

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**



TESIS

**REDES NEURONALES RECURRENTE ADAPTABLES
APLICADAS A CONTROL DE MANIPULADORES ROBÓTICOS**

POR

ÁNGEL FLORES HERNÁNDEZ

**EN OPCIÓN AL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERÍA FÍSICA INDUSTRIAL**

OCTUBRE, 2019

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS



TESIS

**REDES NEURONALES RECURRENTE ADAPTABLES
APLICADAS A CONTROL DE MANIPULADORES ROBÓTICOS**

POR

ÁNGEL FLORES HERNÁNDEZ

**EN OPCIÓN AL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERÍA FÍSICA INDUSTRIAL**

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN, MÉXICO

OCTUBRE 2019

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
Posgrado de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Ciudad Universitaria de San Nicolás de los Garza, N.L. siendo las 09:00 horas del día 23 de Julio de 2019, se reunieron los miembros del Comité de Tesis Doctoral, para evaluar el proceso de predefensa de la tesis titulada "**Redes Neuronales Recurrentes Adaptables Aplicadas a Control de Manipuladores Robóticos**", sustentado por el Doctorante **ÁNGEL FLORES HERNÁNDEZ**. En función del avance presentado, el Comité de Tesis determinó APROBAR la predefensa y recomienda programar la defensa de dicha Tesis, como requisito parcial para obtener el título de Doctor en Ingeniería Física Industrial, que ofrece el Departamento de Posgrado de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas (DIFI).

Aprobación de Predefensa de Tesis por el Comité

Joel Pérez P.

Dr. Joel Pérez Padrón

Presidente

Asesor

José Paz P.

Dr. José Paz Pérez Padrón

Secretario

Co-Asesor

Cornelio Posadas Castillo

Dr. Cornelio Posadas Castillo

Primer Vocal

Juan Pablo Salinas Estevane

Dr. Juan Pablo Salinas Estevane

Segundo Vocal

Lilia López Vera

Dra. Lilia López Vera

Tercer Vocal

Arturo Alberto Castillo Guzmán

Dr. Arturo Alberto Castillo Guzmán

Coordinador del DIFI

MONTERREY, N.L., MÉXICO SEPTIEMBRE DE 2019

Redes Neuronales Recurrentes Adaptables Aplicadas a Control de Manipuladores Robóticos

Alumno: Ing. Angel Flores Hernández

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

División de Estudios de Posgrado

Asesor de Tesis: Dr. Joel Pérez Padrón

Co-Asesor de Tesis: Dr. Jose Paz Pérez Padrón

3 de octubre de 2019

Índice general

1. Introducción	IV
1.1. Antecedentes	IV
1.2. Justificación	V
1.3. Visión 2020	VI
2. Marco Teórico	2
2.1. Descripción de robot manipulador	2
2.2. Modelo dinámico	3
2.3. Teoría de Control Moderna contra la Teoría de Control Convencional	4
2.4. Representación de Estado	5
2.4.1. <i>Planta.</i>	5
2.4.2. <i>Señal de Referencia</i>	5
2.4.3. <i>Estado.</i>	5
2.4.4. <i>Variables de estado.</i>	6
2.4.5. <i>Vector de estado.</i>	7
2.4.6. <i>Espacio de Estados.</i>	7
3. Preliminares	2

3.1. Plano de fase.	2
3.1.1. Representación en el espacio de estados de sistemas dinámicos.	5
3.2. Estado de Equilibrio	8
3.2.1. Puntos De Equilibrio.	8
3.2.2. Análisis de Estabilidad de Lyapunov	9
3.3. Representación gráfica de la estabilidad, la estabilidad asintótica y la inestabilidad.	12
3.3.1. Definición de las funciones escalares.	13
3.3.2. Redes Neuronales Artificiales	15
3.4. Aplicación de Herramientas Matemáticas	18
3.4.1. Forma cuadrática.	18
3.4.2. Segundo método de Lyapunov.	19
3.4.3. Teorema de Estabilidad de Lyapunov	19
3.4.4. Estabilidad de los sistemas lineales contra la estabilidad de los sistemas no lineales.	20
3.4.5. Estructura del Control PID	21
4. Seguimiento de trayectorias usando una ley de control PID para un robot manipulador de dos eslabones vía redes neuronales adaptables	22
4.1. Introducción	22
4.2. Modelado de la planta	25
4.3. Análisis de Seguimiento	26
4.4. Estabilización de Error de Seguimiento	28
4.5. Simulación	32
4.6. Conclusiones	38

5. Error de Seguimiento de Trayectorias Usando Ley de Control PID para un Modelo de Helicóptero (2 DOF) vía Redes Neuronales Adaptables con Retardo de Tiempo **39**

5.1. Introducción 39

5.2. Modelado de la Planta 42

5.3. Seguimiento de Trayectorias 43

5.4. Estabilidad del Error de Seguimiento 46

5.5. Simulación 51

5.6. Conclusiones 58

6. Conclusiones y Trabajo Futuro **59**

Dedicatoria y Agradecimientos:

Dedico este trabajo especialmente a mis padres, la Sra. Alfreda Hernández Hernández por todo su apoyo incondicional que han dado, a la memoria de mi padre Sr. Martín Flores Hernández que siempre me enseñó a no decaer y ser perseverante en la vida. A mi esposa Profra. Ludivina Hernandez Cruz quien ha sido mi apoyo en todo momento, a mis hijos Miguel Angel, Ulises y el más pequeño Martín, quienes me han dado motivos para seguir superandome. A mi hermana Profra. Yolanda Flores, a todos mis sobrinos.

Quiero agradecer de manera especial al Dr. Joel Perez Padrón por ser quien me involucro a iniciar y terminar este trabajo, por ser mi guía.

Tambien Agradezco a la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas por el apoyo que recibí durante mis estudios, a la LGAC que cultiva, el Cuerpo Académico "Sistemas Dinámicos" con clave UANL-CA-349, en consolidación en el área de Ciencias Naturales y Exactas en la Disciplina de Matemáticas perteneciente a la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Universidad Autónoma de Nuevo León, cuyos integrantes son el Dr. Joel Pérez Padrón que funge como Asesor de mi Tesis Doctoral y el Dr. José Paz Pérez Padrón como Co-Asesor de la misma y al CONACYT por su apoyo para culminar este trabajo de TESIS DOCTORAL.

Resumen

Este trabajo de tesis aborda el problema de modelado, identificación y control de un robot manipulador experimental de dos grados de libertad y con retardo en el tiempo. Para su análisis se considera el estudio de estabilidad de Lyapunov y de Lyapunov-Krasovskii.

La simulación del modelo dinámico se realizó mediante en simulink (matlab), se pudo observar que el seguimiento de trayectorias entre la planta y la referencia, aún con retardo en el tiempo tiene una error a la respuesta mínimo, y el torque es mucho menor que en (ver [25]).

Finalmente, utilizando el control del modelo identificado, se realizan experimentos de control de seguimiento de trayectorias del robot manipulador experimental, utilizando en diferentes esquemas de control basados en dos modelos como son: el péndulo caótico y el helicóptero.

El presente trabajo es producto de un proyecto de intercambio, vinculación y cooperación académica con los sectores social y productivo, en respuesta a las demandas institucionales y sociales de promover la utilidad social y pertinente del desarrollo del conocimiento, con altos niveles de calidad.

Palabras clave: Robot manipulador, red neuronal adaptable, seguimiento de trayectorias, red neuronal con y sin retardo.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Entre los robots manipuladores que existen actualmente en la industria, un gran número de ellos están equipados con un control PID (Proporcional-Integral-Derivativa) el cual, además de tener una estructura sencilla y fácil implementar (aunque el proceso de sintonizar las ganancias proporcional y derivativa puede ser complicado y en muchos casos requiera de la experiencia o experimentación), es capaz de posicionar de manera precisa al robot en cualquier punto dentro de su espacio de trabajo. Sin embargo, el control PID es incapaz de hacer que el manipulador siga una trayectoria continua variante en el tiempo (una trayectoria cuyos valores cambien constantemente de manera continua) sin que se presente un error de seguimiento. Esta falta de precisión en el seguimiento de las trayectorias hace que el robot no pueda realizar varias tareas como por ejemplo el maquinado de piezas, donde la precisión con que se guía la herramienta de corte es muy importante. Obviamente, se reduce el número de aplicaciones que un robot, equipado con un control PID, es capaz de hacer.

Los estudios realizados sobre éste control muestran que es necesario añadir al control PID términos adicionales de compensación o de pre-alimentación (PID) [1] para poder garantizar que el robot siga una trayectoria variante y continua en forma precisa. Dichos términos de compensación deben contemplar los efectos de la gravedad, la fricción no lineal y las dinámicas no modeladas del manipulador.

Este trabajo propone la aplicación de las redes neuronales dinámicas para el control no lineal, para esto se desarrolla un análisis sistemático para la estabilización, identificación y seguimiento de trayectorias de plantas no lineales por medio de redes neuronales recurrentes primero se aplica a un robot manipulador de dos eslabones y después se aplica al modelado de un helicóptero. La herramienta principal utilizada para este análisis está basada en la metodología de análisis de estabilidad de Lyapunov.

1.2. Justificación

Una de las razones para estudiar este tipo de mecanismos puede asociarse a los problemas de control automático que surgen en una amplia variedad en el campo de la ingeniería, y que se caracterizan esencialmente por ser ambientes inciertos y no lineales.

La aplicación de redes neuronales a los sistemas de control automático constituye un modelo no lineal, y en base a este modelo se diseñan acciones de control con el propósito de lograr un comportamiento específico.

Un problema fundamental en el control automático de sistemas no lineales es el seguimiento de trayectorias. Recientemente el uso de redes recurrentes se ha incrementado [2]. Las primeras aportaciones del uso de las redes neuronales en sistemas de control retroalimentado no incluían un análisis riguroso. Actualmente, el control neuronal es una técnica bien definida [3], para redes estáticas, y en [4], [5] para las recurrentes.

En esta tesis se presenta un enfoque en el campo de la aplicación de las redes neuronales dinámicas para el control lineal robusto; primero a un robot manipulador de dos eslabones y después aplicado al modelado de un helicóptero. A diferencia del control adaptable tradicional, se presenta una nueva forma de modelar en línea plantas no lineales por medio de redes neuronales, con el objetivo de que la planta siga una señal de referencia dada. Para lograrlo se aplican leyes de control y leyes de adaptación a la red neurona, con esto se garantiza que la planta siga la señal de referencia. La herramienta principal utilizada en el análisis de estabilidad del sistema es la metodología de Lyapunov.

1.3. Visión 2020

La Visión 2020 UANL sustenta que “La Universidad Autónoma de Nuevo León es reconocida en 2020 como una institución socialmente responsable y de clase mundial por su calidad, relevancia y contribuciones al desarrollo científico y tecnológico, a la innovación, la construcción de escuelas de pensamiento y al desarrollo humano de la sociedad nuevoleonense y del País” y su Misión es “la formación de investigadores capaces de desempeñarse eficientemente en la sociedad del conocimiento; que aplican principios y valores universitarios y se comprometen con el desarrollo sustentable, económico, científico, tecnológico y cultural de la humanidad; son innovadores y competitivos, logran su desarrollo personal y contribuyen al progreso del País en el contexto internacional”

Respecto a los 10 Programas Prioritarios de la Visión 2020, se consideran relevantes para presente investigación los siguientes puntos de los programas 1 y 6:

1. Gestión responsable de la Formación
 - Incorporación de estudiantes en proyectos de desarrollo científico, humanístico, cultural y tecnológico de los cuerpos académicos.

6. Intercambio, vinculación y cooperación académica con los sectores social y productivo

- Realización de proyectos sociales y productivos, en colaboración con grupos de interés.

Consideramos que el presente trabajo es una aportación que contribuye al logro de los siguientes puntos definidos entre los 15 propósitos de la Visión 2020 UANL:

1.d) La promoción permanente de la utilidad social del conocimiento y la cultura y la democratización del acceso a los mismos.

1.e) El fomento al equilibrio entre la producción y aplicación del conocimiento económicamente pertinente y el conocimiento social y humanamente pertinente.

1.f) Sus contribuciones son oportunas y con altos niveles de calidad y pertinencia a la atención de problemáticas relevantes del desarrollo humano de la sociedad nuevoleonesa y del País, y a la construcción de políticas públicas para el desarrollo.

En respuesta a las demandas y responsabilidades declaradas tanto en la Visión 2020 y el Programa de Educación Superior Incluyente, la FCFM a través de sus programas de Posgrado en Ingeniería Física Industrial, investiga el diseño y construcción de máquinas que hagan posible obtener una nueva percepción de las variables involucradas en estos problemas de la industria y realiza investigación científica sobre posibles soluciones con altos niveles de calidad, para propósitos generales en la ingeniería.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Descripción de robot manipulador

El control de y simulación de robots requiere del desarrollo de diferentes modelos matemáticos. Diferentes modelos, geométricos, cinemáticos y dinámicos, son necesarios dependiendo de los objetivos, la importancia de la tarea a realizar y el funcionamiento deseado.

En la figura 4.2 se presenta un diagrama de un robot manipulador de dos grados de libertad ya que solo cuenta con dos articulaciones de movimiento en el plano cartesianos $x - y$. El robot consiste de dos eslabones rígidos de longitudes l_1 y l_2 , y la distancia entre los ejes de giro y los centros de masa se denotan por lc_1 y lc_2 para los eslabones 1 y 2 respectivamente. Las masas de los eslabones están dadas por m_1 y m_2 y los momentos de inercia de los eslabones con respecto al eje que pasa a través de sus respectivos centros de masa y que es perpendicular al plano $x - y$ son I_1 y I_2 , respectivamente. Los desplazamientos del robot se dan en el plano $x - y$, y las uniones tiene un movimiento rotacional que esta dado por q_1 y q_2 . Finalmente los grados de libertad están asociados a los ángulos

q_1 , que se mide del eje y hacia el eslabón 1, y q_2 que se mide a partir de la extensión del eslabón 1 hasta el eslabón 2, siendo ambos positivos en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj. En la Tabla 1 se presenta en resumen la descripción, notación y unidades de los parámetros físicos del robot manipulador en el sistema SI.

Descripción	Notación	Unidades
Longitud eslabón 1	l_1	m
Longitud eslabón 2	l_2	m
Distancia al centro de masa del eslabón 1	lc_1	m
Distancia al centro de masa del eslabón 2	lc_2	m
Masa del eslabón 1	m_1	kg
Masa del eslabón 2	m_2	kg
Inercia eslabón 1 respecto al centro de masa	I_1	$kg - m^2$
Inercia eslabón 2 respecto al centro de masa	I_2	$kg - m^2$

Tabla 1: Parámetros físicos del brazo robótico

(Tabla 1)

2.2. Modelo dinámico

Considere un robot manipulador de n grados de libertad compuesto por eslabones rígidos interconectados por uniones libres de fricción y elasticidad. La ecuación dinámica que lo representa puede estar escrita como [6], [7],

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (\text{Ec. 2.1})$$

donde $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ son los vectores de la posición, velocidad y aceleración articular, respectivamente, $M(q)$ es una matriz de $n \times n$ denominada matriz de inercia, la cual es

simétrica y definida positiva para todo $q \in R^n$, $C(q, \dot{q})$ es una matriz de dimensiones $n \times n$ denominada matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $g(q)$ es un vector de dimensión n de pares de fuerzas gravitacionales y τ es un vector de dimensión n llamado *vector de fuerzas externas o torque* aplicados por los actuadores en las uniones.

Cada elemento de las matrices $M(q)$, $C(q, \dot{q})$ y el vector $g(q)$ son una expresión relativamente compleja de las posiciones q y las velocidades \dot{q} articulares de las uniones del robot manipulador.

2.3. Teoría de Control Moderna contra la Teoría de Control Convencional

Las tendencias actuales en los sistemas de ingeniería se dirigen hacia una mayor complejidad, todo esto se debe a requerimientos de las tareas cada vez más complejas y que además requieren de una elevada precisión. Estos sistemas pueden tener múltiples entradas y salidas que varían en el tiempo. Al aumentar la complejidad de los sistemas se ha tenido la necesidad de desarrollar lo que actualmente se conoce como La *Teoría de Control Moderna*. Dicha teoría se ha constituido en un nuevo enfoque del Análisis y Diseño de Sistemas de Control Complejos.

Este nuevo enfoque está basado en el concepto de *Estado*. El concepto de estado no es concepto nuevo por sí solo, dado que este ha existido durante un largo tiempo en el campo de diversas ciencias, entre ellos más notablemente en la Dinámica Clásica.

