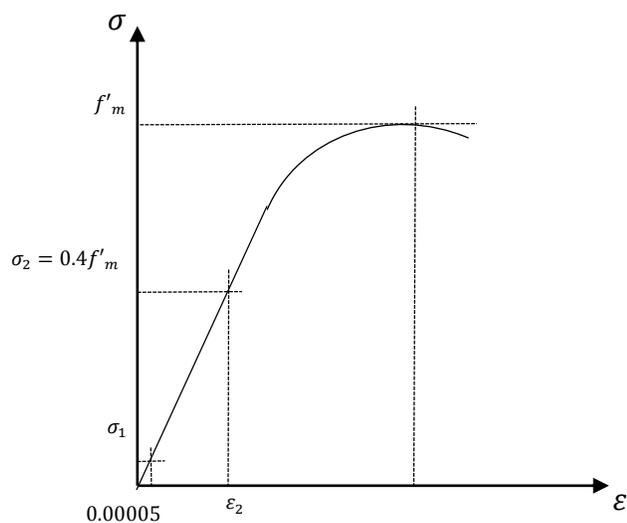


Figura 18. Determinación del módulo de elasticidad (E_m).

3.4.5 Promedio de las gráficas esfuerzo deformación

Para graficar el promedio de las curvas esfuerzo deformación se toman registros cada 10%, promediando sus valores hasta alcanzar el esfuerzo máximo (Fig. 19). Posterior al esfuerzo máximo, los valores se promedian en intervalos de 5%, hasta donde se registró la mayor lectura en cada uno de los especímenes. Además, en las gráficas esfuerzo-deformación ($\sigma - \varepsilon$) se incluye la desviación estándar experimental registrada.

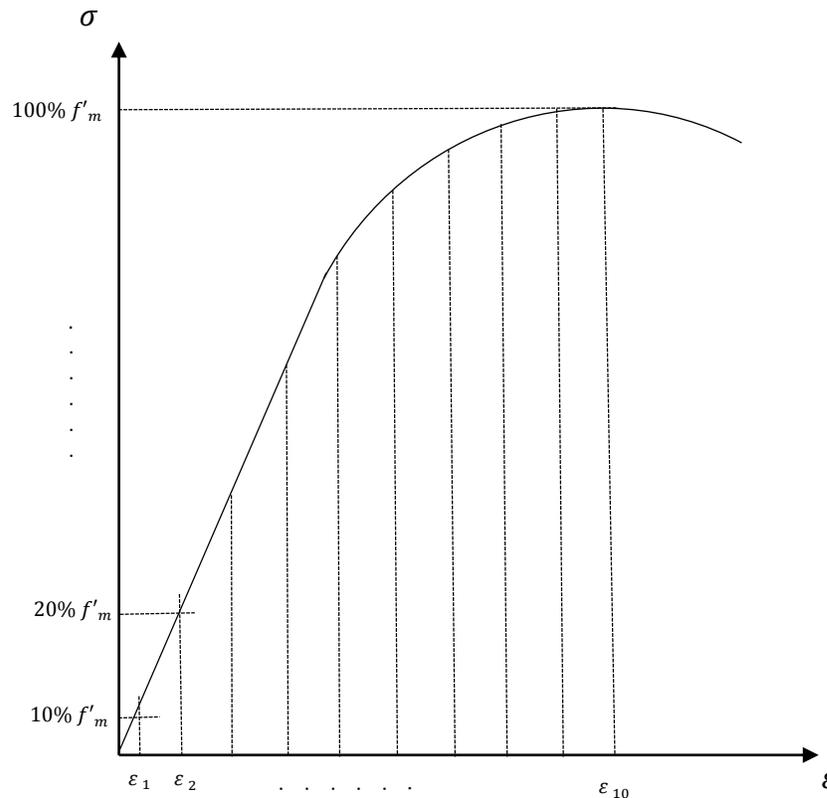


Figura 19. Puntos promedio de gráficas esfuerzo-deformación.

3.5 Análisis de los resultados

En esta sección se analizan y discuten los resultados de las resistencias máximas obtenidos experimentalmente en cada uno de los ensayos. Además, se describen los patrones de agrietamiento observados.

3.5.1 Comportamiento a compresión del mortero

En la siguiente tabla (Tabla 10) se exponen los resultados de los ensayos correspondientes a los cubos de mortero. En esta tabla, está contenida la información de la densidad del mortero (ρ_m), las cargas máximas soportadas por cada uno de los cubos, el valor de resistencia de diseño (f_{cm}^*) y el módulo de elasticidad (E_{cm}).

Tabla 10. Propiedades del mortero en compresión.

Tipo de Mortero	Dosificación	Espécimen	Densidad ($\frac{kg}{m^3}$)	(f'_{cm}) (MPa)	(f_{cm}^*) (MPa)	E_{cm} (MPa)	ν_m	
Mortero tipo I	1:3 (cemento:arena)	#1	2,482	13.64	9.72	1,695	0.230	
		#2	1,895	10.64		1,299	0.197	
		#3	1,973	10.77		1,472	0.224	
		#4	2,256	12.44		1,386	0.181	
		#5	2,405	13.40		1,677	0.212	
		#6	1,988	11.01		1,450	0.194	
		#7	2,128	11.13		1,454	0.185	
		#8	2,181	11.48		1,456	0.198	
		#9	2,235	12.32		1,657	0.232	
		#10	2,297	12.80		1,401	0.239	
		Promedio		2,184		11.96	1,495	0.210
		COV		8.73%		9.21%	9.04%	10.01%

Los resultados muestran (Tabla 10) una media experimental de 11.96 MPa, con un coeficiente de variación de 9.21%. Este valor de resistencia, comparada con el reglamento NTCM [15], resulta ser menor que el valor especificado de resistencia máxima aceptable (12.25 MPa). En cambio, el coeficiente de variación experimental registrada se encuentra bajo un valor aceptable por la norma NMX-C-061 [82]. El módulo de elasticidad no presentó una variación considerable.

La respuesta del mortero a compresión se presenta a continuación (Fig. 20). En la gráfica se puede observar una tendencia lineal hasta el 70% aproximadamente, seguida de una curvatura que muestra un comportamiento dúctil por parte del mortero, hasta alcanzar el valor del esfuerzo máximo. Posterior al esfuerzo máximo, el material se deforma hasta alcanzar la falla.

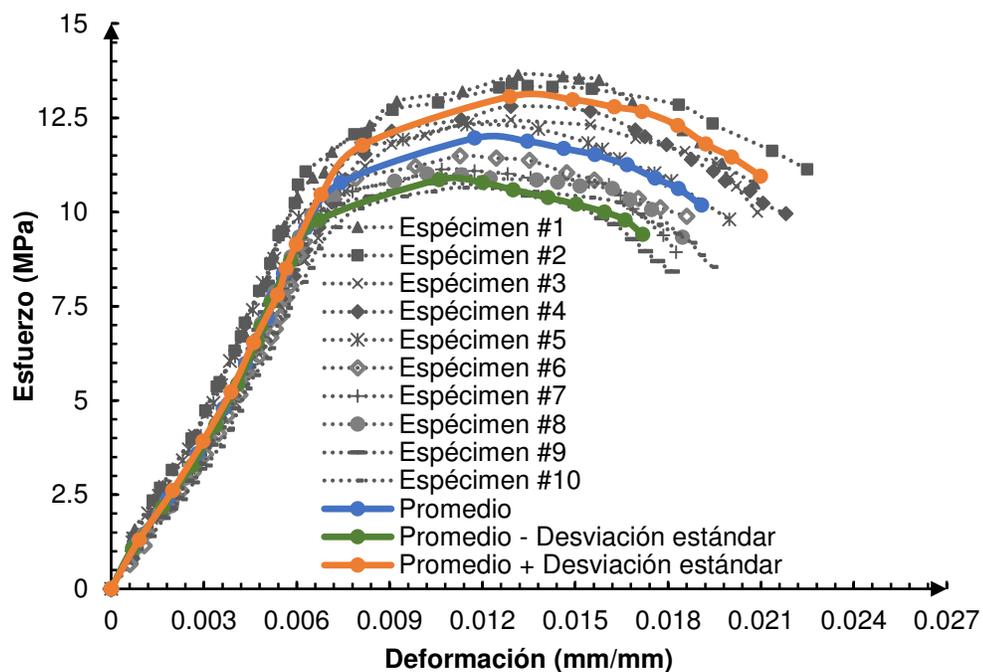


Figura 20. Gráfica esfuerzo deformación de mortero a compresión.

El modo de falla observado (Fig. 21) en la mayoría de los cubos presenta una forma cónica, en la que se generan grietas a 45° en ambos extremos (superior e inferior), hasta lograrse encontrar al centro del cubo. Conforme iba aumentando la carga, el espécimen presentó daño global, ocasionando un resquebrajamiento en las caras de forma explosiva.

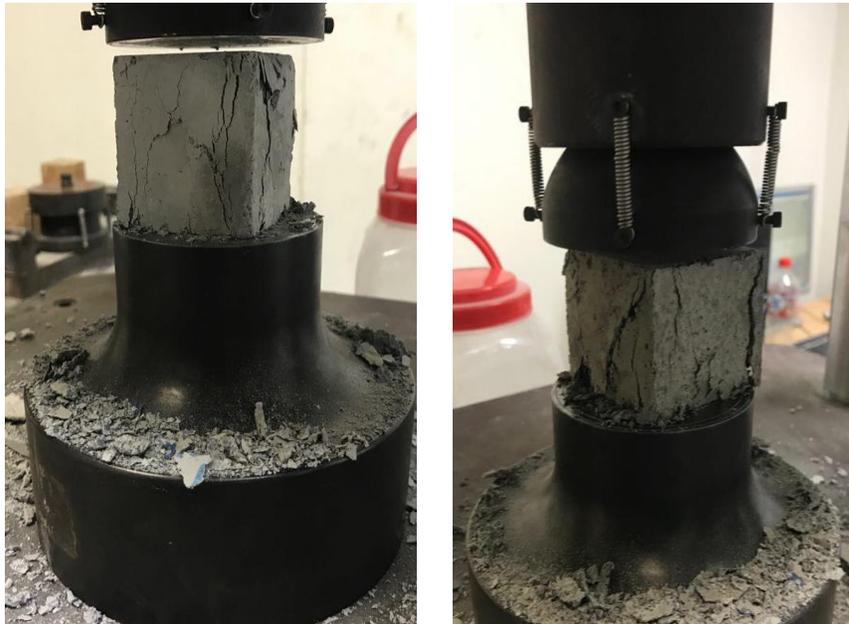


Figura 21. Patrón de agrietamiento en los cubos de mortero.

3.5.2 Comportamiento a tensión del mortero

En la tabla siguiente se presentan los resultados de los ensayos en briquetas de mortero (Tabla 11). Esta tabla contiene la información de las cargas máximas resistidas por los especímenes, el valor de resistencia de diseño (f'_{tp}) considerando la variación experimental y el módulo de elasticidad presente a tensión (E_{tm}).

Tabla 11. Propiedades del mortero en tensión.

Tipo de mortero	Dosificación	Espécimen	f'_{tm} (MPa)	f^*_{cm} (MPa)	E_{tm} (MPa)
Mortero tipo I	1:3 (cemento:arena)	#1	1.23	1.13	1,171
		#2	1.64		1,408
		#3	1.58		1,293
		#4	1.27		1,370
		#5	1.47		1,258
		#6	1.51		1,270
		#7	1.30		1,381
		#8	1.31		1,335
		#9	1.45		1,317
		#10	1.36		1,354
		Promedio	1.41		1,316
		COV	9.83%		5.34%

Los resultados muestran (Tabla 11) una media experimental de 1.41 (MPa), con un coeficiente de variación de 9.83%. El esfuerzo a tensión mostrado por las briquetas representa cerca del 12% del valor promedio del esfuerzo a compresión.

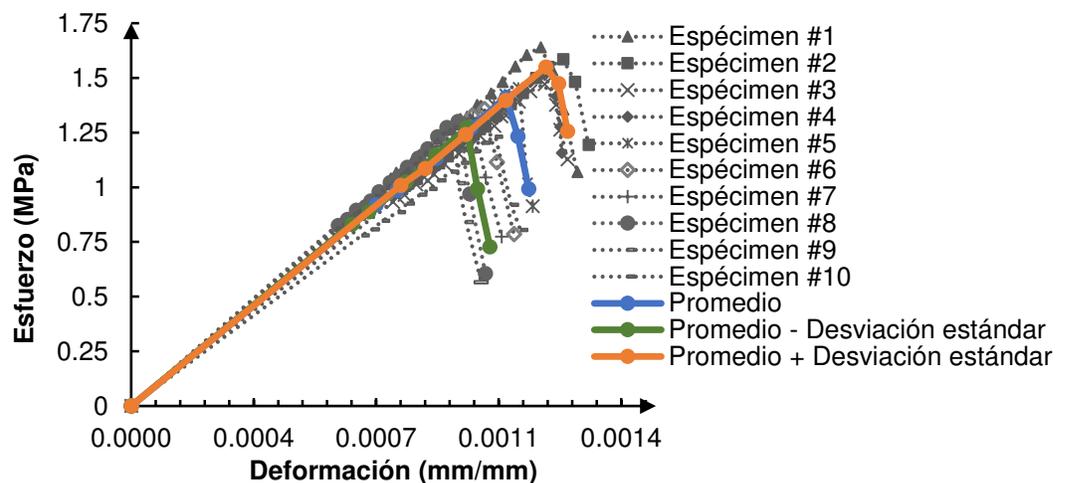


Figura 22. Gráfica esfuerzo deformación del mortero a tensión.

En esta gráfica (Fig. 22) se puede observar un comportamiento lineal hasta la falla, seguido de una falla frágil, en donde el espécimen se fractura en dos partes de forma instantánea. El módulo elástico se consideró con el 100% del esfuerzo máximo.

El modo de agrietamiento de esta probeta inicia al centro del espécimen, generándose grietas horizontales (ortogonales a la carga) y desarrollándose hasta alcanzar la falla de forma en que el espécimen sufre una separación en su sección transversal (Fig. 23).



Figura 23. Patrón de agrietamiento en briquetas de mortero.

3.5.3 Comportamiento a Compresión de Bloques Huecos de Concreto

En la siguiente tabla (Tabla 12) se presenta la información de los ensayos realizados en los bloques huecos de concreto. En esta tabla se presenta la

densidad de los bloques (ρ_b), los esfuerzos máximos resistidos a compresión, el valor de diseño (f_{cp}^*) y el módulo de elasticidad (E_p).

Tabla 12. Propiedades de los bloques huecos de concreto a compresión.

<i>Tipo de bloque</i>	<i>Espécimen</i>	<i>Densidad</i> ($\frac{kg}{m^3}$)	f'_{cp} (MPa)	f_{cp}^* (MPa)	E_p (MPa)	ν_p
Bloques huecos de concreto	#1	1,342	4.07	3.11	1,212	0.145
	#2	1,636	4.19		1,107	0.180
	#3	1,175	3.89		1,010	0.125
	#4	1,023	3.45		931	0.142
	#5	1,004	3.37		1,062	0.154
	#6	1,017	3.44		1,041	0.14
	#7	1,033	3.48		1,036	0.174
	#8	1,201	4.01		1,039	0.17
	#9	1,068	3.85		1,087	0.155
	#10	1,045	3.59		1,039	0.168
	Promedio	1,154	3.74		1,056	0.155
	COV	17.38%	8.08%		6.83%	11.30%

Los resultados muestran (Tabla 12) una media experimental de 3.74 MPa, con un coeficiente de variación del 8.08%. Este valor de resistencia a compresión, comparado con el reglamento NTCM [5], resulta ser menor que lo especificado (6 MPa). En cambio, el coeficiente de variación experimental es aceptable, al no presentar resultados muy dispersos (menor al 10%).

El comportamiento registrado en los ensayos de los bloques (Fig. 24) muestra una linealidad hasta el 70%. Posterior a este valor, se vuelve evidente que el espécimen sufre mayor deformación, mostrando un comportamiento dúctil, alcanzando valores de 0.008, en términos de deformación unitaria (ϵ). Este

comportamiento está relacionado con la baja resistencia del bloque. Posterior al esfuerzo máximo, el bloque sufrió desprendimiento de material en sus caras, por lo que se vuelve complejo registrar las lecturas en la rama del ablandamiento.

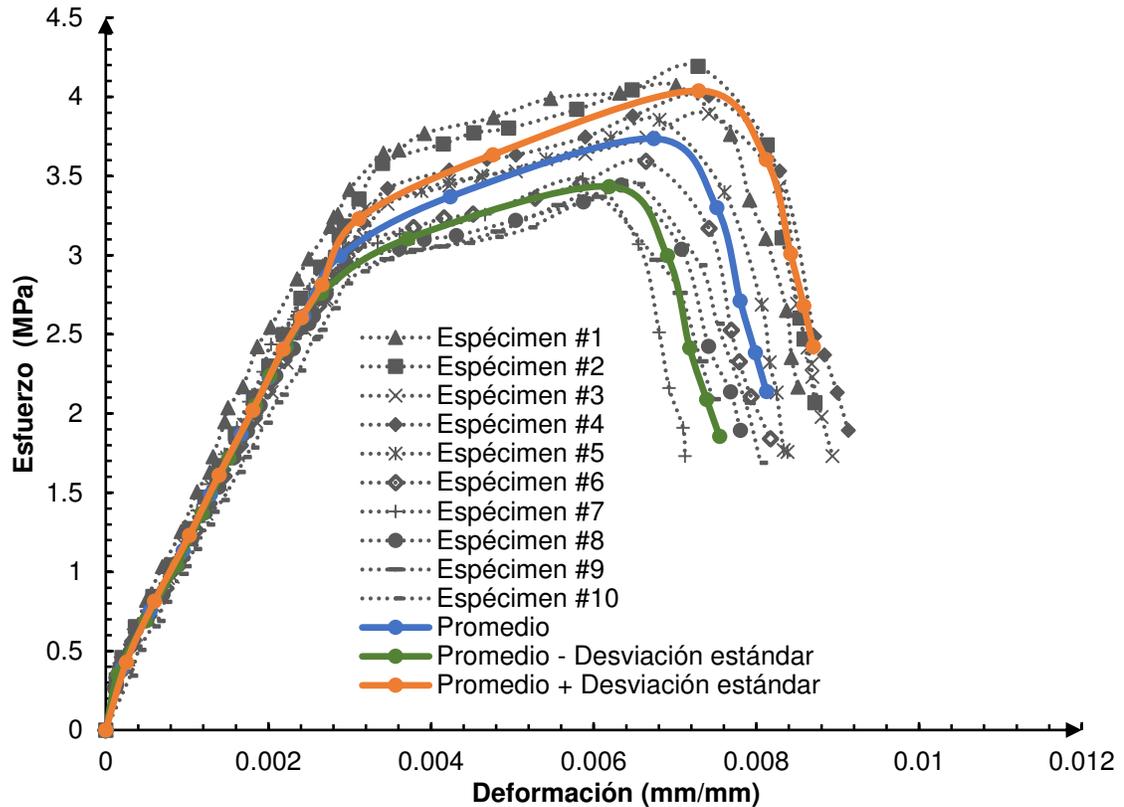


Figura 24. Gráfica esfuerzo deformación de bloques huecos de concreto a compresión.

El modo de agrietamiento observado (Fig. 25) en la mayoría de las piezas se produjo a través del inicio de grietas en las esquinas, creciendo de forma diagonal, siguiendo una trayectoria hacia el centro de sus caras. Este tipo de falla produce desprendimiento de partes del bloque de forma repentina y se debe a las tensiones producidas por el efecto de expandirse lateralmente.



Figura 25. Patrón de agrietamiento en bloques huecos de concreto.

3.5.4 Comportamiento a compresión de las pilas.

En la siguiente tabla (Tabla 13) se presentan los resultados de los ensayos correspondientes a las pilas de mampostería. En esta tabla, está contenida la información de los esfuerzos máximos soportados por cada una de las pilas, el valor de resistencia de diseño (f_m^*) y el módulo de elasticidad (E_m).

Tabla 13. Resultados de las pilas a compresión.

	Especimen	f'_m (MPa)	f_m^* (MPa)	E_m (MPa)
Pilas	#1	3.03	2.20	1,038
	#2	2.86		996
	#3	2.88		1,021
	#4	2.70		972
	#5	2.31		859
	#6	2.71		952
	#7	2.88		981
	#8	3.06		1,028
	#9	2.70		953
	#10	2.26		894
	Promedio	2.74		969
	COV	9.88%		5.97%

Los resultados muestran (Tabla 13) una media experimental de 2.74 MPa, con un coeficiente de variación de 9.88%. Este valor de resistencia a compresión comparado con el reglamento NTCM [5], cumple con el valor especificado (2.5 MPa). En cambio, el coeficiente de variación experimental es aceptable, al presentar un valor menor al 10%.

El comportamiento registrado en los ensayos de las pilas (Fig. 26) muestra una tendencia lineal hasta el 65%. Posterior a este valor, el espécimen sufre mayor deformación, mostrando un comportamiento dúctil, alcanzando valores de 0.005 en términos de deformación unitaria (ϵ).

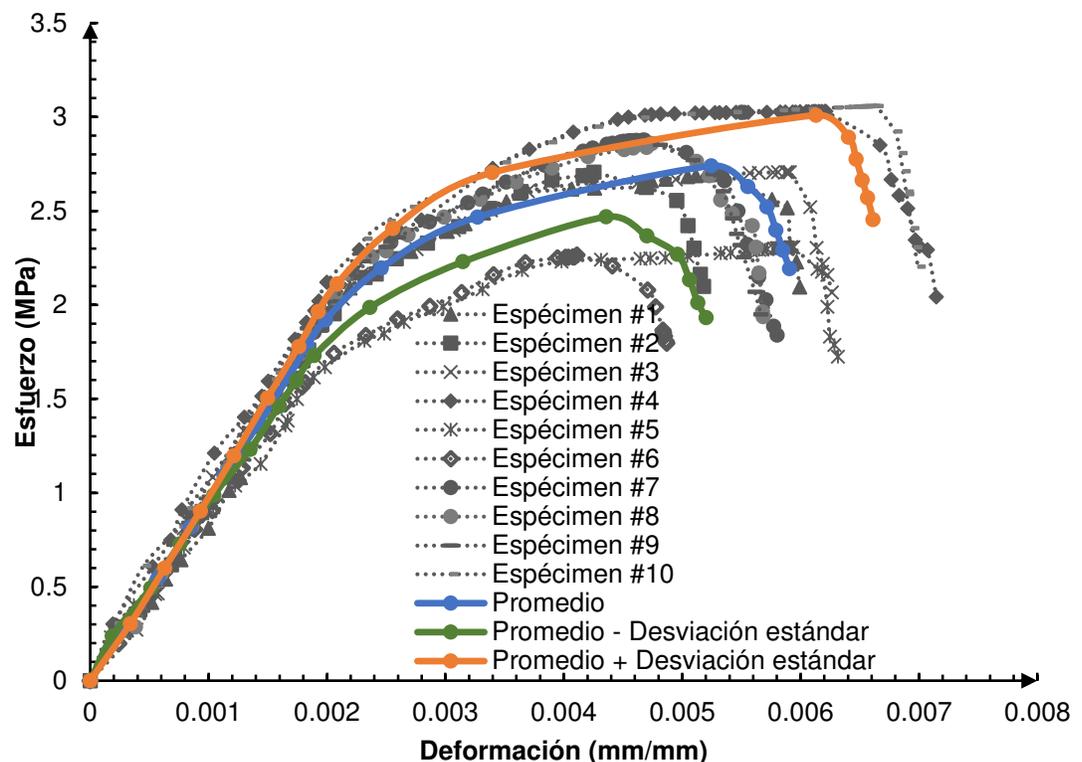


Figura 26. Gráfica esfuerzo deformación de pilas de mampostería a compresión.

Los agrietamientos en la pila (Fig. 27) se fueron presentando de forma vertical en las caras angostas de la pila. Este agrietamiento se debe a la expansión del mortero que propicia esfuerzos de tensión en la pieza (efecto de Poisson). En el transcurso de la aplicación de la carga se originaron agrietamientos diagonales en las caras frontales de la pila (lado largo), iniciando por las esquinas, hasta cubrir gran parte del espécimen. Los agrietamientos verticales y diagonales rápidamente cubrieron todo el espécimen hasta alcanzar la falla, produciéndose desprendimiento de bloques. El modo de falla de estos especímenes está asociado directamente con los esfuerzos de tensión originados por la deformabilidad de las juntas de mortero.

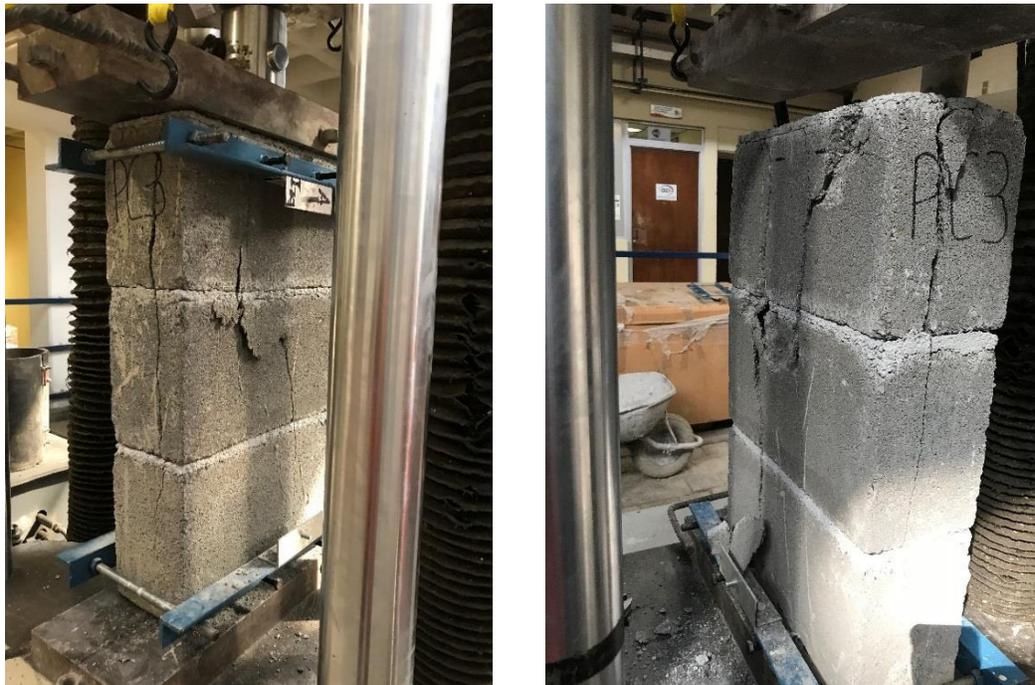


Figura 27. Patrón de agrietamiento en pilas.

3.6 Comentarios finales

Los resultados experimentales mostraron que ambos materiales (bloques huecos de concreto y mortero) resultaron con una resistencia baja a la compresión. Los bloques huecos de concreto mostraron ser menos rígidos que el mortero, lo que indica una mayor tendencia a ser deformados. A pesar de la baja resistencia de los bloques, se cumple el valor mínimo de resistencia a la compresión de la mampostería.

Un aspecto relevante de la práctica profesional es la discontinuidad de la junta de mortero. Este detalle constructivo puede afectar significativamente el mecanismo de falla, generando esfuerzos de tensión causados por la rotación de las unidades, lo que da origen a grietas verticales en las unidades.

CAPÍTULO 4

MODELOS MATEMÁTICOS Y DISEÑO ESTADÍSTICO DE EXPERIMENTOS

4.1 Introducción

A lo largo de este capítulo se describen los detalles de la implementación de los resultados experimentales para la construcción de los modelos numéricos, utilizando la técnica del micro-modelado tridimensional MEF. En esta técnica, el bloque hueco de concreto y el mortero fueron modelados de forma independiente con sus respectivas relaciones constitutivas y el empleo de una superficie de contacto no lineal entre ambos materiales.

Posterior a la calibración físico-numérica, se detalla el estudio estadístico junto con las técnicas de regresión multivariada utilizadas para la elaboración de expresiones matemáticas.

