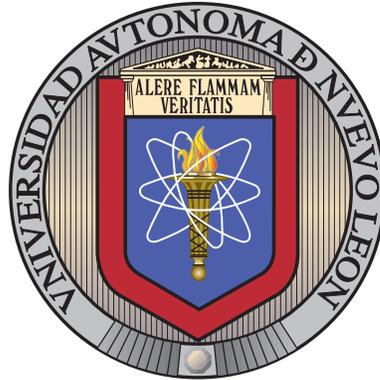


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE ALGORITMOS DE
NAVEGACIÓN PARA LA COOPERACIÓN DE
VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS

POR

EDMUNDO JAVIER OLLERVIDES VÁZQUEZ

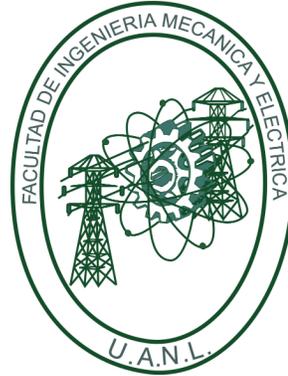
COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA

DICIEMBRE 2020

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE ALGORITMOS DE
NAVEGACIÓN PARA LA COOPERACIÓN DE
VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS

POR

EDMUNDO JAVIER OLLERVIDES VÁZQUEZ

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA

DICIEMBRE 2020



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis "Diseño de algoritmos de navegación para la cooperación de vehículos aéreos no tripulados", realizada por el alumno Edmundo Javier Ollervides Vázquez, con número de matrícula 1836908, sea aceptada para su defensa como requisito para obtener el grado de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica.

El Comité de Tesis

Dr. Octavio García Salazar
Director

Dr. Luis Antonio Amézquita Brooks
Revisor

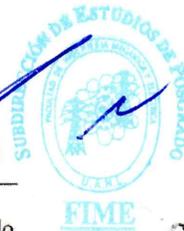
Dra. Patricia del Carmen Zambrano Robledo
Revisor

Dra. Diana Hernández Alcántara
Revisor

Dr. Eduardo Liceaga Castro
Revisor

Vo. Bo.

Dr. Ramón Martínez Martínez
Subdirector de Estudios de Posgrado



078

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, septiembre de 2020



*A mi padre y a mi madre quienes siempre me dieron
su apoyo incondicional, en todas mis encomiendas de vida.*

*A mis hermanos que siempre me han demostrado
su apoyo incondicional y por sus valiosos consejos.*

*A todos los profesores y estudiantes que me han ilustrado
en el camino del conocimiento durante el transcurso
de mis estudios de doctorado.*

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	XV
Resumen	XVII
1. Introducción	1
1.1. Control Cooperativo	1
1.2. Estado del Arte	4
1.3. Objetivo	6
1.3.1. Objetivo General	6
1.3.2. Objetivos Específicos	7
1.4. Justificación	7
1.5. Hipótesis	8
2. Modelo Matemático del VANT	9
2.1. Dinámica de Vuelo Longitudinal	12
2.2. Dinámica de Vuelo Lateral Direccional	16
2.3. Descripción de los Ángulos de Euler	20

2.4. Modelo Cinemático del i -ésimo VANT	27
2.5. Ecuaciones de Movimiento del i -ésimo VANT	29
2.5.1. Ecuación de Movimiento de Orientación para el i -ésimo VANT	30
2.5.2. Ecuación de Movimiento de Traslación para el i -ésimo VANT	31
2.5.3. Ecuaciones de Movimiento con Velocidades de Traslación Iner- ciales para el i -ésimo VANT	33
2.5.4. Ecuaciones de Movimiento con Velocidades de Traslación No Iner- ciales para el i -ésimo VANT	34
3. Grafos y Sistemas Multiagente	36
3.1. Reglas de Reynolds	36
3.2. Teoría de Grafos	38
3.3. Control Cooperativo	39
3.4. Sistemas Multiagente de una Formación	40
3.5. Estructuras Control Cooperativo	41
3.5.1. Control Centralizado	41
3.5.2. Control Descentralizado	42
3.6. Métodos de Formación para el Control Cooperativo	43
3.6.1. Control Basado en el Comportamiento	43
3.6.2. Control Basado en Campos Potenciales	43
3.6.3. Control de Formación Tipo Líder Seguidor	44
3.7. Algoritmo de Consensus	44

3.7.1.	Introducción al Algoritmo de Consensus	45
3.7.2.	Consensus con Dinámicas Lineales de Orden Superior	45
4.	Protocolos de Formación de Vuelo	47
4.1.	Control de la Formación de Vuelo Líder Seguidor	47
4.1.1.	Control de Orientación y de Altitud de los N VANTs	48
4.1.2.	Control de Navegación de los N VANTs	52
4.1.3.	Protocolo de Formación Consensus Líder Seguidor	54
4.1.4.	Grafo del Protocolo	58
4.2.	Protocolo de Formación Consensus Distribuido	59
4.2.1.	Ecuaciones de Movimiento para N VANTs	59
4.2.2.	Navegación de N agentes	63
4.2.3.	Protocolo Gestor de Consensus Distribuido	67
4.3.	Protocolo de Formación Consensus con Control Difuso Sectorial	70
4.3.1.	Ecuaciones de Movimiento para N -VANTs de Tipo Cuadrirrotor	72
4.3.2.	Algoritmo Consensus Difuso Sectorial para la Formación de Vuelo	77
5.	Plataforma y Resultados Experimentales	91
5.1.	Cuadrirrotor Parrot® AR.Drone 2.0	91
5.2.	Sistema de Visión para la Captura de Movimiento	92
5.3.	Hardware	93
5.4.	Software de Adquisición de Datos	95

5.5. Plataforma de Desarrollo LabVIEW	96
5.6. Arquitectura del Entorno de Pruebas Experimentales	97
5.7. Simulación de la Formación Líder Seguidor	100
5.7.1. Trayectoria del Agente Líder Virtual	100
5.7.2. Formación Geométrica de Rombo o Diamante	100
5.7.3. Respuesta de la Formación en Simulación	101
5.8. Experimentos del Gestor de Consensus Distribuido	103
5.8.1. Seguimiento de una Trayectoria Elíptica	104
5.8.2. Seguimiento de una Trayectoria con Geometría de Cuadrado	109
5.9. Experimentos del Controlador Difuso Sectorial de Consensus	113
5.9.1. Sintonización Experimental de Parámetros	114
5.9.2. Trayectoria de Seguimiento Elíptica	116
5.9.3. Trayectoria de Seguimiento Lemniscata de Altitud Variable	121
6. Conclusiones	126
6.1. Formación con Consensus Líder Seguidor	126
6.2. Formación con Gestor de Consensus Distribuido	126
6.3. Formación con Control de Consensus Difuso Sectorial	127
A. Controlador Lógico Difuso	128
A.1. Introducción	128
A.2. Preliminares	130

A.3. Estructura de un Controlador Lógico Difuso	132
A.4. Modulo de Fusificación	133
A.5. Módulo de Inferencia y Base de Reglas	135
A.5.1. Funciones de Pertenencia de Entrada	135
A.5.2. Funciones de Pertenencia de Salida	137
A.5.3. Base de Reglas del Mecanismo de Inferencia	138
A.5.4. Mecanismo de Inferencia	139
A.5.5. Método de Inferencia Mínimo	140
A.6. Modulo de Desfusificación	140
B. Estabilidad de Lyapunov del Algoritmo Super Twisting	142

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Formaciones de aves y peces, [2],[20].	2
1.2. Formaciones de aviones.	2
1.3. Formaciones helicópteros	3
2.1. Marcos de referencia del sistema coordenado.	10
2.2. Vuelo estacionario (Hovering).	12
2.3. Vuelo vertical en ascenso.	13
2.4. Vuelo vertical en descenso.	13
2.5. Vuelo longitudinal en avance.	14
2.6. Vuelo longitudinal en retroceso.	15
2.7. Vuelo lateral hacia la derecha.	16
2.8. Vuelo lateral hacia la izquierda.	17
2.9. Vuelo estacionario con rotación positiva de guiñada.	18
2.10. Vuelo estacionario con rotación negativa de guiñada.	18
2.11. Sistema de coordenadas tridimensional NED.	20

2.12. Vuelo estacionario sobre el marco inercial (Hovering).	21
2.13. Vuelo en avance con cabeceo negativo.	22
2.14. Vuelo lateral con alabeo negativo.	23
2.15. Vuelo estacionario con variación del ángulo de guiñada.	24
2.16. Secuencia de rotación Guiñada-Cabeceo-Alabeo (Z-Y-X).	25
2.17. Marcos de referencia del cuadrirotor.	27
3.1. Formación de vuelo de una parvada de aves.	38
3.2. Grafo de un sistema multiagente con VANTs.	40
4.1. <i>Grafo</i> ramificado dirigido con 4 VANTs.	58
4.2. Marcos del VANT cuadrirotor.	59
4.3. Esquema de la aeronave cuadrirotor en el vuelo de avance.	61
4.4. Grafo dirigido, balanceado y fuertemente conectado para N agentes.	69
4.5. Gestor de Consensus para N agentes.	69
4.6. Marcos del VANT cuadrirotor.	73
4.7. Esquema de la aeronave cuadrirotor en el vuelo de avance.	74
4.8. Diagrama de bloques. El protocolo de Consensus se representa como un <i>Gestor de Consensus Difuso Sectorial</i>	81
4.9. Función de pertenencia de entrada de la posición de Consensus.	86
4.10. Función de pertenencia de entrada de la velocidad de Consensus.	87
4.11. Función de pertenencia de salida del controlador difuso de consensus	87

5.1. Esferas reflejantes ancladas en el Cuadrirrotor Parrot [®] AR.Drone 2.0.	93
5.2. Cámara VICON [®] T – 40.	94
5.3. Conmutador ethernet modelo MX GIGANET.	95
5.4. Entorno 3D del software VICON Tracker.	96
5.5. Interfaz gráfica diseñada en Labview	97
5.6. Arquitectura esquemática del entorno de trabajo.	99
5.7. Seguimiento de trayectorias 3D de la <i>Formación Líder Seguidor</i>	101
5.8. Seguimiento de trayectorias de la <i>Formación Líder Seguidor</i> en el plano X – Y.	102
5.9. Respuesta de Consensus en el eje X.	102
5.10. Respuesta de Consensus en el eje Y.	103
5.11. Grafo de conectividad para el sistema multiagente con la trayectoria elíptica	104
5.12. Seguimiento de trayectorias de las tres aeronaves.	105
5.13. Seguimiento de las trayectorias de Consensus de las tres aeronaves	106
5.14. Señales de control para la aeronave 1.	107
5.15. Señales de control para la aeronave 2.	108
5.16. Señales de control para la aeronave 3.	108
5.17. Grafo de la formación de un cuadrado con 4 aeronaves.	109
5.18. Seguimiento de trayectorias del grupo de aeronaves.	110
5.19. Consensus en los ejes X e Y para el grupo de aeronaves.	110
5.20. Señales de control para la aeronave 1.	111

5.21. Señales de control para la aeronave 2.	111
5.22. Señales de control para la aeronave 3.	112
5.23. Señales de control para la aeronave 4.	112
5.24. Grafo de comunicación bidireccional.	113
5.25. Superficie generada por el término difuso del Gestor de Consensus Difuso Sectorial.	116
5.26. Seguimiento de trayectorias de los dos agentes.	117
5.27. Posición de ambos agentes en los ejes X , Y y Z	118
5.28. Componentes <i>Difusos</i> X y Y para ambos agentes.	119
5.29. Salidas del <i>Gestor de Consensus Difuso Sectorial</i> utilizadas como referencia en ambos agentes en los ejes X y Y	120
5.30. Trayectorias de posición en X , Y , Z y ángulo de guiado ψ para ambos agentes.	121
5.31. Seguimiento de trayectorias en el espacio 3D de ambos agentes.	123
5.32. Posición en los ejes X , Y y Z de ambos agentes.	123
5.33. Componentes difusos de ambos agentes en X y Y	124
5.34. Salidas del <i>Gestor de Consensus Difuso Sectorial</i> aplicadas como referencias de ambos agentes en los ejes X y Y	124
5.35. Señales de Control de ambos agentes en los ejes X , Y , Z y para el ángulo de guiado ψ	125
A.1. Función de pertenencia de entrada.	136
A.2. Función de pertenencia de salida.	138

ÍNDICE DE TABLAS

4.1. Sintonización de las Reglas Difusas.	89
5.1. Especificaciones técnicas de las cámaras T-40.	94
5.2. Ganancias experimentales del <i>Controlador Lineal Gestor de Consensus</i> .	106
A.1. Sintonización de las Reglas Difusas.	139

AGRADECIMIENTOS

A la memoria de mi madre Beatriz, por ser un gran ejemplo de vida y modelo a seguir; que siempre me brindó su completo y sincero apoyo en cada una de mis metas. A mi padre por su gran ejemplo como catedrático de ingeniería, quién me impulso desde joven a tener el deseo de la investigación hacia la ingeniería. De una manera especial, a mi hermano Jorge, porque a pesar de tener sus responsabilidades como padre, siempre tiene tiempo de apoyarme con sus conceptos de ingeniería mecánica cuando se le he pedido, durante mis estudios de doctorado. A mi hermano Saul por ser un ejemplo de dedicación a su familia y a su trabajo, y por sus valiosos consejos de vida y profesionalismo. Y finalmente, a mi hermano Víctor por su valioso apoyo emocional durante mi estancia en las ciudades de Monterrey y San Nicolás de los Garza, Nuevo León.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica, que siendo la institución madre de mis estudios de Doctorado, ha sentado las bases y estatutos para mi formación como Doctor en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica. A los profesores investigadores que me impartieron su cátedra y que me dieron valiosos consejos de estudio: Dr. Luis Antonio Amezcuita Brooks, Dr. Eduardo Liceaga Castro, Dr. Ulises Matías García Pérez, Dra. María de Jesús de la Garza Galván, Dra. Guadalupe Maribel Hernández Muñoz, Dr. Luis Arturo Reyes Osorio, Dr. Octavio García Salazar. A los coordinadores del programa de posgrado de maestría y doctorado en ciencias, Dra. Citlalli Gaona Tiburcio y al Dr. Pedro López Cruz por sus atenciones y por su apoyo para realizar todos los trámites y procedimientos administrativos durante mi estancia como estudiante de doctorado en CIIA-FIME-UANL.

Al CONACYT por el apoyo del “*Fondo Institucional de Fomento Regional para el Desarrollo Científico, Tecnológico y de Innovación*”, (FORDECYT), con el proyecto Fortalecimiento de la Aeronáutica en el Noreste de México. Además al Proyecto de Infraestructura No. 204363 “*Apoyo al Fortalecimiento y Desarrollo de la Infraestructura Científica y Tecnológico*”, que permitió obtener los equipos de Laboratorio necesarios para la realización de los experimentos que realicé en el Laboratorio de Navegación de CIIIA-FIME-UANL durante mis estudios del doctorado en ciencias. Al TecNM-Instituto Tecnológico de la Laguna por su apoyo de comisión para la realización de mis estudios del doctorado en ciencias.

También agradezco a aquellas personas y compañeros que de alguna u otra manera me brindaron su apoyo para poder llegar a la culminación de mis estudios, Erik Rojo, Carlos Santana, Alan Escobar, Pablo Tellez, Ulises Rojo, Luis Cabriales, Manuel Gutierrez, Gerardo Macías, Ruben Campos, Aron Feria , Exiquio Valenzuela, Luis Takano.

A mi comité de tesis conformado por el Dr. Luis Antonio Amézquita Brooks, Dr. Eduardo Liceaga Castro, Dra. Patricia del C. Zambrano Robledo, Dra. Diana Hernández Alcántara y al Dr. Simón Martínez Martínez por la revisión realizada en este trabajo. A Verónica Zorrilla, que siempre me apoyó durante este tiempo y que cuando necesitaba a alguien en quien confiar, estaba ahí. Y finalmente, de una forma muy especial, a aquella persona, que durante el inicio de mis estudios de doctorado, me brindó la oportunidad, que creyó en mí a pesar de las dificultades, que transmitió su conocimiento confiando en mi capacidad, y que me defendió de los obstáculos que surgieron durante este tiempo, y que con sus sabios consejos y regaños me ha hecho entender las bondades de la investigación científica, A mi asesor, el Dr. Octavio García Salazar.

RESUMEN

Edmundo Javier Ollervides Vázquez.

Candidato para obtener el grado de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica
con orientación en Dinámica de Vuelo.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: DISEÑO DE ALGORITMOS DE NAVEGACIÓN PARA LA
COOPERACIÓN DE VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS.

Número de páginas: 152.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: El principal objetivo de este trabajo de investigación es el vuelo cooperativo de múltiples vehículos aéreos no tripulados trabajando en equipo eficientemente para lograr un comportamiento grupal deseado. Un área del control cooperativo de sistemas multiagentes es el Consensus, que está relacionado con el control de formación, estimación distribuida, y seguimiento de trayectorias. En este mismo sentido, la coordinación es una de las consecuencias de la cooperación entre sistemas multiagentes. El presente trabajo de investigación se enfoca en el Vuelo Cooperativo de Sistemas Multiagentes, en especial se aborda el tema de Consensus. Por lo que el *objetivo general es diseñar algoritmos de navegación para la cooperación de vehículos aéreos no tripulados.*

Mientras que los *objetivos específicos* se enlistan a continuación.

- Obtener el modelo dinámico de un sistema de n vehículos aéreos no tripulados.
- Diseñar un algoritmo centralizado de control lineal basado en la teoría de *Consensus de tipo Líder Seguidor*.
- Diseñar un algoritmo descentralizado de control no lineal basado en el enfoque de *Consensus de tipo Distribuido*.
- Obtener las simulaciones numéricas de la cooperación para un grupo de vehículos aéreos no tripulados de tipo cuadirrotor.
- Obtener un sistema global para la cooperación de N vehículos aéreos basados en el enfoque de Consensus.
- Implementación de los algoritmos de navegación, guiado y control basados en la teoría de Consensus

Por otra parte, para la metodología de estudio de este trabajo tesis, se aborda problema de Consensus para el vuelo cooperativo en formación de dos o más vehículos aéreos no tripulados (VANTs). En este contexto, se realizó una revisión bibliográfica del tema para el diseño de algoritmos de vuelo cooperativo. En la primera etapa se obtuvo el modelo dinámico de N vehículos aéreos no tripulados y se diseñaron los algoritmos de control lineal basados en la teoría de Consensus para dos vehículos aéreos de manera que se propuso un sistema multiagente centralizado. En esta primera etapa se analizó el enfoque Consensus de tipo Líder-Seguidor y se realizó la simulación numérica en el software Matlab-Simulink®.

Durante la segunda etapa, se diseñaron los algoritmos mediante la teoría de Consensus para el vuelo cooperativo en formación considerando técnicas de control no lineal. En esta etapa se implementó un sistema descentralizado y distribuido de tipo estructura virtual para la cooperación del vuelo en formación de dos o más vehículos aéreos. Se

realizaron simulaciones para obtener el desempeño del sistema multiagente. Una vez obtenidos los resultados de simulación, el algoritmo se implementó en tiempo real utilizando el sistema de visión Vicon con el programa LabView y dos vehículos aéreos de tipo cuadrirrotor, y utilizando el espacio de trabajo tridimensional del laboratorio de navegación de CIIIA-FIME-UANL.

Para la tercera etapa, se implementó un sistema global para el vuelo cooperativo en formación de N vehículos aéreos no tripulados basados en el enfoque de Consensus y un control difuso. En esta parte se considera un control inteligente robusto utilizando la teoría de control lógico difuso para tener un desempeño eficiente de cada aeronave que forma parte del grupo de N vehículos aéreos. También es abordado el análisis de estabilidad para el sistema multiagente formado por el grupo por N aeronaves cuadrirrotor, el cual es desarrollado desde un punto de vista generalizado. El algoritmo de control difuso de la formación cooperativa de vuelo se implementó en tiempo real utilizando el sistema de visión Vicon con el programa LabView y dos aeronaves de tipo cuadrirrotor, y además fue utilizado el espacio de trabajo tridimensional del laboratorio de navegación de CIIIA-FIME-UANL.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: En este trabajo se presenta un protocolo de control de formación Líder-Seguidor mediante el enfoque consensus el cual se obtiene el seguimiento de trayectorias en el plano XY , para un sistema multiagente formado por un grupo de cuatro vehículos aéreos de tipo cuadrirrotor. Los resultados de simulación fueron obtenidos utilizando un modelo no lineal para cada vehículo, y muestran las trayectorias manteniendo una formación prefijada en rombo o diamante, mientras que esta formación realiza el seguimiento de una trayectoria preasignada por una curva cerrada de tipo Lemniscata. En efecto cada agente seguidor reproduce la trayectoria generada por el agente *Líder Virtual* manteniendo una cierta desviación, la cual es aceptable debido a las no linealidades de alto orden del modelo.

Por otra parte, también se propuso un algoritmo de navegación distribuido basado en un control de estructura variable denominado *Super Twisting* para *Sistemas Multiagen-*

te (MAS de las siglas en inglés “*Multi-Agent System*”), y se desarrolló el algoritmo de navegación distribuida de cada aeronave basado en el grupo euclidiano especial $SE(3)$, aplicando el algoritmo de control *Super Twisting* para la dinámica de traslación y rotación de cada agente. Este controlador proporciona robustez contra la incertidumbre de los parámetros del sistema, la convergencia en tiempo finito y la convergencia asintótica del seguimiento de la trayectoria. El algoritmo de Consensus propuesto ha garantizado la persecución y el vuelo de formación del MAS. Finalmente, experimentos en tiempo real han ilustrado el desempeño exitoso de los algoritmos propuestos.

Finalmente agregado a los protocolos de formación mencionados anteriormente, y como la parte medular de este trabajo se ha propuesto un algoritmo de Consensus difuso sectorial para realizar los vuelos de formación. El modelo matemático para vehículos aéreos no tripulados de N cuadrirrotores se describió utilizando la formulación de Newton-Euler. Se desarrolló una estructura de vuelo en formación considerando un controlador difuso sectorial considerando sus propiedades, y un sistema lineal en el que los estados de posición y velocidad del i -ésimo cuadrirrotor se consideran en el protocolo de Consensus. El análisis de estabilidad se obtuvo como una forma generalizada para las N -aeronaves de tipo cuadrirrotor y se ha demostrado que el sistema en lazo cerrado es globalmente asintóticamente estable, alcanzando el Consensus de las aeronaves. Finalmente, con el propósito de validar el algoritmo de control difuso sectorial propuesto, se ejecutaron una serie de experimentos en tiempo real obteniendo las respuestas de comportamiento de las múltiples aeronaves que forman parte del sistema multiagente.

Como contribuciones de este trabajo podemos mencionar los siguientes artículos publicados en memoria en extenso en congresos nacionales e internacionales

- E. J. Ollervides-Vázquez, E. G. Rojo-Rodríguez, A. Ramírez-Mendóza, L. Amezcuita-Brooks, E. Liceaga-Castro, O. García-Salazar. “*Vuelo en Formación Basado en el Enfoque Consensus para un Sistema Multi-Agente de Cuatro Cuadrirrotores.*”, Congreso Nacional de Control Automático (CNCA 2017), Monterrey, Nuevo León, México, Oct. 4-6 2017.

- E. G. Rojo-Rodriguez, E. J. Ollervides, J. G. Rodriguez, E. S. Espinoza, P. Zambrano-Robledo and O. Garcia, “*Implementation of a Super Twisting Controller for Distributed Formation Flight of Multi-Agent Systems Based on Consensus Algorithms*”, 2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2017), Miami FL, USA, 13-16 June 2017.
- E. G. Rojo-Rodriguez, E. J. Ollervides, P. Zambrano-Robledo and O. Garcia, “*A Fuzzy Gain Scheduling Control Algorithm for Formation Flight of Multi-UAVs*”, 2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2019), Atlanta, GA, USA, 11-14 June 2019.
- E. J. Ollervides, E. G. Rojo-Rodriguez, E. U. Rojo-Rodriguez, L. E. Cabriaes-Ramirez and O. Garcia-Salazar, “*Two-layer saturated PID controller for the trajectory tracking of a quadrotor UAV*”, 2020 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE 2020), Cuernavaca, Morelos, México, 16-20 November 2020.

También como contribuciones de más importancia de este trabajo podemos mencionar los siguientes artículos sometidos y publicados en de revista internacional indizada

- E.G. Rojo-Rodriguez, O. Garcia, E.J. Ollervides, P. Zambrano-Robledo, and E.S. Espinoza-Quesada, *Robust Consensus-Based Formation Flight for Multiple Quadrotors*, Journal of Intelligent & Robotic Systems, Vol. 93, Issue 1-2, pp 213-226, 2018.
- E. J. Ollervides-Vazquez, E. G. Rojo-Rodriguez, O. Garcia-Salazar, L. A. Amezcuita-Brooks, P. Castillo and V. Santibañez, *A sectorial fuzzy consensus algorithm for the formation flight of multiple quadrotor unmanned aerial vehicles*, International Journal of Micro Air Vehicles, Vol. 12, pp 1-25, December 2020.

Firma del asesor: _____



Dr. Octavio García Salazar

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 CONTROL COOPERATIVO

Debido a los recientes avances en áreas como física, biología, ciencias sociales y ciencias de la computación, científicos han despertado un gran interés por el estudio y análisis del comportamiento de grupos de animales. Por ejemplo, un grupo de animales combinan sus esfuerzos para la búsqueda de alimentos, evasión de obstáculos y evasión de predadores; las parvadas de pájaros incrementan su distancia de vuelo alrededor de un 70 % cuando se despliegan en una formación en V ; y de manera similar con los grupos de peces que pueden aumentar su eficiencia en su nado (Véase la Figura 1.1).

Para poder realizar cualquiera de las tareas antes mencionadas, cada elemento del grupo debe cumplir con ciertas reglas, como: mantener una distancia con otros elementos del grupo, mantener la misma velocidad que el resto del grupo y mantener la formación. Estos comportamientos grupales de animales pueden tener diversas aplicaciones en la ingeniería con misiones de tipo militar y civil. Estas aplicaciones contemplan la formación de aviones, formación de helicópteros, en aplicaciones de redes móviles de sensores para la vigilancia avanzada, manejo de materiales peligrosos, búsqueda y rescate y observación.



Figura 1.1: Formaciones de aves y peces, [2],[20].

El vuelo en formación de helicópteros o aviones permite una reducción de la resistencia al avance, permite también realizar tareas de recarga de combustible y transportación paralela y simultánea de vehículos o cargas pesadas (véase las Figuras 1.2 y 1.3).



Figura 1.2: Formaciones de aviones.



Figura 1.3: Formaciones helicópteros

El vuelo cooperativo involucra el diseño de sistemas de control de dos o más vehículos interconectados para completar una tarea deseada. El diseño de control para múltiples sistemas en red puede ser centralizado o descentralizado. El diseño de control centralizado usa un simple agente (estación) que especifica los objetivos de otros agentes basados en los estados de todos los miembros del grupo. Esto puede tener ventajas, pero requiere flujo multidireccional de la información completa. Por otro lado, el diseño control descentralizado requiere de intercambio de información local entre los agentes para cooperar y alcanzar un objetivo global.

En el enfoque *Líder Seguidor*, algunos agentes son considerados como *Líderes* mientras que los demás como agentes *Seguidores*. La tarea de cooperación consiste en forzar a los agentes *Seguidores* a mantener una *Formación* con los agentes *Líderes*, sosteniendo la coordinación de la posición y la velocidad de todos los agentes del grupo. En el enfoque de Arquitectura de Comportamiento consiste en ordenar varios comportamientos deseados para cada agente y en diseñar entradas de control individual basadas una media ponderada de las entradas de control para cada comportamiento. El comportamiento

incluye el seguimiento de trayectoria, el seguimiento del agente vecino, evasión de obstáculos y colisión, y mantenimiento de la formación. En el enfoque de Estructura Virtual, la formación es considerada como un solo cuerpo virtual cuyas dinámicas son especificadas para general trayectorias de referencias apropiadas para cada agente. Por lo tanto, la formación puede ser vista como una estructura virtual con marcadores de posición describiendo la configuración deseada de los agentes individuales. El enfoque de Consensus consiste en la interacción y colección de agentes para alcanzar un objetivo común.

El control de vuelo cooperativo y la aplicación de vehículos aéreos no tripulados (UAV) es un tema de investigación activo y desafiante, de crucial importancia para numerosas aplicaciones civiles y militares. El control de vuelo cooperativo es un problema avanzado que se puede resolver utilizando vehículos aéreos de tipo multirrotor o de ala fija. Los métodos de control cooperativo lineal se han aplicado con satisfactoriamente en robots aéreos, pero tienen una aplicabilidad limitada para la región de funcionamiento de vuelo extendido, es decir, maniobras agresivas, donde la linealidad del sistema ya no es válida. Además, solo se puede garantizar la estabilidad del sistema en malla cerrada para regiones pequeñas alrededor del punto de equilibrio, que son extremadamente difíciles de calcular.

1.2 ESTADO DEL ARTE

En la actualidad, investigadores e ingenieros están trabajando en el diseño de algoritmos de guiado, navegación y control para vuelo cooperativo de vehículos aéreos no tripulados-VANTs (UAVs de las siglas en inglés “*Unmanned Aerial Vehicles*”) considerados como agentes. En efecto, estos algoritmos para los sistemas multiagentes están basados en protocolos distribuidos en el cual cada agente puede tomar decisiones distribuidas en información local resultando un movimiento colectivo de todos los agentes en el grupo. Estos protocolos distribuidos garantizan el consensus del sistema multiagente; es decir, todos los agentes alcanzan el mismo valor.

Algunas publicaciones sobre el vuelo en formación pueden mencionarse como: el desarrollo e implementación de una plataforma experimental para aplicaciones de vehículos heterogéneos no tripulados es presentado en [30] and [32]. En [11], un modelo de juegos diferenciales de suma cero fue propuesto para obtener el vuelo en formación de un grupo de tres VANTs de tipo ala fija considerados como jugadores, y en [31] una estrategia de control, basada en algoritmos de *Consensus Líder Seguidor Adaptable*, fue diseñada para sistemas multiagente afectados por eventos de red conmutados. En [51] se presenta una solución para mantener un vuelo en formación de un grupo de mini vehículos aéreos basado en vectores geométricos los cuales describen la distancia de separación y el ángulo entre los vehículos aéreos. En [50], se muestran un resumen de ideas teóricas y prácticas que pueden ser usadas para la localización distribuida basada en visión y el control de vuelo en formación. Una solución del vuelo en formación distribuida para un grupo de robots aéreos en ausencia de un sistema de posición externo es presentado en [28].

En años recientes, se han utilizado protocolos de formación distribuidos para diseñar algoritmos de control para los sistemas multiagente en los que cada agente puede tomar decisiones distribuidas sobre la información local que resulta en un movimiento colectivo de todos los agentes del grupo. Estos protocolos de formación distribuidos garantizan el Consensus de los sistemas multiagente para que los estados de todos los sistemas alcancen el mismo valor, [20], [21], [41], [42]. Se están proponiendo equipos de agentes o sistemas multiagentes para resolver una serie de problemas tales como agricultura de precisión, inspección estructural, mapeo de áreas terrestres, monitoreo ambiental, búsqueda y rescate en desastres naturales, [6], [3], [5]. En [22], el problema de seguimiento de Consensus de los sistemas multiagente *Líder Seguidor* se resuelve mediante el enfoque de control por modos deslizantes de *Super Twisting* de segundo orden. En este artículo los autores presentaron solo los resultados de simulación del Consensus del sistema multiagente. Se propuso un enfoque robusto de control adaptativo para resolver el problema de Consensus de los sistemas de múltiples agentes. Los autores en este trabajo, [18], incluyen las incertidumbres y las perturbaciones externas en la dinámica del agente y propusieron un algoritmo descentralizado. En [9], los autores propusieron un seguimiento coordinado

distribuido para un grupo de vehículos autónomos a través de un enfoque de estructura variable. Se enfocaron en el problema de seguimiento de Consensus donde un grupo de vehículos autónomos puede rastrear a un *Líder Virtual* cuando el estado del *Líder Virtual* está disponible solo para un subconjunto del grupo de vehículos. Para la formación de vuelo con cuadrirrotores considerados como multiagentes, se propone el problema de controlar un equipo de vehículos micro-aéreos manteniendo una formación estrecha que se especifica mediante vectores de formación que prescriben las separaciones relativas y el guiado entre los vehículos aéreos, [51]. En [50] se presentó un estudio del vuelo de formación. Este artículo presenta ideas teóricas y prácticas que se pueden usar para construir y comprender el estado del arte de los sistemas de localización distribuida y control de formación, basados en la visión por computadora. En [28], se presenta una solución completamente distribuida para manipular a un equipo de robots con el objetivo de alcanzar una formación deseada en ausencia de un sistema de posicionamiento externo.

1.3 OBJETIVO

1.3.1 OBJETIVO GENERAL

El principal objetivo de este trabajo de investigación es el vuelo cooperativo de múltiple vehículos aéreos no tripulados trabajando en equipo eficientemente para lograr un comportamiento grupal deseado. Un área del control cooperativo de sistemas multiagentes es el Consensus, que está relacionado con el control de formación, estimación distribuida, y seguimiento de trayectorias. En este mismo sentido, la coordinación es una de las consecuencias de la cooperación entre sistemas multiagentes. El presente trabajo de investigación se enfoca en el *Vuelo Cooperativo de Sistemas Multiagentes*, en especial se aborda el tema de Consensus.

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Obtener el modelo dinámico de un sistema de n vehículos aéreos no tripulados.
- Diseñar un algoritmo centralizado de control lineal basado en la teoría de Consensus de tipo *Líder Seguidor*.
- Diseñar un algoritmo descentralizado de control no lineal basado en el enfoque de *Consensus de tipo Distribuido*.
- Obtener las simulaciones numéricas de la cooperación para un grupo de vehículos aéreos no tripulados de tipo cuadirrotor.
- Obtener un sistema global para la cooperación de N vehículos aéreos basados en el enfoque de Consensus.
- Implementación de los algoritmos de navegación, guiado y control basados en la *Teoría de Consensus*.

1.4 JUSTIFICACIÓN

En la actualidad algunas aplicaciones civiles requieren que el vehículo aéreo no tripulado (VANT) sea capaz de evolucionar de manera estable y adaptarse al entorno en donde esté operando; sin embargo, existen otros problemas que un solo VANT no es capaz de resolver por tal motivo, es necesario hacer que varios VANTs trabajen en conjunto y resuelvan los problemas de forma cooperativa. Debido a esto, surge la necesidad de estudiar un enfoque matemático para el diseño de algoritmos de cooperación de dos o más vehículos aéreos no tripulados.

1.5 HIPÓTESIS

Para el desarrollo de este proyecto se presentan una serie de hipótesis que permiten ubicar puntualmente el contexto del problema y por lo tanto los métodos a seguir:

- Es posible utilizar el enfoque Consensus para el vuelo en formación y coordinado en el espacio de coordenadas $SE(3)$ de un grupo de vehículos aéreos no tripulados de tipo cuadrirrotor.
- La técnica de Consensus permitirá el diseño de algoritmos basados en la teoría de control lineal y no lineal para el vuelo en formación de N cuadrirrotores considerando perturbaciones como ráfagas de viento, y aplicando la dinámica de sistemas multiagente centralizados.
- Es posible diseñar un algoritmo descentralizados de tipo líder-seguidor o de estructura virtual para el guiado, navegación y control para el vuelo en cooperativo en formación de múltiples cuadrirrotores.
- Un sistema global de cooperación permitirá la formación y coordinación de N vehículos aéreos.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMÁTICO DEL VANT

El cuadrirotor, es una aeronave de ala rotativa compuesta por cuatro rotores, que sostiene en su centro geométrico una computadora de vuelo junto con una central inercial, mientras que los rotores se ubican en las extremidades de los cuatro brazos de la aeronave. Antes de describir el modelo matemático de un cuadrirotor, es necesario introducir las coordenadas de referencia en las que describimos la posición y la orientación de la estructura de la aeronave. Para el cuadrirotor, es posible utilizar dos sistemas de referencia. El primero es fijo y el segundo es móvil. El sistema de coordenadas fijo, también llamado inercial, es un sistema donde la primera ley de Newton se considera válida. Como sistema de coordenadas anclado en tierra, utilizamos los sistemas NED, donde NED es para Norte, Este y Abajo (“*North, East, Down*”), el cual representa el marco de la referencia inercial fijado a la superficie de la tierra. Como podemos observar en la Figura 2.1, sus vectores están dirigidos al Norte en el eje X_I (en color rojo), al Este en el eje Y_I (en color verde), y al hacia el centro de la Tierra en el eje Z_I (en color azul).

El sistema de referencia móvil que hemos mencionado anteriormente está unido con el *baricentro* (*centro de masa del cuerpo de la aeronave*) o centro de masa del del cuadrirotor. La Figura 2.1 se ilustran los marcos de referencia de los dos sistemas de coordenadas.

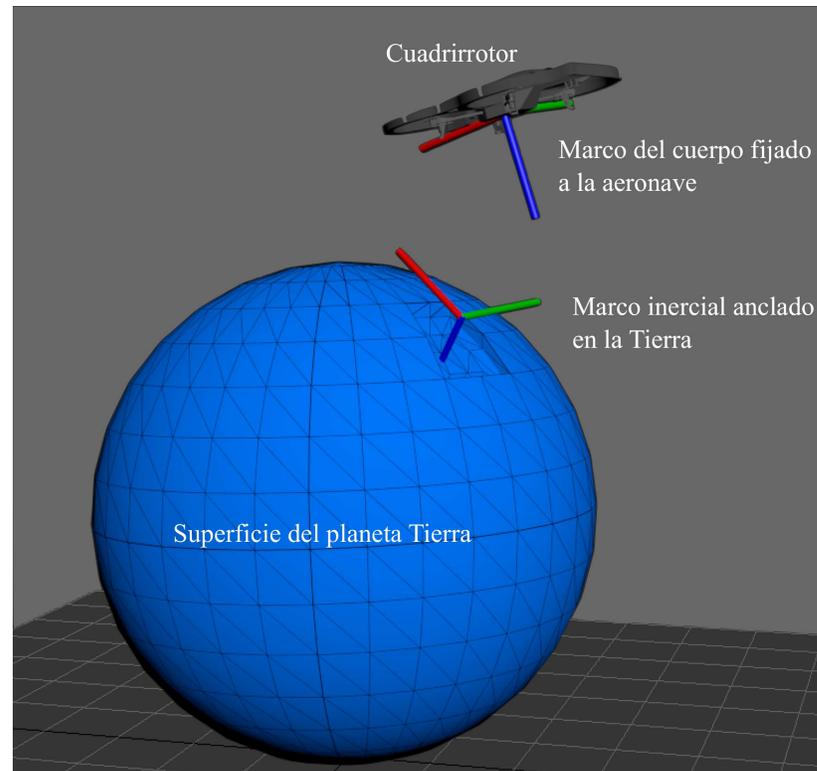


Figura 2.1: Marcos de referencia del sistema coordenado.

La dinámica de vuelo de una aeronave en el espacio tridimensional del cuerpo rígido de la aeronave se puede dividir en dos partes: el movimiento traslacional del baricentro de la aeronave y el movimiento rotacional alrededor del baricentro de la aeronave. Se requieren seis grados de libertad para describir cualquier movimiento del espacio tridimensional a través del tiempo. Por lo tanto, existen seis movimientos aplicados al baricentro de la aeronave, es decir, tres movimientos de traslación en el espacio tridimensional con respecto al marco inercial y tres movimientos de rotación de los tres ejes del marco de referencia fijado al cuerpo de la aeronave. El control de movimiento o seguimiento de trayectorias de los seis grados de libertad se puede implementar ajustando las consignas de control de las velocidades de angulares de los cuatro rotores de la aeronave. Los movimientos incluyen traslación en avance ($-\theta$) o en retroceso ($+\theta$) en el eje X_B cuando se manipula la inclinación del ángulo de cabeceo, traslación lateral hacia la derecha (ϕ) o la izquierda ($-\phi$) en el eje Y_B cuando se manipula el ángulo de alabeo, traslación vertical de ascenso y descenso mediante la manipulación del empuje de los cuatro rotores manteniendo los

ángulos de cabeceo (θ) y alabeo (ϕ) en un valor nulo, y la dirección de giro del ángulo de guiñada sobre el eje Z_B se realiza mediante la manipulación de las velocidades de los rotores, manteniendo dos rotores montados en el eje X_B con una dirección de giro de sus hélices en sentido horario, mientras que los otros dos rotores montados en el eje Y_B se mantienen con una dirección de giro de sus hélices en sentido antihorario, de esta forma manipulando la velocidad de giro de los cuatro rotores, se logra reducir de forma significativa el efecto giroscópico que afecta a la aeronave en el eje Z_B .

La orientación y la posición traslacional del cuadrirrotor se pueden controlar mediante las consignas deseadas de los controladores de las velocidades de los cuatro rotores del vehículo cuadrirrotor. En el movimiento del VANT cuadrirrotor, influyen las siguientes fuerzas y momentos: el empuje (“*Thrust*”) causado por el perfil aerodinámico y la velocidad angular de las hélices montadas en los rotores o actuadores, el momento de cabeceo y el momento de alabeo causados por la diferencia de las fuerzas de empuje aerodinámicas de cada pareja de rotores, montados y alineados en mismo brazo, la fuerza gravedad, el efecto giroscópico y el momento de guiñada causado por los momentos aerodinámicos de arrastre de las hélices montadas en los cuatro rotores de la aeronave. El efecto giroscópico se puede cancelar cuando dos rotores se asignan con velocidades angulares de igual magnitud, pero con la dirección de giro opuesta. De esta forma, el momento de guiñada puede ser controlado mediante la manipulación de las velocidades de rotación de los cuatro rotores. Así, las hélices de los rotores se dividen por pares en ambos brazos del cuadrirrotor. En cada brazo hay dos rotores diametralmente opuestos que podemos distinguir debido a que la dirección de rotación de cada par de rotores se asigna en sentido contrario a los del brazo opuesto de la aeronave multirrotor. Tal y como se ilustra en la siguiente Figura 2.2.

2.1 DINÁMICA DE VUELO LONGITUDINAL

En las Figuras 2.2, 2.3 y 2.4 se pueden observar los diagramas que ilustran los movimientos del vehículo cuadrirrotor a lo largo del eje vertical (eje Z), donde el grosor de las flechas angulares indica la magnitud de la velocidad de los cuatro rotores. El empuje total T_T producido por los cuatro rotores se utiliza para realizar las fases de vuelo vertical, como son, el vuelo estacionario, el vuelo ascendente y el vuelo descendente.

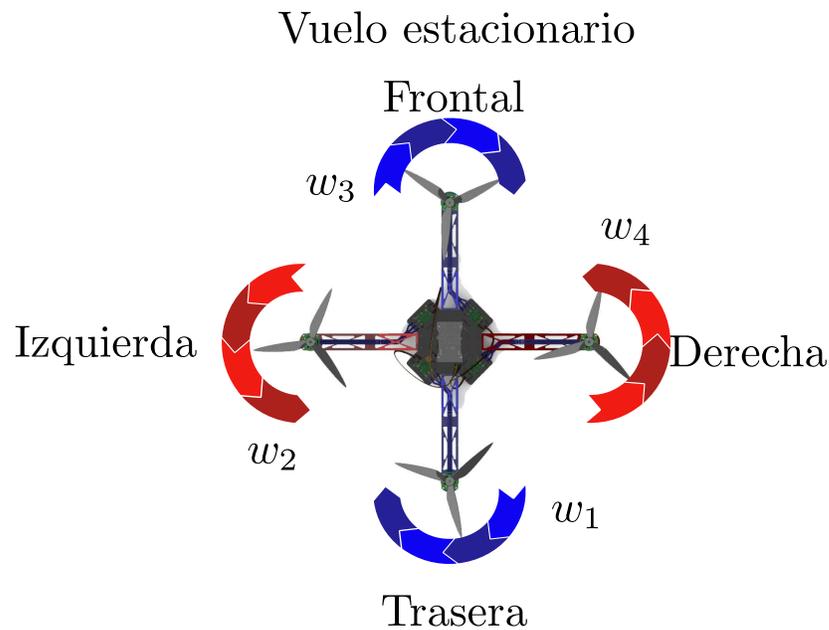


Figura 2.2: Vuelo estacionario (Hovering).