La diferencia entre la teoría de control moderna con respecto a la teoría de control convencional, es que mientras la primera tiene su aplicación en sistemas con entradas y salidas múltiples, los cuales pueden ser lineales o no lineales, la segunda sólo tiene aplicación en sistemas lineales con una entrada y una salida que no varían con respecto

al tiempo.

Asimismo, la *Teoría de Control Moderna* se enfoca principalmente en el dominio del tiempo, mientras que la *Teoría de Control Convencional* es un enfoque complejo en el dominio de la frecuencia.

2.4. Representación de Estado

Antes de continuar, deben definirse los conceptos de *planta*, *señal de referencia*, *estado*, *variables de estado*, *vector de estado* y *espacio de estados*. Para tal efecto se tomará lo publicado en el libro de texto *Ingeniería de Control Moderno* del autor Katsuhiko Ogata, pag.70.

2.4.1. *Planta.*

Puede ser parte de un equipo, tal vez un conjunto de las partes de una máquina que funcionan juntas, el propósito de la cual es ejecutar una operación particular. En el área de Control se le conoce como planta a cualquier objeto físico que se va a controlar.

2.4.2. *Señal de Referencia*

También conocida como *trayectoria de referencia*, es una función especificada que proporciona los valores que se desea obtener para la salida del sistema a controlar.

2.4.3. *Estado.*

El estado de un sistema dinámico se refiere al conjunto más pequeño de variables (*variables de estado*) de modo que el conocimiento de estas variables en conjunto con el

conocimiento de la entrada para un tiempo $t \geq t_0$, determina por completo el comportamiento del sistema para cualesquier tiempo $t \geq t_0$.

Es de notarse que el concepto de estado no está limitado a los sistemas físicos exclusivamente, sino que se puede aplicar a otro tipo de sistemas como los biológicos, económicos, sociales y de otro tipo.

2.4.4. *Variables de estado.*

Las *variables de estado* de un sistema dinámico se refieren a aquellas que forman el conjunto más pequeño de variables que determinan el estado de un sistema dinámico.

Si son necesarias por lo menos n variables x_1, x_2, \dots, x_n para describir por completo el comportamiento de un sistema dinámico (por lo cual una vez que se proporciona la entrada para el tiempo $t \geq t_0$ y se especifica el estado inicial en $t = t_0$, el estado futuro del sistema se determina por completo), tales n variables son un conjunto de variables de estado.

Cabe recalcar que las variables de estado no necesariamente necesitan ser cantidades medibles o físicamente observables. Dichas variables que no representan cantidades físicas y aquellas que no son medibles ni observables pueden ser seleccionadas como variables de estado.

Esta libertad para poder elegir entre las variables de estado es una de las ventajas de los métodos de espacio de estados. Sin embargo, en la práctica nos es conveniente elegir cantidades que sean posibles de medir con facilidad para las variables de estado, si es posible. Esto debido a que las leyes del control óptimo nos requerirán la realimentación de todas las variables de estado con una ponderación conveniente.

2.4.5. Vector de estado.

Si se tiene la necesidad de n variables de estado para poder describir de manera completa el comportamiento de un sistema determinado, estas n variables de estado se consideran los n componentes de un vector x .

A tal vector se le denomina *vector de estado*. Por lo tanto un vector de estado es todo aquel que logra determinar de manera única el estado del sistema $x(t)$ para cualquier tiempo $t \geq t_0$, una vez que se logra obtener el estado en el tiempo $t = t_0$ y se especifica la entrada $u(t)$ para $t \geq t_0$.

2.4.6. Espacio de Estados.

a) Concepto.

Se le denomina *Espacio de Estados* al espacio de n dimensiones cuyos ejes de coordenadas están formados por el eje x_1 , el eje x_2 , . . . , el eje x_n . Cualquier estado es posible representarlo mediante un punto en el espacio de estados.

b) Ecuaciones en el espacio de estados.

El análisis en el espacio de estados se concentra en tres tipos de variables involucradas en el proceso del modelado de sistemas dinámicos: variables de entrada, variables de salida y variables de estado. Cabe resaltar que la representación en el espacio de estados para un sistema determinado no es de manera única, con la excepción de que la cantidad de variables de estado es la misma para cualquiera de las diferentes representaciones en el espacio de estados de un mismo sistema.

El sistema dinámico debe incorporar elementos que logren memorizar los valores de la entrada para $t \geq t_1$.

Dado que los integradores en un sistema de control en tiempo continuo funcionan como dispositivos de memoria, las salidas de estos integradores se consideran las variables que definen el estado interno del sistema dinámico. Por lo tanto, las salidas de los integradores funcionan como variables de estado. La cantidad de variables de estado necesarias para lograr definir completamente la dinámica del sistema es igual a la cantidad de integradores que contiene el sistema.

Capítulo 3

Preliminares

3.1. Plano de fase.

Se le denomina *retrato de fase* o *plano fase* a la forma de representar de manera geométrica todas las trayectorias cualitativamente distintas de un sistema dinámico no plano, donde cada una de las curvas representa una condición inicial diferente. En este tipo de representación los ejes representan variables de estado.

Supongamos que un sistema de entradas y salidas múltiples contiene n integradores de donde también supondremos que existen r entradas $u_1(t), u_2(t), K, u_r(t)$ y m salidas $y_1(t), y_2(t), K, y_m(t)$. Definimos las salidas de los integradores como variables de estado: x_1, x_2, K, x_n .

Ecuaciones que modelan al sistema

.

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\
\dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\
&\cdot \\
&\cdot \\
\dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t)
\end{aligned}
\tag{Ec. 3.1}$$

Las salidas del sistema $y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)$ las podemos obtener mediante...

$$\begin{aligned}
y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\
y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\
&\cdot \\
&\cdot \\
y_m(t) &= g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t)
\end{aligned}
\tag{Ec. 3.2}$$

Representación en el espacio de estados de sistemas dinámicos.

Ahora, si definimos

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad f(x, u, t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ y_m(t) \end{bmatrix}, \quad g(x, u, t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ \cdot \\ \cdot \\ g_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r(t) \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones (3.1) y (3.2) se convierten en

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) \quad (\text{Ec. 3.3})$$

$$y(t) = g(x, u, t) \quad (\text{Ec. 3.4})$$

donde la ecuación (3.3) es la ecuación de estado y la ecuación (3.4) es la ecuación de salida.

Si las funciones f y/o g involucran explícitamente el tiempo t , al sistema se le denomina sistema *variante en el tiempo o no autónomo*. Pero si ambas funciones no lo involucran, al sistema se le denomina *invariante en el tiempo o autónomo*, que es el tipo de sistema que se estará utilizando a lo largo de este trabajo de tesis.

Si se linealizan las ecuaciones (3.3) y (3.4) alrededor del estado de operación en un sistema invariante en el tiempo, entonces tenemos las siguientes ecuaciones de estado y de salida linealizadas

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{Ec. 3.5})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (\text{Ec. 3.6})$$

en donde a la matriz $A(t)$ se le denomina *matriz de estado*, a $B(t)$ se le denomina *matriz de entrada*, a $C(t)$ se le denomina *matriz de salida* y a $D(t)$ se le denomina *matriz de transmisión directa*.

Tenemos entonces que (3.5) es la ecuación de estado de un sistema lineal e invariante en el tiempo mientras que (3.6) es la ecuación de salida para el mismo sistema.

La diferencia fundamental entre sistemas variantes e invariantes en el tiempo está en el hecho que la trayectoria de estado de un sistema invariante en el tiempo es independiente del tiempo inicial, mientras que de un sistema variante en el tiempo generalmente no lo es.

3.1.1. Representación en el espacio de estados de sistemas dinámicos.

Un sistema dinámico formado por una cantidad finita de elementos de parámetros concentrados es posible describirlo mediante una serie de ecuaciones diferenciales en las cuales el tiempo es la variable independiente. Haciendo uso de la notación matricial, es posible poder expresar una ecuación diferencial de enésimo orden mediante una ecuación diferencial matricial de primer orden.

Si los elementos del vector son un conjunto de variables de estado, tenemos que la ecuación diferencial matricial es una ecuación de estado.

A continuación se verá una forma para obtener representaciones en el espacio de estados en tiempo continuo de sistemas de enésimo orden mediante ecuaciones diferenciales lineales.

Considérese el siguiente sistema de enésimo orden:

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = u \quad (\text{Ec. 3.7})$$

Además, considerando también que el conocimiento de los valores $y(0), \dot{y}(0) \dots y^{(n-1)}(0)$ junto con la entrada $u(t)$ para $t \geq t_0$, determina en su totalidad el comportamiento futuro del sistema, es posible tomar $y(t), \dot{y}(t) \dots y^{(n-1)}(t)$ como un conjunto de n variables de estado.

Si se define:

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \dot{y} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ x_n &= y^{(n-1)} \end{aligned}$$

Se sigue que la ecuación (3.7) es posible reescribirla como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= -a_n x_1 - \dots - a_1 x_n + u \end{aligned}$$

O bien

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{Eq. 3.8}$$

En donde

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Las salidas se obtiene mediante

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

O bien

$$y = Cx \tag{Ec. 3.9}$$

En donde $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix}$ y además la matriz D de las ecuaciones (3.6) es cero.

La ecuación de primer orden (3.8) es la ecuación de estado y la ecuación algebraica (3.9) es la ecuación de salida.

3.2. Estado de Equilibrio

3.2.1. Puntos De Equilibrio.

Es posible que para una trayectoria de un sistema solamente le corresponda un solo punto singular. A tal punto se le suele llamar *punto de equilibrio*. Cabe notar que muchos problemas que involucran estabilidad se formulan de manera natural con respecto a estos puntos de equilibrio.

Más formalmente, lo podemos enunciar con la siguiente definición, tomada del libro de texto *Applied Nonlinear Control* de Jean-Jacques E. Slotine, pag.43

DEFINICIÓN 3.1

Un estado \dot{x} es un *estado de equilibrio* (o *punto de equilibrio*) del sistema si una vez que $x(t)$ es igual a \dot{x} , se mantiene igual a \dot{x} para todo tiempo futuro.

Matemáticamente, esto significa que el vector constante \dot{x} satisface

$$f(\dot{x}) = 0 \quad (\text{Ec. 3.10})$$

Además, es posible encontrar los puntos de equilibrio del sistema si resolvemos las ecuaciones algebraicas no lineales planteadas de la ecuación (3.10).

Ahora bien, un sistema lineal invariante en el tiempo $\dot{x} = Ax$ tiene solamente un punto de equilibrio, el cual es el origen 0, si A es no singular. Pero si A fuese singular, tendría un número infinito de puntos de equilibrio, los cuales están contenidos en el espacio nulo de la matriz A, esto es, en el subespacio definido por $Ax = 0$. Esto implica que los puntos de equilibrio no necesariamente son aislados.

Un sistema no lineal puede tener muchos puntos de equilibrio aislados, o incluso puede llegar a tener un número infinito de estos.

En el análisis y diseño de sistemas lineales a menudo se transforman las ecuaciones

lineales del sistema en tal forma que el punto del equilibrio es el origen del espacio de estados, todo esto por causas de simplicidad en la notación y análisis del sistema. También es posible hacer lo mismo en los sistemas no lineales $\dot{x} = f(x)$, pero en un punto de equilibrio en particular.

3.2.2. Análisis de Estabilidad de Lyapunov

a) *Criterios de Estabilidad*

Por lo general, uno de los aspectos cuya determinación es más importante es la *Estabilidad* en un sistema de control determinado. Para la presente investigación, se considerará la conceptualización dada en el libro de texto *Ingeniería de Control Moderna* del autor Katsuhiko Ogata, pag.897.

Si el sistema es lineal e invariante con el tiempo, existen muchos criterios de estabilidad. Entre ellos podemos mencionar los criterios de estabilidad de Nyquist y el criterio de estabilidad de Routh.

Sin embargo, si el sistema fuese no lineal o no lineal pero variante con el tiempo, tales criterios de estabilidad no serían aplicables.

b) *Segundo Método de Lyapunov.*

En el año de 1892, Aleksandr M. Lyapunov presentó dos métodos, los cuales son llamados *el primero y el segundo*, para determinar la estabilidad de los sistemas dinámicos descritos mediante ecuaciones diferenciales ordinarias.

- *El primer método de Lyapunov*, está compuesto de todos los procedimientos en los cuales es utilizada la forma explícita de la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias para el análisis.

- *El segundo método de Lyapunov*, no requiere de las soluciones de las ecuaciones diferenciales. Es decir, mediante el segundo método de Lyapunov es posible determinar la estabilidad de un sistema sin tener que resolver las ecuaciones de estado no lineales y/o variantes en el tiempo. El *segundo método de Lyapunov*, también conocido como el *método directo de Lyapunov*, que se va a presentar a continuación es el método más general para la determinación de la estabilidad de los sistemas no lineales y/o variantes con el tiempo. Además, el segundo método también es útil para lograr resolver problemas de control óptimo cuadrático.

Aunque el segundo método de Lyapunov requiere de mucha experiencia e ingenio cuando éste se aplica al análisis de estabilidad de los sistemas no lineales, contesta a la pregunta de la estabilidad de los sistemas no lineales cuando otros métodos fracasan en hacerlo.

c) Estabilidad en el sentido de Lyapunov.

La estabilidad de los puntos de equilibrio generalmente se le denomina que está *en el sentido de Lyapunov*. Un punto de equilibrio se dice que es *estable* si todas las soluciones que se inicien en las cercanías del punto de equilibrio permanecen en las cercanías del punto de equilibrio en cuestión; de otro modo el punto de equilibrio se considera que es *inestable*.

d) Estabilidad Asintótica.

Se dice que un estado de equilibrio \dot{x} del sistema de la ecuación $\dot{x} = f(x)$ es *asintóticamente estable* si es estable en el sentido de Lyapunov y además todas las soluciones que empiezan dentro de la vecindad $S(\delta)$ convergen a \dot{x} , sin apartarse de la vecindad $S(\varepsilon)$, conforme el valor de t se incrementa indefinidamente.

Por lo general, en la práctica la estabilidad asintótica es de mayor importancia que la mera estabilidad. De igual manera, debido a que la estabilidad asintótica es un concepto local el simplemente establecer una estabilidad asintótica tal vez no necesariamente signifique que el sistema operará en forma adecuada. Generalmente se requiere de cierto conocimiento del tamaño de la región más grande de la estabilidad asintótica, región que se le conoce como *dominio de atracción*. Es en esa parte del espacio de estados en el cual se originan las trayectorias asintóticamente estables. Dicho de otra manera, todas las trayectorias que tienen su origen en el dominio de atracción son asintóticamente estables.

e) **Estabilidad asintótica en general.**

Si la estabilidad asintótica es válida para todos los estados, o dicho de otro modo, todos los puntos en el espacio de estados, a partir de los cuales se originan trayectorias, se suele decir que el estado de equilibrio es *asintóticamente estable en general*. En otras palabras, se dice que el estado de equilibrio \dot{x} del sistema obtenido mediante la ecuación $\dot{x} = f(x)$ es asintóticamente estable, en general, si se cumple que es estable y todas las soluciones convergen a \dot{x} conforme el valor de t se incrementa indefinidamente. Ante esto es evidente que una condición necesaria para la estabilidad asintótica en general es que solo existiese un estado de equilibrio en todo el espacio de estados.

Si llegase a suceder que el estado de equilibrio no es asintóticamente estable en general, el determinar la región más grande de la estabilidad asintótica puede llegar a resultar ser un problema y muy por lo general esto suele ser muy difícil. Sin embargo nos basta con solo establecer una región de estabilidad asintótica lo suficientemente amplia para que las perturbaciones no la puedan rebasar.

f) Inestabilidad.

Se dice que un estado de equilibrio \dot{x} es *inestable* si para algún número real $\varepsilon > 0$ y cualquier otro número real $\delta > 0$, no importa qué tan pequeño sea, hay un estado x_0 en la vecindad $S(\delta)$ tal que la trayectoria que comienza en estos estados se aparta de la vecindad $S(\varepsilon)$.

3.3. Representación gráfica de la estabilidad, la estabilidad asintótica y la inestabilidad.

Por medio de la siguiente representación gráfica se pretende aclarar los conceptos previamente definidos, y para esto se considerará el caso particular del espacio en dos dimensiones. En las figuras 3.1 (a), (b) y (c) se muestran los estados de equilibrio y las trayectorias comunes correspondientes a lo que es la estabilidad, la estabilidad asintótica y la inestabilidad respectivamente. En dichas figuras, la región $S(\delta)$ limita el estado inicial x_0 y la región $S(\varepsilon)$ corresponde al límite para la trayectoria que empieza en x_0 .

