

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES**



**SISTEMA VOLUMÉTRICO PARA *Pinus oocarpa* Schiede y *Pinus douglasiana* Martínez EN EL ESTADO DE DURANGO**

TESIS DE MAESTRÍA

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS FORESTALES

PRESENTA:

ING. JAVIER EDUARDO VALENCIA CANALES

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES

SISTEMA VOLUMÉTRICO PARA *Pinus oocorpa* Schiede y *Pinus douglasiana* Martínez EN EL ESTADO DE DURANGO

TESIS DE MAESTRÍA

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS FORESTALES

COMITÉ DE TESIS:



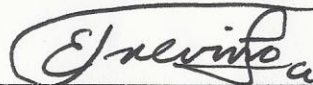
---

DR. OSCAR A. AGUIRRE CALDERÓN  
DIRECTOR



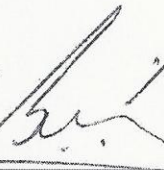
---

DR. JAVIER JIMÉNEZ PÉREZ  
ASESOR



---

DR. EDUARDO J. TREVIÑO GARZA  
ASESOR



---

DR. BENÉDICTO VARGAS LARRETA  
ASESOR EXTERNO

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por otorgar las facilidades para la obtención de beca durante el período de estudios de la Maestría.

Al personal docente y administrativo de la Facultad de Ciencias Forestales por todas las facilidades y atenciones que recibí durante mi estancia y desarrollo académico en esta Facultad, así como a la Universidad Autónoma de Nuevo León, por fortalecer y fomentar la excelencia educativa.

Deseo manifestar mi agradecimiento, al cuerpo de Catedráticos de la Facultad de Ciencias Forestales de la UANL, que en su permanente labor de enseñanza, realizan un noble esfuerzo en la formación y superación de nuevos y mejores profesionistas forestales. A todos gracias.

Al Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón, por su dirección en el trabajo de tesis, su guía y supervisión en las diversas fases, sus observaciones, por su incansable esfuerzo, por su simpatía, por su sencillez, por su apoyo moral, por el aprecio, por la paciencia que tuvo para conmigo, ..., pero sobre todo por su Amistad.

Al Dr. Benedicto Vargas Larreta por sus amables comentarios y sugerencias dentro del presente trabajo, por su inagotable paciencia, así como por todo el apoyo recibido para la culminación del trabajo de tesis y por su magnífica amistad.

Al Dr. Eduardo Javier Treviño Garza por sus amables comentarios y sugerencias dentro del presente trabajo, así como por todos los apoyos recibidos durante mi estancia en Linares.

Al Dr. Javier Jiménez Pérez por su entusiasta participación dentro del comité de tesis, sus comentarios y observaciones así como por todos los apoyos recibidos durante mi estancia en Linares.

Al Dr. Luis Gerardo Cuellar Rodríguez, por su atenta disposición y apoyo en todos los aspectos y en cada una de las veces que se le requirió.

A los responsables técnicos de los distintos ejidos y comunidades que conforman la UMAFOR 1008 por el apoyo prestado y por el aporte de datos de los árboles tipo procedentes de sus predios.

## DEDICATORIA

*A Dios, quién supo guiarme por el buen camino, por haberme acompañado y guiado a lo largo de mi carrera, por ser mi fortaleza en los momentos de debilidad y por brindarme una vida llena de aprendizajes, experiencias y sobre todo felicidad.*

*A mis padres: Gloria y Julio Cesar, por su esfuerzo, por educarme con bases sólidas que me permitieran ser la persona que hoy soy, por sus consejos, que me permitieron hacerle frente a los problemas que surgieron durante mis estudios, por los sacrificios que hicieron para darme lo mejor en todos los aspectos de mi vida, pero sobre todo, por el infinito amor que me demuestran día con día.*

*A mis abuelos Socorro Castañeda y Juan Canales (QEPD), por quererme y apoyarme siempre, por ser un ejemplo a seguir y por cuidar de mi durante todo el tiempo que estuve junto a ustedes.*

*A mi tía Beatriz Canales, por ser una madre para mí, porque a pesar del tiempo sigue demostrándome su amor, esto también se lo debo a usted.*

# CONTENIDO

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2. OBJETIVOS E HIPÓTESIS</b>	<b>4</b>
<b>2.1. OBJETIVOS</b>	<b>4</b>
<b>2.1.1. OBJETIVO GENERAL</b>	<b>4</b>
<b>2.1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>4</b>
<b>2.2. HIPÓTESIS</b>	<b>5</b>
<b>3. ANTECEDENTES</b>	<b>6</b>
<b>3.1. MODELOS DE CRECIMIENTO FORESTAL</b>	<b>6</b>
<b>3.1.1. ECUACIONES DE VOLUMEN</b>	<b>7</b>
<b>3.2. TARIFAS DE CUBICACIÓN</b>	<b>13</b>
<b>3.3. ECUACIONES DE AHUSAMIENTO</b>	<b>18</b>
<b>4. MATERIALES Y MÉTODOS</b>	<b>26</b>
<b>4.1. ZONA DE ESTUDIO</b>	<b>26</b>
<b>4.2 DESCRIPCIÓN DE LAS ESPECIES</b>	<b>27</b>
<b>4.3 TOMA DE DATOS</b>	<b>29</b>
<b>4.4 CÁLCULO DEL VOLUMEN DE LAS SECCIONES Y RAMAS</b>	<b>31</b>
<b>4.5 TARIFAS VOLUMÉTRICAS UTILIZADAS</b>	<b>35</b>
<b>4.6 FUNCIONES COMPATIBLES DE VOLUMEN-AHUSAMIENTO</b>	<b>36</b>
<b>4.7 PROCEDIMIENTO DE AJUSTE Y CRITERIOS DE SELECCIÓN DEL MEJOR MODELO</b>	<b>40</b>
<b>4.7.1 CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN DE LOS ERRORES</b>	<b>41</b>
<b>4.7.2 CORRECCIÓN DE LA HETEROCEDASTICIDAD</b>	<b>42</b>
<b>4.7.3 EVALUACIÓN DE LA BONDAD DE AJUSTE DE LOS MODELOS</b>	<b>43</b>
<b>4.8 VALIDACIÓN DE LOS MODELOS</b>	<b>45</b>
<b>5. DISCUSIÓN Y RESULTADOS</b>	<b>46</b>
<b>5.1 MODELOS DE VOLUMEN TOTAL ÁRBOL (VTA) CON CORTEZA</b>	<b>46</b>
<b>5.2 ECUACIONES FINALES PARA ESTIMAR EL VOLUMEN TOTAL ÁRBOL (VTA) CON CORTEZA</b>	<b>48</b>
<b>5.3 MODELO COMPATIBLE VOLUMEN-AHUSAMIENTO</b>	<b>51</b>
<b>6. CONCLUSIONES</b>	<b>53</b>
<b>8. BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>54</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1 Distribución de la muestra por especie</i> -----	33
<i>Tabla 2 Estadísticos descriptivos del diámetro normal (dap) de la muestra empleada por especie</i> -----	34
<i>Tabla 3 Estadísticos descriptivos de la altura total (ht) de la muestra empleada por especie</i> -----	34
<i>Tabla 4 Estadísticos descriptivos del volumen total con corteza (vol_cc) de la muestra empleada por especie</i> -----	35
<i>Tabla 5 Estadísticos descriptivos del volumen total sin corteza (vol_sc) de la muestra empleada por especie</i> -----	35
<i>Tabla 6 Expresión matemática de las tarifas volumétricas de una entrada ajustadas (v = volumen, d = diámetro normal, bi = coeficientes)</i> -----	35
<i>Tabla 7 Expresiones matemáticas de las tarifas volumétricas de dos entradas ajustadas (v = volumen, d = diámetro normal, h = altura total, bi = coeficientes)</i> -----	36
<i>Tabla 8 Estadísticos de bondad de ajuste para la mejor tarifa volumétrica de una entrada para cada especie</i> -----	46
<i>Tabla 9 Estadísticos de bondad de ajuste para la mejor tarifa volumétrica de dos entradas para cada especie</i> -----	47
<i>Tabla 10 Parámetros obtenidos para la mejor tarifa volumétrica de dos entradas (M7) para cada especie</i> -----	49
<i>Tabla 11 Estadísticos de bondad de ajuste del modelo seleccionado (M7)</i> -----	50
<i>Tabla 12 Parámetros y error estándar obtenidos con el ajuste del modelo de Biging (1984)</i> -----	51

*Tabla 13 Parámetros y error estándar obtenidos con el ajuste del modelo de Fang et al.  
(2000) ----- 52*



## ÍNDICE DE FIGURAS

- Figura 1 Representación gráfica de la toma de datos de árboles muestra para las diferentes secciones y ramas ----- 31*
- Figura 2 Puntos de muestreo en la UMAFOR 1008 El Salto ----- 32*
- Figura 3 Depuración de datos de acuerdo con la metodología de Bi (2000). Cada gráfico representa una de las especies analizadas en donde la línea sólida es la predicción media mediante el ajuste local no paramétrico con un parámetro de suavizado de 0.3----- 34*
- Figura 4 Evolución del sesgo (izquierda) y la raíz del error medio cuadrático (REMC, derecha) por categoría diamétrica para las especies evaluadas ----- 48*
- Figura 5 Valores predichos vs residuos estudentizados con evidencia de problemas de heterocedasticidad (columna 1), y los obtenidos con el ajuste de las tarifas volumétricas mediante regresión ponderada (columna 2), para cada especie ----- 50*
- Figura 6 Residuos frente obtenidos con el modelo de Fang et al. (2000) ajustado sin considerar los parámetros autorregresivos (izquierda), mediante un modelo autorregresivo continuo de orden 1 (centro) y con un modelo autorregresivo de orden 2 (derecha). Ejemplo para Pinus oocarpa. ----- 52*

## 1. INTRODUCCIÓN

Los recursos naturales se han disminuido y deteriorado en una estrecha relación directa con el acelerado crecimiento de la población mundial (Comisión Brundtland, 1987; UNCED, 1992, FAO, 1997). Recientemente, los criterios de desarrollo sostenible, emanados del Capítulo 11, de la Agenda 21 sobre los Principios del Manejo Forestal Sostenible, reconocen que el crecimiento económico y la conservación del medio ambiente pueden y deben ser compatibles, como un requisito elemental para satisfacer las necesidades de las presentes generaciones sin comprometer la capacidad de los bosques para que prosigan beneficiando a las generaciones futuras (Comisión Brundtland, 1987; UNCED, 1992). El concepto del desarrollo sostenible inicia a partir de este concepto (FAO, 1997; Congreso Mundial Forestal, 1997).

El principio de aprovechamiento de los bosques es ineludible porque las necesidades de aprovecharlos son la base de subsistencia y desarrollo de las sociedades rurales y contribuyen parcialmente al desarrollo y crecimiento de economías locales, regionales, nacionales e internacionales. La utilización de los bosques es el sostén material para otras actividades de desarrollo rural como la creación de infraestructura, educación y salud, (Mendoza, 1992). El principio de conservación de estos ecosistemas es también inobjetable porque las sociedades actuales requieren aún de innumerables beneficios que los bosques naturales proporcionan tales como: valores escénicos, recreativos, reguladores de ciclos del agua, energía, elementos químicos, son el hábitat primario de innumerables especies, etc.

Estos servicios ambientales adicionales son el sustento de la vida y deben de considerarse como elementos críticos en la supervivencia de la especie humana. El dilema de aprovechar y conservar debe revisarse cuidadosamente y este deberá realizarse a través de la elaboración de principios, criterios e indicadores del manejo forestal sostenible. Estos han sido la causa de un sin número de debates a nivel internacional (UNCED, 1992; FAO, 1995; ISCI, 1996; CIF, 1997), regional (Proceso de Helsinki, 1993; Proceso de Montreal, 1994; Proceso de Tarapoto, 1997; Proceso de Lepaterique, 1996; Proceso de Bosques Secos de Africa, 1997), gubernamental (Panel Intergubernamental, 1996), e institucionales (CIFOR, 1996; FAO, 1995; FSC, 1993; ITTO, 1994). Mientras que estas reuniones e iniciativas han resultado en el establecimiento de los criterios e indicadores de la forestería sostenible a nivel de país (Suecia, Finlandia, Francia, Canadá, Uruguay, etc.) como de unidad de manejo forestal (ITTO, 1997); en muchos lugares aún se carecen de técnicas elementales de evaluación correcta de los recursos forestales. Este es el caso de la estimación precisa de los árboles que componen los ecosistemas forestales.

Desde el punto de vista operativo, los árboles, además de proporcionar fustes para tracería, utilizados en productos como triplay, aserrío, postes y pilotes, producen también ramas que pueden ser potencialmente utilizados como productos secundarios, leña, o material celulósico. En la estimación de los volúmenes que incluyan los diferentes componentes del árbol se requieren de técnicas matemáticas adecuadas a nivel de la especie forestal de interés.

Los volúmenes fustales son generalmente estimados de ecuaciones de volumen y varias de éstas se han reportado en la literatura: (Schumacher y Hall, 1933; Spurr,

1952; Demaerschalk, 1972; Cao, 1980; Clutter, 1980). Estas herramientas matemáticas han sido ampliamente utilizadas para diversas especies maderables en diferentes lugares (Barrena, 1988 y Flores, 1995 en Perú; Baez, 1988; García, 1988 y Gra, 1988 en Cuba, Pérez, et al, 1995 en Honduras, Castellanos, 1994; Márquez, et al., 1994; Zepeda, 1994; Müller-Using, 1994 en México). Pocos de estos modelos matemáticos han sido utilizados para incluir la estimación de los demás componentes del árbol.

