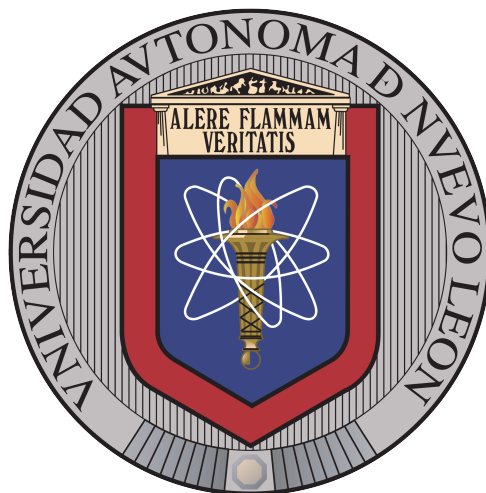


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA



**INVERSIÓN DE REGISTROS SÓNICOS POR MEDIO DE
UN ALGORITMO ROBUSTO BASADO EN ESTRATEGIAS
EVOLUTIVAS**

TESIS

QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS GEOLÓGICAS

PRESENTA

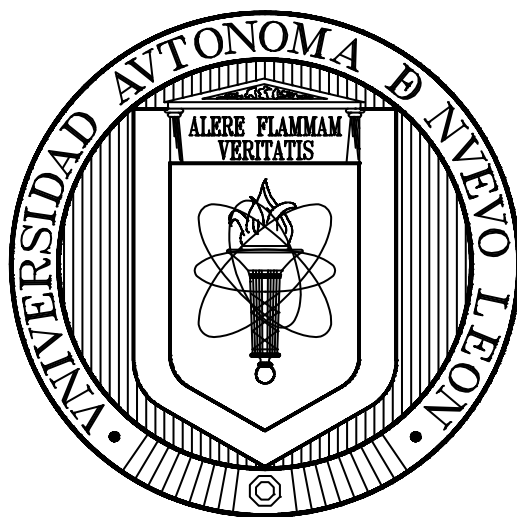
ING. OTONIEL WALLE GARCÍA

LINARES, NUEVO LEÓN, MÉXICO

JUNIO 2019

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA



**INVERSIÓN DE REGISTROS SÓNICOS POR MEDIO DE
UN ALGORITMO ROBUSTO BASADO EN ESTRATEGIAS
EVOLUTIVAS**

TESIS

QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS GEOLÓGICAS

PRESENTA

ING. OTONIEL WALLE GARCÍA

LINARES, NUEVO LEÓN, MÉXICO

JUNIO 2019



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA



LA TESIS

**“INVERSIÓN DE REGISTROS SÓNICOS POR MEDIO DE UN
ALGORITMO ROBUSTO BASADO EN ESTRATEGIAS EVOLUTIVAS”**

QUE PRESENTA

ING. OTONIEL WALLE GARCÍA

HA SIDO ACEPTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS GEOLÓGICAS

Vo. Bo. del Director de Tesis

Dr. Oscar M. Romero de la Cruz

LINARES, NUEVO LEÓN, MÉXICO

JUNIO 2019



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA



LA TESIS

**“INVERSIÓN DE REGISTROS SÓNICOS POR MEDIO DE UN
ALGORITMO ROBUSTO BASADO EN ESTRATEGIAS EVOLUTIVAS”**

QUE PRESENTA

ING. OTONIEL WALLE GARCÍA

HA SIDO ACEPTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS GEOLÓGICAS

EL COMITÉ DE REVISIÓN DE TESIS

Dr. Oscar M. Romero de la Cruz

Dr. Sóstenes Méndez Delgado

Dr. Francisco J. Almaguer Martínez

Por este medio, declaro bajo protesta, haber realizado esta tesis de manera personal y haber utilizado únicamente los medios y procedimientos descritos en la misma.

Otoniel Walle García
Linares, Nuevo León, 2019

Dedicatoria

A mis padres y hermanos, que han estado en todo momento conmigo, por brindarme su apoyo y amor incondicional, además de apoyarme para seguir adelante con mis estudios. Este logro es por y para ustedes... ¡Los amo con todo mi corazón!

Agradecimientos

A mi *alma máter* la Universidad Autónoma de Nuevo León y a la Facultad de Ciencias de la Tierra por brindarme la formación académica.

Al Dr. Oscar Mario Romero de la Cruz, por su apoyo y consejos durante la realización de este trabajo de grado, así como sus enseñanzas tanto académicas como personales.

Al Dr. Sóstenes Méndez Delgado, por aceptar ser parte del comité de revisión. Agradezco enormemente su disposición y apoyo durante estos años.

Al Dr. Francisco Javier Almaguer Martínez, por haber formado parte de este comité y por las observaciones realizadas en este trabajo que han sido de gran importancia para mejorarlo.

A mi amigo y Maestro, el Lic. Roberto Soto Villalobos, por todo su apoyo, consejos y enseñanzas dentro y fuera del aula de clases... y también por guiarme al camino del mal. ¡Gracias por todo Profesor!

A Teresa Monserrat Martínez Ruiz, por darme todo su apoyo y sobre todo por tenerme paciencia en momentos difíciles durante mis estudios de posgrado. Y claro, por darme los mejores momentos de mi vida, en verdad ¡muchas gracias!.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por su apoyo al otorgarme la beca de manutención durante mis estudios de Maestría.

A mi generación de posgrado los “MYTS”, Panny, Rafa y Fede, por su amistad y apoyo (en algunas ocasiones) brindado durante más de dos años.

A la Company, Ramiro, Raúl, Mingo y Mario, por todas las tardes y noches de bohemia...s.

A mi Compadre Jorge Alberto Briones Carrillo, por todo el apoyo brindado durante todos estos años, o bueno, desde mi infancia.

Al Dr. Carlos Aguilar Aguilar Madera, por brindarme su apoyo en posgrado.

Al Dr. Fernando Velasco Tapia, por sus consejos y regaños durante los estudios de posgrado... y hasta la fecha.

A Don Enrique, por tener el café listo todos los días desde temprano.

A todo el personal docente, administrativo y de intendencia de la Facultad de Ciencias de la Tierra.

Índice de figuras	iii
Índice de tablas	vi
Resumen	ix
Abstract	x
1. Introducción	1
1.1. Hipótesis	2
1.2. Justificación	2
1.3. Objetivos	2
1.4. Metodología	3
2. Física de rocas	5
2.1. Módulos efectivos	6
2.1.1. Fase sólida	6
2.1.1.1. Límite de Voigt	7
2.1.1.2. Límite de Reuss	8
2.1.1.3. Promedio de Voigt-Reuss-Hill	9
2.1.2. Fase fluida	11
2.2. Modelo de Raymer-Dvorkin	13
2.2.1. Ecuación de Raymer	15
2.2.2. Ecuación de Dvorkin	18
2.2.3. Densidad	19
2.3. Resumen	21
3. Estrategias Evolutivas	22
3.1. Algoritmos Evolutivos	22

3.2. Introducción a las EE	23
3.3. Operadores de las EE	24
3.3.1. Recombinación	24
3.3.2. Mutación	25
3.3.3. Selección	26
3.4. El algoritmo $(\mu/\rho + \lambda)$ -EE	27
3.5. Resumen	28
4. Problema Inverso	29
4.1. Planteamiento del problema inverso	29
4.2. Modelo sintético	30
4.2.1. Modelado directo	30
4.2.2. Modelado inverso	32
4.3. Aplicación	34
4.3.1. Problema de 13 variables	38
5. Análisis y Resultados	39
5.1. Modelo sintético	39
5.2. Aplicación	44
6. Conclusiones y Recomendaciones	56
6.1. Conclusiones	56
6.2. Recomendaciones	57
Referencias	58
A. Método de Levenberg-Marquardt	65
A.1. Introducción al método de LM	65
A.2. Derivadas parciales	67
B. Programación Evolutiva	68
B.1. Introducción a la PE	68
C. Modelo de Raymer-Dvorkin	70

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1. Modelo de isodeformación. El símbolo σ indica el esfuerzo producido en el material compuesto (Modificado de Chopra y Castagna, 2014).	7
2.2. Modelo de isoefuerzo. El símbolo σ indica el esfuerzo producido en el material compuesto (Modificado de Chopra y Castagna, 2014).	8
2.3. Material compuesto por una matriz de arcilla y cuarzo.	9
2.4. Módulo de compresibilidad K_m con $K_c = 21$ GPa y $K_q = 36.6$ GPa (Datos tomados de Mavko <i>et al.</i> , 2009).	10
2.5. Módulo de cizalla G_m con $G_c = 7$ GPa y $G_q = 45$ GPa (Datos tomados de Mavko <i>et al.</i> , 2009).	10
2.6. Material saturado con agua e hidrocarburo.	12
2.7. Módulos K_{fv} y K_{fr} con $K_w = 2.68$ GPa y $K_{hc} = 0.39$ GPa (Datos tomados de Dvorkin <i>et al.</i> , 2014).	12
2.8. Curvas teóricas propuestas de V_p para los diferentes tipos de roca en el intervalo de 0 a 37 % de porosidad, con $V_{pf} = 1.61$ km/s (Modificado de Raymer <i>et al.</i> , 1980).	15
2.9. Curvas teóricas de un material compuesto de arcilla y cuarzo, saturado de agua para siete valores de volumen de arcilla (0.05, 0.20, 0.35, 0.50, 0.65, 0.8, 0.95). S_w se asume que es constante e igual a 1. Se utilizó el promedio de VRH, además de las siguientes constantes: $\rho_c = 2.45$ g/cm ³ , $\rho_q = 2.65$ g/cm ³ , $G_c = 15$ GPa, $G_q = 36$ GPa, $\rho_w = 1.03$ g/cm ³ y $\rho_{hc} = 0.6$ g/cm ³ (Modificado de Grana, 2016).	18
2.10. Curvas teóricas de densidad vs porosidad en el intervalo de porosidad de 0 a 0.37 utilizando las densidades de la matriz proporcionadas por Raymer <i>et al.</i> (1980). La densidad del fluido se mantiene constante y es igual a 1 g/cm ³	19
4.1. Registros petrofísicos utilizados para el modelo sintético.	31
4.2. Registros sísmicos y de densidad calculados a partir de los datos petrofísicos utilizados para el modelo sintético.	32

4.3. Registros del Pozo 2 (Well 2). La selección de color rojo corresponde a las arenas consolidadas (Datos tomados de Avseth *et al.*, 2010). 35

4.4. Registros sínicos y de densidad del Pozo 2 pertenecientes a las arenas consolidadas (Datos tomados de Avseth *et al.*, 2010). 36

5.1. Resultados de las 10 pruebas realizadas con los Algoritmos Evolutivos así como la aptitud asociada a cada uno de ellos en la estimación de los parámetros petrofísicos de los datos sintéticos. 39

5.2. Selección de los mejores registros petrofísicos estimados con los Algoritmos Evolutivos a partir de las 10 pruebas realizadas. 40

5.3. Comparación entre los registros sínicos y de densidad observados y los registros calculados a partir del modelo de Raymer-Dvorkin. 41

5.4. Comparación de los valores de aptitud (mínimo, promedio y máximo) de los Algoritmos Evolutivos con respecto a las generaciones realizadas en un punto de los registros. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente, y PE-A es la Programación Evolutiva Autoadaptativa. 42

5.5. Resultados de las 5 pruebas realizadas con los Algoritmos Evolutivos así como la aptitud asociada a cada uno de ellos en la estimación de los parámetros petrofísicos del yacimiento. 44

5.6. Selección de los mejores registros petrofísicos del yacimiento estimados con los Algoritmos Evolutivos a partir de las 5 pruebas realizadas. 45

5.7. Comparación de la selección de los mejores registros petrofísicos en las 5 pruebas y los registros calculados utilizando el método de Levenberg-Marquardt. 46

5.8. Comparación entre los registros sínicos y de densidad observados y los registros calculados a partir del modelo de Raymer-Dvorkin utilizando todos los algoritmos propuestos. 47

5.9. Comparación de los valores de aptitud (mínimo, promedio y máximo) de los Algoritmos Evolutivos con respecto a las generaciones realizadas en un punto de los registros. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente. 48

5.10. Resultados de las 5 pruebas realizadas para la estimación de la porosidad, volumen de arcilla y la saturación de salmuera. La aptitud mostrada se obtiene utilizando las trece variables. 50

5.11. Resultados de las 5 pruebas realizadas para la estimación de la densidad de la arcilla, sus módulos de compresibilidad y de cizalla. 51

5.12. Resultados de las 5 pruebas realizadas para la estimación de la densidad del cuarzo, sus módulos de compresibilidad y de cizalla. 51

5.13. Resultados de las 5 pruebas realizadas para la estimación de las densidades de la salmuera y aceite, así como sus respectivos módulos de compresibilidad. . . 52

5.14. Registros observados y calculados de la densidad y sónicos con la selección de los mejores registros petrofísicos y elásticos. 53

5.15. Comparación de los valores de aptitud (mínimo, promedio y máximo) de los Algoritmos Evolutivos con respecto a las generaciones realizadas en un punto de los registros para el problema de trece variables. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente. 55

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Módulos elásticos y densidades de minerales comunes (Modificado de Dvorkin <i>et al.</i> , 2014).	6
2.2. Módulos elásticos y densidades del agua, aceite y gas a una salinidad de 40,000 ppm; 30 grados API del aceite y 0.7 del gas; 300 GOR; y 20 MPa de presión a 60°C (Modificado de Dvorkin <i>et al.</i> , 2014).	11
2.3. Valores sugeridos para los tiempos de tránsito o velocidades de la matriz según el tipo de roca (Raymer <i>et al.</i> , 1980).	16
4.1. Constantes proporcionadas para el modelado directo e inverso de los datos sintéticos. Algunos valores son tomados de Dvorkin <i>et al.</i> (2014).	31
4.2. Valores y características de los algoritmos propuestos para la inversión de los datos sintéticos. Los parámetros μ y λ indican los padres e hijos, respectivamente, σ_0 es el intervalo de la desviación estándar inicial asignado de manera aleatoria a cada solución candidata de todas las variables.	34
4.3. Datos proporcionados por Avseth <i>et al.</i> (2010) para el uso de los registros sísmicos y de densidad. El subíndice s indica salmuera, T es la temperatura y P es la presión a la profundidad del yacimiento.	36
4.4. Valores y características de los algoritmos propuestos para la inversión de los datos del yacimiento. Los parámetros μ y λ indican los padres e hijos, respectivamente, σ_0 es el intervalo de la desviación estándar inicial asignado de manera aleatoria a cada solución candidata de todas las variables.	37

4.5. Intervalos de búsqueda para las 13 variables. Las unidades para los módulos elásticos son GPa, para las densidades g/cm^3 . ρ_s y K_s es la densidad y el módulo de compresibilidad de la salmuera, respectivamente (Datos tomados de Watt *et al.*, 1976; Domenico, 1977; Carmichael, 1989; Batzle y Wang, 1992; Mavko *et al.*, 2009; Avseth *et al.*, 2010; Buryakovsky *et al.*, 2012; Dentith y Mudge, 2014; Dvorkin *et al.*, 2014; Simm *et al.*, 2014; Kennedy, 2015; Schön, 2015; Schubert, 2015; Tiab y Donaldson, 2015; Saxena *et al.*, 2018). 38

4.6. Parámetros de estrategia establecidos para el problema de 13 variables aplicado a un yacimiento. μ y λ indican los padres e hijos, respectivamente. σ_0 es el intervalo de la desviación estándar inicial asignado de manera aleatoria a cada solución candidata de todas las variables. 38

5.1. Valores de las velocidades y de densidad seleccionados para mostrar el funcionamiento de los tres Algoritmos Evolutivos propuestos. Las variables V_p y V_s son las velocidades de las ondas P y S, respectivamente, y ρ es la densidad. 42

5.2. Comparación de resultados de la estimación de los parámetros petrofísicos utilizando los tres Algoritmos Evolutivos con los datos observados. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente, y PE-A es la Programación Evolutiva Autoadaptativa. 43

5.3. Valores de las velocidades y de densidad seleccionados para mostrar el funcionamiento de los tres Algoritmos Evolutivos propuestos en la aplicación (yacimiento petrolero). Las variables V_p y V_s son las velocidades de las ondas P y S, respectivamente, y ρ es la densidad. 48

5.4. Comparación de resultados de la estimación de los 3 parámetros petrofísicos utilizando los tres Algoritmos Evolutivos. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente. 49

5.5. Comparación de los datos observados de las velocidades de las ondas P (V_p) y S (V_s), y densidad (ρ) con los calculados utilizando el modelo de Raymer-Dvorkin mediante la implementación de los dos tipos de Estrategias Evolutivas para el problema de tres variables. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente. 49

5.6. Comparación de resultados de la estimación de los 13 parámetros petrofísicos utilizando los tres Algoritmos Evolutivos. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente. 54

5.7. Comparación de los datos observados de las velocidades de las ondas P (V_p) y S (V_s), y densidad (ρ) con los calculados utilizando el modelo de Raymer-Dvorkin mediante la implementación de los dos tipos de Estrategias Evolutivas para el problema de trece variables. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente. 54

Los modelos de física de rocas son de gran importancia cuando se requiere de la estimación de las propiedades petrofísicas a partir de información sísmica o de registros de pozos. Los modelos de física de rocas relacionan los parámetros elásticos con los petrofísicos mediante ecuaciones que se han formulado empíricamente. La mayoría de estos modelos empíricos son no lineales, por lo que la estimación de los parámetros de interés es llevada a cabo mediante métodos de optimización iterativos. Existen diferentes métodos de optimización para problemas no lineales, pero de manera general se pueden clasificar en deterministas o estocásticos. Dos de los tipos de algoritmos utilizados en optimización no lineal son el de mínimos cuadrados no lineales (determinista) y los Algoritmos Evolutivos (estocástico). En este trabajo se implementa un algoritmo basado en Estrategias Evolutivas, el cual es un método de optimización estocástica basado en poblaciones, con el fin de estimar los parámetros petrofísicos a partir de datos de registros sísmicos y de densidad. Además, se realiza una comparación con el método de Levenberg-Marquardt y otro algoritmo que utiliza Programación Evolutiva. El objetivo de este trabajo es introducir el uso de las Estrategias Evolutivas en la estimación de los parámetros petrofísicos, además de demostrar que es un algoritmo robusto. Se utilizan datos sintéticos para mostrar el funcionamiento de los algoritmos propuestos, además de usar el algoritmo de Estrategias Evolutivas en la estimación de parámetros petrofísicos en un yacimiento petrolero.

Rock physics models are of great importance for estimating petrophysical properties from both seismic and well log data. Rock physics models are the link between the elastic and petrophysical parameters through equations that have been formulated empirically. Most of these empirical models are nonlinear, therefore, the parameters estimation is carried out through iterative optimization methods. There are different optimization methods for nonlinear problems, but generally they can be classified as deterministic or stochastic. Two types of algorithms used in nonlinear optimization are the nonlinear least squares (deterministic) and the Evolutionary Algorithms (stochastic). In this paper an algorithm based on Evolution Strategies is implemented, which is a population-based stochastic optimization method, in order to estimate the petrophysical parameters from both sonic and density well logs. In addition, a comparison is made with the Levenberg-Marquardt method and another algorithm that uses Evolutionary Programming. The objective of this work is to introduce the use of the Evolution Strategies for the petrophysical parameters estimation, as well as showing that it is a robust algorithm. Synthetic data are used to show the performance of the proposed algorithms, in addition to using the Evolution Strategies algorithm for the petrophysical parameters estimation of an oil reservoir.

El trabajo de estimar parámetros de un yacimiento (porosidad, saturación de agua, permeabilidad, etc.) a partir de datos geofísicos, representa un gran reto debido al número de variables involucradas. Una manera de aproximar la solución a este problema es utilizar modelos de física de rocas para crear una relación entre las mediciones sísmicas y los parámetros del yacimiento. Posteriormente se realiza una inversión de los parámetros petrofísicos utilizando los datos geofísicos (atributos elásticos) mediante métodos deterministas o estocásticos.

El modelo de física de rocas implementado en este trabajo es el de Raymer-Dvorkin (Grana, 2016), el cual relaciona los registros sísmicos con datos petrofísicos (porosidad, saturación de agua o aceite y fracción de volumen de arcilla). Con este modelo se pueden predecir velocidades sísmicas utilizando información previa de la mineralogía y fluido de poro (modelado directo), o estimar parámetros petrofísicos a partir de velocidades y densidades de los materiales, además del conocimiento previo del tipo de roca y contenido de fluido (modelado inverso). Cabe señalar que estas ecuaciones solo se aplican a datos de arenas cementadas o consolidadas con valores de porosidad menores al 37 %, ya que se tienen problemas con material no consolidado, y el más evidente es una sobrestimación en los valores de las velocidades. Este modelo es un sistema de ecuaciones no lineales, por lo que se pueden implementar diversos métodos para su solución (Zhdanov, 2002; Tarantola, 2005; Aster *et al.*, 2013).

En este trabajo, se utiliza como algoritmo principal una metaheurística basada en la evolución de las especies denominada Estrategias Evolutivas (EE). Para implementar este algoritmo evolutivo se debe de plantear la inversión como un problema de optimización. La finalidad es minimizar una función objetivo, es decir, encontrar el menor error posible al estimar los valores de los parámetros petrofísicos.

Las Estrategias Evolutivas son un método basado en poblaciones, por lo que se trabajará con un conjunto de posibles soluciones al problema. Este algoritmo es autoadaptable, con el objetivo de simular la naturaleza.

También se utilizan otras dos técnicas: el método de Levenberg-Marquardt (LM) y otro Algoritmo Evolutivo llamado Programación Evolutiva (PE), también basado en poblaciones pero con la diferencia de que no existe una recombinación de los individuos.

Por lo tanto, se presenta un algoritmo evolutivo para la estimación de parámetros petrofísicos con el uso de datos de registros de pozos, mediante un modelo de física de rocas bajo ciertas condiciones dependientes del ambiente geológico. El algoritmo es robusto debido a que, independientemente del espacio de búsqueda, encontrará una solución que presente el menor error o el menor valor de aptitud según la función objetivo planteada.

1.1 Hipótesis

Planteando la inversión del modelo de Raymer-Dvorkin como un problema de optimización, se pueden utilizar las Estrategias Evolutivas para la estimación de parámetros petrofísicos a partir de información de registros de pozos.

1.2 Justificación

Este trabajo se realiza con el objetivo de implementar las Estrategias Evolutivas en la inversión de registros de pozos. Con el diseño y uso de este Algoritmo Evolutivo, se ayudará a tener otra herramienta para la estimación de parámetros petrofísicos, además de ser un apoyo en la comparación de resultados y toma de decisiones para la elección de soluciones al problema inverso de los modelos de física de rocas.

1.3 Objetivos

Generales

- Estimar parámetros petrofísicos a partir de datos de registros sísmicos y de densidad; tales como:
 - porosidad (ϕ),
 - saturación de agua (S_w) o salmuera (S_s), según sea el contexto, y
 - fracción de volumen de arcilla (C).

Particulares

- Diseñar algoritmos para la estimación de los parámetros petrofísicos utilizando:
 - Estrategias Evolutivas (EE)
 - Programación Evolutiva (PE)
 - Método de Levenberg-Marquardt (LM)
- Plantear el problema inverso para tres variables y comparar la Programación Evolutiva con los dos tipos de Estrategias Evolutivas utilizando datos sintéticos.
- Implementar las Estrategias Evolutivas y el método de Levenberg-Marquardt en datos reales para un problema de tres variables.
- Realizar una comparación entre los dos tipos de mutaciones propuestas en las Estrategias Evolutivas.
- Comparar los dos tipos de Estrategias Evolutivas con el método de Levenberg-Marquardt.
- Plantear el problema inverso para trece variables e implementar el uso de las Estrategias Evolutivas.

1.4 Metodología

En el Capítulo 2 se presenta una recopilación de información necesaria para explicar las propiedades y procesos físicos de las rocas, además de la implementación de los modelos de física de rocas. El Capítulo 3 presenta la teoría sobre las Estrategias Evolutivas, sus tipos y los operadores necesarios para su funcionamiento e implementación. Se da una breve introducción, por lo que se recomienda utilizar las referencias para un mejor entendimiento del tema.

El Capítulo 4 muestra el planteamiento del problema inverso como un problema de optimización, lo cual de cierta manera facilita la estimación de los parámetros petrofísicos. Se comienza por utilizar un modelo sintético, ya que este ayuda a validar los algoritmos propuestos, además de apoyar en el establecimiento de los parámetros en los Algoritmos Evolutivos. El modelado directo sirve para predecir los datos observados, lo cual permite dar un conocimiento acerca de los parámetros petrofísicos estimados mediante la inversión. Para estos datos se utilizan los algoritmos evolutivos y se comparan.

Con respecto a la aplicación a un yacimiento, se utilizan datos tomados de un campo petrolero del Mar del Norte (Avseth *et al.*, 2010). Para estos registros, se toman los datos observados, es decir, las velocidades de las ondas P y S, además de la densidad para la estimación de los atributos petrofísicos, utilizando solamente las EE y el método de LM.