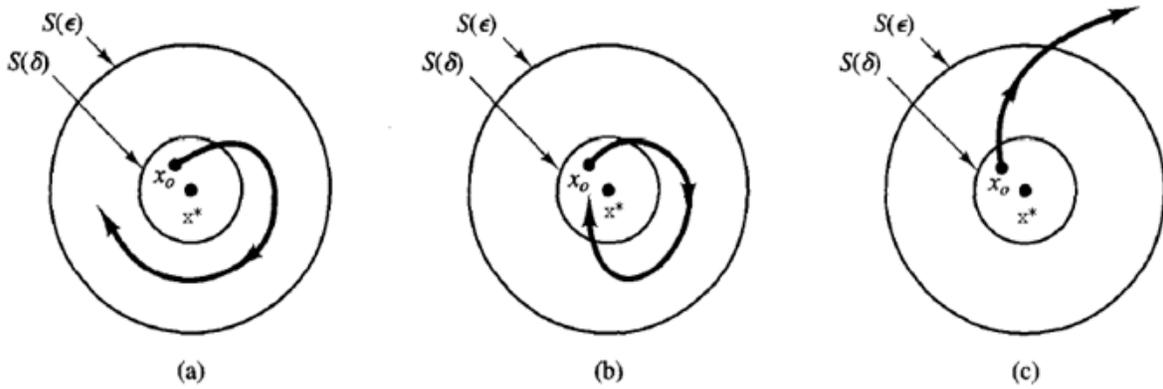


Figura 3.1 a) Estado de equilibrio estable y una trayectoria representativa. b) Estado de equilibrio asintticamente estable y una trayectoria representativa c) Estado de equilibrio inestable y una trayectoria representativa.

Es de observarse en la figura 3.1(c) que la trayectoria se aparta de $S(\epsilon)$ y esto implica que el estado de equilibrio es inestable. Sin embargo, no es posible decir que la trayectoria se dirija al infinito necesariamente, dado que tiende a un ciclo lmite fuera de la regin $S(\epsilon)$.

Si un sistema lineal e invariante con el tiempo es inestable, las trayectorias que empiezan cerca del estado de equilibrio inestable van al infinito. Pero en el caso de los sistemas no lineales, esto no es necesariamente cierto.

3.3.1. Definidad de las funciones escalares.

a) *Definida Positiva de las funciones escalares.*

Se dice que una funcin escalar $V(x)$ es *definida positiva* en una regin Ω , la cual incluye el origen del espacio de estados, si $V(x) > 0$ para todos los estados x diferentes

de cero en la región Ω y $V(0) = 0$.

Se dice que una función variante con el tiempo $V(x, t)$ es *definida positiva* en una región Ω , la cual incluye el origen del espacio de estados, si está limitada desde abajo por una función definida positiva variante con el tiempo, es decir, si existe una función definida positiva $V(x)$ tal que

$$V(x, t) > V(x), \text{ para toda } t \geq t_0$$

$$V(0, t) = 0, \text{ para toda } t \geq t_0$$

b) *Definida Negativa de las funciones escalares.*

Se dice que una función escalar $V(x)$ es *definida negativa* si $-V(x)$ es definida positiva.

c) *Semidefinida Positiva de las funciones escalares.*

Se dice que una función escalar $V(x)$ es *semidefinida positiva* si es positiva en todos los estados de la región Ω , excepto en el origen y en ciertos otros estados, en donde es cero.

d) *Semidefinida Negativa de las funciones escalares.*

Se dice que una función escalar $V(x)$ es *semidefinida negativa* si $-V(x)$ es semidefinida positiva.

e) *Indefinida de las funciones escalares.*

Se dice que una función escalar $V(x)$ es *indefinida* si en la región Ω adopta tanto valores positivos como negativos, sin importar qué tan pequeña sea la región Ω .

3.3.2. Redes Neuronales Artificiales

Para esta investigación se consideran relevantes los siguientes conceptos presentados en el libro de texto *Differential Neural Networks for Robust Nonlinear Control*, de Alexander S. Poznyak, Edgar Sanchez y Wen Yu, pag 10.

Una *red neuronal artificial*, normalmente abreviada como **ANN** por sus siglas en inglés, es un procesador distribuido en paralelo de manera masiva el cual está basado en las redes neuronales biológicas, las cuales suelen albergar conocimiento experimental y lo hace disponible para su uso posterior.

Una Red Neuronal Artificial tiene algunas similitudes con el cerebro, tales como que el conocimiento es adquirido a través de un proceso de aprendizaje; otra similitud es que la conectividad interneuronal es conocida como *pesos sinápticos*, los cuales son usados para almacenar este conocimiento.

El procedimiento para el proceso de aprendizaje también es conocido como *algoritmo de aprendizaje*, cuya función es la de modificar los pesos sinápticos de las redes para tratar de alcanzar una meta especificada previamente. La modificación de los pesos provee el método tradicional para el diseño de redes neuronales y su implementación.

a) *Elementos básicos*

La neurona es la unidad fundamental para la operación de una red neuronal. Existen tres elementos básicos:

1. Un conjunto de *vínculos sinápticos*, con cada elemento caracterizado por su propio peso.
2. Un *sumador* para sumar los componentes de señal de entradas, multiplicados por los respectivos pesos sinápticos.
3. Una *función de activación no lineal* transformando la salida del sumador en la

salida de la neurona.

También es aplicado un *umbral externo* para disminuir la entrada a la función de activación. Este se utiliza para acotar la salida de la neurona y generalmente viene dado por la interpretación que queramos darle a dichas salidas. Algunas de las funciones más utilizadas para ese fin son:

- La función *tangente hiperbólica*, debido a que se obtienen valores en el intervalo $[-1; 1]$.
- La función *sigmoide*, ya que se obtienen valores en el intervalo $[0; 1]$.

b) *Estructura*

En términos matemáticos, la *i-ésima* neurona puede ser descrita como:

$$v_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} u_j$$

$$y_i = \varphi(v_i - \rho_i)$$

de donde:

u_j es el *j-ésimo* componente de la entrada,

w_{ij} es el *peso* que se encarga de conectar el componente de la *j-ésima* entrada a la neurona *i*,

v_i es la *salida del sumador*,

ρ_i es el *umbral*,

$\varphi(\cdot)$ es la *función de activación no lineal*,

y_i es la *salida de la neurona i*.

Este esquema puede ser simplificado como se muestra en la siguiente Figura 3.2

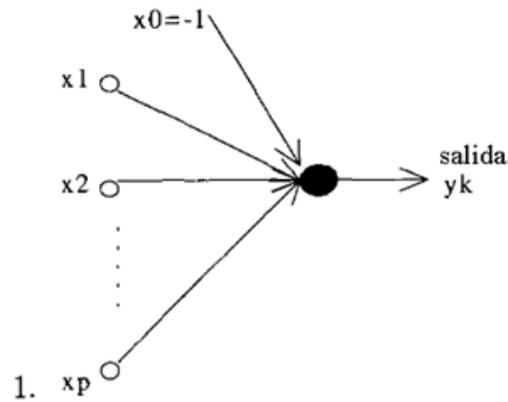


Figura 3.2 Esquema Simplificado

El esquema en cuestión está caracterizado por:

- *Nodos de entrada*, los cuales proveen la señal de entrada a la neurona,
- La *neurona* está representada por un nodo simple, llámese uno computacional,
- *Vínculos de comunicación* interconectando los nodos de entrada y los de computación.

Esto permite simplificar el esquema de dibujo para las distintas estructuras de redes neuronales.

c) *Tipos de Redes Neuronales.*

Existen diversos modelos que son utilizados en la investigación científica, entre los cuales podemos mencionar algunos como:

- Perceptrón,
- Perceptrón Multicapa,
- Redes de Neuronas de Base Radial,

- Propagación Inversa (en inglés conocida como *backpropagation*),
- Redes de Hopfield.

3.4. Aplicación de Herramientas Matemáticas

En la presente investigación se consideran fundamentales los siguientes conceptos matemáticos.

3.4.1. Forma cuadrática.

Una clase de funciones escalares que desempeña un papel importante en el análisis de estabilidad basado en el segundo método de Lyapunov es la *forma cuadrática*.

Un ejemplo podría ser

$$V(x) = x^T P x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdot & \cdot & \cdot & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{1n} \\ p_{12} & p_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{1n} & p_{2n} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

Se observa que x es un vector real y P es una matriz simétrica real. Donde los P_{ij} son segundas derivadas, por lo que ocurre el mínimo cuando es definida positiva la matriz del hessiano

3.4.2. Segundo método de Lyapunov.

El segundo método de Lyapunov se basa en una generalización de un hecho de la teoría clásica de la mecánica donde se sabe que un sistema vibratorio es estable si su energía total, la cual es una función definida positiva, es continuamente decreciente hasta que alcanza un estado de equilibrio. Esto último implica que la derivada de tiempo de la energía total debe ser definida negativa.

Dicho en otras palabras, si el sistema tiene un estado de equilibrio asintóticamente estable, la energía almacenada en el sistema desplazada dentro del dominio de atracción se descompone conforme transcurre el tiempo, hasta que finalmente adopta su valor mínimo en el estado de equilibrio.

Sin embargo, no existe una forma simple de poder definir una “función de energía”. Y fue para superar esta dificultad que Lyapunov introdujo la *función de Lyapunov*, la cual es una función de energía ficticia.

A pesar de eso, esta idea es más general que la de la energía y por ello tiene más posibilidades de aplicación. De hecho, cualesquier función escalar que satisfaga la hipótesis de los teoremas de estabilidad de Liapunov pueden servir como las funciones de Lyapunov.

Las funciones de Liapunov dependen de x_1, x_2, \dots, x_n , y t . Se les suele representar mediante $V(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$ o simplemente $V(x, t)$. Si las funciones de Lyapunov no incluyen explícitamente, las representamos mediante $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$, o $V(x)$.

3.4.3. Teorema de Estabilidad de Lyapunov

A continuación se enunciará el teorema de estabilidad de Lyapunov.

Teorema.

Suponga que un sistema se describe mediante $\dot{x} = f(x, t)$ en donde $f(0, t)$, para toda t . Si existe una función $V(x, t)$ escalar con primeras derivadas parciales continuas, que satisface las condiciones:

1. $V(x, t)$ es definida positiva
2. $V(x, t)$ es definida negativa
3. $V(0, t) = 0, \forall t \geq 0$.

entonces el estado de equilibrio en el origen es uniforme y asintóticamente estable, esto es,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0.$$

Pero además, si $V(x, t) \rightarrow \infty$ conforme $\|x\| \rightarrow \infty$, entonces el estado de equilibrio en el origen es uniforme de manera global y asintóticamente estable.

No se verá en este trabajo de tesis los detalles de la demostración a este teorema. Los detalles pueden obtenerse en el libro *Applied Nonlinear Control de Jean-Jacques Slotine*, Página 62.

Cabe señalar que las condiciones del teorema previamente establecido solamente son *suficientes* y si una función de Lyapunov candidata fallara en cumplir las condiciones de estabilidad o estabilidad asintótica eso no implicaría que el punto de equilibrio no es estable o asintóticamente estable.

3.4.4. Estabilidad de los sistemas lineales contra la estabilidad de los sistemas no lineales.

En un sistema lineal e invariante con el tiempo, si el estado de equilibrio es local y asintóticamente estable, entonces es asintóticamente estable en general. Sin embargo, en

un sistema no lineal, un estado de equilibrio puede ser local y asintóticamente estable sin ser asintóticamente estable en general. Por lo tanto, las implicaciones de la estabilidad asintótica del estado de equilibrio de los sistemas lineales e invariantes con el tiempo y los de los sistemas no lineales son muy diferentes.

3.4.5. Estructura del Control PID

PID: acción de control Proporcional-Integral-Derivativa, esta acción combinada reúne las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de un controlador con esta acción combinada se obtiene mediante: [1]

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

Capítulo 4

Seguimiento de trayectorias usando una ley de control PID para un robot manipulador de dos eslabones vía redes neuronales adaptables

4.1. Introducción

Recientemente, las redes neuronales se están desarrollando, como una extensión de la capacidad estática de redes neuronales para aproximar funciones no lineales. Las redes neuronales recurrentes permiten el modelado más eficiente de los sistemas dinámicos subyacentes [8]. Tres libros más representativos [9], [10] y [11] han revisado la aplicación de redes neuronales recurrentes para identificación de sistemas no lineales y control. En particular, [9] utiliza el aprendizaje off-line (fuera de línea), mientras que [10] analiza la identificación de adaptación y control por medio de trayectorias on-line (aprendizaje

en línea), donde la estabilidad del sistema de lazo cerrado está basada en el método de función de Lyapunov. En [10], el problema de seguimiento de trayectoria se reduce a un modelo de seguimiento lineal, con aplicación para los motores eléctricos de corriente directa. En [11], el análisis de redes neuronales recurrentes se emplea para la identificación, estimación y control, con aplicaciones en control de caos, en robótica y procesos químicos. Los métodos de control son aplicables a los sistemas no lineales y se han desarrollado intensamente desde principios de la década de 1980. Los métodos principales incluyen, el uso de la teoría de la geometría diferencial [12]. El enfoque de pasividad ha generado un creciente interés para la síntesis de las leyes de control [13]. Un problema importante que aborda este método, es obtener un control robusto no lineal en la presencia de sistemas dinámicos no modelados y con perturbaciones externas [14]. La mayor dificultad que presenta este método, además de su inestabilidad en el sistema estructural, es la exigencia de resolver las ecuaciones diferenciales parciales resultantes. Con el fin de dar solución a este problema computacional, fue desarrollada recientemente la llamada técnica inversa de control óptimo, basado en el concepto de estabilidad de entrada [15]. La base del método de control óptimo inverso, una ley de control para generar el caos en una red neural recurrente fue diseñada en [16]. En [17] y [18], esta metodología fue modificada para la estabilización y seguimiento de la trayectoria de un sistema dinámico caótico desconocido. El sistema propuesto de control adaptativo se compone de un identificador neural recurrente y un controlador, véase la figura 4.1.

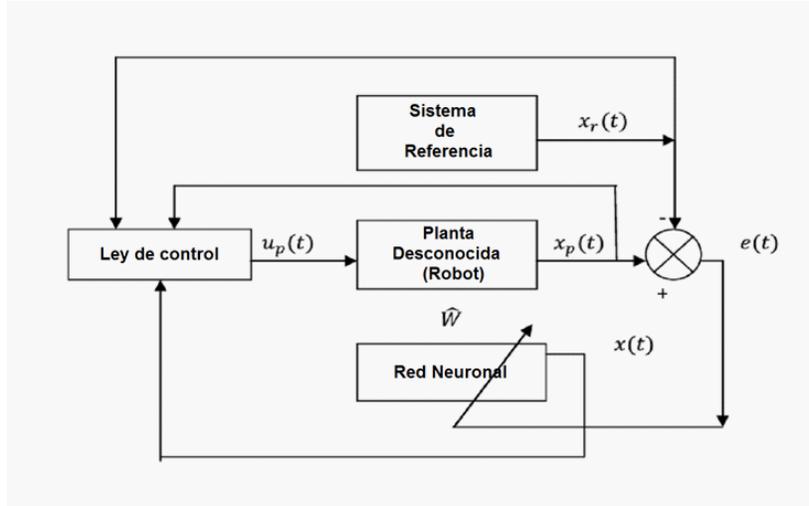


Fig. 4.1 Equema de la Red Neuronal Recurrente

Este esquema se utiliza para construir un modelo en línea de la planta desconocida y así asegurar que la planta desconocida siga la trayectoria de referencia. En este trabajo, nosotros mejoramos el diseño adaptando los sistemas con menos entradas de estados. El planteamiento se basa en la metodología desarrollada en [17] y [18], en la que la ley de control es óptima con respecto a una función Lyapunov bien definida.

Los robots manipuladores presentar un desafío práctico para fines de control debido a la naturaleza no lineal y multivariable de su comportamiento dinámico. Controlar el movimiento en el espacio articulado es fundamental en el control de robots, esto ha motivado un extenso trabajo de investigación en la síntesis de los diferentes métodos de control tales como control difuso de torque computarizado [19], PI + PD control difuso [20] y el control estático de la red neuronal [21]. Un problema importante para el desarrollo de algoritmos de control es que la mayoría de los modelos de robots descuidan aspectos prácticos como la dinámica del actuador, el ruido y la fricción, que si no se consideran en

el diseño puede causar el deterioro del rendimiento.

4.2. Modelado de la planta

El sistema no lineal desconocido de la planta, esta dado por la siguiente ecuación:

$$\dot{x}_p = F_p(x_p, u) \triangleq f_p(x_p) + g_p(x_p)u \quad (\text{Ec. 4.1})$$

Donde, $x_p, f_p \in R^n, u \in R^m, g_p \in R^{n \times m}$. Ambos f_p y g_p son desconocidos, y nosotros proponemos modelar (4.1) por la red neuronal representada en el espacio de estado, $\dot{x} = A(x) + W^* \Gamma_z(x) + \Omega u$, más un término de error de modelado.