Estimaciones individuales de volumen del tocón, del fuste con y sin corteza, del volumen rollo total árbol, del volumen comercial y de la corteza han sido realizados desde hace varias décadas por: (Schumacher y Hall, 1933; Spurr, 1952; Kozak, 1988; Rustagi, 1991; Newnham, 1992; Bailey, 1994 y Pérez et al, 1995) y recientemente en México (Zepeda et al, 1990, 1994; Jiménez, 1990, 1991; Márquez, et al, 1994; Návar et al, 1995; Herrera, 1995; Corral y Radilla, 1996). Pocas de estas investigaciones (Zepeda et al., 1990, 1994 y Müller-Using, 1994) incorporan ecuaciones que definieran los volúmenes de diferentes porciones del árbol. Esta información es fundamentalmente básica en la definición objetiva de la productividad del sitio.

El volumen comercial, ha sido además estimado con una ecuación de proporción del volumen total que puede estar en función de la forma del fuste (Honer 1964; Clutter 1980; Cao et al.) 1980). Una forma alternativa de estimar estos volúmenes o diámetros de cualquier sección del fuste es a través de ecuaciones de ahusamiento. El ahusamiento del fuste puede definirse como el coeficiente de estrechamiento del diámetro con el incremento en altura (Gray, 1956) y se caracteriza por funciones

matemáticas, las cuales han sido reportadas en la literatura desde hace más de 100 años (Kozak et al., 1969; Ormerod 1973, 1986; Max y Burkhart, 1976), pero pocas de estas tecnologías se han reportado en México y ninguna ha sido aplicada a las especies más importantes comercialmente de los bosques del área de estudio.

Esta información es fundamental en la distribución objetiva de productos forestales derivados del árbol; pieza clave en las actividades de planeación, comercialización, manejo, y evaluación de los recursos forestales de la UMAFOR 1008 El Salto.

## **2. OBJETIVOS E HIPÓTESIS**

### **2.1. OBJETIVOS**

#### **2.1.1. OBJETIVO GENERAL**

- ✧ Elaborar ecuaciones de volumen total árbol y rollo total árbol, así como de volumen comercial, para dos especies maderables de la UMAFOR 1008 El Salto.

#### **2.1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- ✧ Ajustar ecuaciones de volumen total árbol y rollo total árbol para cada especie.
- ✧ Verificar las propiedades de ajuste y precisión del sistema de cubicación, así como su comportamiento para estimar volúmenes totales.

- ✧ Homogeneizar el sistema de cubicación tanto en la gestión como en la planificación forestal para *Pinus oocarpa* y *Pinus douglasiana*, especies presentes en la UMAFOR 1008 El Salto.

## **2.2. HIPÓTESIS**

- ✧ Existen diferencias estadísticas significativas entre *Pinus oocarpa* y *Pinus douglasiana*, conllevando a desarrollar ecuaciones de volumen total árbol y rollo total árbol para cada especie.

### 3. ANTECEDENTES

#### 3.1. MODELOS DE CRECIMIENTO FORESTAL

Uno de los principales objetivos de la investigación forestal es generar un conocimiento preciso de los procesos de crecimiento y producción de los árboles y los bosques. Para ello, se aplican las técnicas de la modelización y se elaboran herramientas que permiten a los manejadores comparar diferentes alternativas silvícolas, en términos de los beneficios económicos que generan, pero también de los cambios en los atributos forestales menos tangibles, como el valor estético o la capacidad de una masa como hábitat para diferentes especies de fauna (Palahí, 2002). Además, el empleo de modelos para la simulación de distintas alternativas permite anticiparse a las consecuencias que una determinada acción puede tener sobre el sistema (Castedo, 2004).

Un modelo es una herramienta útil para predecir unos resultados basados en unos datos de partida, y sirve, por lo tanto, para planificar una toma de decisiones a la vista de dichos resultados. Vanclay (1994) define un modelo como una abstracción, o una representación simplificada, de algunos aspectos de la realidad. Para Sanquetta (1996) es una representación física o abstracta de la forma o función de entidades y objetos reales.

Así, en el contexto forestal, se puede decir que un modelo de crecimiento es una abstracción de la dinámica forestal natural, abarcando crecimiento y mortalidad y otros cambios en la composición y estructura de un rodal. Generalmente se usa el término “modelo de crecimiento” para hacer referencia a un sistema de ecuaciones

con una predicción de crecimiento y producción de un rodal bajo una amplia variedad de condiciones (Vanclay, 1994)

Existe una gran variedad de modelos de crecimiento forestal. Los primeros se construyeron en Alemania a finales del siglo XVIII (Paulsen, 1795 –citado en Assmann, 1970) para masas naturales de densidad completa, con el fin de dirigir la ordenación de los bosques hacia masas con esas características, denominándose tablas de producción normales (Madrigal *et al.*, 1999, Davis *et al.*, 2001). Desde entonces han evolucionado progresivamente hasta llegar a los más modernos y complejos modelos de árbol individual.

Ejemplos de estos modelos de crecimiento son BWINPro (Nagel, 1999; Nagel *et al.*, 2002, Vargas, 2006) en Alemania, PrognAus (Monserud y Sterba, 1996; Monserud y Sterba, 1999, Hasenauer, 2000) en Austria, MOSES – Modeling Stand rESponse (Hasenauer, 1994; 2000) – para los bosques de Austria y Suiza, y GesMO, desarrollado por la Unidad de Gestión Forestal Sostenible de la Escuela Politécnica Superior de Lugo (Universidad de Santiago de Compostela), España.

### **3.1.1. ECUACIONES DE VOLUMEN**

Las ecuaciones de volumen derivan el volumen fustal parcial o total del árbol, incluyendo o no las ramas, con o sin corteza por medio de variables o parámetros de variables resultantes del diámetro a 1.30 m y la altura total. Estas se han calibrado por medio de técnicas de regresión donde el volumen de interés es la variable dependiente y la altura o diámetro y algunas de sus funciones son las variables independientes (Clutter *et al.*, 1983; Husch *et al.*, 1983). El volumen comercial,



considerado como la parte del fuste económicamente importante, ha sido derivado de la descripción del perfil diamétrico de los fustes (Kozak *et al.*, 1988; Newnham, 1992)

Dentro de la literatura universal han surgido innumerables ecuaciones de volumen. Tan sólo Jiménez, (1988) cita el ajuste de 56 de éstas a los volúmenes de *Pinus pseudostrobus*. A pesar de esta gama de técnicas matemáticas, sólo menos de 10 se han convertido en populares en la literatura forestal. Dentro de éstas destacan la ecuación de la variable combinada de Spurr en forma normal o transformada al logaritmo natural, de Schumacher y Hall, de Naslund, Australiana, Sloboda, etc.

La base de datos para ajustar estas ecuaciones presenta problemas de varianza heterogénea con el incremento en la variable independiente. Por esta razón existen algunos trabajos de investigación en la elaboración de ecuaciones para la estimación de volumen las cuales sugieren la utilización de la regresión ponderada (Barrena, 1988 y Bailey, 1994). Los factores de ponderación son diversos, pero se recomiendan preferentemente el inverso o recíproco de la varianza del volumen, la cual está en función del diámetro a 1.3 m (D) y la altura (H). Otros investigadores han recomendado el uso de variables transformadas, generalmente el logaritmo, resultando en una disminución sensiblemente del problema de varianza heterogénea (Schumacher y Hall, 1933; Bailey, 1994).

La bondad de ajuste de los modelos se ha probado mediante; a) parámetros de ajuste y b) parámetros de predicción de ajuste. Los primeros son los estadísticos resultantes del ajuste del modelo a la fuente de datos y los segundos son los

estadísticos resultantes de ajustar el modelo seleccionado a una fuente adicional de datos. Dentro de los estadísticos más comúnmente utilizados son (i) el coeficiente de determinación, o la varianza explicada por el modelo, con o sin ponderar por el número de parámetros, (ii) el error estándar o desviación de la predicción, (iii) el valor de F o el número de veces la varianza del modelo en contraste con la varianza asociada con el error, (iv) la normalidad, independencia y varianza común de los errores (Návar *et al.*, 1997) y (v) la probabilidad de los parámetros estadísticos. Para comparar los estadísticos de modelos con diferente número de parámetros o transformados a diferente operación matemática se ha utilizado; (i) el índice de Furnival (Barrena, 1988) y (ii) la retransformación de los estadísticos a sus dimensiones originales (Zepeda *et al.*, 1994 y Návar *et al.*, 1997).

Jiménez, (1990), ajustó modelos matemáticos de volumen y coeficiente mórfico, empleando el diámetro a 1.3 m y la altura total como variables independientes y algunas de sus transformaciones como parámetros secundarios, concluyendo con la ecuación siguiente de volumen para *Pinus pseudostrobus*:

$$V = 0.980931 * (\pi/4 * (D/100)^2 * h * f)$$

En estudios dasométricos de *Pinus caribaea*, Gra *et al.*, (1989) emplean la ecuación de Schumacher y Hall en forma logarítmica para la estimación de volúmenes de 337 árboles con la obtención de la ecuación:  $\log f = \log \alpha - (\beta_1 * (\log D)) - (\beta_2 * (\log H))$  para el cálculo del coeficiente mórfico de dicha especie.

Pérez, *et al.*, (1995) ajustó tres modelos de volumen para determinar el mejor ajuste a volúmenes de 590 árboles de *Pinus oocarpa* Schiede para la región central de

Honduras; las ecuaciones que empleó fueron la de la variable combinada de Spurr, la ecuación de Schumacher y Hall y una ecuación que incluye al volumen dividido entre el  $D^2H$  como variable dependiente y a  $\alpha/D^2H+\beta$  como variable independiente encontrando que este último se ajustó mejor a los datos observados para volumen sin corteza.

En un estudio dendrométrico de 60 árboles de *Quercus laceyi* y 40 árboles de *Quercus rysophylla* en Nuevo León, Müller-Using, (1994), probó varios modelos de regresión, utilizando D,  $D^2$ , H y HD como variables independientes. Para el cálculo de volumen de madera gruesa y volumen del fuste, el investigador encontró mejores resultados para volumen total y volumen de fuste con la ecuación de Schumacher y Hall.

Flores, (1995), en un estudio de ecuaciones de volumen para 70 árboles de cedro rojo (*Cedrela odorata*) en condiciones de plantación utilizó D,  $D^2$ , H y  $DH^2$  ponderados por  $1/D^4$  y habiendo probado varias ecuaciones de volumen y con el empleo del índice de Furnival seleccionó como la mejor ecuación a un modelo múltiple que incluye el D,  $D^2$ , H y DH en el cálculo de volúmenes esperados de árboles individuales bajo condiciones de plantación.

Márquez *et al.* (1995) ajustó ecuaciones de volumen para las especies del género *Pinus herrerae*. Návar *et al.* (1997) elaboraron una tabla y una tarifa de volumen para *Pinus hartwegii* en Nuevo León con ecuaciones de volumen. Navarro *et al.* (1997) calibraron y validaron una tabla de volumen para *Pinus cembroides* en el estado de Coahuila. Contreras-Aviña y Návar-Cháidez (2002), también ajustaron ecuaciones de

volumen y ahusamiento para *P. teocote* de Durango, México. Barrena *et al.* (1986) y Barrena (1988) seleccionaron un conjunto de modelos, considerando también los de transformación logarítmica y los modelos ponderados. (Bi, 1994), evaluó ecuaciones para seis especies de Eucalipto en Nueva Gales del Sur. Pillsbury y Pryor (1994), desarrollaron ecuaciones de volumen en las montañas de San Bernardino. Wong y (Blackett, 1994), probaron modelos de volumen en bosques de la región alta de Ghana. (Pohjonen, 1991), utilizó ecuaciones de volumen en el desarrollo de tablas para *Juníperos* procera en la parte alta de Etiopía.

Corral y Radilla, (1996) desarrollaron un sistema de ecuaciones para la estimación de volúmenes totales con y sin corteza para *Pinus durangensis* y *Pinus cooperi* con una muestra de 200 y 122 árboles de cada especie, respectivamente, empleando las ecuaciones de Schumacher y Hall y la de Spurr, encontrando un mejor ajuste para la primera especie en la estimación de volumen total con corteza con la primera ecuación, para el volumen total sin corteza con la ecuación de Spurr logarítmica y para el volumen de fuste comercial con y sin corteza con la ecuación de Spurr en forma lineal.

En un estudio de tablas de volumen para 490 árboles, en plantaciones de *Casuarina equisetifolia*, Gra y Baez, (1989) estimaron el volumen total sin tocón con y sin corteza, y probaron 13 modelos de los cuales 7 sin transformación, 4 con transformación logarítmica natural y 2 con transformación logarítmica neperiana, determinando que la ecuación de Schumacher y Hall fue mejor para el ajuste volúmenes de fuste sin tocón, con y sin corteza.

Por otra parte, para ser congruentes con las estimaciones de volúmenes de las diferentes secciones que conforman el árbol y la distribución de productos que se emplea consistentemente en los planes de manejo forestal, es necesario realizar los cálculos a través de ecuaciones de volumen para cada una de las secciones en forma independiente como pueden ser: a) ecuaciones para estimar volumen fuste total, con y sin corteza, b) volumen comercial con y sin corteza, y c) ecuaciones para estimar alturas comerciales (hi) asociadas con diámetros límite con corteza. En esta línea, Zepeda, *et al.*, (1990) probaron para tres especies de pino en Chihuahua modelos de volumen calibrado con curvas parciales de ahusamiento, incluyendo algunas restricciones, pero sugirió que para la estimación de las alturas de las secciones comerciales, éstas sean consideradas como preliminares hasta en tanto no se cuente con una forma más precisa como pudieran ser ecuaciones de ahusamiento.