En el Capítulo 5 se muestran los resultados y los respectivos análisis para los datos sintéticos y reales. En el capítulo 6 se dan las conclusiones para los dos tipos de datos, así como algunas recomendaciones. Además se proporciona un apéndice donde se muestra la implementación de los algoritmos utilizados en el presente trabajo.

La física de rocas se utiliza para predecir las propiedades litológicas (por ejemplo, la porosidad y volumen de arcilla) de un yacimiento a partir de datos sísmicos o sónicos. También se pueden utilizar para predecir atributos sísmicos a partir de las propiedades observadas del yacimiento (Ojala, 2009).

Comúnmente, el análisis en la física de rocas se realiza mediante diagramas, donde los parámetros elásticos observados, ya sea a partir de mediciones de núcleo, registro de pozos o sísmicos, son representados contra un parámetro geológico (Bjørlykke, 2015).

Estos modelos a menudo implican ciertas suposiciones, ya sea por simplicidad o necesidad básica. Sin embargo, en la mayoría de los casos, estas suposiciones implican ciertas limitaciones (Saxena *et al.*, 2018).

Las suposiciones más comunes son:

- La roca es macroscópicamente homogénea e isotrópica.
- Todos los poros están interconectados.
- Los poros se llenan con un fluido sin fricción (líquido, gas o una mezcla).
- El sistema fluido-roca es cerrado (sin drenaje).
- La roca consiste en un único material sólido, sin mezclas de diferentes minerales.
- Cuando la roca es excitada por una onda, el movimiento relativo entre el fluido y la roca sólida es pequeño en comparación con el movimiento de toda la roca saturada.
- El fluido de poro no interactúa con el sólido de una manera que pueda suavizar o endurecer la roca.

Unas de las suposiciones que más se utilizan en los modelos de física de rocas es que el material debe de ser homogéneo e isotrópico en un aspecto macroscópico, además de la interconexión entre los poros (Mavko *et al.*, 2009).

2.1 Módulos efectivos

La teoría de las propiedades elásticas efectivas de materiales heterogéneos tiene muchas aplicaciones en la geofísica, ya que la mayoría de los materiales de la Tierra tienen esta característica, a menudo a diferentes escalas.

Las rocas son agregados de varios minerales anisotrópicos diferentes que frecuentemente tienen propiedades muy variables. Las muestras de la misma roca pueden exhibir un comportamiento elástico diferente y representar heterogeneidad en una escala mayor que el tamaño de grano (Watt *et al.*, 1976). Esencialmente, todos los modelos de física de rocas trabajan con dos elementos básicos: el marco mineral (fase sólida) y el fluido de poro (fase fluida).

2.1.1 Fase sólida

Esta fase a menudo incluye más de un mineral. Un procedimiento tradicional de esta situación es crear analíticamente un mineral único o efectivo cuyas propiedades elásticas dependan de los componentes minerales (Dvorkin *et al.*, 2014).

Para determinar los módulos elásticos del mineral único, es decir, de la fase sólida de un material, se deben de tener en cuenta:

- las fracciones de volumen de las diversas fases,
- los módulos elásticos de dichas fases (Tabla 2.1), y
- los detalles geométricos (forma de poros).

Tabla 2.1. Módulos elásticos y densidades de minerales comunes (Modificado de Dvorkin *et al.*, 2014).

Mineral	Módulo de compresibilidad (GPa)	Módulo de cizalla (GPa)	Densidad (g/cm ³)
Cuarzo	36.6	45	2.65
Arcilla	21	7	2.58
Feldespato	75.6	25.6	2.63
Calcita	76.8	32	2.71
Dolomita	94.9	45	2.87

En cualquier fracción de volumen de constituyentes, el módulo efectivo se encontrará entre los límites, pero su valor exacto depende de los detalles geométricos. Los límites más simples, pero no necesariamente los mejores, son los límites de Voigt y Reuss (Mavko *et al.*, 2009).

2.1.1.1 Límite de Voigt

Las propiedades elásticas de un sistema compuesto (o material compuesto) se pueden describir a través de algunos límites utilizando las propiedades elásticas y las proporciones volumétricas de los constituyentes.

El límite de Voigt (1910) conocido como el límite superior de Voigt, es definido mediante un promedio aritmético de componentes elásticos como:

$$K_V = \sum_{i=1}^N f_i K_i, \quad G_V = \sum_{i=1}^N f_i G_i \tag{2.1}$$

donde el subíndice V significa Voigt, N es el número de componentes minerales, f_i es la fracción de volumen del i -ésimo componente en la fase sólida de la roca (la suma total de f_i es igual a 1), K_i y G_i son el módulo de compresibilidad y de cizalla del i -ésimo componente, respectivamente. La Figura 2.1 muestra la situación de esfuerzo-deformación en un medio efectivo que conduce al límite de Voigt.

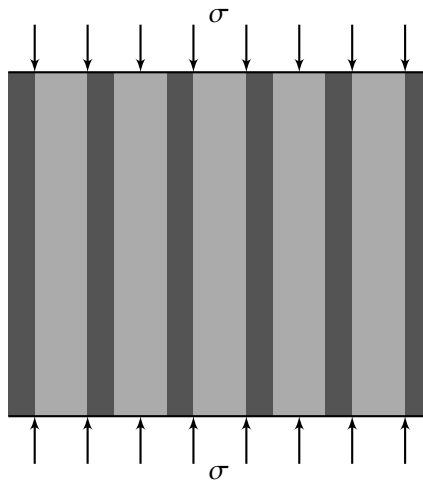


Figura 2.1. Modelo de isodeformación. El símbolo σ indica el esfuerzo producido en el material compuesto (Modificado de Chopra y Castagna, 2014).

En la práctica, este límite refleja el módulo de elasticidad efectivo donde el esfuerzo se distribuye en todos los componentes para crear una deformación uniforme. También se le conoce como el modelo de isodeformación (Saxena *et al.*, 2018).

2.1.1.2 Límite de Reuss

El límite de Reuss (1929) conocido como el límite inferior de Reuss es un promedio armónico de los componentes elásticos de un material y es definido como:

$$K_R = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{K_i}}, \quad G_R = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{G_i}} \tag{2.2}$$

donde el subíndice *R* significa Reuss. Este límite describe un sistema elástico donde la deformación se distribuye en el material que tiene un esfuerzo uniforme en todos sus componentes. También se le llama “modelo de isoesfuerzo”. El promedio de Reuss proporciona exactamente los módulos efectivos de una suspensión de granos sólidos en un fluido. También describe los módulos de materiales *rotos* en los que los fragmentos sólidos están completamente rodeados por el fluido de poro. La Figura 2.2 muestra la situación de esfuerzo-deformación en un medio efectivo que conduce al límite de Reuss. Cuando todos los constituyentes son gases o líquidos, o ambos, con módulos de cizalla cero, el promedio de Reuss proporciona los módulos efectivos de la mezcla de manera exacta (Chopra y Castagna, 2014; Saxena *et al.*, 2018).

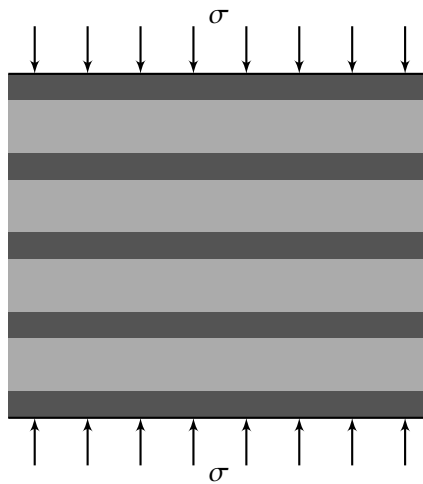


Figura 2.2. Modelo de isoesfuerzo. El símbolo σ indica el esfuerzo producido en el material compuesto (Modificado de Chopra y Castagna, 2014).

Matemáticamente, los promedios de Voigt y Reuss pueden representar cualquier módulo: K , μ , E , etc., sin embargo, tiene más sentido calcular solo los promedios de los módulos de compresibilidad y de cizalla, y posteriormente calcular los otros módulos a partir de estos (Mavko *et al.*, 2009).

Por ejemplo, si tenemos una mezcla de cuarzo (q) y arcilla (c) (Figura 2.3), los módulos efectivos proporcionados por los límites de Voigt y Reuss son los siguientes (es decir, $N = 2$):

$$K_{mV} = V_c K_c + V_q K_q = C K_c + (1 - C) K_q \quad (2.3)$$

$$G_{mV} = V_c G_c + V_q G_q = C G_c + (1 - C) G_q \quad (2.4)$$

$$K_{mR} = \frac{1}{\frac{V_c}{K_c} + \frac{V_q}{K_q}} = \frac{1}{\frac{C}{K_c} + \frac{(1 - C)}{K_q}} \quad (2.5)$$

$$G_{mR} = \frac{1}{\frac{V_c}{G_c} + \frac{V_q}{G_q}} = \frac{1}{\frac{C}{G_c} + \frac{(1 - C)}{G_q}} \quad (2.6)$$

donde C es la fracción de volumen de arcilla, K_c y K_q son los módulos de compresibilidad de la arcilla y cuarzo, respectivamente. La variable G_c es el módulo de cizalla de la arcilla y G_q del cuarzo.

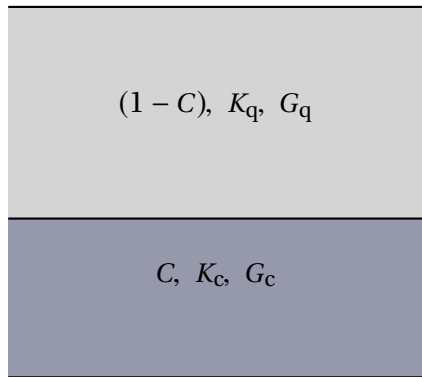


Figura 2.3. Material compuesto por una matriz de arcilla y cuarzo.

2.1.1.3 Promedio de Voigt-Reuss-Hill

Hill (1952) demostró que las ecuaciones de Voigt y Reuss son los límites superior e inferior, respectivamente. El promedio de estos límites puede ser una estimación útil y a veces precisa de las propiedades de la roca (Mavko *et al.*, 2009).

El promedio de Voigt-Reuss-Hill (VRH) es simplemente el promedio aritmético de los límites de Voigt y Reuss, el cual es expresado para los dos módulos como:

$$K_{mVRH} = \frac{K_{mV} + K_{mR}}{2}, \quad G_{mVRH} = \frac{G_{mV} + G_{mR}}{2} \quad (2.7)$$

El promedio de VRH se usa para estimar los módulos elásticos efectivos de una roca en términos de sus constituyentes y espacio poroso. A continuación se muestran las Figuras 2.4 y 2.5 utilizando los dos límites y el promedio de VRH cuando se tiene un material compuesto por cuarzo y arcilla. La Figura 2.4 muestra la disminución del módulo de compresibilidad conforme aumenta la fracción de volumen de arcilla. Por otro lado, en la Figura 2.5 se presenta la reducción en el módulo de cizalla cuando se aumenta el contenido de arcilla en una muestra.

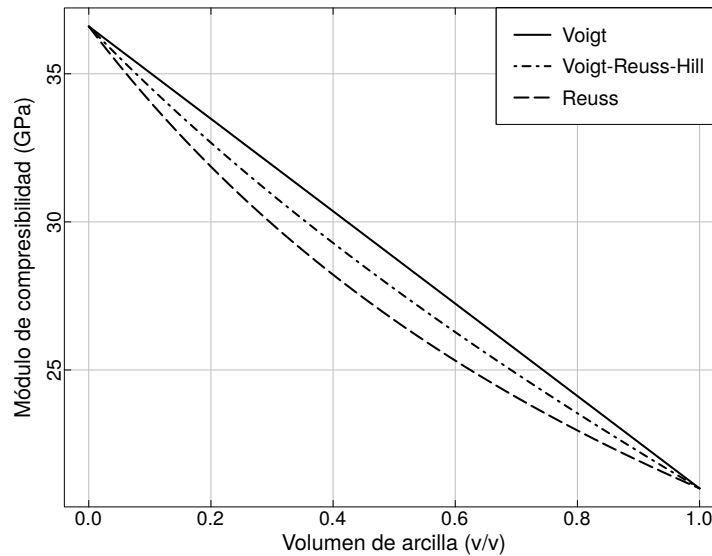


Figura 2.4. Módulo de compresibilidad K_m con $K_c = 21$ GPa y $K_q = 36.6$ GPa (Datos tomados de Mavko *et al.*, 2009).

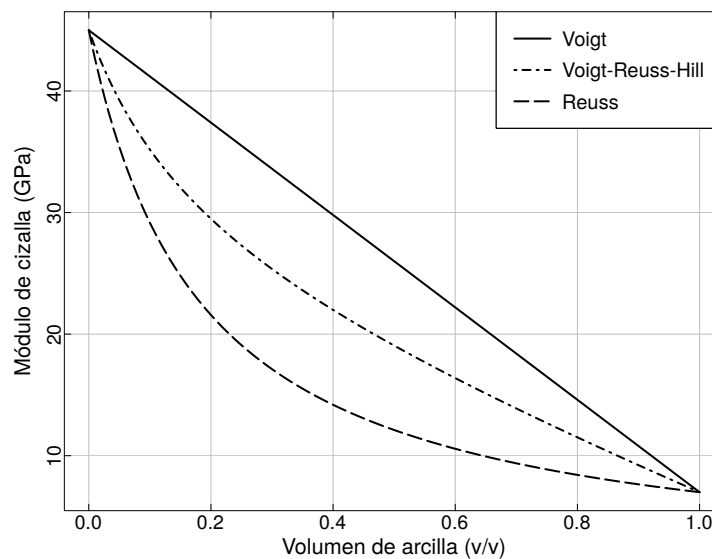


Figura 2.5. Módulo de cizalla G_m con $G_c = 7$ GPa y $G_q = 45$ GPa (Datos tomados de Mavko *et al.*, 2009).

2.1.2 Fase fluida

Se utiliza una aproximación similar para producir el módulo efectivo de compresibilidad de la fase fluida, cuyos componentes pueden incluir agua, aceite o gas (Dvorkin *et al.*, 2014). Por ejemplo, si todas las fases de fluido individuales permanecen en comunicación hidráulica perfecta, es decir, la presión en el gas es la misma que en el aceite y en el agua, el módulo efectivo (K_{fR}) es:

$$K_{fR} = \frac{1}{\frac{f_w}{K_w} + \frac{f_{hc}}{K_{hc}} + \frac{f_g}{K_g}} \tag{2.8}$$

los subíndices w, hc y g indican agua, hidrocarburo (aceite) y gas, respectivamente. La ecuación anterior es el límite de Reuss.

Las propiedades de los fluidos de poros dependen en gran medida de la salinidad del agua, el grado API del petróleo y gas, la relación gas-petróleo (GOR por sus siglas en inglés), la presión y la temperatura (Tabla 2.2). Estas propiedades se pueden calcular a partir de las ecuaciones de Batzle y Wang (1992).

Cuando la distribución de los fluidos es irregular, K_{fV} se calcula de la siguiente manera:

$$K_{fV} = f_w K_w + f_{hc} K_{hc} + f_g K_g \tag{2.9}$$

La ecuación anterior es el límite de Voigt.

Tabla 2.2. Módulos elásticos y densidades del agua, aceite y gas a una salinidad de 40,000 ppm; 30 grados API del aceite y 0.7 del gas; 300 GOR; y 20 MPa de presión a 60°C (Modificado de Dvorkin *et al.*, 2014).

Fluido	Módulo de compresibilidad (GPa)	Densidad (g/cm ³)
Agua	2.6819	1.0194
Aceite	0.3922	0.6359
Gas	0.0435	0.1770

Si se tiene un material con cierta saturación de agua (S_w) e hidrocarburo (S_{hc}), como se muestra en la Figura 2.6, los módulos de compresibilidad son los siguientes:

$$K_{fV} = S_w K_w + (1 - S_w) K_{hc} \quad \text{(Voigt)} \quad (2.10)$$

$$K_{fR} = \frac{1}{\frac{S_w}{K_w} + \frac{(1 - S_w)}{K_{hc}}} \quad \text{(Reuss)} \quad (2.11)$$

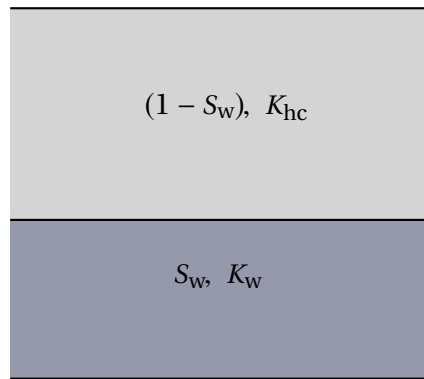


Figura 2.6. Material saturado con agua e hidrocarburo.

La Figura 2.7 muestra el aumento del módulo de compresibilidad de un fluido conforme aumenta la saturación del fluido utilizando los límites de Voigt y Reuss.

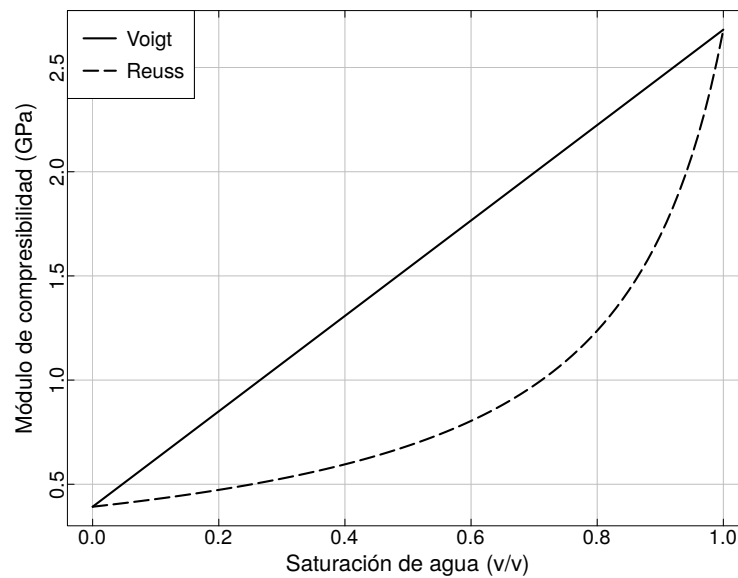


Figura 2.7. Módulos K_{fV} y K_{fR} con $K_w = 2.68$ GPa y $K_{hc} = 0.39$ GPa (Datos tomados de Dvorkin *et al.*, 2014).

2.2 Modelo de Raymer-Dvorkin

El registro sísmico fue la primera medición que permitió la evaluación de la porosidad de una formación independientemente de la saturación del fluido. Hoy en día, muchas herramientas de registros permiten mediciones relacionadas con la porosidad, por ejemplo, los registros de densidad y neutrón (Asquith *et al.*, 2004).

Los registros acústicos o sísmicos se introdujeron en los estudios de pozos para realizar mediciones similares a las que se habían desarrollado para la exploración sísmica. Pronto se encontró que los datos acústicos eran valiosos para la determinación de la correlación de porosidad y litología. Una señal de pulso acústico se transmite a la formación, y el tiempo requerido para que la señal llegue a un receptor (a una distancia específica del transmisor) se registra como Δt (el tiempo de viaje o tránsito $\mu\text{s}/\text{ft}$). Los valores de Δt están generalmente entre los 40 y 200 $\mu\text{s}/\text{ft}$. Este tiempo de tránsito es una función de la densidad de formación y sus propiedades elásticas y, por lo tanto, contiene información sobre la porosidad (en función de la densidad) y la litología (una función de la elasticidad) (Tiab y Donaldson, 2015).

Diversas ecuaciones han sido propuestas para poder realizar el cálculo de la porosidad, las cuales se basan en desarrollos teóricos, datos experimentales, o una combinación de ambos. La ecuación más conocida que relaciona la porosidad y el tiempo de tránsito fue desarrollada por Wyllie *et al.* (1956, 1958), y se conoce comúnmente como la ecuación de tiempo promedio:

$$\Delta t_p = \phi \Delta t_{p_f} + (1 - \phi) \Delta t_{p_m} \quad (2.12)$$

o en términos de velocidad

$$\frac{1}{V_p} = \frac{\phi}{V_{p_f}} + \frac{(1 - \phi)}{V_{p_m}} \quad (2.13)$$

donde Δt_p y V_p son el tiempo de tránsito y la velocidad de la onda P de la formación, respectivamente; Δt_{p_f} y V_{p_f} son el tiempo de tránsito y la velocidad en el fluido; Δt_{p_m} y V_{p_m} el tiempo de tránsito y la velocidad en la matriz de la roca.

Generalmente, esta ecuación proporciona valores aceptables de porosidad, y su simplicidad contribuyó a la aceptación temprana y continua del registro sísmico. Desde la introducción de este registro, se han realizado muchas comparaciones entre los valores de porosidad derivados de datos de pozo con valores obtenidos de otras fuentes, como lo son los análisis de núcleos.

Estos estudios indicaron que a bajas porosidades (< 15 %), el tiempo de tránsito no aumenta con el incremento de la porosidad tan rápidamente como lo predice la ecuación de Wyllie. La ecuación predice una porosidad demasiado baja en el intervalo de 5 a 25 %. Sin embargo, entre el 25 y 30 %, se da una predicción correcta. Para las porosidades moderadamente superiores al 30 %, se presenta una sobrestimación, y para porosidades mayores es altamente sobrestimada (Dvorkin y Nur, 1998; Gupta *et al.*, 2012).

Otro problema asociado con esta ecuación es la selección del valor adecuado para las propiedades de la matriz. Las mediciones de densidad generalmente pueden transformarse en valores de porosidad usando un único valor característico de densidad de grano (por ejemplo, 2.65 g/cm³ para areniscas, 2.71 g/cm³ para calizas, o 2.87 g/cm³ para dolomitas).

Se reconoció pronto que el uso directo de la ecuación de tiempo promedio para la determinación de la porosidad en arenas no consolidadas proporcionaba valores de porosidad que eran demasiado altos. Esto condujo a la introducción de un factor de corrección llamado *falta de compactación* (Tixier *et al.*, 1959).

Para utilizar esta corrección, se realizan los siguientes pasos:

1. La porosidad se calcula usando la ecuación de tiempo promedio:

$$\phi_a = \frac{\Delta t_p - \Delta t_{p_m}}{\Delta t_{p_f} - \Delta t_{p_m}} \quad (2.14)$$

2. Este valor es corregido aplicando el factor *falta de compactación*:

$$\phi_c = \frac{\phi_a}{C_p} \quad (2.15)$$

donde ϕ_a es la porosidad aparente dada directamente de la ecuación de tiempo promedio, C_p es el factor de corrección, y ϕ_c es la porosidad corregida. Generalmente, los valores de C_p van de 1 a 1.3, y puede llegar hasta 1.8 ocasionalmente.

Una variedad de métodos se utilizan para estimar C_p . Lo más simple es usar el tiempo de tránsito observado en las lutitas cercanas dividido entre 100 ($C_p = \Delta t_{sh}/100$). Otra alternativa es utilizar la resistividad del agua para calcular el factor de formación y así convertir este factor en porosidad usando una transformación apropiada. La comparación de esta porosidad con el tiempo de tránsito define la corrección de *falta de compactación* necesaria para forzar al tiempo de tránsito a producir el valor de porosidad correcto (Raymer *et al.*, 1980).

Debido a estas dificultades al utilizar la ecuación de tiempo promedio, se han propuesto diversas ecuaciones empíricas como mejoras o alternativas a la ecuación de Wyllie (en términos de V_p) en la estimación de la porosidad u otro parámetro asociado, como lo son la densidad, los módulos elásticos o la velocidad de la onda S para diferentes tipos de litologías (Geertsma, 1961; Gardner *et al.*, 1974; Tosaya y Nur, 1982; Castagna *et al.*, 1985; Han *et al.*, 1986; Krief *et al.*, 1990; Castagna y Backus, 1993; Vernik, 1994; Christensen y Mooney, 1995; Xu y White, 1995; Vernik *et al.*, 2002).

2.2.1 Ecuación de Raymer

Raymer *et al.* (1980) sugirieron mejoras (denominadas transformaciones o relaciones de Raymer o de RHG) a la ecuación de tiempo promedio de Wyllie. La transformación se puede emplear para tres intervalos de porosidad, cada uno con su propia relación de porosidad versus tiempo de viaje (o velocidad). Estas relaciones se pueden calcular, pero el método más fácil es utilizar la figura propuesta por los autores (Figura 2.8). Estas ecuaciones empíricas se basaron en extensas observaciones de campo comparando el tiempo de tránsito con la porosidad y se sugirieron velocidades de V_{p_m} (Tabla 2.3) para diferentes tipos de roca sin la necesidad de determinar ningún factor de compactación u otros factores de corrección.