4.2 Relaciones constitutivas

Para el modelo numérico se utiliza el modelo constitutivo del material Plasticidad Dañada del Concreto “*Concrete Damaged Plasticity Model*” [3,65] CDPM por sus siglas en inglés. El CDPM es un modelo continuo basado en la clásica teoría de plasticidad de Hill, a través del cual se define el comportamiento no lineal de los materiales (mortero y bloques huecos de concreto). Este modelo

tiene la capacidad de modelar el comportamiento de materiales cuasi-frágiles, como la mampostería, asumiendo dos mecanismos principales de falla en el material: agrietamiento a tensión y aplastamiento a compresión.

El modelo CDPM implementado en el software ABAQUS [3], está basado en los modelos básicos propuestos por Lubliner, et al [65] en 1988 y mejorado por Lee & Fenves [85], el cual considera la separación de la plasticidad del daño en el comportamiento del concreto bajo esfuerzos de tensión y compresión uniaxial. Diversos trabajos recientes en mampostería han implementado este modelo [86][87][88].

El modelo establece una descomposición de la deformación en parte elástica y parte plástica (Ecuación 13)

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (13)$$

La relación entre esfuerzo y deformación se da mediante una matriz de rigidez multiplicada por un valor escalar de degradación (Ecuación 14).

$$\sigma = (1 - d)D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (14)$$

Se incluyen dos variables de daño, una para el comportamiento a tensión (ε_t^{pl}) y otra para el comportamiento a compresión (ε_c^{pl}). La evolución de estas dos variables está dada por la siguiente ecuación (Ecuación 15):

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = h(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^{pl}) \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (15)$$

La función de plastificación en el estado de esfuerzos efectivos viene dada por la siguiente ecuación (Ecuación 16):

$$F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^{pl}) = \frac{1}{1-\alpha} [\bar{q} + 3 \alpha \bar{p} + \beta(\bar{\varepsilon}^{pl}) \langle \bar{\sigma}_{max} \rangle - \gamma \langle -\bar{\sigma}_{max} \rangle] - \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^{pl}) \leq 0 \quad (16)$$

Donde (α) y (γ) son constantes adimensionales del material; (\bar{p}) es la presión hidrostática efectiva y (\bar{q}) es la tensión equivalente de Von Mises. El valor (α) y (β) tienen la definición en las ecuaciones (Ecuación 17 y 18):

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\bar{\varepsilon}^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\bar{\varepsilon}^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (17)$$

$$\frac{f_{b0}}{f_{c0}} = \frac{1 - \alpha}{1 - 2\alpha} \quad (18)$$

El coeficiente (γ) participa en el caso de compresión triaxial y se determina mediante la comparación de los meridianos de tensión y compresión.

Definiendo $K_c = \frac{q_{CM}}{q_{TM}}$ dado por la ecuación:

$$K_c = \frac{\gamma+3}{2\gamma+3} \quad (19)$$

Comúnmente el valor (K_c) se considera igual a 2/3, en la mayoría de los casos. Este valor tiene influencia en la forma de la superficie de plastificación (Fig. 28).

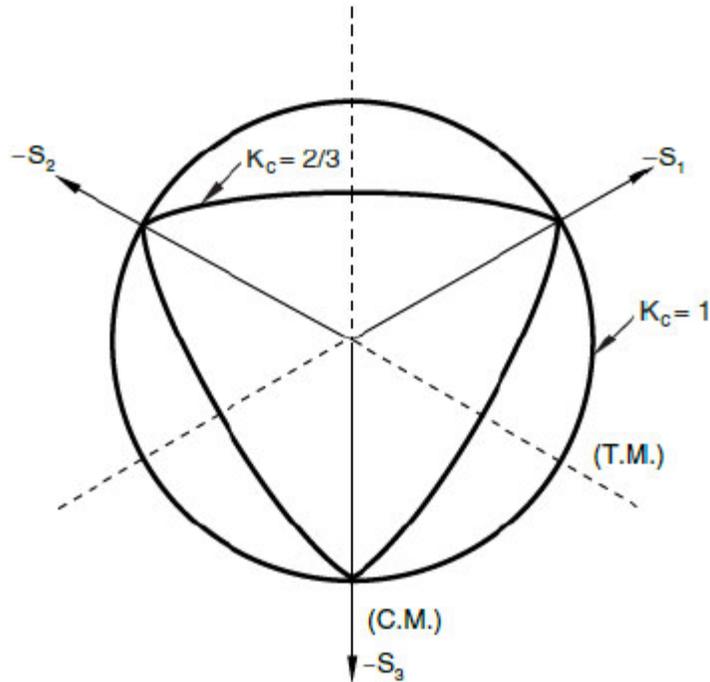


Figura 28 Superficie de plastificación en el plano desviador según valores de K_c .

La regla de flujo deriva de un potencial G (Ecuación 20):

$$\gamma \dot{\epsilon}^{pl} = \lambda \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}} \quad (20)$$

Donde (λ) es un multiplicador plástico no negativo. El potencial plástico viene dado por la ecuación 21.

$$G(\sigma, \psi) = \sqrt{(\epsilon \sigma_{to} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (21)$$

Donde (ψ) es el ángulo de dilatación medido en el plano p-q, (σ_{to}) es el esfuerzo de falla a tensión, (ϵ) es un parámetro de excentricidad,

este parámetro define lo próximo que se encuentra la superficie a la asíntota.

El ángulo de dilatación (ψ) viene asociado con el cambio de volumen inelástico que experimenta un material friccional, como lo es cada uno de los componentes de la mampostería (piezas y mortero), debido a la desviación plástica. Este fenómeno, llamado de dilatación, se atribuye al crecimiento de los mecanismos de micro-fisuración que sufre el material durante el periodo inelástico.

La superficie de plastificación en el estado de esfuerzo plano es representada en la fig. 29.

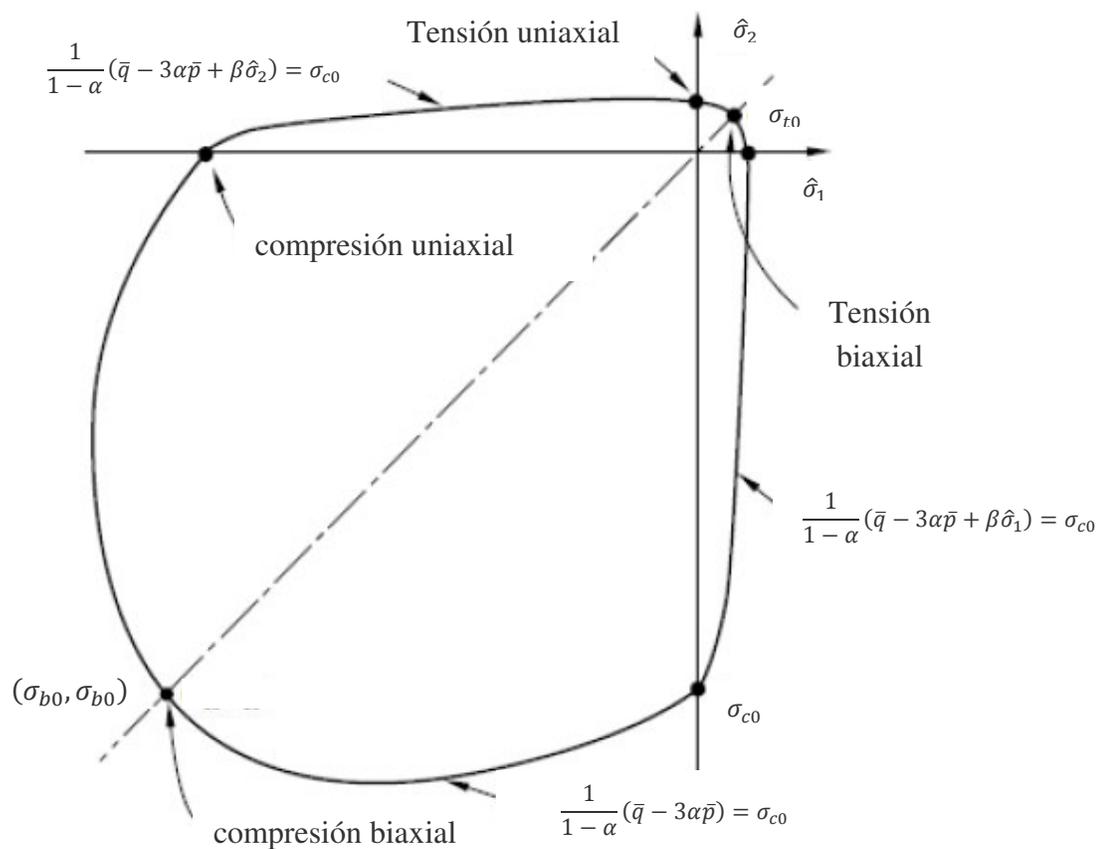


Figura 29 Superficie de plastificación en esfuerzo plano.

El modelo considera una variable de viscosidad que favorece una rápida convergencia a la hora de resolver el análisis no lineal. Este parámetro permite superar la zona de fluencia definida por los parámetros del modelo de daño (CDPM) en una cierta cantidad. El empleo de valores pequeños para esta variable donde $\frac{\tau}{\mu} \rightarrow \infty$ permite mejorar la convergencia.

Para realizar el análisis no lineal, se adoptaron los siguientes parámetros (Tabla 14):

Tabla 14. Parámetros plásticos.

Parámetros	Angulo de dilatación	Excentricidad	$\left(\frac{f_{bo}}{f_{co}}\right)$	K_c	Parámetro de viscosidad
Valor	35°	0.1	1.16	0.667	0.0004

4.2.1 Relación constitutiva del material a tensión uniaxial

Para el caso donde el material está ejerciendo esfuerzos a tensión, la relación esfuerzo-deformación bajo tensión es elástica-lineal hasta el punto donde es alcanzado el esfuerzo de falla (σ_{t0}) (Fig. 30).

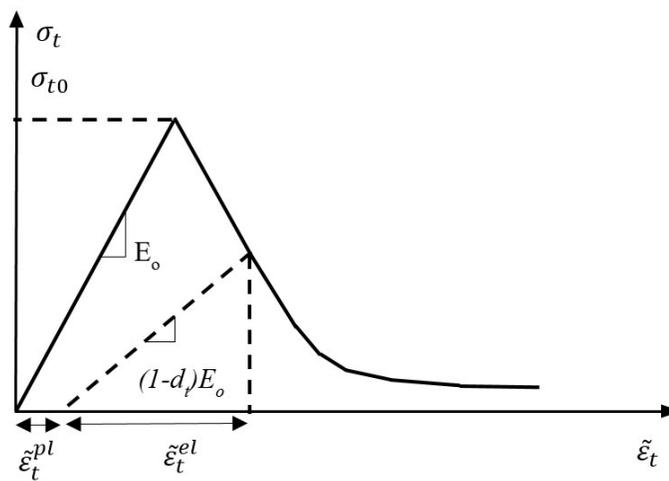


Figura 30. Relación constitutiva en tensión del material [3].

Después de que se alcanza el esfuerzo máximo a tensión, el comportamiento de ablandamiento a tensión puede modelarse por relaciones de esfuerzo-deformación de agrietamiento (o desplazamiento) o considerando la energía de fractura [3].

4.2.1.1 Criterio de energía de fractura (Relación post-falla)

La energía de fractura [89] puede definirse como la energía disipada del resultado de un proceso de daño, requerida para abrir un área unitaria de grieta. Esta propiedad del material se determina como el área bajo la curva de carga-desplazamiento dividida entre su área neta transversal.

Se acepta para casos prácticos el criterio de energía de fractura de Hillerborg,[3] que funciona para modelos en los que no existe una cantidad significativa de refuerzo. En este criterio se define el esfuerzo de falla (σ_{t0}), en relación con la energía de fractura asociada (Fig. 31). Este modelo asume una pérdida lineal de esfuerzo después del agrietamiento, como se muestra en la siguiente figura.

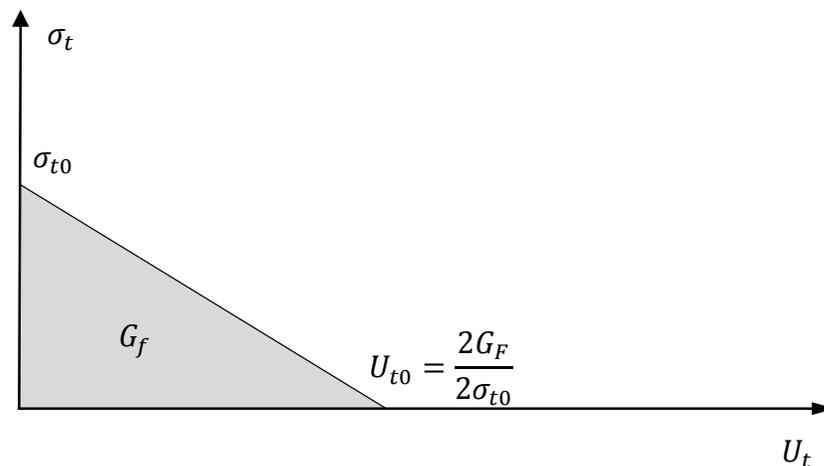


Figura 31. Curva de energía esfuerzo-fractura post-falla [3].

El desplazamiento de agrietamiento, donde existe una pérdida de esfuerzo, se define por la siguiente ecuación:

$$U_{t0} = \frac{2G_F}{\sigma_{t0}} \quad (22)$$

Donde (σ_{t0}) es el esfuerzo de falla y (G_F) la energía de fractura, la cual se define con la siguiente ecuación:

$$G_f = G_{f0} \left(\frac{\sigma_{c0}}{10} \right)^{0.7} \quad (23)$$

Donde (G_{f0}) es el valor base de energía de fractura, según el agregado del material y (σ_{c0}) es el valor promedio en compresión de la probeta (bloque o mortero) [46]. Los valores base de energía de fractura de los agregados son presentados en la siguiente tabla (Tabla 15), están dados en un intervalo de 8 mm a 32 mm.

Tabla 15. Valores base de energía de fractura en función del agregado [45].

D_{max} (mm)	G_{f0} $\left(\frac{Nmm}{mm^2} \right)$
8	0.025
16	0.030
32	0.058

El código modelo [45] proporciona una tabla con valores medidos experimentalmente en concretos de distintas resistencias, con cada uno de estos agregados. En la tabla 16 se muestra la información donde la nomenclatura **C12**, **C20**, **C30** se refiere a la clase de concreto y su resistencia en (MPa).

Tabla 16. Valores de energía de fractura [45].

$D_{max}(mm)$	C12	C20	C30	C40	C50	C60	C70	C80
8	40	50	65	70	85	95	105	115
16	50	60	75	90	105	115	125	135
32	60	80	95	115	130	145	160	175

Debido a la similitud que presenta el mortero y las piezas respecto al concreto en su comportamiento mecánico, diversos autores han tomado este criterio para la modelación a tensión post-falla [29,35,61].

Los valores (G_{f_0}) adoptados (Tabla 17) en los materiales de la presente investigación son: para el mortero ($d_{max} = 2 mm.$) y bloque hueco de concreto ($d_{max} = 6 mm.$), los que se obtuvieron a través de una extrapolación, usando modelos de regresión.

Tabla 17. Valores de energía de fractura y máximo agrietamiento para el modelo constitutivo a tensión en mortero y bloque hueco de concreto.

Parámetros	Mortero	Pieza
$f'_{cm} (MPa)$	11.96	3.74
$f'_{tm} (MPa)$	1.413	0.7
$G_{f_0} \left(\frac{Nmm}{mm^2} \right)$	0.0165494	0.01920899
$G_f \left(\frac{Nmm}{mm^2} \right)$	0.01875829	0.00964971
$U_{t0} (mm)$	0.0265510	0.02757062

4.2.2 Relación constitutiva del material a compresión uniaxial

El modelo constitutivo a compresión uniaxial asume una zona elástico lineal hasta el punto donde se alcanza el valor de fluencia (σ_{c0}). Esta zona está delimitada por la deformación del punto de fluencia (Ecuación 24) la que relaciona el esfuerzo con el módulo elástico del material.

$$\tilde{\varepsilon}_c^{el} = \frac{\sigma_{c0}}{E_0} \quad (24)$$

Donde (σ_{c0}) representa el esfuerzo en el punto de fluencia del material; E_0 es el módulo de elasticidad. En la zona de plasticidad, la respuesta se caracteriza por el endurecimiento por deformación, hasta alcanzar el esfuerzo máximo (σ_{cu}), seguido de la rama del ablandamiento (Fig. 32).

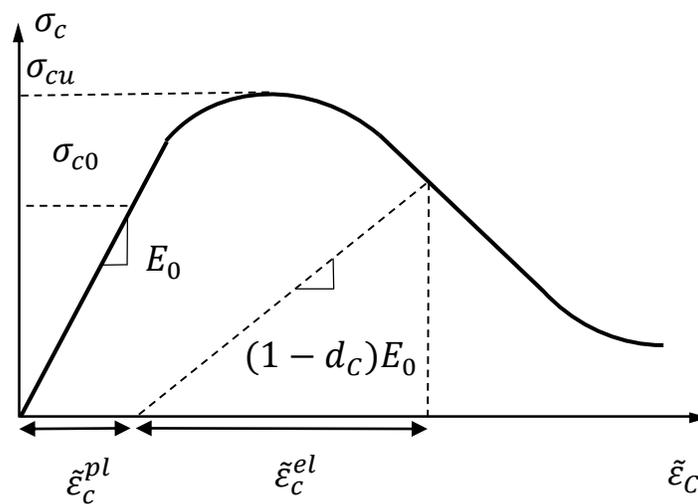


Figura 32. Relación constitutiva en compresión del material [3].

4.2.3 Modelo analítico de Feenstra

El comportamiento a compresión de los materiales (bloques huecos de concreto y mortero) puede simularse a través del modelo analítico de Feenstra [64], utilizando los resultados experimentales. Este modelo analítico fue analizado en la calibración físico-numérica de ambos modelos (bloques y mortero).

El modelo establece una curva parabólica conformada por tres secciones: la primera de las secciones define el comportamiento elástico del material hasta un 30% del esfuerzo máximo, con su correspondiente deformación, la que se toma con la siguiente ecuación:

$$\frac{\varepsilon_c}{3} = \frac{f_c}{3E} \quad (25)$$

Donde:

$f_c =$ Esfuerzo máximo a compresión (MPa)

$\varepsilon_c =$ Deformación correspondiente al esfuerzo máximo $\left(\frac{mm}{mm}\right)$

$E =$ Módulo de elasticidad (E)

La segunda sección representa la fase de endurecimiento de la relación constitutiva esfuerzo-deformación ($\sigma - \varepsilon$), hasta lograr alcanzar el punto del esfuerzo máximo (f_c) con su correspondiente deformación (ε_c). calculada con la ecuación:

$$\varepsilon_c = \frac{5 f_c}{3 E} \quad (26)$$

La tercera sección describe la rama de ablandamiento para definir el comportamiento posterior al esfuerzo máximo (f_c) con la ecuación:

$$\varepsilon_u = \varepsilon_c - \frac{3 G_f}{2 h f_c} \leq 1.75 \varepsilon_c \quad (27)$$

Donde:

$\varepsilon_u =$ Deformación última $\left(\frac{mm}{mm}\right)$

$$G_f = \text{Energía de fractura} \left(\frac{Nmm}{mm^2} \right)$$

$h = \text{Longitud característica del elemento (mm)}$

De esta la manera, el modelo analítico queda expresado de la siguiente manera:

$$f \left\{ \begin{array}{ll} \frac{fc}{3} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} & \varepsilon \leq \frac{\varepsilon_c}{3} \\ \frac{fc}{3} \left(1 + 4 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_3/3}{\varepsilon_c - \varepsilon_3/3} \right) - 2 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_3/3}{\varepsilon_c - \varepsilon_3/3} \right)^2 \right) & \frac{\varepsilon_c}{3} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \\ fc \left(1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_u - \varepsilon_c} \right)^2 \right) & \varepsilon_c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{array} \right. \quad (28)$$

4.3 Descripción del modelo numérico

Para obtener un alto nivel de precisión computacional se desarrolla la técnica del micro-modelado tridimensional MEF, desarrollado en el programa ABAQUS/CAE [4]. Con el propósito de simplificar las complejas características geométricas de los bloques huecos de concreto, reducir los problemas de distorsión y reducir el trabajo computacional, el modelo numérico se desarrolló con dos principales simplificaciones [28,90] (Fig. 33):

1. Los bordes de las celdas de los bloques se cuadraron, despreciando el chanfleo localizado en las paredes internas del bloque.
2. La junta de mortero se tomó de las mismas características geométricas de la cara del bloque, cuadrando sus bordes.

La primera simplificación se empleó debido a que esa porción es muy pequeña, en comparación con el área neta de todo el bloque, lo cual no genera

una influencia en la respuesta del esfuerzo máximo a compresión del bloque (f'_{cp}). Esto ha sido reportado en diversos trabajos [28,90] y además, fue analizado en la presente investigación. La segunda simplificación se refiere al efecto del mortero el cual depende solamente de la porción que está en contacto con las piezas.

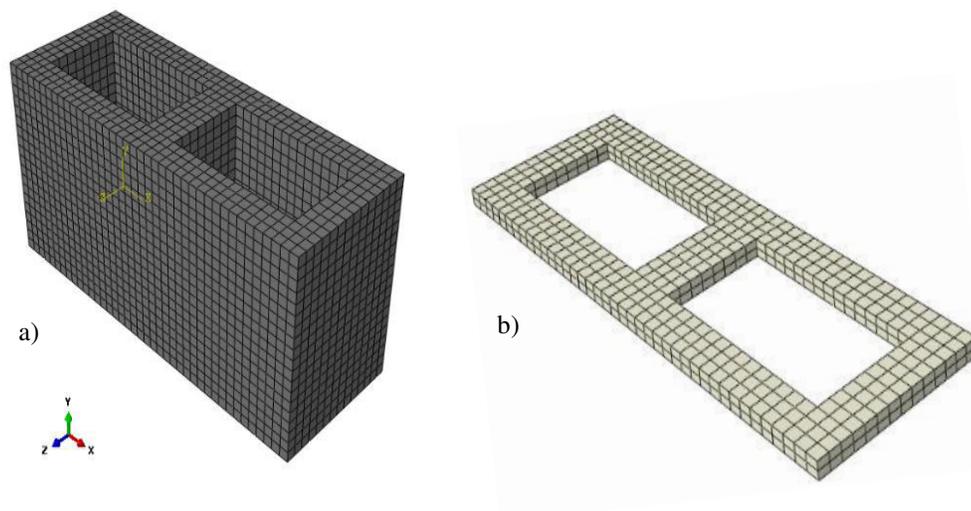


Figura 33. Modelos numéricos, a) Bloque hueco de concreto, b) Junta de mortero.

4.4 Calibración numérica

Como primer paso en la calibración numérica, los componentes de la mampostería (bloques huecos de concreto y mortero), fueron modelados y simulados de manera individual, para calibrar su comportamiento de manera numérica (Fig. 34).

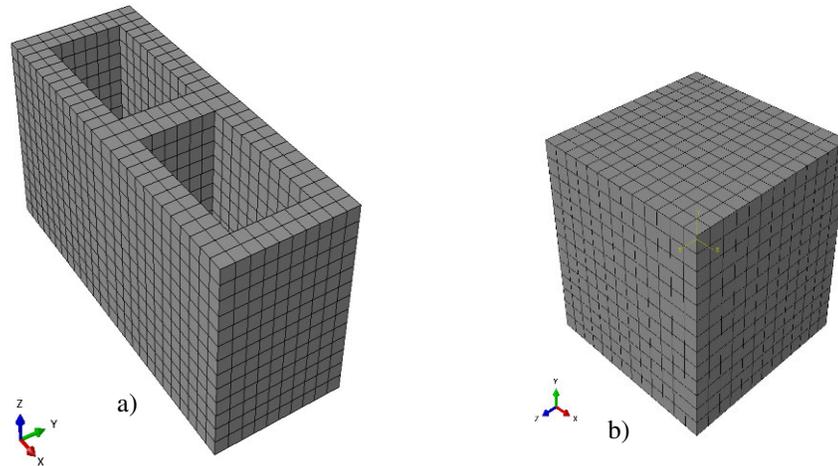


Figura 34. Modelos numéricos a) Bloque hueco de concreto, b) Cubo de mortero.

Los componentes fueron simulados usando un elemento finito sólido de veinte nodos, cuadrático, con integración reducida (**C3D20R**), con tres grados de libertad en cada uno de los nodos. El valor promedio por arista para el bloque fue de 15 mm., con un total de 1,820 elementos y 10,461 grados de libertad. Para el cubo de mortero, una arista de 5 mm., con un total de 2,197 elementos y 10,388 grados de libertad.

Las condiciones adoptadas en ambos modelos representan las mismas condiciones presentadas en los modelos físicos. En la cara superior, el movimiento se permite sólo en la dirección en que se aplica la carga, mientras que, en la cara inferior, el movimiento es restringido en todos los grados de libertad.

Un modelo de carga cuasi-estática fue aplicado utilizando control por desplazamiento en la cara superior de los modelos numéricos, lo que fue implementado por promedios de una función de paso explícita, con una suave

amplitud. Para el criterio de convergencia, un valor límite del 5% fue adoptada, para la relación de la energía cinemática y el total de energía interna[28,91] (Fig. 35).

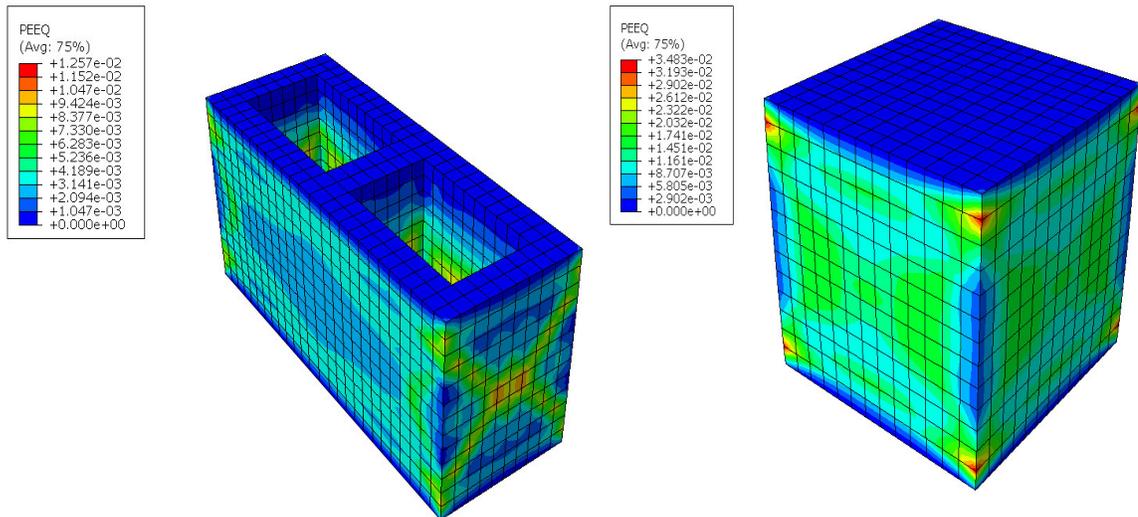


Figura 35. Principales deformaciones plásticas equivalentes (PEEQ), a) Bloque hueco de concreto, b) Cubo de mortero.

El parámetro de fluencia no se midió experimentalmente, por lo que, para establecerlo, se realizó una calibración físico-numérica, proponiendo valores de fluencia en un intervalo del 30% al 70% en cada uno de los materiales (bloques y mortero) (Fig. 36 y 37).