Así mismo, Zepeda, *et al.*, (1994), en su estudio de ecuaciones de volúmenes seccionales ajustaron la ecuación de la variable combinada logarítmica de (Spurr, 1952) para árboles de *Pinus arizonica*, *Pinus durangensis* y *Pinus engelmannii*, usando un factor de corrección por transformación logarítmica, el cual emplea una intercepta que está en función de un exponencial del logaritmo de la intercepta estimada, más la mitad del cuadrado medio del error.

Herrera, (1995) elaboró una tabla y tarifa de volumen para 86 árboles de *Pinus hartwegii* en Nuevo León, para la cual utilizó la ecuación de la variable combinada de Spurr y un coeficiente de forma, obteniendo valores significativos en el coeficiente de determinación y error estándar estimado.

En relación al cálculo de los volúmenes de tocón y de la corteza, Jiménez, (1991), en un estudio para *Pinus pseudostrobus* cita algunos trabajos en los que concluye que la corteza está directamente relacionada con el diámetro y la altura de los árboles a través de una función exponencial negativa. Es decir, siendo mayor la corteza en la base del fuste y reduciéndose exponencialmente hasta la punta del árbol.

Jiménez (1991) también estimó el volumen del tocón con datos de 197 árboles muestra de *Pinus pseudostrobus* a través de la ecuación de Smalian y lo relacionó con el diámetro normal en una ecuación polinomial de segundo grado, observando que el volumen del tocón aumenta en relación directa con el diámetro a 1.3 m; asimismo obtuvo el porcentaje de volumen del tocón que decrece con el aumento en el diámetro normal.

### **3.2. TARIFAS DE CUBICACIÓN**

La determinación del volumen de madera en pie es una necesidad para la gestión sostenible de las masas forestales de cualquier especie con potencial de aprovechamiento, para lo cual se debe disponer de herramientas que permitan obtener el volumen de un árbol de forma rápida y confiable, mediante la medición de variables sencillas de obtener como son el diámetro normal o la altura total.

Una de estas herramientas son las tarifas de cubicación de árbol individual, también llamadas tablas por razones históricas (García, 1995) con las que se puede estimar el volumen de una masa con una considerable exactitud. Sin embargo, estas ecuaciones no aportan información sobre las dimensiones de los productos a obtener o sobre su valor comercial.

Por esta razón es conveniente desarrollar modelos que estimen la cantidad de madera de un árbol concreto que se puede obtener según destinos industriales, proporcionando al forestal herramientas útiles para la planificación de la gestión forestal y de las inversiones (Gadow et al., 2001).

Existen básicamente dos metodologías diferentes para la determinación del volumen de un árbol individual hasta un determinado diámetro en el tronco o una altura concreta: las funciones de perfil del tronco y las funciones de volumen porcentual o volumen de razón (Trincado et al., 1997; Gadow et al., 2001). Las primeras son relaciones matemáticas entre los diámetros o secciones del tronco en cualquier punto del mismo y la altura a la que se encuentran (Newhan, 1992; Castedo y Álvarez González, 2000), mientras que las funciones de razón estiman el volumen del árbol hasta un determinado punto del tronco, definido por su diámetro o su altura, como un porcentaje del volumen total del mismo (Cao et al., 1980; Van Deusen an Deusen et al., 1981).

Estas últimas fueron introducidas por Burkhart (1977) y han sido ampliamente utilizadas en modelización forestal debido fundamentalmente a su sencillez y facilidad de uso (e.g. Reed y Green, 1984; Zepeda y Almonte, 1994; Valdez y Lynch, 2000; Tomé et al., 2001; Barrio, 2003). Las estimaciones de volumen utilizando esta metodología se basan en el empleo conjunto de dos ecuaciones (Prodan et al., 1997):

- Una ecuación para estimar el volumen total del árbol, por ejemplo una tarifa de cubicación local de una entrada  $V = f(d)$  o una tarifa más general de dos entradas  $V = f(d, h)$ .
- Un factor de razón (R) que permite estimar la proporción de volumen hasta un determinado punto del tronco (diámetro o altura), de modo que el volumen hasta dicho punto ( $V_i$ ) se obtiene como el producto del volumen total por el factor de razón  $V_i = V \cdot R$ .

Las funciones de perfil son, en general, más complejas en su formulación y, por lo tanto, las metodologías de ajuste y empleo posterior para estimar volúmenes son también más complicadas. Sin embargo, tienen la ventaja de ser más flexibles que las funciones de razón al emplear una sola ecuación (Trincado et al., 1997).

Dado que las funciones de razón emplean dos ecuaciones en las estimaciones de volumen, podría suponerse que los valores obtenidos con las funciones de perfil son más exactos, sin embargo, en las escasas referencias bibliográficas en las que se comparan ambas metodologías no se han obtenido diferencias significativas entre ellas (ver Parresol et al., 1986; Trincado et al., 1997). La razón que apuntan dichos autores es que para estimar volúmenes con las funciones de perfil hasta un cierto diámetro es preciso integrar dicha función con respecto a la altura, lo que exige obtener su inversa y, dada su complejidad, utilizar métodos numéricos para estimar el resultado de la integral.

Por otro lado, una ventaja adicional de las funciones de razón es que el concepto se puede extender fácilmente al ámbito de una masa para construir una tarifa de



volumen porcentual de masa con sólo sustituir las variables diámetro normal o altura por variables de masa como la altura media o el diámetro medio cuadrático.

Por el contrario, la construcción de una función de perfil de masa requiere relacionar los parámetros de una función de perfil de árbol con variables de masa, siendo frecuente el encontrar malas correlaciones entre estas variables (Gadow et al., 2001).

La aplicación de dichas funciones a las relaciones entre las características dendrométricas de las especies arbóreas forestales (p. ej., volumen, diámetro, áreas basimétrica, altura total o comercial, etc.) ha permitido encontrar mejores modelos matemáticos que en el campo forestal tienen una gran aplicación por su agilidad, precisión y economía de uso y cálculo. A estas funciones se les conoce como tarifas.

Las más importantes son las tarifas de cubicación con las que se obtiene el volumen en función de una serie de variables independientes (diámetro, altura, área basimétrica, etc.) llamándose de una, dos o más entradas según sea el número de variables independientes o regresoras que intervengan en la expresión matemática.

Las tarifas de cubicación son imprescindibles para la estimación precisa del volumen de los árboles individuales, y por agregación de los volúmenes unitarios, del volumen de la masa.

Para la construcción de tarifas de cubicación con clasificación de productos es necesario conocer previamente la relación matemática que existe entre los diámetros

del tronco de un árbol y la altura a la que se encuentran a lo largo del fuste, mediante las denominadas funciones de perfil.

La ventaja de las tarifas de cubicación con clasificación de productos, radica en que, al clasificar la madera por destinos, permiten realizar una valoración económica de la producción de una masa mucho más exacta que la que se puede realizar con las tarifas clásicas, que sólo determinan el valor total del volumen, lo que supone un argumento más que convincente para recomendar su uso práctico.

Aunque las tarifas de cubicación con clasificación de productos construidas a partir de funciones de razón son de fácil utilización, generalmente se prefieren las desarrolladas a partir de funciones de perfil del tronco debido a que, además, permiten estimar el diámetro a cualquier altura. Las funciones de perfil proporcionan, entonces, estimaciones de:

- ✧ Diámetro en cualquier punto del tronco
- ✧ Volumen total del tronco
- ✧ Volumen y altura comerciales hasta cualquier diámetro límite y desde cualquier altura
- ✧ Volúmenes de trozas de cualquier longitud y a cualquier altura desde el suelo

### 3.3. ECUACIONES DE AHUSAMIENTO

El ahusamiento del fuste puede definirse como el rango o coeficiente de estrechamiento o decrecimiento del diámetro en relación al incremento en altura total del árbol, para la forma de un árbol dada (Gray, 1956). Se puede caracterizar por funciones de ahusamiento basadas en mediciones de diámetro tomadas en puntos sucesivos a lo largo del fuste. Distintas funciones de ahusamiento han aparecido en la literatura desde hace más de 100 años (Behre, 1923; Matte, 1949; Kozak *et al*, 1969; Ormerod, 1973; Max y Burkhart, 1976.) Las cuales se pueden dividir en 4 clases mayores: (i) funciones de ahusamiento simples (Behre, 1923; Gray 1956, Kozak *et al.*, 1969; Amidon, 1984), (ii) funciones de ahusamiento segmentadas (Max y Burkhart, 1976; Demaerschalk y Kozak, 1977; Cao *et al*, 1980 ): (iii) funciones de ahusamiento de forma variable o exponencial (Newberry y Burkhart, 1986; Newnham, 1988; Kozak, 1988); y (iv) funciones de ahusamiento con aproximaciones tales como la mezcla de modelos lineal y coordenadas polares (Sloboda, 1977; Lappi, 1986; Ojansuu, 1987).

Las funciones de ahusamiento del fuste son conocidas por proveer estimaciones de: (i) diámetro con o sin corteza en cualquier punto del fuste, (ii) volumen total del fuste del árbol, (iii) volumen comercial y altura comercial a cualquier diámetro superior, altura del tocón y, (iv) volúmenes seccionales.

Generalmente, la variación del ahusamiento del árbol es causada por diferencias en el rodal, en el árbol y en las características de sitio como la historia del rodal (Larson, 1963, 1965; Smith y Wilsie, 1961). Larson, (1963) demostró que la mayor variación

en la forma del fuste es atribuida a cambios en el tamaño de la copa viva a lo largo del fuste y largo de las ramas libres. Factores tales como el sitio influyen el ahusamiento a través de su efecto en el desarrollo de la copa. Smith y Wilsie, (1961) encontraron que con el incremento anual a lo largo del fuste el ahusamiento decreció en periodos secos. Los árboles en buenos sitios son más grandes con copa larga, mientras que árboles en sitio pobre crecen menos altos con copas más compactas.

Para un árbol de una posición de copa dada, el ahusamiento incrementará con la edad (Gray, 1956). Los árboles llegan a ser más cilíndricos también con un incremento en la densidad del rodal y la cilindridad decrece con la longitud de las copas. Los árboles creciendo en rodales densos tienen copas superficiales. En los rodales cerrados y en competencia natural, las ramas bajas mueren y las más altas progresivamente disminuyen el ahusamiento. Si el aprovechamiento reduce la densidad del rodal, dando mayor espacio a los árboles individuales de expandir su copa y si el rodal tiene capacidad de aprovechamiento, los árboles crecerán libres de competencia de copas, los cuales, en promedio tendrán copas mayores y se verán más cónicos en su forma mostrando alto ahusamiento particularmente en la base del árbol (Thomson y Barclay, 1984).

Por el contrario, los árboles que han tenido fuerte autopoda, tienden a tener un bajo ahusamiento. La poda tiene el efecto contrario (Larson, 1963) en el que se reduce el tamaño de copa para una altura dada, lo cual es similar a un incremento en la densidad del rodal. De tal manera que la poda disminuye el ahusamiento y hace que los árboles se vean más parabólicos en su forma (Larson, 1965).

Las estimaciones de volumen de árboles por medio de ecuaciones de volumen o funciones de ahusamiento son consideradas compatibles cuando la integración de ecuaciones de ahusamiento producen estimaciones iguales a las de un volumen o ecuación de proporción del volumen (Demaerschalk, 1972).

Las formas compatibles de la derivación del volumen y ahusamiento han aparecido en la literatura forestal:

1.- Métodos de ecuaciones de ahusamiento derivadas de las ecuaciones de volumen. Estas son dadas por Demaerschalk, (1972, 1973); Goulding y Murray, (1976); Clutter, (1980); Van Deusen *et al* y (1982) y Lynch, (1986).

2.- Método de la integración de ecuaciones existentes de ahusamiento para derivar ecuaciones de volumen compatible ej. (Bruce *et al*, 1968; Kozak *et al*, 1969; Ormerod, 1973; Hilt, 1980; Cao *et al*, 1980; Amidón, 1984; Walters y Hann, 1986). De acuerdo con Martín, (1981) esos métodos no son compatibles si el volumen y modelos del perfil del fuste son ajustados separadamente.

3.- Método de la derivación simultánea del sistema de ecuaciones de volumen y ahusamiento han sido demostradas por Reed y Green, (1984); Green y Reed, (1985); Byrne y Reed, (1986) y Jones *et al.*, (1986).

Implícito en ambas ecuaciones es la aproximación en la estimación del volumen y se asume que la forma del fuste para un diámetro y altura dados es constante. Consistentemente el diámetro normal ha explicado la mayor parte de la variación total del perfil diamétrico. Otras aproximaciones emplean el uso de variables

complejas tales como la forma de la variable exponencial de Reed y Byrne, (1985); Kozak, (1988); y Newnham, (1988) y del método del diámetro puntual de Ormerod, (1986). Como una regla estos modelos complejos requieren de integración numérica para la estimación del volumen y su relación con ecuaciones de volumen, permanecen inciertas.

Usando una tercer variable, tal como la longitud de la copa, aparentemente surgida de las ideas expresadas por Gray, (1956) y Larson, (1963), no se ha incrementado notoriamente la varianza explicada por los modelos que la incluyen.