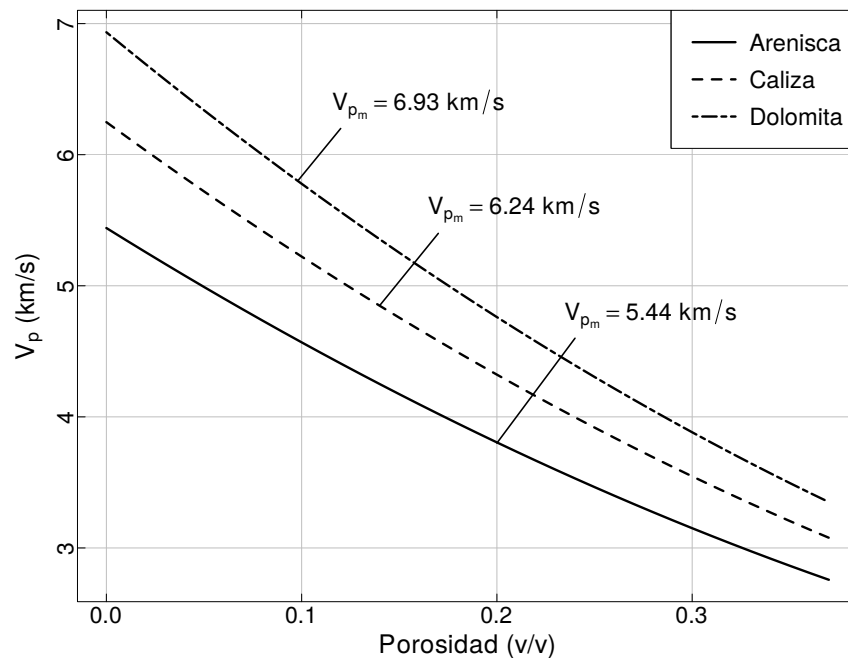


Figura 2.8. Curvas teóricas propuestas de V_p para los diferentes tipos de roca en el intervalo de 0 a 37 % de porosidad, con $V_{p_i} = 1.61$ km/s (Modificado de Raymer *et al.*, 1980).

Tabla 2.3. Valores sugeridos para los tiempos de tránsito o velocidades de la matriz según el tipo de roca (Raymer *et al.*, 1980).

Material	Δt_{p_m} ($\mu\text{s}/\text{ft}$)	V_{p_m} (km/s)
Arenisca	56	5.44
Caliza	49	6.24
Dolomita	44	6.93

Las ecuaciones propuestas según el intervalo de porosidad son (en términos de velocidad):

Porosidad de 0 a 37 %

Para este intervalo se tienen dos ecuaciones:

$$V_p = \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho}}(1 - \phi)^{1.9}V_{p_m} \tag{2.16}$$

y

$$V_p = (1 - \phi)^2V_{p_m} + \phi V_{p_f} \tag{2.17}$$

La ecuación (2.16) puede ser usada cuando el fluido en la zona investigada por un registro sísmico es agua, y la ecuación (2.17) se utiliza independientemente de la naturaleza del fluido; por supuesto, se debe de conocer el valor de la velocidad en el fluido (Figura 2.8).

Porosidad de 37 a 47 %

$$\frac{1}{V_p} = \frac{0.47 - \phi}{0.1} \frac{1}{(1 - \phi)^2V_{p_m} + \phi V_{p_f}} + \frac{\phi - 0.37}{0.1} \sqrt{\left(\frac{\rho\phi}{\rho_f V_{p_f}^2} + \frac{\rho(1 - \phi)}{\rho_m V_{p_m}^2}\right)} \tag{2.18}$$

Porosidad de 47 a 100 %

$$\frac{1}{V_p^2} = \frac{\rho\phi}{\rho_f V_{p_f}^2} + \frac{\rho(1 - \phi)}{\rho_m V_{p_m}^2} \tag{2.19}$$

donde ρ y ρ_m son la densidad aparente de la roca y la densidad de la matriz, V_p es la velocidad de la onda P de la formación. V_{p_m} y V_{p_f} son las velocidades de la onda P de la matriz y del fluido, respectivamente.

Sobre el intervalo de porosidad más alta ($\phi > 0.5$), las partículas sólidas suspendidas tienden a flotar dentro del fluido. El fluido, por lo tanto, representa el material continuo con las partículas sólidas como inclusiones aisladas. En esta situación, la compresibilidad de la mez-

la líquido-sólido parece predecirse bien mediante la simple adición de fluido y compresibilidades de partículas suspendidas.

En el intervalo de porosidad más baja ($\phi < 0.35$), la matriz de la roca también se vuelve continua. Por lo tanto, la matriz de roca y los poros llenos de fluido presentan un medio continuo para la transmisión acústica.

En el intervalo de porosidad intermedia ($0.35 < \phi < 0.5$), la red de propagación acústica efectiva cambia rápidamente de una red más o menos paralela a una red en serie. En otras palabras, la retícula de la matriz rocosa, que es continua a una porosidad más baja, se descompone en partículas sólidas individuales suspendidas en el fluido a medida que aumenta la porosidad de la mezcla. Este cambio considerable en la forma o continuidad del material de la matriz afecta en gran medida a las características de transmisión de la mezcla. La velocidad acústica de la mezcla disminuye rápidamente por el incremento en la porosidad en este intervalo.

Raymer *et al.* (1980) no propusieron la transformación en términos de la teoría de la propagación de ondas acústicas en un medio poroso, y no intentan explicarla o justificarla. A pesar de esto, las ecuaciones no contradicen esta teoría.

Las ecuaciones tienen los siguientes usos:

- Estiman velocidades sísmicas de las rocas con información previa de la mineralogía y del fluido de poro (modelado directo).
- Estiman la porosidad a partir de las mediciones de la velocidad sísmica, con un conocimiento previo del tipo de roca y del contenido de fluido (modelado inverso).

Y para estos usos, se tienen las siguientes suposiciones (Mavko *et al.*, 2009):

- La roca es isotrópica.
- Todos los minerales que componen la roca tienen las mismas velocidades.
- La roca está saturada de fluido.

Este modelo reproduce con precisión los datos de roca saturada de fluido pero subestima un poco los datos de roca seca. Solamente funciona para sedimentos de alta velocidad y sobrestima la velocidad en arenas no consolidadas. Ambas conclusiones son esperables, ya que el modelo se estableció con base en datos de roca competente saturadas de agua (Dvorkin *et al.*, 2014).

Las predicciones para la velocidad de la onda S se han realizado utilizando como datos de entrada la velocidad de la onda P (Pickett, 1963; Krief *et al.*, 1990; Williams, 1990; Greenberg y Castagna, 1992; Vernik *et al.*, 2002). También se han realizado trabajos en los que se obtienen valores de V_s a partir de la porosidad (Tosaya y Nur, 1982; Castagna *et al.*, 1985; Han *et al.*, 1986).

2.2.2 Ecuación de Dvorkin

Dvorkin (2008) propuso otra ecuación para el cálculo de la velocidad de la onda S usando la suposición de Gassmann (1951), la cual consiste en que el módulo de cizalla no se ve afectado por el fluido de poro (Figura 2.9):

$$V_s = (1 - \phi)^2 V_{sm} \sqrt{\frac{(1 - \phi)\rho_m}{(1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f}} \tag{2.20}$$

donde ρ_m y ρ_f son la densidad de la matriz y del fluido, respectivamente. La velocidad de la onda S en la matriz se puede calcular a partir de los módulos elásticos y la densidad de la mezcla mineral apropiada. La Figura 2.9 muestra la variación de la velocidad de la onda S con respecto a la porosidad y la fracción de volumen de arcilla.

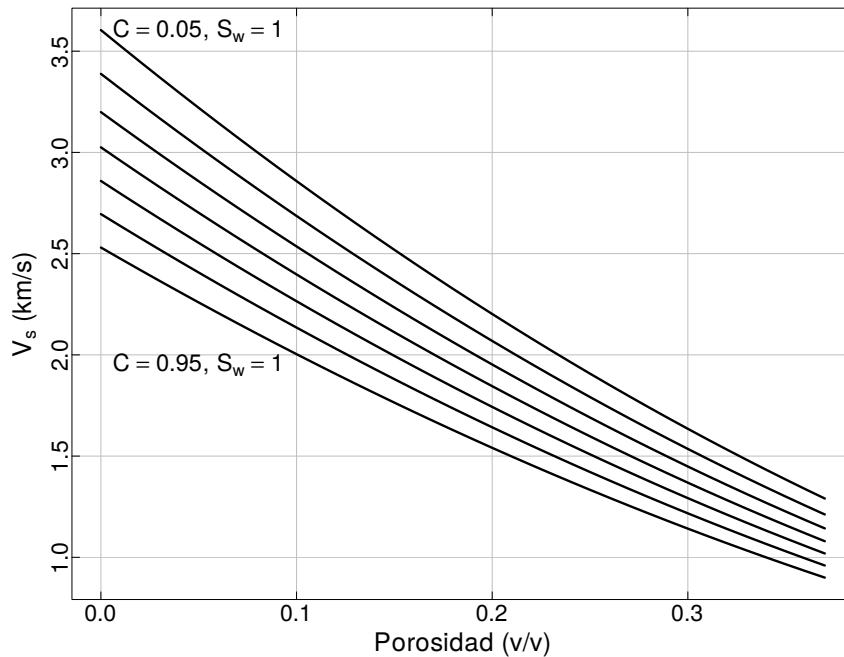


Figura 2.9. Curvas teóricas de un material compuesto de arcilla y cuarzo, saturado de agua para siete valores de volumen de arcilla (0.05, 0.20, 0.35, 0.50, 0.65, 0.8, 0.95). S_w se asume que es constante e igual a 1. Se utilizó el promedio de VRH, además de las siguientes constantes: $\rho_c = 2.45\text{g/cm}^3$, $\rho_q = 2.65\text{g/cm}^3$, $G_c = 15\text{GPa}$, $G_q = 36\text{GPa}$, $\rho_w = 1.03\text{g/cm}^3$ y $\rho_{hc} = 0.6\text{g/cm}^3$ (Modificado de Grana, 2016).

2.2.3 Densidad

La densidad es un promedio volumétrico simple de las densidades de los constituyentes en la roca y está estrechamente relacionado con la porosidad (Mavko *et al.*, 2009):

$$\rho = (1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f \tag{2.21}$$

donde ρ_m es la densidad de la matriz, ρ_f es la densidad del fluido de poro, y ϕ es la porosidad. La Figura 2.10 presenta los valores de densidad respecto al aumento en la porosidad para diferentes tipos de litologías.

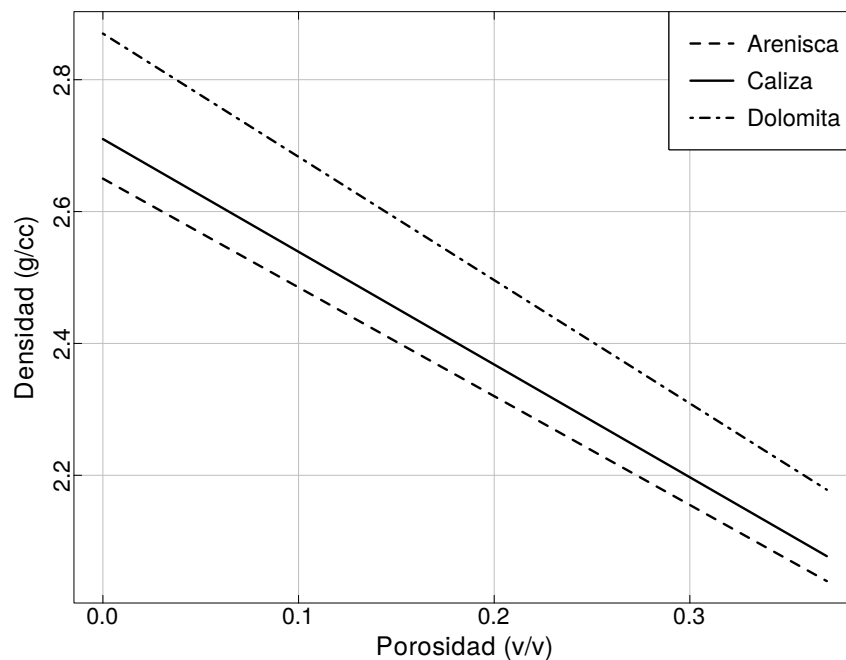


Figura 2.10. Curvas teóricas de densidad vs porosidad en el intervalo de porosidad de 0 a 0.37 utilizando las densidades de la matriz proporcionadas por Raymer *et al.* (1980). La densidad del fluido se mantiene constante y es igual a 1 g/cm³.

Cuando se utilizan los registros de densidad para la estimación de porosidad, ϕ se despeja de la ecuación, quedando de la siguiente manera (Gaymard y Poupon, 1968):

$$\phi = \frac{\rho_m - \rho}{\rho_m - \rho_f} \tag{2.22}$$

donde ρ es el registro observado perteneciente a esta propiedad, las densidades de la matriz y del fluido deben de ser conocidas. La porosidad calculada es total debido a que no hace distinción entre el fluido de poros y el fluido posiblemente unido a lutitas.

Grana (2016) propuso el Modelo de Raymer-Dvorkin, el cual es un sistema de ecuaciones no lineales, resultado de una combinación de las ecuaciones de Raymer, Dvorkin y de densidad, con el fin de estimar parámetros petrofísicos (porosidad, saturación de agua y volumen de arcilla) a partir de datos de pozos; por lo tanto, este es un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas y se representa de la siguiente manera:

$$V_p = (1 - \phi)^2 V_{p_m} + \phi V_{p_f} \quad (2.23)$$

$$V_s = (1 - \phi)^2 V_{s_m} \sqrt{\frac{(1 - \phi)\rho_m}{(1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f}} \quad (2.24)$$

$$\rho = (1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f \quad (2.25)$$

Para un medio homogéneo e isotrópico, la velocidades de la ondas P y S se pueden calcular a partir de los módulos de compresibilidad y de cizalla, además de la densidad. Por lo tanto, V_{p_m} , V_{p_f} y V_{s_m} se pueden calcular de la siguiente manera:

$$V_{p_m} = \sqrt{\frac{K_m + \frac{4}{3}G_m}{\rho_m}} \quad (2.26)$$

$$V_{p_f} = \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f}} \quad (2.27)$$

$$V_{s_m} = \sqrt{\frac{G_m}{\rho_m}} \quad (2.28)$$

Los módulos de compresibilidad y de cizalla para la matriz se calculan utilizando el promedio de Voigt-Reuss-Hill. El módulo de compresibilidad del fluido se puede calcular utilizando la ecuación de Voigt o de Reuss dependiendo de la naturaleza del fluido de interés.

Para las densidades y módulos de los componentes del material de estudio, se utilizan constantes ya establecidas en la literatura (Mavko *et al.*, 2009; Avseth *et al.*, 2010; Dvorkin *et al.*, 2014; Bjørlykke, 2015; Tiab y Donaldson, 2015; Saxena *et al.*, 2018).

Bajo las condiciones de la ecuación de Raymer, este modelo solamente se utiliza para sedimentos consolidados o cementados, con porosidades menores al 37 % y saturados de cualquier tipo de fluido, ya sea gas, aceite, agua o salmuera.

2.3 Resumen

En este capítulo se presentaron las bases y fundamentos de la teoría de física de rocas, haciendo énfasis en ciertas suposiciones propuestas por diversos autores. En este caso se utilizará la física de rocas para la estimación de parámetros petrofísicos, tales como la porosidad, saturación de agua y la fracción de volumen de arcilla. Además se explica la teoría de los módulos efectivos, ya que se trabajará con materiales compuestos. Se utilizan los límites de Voigt y Reuss para el uso de los módulos elásticos de las fase sólida y líquida. Su implementación se efectúa por la simplicidad, pero existen otras teorías para el uso de los módulos de compresibilidad y de cizalla. Existen ecuaciones para incluir la forma de los poros, pero en este caso se utiliza el promedio de Voigt-Reuss-Hill, el cual se ha demostrado que es una buena aproximación para la explicación de la forma del espacio poroso.

El sistema de ecuaciones empleado para la estimación de los parámetros petrofísicos es el modelo de Raymer-Dvorkin, el cual consta de las ecuaciones de Raymer, Dvorkin y de densidad. La primera de ellas se propuso para materiales consolidados, y se implementó a partir de experimentos con tres tipos de materiales: arenas, calizas y dolomitas. Esta ecuación es empírica y se debe de trabajar bajo ciertas suposiciones y condiciones. La ecuación de Dvorkin es otra ecuación para predecir la velocidad de la onda S a partir de datos de porosidad, densidades y velocidades de la onda S de la matriz, y al igual que la ecuación de Raymer, se propuso a partir de datos experimentales. Por último se tiene la ecuación de densidad, que es un promedio volumétrico de las densidades de los constituyentes en la roca y muestra una relación con la porosidad.

Finalmente se presenta el modelo de Raymer-Dvorkin, el cual es catalogado como un modelo empírico, y solamente se utiliza en materiales consolidados con porosidades menores al 37 %. En este modelo se utiliza el promedio de VRH para calcular las velocidades de la matriz en la fase sólida, y las ecuaciones de Voigt o Reuss para la fase fluida.

3.1 Algoritmos Evolutivos

Los Algoritmos Evolutivos (AE) son metaheurísticas en las cuales su comportamiento se basa en el uso de números aleatorios y, por lo tanto, no necesariamente generan el mismo resultado cada vez que se ejecutan. Estos algoritmos engloban una serie de técnicas inspiradas en conceptos biológicos (teoría de la evolución y selección natural) (Bäck, 1996; Fogel, 2006). A lo largo de los años, se han desarrollado al menos dos tipos de AE con base en el tipo de problemas que pretenden resolver:

- Problemas de optimización.
- Problemas de *Machine Learning* (aprendizaje de máquina).

Una metaheurística es un procedimiento de alto nivel que aplica una regla o conjunto de reglas que se basa(n) en una fuente de conocimiento con el objetivo de explorar el espacio de búsqueda de manera relativamente eficiente. Por lo general requieren de poca información específica del problema y son útiles cuando el espacio de búsqueda es muy grande, poco conocido o con dificultades para explorarlo. Cuando se utilizan para optimización, no pueden garantizar, en general, que convergerán a la mejor solución posible (es decir, al óptimo global del problema), pero suelen producir aproximaciones razonablemente buenas en tiempos razonablemente cortos pese a sus restricciones teóricas (Wolpert y Macready, 1997; Pineda-Cortés, 2017).

Existen diferentes clases o escuelas de AE. Si solo se consideran los métodos de optimización, existen tres principales (Beyer, 2001):

- Algoritmos Genéticos (AG) (Holland, 1973; Goldberg y Holland, 1989; Holland, 1992).
- Programación Evolutiva (PE) (Fogel *et al.*, 1966; Fogel, 1992).
- Estrategias Evolutivas (EE) (Rechenberg, 1965, 1973; Schwefel, 1995).

3.2 Introducción a las EE

Las EE son una metaheurística basada en una población y cada individuo consiste en un vector solución u objetivo (rasgos visibles, o parámetros de decisión) además de otros parámetros endógenos (rasgos ocultos, o parámetros de estrategia), y de un valor de aptitud asociado. En algunos casos, la población contiene un individuo. A los individuos se les denomina ya sea padres o descendientes (hijos), dependiendo del contexto (Kacprzyk y Pedrycz, 2015).

Como en la mayoría de los AE, el rendimiento depende del ajuste de los parámetros y, en este caso, de la evolución de estos. Otro factor importante es que la mutación es el operador primario en este algoritmo, a diferencia de los AG, donde es secundario. Las EE son algoritmos inspirados en la evolución y al igual que otros basados en tal hecho, sus individuos realizarán una evolución, o mejora, con respecto a alguna función objetivo y mediante operadores que imitan dicho proceso (Cuevas-Jiménez *et al.*, 2016). El Algoritmo 3.1 muestra el funcionamiento general de una EE.

Algoritmo 3.1 Estrategia Evolutiva

- 1: Iniciar la población de individuos
 - 2: Evaluar la población usando la función objetivo
 - 3: **mientras** No se cumpla el criterio de terminación **hacer**
 - 4: Seleccionar a los padres para la reproducción
 - 5: Crear la descendencia
 - 6: Mutar a la descendencia
 - 7: Evaluar a los hijos
 - 8: Clasificar a padres e hijos según su aptitud
 - 9: Seleccionar a los mejores individuos
 - 10: **fin mientras**
-

Durante la inicialización, se crea la primera generación, que consta de uno o más individuos, y se evalúa su aptitud. Después, se ingresa al llamado bucle de evolución, que consiste en la recombinación, mutación, evaluación y selección. La recombinación crea nuevos individuos (descendientes) a partir de la población de padres. El operador de mutación proporciona la principal fuente de variación de la descendencia en las EE.

Posteriormente se evalúa a los individuos recién creados, es decir, se calculan sus valores de aptitud. Basándose en estos valores de aptitud, la selección identifica un subconjunto de individuos que forman la nueva población que se utiliza en la siguiente generación (iteración). El ciclo concluye en función de un criterio establecido por el usuario, como por ejemplo alcan-

zar un número máximo de iteraciones, un valor de aptitud determinado o un estancamiento del proceso de búsqueda (Bäck *et al.*, 2013).

Según Rudolph (2012), las EE se caracterizan por cuatro propiedades:

- La selección de individuos para la recombinación es imparcial.
- Los individuos consisten en parámetros de decisión así como también en parámetros de estrategia.
- Los operadores de mutación están parametrizados y, por lo tanto, pueden cambiar sus propiedades durante la optimización.
- La selección es un proceso determinista.

3.3 Operadores de las EE

Los AE mantienen una población de individuos que evolucionan de acuerdo a reglas de selección y otros operadores, que se conocen como operadores genéticos o de variación (Beyer y Schwefel, 2002). Estos operadores son la parte más importante, ya que además de la elección de la estructura de datos específicos del problema, determinan esencialmente el rendimiento de cada algoritmo.

En las Estrategias Evolutivas se utilizan tres operadores principales de los AE, llamados recombinación, mutación y selección. Algunos tipos de estos operadores se explican a continuación.

3.3.1 Recombinación

En las Estrategias Evolutivas, la recombinación mezcla información de padres para la generación de nuevos hijos. Existen diferentes tipos de recombinaciones, algunos de ellos son (Cuevas-Jiménez *et al.*, 2016):

- Discreta: para crear a cada descendiente, se generan dos números aleatorios enteros entre 1 y μ para seleccionar a los padres, y el hijo se formará por elementos de estos.
- Intermedia: Similar al caso discreto, en este tipo también se obtienen dos padres de la población de manera aleatoria, y posteriormente, dichos padres mezclan sus genes.

- Intermedia global: Este tipo considera que la diferencia entre los padres será pesada por un factor aleatorio uniformemente distribuido, que se aplicará por igual a cada uno de los elementos que conforman a los padres.
- Panmíctica intermedia global: esta recombinación es básicamente la intermedia global con la variante que se toman $n + 1$ padres aleatoriamente de la población, y además se generan n valores del factor aleatorio.

3.3.2 Mutación

Este operador es el componente principal de las EE. Es decir, es la fuente primaria para la variación genética, y se diseñan a partir del tipo del problema que se quiere optimizar (Beyer, 2001; Beyer y Schwefel, 2002).

Existen diversas clases de mutación, las cuales dependen del problema, y además de que el algoritmo sea autoadaptable, es decir, que el funcionamiento de las EE sea flexible y más cercana a la evolución natural (Deb, 2001; Kallel *et al.*, 2013; Eiben y Smith, 2015; Chopard y Tomassini, 2018).

El tipo de mutación más simple es la perturbación del individuo mediante un vector de distribución normal con media cero y desviación estándar σ (también llamada fuerza de mutación):

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + N_i(0, \sigma), \quad i = 1, \dots, \lambda \quad (3.1)$$

donde $x_i^{(t+1)}$ es el individuo mutado.

Para las EE autoadaptables se tienen dos clases principales, la autoadaptación isotrópica y la no isotrópica (Spears, 2013; Obuchowicz, 2018):

- Autoadaptación isotrópica: en este tipo se usa una sola fuerza de mutación σ para todas las variables. Además, para las n variables objetivo, el parámetro de estrategia σ también se usa en un miembro de la población. Las reglas de actualización para las variables de decisión y de estrategia son las siguientes:

$$\sigma^{(t+1)} = \sigma^{(t)} e^{\tau N(0,1)} \quad (3.2)$$

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + \sigma^{(t+1)} N_i(0, 1) \quad (3.3)$$

donde $N(0, 1)$ y $N_i(0, 1)$ son funciones unidimensionales distribuidas normalmente con

una media cero y desviación estándar uno. La variable τ es denominada el parámetro de aprendizaje y se establece como $\tau \propto 1/\sqrt{n}$, donde n es el número de variables (Schwefel, 1995).

- Autoadaptación no isotrópica: aquí se utiliza una fuerza de mutación σ diferente para cada variable. Por lo tanto este tipo de EE es capaz de aprender a adaptarse a problemas donde cada variable tiene una contribución desigual a la función objetivo. Además de las n variables, otros parámetros de estrategia se incluyen en el vector de variables de decisión. Las reglas de actualización para variables y fuerza de mutación son las siguientes:

$$\sigma_i^{(t+1)} = \sigma_i^{(t)} e^{(\tau' N(0,1) + \tau N_i(0,1))} \quad (3.4)$$

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + \sigma_i^{(t+1)} N_i(0, 1) \quad (3.5)$$

donde $\tau' \propto 1/\sqrt{2n}$ y $\tau \propto 1/\sqrt{\sqrt{2n}}$ (Fogel, 1994; Bäck y Schwefel, 1993).