El vuelo estacionario de un cuadrirrotor consiste en mantener los ángulos de cabeceo (θ) y alabeo (ϕ) en valores nulos, sin importar el ángulo de guiñada (ψ) y manteniendo la fuerza de sustentación (“Lift”) producida por las cuatro hélices de los rotores, con una magnitud igual y dirección opuesta a la fuerza de atracción que la tierra ejerce sobre la aeronave ($f_g = mg$, siendo m la masa de la aeronave), tal como se muestra en el esquema de la Figura 2.2.

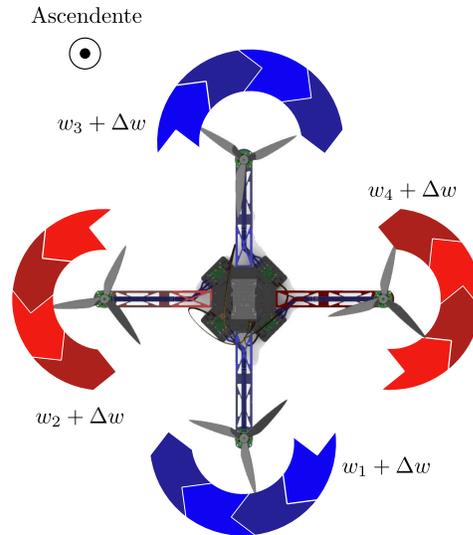


Figura 2.3: Vuelo vertical en ascenso.

La dinámica del vuelo ascendente de la aeronave se obtiene agregando una componente diferencial de velocidad de giro $+\Delta\omega$ de las hélices de los cuatro rotores, tal como se muestra en el esquema de la Figura 2.3, produciéndose el vuelo en ascenso de la aeronave en el eje Z_I del marco inercial.

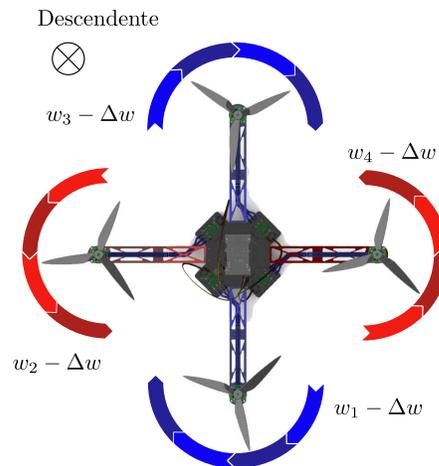


Figura 2.4: Vuelo vertical en descenso.

La dinámica del vuelo descendente de la aeronave se obtiene disminuir una componente diferencial de velocidad de giro $-\Delta\omega$ para las hélices de los cuatro rotores, tal como se muestra en el esquema de la Figura 2.4, produciéndose el vuelo en descenso de la aeronave en el eje Z_I del marco inercial.

Es importante mencionar que la dinámica de vuelo vertical en el eje Z_B del cuadricóptero es parte de la dinámica longitudinal de la aeronave, debido a que esta dinámica se encuentra acoplada con la dinámica de avance definida en el eje X_B de la aeronave, formando un plano definido por los ejes $Z_B - X_B$.

La dinámica de vuelo longitudinal contempla el avance o retroceso de la aeronave de tipo cuadricóptero y se obtiene considerando su acoplamiento con la dinámica vertical o de altitud de la aeronave. Considerando que la altitud de la aeronave es constante, el vuelo de avance es causado por una diferencia de velocidad $\Delta\omega$ entre las hélices de los rotores 1 y 3, mientras que las velocidades de las hélices de los rotores 2 y 4 se mantienen con velocidades iguales, entonces los rotores 1 y 3 causan una fuerza de propulsión longitudinal aplicada sobre la parte trasera o delantera de la aeronave (eje X_B del marco fijado al cuerpo); produciendo una dinámica de vuelo longitudinal en el eje X_B de la aeronave. En este caso, la dinámica de vuelo longitudinal, produce el movimiento de traslación hacia adelante (avance del cuadricóptero) o hacia atrás (retroceso del cuadricóptero) y está asociada con cualquier rotación del ángulo de cabeceo diferente de cero. En las figuras 2.5 y 2.6 se ilustran los desplazamientos de traslación que representan la dinámica longitudinal en el eje X_B , considerando que la altitud de la aeronave es constante.

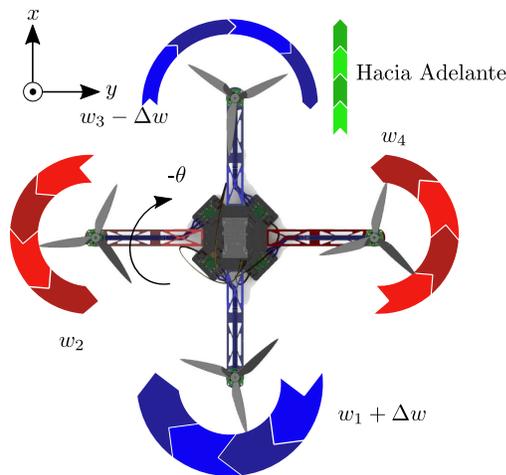


Figura 2.5: Vuelo longitudinal en avance.

El momento de cabeceo es producido por la diferencia de las fuerzas de empuje f_1 y f_3 de los rotores frontal (rotor 3) y posterior (rotor 1) respectivamente, el cual se define mediante la ecuación (2.1), por lo que el momento de cabeceo τ_θ se define como la fuerza angular aplicada alrededor del centro de masa de la aeronave en el eje Y_B , el cual es generado por los rotores montados en los brazos del eje X_B del cuadrirrotor (rotor 1 y rotor 3), donde d representa la distancia desde el centro de masa de la aeronave hasta el centro de rotación de la hélice de cualquiera de los rotores, indicando la longitud de cada brazo del cuadrirrotor.

$$\begin{aligned}\tau_1 &= f_1 d \\ \tau_3 &= f_3 d \\ \tau_\theta &= \tau_3 - \tau_1 = f_3 d - f_1 d = (f_3 - f_1) d\end{aligned}\tag{2.1}$$

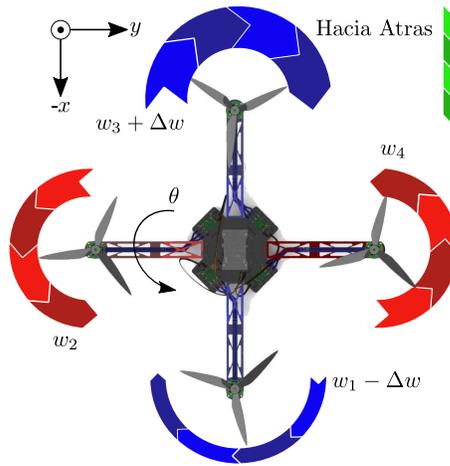


Figura 2.6: Vuelo longitudinal en retroceso.

2.2 DINÁMICA DE VUELO LATERAL DIRECCIONAL

En las Figuras 2.7 y 2.8, se ilustra como se logra una rotación de alabeo al crear una diferencia entre las velocidades $\Delta\omega$ de los rotores 2 y 4, mientras que las velocidades de los rotores 1 y 3 se mantienen iguales. Si el vehículo cuadrirrotor tiene un ángulo de alabeo distinto de cero, entonces los rotores 2 y 4 causan una fuerza de propulsión lateral sobre el costado de la aeronave (eje Y_B del marco fijado al cuerpo); produciendo una dinámica de vuelo lateral sobre el eje Y_B de la aeronave, causando los movimientos traslacionales de la aeronave, ya sea hacia el costado derecha o hacia el costado izquierdo de la aeronave. Es importante mencionar que la dinámica de vuelo lateral considera la traslación en el eje Y_B de la aeronave, y esta acoplada con la dinámica direccional de la aeronave definida por el ángulo de giro sobre el eje Z_B de la aeronave, el cual se representa a partir de la variación del ángulo de guiñada ψ del cuadrirrotor. La dinámica longitudinal se constituye mediante un plano horizontal definido por los ejes ortonormales $X_B - Y_B$.

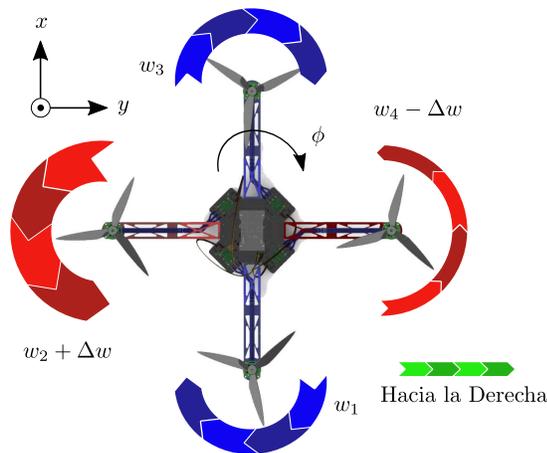


Figura 2.7: Vuelo lateral hacia la derecha.

El momento de alabeo es producido por la diferencia de las fuerzas de empuje f_2 y f_4 de los rotores izquierdo (rotor 2) y derecho (rotor 4) de la aeronave, el cual se expresa mediante la ecuación (2.2). El momento de alabeo τ_ϕ se define como la fuerza angular aplicada alrededor del centro de masa de la aeronave en el eje X_B y es causado por los rotores laterales 2 y 4.

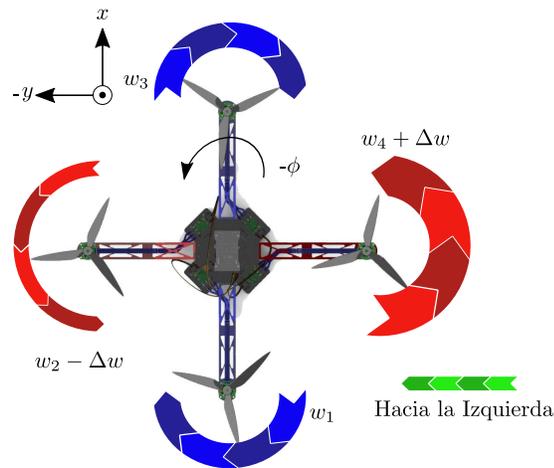


Figura 2.8: Vuelo lateral hacia la izquierda.

$$\begin{aligned}
 \tau_2 &= f_2 d \\
 \tau_4 &= f_4 d \\
 \tau_\phi &= \tau_2 - \tau_4 = f_2 d - f_4 d = (f_2 - f_4) d
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

En la ecuación 2.2 las variables τ_2 y τ_4 representan los momentos individuales generados por el empuje de los rotores 2 y 4 respectivamente, mientras la constante d representa la longitud de cada brazo del cuadricóptero. El movimiento de rotación en el eje Z_B , representado por el ángulo de guiñada de la aeronave, puede ser manipulado accionando los momentos reactivos de arrastre de las hélices en los rotores, conocidos también como los momentos aerodinámicos de las hélices de los rotores. Para este propósito tomaremos en cuenta los dos rotores alineados en los brazos del eje X_B que están girando en sentido horario o directo (*CW* de las siglas en inglés “*Clock Wise*”), mientras que los otros dos rotores alineados en los brazos del eje Y_B están girando en sentido antihorario o inverso (*CCW* de las siglas en inglés “*Counter Clock Wise*”). La magnitud del momento reactivo de cada rotor es proporcional a los parámetros aerodinámicos de la hélice y a su velocidad giro. Cuando la velocidad de giro de cada pareja de rotores es igual en magnitud, los momentos reactivos de arrastre se equilibran entre sí y la aeronave de tipo cuadricóptero tendrá un efecto giroscópico nulo sobre su eje Z_B , es decir, el ángulo de guiñada o ángulo de guiñada se mantendrá constante, mientras que cuando la velocidad de giro de las dos

parejas de rotores no son absolutamente iguales en magnitud, los momentos reactivos de arrastre no estarán equilibrados, y la aeronave de tipo cuadrirrotor comenzará a girar sobre el eje Z_B a causa del efecto giroscópico.

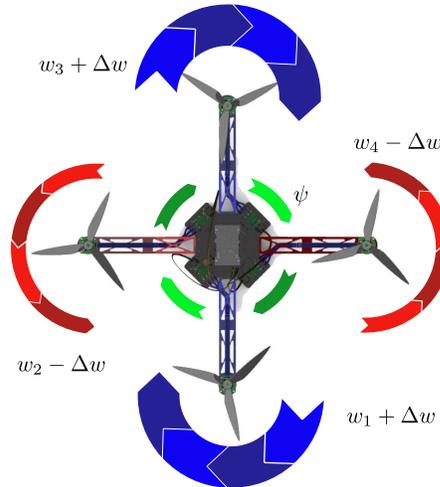


Figura 2.9: Vuelo estacionario con rotación positiva de guiñada.

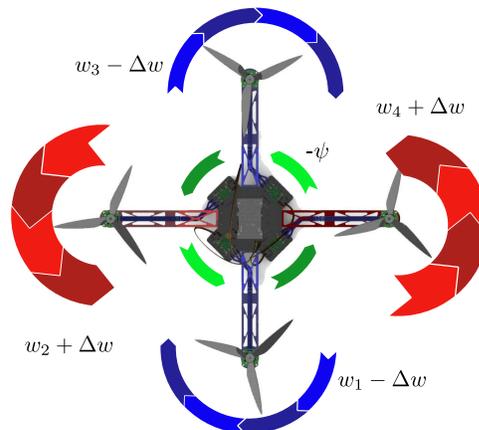


Figura 2.10: Vuelo estacionario con rotación negativa de guiñada.

El momento de guiñada es producido por la diferencia de los momentos aerodinámicos de las hélices, que son causados por el agrupamiento de los momentos desarrollados en sentido directo (CW) de los rotores Q_1 y Q_3 y el agrupamiento de los momentos desarrollados en sentido inverso (CCW) de los rotores Q_2 y Q_4 . Para girar el cuerpo del cuadrirrotor en un ángulo de guiñada con un incremento o variación positiva (CW), las

velocidades del agrupamiento de los rotores 1 y 3 deben ser mayores que las velocidades del agrupamiento de los rotores 2 y 4, mientras que para ángulo de giñada con decremento o variación negativa (*CCW*), la configuración de la diferencia de velocidades de ambos agrupamientos de rotores se invierte.

El momento de giñada τ_ψ se define como la fuerza angular aplicada alrededor del centro de masa de la aeronave sobre el eje Z_B y es causado por el agrupamiento de los momentos de los rotores longitudinales 1 y 3, que son contrarrestados por el agrupamiento de los momentos de los rotores laterales 2 y 4.

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= C_Q \omega_1^2 \\
 Q_2 &= C_Q \omega_2^2 \\
 Q_3 &= C_Q \omega_3^2 \\
 Q_4 &= C_Q \omega_4^2 \\
 \tau_\psi &= Q_1 - Q_2 + Q_3 - Q_4 = C_Q (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

En la ecuación 2.3 las variables Q_1 y Q_3 representan los momentos de arrastre individuales generados por el agrupamiento de los rotores 1 y 3 respectivamente, mientras que las variables Q_2 y Q_4 representan los momentos de arrastre individuales generados por el agrupamiento de los rotores 2 y 4. La constante C_Q representa el coeficiente aerodinámico de arrastre de las hélices de los rotores. Por otra parte, en la ecuación 2.3 también se expresa que los momentos aerodinámicos de las hélices dependen de los coeficientes aerodinámicos de arrastre de la hélices C_Q y su relación directamente proporcional con el cuadrado de las velocidades de los rotores.

2.3 DESCRIPCIÓN DE LOS ÁNGULOS DE EULER

Los ángulos de Euler son tres parámetros que fueron conceptualizados por el Físico-Matemático Suizo-Ruso Leonhard Paul Euler. El principal propósito de los ángulos de Euler es describir la orientación tridimensional de un cuerpo rígido. Para describir tal orientación en el espacio euclidiano tridimensional, se requieren tres parámetros los cuales están definidos como el ángulo alabeo ϕ (“roll”), ángulo de cabeceo θ (“pitch”) y ángulo de guiñada ψ (“yaw”).

Los ángulos de Euler constituyen un conjunto de tres coordenadas angulares que sirven para especificar la orientación de un sistema de referencia de ejes ortogonales, normalmente móvil, respecto a otro sistema de referencia de ejes ortogonales normalmente anclado en tierra. El marco de referencia móvil que se encuentra adherido rigidamente a la estructura de la aeronave es conocido como el marco del cuerpo $\mathcal{B}=\{x_B, y_B, z_B\}$, y el marco de referencia fijado en la superficie de la tierra es mencionado como el marco inercial $\mathcal{I}=\{x_I, y_I, z_I\}$.

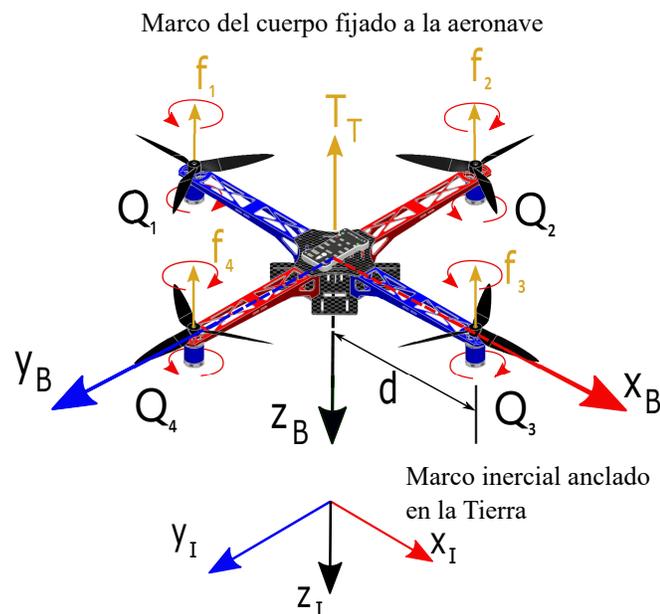


Figura 2.11: Sistema de coordenadas tridimensional NED.

En la Figura 2.11, se ilustran ambos marcos coordenados de referencia, tanto el marco inercial fijo en tierra, así como el marco del cuerpo fijado en la estructura de la aeronave. Para la representación de los ejes de coordenados de ambos marcos de referencia hemos utilizado la nomenclatura de Aeronáutica Norte-Este-Abajo (NED, que en el idioma inglés significan North, East, Down), donde para el marco inercial el eje X_I apunta hacia el Norte, el eje Y_I apunta hacia el Este y el eje Z_I apunta hacia el centro de la tierra.

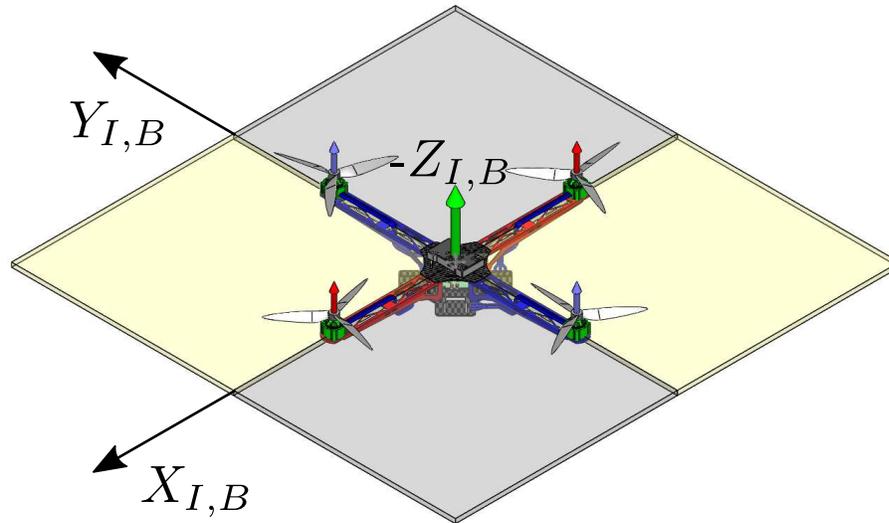


Figura 2.12: Vuelo estacionario sobre el marco inercial (Hovering).

Para describir los ángulos de Euler tomaremos como referencia la Figura 2.12, en la cual se muestra el cuerpo de la aeronave sobrepuesta sobre el marco inercial realizando el modo de vuelo estacionario, con el propósito de indicar los movimientos rotacionales de los ángulos de alabeo, cabeceo y la guiñada para establecer su relación con respecto a los ángulos de Euler.

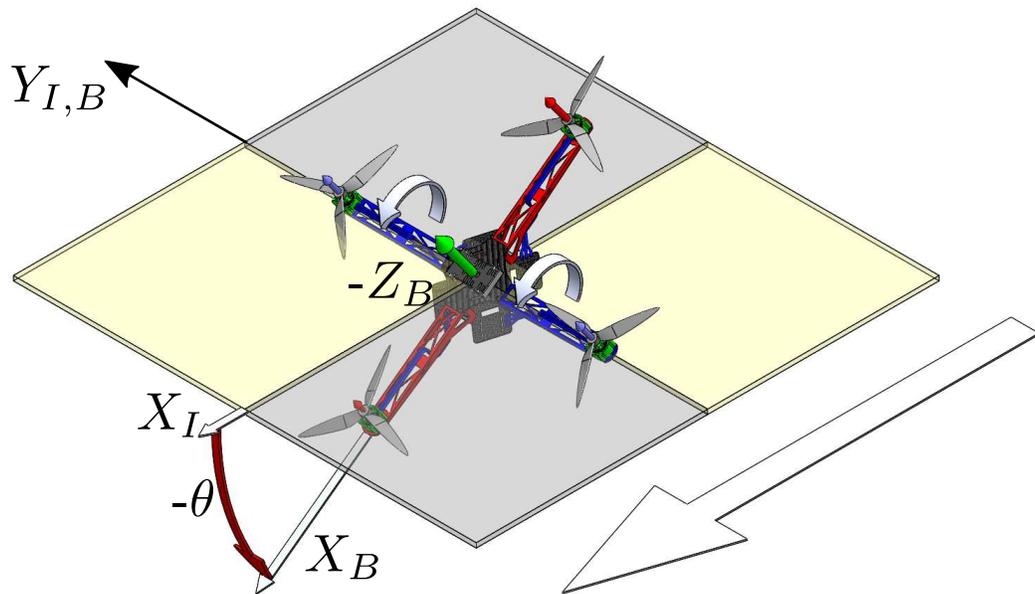


Figura 2.13: Vuelo en avance con cabeceo negativo.

En la Figura 2.13, se muestra la rotación negativa del ángulo de inclinación o cabeceo de una aeronave cuadricóptero, donde el marco del cuerpo de la aeronave está superpuesto sobre el marco inercial, en esta ilustración se muestra el giro o rotación del centro de gravedad de la aeronave con respecto al eje Y_B , definiéndose de esta forma el ángulo θ para la rotación del cabeceo o inclinación de la nariz de la aeronave, tal que si el valor del ángulo de cabeceo es negativo, indicando esto que la nariz (parte frontal) del cuadricóptero está hacia abajo, la aeronave avanzará hacia adelante, y si se mantiene la altitud constante y las rotaciones de alabeo y guiñada se mantienen nulas, entonces la aeronave entrará en la fase de vuelo recto-nivelado.

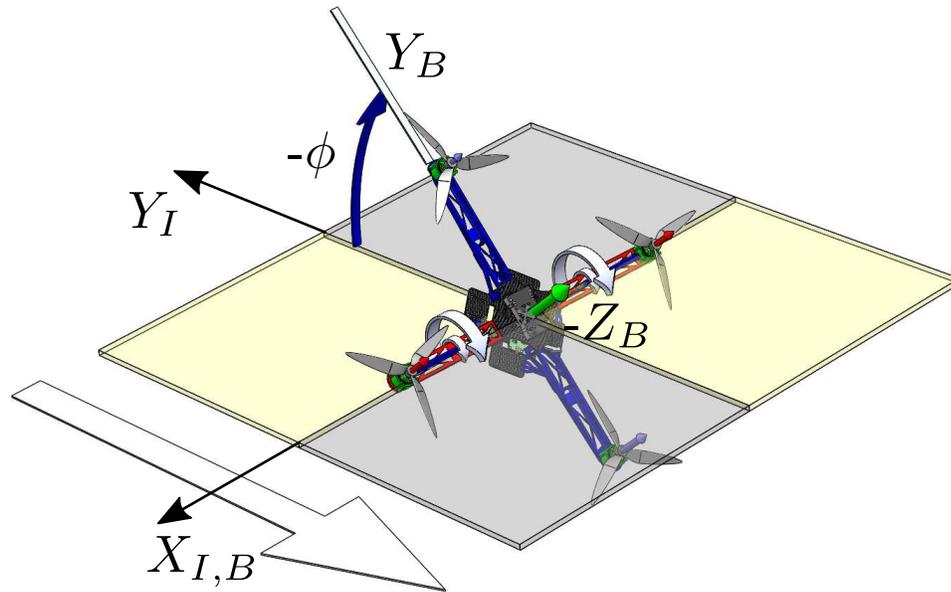


Figura 2.14: Vuelo lateral con alabeo negativo.

En la Figura 2.14, se muestra la rotación positiva del ángulo de alabeo de una aeronave cuadricóptero, donde el marco del cuerpo de la aeronave está superpuesto sobre el marco inercial, en esta ilustración se muestra el giro o rotación del centro de gravedad de la aeronave con respecto al eje X_B , definiéndose de esta forma el ángulo ϕ para la rotación de alabeo de la aeronave, tal que si el valor del ángulo de alabeo es negativo, indicando esto que el brazo derecho del cuadricóptero está hacia abajo, la aeronave avanzará lateralmente hacia su costado derecho, y si se mantiene la altitud constante, con la rotación de los ángulos de cabeceo y guiñada en cero, entonces la aeronave entrará en la fase de vuelo lateral-nivelado, por otro lado, se puede considerar la posibilidad de una pequeña variación del ángulo de guiñada, por lo que entonces la aeronave entrará en la fase de el vuelo lateral-direccional.

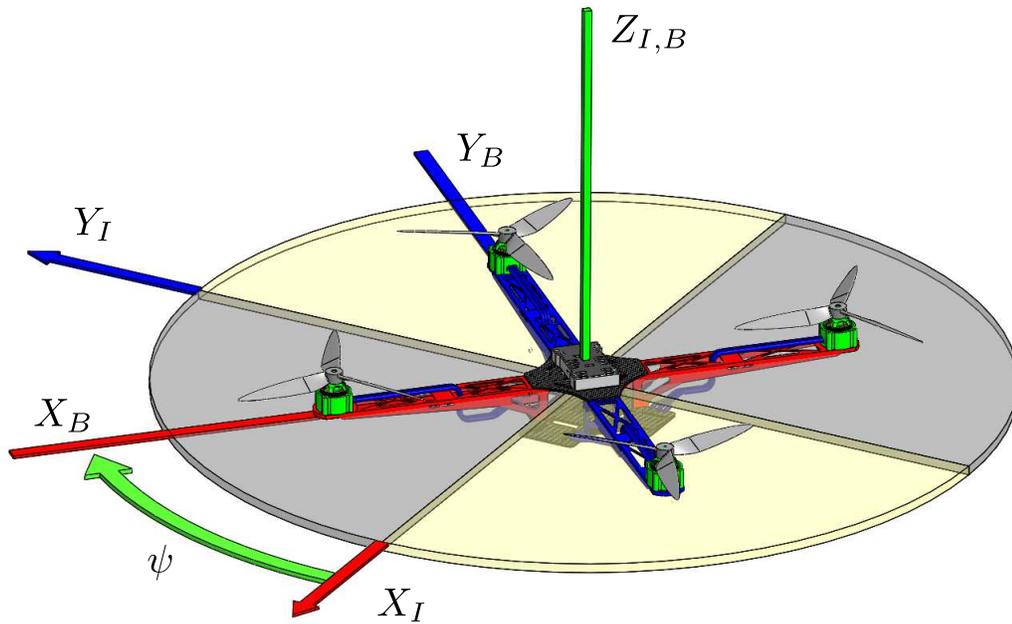


Figura 2.15: Vuelo estacionario con variación del ángulo de guiñada.

En la Figura 2.15, se muestra la rotación positiva del ángulo de guiñada de una aeronave cuadricóptero, donde al igual que en los casos anteriores el marco del cuerpo de la aeronave está sobrepuesto sobre el marco inercial, en esta ilustración se muestra el giro o rotación del centro de gravedad de la aeronave con respecto al eje Z_B , definiéndose de esta forma el ángulo ψ para la rotación del guiñada de la aeronave, tal que si el valor del ángulo de guiñada presenta variaciones pequeñas, indicando esto que la nariz o parte frontal del cuadricóptero tiene cambios de dirección, y si la aeronave avanzará hacia adelante con un ángulo de cabeceo negativo, manteniendo una altitud constante y las rotaciones de variación pequeñas del ángulo de alabeo, entonces la aeronave estará en la fase de vuelo direccional, la cual es utilizada durante la navegación.

Como le hemos mencionado, los ángulos de Euler representan una secuencia de tres rotaciones elementales; es decir, rotaciones alrededor de los ejes de un sistema de coordenadas, ya que cualquier orientación se puede lograr al componer tres rotaciones elementales. En el planteamiento del modelo cinemático del vehículo cuadricóptero utilizaremos el sistema de rotaciones que comienzan con la orientación del marco del cuerpo de

la aeronave, alineada con en el origen del marco de las coordenadas inerciales, siguiendo la secuencia de rotación de los ejes $Z - Y - X$, tal y como se ilustra en la Figura 2.16. Para realizar dichas rotaciones se considera la regla de la mano derecha con la nomenclatura *NED*.

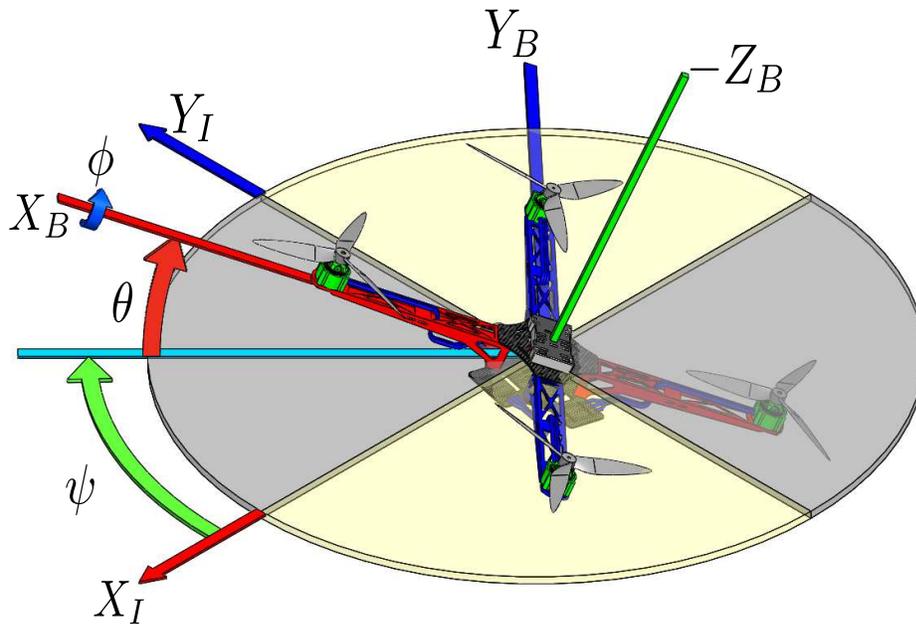


Figura 2.16: Secuencia de rotación Guiñada-Cabeceo-Alabeo (Z-Y-X).

La secuencia de rotación para obtener la orientación del marco del cuerpo con respecto al marco inercial es ilustrada en la Figura 2.16, y se describe de la siguiente forma y orden: la primera rotación es para el ángulo de guiñada ψ (“yaw”) definida con respecto al eje Z del marco inercial, la cual se representa por la matriz de rotación de la guiñada dada por

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

enseguida se realiza la segunda rotación que corresponde al ángulo de cabeceo θ (Pitch) definida sobre el eje Y del marco obtenido en la rotación anterior, representándose por la matriz de rotación del ángulo de cabeceo descrita por

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

y finalmente se obtiene la tercera y última rotación correspondiente al ángulo de alabeo ϕ (Roll) definida alrededor del eje X del marco obtenido en la segunda rotación, representándose mediante la matriz de rotación del ángulo de alabeo descrita por

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Esta combinación de rotaciones secuenciales que se describe mediante en la definición matemática de las matrices de rotación individuales, es utilizada para obtener la matriz de rotación ortogonal del modelo cinemático de la aeronave, mediante la cual se obtiene la orientación del marco del cuerpo de la aeronave con respecto al sistema de referencia definido por marco de las coordenadas inerciales. Por lo que la matriz de rotación se puede obtener mediante la siguiente expresión

$$R_B^I = R_\psi R_\theta R_\phi \quad (2.7)$$

La ecuación de la matriz de rotación ortogonal expresada de forma desarrollada queda expresada de la siguiente forma

$$R_B^I = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

2.4 MODELO CINEMÁTICO DEL i -ÉSIMO VANT

Las ecuaciones cinemáticas para un grupo de agentes formado por N VANTs de tipo cuadrirotor, son obtenidas utilizando la formulación matemática de la matriz de rotación ortogonal definida a partir de los ángulos de Euler.

Se define el marco inercial $\mathcal{I}_i = \{x_{\mathcal{I}_i}, y_{\mathcal{I}_i}, z_{\mathcal{I}_i}\}$ que representa la referencia de tierra con el vector de gravedad apuntando en dirección del eje $z_{\mathcal{I}_i}$ positivo. Este marco inercial es basado en el sistema ortogonal de la mano derecha definido como marco NED (North-East-Down) con $x_{\mathcal{I}_i}$ señalando al norte, $y_{\mathcal{I}_i}$ señalando hacia el este y $z_{\mathcal{I}_i}$ señalando hacia el centro de la tierra. El marco del cuerpo $\mathcal{B}_i = \{x_{\mathcal{B}_i}, y_{\mathcal{B}_i}, z_{\mathcal{B}_i}\}$ se ubica en el centro de gravedad (CG) y se fija con la orientación del cuadrirotor, con los ejes de los rotores apuntando en la dirección positiva del eje $z_{\mathcal{B}_i}$, mientras que los brazos del cuadrirotor apuntan en dirección de los ejes $x_{\mathcal{B}_i}$ e $y_{\mathcal{B}_i}$, respectivamente. e_{1_i}, e_{2_i} , y e_{3_i} son vectores unitarios de la base canónica de \mathbb{R}^3 para $i = 1, \dots, N$ cuadrirotos, ver Fig. 2.17.

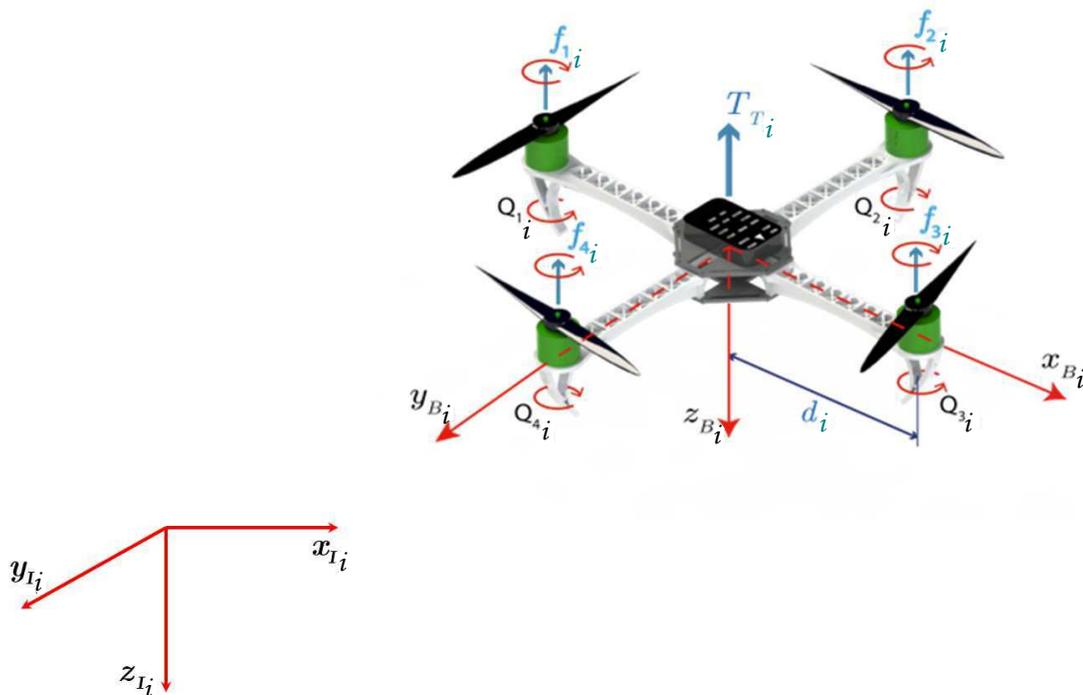


Figura 2.17: Marcos de referencia del cuadrirotor.

$\eta_i = [\phi_i, \theta_i, \psi_i]^\top$ es el vector de orientación asignado en el marco \mathcal{I}_i , $\Omega_i = [p_i, q_i, r_i]^\top$, es el vector de velocidad angular asignado en el marco \mathcal{B}_i . La matriz de transformación $E_i(\eta_i)$ conocida como la matriz de Euler, es utilizada para obtener la relación de transformación entre las velocidades rotacionales en el marco del cuerpo a partir de las derivadas de los ángulos de Euler en el marco inercial, [2], [49], descrita por

$$\Omega_i = W_i(\eta_i)\dot{\eta}_i \quad (2.9)$$

La matriz de Euler para un grupo de N VANTs se describe de forma desarrollada como

$$W_i(\eta_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}(\theta_i) \\ 0 & \text{cos}(\phi_i) & \text{sen}(\phi_i) \text{cos}(\theta_i) \\ 0 & -\text{sen}(\phi_i) & \text{cos}(\phi_i) \text{cos}(\theta_i) \end{bmatrix}$$

de tal forma que para calcular el vector $\dot{\eta}_i$ a partir del vector Ω_i se necesita obtener la matriz inversa $E_i = W_i^{-1}$, resultando la siguiente expresión para obtener el vector de las derivadas de los ángulos de Euler, a partir del vector de las velocidades rotacionales en el marco del cuerpo.

$$\dot{\eta}_i = E_i(\eta_i)\Omega_i \quad (2.10)$$

La inversa de la matriz de Euler en su forma desarrollada se describe por

$$E_i(\eta_i) = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen} \theta_i \left(\frac{\text{sin} \phi_i}{\text{cos} \theta_i} \right) & \text{sen} \theta_i \left(\frac{\text{cos} \phi_i}{\text{cos} \theta_i} \right) \\ 0 & \text{cos} \phi_i & -\text{sin} \phi_i \\ 0 & \frac{\text{sin} \phi_i}{\text{cos} \theta_i} & \frac{\text{cos} \phi_i}{\text{cos} \theta_i} \end{bmatrix}$$

Como se mencionó anteriormente $R_i \in SO(3) : \mathcal{B}_i \rightarrow \mathcal{I}_i$, es la matriz de rotación ortogonal que representa la orientación de cada VANT perteneciente a un grupo de N VANTs[49], la cual se describe por

$$R_i = \begin{pmatrix} c_{\theta_i} c_{\psi_i} & s_{\phi_i} s_{\theta_i} c_{\psi_i} - c_{\phi_i} s_{\psi_i} & c_{\phi_i} s_{\theta_i} c_{\psi_i} + s_{\phi_i} s_{\psi_i} \\ c_{\theta_i} s_{\psi_i} & s_{\phi_i} s_{\theta_i} s_{\psi_i} + c_{\phi_i} c_{\psi_i} & c_{\phi_i} s_{\theta_i} s_{\psi_i} - s_{\phi_i} c_{\psi_i} \\ -s_{\theta_i} & s_{\phi_i} c_{\theta_i} & c_{\phi_i} c_{\theta_i} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Los ángulos de Euler también se pueden resolver utilizando la matriz de rotación ortogonal $R_i \in SO(3) : \mathcal{B}_i \rightarrow \mathcal{I}_i$ descrita anteriormente, mediante la siguiente expresión

$$\dot{R}_i = \hat{\Omega}_i R_i \quad (2.12)$$

donde $\hat{\Omega}_i$ es la matriz anti-simétrica asociada con el producto cruz (i.e. $\hat{a}b = a \times b$ para todo $a, b \in \mathbb{R}^3$), [45].

$$\hat{\Omega}_i = \begin{pmatrix} 0 & -r_i & q_i \\ r_i & 0 & -p_i \\ -q_i & p_i & 0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

2.5 ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL i -ÉSIMO VANT

El cuadrirrotor tiene seis grados de libertad, tres son traslacionales y tres son rotacionales, y solo cuenta con cuatro entradas de control; por lo que claramente este sistema es subactuado. El control de las variables de estado físicas del sistema debe considerar que las dinámicas de orientación y traslación están acopladas.

Las ecuaciones de movimiento para un grupo de N VANTs de tipo cuadrirrotor, considerados en este trabajo como agentes que pertenecen a un sistema multiagente, son obtenidas utilizando la formulación matemática de Newton-Euler junto con las ecuaciones descritas por el modelo cinemático de la aeronave.