Bajo la premisa de que las porciones inferior, media y superior del fuste asumen por lo general las formas de neiloide truncado, paraboloides truncado y cono, respectivamente, Max y Burkhart (1976) sugirieron que se necesitan tres modelos para describir el ahusamiento del árbol, un modelo para cada segmento del fuste. Esos tres modelos fueron unidos formando uno solo, al que aplicaron regresión polinomial segmentada. En total compararon cuatro modelos, el de Kozak et al. (1969) y los demás del tipo segmentado, variando la forma cuadrática y lineal en la variable independiente. Concluyen que los modelos polinomiales segmentados con puntos de unión estimados proporcionan una descripción mejorada del ahusamiento del árbol, cuando son comparados con un modelo cuadrático simple usado en toda la longitud del fuste.

Cao et al. (1980) compararon dos métodos de estimación de volúmenes comerciales a un diámetro superior especificado o a límites de altura. Los modelos de predicción evaluados fueron tanto modelos de razón del volumen, que dan la razón de volumen

comercial a volumen total, así como ecuaciones de ahusamiento, las cuales mediante integración, proporcionan estimaciones de volumen de cualquier segmento del fuste. Se encontró que la ecuación de ahusamiento propuesta estima de manera consistente volúmenes y diámetros. Biging (1984) comparó el modelo de ahusamiento sigmoideal segmentado derivado de la función de Chapman-Richards con el modelo polinomial segmentado de Max y Burkhart, para seis especies de coníferas del norte de California. Concluyó que ambos modelos pueden ser integrados a ecuaciones para estimar rendimiento en volumen en pie a diversas alturas del fuste, con similar poder predictivo. Amidon (1984) también propuso un modelo, que en términos de predicción del diámetro, resultó mejor al compararlo con otros, considerados desde simples a complejos, es decir, modelos segmentados, en la mayoría de los casos.

Burkhart y Walton (1985), consideraron la factibilidad de incorporar la razón de copa con diámetro normal y altura total en ecuaciones de ahusamiento para plantaciones no aclaradas de pino, comparando el modelo simple de Kozak et al. (1969), con el de regresión polinomial segmentado de Max y Burkhart (1976). Concluyen que el bajo poder predictivo de la razón de copa no justifica su inclusión como una variable predictora. Además, para ese tipo de rodales, una ecuación simple con diámetro normal y altura total como variables independientes, puede ser razonablemente satisfactoria. Kozak (1988) ajustó ecuaciones de ahusamiento empleando una función continua con variación en el exponente para compensar por las formas de neiloide, paraboloides y cono, a fin de describir la forma del fuste. De esa manera elimina la necesidad de utilizar varias funciones para predecir diámetros sin corteza a

diferentes partes del fuste, en función de diámetro normal, altura total y alturas desde el nivel del suelo, además de que presenta un sesgo mínimo, por lo que el poder predictivo es bueno. Asimismo, Perez et al. (1990) emplearon una función de ahusamiento para *Pinus oocarpa* Schl. en Honduras, basándose en una función continua con exponente cambiante para compensar la forma a diferentes secciones del fuste. Encontraron que el punto de inflexión donde la curva de ahusamiento cambia de la forma de neiloide a paraboloides se presenta al 25 % de la altura total.

Además, probaron que no cambia la habilidad de predicción del modelo con diferentes ubicaciones del punto de inflexión.

Un modelo de ahusamiento polinomial fue empleado por Zepeda (1990) para *P. patula* Schiede & Deppe en Perote, Veracruz. El autor concluye entre otras cosas, que pese a su aspecto aparatoso, las ecuaciones tanto de volumen como de ahusamiento, reúnen las propiedades necesarias para ser ensayadas con éxito en otras coníferas. Considera que las mejores estimaciones pueden ser obtenidas si se emplea complementariamente el sistema de ecuaciones. Aun cuando es posible obtener estimaciones de volumen comercial a partir de la función de ahusamiento y viceversa, las mejores estimaciones, en cada caso, son logradas con la expresión expresada para cada tarea. Considera también que es importante incluir la longitud de copa por su influencia en el ahusamiento. Dicha función fue empleada con buenos resultados para la misma especie (Zepeda y Almonte 1994) en la región de Chignahuapan, Puebla.

Newnham, (1992) probó la ecuación de ahusamiento de forma variable en datos de



5074 árboles de *Pinus banksiana* Lamb., *Pinus contorta*, *Picea glauca* (Moench) Voss y *Populus tremuloides* Michx. Se compararon los datos usando también la función de la variable exponencial y el modelo segmentado, polinomial. El modelo de forma variable fue superior en la estimación de volumen total del fuste y diámetros a lo largo del fuste (en base a los cuadrados medios residuales). Para las dos especies de pino, podrían combinarse en el uso de una función simple sin un sesgo significativo. La forma del fuste en dos de los cálculos de volumen, fue significativamente diferente al de otras regiones, pero esto pudo explicarse a que la muestra no fue representativa de las dos regiones. La ecuación de la forma variable provee estimaciones precisas y no sesgadas de altura y volumen comercial.

La ecuación de volumen ajustada por el factor de forma constante generalizada de forma logarítmica de Schumacher y Hall en 1933 basada en sólidos geométricos, empleada para el volumen de fuste y punta en mediciones con y sin corteza y el ahusamiento es derivado con datos de crecimiento de una plantación de 872 árboles de *Pinus elliotii* Engelm.

Prediciendo el volumen total cuando el diámetro mayor es cero y siempre con volúmenes positivos, con puntos de inflexión cercanos a  $D$  (diámetro a 1.3 m). Las estadísticas de ajuste para una muestra independiente de datos sugieren que el modelo de volumen sin corteza se compara favorablemente con la tabla de volumen compatible y el modelo basado en polinomios (Bailey, 1994).

Los efectos de agregar variables de árboles, de rodal y de sitio a la ecuación de la variable exponencial de Kozak, (1988), en donde se incluyen la clase de copa, clase

de sitio y edad a D (diámetro a 1.3 m), en tres especies *Pseudotsuga menziesii*, *Thuja plicata* Donn y *Populus tremuloides* Michx, si se agregan a la parte exponencial de la ecuación de ahusamiento, los cuales se emplearon para predecir el diámetro sin corteza a lo largo del fuste, la altura y el volumen comercial y total, las variables adicionales resultaron solo en una mínima mejoría de la ecuación anterior y el costo adicional de estas variables no lo justifica (Muhairwe, *et al*, 1994).

En un estudio de funciones de ahusamiento para 8 especies forestales del estado de México, Torres Rojo, *et al*, (1993) destacan que la estimación de volumen de árboles individuales puede ser afectada considerablemente por la forma del fuste o factor de ahusamiento, el cual varía con la especie, por lo tanto debe encontrarse una función de ahusamiento para cada especie. Estos investigadores compararon con una muestra las predicciones de modelos lineales de ahusamiento con cuadrados mínimos ordinarios con predicciones de los cuadrados mínimos generalizados. Ajustaron 4 modelos de ahusamiento lineales, y no lineales separando una muestra de 10 % de datos para su validación. Definió el mejor ajuste por (coeficiente de determinación, varianza, valor de P de los estimadores y valores de F), además el valor estadístico de Durbin Watson para cada especie. La ecuación que mejor ajuste obtuvo para todas las especies fue la ecuación de ahusamiento de Newnham.

A pesar de la importancia que representan los recursos forestales en la economía del estado de Durango, todavía no se habían presentado estudios definitivos sobre la validez y exactitud de las estimaciones del crecimiento y producción volumétrica a nivel de especie, por lo que fue necesario validar y desarrollar sistemas volumétricos para *Pinus oocorpa* y *Pinus douglasiana*, de tal forma que se cuente con una

herramienta específica validada que se utilice para la gestión silvícola de las masas forestales en las zonas boscosas duranguenses.

## **4. MATERIALES Y MÉTODOS**

### **4.1. ZONA DE ESTUDIO**

La UMAFOR 1008 "El Salto" se ubica al suroeste del estado de Durango, y comprende los municipios de Pueblo Nuevo, San Dimas y Durango. Tiene una extensión superficial de más 558 mil hectáreas y colinda al norte con las UMAFORES 1006 "San Dimas" y 1007 "Durango" y al este con la UMAFOR 1009 y la 1010.

La UMAFOR administrativamente se encuentra regida por la Agrupación de Silvicultores de El Salto A. C., la cual involucra a todos los predios de la región, esta organización tiene sus antecedentes directos en la Unión de Ejidos y Comunidades de El Salto que previamente fungía como aglutinador de los esfuerzos de gestión y los esfuerzos colectivos en cuanto al manejo forestal. La agrupación de silvicultores surge como respuesta a la Ley General de Desarrollo Forestal Sustentable del año 2003 que promovía la organización de los silvicultores en esquemas que permitían acceder a los apoyos otorgados por la Comisión Nacional Forestal.

En la UMAFOR se ubican tres tipos principales de climas; en la parte más alta se tiene un clima semifrío, en el resto de la zona serrana el clima es templado frío y en la parte de las cañadas cálido subhúmedo. El régimen de precipitaciones varía desde los 800 mm en las partes más secas, hasta los 1,500 mm en las más húmeda

## 4.2 DESCRIPCIÓN DE LAS ESPECIES

### ***Pinus oocarpa Schiede***

Árbol de 10 a 30 (-35) m de altura, 40 a 80 cm de diámetro normal, con copa redondeada. El fuste es recto cilíndrico. Ramas inferiores en posición horizontal, las superiores erguidas; ramillas rugosas, con la corteza separándose en escamas delgadas de color café grisáceo oscuro y con plagas longitudinales rugosas; en arboles jóvenes es delgada, áspera, de color café rojizo. Madera resinosa, de color blanco amarillento. Hojas en fascículos de 5 ó unos pocos fascículos de 3, 4 ó 6, de 15 a 25(-30) cm de largo, gruesas (1 mm o mas de ancho, 0.6 mm de grosor), algo rígidas, ocasionalmente flexibles, con márgenes finamente aserrados, estomas en 4 a 9 hileras en la superficie dorsal y 3 a 5 hileras en cada cara ventral. Vainas de color café castaño, persistentes, de 15 a 25 mm de largo. Conillos subterminales, solitarios o en pares sobre pedúnculos escamosos largos ( 2 a 3 cm); las pequeñas escamas del cono son gruesas y redondeadas con una espina decidua muy pequeña Conos globosos a ampliamente ovoide-cónicos, la base amplia, generalmente simétricos, de 4 a 8 cm de largo, 5 a 10 cm de ancho, de color amarillento a café pálido, oblicuos y reflexos sobre pedúnculos de 20 a 40 mm de longitud, 4 a 5 mm de grosor, ya sea delgados y débiles a cortos, gruesos y firmes, caen pegados al cono cuando éste cae. Los conos permanecen cerrados por largos periodos de tiempo, liberando las semillas solamente durante periodos secos y son muy persistentes sobre el árbol. Escamas del cono duras, fuertes, rígidas, el ápice redondeado, la apófisis generalmente casi aplanada, a veces piramidal baja, con una quilla transversal bien definida; umbo pequeño, casi plano a hundido, con una espina pronto decidua muy

pequeña. Semillas de color café amarillento a café oscuro, de 4 a 8 mm de largo; ala de la semilla de 10 a 24 mm de largo, articulada y engrosada en la base, en donde se une la semilla.

Se desarrollan en climas templados semisecos con influencia tropical, en zonas de entre los 1 600 y 2 200 m de altitud (reportado de mayores altitudes fuera de Durango) Se asocia con *P. luzmariae*, *P. herrerae*, *P. devoniana* y *Quercus spp.*

En Durango se conoce la variedad típica de *P. oocarpa*, *Pinus oocarpa* Schiede var. *Microphyla* G. R. Shaw y *P. oocarpa* var. *trifoliata* Martínez se reconocen actualmente a nivel de especie, bajo los nombres de *P. praetermissa* y *P. luzmariae*, respectivamente.

### ***Pinus douglasiana* Martínez**

Árbol hasta 35 m de altura y 50 a 90 cm de diámetro normal; fuste generalmente recto cilíndrico, libre de ramas a 2/3 de su longitud; copa generalmente redondeada y densa, con las ramas gruesas, las inferiores, horizontales y las superiores ligeramente ascendentes; los árboles jóvenes con copas densas y cónicas. Corteza de los árboles maduros de color cobrizo a café rojizo oscuro, escamosa, con placas irregulares grandes divididas por fisuras profundas, oscuras; en los árboles jóvenes la corteza es café rojiza y varía de rugosa y escamosa a lisa. Madera más o menos suave, de color cremoso a amarillo pálido, no muy resinosa. Hojas verde pálido a verde amarillentas, en fascículos de 5 (ocasionalmente 4 o 6 en la misma ramilla), gruesas erectas o semicolgantes, 20 a 35 (-41) cm de largo, 0.7 a 1.2 (-1.3) mm de ancho, los márgenes aserrados. Vainas persistentes de color café, y no resinosa,

canillos ovoides con escamas que terminan en una pequeña espina nacen solitarios y en grupos de 2 a 5 sobre pedúnculos firmes, escamosos. Conos de color café rojizo de 7 a 11 cm de largo, ovoides a largamente ovoides, ligeramente asimétricos, sobre péndulos oblicuos fuertes de 1 a 2 cm de largo que permanecen pegados al cono cuando este cae. Maduran durante el invierno, abren en la madurez y son pronto deciduos; escamas del cono, relativamente pocas, tiesas, fuertes, de 10 a 12 mm de ancho, el margen es apical y regularmente redondeado, apófisis ligeramente abultada a subpiramidal, transversalmente quillada; umbo levantado y con una pequeña espina decidua. Semillas de color café oscuro, pequeñas, de 4 a 7 mm de largo, con un ala articulada de 25 mm de largo.