En los términos anteriores se utilizó la distribución normal como el parámetro de perturbación, pero no es la única que se puede utilizar en las EE. Se han desarrollado trabajos en función de distribuciones como por ejemplo, la de Cauchy, la cual proporciona una ventaja en espacios de búsqueda grandes, ya que esta distribución proporciona saltos grandes en el espacio (Yao y Liu, 1997; Yao *et al.*, 1999).

3.3.3 Selección

Cada algoritmo evolutivo necesita un operador de selección orientado a cierto objetivo, con el fin de guiar la búsqueda a regiones con mejores soluciones, es decir, dar una dirección a la evolución.

En las EE basadas en poblaciones, los descendientes (λ) son generados a partir de una población de μ padres, con $1 \leq \mu \leq \lambda < \infty$, y posteriormente son mutados. Con base en esto, se han desarrollado dos tipos principales:

- $(\mu + \lambda)$: denominadas estrategias “mu más lambda”, “más” o $(\mu + \lambda)$ -EE. En este tipo, la siguiente población consiste en los mejores μ individuos seleccionados de los padres e hijos. Esto quiere decir que en el tipo $(\mu + \lambda)$ se implementa el elitismo para asegurar que los individuos más aptos sobrevivan a la próxima generación.

- (μ, λ) : llamadas estrategias “coma más lambda”, “coma” o (μ, λ) -EE. En este caso, la siguiente generación consiste en los mejores μ individuos seleccionados de la descendencia λ . No se utiliza el elitismo, por lo que este enfoque exhibe una baja presión selectiva que las estrategias más. Las (μ, λ) -EE requieren que $1 \leq \mu \leq \lambda < \infty$.

3.4 El algoritmo $(\mu/\rho + \lambda)$ -EE

Este tipo de EE se basa en una selección elitista $(\mu + \lambda)$, además de utilizar padres para la recombinación, es decir, crear hijos a partir de la cruce entre dos miembros de la población. El número de individuos o soluciones candidatas involucrados en la creación de un descendiente es determinado por el parámetro ρ , y a partir de este, se pueden encontrar los siguientes enfoques:

- Cruce local ($\rho = 2$): donde un descendiente es creado a partir de dos padres seleccionados de manera aleatoria.
- Cruce global ($2 < \rho \leq \mu$): dos o más padres seleccionados aleatoriamente son usados para producir un descendiente.

Para el caso cuando $\rho = 1$, se tiene una reproducción asexual. Esto quiere decir que no existen cambios en la información genética. En otras palabras, el hijo es simplemente una copia del padre. Además de señalar el número de padres involucrados en la reproducción, el parámetro ρ con un subíndice puede dar información acerca del tipo de recombinación. El Algoritmo 3.2 muestra el funcionamiento de las $(\mu/\rho + \lambda)$ -EE.

Algoritmo 3.2 $(\mu/\rho + \lambda)$ -EE

```

1: Definir  $\mu, \lambda, \rho, n$ 
2: Iniciar  $P = \{(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, f(\mathbf{x}_k)), k = 1, \dots, \mu\}$ 
3: mientras No se cumpla el criterio de terminación hacer
4:   para  $k = 1$  a  $\lambda$  hacer
5:      $(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k) = \text{recombinar}(P, \rho)$ 
6:      $\mathbf{s}_k \leftarrow \text{mutar}(\mathbf{s}_k)$ 
7:      $\mathbf{x}_k \leftarrow \text{mutar}(\mathbf{s}_k, \mathbf{x}_k) \in \mathbb{R}^n$ 
8:   fin para
9:    $P \leftarrow P \cup \{(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, f(\mathbf{x}_k)), k = 1, \dots, \lambda\}$ 
10:   $P \leftarrow \text{ordenar}(P)$ 
11:   $P \leftarrow \text{seleccionar}(P, \mu)$ 
12: fin mientras

```

3.5 Resumen

En este capítulo se presentó una introducción a la teoría de las Estrategias Evolutivas, las cuales se han utilizado ampliamente en problemas de optimización y recientemente en problemas de *Machine Learning*. Así como los Algoritmos Genéticos, y la Programación Evolutiva, las EE forman parte de los principales algoritmos evolutivos en el área de la optimización estocástica, y siendo esta la primera en publicarse.

De manera general, se explicó el funcionamiento del algoritmo de EE, el cual consiste en la inicialización (población inicial) y su respectiva evaluación utilizando una función objetivo, posteriormente se realiza una recombinación, que consiste en la cruce de dos padres elegidos de manera aleatoria, y así crear un conjunto de soluciones denominados “hijos”, después a estos hijos se le aplica un operador de mutación, y finalmente se aplica una regla de selección para elegir a los mejores individuos de las poblaciones de padres e hijos mutados.

Finalmente se presenta el tipo de algoritmo empleado en este trabajo, al que se le llama “mu más lambda” o $(\mu + \lambda)$ -EE. En este tipo de algoritmo se emplea una selección elitista, es decir, que de la unión de padres e hijos modificados por un operador de mutación, se eligen los mejores individuos, y los “peores” padres o hijos se eliminan para la siguiente generación.

4.1 Planteamiento del problema inverso

En la inversión de datos petrofísicos se necesitan modelos de física de rocas que relacionan los parámetros sísmicos o sónicos con los petrofísicos. En este caso, como se mencionó anteriormente, se utiliza el modelo de Raymer-Dvorkin, el cual es un sistema de ecuaciones no lineales; por lo tanto, se pueden utilizar diversos métodos para resolverlo (Meju, 1994; Tarantola, 2005; Menke, 2012; Aster *et al.*, 2013; Zhdanov, 2015). La inversión de este modelo se plantea como un problema de optimización, es decir, minimizar una función objetivo en la que se relacionen los datos observados y los calculados con los diversos algoritmos utilizados, con el fin de encontrar un mínimo global (Sen y Stoffa, 2013).

Se diseñan tres algoritmos para la estimación de la porosidad, volumen de arcilla y saturación de agua o salmuera según el contexto: Estrategias Evolutivas, Programación Evolutiva y el método de LM (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963). El algoritmo principal es el de las Estrategias Evolutivas, que se compara con los otros dos métodos.

La solución al problema inverso es obtenida en cada dato con respecto a la profundidad (es decir, que por cada dato de velocidades y densidad se obtienen los tres valores para los parámetros de interés) minimizando la siguiente función objetivo dentro del dominio $\Omega_{\mathbf{m}}$:

$$\min_{\mathbf{m} \in \Omega_{\mathbf{m}}} F(\mathbf{m}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i (\mathbf{d}_i^{\mathbf{m}} - \mathbf{d}_i^{\mathbf{p}})^2} \quad (4.1)$$

donde n es el número de los tipos de registros, $\mathbf{m} = (\phi, C, S_w)$ es el vector de los parámetros estimados; $\mathbf{d}^{\mathbf{m}}$ son los datos observados y $\mathbf{d}^{\mathbf{p}}$ los valores estimados del modelo; w_i es el peso que normaliza a cada registro. Los pesos en la Ecuación 4.1 son necesarios debido a la diferente escala de las mediciones. Además, estos pesos se pueden utilizar para reducir el efecto de un registro específico en la solución del sistema de acuerdo con el error de medición (Wu y Grana,

2017).

Debido a que los parámetros de interés son propiedades limitadas (es decir, los parámetros del modelo solo pueden tomar valores dentro de un intervalo de longitud finito), se deben introducir restricciones deterministas en los límites superior e inferior del dominio en la solución del sistema. Por lo que la porosidad debe de estar entre 0 y 0.37, el volumen de arcilla y la saturación entre 0 y 1.

4.2 Modelo sintético

En el contexto de los algoritmos, la obtención de datos sintéticos (modelado) contribuye a la calibración y validación de estos, es decir, con la ayuda de registros sintéticos se pueden hacer modificaciones a los algoritmos con el fin de tener un menor error en la estimación de los parámetros petrofísicos. En el caso de los Algoritmos Evolutivos, ayuda a establecer los parámetros de estrategia, además de proporcionar el número de iteraciones (o generaciones) de una manera en la que el algoritmo no realice un mayor trabajo y así tener buenos resultados en un tiempo razonable.

Como en la mayoría de los modelos de física de rocas, se deben plantear ciertas suposiciones para su implementación. Las suposiciones para los datos sintéticos son las siguientes:

- El fluido está compuesto por agua y aceite.
- Se tiene una composición de arcilla y cuarzo para la fase sólida (roca).
- La roca es macroscópicamente homogénea e isotrópica.

Se utiliza el promedio de Voigt-Reuss-Hill para obtener los módulos elásticos de la fase sólida y la ecuación de Voigt para determinar el módulo de compresibilidad del fluido.

4.2.1 Modelado directo

Se utiliza el modelado directo para comprender las leyes físicas que permitan, para valores dados de parámetros del modelo, realizar predicciones en los resultados de las mediciones de algunos parámetros observados (Tarantola, 2005). Esto quiere decir que se implementa el modelado directo para saber los resultados a los que se deben de aproximar con las técnicas de inversión, además de los problemas que se puedan presentar para la estimación de los parámetros.

En este trabajo, se utilizan los valores de las constantes proporcionadas en la Tabla 4.1, además de los registros de porosidad, volumen de arcilla y saturación de agua mostrados en la Figura 4.1 para calcular las velocidades de las onda P y S, además de las densidades que se presentan en la Figura 4.2.

Tabla 4.1. Constantes proporcionadas para el modelado directo e inverso de los datos sintéticos. Algunos valores son tomados de Dvorkin *et al.* (2014).

Propiedades del fluido	Propiedades de la roca
$\rho_w = 1.1 \text{ g/cm}^3$	$\rho_c = 2.58 \text{ g/cm}^3$
$K_w = 2.6 \text{ GPa}$	$K_c = 21 \text{ GPa}$
$\rho_{hc} = 0.7 \text{ g/cm}^3$	$G_c = 7 \text{ GPa}$
$K_{hc} = 0.7 \text{ GPa}$	$\rho_q = 2.65 \text{ g/cm}^3$
	$K_q = 36.6 \text{ GPa}$
	$G_q = 45 \text{ GPa}$

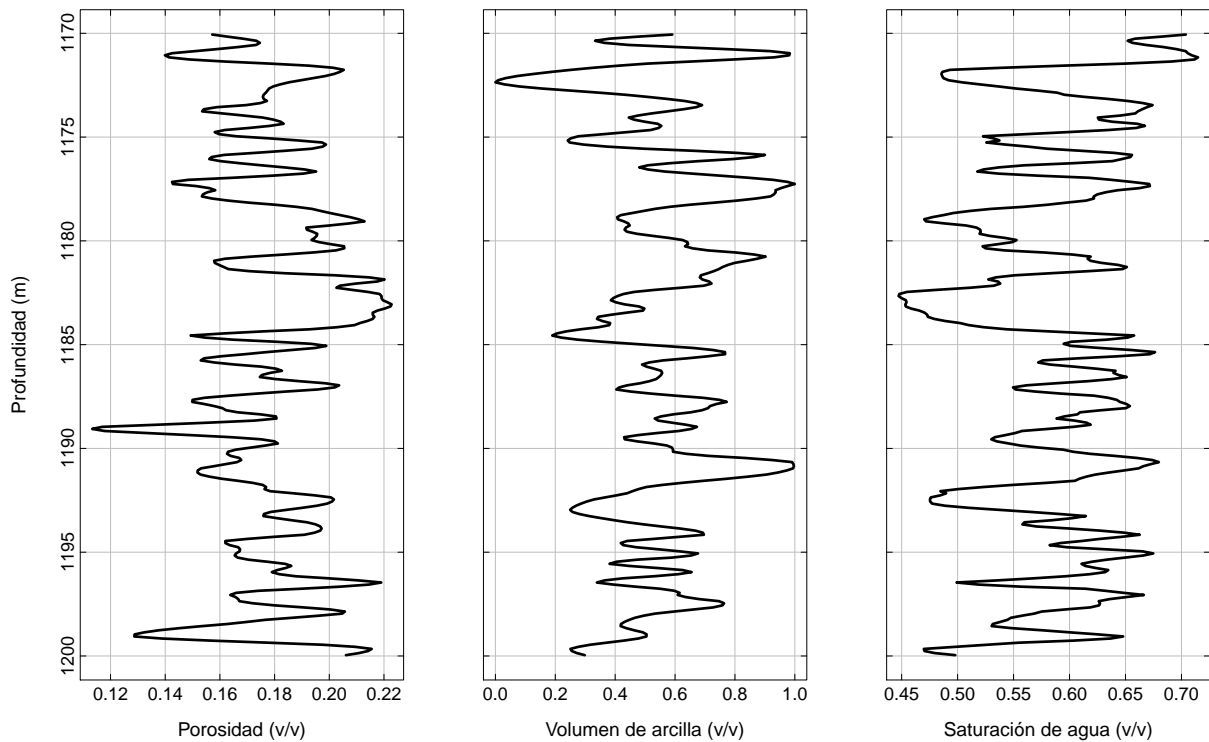


Figura 4.1. Registros petrofísicos utilizados para el modelo sintético.

Cabe mencionar que estos registros no están corregidos, por lo que se pueden presentar problemas al momento de la estimación de los parámetros.

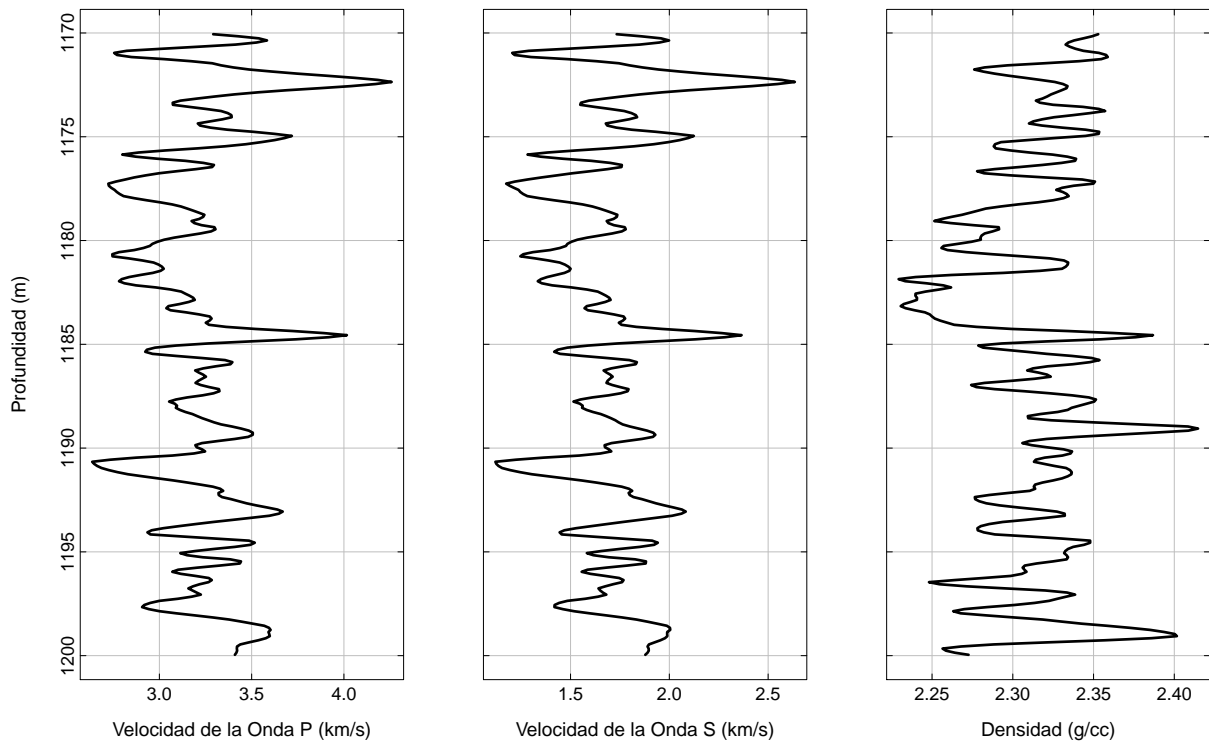


Figura 4.2. Registros sísmicos y de densidad calculados a partir de los datos petrofísicos utilizados para el modelo sintético.

4.2.2 Modelado inverso

Para el modelado inverso se estiman los parámetros petrofísicos a partir de los datos observados que son los registros de velocidades y densidad. Las constantes utilizadas en la inversión son las mismas que en el modelado directo, por lo que se tiene un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. A continuación se muestra la implementación de cada algoritmo para la estimación de los parámetros.

Método de Levenberg-Marquardt

Como otros métodos basados en gradientes, el de LM requiere de un modelo inicial, por lo que se proporcionan los siguientes valores: $(\phi_0, C_0, S_{w0}) = (0.185, 0.5, 0.5)$. Esto quiere decir, que se toma como modelo inicial el punto medio del dominio de cada parámetro petrofísico. En este algoritmo se aplican restricciones denominadas restricciones de caja, es decir, que los resultados de los parámetros deben de estar dentro de los límites establecidos. Se aplican ciertas condiciones, ya que debido a las derivadas y el modelo inicial propuesto, se pueden tener valores muy alejados del óptimo global, y estas restricciones ayudan a que no sucedan

ese tipo de cambios. Si los valores se encuentran fuera del dominio, se reemplaza por el límite. Por ejemplo, si un valor de porosidad sobrepasa el 0.37, se sustituye por este valor y así se asegura que siempre estará dentro del dominio del problema.

Estrategias Evolutivas

Para la implementación de este algoritmo se utilizan dos tipos: la EE Autoadaptativas (EE-A) y otro que se denominará EE No Autoadaptativas (EE-NA). La diferencia de estos dos tipos se encuentra en la mutación. Las EE-A utilizan una mutación no isotrópica (ver Sección 3.3.2), por lo que se le asigna una desviación estándar a cada solución candidata, con el objetivo de que esta desviación disminuya conforme a las generaciones, para así encontrar un mínimo global. Para las EE-NA se utiliza una mutación propuesta que consiste en la perturbación de un individuo por una distribución normal estándar, y si el resultado se encuentra fuera del dominio establecido, se eligen dos individuos al azar de la unión de la población de padres e hijos, y utilizando un factor aleatorio, se crea un nuevo individuo que siempre estará dentro del dominio. La Ecuación 4.2 muestra este tipo de mutación.

$$x_i^{t+1} = \begin{cases} x_i^t + N(0, 1) & \text{si } x_i^{t+1} \in \Omega_{\mathbf{m}} \\ x_{ir_1}^t + \chi (x_{ir_2}^t - x_{ir_1}^t) & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.2)$$

donde $\chi \sim U(0, 1)$, $i = 1, \dots, \lambda$; r_1 y r_2 indican los individuos elegidos de manera aleatoria de la unión de padres e hijos. Esta mutación es aplicada a todas las variables del problema.

La recombinación utilizada en estos algoritmos se denomina panmíctica intermedia global, y consiste en la creación de un hijo a partir de la cruce de dos padres y multiplicada por un factor aleatorio:

$$x_i' = x_{ip_1} + \chi (x_{ip_2} - x_{ip_1}) \quad (4.3)$$

donde $\chi \sim U(0, 1)$, $i = 1, \dots, \lambda$; p_1 y p_2 indican los $\mu + 1$ individuos elegidos de manera aleatoria de la población de los padres. Como se puede observar, la mutación se utiliza de manera similar a la recombinación cuando se encuentra fuera del dominio.

El tipo de selección utilizada en los dos algoritmos es la elitista ($\mu + \lambda$) con el fin de preservar los mejores individuos de las poblaciones de los padres e hijos mutados. En resumen, se utilizan dos mutaciones para las EE con el fin de compararlas y utilizarlas para la aplicación, además de la misma recombinación y selección para los dos tipos.

Programación Evolutiva

Para este algoritmo se utiliza la misma mutación que en las EE-A, por lo que se le denominará PE-A. Existen dos diferencias entre estos dos tipos de algoritmos: la recombinación y el tipo de selección. La primera diferencia es la más notable al momento de comparar estos dos algoritmos. En la PE no existe una recombinación, por lo que los hijos se representan como una mutación de los padres. El tipo de selección utilizada para este AE es la selección por torneo, la cual consiste en una competencia de los padres e hijos (padres mutados), y se eligen los mejores individuos después de concluir el torneo (tt). La implementación de este AE se muestra en el Apéndice B. En la Tabla 4.2 se tienen las características de los algoritmos, además del establecimiento de los parámetros de estrategia.

Tabla 4.2. Valores y características de los algoritmos propuestos para la inversión de los datos sintéticos. Los parámetros μ y λ indican los padres e hijos, respectivamente, σ_0 es el intervalo de la desviación estándar inicial asignado de manera aleatoria a cada solución candidata de todas las variables.

LM	PE-A	EE-A	EE-NA
$(\phi^0, C^0, S_w^0) = (0.1, 0.1, 0.1)$	$\mu = 500$	$\mu = 500$	$\mu = 150$
Restricciones	$\sigma_0 = [-3, 3]$	$\lambda = 4\mu$	$\lambda = 50\mu$
20 Iteraciones	$tt = 20$	$\sigma_0 = [-3, 3]$	30 Generaciones
	350 Generaciones	350 Generaciones	

4.3 Aplicación

Información del yacimiento para un campo petrolero del Mar del Norte

El campo de investigación se encuentra en el sur del Graben *Viking* en el Mar del Norte. Este graben es del Paleoceno, y representa depósitos de arena turbidítica. Las arenas se erosionaron desde las plataformas continentales de Escocia y del este de Shetland, y se transportaron al “mar profundo” entre Escocia y Noruega, a las cuencas del Mar del Norte.

Actualmente, los sedimentos están depositados a una profundidad de unos 2200 m en el área de estudio, por lo que son sedimentos pobremente consolidados. Los episodios de deposición de arena se separaron debido a períodos más largos de deposición de lutitas. Por lo tanto, la variación de la litología puede ser compleja y variable tanto vertical como lateralmente en estos sistemas.

Los hidrocarburos se encuentran en el Pozo 2 y el Pozo 5 en estas arenas, a menudo denominadas arenas de la Formación Heimdal. En el Pozo 2, la cima de la Formación Heimdal se encuentra a una profundidad de 2153 m. El contacto agua-aceite (OWC por sus siglas en inglés) en este pozo está a 2183 m. Por lo tanto, la columna de aceite es de 30 m. Se tendrá que enfocar en la zona de profundidad de aproximadamente 2100 – 2300 m en todos los pozos.

Como se menciona en el texto anterior, en este caso se trabaja con datos del Mar del Norte tomados de Avseth *et al.* (2010), en donde el pozo que se utiliza es el 2, mostrado en la Figura 4.3. El autor clasifica este pozo en 4 facies: arenas cementadas, arenas limpias, lutitas, y arenas arcillosas. Los datos que se tomarán para la inversión pertenecen a las arenas cementadas, ya que las ecuaciones utilizadas en este trabajo pretenden cumplir con las propiedades de estas facies, y sus registros se muestran en la Figura 4.4. En este caso la fase fluida consiste en salmuera y aceite, además de arcilla y cuarzo para la fase sólida. Por lo tanto, se realiza una pequeña modificación en el modelo de Raymer-Dvorkin, donde ahora el fluido de interés es la saturación de salmuera. La Tabla 4.3 muestra los valores pertenecientes a las propiedades de los fluidos y de la parte sólida de los materiales que se encuentran en el Pozo 2.

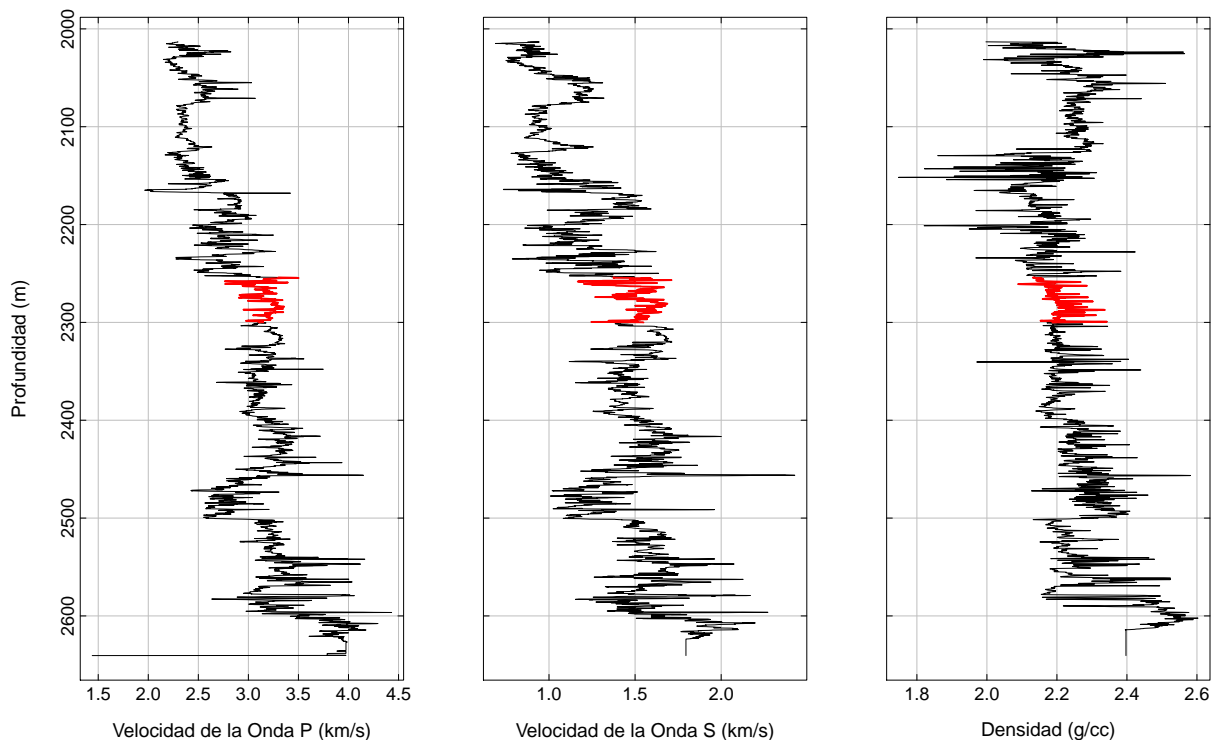


Figura 4.3. Registros del Pozo 2 (Well 2). La selección de color rojo corresponde a las arenas consolidadas (Datos tomados de Avseth *et al.*, 2010).