El vector del empuje total para la sustentación del vehículo aéreo (T_{T_i}) se obtiene de la suma de los empujes $f_{T_i} = \sum_{k=1}^4 f_{k_i}$ producidos por cada rotor individual para el i -ésimo vehículo aéreo, tal que

$$f_{T_i} = \sum_{k=1}^4 f_{k_i} = c_{T_i} \sum_{k=1}^4 \omega_{k_i}^2, \quad \text{con } f_k = c_T \omega_k^2 \quad (2.14)$$

por lo tanto el vector del empuje total T_{T_i} en el marco del cuerpo se expresa como

$$T_{T_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_{T_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{k=1}^4 f_{k_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_{T_i} \sum_{k=1}^4 \omega_{k_i}^2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

donde la variable ω_{k_i} representa la velocidad angular del k -ésimo rotor y $c_{T_i} > 0$ es el coeficiente aerodinámico de la hélice, que puede ser caracterizado mediante pruebas de medición del empuje de la hélice, utilizando un sensor con una galga de fuerza traslacional de un solo eje para medir la fuerza de empuje del rotor, y un sensor de velocidad o tacómetro infrarrojo para medir la velocidad de la hélice del rotor. El vector de fuerza exógena $F_i = [F_{X_i}, F_{Y_i}, F_{Z_i}]^\top$ en \mathcal{I}_i , se obtiene a partir de

$$F_i = R_i T_{T_i} \quad (2.16)$$

El vector $\tau_{a_i} = [\tau_{\phi_i}, \tau_{\theta_i}, \tau_{\psi_i}]^\top$ representa los momentos que actúan sobre el centro de gravedad (CG) del vehículo aéreo. Si asignan los rotores m_{1_i} y m_{3_i} paralelos al eje X_i , y los rotores m_{2_i} y m_{4_i} paralelos al eje Y_i , tal que d_i es la distancia del CG del vehículo con respecto al eje de rotación de los rotores, entonces $\tau_{\phi_i} = d_i(f_{2_i} - f_{4_i})$ y $\tau_{\theta_i} = d_i(f_{3_i} - f_{1_i})$. Considerando que el momento reactivo producido por la hélice de cada rotor del cuadrirotor se expresa como $Q_{k_i} = c_{Q_i} \omega_{k_i}^2$ $k = 1, \dots, 4$, donde c_{Q_i} es el coeficiente de resistencia la hélice del rotor. El momento de guiñada τ_{ψ_i} se debe asignar la dirección de giro en sentido contrario para cada par de rotores. Por lo tanto, los momentos aplicados al CG del cuadrirotor se agrupan de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \tau_{\phi_i} \\ \tau_{\theta_i} \\ \tau_{\psi_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_i c_{T_i} (\omega_{2_i}^2 - \omega_{4_i}^2) \\ d_i c_{T_i} (\omega_{3_i}^2 - \omega_{1_i}^2) \\ c_{Q_i} (\omega_{1_i}^2 - \omega_{2_i}^2 + \omega_{3_i}^2 - \omega_{4_i}^2) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.5.1 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE ORIENTACIÓN PARA EL i -ÉSIMO VANT

La dinámica de orientación de un cuerpo rígido se puede obtener mediante la representación de Euler en forma vectorial

$$J_i \dot{\Omega}_i = -\Omega_i \times (J_i \Omega_i) + \tau_{a_i} \quad (2.18)$$

donde J_i es la matriz de momentos de inercia y está definida como

$$J_i = \begin{bmatrix} J_{xx_i} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy_i} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz_i} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

expresando de forma desarrollada las ecuaciones de movimiento rotacional en \mathcal{B}_i para N cuadrirotores.

$$\dot{\Omega}_i = \begin{bmatrix} \dot{p}_i \\ \dot{q}_i \\ \dot{r}_i \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \left(\frac{J_{yy_i} - J_{zz_i}}{J_{xx_i}} \right) q_i r_i \\ \left(\frac{J_{zz_i} - J_{xx_i}}{J_{yy_i}} \right) p_i r_i \\ \left(\frac{J_{xx_i} - J_{yy_i}}{J_{zz_i}} \right) p_i q_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{J_{xx_i}} \right) u_{\phi_i} \\ \left(\frac{1}{J_{yy_i}} \right) u_{\theta_i} \\ \left(\frac{1}{J_{zz_i}} \right) u_{\psi_i} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Mientras que para calcular los ángulos de Euler de la aeronave se recurre al modelo cinemático diferencial de la aeronave, donde la matriz de transformación de Euler $E_{B_i}^I$, es útil para definir el vector de las derivadas de Euler η_i en el marco inercial, a partir del vector de la velocidad rotacional Ω_i en el marco inercial, [2], [49]. Tal relación se muestra en la siguiente expresión

$$\eta_i = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_i \\ \dot{\theta}_i \\ \dot{\psi}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi_i) \tan(\theta_i) & \cos(\phi_i) \tan(\theta_i) \\ 0 & \cos(\phi_i) & -\sin(\phi_i) \\ 0 & \sin(\phi_i) \sec(\theta_i) & \cos(\phi_i) \sec(\theta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i \\ q_i \\ r_i \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

2.5.2 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE TRASLACIÓN PARA EL i -ÉSIMO VANT

La fuerza exógena desarrollada por cuadrirotor en el espacio tridimensional es representada por el vector de fuerza $F = [F_{X_i}, F_{Y_i}, F_{Z_i}]^\top$ definido el marco de referencia inercial (\mathcal{I}_i), y se obtiene transformando el empuje total T_{T_i} en el marco del cuerpo (\mathcal{B}_i), en sus componentes vectoriales del marco inercial (\mathcal{I}_i), mediante la matriz de rotación $R_i(\eta_i)$, tal como se muestra en la siguiente expresión.

$$F_i = R_i(\eta_i) T_{T_i} \quad (2.22)$$

Aplicando la segunda ley de movimiento de Newton en el CG de la estructura del vehículo se obtiene la ecuación de movimiento traslacional para el i -ésimo cuadrirotor donde $\xi_i = [x_i, y_i, z_i]^\top$ es el vector de posición, $\vartheta_i = [v_{x_i}, v_{y_i}, v_{z_i}]^\top$ es el vector de velocidad traslacional, tal que $\vartheta_i = \dot{\xi}_i$, ambos asignados en el marco \mathcal{I}_i para el i -ésimo vehículo.

$$\dot{\xi}_i = \vartheta_i \quad (2.23)$$

$$m_i \dot{\vartheta}_i = m_i g e_{3_i} + F_i \quad (2.24)$$

donde g es la constante de aceleración de la gravedad, y m_i la masa del i -ésimo cuadrirotor. La ecuación 2.23 define el cambio en el “*momentum*” traslacional de la aeronave. La expresión desarrollada que se obtiene para la dinámica de traslación 2.23 se muestra a continuación

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x}_i &= -f_{T_i} (\sin \psi_i \sin \phi_i + \cos \psi_i \sin \theta_i \cos \phi_i) \\ m_i \ddot{y}_i &= -f_{T_i} (\sin \psi_i \sin \theta_i \cos \phi_i - \cos \psi_i \sin \phi_i) \\ m_i \ddot{z}_i &= -f_{T_i} (\cos \theta_i \cos \phi_i) + m_i g \end{aligned} \quad (2.25)$$

La dinámica de traslación también se puede calcular mediante la representación de Newton-Euler en el marco del cuerpo, para el i -ésimo cuadrirotor donde, $V_i = [u_i, v_i, w_i]^\top$ es el vector de velocidad traslacional en el marco \mathcal{B}_i , tal que el vector de velocidad inercial se define como $\vartheta_i = R_i(\eta_i)V_i$, ambos asignados en el marco $\mathcal{I}_i, \mathcal{B}_i$ respectivamente para el i -ésimo vehículo. Tal expresión se muestra a continuación.

$$m_i \dot{V}_i = -\Omega_i \times (m_i V_i) + T_{T_i} \quad (2.26)$$

$$m_i \begin{bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{v}_i \\ \dot{w}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_i(w_i q_i - v_i r_i) \\ m_i(w_i p_i - u_i r_i) \\ -m_i(v_i p_i - u_i q_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_{T_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_i g \sin \theta_i \\ m_i g \sin \theta_i \cos \phi_i \\ m_i g \cos \theta_i \cos \phi_i \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

2.5.3 ECUACIONES DE MOVIMIENTO CON VELOCIDADES DE TRASLACIÓN INERCIALES PARA EL i -ÉSIMO VANT

Considerando el siguiente vector de estados $\zeta_i = [\xi_i^\top, \vartheta_i^\top, \eta_i^\top, \Omega_i^\top]^\top$ se obtiene la ecuación de estado vectorial para el vehículo cuadirotor, [14], [45], [23].

$$\dot{\zeta}_i = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi_i \\ \vartheta_i \\ \eta_i \\ \Omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta_i \\ -g e_{3_i} + \frac{1}{m_i} F_i \\ E_i(\eta_i) \Omega_i \\ J_i^{-1}(-\Omega_i \times J_i \Omega_i + \tau_{a_i}) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Las ecuaciones de movimiento de la parte que corresponde a la posición angular o ángulos de orientación del VANT de tipo cuadirotor, se pueden reescribir utilizando la matriz de rotación ortogonal $R_i \in SO(3) : \mathcal{B}_i \rightarrow \mathcal{I}_i$ descrita anteriormente por las ecuaciones (2.11) y (2.12), tal que se obtiene la siguiente expresión alterativa para la representación vectorial del espacio de estado para el vehículo cuadirotor

$$\dot{\zeta}_i = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi_i \\ \vartheta_i \\ \dot{R}_i \\ \Omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta_i \\ -g e_{3_i} + \frac{1}{m_i} F_i \\ \hat{\Omega}_i R_i \\ J_i^{-1}(-\Omega_i \times J_i \Omega_i + \tau_{a_i}) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Las expresiones desarrolladas para el modelo en el espacio de estados con las velocidades de translación inerciales, es obtenido a partir de la ecuación de movimiento compacta 2.28 o 2.29, la cual es expresada de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i &= v_{x_i} \\
\dot{y}_i &= v_{y_i} \\
\dot{z}_i &= v_{z_i} \\
\dot{v}_{x_i} &= -\frac{f_{T_i}}{m_i} (\sin \psi_i \sin \phi_i + \cos \psi_i \sin \theta_i \cos \phi_i) \\
\dot{v}_{y_i} &= -\frac{f_{T_i}}{m_i} (\sin \psi_i \sin \theta_i \cos \phi_i - \cos \psi_i \sin \phi_i) \\
\dot{v}_{z_i} &= -\frac{f_{T_i}}{m_i} (\cos \theta_i \cos \phi_i) + g \\
\dot{\phi}_i &= p_i + q_i \operatorname{sen}(\phi_i) \tan(\theta_i) + r \cos(\phi_i) \tan(\theta_i) \\
\dot{\theta}_i &= q_i \cos(\phi_i) - r_i \operatorname{sen}(\phi_i) \\
\dot{\psi}_i &= q_i \operatorname{sen}(\phi_i) \sec(\theta_i) + r \cos(\phi_i) \sec(\theta_i) \\
\dot{p}_i &= \left(\frac{J_{yy_i} - J_{zz_i}}{J_{xx_i}} \right) q_i r_i + \left(\frac{1}{J_{xx_i}} \right) \tau_{\phi_i} \\
\dot{q}_i &= \left(\frac{J_{zz_i} - J_{xx_i}}{J_{yy_i}} \right) p_i r_i + \left(\frac{1}{J_{yy_i}} \right) \tau_{\theta_i} \\
\dot{r}_i &= \left(\frac{J_{xx_i} - J_{yy_i}}{J_{zz_i}} \right) p_i q_i + \left(\frac{1}{J_{zz_i}} \right) \tau_{\psi_i}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

2.5.4 ECUACIONES DE MOVIMIENTO CON VELOCIDADES DE TRASLACIÓN NO INERCIALES PARA EL i -ÉSIMO VANT

Considerando el siguiente vector de estados $\zeta_i = [\xi_i^\top, V_i^\top, \eta_i^\top, \Omega_i^\top]^\top$ se obtiene la ecuación de estado vectorial para el vehículo cuadrirrotor, [14], [45], [23].

$$\dot{\zeta}_i = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi_i \\ V_i \\ \eta_i \\ \Omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i(\eta_i) V_i \\ \frac{1}{m_i} (-\Omega \times (m_i V_i) + T_{T_i}) \\ E_i(\eta_i) \Omega_i \\ J_i^{-1} (-\Omega_i \times J_i \Omega_i + U_i) \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

Las expresiones desarrolladas para el modelo en el espacio de estados con las velocidades de translación no inerciales, es obtenido a partir de la ecuación de movimiento compacta 2.31, la cual es expresada de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i &= c_{\psi_i} c_{\theta_i} u_i + (-s_{\psi_i} c_{\theta_i} + c_{\psi_i} s_{\theta_i} s_{\phi_i}) v_i + (s_{\psi_i} s_{\phi_i} + c_{\psi_i} s_{\theta_i} c_{\phi_i}) w_i \\
\dot{y}_i &= s_{\psi_i} c_{\theta_i} u_i + (c_{\psi_i} c_{\phi_i} + s_{\psi_i} s_{\theta_i} s_{\phi_i}) v_i + (-c_{\psi_i} s_{\phi_i} + s_{\psi_i} s_{\theta_i} c_{\phi_i}) w_i \\
\dot{z}_i &= -s_{\theta_i} u_i + c_{\theta_i} s_{\phi_i} v_i + c_{\theta_i} c_{\phi_i} w_i \\
\dot{u}_i &= -(w_i q_i - v_i r_i) - g s_{\theta_i} \\
\dot{v}_i &= (w_i p_i - u_i r_i) + g s_{\theta_i} c_{\phi_i} \\
\dot{w}_i &= -(v_i p_i - u_i q_i) + \left(\frac{1}{m_i}\right) f_{T_i} + g c_{\theta_i} c_{\phi_i} \\
\dot{\phi}_i &= p_i + q_i \operatorname{sen}(\phi_i) \tan(\theta_i) + r \cos(\phi_i) \tan(\theta_i) \\
\dot{\theta}_i &= q_i \cos(\phi_i) - r_i \operatorname{sen}(\phi_i) \\
\dot{\psi}_i &= q_i \operatorname{sen}(\phi_i) \sec(\theta_i) + r_i \cos(\phi_i) \sec(\theta_i) \\
\dot{p}_i &= \left(\frac{J_{yy_i} - J_{zz_i}}{J_{xx_i}}\right) q_i r_i + \left(\frac{1}{J_{xx_i}}\right) \tau_{\phi_i} \\
\dot{q}_i &= \left(\frac{J_{zz_i} - J_{xx_i}}{J_{yy_i}}\right) p_i r_i + \left(\frac{1}{J_{yy_i}}\right) \tau_{\theta_i} \\
\dot{r}_i &= \left(\frac{J_{xx_i} - J_{yy_i}}{J_{zz_i}}\right) p_i q_i + \left(\frac{1}{J_{zz_i}}\right) \tau_{\psi_i}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

donde $c_{\theta_i} = \cos(\theta_i)$, $c_{\phi_i} = \cos(\phi_i)$, y $c_{\psi_i} = \cos(\psi_i)$, mientras que $s_{\theta_i} = \operatorname{sen}(\theta_i)$, $s_{\phi_i} = \operatorname{sen}(\phi_i)$, y $s_{\psi_i} = \operatorname{sen}(\psi_i)$.

CAPÍTULO 3

GRAFOS Y SISTEMAS MULTIAGENTE

En este Capítulo se presenta la teoría básica relacionada con el algoritmo de de sincronización consensus, el cual se puede incrustar con alguna técnica de control para la navegación y guiado de aeronaves o robots aéreos. Debido a que se pretende trabajar con vehículos aéreos no tripulados de tipo cuadirrotor, considerados como robots aéreos, es necesario modelar todo el sistema como un grupo de aeronaves, y el método matemático para realizarlo es por medio de la teoría de grafos. De esta forma, el marco teórico comienza con el análisis de las reglas propuestas por Reynolds para el vuelo en formación, las cuales se pueden implementar por medio de grafos en donde cada elemento o agente del grupo es representado por un nodo y el flujo de información entre los elementos del grupo es representada por las conexiones entre los nodos. Con esto se tiene una forma de representar el grupo de aeronaves realizando una formación de vuelo y es posible aplicar el algoritmo de sincronización consensus incrustando en alguna técnica de control para el caso de regulación de posición o para el caso de seguimiento de trayectorias.

3.1 REGLAS DE REYNOLDS

En el trabajo realizado por Reynolds en [41], se establecen tres reglas que describen el comportamiento que debe de tener cada elemento del grupo, con esto se puede lograr un comportamiento grupal deseado. En este trabajo hemos interpretado las reglas que esta-

bleció Reynolds para utilizarlas como una premisa es clave para mantener el vuelo en formación de un grupo de aeronaves no-tripuladas, tal adaptación se menciona a continuación.

- **Concordar en velocidad:** Las aeronaves de la formación de vuelo deben mantener la una velocidad de vuelo y una dirección de guiado semejante a la de las aeronaves cercanas.
- **Evasión de Colisiones:** Todas las aeronaves de la formación deben evitar colisionar con las aeronaves cercanas más próximas o con otros obstáculos aéreos que se presenten durante el seguimiento de trayectorias de la formación de vuelo.
- **Permanecer en la formación:** Cada aeronave del de la formación debe permanecer cerca de la aeronave más próxima, pero siempre manteniendo una cierta distancia de seguridad entre las demás aeronaves vecinas en la formación de vuelo.

Como se observa estas reglas dependen en gran medida de la respuesta dinámica que tenga cada aeronave acomodada en la formación. De esta forma se visualiza que debe existir un flujo de información entre todas las aeronaves de la formación de vuelo. Este flujo de información entre las aeronaves cercanas es fundamental para determinar la dinámica traslacional que tendrá la formación de vuelo como una estructura rígida. Por tal motivo, es indispensable conocer toda la información relacionada con la dinámica de cada una de las aeronaves de la formación, al igual que, la topología de comunicación que tendrá cada aeronave para mantener una conectividad con las demás aeronaves cercanas que pertenecen a la formación de vuelo. En la Figura 3.1 se muestra un esquema de la formación de vuelo de una parvada de aves, que cumple con las *Reglas de Reynolds*.

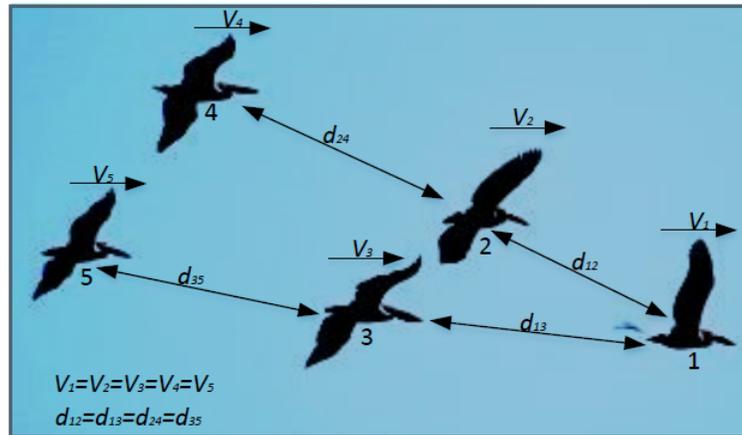


Figura 3.1: Formación de vuelo de una parvada de aves.

La red de comunicación que maneja el flujo de información que hay entre las aeronaves de la formación, se puede representar matemáticamente por un grafo de conectividad, en el cual las aeronaves o agentes se modelan como nodos y las conexiones representan el flujo de información entre los agentes de la formación. A esta rama de investigación se le conoce como Control Cooperativo de Sistemas Multi-agente con Grafos de conectividad.

3.2 TEORÍA DE GRAFOS

La teoría de grafos tiene una gran aplicación en Ciencias de la Computación, Sistemas de Telecomunicación, Redes inalámbricas de sensores, algoritmos matemáticos de sincronización, por mencionar algunas. Esta teoría es muy aplicada para modelar comportamientos discretos, al igual que, es fundamental para la comprensión de las estructuras de datos y análisis de algoritmos. En este trabajo, utilizaremos la teoría de grafos para la implementación del sistema de conectividad que permite la comunicación entre los vehículos aéreos o tripulados.

Un grafo \mathcal{G} es compuesto por el par $(\mathcal{V}, \mathcal{E})$, tal que, $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, donde $\mathcal{V} = v_1, \dots, v_N$ es el conjunto de nodos del grafo y \mathcal{E} es un conjunto de conexiones. Los elementos de \mathcal{E} son denotados como (v_i, v_j) y representan una conexión que va desde el nodo v_i

hasta el nodo v_j . Existen dos tipos de grafos, los dirigidos y los que no son dirigidos. Si el grafo es direccional o dirigido la conexión será representada por una flecha dirigida desde el nodo v_i y hasta el nodo v_j , y si el grafo es no direccional o no dirigido la conexión no tiene flechas, esto implica que el flujo de información es bidireccional. En este trabajo se considera que los nodos no tendrán auto conexiones o conexiones por si mismos.

3.3 CONTROL COOPERATIVO

Las estructuras y propiedades de todos los grafos en general pueden ser estudiadas por ciertas matrices que se asocian con el grafo. A esta rama de estudio se le conoce como teoría algebraica de grafos [23]. Las principales matrices relacionadas con los grafos se definen a continuación:

Matriz de Adyacencia . La matriz de adyacencia o matriz de conectividad es definida como $\mathcal{A} = [a_{ij}]$, donde a_{ij} representa el valor del peso existente entre la arista que comunica al nodo v_i con el nodo v_j , de tal forma que $a_{ij} > 0$ si $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$ y $a_{ij} = 0$ en otro caso. Debido a que utilizaremos grafos sencillos, un nodo no podrá tener una conexión o lazo que inicie y termine en si mismo (auto lazo), tal que $a_{ii} = 0$. Nótese que la matriz de adyacencia de un grafo no dirigido es simétrica, tal que $\mathcal{A} = \mathcal{A}^T$.

Matriz de Grados de Entrada. Se define a la matriz de grados de entrada del nodo v_i , como la suma de los elementos de la i -ésima fila de la matriz de adyacencia \mathcal{A} , tal que

$$d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} \quad (3.1)$$

Matriz de Grados de Salida. La matriz de grados de salida del nodo v_i , se define como la suma de los elementos de la i -ésima columna de la matriz de adyacencia \mathcal{A} , tal que

$$d_i^o = \sum_{j=1}^N a_{ji} \quad (3.2)$$

Matriz de volumen de entrada. El volumen de entrada es la suma de los grados de entrada de cada nodo existente en el grafo, tal que

$$Vol\{\mathcal{G}\} = \sum_{i=1}^N d_i \quad (3.3)$$

Matriz Laplaciana. La matriz Laplaciana de un grafo se define como la diferencia de la matriz diagonal de grados de entrada $\mathcal{D} = diag\{d_i\}$, menos la matriz de adyacencia \mathcal{A} , y matemáticamente puede ser representada como $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A}$.

3.4 SISTEMAS MULTIAGENTE DE UNA FORMACIÓN

La formación de vuelo de un grupo de aeronaves se puede representar o modelar por medio de un grafo conectado. Como se mencionó anteriormente un grafo consta de nodos y conexiones, donde los nodos representan a cada elemento del grupo y las conexiones representan el flujo de información entre los nodos o agentes del grupo. En los sistemas multiagente de este trabajo, los agentes designados para cada nodo representan la dinámica de aeronaves no tripuladas o robots aéreos de tipo cuadrirrotor. En la Figura 3.2, se muestra una representación ilustrativa del grafo de un sistema multiagente formado por varios VANTs del modelo *Parrot AR Drone*[®] 2.0 [36].

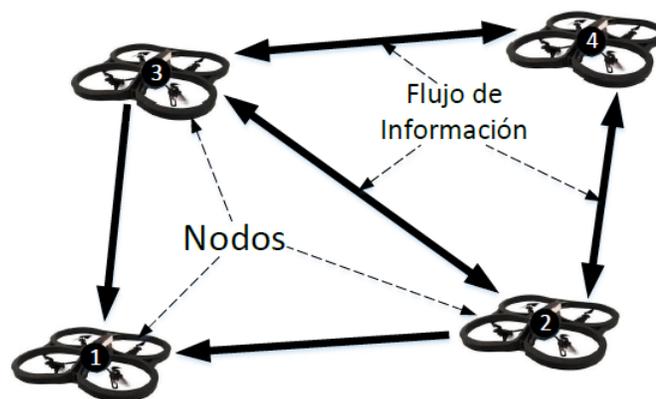


Figura 3.2: Grafo de un sistema multiagente con VANTs.

Como se mencionó anteriormente los nodos de este grafo de comunicación también

representan a los agentes del sistema multiagente, y matemáticamente son representados por medio de ecuaciones dinámicas. La definición de las ecuaciones dinámicas del sistema para cada agente permite pronosticar la respuesta transitoria entregada por las variables de estado de posición, velocidad y aceleración de cada aeronave, y por lo tanto también se puede obtener la solución del comportamiento dinámico de todos los agentes adjuntados en el grupo (sistema multiagente).

3.5 ESTRUCTURAS CONTROL COOPERATIVO

Hasta el momento se ha definido la representación de un grupo de agentes como parte de una red comunicación mediante el concepto matemático de un grafo de comunicación. Por lo que ahora es momento de abordar las estructuras para aplicar control cooperativo en sistemas multiagentes, por tal motivo haremos una clasificación de las estructuras más importantes.

Una forma de clasificar las estructuras del Control Cooperativo de Sistemas Multiagentes es en función del método de control que se pretende usar y otra es en la forma que se comunicarán los agentes o sistemas. Estos dos aspectos son de gran importancia para definir entre estructuras de control centralizadas o descentralizadas, las cuales se describen a continuación.

3.5.1 CONTROL CENTRALIZADO

Para el control centralizado existe una unidad central de procesamiento, en la cual son conectados todos los agentes o aeronaves del grupo. Estos agentes o aeronaves adquieren datos a través de sus diversos sensores (altura, posición y orientación) y toda esta información es enviada de forma inalámbrica a la unidad central de procesamiento, mientras que, esta unidad central de procesamiento se encarga de calcular las variables de control

para cada agente del grupo, en base a la información recibida de cada agente del sistema, consecuentemente la unidad central de procesamiento envía la información calculada para las variables de control, siendo recibida tal información por cada uno de los agentes del sistema.

La principal ventaja de esta estructura es que la unidad central de procesamiento almacena toda la información adquirida por los sensores de las aeronaves, y por esta razón, el análisis de la información es más eficiente. Una desventaja, es que la unidad central procesamiento recibiendo datos de forma consecutiva de todos los agentes o aeronaves del sistema, lo que puede provocar una saturación del canal de comunicación causando una falla en la unidad central de procesamiento, provocando esto una falla total del sistema multiagente, esto es debido a que los agentes o aeronaves individuales del sistema multiagente no tienen la capacidad de decidir su propio comportamiento.

3.5.2 CONTROL DESCENTRALIZADO

El control descentralizado, tiene como característica principal que cada agente o sistema tiene la capacidad de calcular su propia ley o variable de control, esta variable de control se calcula numéricamente en la unidad central de cómputo incorporada como parte del autopiloto de la aeronave, dicha ley de control se calcula en base a la dinámica de la aeronave, relacionado con la dinámica que tengan las aeronaves vecinas más próximas. Mediante estructura de control descentralizada la dinámica del sistema multiagente es menos sensible a los fallos que pueda presentar alguna de las aeronaves, debido a que cada aeronave realiza el calculo su propia dinámica de control realimentado y no depende de una unidad central de procesamiento, por lo tanto, de esta forma se tiene una red de comunicación distribuida, con el almacenamiento de información distribuido a cada agente o aeronave del sistema multiagente. La ventaja de esta estructura es que, si un agente o aeronave falla, no afectara el funcionamiento de las demás aeronaves, pues cada aeronave calcula su control cooperativo de manera independiente.

3.6 MÉTODOS DE FORMACIÓN PARA EL CONTROL COOPERATIVO

El objetivo del control cooperativo es tener múltiples agentes autónomos en una red de comunicación, ejecutando tareas sincronizadas eficientemente para lograr un objetivo grupal deseado, y esto se logra solo si los agentes realizan el seguimiento de las trayectorias predefinidas y al mismo tiempo mantienen una formación o patrón deseado. Los movimientos en formación o coordinados tienen grandes ventajas de modelado matemático y de algoritmos computacionales, con respecto a los movimientos no coordinados. En la actualidad existen diferentes métodos de control para la *Formación de Sistemas Multiagente*, estos dependen en su mayoría del comportamiento de los agentes vecinos más próximos, pero cada método de control tiene diferente objetivo. Los principales métodos de control para la *Formación de Sistemas Multiagente* son descritos a continuación.

3.6.1 CONTROL BASADO EN EL COMPORTAMIENTO

Este método se basa en el comportamiento en general que se tenga en todo el grupo de agentes, esto quiere decir que el grupo no tiene un objetivo fijo, lo único que se busca es moverse sin chocar entre los agentes del grupo. Matemáticamente se puede describir que la dirección actualizada de movimiento para cada agente del grupo será el promedio de los movimientos actuales realizados por cada agente del grupo. Literalmente se puede decir que cada agente sigue a la manada o a el grupo.

3.6.2 CONTROL BASADO EN CAMPOS POTENCIALES

Este método tiene origen a partir de la definición de dos funciones potenciales, las cuales crean campos que atraen o repelan fuerzas. Estos campos potenciales actúan sobre los

agentes y de esta forma se produce el comportamiento de navegación grupal deseada. Un balance entre fuerzas de atracción y repulsión produce la formación de agentes. Las fuerzas de atracción generan las trayectorias hacia un objetivo en específico y las de repulsión evitan que los agentes choquen entre ellos o con obstáculos.

3.6.3 CONTROL DE FORMACIÓN TIPO LÍDER SEGUIDOR

En este método existe un agente líder y el resto es un grupo de agentes seguidores, de esta forma se logra el control de la formación. Aquí, el agente líder es autónomo, esto quiere decir que su movimiento no depende de ningún otro agente, mientras tanto los agentes seguidores siguen los movimientos realizados por el líder y por algunos agentes vecinos. Este método de control es de los más comunes en la literatura debido a sus amplias aplicaciones.

3.7 ALGORITMO DE CONSENSUS

Un área del control cooperativo de sistemas multiagente es la sincronización con enfoque de consensus, este es de gran importancia debido a que se puede relacionar con el control de formación, agrupación, y estimación distribuida, entre otras cosas. También puede ser modificado para aplicarlo como una estructura de control centralizada o descentralizada, de forma similar se puede ajustar para que trabaje con algún método de formación mencionado anteriormente. Consensus quiere decir que un grupo de agentes alcanza un valor en común, esto se logra mediante la interacción de los agentes de un grupo, específicamente entre los agentes que son vecinos en una formación o agrupación. La sincronización con enfoque de consensus se puede realizar mediante sensores de mapeo bidimensionales o tridimensionales siendo parte del sistema de control de abordaje de las aeronaves o agentes, o ya sea por una red de comunicación para el intercambio de información entre las aeronaves. Por las razones mencionadas anteriormente es muy importante plantear el diseño de

algoritmos de sincronización con el enfoque de consensus, tanto para dinámicas lineales y no-lineales de orden superior.

3.7.1 INTRODUCCIÓN AL ALGORITMO DE CONSENSUS

Un grupo de agentes o aeronaves se pueden considerar como un conjunto de nodos que se comunican entre sí para permanecer en una formación dentro de un grupo, por lo tanto, cada agente o aeronave del grupo debe mantener a la igualdad de la velocidad y la distancia de los demás agentes del grupo. Para conceptualizar esta idea y representarla como agentes dinámicos se debe dotar a cada nodo v_i del grupo con un vector de estados $x_i(t)$ en el dominio del tiempo. Retomando la teoría de grafos, se puede representar a un grafo con nodos dinámicos como $(\mathcal{G}; x)$, donde \mathcal{G} es el grafo con N nodos y $x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_N^T(t)]^T$ es el vector de estados del sistema multiagente. La ecuación de estado del i -ésimo agente se puede representar mediante la siguiente ecuación dinámica

$$\dot{x}_i(t) = f(x_i(t), u_i(t)) \quad (3.4)$$

3.7.2 CONSENSUS CON DINÁMICAS LINEALES DE ORDEN SUPERIOR

Cuando las dinámicas de los agentes son lineales y de orden superior se deben considerar sistemas lineales que tenga dinámicas en forma de la segunda ley de Newton tanto en posición como en velocidad. Se debe observar que en este tipo de consensus, la matriz A denota las dinámicas del sistema y a_{ij} denota los pesos de los nodos del grafo \mathcal{G} , estos pesos son los valores que se encuentran en la matriz de adyacencia \mathcal{A} .

En el tipo de consensus con dinámicas de orden superior se consideran N sistemas con características idénticas los cuales son comunicados por un grafo \mathcal{G} . La dinámica de

mayor orden para el i -ésimo agente puede ser representada como

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) \quad (3.5)$$

donde $x_i(t) \in \mathcal{R}^n$ es el vector de estados del i -ésimo agente y $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ es la entrada de control. La variable de control consensus más básica puede ser calculada con la siguiente retroalimentación de variables de estados, y es escrita como sigue

$$u_i(t) = K \sum_{j \in N_i} (x_j(t) - x_i(t)) \quad (3.6)$$

donde $c > 0$ es un escalar que funciona para acoplar ganancias, $K_2 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es la matriz de ganancias del control de retroalimentación de estados, a_{ij} son los elementos de la matriz de adyacencia \mathcal{A} del grafo \mathcal{G} . La dinámica del i -ésimo agente en malla cerrada es queda expresada como

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + BK \sum_{j \in N_i} (x_j(t) - x_i(t)) \quad (3.7)$$

Aplicando el producto de Kronecker, la dinámica de sistema multiagente en malla cerrada queda descrita por

$$\dot{x}(t) = [(I_N \otimes A) - (L \otimes BK)]x(t) \quad (3.8)$$

donde $x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_N^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{nN}$ es el vector global de estados del sistema multiagente, \mathcal{L} es la matriz Laplaciana del grafo \mathcal{G} y \otimes es el producto de Kronecker

CAPÍTULO 4

PROTOCOLOS DE FORMACIÓN DE VUELO

4.1 CONTROL DE LA FORMACIÓN DE VUELO LÍDER SEGUIDOR

En la actualidad, investigadores e ingenieros están trabajando en el diseño de algoritmos de guiado, navegación y control para vuelo cooperativo de vehículos aéreos no tripulados-VANTs (*UAVs* de las siglas en inglés “*Unmanned Aerial Vehicles*”) considerados como agentes. En efecto, estos algoritmos para los sistemas multiagentes están basados en protocolos distribuidos en el cual cada agente puede tomar decisiones distribuidas en información local resultando un movimiento colectivo de todos los agentes en el grupo. Estos protocolos distribuidos garantizan el consenso del sistema multiagente; es decir, todos los agentes alcanzan el mismo valor.

Algunas publicaciones sobre el vuelo en formación pueden mencionarse como: el desarrollo e implementación de una plataforma experimental para aplicaciones de vehículos heterogéneos no tripulados es presentado en [30] and [32]. En [11], un modelo de juegos diferenciales de suma cero fue propuesto para obtener el vuelo en formación de un grupo de tres VANTs de tipo ala fija considerados como jugadores, y en [31] una estrate-

gia de control, basada en algoritmos de consenso Líder-Seguidor adaptable, fue diseñada para sistemas multiagentes afectados por eventos de red conmutados. En [51] se presenta una solución para mantener un vuelo en formación de un grupo de mini vehículos aéreos basado en vectores geométricos los cuales describen la distancia de separación y el ángulo entre los vehículos aéreos. En [50], se muestran un resumen de ideas teóricas y prácticas que pueden ser usadas para la localización distribuida basada en visión y el control de vuelo en formación. Una solución del vuelo en formación distribuida para un grupo de robots aéreos en ausencia de un sistema de posición externo es presentado en [28].

El propósito en esta sección es la implementación de un protocolo de formación de tipo *Líder Seguidor* para el control cooperativo de un grupo de VANTs realizando tareas en movimiento colectivo. El control cooperativo consiste en tener múltiples agentes autónomos trabajando de forma coordinada para lograr un comportamiento grupal deseado de forma eficiente. Para el diseño del protocolo de formación de tipo *Líder Seguidor*, utilizaremos la técnica de sincronización llamada consensus. El protocolo de formación basado en la técnica consensus es un área de estudio en el control cooperativo de los sistemas multiagentes, y se considera de gran importancia, debido a que su aplicación se extiende al control de formación, agrupación, estimación distribuida, tanto para sistemas lineales como no lineales. Además, puede ser modificado para aplicarse en estructuras de control centralizadas o descentralizadas; así como para ser utilizado con diversos métodos de control en formación.

4.1.1 CONTROL DE ORIENTACIÓN Y DE ALTITUD DE LOS N VANTS

En la formulación del problema de control de orientación, se considera el vector de la orientación deseada η_{d_i} , tal que $\tilde{\eta}_i = \eta_{d_i} - \eta_i$ donde $\tilde{\eta}_i = (\tilde{\phi}_i, \tilde{\theta}_i, \tilde{\psi}_i)^T$ representa el vector error de orientación, mientras que $\eta_{d_i} = (\phi_{d_i}, \theta_{d_i}, \psi_{d_i})^T$ representa el vector de la orientación deseada de la aeronave. El problema de control consiste rigurosamente en la propuesta de un vector de los momentos de control τ_{a_i} tal que $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\eta}_i = 0$. Para el control de orientación del cuadrirrotor se propone un controlador lineal PID con saturación fuerte.

En primera instancia se desea estabilizar el cuadrirrotor con un vector de orientación horizontal para realizar el vuelo estacionario, de tal forma $\eta_{d_i}=0$. El vector de los momentos deseados $\tau_{a_{d_i}}$ para el control de orientación cuadrirrotor esta relacionado con el vector de la aceleración angular deseada $\ddot{\eta}_{d_i}$, tal que $\tau_{a_{d_i}} = J_i \ddot{\eta}_{d_i}$, por lo que se puede argumentar que el vector de momentos deseados implementa la ley de control de orientación. Tomando en cuenta la definición establecida en la ecuación (2.17), el vector los momentos de actuación o de control se puede expresar como

$$\tau_{a_{d_i}} = \begin{bmatrix} \tau_{\phi_{d_i}} \\ \tau_{\theta_{d_i}} \\ \tau_{\psi_{d_i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(k_{p,\phi_i} \tilde{\phi}_i + k_{d,\phi_i} \dot{\tilde{\phi}}_i + k_{i,\phi_i} \int \tilde{\phi}_i dt \right) J_{xx_i} \\ \left(k_{p,\theta_i} \tilde{\theta}_i + k_{d,\theta_i} \dot{\tilde{\theta}}_i + k_{i,\theta_i} \int \tilde{\theta}_i dt \right) J_{yy_i} \\ \left(k_{p,\psi_i} \tilde{\psi}_i + k_{d,\psi_i} \dot{\tilde{\psi}}_i + k_{i,\psi_i} \int \tilde{\psi}_i dt \right) J_{zz_i} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

entonces el vector $\tau_{a_{d_i}} = [\tau_{\phi_{d_i}}, \tau_{\theta_{d_i}}, \tau_{\psi_{d_i}}]^T$ representa la ley de control PID con saturación de la orientación del i -ésimo cuadrirrotor. Donde $\tilde{\phi}_i = \phi_{d_i} - \phi_i$ representa la variable de error del ángulo alabeo, $\tilde{\theta}_i = \theta_{d_i} - \theta_i$ representa la variable de error del ángulo cabeceo, y $\tilde{\psi}_i = \psi_{d_i} - \psi_i$ representa la variable de error del ángulo de guiñada. Mientras que ϕ_{d_i} , θ_{d_i} y ψ_{d_i} representan los ángulos deseados de alabeo, cabeceo y guiñada, respectivamente. Por otra parte $\dot{\tilde{\phi}}_i = \dot{\phi}_{d_i} - \dot{\phi}_i$ representa la variable de error de la velocidad angular de alabeo, $\dot{\tilde{\theta}}_i = \dot{\theta}_{d_i} - \dot{\theta}_i$ representa la variable de error de la velocidad angular de cabeceo, y $\dot{\tilde{\psi}}_i = \dot{\psi}_{d_i} - \dot{\psi}_i$ representa la variable de error de la velocidad angular de guiñada. Mientras que $\dot{\phi}_{d_i}$, $\dot{\theta}_{d_i}$ y $\dot{\psi}_{d_i}$ representan las velocidades angulares deseadas de alabeo, cabeceo y guiñada, respectivamente. La función de saturación fuerte utilizada para la implementación de algoritmo de control de orientación se muestra a continuación

$$\tau_{r_{d_i}}^{sat} = \text{Sat}(\tau_{r_{d_i}}) = \begin{cases} \tau_{r_{max}} & \text{Si } \tau_{r_{d_i}} \geq \tau_{r_{max}} \\ \tau_{r_{d_i}} & \text{Si } \tau_{r_{min}} < \tau_{r_{d_i}} < \tau_{r_{max}} \\ \tau_{r_{min}} & \text{Si } \tau_{r_{d_i}} \leq \tau_{r_{min}} \end{cases} \quad (4.2)$$

donde $r = \phi_{d_i}, \theta_{d_i}, \psi_{d_i}$, para los controladores de orientación correspondientes de los ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada. Las ecuaciones desarrolladas del control PID

saturado de actitud se expresan como sigue.

$$\begin{aligned}\tau_{\phi_{d_i}}^{sat} &= \text{Sat} \left(k_{p,\phi_i} \tilde{\phi}_i + k_{d,\phi_i} \dot{\tilde{\phi}}_i + k_{i,\phi_i} \int \tilde{\phi}_i dt \right) \\ \tau_{\theta_{d_i}}^{sat} &= \text{Sat} \left(k_{p,\theta_i} \tilde{\theta}_i + k_{d,\theta_i} \dot{\tilde{\theta}}_i + k_{i,\theta_i} \int \tilde{\theta}_i dt \right) \\ \tau_{\psi_{d_i}}^{sat} &= \text{Sat} \left(k_{p,\psi_i} \tilde{\psi}_i + k_{d,\psi_i} \dot{\tilde{\psi}}_i + k_{i,\psi_i} \int \tilde{\psi}_i dt \right)\end{aligned}\quad (4.3)$$

Por otra parte, en la propuesta del controlador de altitud es necesario considerar que el de empuje T_{T_i} (alineado con Z_B) no siempre esta en dirección de e_{3_i} del marco inercial, entonces la componente de del vector de fuerza inercial deseado $F_{z_{d_i}}$ asociado al controlador de altitud, se puede calcular en términos del ángulo ϕ_i y del ángulo θ_i tal que

$$F_{z_{d_i}} = m\ddot{z}_i = -f_{T_{d_i}} \cos(\theta_i) \cos(\phi_i) + m_i g \quad (4.4)$$

Por lo que se propone la dinámica de la fuerza de empuje deseada $f_{T_{d_i}}$ de los rotores, con el propósito de cumplir con el régimen de sustentación estacionario o ascendente, obteniéndose la siguiente expresión

$$f_{T_{d_i}} = \frac{1}{\cos(\phi_i) \cos(\theta_i)} (m_i g - F_{z_{d_i}}) \quad (4.5)$$

donde la fuerza de sustentación deseada $F_{z_{d_i}}$ implementa una *Ley de Control PID* con saturación fuerte, con el objetivo de realizar el seguimiento de trayectorias de la variable de altitud z_i de la aeronave, tal que el controlador queda expresado de la siguiente forma

$$F_{z_{d_i}} = k_{p,z_i} \tilde{z}_i + k_{d,z_i} \dot{\tilde{z}}_i + k_{i,z_i} \int \tilde{z}_i dt \quad (4.6)$$

donde $\tilde{z}_i = z_{d_i} - z_i$ representa el error de posición traslacional, y z_{d_i} representa la consigna de la posición traslacional, ambas variables en e_{3_i} . Mientras que $\dot{\tilde{z}}_i = \dot{z}_{d_i} - \dot{z}_i$ representa el error de la velocidad de traslación, \dot{z}_{d_i} representa el comando o referencia de la velocidad de traslación, ambas variables en e_3 . Con el propósito de mejorar el seguimiento de las trayectorias de la variable de altitud de la aeronave, se agrega una función de saturación fuerte en cascada con este *Controlador PID de Altitud*. La expresión del *Controlador PID de Altitud* con la función de saturación fuerte agregada, se muestra a continuación

$$F_{z_{d_i}}^{sat} = \text{Sat} \left(F_{z_{d_i}} \right) = \begin{cases} F_{z_{max}} & \text{Si } F_{z_{d_i}} \geq F_{z_{max}} \\ F_{z_{d_i}} & \text{Si } F_{z_{min}} < F_{z_{d_i}} < F_{z_{max}} \\ F_{z_{min}} & \text{Si } F_{z_{d_i}} \leq F_{z_{min}} \end{cases} \quad (4.7)$$

Combinando las ecuaciones 4.6, 4.5 y 4.7 se ve más claramente el *Controlador No Lineal PID con Compensación de Sustentación*, el cual se expresa de la siguiente forma

$$f_{T_{d_i}}^{sat} = \frac{1}{\cos(\phi_i) \cos(\theta_i)} \left[m_i g - F_{z_{d_i}}^{sat} \right] \quad (4.8)$$

Ahora se procede a obtener la función del vector de las entradas de control. A partir de la ecuación (2.17), es posible obtener las variables de control o variables de consigna de los actuadores (rotores de la aeronave cuadrirrotor). En consecuencia, debido a lo anterior, se define un vector Γ_i que agrupa el empuje total y los momentos aplicados al centro de gravedad de la aeronave, tal que $\Gamma_i = (f_{T_{d_i}}, \tau_{\phi_{d_i}}, \tau_{\theta_{d_i}}, \tau_{\psi_{d_i}})^T$ obteniéndose mediante la siguiente expresión matricial compacta

$$\Gamma_i = C_{A_i} U_i \quad (4.9)$$

que de forma desarrollada se expresa como

$$\begin{bmatrix} f_{T_{d_i}} \\ \tau_{\phi_{d_i}} \\ \tau_{\theta_{d_i}} \\ \tau_{\psi_{d_i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{T_i} & c_{T_i} & c_{T_i} & c_{T_i} \\ 0 & d_i c_{T_i} & 0 & -d_i c_{T_i} \\ -d_i c_{T_i} & 0 & d_i c_{T_i} & 0 \\ c_{Q_i} & -c_{Q_i} & c_{Q_i} & -c_{Q_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{d1_i} \\ u_{d2_i} \\ u_{d3_i} \\ u_{d4_i} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

donde C_{A_i} representa la matriz de los coeficientes aerodinámicos de la aeronave, mientras que el vector $U_i = (u_{d1_i}, u_{d2_i}, u_{d3_i}, u_{d4_i})^T = (\omega_{d1_i}^2, \omega_{d2_i}^2, \omega_{d3_i}^2, \omega_{d4_i}^2)^T$ representa las variables de las entradas de control que generan los actuadores o rotores de la aeronave, y que dependen de las velocidades cuadráticas y los coeficientes aerodinámicos de las hélices. Mientras que, la expresión inversa de la ecuación 4.9

$$U_i = C_{A_i}^{-1} \Gamma_i \quad (4.11)$$

nos permite obtener el vector de las variables deseadas de control, que corresponden a

cada uno de los rotores. A continuación de muestra tal expresión matricial desarrollada

$$\begin{bmatrix} u_{d1_i} \\ u_{d2_i} \\ u_{d3_i} \\ u_{d4_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4c_T d} & 0 & \frac{-1}{2c_T d} & \frac{1}{4c_Q} \\ \frac{1}{4c_T d} & \frac{1}{2c_T d} & 0 & \frac{-1}{4c_Q} \\ \frac{1}{4c_T d} & 0 & \frac{1}{2c_T d} & \frac{1}{4c_Q} \\ \frac{1}{4c_T d} & \frac{-1}{2c_T d} & 0 & \frac{-1}{4c_Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{T_{d_i}} \\ \tau_{\phi_{d_i}} \\ \tau_{\theta_{d_i}} \\ \tau_{\psi_{d_i}} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Obteniéndose de esta forma las leyes de control deseadas para cada uno de los rotores de la aeronave y agregando una saturación fuerte para definir los límites de operación de la velocidad de rotación mínima y máxima de los rotores. A continuación de muestran las leyes de control deseadas asociadas para cada uno de los rotores de la aeronave.

$$\begin{aligned} u_{c1_i} &= \text{Sat}(u_{d1_i}) = \text{Sat} \left(\frac{f_{T_{d_i}}^{sat}}{4c_{T_i}} - \frac{\tau_{\theta_{d_i}}^{sat}}{2c_{T_i} d_i} - \frac{\tau_{\psi_{d_i}}^{sat}}{4c_{Q_i}} \right) \\ u_{c2_i} &= \text{Sat}(u_{d2_i}) = \text{Sat} \left(\frac{f_{T_{d_i}}^{sat}}{4c_{T_i}} - \frac{\tau_{\phi_{d_i}}^{sat}}{2c_{T_i} d_i} + \frac{\tau_{\psi_{d_i}}^{sat}}{4c_{Q_i}} \right) \\ u_{c3_i} &= \text{Sat}(u_{d3_i}) = \text{Sat} \left(\frac{f_{T_{d_i}}^{sat}}{4c_{T_i}} + \frac{\tau_{\theta_{d_i}}^{sat}}{2c_{T_i} d_i} - \frac{\tau_{\psi_{d_i}}^{sat}}{4c_{Q_i}} \right) \\ u_{c4_i} &= \text{Sat}(u_{d4_i}) = \text{Sat} \left(\frac{f_{T_{d_i}}^{sat}}{4c_{T_i}} + \frac{\tau_{\phi_{d_i}}^{sat}}{2c_{T_i} d_i} + \frac{\tau_{\psi_{d_i}}^{sat}}{4c_{Q_i}} \right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

La función de saturación fuerte utilizada para implementar el control de cada uno de los rotores de la aeronave se muestra a continuación

$$u_{c_{r_i}} = \text{Sat}(u_{dr_i}) = \begin{cases} u_{max} & \text{si } u_{dr_i} \geq u_{max} \\ u_{dr_i} & \text{si } u_{min} < u_{dr_i} < u_{max} \\ u_{min} & \text{si } u_{dr_i} \leq u_{min} \end{cases} \quad (4.14)$$

para $r = 1, 2, 3, 4.$, donde u_{max} representa la máxima velocidad cuadrática de los rotores, y u_{min} la velocidad cuadrática mínima de los rotores.