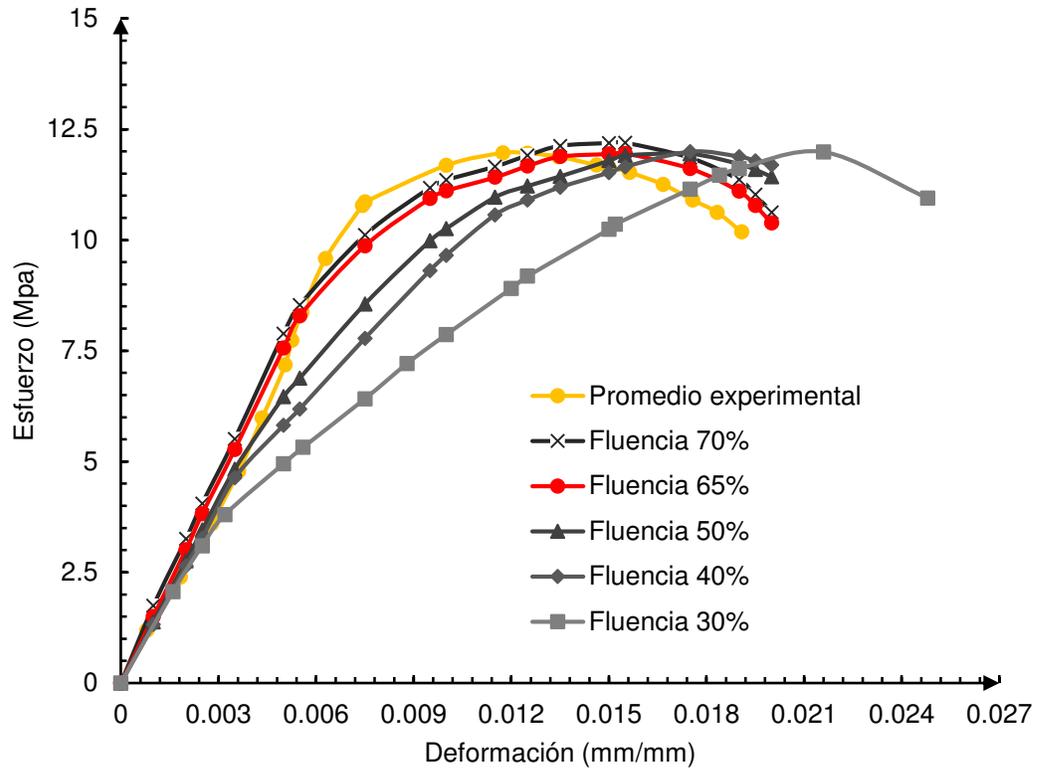


Figura 36 Calibración numérica en cubo de mortero

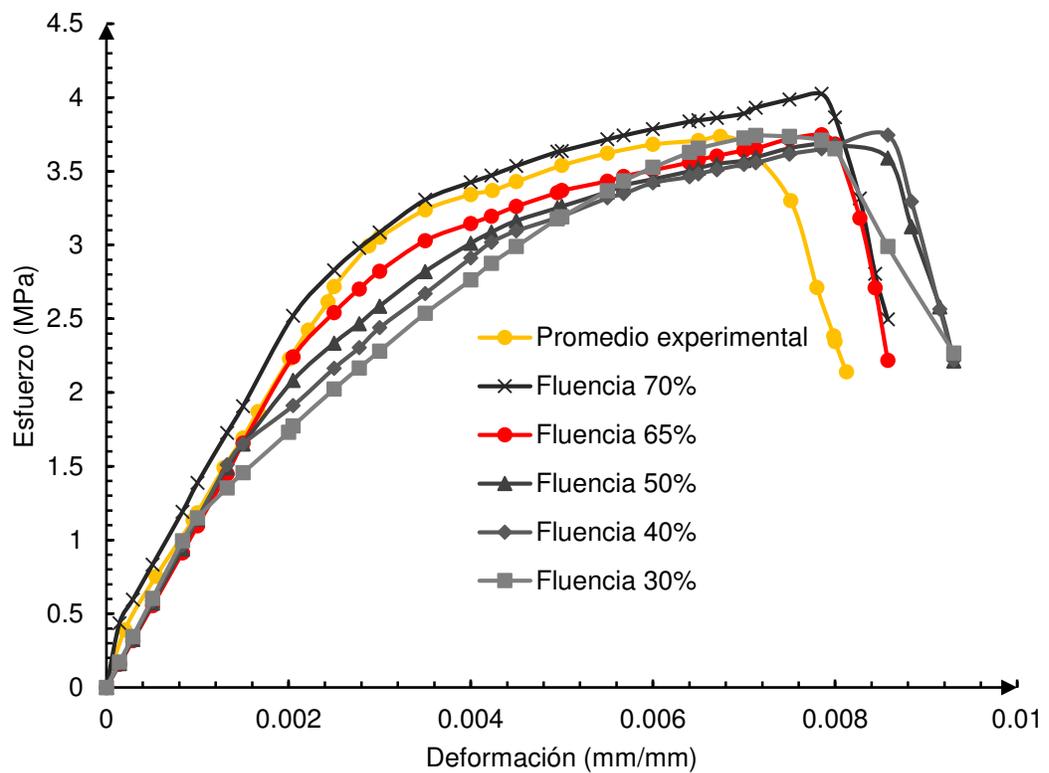


Figura 37 Calibración numérica en bloque hueco de concreto

En los gráficos (Fig. 36 y 37) se conjuntaron los distintos resultados, correspondientes a las simulaciones del cubo de mortero y al bloque hueco de concreto. En estos gráficos se observa la influencia que tiene el parámetro de la fluencia del material dentro del modelo numérico, mostrando en ambos casos una mayor cercanía a la curva experimental, cuando se establece un valor de fluencia del 65% en el material.

Para corroborar lo antes mencionado se recurre a la norma de errores, que permite estimar el porcentaje de error medio absoluto (PEMA) en todo el dominio [92] (ecuación 29).

$$E_{PEMA} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_{e(i)} - Q_{n(i)}}{Q_{e(i)}} \right)}{n_p} \quad (29)$$

Donde $(Q_{e(i)})$ refiere al resultado patrón (experimental), $(Q_{n(i)})$ al resultado obtenido del modelo numérico y (n_p) el total de puntos analizados.

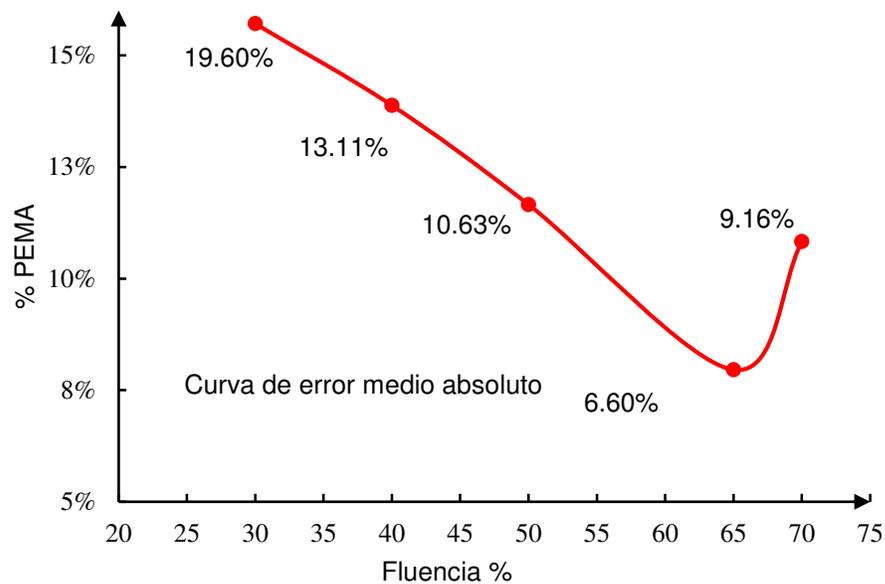


Figura 38. Análisis de fluencia en el modelo numérico del cubo de mortero.

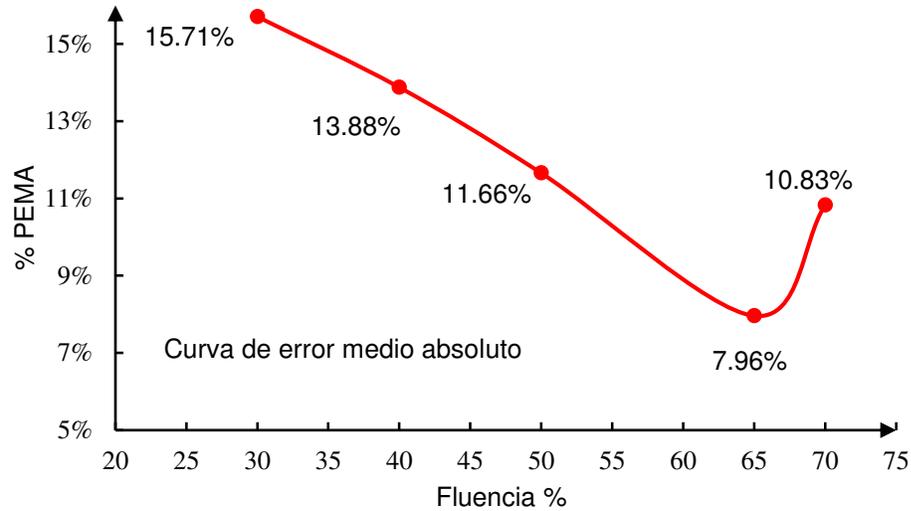


Figura 39. Análisis de fluencia en el modelo numérico de bloque hueco de concreto.

Observando las figuras 38 y 39, se aprecia cómo en la medida en que se varía el valor de la fluencia hasta llegar a un valor de 65%, el PEMA disminuye. Posterior a este valor de fluencia, el PEMA aumenta en casi un 3%, por lo que se emplea el 65% de fluencia como el parámetro constitutivo del material.

Después de la calibración de cada uno de los materiales, se continúa con la construcción del modelo numérico de la pila (Fig. 40).

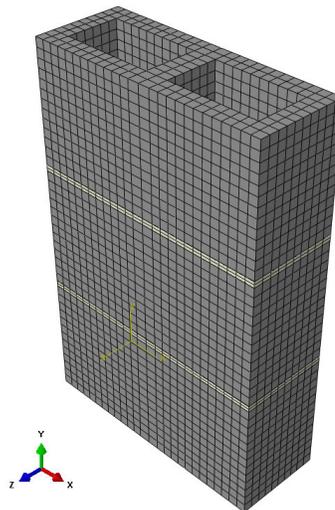


Figura 40. Modelo numérico de pila.

El uso correcto de las propiedades de contacto entre bloques y mortero, capaz de modelar la discontinuidad y la interacción no lineal de la superficie entre ambos materiales, tiene una notable influencia en la confiabilidad del modelo numérico. De ahí, que la existencia de un gran número de regiones de interacción incrementa significativamente la complejidad del análisis.

Al utilizar el software ABAQUS/CAE [4] para modelar estas interacciones, habrá oportunidad de tener un control diferencial de estas discontinuidades, permitiendo la transferencia de fuerza de una parte del modelo a otra. Las simulaciones fueron implementadas en ABAQUS/Explicit, usando el esquema de integración de diferencia central cuasi-estática.

Para representar la interface entre la pieza y el mortero, se emplearon las propiedades de contacto “*Surface to Surface*”. Las propiedades de contacto se establecieron usando un algoritmo “*master-slave*”, preservando la regla básica que una superficie tipo “*slave*” no puede penetrarse en una superficie tipo “*master*” (Fig. 41).

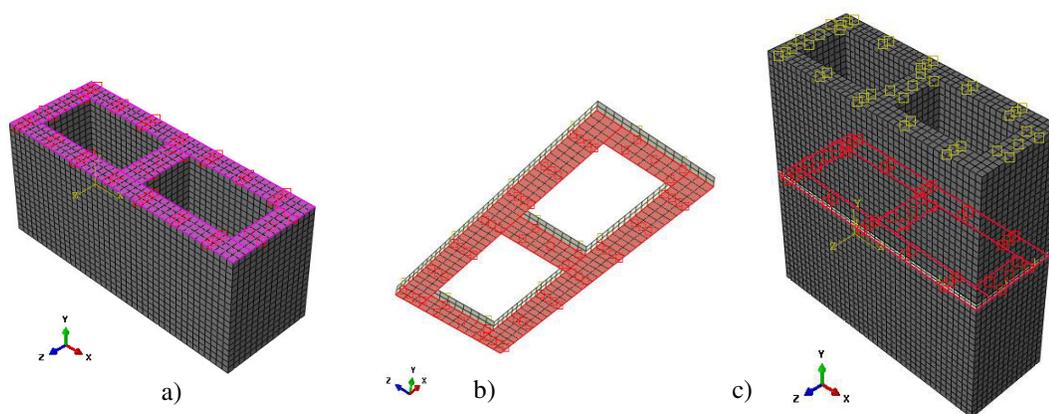


Figura 41. Interacción: a) Superficie esclava, b) superficie maestra, c) zona de interacción.

En ambas juntas de mortero en la pila, el mortero fue definido como el elemento tipo “*master*”, debido a que lo obtenido en la información experimental resultó ser más rígido que el bloque hueco de concreto, para este caso de estudio.

Las superficies de interacción fueron definidas con comportamiento normal y tangencial. El comportamiento normal fue definido con una propiedad tipo “*hard contact*”, la cual tiene las siguientes propiedades:

1. Bajo una carga de tensión, esta propiedad de contacto permite la separación entre el bloque hueco de concreto y la junta de mortero. Los esfuerzos de tensión no pueden ser transferidos a través de las interfaces.
2. Bajo una carga de compresión, las superficies se mantienen en contacto, pero no se permite que las superficies penetren entre ellas.

El comportamiento tangencial fue simulado a través de una formulación “*finite-sliding*”, que está basada en la teoría de fricción de Coulomb. La teoría de Coulomb considera que los desplazamientos relativos longitudinales inician cuando la fuerza de desplazamiento excede el esfuerzo cortante crítico ($\tau_{crítico}$), el que está relacionado con el coeficiente de fricción (μ) y la presión de contacto normal (P), a través de la siguiente ecuación:

$$\tau_{crítico} = \mu p \quad (30)$$

El coeficiente de fricción en mampostería elaborada con bloques huecos de concreto se encuentra en un intervalo de 0.6 y 0.8 [88,93]. Se tomó un valor de 0.78, procedente de investigaciones previas [28,87,88], el cual da una buena aproximación con los resultados experimentales.

Las condiciones de frontera propuesta en el modelo representan las mismas condiciones presentadas en los modelos físicos. En la cara superior, el movimiento se permite sólo en la dirección en que se aplica la carga, mientras que en la cara inferior el movimiento es restringido en todos los grados de libertad (Fig. 42).

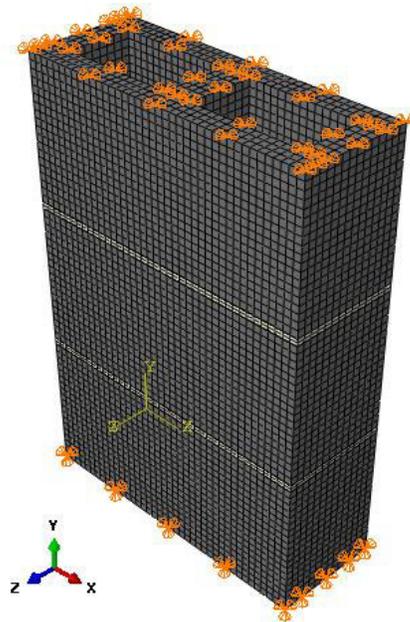


Figura 42. Condiciones de frontera en el modelo numérico de pila.

La calibración del modelo numérico tridimensional se realizó respecto a la curva promedio experimental obtenida de las pilas. Los resultados obtenidos (Fig.43 y 44) fueron satisfactorios, donde se observan (Fig. 43) las zonas de

mayor plastificación, siendo similares a los patrones de agrietamiento observados durante la fase experimental.

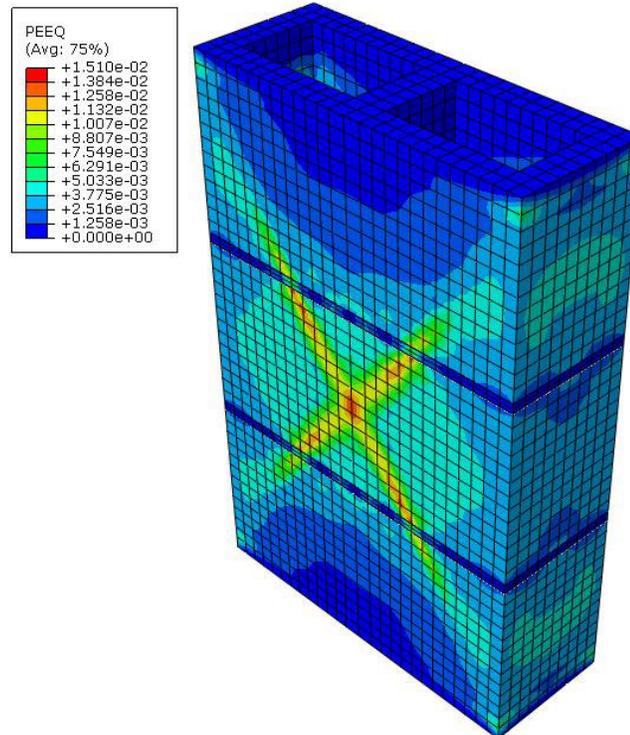


Figura 43. Principales deformaciones plásticas equivalentes (PEEQ) en la pila.

En un primer paso fueron definidos los modelos numéricos individuales (bloques y mortero) con un elemento finito del tipo **C3D20R**, pero en una búsqueda de la optimización de los recursos computacionales, se analizó el tipo de malla (tamaño) y el elemento finito que podrían ser empleados para desarrollar las simulaciones en un menor tiempo y con un grado de error aceptable. Para realizar esta optimización se implementaron dos tipos de elementos finitos **C3D20R** y **C3D8R**. Los resultados se presentan a continuación (Fig. 44).

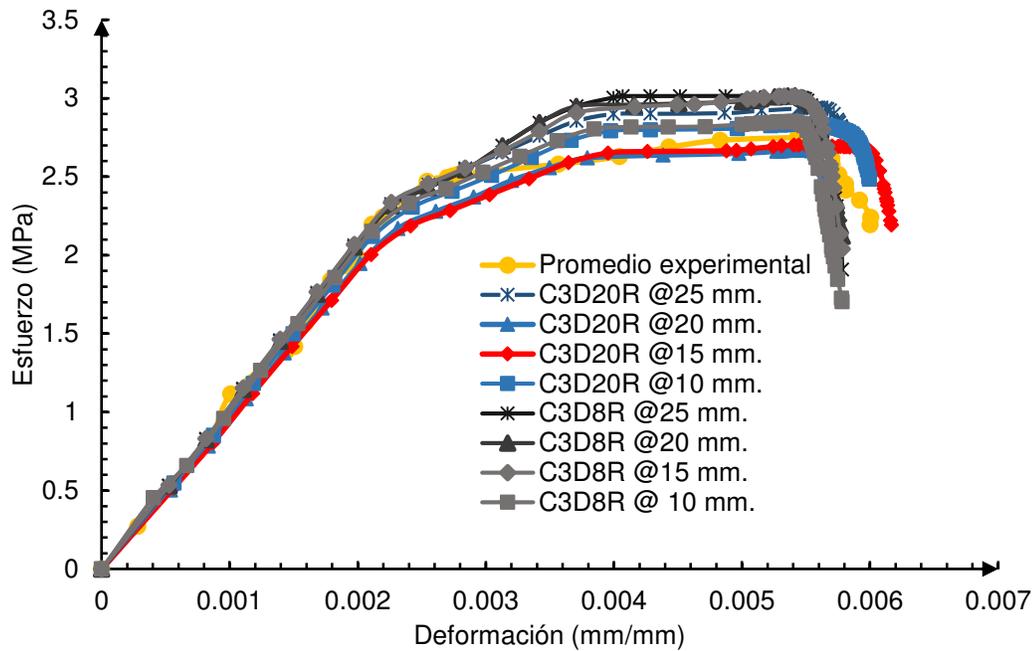


Figura 44. Calibración numérica en pila.

El tamaño de la malla se varió en un intervalo de 10 mm. a 25 mm. para cada uno de los tipos de elemento finito (**C3D20R** y **C3D8R**) respectivamente (Fig. 45). Para seleccionar el tipo de elemento finito se recurrió a la norma de error (Ecuación 29) y al tiempo de ejecución en la simulación (Tabla 18).

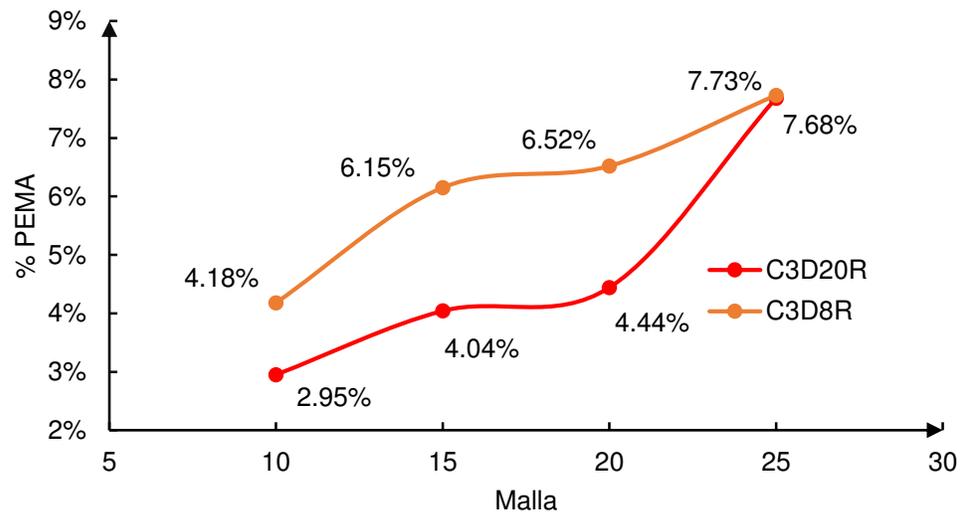


Figura 45. Análisis de malla y tipo de elemento finito en modelo numérico de pila.

Tabla 18. Análisis de malla y del tipo de elemento finito.

<i>Tipo de E.F.</i>	<i>Malla (mm.)</i>	<i>Tiempo (hrs:min:seg.)</i>
C3D20R	25	1:15:43
	20	1:47:21
	15	2:35:18
	10	5:15:24
C3D8R	25	1:01:42
	20	1:29:51
	15	2:02:47
	10	4:38:30

Como producto de este análisis, se seleccionó el elemento finito **C3D20R** con una dimensión de **15 mm.**, por mostrar un grado de error menor que el 5% (Fig. 45) y un tiempo razonable (Tabla 18) para el desarrollo del estudio estadístico, punto siguiente a describir en esta investigación.

4.5 Construcción del diseño estadístico de experimentos

Una vez concluido el proceso de calibración y validación del modelo numérico (3D) presentado anteriormente, se hará uso de él para el análisis estadístico multifactorial. El análisis va dirigido al estudio del esfuerzo a la compresión (f'_m) y al módulo de elasticidad (E_m), parámetros de diseño asociados con la tipología experimental (pila) implementada en la presente investigación.

El análisis estadístico multifactorial se realiza a través de un diseño de experimentos. El diseño de experimentos se define como el estudio estadístico, en el que se sigue una serie de pasos que permiten hacer un análisis objetivo, tomando deducciones respecto al problema planteado [94].

El diseño de experimentos utilizado es del tipo factorial, que se implementa debido a su eficiencia en la variación sistemática de todos los factores, desarrollando todas las combinaciones posibles. El diseño factorial formulado es un (3^5) , en donde: (5) representa el número de variables independientes y (3) representa el número de niveles a los cuales son “*variadas*” las variables independientes [94]. Los niveles están determinados por el promedio experimental, promedio experimental más desviación estándar y promedio experimental menos la desviación estándar.

Como primer paso, se realizó la clasificación de las variables, esta clasificación se realizó en tres tipos: distribución uniforme, distribución determinista y distribución normal, de acuerdo con lo registrado durante los ensayos experimentales.

Las variables del espesor de junta (h) y el esfuerzo de tensión en la pieza (f'_{tp}), fueron consideradas con una distribución uniforme. Para el caso del espesor de la junta, físicamente se registraron valores en un intervalo comprendido entre 10 mm. y 24 mm. Para establecer los intervalos del esfuerzo a tensión del bloque (f'_{tp}) y debido a la ausencia de ensayos experimentales, se tomaron valores comprendidos entre el 10% y 22% del esfuerzo a compresión en el bloque (f'_{cp}), este intervalo de porcentajes fue tomado de trabajos experimentales desarrollados por otros autores [95][96][97] (Tabla 19).

Tabla 19. Parámetros de distribución uniforme.

Factor	Valor mínimo	Valor medio	Valor máximo
h (mm)	10	16	24
f'_{tp}	10 % del esfuerzo a compresión de pieza	18.7 % del esfuerzo a compresión de pieza	22 % del esfuerzo a compresión de pieza

La geometría del bloque, la densidad (ρ), la relación de Poisson (ν) y el coeficiente de fricción (μ) se consideraron con una distribución determinista, debido a que no aportan una influencia importante en las variables de respuesta (f'_m y E_m) (Tabla 20).

Tabla 20 Parámetros de distribución determinista

Factor		Valor
ρ ($\frac{kg}{m^3}$)		2,150
ν	Bloque	0.15
	Mortero	0.21
μ		0.78

Las variables (f'_{cp}), (f'_{tm}), (f'_{cm}); es decir, las propiedades mecánicas de los materiales que fueron medidas experimentalmente, fueron tomadas con una distribución normal debido a que los resultados obtenidos son cercanos a la media experimental (Tabla 21).

Tabla 21. Parámetros de distribución normal.

Factor	Media – Desviación estándar (MPa)	Media (MPa)	Media + Desviación estándar (MPa)
f'_{cp}	3.44	3.74	4.04
f'_{tm}	1.27	1.41	1.55
f'_{cm}	10.86	11.96	13.06

El siguiente esquema muestra el método seguido para el desarrollo del diseño experimental (Fig. 46).

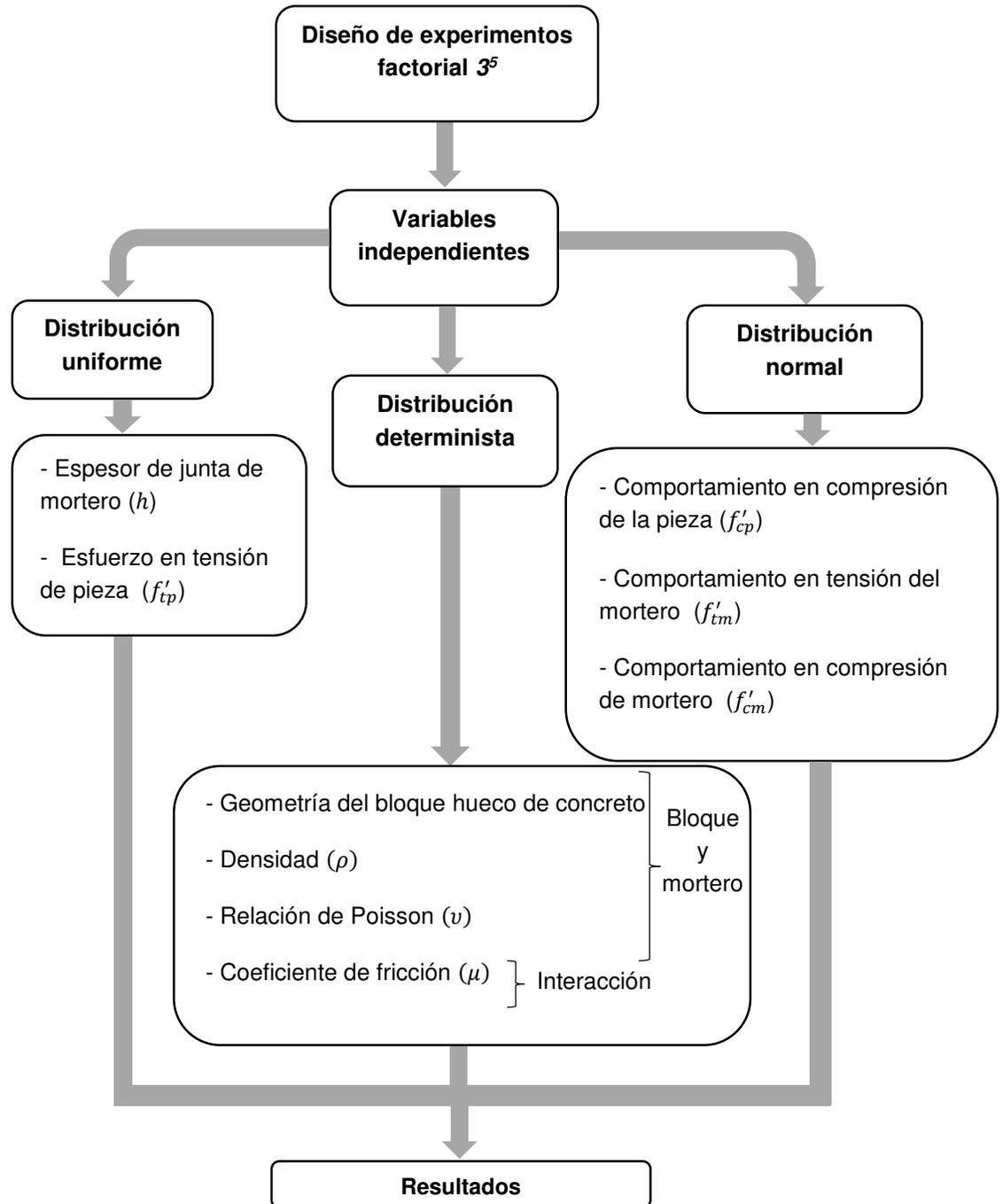


Figura 46. Planteamiento de diseño experimental

Del diseño factorial (3^5) resulta un total de 243 simulaciones, las que se efectuaron con la ayuda de cinco computadoras, trabajando simultáneamente mediante el programa ABAQUS/CAE [4]. A continuación, se presentan los resultados obtenidos (Fig. 47).