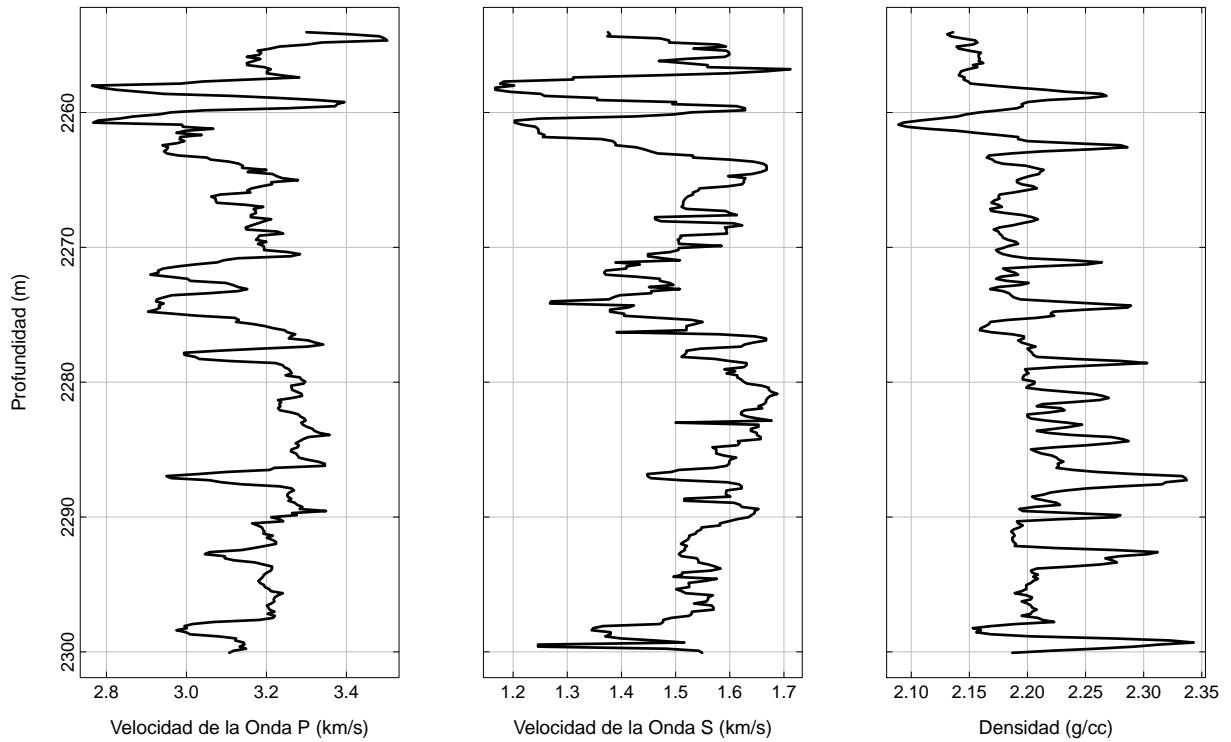


Figura 4.4. Registros sísmicos y de densidad del Pozo 2 pertenecientes a las arenas consolidadas (Datos tomados de Avseth *et al.*, 2010).

Tabla 4.3. Datos proporcionados por Avseth *et al.* (2010) para el uso de los registros sísmicos y de densidad. El subíndice *s* indica salmuera, *T* es la temperatura y *P* es la presión a la profundidad del yacimiento.

Propiedades del fluido	Propiedades de la roca
$\rho_s = 1.09 \text{ g/cm}^3$	$\rho_c = 2.15 \text{ g/cm}^3$
$K_s = 2.8 \text{ GPa}$	$K_c = 15 \text{ GPa}$
$\rho_{hc} = 0.78 \text{ g/cm}^3$	$G_c = 5 \text{ GPa}$
Grados API = 32	$\rho_q = 2.65 \text{ g/cm}^3$
GOR = $64 \text{ Sm}^3/\text{Sm}^3$	$K_q = 36.8 \text{ GPa}$
$P = 20 \text{ MPa}$, $T = 77.2^\circ\text{C}$	$G_q = 44 \text{ GPa}$

Como se observa en la tabla anterior, un dato no se encuentra, que es la compresibilidad del hidrocarburo, por lo que se puede calcular utilizando las relaciones de Batzle y Wang (1992):

$$\rho_P = \rho_0 + \left(0.00277P - 1.71 \times 10^{-7}P^3\right) (\rho_0 - 1.15)^2 + 3.49 \times 10^{-4}P \tag{4.4}$$

$$\rho = \frac{\rho_P}{0.972 + 3.81 \times 10^{-4} (T + 17.78)^{1.175}} \tag{4.5}$$

$$V = 2096 \sqrt{\frac{\rho_0}{2.6 - \rho_0}} - 3.7T + 4.64P + 0.0115 \left[4.12 \left(1.08\rho_0^{-1} - 1 \right)^{1/2} - 1 \right] TP \quad (4.6)$$

o en términos de API

$$V = 15450(77.1 + API)^{-1/2} - 3.7T + 4.64P + 0.0115 \left(0.36API^{1/2} - 1 \right) TP \quad (4.7)$$

donde ρ_p es la densidad a cierta presión, P es la presión (en MPa), T es la temperatura (en °C), ρ_0 es la densidad del aceite; ρ es la densidad in-situ. V es el valor de la velocidad del aceite (en m/s), API es un tipo de gravedad específica del aceite. Por lo tanto el módulo de compresibilidad del aceite, K_{hc} puede ser calculado por

$$K_{hc} = \rho V^2, \quad (4.8)$$

dando como resultado 1.09 GPa. Los registros utilizados de las Figuras 4.3 y 4.4 están corregidos por el autor, ya que debido a la complejidad, no se pueden estimar parámetros de una manera correcta. Avseth *et al.* (2010) propone trabajar con técnicas probabilísticas, pero en este trabajo se hace caso omiso, y solamente se enfocará en la estimación de los parámetros petrofísicos utilizando las constantes propuestas por dicho autor. Por lo tanto, se trabaja de manera similar que en los datos sintéticos.

Una vez establecidos los valores de las constantes, el modelo de Raymer-Dvorkin se plantea como un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, al igual que en el modelado de datos sintéticos. En este problema se utilizan los dos tipos de EE, para mostrar la eficiencia de los dos tipos de mutaciones, y además se comparan con el método de LM. La Tabla 4.4 muestra las características de los algoritmos así como los parámetros de estrategia.

Tabla 4.4. Valores y características de los algoritmos propuestos para la inversión de los datos del yacimiento. Los parámetros μ y λ indican los padres e hijos, respectivamente, σ_0 es el intervalo de la desviación estándar inicial asignado de manera aleatoria a cada solución candidata de todas las variables.

LM	EE-A	EE-NA
$(\phi^0, C^0, S_w^0) = (0.185, 0.5, 0.5)$	$\mu = 500$	$\mu = 250$
Restricciones	$\lambda = 4\mu$	$\lambda = 50\mu$
50 Iteraciones	$\sigma_0 = [-3, 3]$	30 Generaciones
	500 Generaciones	

4.3.1 Problema de 13 variables

Para este caso, todas las constantes establecidas en el problema inverso con tres incógnitas se trabajan como variables, por lo que se tiene un problema de tres ecuaciones con trece incógnitas. A este tipo de sistemas se les conoce como bajodeterminados.

Una de las propiedades de los sistemas bajodeterminados es que se tienen infinitas soluciones, por lo que los métodos de optimización estocástica podrían proporcionar una solución más precisa en comparación con los algoritmos basados en gradientes, especialmente si el modelo inicial no se selecciona con precisión (Wu y Grana, 2017).

En este tipo de problema se utilizan los dos tipos de Estrategias Evolutivas para mostrar el comportamiento de los dos tipos de mutación cuando se tiene un problema con más variables. La Tabla 4.5 muestra los intervalos de búsqueda para los dos algoritmos basados en información de la literatura, mientras que en la Tabla 4.6 se tienen los parámetros de estrategia implementados en estos AE.

Tabla 4.5. Intervalos de búsqueda para las 13 variables. Las unidades para los módulos elásticos son GPa, para las densidades g/cm^3 . ρ_s y K_s es la densidad y el módulo de compresibilidad de la salmuera, respectivamente (Datos tomados de Watt *et al.*, 1976; Domenico, 1977; Carmichael, 1989; Batzle y Wang, 1992; Mavko *et al.*, 2009; Avseth *et al.*, 2010; Buryakovsky *et al.*, 2012; Dentith y Mudge, 2014; Dvorkin *et al.*, 2014; Simm *et al.*, 2014; Kennedy, 2015; Schön, 2015; Schubert, 2015; Tiab y Donaldson, 2015; Saxena *et al.*, 2018).

Variable	Intervalo de búsqueda	Variable	Intervalo de búsqueda
ϕ	0 – 0.37	K_q	33 – 38
C	0 – 1	G_q	40 – 48
S_s	0 – 1	ρ_s	0.5 – 2
ρ_c	1.9 – 2.9	K_s	1.5 – 3.5
K_c	12 – 22	ρ_{hc}	0.5 – 1
G_c	4 – 9	K_{hc}	0.1 – 3
ρ_q	2 – 3		

Tabla 4.6. Parámetros de estrategia establecidos para el problema de 13 variables aplicado a un yacimiento. μ y λ indican los padres e hijos, respectivamente. σ_0 es el intervalo de la desviación estándar inicial asignado de manera aleatoria a cada solución candidata de todas las variables.

EE-A	EE-NA
$\mu = 500$	$\mu = 250$
$\lambda = 4\mu$	$\lambda = 50\mu$
$\sigma_0 = [-3, 3]$	30 Generaciones
500 Generaciones	

5.1 Modelo sintético

A continuación se presentan los resultados de la estimación de los parámetros petrofísicos en datos sintéticos utilizando solamente los Algoritmos Evolutivos, así como la comparación entre ellos. Se realiza un análisis de los algoritmos para la inversión sin entrar a detalle con los aspectos geológicos. Para estos datos se realizaron 10 pruebas con las EE-NA, EE-A y PE-A, las cuales se muestran en la Figura 5.1 utilizando los parámetros de estrategias propuestos en la Sección 4.2.2, además de la elección de la mejor solución al problema inverso para cada uno de estos algoritmos, el cual se observa en la Figura 5.2.

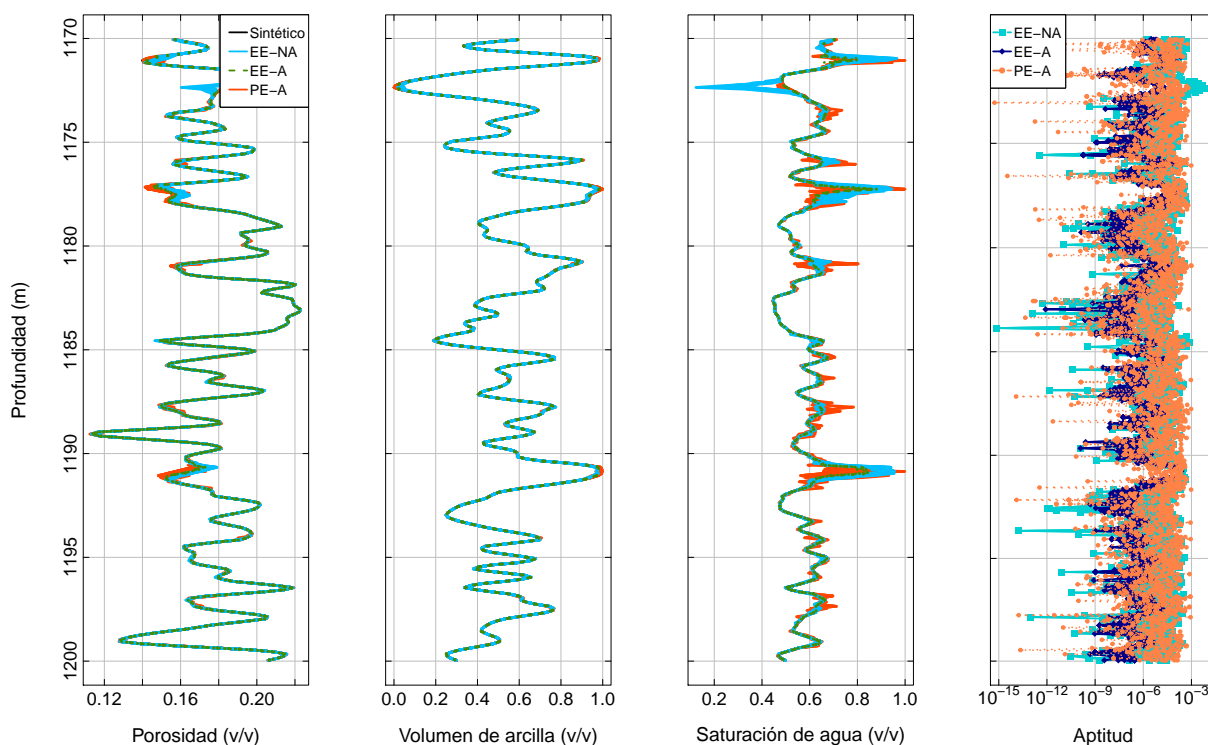


Figura 5.1. Resultados de las 10 pruebas realizadas con los Algoritmos Evolutivos así como la aptitud asociada a cada uno de ellos en la estimación de los parámetros petrofísicos de los datos sintéticos.

En el algoritmo de PE-A se tuvieron estimaciones similares a los otros dos algoritmos, y claro, al modelo directo, pero las aptitudes muestran una mayor dispersión en comparación con las EE-A, las cuales se muestran en la parte derecha de la Figura 5.1. Esto puede ser ocasionado porque no existe una recombinación de los padres, así que se tiene una menor diversidad de individuos (o soluciones candidatas). Otro motivo de dispersión es que el tipo de selección que se utiliza en la Programación Evolutiva no siempre garantiza que se obtendrán las mejores soluciones, por lo que la implementación de otro tipo de selección puede mejorar la elección de las mejores soluciones candidatas al problema. Se puede incrementar la cantidad de padres, pero uno de los objetivos es comparar este algoritmo con el de las EE, por lo que se asignó el mismo número.

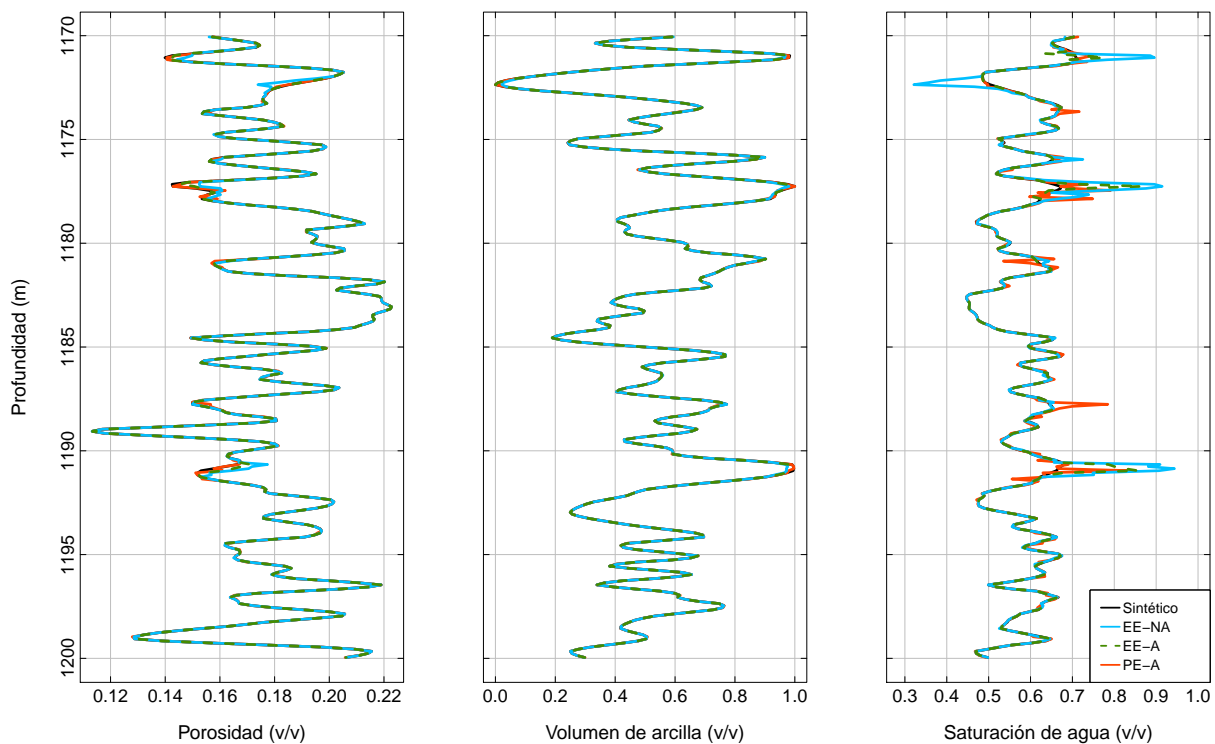


Figura 5.2. Selección de los mejores registros petrofísicos estimados con los Algoritmos Evolutivos a partir de las 10 pruebas realizadas.

Para el caso de las EE-NA, al igual que la PE-A, se tienen mejores resultados en algunas mediciones que las EE-A, pero de manera general, los valores de las aptitudes son mayores en comparación a las EE-A. Estos resultados pueden ser ocasionados por la cantidad de padres proporcionados, ya que solamente se tienen 150 posibles soluciones al problema, por lo tanto, un mayor número de padres podría dar una mejor aproximación.

En comparación con los dos algoritmos mencionados anteriormente (PE-A y EE-NA), las EE-A muestran una mejor estabilidad sin importar el espacio de búsqueda. Las 10 pruebas realizadas con este algoritmo muestran un comportamiento similar, y eso se puede observar en la aptitud. En conclusión, para los datos sintéticos, las EE-A tuvieron una mejor estimación de los parámetros petrofísicos. La Figura 5.3 muestra las velocidades y densidad observadas (modelo directo) además de los valores calculados utilizando el modelo de Raymer-Dvorkin con la mejor solución en la estimación de los parámetros petrofísicos con los tres algoritmos propuestos. Se puede observar que a pesar de que en los registros de saturación de agua calculados con los algoritmos se presenta una aproximación no tan buena en comparación con los registros del volumen de arcilla y de porosidad, se calculan valores muy aproximados al modelo directo. Con base en esta observación, se puede inferir que la saturación del fluido no tiene el mismo “peso” en comparación con los otros dos parámetros petrofísicos. Esto es claro, ya que las ecuaciones de Raymer y de Dvorkin se propusieron a partir de mediciones principalmente con porosidades y contenido arcilloso de las muestras, siendo la saturación el otro parámetro importante pero no como los dos anteriores.

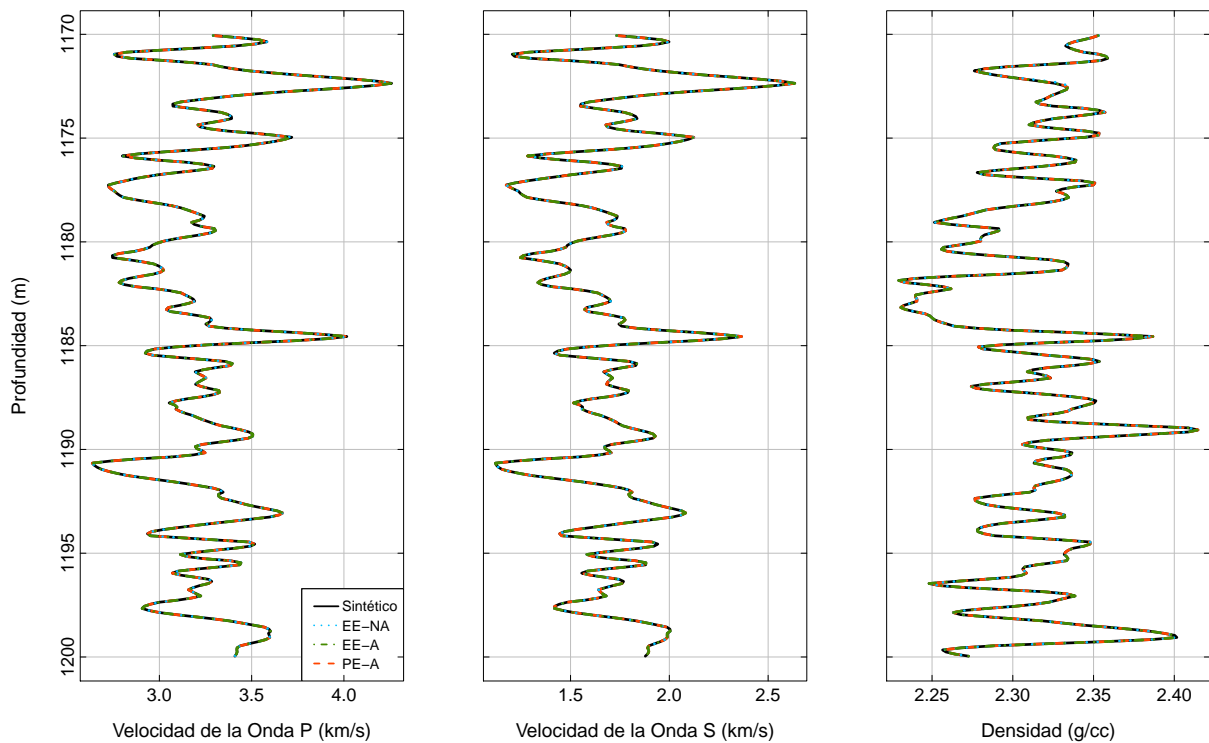


Figura 5.3. Comparación entre los registros sísmicos y de densidad observados y los registros calculados a partir del modelo de Raymer-Dvorkin.

A continuación se muestra un ejemplo del funcionamiento de los tres Algoritmos Evolutivos propuestos a cierta profundidad en los registros, lo que significa que solamente se toma un valor de los registros de velocidades y de densidad, además de las constantes proporcionadas en la Tabla 4.1. La Tabla 5.1 muestra los datos de velocidades y de densidad para la estimación de parámetros petrofísicos, tales como la porosidad, la fracción de volumen de arcilla y la saturación de agua.

Tabla 5.1. Valores de las velocidades y de densidad seleccionados para mostrar el funcionamiento de los tres Algoritmos Evolutivos propuestos. Las variables V_p y V_s son las velocidades de las ondas P y S, respectivamente, y ρ es la densidad.

Profundidad (m)	V_p (km/s)	V_s (km/s)	ρ (g/cm ³)
1170	3.2917	1.7334	2.3529

La Figura 5.4 muestra el funcionamiento de los tres Algoritmos Evolutivos con respecto a las generaciones utilizando los valores mínimo, promedio y máximo de la aptitud. Se puede observar que las EE-NA tienen una convergencia en la generación 7 aproximadamente, pero esto no quiere decir que es mejor resultado que los otros dos algoritmos.