Se define el error de modelado entre la red neuronal y planta por:

$$w_{per} = x - x_p \quad (\text{Ec. 4.2})$$

El cual se supone cumple con las siguientes hipótesis.

Hipótesis 1. (Objetivo de Modelación): El error de modelado es exponencialmente estable, esto es:

$$\dot{w}_{per} = -k w_{per} \quad (\text{Ec. 4.3})$$

En este trabajo se considera $k = 1$, y ahora, de (4.2) obtenemos $\dot{w}_{per} = \dot{x} - \dot{x}_p$ donde:
 $\dot{x}_p = \dot{x} + w_{per}$

Por lo que, la planta desconocida puede ser modelada como:

$$\dot{x}_p = \dot{x} + w_{per} = A(x) + W^* \Gamma_z(x) + w_{per} + \Omega u \quad (\text{Ec. 4.4})$$

W^* Son los pesos fijos pero desconocidos de la red neuronal, los cuales minimizan el error de modelado.

4.3. Análisis de Seguimiento

Se procede ahora, a analizar el error de seguimiento entre la planta desconocida, modelada por (4.4) y una señal de referencia definida por:

$$\dot{x}_r = f_r(x_r, u_r), u_r \in R^n \quad (\text{Ec. 4.5})$$

Para este propósito, definimos el error de modelado entre planta y señal de referencia por:

$$e = x_p - x_r \quad (\text{Ec. 4.6})$$

Cuya derivada en el tiempo es:

$$\dot{e} = \dot{x}_p - \dot{x}_r = A(x) + W^* \Gamma_z(x) + w_{per} + \Omega u - f_r(x_r, u_r) \quad (\text{Ec. 4.7})$$

Sumando y restando, los términos del lado derecho en (4.7). $\widehat{W} \Gamma_z(x_r)$, $\alpha_r(t, \widehat{W})$, Ae , y tomando en cuenta que $w_{per} = x - x_p$, se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A(x) + W^* \Gamma_z(x) + x - x_p + \Omega u - f_r(x_r, u_r) + \widehat{W} \Gamma_z(x_r) \\ &\quad - \widehat{W} \Gamma_z(x_r) + \Omega \alpha_r(t, \widehat{W}) - \Omega \alpha_r(t, \widehat{W}) + Ae - Ae \end{aligned}$$

$$\dot{e} = Ae + W^* \Gamma_z(x) + \Omega u + (-f_r(x_r, u_r) \widehat{W} \Gamma_z(x_r) + \Omega \alpha_r(t, \widehat{W}) - Ax_r - x_r + x + A(x)) \quad (\text{Ec. 4.8})$$

En esta parte, consideramos la siguiente suposición similar a la propuesta. La red neuronal seguirá la señal de referencia, aún con la presencia de perturbaciones, si:

$$Ax_r + \widehat{W} \Gamma_z(x_r) + x_r - x_p + \Omega \alpha_r(t, \widehat{W}) = f_r(x_r, u_r)$$

Donde

$$\Omega\alpha_r(t, \widehat{W}) = f_r(x_r, u_r) - Ax_r - \widehat{W}\Gamma_z(x_r) - x_r + x_p \quad (\text{Ec. 4.9})$$

$$\dot{e} = Ae + W^*\Gamma_z(x) - \widehat{W}\Gamma_z(x_r) - Ae + (A + I)(x - x_r) + \Omega(u - \alpha_r(t, \widehat{W})) \quad (\text{Ec. 4.10})$$

Con \widehat{W} es la primera aproximación desde W^* .

Ahora, sumando y restando en (4.10) el termino $\widehat{W}\Gamma_z(x)$ se llega a:

$$\dot{e} = Ae + (W^* - \widehat{W})\Gamma_z(x) + \widehat{W}\Gamma(z(x) - z(x_r)) + (A + I)(x - x_r) - Ae + \Omega(u - \alpha_r(t, \widehat{W})) \quad (\text{Ec. 4.11})$$

Definiendo:

$$\dot{e} = Ae + \widetilde{W}\Gamma_z(x) + \widehat{W}\Gamma(z(x) - z(x_r)) + (A + I)(x - x_r) - Ae + \Omega\widetilde{u}$$

$$\widetilde{W} = W^* - \widehat{W}, u = u - \alpha_r(t, \widehat{W}) \quad (\text{Ec. 4.12})$$

Y sustituyendo 4.12 en 4.11, se obtiene:

$$\dot{e} = Ae + \widetilde{W}\Gamma_z(x) + \widehat{W}\Gamma(z(x) - z(x_p) + z(x_p) - z(x_r)) + (A + I)(x - x_p + x_p - x_r) - Ae + \Omega\widetilde{u} \quad (\text{Ec. 4.13})$$

Ahora:

$$\widetilde{u} = u_1 + u_2 \quad (\text{Ec. 4.14})$$

Así, se define entonces:

$$\Omega u_1 = -\widehat{W}\Gamma(z(x) - z(x_p)) - (A + I)(x - x_p) \quad (\text{Ec. 4.15})$$

Por lo que (4.13) se reduce a:

$$\dot{e} = Ae + \widetilde{W}\Gamma_z(x) + \widehat{W}\Gamma(z(x_p) - z(x_r)) + (A + I)(x_p - x_r) - Ae + \Omega u_2$$

Considerando que $e = x_p - x_r$, la ecuación anterior se puede escribir como:

$$\dot{e} = (A + I)e + \widetilde{W}\Gamma_z(x) + \widehat{W}\Gamma(z(e + x_r) - z(x_r)) + \Omega u_2$$

$$\dot{e} = (A + I)e + \widetilde{W}\sigma(x) + \widehat{W}(\sigma(e + x_r) - \sigma(x_r)) + \Omega u_2$$

Si $\phi(e) = \sigma(e + x_r) - \sigma(x_r)$, tenemos:

$$\dot{e} = (A + I)e + \widetilde{W}\sigma(x) + \widehat{W}\phi(e) + \Omega u_2 \quad (\text{Ec. 4.16})$$

Ahora, el problema consiste en obtener una acción de control Ωu_2 , Dicha ley de control se puede obtener usando la metodología de Lyapunov [22], [23].

4.4. Estabilización de Error de Seguimiento

Una vez que la dinámica de error de seguimiento (4.16) ha sido obtenida, se procede a su estabilización. Nótese que $(e, \widehat{W}) = 0$, es un estado de equilibrio asintóticamente estable del sistema autónomo sin perturbaciones ($A = -\lambda I$ y $\lambda > 0$). Para el análisis de su estabilidad, se propone la siguiente función de Lyapunov como:

$$\Omega u_2 = K_p e + K_v \dot{e} + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau - \Upsilon \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|_{L_\phi^2}^2 \right) e \quad (\text{Ec. 4.17})$$

Los parámetros K_p , K_v y K_i , se determinaran después, con $\Upsilon > 0$, Esta ley de control (4.17) es similar a [24].

Vamos a mostrar que la retroalimentación del sistema es asintóticamente estable. Remplazando (4.17) en (4.16) así tenemos que [25],[26]:

$$\dot{e} = (A + I)e + \widetilde{W}\sigma(x) + \widehat{W}\phi(e) + K_p e + K_v \dot{e} + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau - \Upsilon \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|_{L_\phi^2}^2 \right) e$$

Entonces:

$$(1 - K_v)\dot{e} = (A + I)e + \widetilde{W}\sigma(x) + \widehat{W}\phi(e) + K_p e + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau - \Upsilon \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|_{L_\phi^2}^2 \right) e$$

si $a = (1 - K_v)$, en este caso:

$$\dot{e} = \frac{1}{a}(A + I)e + \frac{1}{a}\widetilde{W}\sigma(x) + \frac{1}{a}\widehat{W}\phi(e) + \frac{1}{a}K_p e + \frac{1}{a}K_i \int_0^t e(\tau) d\tau - \frac{\Upsilon}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|_{L_\phi^2}^2 \right) e \quad (\text{Ec. 4.18})$$

$$\dot{e} = \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e + \frac{1}{a}\widetilde{W}\sigma(x) + \frac{1}{a}\widehat{W}\phi(e) + \frac{1}{a}K_i \int_0^t e(\tau) d\tau - \frac{\Upsilon}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|_{L_\phi^2}^2 \right) e \quad (\text{Ec. 4.19})$$

y si $w = \frac{1}{a}K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$, entonces $\dot{w} = \frac{1}{a}K_i e(t)$, por lo tanto (19) podemos escribirla como:

$$\dot{e} = \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e + \frac{1}{a}\widetilde{W}\sigma(x) + \frac{1}{a}\widehat{W}\phi(e) + w - \frac{\Upsilon}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|_{L_\phi^2}^2 \right) e \quad (\text{Ec. 4.20})$$

Ahora, el nuevo estado $(e, w)^T$ es asintóticamente estable, y en el punto de equilibrio es $(e, w)^T = (0, 0)^T$, para $\tilde{W}\sigma(x_r) = 0$, con una perturbación externa.

Sea V , la siguiente función de Lyapunov propuesta:

$$V = \frac{1}{2}(e^T, w^T)(e, w)^T + \frac{1}{2a}tr \left\{ \tilde{W}^T \tilde{W} \right\} \quad (\text{Ec. 4.21})$$

La derivada en el tiempo de (4.21) a lo largo de las trayectorias de (4.20) es:

$$\dot{V} = (e^T, w^T)(\dot{e}, \dot{w})^T + \frac{1}{a}tr \left\{ \dot{\tilde{W}}^T \tilde{W} \right\} = e^T \dot{e} + w^T \dot{w} + \frac{1}{a}tr \left\{ \dot{\tilde{W}}^T \tilde{W} \right\} \quad (\text{Ec. 4.22})$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e^T \left(\frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e + \frac{1}{a}\tilde{W}\sigma(x) + \frac{1}{a}\widehat{W}\phi(e) + w - \frac{\Upsilon}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|^2 L_\phi^2 \right) e + \frac{1}{a}w^T K_i e \right. \\ & \left. + \frac{1}{a}tr \left\{ \dot{\tilde{W}}^T \tilde{W} \right\} \right) \end{aligned} \quad (\text{Ec. 4.23})$$

En esta parte, seleccionamos la siguiente ley de trayectoria de la red neuronal que tiene un valor como en [10] :

$$tr \left\{ \dot{\tilde{W}}^T \tilde{W} \right\} = -e^T \tilde{W} \sigma(x) \quad (\text{Ec. 4.24})$$

Entonces (4.23) se reduce a:

$$\dot{V} = \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e + \frac{e^T}{a}\widehat{W}\phi(e) + \left(1 + \frac{K_i}{a}\right)e^T w - \frac{\Upsilon}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|^2 L_\phi^2 \right) e^T e \quad (\text{Ec. 4.25})$$

Aplicando la desigualdad al Segundo miembro del ecuación en (4.25) entonces:

$$x^T y \leq \frac{1}{2}x^T x + \frac{1}{2}y^T y \quad (\text{Ec. 4.26})$$

$$\dot{V} \leq \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e + \frac{1}{a}\left(\frac{e^T e}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2_{L_\phi^2}\right)e^T e + \left(1 + \frac{K_i}{a}\right)e^T w - \frac{\Upsilon}{a}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2_{L_\phi^2}\right)e^T e \quad (\text{Ec. 4.27})$$

Aquí, seleccionamos a $(1 + \frac{K_i}{a}) = 0$ y $K_V = K_i + 1$, con $K_V \geq 0$ cuando $K_i \geq -1$, con esta selección de parámetros en (4.27) esto se reduce a:

$$\dot{V} \leq \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e - \frac{1}{a}(\Upsilon - 1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2_{L_\phi^2}\right)e^T e \quad (\text{Ec. 4.28})$$

En esta parte, si $\lambda - 1 - K_p > 0$, $a > 0$ y $\Upsilon - 1 > 0$, cuando $\dot{V} < 0$, $\forall e, w, \widehat{W} \neq 0$, el error de seguimiento es asintóticamente estable y converge a cero para todo $e \neq 0$, esto significa, que la planta sigue asintóticamente a la referencia.

Finalmente, ley de control que afecta a la planta y la red neuronal, está dada por:

$$u = \Omega^\dagger[-\widehat{W}\Gamma(z(x) - z(x_p)) - (A + I)(x - x_p) + K_p e + K_v \dot{e} + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau - \Upsilon\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2_{L_\phi^2}\right)e + f_r(x_r, u_r) - Ax_r - \widehat{W}\Gamma_z(x_r) - x_r + x_p] \quad (\text{Ec. 4.29})$$

Esta ley de control proporciona una estabilidad asintótica para la dinámica de error y de este modo se asegura el seguimiento de la señal de referencia.

Finalmente, los resultados obtenidos pueden resumirse de la siguiente manera.

Theorem 1 *For the unknown nonlinear system modeled by (4), the on-line learning law (24) and the control law (29) together ensure the tracking to the nonlinear reference model (7) [22].*

Remark 1 From (28) we have

$$\dot{V} \leq \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e -$$

$$\frac{1}{a}(\Upsilon - 1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2 L_\phi^2\right)e^T e < 0, \forall e \neq 0, \forall \widehat{W}$$

Donde V es decreciente y delimitada por $V(0)$, entonces:

$$V = \frac{1}{2}(e^T, w^T)(e, w)^T + \frac{1}{2a}tr \left\{ \widetilde{W}^T \widetilde{W} \right\}$$

Se concluye que $e, \widetilde{W} \in L_1$; esto significa que los valores deben permanecer limitados.

4.5. Simulación

El robot manipulador usado para la simulación es de dos links, como se ve en la Figura 4.2. El significado de los símbolos y los valores numéricos se han tomado de [24] (Reyes & Kelly, 2001).

Las entradas de la dinámica de este sistema de dos grados de libertad del robot manipulador están dados por los elementos $M_{ij}(q)$ ($i, j = 1, 2$) de la matriz de inercia $M(q)$, como este en [24].

$$M_{11}(q) = m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_1 + I_2$$

$$M_{12}(q) = m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2$$

$$M_{21}(q) = m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2$$

$$M_{22}(q) = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

Los elementos centrífugos son $C_{ij}(q, \dot{q})$ ($i, j = 1, 2$) y la matriz de coriolisis es $C(q, \dot{q})$:

$$\begin{aligned}
C_{11}(q, \dot{q}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2 \\
C_{21}(q, \dot{q}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\
C_{21}(q, \dot{q}) &= m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1 \\
C_{21}(q, \dot{q}) &= 0
\end{aligned}$$

Y los elementos del vector de torque gravitacional es $g(q)$:

$$\begin{aligned}
g_1(q) &= (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \sin(q_1) + m_2 l_{c2} g \sin(q_1 + q_2) \\
g_2(q) &= m_2 l_{c2} g \sin(q_1 + q_2)
\end{aligned}$$

Con el fin de mejorar la efectividad del controlador hemos utilizado una ecuación Duffing:

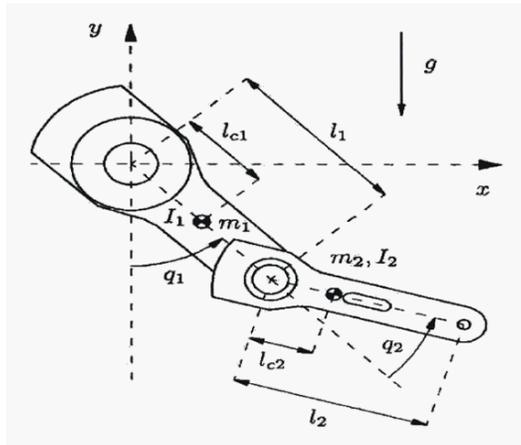


Figura 4.2 Diagrama del robot planar con 2 grados de libertad.

La red neuronal es modelada por la siguiente ecuación diferencial:

$\dot{x} = Ax + W\sigma(x) + \Omega u$, con $A = -\lambda I$, $I \in R^{4 \times 4}$, y $\lambda = 20$, W se calcula utilizando la trayectoria dada en , $\sigma(x) = (\tanh(x_1), \tanh(x_2), \dots, \tanh(x_n))^T$,

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$$

y u es calculada usando (4.29). El estado de la planta está indicado en [22], [23], y esto es dado por:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (\text{Ec. 4.30})$$

La evolución en el tiempo para los ángulos de posición y torque aplicado se muestran en la Figuras de la 4.3 a la 4.6. Como puede verse, el seguimiento de trayectoria se obtuvo con éxito, donde la planta y las señales de referencia son las mismas.