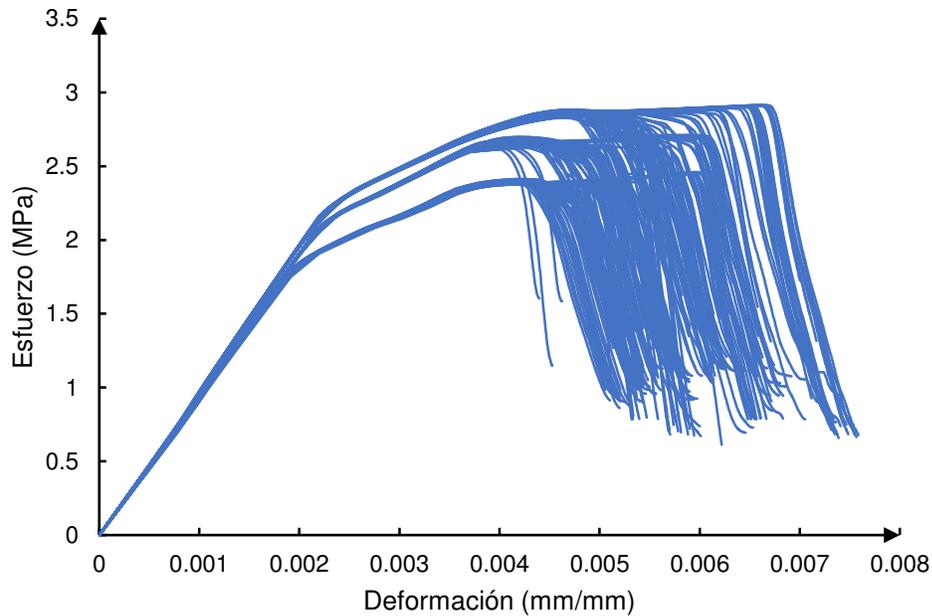


Figura 47. Resultados de diseño experimental.

El comportamiento que se observa en el gráfico (Fig. 47) presenta una similitud en el conjunto de simulaciones hasta un valor de esfuerzo a compresión de 1.8 MPa. A partir de este valor, empiezan a existir diferencias significativas, donde se aprecia la existencia de tres bandas o tendencias. Las bandas o tendencias corresponden a los niveles de variación (promedio experimental, promedio experimental más la desviación estándar, promedio experimental, menos la desviación estándar).

El esfuerzo a compresión (f'_m) registra un valor máximo de 2.91 (MPa), y un valor mínimo de 2.38 (MPa). Esta variable de respuesta en ambos casos, se observa (Tabla 22) influenciada principalmente por las propiedades del bloque (f'_{cp}, f'_{tp}). En cuanto a las propiedades mecánicas del mortero (f'_{cm}, f'_{tm}) junto a su espesor (h), no muestran un influjo importante.

Tabla 22. Combinación de variables para los resultados máximo y mínimo del esfuerzo a compresión (f'_m).

f'_m	f'_{tp}	h	f'_{tm}	f'_{cm}	f'_{cp}
Máximo	22%(f'_{cp})	10 mm.	Media	Media + D.E.	Media + D.E.
Mínimo	10%(f'_{cp})	10 mm.	Media	Media + D.E.	Media – D.E.

D.E. = Desviación estándar

El módulo de elasticidad (E_m), que registra un valor máximo de 1,029.07 (MPa), y un valor mínimo de 892.70 (MPa). En esta propiedad mecánica de la mampostería, los factores más influyentes (Tabla 23) son: la resistencia a compresión del bloque (f'_{cp}) y la resistencia a tensión del mortero (f'_{tm}).

Tabla 23. Combinación de variables para resultado máximo y mínimo del módulo de elasticidad (E_m).

E_m	f'_{tp}	h	f'_{tm}	f'_{cm}	f'_{cp}
Máximo	18.71 %(f'_{cp})	16 mm.	Media	Media – D.E.	Media + D.E.
Mínimo	18.71%(f'_{cp})	10 mm.	Media – D.E.	Media	Media – D.E.

La variable de respuesta (E_m) muestra (Tabla 23) que, al contar con un bloque de alta resistencia a compresión (f'_{cp}), junto con un mortero de baja resistencia a compresión (f'_{cm}), con un esfuerzo a tensión (f'_{tm}) y un espesor

promedio (h), se registra el valor máximo del módulo de elasticidad (E_m). En cambio, cuando se registra el valor mínimo (E_m), las propiedades mecánicas del mortero no tienen una participación importante. Esto hace evidente que este parámetro mecánico depende de la rigidez de los bloques que lo componen.

Los resultados obtenidos en ambos casos (f'_m y E_m) corresponden a lo registrado en los resultados experimentales, ya que el modo de ruptura ocurre por el agrietamiento vertical en las piezas, siendo sus propiedades mecánicas las que rigen los parámetros mecánicos globales de la mampostería.

4.6 Modelos de regresión

En esta sección se describen los métodos aplicados para la obtención de los modelos matemáticos, a partir de la técnica de la regresión multivariada. El modelo de regresión multivariada es una técnica para obtener una función de aproximación que se ajuste a la forma o a la tendencia general de los datos, sin coincidir necesariamente en todos los puntos. En general, las variables dependientes o de respuesta (Y) puede estar relacionadas con las variables independientes (k) o variables regresoras (Ecuación. 31)

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \epsilon \quad (31)$$

Donde (Y) representa la variable dependiente (de respuesta), los parámetros $\beta_j, j = 0, 1, \dots, k$, son los coeficientes de regresión que representan el cambio esperado en la variable de respuesta (Y) por unidad de cambio en (x_j),

cuando los regresores restantes ($x_i, i \neq j$) permanecen constantes y (ϵ) es un valor de error aleatorio.

Los modelos que incluyen efectos de interacción pueden analizarse con el uso de la técnica de regresión lineal multivariada. Una interacción entre dos variables se representa por un producto cruz, que se utiliza para linealizar el modelo [94].

La estimación de cada uno de los coeficientes se hace a través del método de los mínimos cuadrados, que minimiza el error entre cada uno de los puntos y la curva. La información comúnmente se presenta de la siguiente manera para su resolución (Tabla 24) [94].

Tabla 24. Información para regresión multivariada.

y	x_1	x_2	. . .	x_k
y_1	x_{11}	x_{12}	. . .	x_{1k}
y_2	x_{21}	x_{22}	. . .	x_{2k}
.	.	.		.
.	.	.		.
.	.	.		.
y_n	x_{n1}	x_{n2}	. . .	x_{nk}

Cada observación o resultado ($x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, y_i$), satisface el modelo general o bien la siguiente ecuación:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \epsilon_i \quad (32)$$

La función de mínimos cuadrados es la siguiente:

$$L = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij})^2 \quad (33)$$

Se busca la minimización de (L) respecto a $(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)$. Las estimaciones de los mínimos cuadrados de $(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)$ deben satisfacer lo siguiente:

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_0} \Big|_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}) = 0 \quad (34)$$

y

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_j} \Big|_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}) x_{ij} = 0 \quad (35)$$

Empleando esta técnica, con base en la información obtenida del diseño de experimentos, se propuso la elaboración de nuevas expresiones matemáticas, capaces de estimar el esfuerzo máximo a compresión (f'_m) y el módulo de elasticidad (E_m), en función de las variables independientes previamente definidas.

La obtención de los modelos matemáticos se realiza a través de los programas computacionales STATGRAPHICS [98] y SPSS [99], que permiten el manejo y el análisis de la información estadística. A través de estos programas se implementa la información que resulta del diseño experimental, siguiendo el método que a continuación se presenta (Fig. 48).

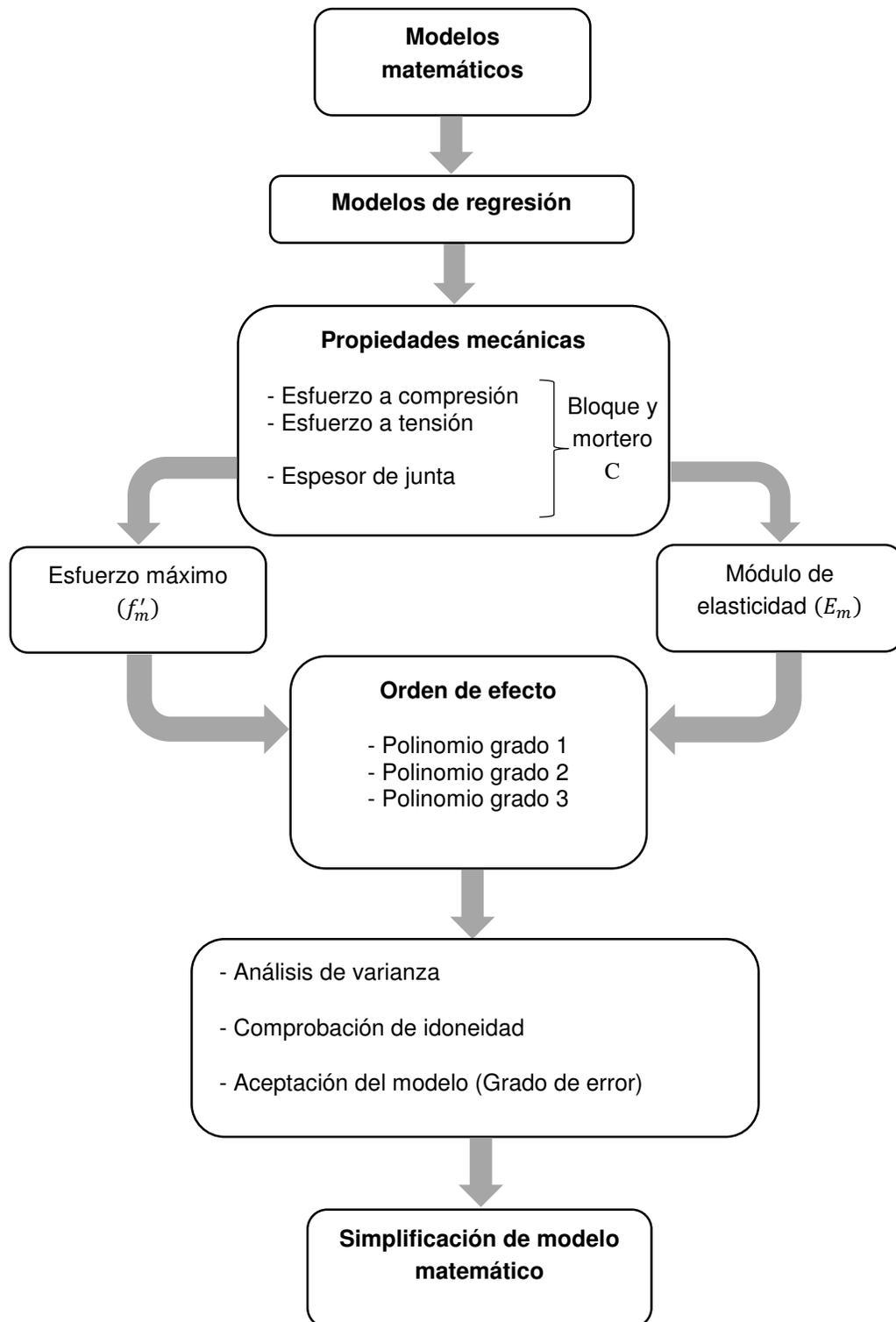


Figura 48. Método para la obtención de los modelos matemáticos.

El método inicia con la propuesta de una función polinómica (primer, segundo y tercer grado); posteriormente se realiza un análisis de varianza (ANOVA), que prueba la significancia del modelo de regresión y un análisis de ajuste a esta función propuesta. El análisis de ajuste consiste en la realización de las pruebas de independencia Durbin-Watson (DW), el tratamiento de residuos y la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov, junto con la de Shapiro-wilk, en el análisis de distribución residual [100].

Después de la revisión del cumplimiento de lo anterior, se calcula el grado de error mediante la norma de error relativo (Ecuación 36), para dar como aceptable al modelo.

$$E_{relativo} = \frac{|Q_{e(i)} - Q_{n(i)}|}{Q_{e(i)}} \quad (36)$$

Donde:

$Q_{e(i)}$ = Resultado de ensaye experimental (patrón)

$Q_{n(i)}$ = Resultado de modelo numérico

Se ajusta y se revisa cada uno de los modelos matemáticos. Posteriormente se busca una simplificación apoyada en los diagramas de Pareto, los cuales muestran el grado de influencia de cada una de las variables y la relación entre ellas.

4.6.1 Modelo matemático del esfuerzo máximo a compresión

En esta sección se detalla la construcción del modelo matemático correspondiente al esfuerzo máximo a la compresión de la mampostería (f'_m), con el uso de tres distintas funciones polinómicas.

Modelo matemático de 1^{er} grado

Este primer modelo matemático considera el efecto de las variables independientes sin tomar en cuenta las interacciones entre ellas.

La siguiente tabla (Tabla 25) muestra el análisis de varianza (ANOVA). En esta tabla es particionada la variabilidad del esfuerzo máximo (f'_m) en piezas separadas para cada uno de los efectos. Posteriormente se hace la prueba de la significancia estadística de cada efecto, comparando su cuadrado medio contra una estimación del error experimental.

En este caso, dos efectos tienen un valor-P menor que 0.05, indicando que son significativamente diferentes de cero, con un nivel de confianza del 95.0% (Tabla 25).

Tabla 25. Análisis de varianza del modelo matemático de 1^{er} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
f'_{tp}	0.04115	1	0.04115	61.86	0.0000
h	0.00243801	1	0.00243801	3.67	0.0568
f'_{tm}	0.0000102532	1	0.0000102532	0.02	0.9013
f'_{cm}	0.0000165236	1	0.0000165236	0.02	0.8749
f'_{cp}	8.18887	1	8.18887	12310.70	0.0000
Error total	0.156983	236	0.000665183		
Total (corr.)	9.04444	241			

El estadístico (R^2) (Tabla 26) indica que el modelo ajustado explica un 98.26% de la variabilidad en el esfuerzo máximo (f'_m). El estadístico (R^2_{ajus}), que es más adecuado para comparar modelos con diferente número de variables independientes, es 98.23%. El error estándar de la estimación muestra que la desviación estándar de los residuos es 0.0258, el error medio absoluto (EMA) de 0.0220 es el valor promedio de los residuos.

Tabla 26 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 1^{er} grado del esfuerzo máximo (f'_m)

<i>Modelo matemático</i>	<i>R² (%)</i>	<i>R²ajus (%)</i>	<i>Error estándar del estimador</i>	<i>Error medio absoluto</i>	<i>Durbin-Watson</i>	<i>Autocorrelación residual</i>
1^{er} Grado	98.26	98.23	0.0258	0.0220	0.7283	0.6344

En la siguiente tabla (Tabla 27) se muestran los coeficientes de regresión obtenidos para la formulación de este primer modelo. En la columna izquierda se muestran las variables independientes y en la columna derecha se muestran los coeficientes de participación de estas variables.

Tabla 27. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 1^{er} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

<i>Factor</i>	<i>Coeficiente estimado (β)</i>
β_0	-0.26383
f'_{tp}	0.068602
h	-0.0005538
f'_{tm}	0.00181
f'_{cm}	-0.0002897
f'_{cp}	0.77197

El modelo matemático obtenido es el siguiente:

$$f'_m = -0.26383 + 0.068602f'_{tp} - 0.0005538h + 0.00181f'_{tm} - 0.0002897f'_{cm} + 0.77197f'_{cp} \quad (37)$$

En la fig. 49 se muestra el diagrama de Pareto de este primer modelo. A través de este diagrama se puede visualizar el grado de influencia de cada uno de los factores en la variable de respuesta. Cada una de las variables independientes adquiere la nomenclatura designada por las letras, desde la A hasta la E (Tabla 28).

Tabla 28. Nomenclatura de factores.

Nomenclatura	Variable Independiente
A	(f'_{tp}) Esfuerzo de tensión en el bloque
B	(h) Espesor de junta de mortero
C	(f'_{tm}) Esfuerzo de tensión en el mortero
D	(f'_{cm}) Esfuerzo de compresión en el mortero
E	(f'_{cp}) Esfuerzo de compresión en el bloque

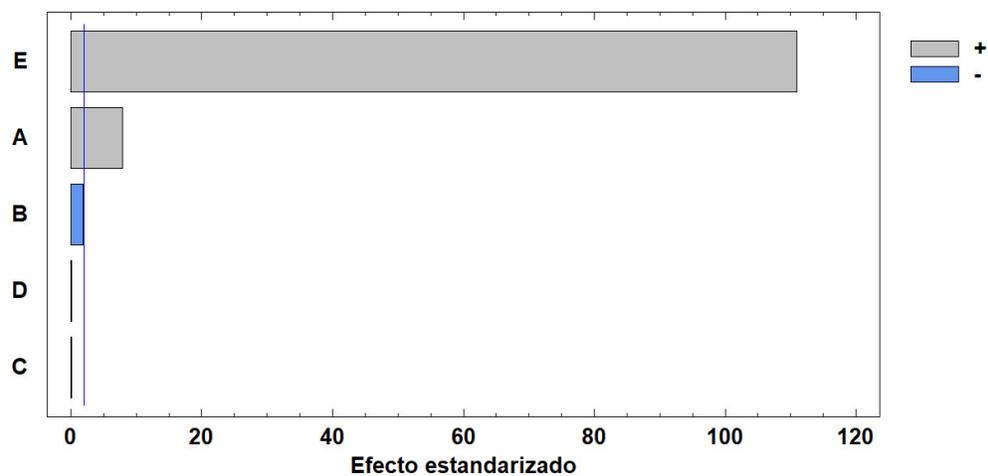


Figura 49. Diagrama de Pareto del modelo del modelo matemático de 1^{er} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

En este modelo de primer grado, el esfuerzo a la compresión de la pieza (f'_{cp}), seguido del esfuerzo a tensión del bloque (f'_{tp}), fueron los factores de mayor influencia en la variable de respuesta. En cambio, el factor menos influyente para estimar el esfuerzo a la compresión (f'_m) resultó ser la variable del esfuerzo a tensión del mortero (f'_{tm}).

Modelo matemático de 2^{do} grado

Este segundo modelo propone una función polinómica de segundo grado, que añade la interacción entre las variables. En este caso, 11 efectos tienen un valor-P menor que 0.05, indicando que son significativamente diferentes de cero, con un nivel de confianza del 95.0% (Tabla 29).

Tabla 29. Análisis de varianza del modelo matemático de 2^{do} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
f'_{tp}	0.00215077	1	0.00215077	23.49	0.0000
h	0.00374856	1	0.00374856	40.94	0.0000
f'_{tm}	0.000108976	1	0.000108976	1.19	0.2765
f'_{cm}	0.00000116981	1	0.00000116981	0.01	0.9101
f'_{cp}	0.115241	1	0.115241	1258.53	0.0000
$f'_{tp}{}^2$	0.000589238	1	0.000589238	6.43	0.0119
$f'_{tp}h$	0.0265057	1	0.0265057	289.46	0.0000
$f'_{tp}f'_{tm}$	0.00105412	1	0.00105412	11.51	0.0008
$f'_{tp}f'_{cm}$	0.000220016	1	0.000220016	2.40	0.1226
$f'_{tp}f'_{cp}$	0.000524453	1	0.000524453	5.73	0.0175
h^2	0.0107522	1	0.0107522	117.42	0.0000
hf'_{tm}	0.00137765	1	0.00137765	15.05	0.0001
hf'_{cm}	0.0000100783	1	0.0000100783	0.11	0.7404
hf'_{cp}	0.00211845	1	0.00211845	23.14	0.0000

$f'_{tm}{}^2$	0.0000239928	1	0.0000239928	0.26	0.6092
$f'_{tm}f'_{cm}$	0.000020017	1	0.000020017	0.22	0.6406
$f'_{tm}f'_{cp}$	0.0001588	1	0.0001588	1.73	0.1892
$f'_{cm}{}^2$	0.0000033097	1	0.0000033097	0.04	0.8494
$f'_{cm}f'_{cp}$	0.00000226352	1	0.00000226352	0.02	0.8752
$f'_{cp}{}^2$	0.0948481	1	0.0948481	1035.82	0.0000
Error total	0.0202367	221	0.0000915686		
Total (corr.)	9.04444	241			

Debido a que el valor-P es menor que 5.0%, hay una indicación de posible correlación serial, en el nivel de significancia del 5.0%. Esto se corrobora mediante la gráfica de residuos contra cada una de las simulaciones, donde es necesario verificar que los residuos sean visiblemente aleatorios; es decir, que no existan patrones (Fig. 52).

El estadístico (R^2) indica que el modelo explica un 99.77% de la variabilidad en el esfuerzo máximo (f'_m). El estadístico (R^2_{ajus}) es 99.76%. El error estándar de la estimación muestra que la desviación estándar de los residuos es 0.0095 y el error medio absoluto (MAE) de 0.0075 (Tabla 30).

Tabla 30 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 2^{do} grado del esfuerzo máximo (f'_m)

Modelo matemático	R^2 (%)	R^2_{ajus} (%)	Error estándar del estimador	Error medio absoluto	Durbin-Watson	Autocorrelación residual
2nd Grado	99.77	99.76	0.0095	0.0075	1.6415	0.1759

En la siguiente tabla (Tabla 31) se muestran los coeficientes de regresión obtenidos para la formulación de este segundo modelo matemático. Se puede

observar que cada una de las variables independientes y sus interacciones tienen un coeficiente de participación distinto al anterior modelo, existiendo interacciones más influyentes por encima de los factores de forma independiente.

Tabla 31. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 2^{do} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

Factor	Coeficiente estimado (β)	Factor	Coeficiente estimado (β)	Factor	Coeficiente estimado (β)
β_0	-6.47804	$f'_{tp}{}^2$	-0.0843891	hf'_{tm}	0.0036544
f'_{tp}	0.378746	$f'_{tp}h$	-0.00960149	hf'_{cm}	-0.000039456
h	-0.0174214	$f'_{tp}f'_{tm}$	-0.096622	hf'_{cp}	0.00216799
f'_{tm}	-0.240874	$f'_{tp}f'_{cm}$	-0.00557225	$f'_{tm}{}^2$	0.0345771
f'_{cm}	-0.00329314	$f'_{tp}f'_{cp}$	0.0405062	$f'_{tm}f'_{cm}$	0.00280683
f'_{cp}	4.23092	h^2	0.000295389	$f'_{tm}f'_{cp}$	0.0298217
$f'_{cm}{}^2$	0.000204637	$f'_{cm}f'_{cp}$	-0.000449441	$f'_{cp}{}^2$	-0.475325

El modelo obtenido es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 f'_m = & -6.47804 + 0.378746f'_{tp} - 0.0174214h - 0.240874f'_{tm} - 0.00329314f'_{cm} + \\
 & 4.23092f'_{cp} - 0.0843891f'_{tp}{}^2 - 0.00960149f'_{tp}h - 0.096622f'_{tp}f'_{tm} - 0.00557225f'_{tp}f'_{cm} + \\
 & 0.0405062f'_{tp}f'_{cp} + 0.000295389h^2 + 0.0036544hf'_{tm} - 0.000039456hf'_{cm} + 0.00216799hf'_{cp} + \\
 & 0.0345771f'_{tm}{}^2 + 0.00280683f'_{tm}f'_{cm} + 0.0298217f'_{tm}f'_{cp} + 0.000204637f'_{cm}{}^2 - \\
 & 0.000449441f'_{cm}f'_{cp} - 0.475325f'_{cp}{}^2
 \end{aligned} \tag{38}$$

En el diagrama de Pareto (Fig. 50) se traza una línea vertical, que delimita las variables y las interacciones más influyentes en la variable de respuesta. Se puede observar (Fig. 50) cómo el esfuerzo a compresión de la pieza (f'_{cp}) es el factor más influyente, seguido de este factor al cuadrado ($f'_{cp}{}^2$) y la interacción entre (f'_{tp} y h). En cambio, el factor (f'_{cm}) y la interacción (f'_{cm} y f'_{cp}) resultan ser los que menos influyen para estimar el esfuerzo a compresión (f'_m).

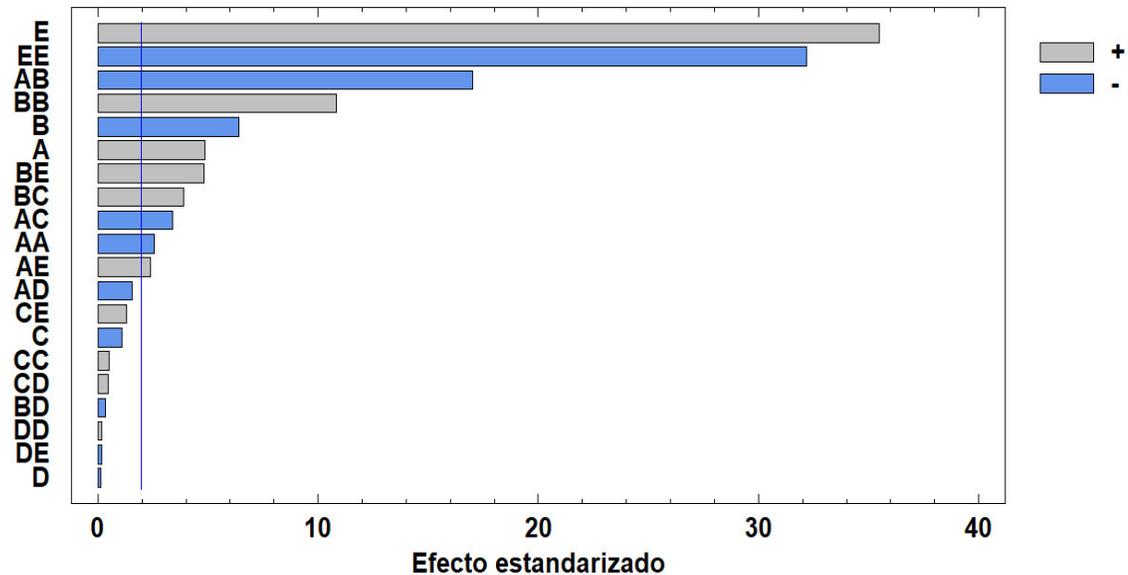


Figura 50. Diagrama de Pareto del modelo matemático de 2^{do} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

Modelo matemático de 3^{er} grado

Este tercer modelo busca hacer un ajuste mayor, al relacionar las variables independientes mediante una función polinómica de tercer grado, en la que se obtienen interacciones entre tres variables, mostrando el grado de influencia de las mismas. En este caso, 16 efectos tienen un valor-P menor que 0.05, indicando que son significativamente diferentes de cero, con un nivel de confianza del 95.0% (Tabla 32).