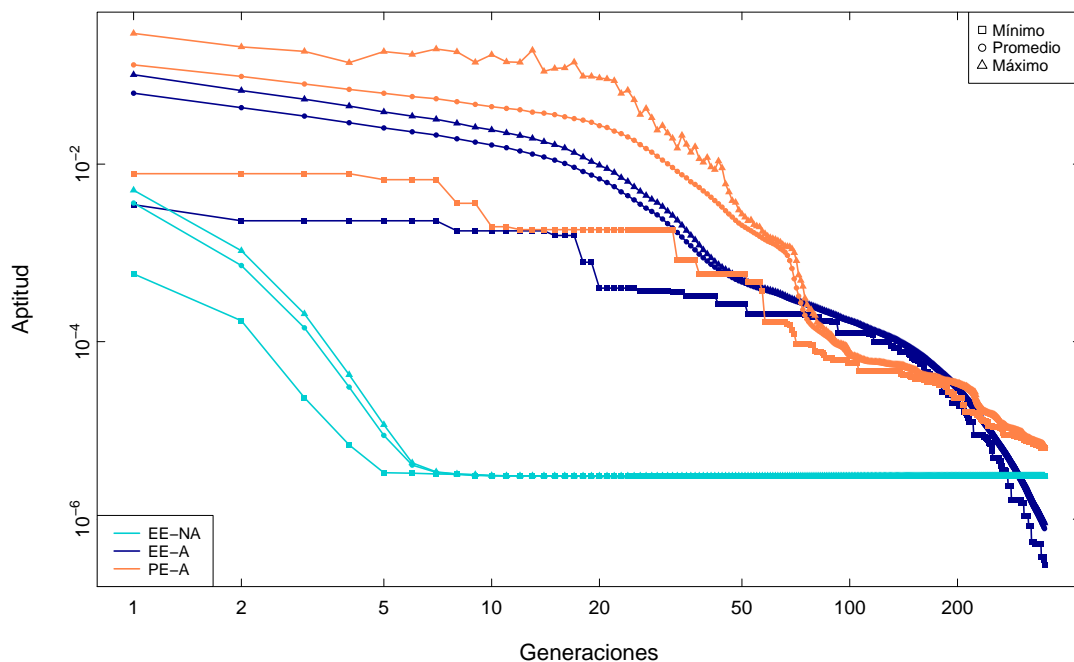


Figura 5.4. Comparación de los valores de aptitud (mínimo, promedio y máximo) de los Algoritmos Evolutivos con respecto a las generaciones realizadas en un punto de los registros. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente, y PE-A es la Programación Evolutiva Autoadaptativa.

A pesar de la convergencia rápida de las EE-NA, se tiene un resultado aproximado al observado con respecto a la porosidad, fracción de volumen de arcilla y saturación de agua (Ver Tabla 5.2). Durante las pruebas realizadas se observaron las similitudes entre los parámetros observados y calculados. Debido a esto, las EE-NA se tomaron en cuenta para la estimación de parámetros petrofísicos en un yacimiento petrolero (aplicación).

En las EE-A se observa que los valores promedio y máximo son prácticamente las mismas, pero aún sigue disminuyendo la aptitud, por lo que un mayor número de generaciones puede ayudar a que la diferencia entre los tres valores de la aptitud sea mínima. Se tomó ese criterio de generaciones debido al tiempo de cómputo, ya que se tiene un número de mediciones del registro, y el algoritmo se implementa para cada punto. Y de manera general, en las pruebas realizadas se observó que con 350 generaciones se obtenían buenos resultados, lo que permitió establecer ese criterio de terminación para el algoritmo. Por lo tanto, se utiliza esta otra variante de las Estrategias Evolutivas en la aplicación (yacimiento petrolero).

Con respecto a la PE-A, se produjeron buenos resultados, pero con aptitudes mayores en comparación con las dos propuestas de las Estrategias Evolutivas, por lo que se descartó este Algoritmo Evolutivo en la aplicación.

La Tabla 5.2 muestra los valores observados de los parámetros petrofísicos, ya que, como se mencionó en la Sección 4.2, se tiene la información de todos los registros. Además, se muestran los datos calculados con los tres Algoritmos Evolutivos, siendo las Estrategias Evolutivas Autoadaptativas las que mejor estimaron los parámetros petrofísicos, es decir, las que están más cerca de los valores observados.

Tabla 5.2. Comparación de resultados de la estimación de los parámetros petrofísicos utilizando los tres Algoritmos Evolutivos con los datos observados. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente, y PE-A es la Programación Evolutiva Autoadaptativa.

Parámetro	Observado	PE-A	EE-NA	EE-A
ϕ	0.1572	0.1573	0.1566	0.1571
C	0.5907	0.59	0.5927	0.5908
S_w	0.7039	0.7075	0.6936	0.7032

El funcionamiento de los algoritmos en este punto no es el mismo para los demás, ya que en ciertas profundidades, la PE-A da mejores resultados y, en otras mediciones, la EE-NA proporciona una mejor estimación de parámetros petrofísicos.

5.2 Aplicación

Con base en las observaciones realizadas en los algoritmos empleados para los datos sintéticos, solamente se utilizaron los dos tipos de Estrategias Evolutivas en la estimación de los parámetros petrofísicos de un yacimiento y además se incluye la implementación del método de Levenberg-Marquardt. Para este caso, se realizaron 5 pruebas utilizando cada algoritmo de EE, las cuales se muestran en la Figura 5.5, además de tomar el mejor registro estimado a partir de estos dos tipos (Figura 5.6) para compararlos con el resultado de la estimación de los parámetros por medio del método de LM (Figura 5.7).

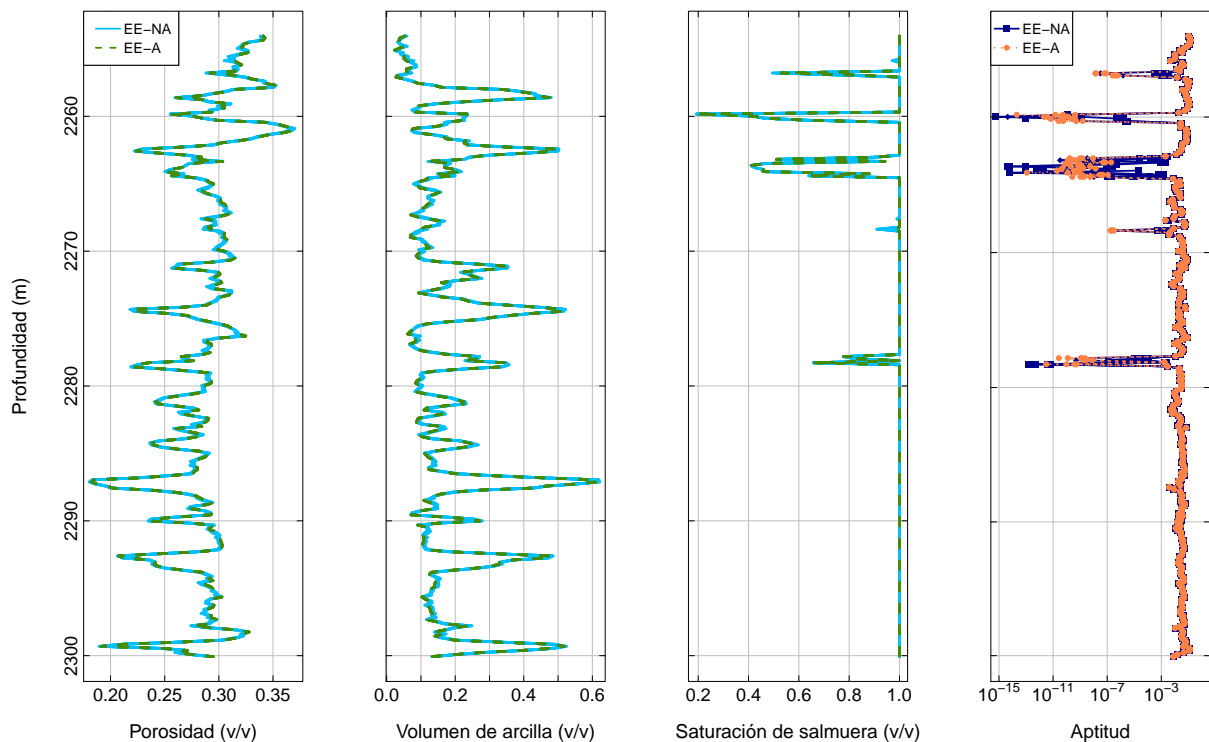


Figura 5.5. Resultados de las 5 pruebas realizadas con los Algoritmos Evolutivos así como la aptitud asociada a cada uno de ellos en la estimación de los parámetros petrofísicos del yacimiento.

Para las EE-NA, se tiene una menor aptitud para ciertos datos con respecto a la profundidad en comparación con las EE-A, pero en general, se puede observar un comportamiento similar en la estimación de los parámetros petrofísicos, tanto entre los algoritmos como en las 5 pruebas realizadas. Las EE-NA pueden presentarse como otra alternativa en la estimación de los parámetros petrofísicos utilizando el modelo de Raymer-Dvorkin.

Los valores de 1 en la saturación de salmuera indica que una mejor aproximación involucra

valores mayores a este número. Para mejorar estos resultados se necesitan otros modelos para la estimación de la saturación de fluidos, o bien, del modelo de física de rocas en general. Otra posible razón es el uso de la ecuación donde se involucran los módulos de compresibilidad de los fluidos y sus respectivas saturaciones, es decir, la ecuación de Voigt. Una alternativa es utilizar la ecuación de Reuss para probar si existe un cambio en la saturación de la salmuera.

La Figura 5.6 muestra el mejor valor tomado a partir de las 5 mediciones utilizando los dos tipos de algoritmos. Se puede observar que existe una gran similitud utilizando dos mutaciones diferentes al momento de estimar los parámetros petrofísicos.

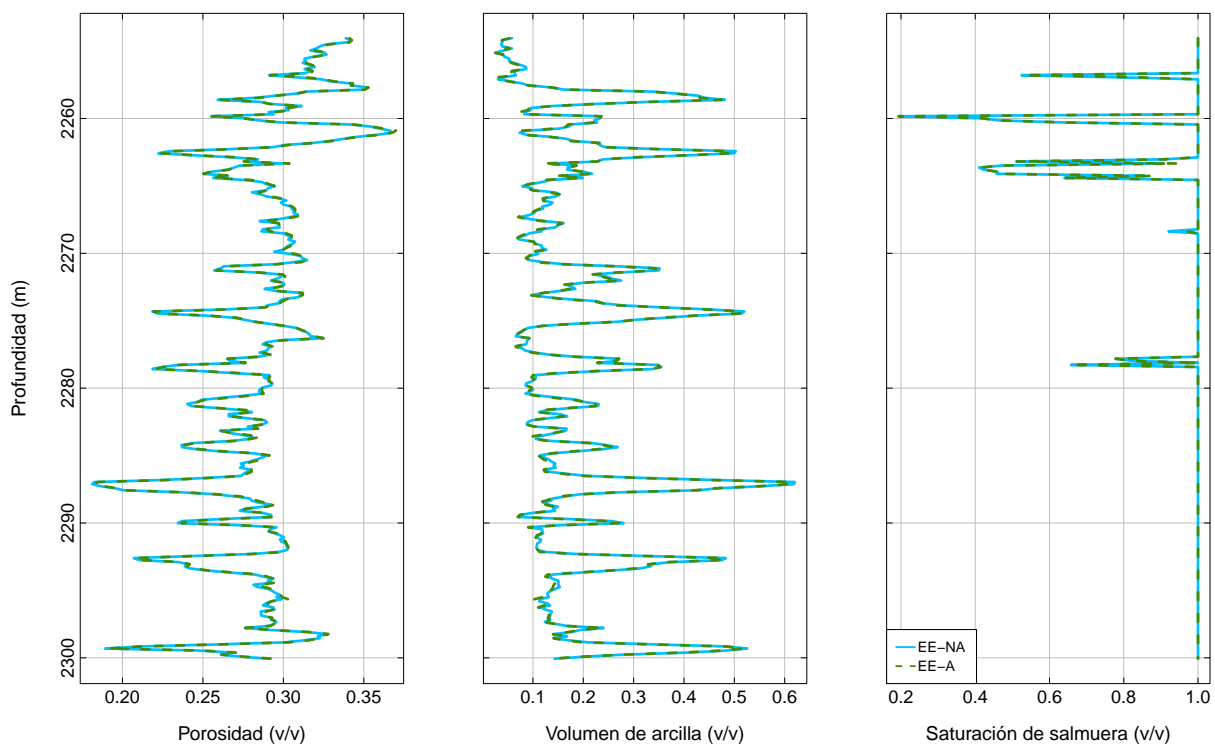


Figura 5.6. Selección de los mejores registros petrofísicos del yacimiento estimados con los Algoritmos Evolutivos a partir de las 5 pruebas realizadas.

Los datos en donde se tiene una aptitud de hasta 10^{-15} pueden ser valores de velocidades y densidades donde en realidad se cumple el modelo de Raymer-Dvorkin, es decir, que son arenas consolidadas, ya que, aunque Avseth *et al.* (2010) clasifique este registro como parte de las arenas consolidadas, el ambiente donde se tomaron estos datos son de sedimentos pobremente consolidados, por lo que se pueden tener materiales a cierta profundidad con una mayor consolidación.

La Figura 5.7 muestra la estimación de los parámetros petrofísicos utilizando los Algorit-

mos Evolutivos seleccionados, además de mostrar la implementación del método de Levenberg-Marquardt. Se puede observar que los tres algoritmos muestran una similitud en los valores de los registros de cada parámetro.

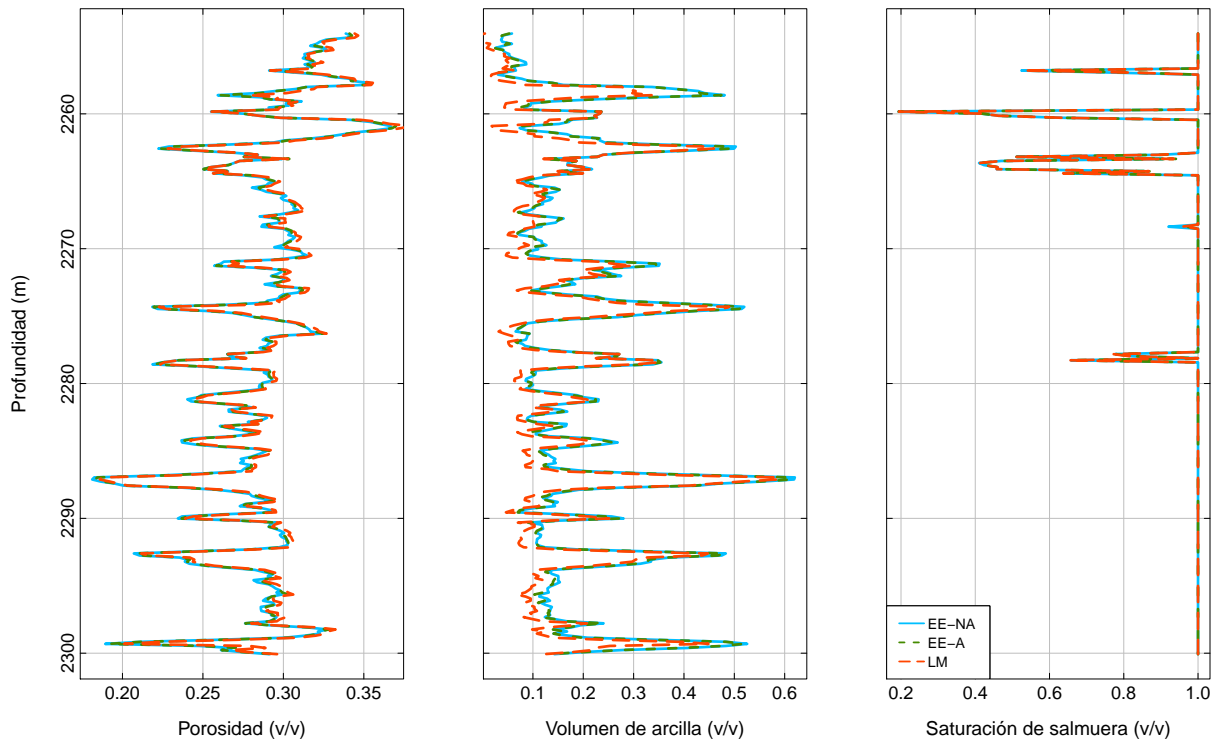


Figura 5.7. Comparación de la selección de los mejores registros petrofísicos en las 5 pruebas y los registros calculados utilizando el método de Levenberg-Marquardt.

Durante la implementación del método de LM se observó que, al igual que en las Estrategias Evolutivas, existe una sobrestimación de los valores estimados de la saturación de salmuera, por lo que se aplicó una restricción, la cual consiste en que si un dato sobrepasa los valores inferiores o superiores del dominio, se le asigna el límite, esto quiere decir que si, por ejemplo, se calcula un valor mayor a uno, a este nuevo valor se le asigna un 1. Por lo tanto, los valores que son iguales a uno en realidad son mayores. Así que aplicando estas restricciones, los tres métodos tienen una similitud en la estimación de los parámetros.

Debido a los parámetros de estrategia en las EE-A y al tipo de mutación empleada en las EE-NA, no se necesitan tener restricciones de caja, ya que los valores siempre estarán dentro del dominio establecido para la porosidad, volumen de arcilla y la saturación de la salmuera. En la Figura 5.8 se pueden observar los valores de las velocidades de las ondas P y S, así como la densidad del yacimiento con los respectivos cálculos utilizando los valores de los parámetros

petrofísicos estimados a partir de los tres métodos.

Para un problema en el que existe el mismo número de incógnitas que de ecuaciones, un método estocástico produce resultados similares que un determinista. En el caso de las velocidades de las ondas P y S, los tres métodos tiene soluciones sobrestimadas similares. Para el caso de la densidad, los valores se ajustan de una mejor manera.

Se observaron dependencias entre los parámetros petrofísicos, es decir, si se estima un mal valor de saturación de salmuera, afecta directamente en la estimación de los otros dos parámetros; pero al momento de sustituir estos valores en las ecuaciones del modelo, no existe gran diferencia en los valores si se estiman de manera correcta los tres parámetros.

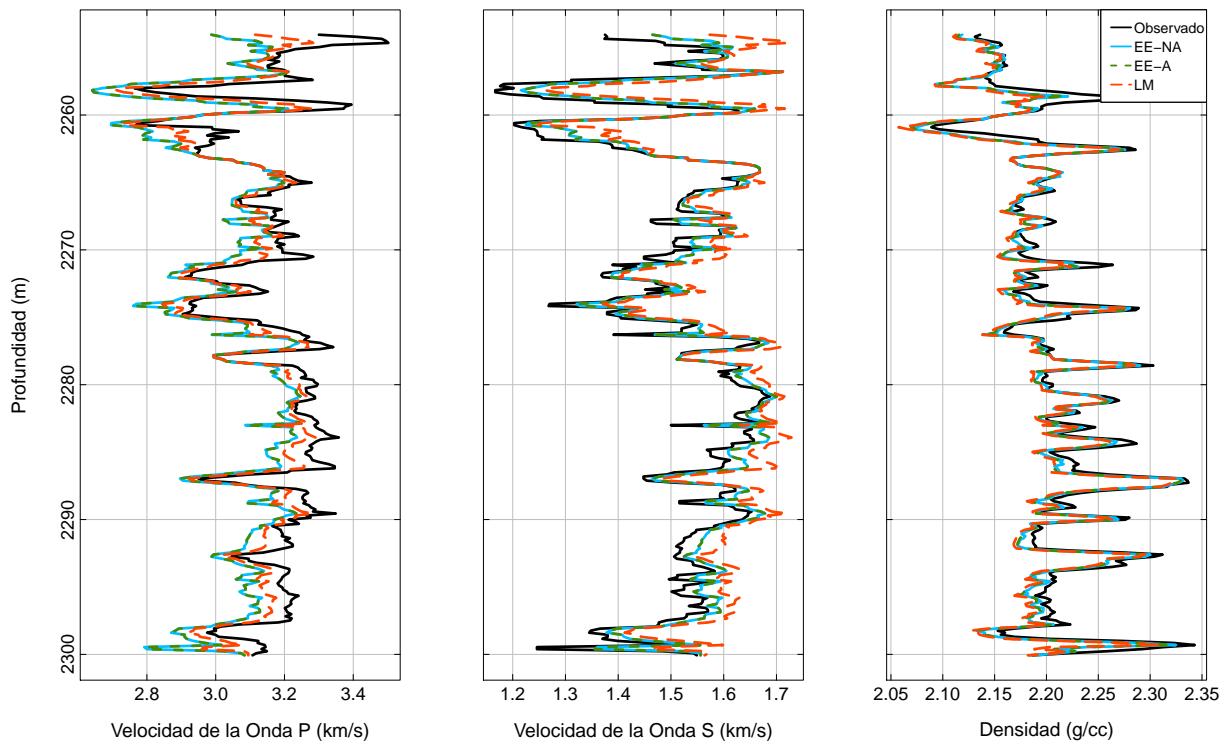


Figura 5.8. Comparación entre los registros sísmicos y de densidad observados y los registros calculados a partir del modelo de Raymer-Dvorkin utilizando todos los algoritmos propuestos.

Similar al ejemplo de la implementación de los algoritmos en un punto de los registros sintéticos, es decir, a una profundidad, se tiene a continuación un caso similar, pero ahora con los datos de un yacimiento petrolero del Mar del Norte.

Cabe señalar que al igual que en el caso de los datos sintéticos, el resultado de la aptitud en el punto seleccionado no es igual que en cualquier otro dato del registro, por lo que en algunas mediciones dan mejores resultados las EE-A.

La Tabla 5.3 muestran los valores observados de las velocidades de las ondas P y S, además de la densidad para la estimación de los parámetros petrofísicos.

Tabla 5.3. Valores de las velocidades y de densidad seleccionados para mostrar el funcionamiento de los tres Algoritmos Evolutivos propuestos en la aplicación (yacimiento petrolero). Las variables V_p y V_s son las velocidades de las ondas P y S, respectivamente, y ρ es la densidad.

Profundidad (m)	V_p (km/s)	V_s (km/s)	ρ (g/cm ³)
2259.988	2.962	1.529	2.159

La Figura 5.9 muestra el funcionamiento de los dos tipos de Estrategias Evolutivas propuestas para la estimación de parámetros petrofísicos. Se puede observar que en este caso, las EE-NA tiene un menor valor de aptitud en comparación con las EE-A. Y a pesar de que prácticamente converge muy rápido, proporciona una mejor solución al problema inverso. Como observación, se estableció un número de 30 generaciones para las EE-NA, pero para poder realizar una comparación con las EE-A, se optó por implementar el algoritmo con las 500 generaciones.

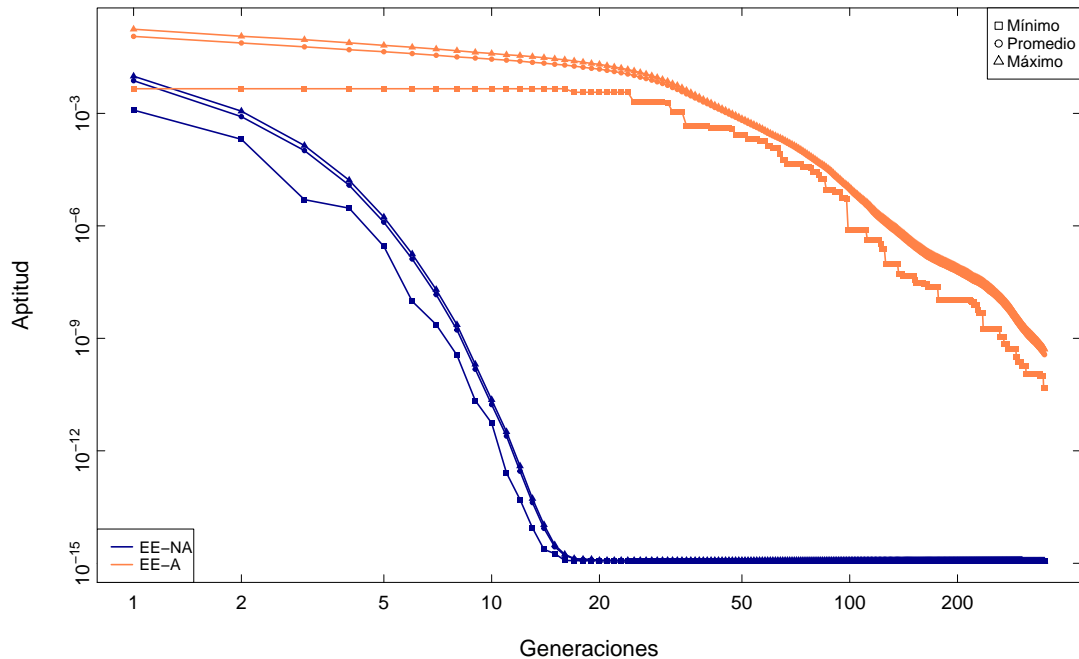


Figura 5.9. Comparación de los valores de aptitud (mínimo, promedio y máximo) de los Algoritmos Evolutivos con respecto a las generaciones realizadas en un punto de los registros. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente.

Con respecto a las EE-NA, uno de los factores que afectan es el tipo de mutación, ya que se establece una desviación estándar relativamente grande, y eso provoca que se necesiten más generaciones para poder lograr la convergencia.

La Tabla 5.4 muestra los valores estimados de los parámetros petrofísicos utilizando los dos tipos de Estrategias Evolutivas.

Tabla 5.4. Comparación de resultados de la estimación de los 3 parámetros petrofísicos utilizando los tres Algoritmos Evolutivos. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente.