4.1.2 CONTROL DE NAVEGACIÓN DE LOS N VANTS

En el control de vuelo del cuadrirrotor se integra el control de orientación, de tal forma que las consignas deseadas del vector de orientación η_{d_i} se calculan a partir del controlador de la posición traslacional en plano $X - Y$ (control de navegación), y utilizando la matriz de

rotación de referencia $R_i(\psi_i) \in SO(2)$. Para obtener las fuerzas deseadas del controlador de posición traslacional en el plano $X - Y$ se propone el un controlador de tipo *PID* expresado por

$$\begin{bmatrix} F_{x_{d_i}} \\ F_{y_{d_i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{p,X_i} \tilde{x}_i + K_{d,X_i} \dot{\tilde{x}}_i + K_{i,X_i} \int \tilde{x}_i dt \\ K_{p,Y_i} \tilde{y}_i + K_{d,Y_i} \dot{\tilde{y}}_i + K_{i,Y_i} \int \tilde{y}_i dt \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

donde $\tilde{x}_i = x_{d_i} - x_i$ e $\tilde{y}_i = y_{d_i} - y_i$ representan las posiciones de error en e_{1_i} y e_{2_i} , mientras que x_{d_i} e y_{d_i} representan las posiciones deseadas en e_{1_i} y e_{2_i} , respectivamente. Por otra parte $\dot{\tilde{x}}_i = \dot{x}_{d_i} - \dot{x}_i$ and $\dot{\tilde{y}}_i = \dot{y}_{d_i} - \dot{y}_i$ representan los errores de velocidad de traslación en e_{1_i} y e_{2_i} , mientras \dot{x}_{d_i} e \dot{y}_{d_i} representan las velocidades de traslación deseadas en e_{1_i} y e_{2_i} , respectivamente. Para mejorar el rendimiento del controlador de navegación se agrega una función de saturación fuerte, la cual se conecta a la salida del *Controlador Saturado PID de Traslación*, de esta manera obtenemos la implementación del algoritmo completo del controlador de navegación. La expresión utilizada para la función de saturación se indica a continuación.

$$F_{r_{d_i}}^{sat} = \text{Sat} \left(F_{r_{d_i}} \right) = \begin{cases} F_{r_{max}} & \text{Si } F_{r_{d_i}} \geq F_{r_{max}} \\ F_{r_{d_i}} & \text{Si } F_{r_{min}} < F_{r_{d_i}} < F_{r_{max}} \\ F_{r_{min}} & \text{Si } F_{r_{d_i}} \leq F_{r_{min}} \end{cases} \quad (4.16)$$

donde $r = x, y$. para los correspondientes controladores de traslación en los ejes e_{1_i} y e_{2_i} del marco inercial. Las ecuaciones desarrolladas por el controlador de navegación en el plano $X - Y$ se expresan de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} F_{x_{d_i}}^{sat} &= \text{Sat} \left(K_{p,X_i} \tilde{x}_i + K_{d,X_i} \dot{\tilde{x}}_i + K_{i,X_i} \int \tilde{x}_i dt \right) \\ F_{y_{d_i}}^{sat} &= \text{Sat} \left(K_{p,Y_i} \tilde{y}_i + K_{d,Y_i} \dot{\tilde{y}}_i + K_{i,Y_i} \int \tilde{y}_i dt \right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

El *Controlador PID de Navegación* propuesto se conecta en cascada a través de la matriz de rotación $R_i(\psi_i) \in SO(2)$, con el propósito de generar los ángulos de referencia deseados θ_{d_i} and ϕ_{d_i} del controlador de orientación, de tal manera que se obtiene la siguiente conexión entre los controladores de orientación y traslación.

$$\begin{bmatrix} \phi_{d_i} \\ \theta_{d_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_\psi & -c_\psi \\ c_\psi & s_\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{x_{d_i}}^{sat} \\ F_{y_{d_i}}^{sat} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

donde

$$R_i(\psi_i) = \begin{bmatrix} s_\psi & c_\psi \\ -c_\psi & s_\psi \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

La ecuación 4.18 representa la propuesta del controlador de navegación de la aeronave para rastrear o seguir trayectorias el plano bidimensional definido por los ejes $X - Y$. Logrando de esta forma el control de navegación del i -ésimo cuadrirrotor en el plano $X - Y$.

4.1.3 PROTOCOLO DE FORMACIÓN CONSENSUS LÍDER SEGUIDOR

El objetivo del control cooperativo es tener múltiples agentes autónomos trabajando eficientemente para lograr un comportamiento grupal deseado, y esto se logra solo si los agentes mantienen su trayectoria preplaneada y a la vez mantienen la formación dada por un patrón prefijado o deseado. Los movimientos coordinados de una formación de agentes presentan grandes ventajas tanto de eficiencia computacional como de diseño de algoritmos matemáticos, todo esto con respecto a los movimientos no coordinados de un grupo de agentes.

En este método existe un agente Líder y el resto es un grupo de agentes seguidores. En este caso, el agente Líder es autónomo, esto quiere decir que su desplazamiento no depende de otro agente, mientras que los agentes seguidores persiguen o tratan de imitar los desplazamientos del agente Líder. El método de formación elegido para este trabajo es de tipo *Líder Seguidor*, ya que se pretende que un grupo de agentes seguidores reproduzca el comportamiento generado por un agente Líder, que en este caso será un Líder Virtual.

4.1.3.1 ALGORITMO DE CONSENSUS

El algoritmo consensus esta clasificado como una parte del área del control cooperativo en sistemas multiagente; es de gran importancia debido a que se puede utilizar con el

control de formación de un grupo de agentes. En este trabajo, el concepto de consensus se puede interpretar como un grupo de agentes que alcanzan un valor común, donde cada agente del grupo interactúa con sus agentes vecinos más cercanos, ya sea por sentido o por una red de telecomunicación. El algoritmo consensus puede ser aplicado a dinámicas de primer orden, segundo orden y orden superior. En este caso la dinámica de cada agente es expresada en la forma de la segunda ley de Newton, por lo que se puede considerar la ecuación de estado de un sistema de orden superior para modelar las dinámicas idénticas de los nodos del sistema multiagente.

En este trabajo, se considera el problema de seguimiento cooperativo de sistemas multiagente con N seguidores de dinámica idéntica y un agente *Líder Virtual*.

Suposición 1. El grafo \mathcal{G} es de tipo árbol ramificado (“*Spanning Tree*”) y el nodo raíz es el agente Líder; es decir, que existen caminos dirigidos del agente Líder a cada agente Seguidor.

La dinámica del i -ésimo agente Seguidor es descrita por

$$\dot{\zeta}_i(t) = A\zeta_i(t) + Bu_i(t) \quad (4.20)$$

donde $\zeta_i \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ es el vector de estado, $u_i \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ es la entrada de control, e $i = 1, 2, \dots, N$ es el número de agente Seguidor.

La dinámica del agente Líder se asigna con el nodo cero, y es expresada como

$$\dot{\zeta}_0(t) = A\zeta_0(t) \quad (4.21)$$

donde $\zeta_0 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ es el vector de estados. El agente Líder es un sistema autónomo, el cual no es afectado por ningún agente Seguidor, de esta forma el agente Líder genera de forma individual sus propios movimientos o trayectorias.

Suposición 2. El par A, B son matrices constantes con dimensiones compatibles.

El objetivo del seguimiento cooperativo es diseñar controladores de forma local distribuida para todos los agentes seguidores.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\zeta_i(t) - \zeta_0(t)) = 0, \forall i \in N \quad (4.22)$$

Los estados de los agentes sincronizan con el estado del agente Líder.

4.1.3.2 PROTOCOLO DE FORMACIÓN CONSENSUS

Se define el error de seguimiento del agente i como

$$\varepsilon_i = \sum_{j \in N} a_{ij}((\zeta_i - h_i) - (\zeta_j - h_j)) + g_i((\zeta_i - h_i) - \zeta_0) \quad (4.23)$$

donde a_{ij} representa el (i, j) -ésimo coeficiente de la matriz de adyacencia, g_i es el vector que indica las conexiones entre el agente Líder y los agentes seguidores.

Para el seguimiento cooperativo se tiene la siguiente ley de control

$$u_i = K\varepsilon_i \quad (4.24)$$

donde $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$, es la matriz de ganancias de realimentación, y h_i es el vector constante de la formación deseada. El sistema multiagente en lazo cerrado puede ser descrito mediante la siguiente expresión

$$\dot{\zeta}_i(t) = A\zeta_i(t) + BK \sum_{j \in N} a_{ij}((\zeta_i - h_i) - (\zeta_j - h_j)) + g_i((\zeta_i - h_i) - \zeta_0) \quad (4.25)$$

Aplicando el producto de Kronecker, la dinámica global de sistema multiagente en lazo cerrado queda descrita por

$$\dot{\zeta}(t) = [I_N \otimes A - (L + G) \otimes BK]\zeta(t) + [(L + G) \otimes BK]\bar{\zeta}_0(t) \quad (4.26)$$

donde $\bar{\zeta}_0 = [\zeta_0, \zeta_0, \zeta_0, \dots, \zeta_0]^T \in \mathbb{R}^{nN}$ representa el vector de estados del agente líder, $I_N \in \mathbb{R}^{nN}$ es la matriz identidad, $G = \text{diag}(g_1, g_2, \dots, g_N) \in \mathbb{R}^{nN \times nN}$ es una matriz de forma diagonal que describe las conexiones entre la aeronave o agente líder y las aeronaves o agentes seguidores.

Por lo tanto, la dinámica global del sistema multiagente en lazo cerrado, puede expresarse de la siguiente forma

$$\dot{\zeta}(t) = A_C \zeta(t) + B_C \bar{\zeta}_0(t) \quad (4.27)$$

donde $A_C = [I_N \otimes A - (L + G) \otimes BK] \in \mathbb{R}^{nN \times nN}$ representa la matriz principal y $B_C = [(L + G) \otimes BK] \in \mathbb{R}^{nN \times nN}$ representa la matriz de entrada, ambas de la dinámica global del sistema multiagente en lazo cerrado.

Para definir la estabilidad de la dinámica global del sistema multiagente en lazo cerrado, se debe de considerar la aplicación de un *grafo* de comunicación de tipo árbol ramificado, donde el nodo del agente líder debe ser la raíz del *grafo* de árbol ramificado, por lo que entonces la matriz $L + G$ será no singular y definida positiva.

Para exponer de forma más clara la propiedad de estabilidad de la matriz A_C de la dinámica global del sistema lineal, se utilizará la transformación de la forma canónica de los bloques diagonales o *forma canónica de Jordan* de una matriz. Esta forma canónica expresa los valores propios o autovalores de una matriz, por medio de su diagonal principal. Esta transformación se expresa a continuación

$$J = M^{-1}(L + G)M \quad (4.28)$$

donde $M \in \mathbb{R}^{nN \times nN}$ representa una matriz de transformación no singular, de tal forma que se obtiene la siguiente matriz de similaridad o matriz similar.

$$\begin{aligned} \bar{A}_C &= (M \otimes I_N)^{-1} A_C (M \otimes I_N) \\ \bar{A}_C &= (M \otimes I_N)^{-1} (I_N \otimes A) (M \otimes I_N) - (M \otimes I_N)^{-1} [(L + G) \otimes BK] (M \otimes I_N) \\ \bar{A}_C &= [(M^{-1} I_N M) \otimes (I_N A I_N)] - [M^{-1} (L + G) M \otimes I_N B K I_N] \\ \bar{A}_C &= (I_N \otimes A) - [(M^{-1} (L + G) M) \otimes BK] \\ \bar{A}_C &= (I_N \otimes A) - [J \otimes BK] \end{aligned} \quad (4.29)$$

Observando que la matriz \bar{A}_C presenta la siguiente forma diagonal

$$\bar{A}_C = \begin{bmatrix} (A - \lambda_1 BK) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (A - \lambda_2 BK) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & (A - \lambda_N BK) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Sea λ_i el vector que contiene los valores propios de la matriz $(L + G)$, que pueden ser iguales o distintos. Entonces el sistema multiagente en lazo cerrado será asintóticamente

estable, si y solo si todos los valores propios contenidos por $\lambda_i = [\lambda_{1_i}, \lambda_{2_i}, \dots, \lambda_{n_i}]^T \in \mathbb{R}^n$ son estrictamente positivos para cada subsistema dinámico que representa un agente del grupo (Véase la ecuación 4.31)

$$(A - \lambda_i BK) > 0, \quad \text{para } i = 1, \dots, N. \quad (4.31)$$

es decir, si la matriz $A - \lambda_i BK$ es definida positiva, entonces los valores propios agrupados en los vectores $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N) < 0$, serán todos negativos, por lo tanto cada subsistema dinámico representado por un agente será asintóticamente estable.

4.1.4 GRAFO DEL PROTOCOLO

Como se mencionó anteriormente, se considera al Líder de la formación como una agente virtual, esto quiere decir que solo se tiene acceso a su vector de estados, y los agentes seguidores serán cuatro vehículos aéreos de tipo cuadrirrotor. Para realizar la simulación del algoritmo de formación consensus, se utiliza el modelo no lineal del cuadrirrotor mencionado anteriormente. La topología del *grafo* que se considera para la comunicación entre los agentes del grupo es de tipo árbol ramificado, donde el agente Líder es la rama principal, como se indica en la suposición 1. En Fig. 4.1 se muestra el diagrama ilustrativo con la topología de comunicación utilizada para implementar el algoritmo de formación consensus lineal.

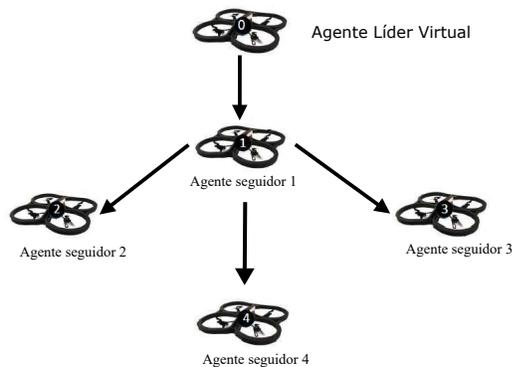


Figura 4.1: *Grafo* ramificado dirigido con 4 VANTs.

4.2 PROTOCOLO DE FORMACIÓN CONSENSUS DISTRIBUIDO

4.2.1 ECUACIONES DE MOVIMIENTO PARA N VANTS

Considerando las ecuaciones de movimiento para un grupo de cuadrirrotores N representados como agentes, se define el marco inercial fijo en tierra como $\mathcal{I}_i = \{x_{\mathcal{I}_i}, y_{\mathcal{I}_i}, z_{\mathcal{I}_i}\}$, y el marco del cuerpo fijado o unido al centro de gravedad del vehículo como $\mathcal{B}_i = \{x_{\mathcal{B}_i}, y_{\mathcal{B}_i}, z_{\mathcal{B}_i}\}$, y un marco de viento considerado durante el vuelo hacia adelante como $\mathcal{W}_i = \{x_{\mathcal{W}_i}, y_{\mathcal{W}_i}, z_{\mathcal{W}_i}\}$ para $i = \{1, \dots, N\}$, [49], [2]. Véase la Figura 4.2.

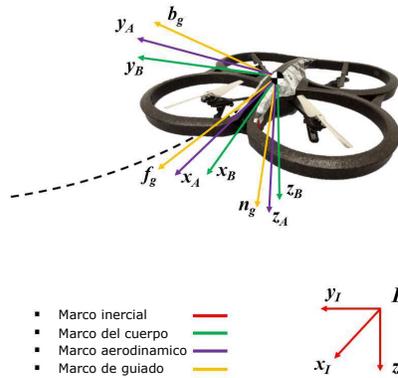


Figura 4.2: Marcos del VANT cuadrirrotor.

Tal como se mencionó anteriormente la formulación de Newton-Euler es utilizada para obtener el modelo dinámico para los N vehículos aéreos

$$\dot{\xi}_i = V_i \quad (4.32)$$

$$m_i \dot{V}_i = R_i(-T_{T_i} e_3) + m_i g e_3 + D_{\xi_i} \quad (4.33)$$

$$\dot{R}_i = R_i \hat{\Omega}_i \quad (4.34)$$

$$J_i \dot{\Omega}_i = -\Omega_i \times J_i \Omega_i + \tau_{a_i} + D_{\eta_i} \otimes \quad (4.35)$$

donde $\xi_i = (x_i, y_i, z_i)^\top \in \mathbb{R}^3$ representa las coordenadas de posición relativas al mar-

co inercial y $\eta_i = (\phi_i, \theta_i, \psi_i)^\top \in \mathbb{R}^3$ describe las coordenadas de rotación para el i -ésimo UAV. La orientación de cada UAV está dada por una matriz de rotación ortogonal $R_i \in SO(3) : \mathcal{B}_i \rightarrow \mathcal{I}_i$ que puede ser parametrizada por los ángulos de Euler ϕ_i , θ_i y ψ_i representando el alabeo, cabeceo y guiñada o guiado, respectivamente. Esta matriz representa la orientación del i -ésimo vehículo desde el marco del cuerpo hasta el marco inercial, [45].

De igual forma, $\Omega_i = (p_i, q_i, r_i)^\top \in \mathbb{R}^3$ representa el vector de la velocidad angular en \mathcal{B}_i , $V_i = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)^\top \in \mathbb{R}^3$ representa el vector de la velocidad de traslación en \mathcal{I}_i , y $\tau_{a_i} \in \mathbb{R}^3$ representa el vector de los momentos aerodinámicos producidos por los actuadores o rotores que actúan sobre el centro de masa del i -ésimo vehículo aéreo. e_1, e_2 , y e_3 son los vectores de la base canónica de \mathbb{R}^3 , $m_i \in \mathbb{R}$ denota la masa del i -ésimo UAV, $J_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ contiene los momentos de inercia del i -ésimo UAV. D_{ξ_i} y D_{η_i} son perturbaciones acotadas, posiblemente variables en el tiempo y dependientes del estado, [45]. $\hat{\Omega}_i$ es la matriz antisimétrica asociada con el producto cruz (i.e. $\hat{a}b = a \times b \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^3$), [45].

El vector del empuje total T_{T_i} de la aeronave y los momentos τ_{a_i} aplicados en el centro de masa de la aeronave, son generados por los cuatro rotores de los N cuadrirrotores, y se describen a continuación

$$T_{T_i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T_i = \sum_{k=1}^4 f_k \end{pmatrix}, \tau_{a_i} = \begin{pmatrix} \tau_{\phi_i} \\ \tau_{\theta_i} \\ \tau_{\psi_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_i(f_{2_i} - f_{4_i}) \\ d_i(f_{3_i} - f_{1_i}) \\ Q_{1_i} - Q_{2_i} + Q_{3_i} - Q_{4_i} \end{pmatrix}$$

La variable escalar que representa el empuje total se define como $T_i = \sum_{k=1}^4 f_k$, donde $f_k = \rho_a A_{d_k} \omega_k^2 r_k^2 C_{T_k}$ es la fuerza de sustentación o la fuerza de empuje de la hélice para $k = 1, 2, 3, 4$, ρ_a es la densidad del aire, A_{d_k} denota el área del disco de la hélice, ω_k denota la velocidad angular del rotor, r_k es el radio del disco formado por la hélice del rotor, y C_{T_k} es el coeficiente del empuje, para todos los parámetros mencionados $k = 1, 2, 3, 4$. El parámetro d denota la distancia desde el centro de masa de la aeronave hasta el eje del rotor, La variable $Q_k = \rho_a A_{d_k} \omega_k^2 r_k^3 C_{Q_k}$ es el momento de aerodinámico de arrastre para los rotores con c_{Q_k} que denota el coeficiente de momento reactivo de arrastre producido por la hélice del rotor para $k = 1, 2, 3, 4$, ver [45].

$$\begin{pmatrix} T_{\kappa_i} \\ \tau_{\phi_i} \\ \tau_{\theta_i} \\ \tau_{\psi_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \kappa_0 & \kappa_0 & \kappa_0 & \kappa_0 \\ -d\kappa_0 & d\kappa_0 & -d\kappa_0 & d\kappa_0 \\ -d\kappa_0 & -d\kappa_0 & d\kappa_0 & d\kappa_0 \\ -\kappa_1 & \kappa_1 & \kappa_1 & -\kappa_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix}$$

donde $\kappa_0 = \rho_a A_{d_k} r_k^2 c_{T_k}$ y $\kappa_1 = \rho_a A_{d_k} r_k^3 c_{Q_k}$.

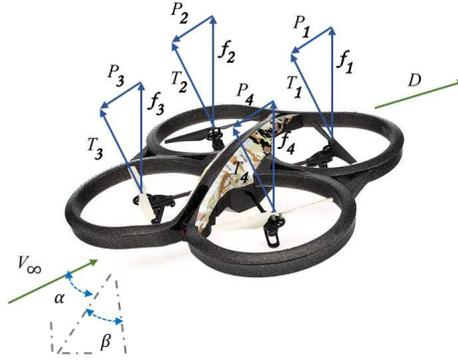


Figura 4.3: Esquema de la aeronave cuadricóptero en el vuelo de avance.

Durante la régimen de vuelo estacionario de la aeronave, el principal propósito de los rotores es proporcionar una fuerza de sustentación vertical en oposición al peso de la aeronave cuadricóptero; sin embargo, durante el vuelo hacia adelante o de avance, los rotores también deben proporcionar una fuerza propulsora P_k para superar la resistencia al avance del vehículo con $k = 1, 2, 3, 4$, véase la Figura 4.3. Debido al marco de referencia de la aeronave (marco del cuerpo), las fuerzas de resistencia aerodinámicas se presentan en el vuelo hacia adelante en un entorno espacial tridimensional, ver [19].

4.2.1.1 FUERZA DE PERTURBACIÓN AERODINÁMICA

Las fuerzas aerodinámicas producidas durante el vuelo se describen como

$$D_{\xi_i} = \begin{pmatrix} d_{\xi_{1i}} \\ d_{\xi_{2i}} \\ d_{\xi_{3i}} \end{pmatrix} = R_i W_i^T \begin{pmatrix} D_{a_i} \\ Y_{a_i} \\ L_{a_i} \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

con la matriz de rotación $W_i : \mathcal{B}_i \rightarrow \mathcal{A}_i$ que transforma una fuerza del marco del cuerpo al marco del viento, que se describe como

$$W_i = \begin{pmatrix} c_{\alpha_i} c_{\beta_i} & s_{\beta_i} & s_{\alpha_i} c_{\beta_i} \\ -c_{\alpha_i} s_{\beta_i} & c_{\beta_i} & -s_{\alpha_i} s_{\beta_i} \\ -s_{\alpha_i} & 0 & c_{\alpha_i} \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

donde α_i es el ángulo de ataque y β_i son el ángulo de deslizamiento lateral de la N -ésima aeronave o agente. L_{a_i} , Y_{a_i} , y D_{a_i} son las fuerzas aerodinámicas: sustentación, fuerza lateral y arrastre, respectivamente, [19], [23], [45].

4.2.1.2 MOMENTOS GIROSCÓPICOS Y AERODINÁMICOS COMO PERTURBACIONES

Los momentos que actúan en el vehículo aéreo a partir de perturbaciones aerodinámicas se definen de la siguiente manera

$$D_{\eta_i} = \begin{pmatrix} d_{\eta_{1_i}} \\ d_{\eta_{2_i}} \\ d_{\eta_{3_i}} \end{pmatrix} = d_{\eta_{gyro_i}} + d_{\eta_{aero_i}} \quad (4.38)$$

Momento giroscópico. El momento del giroscopio generado por la rotación de la aeronave sobre su centro su masa, y que es producido por la actuación de los cuatro rotores se describe como

$$d_{\eta_{gyro_i}} = \sum_{k=1}^4 (-1)^{k+1} I_{r_{k_i}} [\Omega_i \times e_3 \omega_{k_i}] \quad (4.39)$$

donde $I_{r_{k_i}}$ es el momento de inercia del rotor k y ω_{k_i} denota la velocidad angular del rotor k , con $k=1, 2, 3, 4$.

Momentos aerodinámicos. Los momentos aerodinámicos generados durante el vuelo de la aeronave se escriben como

$$d_{\eta_{aero_i}} = \begin{pmatrix} \mathcal{L}_i \\ \mathcal{M}_i \\ \mathcal{N}_i \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

donde \mathcal{L}_i , \mathcal{M}_i y \mathcal{N}_i son los momentos aerodinámicos de alabeo, cabeceo y guiado respectivamente, [23], [49], [19], [26], [54].

Comentario 1. *Como la rotación de las cuatro hélices en el cuadrirotor es equilibrada, el momento giroscópico (4.39) esencialmente será cero. El único caso en el que los momentos giroscópicos no serán cero, es si hay una diferencia significativa en las revoluciones por minuto (RPM) de los cuatro rotores.*

Comentario 2. *El escenario de una formación de vuelo involucra N cuadrirotores que operan en una posición y orientación determinadas. El régimen del anillo de vórtice y el viento cruzado lateral puede causar cambios extremos no deseados en la posición y la orientación del cuadrirotor vecino. En este trabajo, los efectos aerodinámicos se consideran como perturbaciones externas.*

4.2.2 NAVEGACIÓN DE N AGENTES

La navegación del agente de tipo cuadrirotor se basa en un control de seguimiento geométrico en $SE(3)$ (grupo euclidiano especial), el cual es un control de modo deslizante de segundo orden conocido con el nombre de control *Super Twisting*. Este algoritmo nos permite obtener una convergencia asintótica del seguimiento de la trayectoria, incluso en presencia de perturbaciones. Entonces el modelo de la aeronave descrito por las ecuaciones (4.32)-(4.35) pueden reescribirse como

$$\dot{\xi}_i = V_i \quad (4.41)$$

$$\dot{V}_i = u_{p_i} + d_{\xi_i} \quad (4.42)$$

$$\dot{R}_i = R_i \Omega_i \quad (4.43)$$

$$\dot{\Omega}_i = u_{a_i} + d_{R_i} \quad (4.44)$$

donde $u_{p_i} \in \mathbb{R}^3$ y $u_{a_i} \in \mathbb{R}^3$ son entradas de control virtual para la dinámica de posición y orientación. $d_{\xi_i} = D_{\xi_i}$ y $d_{R_i} = -\Omega_i \times J_i \Omega_i + D_{\eta_i}$. Entonces, estas entradas se pueden escribir como

$$m_i u_{p_i} = m_i g e_3 - (R_i e_3) T_{T_i} \quad (4.45)$$

$$\tau_{a_i} = J_i u_{a_i} \quad (4.46)$$

Definición 1. *Un marco de orientación $\mathcal{G}_i = \{f_{g_i}, b_{g_i}, n_{g_i}\}$ es un marco de referencia que consiste en el vector directo de control f_{g_i} , el vector binormal de control b_{g_i} y el vector normal de control n_{g_i} para $i = 1, \dots, N$. Este marco considera la terminología de los nombres de los tres vectores unitarios en el marco de referencia para una curva en \mathbb{R}^3 .*

Los tres vectores se definen de la siguiente manera

- El vector normal de control n_{g_i} se define como una función de los errores de posición y velocidad.

$$n_{g_i} = \frac{ge_3 + u_{p_i}}{\|ge_3 + u_{p_i}\|} \quad (4.47)$$

- El vector directo de control f_{g_i} se define como un vector unitario en el plano (n_{g_i}, t_{d_i}) , y es ortogonal a n_{g_i} , tal que $n_{g_i} \cdot t_{d_i} > 0$ con $t_{d_i} = \frac{\xi_{d_i}}{\|\xi_{d_i}\|}$. Entonces

$$f_{g_i} = \frac{n_{g_i} \times e_{1_i}}{\|n_{g_i} \times e_{1_i}\|} \quad (4.48)$$

- El vector binormal de control b_{g_i} se define como

$$b_{g_i} = -(f_{g_i} \times n_{g_i}) \quad (4.49)$$

Definición 2. *Una matriz de rotación deseada $R_{d_i} \in SO(3)$ se define como $R_{d_i} = [f_{g_i} \ b_{g_i} \ n_{g_i}]$ correspondiente al marco de referencia o marco de guiado donde $f_{g_i} = R_{d_i}e_1$, $b_{g_i} = R_{d_i}e_2$ y $n_{g_i} = R_{d_i}e_3$.*

4.2.2.1 CONTROL DE LA DINÁMICA DE POSICIÓN

Para el diseño de control de la dinámica de posición, se consideran las ecuaciones (4.78) y (4.79) y se propone un segundo control de modo deslizante. En efecto, la relación entre la entrada de control virtual u_{p_i} , el empuje T_{T_i} y el vector normal $n_i = R_i e_3$ se define como

$$m_i u_{p_i} = m_i g e_3 - n_i T_{T_i} \quad (4.50)$$

a partir de (4.39), T_{T_i} y n_i resulta que

$$\begin{aligned} T_{T_i} &= m_i \|ge_3 + u_{p_i}\| \\ n_i &= \frac{ge_3 + u_{p_i}}{\|ge_3 + u_{p_i}\|} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Ahora, se propone un controlador *Super Twisting (ST)* u_{p_i} para la dinámica traslacional (ξ_i, V_i) con el propósito alcanzar una convergencia asintótica del seguimiento de trayectorias. Para el problema de seguimiento, el error de seguimiento se define como

$$\begin{aligned} e_{\xi_i} &= \xi_{d_i} - \xi_i \\ \dot{e}_{\xi_i} &= \dot{\xi}_{d_i} - \dot{\xi}_i \end{aligned} \quad (4.52)$$

Entonces, la variable deslizante se define como

$$\sigma_{p_i} = \dot{e}_{\xi_i} + k_p e_{\xi_i} \quad (4.53)$$

Por lo tanto, el vector normal de control $n_{g_i}(e_i, \dot{e}_i)$ se propone en función de los errores de posición y velocidad. En este caso, el problema de navegación está relacionado con el problema de seguimiento con $(\xi_{d_i}, \dot{\xi}_{d_i}, \ddot{\xi}_{d_i}) = (\xi_0, 0, 0)$. Entonces, $n_{g_i}(e_i, \dot{e}_i)$ se define como

$$n_{g_i}(e_i, \dot{e}_i) = \frac{ge_3 + u_{p_i}(\sigma_{p_i})}{\|ge_3 + u_{p_i}(\sigma_{p_i})\|} \quad (4.54)$$

Para lograr el seguimiento asintótico, el controlador de guiado debe garantizar que el vector normal $n_i = R_i e_3$ rastrea asintóticamente el vector normal de control $n_{g_i}(e_i, \dot{e}_i)$.

Tomando la variable deslizante, resulta

$$\sigma_{p_i} = \dot{e}_{\xi_i} + k_p e_{\xi_i} \quad (4.55)$$

diferenciando

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{p_i} &= \ddot{e}_{\xi_i} + k_p \dot{e}_{\xi_i} \\ &= \ddot{\xi}_{d_i} + k_p \dot{\xi}_{d_i} - k_p \dot{\xi}_i - \ddot{d}_{\xi_i} - \ddot{u}_{p_i} \\ &= \rho_{p_i}(t_{d_i}, \sigma_{p_i}) - \ddot{u}_{p_i} \end{aligned} \quad (4.56)$$

Suponiendo que $|\rho_{p_i}(t_{d_i}, \sigma_{p_i})| \leq H_{p_i}$ el siguiente controlador se describe como

$$\begin{aligned} u_{p_i} &= C_{p_i} |\sigma_{p_i}|^{1/2} \text{sgn}(\sigma_{p_i}) + w_{p_i} \\ \dot{w}_{p_i} &= B_{p_i} \text{sgn}(\sigma_{p_i}) \end{aligned} \quad (4.57)$$

con C_{p_i} and B_{p_i} definidas como matrices diagonales positivas definidas cuyos elementos se definen como $c_{p_i,v} = 1.5\sqrt{H_{p_i}}$ y $b_{p_i,v} = 1.1 H_{p_i}$, donde H_{p_i} es una ganancia positiva y $v = 1, 2, 3$. $\text{sgn}(X) = (\text{sgn}(x_1), \text{sgn}(x_2), \text{sgn}(x_3))^T$ es la función de signo. Por lo tanto, el controlador y la dinámica σ_{p_i} se convierten

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{p_i} &= \rho_{p_i}(t_{d_i}, \sigma_{p_i}) - C_{p_i} |\sigma_{p_i}|^{1/2} \text{sgn}(\sigma_{p_i}) - w_{p_i} \\ \dot{w}_{p_i} &= B_{p_i} \text{sgn}(\sigma_{p_i})\end{aligned}\quad (4.58)$$

Teorema 1. *Considere la dinámica traslacional (4.69)-(4.70) y el controlador junto con la dinámica σ_{p_i} (4.58). Luego, el controlador Super Twisting garantiza una convergencia asintótica del seguimiento de salida y la convergencia de la variable deslizante en tiempo finito de manera que*

$$\xi_i \rightarrow \xi_{d_i} \quad \dot{\xi}_i \rightarrow \dot{\xi}_{d_i} \Rightarrow \sigma_{p_i} \rightarrow 0 \quad (4.59)$$

Véase el Apéndice B para más detalles sobre el análisis de estabilidad.

4.2.2.2 CONTROL DE LA DINÁMICA DE ORIENTACIÓN

Para proponer el controlador de la dinámica de orientación, la matriz de rotación deseada se define como $R_{d_i} = [f_{g_i} \quad b_{g_i} \quad n_{g_i}]$ correspondiente al marco de guiado o marco de referencia. Luego, la velocidad angular deseada en el marco de referencia se define como $\hat{\Omega}_{d_i} = R_{d_i}^T \dot{R}_{d_i}$. Basado en la operación del grupo $SO(3)$, la orientación y los errores de velocidad angular se definen como $R_{e_i} = R_i R_{d_i}^T$ y $\Omega_{e_i} = \Omega_i - \Omega_{d_i}$. Por lo tanto, la función de error en el grupo de rotación se escribe como

$$\Upsilon(R_i R_{d_i}^T) = \frac{1}{2} \text{tr}(I - R_i R_{d_i}^T) \quad (4.60)$$

donde $\Upsilon(R_i R_{d_i}^T)$ es una medida de distancia entre dos $SO(3)$ matrices R_i y R_{d_i} . Tenga en cuenta que $\Upsilon(R_i R_{d_i}^T) = 0 \Leftrightarrow R_i = R_{d_i}$. Además, la siguiente expresión resulta

$$\frac{d}{dt} \Upsilon(R_i R_{d_i}^T) = \text{Skew}(R_{d_i}^T \dot{R}_i)^{\vee} (\Omega_i - \Omega_{d_i}) \quad (4.61)$$

donde $\text{Skew}(A_i) = \frac{1}{2}(A_i - A_i^T)$ y el operador $(\cdot)^{\vee}$ es el inverso del operador $(\cdot)^{\wedge}$ (para la definición de seguimiento asintótico con múltiples agentes, véase la referencia [7]). En el

control de la orientación del UAV, $e_{R_i} = \text{Skew}(R_{d_i}^\top R_i)^\vee$ y $e_{\Omega_i} = \Omega_{e_i}$ se tienen en cuenta. Entonces, la variable deslizante se define como

$$\sigma_{a_i} = e_{\Omega_i} + k_{a_i} e_{R_i} \quad (4.62)$$

Suponiendo que existan algunas perturbaciones debido a los efectos aerodinámicos y los momentos giroscópicos $|\rho_{R_i}(t_{d_i}, \sigma_{a_i})| \leq H_{a_i}$, entonces el siguiente control está dado por

$$\begin{aligned} u_{a_i} &= C_{a_i} |\sigma_{a_i}|^{1/2} \text{sgn}(\sigma_{a_i}) + w_{a_i} \\ \dot{w}_{a_i} &= B_{a_i} \text{sgn}(\sigma_{a_i}) \end{aligned} \quad (4.63)$$

donde C_{a_i} y B_{a_i} son matrices diagonales definidas positivas cuyos elementos se definen como $c_{a_i,v} = 1.5\sqrt{H_{a_i}}$ y $b_{a_i,v} = 1.1 H_{a_i}$ donde H_{a_i} es una ganancia positiva y $v = 1, 2, 3$. Por lo tanto, el controlador y la dinámica σ_{a_i} se convierten.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{a_i} &= \rho_{R_i}(t_{d_i}, \sigma_{a_i}) - C_{a_i} |\sigma_{a_i}|^{1/2} \text{sgn}(\sigma_{a_i}) - w_{a_i} \\ \dot{w}_{a_i} &= B_{a_i} \text{sgn}(\sigma_{a_i}) \end{aligned} \quad (4.64)$$

4.2.3 PROTOCOLO GESTOR DE CONSENSUS DISTRIBUIDO

El protocolo de formación de Consensus distribuido del sistema multiagente permite que un agente tome decisiones distribuidas sobre la información local, lo que resulta en un movimiento colectivo de todos los agentes del grupo. Considerando el movimiento en el plano $X - Y$ y el ángulo de guiñada ψ de un sistema multiagente, la dinámica del agente i -ésimo puede describirse como

$$\dot{\zeta}_i = A\zeta_i + Bu_{c_i} \quad (4.65)$$

$$\varsigma_i = C\zeta_i \quad (4.66)$$

donde $\zeta_i \in \mathbb{R}^{1 \times p}$ es el vector de estado del agente i , $u_{c_i} \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ es el vector de las entradas de control correspondientes, $\varsigma_i \in \mathbb{R}^{1 \times l}$ es el vector de las salidas medidas del agente, y A , B y C son matrices constantes con dimensiones compatibles.

Definición 3. Se dice que un sistema multiagente logra el Consensus si para cada agente $i = \{1, \dots, N\}$ existe una entrada de control de retroalimentación local del estado u_{c_i} tal que el sistema de malla cerrada satisfaga

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|(\zeta_i(t) - h_i(t)) - \zeta_i(0)\| = 0 \quad (4.67)$$

para cualquier condición inicial $\zeta_i(0)$, con $i = 1, \dots, N$, donde $h_i(t) \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ representa un vector de formación $[h_{X_i}, h_{Y_i}, h_{\psi_i}]^\top$ para cada agente, asociado con una posición en el eje X , y una posición en el eje Y , y el ángulo de guiñada o rumbo ψ_i , respectivamente.

Para el sistema el sistema multiagente, se considera una función diferenciable continua por partes $h_i(t)$, y luego el siguiente protocolo de Consensus se describe como

$$u_{c_i}(t) = K\zeta_i(t) + K_g\tilde{\zeta}_i(t) + K_f \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\tilde{\zeta}_j(t) - \tilde{\zeta}_i(t)) + \dot{h}_i(t) \quad (4.68)$$

donde N_i representa el conjunto vecino del i -ésimo agente con $i = 1, 2, \dots, N$, $\zeta_i(t) = [x(t), \dot{x}(t), y(t), \dot{y}(t)]^\top$ es el vector de estado del i -ésimo vehículo aéreo, $\tilde{\zeta}_i(t) = \zeta_i(t) - h_i(t)$ define el vector de error de salida i -ésimo, $\tilde{\zeta}_j(t) = \zeta_j(t) - h_j(t)$ es el vector de error de salida vecino j -ésimo, $K_g = [k_{gp} \ k_{gd}]$ es el vector de ganancia correspondiente al término que garantiza $\zeta_i \rightarrow h_i$, mientras que $K_f = [k_{fp} \ k_{fd}]$ es el vector de ganancia correspondiente al término que garantiza que $\tilde{\zeta}_i$ and $\tilde{\zeta}_j$ alcancen el Consensus. El vector de ganancia $K = [k_p \ k_d]$ y el término de compensación $\dot{h}_i(t)$ se pueden usar para expandir el conjunto de formación de estado factible $h(t)$ [57], [12]. Es posible asignar K , K_g y $\dot{h}_i(t)$ igual a cero, de modo que el protocolo de formación use solo la información relativa de los vecinos [20], [21], [40], [41], [42]. La Figura 4.4 muestra la topología utilizada en el algoritmo de Consensus propuesto y representa un grafo dirigido fuerte y equilibrado para los N agentes.

Definición 4. Para el problema de Consensus, se propone un protocolo de control distribuido para conducir todos los estados de los agentes a los mismos valores $x_i = x_j, \forall i, j$. Este valor se conoce como un valor de Consensus [20].

Definición 5. Para el protocolo de control distribuido, se dice que es un protocolo con topología \mathcal{G} si $u_{c_i} = k_i(x_i, x_j | j \in N_i)$, es decir, cada nodo puede obtener información sobre el estado solo de sí mismo y sus vecinos cercanos pertenecientes en N_i , [20].

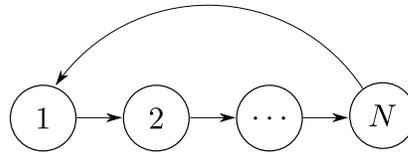


Figura 4.4: Grafo dirigido, balanceado y fuertemente conectado para N agentes.

Contrariamente a la planificación de trayectorias, el algoritmo de Consensus distribuido propuesto implica evitar colisiones, igualar la velocidad y centrar la formación del agrupamiento. De hecho, la red de comunicación entre las aeronaves de tipo cuadrirrotor utiliza un enfoque descentralizado para mantener la formación de vuelo. En la Figura 4.5, se muestra el esquema de un protocolo de coordinación simple para el sistema de multiagente propuesto. El objetivo es que el gestor de Consensus aplique algoritmos de Consensus distribuidos para que el grupo de agentes alcance a un Consensus. En este protocolo, cada vehículo aéreo ejecuta una ley de control local con el propósito de lograr un objetivo en el tiempo y en la ubicación, con base en el resultado del gestor de Consensus, [41].

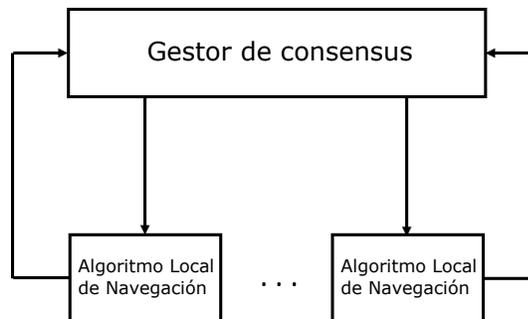


Figura 4.5: Gestor de Consensus para N agentes.