Tabla 32. Análisis de varianza del modelo matemático de 3^{er} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
f'_{tp}	0.0000657669	1	0.0000657669	2.34	0.1276
h	0.00224253	1	0.00224253	79.87	0.0000
f'_{tm}	0.0000170298	1	0.0000170298	0.61	0.4371
f'_{cm}	0.0000988893	1	0.0000988893	3.52	0.0621
f'_{cp}	1.23254E-7	1	1.23254E-7	0.00	0.9472
$f'_{tp}{}^2$	0.0000632777	1	0.0000632777	2.25	0.1350

$f'_{tp}h$	0.00328132	1	0.00328132	116.86	0.0000
$f'_{tp}f'_{tm}$	0.0000131646	1	0.0000131646	0.47	0.4943
$f'_{tp}f'_{cm}$	0.0000361464	1	0.0000361464	1.29	0.2580
$f'_{tp}f'_{cp}$	0.0000211155	1	0.0000211155	0.75	0.3869
h^2	0.000160622	1	0.000160622	5.72	0.0177
hf'_{tm}	0.00000212965	1	0.00000212965	0.08	0.7833
hf'_{cm}	1.32347E-8	1	1.32347E-8	0.00	0.9827
hf'_{cp}	0.00606296	1	0.00606296	215.93	0.0000
f'^2_{tm}	0.00000167397	1	0.00000167397	0.06	0.8074
$f'_{tm}f'_{cm}$	2.88646E-7	1	2.88646E-7	0.01	0.9193
$f'_{tm}f'_{cp}$	0.0000439164	1	0.0000439164	1.56	0.2126
f'^2_{cm}	0.0000225285	1	0.0000225285	0.80	0.3715
$f'_{cm}f'_{cp}$	0.000271258	1	0.000271258	9.66	0.0022
f'^2_{cp}	0.00000263664	1	0.00000263664	0.09	0.7596
$f'^2_{tp}h$	0.000694155	1	0.000694155	24.72	0.0000
$f'^2_{tp}f'_{tm}$	0.0000279279	1	0.0000279279	0.99	0.3199
$f'^2_{tp}f'_{cm}$	0.00000331636	1	0.00000331636	0.12	0.7315
$f'^2_{tp}f'_{cp}$	4.19328E-8	1	4.19328E-8	0.00	0.9692
$f'_{tp}h^2$	0.00679573	1	0.00679573	242.02	0.0000
$f'_{tp}hf'_{tm}$	0.000332004	1	0.000332004	11.82	0.0007
$f'_{tp}hf'_{cm}$	0.000144993	1	0.000144993	5.16	0.0242
$f'_{tp}hf'_{cp}$	0.0000420619	1	0.0000420619	1.50	0.2225
$f'_{tp}f'^2_{tm}$	0.00000548294	1	0.00000548294	0.20	0.6591
$f'_{tp}f'_{tm}f'_{cm}$	0.00000329793	1	0.00000329793	0.12	0.7322
$f'_{tp}f'_{tm}f'_{cp}$	0.000029889	1	0.000029889	1.06	0.3035
$f'_{tp}f'^2_{cm}$	0.0000413516	1	0.0000413516	1.47	0.2264
$f'_{tp}f'_{cm}f'_{cp}$	0.0000163658	1	0.0000163658	0.58	0.4461
$f'_{tp}f'^2_{cp}$	3.21483E-7	1	3.21483E-7	0.01	0.9149
$h^2f'_{tm}$	0.000126224	1	0.000126224	4.50	0.0353
$h^2f'_{cm}$	0.000369777	1	0.000369777	13.17	0.0004
$h^2f'_{cp}$	0.00305087	1	0.00305087	108.65	0.0000
hf'^2_{tm}	2.0732E-9	1	2.0732E-9	0.00	0.9932
$hf'_{tm}f'_{cm}$	0.000024828	1	0.000024828	0.88	0.3482
$hf'_{tm}f'_{cp}$	0.000248771	1	0.000248771	8.86	0.0033
hf'^2_{cm}	3.79309E-8	1	3.79309E-8	0.00	0.9707
$hf'_{cm}f'_{cp}$	0.000308982	1	0.000308982	11.00	0.0011
hf'^2_{cp}	0.00393423	1	0.00393423	140.11	0.0000
$f'^2_{tm}f'_{cm}$	0.0000019818	1	0.0000019818	0.07	0.7908
$f'^2_{tm}f'_{cp}$	0.00000699802	1	0.00000699802	0.25	0.6182
$f'_{tm}f'^2_{cm}$	7.33033E-7	1	7.33033E-7	0.03	0.8718

$f'_{tm}f'_{cm}f'_{cp}$	0.00000371534	1	0.00000371534	0.13	0.7164
$f'_{tm}f'_{cp}{}^2$	0.0000617021	1	0.0000617021	2.20	0.1399
$f'_{cm}{}^2f'_{cp}$	0.0000647736	1	0.0000647736	2.31	0.1305
$f'_{cm}f'_{cp}{}^2$	0.000205145	1	0.000205145	7.31	0.0075
Error total	0.00536302	191	0.0000280787		
Total (corr.)	9.04444	241			

Debido a que el valor-P es menor que 5.0%, hay una indicación de posible correlación serial en el nivel de significancia del 5.0% (Tabla 32). El estadístico (R^2) indica que el modelo explica un 99.94% de la variabilidad en el esfuerzo máximo (f'_m). El estadístico (R^2_{ajus}) es 99.92%. Estos valores de ajuste, comparados con el modelo anterior de segundo grado, no mejoran de forma notable. El error estándar de la estimación muestra que la desviación estándar de los residuos es 0.0053, el error medio absoluto (MAE) de 0.0037 es el valor promedio de los residuos (Tabla 33).

Tabla 33 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 3^{er} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

Modelo matemático	R^2 (%)	R^2_{ajus} (%)	Error estándar del estimador	Error absoluto medio	Durbin-Watson	Autocorrelación residual
3^{er} Grado	99.94	99.92	0.0053	0.0037	1.6810	0.1594

En la tabla siguiente se muestran las variables independientes y el coeficiente estimado de participación para cada una de las variables y sus interacciones (Tabla 34).

Tabla 34. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 3^{er} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

Factor	Coefficiente estimado (β)	Factor	Coefficiente estimado (β)
β_0	1.49231	$f'_{tp}f'_{tm}{}^2$	0.0867873
f'_{tp}	1.58321	$f'_{tp}f'_{cm}{}^2$	0.00379786
h	-0.3211	$hf'_{cp}{}^2$	-0.016889
f'_{tm}	2.00921	$f'_{tp}f'_{cp}{}^2$	-0.0052588
f'_{cm}	-0.620903	$hf'_{tm}{}^2$	0.0000561595
f'_{cp}	0.0832701	$hf'_{cm}{}^2$	0.0000038277 3
$f'_{tp}{}^2$	-0.676663	$f'_{tm}f'_{cm}{}^2$	0.000844009
$f'_{tp}h$	-0.0861963	$f'_{tm}f'_{cp}{}^2$	0.106593
$f'_{tp}f'_{tm}$	-0.441023	$f'_{cm}f'_{cp}{}^2$	-0.0245347
$f'_{tp}f'_{cm}$	-0.0964	$f'_{tp}hf'_{tm}$	0.18698
$f'_{tp}f'_{cp}$	0.325506	$f'_{tp}hf'_{cm}$	0.0238566
h^2	0.00085935	$f'_{tp}hf'_{cp}$	0.0163413
hf'_{tm}	0.00599818	$f'_{tp}f'_{tm}f'_{cm}$	0.163277
hf'_{cm}	-0.0000622961	$f'_{tp}f'_{tm}f'_{cp}$	0.157688
hf'_{cp}	0.172039	$f'_{tp}f'_{cm}f'_{cp}$	-0.001731
$f'_{tm}{}^2$	-0.187632	$hf'_{tm}f'_{cm}$	-0.0101066
$f'_{tm}f'_{cm}$	-0.0181397	$hf'_{tm}f'_{cp}$	0.0716306
$f'_{tm}f'_{cp}$	-0.893426	$hf'_{cm}f'_{cp}$	-0.0053215
$f'_{cm}{}^2$	0.0106824	$f'_{tm}f'_{cm}f'_{cp}$	0.068786
$f'_{cm}f'_{cp}$	0.286948		
$f'_{cp}{}^2$	-0.0471119		
$f'_{tp}h^2$	0.00123619		

El modelo obtenido es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 f'_m = & 1.49231 + 1.58321f'_{tp} - 0.3211h + 2.00921f'_{tm} - 0.620903f'_{cm} + 0.0832701f'_{cp} - \\
 & 0.676663f'_{tp}{}^2 - 0.0861963f'_{tp}h - 0.441023f'_{tp}f'_{tm} - 0.0964f'_{tp}f'_{cm} + 0.325506f'_{tp}f'_{cp} + \\
 & 0.00085935h^2 + 0.00599818hf'_{tm} - 0.0000622961hf'_{cm} + 0.172039hf'_{cp} - 0.187632f'_{tm}{}^2 - \\
 & 0.0181397f'_{tm}f'_{cm} - 0.893426f'_{tm}f'_{cp} + 0.0106824f'_{cm}{}^2 + 0.286948f'_{cm}f'_{cp} - 0.0471119f'_{cp}{}^2 + \\
 & 0.00123619f'_{tp}h^2 + 0.18698f'_{tp}hf'_{tm} + 0.0238566f'_{tp}hf'_{cm} + 0.0163413f'_{tp}hf'_{cp} + \\
 & 0.0867873f'_{tp}f'_{tm}{}^2 + 0.157688f'_{tp}f'_{tm}f'_{cm} - 0.001731f'_{tp}f'_{tm}f'_{cp} + 0.00379786f'_{tp}f'_{cm}{}^2 - \\
 & 0.001731f'_{tp}f'_{cm}f'_{cp} - 0.0052588f'_{tp}f'_{cp}{}^2 - 0.0000561595hf'_{tm}{}^2 - 0.0101066hf'_{tm}f'_{cm} + \\
 & 0.0716306hf'_{tm}f'_{cp} + 0.00000382773hf'_{cm}{}^2 - 0.0053215hf'_{cm}f'_{cp} - 0.016889hf'_{cp}{}^2 + \\
 & 0.000844009f'_{tm}f'_{cm}{}^2 + 0.068786f'_{tm}f'_{cm}f'_{cp} + 0.106593f'_{tm}f'_{cp}{}^2 - 0.0245347f'_{cm}f'_{cp}{}^2
 \end{aligned} \quad (39)$$

En este tercer modelo se puede observar (Fig. 51) que la interacción entre (f'_{tp} y h) es la más influyente, seguida de la interacción (h y f'_{cp}). Por el contrario, la interacción (h y f'_{tm}) tiende a ser nula en la variable de respuesta.

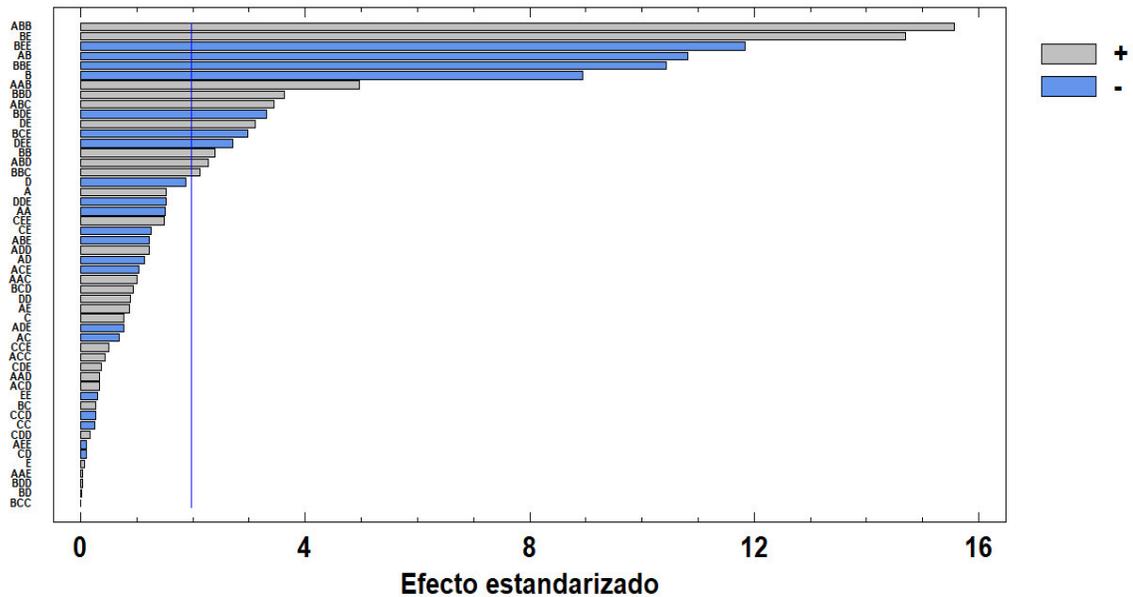


Figura 51. Diagrama de Pareto del modelo matemático de 3^{er} grado del esfuerzo máximo (f'_m).

Hasta este punto, se han calculado tres modelos matemáticos, con tres distintas funciones polinómicas (1^{er} grado, 2^{do} grado, 3^{er} grado), donde los factores más influyentes y recurrentes han sido el esfuerzo a compresión y tensión del bloque (f'_{cp} y f'_{tp}) junto con el espesor de la junta de mortero (h).

A continuación, se realizará un análisis de los resultados obtenidos, y a partir de ellos se buscará y seleccionará el modelo mejor ajustado que cumpla los parámetros estadísticos. Después de la selección, se buscará una simplificación del modelo matemático, con el uso del diagrama de Pareto.

En la siguiente tabla (Tabla 35) se presentan los parámetros estadísticos del ajuste de los tres modelos matemáticos. En él se puede observar cuál de ellos ofrece una mejor respuesta.

Tabla 35. Parámetros estadísticos de modelos matemáticos del esfuerzo máximo (f'_m).

Modelo matemático	R^2 (%)	R^2_{ajus} (%)	Error estándar del estimador	Error absoluto medio	Durbin-Watson	Autocorrelación residual
1^{er} grado	98.26	98.23	0.0258	0.0220	0.7283	0.6344
2^{do} grado	99.77	99.76	0.0095	0.0075	1.6415	0.1759
3^{er} grado	99.94	99.92	0.0053	0.0037	1.6810	0.1594

Los tres modelos matemáticos calculados presentan un porcentaje de ajuste bueno (R^2 y R^2_{ajus}) y un grado de error absoluto medio aceptable.

El estadístico de Durbin-Watson (DW) prueba los residuos para determinar si existe alguna correlación significativa basada en el orden en que se presentan los datos. El valor debe encontrarse entre los valores de 1.5 y 2.5. Este dato muestra el cumplimiento de independencia de los datos. El modelo de 1^{er} grado no cumple este parámetro, por lo que no es posible utilizarlo; sin embargo, los modelos de 2^{do} y 3^{er} grado cumplen esta condición.

Lo siguiente a ser evaluado es el comportamiento de los residuos mediante la prueba de homocedasticidad. El cumplimiento de la homocedasticidad se realiza mediante la graficación de los residuos contra los valores predichos por el modelo. El cumplimiento se verifica visualmente, donde no se debe mostrar ningún tipo de patrón o tendencia. En la siguiente gráfica son

superpuestos los tres modelos matemáticos para valorar el comportamiento (Fig. 52).

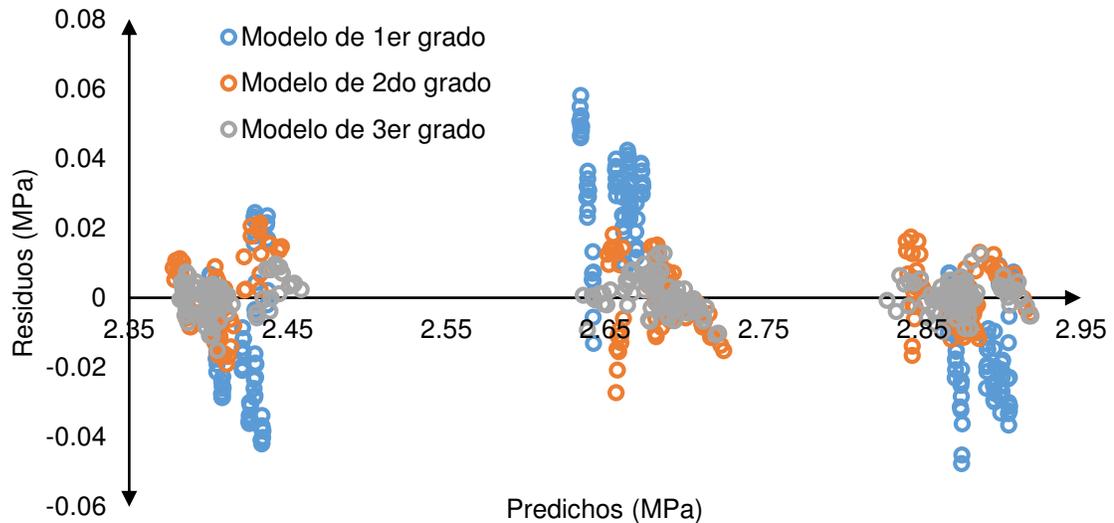


Figura 52. Residuos de modelos matemáticos del esfuerzo máximo (f'_m).

Como se presenta en la fig. 52, ninguno de ellos muestra alguna tendencia marcada o patrón, pues muestran aleatoriedad a lo largo de su dominio. El modelo de 1^{er} grado, por su parte, tiene agrupaciones más estrechas; sin embargo, conforme se eleva el orden del efecto (grado del polinomio) se obtiene una ganancia en la anchura de las agrupaciones de la información, como se observa en el modelo de 2^{do} y 3^{er} grado.

Los siguientes puntos a evaluar y revisar su cumplimiento en los modelos matemáticos son las pruebas de normalidad, para determinar si la distribución de los residuos se ajusta a una distribución normal. Para revisar la distribución residual se realizan los gráficos P-P, histogramas y se realiza un contraste mediante las pruebas de normalidad de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk. (Tabla 36).

Tabla 36. Pruebas de normalidad para los modelos matemáticos del esfuerzo máximo (f'_m).

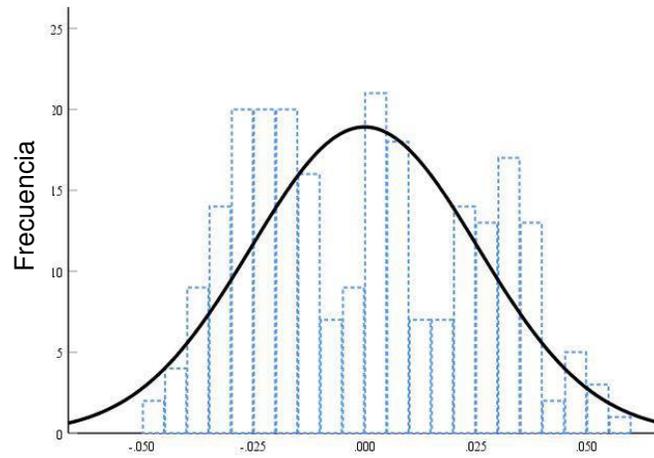
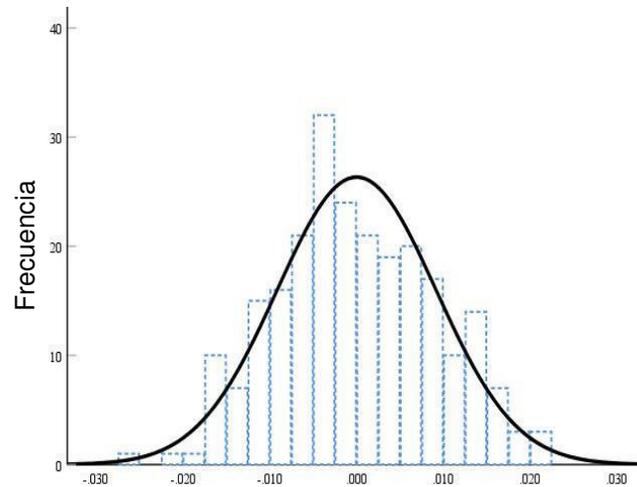
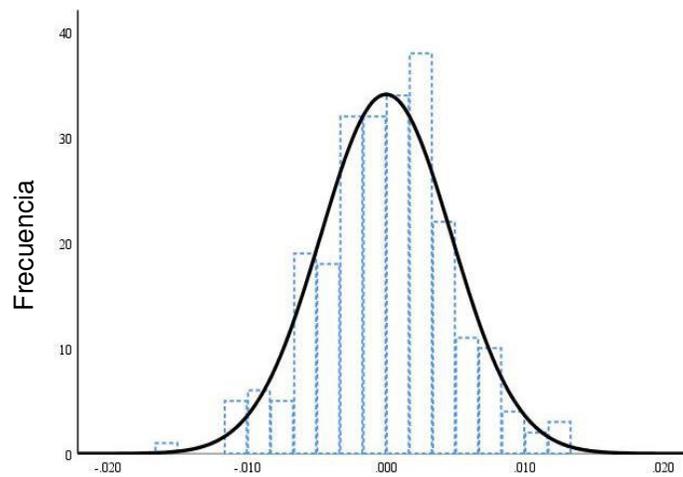
Modelo matemático	Kolmogorov-Smirnov^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Grados de libertad	Significancia	Estadístico	Grados de libertad	Significancia
1^{er} grado	.099	243	.000	.959	243	.000
2^{do} grado	.048	243	.200*	.993	243	.298
3^{er} grado	.034	243	.200*	.996	243	.762

*. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de significación de Lilliefors.

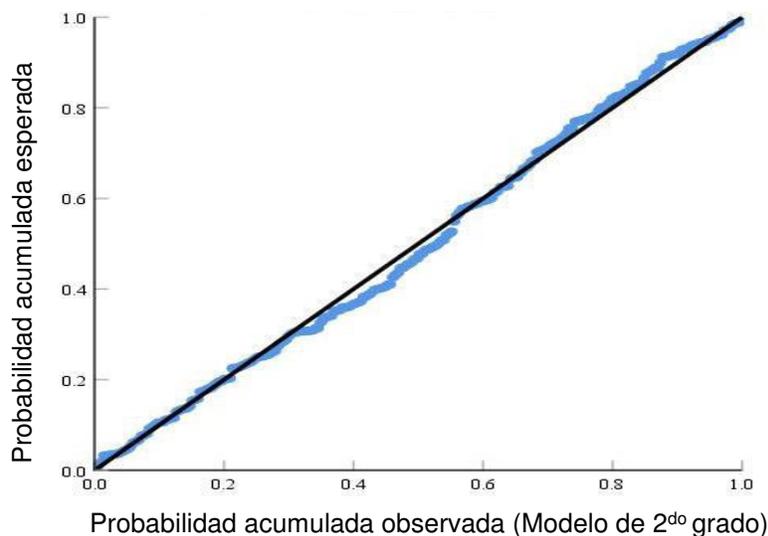
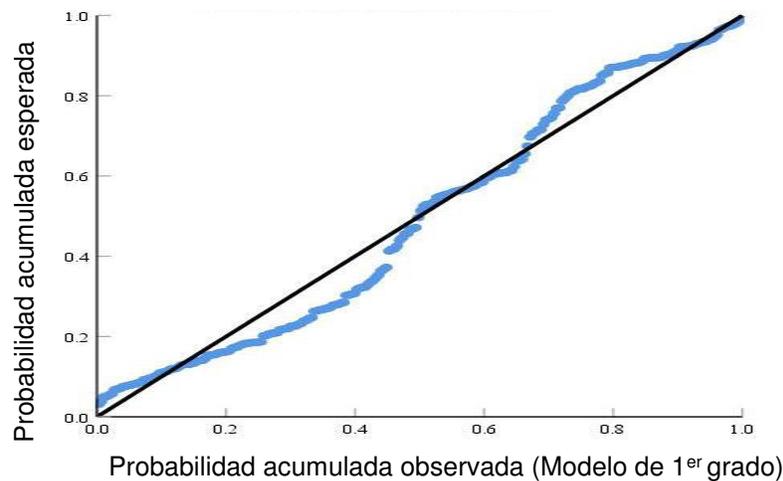
Los modelos deben contar con un valor de significancia mayor que 0.05, tomando en cuenta que la hipótesis nula es una hipótesis de igualdad o de homogeneidad y la hipótesis alterna es una hipótesis de diferencias. En el caso de que el valor del nivel de significancia sea menor que 0.05, se rechaza la hipótesis de homogeneidad y no cumple este parámetro de normalidad. Como se muestra en la tabla 30 el modelo de 1^{er} grado no cumple, en cambio los modelos de 2^{do} y de 3^{er} grado sí cumplen con esta condición.

En los histogramas, los residuos deben estar contenidos dentro de la campana de Gauss, para ser considerados como una distribución normal. Al realizar, se observa que el modelo de 1^{er} grado no logra ajustarse dentro; por el contrario, en los modelos de 2^{do} y de 3^{er} grado, la mayoría de sus residuos están contenidos dentro de la campana (Fig. 53).

Modelo del esfuerzo máximo residual (1^{er} grado)Modelo del esfuerzo máximo residual (2^{do} grado)Modelo del esfuerzo máximo residual (3^{er} grado)**Figura 53.** Histogramas de modelos matemáticos del esfuerzo máximo (f'_m).

El gráfico P-P se construye mediante los datos empíricos observados contra los datos que se obtienen de una distribución normal teórica. Si la distribución de la variable se muestra como normal, los puntos deben quedar muy cerca de la línea recta trazada en diagonal.

En el caso del modelo matemático de 1^{er} grado se muestran ondulaciones pronunciadas, como señal de un mal ajuste. En el caso de los modelos matemáticos de 2^{do} y 3^{er} grado, muestran una cercanía a lo largo de la línea trazada en diagonal (Fig. 54).



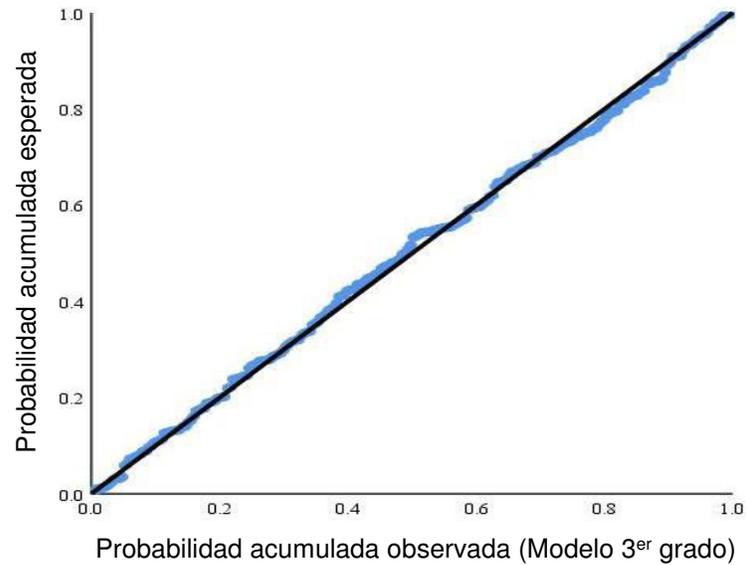


Figura 54. Gráficos P-P de normalidad de modelos matemáticos del esfuerzo máximo (f'_m).

Utilizando la norma de error relativo se evaluó el grado de diferencia obtenido en cada uno de los modelos matemáticos, respecto a los valores obtenidos del esfuerzo máximo (f'_m), en el diseño de experimentos (Fig. 55).