Parámetro	EE-NA	EE-A
ϕ	0.2753	0.3018
C	0.233	0.1293
S_w	0.4187	0.659

Debido a que no se cuenta con los datos observados de los parámetros petrofísicos, se procede a calcular las velocidades de las ondas P y S, así como de la densidad para compararlas con los datos observados de la Tabla 5.3.

La Tabla 5.5 muestra el cálculo de las velocidades y la densidad a partir de los parámetros petrofísicos estimados utilizando el modelo de Raymer-Dvorkin.

Tabla 5.5. Comparación de los datos observados de las velocidades de las ondas P (V_p) y S (V_s), y densidad (ρ) con los calculados utilizando el modelo de Raymer-Dvorkin mediante la implementación de los dos tipos de Estrategias Evolutivas para el problema de tres variables. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente.

Variable	Observado	EE-NA	EE-A
V_p (km/s)	2.962	2.962	3.016
V_s (km/s)	1.529	1.529	1.535
ρ (g/cm ³)	2.159	2.159	2.14

13 Variables

Para el planteamiento del problema con 13 variables, se tiene un sistema de ecuaciones con infinitas soluciones. Para este caso se utiliza el mismo criterio con respecto a los parámetros de estrategia al igual que las generaciones implementadas en el problema de tres variables. La Figura 5.10 muestra los tres parámetros principales en el uso del modelo de Raymer-Dvorkin con la aptitud asociada a la inversión de los datos de los registros sísmicos y de densidad. Como

se puede observar en la Figura 5.10, todos los parámetros petrofísicos sufren un cambio debido a que las constantes proporcionadas para el problema de 3 variables ahora son variables, por lo tanto se tiene un valor diferente en cada medición con respecto a la profundidad.

También se puede observar que no se tienen valores de 1 en la saturación de salmuera, por lo que se requiere de más análisis con otros modelos de física de rocas para corroborar estas notables diferencias y decidir cuál es el registro correcto para este parámetro. Con respecto a la aptitud, la EE-NA muestra una mejor estabilidad en comparación con la EE-A, pero todos estos valores están cerca de 10^{-3} .

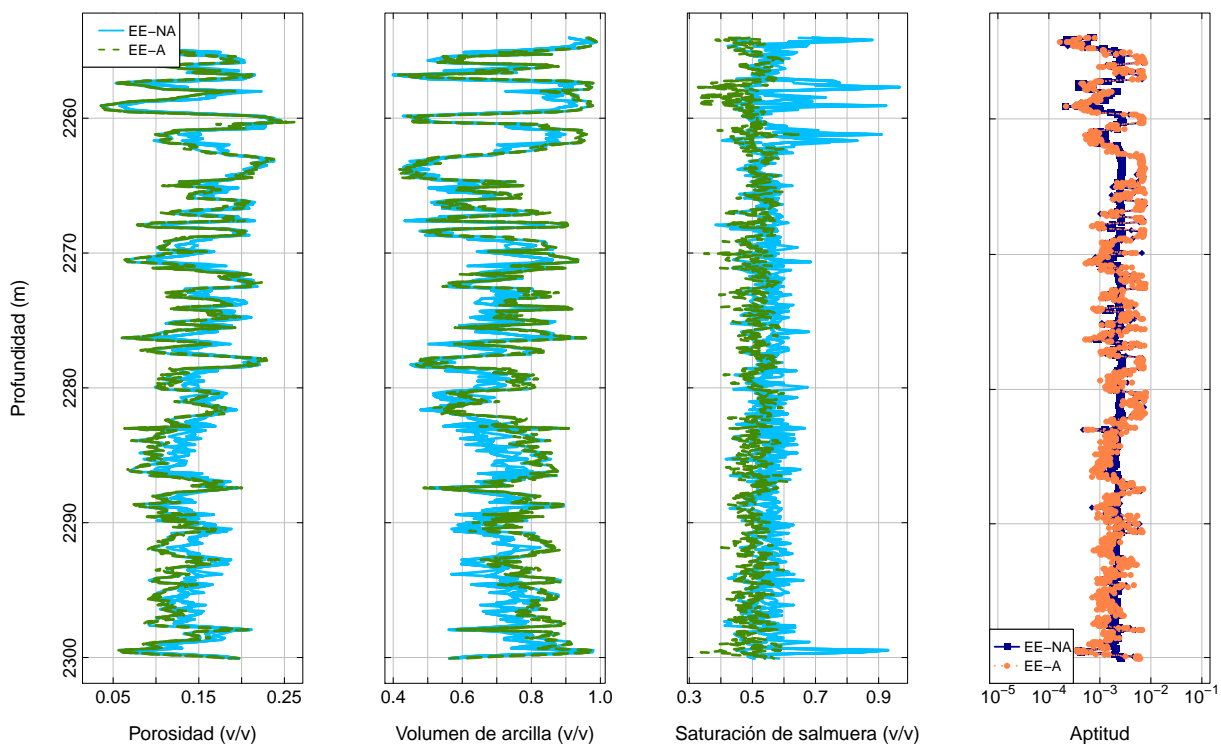


Figura 5.10. Resultados de las 5 pruebas realizadas para la estimación de la porosidad, volumen de arcilla y la saturación de salmuera. La aptitud mostrada se obtiene utilizando las trece variables.

En la Figura 5.11 se muestran los valores estimados de las propiedades elásticas de la arcilla, así como de su densidad; mientras que en la Figura 5.12 las estimaciones para las propiedades del cuarzo. En la Figura 5.13 se observan las estimaciones para la parte del fluido en el material, los cuales son la salmuera y el aceite. Al igual que en los registros de porosidad, volumen de arcilla y saturación de salmuera, los valores de las propiedades de la arcilla, cuarzo, y de los fluidos sufren un gran cambio. Claramente se tiene que para cada dato de profundidad se estima un valor diferente de las densidades y módulos elásticos.

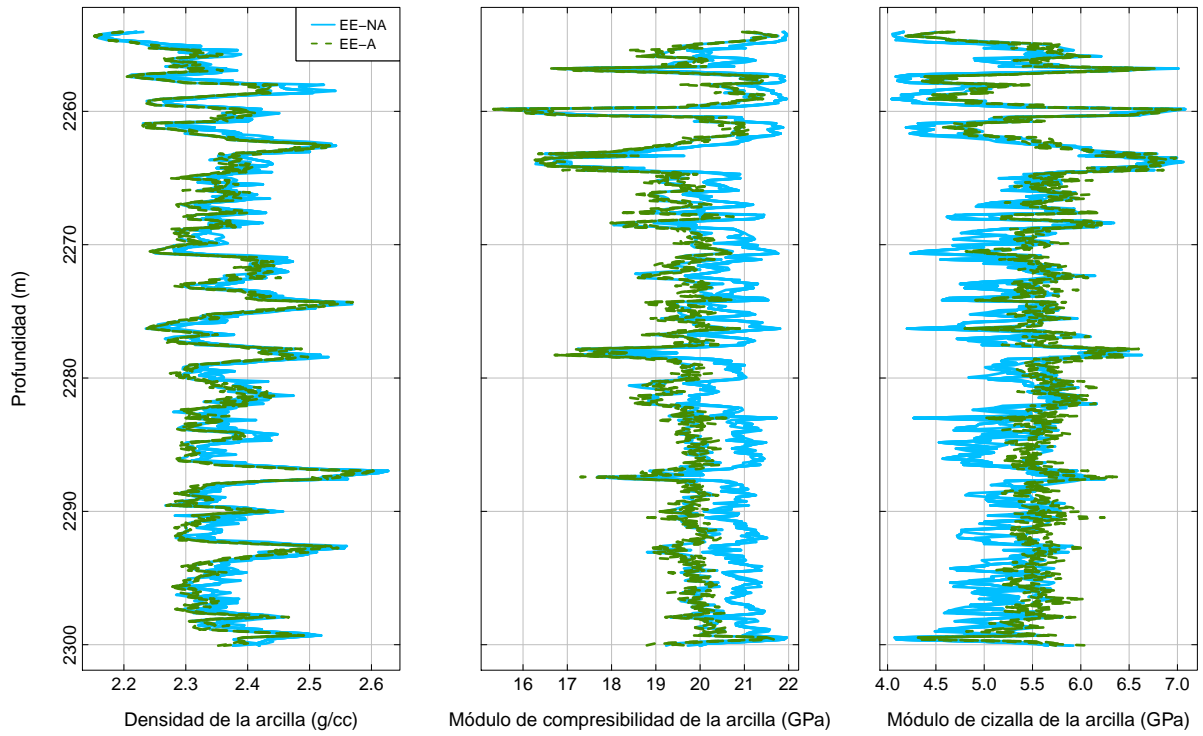


Figura 5.11. Resultados de las 5 pruebas realizadas para la estimación de la densidad de la arcilla, sus módulos de compresibilidad y de cizalla.

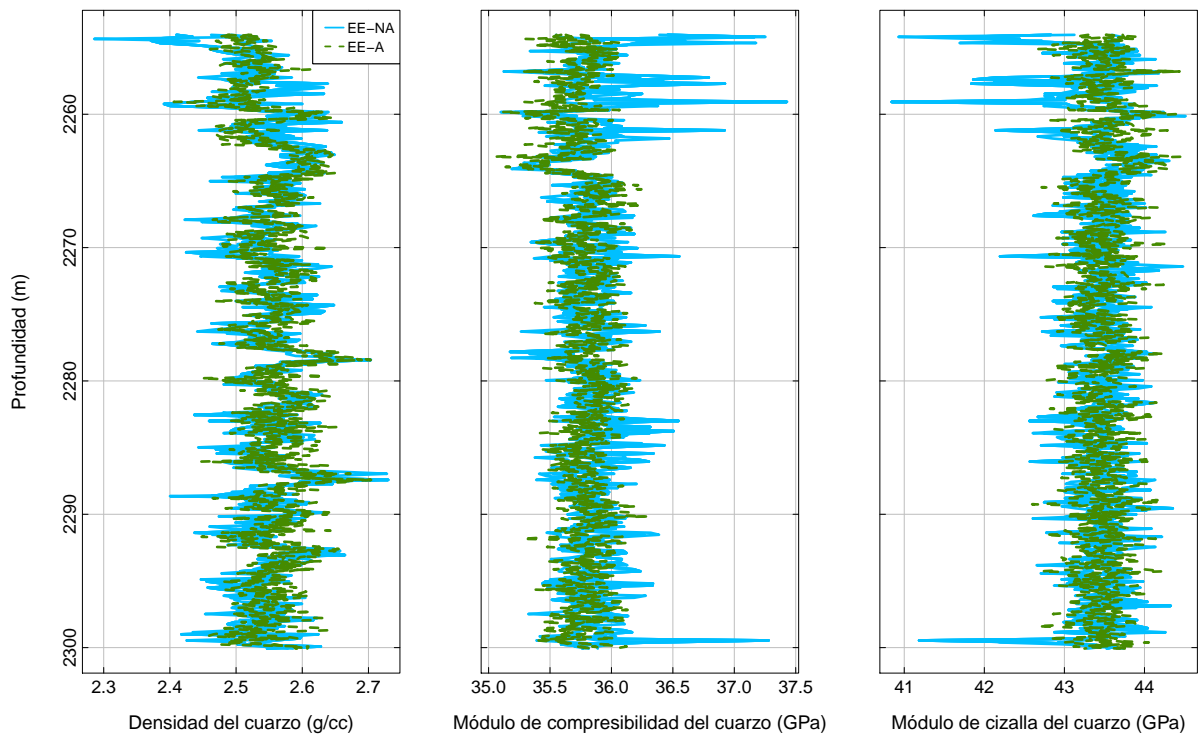


Figura 5.12. Resultados de las 5 pruebas realizadas para la estimación de la densidad del cuarzo, sus módulos de compresibilidad y de cizalla.

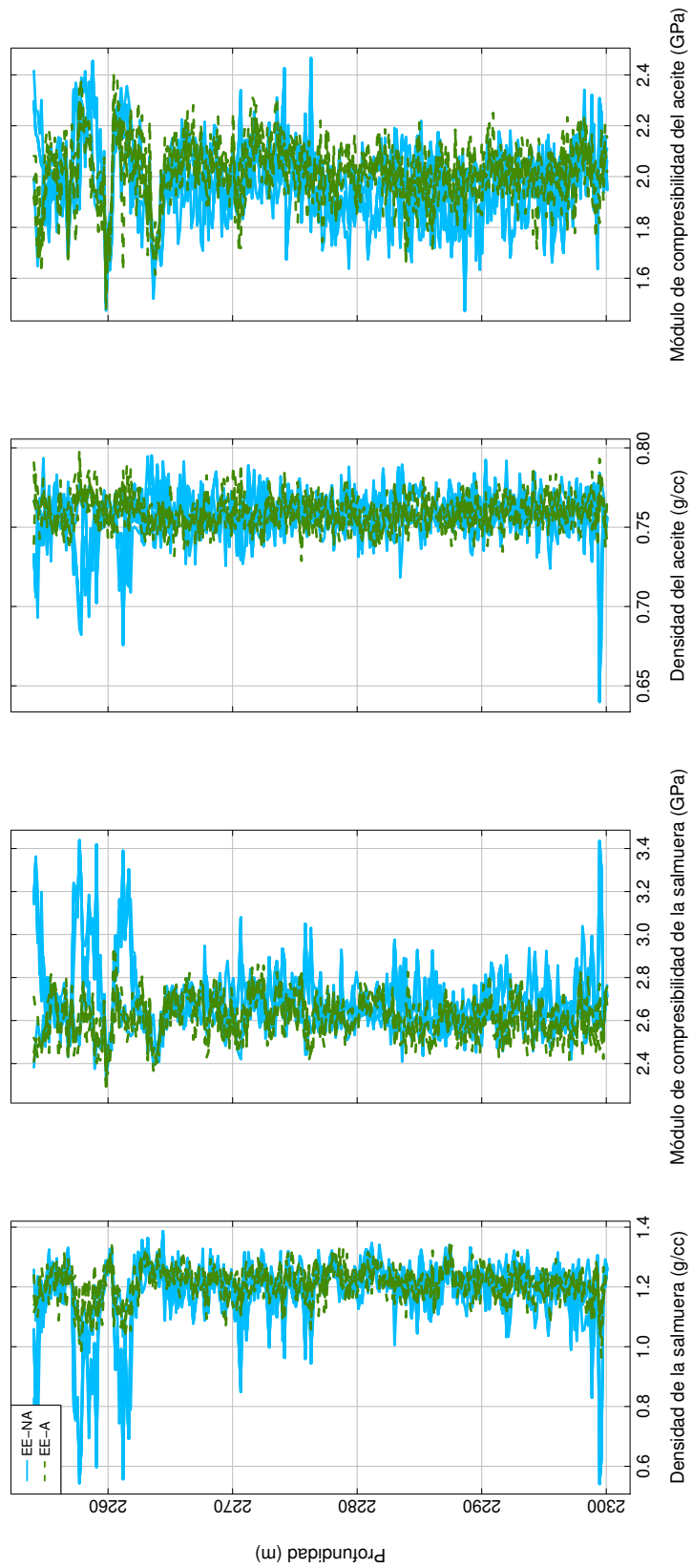


Figura 5.13. Resultados de las 5 pruebas realizadas para la estimación de las densidades de la salmuera y aceite, así como sus respectivos módulos de compresibilidad.

Se tomaron las mejores mediciones de 5 pruebas para cada algoritmo y se calcularon las velocidades y densidades. La Figura 5.14 muestra la comparación de los dos algoritmos con los datos observados, dando como resultado en una mejor aproximación que en el planteamiento del problema con tres variables.

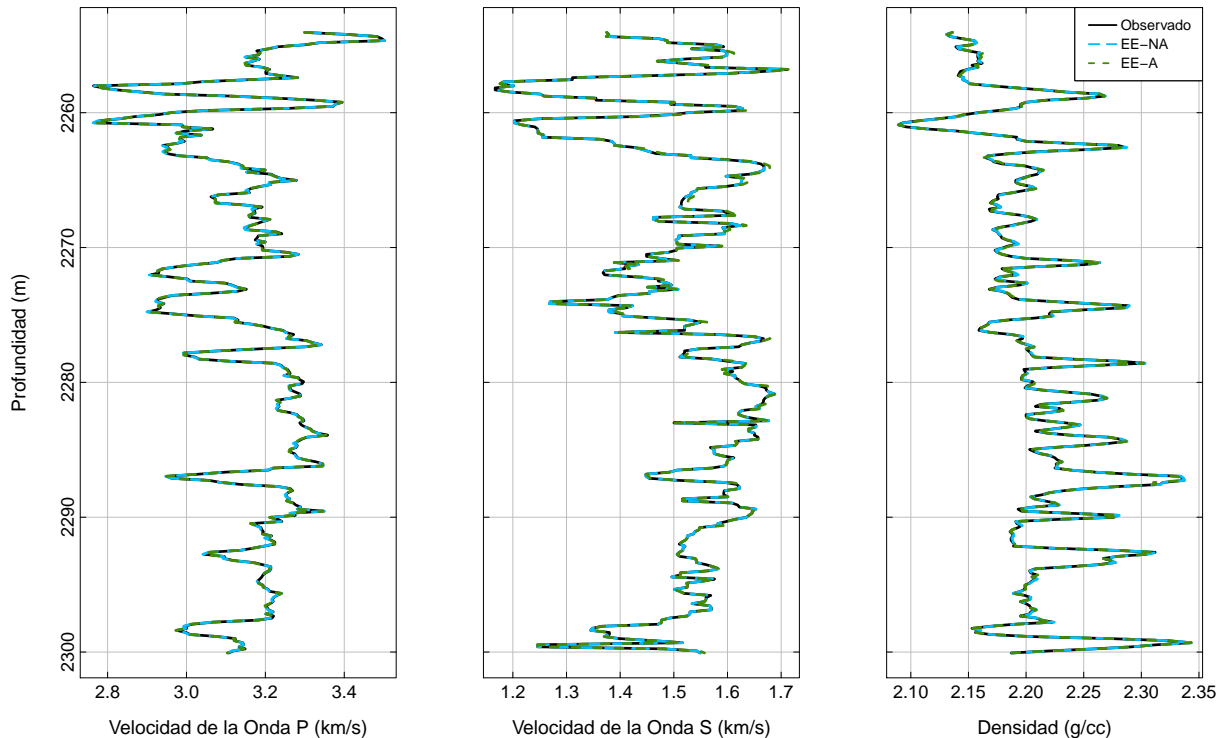


Figura 5.14. Registros observados y calculados de la densidad y sísmicos con la selección de los mejores registros petrofísicos y elásticos.

Una de las razones por las que se tienen valores de 10^{-3} en la aptitud puede ser el intervalo de búsqueda para cada parámetro, por lo que un mejor establecimiento de estos intervalos puede dar como resultado en una menor aptitud. Y como se ha mencionado anteriormente, probar esta metodología con datos que sí cumplan con el modelo podría resultar en mejores estimaciones de parámetros al momento de utilizar estos tipos de algoritmos.

De manera general se mostró una robustez de las Estrategias Evolutivas en la inversión del modelo de Raymer-Dvorkin tanto para los datos sintéticos y la aplicación del yacimiento para tres variables como para el problema de trece variables. Se requiere un análisis en la dependencia de las variables involucradas en este problema y una comparación con otros modelos empíricos.

A continuación se presenta la implementación de los dos tipos de Estrategias Evolutivas para el caso de 13 variables. Se utilizará el mismo punto que en el problema de 3 variables, por lo tanto, la estimación de los parámetros se realiza con los datos de la Tabla 5.3. La Tabla 5.6 muestra los trece parámetros estimados con las EE-NA y EE-A.

Tabla 5.6. Comparación de resultados de la estimación de los 13 parámetros petrofísicos utilizando los tres Algoritmos Evolutivos. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente.

Parámetro	EE-NA	EE-A
ϕ	0.2329	0.2407
C	0.4792	0.4406
S_s	0.5167	0.4779
ρ_c (g/cm ³)	2.4382	2.4032
K_c (GPa)	16.4868	16.3931
G_c (GPa)	6.6955	6.74722
ρ_q (g/cm ³)	2.5779	2.6285
K_q (GPa)	35.6555	35.5296
G_q (GPa)	43.8788	43.9729
ρ_s (g/cm ³)	1.2229	1.2573
K_s (GPa)	2.4277	2.4558
ρ_{hc} (g/cm ³)	0.7776	0.758
K_{hc} (GPa)	1.6711	1.6643

En la Tabla 5.7 se observan los valores calculados de las velocidades de las ondas P y S, además de la densidad a partir de los trece parámetros estimados.

Tabla 5.7. Comparación de los datos observados de las velocidades de las ondas P (V_p) y S (V_s), y densidad (ρ) con los calculados utilizando el modelo de Raymer-Dvorkin mediante la implementación de los dos tipos de Estrategias Evolutivas para el problema de trece variables. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente.

Variable	Observado	EE-NA	EE-A
V_p (km/s)	2.962	2.9597	2.9635
V_s (km/s)	1.529	1.5287	1.5356
ρ (g/cm ³)	2.159	2.1607	2.1602

Como se puede observar en la Tabla 5.7, los valores de las velocidades calculadas a partir de los parámetros petrofísicos muestran valores similares que los observados.

La Figura 5.15 muestra el mínimo, máximo y promedio de las aptitudes calculadas para el problema de 13 variables. A pesar de que no existe una convergencia, la estimación de los parámetros es buena, ya que al momento de sustituir estos parámetros en el modelo de Raymer-Dvorkin, se obtienen valores similares con respecto a los datos de velocidades y densidad observados.

Para los cálculos de los parámetros petrofísicos en los problemas de 3 y 13 variables, se toman los promedios de cada parámetro estimado con los dos tipos de Estrategias Evolutivas.

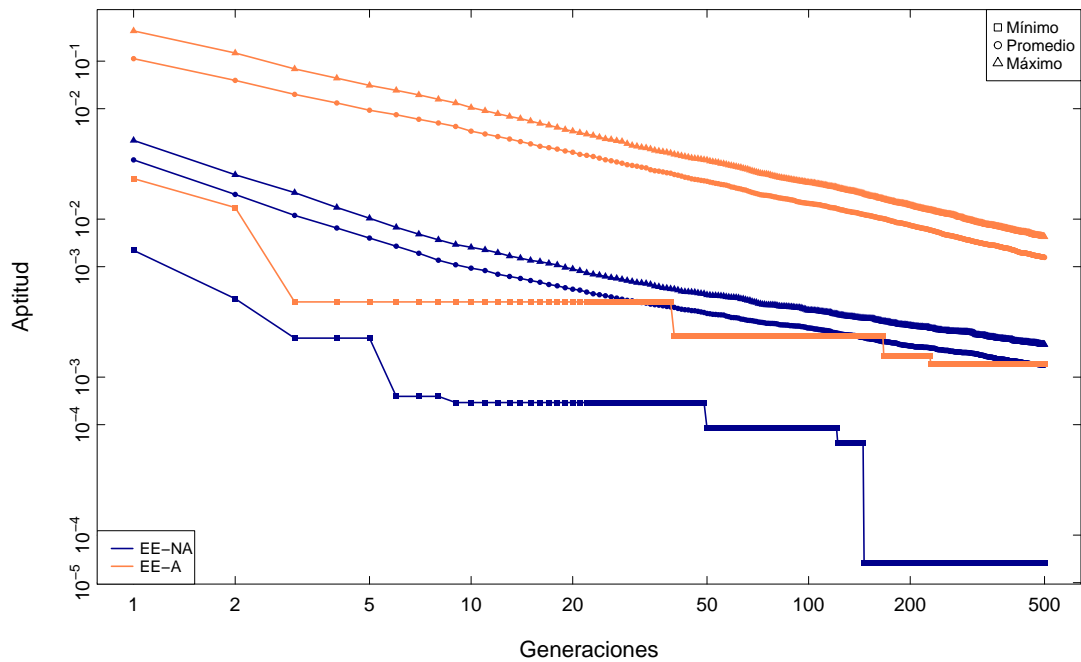


Figura 5.15. Comparación de los valores de aptitud (mínimo, promedio y máximo) de los Algoritmos Evolutivos con respecto a las generaciones realizadas en un punto de los registros para el problema de trece variables. EE-NA y EE-A son las Estrategias Evolutivas No Autoadaptativas y Autoadaptativas, respectivamente.

6.1 Conclusiones

Los algoritmos empleados en este trabajo presentaron buenas aproximaciones para los datos sintéticos, por lo que queda evidenciado el buen uso que pueden tener las Estrategias Evolutivas en la estimación de las propiedades petrofísicas utilizando el modelo de Raymer-Dvorkin. Además se comprobó que los dos tipos de Estrategias Evolutivas son robustos a pesar del tipo de problema planteado. La mutación propuesta en este trabajo presenta un comportamiento similar a las EE Autoadaptativas, y en algunos datos presenta una mejor aproximación a pesar del reducido número de posibles soluciones.

Para una mejor aproximación se deben de tener valores en los que este modelo empírico se cumpla, y así comprobar de una manera eficaz la implementación de las EE, y de manera general los AE propuestos para la inversión.

En el caso de la aplicación a un yacimiento, el problema reside en el modelo empírico utilizado para la estimación de los parámetros petrofísicos, por lo que un cambio en el modelo puede dar un mejor resultado.