Comentario 3. *El protocolo de Consensus (4.68) permite que las N aeronaves cuadrirrotor o agentes del sistema multiagente, mantengan la formación geométrica preestablecida incluso en presencia de perturbaciones (ráfaga de viento). Este algoritmo realiza las tres reglas, como la evasión de colisiones, el acoplamiento de la velocidad y el centrado de la parvada (centrado de la posición de la formación geométrica de vuelo).*

4.3 PROTOCOLO DE FORMACIÓN CONSENSUS CON CONTROL DIFUSO SECTORIAL

El estudio del vuelo en formación para múltiples VANTs (sistema multiagente de VANTs) se ha extendido en los últimos años debido a sus aplicaciones civiles y militares. Estas aplicaciones incluyen mapeo, agricultura de precisión, monitoreo ambiental y búsqueda y rescate. En efecto, algunas aplicaciones requieren vuelos robustos donde se utilizan dos o más VANTs para ejecutar tareas grupales. Algunos trabajos de investigación han utilizado el vuelo de formación como una forma de mejorar el rendimiento de las aeronaves en sus misiones no tripuladas, obteniendo beneficios como la reducción de tiempo de la tarea, la ampliación de la cobertura en aplicaciones iterativas e incluso reducciones en la resistencia aerodinámica inducida de las aeronaves, permitiendo el máximo soporte y alcance de las aeronaves en la formación de vuelo [27], [47]. En esta sección, se aborda una estrategia basada en el Consensus difuso para el vuelo de formación de un grupo de VANTs.

En la referencia [15], los autores presentan las reglas clásicas de Reynolds basadas en un controlador lógico difuso; específicamente, con el componente de separación, que se considera una función similar a un gradiente para estabilizar la formación general con entradas de control de magnitud restringida, y para representar la componente de separación utilizan un campo vectorial repulsivo. En la referencia [53], se presenta una simulación de un modelo dinámico de segundo orden para un sistema de múltiples agentes. El comportamiento de la formación parvada o enjambre se logra combinando el algoritmo de Consensus de velocidad, basado en la teoría de control óptimo, más un controlador lógico difuso, que se construye como una función de un campo vectorial de atracción y repulsión. Todo el Consensus se logra mediante el uso de una comunicación de topología de red, con *grafos* dirigidos, para todos los agentes del enjambre. De forma similar, los autores de la referencia [10] trabajaron en un protocolo de formación de primer orden con una configuración *Líder Seguidor*. En este trabajo se aborda una conectividad

distribuida localmente del sistema de múltiples agentes, incluyendo la funcionalidad de evasión de colisiones entre agentes. La problemática de evasión de colisión se resolvió utilizando un controlador de separación de distancia de tipo difuso y un controlador de formación de tipo difuso-neuronal, con la capacidad de aprendizaje en línea, aplicando el método de gradiente descendente. Se muestran resultados de la simulación que proporcionan respuestas mejoradas en comparación con el protocolo de formación de Consensus convencional, y también con respecto a los algoritmos de evasión de colisiones basados en campos vectoriales potenciales.

En la referencia [1] se estudian protocolos de vuelo geométricos. En este trabajo, se utiliza una configuración de *Líder Seguidor* para un grupo de cuadrirrotores. Para lograr la formación deseada en el plano $X - Y$, se utiliza un controlador lógico difuso como protocolo de coordinación. El principal desarrollo de esta investigación es el ajuste en línea de los parámetros del controlador, esto mediante la aplicación de un algoritmo genético. La efectividad de la aplicación solo se presenta en simulaciones. En la referencia [4] se estudian sistemas multiagentes con modelos dinámicos no lineales. En este trabajo se utiliza una estructura de control difuso adaptable que describe el control de formación de agentes representados por modelos no lineales mediante el uso de errores de posición traslacional en una función de potencial artificial. El controlador adaptable se diseña utilizando un esquema de control difuso y el concepto de control óptimo robusto H_∞ . Los resultados de las simulaciones se utilizaron para probar el desempeño de formación. En la referencia [25] se propone un controlador de lógico difuso para el vuelo en formación de un grupo de aeronaves, el algoritmo propuesto aborda el control de la orientación y la coordinación de la navegación de un grupo de cuadrotors. El controlador de orientación se basa en la metodología difusa de inferencia Takagi-Sugeno, mientras que la coordinación de la navegación entre vehículos aéreos se realiza mediante un enfoque geométrico de cuasi-cuadrícula espacial. Se presentan simulaciones numéricas para validar el esquema teórico.

La principal contribución de este trabajo se centra en un algoritmo de Consensus difuso para el vuelo en formación de un grupo de aeronaves de tipo cuadrirrotor. Los

cuadrirrotores se modelan utilizando la formulación matemática de Newton-Euler que describe la dinámica traslacional y rotacional de una aeronave. Para la estrategia de vuelo en formación, se propone un algoritmo de *Consensus Difuso Sectorial* para el vuelo de formación de un sistema multiagente formado por un grupo de VANTs de tipo cuadrirrotor y se presenta el análisis de estabilidad para demostrar la convergencia asintótica global sobre el origen.

1. Se propone la estrategia de Consensus difuso para el sistema multiagente formado por los VANTs de tipo cuadrirrotor.
2. El análisis de estabilidad para el sistema multiagente formado por el grupo por N aeronaves cuadrirrotor, es abordado desde un punto de vista generalizado.
3. El algoritmo de control de formación propuesto, utilizando el enfoque de *Consensus con Control Difuso Sectorial*, es aplicado en un sistema multiagente formado por un grupo de aeronaves de tipo cuadrirrotor, durante la fase de implementación de experimentos en tiempo real.

4.3.1 ECUACIONES DE MOVIMIENTO PARA N -VANTs DE TIPO CUADRIRROTOR

El modelo matemático de los agentes que representan a los VANTs considera tres marcos de referencia. Un marco inercial fijo al suelo definido como $\mathcal{I}_i = \{x_{\mathcal{I}_i}, y_{\mathcal{I}_i}, z_{\mathcal{I}_i}\}$, un marco del cuerpo unido al centro de gravedad de la aeronave como $\mathcal{B}_i = \{x_{\mathcal{B}_i}, y_{\mathcal{B}_i}, z_{\mathcal{B}_i}\}$, y un marco de viento que considera las fuerzas externas, como las ráfagas de viento y otros efectos aerodinámicos de la estructura de la aeronave, $\mathcal{W}_i = \{x_{\mathcal{W}_i}, y_{\mathcal{W}_i}, z_{\mathcal{W}_i}\}$, [49]. Véase la Figura 4.6.

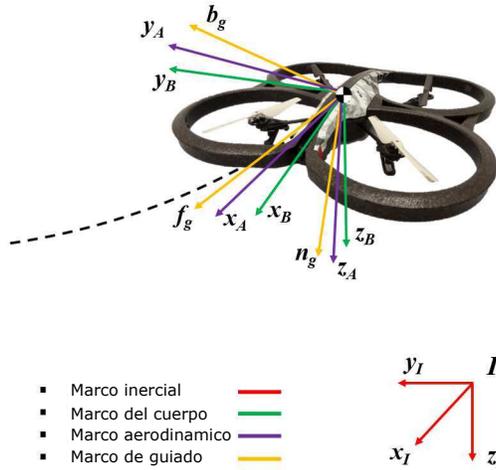


Figura 4.6: Marcos del VANT cuádrirrotor.

Para describir las ecuaciones de movimiento, se utiliza una formulación matemática de Newton-Euler, considerando $i = 1 \dots N$ agentes. El modelo se define como

$$\dot{\xi}_i = V_i \quad (4.69)$$

$$m_i \dot{V}_i = R_i(-T_{T_i}) + m_i g e_3 + D_{\xi_i} \quad (4.70)$$

$$\dot{R}_i = R_i \hat{\Omega}_i \quad (4.71)$$

$$J_i \dot{\Omega}_i = -\Omega_i \times J_i \Omega_i + \tau_{a_i} + D_{\eta_i} \quad (4.72)$$

donde $\xi_i = (x_i, y_i, z_i)^\top \in \mathbb{R}^3$ son las coordenadas de posición relativas al marco inercial y $\eta_i = (\phi_i, \theta_i, \psi_i)^\top \in \mathbb{R}^3$ describe las coordenadas de rotación para el i -ésimo VANT; esto dado por una matriz de rotación ortogonal $R_i \in SO(3) : \mathcal{B}_i \rightarrow \mathcal{I}_i$ parametrizado por los ángulos de Euler ϕ_i alabeo, θ_i cabeceo y ψ_i guiñada.

De igual forma, $\Omega_i = (p_i, q_i, r_i)^\top \in \mathbb{R}^3$ es el vector de velocidad angular en \mathcal{B}_i , $V_i = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)^\top \in \mathbb{R}^3$ es el vector de velocidad de traslación en \mathcal{I}_i , $T_{T_i} \in \mathbb{R}_{>0}$ es el empuje total y $\tau_{a_i} \in \mathbb{R}^3$ son los momentos debidos a los actuadores.

Además, los vectores de base canónica de \mathbb{R}^3 son considerados, estos están representados por e_1, e_2 , y e_3 . El termino $m_i \in \mathbb{R}$ denota la masa de del i -ésimo VANT, mientras $J_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ contiene los momentos de inercia del i -ésimo VANT. $\hat{\Omega}_i$ es la matriz antisimétrica asociada con el producto cruz (i.e. $\hat{a}b = a \times b$ para todo $a, b \in \mathbb{R}^3$).

$D_{\xi_i} = (d_{\xi_{i1}}, d_{\xi_{i2}}, d_{\xi_{i3}})^\top \in \mathbb{R}^3$ y $D_{\eta_i} = (d_{\eta_{i1}}, d_{\eta_{i2}}, d_{\eta_{i3}})^\top \in \mathbb{R}^3$ son los vectores de las perturbaciones, [23], [39], [45]. El empuje total T_{T_i} de la aeronave y los momentos τ_{a_i} aplicados en el centro de masa de la aeronave, son generados por los cuatro rotores de los N cuadrirrotores, y se describen a continuación

$$T_{T_i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T_i = \sum_{k=1}^4 f_k \end{pmatrix}, \quad \tau_{a_i} = \begin{pmatrix} \tau_{\phi_i} \\ \tau_{\theta_i} \\ \tau_{\psi_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d[(f_2 + f_4) - (f_1 + f_3)] \\ d[(f_3 + f_4) - (f_1 + f_2)] \\ Q_2 + Q_3 - Q_1 - Q_4 \end{pmatrix}$$

La variable escalar que representa el empuje total se define como $T_i = \sum_{k=1}^4 f_k$, donde $f_k = \rho_a A_{d_k} \omega_k^2 r_k^2 C_{T_k}$ es la fuerza de sustentación o la fuerza de empuje de la hélice para $k = 1, 2, 3, 4$, ρ_a es la densidad del aire, A_{d_k} denota el área del disco de la hélice, ω_k denota la velocidad angular del rotor, r_k es el radio del disco formado por la hélice del rotor, y C_{T_k} es el coeficiente del empuje, para todos los parámetros mencionados $k = 1, 2, 3, 4$. El parámetro d denota la distancia desde el centro de masa de la aeronave hasta el eje del rotor, La variable $Q_k = \rho_a A_{d_k} \omega_k^2 r_k^3 C_{Q_k}$ es el momento de aerodinámico de arrastre para los rotores con C_{Q_k} que denota el coeficiente de momento reactivo de arrastre producido por la hélice del rotor para $k = 1, 2, 3, 4$, ver [45].

$$\begin{pmatrix} T_{T_i} \\ \tau_{\phi_i} \\ \tau_{\theta_i} \\ \tau_{\psi_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \kappa_0 & \kappa_0 & \kappa_0 & \kappa_0 \\ -d\kappa_0 & d\kappa_0 & -d\kappa_0 & d\kappa_0 \\ -d\kappa_0 & -d\kappa_0 & d\kappa_0 & d\kappa_0 \\ -\kappa_1 & \kappa_1 & \kappa_1 & -\kappa_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix}$$

donde $\kappa_0 = \rho_a A_{d_k} r_k^2 C_{T_k}$ y $\kappa_1 = \rho_a A_{d_k} r_k^3 C_{Q_k}$.

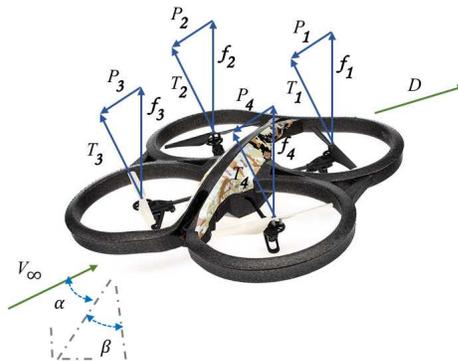


Figura 4.7: Esquema de la aeronave cuadrirrotor en el vuelo de avance.

Durante la régimen de vuelo estacionario de la aeronave, el principal propósito de los rotores es proporcionar una fuerza de sustentación vertical en oposición al peso de la aeronave cuadrirrotor; sin embargo, durante el vuelo hacia adelante o de avance, los rotores también deben proporcionar una fuerza propulsora P_k para superar la resistencia al avance del vehículo con $k = 1, 2, 3, 4$, véase la Figura 4.7. Debido al marco de referencia de la aeronave (marco del cuerpo), las fuerzas de resistencia aerodinámicas se presentan en el vuelo hacia adelante en un entorno espacial tridimensional, ver [19]. *Momento giroscópico*. El momento del giroscopio generado por la rotación de la aeronave sobre su centro su masa, y que es producido por la actuación de los cuatro rotores se describe como

$$d_{\eta_{gyro_i}} = \sum_{k=1}^4 (-1)^{k+1} I_{r_{k_i}} [\Omega_i \times e_3 \omega_{k_i}] \quad (4.73)$$

donde $I_{r_{k_i}}$ es el momento de inercia del rotor k y ω_{k_i} denota la velocidad angular del rotor k , con $k=1, 2, 3, 4$.

4.3.1.1 PERTURBACIÓN AERODINÁMICA

Fuerzas aerodinámicas. Las fuerzas aerodinámicas producidas durante el vuelo se describen como

$$D_{\xi_i} = \begin{pmatrix} d_{\xi_{1_i}} \\ d_{\xi_{2_i}} \\ d_{\xi_{3_i}} \end{pmatrix} = R_i W_i^T \begin{pmatrix} D_{a_i} \\ Y_{a_i} \\ L_{a_i} \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

con la matriz de rotación $W_i : \mathcal{B}_i \rightarrow \mathcal{A}_i$ que transforma una fuerza del marco del cuerpo al marco del viento, que se describe como

$$W_i = \begin{pmatrix} c_{\alpha_i} c_{\beta_i} & s_{\beta_i} & s_{\alpha_i} c_{\beta_i} \\ -c_{\alpha_i} s_{\beta_i} & c_{\beta_i} & -s_{\alpha_i} s_{\beta_i} \\ -s_{\alpha_i} & 0 & c_{\alpha_i} \end{pmatrix} \quad (4.75)$$

donde α_i es el ángulo de ataque y β_i son el ángulo de deslizamiento lateral de la N -ésima aeronave o agente. L_{a_i} , Y_{a_i} , y D_{a_i} son las fuerzas aerodinámicas: fuerza de sustentación, fuerza lateral y fuerza de arrastre, respectivamente, [19], [23], [45].

Momentos aerodinámicos. Los momentos aerodinámicos generados durante el vuelo de la aeronave se escriben como

$$d_{\eta_{aero_i}} = \begin{pmatrix} \mathcal{L}_i \\ \mathcal{M}_i \\ \mathcal{N}_i \end{pmatrix} \quad (4.76)$$

donde \mathcal{L}_i , \mathcal{M}_i y \mathcal{N}_i son los momentos aerodinámicos de alabeo, cabeceo y guiado respectivamente, [23], [49], [19], [26], [54]. Los momentos que actúan en el vehículo aéreo a partir de perturbaciones aerodinámicas se definen de la siguiente manera, los cuales son diferenciables en forma continua

$$D_{\eta_i} = \begin{pmatrix} d_{\eta_{1_i}} \\ d_{\eta_{2_i}} \\ d_{\eta_{3_i}} \end{pmatrix} = d_{\eta_{gyro_i}} + d_{\eta_{aero_i}} \quad (4.77)$$

4.3.1.2 GUIADO, NAVEGACIÓN Y CONTROL PARA EL i -ÉSIMO VEHÍCULO AÉREO

Para proponer un algoritmo de control y navegación de guiado para el i -ésimo vehículo aéreo como estrategia distribuida, las ecuaciones (4.32)-(4.35) se reescriben de la siguiente manera

$$\dot{\xi}_i = V_i \quad (4.78)$$

$$\dot{V}_i = u_{p_i} + d_{\xi_i} \quad (4.79)$$

$$\dot{R}_i = R_i \hat{\Omega}_i \quad (4.80)$$

$$\dot{\Omega}_i = u_{a_i} + d_{R_i} \quad (4.81)$$

con $m_i u_{p_i} = m_i g e_3 - T_i^\top (R_i e_3)$, $\tau_{a_i} = J u_{a_i}$, $d_{\xi_i} = \frac{D_{\xi_i}}{m_i}$ y $d_{R_i} = J_i^{-1} [-\Omega_i \times J_i \Omega_i + D_{\eta_i}]$. En este sentido, $u_{p_i} \in \mathbb{R}^3$ y $u_{a_i} \in \mathbb{R}^3$ son entradas de control virtual para la dinámica de posición y orientación del i -ésimo agente. Las entradas de control u_{p_i} y u_{a_i} son controladores de modos deslizantes de segundo orden para obtener el guiado y navegación para el i -ésimo vehículo aéreo del sistema de control multiagente, el procedimiento matemático

para obtener estas entradas de control del i -ésimo VANT es descrito en la sección 4.2.2, ver las referencias [48], [44], [43].

Comentario 4. *Como la rotación de las cuatro hélices en el cuadrirotor es equilibrada, el momento giroscópico (4.73) esencialmente será cero. El único caso en el que los momentos giroscópicos no serán cero, es si hay una diferencia significativa en las revoluciones por minuto (RPM) de los cuatro rotores.*

Comentario 5. *El escenario de la formación de vuelo en tiempo real, consiste en un grupo de aeronaves cuadrirotor que operan en una posición y orientación determinadas. El efecto tierra y el viento transversal lateral pueden causar cambios no deseados durante el vuelo de los vehículos aéreos. En este trabajo, las fuerzas aerodinámicas D_{ξ_i} y los momentos aerodinámicos D_{η_i} se consideran como perturbaciones que varían con el tiempo.*

4.3.2 ALGORITMO CONSENSUS DIFUSO SECTORIAL PARA LA FORMACIÓN DE VUELO

Para este trabajo, definimos una formación de vuelo, tal que un grupo de aeronaves cuadrirotor se acomodan en una posición predeterminada o deseada por medio de una geometría definida matemáticamente. Tal que la formación geométrica deseada, es preasignada en el espacio coordinado tridimensional $X - Y - Z$. De esta manera se realiza el control de seguimiento de la trayectorias de posición de las aeronaves, dentro de la formación geométrica variante con el tiempo. Mientras que la geometría de la formación de vuelo se puede especificar por los desplazamientos o movimientos deseados con respecto a un sistema de coordenadas inerciales, bajo el supuesto de que cada aeronave es capaz de detectar las posiciones y velocidades relativas de sus aeronaves vecinas, con respecto al sistema de coordenadas inerciales. Esto implica que las aeronaves necesitan saber su ubicación y velocidad en el sistema de coordenadas inerciales [35].

En cuanto a la forma geométrica que se define para el vuelo en formación, es nece-

sario asignar un desplazamiento de posición en el plano tridimensional $X - Y - Z$, para cada aeronave. Considerando una posición de referencia deseada y respetando la posición y la velocidad entre las aeronaves, para mantener el vuelo en formación geométrica deseada. Este procedimiento se menciona más adelante en capítulo 5, donde se realizaron varios vuelos en formación de *Vehículos Aéreos No Tripulados*, tanto en experimentación como en simulación.

Para describir el intercambio de información entre los agentes del MAS, se utiliza el concepto de *grafo*. Un *grafo* se denota como $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, donde $\mathcal{V} = \{v_1, \dots, v_N\}$ representa el conjunto de N nodos y \mathcal{E} representa el conjunto de aristas. Un borde se denota como $\mathcal{E}(i, j)$ y se representa gráficamente mediante una flecha con el nodo de cola i y el nodo de cabecera j con información del agente i al agente j . Un agente i se llama vecino del agente j si $(i, j) \in \mathcal{E}$ y el conjunto de vecinos del agente i se denota como $N_i = \{j \mid (i, j) \in \mathcal{E}\}$. la matriz de adyacencia o conectividad se define como $a_{ij} > 0$ if $(j, i) \in \mathcal{E}$ con pesos $a_{ij} > 0$ si $(j, i) \in \mathcal{E}$ y $a_{ij} = 0$ de lo contrario. Un grado ponderado de nodo i se define como $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} = d_i = \sum_{j=1}^N a_{ji}$ y una matriz en grado como $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_i\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$. Entonces, la matriz laplaciana se define como $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A}$. Un nodo está equilibrado si su grado de entrada es igual a su grado de salida, es decir, $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} = d_i = \sum_{j=1}^N a_{ji}$. En este trabajo, los *grafos* se consideran invariantes con el tiempo; significa que \mathcal{A} está formado por términos constantes, [20], [21], [41], [42].

El protocolo de formación de Consensus distribuido para sistema de múltiples agentes permite que un agente tome decisiones distribuidas sobre la información local, lo que resulta en un movimiento colectivo de todos los agentes del grupo.

Definición 6. *Para lograr un Consensus, un sistema lineal se define de la siguiente manera*

$$\dot{\lambda} = A\lambda + Bu_\zeta \quad (4.82)$$

$$\zeta = C\lambda \quad (4.83)$$

donde $\lambda = [x_i, y_i, z_i, \phi_i, \theta_i, \psi_i]^\top \in \mathbb{R}^{2DN \times 1}$ es el vector de variables de estado de posición y velocidad de la aeronave $i = 1, \dots, N$, $u_\zeta \in \mathbb{R}^{DN \times 1}$ es el vector de entrada de control

correspondiente, $\zeta \in \mathbb{R}^{DN \times 1}$ es el vector de salida del agente i y $A \in \mathbb{R}^{2DN \times 2DN}$, $B \in \mathbb{R}^{2DN \times DN}$ y $C \in \mathbb{R}^{DN \times 2ND}$ son matrices constantes con dimensiones compatibles. Los parámetros D y N en la dimensión del sistema son los grados de libertad del agente i para realizar el Consensus y el número de agentes, respectivamente.

Definición 7. Se dice que un sistema de múltiples agentes logra el Consensus si para cada agente $i = \{1, \dots, N\}$ existe una entrada de control con realimentación de estado local u_ζ tal que el sistema en lazo cerrado satisfice

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta_i(t) - \zeta_j(t)\| = \|\zeta_{d_i}(t) - \zeta_{d_j}(t)\| \quad (4.84)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\zeta}_i(t) - \dot{\zeta}_j(t)\| = \|\dot{\zeta}_{d_i}(t) - \dot{\zeta}_{d_j}(t)\| = 0 \quad (4.85)$$

y agregando el control de seguimiento de trayectoria de la aeronave, entonces también deben cumplirse las siguientes condiciones

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta_i(t) - \zeta_{d_i}(t)\| = 0 \quad (4.86)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\zeta}_i(t) - \dot{\zeta}_{d_i}(t)\| = 0 \quad (4.87)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta_j(t) - \zeta_{d_j}(t)\| = 0 \quad (4.88)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\zeta}_j(t) - \dot{\zeta}_{d_j}(t)\| = 0 \quad (4.89)$$

para cualquier condición inicial $\lambda(0)$, con $i = 1, \dots, N$.

Donde $\zeta = [\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_{DN}]^T \in \mathbb{R}^{DN \times 1}$ representa el vector de posición de la formación, y $\zeta_d = [\zeta_{d_1}, \zeta_{d_2}, \zeta_{d_3}, \dots, \zeta_{d_{DN}}]^T \in \mathbb{R}^{DN \times 1}$ representa el vector de posición deseado de la formación, y donde $\dot{\zeta} = [\dot{\zeta}_1, \dot{\zeta}_2, \dot{\zeta}_3, \dots, \dot{\zeta}_{DN}]^T \in \mathbb{R}^{DN \times 1}$ representa el vector de velocidad de la formación, y $\dot{\zeta}_d = [\dot{\zeta}_{d_1}, \dot{\zeta}_{d_2}, \dot{\zeta}_{d_3}, \dots, \dot{\zeta}_{d_{DN}}]^T \in \mathbb{R}^{DN \times 1}$ representa el vector de velocidad deseado de la formación. Para el vuelo de la formación de Consensus, y para el control de seguimiento de las trayectorias de las aeronaves, se debe cumplir que $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\zeta}_i(t) = \dot{\zeta}_j(t)$, as well as $\dot{\zeta}_{d_i}(t) = \dot{\zeta}_{d_j}(t)$.

4.3.2.1 CONTROLADOR DE FORMACIÓN DIFUSO SECTORIAL

Para el controlador de formación de lógica difusa, $\chi(t) = [\tilde{e}_{\zeta_i}(t) \ \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}(t)]^T$ se considera y representa el vector de error de la posición y la velocidad respectivamente y $\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}(t), \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}(t))$ representa el *Protocolo de Consensus con Teoría de Control Lógico Difuso* que es una parte medular del controlador de vuelo de formación. La ley de control de entrada, definida como un protocolo de Consensus del sistema multiagente, se propone como

$$u_{\zeta_i}(t) = -K_g \chi(t) - \Phi\left(\tilde{e}_{\zeta_i}(t), \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}(t)\right) \quad (4.90)$$

donde

$$K_g = \begin{bmatrix} k_{gp} & 0 \\ 0 & k_{gd} \end{bmatrix}$$

donde K_g es una matriz definida positiva con dimensiones compatibles. Si para todo $i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta_i(t) - \zeta_j(t)\| = \|\zeta_{d_i}(t) - \zeta_{d_j}(t)\|$, y $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\zeta}_i(t) - \dot{\zeta}_j(t)\| = \|\dot{\zeta}_{d_i}(t) - \dot{\zeta}_{d_j}(t)\|$, entonces para el sistema multiagente (4.82) se dice que logra el régimen de Consensus global para las variables de estado definidas como salidas. Además, Si para todo $i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta_i(t) - \zeta_{d_i}(t)\| = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\zeta}_i(t) - \dot{\zeta}_{d_i}(t)\| = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta_j(t) - \zeta_{d_j}(t)\| = 0$ y $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\zeta}_j(t) - \dot{\zeta}_{d_j}(t)\| = 0$, entonces para el sistema multiagente (4.82) se dice que logra el control de seguimiento de trayectorias para las variables de estado definidas como salidas. En consecuencia, las variables de error de Consensus son descritas como

$$\tilde{e}_{\zeta_i}(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \left(e_{\zeta_i}(t) - e_{\zeta_j}(t) \right) \quad (4.91)$$

$$\dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \left(\dot{e}_{\zeta_i}(t) - \dot{e}_{\zeta_j}(t) \right) \quad (4.92)$$

definiendo los errores de posición de los agentes i y j respectivamente,

$$e_{\zeta_i}(t) = \zeta_{d_i}(t) - \zeta_i(t) \quad (4.93)$$

$$e_{\zeta_j}(t) = \zeta_{d_j}(t) - \zeta_j(t) \quad (4.94)$$

y definiendo los errores de velocidad de las agentes i y j respectivamente,

$$\dot{e}_{\zeta_i}(t) = \dot{\zeta}_{d_i}(t) - \dot{\zeta}_i(t) \quad (4.95)$$

$$\dot{e}_{\zeta_j}(t) = \dot{\zeta}_{d_j}(t) - \dot{\zeta}_j(t) \quad (4.96)$$

donde N_i representa el conjunto vecino del agente i with $i = 1, 2, \dots, N$. El vector, $\zeta_i(t) = [x_i, y_i, z_i, \phi_i, \theta_i, \psi_i]^T$ es la posición del i -ésimo vehículo, y el vector $\dot{\zeta}_i(t) = [\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i, \dot{\phi}_i, \dot{\theta}_i, \dot{\psi}_i]^T$ es la velocidad del i -ésimo vehículo, $\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}(t), \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}(t))$ es el vector de la función que corresponde al término del *Controlador Lógico Difuso Sectorial de Consensus* que garantiza que los errores de posición e_{ζ_i} , e_{ζ_j} y que los errores de velocidad \dot{e}_{ζ_i} , \dot{e}_{ζ_j} , todos alcanzan el Consensus para mantener el vuelo en formación.

Para resumir todo el esquema de coordinación, en la Figura 4.8 se presenta un diagrama de bloques, donde el protocolo de Consensus se denomina como *Gestor de Consensus Difuso Sectorial*.

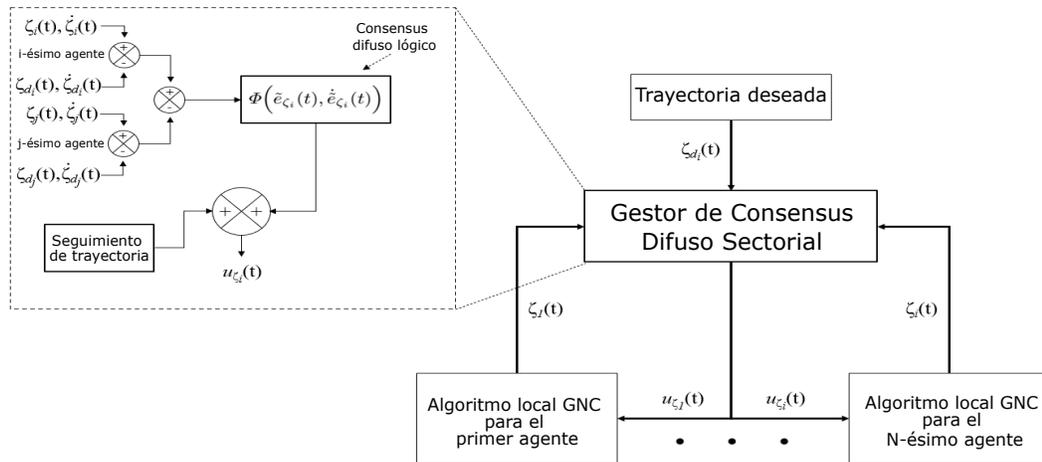


Figura 4.8: Diagrama de bloques. El protocolo de Consensus se representa como un *Gestor de Consensus Difuso Sectorial*.

Cada aeronave cuadrirrotor se basa en un enfoque de guiado, navegación y control en $SE(3)$ (grupo euclidiano especial) y el sistema NED como un algoritmo local. Luego, se usa un controlador en modo deslizante (SMC de las siglas en inglés “*Sliding Mode*”) para mantener el vuelo en formación.

Controller”) para cada aeronave cuadrirrotor considerando el modelo matemático completo. En este sentido, el bloque Trayectoria de seguimiento está conectado directamente al bloque *Gestor de Consensus Difuso Sectorial* que ejecuta el algoritmo de Consensus de las N aeronaves cuadrirrotor, véase la Figura 4.8. Así, el *Gestor de Consensus Difuso Sectorial* opera como un protocolo distribuido que se utiliza para realizar el vuelo en formación para el sistema multiagente de aeronaves cuadrirrotor, donde cada agente o aeronave puede tomar decisiones distribuidas sobre la información local, resultando en un movimiento colectivo de todos los agentes o aeronaves del grupo. El algoritmo de control difuso propuesto garantiza el Consensus del sistema multiagente para que los estados asignados como salidas de todos los sistemas alcancen el mismo valor.

Teorema 2. *Considerado los sistemas lineales, (4.82)-(4.83), y el protocolo de Consensus (4.90) como un sistema de malla cerrada. Entonces, el protocolo de Consensus garantiza una convergencia asintótica de los errores de Consensus de posición $\tilde{e}_{\zeta_i}(t)$ y $\tilde{e}_{\zeta_j}(t)$, y también garantiza una convergencia asintótica de los errores de Consensus de velocidad $\dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}(t)$, $\dot{\tilde{e}}_{\zeta_j}(t)$, y asegura que se alcance el Consensus del sistema multiagente en malla cerrada, tal que $\zeta(t) \rightarrow \zeta_d(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$, y $\dot{\zeta}(t) \rightarrow \dot{\zeta}_d(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$.*

4.3.2.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

El análisis de estabilidad se describe como una forma generalizada para un sistema de múltiples aeronaves de tipo cuadrirrotor. Este análisis se basa en [46] y en nuestro caso para aeronaves de tipo cuadrirrotor. Para el desarrollo del análisis de estabilidad, se definen las siguientes propiedades, como sigue:

- Propiedad 1. $\Phi(0, 0) = 0$
- Propiedad 2. $\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}) = -\Phi(-\tilde{e}_{\zeta_i}, -\dot{\tilde{e}}_{\zeta_i})$
- Propiedad 3. Entonces existe $\epsilon, \gamma > 0$ tal que

$$0 < \tilde{e}_{\zeta_i} [\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}) - \Phi(0, \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i})] \leq \epsilon \tilde{e}_{\zeta_i}^2 \quad \forall \tilde{e}_{\zeta_i} \neq 0$$

$$0 < \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i} [\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}) - \Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, 0)] \leq \gamma \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}^2$$

- Propiedad 4. $\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, 0) = 0 \Rightarrow \tilde{e}_{\zeta_i} = 0$
- Propiedad 5. $|\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i})| \leq \delta = \max_{l_1, l_2} \bar{y}^{l_1, l_2}$
- Propiedad 6. $\bar{y}^{k, 0} \leq |\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i})| \leq \bar{y}^{k+1, 0}$

donde \bar{y}^{l_1, l_2} , $\bar{y}^{k, 0}$ y $\bar{y}^{k+1, 0}$ representa el centro de las funciones de pertenencia de salida correspondientes definidas más adelante. Para efectos del análisis de estabilidad, las ecuaciones (4.82)-(4.83) y el protocolo de Consensus (4.90) se reescribe como un sistema de lazo cerrado en términos de los errores de posición y velocidad, $\tilde{e}_{\zeta_i} = \tilde{e}_{\zeta_{i1}}$ y $\dot{\tilde{e}}_{\zeta_i} = \dot{\tilde{e}}_{\zeta_{i2}}$. Resultando

$$\dot{\tilde{e}}_{\zeta_{i1}} = \tilde{e}_{\zeta_{i2}} \quad (4.97)$$

$$\dot{\tilde{e}}_{\zeta_{i2}} = -K_g \tilde{e}_{\zeta_{i1}} - \Phi(\tilde{e}_{\zeta_{i1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i2}}) \quad (4.98)$$

Para desarrollar el análisis de estabilidad, la siguiente función candidata de Lyapunov se propone como

$$\begin{aligned} V(\tilde{e}_{\zeta_{i1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i2}}) &= \frac{1}{2} \tilde{e}_{\zeta_{i2}}^\top \tilde{e}_{\zeta_{i2}} + \frac{K_g}{2} \tilde{e}_{\zeta_{i1}}^\top \tilde{e}_{\zeta_{i1}} \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \int_0^{\tilde{e}_{\zeta_{i1}}} \Phi(\sigma, 0) d\sigma \end{aligned} \quad (4.99)$$

El primer término de $V(\tilde{e}_{\zeta_{i1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i2}})$ es una función definida positiva con respecto a $\tilde{e}_{\zeta_{i2}}$. El segundo término es una función positiva con respecto a $\tilde{e}_{\zeta_{i1}}$ y teniendo en cuenta $\lambda_{\min}(K_g) > 0$. El cuarto término, considerando las propiedades 1 y 3 de $\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i})$, resulta que $0 < \tilde{e}_{\zeta_i} \Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, 0) \leq \epsilon \tilde{e}_{\zeta_i}^2$ para todo $\forall \tilde{e}_{\zeta_i} \neq 0$. Esto significa que $\Phi(\tilde{e}_{\zeta_i}, 0)$ pertenece al sector $(0, \epsilon]$ y por lo tanto $\int_0^{\tilde{e}_{\zeta_{i1}}} \Phi(\sigma, 0) d\sigma > 0 \quad \forall \tilde{e}_{\zeta_i} \neq 0$ and $\int_0^{\tilde{e}_{\zeta_{i1}}} \Phi(\sigma, 0) d\sigma \rightarrow \infty$ as $\tilde{e}_{\zeta_i} \rightarrow \infty$, de modo que, $V(\tilde{e}_{\zeta_{i1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i2}})$ es una función globalmente positiva definida y radialmente desacoplada; así $V(\tilde{e}_{\zeta_{i1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i2}})$ califica como una función candidata de Lyapunov, para más detalles ver, [8] [46]. La derivada temporal de la función candidata de Lyapunov es

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{e}_{\zeta_{i1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i2}}) &= \tilde{e}_{\zeta_{i2}}^\top \dot{\tilde{e}}_{\zeta_{i2}} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \tilde{e}_{\zeta_{i1}}} \left[\int_0^{\tilde{e}_{\zeta_{i1}}} \Phi(\sigma, 0) d\sigma \right] \tilde{e}_{\zeta_{i2}} \\ &= \tilde{e}_{\zeta_{i2}}^\top \dot{\tilde{e}}_{\zeta_{i2}} + \tilde{e}_{\zeta_{i2}}^\top \Phi(\tilde{e}_{\zeta_{i1}}, 0) \end{aligned} \quad (4.100)$$

donde se usa la regla de Leibniz para la diferenciación de integrales. Mediante el uso de (4.97)-(4.98), la derivada en el tiempo de la función candidata de Lyapunov a lo largo de las trayectorias del sistema de lazo cerrado producen

$$\dot{V}(\tilde{e}_{\zeta_{i_1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i_2}}) = -\tilde{e}_{\zeta_{i_2}}^T [\Phi(\tilde{e}_{\zeta_{i_1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i_2}}) - \Phi(\tilde{e}_{\zeta_{i_1}}, 0)] \quad (4.101)$$

Teniendo en cuenta que $\Phi(\tilde{e}_{\zeta_{i_1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i_2}})$ es una no linealidad desacoplada y usando la propiedad 3, La función $\dot{V}(\tilde{e}_{\zeta_{i_1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i_2}})$ es una función semidefinida negativa globalmente. Así, la estabilidad del sistema de lazo cerrado se obtiene invocando el método directo de Lyapunov.

Para demostrar la estabilidad asintótica global, se aplica el teorema de Krasovskii-LaSalle. Entonces, resulta

$$\begin{aligned} \Omega &= \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{e}_{\zeta_{i_1}} \\ \tilde{e}_{\zeta_{i_2}} \end{bmatrix} : \dot{V}(\tilde{e}_{\zeta_{i_1}}, \tilde{e}_{\zeta_{i_2}}) = 0 \right\} \\ &= \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{e}_{\zeta_{i_1}} \\ \tilde{e}_{\zeta_{i_2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{e}_{\zeta_{i_1}} \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2DN} \right\} \end{aligned} \quad (4.102)$$

Por lo tanto, el sistema de lazo cerrado es asintóticamente estable de forma global con respecto al origen.

4.3.2.3 BASE DE REGLAS Y MECANISMO DE INFERENCIA

El conjunto de funciones de pertenencia asociadas con cada una de las variables de entrada $A_1^{l_1}(\chi_1)$, $A_2^{l_2}(\chi_2)$, se definirá como

$$\begin{aligned} A_1(\chi_1) &= \{A_1^{l_1}(\chi_1), \dots, \} \text{ para} \\ l_1 &= \left\{ -\frac{M_1-1}{2}, -\frac{M_1-1}{2} + 1, \dots, -1, 0, +1, \dots, \frac{M_1-1}{2} - 1, \frac{M_1-1}{2} \right\} \end{aligned} \quad (4.103)$$

$$\begin{aligned}
A_2(\chi_2) &= \{A_2^{l_1}(\chi_1), \dots, \} \text{ para} \\
l_2 &= \left\{ -\frac{M_2-1}{2}, -\frac{M_1-1}{2} + 1, \dots, -1, 0, +1, \dots, \frac{M_2-1}{2} - 1, \frac{M_2-1}{2} \right\}
\end{aligned} \tag{4.104}$$

donde $M_1 \geq 0$ y $M_2 \geq 0$ son constantes impares que representan el número de funciones de pertenencia escalar asociadas con cada variable de entrada, formando así una partición difusa de las variables de entrada, que en este caso satisfacen las propiedades mencionadas en [8], que se expresan a continuación:

- Para todo $\chi_r \in U_r \subset \mathbb{R}$, la suma de todas las funciones de pertenencia asociadas con cada variable de entrada $\chi_1(t) = \tilde{e}_{\zeta_i}(t)$ y $\chi_2(t) = \dot{\tilde{e}}_{\zeta_i}(t)$ debe tener un valor unitario (condición de ortogonalidad), es decir

$$\sum_{l_r = -\frac{M_1-1}{2}}^{\frac{M_1-1}{2}} A_r^{l_r}(\chi_r) = 1 \text{ para } r = 1, 2. \tag{4.105}$$

- Para cada $k_r \in \left\{ -\frac{M_r-1}{2}, -\frac{M_r-1}{2} + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{M_1-1}{2} - 1, \frac{M_1-1}{2} \right\}$ y $r = 1, 2$, las funciones de pertenencia

$$A_r^{k_r}(\chi_r) \text{ y } A_r^{k_r+1}(\chi_r) \tag{4.106}$$

son adyacentes.

- para todo $\chi_r \in U_r \subset \mathbb{R}$, existe $k_r \in \left\{ -\frac{M_1-1}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{M_1-1}{2} - 1 \right\}$ tal que

$$\sum_{l_1 = -\frac{M_1-1}{2}}^{\frac{M_1-1}{2}} A_r^{l_1}(\chi_r) - \sum_{l_r = k_r}^{k_r+1} A_r^{l_r}(\chi_r) = 0 \text{ para } r = 1, 2. \tag{4.107}$$

Esto significa que, para cualquier valor posible de $\chi_r \in U_i \subset \mathbb{R}$, como máximo, solo dos funciones de pertenencia producen valores (grado de pertenencia) estrictamente diferentes de cero.

- Las funciones de pertenencia de entrada $A_1^{l_1}(\chi_1)$ y $A_2^{l_2}(\chi_2)$ son simétricas con respecto al origen, de modo que

$$A_r^{l_r}(\chi_r) = A_r^{-l_r}(-\chi_r) \quad (4.108)$$

para todo $\chi_r \in U_r$, con $r = 1, 2$.

En las Figuras 4.9 y 4.10 ilustran las funciones de pertenencia de entrada utilizadas para el protocolo de formación de Consensus.

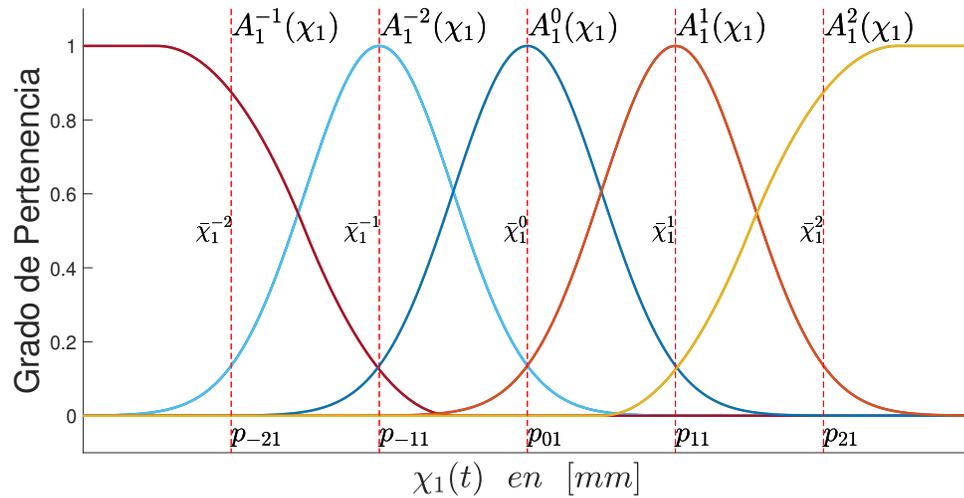


Figura 4.9: Función de pertenencia de entrada de la posición de Consensus.