Se desarrolla en áreas con clima templado cálido a semitropical, entre los 1400 y 2500 metros de altitud, en laderas y en mesas con suelo profundo. Se asocia principalmente con *Pinus luzmariae*, *P. oocarpa*, *P. herrerae*, *P. lumhotzii*, *Quercus magnoliifolia*, *Q. resinosa* y *Q. viminea*.

En Durango ocupa áreas a mediana altitud, en el declive occidental y cañadas interiores de la sierra madre en los municipios de Canelas, Tamazula, San Dimas, Pueblo Nuevo, Durango y el Mezquital.

#### **4.3 TOMA DE DATOS**

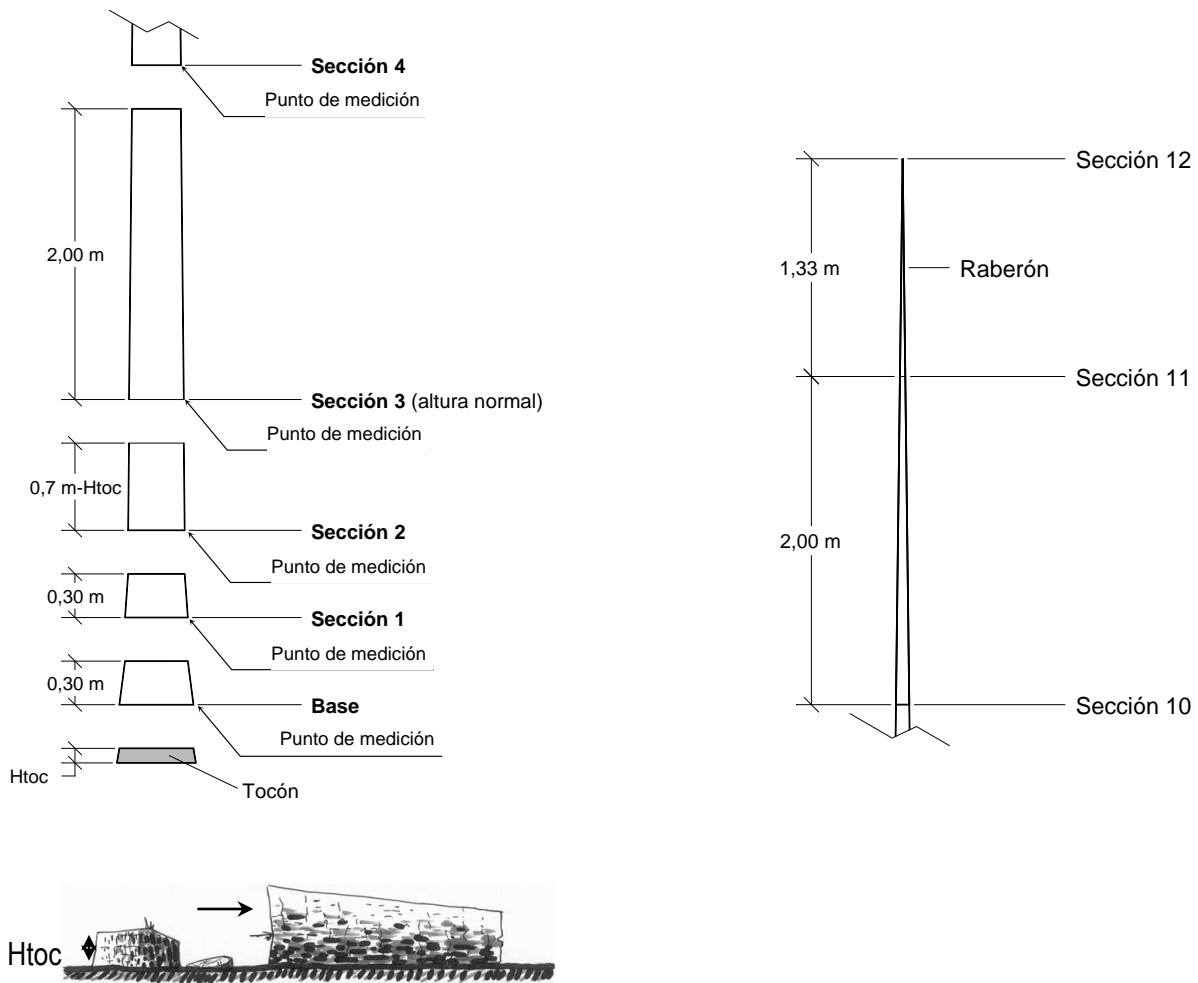
Para este estudio se seleccionaron dos especies forestales maderables de la región con base en los datos obtenidos del Estudio Regional Forestal (Pro Floresta, 2008), las cuales son: *Pinus oocarpa*, y *Pinus douglasiana*, representadas por los códigos

de reconocimiento 9 y 10 respectivamente. Dichos códigos se asignaron para facilitar el levantamiento de los datos en campo.

Se derribaron y midieron árboles por categoría diamétrica y por especie, en rodales de la UMAFOR 1008. Los árboles fueron seleccionados a través de muestreo dirigido para representar todas las calidades de estación de la región así como también la distribución de los árboles en términos de clases de diámetro y altura. La toma de datos de campo se realizó mediante un muestreo destructivo (derribo y troceo de los mismos, ver Figura 1) aprovechando las áreas de corta de diferentes predios.

Se midieron entre otras variables las siguientes: diámetro normal con y sin corteza ( $D$ , en cm), altura total ( $H$ , en m), diámetro con y sin corteza ( $d$ , en cm) para cada sección a la altura que se encontraba con respecto al suelo ( $h$ , en cm), diámetro con y sin corteza de todas las ramas que sobrepasaron los 5 cm en diámetro a la base.

Debido a que normalmente las funciones de perfil reportan estimaciones sesgadas en las secciones cercanas al nivel del suelo como consecuencia de una ausencia de datos (Barrio *et al.*, 2007), los árboles derribados se seccionaron de manera intensiva dejando alturas máximas del tocón de 0.3 m sobre el nivel del suelo; después se obtuvieron dos secciones de 0.30 m por arriba del tocón, la siguiente sección corresponde con el diámetro normal (1.30 m), continuado con secciones 2.44 m de longitud hasta llegar a la punta del árbol. En cada sección se midieron dos diámetros perpendiculares con y sin corteza y se estimó el diámetro medio.



**Figura 1** Representación gráfica de la toma de datos de árboles muestra para las diferentes secciones y ramas

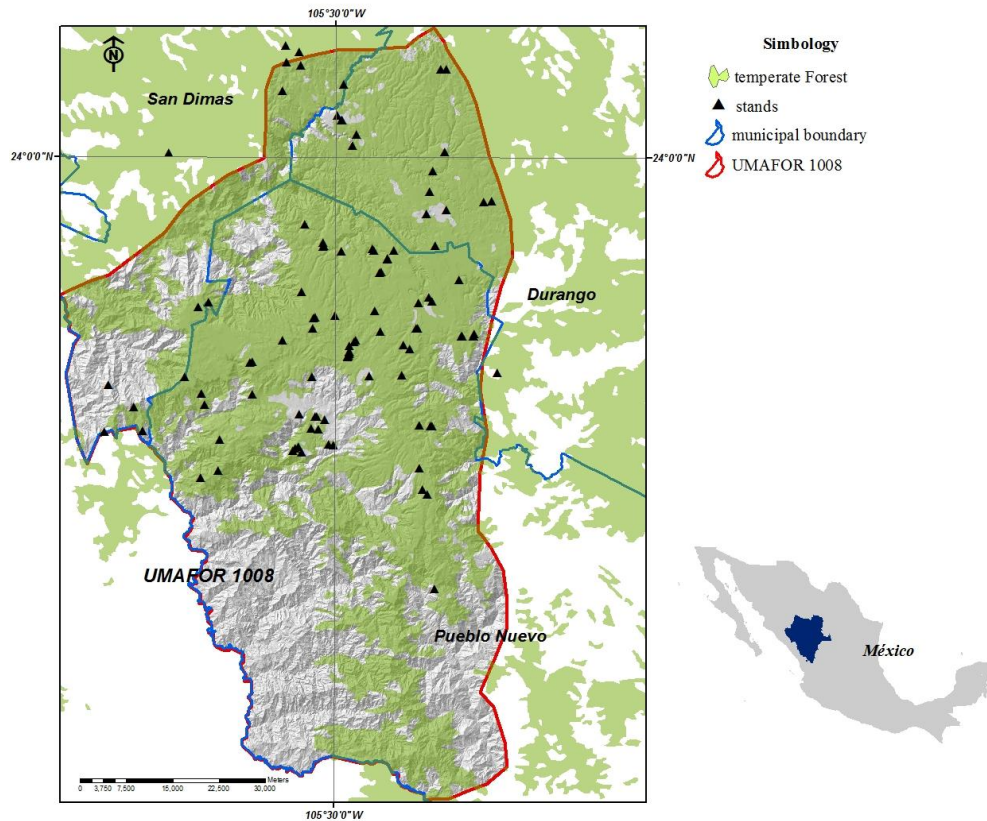
El muestreo se diseñó abarcando un amplio rango en diámetros, alturas, estructuras de masa, clase social, densidad, tipología del terreno y predio de procedencia para el total de especies estudiadas. En la figura 2 se muestra la distribución de la muestra.

#### 4.4 CÁLCULO DEL VOLUMEN DE LAS SECCIONES Y RAMAS

Se cubicaron los árboles apeados por secciones. El volumen de cada sección se calculó mediante la fórmula de Smalian y la punta se cubicó como un cono. El volumen total con corteza del tronco se obtuvo como suma de los volúmenes de las



secciones y la punta. El volumen de las ramas fue calculado siguiendo el mismo procedimiento. El volumen total del árbol se estimó sumando el volumen total con corteza del tronco y las ramas.



**Figura 2** Puntos de muestreo en la UMAFOR 1008 El Salto

En total la base de datos constó de 386 árboles en los que se midieron 3,489 pares de datos diámetro-altura. El número de árboles por especie se presenta en el tabla 1.

En cada uno de los árboles se disponía del diámetro normal ( $D$ , en cm), la altura total ( $H$ , en m), la altura del tocón ( $htoc$ , en m) y diámetros ( $d_i$ , en cm) a distintas alturas ( $h_i$ , en m). Se calcularon también los volúmenes comerciales ( $v_i$ , en  $m^3$ ) a un

determinado diámetro en punta delgada ( $d_i$ ), el volumen total ( $V$ , en  $m^3$ ), el diámetro relativo ( $d_r = d_i/D$ ) y la altura relativa ( $q = h_i/H$ ) del fuste.

Para detectar posibles anomalías en los datos se examinó el gráfico de dispersión entre el diámetro relativo y la altura relativa. Para aumentar la eficacia en la detección de datos atípicos se realizó un ajuste local cuadrático no paramétrico (asumiendo una distribución normal de los errores) para cada una de las especies usando regresión local LOESS (Cleveland, 1993).

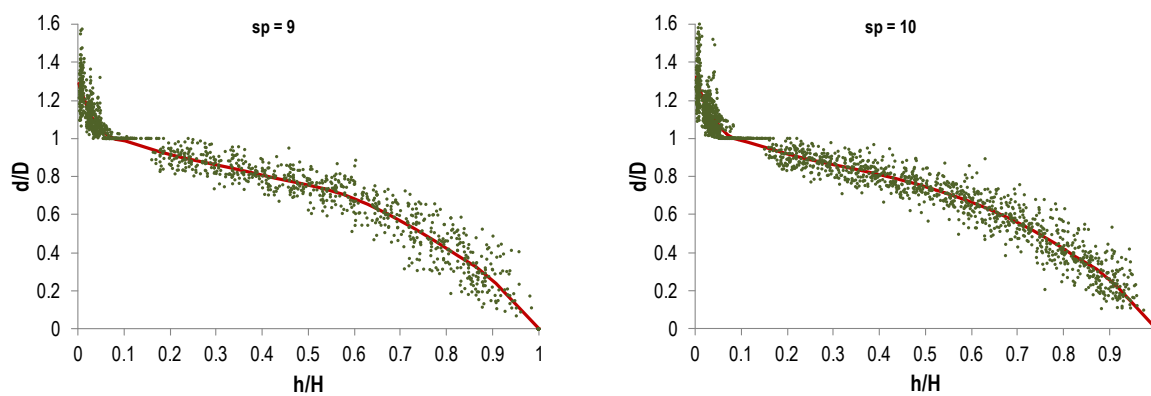
Para ello se empleó el procedimiento LOESS del paquete estadístico SAS/STAT<sup>TM</sup> (2001) con un parámetro de suavizado de 0,3 para cada especie. Los residuos de cada ajuste loess se dividieron en diez intervalos de altura relativa en los que se examinó su distribución y se calcularon dos valores límite para discriminar los datos atípicos: el cuartil inferior menos dos veces el rango intercuartílico y el cuartil superior más dos veces el rango intercuartílico (Bi, 2000; Bi y Long, 2001; Rodríguez y Molina, 2003; Rodríguez, 2005).