Nosotros tratamos de forzar al manipulador para seguir una señal de referencia dada por la ecuación Duffing:

$$\ddot{x} - x + x^3 = 0,114 \cos(1,1t); \quad x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0,114 \quad (\text{Ec. 4.31})$$

y su trayectoria en el espacio de fase, se da en Figura 4.3

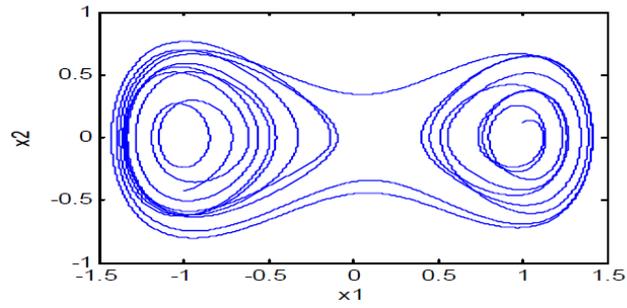


Figura 4.3 La trayectoria del plano fase de la ecuación de Duffing

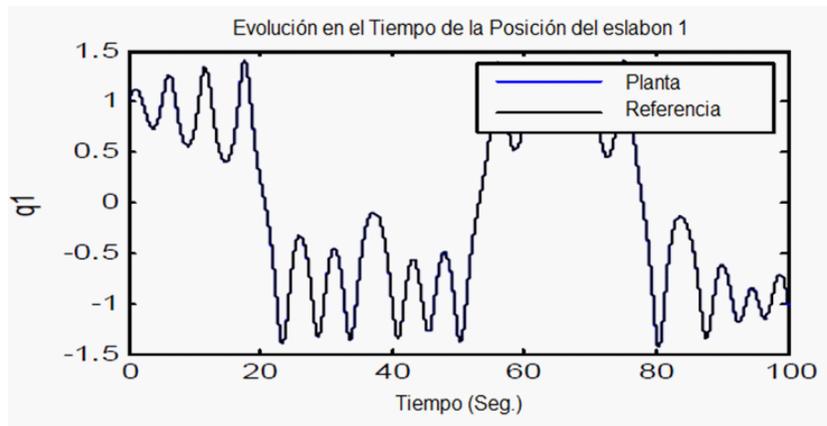


Figura 4.4 La evolución en el tiempo del ángulo de posición $q_1(rad)$ del eslabon 1

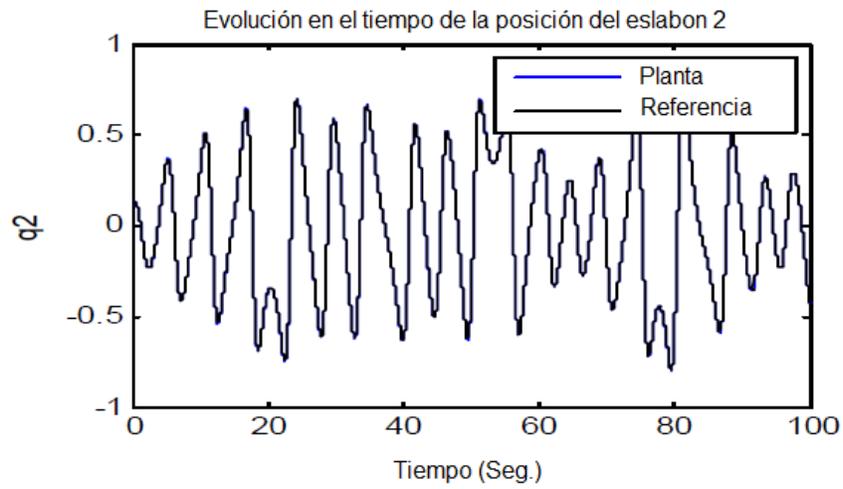


Figura 4.5 La evolución en el tiempo del ángulo de posición $q_2(rad)$ del eslabon 2

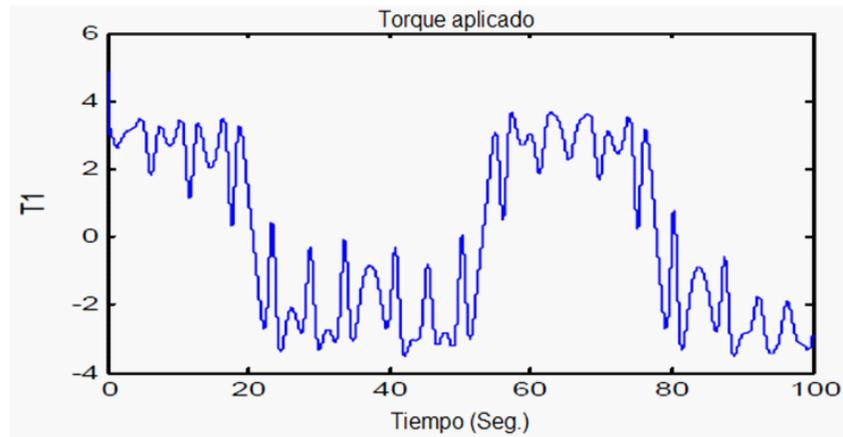


Figura 4.6 Torque (Nm) aplicado al eslabon 1

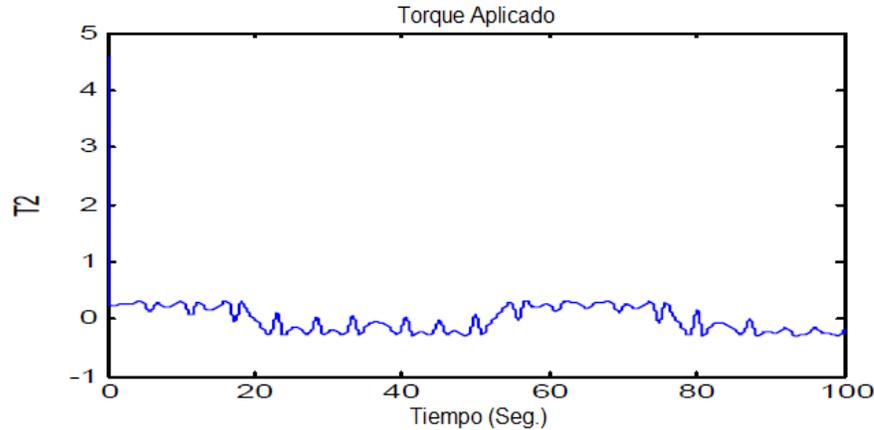


Figura 4.7 Torque (Nm) aplicado al eslabn 2

Podemos ver que el controlador neuronal recurrente asegura una rápida convergencia de las salidas del sistema para una trayectoria de referencia. El controlador es robusto en presencia de perturbaciones aplicadas al sistema. Otro punto importante de este método en relación con otros controladores neuronales, es que la mayoría de los controladores neuronales se basan en el control indirecto, primero la red neuronal identifica el sistema desconocido y cuando el error de identificación es suficientemente pequeño, se aplica el control. Con este método, se considera el control directo, la ley de aprendizaje para la ley neuronal depende explícitamente del error de trayectoria en lugar del error de identificación. Este método se traduce en una respuesta más rápida del sistema.

The first and the third authors thanks the support of Mechatronics and Automation Department, e-Robots Research chair, Monterrey Technology, Campus Mty., and CONACYT, Mexico, postdoctoral fellowship grant 2010 CONACyT-SNI Project No. 290586, Monterrey Technology Campus Mty.

4.6. Conclusiones

Como una aportación, se ha ampliado el control adaptable a una red neuronal recurrente previamente desarrollada en [13], [22] para el problema de control de la trayectoria de seguimiento considerando menos estados de entrada. La estabilidad del error de seguimiento se analiza a través de las funciones de control de Lyapunov y la ley de control se obtiene a partir del método PDI. Un robot modelo con condiciones de fricción y perturbaciones externas desconocidas se utiliza para verificar el diseño de seguimiento de trayectoria, con un rendimiento satisfactorio. Estabilidad del error de seguimiento se analiza a través de las funciones de control de Lyapunov y la ley de control se obtiene a partir del enfoque del PID. Un modelo de robot con los términos de Fricción y perturbaciones externas desconocidas se usa para verificar el diseño para el seguimiento de trayectoria, obteniendo un rendimiento satisfactorio. Se pretende continuar con esta línea de investigación aplicando los algoritmo de control en tiempo real en un entorno controlado de laboratorio considerando la manipulación de dos link con una carga desconocida véase el ejemplo de 4,9 pp 151-154, dos-Link Manipulador [28].

Capítulo 5

Error de Seguimiento de Trayectorias Usando Ley de Control PID para un Modelo de Helicóptero (2 DOF) vía Redes Neuronales Adaptables con Retardo de Tiempo

5.1. Introducción

Con el fin de resolver los problemas en las áreas de optimización, reconocimiento de patrones, procesamiento de señales y sistemas de control, entre otros, las redes neuronales recurrentes tienen que ser diseñados con la propiedad de que sólo hay un punto de equilibrio, y este punto es globalmente asintóticamente estable. Por lo tanto el análisis de este tipo de la estabilidad ha sido investigado intensamente (véase [29] y las referencias en

él). En las redes neuronales biológicas y artificiales, los retardos de tiempo surgen en el procesamiento de almacenamiento de la información y la transmisión. Se sabe que estos retrasos pueden crear oscilatoria o incluso trayectorias inestables [30]. Los resultados en relación con la estabilidad de las redes neuronales con retardos se pueden encontrar en [31], [32].

En [33], el análisis de redes neuronales recurrentes para la identificación, estimación y control se desarrollan, con aplicaciones al control de caos, robótica y procesos químicos. Los métodos de control que se aplican a los sistemas no lineales generales se han desarrollado intensamente desde la década de 1980. Enfoques principales incluyen, por ejemplo, el uso de la teoría, geometría diferencial [34]. El enfoque de pasividad, al mismo tiempo, ha generado interés para la síntesis de las leyes de control [35]. En [36] y [37], esta metodología se modificó para la estabilización y seguimiento de trayectorias de un sistema dinámico caótico desconocido.

El esquema de control adaptivo propuesto se compone de un identificador neuronal recurrente y un controlador, véase la figura 5.1,

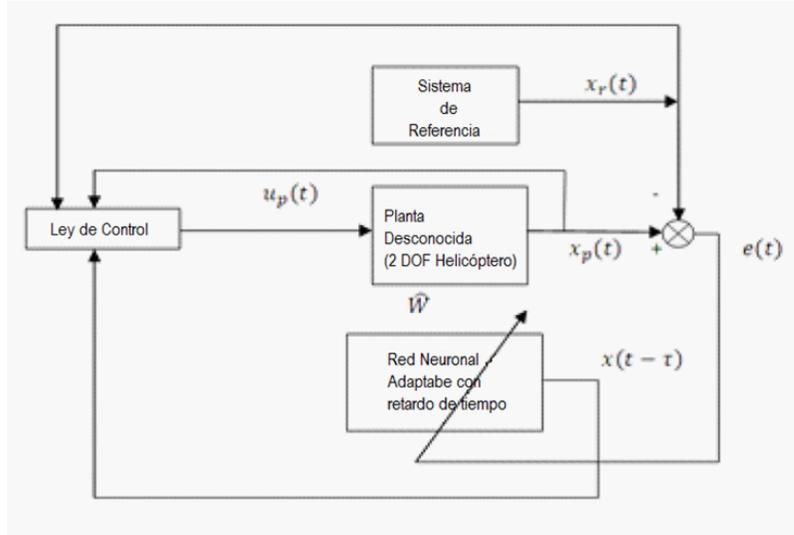


Figura 5.1 Esquema de una Red Neuronal Recurrente Adaptable con Retardo de Tiempo.

donde el primero se utiliza para construir un modelo on-line para la planta desconocida y el segundo, para asegurar que la planta desconocida pueda seguir la señal de la trayectoria de referencia.

Los robots manipuladores [38] presentan un desafío práctico para fines de control debido a la naturaleza no lineal y variable de su comportamiento dinámico. El control de movimiento en el espacio de la articulación es la tarea más fundamental en el control del robot, ya que ha motivado una amplia labor de investigación en la síntesis de los diferentes métodos de control, como control de torque calculado difuso [39], control difuso PI + PD [40] y estático de control de redes neuronales [41].

Un problema importante para el desarrollo de algoritmos de control es que la mayoría de los modelos de robots descuidan aspectos prácticos tales como dinámicas de actuador,

sensor de ruido y la fricción, que si no se consideran en el diseño puede causar el deterioro del rendimiento.

A pesar de que se han establecido las condiciones de estabilidad asintótica global para redes neuronales con retardo, hasta donde sabemos, no hay publicaciones que presenten los resultados sobre el seguimiento de la trayectoria de este tipo de sistemas. Es relevante para procurar este seguimiento con el fin de permitir la implementación de tareas importantes para el control automático tales como: el objetivo de reconocimiento de alta velocidad y de seguimiento, la inspección visual en tiempo real, y el reconocimiento de escenas sensibles y móviles de contexto, entre otros, por medio de redes neuronales recurrentes.

En este trabajo se presenta el diseño de una ley de control para garantizar el seguimiento de un sistema no lineal general mediante redes neuronales recurrentes con retardo.

La estabilidad de error de seguimiento se analiza por medio de un funcional Lyapunov-Kraosvkii ([31], [42], [43]). La aplicabilidad de este enfoque se ilustra mediante un ejemplo.

5.2. Modelado de la Planta

La planta no lineal desconocida es dada por:

$$\dot{x}_p = F_p(x_p, u) \triangleq f_p(x_p) + g_p(x_p)u \quad (\text{Eq. 5.1})$$

donde $x_p, f_p \in R^n$, $u \in R^m$ y $g_p \in R^{n \times m}$. x_p es la planta, u es la entrada de control y ambos f_p y g_p son desconocidos. Proponemos modelar (1) por la representación en espacio de estado de la red neuronal con retardo de tiempo $\dot{x}_p = Ax + W^* \Gamma_z[x(t - \tau)] + \Omega u$, además un término de error de modelado [31], [43]. A es una matriz $n \times m$; sin pérdida

de generalidad podemos asumir que $A = -\lambda I$, $\lambda > 0$. x son los estados neuronales, dando una aproximación a la planta real por una red neuronal, W^* son los pesos de la matriz, $\Gamma_z(x)$ es la tangente hiperbólica y Ω es una matriz $n \times m$ que modifica la entrada u .

Definimos el error de modelado entre la red neuronal con retardo de tiempo y la planta por:

$$w_{per} = x - x_p \quad (\text{Eq. 5.2})$$

Asumimos lo siguiente:

Hipótesis 1. (Objetivo de Modelado): El error de modelado es exponencialmente estable, esto es:

$$\dot{w}_{per} = -kw_{per} \quad (\text{Eq. 5.3})$$

En este trabajo consideramos $k = 1$, y ahora, de (5.2) tenemos $\dot{w}_{per} = \dot{x} - \dot{x}_p$ y usando la hipótesis obtenemos: $\dot{x}_p = \dot{x} + w_{per}$

La planta desconocida puede ser modelada como:

$$\dot{x}_p = \dot{x} + w_{per} = Ax + W^*\Gamma_z[x(t - \tau)] + w_{per} + \Omega u \quad (\text{Eq. 5.4})$$

W^* son los pesos fijos pero desconocidos de la red neuronal con retardo de tiempo, que minimiza el error de modelado.

5.3. Seguimiento de Trayectorias

Procedemos ahora analizar el error de modelado entre la planta desconocida, modelada por (5.4) y la señal de referencia definida por:

$$\dot{x}_r = f_r(x_r, u_r), \text{ con } u_r \text{ y } x_r \in R^n \quad (\text{Eq. 5.5})$$

donde x_r son los estados de la referencia, u_r es la entrada y f_r es una función no lineal.

Para este propósito, definimos el error de control entre la planta y la señal de referencia por:

$$e = x_p - x_r \quad (\text{Eq. 5.6})$$

cuya derivada con respecto al tiempo es:

$$\dot{e} = \dot{x}_p - \dot{x}_r = Ax + W^* \Gamma_z[x(t - \tau)] + w_{per} + \Omega u - f_r(x_r, u_r) \quad (\text{Eq. 5.7})$$

Sumando y restando, al lado derecho de (5.7) los términos $\widehat{W} \Gamma_z[x_r(t - \tau)]$, $\Omega \alpha_r(t, \widehat{W})$, Ae , donde \widehat{W} es el estimado de W^* y considerando que $e = x_p - x_r$, tenemos

$$\begin{aligned} \dot{e} = & Ax + W^* \Gamma_z[x(t - \tau)] + x - x_p + \Omega u - f_r(x_r, u_r) + \widehat{W} \Gamma_z[x_r(t - \tau)] - \\ & \widehat{W} \Gamma_z[x_r(t - \tau)] + \Omega \alpha_r(t, \widehat{W}) - \Omega \alpha_r(t, \widehat{W}) + Ae - Ae \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{e} = & Ae + W^* \Gamma_z[x(t - \tau)] + \Omega u - f_r(x_r, u_r) + \widehat{W} \Gamma_z[x_r(t - \tau)] + \Omega \alpha_r(t, \widehat{W}) - \\ & \Omega \alpha_r(t, \widehat{W}) - e - x_r - Ae + x + Ax - \widehat{W} \Gamma_z[x_r(t - \tau)] \end{aligned} \quad (\text{Ec. 5.8})$$

En esta parte, consideramos la siguiente suposición.