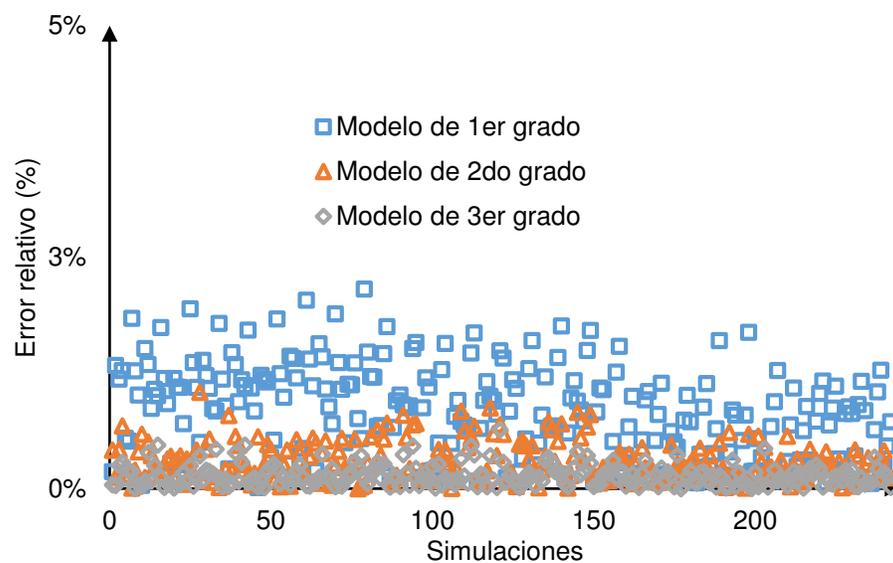


Figura 55. Errores relativos de modelos matemáticos del esfuerzo máximo (f'_m).

De manera general, se puede observar, en la fig. 55, que los tres modelos matemáticos calculados son capaces de predecir el esfuerzo a la compresión con muy buena aproximación, teniendo errores menores que el 5%, respecto a la comparación contra los 243 casos generados en el diseño experimental.

Una vez analizados los parámetros estadísticos y el grado de error de los tres modelos matemáticos, el siguiente paso es la selección de uno de ellos para buscar la optimización, a través del diagrama de Pareto. En este caso, el modelo matemático de 2^{do} grado es seleccionado, debido a que cumple todos los parámetros necesarios (estadísticos y grado de error). La selección se realizó por encima del de 3^{er} grado, debido a que el modelo matemático de 3^{er} grado no mostró una mejoría considerable y utilizar funciones polinómicas mayores que el 2^{do} grado se vuelve un tratamiento de información impráctico.

Modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo de 2^{do} grado

La simplificación del modelo matemático de 2^{do} grado se basó en el diagrama de Pareto. En este diagrama se analizaron los factores y sus interacciones, eliminando los de menor influencia en la variable de respuesta (f'_m). El proceso de eliminación de factores e interacciones se realizó de forma iterativa, debido a que en cada eliminación se realiza una evaluación en el modelo, que consiste en el cumplimiento de los parámetros estadísticos y el grado de error.

En este modelo matemático simplificado 6 efectos tienen un valor-P menor que 0.05, indicando que son significativamente diferentes de cero, con un nivel de confianza del 95.0%.

Tabla 37. Análisis de varianza del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo (f'_m).

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
f'_{tp}	0.0462228	1	0.0462228	420.49	0.0000
h	0.00223001	1	0.00223001	20.29	0.0000
f'_{cp}	0.142255	1	0.142255	1294.09	0.0000
$f'_{tp}h$	0.0245181	1	0.0245181	223.04	0.0000
h^2	0.0106956	1	0.0106956	97.30	0.0000
$f'_{cp}{}^2$	0.095801	1	0.095801	871.50	0.0000
Error total	0.0258328	235	0.000109927		
Total (corr.)	9.04444	241			

Debido a que el valor-P es menor que 5.0%, hay una indicación de posible correlación serial al nivel de significancia del 5.0% (Tabla 37)

. El estadístico (R^2) indica que el modelo, así ajustado, explica un 99.71% de la variabilidad en el esfuerzo máximo, el estadístico (R^2_{ajus}) es 99.70%. La eliminación de factores e interacciones a partir de este procedimiento realizado no causa un desajuste notable (Tabla 38).

Tabla 38. Parámetros estadísticos del modelo simplificado del esfuerzo máximo (f'_m).

<i>Modelo matemático</i>	R^2 (%)	R^2_{ajus} (%)	<i>Error estándar del estimador</i>	<i>Error medio absoluto</i>	<i>Durbin-Watson</i>	<i>Autocorrelación residual</i>
	99.71	99.70	0.0105	0.0082	1.6098	0.191055

De la revisión de los parámetros estadísticos se puede observar (Tabla 38) que cumple un buen ajuste al tener un (R^2 y R^2_{ajus}) bueno. El estadístico Durbin-

Watson cumple al encontrarse entre 1.5 y 2.5 y con un valor de error medio absoluto aceptable. El error estándar de la estimación muestra que la desviación estándar de los residuos es 0.0105. El error medio absoluto (MAE) de 0.0082 es el valor promedio de los residuos.

La simplificación llevó a la obtención de los siguientes coeficientes de regresión, junto con los factores que intervienen en este modelo (Tabla 39).

Tabla 39. Coeficientes de regresión del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo (f'_m).

Factor	Coefficiente estimado (β)
β_0	-6.846
f'_{tp}	0.21886
h	-0.00495
f'_{cp}	4.29767
$f'_{tp}h$	-0.0090207
h^2	0.000295
$f'_{cp}{}^2$	-0.471467

El modelo matemático 2^{do} grado simplificado es el siguiente:

$$f'_m = -6.846 + 0.21886f'_{tp} - 0.00495h + 4.2976f'_{cp} - 0.0090207f'_{tp}h + 0.000295h^2 - 0.471467f'_{cp}{}^2 \quad (40)$$

Este modelo matemático simplificado muestra que mediante los factores del esfuerzo a compresión de la pieza (f'_{cp}), el esfuerzo a tensión de la pieza (f'_{tp}), espesor de junta (h) y sus interacciones puede ser estimado el valor del esfuerzo a compresión (f'_m) de la mampostería ahuecada de concreto (Fig. 56 y 57).

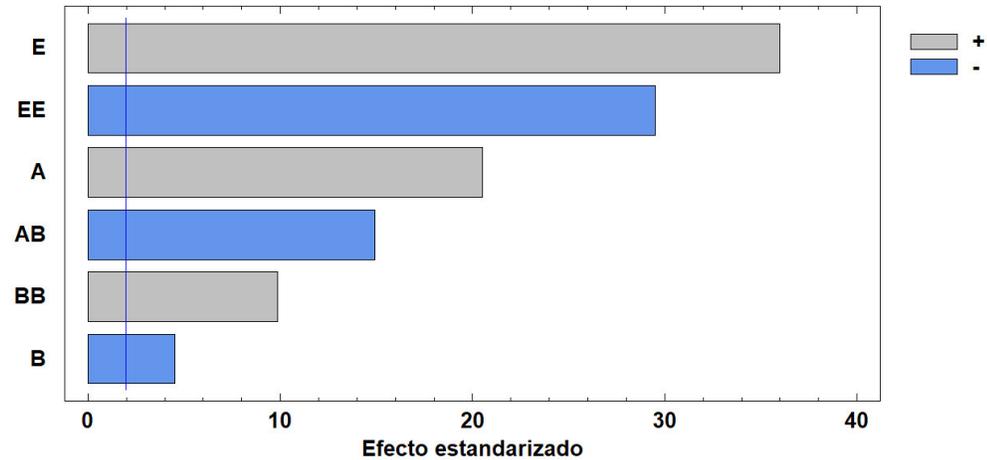


Figura 56. Diagrama de Pareto del modelo matemático simplificado (f'_m).

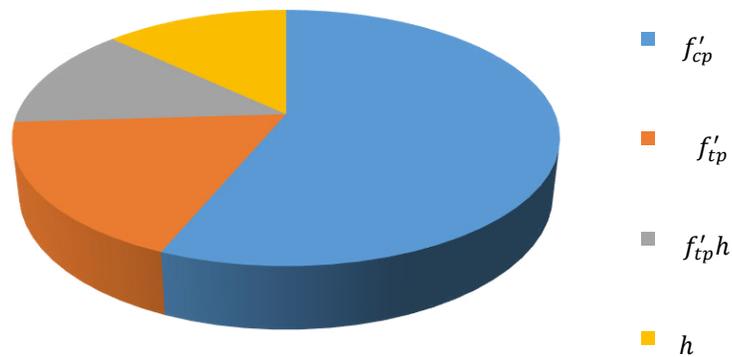


Figura 57. Influencia de los parámetros del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo (f'_m).

La revisión de la distribución de residuos muestra una aleatoriedad, cumpliendo con el parámetro de la homocedasticidad (Fig. 58). A partir de los residuos se realizan las pruebas de normalidad (gráfico P-P e histograma) y las pruebas de normalidad de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk (Tabla 40) (Fig. 59 y 60).

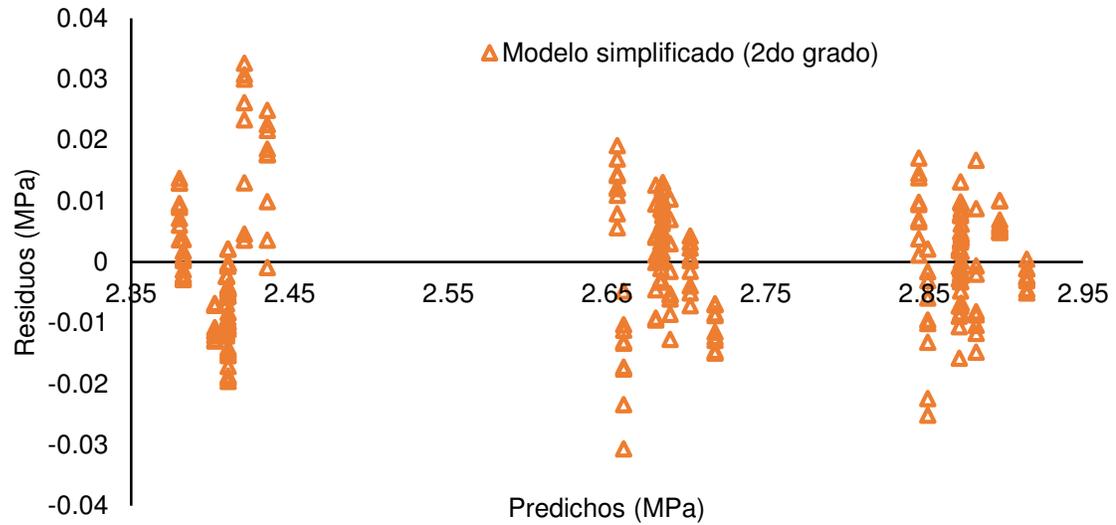


Figura 58. Residuos del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo (f_m^l).

Tabla 40. Pruebas de normalidad del modelo simplificado del esfuerzo máximo.

Modelo matemático	Kolmogorov-Smirnov^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Grados de libertad	Significancia	Estadístico	Grados de libertad	Significancia
	.036	243	.200*	.993	243	.293

*. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de significación de Lilliefors.

El modelo matemático simplificado cumple el valor de significancia al ser mayor que 0.05 (Tabla 40). El histograma muestra que, en su mayoría, los residuos se encuentran contenidos por debajo de la campana de Gauss, indicando que se ajustan a una distribución normal (Fig. 59).

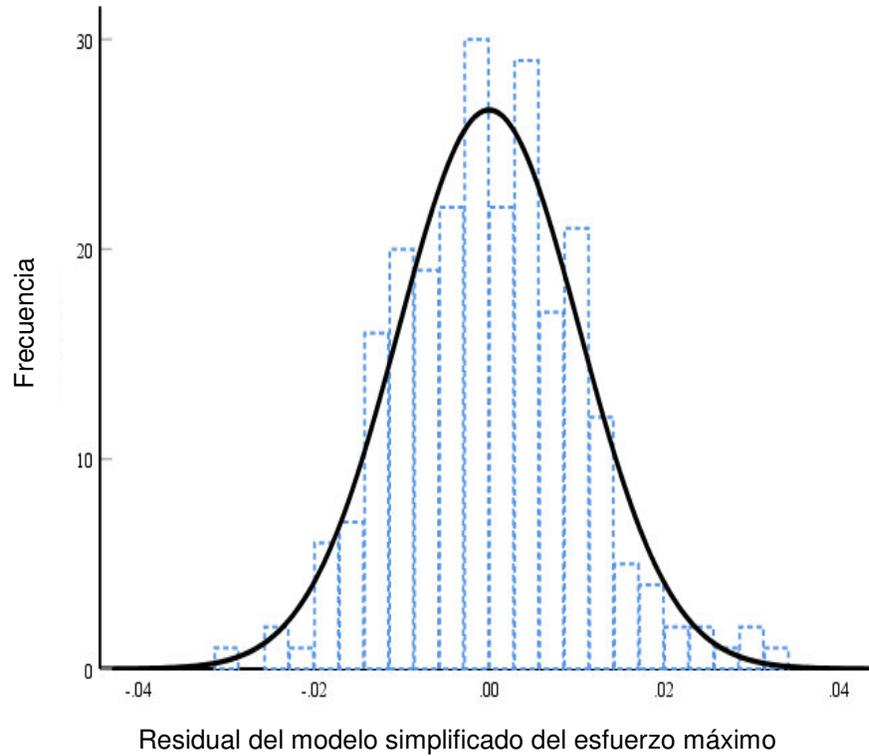


Figura 59. Histograma del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo (f'_m).

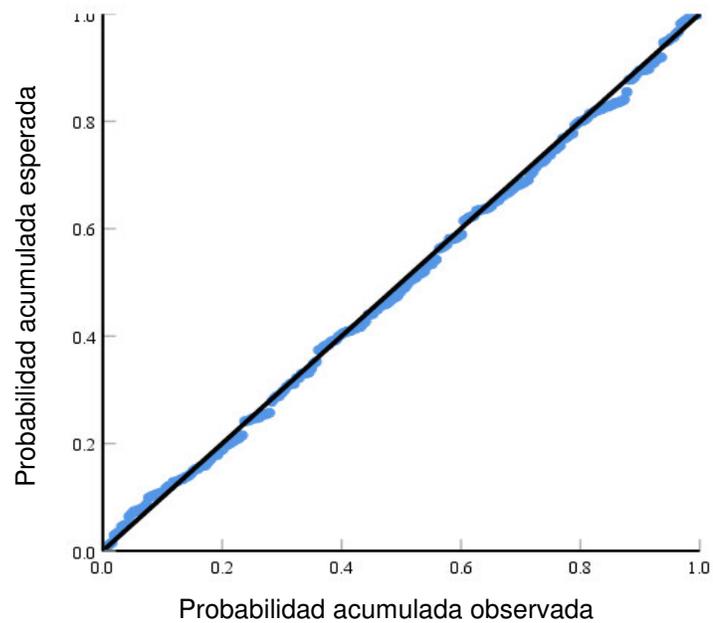


Figura 60. Gráfico P-P de normalidad del modelo matemático simplificado del esfuerzo máximo (f'_m).

El gráfico P-P muestra una cercanía a lo largo de la línea traza en diagonal, confirmando la distribución normal (Fig. 60).

Al realizar el análisis de errores mediante la norma de errores relativos, el modelo presenta errores menores al 5% (Fig. 61).

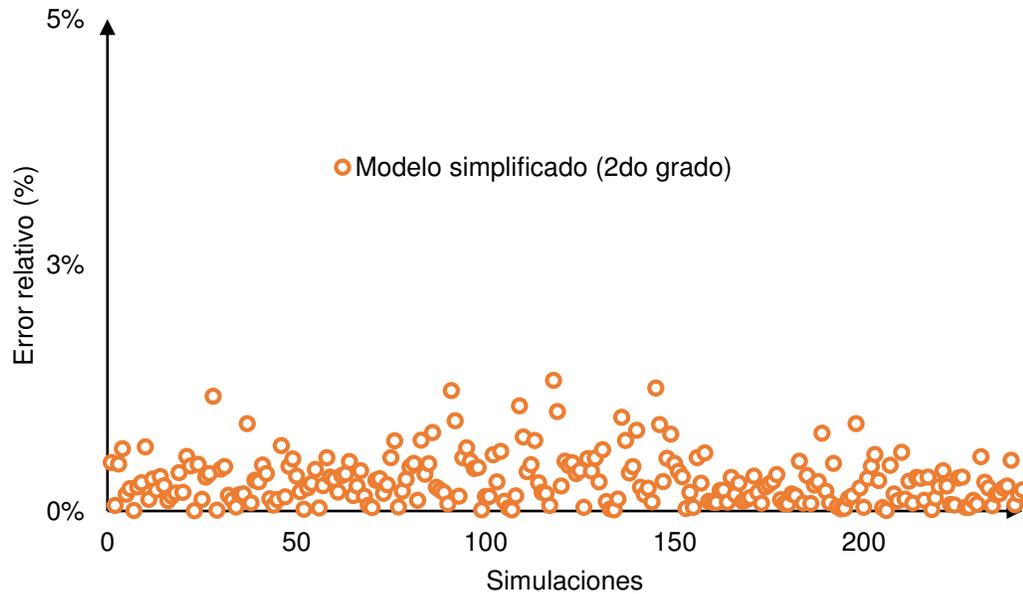


Figura 61. Errores relativos del modelo simplificado del esfuerzo máximo (f'_m).

4.6.2 Modelo matemático del módulo de elasticidad

Después de la obtención del primer modelo matemático (f'_m), se continúa con la obtención del segundo modelo matemático, correspondiente al módulo de elasticidad (E_m). En esta sección se detalla el procedimiento que se desarrolló de manera similar a lo realizado anteriormente.

Modelo matemático de 1^{er} grado

Esta primera propuesta de modelo matemático considera una función polinómica de primer grado, considerando el efecto individual de cada factor. En este caso, 2 efectos tienen un valor-P menor que 0.05, indicando que son significativamente diferentes de cero, con un nivel de confianza del 95.0% (Tabla 41).

Tabla 41. Análisis de varianza del modelo matemático de 1^{er} grado del módulo de elasticidad (E_m).

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
f'_{tp}	490.229	1	490.229	2.71	0.1011
h	820.405	1	820.405	4.53	0.0343
f'_{tm}	164.23	1	164.23	0.91	0.3418
f'_{cm}	235.627	1	235.627	1.30	0.2550
f'_{cp}	208706.	1	208706.	1153.08	0.0000
Error total	42896.6	237	180.998		
Total (corr.)	258709.	242			

El estadístico (R^2) indica que el modelo explica un 83.42% de la variabilidad en el módulo de elasticidad (E_m). El estadístico (R^2_{ajus}) es 83.07%. El error estándar de la estimación muestra que la desviación estándar de los residuos es 13.45. El error medio absoluto (MAE) de 10.98 es el valor promedio de los residuos (Tabla 42).

Tabla 42 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 1^{er} grado del módulo de elasticidad (E_m)

<i>Modelo matemático</i>	R^2 (%)	R^2_{ajus} (%)	<i>Error estándar del estimador</i>	<i>Error medio absoluto</i>	<i>Durbin-Watson</i>	<i>Autocorrelación residual</i>
1^{er} Grado	83.42	83.07	13.45	10.9791	1.43687	0.277397

Los coeficientes de este primer modelo son los siguientes:

Tabla 43. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 1^{er} grado del módulo de elasticidad (E_m).

Factor	Coefficiente estimado (β)
β_0	499.536
f'_{tp}	-7.48612
h	0.320396
f'_{tm}	7.23598
f'_{cm}	-1.09409
f'_{cp}	122.829

El modelo matemático obtenido es el siguiente:

$$E_m = 499.536 - 7.48612f'_{tp} + 0.320396h + 7.23598f'_{tm} - 1.09409f'_{cm} + 122.829f'_{cp} \quad (41)$$

En el siguiente diagrama de Pareto (Fig. 62) se observa que el factor de mayor influencia en la variable de respuesta (E_m) es el esfuerzo a la compresión de la pieza (f'_{cp}), seguido del espesor de junta (h), mientras que el esfuerzo a la tensión del mortero (f'_{tm}) es el factor menos influyente.

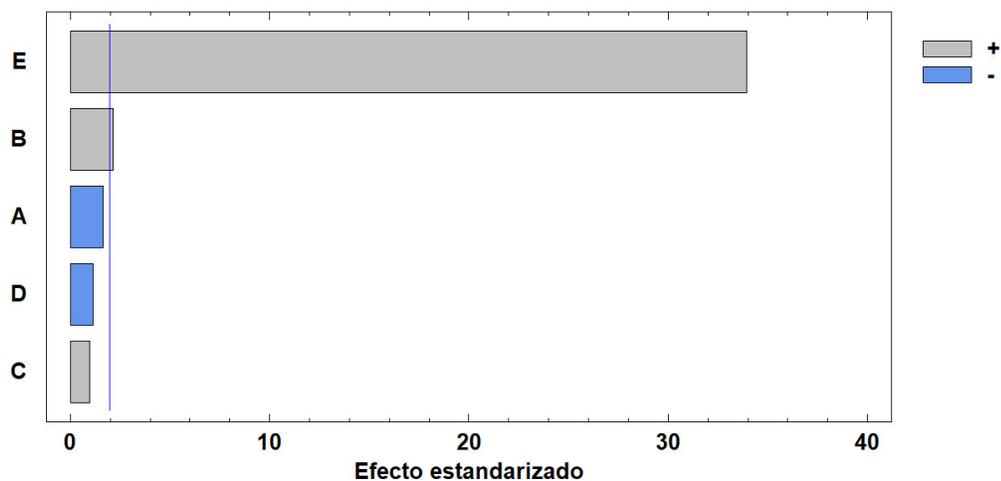


Figura 62. Diagrama de Pareto del modelo matemático de 1^{er} grado del módulo de elasticidad (E_m).

Modelo matemático de 2^{do} grado

Este segundo modelo se construyó con en una función polinómica de segundo grado, la cual añade la interacción entre las variables. En este caso, 5 efectos tienen una valor-P menor que 0.05, indicando que son significativamente diferentes de cero, con un nivel de confianza del 95.0% (Tabla 44).

Tabla 44. Análisis de varianza del modelo matemático de 2^{do} grado del módulo de elasticidad (E_m).

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
f'_{tp}	150.616	1	150.616	1.02	0.3137
h	69.5033	1	69.5033	0.47	0.4935
f'_{tm}	742.766	1	742.766	5.03	0.0259
f'_{cm}	358.214	1	358.214	2.43	0.1208
f'_{cp}	4259.94	1	4259.94	28.84	0.0000
$f'_{tp}{}^2$	102.393	1	102.393	0.69	0.4060
$f'_{tp}h$	0.761795	1	0.761795	0.01	0.9428
$f'_{tp}f'_{tm}$	169.078	1	169.078	1.14	0.2858
$f'_{tp}f'_{cm}$	139.445	1	139.445	0.94	0.3323
$f'_{tp}f'_{cp}$	60.9185	1	60.9185	0.41	0.5214
h^2	10.533	1	10.533	0.07	0.7897
hf'_{tm}	413.332	1	413.332	2.80	0.0958
hf'_{cm}	41.3297	1	41.3297	0.28	0.5974
hf'_{cp}	8.82285	1	8.82285	0.06	0.8071
$f'_{tm}{}^2$	188.022	1	188.022	1.27	0.2604
$f'_{tm}f'_{cm}$	151.517	1	151.517	1.03	0.3123
$f'_{tm}f'_{cp}$	1365.69	1	1365.69	9.25	0.0026
$f'_{cm}{}^2$	597.898	1	597.898	4.05	0.0454
$f'_{cm}f'_{cp}$	471.023	1	471.023	3.19	0.0755
$f'_{cp}{}^2$	5848.05	1	5848.05	39.59	0.0000
Error total	32791.9	222	147.711		
Total (corr.)	258709.	242			

El estadístico (R^2) (Tabla 45) indica que el modelo explica un 87.32% de la variabilidad en el módulo de elasticidad (E_m). El estadístico (R^2_{ajus}) es 86.18%. El error estándar de la estimación muestra que la desviación estándar de los residuos es 12.15. El error medio absoluto (MAE) de 9.57 es el valor promedio de los residuos.

Tabla 45 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 2^{do} grado del módulo de elasticidad (E_m)

Modelo matemático	R^2 (%)	R^2_{ajus} (%)	Error estándar del estimador	Error medio absoluto	Durbin-Watson	Autocorrelación residual
2^{do} Grado	87.32	86.18	12.15	9.57	1.8043	0.0973476

Los coeficientes de regresión correspondientes a este segundo modelo son los siguientes:

Tabla 46 Coeficientes de regresión del modelo matemático de 2^{do} grado del módulo de elasticidad (E_m).

Factor	Coefficiente estimado (β)	Factor	Coefficiente estimado (β)	Factor	Coefficiente estimado (β)
β_0	3034.28	$f'_{tp}h$	0.0514579	hf'_{cp}	-0.139256
f'_{tp}	-100.201	$f'_{tp}f'_{tm}$	-38.6968	f'^2_{tm}	96.3771
h	2.36499	$f'_{tp}f'_{cm}$	4.43613	$f'_{tm}f'_{cm}$	7.72231
f'_{tm}	-626.832	$f'_{tp}f'_{cp}$	13.8015	$f'_{tm}f'_{cp}$	87.455
f'_{cm}	-57.433	h^2	0.00923229	f'^2_{cm}	2.73858
f'_{cp}	-812.329	hf'_{tm}	-2.00168	$f'_{cm}f'_{cp}$	-6.48337
f'^2_{tp}	35.0787	hf'_{cm}	0.0799004	f'^2_{cp}	117.899

Tabla 47. Análisis de varianza del modelo matemático de 3^{er} grado del módulo de elasticidad (E_m).

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
f'_{tp}	12.7033	1	12.7033	0.08	0.7744
h	121.962	1	121.962	0.79	0.3750
f'_{tm}	145.886	1	145.886	0.95	0.3320
f'_{cm}	51.306	1	51.306	0.33	0.5648
f'_{cp}	519.829	1	519.829	3.37	0.0679
f'^2_{tp}	26.805	1	26.805	0.17	0.6772
$f'_{tp}h$	126.532	1	126.532	0.82	0.3662
$f'_{tp}f'_{tm}$	176.276	1	176.276	1.14	0.2864
$f'_{tp}f'_{cm}$	231.29	1	231.29	1.50	0.2222
$f'_{tp}f'_{cp}$	18.1164	1	18.1164	0.12	0.7322
h^2	177.78	1	177.78	1.15	0.2843
hf'_{tm}	9.16345	1	9.16345	0.06	0.8077
hf'_{cm}	70.6826	1	70.6826	0.46	0.4992
hf'_{cp}	81.189	1	81.189	0.53	0.4690
f'^2_{tm}	126.245	1	126.245	0.82	0.3667
$f'_{tm}f'_{cm}$	42.218	1	42.218	0.27	0.6014
$f'_{tm}f'_{cp}$	274.574	1	274.574	1.78	0.1837
f'^2_{cm}	277.981	1	277.981	1.80	0.1810
$f'_{cm}f'_{cp}$	26.6608	1	26.6608	0.17	0.6781
f'^2_{cp}	611.808	1	611.808	3.97	0.0478
$f'^2_{tp}h$	60.7682	1	60.7682	0.39	0.5310
$f'^2_{tp}f'_{tm}$	38.1144	1	38.1144	0.25	0.6197
$f'^2_{tp}f'_{cm}$	74.0765	1	74.0765	0.48	0.4891
$f'^2_{tp}f'_{cp}$	37.1024	1	37.1024	0.24	0.6244
$f'_{tp}h^2$	36.4819	1	36.4819	0.24	0.6273
$f'_{tp}hf'_{tm}$	22.4561	1	22.4561	0.15	0.7032
$f'_{tp}hf'_{cm}$	14.6133	1	14.6133	0.09	0.7586
$f'_{tp}hf'_{cp}$	159.036	1	159.036	1.03	0.3112
$f'_{tp}f'^2_{tm}$	190.131	1	190.131	1.23	0.2683
$f'_{tp}f'_{tm}f'_{cm}$	0.584162	1	0.584162	0.00	0.9510
$f'_{tp}f'_{tm}f'_{cp}$	0.00480474	1	0.00480474	0.00	0.9956
$f'_{tp}f'^2_{cm}$	230.313	1	230.313	1.49	0.2232
$f'_{tp}f'_{cm}f'_{cp}$	95.4377	1	95.4377	0.62	0.4325
$f'_{tp}f'^2_{cp}$	64.2896	1	64.2896	0.42	0.5193
$h^2f'_{tm}$	4.15041	1	4.15041	0.03	0.8699
$h^2f'_{cm}$	10.5681	1	10.5681	0.07	0.7938

$h^2 f'_{cp}$	207.129	1	207.129	1.34	0.2480
$h f'_{tm}{}^2$	1.40191	1	1.40191	0.01	0.9241
$h f'_{tm} f'_{cm}$	4.5474	1	4.5474	0.03	0.8638
$h f'_{tm} f'_{cp}$	5.70978	1	5.70978	0.04	0.8476
$h f'_{cm}{}^2$	25.775	1	25.775	0.17	0.6831
$h f'_{cm} f'_{cp}$	129.174	1	129.174	0.84	0.3613
$h f'_{cp}{}^2$	8.41091	1	8.41091	0.05	0.8156
$f'_{tm}{}^2 f'_{cm}$	59.2714	1	59.2714	0.38	0.5361
$f'_{tm}{}^2 f'_{cp}$	311.394	1	311.394	2.02	0.1570
$f'_{tm} f'_{cm}{}^2$	16.9702	1	16.9702	0.11	0.7405
$f'_{tm} f'_{cm} f'_{cp}$	18.5508	1	18.5508	0.12	0.7291
$f'_{tm} f'_{cp}{}^2$	28.9238	1	28.9238	0.19	0.6655
$f'_{cm}{}^2 f'_{cp}$	297.509	1	297.509	1.93	0.1665
$f'_{cm} f'_{cp}{}^2$	460.773	1	460.773	2.99	0.0855
Error total	29613.6	192	154.237		
Total (corr.)	258709.	242			

El estadístico (R^2) indica que el modelo, así ajustado, explica un 88.55% de la variabilidad en el módulo de elasticidad (E_m). El estadístico (R^2_{ajus}) es 85.57%. El error estándar de la estimación muestra que la desviación estándar de los residuos es 12.42. El error medio absoluto (MAE) de 9.06 es el valor promedio de los residuos (Tabla 48).