**Tabla 1** Distribución de la muestra por especie

<b>Código</b>	<b>Especie</b>	<b>No. de árboles</b>
9	<i>Pinus oocarpa</i>	163
10	<i>Pinus douglasiana</i>	223
<b>TOTAL</b>		<b>386</b>

Los datos fuera de este rango no fueron incluidos en la fase de ajuste. En la figura 3 se muestra el ajuste local no paramétrico de las especies evaluadas. Finalmente los datos atípicos fueron eliminados de la muestra, donde la mayoría de estos datos extraídos provenían de errores en la toma de información, secciones deformadas o

anomalías como nudos o bifurcaciones. En las tablas 2 a la 5 se muestran los principales estadísticos descriptivos de la muestra final utilizada.



**Figura 3** Depuración de datos de acuerdo con la metodología de Bi (2000). Cada gráfico representa una de las especies analizadas en donde la línea sólida es la predicción media mediante el ajuste local no paramétrico con un parámetro de suavizado de 0.3

**Tabla 2** Estadísticos descriptivos del diámetro normal (dap) de la muestra empleada por especie

Código	Especie	DAP (cm)			
		Máx	Mín	Promedio	Dev_est
9	<i>Pinus oocarpa</i>	46.8	9	27.6	10.6
10	<i>Pinus douglasiana</i>	50.5	9.5	24.8	9.9

**Tabla 3** Estadísticos descriptivos de la altura total (ht) de la muestra empleada por especie

Código	Especie	ht (m)			
		Máx	Mín	Promedio	Dev_est
9	<i>Pinus oocarpa</i>	25.56	5.9	15.8	4.1
10	<i>Pinus douglasiana</i>	25.57	7.58	17.5	3.9

**Tabla 4** Estadísticos descriptivos del volumen total con corteza (vol\_cc) de la muestra empleada por especie

Código	Especie	vol_cc (m <sup>3</sup> )			
		Máx	Mín	Promedio	Dev_est
9	<i>Pinus oocarpa</i>	1.6441	0.0164	0.5565	0.4520
10	<i>Pinus douglasiana</i>	2.3177	0.0194	0.4731	0.4222

**Tabla 5** Estadísticos descriptivos del volumen total sin corteza (vol\_sc) de la muestra empleada por especie

Código	Especie	vol_sc (m <sup>3</sup> )			
		Máx	Mín	Promedio	Dev_est
9	<i>Pinus oocarpa</i>	1.4707	0.0119	0.4746	0.3962
10	<i>Pinus douglasiana</i>	1.9003	0.0138	0.3932	0.3614

#### 4.5 TARIFAS VOLUMÉTRICAS UTILIZADAS

Para la estimación del volumen total (incluyendo ramas) se ajustaron 6 tarifas volumétricas de una entrada y 8 de dos entradas (Tablas 6 y 7).

**Tabla 6** Expresión matemática de las tarifas volumétricas de una entrada ajustadas (v = volumen, d = diámetro normal, bi = coeficientes)

Modelo	Nombre	Expresión
M1	Dissescu-Stanescu (polinómica de segundo grado incompleta)	$V=b_0+b_1\cdot dcc^2$
M2	Berkhout (alométrica)	$V=b_0\cdot dcc^{b_1}$
M3	Dissescu-Meyer	$V=b_0\cdot dcc+b_1\cdot dcc^2$
M4	Hohenadl-Krenn (polinómica de segundo grado completa)	$V=b_0+b_1\cdot dcc+b_2\cdot dcc^2$
M5	Polinómica de tercer grado incompleta	$V=b_0+b_1\cdot dcc^2+b_2\cdot dcc^3$
M6	Polinómica de tercer grado completa	$V=b_0+b_1\cdot dcc+b_2\cdot dcc^2+b_3\cdot dcc^3$

**Tabla 7** Expresiones matemáticas de las tarifas volumétricas de dos entradas ajustadas ( $v$  = volumen,  $d$  = diámetro normal,  $h$  = altura total,  $b_i$  = coeficientes)

Modelo	Nombre	Expresión
M7	Schumacher-Hall (alométrica)	$V=b_0 \cdot dcc^{b_1} \cdot h^{b_2}$
M8	Spurr	$V=b_0 \cdot dcc^2 \cdot h$
M9	Spurr potencial	$V=b_0 \cdot (dcc \cdot h)^{b_1}$
M10	Spurr con término independiente	$V=b_0 + b_1 \cdot dcc^2 \cdot h$
M11	Variable combinada generalizada incompleta	$V=b_0 + b_1 \cdot h + b_2 \cdot dcc^2 \cdot h$
M12	Fórmula australiana	$V=b_0 + b_1 \cdot dcc^2 + b_2 \cdot dcc^2 \cdot h + b_3 \cdot h$
M13	Honer	$V=dcc^2 / b_0 + b_1 / h$
M14	Newnham	$V=b_0 + b_1 \cdot dcc^{b_2} \cdot h^{b_3}$

#### 4.6 FUNCIONES COMPATIBLES DE VOLUMEN-AHUSAMIENTO

Generalmente se asume que el tronco de un árbol se puede asimilar a tres formas geométricas: un cono en la parte superior, un tronco de cono o un paraboloides en la sección central, y un tronco de cono o un neiloide en la parte basal (Husch *et al.*, 1982). El método más utilizado para describir estas formas es ajustar a cada una de ellas una función y buscar matemáticamente la manera de unir los puntos que separan los diferentes segmentos (Byrne y Reed, 1986), para lo que se imponen las condiciones de continuidad de la curva y de sus dos primeras derivadas.

Para realizar una descripción lo más adecuada posible del perfil del tronco de las especies forestales con mayor interés comercial se han desarrollado modelos de perfil como los de Riemer *et al.* (1995), Bi (2000), Fang *et al.* (2000) y Kozak (2004), que han demostrado buenos resultados y una gran flexibilidad de adaptación a diferentes especies y tipos de masas (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006; Corral-Rivas *et al.*, 2007). Aunque todos ellos han estimado los diámetros a diferentes alturas para

distintas especies de forma satisfactoria, el modelo segmentado de Fang *et al.* (2000) y el de exponente variable de Kozak (2004) se han comportado ligeramente mejor que los demás. Entre éstos, el modelo de Fang *et al.* (2000) presenta ciertas ventajas de orden práctico: está compuesto por una función de perfil, una tarifa de volumen maderable y una tarifa de volumen total que son compatibles y, además, podría utilizarse con una tarifa de volumen total ya existente y seguiría siendo compatible (aunque en este caso la precisión de la función de perfil dependería obviamente de la precisión de la tarifa de volumen total utilizada).

En el presente trabajo, las ecuaciones de perfil de Biging (1984) y Fang *et al.* (2000) fueron usadas en el conjunto datos. El modelo desarrollado por Biging (1984) sobre la base de la forma integral de la ecuación de Bertalanffy-Richards (Bertalanffy, 1949, 1957, Richards 1959) tiene solo dos parámetros y se ha propuesto para describir el perfil del tronco para varias especies de pinos en Durango, México (Corral *et al.* 1999). La ecuación de Fang *et al.* (2000) ha dado buenos resultados en otras aplicaciones y han mostrado gran flexibilidad en la adaptación de formas variables del tronco (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006; Corral-Rivas *et al.*, 2007). Las ecuaciones de ahusamiento utilizadas en este estudio pertenecen a tres grupos: modelos polinómicos simples, modelos polinómicos de forma variable y modelos polinómicos segmentados.

Los modelos logarítmicos son funciones más o menos complejas, a menudo polinómicas, en las que aparecen como variables independientes los logaritmos de las alturas relativas, en ocasiones modificadas o sujetas a otras transformaciones

adicionales. El modelo logarítmico de Biging (1984) ha sido estudiado en esta categoría.

Biging (1984):

$$d = D(b_1 + b_2 \ln(1 - (1 - e^{-b_1/b_2})q^{1/m})) \quad [1]$$

donde  $m$  debe ser un valor que permita la integración analítica de la ecuación. Biging (1984) reportó un valor de  $1/m$  cercano a 0.33 para *Pseudotsuga menziesii* y otras coníferas en California. De acuerdo con Corral *et al.* (1999)  $m$  debe asumir un valor constante de 3, por lo que en concordancia con estos estudios  $m$  fue igualada a 3 en este trabajo.

Los modelos polinómicos segmentados son aquellos modelos en los que la función  $d = f(h)$  se obtiene por unión de varias funciones polinómicas a lo largo del perfil, imponiendo las condiciones de continuidad de la curva y de sus dos primeras derivadas. Dentro de esta categoría se ajustó la función segmentada desarrollada por Fang *et al.* (2000), la cual asume las tres formas geométricas en que puede ser dividido un árbol: la punta que es considerada como un cono, la parte central como un paraboloides y la base como un neiloide. Este modelo describe estas tres formas ajustando la ecuación a cada sección, para después unir matemáticamente los segmentos produciendo con ello una función segmentada.

Fang *et al.* (2000):

$$d = c_1 \sqrt{H^{(k-b_1)/b_1} (1-q)^{(k-\beta)/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}} \quad [2]$$

donde

$$c_1 = \sqrt{\frac{a_0 D^{a_1} H^{a_2-k/b_1}}{b_1(r_0 - r_1) + b_2(r_1 - \alpha_1 r_2) + b_3 \alpha_1 r_2}};$$

$$\beta = b_1^{1-(I_1+I_2)} b_2^{I_1} b_3^{I_2}; \quad \alpha_1 = (1-p_1)^{\frac{(b_2-b_1)k}{b_1 b_2}}; \quad \alpha_2 = (1-p_2)^{\frac{(b_3-b_2)k}{b_2 b_3}};$$

$$r_0 = (1-h_{st}/H)^{k/b_1}; \quad r_1 = (1-p_1)^{k/b_1}; \quad r_2 = (1-p_2)^{k/b_2}$$

$$\begin{cases} I_1 = 1 \text{ if } p_1 \leq q \leq p_2; 0 \text{ en caso contrario} \\ I_2 = 1 \text{ if } p_2 < q \leq 1; 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

$p_1 = h_1/H$  y  $p_2 = h_2/H$  (alturas relativas desde el suelo a las que se producen los dos puntos de unión que supone el modelo, el primero está cerca de la altura normal (1,3 m) y el segundo se produce en una sección más elevada del tronco).

Fang *et al.* (2000) también desarrollaron una tarifa de volumen comercial ( $v$ ) y otra de volumen total ( $V$ ) mediante la integración directa de la función de perfil. Sus expresiones son las siguientes:

$$v = c_1^2 H^{k/b_1} (b_1 r_0 + (I_1 + I_2)(b_2 - b_1)r_1 + I_2(b_3 - b_2)\alpha_1 r_2 - \beta(1-q)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}) \quad [3]$$

$$V = a_0 D^{a_1} H^{a_2} \quad [4]$$

Aunque el desarrollo del sistema compatible de Fang *et al.* (2000) se basa en la ecuación A4, es posible utilizar cualquier otra tarifa de cubicación.



#### 4.7 PROCEDIMIENTO DE AJUSTE Y CRITERIOS DE SELECCIÓN DEL MEJOR MODELO

Para el ajuste de las tarifas volumétricas, así como de los modelos compatibles volumen-ahusamiento, existen varias posibilidades. En el caso de las funciones de perfil, las posibilidades pasan por estimar en primer lugar una de las ecuaciones y sustituir los parámetros estimados en las demás, procediendo posteriormente a ajustar los parámetros restantes, o por estimar de forma simultánea varias de las ecuaciones del sistema (p. ej., la función de perfil y la tarifa de cubicación de volumen hasta cierta altura). También existe la posibilidad de obligar al modelo a que proporcione las mismas estimaciones de volumen que una tarifa de cubicación de volumen total que ya exista y se quiera seguir utilizando, en cuyo caso es necesario fijar previamente al ajuste los parámetros de la tarifa de cubicación de volumen total en las demás ecuaciones (función de perfil y tarifa de volumen hasta cierta altura).

La selección de la alternativa de ajuste dependerá de si el uso principal del sistema será la estimación del volumen total, la estimación del volumen por destinos comerciales, la estimación de diámetros a distintas alturas o una mezcla entre estas dos últimas. También debe considerarse que los volúmenes reales generalmente no se conocen, ya que se suelen calcular por las fórmulas de Smalian o Huber, que sólo dan resultados exactos para trozas de los tipos dendrométricos cilindro y paraboloides, y cubican por exceso y por defecto, respectivamente, para trozas con perfiles en forma de cono y de neiloide (Diéguez-Aranda *et al.*, 2003). Este problema se hace más importante en las trozas basales, en las que se acumula más volumen (Husch *et al.*, 1982). Por tal motivo, algunos autores (p. ej., Martin, 1984) indican que la información resultante de comparar el volumen obtenido mediante integración de

la función de perfil y el volumen proporcionado por la fórmula de Smalian es limitada, debido a que las estimaciones de la función de perfil no se comparan con volúmenes reales, sino simplemente con segundas estimaciones.

Teniendo en cuenta lo anterior, los modelos se ajustaron considerando de forma independiente la función de perfil, optimizándose de este modo la estimación de diámetros a distintas alturas, para luego obtener tarifas de volumen total y de volumen hasta cierta altura. Los ajustes de los modelos para cada especie se realizaron mediante el procedimiento MODEL de SAS/ETS© (SAS Institute Inc., 2004).

#### **4.7.1 CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN DE LOS ERRORES**

Existen varios problemas asociados con los sistemas de volumen que violan el principio fundamental de independencia y distribución homogénea de los errores con media cero y varianza constante: multicolinealidad, autocorrelación y heterocedasticidad son los más importantes. Aunque los estimadores obtenidos en el ajuste de regresión permanecen insesgados ante la presencia de multicolinealidad, autocorrelación y heterocedasticidad, estos no son los más eficientes (Myers, 1990; Kozak, 1997).