La red neuronal con retardo de tiempo segura la señal de referencia, aún en la presencia de perturbaciones si:

$$Ax_r + \widehat{W} \Gamma_z[x_r(t - \tau)] + x_r - x_p + \Omega \alpha_r(t, \widehat{W}) = f_r(x_r, u_r).$$

Entonces:

$$\Omega\alpha_r(t, \widehat{W}) = f_r(x_r, u_r) - Ax_r - \widehat{W}\Gamma_z[x_r(t - \tau)] - x_r + x_p \quad (\text{Eq. 5.9})$$

y obtenemos:

$$\dot{e} = Ae + W^*\Gamma_z[x(t - \tau)] - \widehat{W}\Gamma_z[x_r(t - \tau)] - Ae + (A + I)(x - x_r) + \Omega(u - \alpha_r(t, \widehat{W})) \quad (\text{Eq. 5.10})$$

Ahora, sumando y restando en (5.10) el término $\widehat{W}\Gamma_z[x(t - \tau)]$ y definiendo $\Gamma_z[x(t - \tau)] = \Gamma(z[x(t - \tau)] - z[x_r(t - \tau)])$ tenemos:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ae + (W^* - \widehat{W})\Gamma_z[x(t - \tau)] + \widehat{W}\Gamma(z[x(t - \tau)] - z[x_r(t - \tau)]) + \\ &+ (A + I)(x - x_r) - Ae + \Omega(u - \alpha_r(t, \widehat{W})) \end{aligned} \quad (\text{Ec. 5.11})$$

Definimos,

$$\widetilde{W} = W^* - \widehat{W} \text{ and } \widetilde{u} = u - \alpha_r(t, \widehat{W}) \quad (\text{Eq. 5.12})$$

y reemplazando (5.12) en (5.11), obtenemos:

$$\dot{e} = Ae + \widetilde{W}\Gamma_z[x(t - \tau)] + \widehat{W}\Gamma(z[x(t - \tau)] - z[x_r(t - \tau)]) + (A + I)(x - x_r) - Ae + \Omega\widetilde{u}$$

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ae + \widetilde{W}\Gamma_z[x(t - \tau)] + \widehat{W}\Gamma \left\{ \begin{array}{l} z[x(t - \tau)] - z[x_p(t - \tau)] + \\ z[x_p(t - \tau)] + z[x_r(t - \tau)] \end{array} \right\} + \\ &+ (A + I)(x - x_p + x_p - x_r) - Ae + \Omega\widetilde{u} \end{aligned} \quad (\text{Ec. 5.13})$$

Ahora podemos establecer:

$$\tilde{u} = u_1 + u_2 \quad (\text{Eq. 5.14})$$

y definir,

$$\Omega u_1 = -\widehat{W}\Gamma(z[x(t-\tau)] - z[x_p(t-\tau)]) - (A+I)(x-x_p) \quad (\text{Eq. 5.15})$$

así (5.13) es reducida a:

$$\dot{e} = Ae + \widetilde{W}\Gamma_z[x(t-\tau)] + \widehat{W}\Gamma(z[x_p(t-\tau)] - z[x_r(t-\tau)]) + (A+I)(x_p-x_r) - Ae + \Omega u_2$$

Considerando que $e = x_p - x_r$, acortando la notación un poco seleccionando $\sigma = \Gamma_z$ y definiendo:

$$\phi_\sigma(t-\tau) = \sigma(x_p(t-\tau)) - \sigma(x_r(t-\tau))$$

obtenemos:

$$\dot{e} = (A+I)e + \widetilde{W}\sigma[x(t-\tau)] + \widehat{W}\phi_\sigma(t-\tau) + \Omega u_2 \quad (\text{Eq. 5.16})$$

Ahora, el problema es encontrar la ley de control Ωu_2 que estabiliza el sistema (5.16). Obtendremos la ley de control usando la metodología de Lyapunov-Krasovskii.

5.4. Estabilidad del Error de Seguimiento

Una vez que (5.16) es obtenida, consideramos su estabilización en retroalimentación. Notamos que $(e, \widehat{W}) = 0$ es un punto de equilibrio asintóticamente estable del sistema

autónomo sin perturbaciones ($A = -\lambda I$ y $\lambda > 0$). Para su estabilidad, proponemos la siguiente ley de control PID:

$$\Omega u_2 = K_p e + K_v \dot{e} + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau - \Upsilon \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|^2 L_\sigma^2 \right) e \quad (\text{Eq. 5.17})$$

Los parámetros K_p , K_v y K_i serán determinados más tarde, L_σ^2 es la constante de Lipschitz de ϕ [44], $\Upsilon > 0$. Esta ley de control (5.17) es similar a la ley de control establecida en [45].

Demostraremos que la retroalimentación es asintóticamente estable. Reemplazando (5.17) en (5.16) y seleccionando $a = (1 - K_v)$, obtenemos:

$$\begin{aligned} \dot{e} = & \frac{1}{a}(A + I)e + \frac{1}{a}\widetilde{W}\sigma[x(t - \tau)] + \frac{1}{a}\widehat{W}\phi_\sigma(t - \tau) + \frac{1}{a}K_p e + \frac{1}{a}K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \\ & - \frac{\Upsilon}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|^2 L_\sigma^2 \right) e \end{aligned} \quad (\text{Eq. 5.18})$$

y asumiendo que $A = -\lambda I$:

$$\begin{aligned} \dot{e} = & \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e + \frac{1}{a}\widetilde{W}\sigma[x(t - \tau)] + \frac{1}{a}\widehat{W}\phi_\sigma(t - \tau) + \frac{1}{a}K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \\ & - \frac{\Upsilon}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|^2 L_\sigma^2 \right) e \end{aligned} \quad (\text{Eq. 5.19})$$

si establecemos $w = \frac{1}{a}K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$, cuya derivada es $\dot{w} = \frac{1}{a}K_i e(t)$, entonces (5.19) puede ser escrita como:

$$\dot{e} = \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e + \frac{1}{a}\widetilde{W}\sigma[x(t - \tau)] + \frac{1}{a}\widehat{W}\phi_\sigma(t - \tau) + w - \frac{\Upsilon}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left\| \widehat{W} \right\|^2 L_\sigma^2 \right) e \quad (\text{Eq. 5.20})$$

Demostraremos que el nuevo estado $(e, w)^T$ es asintóticamente estable y que el punto de equilibrio es $(e, w)^T = (0, 0)^T$, cuando $\widetilde{W}\sigma[x_r(t - \tau)] = 0$, el cual es tomado como una perturbación externa.

Sea V la función de Lyapunov-Krasovskii candidata ([42], [43]) dada por,

$$V = \frac{1}{2}(e^T, w^T)(e, w)^T + \frac{1}{2a}tr \left\{ \tilde{W}^T \tilde{W} \right\} + \frac{1}{a} \int_{t-\tau}^t [\phi_\sigma^T(s) \widehat{W}^T \widehat{W} \phi_\sigma(s)] ds \quad (\text{Eq. 5.21})$$

La derivada en el tiempo de (5.21) a lo largo de las trayectorias de (5.20) es:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e^T \dot{e} + w^T \dot{w} + \frac{1}{a} tr \left\{ \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} \right\} + \\ & \frac{1}{a} [\phi_\sigma^T(t) \widehat{W}^T \widehat{W} \phi_\sigma(t) - \\ & - \phi_\sigma^T(t-\tau) \widehat{W}^T \widehat{W} \phi_\sigma(t-\tau)] \end{aligned} \quad (\text{Eq. 5.22})$$

y usando (5.20) tenemos:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e^T \left[\frac{-1}{a} (\lambda - 1 - K_p) e + \frac{1}{a} \tilde{W} \sigma[x(t-\tau)] + \right. \\ & \left. \frac{1}{a} \widehat{W} \phi_\sigma(t-\tau) + w - \right. \\ & \left. - \frac{\Upsilon}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \|\widehat{W}\|^2 L_\sigma^2 \right) e \right] + \frac{1}{a} w^T K_i e + \\ & \frac{1}{a} tr \left\{ \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} \right\} + \frac{1}{a} [\phi_\sigma^T(t) \widehat{W}^T \widehat{W} \phi_\sigma(t) - \\ & - \phi_\sigma^T(t-\tau) \widehat{W}^T \widehat{W} \phi_\sigma(t-\tau)] \end{aligned} \quad (\text{Ec. 5.23})$$

En esta parte, seleccionamos la siguiente ley de aprendizaje para los pesos de la red neuronal como en [46] y [47]:

$$tr \left\{ \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} \right\} = -e^T \tilde{W} \sigma[x(t-\tau)] \quad (\text{Eq. 5.24})$$

Entonces (5.23) es reducida a,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e + \frac{e^T}{a}\widehat{W}\phi_\sigma(t - \tau) + (1 + \frac{K_i}{a})e^T w - \\ &\quad \frac{\Upsilon}{a}(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2 L_\sigma^2)e^T e + \\ &\quad \frac{1}{a}[\phi_\sigma^T(t)\widehat{W}^T \widehat{W}\phi_\sigma(t) - \phi_\sigma^T(t - \tau)\widehat{W}^T \widehat{W}\phi_\sigma(t - \tau)] \end{aligned} \quad (\text{Ec. 5.25})$$

Aplicamos la siguiente desigualdad

$$x^T y \leq \frac{1}{2}x^T x + \frac{1}{2}y^T y \quad (\text{Eq. 5.26})$$

en el segundo término del lado derecho de (5.25) entonces:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e + \frac{1}{a}[\frac{e^T e}{2} + \frac{1}{2}\phi_\sigma^T(t - \tau)\widehat{W}^T \widehat{W}\phi_\sigma(t - \tau)] + (1 + \frac{K_i}{a})e^T w - \\ &\quad \frac{\Upsilon}{a}(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2 L_\sigma^2)e^T e + \frac{1}{a}[\phi_\sigma^T(t)\widehat{W}^T \widehat{W}\phi_\sigma(t) - \phi_\sigma^T(t - \tau)\widehat{W}^T \widehat{W}\phi_\sigma(t - \tau)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e + \frac{1}{a}[\frac{e^T e}{2} + \frac{1}{2}\phi_\sigma^T(t - \tau)\widehat{W}^T \widehat{W}\phi_\sigma(t - \tau)] + (1 + \frac{K_i}{a})e^T w - \\ &\quad \frac{\Upsilon}{a}(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2 L_\sigma^2)e^T e + \frac{1}{a}[\phi_\sigma^T(t)\widehat{W}^T \widehat{W}\phi_\sigma(t) - \phi_\sigma^T(t - \tau)\widehat{W}^T \widehat{W}\phi_\sigma(t - \tau)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e + \frac{1}{a}(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2 L_\sigma^2)e^T e + (1 + \frac{K_i}{a})e^T w - \\ &\quad - \frac{\Upsilon}{a}(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\|\widehat{W}\|^2 L_\sigma^2)e^T e \end{aligned} \quad (\text{Ec. 5.27})$$

Aquí, seleccionamos $(1 + \frac{K_i}{a}) = 0$, así $K_V = K_i + 1$, y $K_V \geq 0$ cuando $K_i \geq -1$.

Con esta selección de parámetros (5.27) es reducida a:

$$\dot{V} \leq \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e - \frac{1}{a}(\Upsilon - 1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left\|\widehat{W}\right\|_{L_\sigma^2}^2\right)e^T e \quad (\text{Ec. 5.28})$$

En esta parte, si $\lambda - 1 - K_p > 0$, $a > 0$ y $\Upsilon - 1 > 0$, entonces $\dot{V} < 0$, $\forall e, w, \widehat{W} \neq 0$, el error de seguimiento es asintóticamente estable y converge a cero para todo $e \neq 0$, i.e., la planta seguirá a la referencia asintóticamente.

Finalmente, la ley de control, la cual afecta a la planta y a la red neuronal con retardo de tiempo, es dada por:

$$\begin{aligned} u = & \Omega^\dagger[-\widehat{W}\Gamma(z[x(t-\tau)] - z[x_p(t-\tau)]) - (A + I)(x - x_p) + \\ & + K_p e + K_v \dot{e} + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau - \Upsilon\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left\|\widehat{W}\right\|_{L_\sigma^2}^2\right)e + f_r(x_r, u_r) \\ & - Ax_r - \widehat{W}\Gamma_z[x_r(t-\tau) - x_r + x_p] \end{aligned} \quad (\text{Ec. 5.29})$$

Esta ley de control produce estabilidad asintótica de la dinámica del error y así asegura el seguimiento de la señal de referencia.

El resultado obtenido puede ser generalizado como:

Theorem 2 *Para el sistema no lineal desconocido modelado por (4), la ley de aprendizaje (24) y la ley de control (29) aseguran el seguimiento del modelo de referencia no lineal (5).*

Remark 2 *De (28) tenemos*

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \frac{-1}{a}(\lambda - 1 - K_p)e^T e - \\ & \frac{1}{a}(\Upsilon - 1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left\|\widehat{W}\right\|_{L_\sigma^2}^2\right)e^T e < 0, \forall e \neq 0, \forall \widehat{W} \end{aligned}$$

y por lo tanto V es decreciente y acotada desde abajo por $V(0)$.

Por lo tanto,

$$V = \frac{1}{2}(e^T, w^T)(e, w)^T + \frac{1}{2a} \text{tr} \left\{ \tilde{W}^T \tilde{W} \right\} + \frac{1}{a} \int_{t-\tau}^t [\phi_\sigma^T(s) \widehat{W}^T \widehat{W} \phi_\sigma(s)] ds$$

y concluimos que $e, \tilde{W} \in L_1$; esto significa que los pesos permanecen acotados.

5.5. Simulación

El helicóptero de dos grados de libertad es pivoteado alrededor del eje lateral por el ángulo θ , y alrededor del eje vertical por el ángulo ψ , ver figura 5.2

La planta es establecida en [48],[49], y es dada por:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_3 \\ \dot{X}_2 &= X_4 \\ \dot{X}_3 &= -\frac{M_{heli} \left[\frac{\sin 2\theta (l_{mc}^2 - h^2)}{2} - l_{mc} h \cos 2\theta \right] \dot{\psi}^2}{(J_{eqp} + M_{heli} (l_{mc}^2 + h^2))} - \\ &\quad \frac{M_{heli} g (l_{mc} \cos \theta + h \sin \theta) + B_p \dot{\theta} - (K_{pp} V_{mp} + F_{cpp})}{(J_{eqp} + M_{heli} (l_{mc}^2 + h^2))} - \\ &\quad \frac{(K_{py} V_{my} + F_{cpy})}{(J_{eqp} + M_{heli} (l_{mc}^2 + h^2))} \\ \dot{X}_4 &= \frac{M_{heli} [\sin 2\theta (h^2 - l_{mc}^2) + 2l_{mc} h \cos 2\theta] \dot{\theta} \dot{\psi} - B_y \dot{\psi}}{[J_{eqy} + M_{heli} [\cos^2 \theta (l_{mc}^2 - h^2) + l_{mc} h \sin \theta + h^2]]} - \\ &\quad \frac{(K_{yp} V_{mp} + F_{cyp}) \cos \theta - (K_{yy} V_{my} + F_{cyy}) \cos \theta}{[J_{eqy} + M_{heli} [\cos^2 \theta (l_{mc}^2 - h^2) + l_{mc} h \sin \theta + h^2]]} \end{aligned} \quad (\text{Ec. 5.30})$$

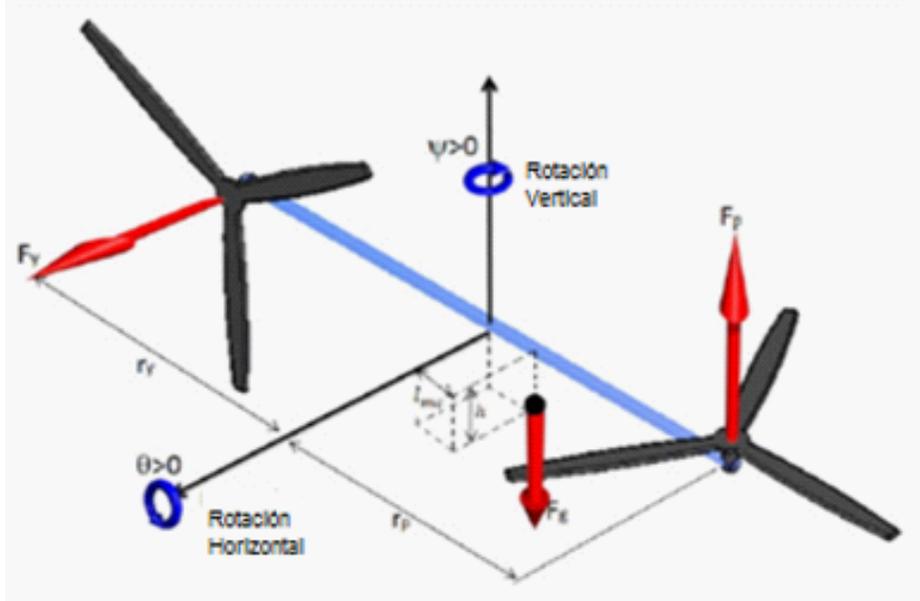


Figura 5.2 Modelo de un Helicóptero de dos Grados de Libertad

Con el objetivo de apoyar la efectividad del controlador propuesto, usamos la ecuación de Duffing:

La red neuronal con retardo de tiempo es modelada por la ecuación diferencial:

$\dot{x} = Ax + W\sigma[x(t - \tau)] + \Omega u$, con $\tau = 10$ sec, $A = -\lambda I$, $I \in R^{4 \times 4}$, y $\lambda = 20$, W es estimada usando la ley de aprendizaje establecida en (5.24),

$$\sigma[x(t - \tau)] = (\tanh[x_1(t - \tau)], \tanh[x_2(t - \tau)], \dots, \tanh[x_n(t - \tau)])^T,$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T, \text{ y } u \text{ es calculada usando (5.29).}$$

Los tiempos de evolución para la posición de los ángulos y los torques aplicados son mostrados en las figuras 5.4 a la 5.7. Como puede ser visto en las figuras 5.4 y 5.5, el

seguimiento de trayectorias es obtenido con éxito, donde la planta y la señal de referencia son la misma.