Tabla 48 Parámetros estadísticos correspondientes al modelo matemático de 3^{er} grado del módulo de elasticidad (E_m)

Modelo matemático	R^2 (%)	R^2_{ajus} (%)	Error estándar del estimador	Error medio absoluto	Durbin-Watson	Autocorrelación residual
3^{er} Grado	88.55	85.57	12.42	9.06	1.9006	0.0476475

Los coeficientes de regresión correspondientes a este tercer modelo son los siguientes:

Tabla 49. Coeficientes de regresión del modelo matemático de 3^{er} grado del módulo de elasticidad (E_m).

Factor	Coeficiente estimado (β)	Factor	Coeficiente estimado (β)	Factor	Coeficiente estimado (β)
β_0	9736.79	hf'_{cp}	19.8616	$f'_{tm}f'_{cm}{}^2$	4.06096
f'_{tp}	-695.776	$f'_{tm}{}^2$	1619.68	$f'_{tm}f'_{cp}{}^2$	-72.9803
h	-74.8301	$f'_{tm}f'_{cm}$	-219.379	$f'_{cm}f'_{cp}{}^2$	-36.77
f'_{tm}	-5855.72	$f'_{tm}f'_{cp}$	2227.5	$f'_{tp}hf'_{tm}$	-190.681
f'_{cm}	445.132	$f'_{cm}{}^2$	-37.2871	$f'_{tp}hf'_{cm}$	-37.623
f'_{cp}	-5401.25	$f'_{cm}f'_{cp}$	89.6761	$f'_{tp}hf'_{cp}$	80.1057
$f'_{tp}{}^2$	438.521	$f'_{cp}{}^2$	717.534	$f'_{tp}f'_{tm}f'_{cm}$	-163.933
$f'_{tp}h$	16.9192	$f'_{tp}h^2$	-0.0905593	$f'_{tp}f'_{tm}f'_{cp}$	-618.251
$f'_{tp}f'_{tm}$	1613.21	$f'_{tp}f'_{tm}{}^2$	-531.806	$f'_{tp}f'_{cm}f'_{cp}$	83.0173
$f'_{tp}f'_{cm}$	-243.75	$f'_{tp}f'_{cm}{}^2$	8.95843	$hf'_{tm}f'_{cm}$	60.2946
$f'_{tp}f'_{cp}$	301.466	$f'_{tp}f'_{cp}{}^2$	-74.2985	$hf'_{tm}f'_{cp}$	-519.067
h^2	0.903122	$hf'_{tm}{}^2$	1.45112	$hf'_{cm}f'_{cp}$	7.32266

El modelo matemático obtenido es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 E_m = & 9736.79 - 695.776f'_{tp} - 74.8301h - 5855.72f'_{tm} + 445.132f'_{cm} - 5401.25f'_{cp} + \\
 & 19.8616hf'_{cp} + 1619.68f'_{tm}{}^2 - 219.379f'_{tm}f'_{cm} + 2227.5f'_{tm}f'_{cp} - 37.2871f'_{cm}{}^2 + \\
 & 89.6761f'_{cm}f'_{cp} + 4.06096f'_{tm}f'_{cm}{}^2 - 72.9803f'_{tm}f'_{cp}{}^2 - 36.77f'_{cm}f'_{cp}{}^2 - 190.681f'_{cm}f'_{cp}{}^2 - \\
 & 37.623f'_{tp}hf'_{cm} + 80.1057f'_{tp}hf'_{cp} + 438.521f'_{tp}{}^2 + 16.9192f'_{tp}h + 1613.21f'_{tp}f'_{tm} - \\
 & 243.75f'_{tp}f'_{cm} + 301.466f'_{tp}f'_{cp} + 0.903122h^2 + 717.534f'_{cp}{}^2 - 0.0905593f'_{tp}h^2 - \\
 & 531.806f'_{tp}f'_{tm}{}^2 + 8.95843f'_{tp}f'_{cm}{}^2 - 74.2985 + 1.45112hf'_{tm}{}^2 - 163.933f'_{tp}f'_{tm}f'_{cm} - \\
 & 618.251f'_{tp}f'_{tm}f'_{cp} + 83.0173f'_{tp}f'_{cm}f'_{cp} + 60.2946hf'_{tm}f'_{cm} - 519.067hf'_{tm}f'_{cp} + \\
 & 7.32266hf'_{cm}f'_{cp}
 \end{aligned} \tag{43}$$

El diagrama que se presenta a continuación (Fig. 64), indica que la variable del esfuerzo a la compresión de la pieza ($f'_{cp}{}^2$) es la más influyente. Esto indica que esta variable de respuesta puede ser descrita de gran manera con el uso de este factor. Las interacciones que toman poca participación en la estimación del

módulo de elasticidad (E_m) en este tercer modelo son: $(f'_{tp}, f'_{tm}, f'_{cp})$, seguido de la interacción $(f'_{tp}, f'_{tm}, f'_{cm})$.

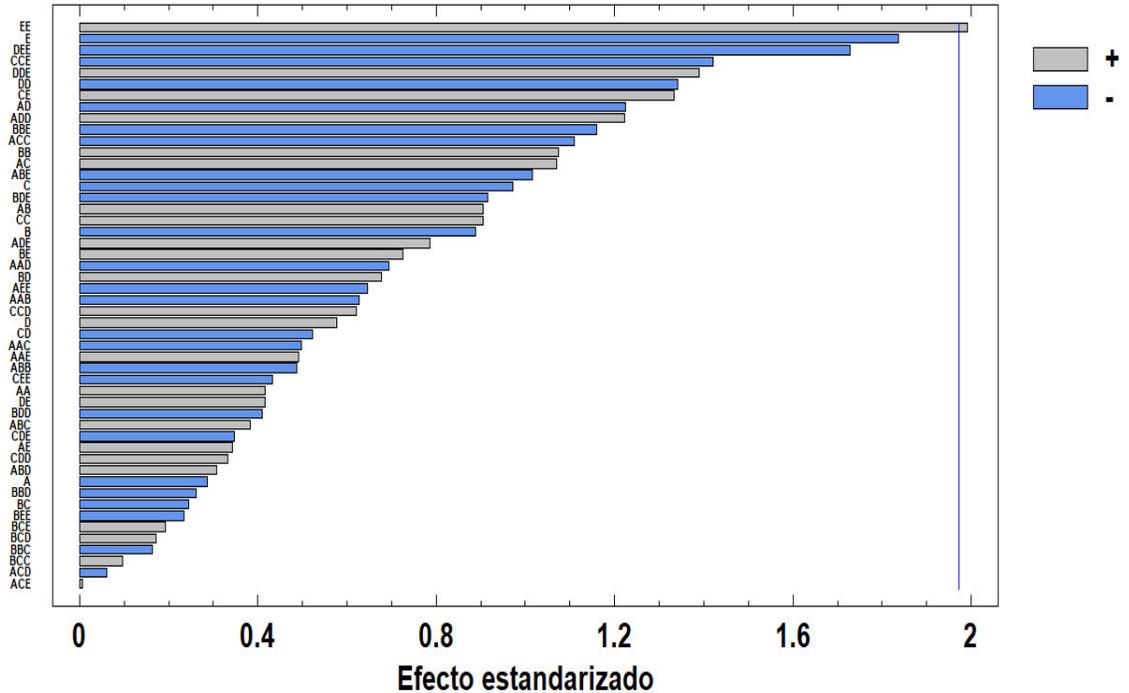


Figura 64. Diagrama de Pareto del modelo matemático de 3^{er} grado del módulo de elasticidad (E_m).

A continuación, se realizará un análisis de los resultados obtenidos y, a partir de ellos, se buscará la simplificación del modelo matemático mejor ajustado de las tres propuestas realizadas (1^{er} grado, 2^{do} grado, 3^{er} grado).

En la siguiente tabla se muestran los parámetros estadísticos del ajuste de los tres modelos matemáticos. En él se puede observar cuál de ellos ofrece una mejor respuesta (Tabla 50).

Tabla 50. Parámetros estadísticos de modelos matemáticos del módulo de elasticidad (E_m).

Modelo matemático	R^2 (%)	R^2_{ajus} (%)	Error estándar del estimador	Error medio absoluto	Durbin-Watson	Autocorrelación residual
1^{er} grado	83.42	83.07	13.45	10.97	1.43687	0.277397
2nd grado	87.32	86.18	12.15	9.57	1.8043	0.0973476
3^{er} grado	88.55	85.57	12.41	9.05	1.9006	0.0476475

Los tres modelos matemáticos calculados cuentan con un porcentaje de ajuste aceptable (R^2 y R^2_{ajus}) y un grado de error absoluto medio aceptable (Tabla 50).

El modelo de 1^{er} grado no cumple el parámetro Durbin-Watson (DW), al ser menor que 1.5 este parámetro, por lo que no es posible utilizarlo. Sin embargo, los modelos de 2^{do} y 3^{er} grado cumplen esta condición.

En el siguiente gráfico se evaluará la distribución de los residuos para el cumplimiento de la homocedasticidad (Fig. 65).

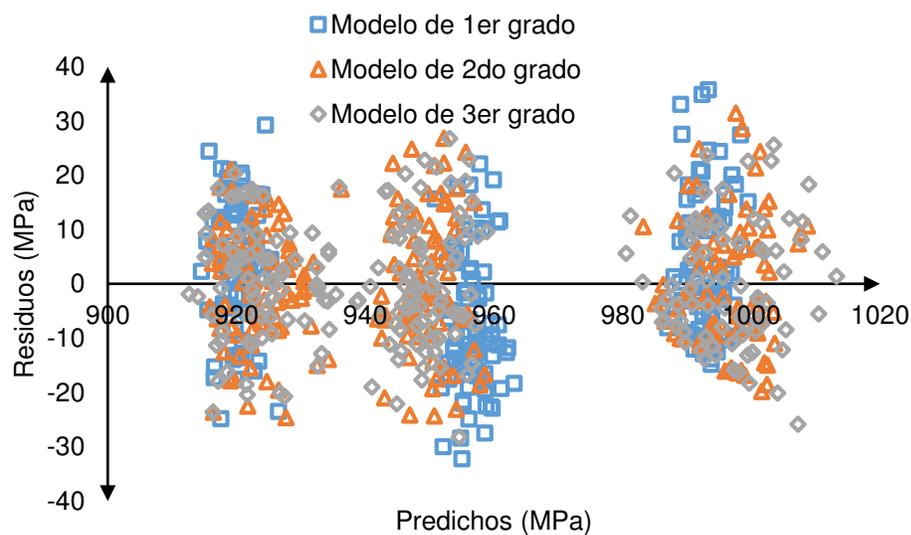


Figura 65. Residuos de modelos matemáticos del módulo de elasticidad (E_m).

En este gráfico se muestra la aleatoriedad en los tres modelos matemáticos, cumpliendo la condición de homocedasticidad. De manera similar a lo presentado en el modelo matemático del esfuerzo máximo a compresión (f'_m), cuanto mayor sea el orden de efecto (grado del polinomio), más distribuidos (horizontalmente) se generan los residuos (Fig. 65).

Las siguientes condiciones a revisar en los modelos matemáticos son las pruebas de normalidad, para determinar si la distribución de los residuos se ajusta a una distribución normal (Tabla 51).

Tabla 51. Pruebas de normalidad para los modelos matemáticos del módulo de elasticidad.

Modelo matemático	Kolmogorov-Smirnov^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Grados de libertad	Significancia	Estadístico	Grados de libertad	Significancia
1^{er} grado	.055	243	.069	.992	243	.228
2^{do} grado	.063	243	.020	.990	243	.088
3^{er} grado	.049	243	.200*	.991	243	.164

*. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de significación de Lilliefors.

En la tabla se presentan los datos obtenidos de la evaluación de las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk (Tabla 51). En esta tabla se muestra que los tres modelos matemáticos cumplen el valor de significancia al ser mayor que 0.05.

La revisión realizada a los histogramas de los modelos matemáticos muestra que el modelo de 1^{er} grado no logra ajustarse. Sin embargo, en los modelos de 2^{do} y 3^{er} grado, la mayoría de sus residuos están contenidos dentro (Fig. 66).

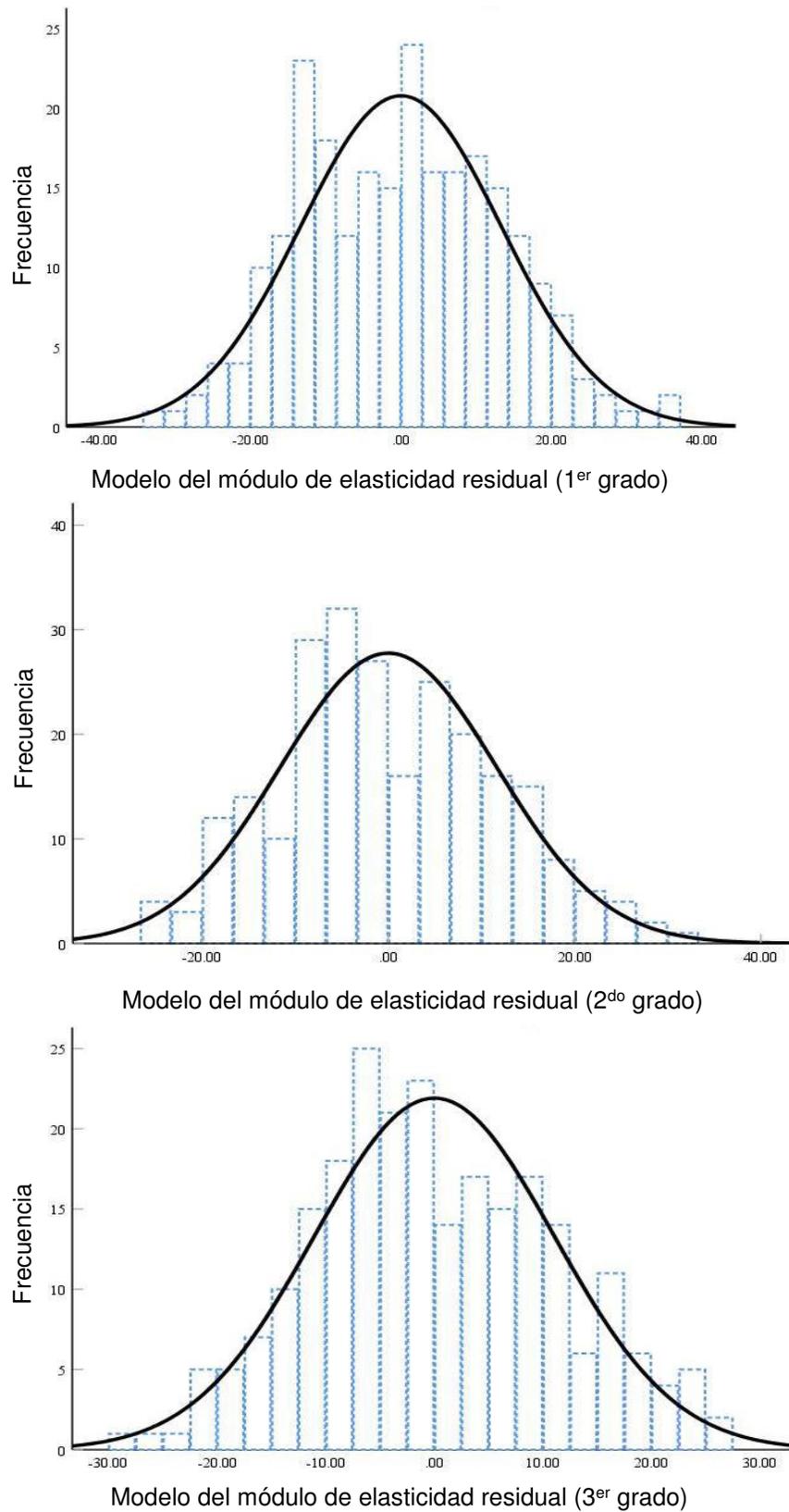
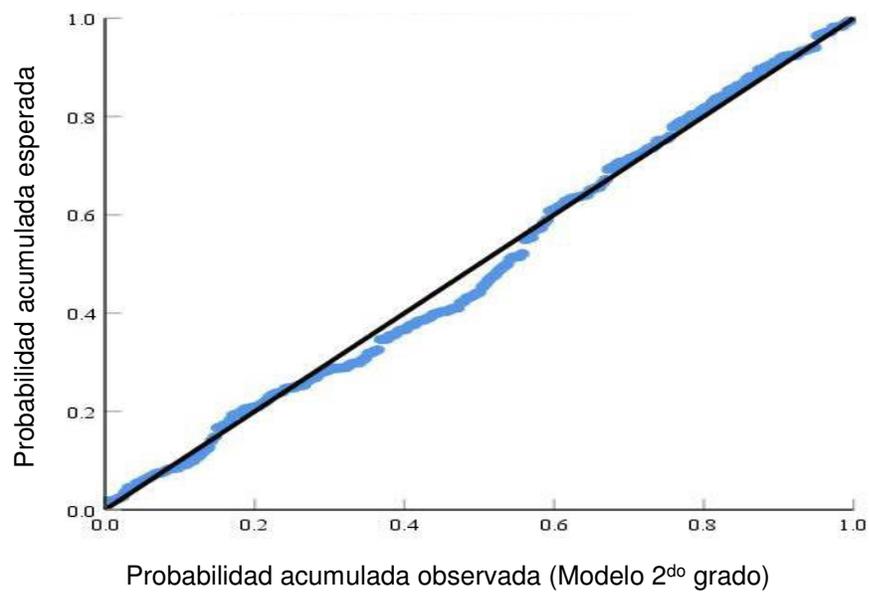
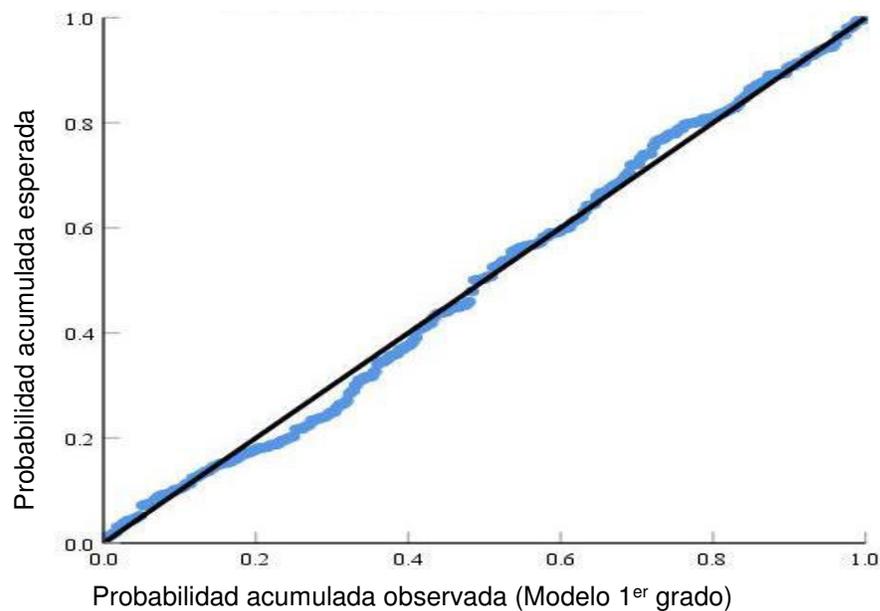


Figura 66. Histogramas de los modelos matemáticos del módulo de elasticidad (E_m).

El gráfico P-P del modelo matemático de 1^{er} grado muestra dos ondulaciones importantes a lo largo de la línea recta, lo que indica un posible desajuste a la distribución normal. Los gráficos de los modelos matemáticos de 2^{do} y 3^{er} grado, muestran ondulaciones de menor magnitud, teniendo una mejor aproximación a lo largo de la línea recta (Fig. 67).



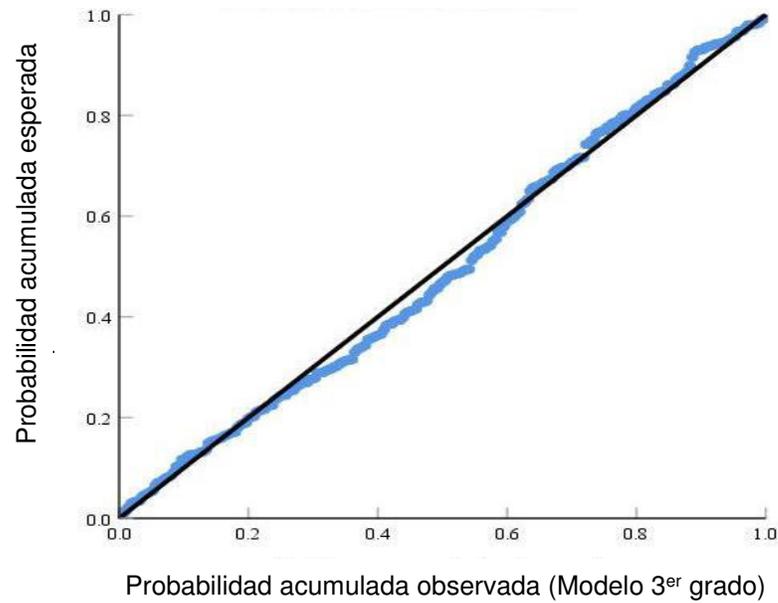


Figura 67. Gráficos P-P de normalidad de modelos matemáticos del módulo de elasticidad (E_m).

En el siguiente gráfico se presenta el cálculo de errores relativos de los modelos matemáticos del módulo de elasticidad para los diferentes casos presentes en el diseño experimental. En él se puede observar que los tres modelos están por debajo de los errores del 5% (Fig. 68).

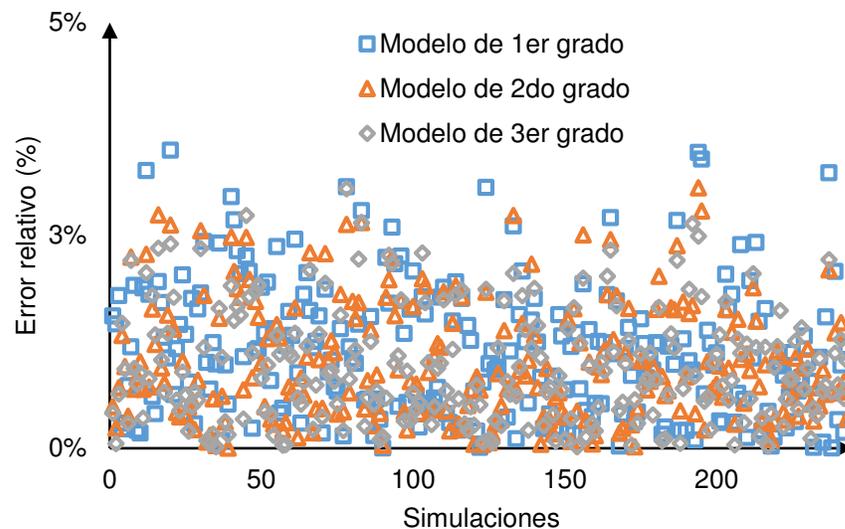


Figura 68. Errores relativos en modelos matemáticos del módulo de elasticidad (E_m).

Una vez analizados los parámetros estadísticos y el grado de error de los tres modelos matemáticos, el siguiente paso es seleccionar uno de ellos para buscar la optimización a través del diagrama de Pareto.

El modelo matemático de 2^{do} grado fue seleccionado, debido a que cumple todos los parámetros necesarios (estadísticos y grado de error). Este modelo se seleccionó debido a que el modelo matemático de 3^{er} grado no mostró una mejoría considerable y utilizar una función polinómica mayor se vuelve impráctico.

Modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad de 2^{do} grado

La simplificación emplea el criterio del diagrama de Pareto, criterio similar a lo empleado en el modelo matemático del esfuerzo máximo a compresión (f'_m). En este modelo simplificado hay 2 efectos que tienen un valor-P menor que 0.05, indicando que son significativamente diferentes de cero, con un nivel de confianza del 95.0% (Tabla 52).

Tabla 52. Análisis de varianza del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad (E_m).

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
f'_{cp}	4802.59	1	4802.59	30.19	0.0000
$f'_{tm}f'_{cp}$	227.047	1	227.047	1.43	0.2334
$f'_{cp}{}^2$	6357.34	1	6357.34	39.96	0.0000
Error total	38022.8	239	159.091		
Total (corr.)	258709.	242			

El estadístico (R^2) (Tabla 53) indica que el modelo así ajustado explica un 85.30% de la variabilidad en el módulo de elasticidad (E_m). El estadístico (R^2_{ajus}) es 85.12%. El error estándar de la estimación muestra que la desviación estándar de los residuos es 12.61. El error medio absoluto (MAE) de 10.18 es el valor promedio de los residuos.

Tabla 53. Parámetros estadísticos del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad(E_m).

Modelo matemático	R^2 (%)	R^2_{ajus} (%)	Error estándar del estimador	Error medio absoluto	Durbin-Watson	Autocorrelación residual
	85.30	85.12	12.6131	10.1808	1.6810	0.157977

Al simplificar el modelo de 2^{do} grado se obtienen los siguientes coeficientes de regresión:

Tabla 54. Coeficientes de regresión del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad(E_m).

Factor	Coefficiente estimado (β)
β_0	2190.82
f'_{cp}	-788.887
$f'_{tm}f'_{cp}$	2.27042
f'^2_{cp}	121.325

El modelo matemático 2^{do} grado simplificado es el siguiente:

$$E_m = 2190.82 - 788.887f'_{cp} + 2.27042f'_{tm}f'_{cp} + 121.325f'^2_{cp} \quad (44)$$

Este modelo matemático simplificado muestra que mediante las variables del esfuerzo a compresión de la pieza (f'_{cp}) y su interacción con el esfuerzo de tensión en el mortero (f'_{tm}) puede estimarse el valor del módulo de elasticidad (E_m) (Fig. 69).