Para el desarrollo de funciones de perfil se trabaja con múltiples observaciones a lo largo del fuste en cada uno de los árboles. Por lo tanto, es razonable esperar que las observaciones dentro de cada uno de los árboles estén correlacionadas espacialmente, lo cual viola el principio de independencia de los errores. El potencial problema de autocorrelación de los datos se solucionó utilizando mínimos cuadrados

generalizados no lineales (Monserud, 1984; Goelz y Burk, 1992; Huang, 1997), y expandiendo el término del error mediante un modelo autorregresivo continuo de orden  $x$  [CAR( $x$ )]. Esta estructura del error permite aplicar los modelos a datos irregularmente espaciados o no balanceados (Gregoire *et al.*, 1995; Zimmerman y Núñez-Antón, 2001). En un modelo autorregresivo continuo de orden 2, la expresión de la estructura del error es la siguiente:

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{k=x} l_k \rho_k^{h_{ij}-h_{ij-k}} e_{ij-k} + \varepsilon_{ij} \quad [5]$$

donde  $e_{ij}$  es el  $j$ th residuo ordinario del  $i$ th árbol,  $e_{ij-k}$  es el  $j$ th residuo ordinario del  $i-k$ th árbol,  $l_k=1$  para  $j > k$  y es cero para  $j \leq k$ ,  $\rho_k$  es el parámetro autorregresivo de orden  $k$  a ser estimado, y  $h_{ij}-h_{ij-k}$  es la distancia que separa la  $j$ th- $k$ th observación dentro de cada árbol,  $h_{ij} > h_{ij-k}$ ; siendo  $\varepsilon_{ij}$  ahora el término del error bajo la condición de independencia. La estructura del error expresada en la ecuación anterior fue ajustada simultáneamente con la estructura de la media de cada una de la ecuaciones [1]-[4] usando el procedimiento MODEL del programa estadístico SAS/ETS (SAS Institute Inc., 2004b), el cual permite una actualización dinámica de los residuos.

#### 4.7.2 CORRECCIÓN DE LA HETEROCEDASTICIDAD

El análisis de los gráficos de residuos estudentizados frente a valores estimados evidenció problemas de heterocedasticidad (varianza no constante de los residuos) en todas las especies. Este problema fue corregido utilizando regresión ponderada,

con un peso igual a la inversa de la varianza de cada observación. Dicha varianza  $\sigma_i^2$ , que es desconocida, se estimó utilizando una función potencial:  $\sigma_i^2 = \gamma \cdot dcc^k$ . Los valores de  $\gamma$  y del exponente  $k$  se optimizaron empleando la metodología propuesta por Harvey (1976), que consiste en emplear los errores del modelo ajustado sin pesos como variable dependiente en el modelo potencial de varianza del error. Finalmente, el peso considerado fue  $1/dcc^k$ .

#### 4.7.3 EVALUACIÓN DE LA BONDAD DE AJUSTE DE LOS MODELOS

La evaluación de la capacidad de ajuste del modelo se basó en el análisis numérico y gráfico de los residuos, es decir de la diferencia entre el valor observado y el valor predicho por el modelo. Los criterios para juzgar la bondad de ajuste de las ecuaciones de volumen se basaron en el análisis cuantitativo y gráfico de los errores. Se utilizaron para ello los estadísticos: Coeficiente de Determinación Ajustado ( $R^2_{adj}$ ), Raíz del Cuadrado Medio del Error (*REMC*), error medio ( $e$ ) y el Criterio de Información de Akaike (*AICd*). Dichos estadísticos tienen por expresiones:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad [6]$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}} \quad [7]$$

$$AICd = n \log \hat{\sigma}^2 + 2k - \min \left( n \log \hat{\sigma}^2 + \right. \quad [8]$$

$$e = \frac{y_i - \hat{y}_i}{n} \quad [9]$$

donde:

$y_i$  = valor observado de la variable dependiente

$\hat{y}_i$  = valor predicho por el modelo

$\bar{y}$  = valor medio de la variable dependiente

$n$  = número de datos usados en el ajuste del modelo

$p$  = número de parámetros del modelo

$k$  =  $p+1$

$\hat{\sigma}^2$  = estimador de la varianza del error del modelo obtenido como:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N} \quad [10]$$

La nomenclatura general que utilizada durante la colecta de información, el ajuste y la selección de los modelos fue:

$v$  = Volumen total con corteza desde el tocón ( $m^3$ )

$V_{ob}$  = Volumen comercial sin corteza ( $m^3$ ), volumen desde el tocón hasta el punto donde el diámetro es  $d_{ob}$

$V_{ib}$	=	Volumen comercial sin corteza ( $m^3$ ), volumen desde el tocón hasta el punto donde el diámetro es $d_{ib}$
$a_i, b_i, m, p_i$	=	Coefficientes que se calculan con el ajuste
$k$	=	$\pi/40000$ , factor para transformar diámetros al cuadrado ( $cm^2$ ) en secciones en $m^2$
$q$	=	$h/H$
$D$	=	diámetro normal con corteza (1.3 m sobre el suelo, cm)
$d_{ob}$	=	diámetro con corteza a la altura $h$ (cm)
$d_{ib}$	=	diámetro sin corteza a la altura $h$ (cm)
$H$	=	altura total (m)
$h$	=	altura sobre el nivel del suelo hasta el punto en el que el diámetro es $d$ (m)
$h_{st}$	=	altura del tocón (m)

#### 4.8 VALIDACIÓN DE LOS MODELOS

Puesto que la capacidad de ajuste de los modelos no tiene por qué reflejar su capacidad predictiva (Myers, 1990), se recomienda una evaluación de éstos con un conjunto de datos independientes a los usados para el ajuste (Vanclay y Skovsgaard, 1997; Pretzsch *et al.*, 2002). Debido a la escasez de tales datos, se han propuesto varios métodos para llevarla a cabo (p.e., validación cruzada y doble validación cruzada). Sin embargo, estos métodos raramente proporcionan información adicional en comparación con los estadísticos obtenidos a partir del ajuste del modelo al conjunto global de datos (Kozak y Kozak, 2003). Además, de acuerdo con Myers (1990) y Hirsch (1991) la estimación final de los parámetros del modelo deberá

obtenerse a partir de todos los datos porque las estimaciones de los parámetros serán más precisas que aquellas obtenidas con el modelo ajustado a una porción de los mismos.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, se decidió validar el modelo con una muestra independiente. Estos datos permiten realizar la validación en términos de diámetro y de volumen proporcionado por el modelo.

La evaluación de la validación de los modelos se basó solamente en el análisis gráfico y numérico de los residuos a través de la raíz del error medio cuadrático (RMSE), que evalúa la precisión del modelo, y del error medio ( $e$ ), que evalúa su sesgo. En todos los casos se analizó la influencia de los errores a nivel de cada clase diamétrica para cada una de las especies.

## 5. DISCUSIÓN Y RESULTADOS

### 5.1 MODELOS DE VOLUMEN TOTAL ÁRBOL (VTA) CON CORTEZA

En las tablas 8 y 9 se muestran los estadísticos de bondad de ajuste de la mejor tarifa volumétricas de una entrada (tabla 8) y la mejor de dos entradas (tabla 9) ajustadas para estimar volumen total árbol (m<sup>3</sup>) con corteza de las especies evaluadas.

**Tabla 8** Estadísticos de bondad de ajuste para la mejor tarifa volumétrica de una entrada para cada especie

Código	Especie	Modelo	$E$	RMSE	$R^2$	AICd
9	<i>Pinus oocarpa</i>	M3	9.87E-04	0.114	0.952	-712.68
10	<i>Pinus douglasiana</i>	M2	-1.35E-03	0.110	0.951	-982.27

**Tabla 9** Estadísticos de bondad de ajuste para la mejor tarifa volumétrica de dos entradas para cada especie

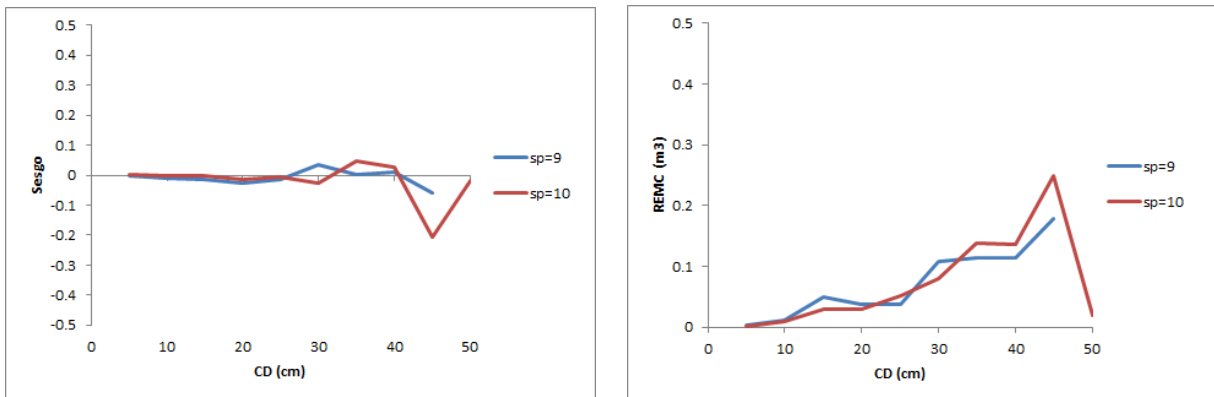
Código	Especie	Modelo	<i>E</i>	RMSE	R <sup>2</sup>	AICd
9	<i>Pinus oocarpa</i>	M7	-0.0034	0.087	0.972	-800.05
10	<i>Pinus douglasiana</i>	M7	-0.0022	0.078	0.975	-1131.94

Se evaluaron los estadísticos raíz del error medio cuadrático (RMSE), variabilidad explicada por el modelo o coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>), el sesgo (*e*) y el Criterio de Información de Akaike (AICd). En general, las tarifas volumétricas de una y dos entradas presentaron buenos ajustes para las especies evaluadas; sin embargo, respecto a las tarifas volumétricas de una entrada (tabla 8) el modelo M2 (Berkhout (alométrica)) resultó ser ligeramente mejor, mientras que la mejor tarifa de dos entradas fue la M7 (Schumacher-Hall (alométrica)) para todas las especies. En todos los casos se obtuvieron estadísticos de bondad de ajuste mejores con la mejor tarifa de dos entradas. Por ejemplo, para *Pinus oocarpa*, la precisión fue alrededor de 0.114 m<sup>3</sup> (RMSE) para la tarifa volumétrica de una entrada, mientras que para esta misma especie el valor de RMSE con el modelo M7 fue de 0.087 m<sup>3</sup>. Se observa en las tablas 8 y 9 que para las dos especies los estadísticos de bondad de ajuste mejoran al utilizar la mejor tarifa volumétrica de dos entradas. Considerando lo anterior, así como por tratarse de uno de los modelos más simples, se seleccionó el modelo M7 para calcular el volumen total árbol para las especies maderables de la UMAFOR 1008 El Salto. El modelo M7 utiliza solamente el diámetro normal y la altura total como variables independientes.

En todos los casos se considera que los modelos son insesgados. En los casos en los que el modelo presenta algo de sesgo, éste es pequeño, y se presenta



en los árboles de las categorías diamétricas mayores de 45-50 cm; sin embargo, este sesgo se debe al número tan bajo de árboles muestreados en estas categorías, por lo que se puede considerar como despreciable. Con base en la evolución del sesgo, el modelo seleccionado (M7) permanece más cerca de la línea del cero en casi todas las categorías diamétricas (Figura 4 izquierda); mientras que la evolución del error medio por categoría diamétrica (REMC) permite corroborar que el modelo predice satisfactoriamente el volumen total con corteza para todas las especies en todas las categorías diamétricas con errores siempre menores de  $0.2 \text{ m}^3$ , excepto para aquellas mayores de 45 cm (Figura 4 derecha).