Tratamos de forzar que este helicóptero pueda seguir una señal de referencia dada por la ecuación de Duffing:

$$\ddot{x} - x + x^3 = 0,114 \cos(1,1t); \quad x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0,114 \quad (\text{Ec. 5.31})$$

y su trayectoria de espacio de fase, es establecida en Figura 5.3

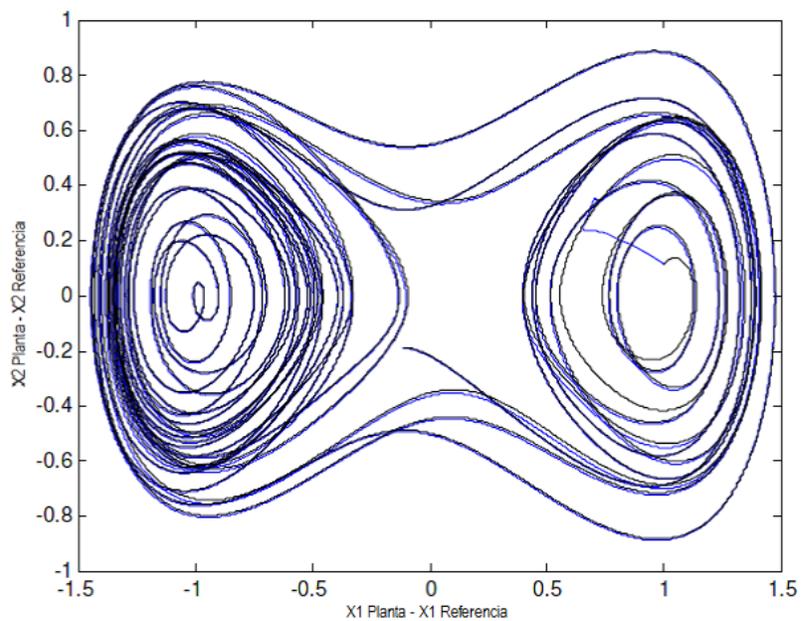


Figura 5.3 Trayectoria del espacio de fase de la ecuación de Duffing.

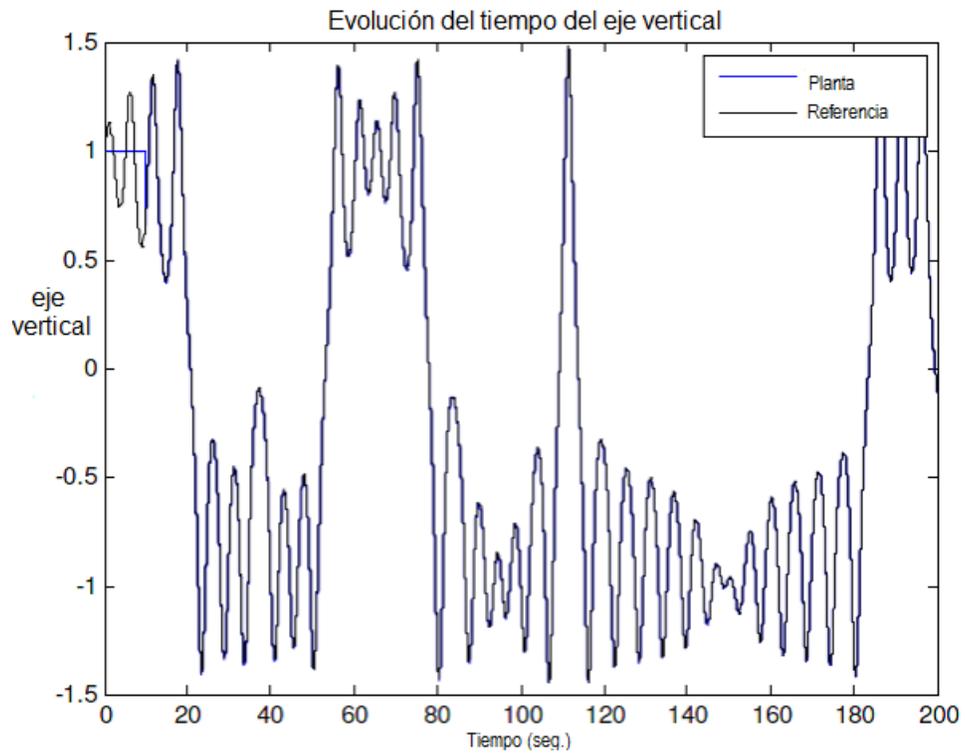


Figura 5.4 Tiempo de evolucion para la posicin angular del Pitch (rad)

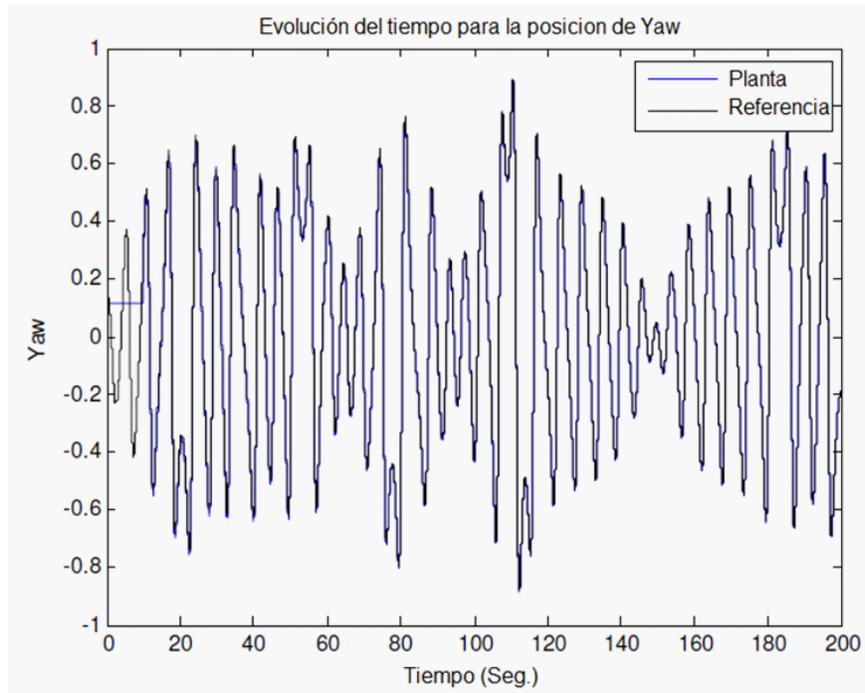


Figura 5.5 Tiempo de evolucion para la posicin angular del Yaw (rad)

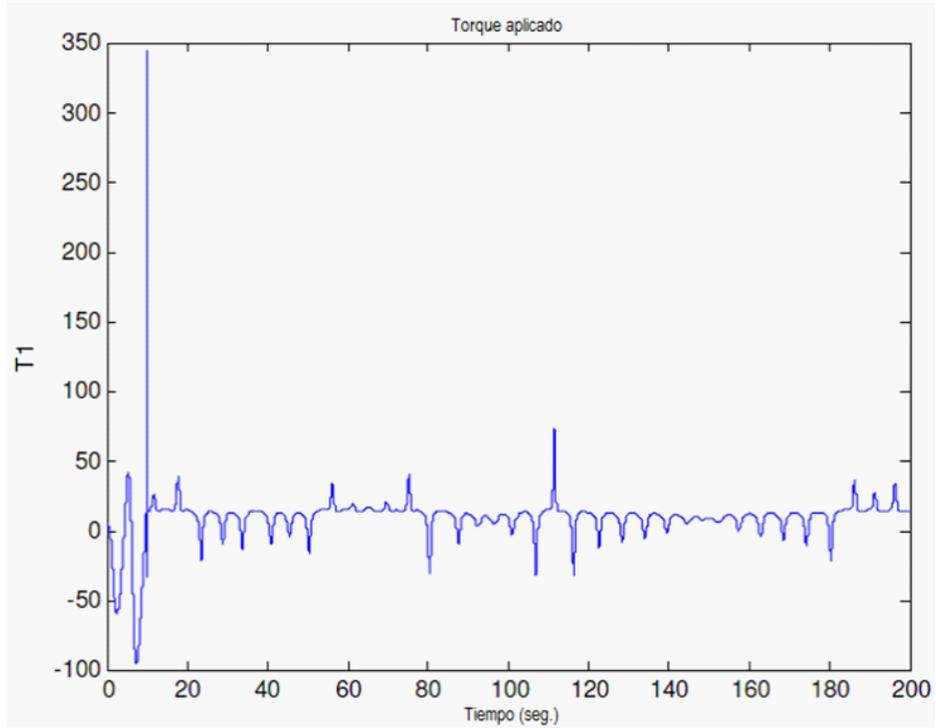


Figura 5.6 Torque (Nm) aplicado al Pitch

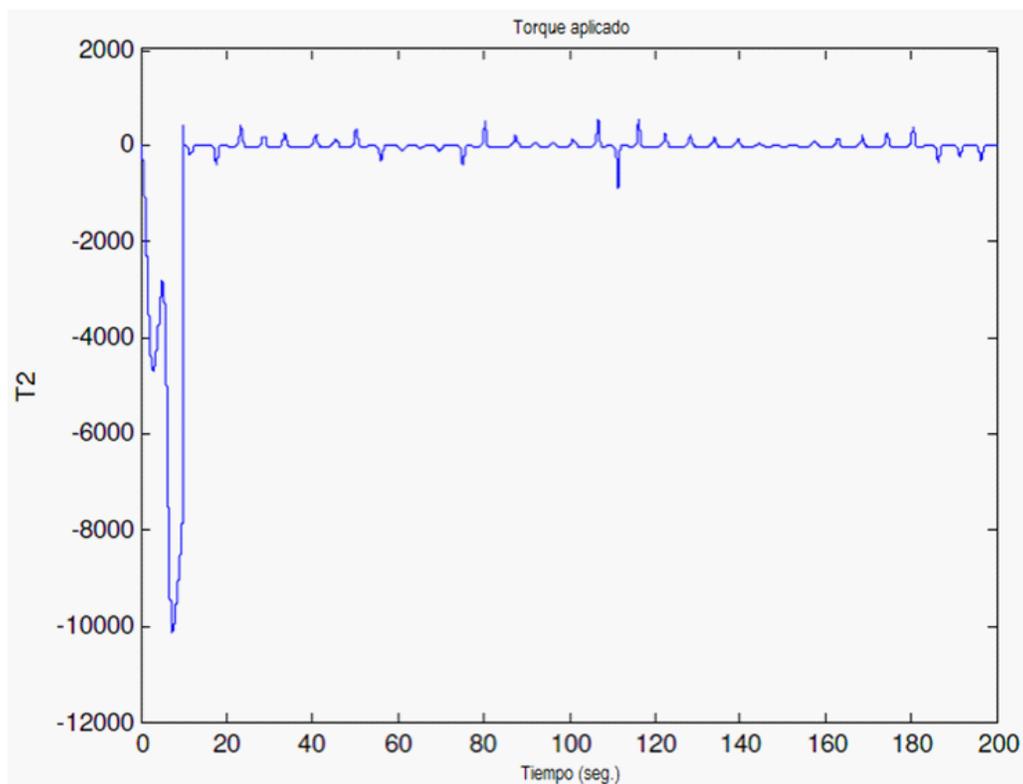


Figura 5.7 Torque (Nm) aplicado al Yaw

Podemos ver que el controlador neuronal recurrente asegura una rápida convergencia de las salidas del sistema a la trayectoria de referencia. El controlador es robusto en presencia de perturbaciones aplicadas al sistema. Otra cuestión importante de este enfoque en relación con otros controladores neuronales, es que la mayoría de los controladores neuronales se basan en el control indirecto, primero la red neuronal con retardo de tiempo de adaptación identifica el sistema desconocido y cuando el error de identificación es lo suficientemente pequeño, se aplica el control. En nuestro enfoque, el control directo es considerado, las leyes de aprendizaje para las redes neuronales de retardo de tiempo

de adaptación dependen explícitamente del error de seguimiento en lugar del error de identificación. Este enfoque se traduce en una respuesta más rápida del sistema.

5.6. Conclusiones

Hemos ampliado el control de la red neuronal recurrente adaptable desarrollada previamente en [36], [37] y [50] para el problema de control seguimiento de trayectoria, y con el fin de tener en cuenta menos entradas que estados. Estabilidad del error de seguimiento se analiza a través de las funciones de control de Lyapunov-Krasovskii y se obtiene la ley de control basada en el enfoque PID.

Un modelo de 2 DOF Helicóptero con términos Fricción y perturbaciones externas desconocidas se utiliza para verificar el diseño para el seguimiento de la trayectoria, con un rendimiento satisfactorio. La investigación en esta línea seguirá aplicando el algoritmo de control en tiempo real y hacer nuevas pruebas en un entorno de laboratorio, así como tener en cuenta el 2 DOF helicóptero con una carga desconocida, véase el ejemplo 4.9-pp 151-154 [51].

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajo Futuro

Una de las principales contribuciones de esta investigación es el análisis de estabilidad asintótica del error de seguimiento entre sistemas no lineales cuyo modelo matemático se desconoce y señales de referencia generadas por ecuaciones diferenciales no lineales. Para garantizar el seguimiento de trayectorias se propone una ley de control PID y se obtienen leyes de adaptación de pesos en la red neuronal, obtenidas mediante el análisis de estabilidad de Lyapunov, el sistema no lineal es identificado por una red neuronal recurrente de pesos variables.

El objetivo es que el sistema desconocido siga una señal de referencia dada, este problema es muy importante en control automático, el cual se reduce a determinar una acción de control que garantice la estabilización de la dinámica del error de seguimiento entre la planta y la señal de referencia.

La estabilidad para el error de seguimiento es analizada con funciones de control de Lyapunov y la ley de control PID. Los resultados son alentadores y son ilustrados vía simulación como puede verse, se obtiene un seguimiento de trayectorias satisfactorio y la convergencia del error de seguimiento es muy rápida.

Otro punto importante de este trabajo es que en otros enfoques de control, dichos controles son indirectos, es decir, primero la red neural identifica la planta desconocida y cuando el error de identificación es pequeño, se aplica el control. En nuestro enfoque el control es directo, es decir, las leyes de aprendizaje para que estas redes neuronales dependan explícitamente del error de seguimiento, en lugar del error de identificación, esto da como resultado una respuesta más rápida del sistema.

La investigación en esta línea continua para que en un futuro se implementen los algoritmos de control en tiempo real con retardo en el tiempo aplicados a sistemas de orden discreto y de orden fraccional, para ambos casos el seguimiento de trayectorias entre la planta, referencia y red neuronal cuyas aplicaciones serán diversas, como son: robots manipuladores, robots bípedos, militares, industriales, comerciales, etc.