El conjunto de parámetros $\bar{\chi}_r^{l_r}$ y p_{A_r} , donde $p_{A_r} = \{p_{-2r}, p_{-1r}, p_{0r}, p_{1r}, p_{2r}\}$ and $\bar{\chi}_i = \{\bar{\chi}_r^{-2}, \bar{\chi}_r^{-1}, \bar{\chi}_r^0, \bar{\chi}_r^1, \bar{\chi}_r^2\}$ con $p_{A_r} = \bar{\chi}_r$ describen cada función de pertenencia de entrada, asociada con χ_1 y χ_2 .

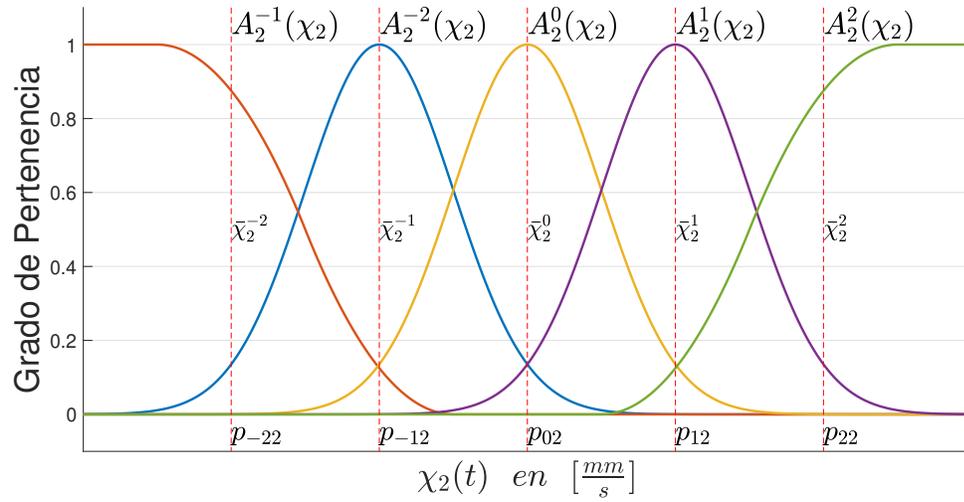


Figura 4.10: Función de pertenencia de entrada de la velocidad de Consensus.

La función de pertenencia asociada con la variable de salida $v(t)$ está definida por $B^l(v)$ para $v(t) \in V \subset \mathbb{R}$, con $V \subset \mathbb{R}$ como el universo de soporte con la variable de salida, y con $l = -\frac{J-1}{2}, \dots, \frac{J-1}{2}$, donde J es el número de funciones escalares de la función de pertenencia de salida. En este caso definimos la función $B^l(v)$ de forma sigmoideal como se muestra en la Figura 4.11, con $p_B = \{\bar{v}^l\}$ como el conjunto de sus centros.

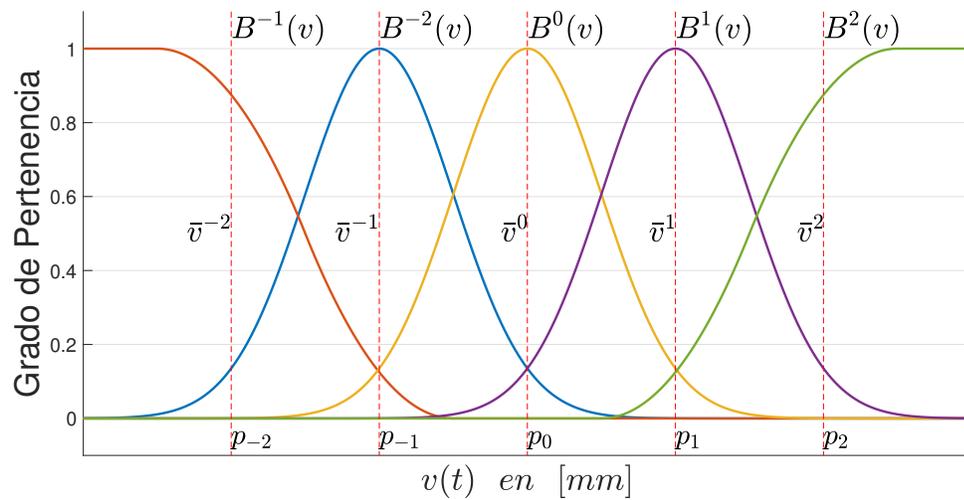


Figura 4.11: Función de pertenencia de salida del controlador difuso de consensus

Los parámetros de $p_B = \{\bar{v}^{-2}, \bar{v}^{-1}, \bar{v}^0, \bar{v}^1, \bar{v}^2\}$, describen la función de pertenencia de salida, asociada con la variable de salida del controlador difuso de consensus denotada por $v(t)$, véase la Figura 4.11

La base de reglas para el protocolo de consensus con las variables de entrada χ_1 and χ_2 y la variable de salida $v(t)$, contempla $M = M_1 M_2$ posibles combinaciones de la entrada de funciones de pertenencia; tal que $\text{Regla}(l_1, l_2) :$

$$\text{IF } \chi_1 \in A_1^{l_1} \text{ AND } \chi_2 \in A_2^{l_2} \text{ THEN } v \in B^{l_1 l_2}$$

donde $[\chi_1 \ \chi_2]^T = \chi \in U_1 \times U_2 \subset \mathbb{R}^2$, $v \in V \subset \mathbb{R}$, y $A_r^{l_r}(\chi) \in A_r$, definido en (A.7) y (4.104), con $r = 1, 2$. Cada función de pertenencia $B^{l_1 l_2}(v)$ está asociada con la i -ésima una función de pertenencia $B^l(v)$; esto es

$$B^{l_1 l_2}(v) \in \left\{ B^{-\frac{J-1}{2}}(v), \dots, B^{\frac{J-1}{2}}(v) \right\}$$

En nuestro caso, en la tabla 4.1, las funciones de pertenencia de entrada describen $A_k^{-2}=\text{NB}$ (Negativo Grande), $A_k^{-1}=\text{NS}$ (Negativo Pequeño), $A_k^0=\text{ZO}$ (aproximadamente cero), $A_k^1=\text{PS}$ (Positivo Pequeño), $A_k^2=\text{PB}$ (Positivo Grande), con $k = 1, 2$. Por lo tanto, para $k = 1$ tenemos $M_1 = 5$ funciones de pertenencia de entrada para el error de Consensus de posición, y para $k = 2$ tenemos $M_2 = 5$ funciones de pertenencia de entrada para el error de Consensus de velocidad. Además, en la Tabla 4.1 las funciones de pertenencia de salida describen $B^{-2}=\text{NB}$ (Negativo Grande), $B^{-1}=\text{NS}$ (Negativo Pequeño), $B^0=\text{ZO}$ (aproximadamente cero), $B^1=\text{PS}$ (Positivo Pequeño), $B^2=\text{PB}$ (Positivo Grande), así que tenemos $J = 5$ funciones de pertenencia de salida para el *Controlador de Consensus Difuso Sectorial*. Entonces, podemos argumentar que $M_1 = M_2 = J = 5$, de tal manera que el número de reglas totales para el algoritmo de inferencia difuso se obtiene como $M = M_1 M_2 = 25$. La base de reglas IF-THEN se define a partir de la base de reglas difusas que se muestran en la Tabla 4.1. El mecanismo de inferencia utiliza la base de reglas difusas y define la operación que se utilizará para calcular la función implicada o consecuente, en nuestro caso hemos utilizado el proceso de inferencia mínima, denominado inferencia de Mamdani ([24], [52]). Si la función de pertenencia del fusificador es singleton, la función de

Tabla 4.1: Sintonización de las Reglas Difusas.

$\chi_1 \backslash \chi_2$	A_1^{-2}, NB	A_1^{-1}, NS	A_1^0, ZO	A_1^1, PS	A_1^2, PB
A_2^{-2}, NB	B^{-2}, NB	B^{-2}, NB	B^{-2}, NB	B^{-1}, NS	B^0, ZO
A_2^{-1}, NS	B^{-2}, NB	B^{-2}, NB	B^{-1}, NS	B^0, ZO	B^1, PS
A_2^0, ZO	B^{-2}, NB	B^{-1}, NS	B^0, ZO	B^1, PS	B^2, PB
A_2^1, PS	B^{-1}, NS	B^0, ZO	B^1, PS	B^2, PB	B^2, PB
A_2^2, PB	B^0, ZO	B^1, PS	B^2, PB	B^2, PB	B^2, PB

pertenencia involucrada se expresa como:

$$B'_{l_1 l_2}([\chi \ v]^T) = \min(\omega_{l_1 l_2}, B^{l_1 l_2}(v)) \quad (4.109)$$

donde $\omega_{l_1 l_2} = \min(A_1^{l_1}(\chi_1), A_2^{l_2}(\chi_2))$. Este mecanismo de inferencia también se denomina método de recorte [52].

El mecanismo de inferencia produce $M = M_1 M_2$ funciones de pertenencia definidas por $B'_{l_1 l_2}([\chi \ v]^T)$, que deben combinarse para obtener el conjunto implicado definido por $B'([\chi \ v]^T)$, como se expresa en (4.110), considerando la definición de la norma máxima representado por el operador de unión $\dot{+}$ [46].

$$B'([\chi \ v]^T) = B'_{\frac{-(M_1-1)}{2} \frac{-(M_2-1)}{2}}([\chi \ v]^T) \dot{+} \dots \dot{+} B'_{\frac{M_1-1}{2} \frac{M_2-1}{2}}([\chi \ v]^T) \quad (4.110)$$

4.3.2.4 MODULO DE DESFUSIFICACIÓN

El proceso de defusificación es el paso donde la función de pertenencia $B'([\chi \ v]^T)$ calculada en el mecanismo de inferencia, se utiliza para obtener el valor de la variable $v \in \mathbb{R}$

Para calcular la variable de salida del protocolo difuso de consensus, se utiliza el método de defusificación de centro promedio, calculado mediante la media aritmética ponderada del conjunto implicado, como se expresa en las ecuaciones (4.111) y (4.112).

$$\Phi(\chi) = \frac{\sum_{l_1=-\frac{M_1-1}{2}}^{\frac{M_1-1}{2}} \sum_{l_2=-\frac{M_2-1}{2}}^{\frac{M_2-1}{2}} \bar{v}^{l_1 l_2} \left[\bigcap_{i=1}^2 A_r^{l_r}(\chi_r) \right]}{\sum_{l_1=-\frac{M_1-1}{2}}^{\frac{M_1-1}{2}} \sum_{l_2=-\frac{M_2-1}{2}}^{\frac{M_2-1}{2}} \left[\bigcap_{r=1}^2 A_r^{l_r}(\chi_r) \right]} \quad (4.111)$$

$$v = \Phi(\chi) \quad (4.112)$$

donde \bigcap denota el operador de intersección que hemos elegido en este trabajo para representar el operador mínimo.

CAPÍTULO 5

PLATAFORMA Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo se presenta la plataforma experimental utilizada para la validación e implementación en tiempo real de los algoritmos para el control de formación de vuelo. Para realizar esto se utilizaron principalmente tres componentes, el VANT que serviría como agente, un sistema para la obtención de sus estados, y una interfaz de comando y telemetría. Para lo anterior se utilizó un cuadricóptero fabricado por la compañía francesa Parrot[®] y específicamente el modelo AR.Drone 2.0. Por otra parte, para la medición de las variables de estado, fue utilizado un sistema de visión para la captura de movimiento VICON. Además, como interfaz entre estos elementos, se diseñó un programa de interfaz para la estación tierra, utilizando la plataforma de desarrollo LabVIEW de la compañía National Instruments. Estos componentes, junto con los distintos dispositivos necesarios y que forman parte de la arquitectura de este entorno de trabajo son descritos a continuación.

5.1 CUADRICÓPTERO PARROT[®] AR.DRONE 2.0

El AR.Drone 2.0 es un cuadricóptero comercial cuya arquitectura física corresponde a la de un cuadricóptero en configuración tipo X. El uso principal de este vehículo es meramente recreativo; sin embargo, dada su construcción resistente y duradera, así como como las

distintas ventajas en su maniobrabilidad, lo hacen una excelente herramienta para fines de investigación. Entre algunas de las características destacadas del vehículo se tienen [37]

- Comunicación a través de protocolos Wi-Fi 802.11b/g/n con hasta 50 metros de alcance.
- Transmisión de video en vivo con 720 pixeles de resolución a 30 marcos de imagen por segundo.
- Sensor de altitud compuesto por un sensor ultrasónico y un sensor barométrico.
- Unidad de medición inercial (*IMU* de las siglas en inglés “*Inertial Measurement Unit*”) o central inercial compuesta de un giroscopio, un acelerómetro y un magnetómetro, todos los sensores cuentan con 3 ejes.
- Construcción ligera en nylon y fibra de carbono, así como cubiertas de material de poliestireno
- Dos cubiertas aerodinámicas intercambiables, una para interiores y otra para exteriores que reducen los efectos aerodinámicos sobre el cuadirrotor.

En la Figura 5.1 se observa un modelo 3D el cuadirrotor Parrot[®] AR.Drone 2.0, el cual fue utilizado durante el desarrollo de este trabajo, el modelo se muestra utilizando la cubierta para interiores.

5.2 SISTEMA DE VISIÓN PARA LA CAPTURA DE MOVIMIENTO

Para realizar la lectura de las variables de estado de los VANTs de tipo cuadirrotor se utiliza el sistema de visión para la captura de movimiento fabricado por la empresa VICON. Este sistema consiste en 16 cámaras $T - 40$ las cuales se encargan de capturar los

datos de movimiento para la posición y la orientación de cada VANT, y enviarlos a una computadora central por medio de los conmutadores Gigabit Ethernet (MX GIAGANET).

5.3 HARDWARE

El sistema utilizado para la realización de este trabajo consiste en 16 cámaras $T - 40$, véase la Figura 5.2. Estas cámaras pueden capturar marcadores reflejantes con forma de esfera, incrustados en el protector del cuadrirrotor AR.Drone 2.0 (véase la Figura 5.1). Las velocidades de captura pueden ser de hasta 370 (fps.-“frames per second”) marcos de imagen por segundo.



Figura 5.1: Esferas reflejantes ancladas en el Cuadrirrotor Parrot[®] AR.Drone 2.0.

Dadas las capacidades de estas cámaras (en la Tabla 5.1 se muestran las especificaciones ampliadas) es posible realizar una adquisición de los estados de posición traslacional y rotacional con tal precisión que se puede estimar la velocidad y aceleración traslacional y rotacional con gran exactitud, para utilizar estos datos en la implementación y validación de pruebas de los algoritmos de navegación y guiado de mini-aeronaves.

Para enviar estos datos a una computadora central que haga el post-procesamiento de la



Figura 5.2: Cámara VICON® *T* – 40.

Tabla 5.1: Especificaciones técnicas de las cámaras T-40.

Máxima velocidad de captura a máxima resolución	370 fps
Resolución del sensor óptico	2352 x 1728 (4 MP)
Tipo de sensor	CMOS
Exactitud en movimientos traslacionales	hasta 0.1 mm
Exactitud en movimientos rotacionales	hasta 0.1 grados

información se necesita un conmutador Gigabit ethernet o MX GIGANET, véase la Figura 5.3. Este conmutador distribuye los datos de hasta un máximo de 10 cámaras y además, si se requiere un número mayor, es posible interconectar varios con arreglos (maestro-esclavo) y de esta manera distribuir el flujo de datos de todos los conmutadores dirigiéndolos hacia la computadora central.



Figura 5.3: Conmutador ethernet modelo MX GIGANET.

5.4 SOFTWARE DE ADQUISICIÓN DE DATOS

El software VICON Tracker procesa la información capturada a través de los conmutadores GIGANET, ver Figura 5.4. Este software permite tener el control de todas las cámaras del sistema así como de los parámetros de operación que es posible modificar, tales como:

- Intensidad de los estrobos.
- Modo de escala de grises.
- Frecuencia de refresco de imagen.
- Cantidad de cuadros enviados al buffer de comunicación.

Por otra parte, el programa Tracker tiene una interfaz gráfica de usuario amigable en la cual es posible visualizar en tiempo real los datos capturados por el sistema VICON, desde una visualización tridimensional del entorno capturado y los objetos seguidos (véase la Figura 5.4), hasta los datos individuales de cada cámara o de los marcadores que estén en el entorno de alcance de visibilidad para el sistema VICON.

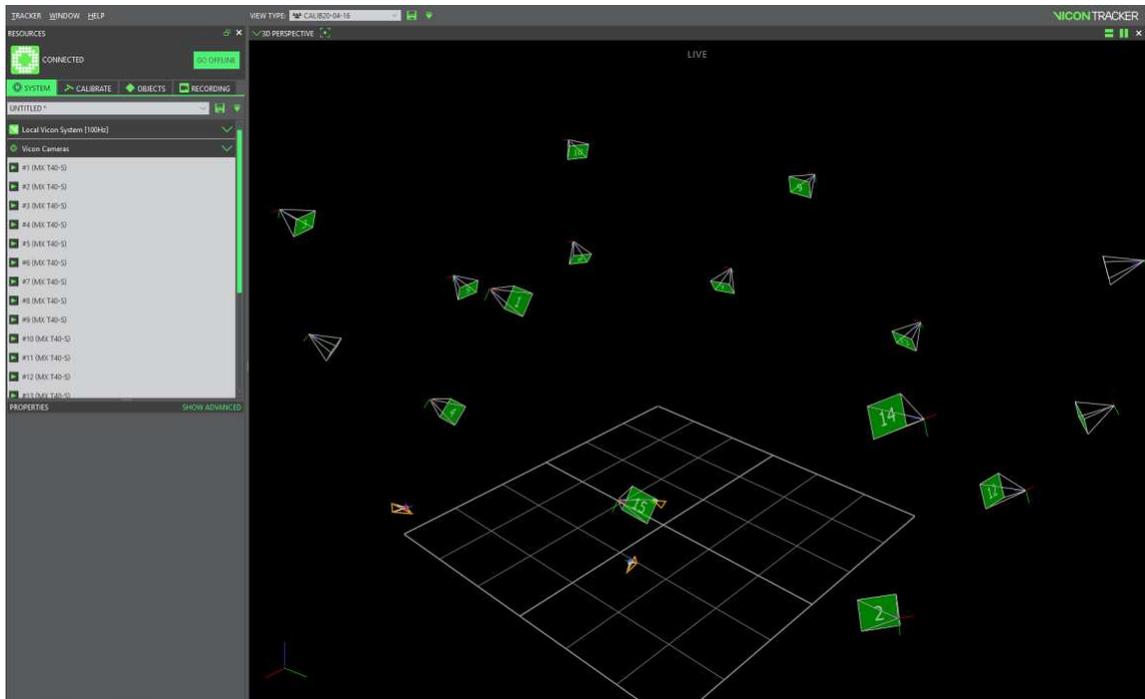


Figura 5.4: Entorno 3D del software VICON Tracker.

5.5 PLATAFORMA DE DESARROLLO LABVIEW

Para realizar la integración de cada agente cuadrirrotor y del sistema de captura de movimiento VICON, se diseñó un programa de interfaz gráfica de usuario con comunicación bidireccional, por lo que se utilizó la plataforma de desarrollo LabVIEW. Entre algunas de las características de este software se tienen:

- Programación de sistemas en entorno visual gráfico (utilizando bloques).
- Capacidad de conexión con otras plataformas comerciales como MATLAB.
- Variedad de interfaces de comunicación.
- Capacidad de interacción con otros lenguajes de programación. Además, es posible escribir partes de código, como lenguaje C, dentro del mismo entorno de trabajo.

- Herramientas para interacción con tarjetas de adquisición de datos y diversos componentes de hardware externos.

Sobre esta plataforma se realiza el Control de Guiado y Navegación de las diversas aeronaves utilizadas en la validación de pruebas experimentales. Además, dadas las capacidades del software LabView, se diseñaron las distintas interfaces gráficas para poder comunicar de manera más intuitiva los datos de vuelo obtenidos de la aeronave y enviados hacia la interfaz de usuario de la estación de tierra, donde se ubica el operador humano, así como para enviar de manera eficiente las variables de consigna o comando hacia el autopiloto montado en cada VANT. Un ejemplo de una de las interfaces utilizadas puede ser visto en la Figura 5.5.

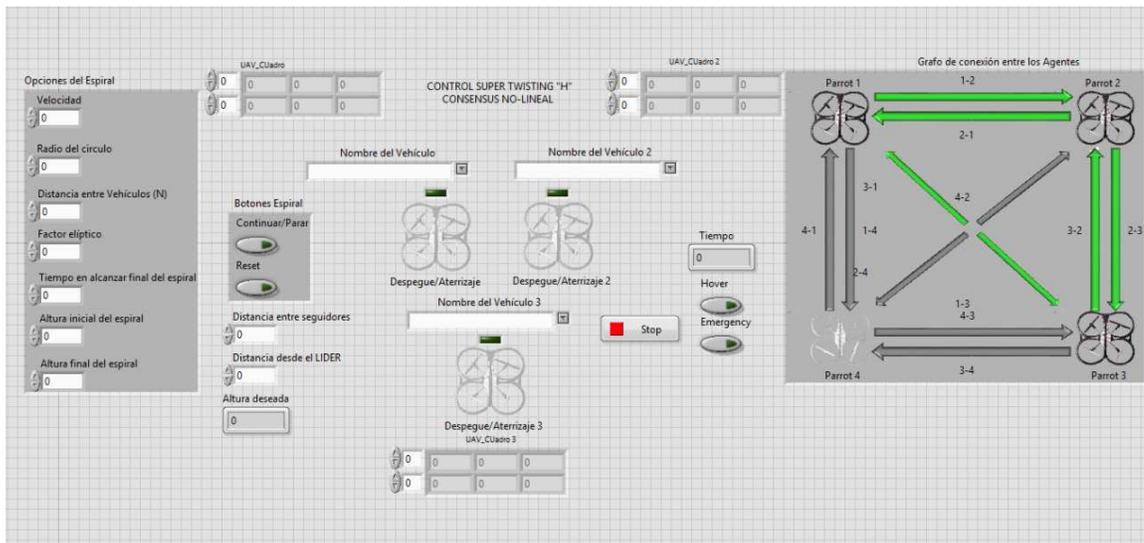


Figura 5.5: Interfaz gráfica diseñada en Labview

5.6 ARQUITECTURA DEL ENTORNO DE PRUEBAS EXPERIMENTALES

Para poder realizar la adquisición y el procesamiento de los datos obtenidos por el sistema de captura de movimiento VICON, de tal forma que se puedan obtener resultados espera-

dos en la validación de pruebas experimentales de los algoritmos de guiado y navegación del sistema multiagente formado por los cuadrirrotos, es necesario proponer un arreglo de los distintos componentes de hardware y software que conforman el entorno de trabajo de toda la plataforma de experimentación, de tal manera que estos elementos y dispositivos se comuniquen adecuadamente para que la información fluya de manera correcta y eficiente. Utilizando la información ya expuesta, es posible enlistar aquellos dispositivos que componen el entorno de trabajo y agregar aquellos accesorios necesarios para llegar al resultado deseado. Estos dispositivos son:

- Cámaras VICON ® T-40.
- Conmutadores ethernet MX GIGANET.
- Computadora central de adquisición de datos.
- Conmutador ethernet (switch).
- Computadora de procesamiento y GNC.
- Enrutador Wi-Fi.
- Parrot AR.Drone 2.0

Los dispositivos anteriores están en orden de ejecución, esto quiere decir que algorítmicamente el proceso se realiza respetando la siguiente secuencia de operación:

1. Se capturan los datos de las posiciones de traslación y orientación de los marcadores reflejantes que estén en el área de trabajo.
2. La información de las cámaras es enviada al conmutador MX GIGANET que concatena en una sola cadena de datos la información y la envía a la computadora central.
3. La computadora central realiza el procesamiento de los datos de las cámaras por medio del software Tracker y los traduce a coordenadas de traslación y orientación en

el centro de gravedad del agente o vehículo dependiendo de los marcadores capturados. Posteriormente esta información se organiza en arreglos de datos y se envía a la computadora cliente por medio del enrutador.

4. El enrutador distribuye los datos a las distintas computadoras clientes conectadas.
5. La computadora cliente, utilizando los datos recibidos, realiza el procesamiento para el Control de Guiado y Navegación de la aeronave y envía las señales de control necesarias a los agentes cuadrirrotores correspondientes a través del enrutador.
6. El enrutador recibe los datos de control, y de acuerdo a las direcciones IP que contengan, decide a que cuadrirrotor enviar dicha información.
7. El cuadrirrotor recibe las señales de control y realiza las acciones y correcciones necesarias de acuerdo a dicha información.

Lo anterior se puede apreciar esquemáticamente en la Figura 5.6.

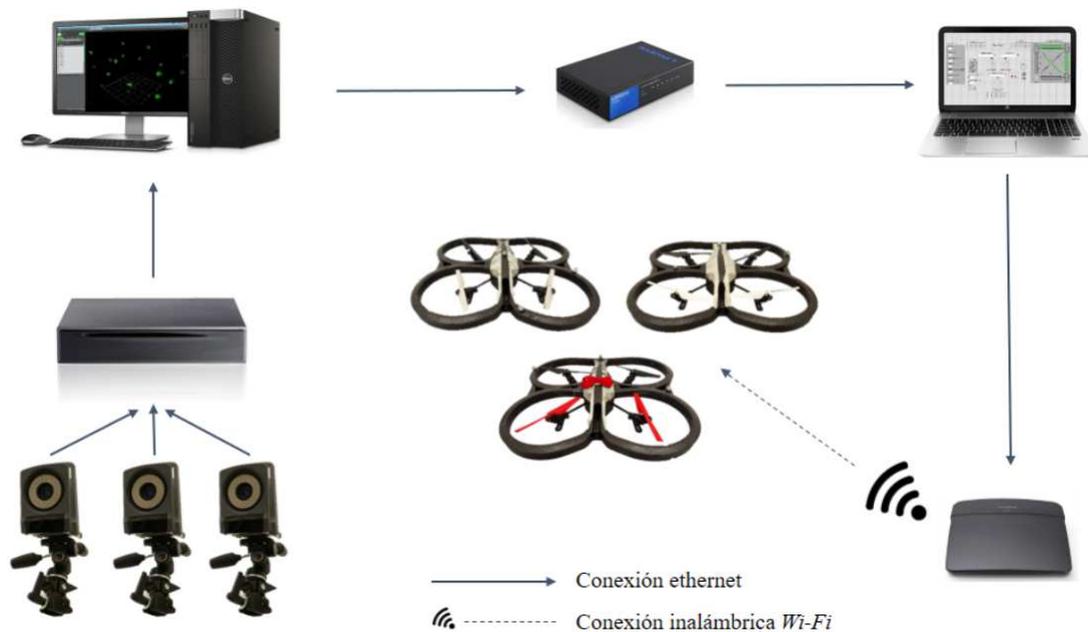


Figura 5.6: Arquitectura esquemática del entorno de trabajo.

5.7 SIMULACIÓN DE LA FORMACIÓN LÍDER SEGUIDOR

En esta sección se muestra la respuesta en simulación del *Protocolo Consensus de la “Formación Líder Seguidor”*, propuesto en la sección 4.1.3.

5.7.1 TRAYECTORIA DEL AGENTE LÍDER VIRTUAL

En este caso la trayectoria deseada en el espacio aéreo es asignada en el plano formado por los ejes $X - Y$, considerando que la altura dada por el eje Z y el ángulo de guiñada ψ del vehículo aéreo cuadrirrotor son constantes. La trayectoria cerrada prefijada para el agente Líder virtual consiste en una curva Lemniscata descrita por la ecuación (5.1), sumándose a esta ecuación las posiciones de desplazamiento correspondientes para realizar una formación en rombo o diamante.

$$\zeta_0(t) = \begin{pmatrix} \zeta_{0,1}(t) \\ \zeta_{0,2}(t) \\ \zeta_{0,3}(t) \\ \zeta_{0,4}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \operatorname{sen}(\omega t) + 2l \\ \omega r \cos(\omega t) \\ r \cos(2\omega t) \\ 2\omega r \cos(2\omega t) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

donde r es el radio de la curva, y l es la posición del desplazamiento asignada al agente Líder virtual, y ω es la frecuencia angular del seguimiento de la formación.

5.7.2 FORMACIÓN GEOMÉTRICA DE ROMBO O DIAMANTE

En la implementación de la formación que deberán mantener los agentes seguidores con respecto a los movimientos del agente Líder virtual, nosotros hemos especificado los desplazamientos para cada agente a partir de la ecuación de formación $h_i(t)$, donde se observa el uso de una función sinusoidal, la cual facilita la asignación de la posición prefijada en la formación para el i -ésimo agente $h_i(t) = [h_{ipx}(t), h_{ivx}(t), h_{ipy}(t), h_{ivy}(t)]^\top = \left[l \cos\left(\frac{2\pi(i-1)}{4}\right), \omega r \cos(\omega t), l \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi(i-1)}{4}\right), 2\omega r \cos(2\omega t) \right]^\top$.

5.7.3 RESPUESTA DE LA FORMACIÓN EN SIMULACIÓN

Para realizar la simulación del protocolo *Consensus Líder Seguidor* se utiliza en modelo no lineal del cuadrirrotor descrito en la sección 2.5.3. A continuación se muestran los vectores de la condición inicial de estado para los cuatro VANTs del sistema multiagente.

$$\zeta_1^0 = [\zeta_{1px}^0, \zeta_{1vx}^0, \zeta_{1py}^0, \zeta_{1vy}^0] = [5, 0, 0, 0]$$

$$\zeta_2^0 = [\zeta_{2px}^0, \zeta_{2vx}^0, \zeta_{2py}^0, \zeta_{2vy}^0] = [0, 0, 5, 0]$$

$$\zeta_3^0 = [\zeta_{3px}^0, \zeta_{3vx}^0, \zeta_{3py}^0, \zeta_{3vy}^0] = [0, 0, -5, 0]$$

$$\zeta_4^0 = [\zeta_{3px}^0, \zeta_{3vx}^0, \zeta_{3py}^0, \zeta_{3vy}^0] = [-5, 0, 0, 0]$$

Las ganancias obtenidas para el *Protocolo de Formación Consensus Líder Seguidor*, fueron sintonizadas en base a un modelo linealizado de la dinámica traslacional del cuadrirrotor, el cual se reproduce la dinámica lineal de cada agente del sistema global.

$$K_X = [K_{X_1}, K_{X_2}] = [-0.3416, -0.7330]$$

$$K_Y = [K_{Y_1}, K_{Y_2}] = [-0.3416, -0.7330]$$

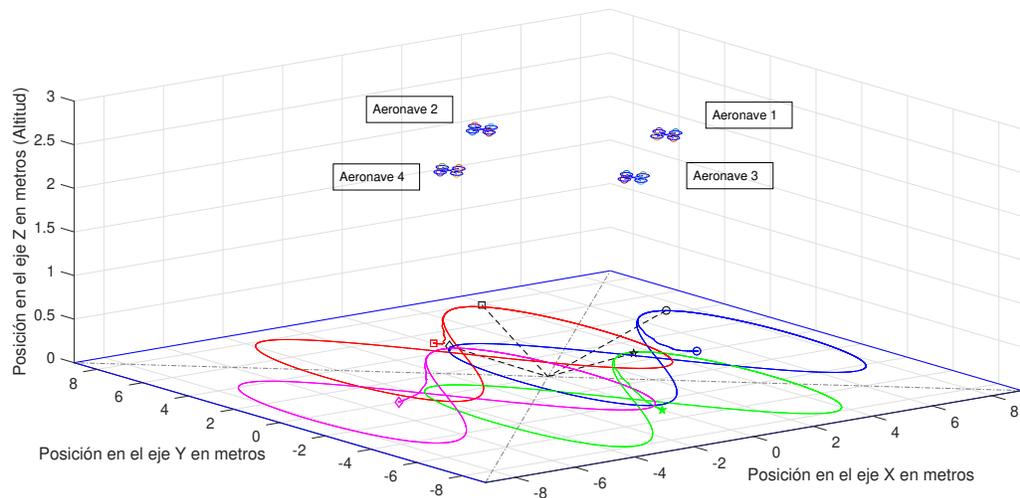


Figura 5.7: Seguimiento de trayectorias 3D de la *Formación Líder Seguidor*.

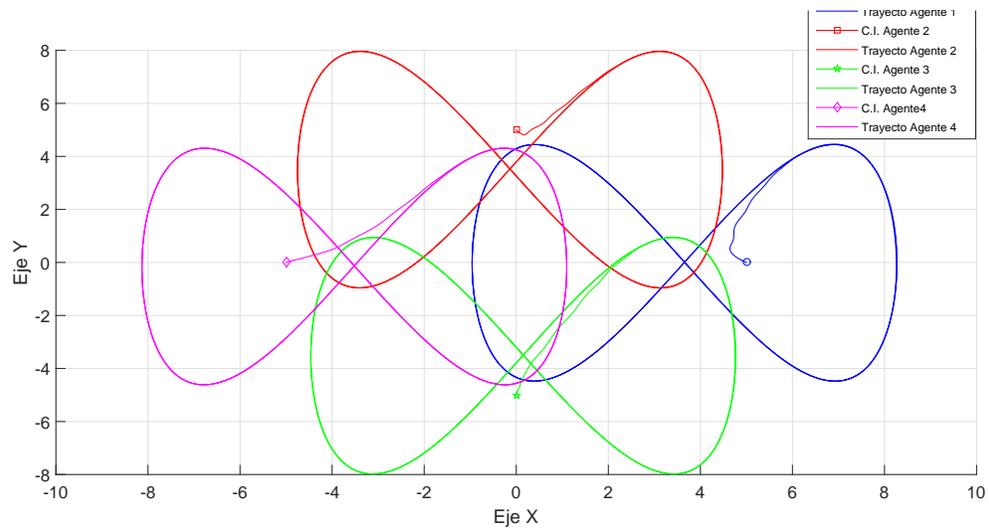


Figura 5.8: Seguimiento de trayectorias de la *Formación Líder Seguidor* en el plano $X - Y$.

En Figura 5.7 se muestra el seguimiento de trayectorias de la formación de vuelo conformada por cuatro aeronaves de tipo cuadrirrotor, en el espacio tridimensional, manteniendo una altitud constante, mientras que en la Figura 5.8 se muestra el seguimiento de trayectorias en el plano $X - Y$ de la curva de Lemniscata prefijada por el agente *Líder Virtual* del grupo, mientras que cada agente está manteniendo la formación de rombo o diamante prefijada en el algoritmo Consensus. En la Figura 5.9 y la Figura 5.10 se muestra el seguimiento de las trayectorias de los agentes en el dominio del tiempo, para cada eje del plano $X - Y$

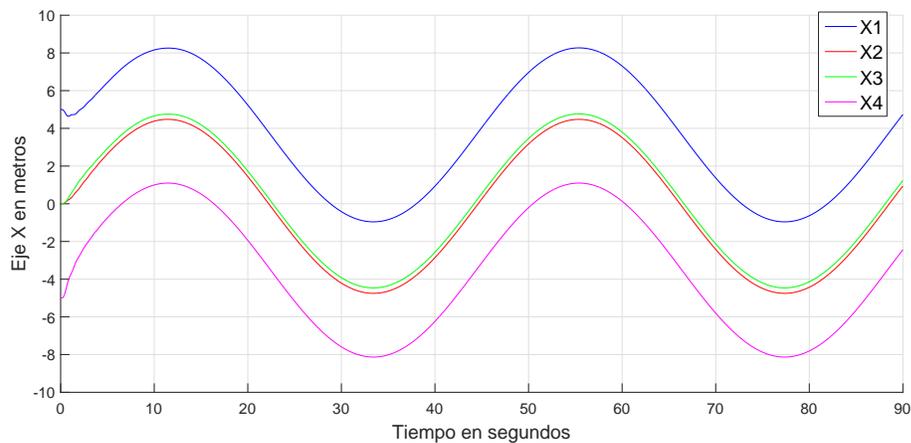


Figura 5.9: Respuesta de Consensus en el eje X .

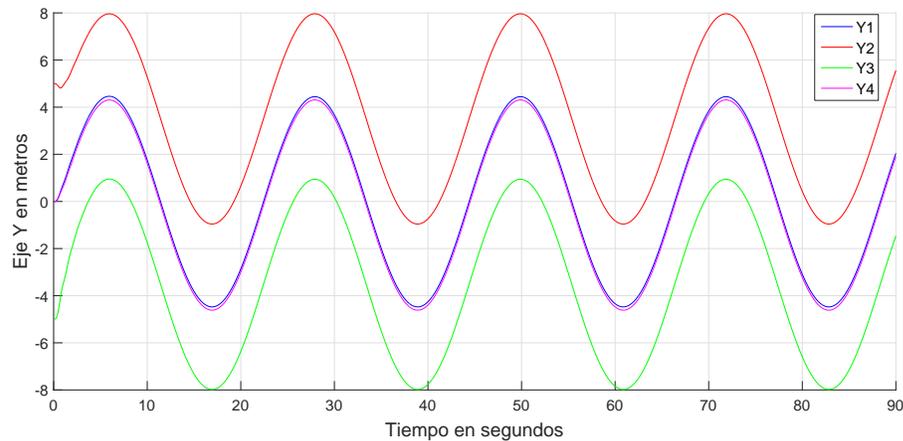


Figura 5.10: Respuesta de Consensus en el eje Y.

Un video de la simulación del algoritmo de vuelo en formación propuesto en este trabajo puede encontrarse en el siguiente enlace: <https://youtu.be/ijjt-DUBZ90>.

Un experimento en tiempo real de dos cuadricopteros en vuelo en formación basado en el enfoque de Consensus puede ser visto en: <https://youtu.be/5TEDJJ-aAXw>.

5.8 EXPERIMENTOS DEL GESTOR DE CONSENSUS DISTRIBUIDO

En esta sección se muestra la respuesta experimental del *Protocolo de Formación “Gestor de Consensus Distribuido”*, propuesto en la sección 4.2.3. Para validar la efectividad de los algoritmos de Consensus propuestos, las pruebas en tiempo real se ejecutan en el Laboratorio de Navegación del Centro de Investigación e Innovación de Ingeniería Aeroespacial, FIME-UANL. El banco de pruebas experimental consta de un conjunto de vehículos aéreos no tripulados de tipo cuadricóptero y un sistema de captura de movimiento compuesto por 16 cámaras VICON T40 que son capaces de capturar cuadros a velocidades de hasta 370 fps y rastrear la posición y orientación de un objeto con una precisión de hasta 0.1 mm de traslación y 0.1 grados de rotación. La mini-aeronave empleada para

la implementación de los algoritmos propuestos fue el Parrot AR.Drone 2.0, que es un cuadricóptero que permite la comunicación a través de una conexión WiFi, [37]. Las características técnicas del banco de pruebas empleado, así como de los vehículos aéreos empleados, se pueden encontrar en detalle en [30], [32].

La estrategia propuesta se puede considerar como un algoritmo distribuido ya que el sistema de captura de movimiento se usa solo para obtener las coordenadas de traslación de las aeronaves y la unidad de medición inercial incorporada en cada cuadricóptero proporciona las coordenadas de orientación. En el desarrollo de cada prueba, la velocidad de captura está garantizada por las cámaras Vicon, así como en el hecho de que la dinámica traslacional se considera la dinámica lenta en comparación con la dinámica rotacional del vehículo aéreo.

5.8.1 SEGUIMIENTO DE UNA TRAYECTORIA ELÍPTICA

Los experimentos propuestos consisten en una formación de persecución con una trayectoria elíptica variable en el tiempo y una formación de geometría cuadrada variable en el tiempo, respectivamente. Para el seguimiento de trayectorias de ambas trayectorias deseadas se utilizan grafos de conectividad dirigidos y cíclicos.

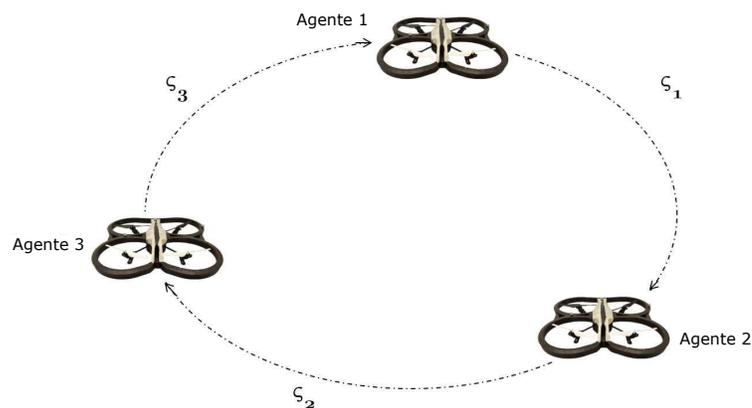


Figura 5.11: Grafo de conectividad para el sistema multiagente con la trayectoria elíptica

En la Figura 5.11, se muestra el grafo de conectividad propuesto para el protocolo de control distribuido de formación de vuelo en persecución, para una trayectoria cerrada de tres agentes, la cual es variante con el tiempo.

En la Figura 5.12, se muestran las trayectorias de la posición de los tres agentes en el espacio tridimensional, considerando las trayectorias deseadas de persecución de los tres agentes con una geometría elíptica. La formación de vuelo distribuida ilustrada en la Figura 5.12, muestra la navegación de los tres vehículos aéreos siguiendo una trayectoria cerrada de geometría elíptica y manteniendo la evasión de colisiones, así como la coincidencia de velocidad, y el punto centroide de la formación durante el vuelo sincronizado, el cual está ubicado en el centro de la trayectoria elíptica. Se puede observar cómo los agentes siguen la trayectoria descrita por la elipse, alcanzando el Consensus y la sincronización de los tres agentes. El algoritmo de Consensus calcula las posiciones y velocidades deseadas de cada agente, para que el sistema multiagente en malla cerrada alcance el Consensus.

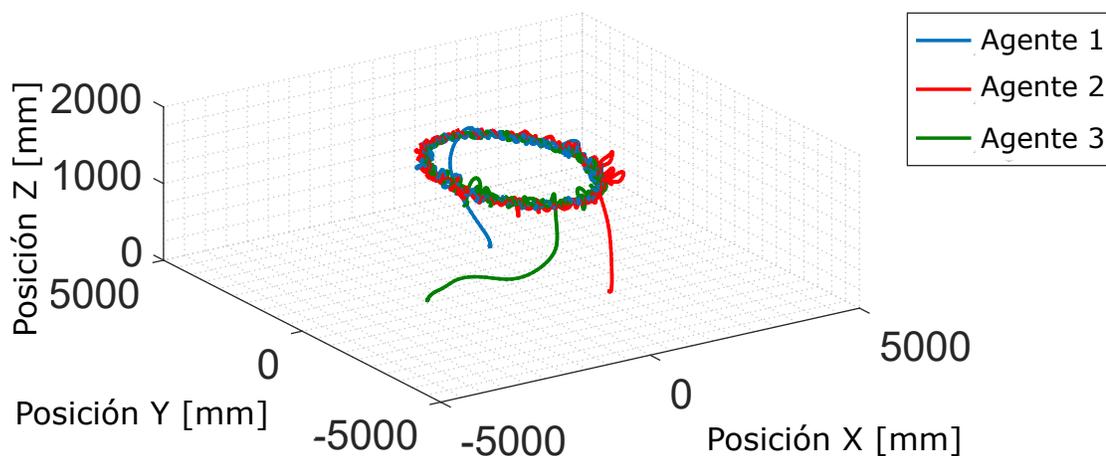


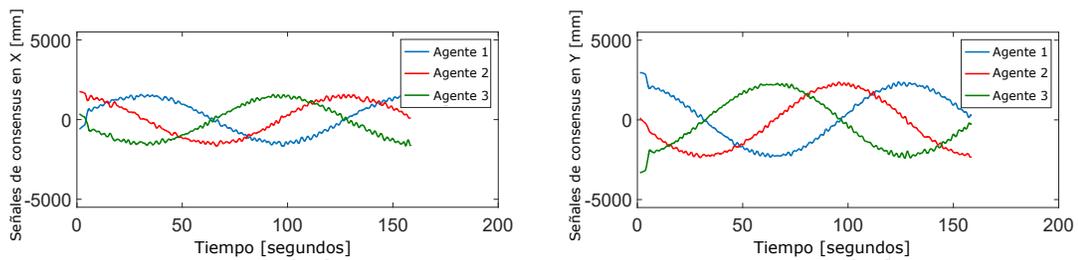
Figura 5.12: Seguimiento de trayectorias de las tres aeronaves.

Las ganancias experimentales sintonizadas del controlador lineal de la formación de vuelo con enfoque de Consensus se muestran en la TABLA 5.2.