**Figura 4** Evolución del sesgo (izquierda) y la raíz del error medio cuadrático (REMC, derecha) por categoría diamétrica para las especies evaluadas

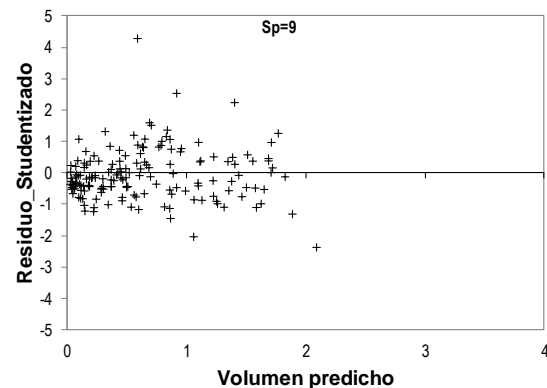
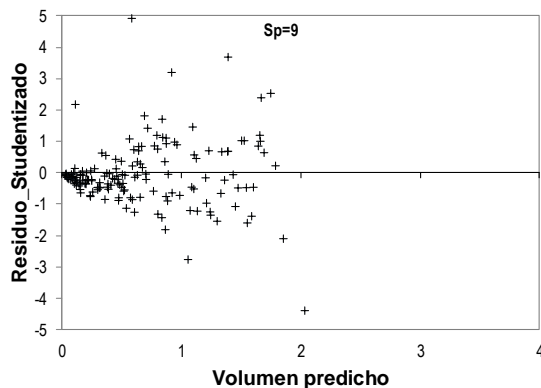
## 5.2 ECUACIONES FINALES PARA ESTIMAR EL VOLUMEN TOTAL ÁRBOL (VTA) CON CORTEZA

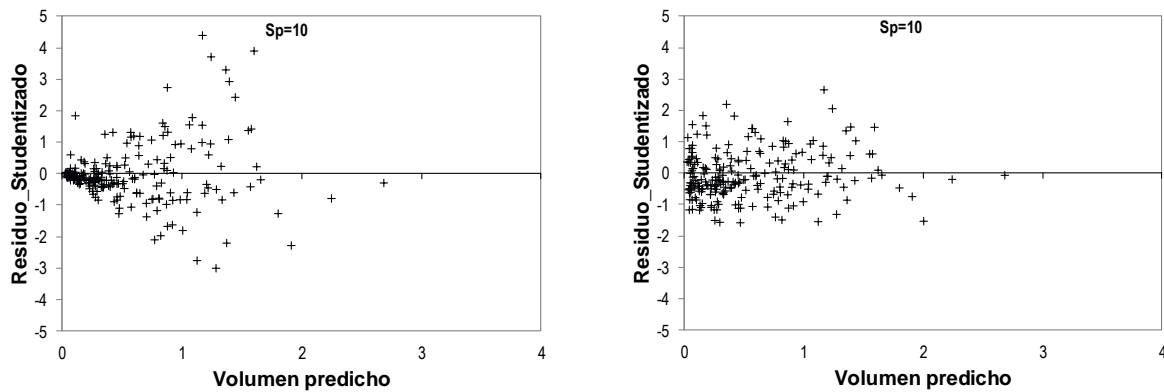
Una vez seleccionada la mejor tarifa volumétrica para cada especie, se procedió a realizar un análisis gráfico de los residuos estudentizados frente a valores estimados para detectar posibles problemas de heterocedasticidad (varianza no

constante de los residuos). En la figura 5 se observa una falta de homogeneidad de varianza para todas las especies (columnas 1 y 3), por lo que fue necesario ajustar el modelo seleccionado (M7) utilizando regresión ponderada. La misma figura 5 presenta los residuos estudentizados frente a los valores estimados una vez corregido el problema de heterocedasticidad (columnas 2 y 4). En la tabla 10 se muestran los parámetros obtenidos y su error estándar (StdE), del modelo de Schumacher-Hall (M7) para cada una de las especies evaluadas. El ajuste del modelo M7 proporciona en todos los casos parámetros significativos.

**Tabla 10** Parámetros obtenidos para la mejor tarifa volumétrica de dos entradas (M7) para cada especie

Código	Especie	Modelo	$b_0$	$b_1$	$b_2$	StdE $b_0$	StdE $b_1$	StdE $b_2$
9	<i>Pinus oocarpa</i>	M7	0.000092170	2.092287	0.653552	0.00001421	0.0494	0.0797
10	<i>Pinus douglasiana</i>	M7	0.000064239	2.179859	0.677800	0.00000665	0.0328	0.0545





**Figura 5** Valores predichos vs residuos estudentizados con evidencia de problemas de heterocedasticidad (columna 1), y los obtenidos con el ajuste de las tarifas volumétricas mediante regresión ponderada (columna 2), para cada especie

El modelo muestra el signo correcto en los parámetros relacionados con el diámetro normal y la altura total para las especies, clara evidencia de que las variables independientes utilizadas tiene un comportamiento lógico en la estimación del volumen total.

La diagnosis del modelo M7 que estima el volumen total con corteza (incluyendo las ramas) se llevó a cabo a partir del análisis numérico de los residuos (en volumen). Se evaluaron los estadísticos de error cuadrático medio (RMSE), error medio ( $e$ ) y variabilidad explicada por el modelo ( $R^2$ ), cuyos valores finales obtenidos con en el ajuste empleando regresión ponderada se muestran en la tabla 11.

**Tabla 11** Estadísticos de bondad de ajuste del modelo seleccionado (M7)

Código	Especie	$e$	RMSE	$R^2_{adj}$
9	<i>Pinus oocarpa</i>	-0.00029	0.089	0.971
10	<i>Pinus douglasiana</i>	0.00253	0.078	0.975

En general se obtuvieron estadísticos de bondad de ajuste similares entre especies. La precisión osciló alrededor de 0.083 m<sup>3</sup> (RMSE medio entre especies), aunque para *Pinus douglasiana* el modelo seleccionado fue es más preciso que la media (RMSE de 0.078).

### 5.3 MODELO COMPATIBLE VOLUMEN-AHUSAMIENTO

En la tabla 12 se muestran los parámetros obtenidos y el error estándar, del modelo de Biging (1984) para las especies evaluadas, mientras que en la tabla 13 se muestran los mismos resultados para el modelo de Fang *et al.* (2000). La diagnosis del modelo de perfil y del modelo compatible de volumen comercial se llevó a cabo a partir del análisis numérico de los residuos (en diámetro). Se examinaron los estadísticos Raíz del Error Medio Cuadrático (RMSE) y el coeficiente de determinación para regresión no lineal ( $R^2$ ). Aunque se han apuntado limitaciones asociadas con el uso del  $R^2$  en regresión no lineal, la utilidad general de alguna medida global de la bondad del modelo parece superar alguna de esas limitaciones (Ryan, 1997).

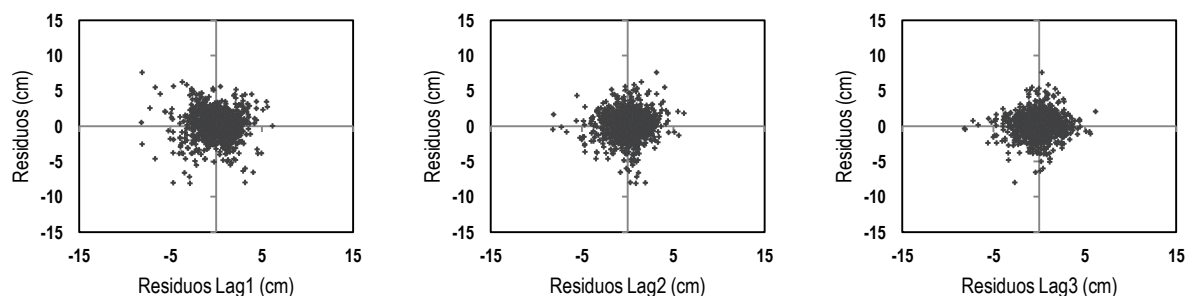
**Tabla 12** Parámetros y error estándar obtenidos con el ajuste del modelo de Biging (1984)

	<b>Especie</b>	<b>b<sub>1</sub></b>	<b>b<sub>2</sub></b>	<b>rho1</b>	<b>rho2</b>	<b>RMSE</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
9	<i>Pinus oocarpa</i>	1.29494	0.40316	0.79075	0.32944	1.929	0.980
10	<i>Pinus douglasiana</i>	1.29400	0.39412	0.78969	0.43303	1.702	0.981

**Tabla 13** Parámetros y error estándar obtenidos con el ajuste del modelo de Fang *et al.* (2000)

	Especie	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	rho1	rho2	RMSE	$R^2$
9	<i>Pinus oocarpa</i>	7.02E-5	1.921691	0.912655	7.23E-6	4.11E-5	3.06E-5	0.63793	0.25756	1.700	0.983
10	<i>Pinus douglasiana</i>	6.26E-5	1.991174	0.873578	7.62E-6	4.01E-5	3.16E-5	0.63654	0.30562	1.544	0.984

El ajuste del modelo de Biging (1984) proporciona en todos los casos parámetros significativos. Para reducir el efecto de la autocorrelación de los errores, una estructura CAR(2) fue necesaria en todos los casos. En el caso del modelo de Fang *et al.* (2000), los parámetros son todos significativos, donde también fue necesaria una estructura del error CAR(2) para reducir el efecto de la autocorrelación (Figura 6).



**Figura 6** Residuos frente obtenidos con el modelo de Fang *et al.* (2000) ajustado sin considerar los parámetros autorregresivos (izquierda), mediante un modelo autorregresivo continuo de orden 1 (centro) y con un modelo autorregresivo de orden 2 (derecha). Ejemplo para *Pinus oocarpa*.

La Figura 6 (izquierda) muestra la tendencia de los residuales al ajustar el modelo de Fang *et al.* (2000) sin tener en cuenta la autocorrelación de los errores. Después de la corrección de la autocorrelación con el modelo autorregresivo de segundo orden, la tendencia en los residuales desaparece (Figura 6 derecha).

En general se obtuvieron estadísticos muy similares en ambos modelos para las especies. Así, aunque la precisión está alrededor de 1.81 y 1.62 cm (RMSE medio entre especies) para el modelo de Biging y el de Fang *et al.*, respectivamente.

En términos generales, el modelo Fang *et al.* es el que presenta normalmente mayor precisión para las especies, sin embargo, en todos los casos las diferencias entre modelos no son muy marcadas. Por lo tanto, se recomienda el modelo de Fang *et al.* para la estimación del volumen comercial y como modelo para la distribución de productos para las especies de la UMAFOR 1008. Los parámetros de este modelo son los presentados en la tabla 15.

## 6. CONCLUSIONES

Se desarrollaron modelos de volumen total árbol incluyendo las ramas (VTA) con corteza, y modelos compatibles de volumen-ahusamiento con clasificación de productos para las principales especies maderables de la UMAFOR 1008 El Salto, con datos procedentes de todas las condiciones y tipos de rodales que se consideran como representativos de la región.

Para algunas las especies de estudio estos modelos son novedosos al no existir antecedentes bibliográficos.

Para las dos especies el mejor modelo que predice el VTA con corteza fue el de Schumacher-Hall, el cual es una tarifa de dos entradas que considera el diámetro normal (cm) y la altura total (m) como variables de entrada. Para el caso concreto en el que sólo se desee obtener el volumen rollo total árbol, se recomienda utilizar la

ecuación de volumen compatible de Fang *et al.* (2000) para *Pinus oocarpa* y *Pinus douglasiana*.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

Avery, T.E., Burkhart, H.E. 2002. Forest measurements. McGraw-Hill. 5th ed., New York.

Barrio-Anta, M., Álvarez González, J.G., Díaz-Maroto, I.J. 2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia basada en un modelo de volumen porcentual. Invest. Agr.: Sist. Recur. For. 13(3), 506-517.

Barrio-Anta, M., Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez González, J.G., Gadow, K.v. 2007. Merchantable volume system for pedunculate oak in northwestern Spain. Ann. For. Sci. 64, 511-520.

Bi, H. 2000. Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalyptus. For. Sci. 46, 397-409.

Burkhart, H.E. 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. South. J. Appl. For. 1, 7-9.

Byrne, J., Reed, D. 1986. Complex compatible taper and volume estimation systems for red and loblolly pine. For. Sci. 32, 423-443.

Cao, Q.V., Burkhart, H.E., Max, T.A. 1980. Evaluations of two methods for cubic-foot volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. For. Sci. 26, 71-80.

- Castedo-Dorado, F., Álvarez González, J.G. 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil del tronco. Invest. Agr.: Sist. Recur. For. 9, 253-268.
- Clutter, J.L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. For. Sci. 26, 117-120.
- Clutter, J.L., Fortson, J.C., Pienaar, L.V., Brister, G.H., Bailey, R.L. 1983. Timber management: a quantitative approach. Krieger Publishing Company, New York.
- Corral-Rivas, J.J., Diéguez-Aranda, U., Corral Rivas, S., Castedo-Dorado, F. 2007. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). For. Ecol. Manage. 238, 118-129.
- Demaerschalk, J. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. For. Sci. 18, 241-245.
- Diéguez-Aranda, U., Barrio-Anta, M., Castedo-Dorado, F., Ruiz González, A.D., Álvarez-Taboada, M.F., Álvarez González, J.G., Rojo, A. 2003. Dendrometría. Fundación Conde del Valle de Salazar, Ediciones Mundi-Prensa, Madrid.
- Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez González, J.G., Rojo, A. 2006. Compatible taper function for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in northwestern Spain. Can. J. For. Res. 36, 1190-1205.



- Fang, Z., Borders, B.E., Bailey, R.L. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. For. Sci. 46, 1-12.
- Goulding, C.J., Murray, J. 1976. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. N. Z. J. For. Sci. 5, 313-322.
- Kozak, A. 1998. Effects of upper stem measurements on the predictive ability of a variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 28, 1078-1083.
- Martin, A.J. 1984. Testing volume equation accuracy with water displacement techniques. For. Sci. 30, 41 50.
- Muhairwe, C.K. 1999. Taper equations for *Eucalyptus pilularis* and *Eucalyptus grandis* for the north coast in New South Wales, Australia. For. Ecol. Manage. 113, 251-269.
- Newnham, R. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. Can. J. For. Res. 22, 210 223.
- Novo, N., Rojo, A., Álvarez González, J.G. 2003. Funciones de perfil del tronco y tarifas de cubicación con clasificación de productos para *Pinus sylvestris* L. en Galicia. Invest. Agr.: Sist. Recur. For. 12, 123-136.
- Rojo, A., Perales, X., Sánchez, F., Álvarez González, J.G., Gadow, K.v. 2005. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). Eur. J. For. Res. 124, 177-186.

SAS Institute Inc. 2004. SAS/ETS© 9.1 User's Guide. Cary, NC: SAS Institute Inc.

Sharma, M., Oderwald, R.G. 2001. Dimensionally compatible volume and taper equations. Can. J. For. Res. 31, 797-803.

Ucha, P. 2004. Análisis de funciones de perfil de tronco y construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Eucalyptus globulus* Labill. en Galicia. Trabajo de investigación fin de carrera. Universidad de Santiago de Compostela.