Bibliografía

- [1] J. Swevers, C. Ganseman, D. B. Tukel, J. D. Schutter, y H. V. Brussel, "Optimal robot excitation and identification," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 13, no. 5, pp. 730-740, 1997.
- [2] A. Poznyak, E. Sanchez, J. Perez y w. Yu, "Nonlinear adaptive trajectory tracking using dynamic neural network", *IEEE Trans. on Neural Networks*. vol. 10, pp 1402-1411 November, 1999.
- [3] M. Gupta y D. Rao, "(Ed), *Neuro-control Systems*", Theory and Applications IEEE Press, Piscataway, N.J USA, 1999.
- [4] G. Rovithakis y M. Christodoulou, "Adaptive Control with Recurrent High Order Neural Networks", Springer Verlag, New York, USA, 2000.
- [5] J. Suykens, L. Vandewalle y R. de Moor, "Artificial Neural Networks for Modelling and Control of Nonlinear Systems", Kluwer Academic Publishers, Boston, USA, 1996.
- [6] L. Sciavicco y B. Siciliano, *Modelling and Control of Robot Manipulators*, 2da ed. Londres: Springer-Verlag, 2000.
- [7] Katsuhiko Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, Tercera Edición, Editorial Pearson, 1997, ISBN: 0-13-227307-1

- [8] Poznyak A. S., W. Yu, E. N. Sanchez and J. P. Perez, "Nonlinear adaptive trajectory tracking using dynamic neural networks", *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 10, no. 6, pp 1402-1411, Nov. 1999.
- [9] Suykens K., L. Vandewalle and R. De Moor , *Artificial Neural Networks for Modelling and Control of Nonlinear Systems*, Kluwer academic Publishers, Boston, USA,1996.
- [10] Rovithakis G. A. and M. A. Christodoulou, *Adaptive Control with Recurrent High-Order Neural Networks*, Springer Verlag, New York, USA, 2000.
- [11] Poznyak a. S., E. N. Sanchez and W. Yu, *Differential Neural Networks for Robust Nonlinear Control*, World Scientific, USA, 2000.
- [12] Isidori A. *Nonlinear Control Systems*, 3rd Ed., Springer Verlag, New York, USA,1995.
- [13] Hill D. J. and P. Moylan, "The Stability of nonlinear dissipative systems", *IEEE Trans. on Auto. Contr.*, vol. 21, 708-711, 1996.
- [14] Basar T. and P. Bernhard, *H-Infinity Optimal Control and Related Minimax Design Problems*, Birkhauser, Boston, USA,1995.
- [15] Krstic M. and H. Deng, *Stabilization of Nonlinear Uncertain Systems*, Springer Verlag, New York, USA, 1998.
- [16] Sanchez E. N., J. P. Perez and G. Chen, "Using dynamic neural control to generate chaos: An inverse optimal control approach", *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 2001.
- [17] Sanchez E. N., J. P. Perez, L. Ricalde and G. Chen, "Trajectory tracking via adaptive neural control", *Proceeding of IEEE Int. Symposium on Intelligent Control*, Mexico City, pp 286-289, September 2001.

- [18] Sanchez E. N., J. P. Perez, L. Ricalde and G. Chen, "Chaos production and synchronization via adaptive neural control", Proceeding of IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, FL, USA, December 4-7, 2001.
- [19] Llama M. A., R. Kelly and V. Santibañez, "Stable Computed torque of Robot manipulators via fuzzy self-tuning", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 30, 143-150, February, 2000.
- [20] Sanchez E. N. and V. Flores, "Real-Time fuzzy PI+PD control for an underactuated robot", Proc. of 2002 IEEE International Workshop on Intelligent Control, Vancouver, B. C., Canada, October 2002.
- [21] Harris C. J., T. H. Lee and S. S. Ge, Adaptive Neural Network Control of Robotic Manipulators, World Scientific Pub., 1999.
- [22] R. Kelly, R. E. Haber, R.E. Haber Guerra and Fernando Reyes, "Lyapunov Stable Control of Robot Manipulators: a Fuzzy Self-Tuning Procedure", Intelligent Automation and Soft Computing, Vol. 5, No. 4, pp. 313-326, 1999.
- [23] Petros A. Ioannou, Jing Sun, Robust Adaptive Control", PTR Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ 07458. ISBN 0-13-439100-4.
- [24] Reyes, F and R. Kelly (2001) Experimental Evaluation of Model-Based Controllers on a Direct-Drive Robot Arm Mechatronics, 11, 267-282.
- [25] Jose Luis Meza, Víctor Santibañez, Rogelio Soto, Jose Perez and Joel Perez, "Analysis via Passivity Theory of a Class of Nonlinear PID Global Regulators for Robot Manipulators" publication in the book "PID Control", ISBN 978-953-307-267-8, 2011.

- [26] J.L. Meza, V. Santibañez, R. Soto and M.A. Llama, "Stable Fuzzy Self-Tuning PID Control of Robot Manipulators", Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics San Antonio, TX, USA - October 2009
- [27] Sanchez E. N., J. P. Perez and L Ricalde, "Recurrent neural control for robot trajectory tracking", Proceeding of International Federation of Automatic Control, Barcelona Spain, July, 2002.
- [28] Karl Johan Astrom- Bjorn Wittenemark, Adaptive Control, Addison-Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-09720-6, 1989.
- [29] M. Forti, "Necessary and sufficient conditions for absolute stability of neural networks", IEEE Trans. on Circuits and Systems - I, Vol. 41, pp 491-494, 1994.
- [30] P. Baldi and A. F. Atiya, "How delays affect neural dynamics and learning", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 5, pp 612-621, 1994.
- [31] X. Liao, G. Chen and E. N. Sanchez, "LMI-based approach for asymptotically stability analysis of delayed neural networks", IEEE Trans. on Circuits and Systems — I, Vol. 49, No. 7, pp 1033-1039, 2002.
- [32] A. Yazdizadeh, K. Khorasani, "Adaptive time delay neural network structures for nonlinear system identification", 0925-2312/02/\$ - see front matter c 2002 Elsevier Science B.V. All rights reserved. PII: S0925-2312(01)00589-6.
- [33] Rovitahkis G. A. and M. A. Christodoulou, Adaptive Control with Recurrent High-Order Neural Networks, Springer Verlag, New York, USA, 2000.
- [34] Isidori A. Nonlinear Control Systems, 3rd Ed., Springer Verlag, New York, USA, 1995.

- [35] Hill D. J. and P. Moylan, "The Stability of nonlinear dissipative systems", IEEE Trans. on Auto. Contr., vol. 21, 708-711, 1996.
- [36] Sanchez E. N., J. P. Perez, L. Ricalde and G. Chen, "Trajectory tracking via adaptive neural control", Proceeding of IEEE Int. Symposium on Intelligent Control, Mexico City, pp 286-289, September 2001.
- [37] Sanchez E. N., J. P. Perez, L. Ricalde and G. Chen, "Chaos production and synchronization via adaptive neural control", Proceeding of IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, Fl, USA, December 4-7, 2001.
- [38] A. Yazdizadeh, K. Khorasani, R.V. Patel, Identification of a two-link Hexible manipulator using adaptive time delay neural networks, IEEE Trans. Systems, Man and Cybernet.—Part B 30 (1) (2000) 165–171.
- [39] Llama M. A., R. Kelly and V. Santibañez, "Stable Computed torque of Robot manipulators via fuzzy self- tuning", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 30, 143-150, February, 2000.
- [40] Sanchez E. N. and V. Flores, Real-Time fuzzy PI+PD control for an underactuated robot", Proc. of 2002 IEEE International Workshop on Intelligent Control, Vancouver, B. C., Canada, October 2002.
- [41] Harris C. J., T. H. Lee and S. S. Ge, Adaptive Neural Network Control of Robotic Manipulators, World Scientific Pub., 1999.
- [42] J. K. Hale and S. M. V.Lunel, Introduction to the Theory of Functional Differential Equations , Springer Verlag, New York, USA, 1991.

- [43] X. Liao, G. Chen, and E. N. Sanchez, "Delay-dependent exponential stability analysis of delayed neural networks: an LMI approach", *Neural Networks*, Vol. 15, pp 855-866, 2002.
- [44] H. Khalil, *Nonlinear System Analysis*, 2nd Ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA, 1996.
- [45] R. Kelly, R. E. Haber, R.E. Haber Guerra and Fernando Reyes, "Lyapunov Stable Control of Robot Manipulators: a Fuzzy Self-Tuning Procedure", *Intelligent Automation and Soft Computing*, Vol. 5, No. 4, pp. 313-326, 1999.
- [46] Rovitahkis G. A. and M. A. Christodoulou, *Adaptive Control with Recurrent High-Order Neural Networks*, Springer Verlag, New York, USA, 2000.
- [47] Petros A. Ioannou, Jing Sun, *Robust Adaptive Control*", PTR Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ 07458. ISBN 0-13-439100-4.
- [48] Q. Inc. Quanser 2 dof helicopter user and control manual. 2006.
- [49] Edilberto Carlos Vivas Gonzalea. Director de Tesis: Prof. Leonardo Enrique Bermeo Clavijo, *Control del Helicoptero 2D Usando Metodos de Control Robusto H_{∞}* , Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingenieria Departamento de Electrica y Electronica, Bogot a, Febrero de 2011
- [50] Sanchez E. N., J. P. Perez and L Ricalde, *Recurrent neural control for robot trajectory tracking*", *Proceeding of International Federation of Automatic Control*, Barcelona Spain, July, 2002.
- [51] Karl Johan Astrom- Bjorn Wittenemark, *Adaptive Control*, Addison-Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-09720-6, 1989.

- Optimal filtering for polynomial system states with polynomial multiplicative noise Basin, M., Perez, J., Skliar, M. 2006 International Journal of Robust and Nonlinear Control 16(6), pp. 303-314
- 71 2 Optimal filtering for linear systems over polynomial observations Basin, M., Perez, J., Calderon-Alvarez D. 2008 International Journal of Innovative Computing, Information and Control 4(2), pp. 313-320
- 62 3 An optimal regulator for linear systems with multiple state and input delays Basin, M., Perez, J. 2007 Optimal Control Applications and Methods 28(1), pp. 45-57
- 9 4 Alternative optimal filter for linear state delay systems Basin, M., Perez, J., Martinez-Zuniga, R. 2006 International Journal of Adaptive Control and Signal Processing 20(10), pp. 509-517
- 9 5 Optimal state filtering and parameter identification for linear systems Basin, M., Perez, J., Skliar, M. 2008 Optimal Control Applications and Methods 29(2), pp. 159-166
- 5 6 Optimal state filtering and parameter identification for linear systems Basin, M., Perez, J., Skliar, M. 2006 Proceedings of the American Control Conference 2006, pp. 987-990
- 4 7 Optimal filtering for linear states over polynomial observations Basin, M., Perez, J., Calderon-Alvarez, D. 2007 Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control pp. 6208-6218
- 3 8 Optimal filtering for polynomial systems with partially measured states and multiplicative noises Basin, M., Perez, J., Skliar, M. 2006 Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control pp. 4169-4174
- 3 9 Trajectory tracking for delayed recurrent neural networks Sanchez, E.N., Perez, J.P., Perez, J. 2006 Proceedings of the American Control Conference 2006, pp. 2280-2284
- 2 10 Trajectory tracking for chaos synchronization via PI control law between Roosler-Chen Perez, J., Perez, J.P., Rodríguez, F., Flores, A. 2014 Computacion y Sistemas 18(2), pp. 399-407
- 1 11 Stochastic recurrent neural control for trajectory tracking of a gene regulatory network biological system J.P., Gonzalez, J.A., Pérez, J. 2009 IEEE International Symposium on Industrial Electronics pp. 256-260
- 1 12 Optimal filtering for polynomial system states with polynomial multiplicative noise Basin, M., Perez, J., Skliar, M. 2006 Proceedings of the American Control Conference 2006, pp. 1607-1612
- 1 13 Optimal filtering for linear system states over polynomial observations Basin, M., Perez, J. 2006 First International Conference on Innovative Computing, Information and Control 2006, ICICIC'06 pp. 101-104
- 1 14 Stabilization of delayed neural networks Sanchez, E.N., Perez, J.P., Perez, J. 2005 Conference Proceedings IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics 3, pp. 2156-2160
- 1 15 Trajectory tracking of complex dynamical network for delayed recurrent neural network via control V-stability Pérez, J.P., González, J.A., Soto, R., Pérez, J. 2010 Proceedings - 2010 IEEE Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, CERMA 2010 pp. 9-13
- 0 16 Trajectory tracking of complex dynamical network for recurrent neural network via control V-stability Pérez, J.P., Pérez, J., González, J.A. 2009 ISDA 2009 - 9th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications pp. 1274-1277
- 0 17 An optimal regulator for linear systems with multiple state and input delays Basin, M., Perez, J. 2007 Proceedings of the American Control Conference pp. 5625-5630
- 0 18 Alternative optimal filter for linear state delay systems Basin, M., Perez, J., Martinez-Zuniga, R. 2006 Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control

Trajectory tracking for the chaotic pendulum using pi control law

J Perez, JP Perez, F Rdz, A Flores - Revista mexicana de física, 2013 - scielo.org.mx

This paper presents the application of trajectory tracking using adaptive neural networks to the double chaotic pendulum. The controller structure proposed is composed by a neural identifier and a PI Control Law. Experimental results with the chaotic pendulum showed the usefulness of the proposed approach. To verify the analytical results, an example of a dynamical network is simulated and a theorem is proposed to ensure the tracking of the nonlinear system.

☆ 99 Citado por 1 Artículos relacionados Las 7 versiones 99

Trajectory tracking for chaos synchronization via pi control law between roosler-chen

J Perez Padron, JP Perez, F Rodríguez... - Computación y ..., 2014 - cys.cic.ipn.mx

This paper presents an application of adaptive neural networks based on a dynamic neural network to trajectory tracking of unknown nonlinear plants. The main methodologies on which the approach is based are recurrent neural networks and Lyapunov function methodology and Proportional-Integral (PI) control for nonlinear systems. The proposed controller structure is composed of a neural identifier and a control law defined by using the PI approach. The new control scheme is applied via simulations to Chaos Synchronization ...

☆ 99 Citado por 1 Artículos relacionados Las 4 versiones 99

Trajectory tracking error using PID control law for two-link robot manipulator via adaptive neural networks

J Perez, JP Perez, R Soto, A Flores, F Rodríguez... - Procedia ..., 2012 - Elsevier

This paper presents the application of adaptive neural networks to robot manipulator control. The main methodologies, on which the approach is based, are recurrent neural networks and Lyapunov functions methodology and Proportional-Integral-Derivative (PID) control for nonlinear systems. The proposed controller structure is composed of a neural identifier and a control law defined by using the PID approach. The proposed new control scheme is applied via simulations to control a robot manipulator two-link model. Experimental results in ...

☆ 99 Citado por 18 Artículos relacionados Las 4 versiones

[HTML] Trajectory Tracking of Complex Dynamical Network for Chaos Synchronization Using Recurrent Neural Network

JP Perez, P Perez, H Flores... - Computación y ..., 2017 - scielo.org.mx

In this paper the problem of trajectory tracking is studied. Based on the Lyapunov theory, a control law that achieves the global asymptotic stability of the tracking error between a recurrent neural network and a complex dynamical network is obtained. To illustrate the analytic results we present a tracking simulation of a dynamical network with each node being just one Lorenz's dynamical system and three identical Chen's dynamical systems.

☆ 99 Artículos relacionados Las 6 versiones 99

Complex dynamical network control for trajectory tracking using delayed recurrent neural networks

JP Perez, J Perez Padron... - Mathematical ..., 2014 - hindawi.com

In this paper, the problem of trajectory tracking is studied. Based on the V-stability and Lyapunov theory, a control law that achieves the global asymptotic stability of the tracking error between a delayed recurrent neural network and a complex dynamical network is obtained. To illustrate the analytic results, we present a tracking simulation of a dynamical network with each node being just one Lorenz's dynamical system and three identical Chen's dynamical systems.

☆ 99 Citado por 1 Artículos relacionados Las 6 versiones 99

Trajectory Tracking Error Using Fractional Order PID Control Law for Two-Link Robot Manipulator via Fractional Adaptive Neural Networks

MSL de la Fuente - Robotics: Legal, Ethical and Socioeconomic ..., 2017 - books.google.com

The problem of trajectory tracking of unknown nonlinear systems of fractional order is solved using fractional order dynamical neural networks. For this purpose, we obtained control laws and laws of adaptive weights online, obtained using the Lyapunov stability analysis methodology of fractional order. Numerical simulations illustrate the obtained theoretical results.

☆ 99 Citado por 1 Artículos relacionados Las 2 versiones