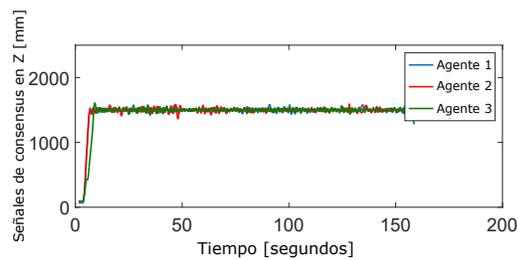
Ganancia	K	K_{gp}	K_{gd}	K_{fp}	K_{fd}
Valor experimental	1	-1	-0.05	0.3	0.02

Tabla 5.2: Ganancias experimentales del *Controlador Lineal Gestor de Consensus*

Este algoritmo de formación de vuelo calcula las posiciones deseadas y cada agente alcanza la formación de vuelo propuesta por el controlador lineal de Consensus. El seguimiento de las trayectorias de posición con respecto al tiempo es mostrado en la Figura 5.13, donde (a) representa el Consensus en el eje X , (b) corresponde al Consensus en el eje Y , y (c) corresponde al Consensus del eje Z . También en la Figura 5.13 se puede observar cómo los agentes siguen la trayectoria deseada de geometría elíptica alcanzando el objetivo Consensus para el control de la formación de vuelo y la sincronización de la persecución de los tres agentes.



(a) Consensus en el eje de X para las tres aeronaves. (b) Consensus en el eje de Y para las tres aeronaves.



(c) Consensus en el eje de Z para las tres aeronaves.

Figura 5.13: Seguimiento de las trayectorias de Consensus de las tres aeronaves .

En la Figura 5.14, se muestran las variables de control para el agente 1. Se puede observar el comportamiento de la dinámica para controlar la posición del agente, para cumplir con el seguimiento de trayectorias a partir las coordenadas variantes con el tiempo generadas por el algoritmo de Consensus. Las variables de control para el eje X se muestran en la Figura 5.14.(a) para el eje Y en la Figura 5.14.(b), y para el eje Z la Figura 5.14.(c), y finalmente el movimiento del ángulo de guiñada del agente se representa en la Figura 5.14.(d).

La respuesta dinámica del sistema multiagente para el agente 2 y el agente 3 se presenta en la Figura 5.15 y en la Figura 5.16, respectivamente.

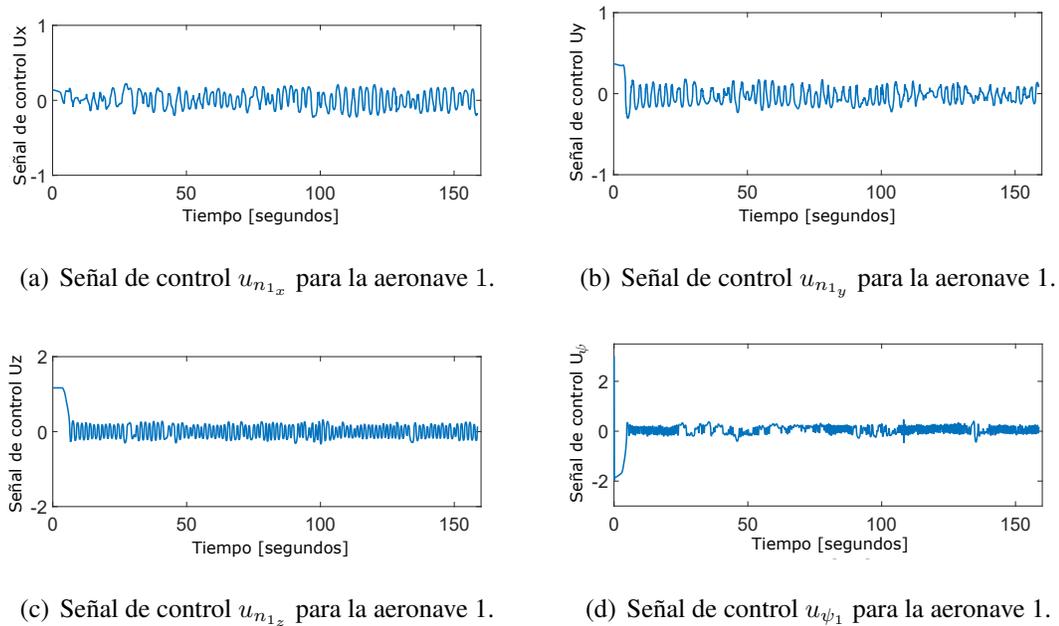
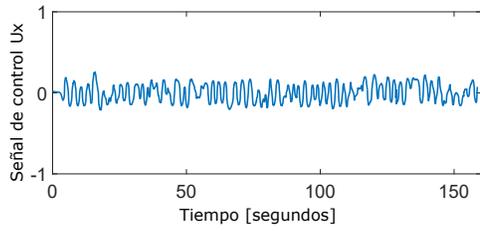
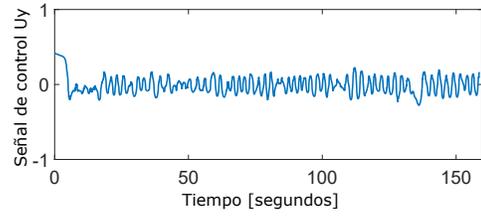


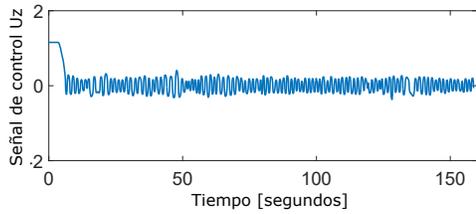
Figura 5.14: Señales de control para la aeronave 1.



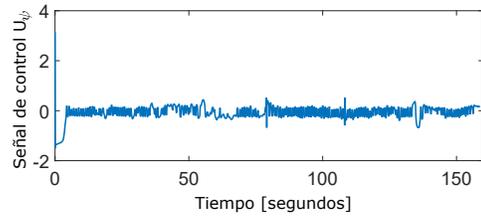
(a) Señal de control $u_{n_{2_x}}$ para la aeronave 2.



(b) Señal de control $u_{n_{2_y}}$ para la aeronave 2.

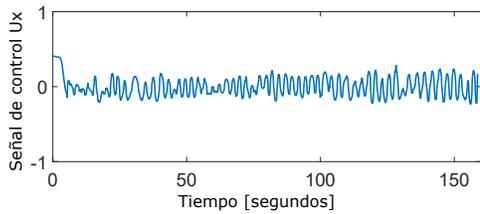


(c) Señal de control $u_{n_{2_z}}$ para la aeronave 2.

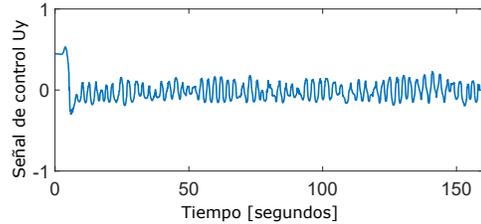


(d) Señal de control u_{ψ_2} para la aeronave 2.

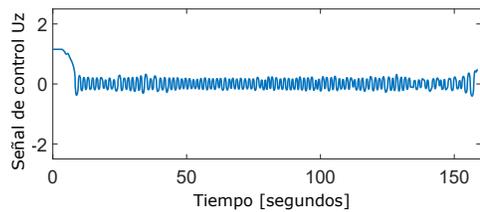
Figura 5.15: Señales de control para la aeronave 2.



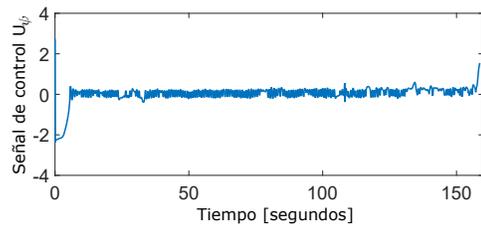
(a) Señal de control $u_{n_{3_x}}$ para la aeronave 3.



(b) Señal de control $u_{n_{3_y}}$ para la aeronave 3.



(c) Señal de control $u_{n_{3_z}}$ para la aeronave 3.



(d) Señal de control u_{ψ_3} para la aeronave 3.

Figura 5.16: Señales de control para la aeronave 3.

5.8.2 SEGUIMIENTO DE UNA TRAYECTORIA CON GEOMETRÍA DE CUADRADO

También es propuesta una formación de vuelo geométrica de un cuadrado con una trayectoria de persecución variante con el tiempo. La topología del grafo de comunicación es ilustrada en la Figura 5.17, cuatro vehículos navegan en una formación de cuadrado evitando la colisión entre ellos, y manteniendo la coincidencia de velocidad y el centrado de la formación.

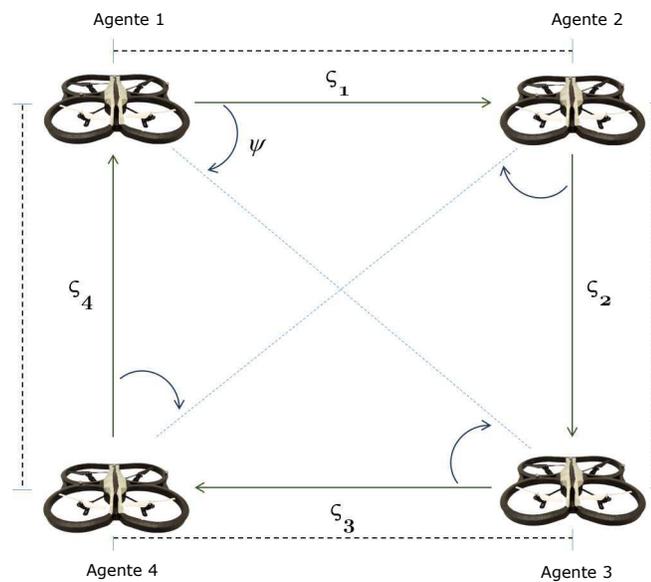


Figura 5.17: Grafo de la formación de un cuadrado con 4 aeronaves.

En esta formación de cuadrado, cada vehículo gira el ángulo de guiñada al llegar a la esquina del cuadrado. Los resultados de este segundo experimento se ilustran en la Figura 5.18. En esta figura se muestra el seguimiento de las posiciones espaciales en el espacio tridimensional de los cuatro agentes, que realizan la formación de vuelo con la geometría de un cuadrado. Como en el experimento anterior, los algoritmos de control permiten que cada aeronave representada por un agente llegue a un Consensus con sus agentes vecinos para establecer la formación de vuelo.

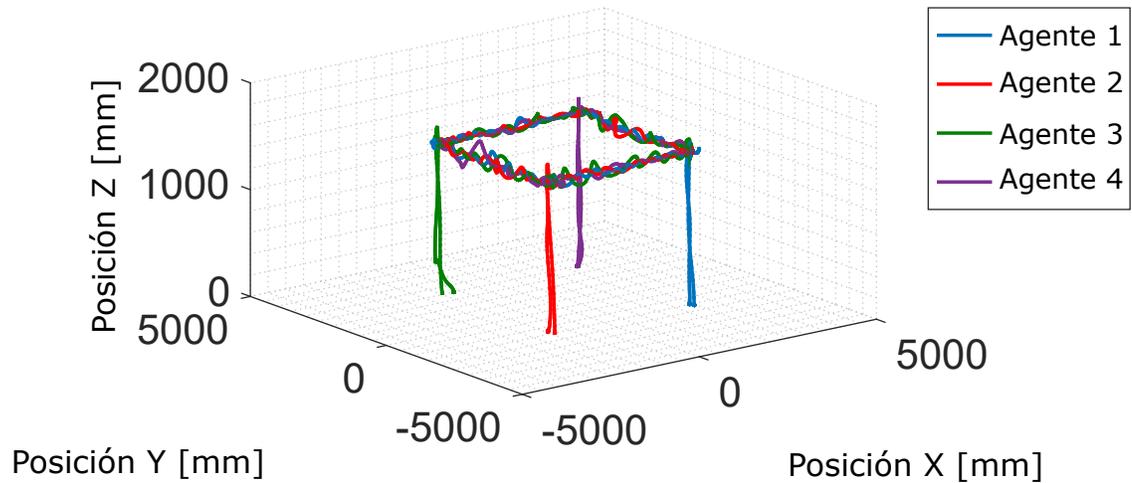
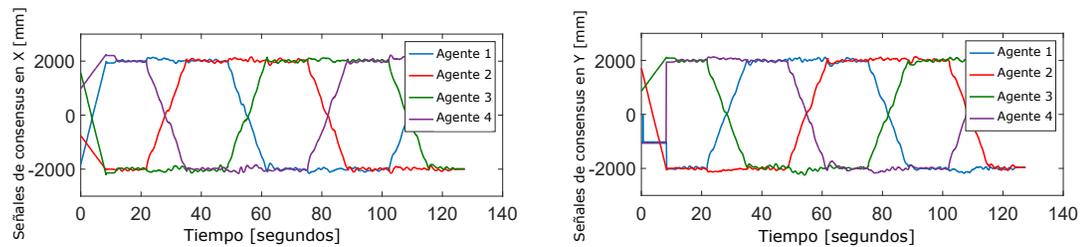


Figura 5.18: Seguimiento de trayectorias del grupo de aeronaves.

Las gráficas del Consensus de los ejes X e Y se muestra en la Figura 5.19 donde (a) es la respuesta en el eje X para los cuatro agentes, y (b) es la respuesta en el eje Y para los cuatro agentes. Para el seguimiento de trayectorias de la formación de vuelo propuesta.

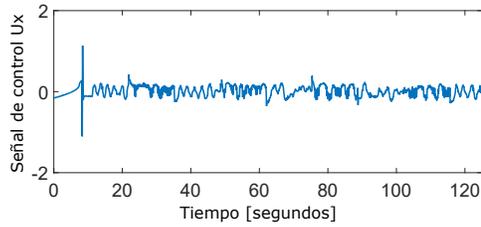


(a) Consensus en el eje X para las cuatro aeronaves. (b) Consensus en el eje Y para las cuatro aeronaves.

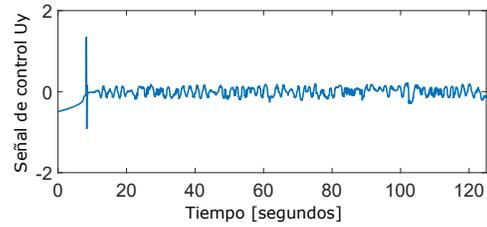
Figura 5.19: Consensus en los ejes X e Y para el grupo de aeronaves.

Las señales de control de los cuatro agentes se muestran en la Figura 5.20, Figura 5.21, Figura 5.22 y Figura 5.23. En cada una de estas figuras, (a) corresponde a la señal de control para el eje X , (b) para el eje Y , (c) para el eje Z , y finalmente (d) corresponde a la señal de control para el movimiento angular del guiado de la i -ésima aeronave o agente

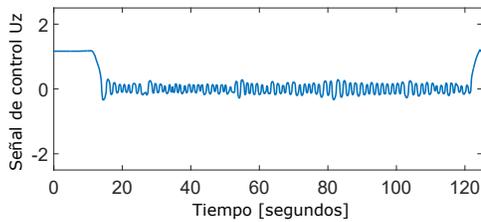
(considérese que los picos de amplitud que aparecen en estas respuestas se deben a los cambios en el ángulo entre +180 y -180 grados, que no representa ningún cambio en el ángulo de rotación).



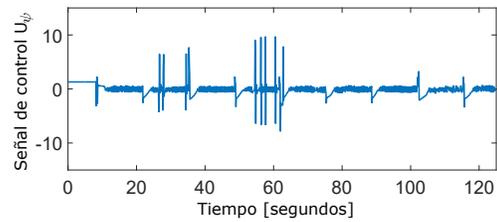
(a) Señal de control u_{n1x} para la aeronave 1.



(b) Señal de control u_{n1y} para la aeronave 1.

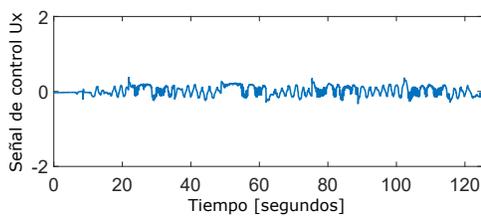


(c) Señal de control u_{n1z} para la aeronave 1.

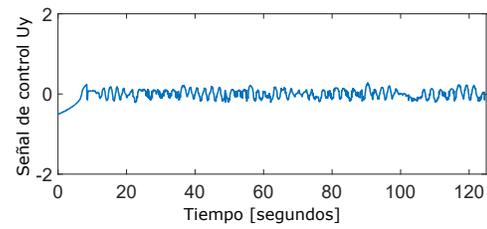


(d) Señal de control u_{ψ_1} para la aeronave 1.

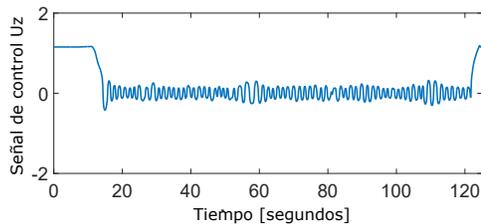
Figura 5.20: Señales de control para la aeronave 1.



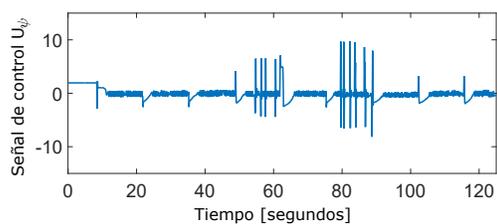
(a) Señal de control u_{n2x} para la aeronave 2.



(b) Señal de control u_{n2y} para la aeronave 2.



(c) Señal de control u_{n2z} para la aeronave 2.



(d) Señal de control u_{ψ_2} para la aeronave 2.

Figura 5.21: Señales de control para la aeronave 2.

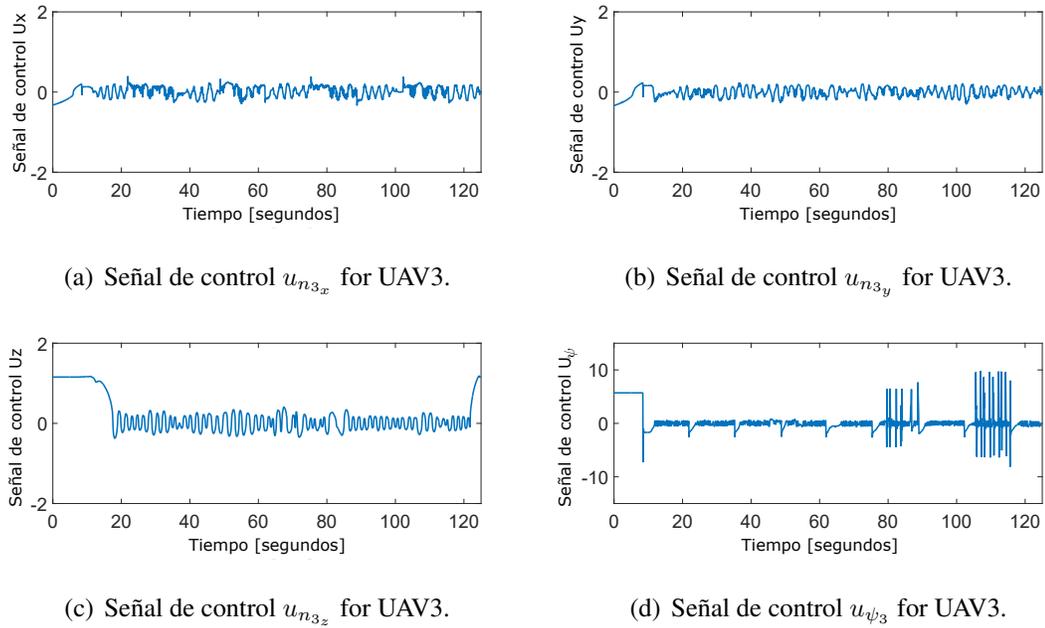


Figura 5.22: Señales de control para la aeronave 3.

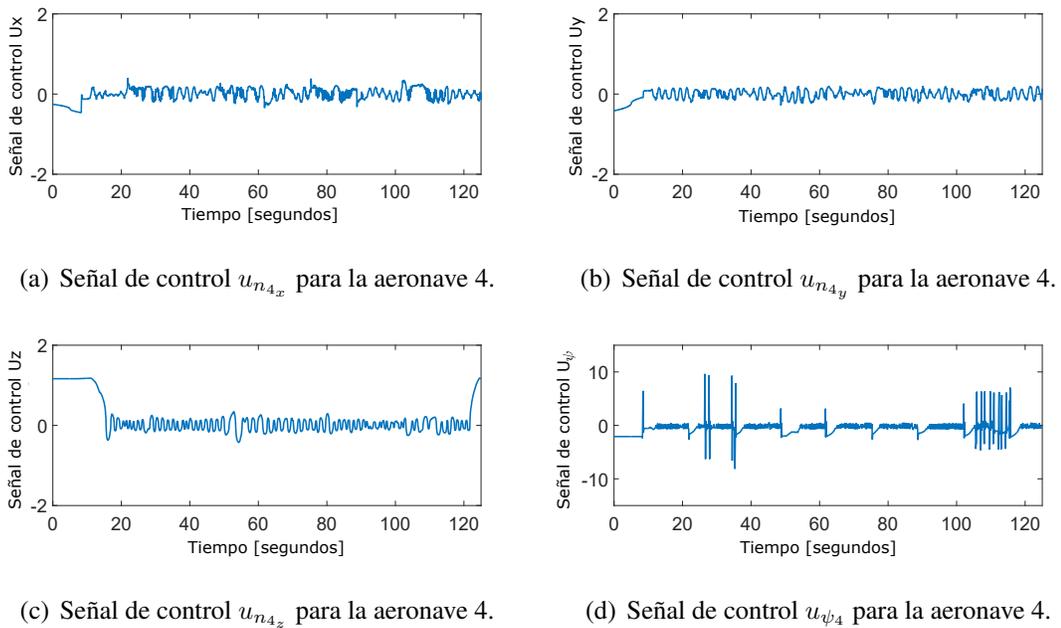


Figura 5.23: Señales de control para la aeronave 4.

El lector puede ver el rendimiento del algoritmo de control de formación propuesto en los siguientes enlaces: i) formación con geometría elíptica y persecución de vuelo

<https://youtu.be/ia7cs6EHkHE> y ii) formación con geometría de cuadrado y persecución de vuelo <https://youtu.be/qOsNSqguvss>

Para demostrar el Consensus y la sincronización alcanzados por el sistema multi-agente durante la formación de vuelo, se muestra un video en el siguiente enlace: <https://youtu.be/Z9D5QCczPkg>.

5.9 EXPERIMENTOS DEL CONTROLADOR DIFUSO SECTORIAL DE CONSENSUS

En esta sección se muestra la respuesta experimental del *Protocolo de Formación de “Consensus Difuso Sectorial”*, propuesto en la sección 4.3.2.

Para validar los algoritmos propuestos, se realizó una serie de experimentos en el Laboratorio de Navegación del Centro de Investigación e Innovación de Ingeniería Aeronáutica. Se diseñó una trayectoria elíptica para probar la capacidad del algoritmo para mantener la *línea de vista* de la formación, utilizando un gráfico de comunicación bidireccional conectado por dos agentes, ver la Figura 5.24; y para probar todos los ejes de movimiento, los agentes siguieron un camino definido por una trayectoria Lemniscata de altura variable utilizando el mismo gráfico propuesto. La plataforma experimental considera un grupo de vehículos *Parrot AR.Drone 2.0* y el sistema de captura de movimiento VICON que consta de 16 cámaras *T40*, [30].

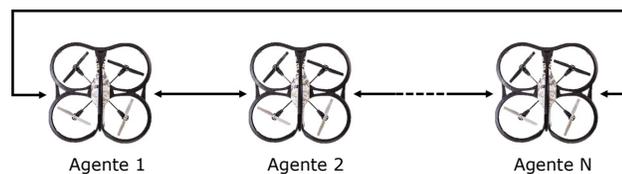


Figura 5.24: Grafo de comunicación bidireccional.

Para ambos experimentos, la matriz de conectividad \mathcal{A} se define como:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

mientras que la matriz de grados de entrada se calcula como

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

obteniendo la siguiente expresión para la matriz Laplaciana

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

La matriz laplaciana se obtiene de las conexiones entre los modelos dinámicos lineales de las aeronaves del sistema multiagente, a través de esta matriz es posible establecer la conectividad del sistema lineal global en lazo cerrado para mantener una formación de vuelo factible. En la ecuación (5.4) se puede observar que cuando se utiliza un grafo no dirigido para la conectividad de un sistema multiagente, la matriz Laplaciana es simétrica. Por otro lado, tenemos que la matriz Laplaciana es dominante en diagonal y no tiene entradas negativas en su diagonal, y también la matriz laplaciana es semidefinida positiva, es decir, $\mathcal{L} \geq 0$. Estas propiedades de la matriz Laplaciana confirman que la conectividad del sistema multiagente permite que el vuelo en formación sea alcanzable por el grupo de aeronaves cuadrirrotor.

5.9.1 SINTONIZACIÓN EXPERIMENTAL DE PARÁMETROS

Para ajustar los parámetros de la matriz K_g del protocolo de Consensus presentado en la ecuación (4.90), es necesario considerar las limitaciones físicas y la geometría de la formación.

Como se indicó anteriormente, el protocolo está formado por dos términos, la parte del *Control Difuso Sectorial* y el término de *Control Lineal* de la formación que contiene

la matriz K_g . En este sentido, este último término garantiza que las aeronaves lleguen a un Consensus manteniendo el mismo comportamiento. La afirmación anterior significa que la distancia física y la perturbación acotada máxima determinan los valores correspondientes para el término k_{gp} de la matriz. Así, este valor se ajusta en función de la distancia entre el vehículo seleccionado y sus vecinos, y del número de interconexiones, y la distancia máxima seleccionada que el vehículo puede moverse incluso en presencia de perturbaciones; para el caso de estos experimentos, la distancia máxima tiene un valor de 1500 mm que es el mayor límite permitido de distancia y una conexión dirigida para el grafo de comunicación. Después de una serie de pruebas y calibraciones utilizando estas consideraciones, se obtuvo el valor sintonizado de $k_{gp} = 1$ que resultó ser el adecuado para lograr el comportamiento deseado.

El subtérmino o ganancia k_{gd} se refiere a la velocidad máxima a la que el vehículo aéreo puede reaccionar contra la perturbación. Para el caso de estos experimentos, se considera una velocidad de 2000 mm/s como el valor máximo que puede alcanzar el vehículo aéreo.

Los valores ajustados de los parámetros de las dos funciones de pertenencia de entrada y salida se asignaron a partir de los límites físicos de las variables de Consensus de posición y velocidad, respectivamente, y sus valores numéricos se indican en (5.5), (5.6) y (5.7) respectivamente con cinco funciones de pertenencia para cada variable de entrada ($M_1 = 5$, $M_2 = 5$) y cinco funciones de pertenencia para la variable de salida $J = 5$. La superficie de control que se genera con los parámetros sintonizados es ilustrada en la Figura 5.25. La geometría de la superficie de control, es el resultado de las propiedades que cumple el *Controlador de Consensus Difuso Sectorial* aplicado en la formación de vuelo de un grupo de aeronaves cuadrirrotor .

$$p_{A_1} = \{(-1000), (-500), (0), (500), (1000)\} \text{ [mm]} \quad (5.5)$$

$$p_{A_2} = \{(-2000), (-1000), (0), (1000), (2000)\} \left[\frac{\text{mm}}{\text{s}} \right] \quad (5.6)$$

$$p_B = \{(-1000), (-500), (0), (500), (1000)\} \text{ [mm]} \quad (5.7)$$

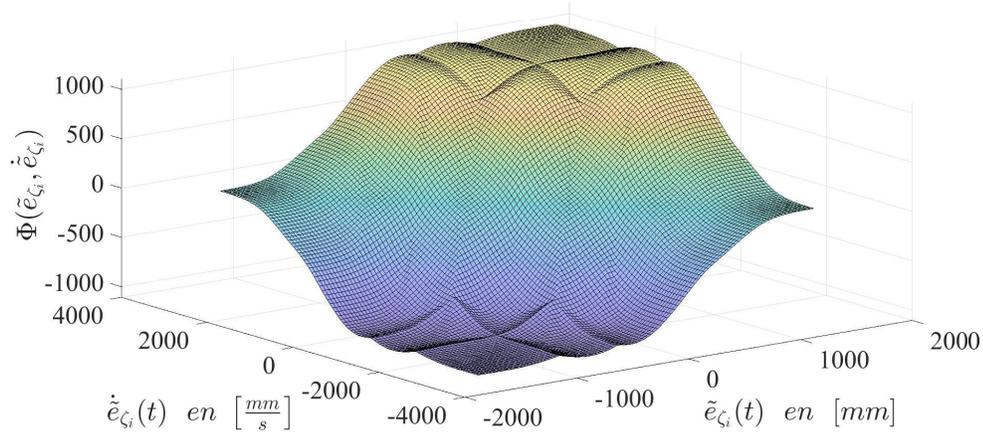


Figura 5.25: Superficie generada por el término difuso del Gestor de Consensus Difuso Sectorial.

5.9.2 TRAYECTORIA DE SEGUIMIENTO ELÍPTICA

En este caso, la trayectoria deseada en el espacio aéreo se asigna en el plano formado por los ejes $X - Y$, considerando que la altura es constante en el eje Z , mientras que para el guiado y la navegación, la aeronave cuadrirotor mantiene su nariz en dirección de la trayectoria prevista. La trayectoria deseada asignada a cada aeronave es parte de la formación de vuelo, que consiste en una trayectoria cerrada descrita por una función elíptica expresada por las ecuaciones (5.8) y (5.9), agregando los correspondientes desplazamientos de las posiciones de cada aeronave cuadrirotor para realizar una formación de vuelo de persecución.

$$\zeta_{d_i}(t) = \begin{bmatrix} \zeta_{d_{i,X}}(t) \\ \zeta_{d_{i,Y}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi(i-1)}{l}\right) \\ r_2 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi(i-1)}{l}\right) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\dot{\zeta}_{d_i}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\zeta}_{d_{i,X}}(t) \\ \dot{\zeta}_{d_{i,Y}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega r_1 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi(i-1)}{l}\right) \\ -\omega r_2 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi(i-1)}{l}\right) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

donde r_1 es el radio de la elipse en el eje X , mientras que r_2 es el radio de la elipse en el eje Y , de tal manera que para la geometría de la trayectoria elíptica debe cumplirse $r_2 > r_1$. La constante l representa el desplazamiento de la posición asignada en los ejes X y Y en la trayectoria descrita por la función elíptica para cada aeronave de la formación de vuelo en persecución, y ω es la frecuencia angular de la formación de vuelo en persecución.

Para el primer experimento, se propone una trayectoria elíptica deseada, con $r_1 = 2000 \text{ mm}$, $r_2 = 3000 \text{ mm}$ y $\omega = 0.2 \text{ rad/s}$, con la cual se realiza el control de seguimiento de trayectorias para los agentes que mantienen una formación de persecución. En la Figura 5.26 se muestran las trayectorias en el espacio tridimensional de la navegación de ambos agentes.

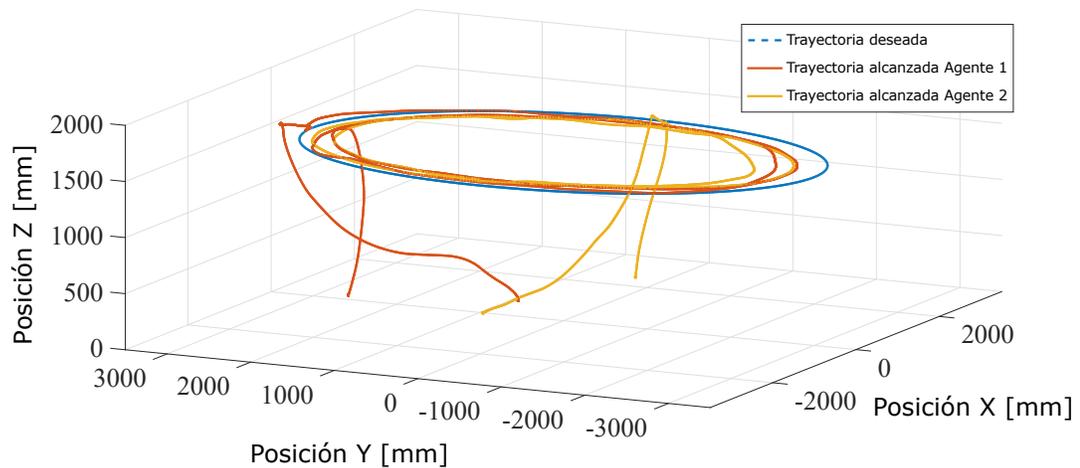
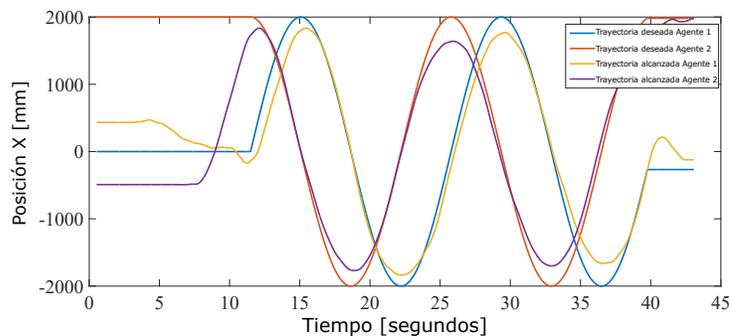
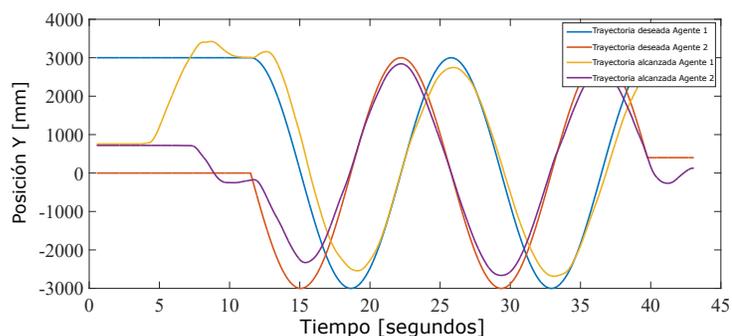
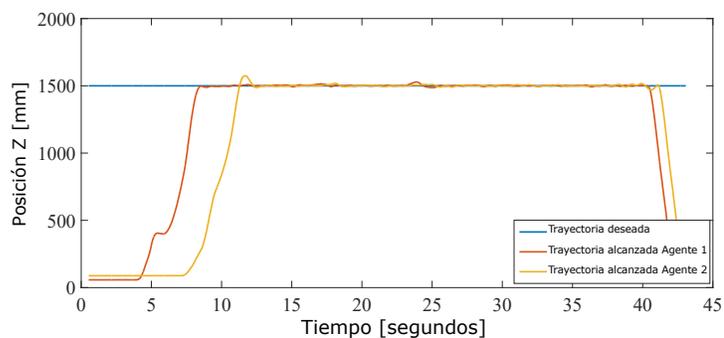


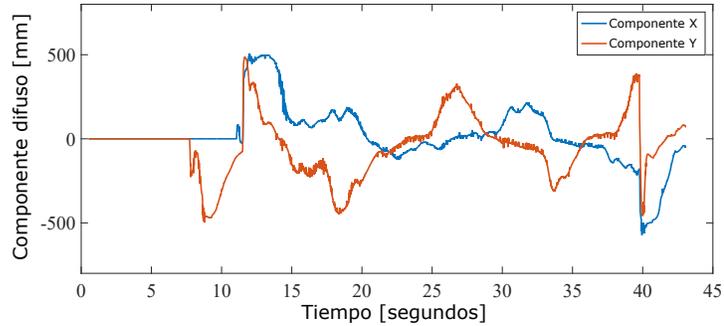
Figura 5.26: Seguimiento de trayectorias de los dos agentes.

Para una perspectiva más clara del movimiento de los agentes, la Figura 5.27 muestra los movimientos traslacionales separados de los ejes X , Y y Z para los dos agentes.

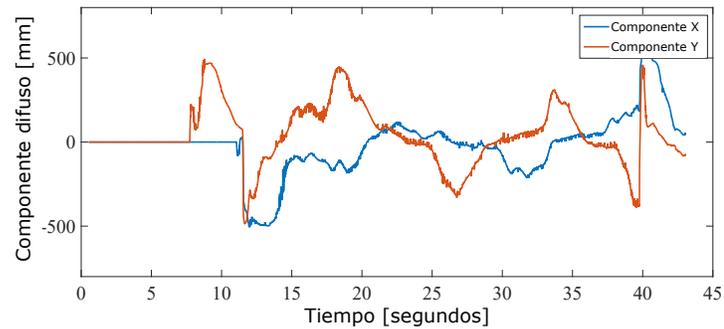
(a) Posición de los agentes en el eje X .(b) Posición de los agentes en el eje Y .(c) Posición de los agentes en el eje Z .Figura 5.27: Posición de ambos agentes en los ejes X , Y y Z .

Como se mencionó anteriormente, el *Gestor de Consensus* tiene un término *Difuso Sectorial* que permite a los agentes llegar a un Consensus para mantener la formación de vuelo especificada por el controlador. En este sentido, el término *Difuso Sectorial* que compone al *Gestor de Consensus* puede analizarse por separado para estudiar la contri-

bución al sistema multiagente en malla cerrada. Los componentes *Difusos del Gestor de Consensus* se pueden ver en la Figura 5.28.



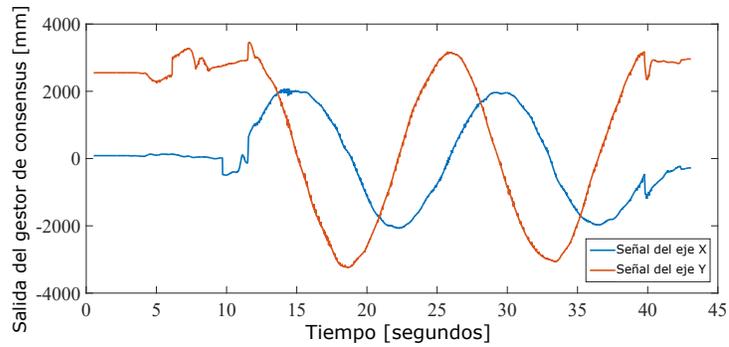
(a) Componente difuso para el agente 1.



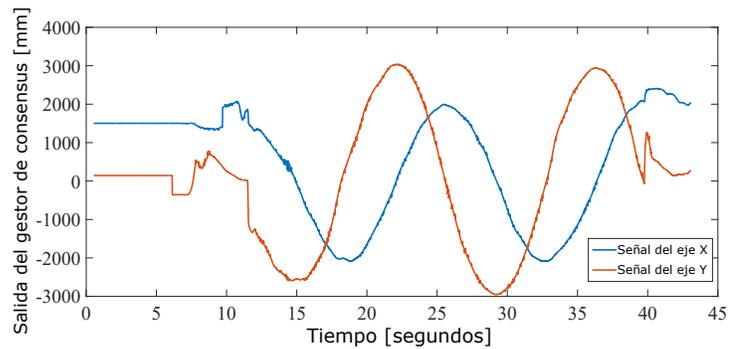
(b) Componente difuso para el agente 2.

Figura 5.28: Componentes *Difusos X* y *Y* para ambos agentes.

La variable de salida del *Gestor de Consensus Difuso Sectorial*, que se utiliza como referencia deseada por el controlador de posición para mantener la formación, tal como se muestra en la Figura 5.29. Considérese que estas señales ya contienen el término que corresponde a la parte difusa descrita en la Figura 5.28.



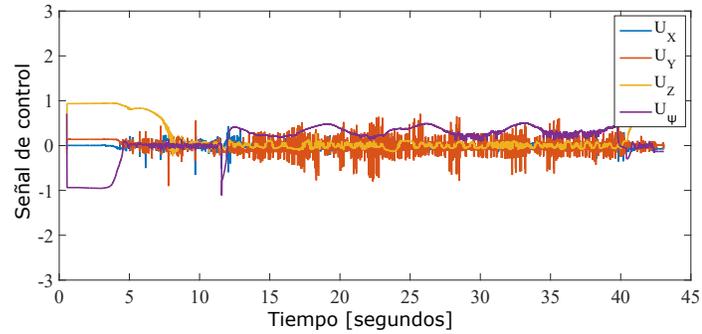
(a) Salida del Gestor de Consensus Difuso Sectorial para el agente 1.



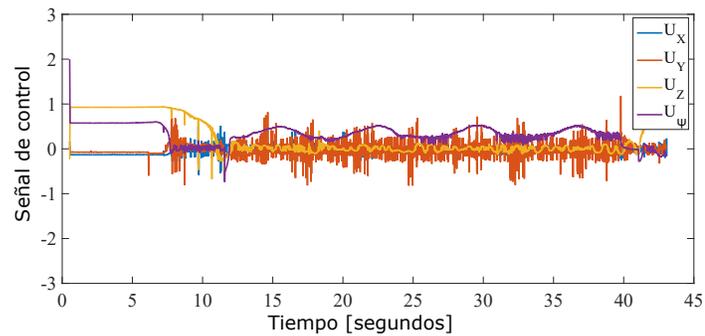
(b) Salida del Gestor de Consensus Difuso Sectorial para el agente 2.

Figura 5.29: Salidas del *Gestor de Consensus Difuso Sectorial* utilizadas como referencia en ambos agentes en los ejes X y Y .

La figura 5.30 muestra las señales de control generadas para movimiento de la posición traslacional durante el seguimiento de trayectorias en los ejes X , Y y Z , y para el ángulo de guiado ψ de ambas aeronaves.



(a) Señal de control para el agente 1.



(b) Señal de control para el agente 2.

Figura 5.30: Trayectorias de posición en X , Y , Z y ángulo de guiado ψ para ambos agentes.

5.9.3 TRAYECTORIA DE SEGUIMIENTO LEMNISCATA DE ALTITUD VARIABLE

En este caso, la trayectoria deseada en el espacio aéreo se asigna en el plano formado por los ejes $X - Y$, considerando que la altura varía en el eje Z , mientras que para el guiado y la navegación, la aeronave cuadrirrotor mantiene su nariz en dirección de la trayectoria preestablecida. La trayectoria deseada asignada a cada aeronave es parte de la formación de vuelo, que consiste en una trayectoria cerrada descrita por una función Lemniscata expresada por las ecuaciones (5.10) y (5.11), agregando los correspondientes desplazamientos de las posiciones de cada aeronave cuadrirrotor para realizar una formación de

vuelo de persecución.

$$\zeta_{d_i}(t) = \begin{bmatrix} \zeta_{d_{i,x}}(t) \\ \zeta_{d_{i,y}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \sin\left(\omega t - \frac{2\pi(i-1)}{l}\right) \\ r \cos\left(2\omega t - \frac{2\pi(i-1)}{l}\right) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$\dot{\zeta}_{d_i}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\zeta}_{d_{i,x}}(t) \\ \dot{\zeta}_{d_{i,y}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega r \cos\left(\omega t - \frac{2\pi(i-1)}{l}\right) \\ -2\omega r \sin\left(2\omega t - \frac{2\pi(i-1)}{l}\right) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

donde r es el radio de la curva, l es el desplazamiento de la posición asignada para cada aeronave de la formación en los ejes X y Y , de la trayectoria descrita por la función de Lemniscata, y ω es la frecuencia angular del seguimiento de la formación.

En este caso se realizan las pruebas experimentales del controlador de formación para los dos vehículos aéreos del sistema multiagente, se propone una trayectoria de altitud variable con el tiempo. Mientras que el camino propuesto para los ejes X , Y , es una trayectoria descrita por una función Lemniscata. Entonces como se mencionó anteriormente la prueba de vuelo en formación se realiza con dos vehículos aéreos manteniendo una formación de persecución, durante seguimiento de una trayectoria de tipo Lemniscata de altitud variable con el tiempo. Una trayectoria de altura variable permite probar el controlador para los dos vehículos. Mientras que, la trayectoria de Lemniscate es definida con los parámetros $r = 2250 \text{ mm}$, $\omega = 0,2 \text{ rad/s}$, para realizar una formación de dos aeronaves cuadrirrotor. En la Figura 5.31 se muestra el movimiento tridimensional de la posición de ambos agentes. Considerando que en la figura se ilustra el seguimiento de trayectorias de dos aeronaves, entonces con el propósito de mostrar de manera más clara el movimiento de la posición de ambos agentes, de forma conveniente la trayectoria para el seguimiento de la altitud del agente 2 fue asignada con un retraso de tiempo con respecto al agente 1.