Se comprobó que para un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, un método estocástico puede producir resultados similares que un determinista. Con base en esta afirmación, el error producido en la aplicación del yacimiento es producto del modelo de Raymer-Dvorkin y no de la manera de implementar los algoritmos.

Para la situación en la que se tiene un problema de trece variables, los algoritmos siguen mostrando una estabilidad en la aptitud a pesar de que no disminuye, pero existe una mejor aproximación en los valores de las densidades y velocidades de las ondas P y S. Una manera de demostrar su eficacia es que, al igual que en el problema de tres variables, se comparen estos algoritmos con un método determinista.

6.2 Recomendaciones

Es evidente que los algoritmos se pueden mejorar para aproximar de una mejor manera las soluciones al problema inverso. Además, se tiene que comprobar con mayor eficacia el modelo con datos que sí sean de materiales consolidados.

De manera general, a continuación se dan algunas recomendaciones para una mejor estimación de los parámetros petrofísicos mediante el uso del modelo de Raymer-Dvorkin:

- Implementar otro tipo de mutación para los dos tipos de Estrategias Evolutivas.
- Aumentar las soluciones candidatas, es decir, el número de padres.
- Utilizar un número razonable de hijos para tener una mayor diversidad de posibles soluciones al problema.
- Emplear otro tipo de selección para la Programación Evolutiva.
- Realizar más pruebas para emplear un mejor criterio en la elección de las mejores soluciones.
- Utilizar otras ecuaciones para los módulos efectivos, tanto para la fase sólida como para la fase fluida.
- Realizar un análisis estadístico para determinar el peso de cada parámetro petrofísico.

REFERENCIAS

- Asquith, G. B., Krygowski, D., y Gibson, C. R. (2004). *Basic Well Log Analysis*. American Association of Petroleum Geologists.
- Aster, R. C., Borchers, B., y Thurber, C. H. (2013). *Parameter Estimation and Inverse Problems*. Elsevier.
- Avseth, P., Mukerji, T., y Mavko, G. (2010). *Quantitative Seismic Interpretation: Applying Rock Physics Tools to Reduce Interpretation Risk*. Cambridge University Press.
- Bäck, T. (1996). *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms*. Oxford University Press.
- Bäck, T., Foussette, C., y Krause, P. (2013). *Contemporary Evolution Strategies*. Springer.
- Bäck, T. y Schwefel, H.-P. (1993). An overview of evolutionary algorithms for parameter optimization. *Evolutionary Computation*, 1(1): 1–23.
- Batzle, M. y Wang, Z. (1992). Seismic properties of pore fluids. *Geophysics*, 57(11): 1396–1408.
- Beyer, H.-G. (2001). *The Theory of Evolution Strategies*. Springer.
- Beyer, H.-G. y Schwefel, H.-P. (2002). Evolution Strategies—A comprehensive introduction. *Natural Computing*, 1(1): 3–52.
- Bjørlykke, K. (2015). *Petroleum Geoscience*. Springer.
- Buryakovsky, L., Chilingar, G., Shin, S., y Rieke, H. H. (2012). *Fundamentals of the Petrophysics of Oil and Gas Reservoirs*. John Wiley & Sons.
- Carmichael, R. S. (1989). *Practical Handbook of Physical Properties of Rocks and Minerals*. CRC Press.
- Castagna, J. y Backus, M. (1993). Offset-dependent reflectivity—Theory and practice of AVO analysis. *Society of Exploration Geophysicists*.

- Castagna, J. P., Batzle, M. L., y Eastwood, R. L. (1985). Relationships between compressional-wave and shear-wave velocities in clastic silicate rocks. *Geophysics*, 50(4): 571–581.
- Chopard, B. y Tomassini, M. (2018). *An Introduction to Metaheuristics for Optimization*. Springer.
- Chopra, S. y Castagna, J. P. (2014). *AVO*. Society of Exploration Geophysicists.
- Christensen, N. I. y Mooney, W. D. (1995). Seismic velocity structure and composition of the continental crust: A global view. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 100(B6): 9761–9788.
- Cuevas-Jiménez, E. V., Osuna-Enciso, J. V., y Díaz-Cortés, M. A. (2016). *Optimización: Algoritmos Programados con MATLAB*. Alfaomega.
- Deb, K. (2001). *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons.
- Dentith, M. y Mudge, S. T. (2014). *Geophysics for the Mineral Exploration Geoscientist*. Cambridge University Press.
- Domenico, S. (1977). Elastic properties of unconsolidated porous sand reservoirs. *Geophysics*, 42(7): 1339–1368.
- Duc-Hung, L., Cong-Kha, P., Trang, N. T. T., y Tu, B. T. (2012). Parameter extraction and optimization using Levenberg-Marquardt algorithm. En *2012 Fourth International Conference on Communications and Electronics (ICCE)*, pp. 434–437. IEEE.
- Dvorkin, J., Gutierrez, M. A., y Grana, D. (2014). *Seismic Reflections of Rock Properties*. Cambridge University Press.
- Dvorkin, J. y Nur, A. (1998). Time-average equation revisited. *Geophysics*, 63(2): 460–464.
- Dvorkin, J. P. (2008). Yet another V_s equation. *Geophysics*, 73(2): E35–E39.
- Eiben, A. E. y Smith, J. E. (2015). *Introduction to Evolutionary Computing*. Springer.
- Fogel, D. B. (1992). *Evolving Artificial Intelligence*. Tesis Doctoral, University of California, San Diego.

- Fogel, D. B. (1994). An introduction to simulated evolutionary optimization. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 5(1): 3–14.
- Fogel, D. B. (2006). *Evolutionary Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence*. IEEE Press.
- Fogel, L. J., Owens, A. J., y Walsh, M. J. (1966). Artificial intelligence through simulated evolution. *John Wiley*.
- Gardner, G., Gardner, L., y Gregory, A. (1974). Formation velocity and density—The diagnostic basics for stratigraphic traps. *Geophysics*, 39(6): 770–780.
- Gassmann, F. (1951). On elasticity of porous media. *Vierteljahrsschrder Naturforschenden Gessellschaft*, 96: 1–23.
- Gaymard, R. y Poupon, A. (1968). Response of neutron and formation density logs in hydrocarbon bearing formations. *The Log Analyst*, 9(5).
- Geertsma, J. (1961). Velocity-log interpretation: The effect of rock bulk compressibility. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1(04): 235–248.
- Goldberg, D. E. y Holland, J. H. (1989). Genetic Algorithms and Machine Learning. *Machine Learning*, 3(2): 95–99.
- Grana, D. (2016). Bayesian linearized rock-physics inversion. *Geophysics*, 81(6): D625–D641.
- Greenberg, M. y Castagna, J. (1992). Shear-wave velocity estimation in porous rocks: Theoretical formulation, preliminary verification and applications 1. *Geophysical Prospecting*, 40(2): 195–209.
- Gupta, D. K., Bhowmick, D., Shankar, U., y Sain, K. (2012). Transformation from acoustic to reservoir properties based on ant colony model and effective medium theory. En *2012 SEG Annual Meeting*. Society of Exploration Geophysicists.
- Han, D., Nur, A., y Morgan, D. (1986). Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones. *Geophysics*, 51(11): 2093–2107.
- Hill, R. (1952). The elastic behaviour of a crystalline aggregate. *Proceedings of the Physical Society. Section A*, 65(5): 349–354.

- Holland, J. H. (1973). Genetic Algorithms and the optimal allocation of trials. *SIAM Journal on Computing*, 2(2):88–105.
- Holland, J. H. (1992). *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. MIT Press.
- Kacprzyk, J. y Pedrycz, W. (2015). *Springer Handbook of Computational Intelligence*. Springer.
- Kallel, L., Naudts, B., y Rogers, A. (2013). *Theoretical Aspects of Evolutionary Computing*. Springer.
- Kennedy, M. (2015). *Practical Petrophysics*. Elsevier.
- Krief, M., Garat, J., Stellingwerff, J., y Ventre, J. (1990). A petrophysical interpretation using the velocities of P and S waves (full-waveform sonic). *The Log Analyst*, 31(06).
- Levenberg, K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2(2): 164–168.
- Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2): 431–441.
- Mavko, G., Mukerji, T., y Dvorkin, J. (2009). *The Rock Physics Handbook: Tools for Seismic Analysis of Porous Media*. Cambridge University Press.
- Meju, M. A. (1994). *Geophysical Data Analysis: Understanding Inverse Problem Theory and Practice*. Society of Exploration Geophysicists.
- Menke, W. (2012). *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press.
- Obuchowicz, A. (2018). *Stable Mutations for Evolutionary Algorithms*. Springer.
- Ojala, I. (2009). Using rock physics for constructing synthetic sonic logs. En *ROCKENG09: Proceedings of the 3rd CANUS Rock Mechanics Symposium, Toronto*.
- Pickett, G. R. (1963). Acoustic character logs and their applications in formation evaluation. *Journal of Petroleum Technology*, 15(06): 659–667.
- Pineda-Cortés, L. A. (2017). *La Computación en México por Especialidades Académicas*. Academia Mexicana de Computación A. C. (Amexcomp).

- Raymer, L., Hunt, E., y Gardner, J. S. (1980). An improved sonic transit time-to-porosity transform. En *SPWLA 21st Annual Logging Symposium*. Society of Petrophysicists and Well-Log Analysts.
- Rechenberg, I. (1965). Cybernetic solution path of an experimental problem. *Royal Aircraft Establishment Library Translation 1122*.
- Rechenberg, I. (1973). Evolutionsstrategie: Optimierung technischer systeme nach prinzipien der biologischen evolution. *Frommann-Holzboog*.
- Reuss, A. (1929). Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 9(1): 49–58.
- Rudolph, G. (2012). Evolutionary Strategies. En *Handbook of Natural Computing*, pp. 673–698. Springer.
- Saxena, V., Krief, M., y Adam, L. (2018). *Handbook of Borehole Acoustics and Rock Physics for Reservoir Characterization*. Elsevier.
- Schön, J. H. (2015). *Physical Properties of Rocks: Fundamentals and Principles of Petrophysics*. Elsevier.
- Schubert, G. (2015). *Treatise on Geophysics*. Elsevier.
- Schwefel, H.-P. (1995). *Evolution and Optimum Seeking*. Wiley New York.
- Sen, M. K. y Stoffa, P. L. (2013). *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Cambridge University Press.
- Simm, R., Bacon, M., y Bacon, M. (2014). *Seismic Amplitude: An Interpreter's Handbook*. Cambridge University Press.
- Spears, W. M. (2013). *Evolutionary Algorithms: The Role of Mutation and Recombination*. Springer.
- Tarantola, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. siam.

- Tiab, D. y Donaldson, E. C. (2015). *Petrophysics: Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties*. Gulf Professional Publishing.
- Tixier, M., Alger, R., y Doh, C. (1959). Sonic logging. *Petroleum Transactions, AIME*, 216: 106–114.
- Tosaya, C. y Nur, A. (1982). Effects of diagenesis and clays on compressional velocities in rocks. *Geophysical Research Letters*, 9(1): 5–8.
- Vernik, L. (1994). Predicting lithology and transport properties from acoustic velocities based on petrophysical classification of siliciclastics. *Geophysics*, 59(3): 420–427.
- Vernik, L., Fisher, D., y Bahret, S. (2002). Estimation of net-to-gross from P and S impedance in deepwater turbidites. *The Leading Edge*, 21(4): 380–387.
- Voigt, W. (1910). *Lehrbuch der Kristallphysik*. Leipzig: Teubner.
- Watt, J. P., Davies, G. F., y O'Connell, R. J. (1976). The elastic properties of composite materials. *Reviews of Geophysics*, 14(4): 541–563.
- Williams, D. M. (1990). The acoustic log hydrocarbon indicator. En *SPWLA 31st Annual Logging Symposium*. Society of Petrophysicists and Well-Log Analysts.
- Wolpert, D. H. y Macready, W. G. (1997). No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1): 67–82.
- Wu, W. y Grana, D. (2017). Integrated petrophysics and rock physics modeling for well log interpretation of elastic, electrical, and petrophysical properties. *Journal of Applied Geophysics*, 146: 54–66.
- Wyllie, M. R. J., Gregory, A. R., y Gardner, G. H. F. (1958). An experimental investigation of factors affecting elastic wave velocities in porous media. *Geophysics*, 23(3): 459–493.
- Wyllie, M. R. J., Gregory, A. R., y Gardner, L. W. (1956). Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media. *Geophysics*, 21(1): 41–70.
- Xu, S. y White, R. (1995). A new velocity model for clay-sand mixtures. *Geophysical Prospecting*, 43: 91–118.

- Yao, X. y Liu, Y. (1997). Fast Evolution Strategies. En *International Conference on Evolutionary Programming*, pp. 149–161. Springer.
- Yao, X., Liu, Y., y Lin, G. (1999). Evolutionary Programming made faster. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(2): 82–102.
- Zhdanov, M. S. (2002). *Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems*. Elsevier.
- Zhdanov, M. S. (2015). *Inverse Theory and Applications in Geophysics*. Elsevier.

A.1 Introducción al método de LM

Este método es una modificación del método de Gauss-Newton (GN), el cual asegura que exista una solución para matrices singulares o donde el Hessiano es cero. El método de LM tiene como objetivo resolver el problema de mínimos cuadrados no lineales. Si se considera a \mathbf{m} como el vector de los parámetros, la actualización del modelo es:

$$\Delta \mathbf{m} = - \left(\mathbf{J}(\mathbf{m})^T \mathbf{J}(\mathbf{m}) + \lambda \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{m})^T \mathbf{F}(\mathbf{m}) \quad (\text{A.1})$$

donde \mathbf{J} es el Jacobiano, \mathbf{F} es la función evaluada en los puntos \mathbf{m} , \mathbf{I} es la matriz identidad, T significa transpuesta, y el parámetro λ se ajusta con el curso de las iteraciones para asegurar la convergencia. Un reto al implementar el método de LM es el asignar los valores de λ denominado parámetro de amortiguamiento. La estrategia general es usar valores pequeños de λ en situaciones donde el método de GN funciona de manera correcta, o incrementar el valor del parámetro cuando no se tiene una reducción de la norma residual (Aster *et al.*, 2013).

Adaptando esta metodología al modelo de Raymer-Dvorkin, se tiene lo siguiente:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1(\phi, C, S_w) \\ f_2(\phi, C, S_w) \\ f_3(\phi, C, S_w) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_p - ((1 - \phi)^2 V_{p_m} + \phi V_{p_f}) \\ V_s - \left(1 - \phi \right)^2 V_{s_m} \sqrt{\frac{(1 - \phi) \rho_m}{(1 - \phi) \rho_m + \phi \rho_f}} \\ \rho - ((1 - \phi) \rho_m + \phi \rho_f) \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Para este trabajo se utiliza solamente el Jacobiano debido a que las segundas derivadas de f_3 con respecto a los tres parámetros (ϕ , C y S_w) son cero, por lo que se tiene una matriz singular. Pero existe una alternativa para aproximar el Hessiano mediante la matriz Jacobiana (Aster *et al.*, 2013):

$$\mathbf{H}(f(\mathbf{m})) \approx 2\mathbf{J}(\mathbf{m})^T \mathbf{J}(\mathbf{m}) \quad (\text{A.3})$$

En el contexto de la regresión no lineal, se espera que la función $f(\mathbf{m})$ sea pequeña a medida que se acerca a los parámetros óptimos \mathbf{m}^* , por lo que esta debería ser una aproximación razonable en la vecindad de la solución.

El Jacobiano se representa de la siguiente manera:

$$\mathbf{J}(\phi, C, S_w) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \phi} & \frac{\partial f_1}{\partial C} & \frac{\partial f_1}{\partial S_w} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \phi} & \frac{\partial f_2}{\partial C} & \frac{\partial f_2}{\partial S_w} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \phi} & \frac{\partial f_3}{\partial C} & \frac{\partial f_3}{\partial S_w} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Las derivadas parciales analíticas de las funciones se muestran en la Sección A.2. A continuación se muestra el pseudocódigo para la implementación del algoritmo de LM utilizando otra estrategia para la actualización del parámetro λ (Duc-Hung *et al.*, 2012).

Algoritmo A.1 Método de Levenberg Marquardt

- 1: Establecer el modelo inicial \mathbf{m}^0
 - 2: Definir el valor de λ
 - 3: **mientras** No se cumpla el criterio de terminación **hacer**
 - 4: Calcular $F(\mathbf{m}^k)$
 - 5: $\mathbf{m}^{k+1} = \mathbf{m}^k - \left(\mathbf{J}(\mathbf{m}^k)^T \mathbf{J}(\mathbf{m}^k) + \lambda \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{m}^k)^T \mathbf{F}(\mathbf{m}^k)$
 - 6: Evaluar $F(\mathbf{m}^{k+1})$
 - 7: **si** $F(\mathbf{m}^{k+1}) \geq F(\mathbf{m}^k)$ **entonces**
 - 8: Incrementar λ por un factor de 10 (u otro factor) e ir a la línea 4
 - 9: **fin si**
 - 10: **si** $F(\mathbf{m}^{k+1}) < F(\mathbf{m}^k)$ **entonces**
 - 11: Disminuir λ por un factor de 10, actualizar la solución e ir a la línea 5
 - 12: **fin si**
 - 13: $k = k + 1$
 - 14: **fin mientras**
-

A.2 Derivadas parciales

Las derivadas parciales de las funciones son las siguientes:

$$\frac{\partial f_1}{\partial \phi} = 2(1 - \phi)V_{p_m} - V_{p_f} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial C} = -\frac{(1 - \phi)^2 \alpha_p \rho_m - (K_m + \frac{4}{3}G_m)(\rho_c - \rho_q)}{2V_{p_m} \rho_m^2} \quad (\text{A.6})$$

donde

$$\alpha_p = \frac{1}{2} \left((K_c - K_q) - \frac{1/K_c - 1/K_q}{(C/K_c + (1 - C)/K_q)^2} \right) + \frac{2}{3} \left((G_c - G_q) - \frac{1/G_c - 1/G_q}{(C/G_c + (1 - C)/G_q)^2} \right) \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial S_w} = -\frac{\phi}{2V_{p_f}} \frac{(K_w - K_{hc})\rho_f - (\rho_w - \rho_{hc})K_f}{\rho_f^2} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \phi} = 2(1 - \phi)V_{s_m} \sqrt{\frac{(1 - \phi)\rho_m}{(1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f}} + \frac{(1 - \phi)^2 \rho_m \rho_f V_{s_m}}{2((1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f)^2 \sqrt{\frac{(1 - \phi)\rho_m}{(1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f}}} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial C} = & -\frac{(1 - \phi)^2 (\alpha_s \rho_m - G_m(\rho_c - \rho_q))}{2\rho_m^2 V_{s_m}} \sqrt{\frac{(1 - \phi)\rho_m}{(1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f}} \\ & - \frac{\phi(1 - \phi)^3 (\rho_c - \rho_q) \rho_f V_{s_m}}{2((1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f)^2 \sqrt{\frac{(1 - \phi)\rho_m}{(1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f}}} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

donde

$$\alpha_s = \frac{1}{2} \left((G_c - G_q) - \frac{1/G_c - 1/G_q}{(C/G_c + (1 - C)/G_q)^2} \right) \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial S_w} = \frac{\phi(1 - \phi)^3 V_{s_m} (\rho_w - \rho_{hc}) \rho_m}{2((1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f)^2 \sqrt{\frac{(1 - \phi)\rho_m}{(1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f}}} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \phi} = \rho_m - \rho_f \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial C} = -(1 - \phi)(\rho_c - \rho_q) \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial S_w} = -\phi(\rho_w - \rho_{hc}) \quad (\text{A.15})$$

B.1 Introducción a la PE

De acuerdo a Bäck y Schwefel (1993), la PE Autoadaptativa o clásica se implementa de la siguiente manera:

1. Generar una población inicial de μ individuos, establece $k = 1$. Cada individuo es tomado como un par de vectores de valores reales, (\mathbf{x}_i, σ_i) , $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$, donde \mathbf{x}_i son las variables objetivo y η_i son las desviaciones estándar para las mutaciones Gaussianas (también conocidas como los parámetros de estrategia en los algoritmos evolutivos autoadaptativos).
2. Evaluar la aptitud para cada individuo (\mathbf{x}_i, σ_i) , $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$, de la población según la función objetivo, $f(\mathbf{x}_i)$.
3. Cada padre (\mathbf{x}_i, σ_i) , $i = 1, \dots, \mu$, crea un descendiente (\mathbf{x}'_i, η'_i) mediante: **para** $j = 1, \dots, n$

$$x'_i(j) = x_i(j) + \sigma_i(j)N_j(0, 1) \quad (\text{B.1})$$

$$\sigma'_i(j) = \sigma_i(j) \exp(\tau'N(0, 1) + \tau N_j(0, 1)) \quad (\text{B.2})$$

donde $x_i(j)$, $x'_i(j)$, $\sigma_i(j)$ y $\sigma'_i(j)$ indican la j -ésima componente de los vectores \mathbf{x}_i , \mathbf{x}'_i , σ_i y η'_i , respectivamente. $N(0, 1)$ denota un número aleatorio normalmente distribuido en una dimensión con media cero y desviación estándar uno. $N_j(0, 1)$ indica que el número aleatorio es generado para cada valor de j . Los factores τ y τ' se establecen como $(\sqrt{2\sqrt{n}})^{-1}$ y $(\sqrt{2n})^{-1}$.

4. Calcular la aptitud de cada descendiente $(\mathbf{x}'_i, \sigma'_i)$, $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$.

5. Realizar comparaciones por pares sobre la unión de padres (\mathbf{x}_i, σ_i) e hijos $(\mathbf{x}'_i, \sigma'_i)$, $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$. Para cada individuo, los q oponentes son elegidos uniformemente al azar de todos los padres y descendientes. Para cada comparación, si la aptitud del individuo es menor (o mayor en caso de maximizar) que la del oponente, este recibe una “victoria”.
6. Seleccionar los μ individuos de (\mathbf{x}_i, σ_i) y $(\mathbf{x}'_i, \sigma'_i)$, $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$, que tengan más victorias. Estos serán los padres de la próxima generación.
7. Si no se cumple el criterio de terminación, ir al Paso 3. Establecer $k = k + 1$.

A continuación se presenta el pseudocódigo para la implementación de la PE utilizada en el presente trabajo.

Algoritmo B.1 Programación Evolutiva

- 1: **Definir** μ, σ, n
 - 2: **Iniciar** $P = \{(\mathbf{x}_k, \sigma_k, f(\mathbf{x}_k)), k = 1, \dots, \mu\}$
 - 3: **mientras** No se cumpla el criterio de terminación **hacer**
 - 4: **para** $k = 1, \dots, \mu$ **hacer**
 - 5: $\sigma_k \leftarrow \text{mutar}(\sigma_k)$
 - 6: $\mathbf{x}_k \leftarrow \text{mutar}(\sigma_k, \mathbf{x}_k) \in \mathbb{R}^n$
 - 7: **fin para**
 - 8: $P \leftarrow P \cup \{(\mathbf{x}_k, \sigma_k, f(\mathbf{x}_k)), k = 1, \dots, \mu\}$
 - 9: $P \leftarrow \text{seleccionar}(P, \mu)$
 - 10: $P \leftarrow \text{ordenar}(P)$
 - 11: **fin mientras**
-

APÉNDICE C

MODELO DE RAYMER-DVORKIN

A continuación se muestra el modelo utilizado en el presente trabajo, así como las ecuaciones de las densidades y módulos elásticos de la matriz y del fluido.

$$V_p = (1 - \phi)^2 V_{p_m} + \phi V_{p_f} \quad (C.1)$$

$$V_s = (1 - \phi)^2 V_{s_m} \sqrt{\frac{(1 - \phi)\rho_m}{(1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f}} \quad (C.2)$$

$$\rho = (1 - \phi)\rho_m + \phi\rho_f \quad (C.3)$$

donde

$$V_{p_m} = \sqrt{\frac{K_m + \frac{4}{3}G_m}{\rho_m}} \quad (C.4)$$

$$V_{p_f} = \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f}} \quad (C.5)$$

$$V_{s_m} = \sqrt{\frac{G_m}{\rho_m}} \quad (C.6)$$

$$\rho_m = \rho_c C + \rho_q(1 - C) \quad (C.7)$$

$$\rho_f = \rho_w S_w + \rho_{hc}(1 - S_w) \quad (C.8)$$

$$K_m = \frac{(CK_c + (1 - C)K_q) + \frac{1}{C/K_c + (1 - C)K_q}}{2} \quad (C.9)$$

$$G_m = \frac{(CG_c + (1 - C)G_q) + \frac{1}{C/G_c + (1 - C)G_q}}{2} \quad (\text{C.10})$$

$$K_f = S_w K_w + (1 - S_w) K_{hc} \quad (\text{C.11})$$

En el modelo sintético se utilizó una saturación de agua por lo que se utilizan las ecuaciones anteriores. En la aplicación se implementó el modelo con saturación de salmuera, y solamente se sustituye el subíndice w por s. Con respecto a la fase sólida, las ecuaciones no sufren alguna transformación.