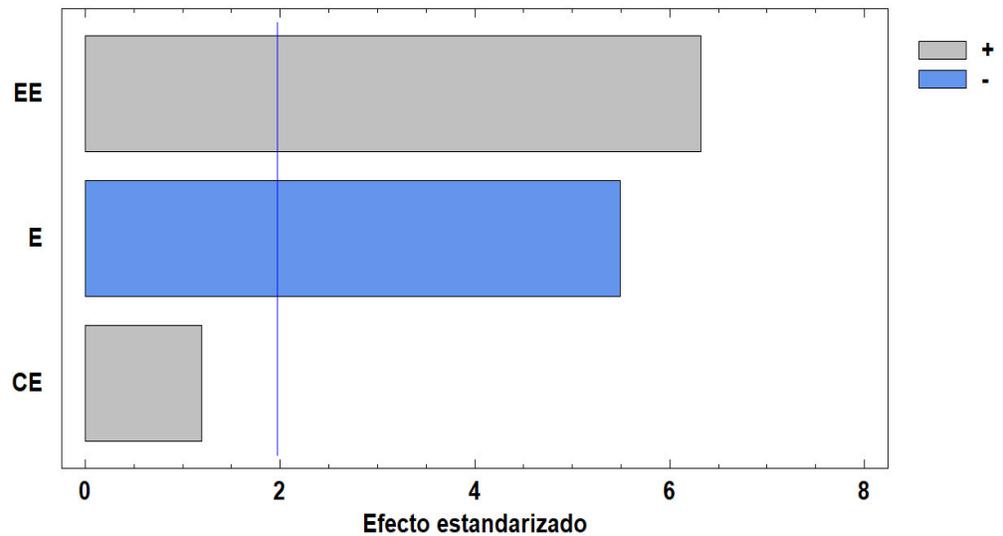


Figura 69. Diagrama de Pareto del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad (E_m).

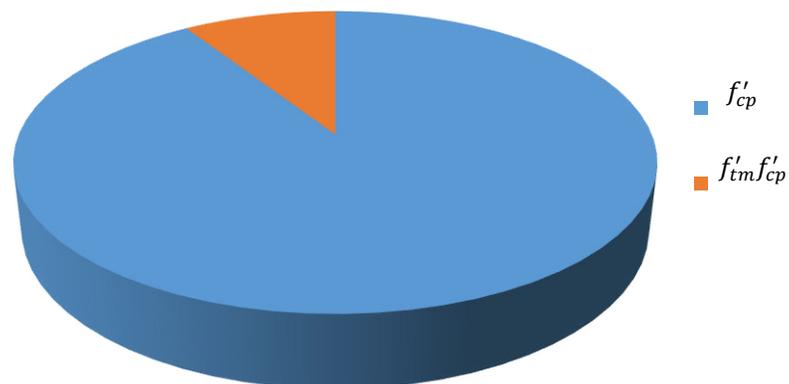


Figura 70. Influencia de los parámetros del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad (E_m).

La revisión de la distribución de residuos muestra una aleatoriedad, cumpliendo con el parámetro de la homocedasticidad. A partir de los residuos se realizan las pruebas de normalidad (gráfico P-P e histograma) y las pruebas de normalidad de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk (Tabla 55.) (Fig. 73 y 72).

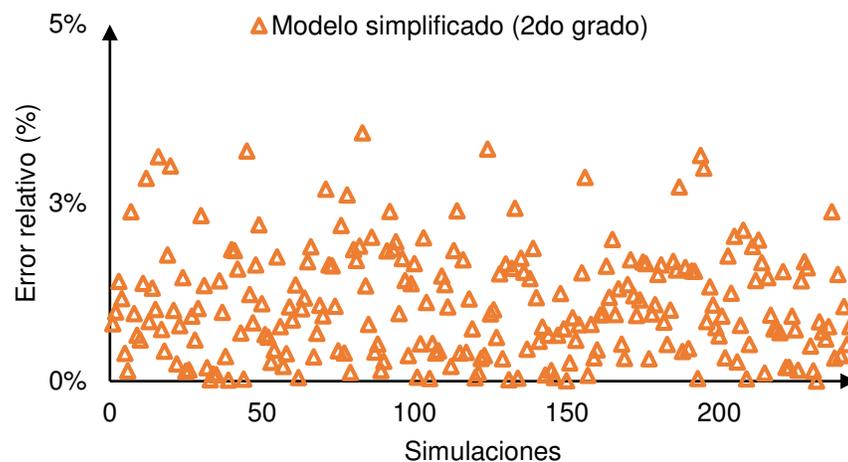


Figura 71. Residuos del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad (E_m).

El modelo matemático simplificado cumple el valor de significancia, al ser mayor que 0.05 (Tabla 55).

Tabla 55. Pruebas de normalidad del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad (E_m).

<i>Modelo matemático</i>	<i>Kolmogorov-Smirnov^a</i>			<i>Shapiro-Wilk</i>		
	<i>Estadístico</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Significancia</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Significancia</i>
	.044	243	.200*	.989	243	.058

El histograma muestra que, en su mayoría, los residuos se encuentran contenidos por debajo de la campana de Gauss (Fig. 72).

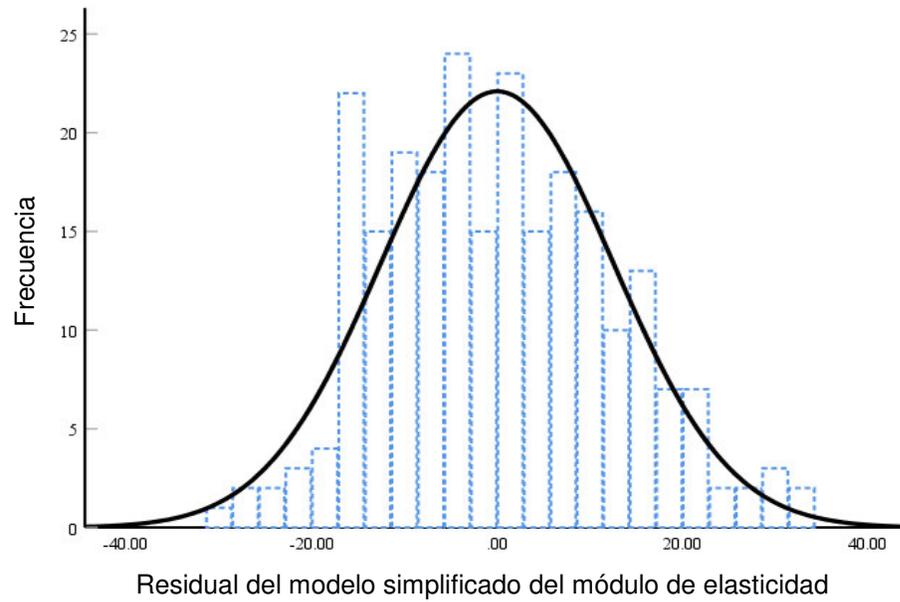


Figura 72. Histograma del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad (E_m).

El gráfico P-P muestra una cercanía a lo largo de la línea traza en diagonal, confirmando una distribución normal (Fig. 73).

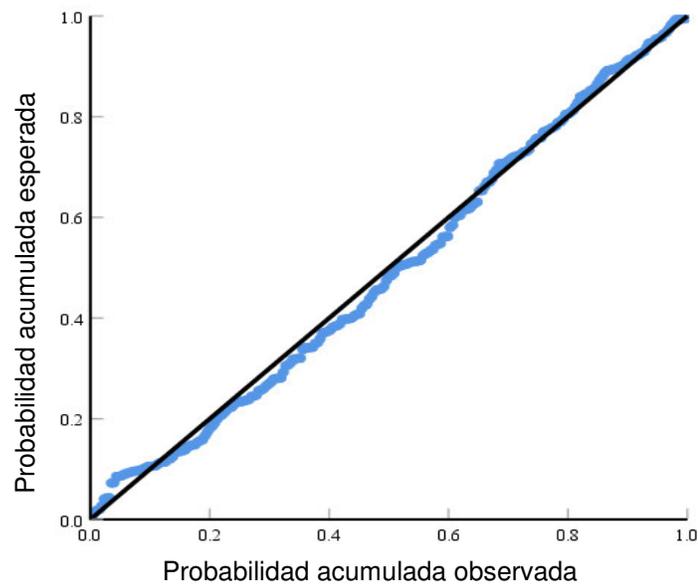


Figura 73. Gráfico P-P de normalidad del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad (E_m).

Al realizar el análisis de errores relativos, el modelo presenta errores menores que el 5% (Fig. 74). De esta manera se concluye que el modelo matemático es adecuado para la predicción del módulo de elasticidad, en función de los factores obtenidos del modelo de regresión multivariada.

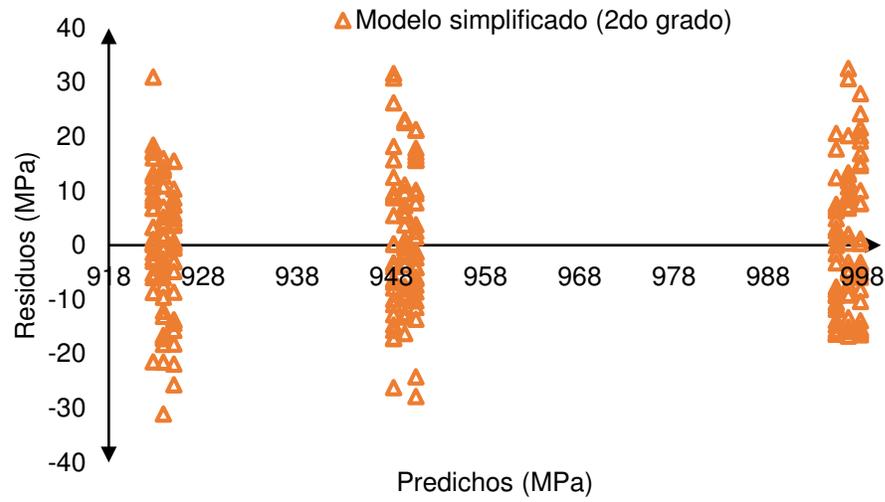


Figura 74. Errores relativos del modelo matemático simplificado del módulo de elasticidad (E_m).

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A partir de la investigación realizada en la mampostería hueca de concreto de la región de Nuevo León, se pueden mencionar las siguientes conclusiones y recomendaciones:

Conclusiones

1. El uso de la técnica de micro-modelación numérica tridimensional permite la reproducción de los ensayos experimentales con un grado de error aceptable. Esta técnica emplea el criterio de energía de fractura dentro del modelo de daño: "Concrete Damaged Plasticity"
2. En este proyecto, la dispersión experimental de la resistencia a la compresión en las piezas individuales (bloques huecos de concreto) no fue excesiva. Sin embargo, arrojaron resistencias menores a la establecida por el reglamento NTCM. Este reglamento no considera piezas con valores de resistencia menores que $60 \left(\frac{kgf}{cm^2} \right)$, para la estimación del esfuerzo máximo a compresión en mampostería (f'_m), lo que limita la obtención de resultados fiables al momento de realizar extrapolaciones. En consecuencia, al estimar el módulo de elasticidad empleando las expresiones matemáticas del reglamento para cargas de corta duración ($E_m = 800f'_m$) y cargas sostenidas ($E_m = 350f'_m$), el nivel de confiabilidad disminuye.

3. Se comprobó que los parámetros más influyentes en la respuesta del esfuerzo máximo a compresión de la mampostería (f'_m), son los esfuerzos máximos resistentes a compresión (f'_{cp}) y tensión (f'_{tp}) del bloque hueco de concreto y el espesor del mortero (h). Esta conclusión se basa en el análisis de sensibilidad, junto con los diagramas de Pareto y las técnicas de optimización. Por otra parte, los parámetros más influyentes en la estimación de la magnitud del módulo de elasticidad son: el esfuerzo a compresión del bloque hueco de concreto (f'_{cp}) y esfuerzo a tensión del mortero (f'_{tm}).
4. La interacción más influyente en el esfuerzo máximo a compresión de la mampostería (f'_m) se encuentra entre el esfuerzo a tensión del bloque hueco de concreto (f'_{tp}) y el espesor de junta (h), mientras que la interacción entre el esfuerzo a compresión del bloque (f'_{cp}) y el esfuerzo a tensión del mortero (f'_{tm}), es la de mayor impacto en la respuesta del módulo de elasticidad de la mampostería.

Recomendaciones

1. Establecer un sistema eficiente de control de calidad en la fabricación industrializada de piezas, así como en su proceso de curado. Esto es necesario para garantizar una resistencia a la compresión en las piezas que cumpla las normas de construcción de cada región.
2. Estudiar la respuesta a compresión de pilas de mampostería con configuraciones que incluyan las juntas verticales. La tipología experimental implementada actualmente no incluye el efecto de este detalle constructivo.

3. Establecer un procedimiento de ensaye para el estudio del esfuerzo máximo a la tensión en la pieza (f'_{tp}), ya que esta propiedad mecánica del material tiene gran influencia en la respuesta a esfuerzos de compresión en las pilas de mampostería.
4. Extender los trabajos de investigación a otro tipo de piezas e incluir modelos numéricos y estudios estadísticos que incluyan la variación en las propiedades mecánicas de los materiales. Esto con el propósito de abarcar un mayor intervalo en la estimación del comportamiento tan variante de este material.
5. Investigar experimentalmente la interacción pieza-mortero, ya que actualmente es escasa la información experimental con la que se cuenta.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ONNCCE, Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación, n.d.
- [2] ASTM, American Society for Testing and Materials, n.d.
- [3] D.S. SIMULIA, Abaqus analysis user's guide, (2010).
- [4] ABAQUS Inc., Abaqus FEA, (2018).
- [5] Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la Edificación S.C., NMX-C-404-ONNCCE-2012 "Bloques, tabiques o ladrillos y tabicones para uso estructural," 2012.
- [6] G.O. Gallo Ortiz, L.I. Espino Márquez, A.E. Olvera Montes, Diseño estructural de casa habitación, Tercera ed, México, 2011.
- [7] H. Gallegos, C. Casabonne, Albañilería estructural, Perú, 1991.
- [8] A.W. Hendry, Structural masonry, (1998).
- [9] K.S. Gumaste, K.S. Nanjunda Rao, B.V. Venkatarama, K.S. Jagadish, Strength and elasticity of brick masonry prisms and wallettes under compression, Mater. Struct. 40 (2007) 241–253.
- [10] H. A.W., M. M.H., Characteristic compressive strength of brickwork from collected test results, Mason. Int. (1986) 15–24.
- [11] S.M. de I.E. (SMIE), Guía para el análisis de estructuras de mampostería, 2008.
- [12] L. Esteva, Comportamiento de muros de mampostería sujetos a carga vertical, UNAM, México, 1961.
- [13] R. Meli, Comportamiento sísmico de muros de mampostería, (1979).
- [14] R. Meli, G.A. Reyes, Propiedades mecánicas de la mampostería, México, 1971.
- [15] G. oficial del departamento de la C. de México, NTCM "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de mampostería," 2017.
- [16] E. Bazán, Muros de mampostería ante cargas laterales, 1980.
- [17] A. Orduña, P. Lourenço, Three-dimensional limit analysis of rigid blocks assemblages, Int. J. Solids Struct. 42 (2005) 5161–5180.

- [18] J.F. Lizárraga, J.. Pérez Gavilán, Análisis no lineal de muros de mampostería confinada utilizando la homogenización del material, XVIII Congr. Nac. Ing. Sísmica. (2011).
- [19] J.F. Lizárraga, J.. Pérez Gavilán, Propiedades mecánicas de la mampostería para la modelación no lineal, XIX Congr. Nac. Ing. Sísmica. (2013).
- [20] J.L. Álvarez Barajas, Investigación del comportamiento estructural de mampostería sometida a compresión uniaxial elaborada con materiales característicos del estado de Nuevo León, 2016.
- [21] E.L. Treviño, S.M. Alcocer, L.E. Flores, R. Larrua, J.M. Zarate, L. Gallegos M., Investigación experimental del comportamiento de muros de mampostería confinada de bloques de concreto sometidos a cargas laterales cíclicas reversibles reforzados con acero de grado 60 y 42 reversibles, Soc. Mex. Ing. Estructural. (2004).
- [22] H. Kaushik, D. Rai, S. Jain, Stress-strain characteristics of clay brick masonry under uniaxial compression, *J. Mater. Civ. Eng.* (2007) 728–739.
- [23] B.D. Ewing, M.J. Kowalsky, Compressive behavior of unconfined and confined clay brick masonry, *J. Mater. Civ. Eng.* (2004) 650–661.
- [24] G. Sarangapani, R.B. Venkatarama, J. K., Brick-mortar bond and masonry compressive strength, *J. Mater. Civ. Eng.* 17 (2005) 229–237.
- [25] CEN Eurocode 6, Design of masonry structures, in Part 1-1: general rules for reinforced and unreinforced masonry structures, 2005.
- [26] T.M.S.J.C. (MSJC), Building Code Requirements and Specification for Masonry Structures (TMS 402-13/ACI 530-13/ASCE 5-13) and (TMS 602-13/ACI 530.1-13/ASCE 6-13), 2013.
- [27] E. Moradabadi, D.F. Laefer, J.A. Clarke, P. Lourenço, A semi-random field finite element method to predict the maximum eccentric compressive load for masonry prisms, *Constr. Build. Mater.* (2015) 489–500.
- [28] F. Zhu, Q. Zhou, F. Wang, X. Yang, Spatial variability and sensitivity analysis on the compressive strength of hollow concrete block masonry, *Constr. Build. Mater.* (2017).
- [29] J. Lie, M.J. Mark, M.G. Stewart, S.J. Lawrence, Spatial variability and stochastic strength prediction of unreinforced masonry walls in vertical bending, *J. Eng. Struct.* (2014) 787–797.
- [30] R. Meli, S. Brzev, M. Astroza, T. Boen, F. Crisafulli, J. Dai, M. Farsi, T. Hart, A. Mebarki, A.S. Moghadam, D. Quiun, M. Tomazevic, L. Yamin, Seismic design guide for low-rise confined masonry buildings, 2011.
- [31] Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la

Edificación S.C., NMX-C-464-ONNCCE-2010 "Determinación de la resistencia a compresión diagonal y módulo de cortante de muretes, así como determinación de la resistencia a compresión y módulo de elasticidad de pilas ", 2010.

- [32] American Society for Testing Materials, ASTM-C-1314 "Standard test method for compressive strength of masonry prisms," 2016.
- [33] American Society for Testing Materials, ASTM-E-111 "Standard test method for young's modulus, tangent modulus, and chord modulus," 2017.
- [34] European Committee for Standardization, CEN, EN 1052-1 Methods of test for masonry - Part 1: Determination of compressive strength, 1998.
- [35] R. Sousa, J. Guedes, H. Souse, Characterization of the uniaxial compression behaviour of unreinforced masonry, *Constr. Build. Mater.* (2015).
- [36] A.M.R. Wolde-Tinsae, H. Atkinson, *State-of-the-Art Modulus of Elasticity of Masonry*, 1993.
- [37] J. Colville, Wolde-Tinsae, *Compressive Strength of Hollow Concrete Masonry*, (1990).
- [38] R. Capozzuca, Masonry panels with different mortar joints under compression, in: *Proc. 13th Int. Brick Block Mason. Conf.*, 2004.
- [39] G. Shrive, The failure mechanism of face-shell bedded ungrouted and unreinforced masonry, *Int. J. Mason. Constr.* (1982) 115–128.
- [40] A. Page, P. Kleeman, H. Xie, A new approach to the prediction of failure of face-shell bedded hollow masonry loaded in eccentric compression, in: *Proc. 12th Int. Brick Block Mason. Conf.*, 2000.
- [41] F. Khalaf, A. Hendry, D. Fairbairn, Study of the compressive strength of blockwork masonry, *Am. Concr. Inst. Struct. J.* (1994) 367–375.
- [42] R. Sahlaoui, K. Sab, J. Heck, Yield strength of masonry-like structures containing thin adhesive joints: 3D or 2D-interface model for the joints, *Comptes Rendys Mécanique.* (1995) 432–438.
- [43] A. Brenich, G.D. Felice, Brickwork under eccentric compression: experimental results and macroscopic models., *Constr. Build. Mater.* (2009) 1935–1946.
- [44] M.J.F. Santos, M.D.F. Santos, E. Rizzatti, Load-bearing properties of masonry made of different types of ceramic blocks and lime-based mortars, *15 Th Int. Brick Block Mason. Conf.* (2012) 10.
- [45] T. Thomas, Laussane, CEB-FIP, *Model Code 1990: Design Code*, 1990.
- [46] L. International Federation for Structural Concrete (FIP), CEB-FIP, *Model Code 2010: First Draft, Vol. 1*, 2010.

- [47] A.H. Ahmad, O.C. Ambrose, Compressive behavior of concrete masonry prisms, *J. Struct. Eng.* (1986) 9.
- [48] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, *The Finite Element Method*, 5th ed., 2000.
- [49] P. Lourenco, *Computational Strategies for Masonry Structures*, 1995.
- [50] P.B. Lourenco, J.G. Rots, J. Blaauwendraad, Two approaches for the analysis of masonry structures: Micro and macro-modeling, (1995).
- [51] A. Brencich, L. Gambarotta, Mechanical response of solid clay brickwork under eccentric loading. Part I: unreinforced masonry, *Mater. Struct.* 38 (2005) 257–266.
- [52] H.R. Roman, I.R. Gomes, Numerical modelling of blockwork prisms tested in compression using the finite element method with interface behaviour, in: *13th Int. Brick Block Mason. Conf.*, 2004: pp. 421–429.
- [53] J. Pina-Henriques, P.B. Lourenço, Testing and modelling of masonry creep and damage in uniaxial compression, in: *Int. Conf. Struct. Stud. Repairs Maint. Herit. Archit.*, 2003: pp. 151–160.
- [54] N. Augenti, F. Parisi, Constitutive modelling of tuff masonry in direct shear, *Constr. Build. Mater.* (2011) 1612–1620.
- [55] A. Zucchini, P.B. Lourenço, A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry, *Int. J. Solids Struct.* (2002) 3233–3255.
- [56] J.M. Adam, A. BRENICH, T. g. HUGHES, T. Jefferson, Micromodelling of eccentrically loaded brickwork: study of masonry wallettes, *Eng. Struct.* (2010) 1244–1251.
- [57] C. Sandoval, R. Roca, Study of the influence of different parameters on the buckling behaviour of masonry walls, *Constr. Build. Mater.* (2012) 888–899.
- [58] A. Caporale, F. Parisi, D. Asprone, R. Luciano, A. Prota, Critical surface for adobe masonry: micromechanical approach, *Constr. Build. Mater.* (2014) 784–796.
- [59] A. Caporale, F. Parisi, D. Asprone, R. Luciano, A. Prota, Micromechanical analysis of adobe masonry as two-component composite: influence of bond and loading schemes, *Compos. Struct.* (2014) 254–263.
- [60] L. Miccoli, A. Garofano, F. Fontana, U. Muller, Experimental testing and finite element modelling of earth block masonry, *Eng. Struct.* (2015) 208–220.
- [61] D. Cavazos, *Simulación del comportamiento de muretes de mampostería de concreto ante carga de compresión uniaxial*, 2016.
- [62] F. Parisi, C. Balestrieri, D. Asprone, Nonlinear micromechanical model for tuff stone masonry: Experimental validation and performance limit states, *Constr.*

Build. Mater. (2016) 165–175.

- [63] Standards China, GB/T 50129 Standard for test method of basic mechanics properties of masonry, 2011.
- [64] P.H. Feenstra, Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete (PhD manuscript), Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1993.
- [65] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Oñate, A plastic-damage model for concrete, *Int. J. Solids Struct.* 25 (1989) 27.
- [66] J. Lee, G. Fenves, Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures, *J. Eng. Mech.* 124 (1998) 8.
- [67] M. Dhanasekar, A.W. Page, The influence of brick masonry infill properties on the behaviour of infilled frames, *Proc. Inst. Civ. Eng.* 81 (1986) 593–605.
- [68] W. Seim, Isotropic or anisotropic? Simulation of in-plane loaded masonry structures close to reality, 10th Int. Brick/Block Mason. Conf. (1994) 77–86.
- [69] A. Anthoine, In-plane behavior of masonry: A literature review, 1992.
- [70] P.B. Lourenco, An orthotropic continuum model for the analysis of masonry structures, 1995.
- [71] A. Zucchini, P.B. Lourenço, Mechanics of masonry in compression: results from a homogenisation approach, *Comput. Struct.* (2007) 193–204.
- [72] L. Binda, A. Fontana, G. Frigerio, Mechanical behaviour of brick masonries derived from unit and mortar characteristics, *Brick Block Mason.* 1 (1988) 205–216.
- [73] W.S. McNary, D.P. Abrams, Mechanics of masonry in compression, *Struct. Eng.* (1985).
- [74] A.T. Vermeltfoort, Compression properties of masonry and its components, 1994.
- [75] B. Blackard, Failure issued of brick masonry, 2007.
- [76] R.D. Quinteros, F. Bellomo, L.G. Nallim, S. Oller, Modelo para el análisis estructural del comportamiento de mampostería mediante técnicas de homogeneización, *Asoc. Argentina Mecánica Comput.* 33 (2014) 17.
- [77] L. Pelá, A. Aprile, A. Benedetti, Seismic assessment of masonry arch bridges, 2009.
- [78] V. Mallardo, R. Malvezzi, E. Milani, G. Milani, Seismic vulnerability of historical masonry buildings a case study in Ferrara, (2008) 2223–2241.
- [79] G. Martínez, P. Roca, O. Caselles, J. Clapés, Characterization of the dynamic

response for the structure of Mallorca Cathedral., (2006).

- [80] Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la Edificación S.C., NMX-C-414-ONNCCE-2017 CEMENTANTES HIDRAULICOS/ ESPECIFICACIONES Y METODOS DE ENSAYE, 2017.
- [81] Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la Edificación S.C., NMX-C-111-ONNCCE-2014 “Agregados para concreto hidráulico”- Especificaciones y Métodos de ensaye, 2014.
- [82] Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación, NMX-C-061-ONNCCE-2015 “Determinación de la resistencia a la compresión de cementantes hidráulicos,” 2015.
- [83] Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y la Edificación S.C., NMX-C-036-ONNCCE-2013 “Resistencia a la compresión de bloques, tabiques o ladrillos y tabicones y adoquines,” 2013.
- [84] A.S. for T. Materials, ASTM-C307 “Standard test method for tensile strength of chemical-resistant mortar, grouts and monolithic surfacing,” 2012.
- [85] J. Lee, L.F. Gregory, Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures, J. Eng. Mech. (1998).
- [86] G.A. Gonzáles del Solar, A.A. Sánchez, P.E. Martín, N.G. Maldonado, Estudio del comportamiento de muros de gran espesor solicitados biaxialmente, Asoc. Argentina Mecánica Comput. (2012) 17.
- [87] A. Al-Sibahy, R. Edwards, Behaviour of masonry wallettes made from a new concrete formulation under compression loads at ambient temperatures:testing and modeling, Constr. Build. Mater. (2014).
- [88] M. Bolhassani, A.A. Hamid, F. Moon, A.C.W. Lau, Simplified micro modeling of partially grouted masonryassemblages, Constr. Build. Mater. (2015).
- [89] H.E. Jaramillo, N. Alba de Sánchez, J.P. Canizales, Á.J. Toro, Introducción a la Mecánica de la Fractura y Análisis de Fallas, n.d.
- [90] A.A. Ahmad, A.O. Chukwunenye, Compression Behaviour of Concrete, J. Struct. Eng. (1986) 8.
- [91] F. Tahmasebinia, G. Ranzi, A. Zona, Probabilistic three-dimensional finite element study on composite beams with steel trapezoidal decking, J. Constr. Steel Res. (2013).
- [92] J. Bonilla, M. Bezerra, R. Larrúa, C. Recarey, E. Mirambell, Modelación numérica con validación experimental aplicada al estudio del comportamiento de conectores tipo perno de estructuras compuestas de hormigón y acero, Rev. Ing. Construcción. (2015) 16.

- [93] E. Mohsin, Support stiffness effect on tall load bearing masonry walls, (2005).
- [94] D.C. Montgomery, G.C. Runger, Applied statistics and probability for engineers, 2003.
- [95] V. der Pluijm, Material properties of masonry and its components under tension and shear, 1992.
- [96] P. Lourenco, J. Almeida, J. Barros, Experimental investigation of bricks under uniaxial tensile testing, 2005.
- [97] N. Mojsilovic, Tensile strength of clay blocks: An experimental study, Constr. Build. Mater. (2011) 9.
- [98] S. Technologies, STATGRAPHICS Centurion XVII, (2014).
- [99] IBM, IBM Statistical Package for the Social Sciences Statics (SPSS), (2014).
- [100] A. del C. Serpa, E. Fraga Guerra, M.L. Brito Vallina, Diseño y análisis estadístico de experimentos, (2011) 132.