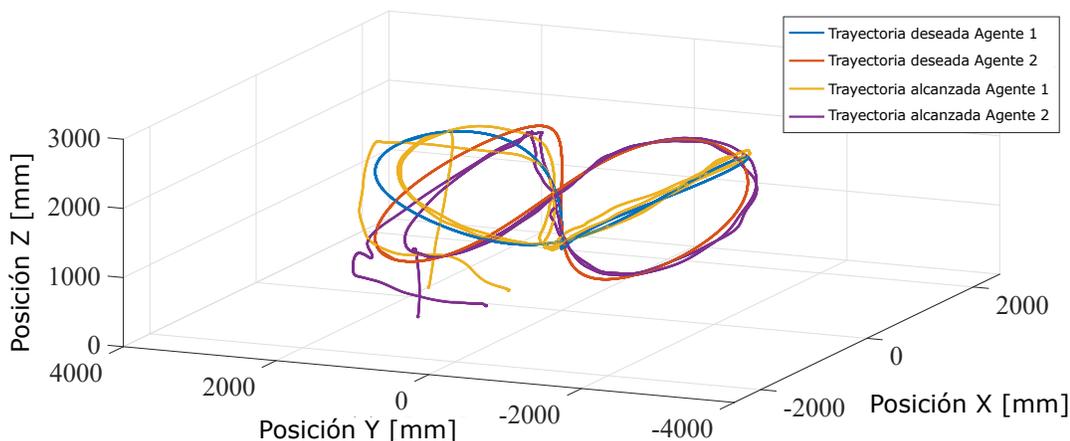
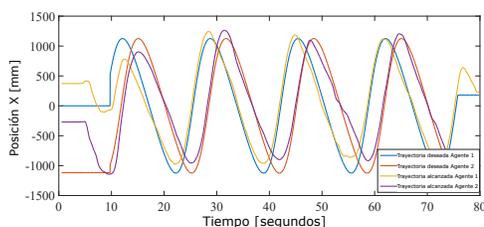
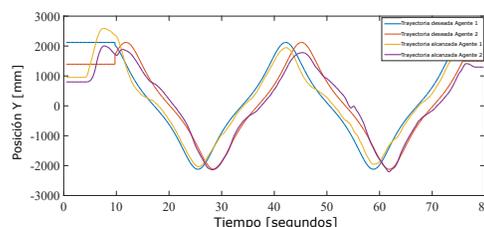


Figura 5.31: Seguimiento de trayectorias en el espacio 3D de ambos agentes.

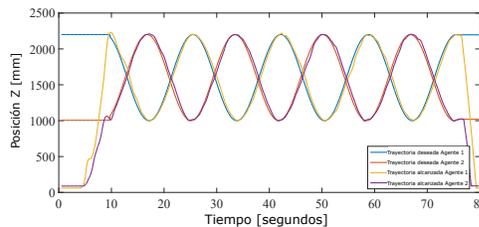
En la Figura 5.32 se muestran los movimientos separados en cada eje del espacio tridimensional, con el propósito de ver de manera más clara la respuesta del algoritmo de control de formación en los ejes X , Y y Z .



(a) Posición en el eje X de ambos agentes.



(b) Posición en el eje Y de ambos agentes.



(c) Posición en el eje Z de ambos agentes

Figura 5.32: Posición en los ejes X , Y y Z de ambos agentes.

La respuesta del término *Difuso Sectorial* del *Gestor Consensus* se puede observar en la Figura 5.33, el propósito de los componentes difusos que se ilustran en esta figura

es permitir que la formación alcance el régimen de Consensus para la formación de vuelo variable con el tiempo.

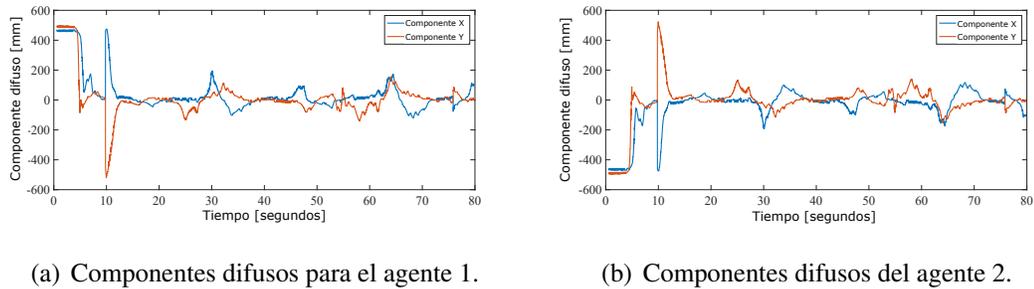


Figura 5.33: Componentes difusos de ambos agentes en X y Y .

La variable de salida del *Gestor de Consensus Difuso Sectorial* es utilizada como referencia deseada tal como se muestra en la Figura 5.34, mientras que la Figura 5.35 muestra las señales de control correspondientes al movimiento en los ejes X , Y y Z , así como el ángulo de guiado ψ .

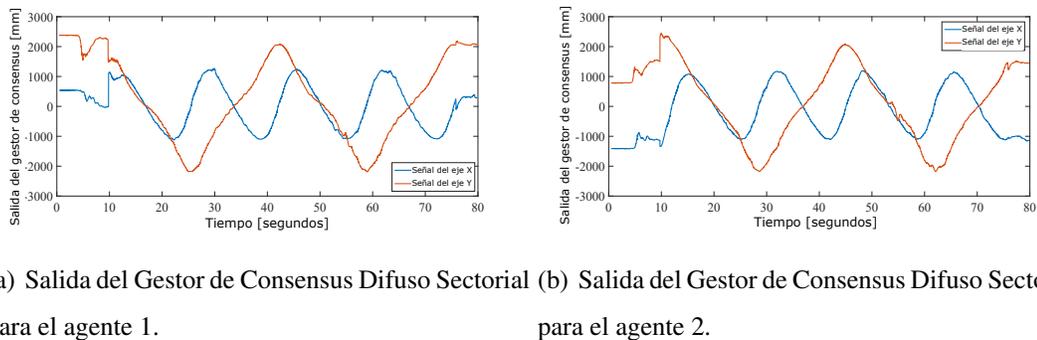
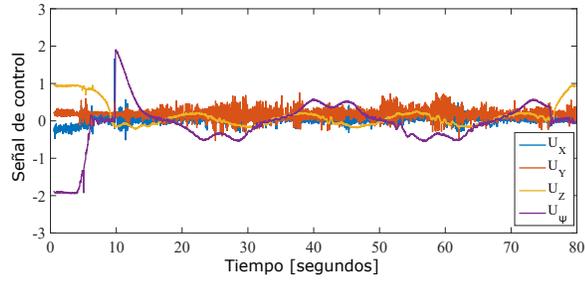
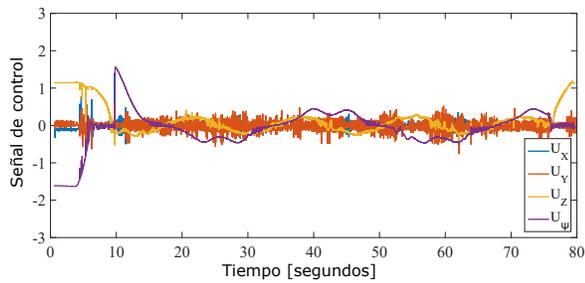


Figura 5.34: Salidas del *Gestor de Consensus Difuso Sectorial* aplicadas como referencias de ambos agentes en los ejes X y Y .



(a) Señales de Control del agente 1.



(b) Señales de Control del agente 2.

Figura 5.35: Señales de Control de ambos agentes en los ejes X , Y , Z y para el ángulo de guiado ψ .

Ambos experimentos fueron capturados en video y se presentan en el siguiente enlace web: https://youtu.be/3Tx_F2vqj1M

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

6.1 FORMACIÓN CON CONSENSUS LÍDER SEGUIDOR

En este trabajo se presenta un protocolo de control de formación *Líder Seguidor* mediante el enfoque consensus el cual se obtiene el seguimiento de trayectorias en el plano $X - Y$, para un *sistema multiagente* formado por un grupo de cuatro vehículos aéreos de tipo cuadrirrotor. Los resultados de simulación fueron obtenidos utilizando un modelo no lineal para cada vehículo, y muestran las trayectorias manteniendo una formación prefijada en rombo o diamante, mientras que esta formación realiza el seguimiento de una trayectoria preasignada por una curva cerrada la geometría de una función Lemniscata. En efecto cada agente Seguidor reproduce la trayectoria generada por el agente *Líder Virtual* manteniendo una cierta desviación, la cual es aceptable debido a las no linealidades de alto orden del modelo dinámico de la aeronave cuadrirrotor.

6.2 FORMACIÓN CON GESTOR DE CONSENSUS DISTRIBUIDO

En este trabajo se propuso un algoritmo de navegación distribuido basado en un control de estructura variable denominado *Super Twisting para Sistemas Multiagente*, y se obtuvo el modelo dinámico no lineal para N -agentes (aeronaves de tipo cuadrirrotor) utilizando

el enfoque de Newton-Euler. Se ha desarrollado el algoritmo de navegación distribuida de cada agente basado en el grupo euclidiano especial $SE(3)$ y se ha propuesto un algoritmo de control *Super Twisting* para la dinámica de traslación y rotación de cada agente. Este controlador proporciona robustez contra la incertidumbre de los parámetros del sistema, la convergencia en tiempo finito y la convergencia asintótica del seguimiento de la trayectoria. El algoritmo de Consensus propuesto ha garantizado la persecución y el vuelo de formación del sistema multiagente. Finalmente, experimentos en tiempo real han ilustrado el desempeño exitoso de los algoritmos propuestos.

6.3 FORMACIÓN CON CONTROL DE CONSENSUS DIFUSO SECTORIAL

En este trabajo se ha propuesto un algoritmo de Consensus difuso sectorial para realizar el *Vuelo en Formación de un Grupo de Aeronaves*. El modelo matemático para vehículos aéreos no tripulados de N -cuadrirrotos se describió utilizando la formulación de Newton-Euler. Se desarrolló una estructura de vuelo en formación considerando un controlador difuso sectorial considerando sus propiedades, y un sistema lineal en el que los estados de posición y velocidad del i -ésimo cuadrirrotor se consideran en el protocolo de Consensus. El análisis de estabilidad se obtuvo como una forma generalizada para las N -aeronaves de tipo cuadrirrotor y se ha demostrado que el sistema en lazo cerrado es globalmente asintóticamente estable, alcanzando el Consensus de las aeronaves. Finalmente, con el propósito de validar el *Algoritmo de Control Difuso Sectorial* propuesto, se ejecutaron una serie de experimentos en tiempo real obteniendo las respuestas de comportamiento satisfactorias de las múltiples aeronaves que forman parte del sistema multiagente.

APÉNDICE A

CONTROLADOR LÓGICO DIFUSO

A.1 INTRODUCCIÓN

El *controlador lógico difuso* (FLC por sus siglas en inglés, "Fuzzy Logic Controller") es un tipo de controlador no lineal que ha demostrado ser una alternativa viable en una gran cantidad de aplicaciones de sistemas de control automático. En años recientes los controladores lógicos difusos han despertado un gran interés en la comunidad de investigación en el área de ingeniería aeronáutica, con un enfoque localizado específicamente en los robots aéreos o drones, tanto de tipo multirrotores como de ala fija o una combinación de ambas configuraciones. Este interés se debe a que la teoría de control difuso está cada vez más establecida mediante criterios matemáticos que permiten proponer o estudiar algunas características cualitativas como el análisis de la dinámica de vuelo de aeronaves no tripuladas, como los robots aéreos y los drones. Además, sumando a lo anteriormente mencionado, los sistemas de control difuso pueden ser combinados con otras técnicas de estimación de parámetros, para realizar lo que se conoce como sintonización adaptable de los parámetros del controlador difuso, tales técnicas pueden ser redes neuronales, algoritmos genéticos, y técnicas de optimización, por mencionar algunos.

En este apéndice se muestran algunas definiciones y formalismos básicos para el entendimiento de la teoría de control difuso, de tal modo que se puedan establecer los

conceptos para entendimiento formal del procedimiento de diseño de un controlador lógico difuso. En el apéndice se aborda cada uno de los bloques internos que forman parte de un controlador difuso, desde la perspectiva de un mapeo no-lineal de entrada-salida, que representa el funcionamiento de un controlador lógico difuso, y que tiene propiedades fuertemente definidas para enfrentar el análisis de estabilidad en aplicaciones de sistemas de control en malla cerrada, ya sea mediante un control en cascada o por realimentación de variables de estado.

La teoría de la lógica difusa, concebida originalmente en la rama de las ciencias de la computación como la teoría de conjuntos difusos, fue propuesta por primera vez por Lofti A. Zadeh en 1965 [55]. Zadeh aplicó la lógica multivalor utilizando los números reales entre 0 y 1, en lugar de la lógica binaria que solo utiliza los números enteros 0 y 1. Tal que mediante la lógica multivalor se pueden definir los conjuntos o grupos de objetos a los que denomina conjuntos difusos.

En sistemas de control automático, el término difuso se usa para expresar el grado de certidumbre o incertidumbre que pueda tener una variable física con respecto a un conjunto difuso o función de pertenencia, como ejemplo podemos mencionar la aceleración de un cohete con trayectoria de altitud, mediante los subconjuntos de entrada que definen los intervalos aceleración nula, positiva baja, media y alta, en donde la secuencia mencionada corresponde con los subconjuntos que forman parte del conjunto difuso de las variables de entrada del controlador difuso, el conjunto difuso de entrada indica el intervalo de valores comprendidos entre un valor mínimo y un valor máximo de la aceleración del cohete, que puede obtenerse por el propulsor del cohete. Una vez que la aceleración es sensada como la variable de entrada del controlador lógico difuso, se ejecuta el procesamiento difuso, llamado también mecanismo de inferencia difuso, hasta calcularse la variable de salida del controlador difuso, la cual se obtiene a partir de la asignación de un conjunto difuso de salida, formado por los subconjuntos difusos de la variable de control que representa la dinámica del subsistema de la propulsión de la aeronave, de tal manera que se asignan los subconjuntos difusos de salida como: propulsión cero, propulsión baja, media y alta como los subconjuntos de la variable salida del controlador difuso. Obser-

vandose que el grado de pertenencia para las variables de entrada y para las variables de salida del control difuso puede tomar valores reales entre el 0 y el 1, mientras que, en la teoría tradicional de conjuntos, el valor de una variable física solo puede pertenecer o no pertenecer a un conjunto determinado.

A.2 PRELIMINARES

Definición 8. *El universo del discurso, o conjunto universal de una función de pertenencia, $U_r \subset \mathbb{R}$ es un subconjunto del espacio de los números reales, que contiene todos los elementos posibles de interés para el intervalo de operación de una variable en particular.*

Definición 9. *Una función de pertenencia $A_r(\chi_r)$ es una función que se asigna o define para evaluar a cada variable $\chi_r \in U_r \subset \mathbb{R}$, y que entrega un valor en el intervalo de los números reales entre $[0, 1]$, es decir*

$$A_r(\chi_r) : U_r \in \mathbb{R} \rightarrow [0, 1] \quad (\text{A.1})$$

donde $\chi_r = \left\{ \chi_r^{-\frac{M_r-1}{2}}, \dots, \chi_r^0, \dots, \chi_r^{\frac{M_r-1}{2}} \right\} \in U_r$ representa la variable de entrada del controlador difuso, y esta formado por la composición de las particiones internas $\chi_r^{l_r} \in U_r^{l_r}$ de cada una de las funciones de pertenencia escalares $A_r^{l_r}(\chi_r)$, mientras que $U_r = \left\{ U_r^{-\frac{M_r-1}{2}}, \dots, U_r^0, \dots, U_r^{\frac{M_r-1}{2}} \right\}$ representa conjunto universal o universo de discurso formado por la composición de los subconjuntos o intervalos de operación $U_r^{l_r} \subset U_r$ asignados a cada una de las funciones de pertenencia escalares $A_r^{l_r}(\chi_r)$ que forman parte del conjunto difuso $A_r(\chi_r)$.

En este trabajo se considera que una función de pertenencia definida por $A_r(\chi) \in U_r$ se genera como la intersección de las funciones de pertenencia escalares o individuales, tal que cada función de pertenencia escalar se define por $A_r^{l_r}(\chi_k)$ para $l_r = 0, 1, \dots, M_r$, donde la constante M_r representa la cantidad de funciones de pertenencia escalares. Por lo que se define

$$A_r(\chi_r) = \bigcap_{l_r}^{M_r} A_r^{l_r}(\chi_r) = \min \quad (\text{A.2})$$

Definición 10. El centro $\bar{\chi}_r \in U_r^{l_r} \subset U_r$ de cada función de pertenencia $A_r^{l_r}(\chi_r) : U_r^{l_r} \subset U_r \rightarrow [0, 1]$ se define por el conjunto de parámetros

$$\bar{\chi}_r = \left\{ \bar{\chi}_r^{-\frac{M_r-1}{2}}, \dots, \bar{\chi}_r^0, \dots, \bar{\chi}_r^{\frac{M_r-1}{2}} \right\} \quad (\text{A.3})$$

donde $\bar{\chi}_r^{l_r} \in U_r^{l_r} \subset U_r$ representa el centro de cada función de pertenencia escalar.

Definición 11. Un conjunto difuso $A_r(\chi_r) \in U_r \subset \mathbb{R}$ esta formado por la composición de las funciones de pertenencia $A_r^{l_r}(\chi_r) \in U_r^{l_r} \subset U_r$, donde el subconjunto $U_r^{l_r}$ define la partición de operación de la respectiva función de pertenencia escalar

$$A_r(\chi_r) \{ (\chi_r, A_r^{l_r}(\chi_r)) \mid A_r^{l_r}(\chi_r) \in U_r^{l_r} \subset U_r \}. \quad (\text{A.4})$$

En la teoría de control difuso, es habitual tratar con las siguientes funciones básicas de pertenencia escalares, descritas como: funciones de pertenencia triangular, pseudo-trapezoidal y gaussiana. A continuación de describen las ecuaciones para cada una de estas funciones de pertenencia.

- Función de pertenencia triangular

$$A_r^{l_r}(\chi) = \begin{cases} \frac{\chi-\alpha}{\beta-\alpha} & \text{si } \alpha \leq \chi \leq \beta \\ \frac{\gamma-\chi}{\gamma-\beta} & \text{si } \beta \leq \chi \leq \gamma \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

- Función de pertenencia Gaussiana

$$A_r^{l_r}(\chi) = e^{\left(\frac{\beta-\chi}{\sigma}\right)}$$

- Función de pertenencia pseudo-trapezoidal derecha

$$A_r^{l_r}(\chi) = \begin{cases} \frac{\chi-\alpha}{\beta-\alpha} & \text{si } \alpha \leq \chi \leq \beta \\ 1 & \text{si } \chi > \beta \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

- Función de pertenencia pseudo-trapezoidal izquierda

$$A_r^{lr}(\chi) = \begin{cases} \frac{\gamma-\chi}{\gamma-\beta} & \text{si } \beta \leq \chi \leq \gamma \\ 1 & \text{si } \chi < \beta \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

donde $\alpha \in \mathbb{R}$ y $\gamma \in \mathbb{R}$ son los parámetros que definen el intervalo o partición de operación de una función de pertenencia escalar, la constante $\beta \in \mathbb{R}$ representa el centro χ_r^{lr} de la función de pertenencia respectiva, mientras que el parámetro $\sigma \in \mathbb{R}$ es la desviación estándar de la función de pertenencia Gaussiana.

A.3 ESTRUCTURA DE UN CONTROLADOR LÓGICO DIFUSO

Los sistemas de control modernos en malla cerrada o en lazo cerrado están diseñados en base a un modelo cuantitativo y matemático del proceso o planta que requiere ser controlado, sin embargo, el controlador de lógico difuso se diseña con en base a un conocimiento heurístico y cualitativo que un experto ingeniero de control tiene acerca del proceso o planta que se debe controlar.

El controlador lógico difuso realiza el proceso de cálculo numérico, a partir de una estrategia de control que se establece por medio de reglas lingüísticas para describir la dinámica aproximada de la planta, para luego convertirse en una estrategia o ley de control formal y de rigor en malla cerrada. El conocimiento del sistema se expresa a través de un conjunto de reglas lingüísticas de la forma SI antecedente ENTONCES consecuente que puede interpretarse desde un punto de vista de los sistemas de control automático como IF condición ENTONCES acción [33].

En nuestro caso el controlador lógico difuso produce una acción de control que depende de las variables de error. En el diseño del controlador lógico difuso consideraremos

dos variables de entrada, las cuales representan las variables del error de posición y del error de velocidad de la planta.

$$\chi = \begin{bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

donde la variable χ_1 representa el error de posición, y $\chi_2 = \dot{\chi}_1$ representa el error de velocidad. La variable de salida calculada por el controlador lógico borroso produce una variable de control que se puede describir mediante un mapeo estático no lineal con respecto a cada variable de entrada. Se define el mapeo $\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ para obtener la ley del control difuso v .

$$v = \Phi(\chi_1, \chi_2) \tag{A.5}$$

Un controlador de lógico difuso se puede dividir en tres módulos principales.

- Módulo de fusificación
- Módulo de inferencia y base de reglas
 - Funciones de pertenencia de entrada.
 - Funciones de pertenencia de salida.
 - Base de reglas
 - Mecanismo de inferencia
- Módulo de defusificación

A.4 MÓDULO DE FUSIFICACIÓN

El bloque de fuzificación evalúa el mapeo definido por la ecuación (A.6)

$$A'(\chi) : \chi \in \mathbb{R} \rightarrow [0, 1] \tag{A.6}$$

La función de pertenencia $A'(\chi)$ es de tipo “singleton”. Es preciso mencionar que el fusificador “singleton” es un mapeo muy simple, pero presenta la desventaja de ser susceptible al ruido que se genera en la medición de la variable realimentada de la planta o proceso, por otra parte, tiene ventaja de ser muy útil cuando se realiza el cálculo de la variable de salida del controlador difuso, ya que reduce el tiempo de cálculo significativamente [46]. El fusificador singleton descrito en el origen de puede escribir como

$$A'(\chi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \chi = 0 \\ 0 & \text{si } \chi \neq 0 \end{cases}$$

El fusificador singleton representado por la función de pertenencia $A'(\chi)$ tiene su centro definido en el origen, es decir $\bar{\chi} = 0$. En el módulo de fusificación se evalúa la función de pertenencia del fusificador singleton como $A'(\chi - \chi^*)$ tal que $\chi^* \in U \subset \mathbb{R}$ representa el valor numérico instantáneo de la variable de entrada, y a la vez indica el desplazamiento del centro del fusificador exactamente en $\bar{\chi} = \chi^*$. El fusificador de tipo singleton es ampliamente utilizado en la implementación de controladores difusos en tiempo real. La ecuación de salida del módulo de fusificación se describe como

$$A'(\chi - \chi^*) = \begin{cases} 1 & \text{si } \chi = \chi^* \in U \subset \mathbb{R} \\ 0 & \text{si } \chi \neq \chi^* \in U \subset \mathbb{R} \end{cases}$$

La función de pertenencia del módulo de fusificación $A'(\chi - \chi^*)$ es utilizada para evaluar el valor numérico obtenido de la medición χ^* de la variable realimentada, para luego ser procesar el valor obtenido mediante el mecanismo o algoritmo de inferencia junto con la tabla de la base de reglas definidas por el controlador lógico difuso. Numéricamente, el uso del fusificador singleton es equivalente a una evaluación directa de las funciones de pertenencia de entrada en cada valor numérico x^* de la variable de entrada. Por esta razón, comúnmente el módulo de fusificación se ignora en algunas plataformas profesionales que contienen librerías de control lógico difuso, como por ejemplo, en el *Fuzzy Toolbox de Matlab-Simulink*®.

A.5 MÓDULO DE INFERENCIA Y BASE DE REGLAS

Este módulo requiere el conocimiento del conjunto de las funciones de pertenencia asociadas a cada variable de entrada χ_r , y del conjunto de las funciones de pertenencia asociadas a cada variable salida v del controlador lógico difuso, además este módulo también requiere del conocimiento propuesto por la base de reglas difusas que relaciona a las funciones de pertenencia de entrada y de salida, mediante el método de inferencia que sea seleccionado. En este trabajo se ha elegido el método de inferencia Mamdani [8].

A.5.1 FUNCIONES DE PERTENENCIA DE ENTRADA

Las variables de entrada χ_r con $r = 1, 2$ se asocian cada una con un conjunto de funciones de pertenencia escalares denominadas funciones de pertenencia de entrada $A_r(\chi_r)$ para χ_r con $r = 1, 2$. Estas funciones de pertenencia escalares también son llamadas particiones difusas del universo de discurso. Sea M_r con $r = 1, 2$ una constante impar, entonces el número de funciones de pertenencia escalares asociadas con χ_r para $r = 1, 2$. El conjunto de las funciones de pertenencia de entrada que corresponde con la variable de entrada χ_r con $r = 1, 2$, se define como

$$\begin{aligned}
 A_r(\chi_r) &= \{A_1^{l_1}(\chi_1), \dots\} \text{ para} \\
 l_1 &= \left\{ -\frac{M_1 - 1}{2}, -\frac{M_1 - 1}{2} + 1, \dots, 0, \dots, \frac{M_1 - 1}{2} - 1, \frac{M_1 - 1}{2} \right\} \quad (\text{A.7})
 \end{aligned}$$

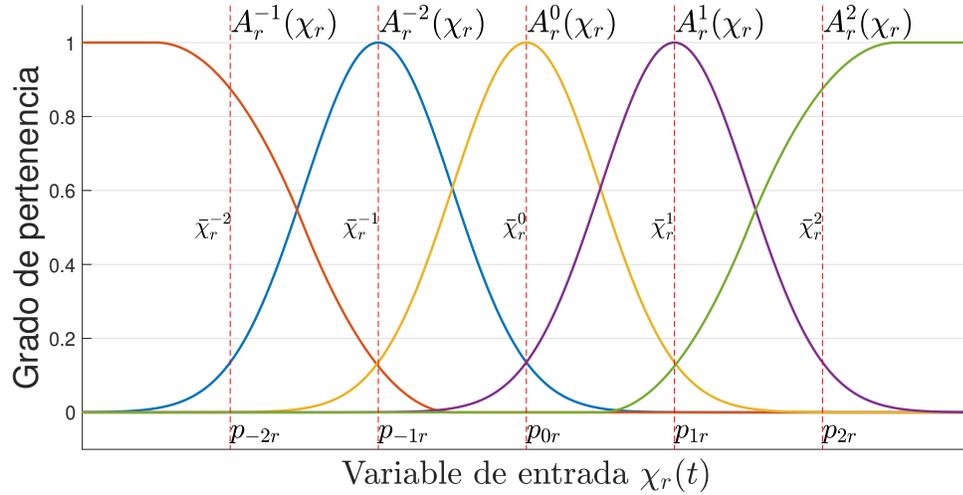


Figura A.1: Función de pertenencia de entrada.

Las funciones de pertenencia de entrada de tipo sigmoideas pueden ser utilizadas por un controlador lógico difuso. La Figura A.1 se muestran las funciones de pertenencia de entrada de tipo sigmoideal, de tal forma que $M_r = 5$, que de acuerdo con la definición de la ecuación A.7, este conjunto difuso se describe como.

$$A_r(\chi_r) = \{A_r^{-2}(\chi_r), A_r^{-1}(\chi_r), A_r^0(\chi_r), A_r^1(\chi_r), A_r^2(\chi_r)\} \text{ con } r = 1, 2 \quad (\text{A.8})$$

tal que sus respectivos centros de definen por el conjunto $\bar{\chi}_r = \{\bar{\chi}_r^{-2}, \bar{\chi}_r^{-1}, \bar{\chi}_r^0, \bar{\chi}_r^1, \bar{\chi}_r^2\}$ con $r = 1, 2$. Se define el conjunto de parámetros que caracterizan a las funciones de pertenencia escalares $A_r^{l_r}(\chi_r)$ que pertenecen al conjunto difuso $A_r(\chi_r)$ con $r = 1, 2$, se denotarán como

$$p_{A_r} = \{p_{l_r}, \dots\} \text{ para} \\ l_r = \left\{ -\frac{M_1 - 1}{2}, -\frac{M_1 - 1}{2} + 1, \dots, 0, \dots, \frac{M_1 - 1}{2} - 1, \frac{M_1 - 1}{2} \right\} \quad (\text{A.9})$$

A.5.2 FUNCIONES DE PERTENENCIA DE SALIDA

La función de pertenencia $B^l(v)$ es asociada con la variable de salida $v(t) \in V \subset \mathbb{R}$, con $V \subset \mathbb{R}$ como el universo soportado para la variable de salida, tal que $l = \{-\frac{J-1}{2}, -\frac{J-1}{2} + 1, \dots, 0, \dots, \frac{J-1}{2} - 1, \frac{J-1}{2}\}$, y donde J representa el número de funciones de pertenencia escalares que forman parte del conjunto difuso de salida descrito como

$$B^l(\chi_r) = \{B^{-2}(\chi_r), B^{-1}(\chi_r), B^0(\chi_r), B^1(\chi_r), B^2(\chi_r)\} \quad (\text{A.10})$$

Para el diseño de las funciones de pertenencia escalares de salida $B^l(v) \in V \subset \mathbb{R}$, que forman parte del conjunto difuso de salida $B(v)$, se utilizan los siguientes criterios:

- Las funciones de pertenencia $B^l(v)$ son simétricos con respecto a su centro \bar{v}_l .
- El número de funciones de pertenencia escalares $B^l(v)$ que forman parte del conjunto difuso $B(v)$ de la variables de salida debe ser impar.

Los parámetros que definen los intervalos de operación y los centros de B^l se definen por el conjunto $p_b = \{b_l, \dots\}$, y por el conjunto $\bar{v} = \{\bar{v}_l, \dots\}$ respectivamente, con $l = \{-\frac{J-1}{2}, -\frac{J-1}{2} + 1, \dots, 0, \dots, \frac{J-1}{2} - 1, \frac{J-1}{2}\}$, de tal forma que si $J = 5$, entonces se tiene $p_b = \{b_{-2}, b_{-1}, b_0, b_1, b_2\}$, así como $\bar{v} = \{\bar{v}^{-2}, \bar{v}^{-1}, \bar{v}^0, \bar{v}^1, \bar{v}^2\}$, tal que se debe de cumplir $p_b = \bar{v}$. Las funciones de pertenencia pueden ser de forma trapezoidal, triangular, gaussiana o singleton. En la Figura A.2 se muestra un conjunto difuso de salida formado por funciones de pertenencia de tipo trapezoidal denotadas por B^l con $l = -2, -1, 0, 1, 2$ y $J = 5$, donde \bar{v}_l denota el parámetro del centro de cada función escalar B^l de salida.

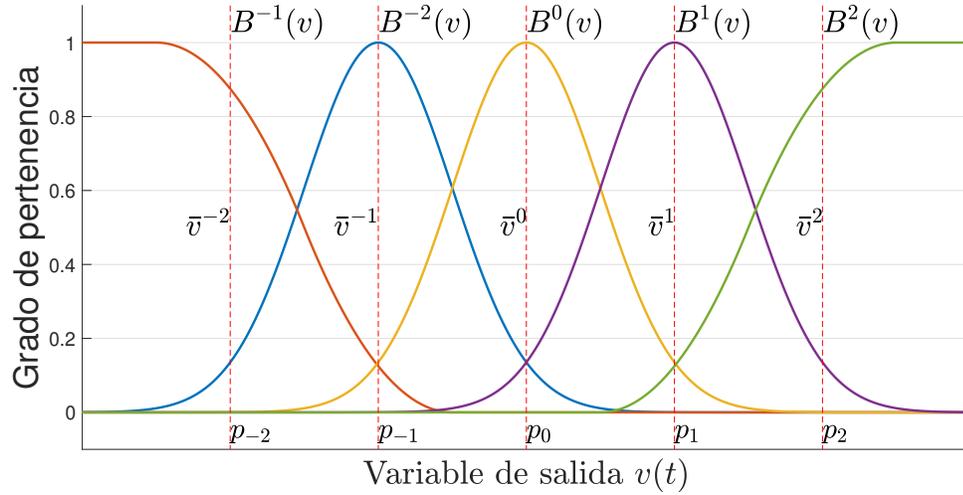


Figura A.2: Función de pertenencia de salida.

A.5.3 BASE DE REGLAS DEL MECANISMO DE INFERENCIA

La base de reglas difusas para un sistema de dos variables de entrada $\chi = [\chi_1, \chi_2]^T$ y una variable de salida v , se forma al definir las combinaciones posibles entre las funciones de pertenencia de entrada, tal que se obtiene la siguiente lista de reglas

$$\text{Regla}(l_1, l_2) : \text{IF } \chi_1 \in A_1^{l_1} \text{ AND } \chi_2 \in A_2^{l_2} \text{ THEN } v \in B^{l_1, l_2} \quad (\text{A.11})$$

donde $\chi \in U = U_1 \times U_2 \subset \mathbb{R}$, $v \in V \subset \mathbb{R}$ y $A_r^{l_r}(\chi_r) \in A_r(\chi_r)$, definida anteriormente en A.1, con $r = 1, 2$.

Las funciones de pertenencia $B^{l_1, l_2}(v)$ definen el conjunto de conclusión en la base de reglas, y deben estar asociadas con las funciones de pertenencia de salida $B^l(v)$ que se definieron previamente, tal que

$$B^{l_1, l_2}(v) = \left\{ B^{-\frac{J-1}{2}}, B^{-\frac{J-1}{2}+1}, \dots, 0, \dots, B^{\frac{M_1-1}{2}-1}, B^{\frac{J-1}{2}} \right\} \text{ para}$$

$$l_1 = \left\{ -\frac{M_1-1}{2}, -\frac{M_1-1}{2} + 1, \dots, 0, \dots, \frac{M_1-1}{2} - 1, \frac{M_1-1}{2} \right\}$$

$$l_2 = \left\{ -\frac{M_2-1}{2}, -\frac{M_2-1}{2} + 1, \dots, 0, \dots, \frac{M_2-1}{2} - 1, \frac{M_2-1}{2} \right\}$$

Tabla A.1: Sintonización de las Reglas Difusas.

	χ_2	$l_1 = -2$	$l_1 = -1$	$l_1 = 0$	$l_1 = -1$	$l_1 = -2$
χ_1		A_1^{-2}	A_1^{-1}	A_1^0	A_1^1	A_1^2
$l_2 = -2$	A_2^{-2}	B^{-2}	B^{-2}	B^{-2}	B^{-1}	B^0
$l_2 = -1$	A_2^{-1}	B^{-2}	B^{-2}	B^{-1}	B^0	B^1
$l_2 = 0$	A_2^0	B^{-2}	B^{-1}	B^0	B^1	B^2
$l_2 = -1$	A_2^1	B^{-1}	B^0	B^1	B^2	B^2
$l_2 = -2$	A_2^2	B^0	B^1	B^2	B^2	B^2

(A.12)

De acuerdo a la definición de la base de reglas establecidas para el experto en el proceso de diseño del controlador lógico difuso, se puede construir una tabla de búsqueda, la cual resguarda la ubicación particular de las funciones de pertenencia $B^{l_1, l_2}(v)$ asignadas en las conclusiones de la base de reglas. A continuación, se muestra el acomodo de una tabla de búsqueda para un controlador lógico borroso, con los parámetros $M_1 = 5$, $M_2 = 5$ y $J = 5$ (véase la Tabla A.1).

A.5.4 MECANISMO DE INFERENCIA

El mecanismo de inferencia se basa en la teoría del razonamiento aproximado [16]. Esto puede verse como el modelado del proceso mediante el cual el ser humano puede sacar una conclusión imprecisa de un conjunto de premisas imprecisas para concluir con la toma de decisiones [56]. Existen en la literatura varios tipos de mecanismos de inferencia [52], [13]. En el alcance de este trabajo se utiliza el control lógico difuso para la implementación de controladores de formación en tiempo real, para tal caso, se considera el mecanismo de inferencia mínima basado en la implicación de Mamdani [10], ya que el cálculo computacional de este algoritmo de procesamiento es muy simple.

A.5.5 MÉTODO DE INFERENCIA MÍNIMO

El método de inferencia mínimo es descrito por la siguiente expresión

$$B'_{l_1 l_2}([\chi \ v]^T) = \sup_{\emptyset \in U} \min(A'(\chi - \chi^*), A_1^{l_1}(\chi_1), A_2^{l_2}(\chi_2), B^{l_1 l_2}(v)) \quad (\text{A.13})$$

Si la función de pertenencia del fusificador es de tipo singleton, entonces la ecuación del método de inferencia mínimo se simplifica a la siguiente expresión

$$B'_{l_1 l_2}([\chi \ v]^T) = \min(A_1^{l_1}(\chi_1^*), A_2^{l_2}(\chi_2^*), B^{l_1 l_2}(v)) \quad (\text{A.14})$$

la siguiente expresión es equivalente a la ecuación anterior

$$B'_{l_1 l_2}([\chi \ v]^T) = \min(\omega_{l_1 l_2}, B^{l_1 l_2}(v)) \quad (\text{A.15})$$

donde $\omega_{l_1 l_2} = \min(A_1^{l_1}(\chi_1), A_2^{l_2}(\chi_2))$.

Este mecanismo de inferencia también es nombrado en la literatura como el método de recorte [52].

Una vez que el mecanismo de inferencia ha evaluado las condiciones de las sentencias IF THEN de la base de reglas, entonces se habrán calculado las $M = M_1 M_2$ funciones de pertenencia para los conjuntos difusos $B'_{l_1 l_2}([\chi \ v]^T)$ que de manera individual representan las conclusiones. Mientras que la combinación de las funciones individuales de cada conclusión.

A.6 MODULO DE DESFUSIFICACIÓN

El proceso de defusificación es el paso donde la función de pertenencia $B'([\chi \ v]^T)$ calculada en el mecanismo de inferencia, se utiliza para obtener el valor de la variable $v \subset \mathbb{R}$.

Para calcular la variable de salida del protocolo difuso de consenso, se utiliza el método de defusificación de centro promedio, calculado mediante la media aritmética

ponderada del conjunto implicado, como se expresa en las ecuaciones (A.16) y (A.17).

$$\Phi(\chi) = \frac{\sum_{l_1=-\frac{M_1-1}{2}}^{\frac{M_1-1}{2}} \sum_{l_2=-\frac{M_2-1}{2}}^{\frac{M_2-1}{2}} \bar{v}^{l_1 l_2} \left[\bigcap_{i=1}^2 A_r^{l_i}(\chi_r) \right]}{\sum_{l_1=-\frac{M_1-1}{2}}^{\frac{M_1-1}{2}} \sum_{l_2=-\frac{M_2-1}{2}}^{\frac{M_2-1}{2}} \left[\bigcap_{r=1}^2 A_r^{l_r}(\chi_r) \right]} \quad (\text{A.16})$$

$$v = \Phi(\chi) \quad (\text{A.17})$$

donde \bigcap denota el operador de intersección que hemos elegido en este trabajo para representar el operador mínimo.

APÉNDICE B

ESTABILIDAD DE LYAPUNOV DEL ALGORITMO SUPER TWISTING

En el análisis de estabilidad del controlador Super Twisting (4.57), para un eje de movimiento del quadrotor se considera que

$$\dot{\sigma}_{p_1} = -c_{p_1,1} |\sigma_{p_1}|^{1/2} \text{sign}(\sigma_{p_1}) + w_{p_1} \quad (\text{B.1})$$

$$\dot{w}_{p_1} = -b_{p_1,1} \text{sign}(\sigma_{p_1}) + \rho(t, \sigma_{p_1})$$

donde ρ esta uniformemente acotada

$$(|\rho| < \delta)$$

La prueba de convergencia de (σ_{p_1}, w_{p_1}) to $(0, 0)$ se puede demostrar usando el siguiente candidato de Lyapunov, como se presenta en [29]

$$V = \zeta^\top P \zeta \quad (\text{B.2})$$

donde $\zeta = [|\sigma_{p_1}|^{1/2} \text{sign}(\sigma_{p_1}), w_{p_1}]$ y P es una matriz definida positiva. Nótese que V es continua pero no es diferenciable en $\sigma_{p_1} = 0$. También siendo definida positiva y radialmentedesacotada, satisface

$$\lambda_{\min} \{P\} \|\zeta\|_2^2 \leq V \leq \lambda_{\max} \{P\} \|\zeta\|_2^2 \quad (\text{B.3})$$

donde $\|\zeta\|_2^2 = |\sigma_{p_1}| + w_{p_1}$ representa la norma euclidiana de ζ .

Diferenciando el vector $\zeta = [|\sigma_{p_1}|^{1/2}\text{sign}(\sigma_{p_1}), w_{p_1}]$ y usando la ecuación (B.1), se puede escribir como

$$\dot{\zeta}(t) = \frac{1}{|\zeta_1|}(A\zeta + B\tilde{\rho}(t, \zeta)) \quad (\text{B.4})$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}k_1 & \frac{1}{2} \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

con $k_1 = c_{p_{1,1}}$, $k_2 = b_{p_{1,1}}$, y el término de perturbación $\tilde{\rho}(t, \zeta) = |\zeta_1|\rho(t, \sigma)$ satisface $|\tilde{\rho}(t, \zeta)| \leq \delta |\zeta_1|$. De esta forma, $\hat{w}(\tilde{\rho}, \zeta) = -\tilde{\rho}^2(t, \zeta) + \delta^2\zeta_1^2 \geq 0$.

Ahora considere la función candidata de Lyapunov como se define en (B.2). Su derivada a lo largo de las trayectorias del sistema perturbado es

$$\begin{aligned} \dot{V}(\zeta) &= \dot{\zeta}^\top P\zeta + \zeta^\top P\dot{\zeta} \\ &= \frac{1}{|\zeta_1|} \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} A^\top + PA & PB \\ B^\top P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix} \\ &\leq \frac{1}{|\zeta_1|} \left\{ \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} A^\top + PA & PB \\ B^\top P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix} + \hat{w}(\tilde{\rho}, \zeta) \right\} \\ &\leq \frac{1}{|\zeta_1|} \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} A^\top P + PA + \delta^2 C^\top C & PB \\ B^\top P & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix} \\ &\leq \frac{1}{|\zeta_1|} \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} A^\top P + PA + \epsilon P - \epsilon P + \delta^2 C^\top C & PB \\ B^\top P & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix} \\ &\leq -\frac{\epsilon}{|\zeta_1|} \zeta^\top P\zeta - \frac{1}{|\zeta_1|} \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} -A^\top P - PA - \epsilon P - \delta^2 C^\top C & -PB \\ -B^\top P & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \tilde{\rho} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

donde $C = [1 \ 0]$. Ahora, tomando la siguiente ecuación de desigualdad de la matriz lineal algebraica (LMI de las siglas en inglés “*Linear Matrix Inequality*”), debe satisfacer

$$\begin{bmatrix} -A^\top P - PA - \epsilon P - \delta^2 C^\top C & -PB \\ -B^\top P & 1 \end{bmatrix} > 0 \quad (\text{B.5})$$

entonces

$$\dot{V}(\zeta) \leq -\frac{\epsilon}{|\zeta_1|} \zeta^\top P\zeta = -\frac{\epsilon}{|\zeta_1|} V(\zeta)$$

De (B.3), resulta

$$|\sigma_{p_1}|^{1/2} \leq \|\zeta\|_2 \leq \frac{V^{1/2}(\zeta)}{\lambda_{\min}^{1/2}\{P\}}$$

Esto demuestra que

$$\dot{V} \leq -\epsilon \lambda_{\min}^{1/2}\{P\} V^{1/2}(\zeta)$$

garantizando la convergencia de trayectorias en tiempo finito, [17].

Lemma 1. *La desigualdad en (B.5) es definida positiva si se cumplen las siguientes condiciones*

1. $k_1 > 2\epsilon, k_2 > 0,$
2. $P_{12} < 0,$
3. $P_{11} > \frac{P_{12}^2 - 2k_2 P_{12} + \delta^2}{k_1 - \epsilon},$
4. $P_{22} > \frac{P_{12}(\epsilon - \frac{1}{2}k_1) + \frac{1}{2}P_{11}}{k_2 - P_{12}} > \frac{P_{12}^2}{P_{11}},$
5. $P_{22}^2 + \epsilon P_{22} + P_{12} < 0.$

Prueba según el lema del complemento de Schur [38], el LMI (B.5) es equivalente a

$$1 > 0, \quad -A^\top P - PA - \delta^2 C^\top C - \epsilon P - PBB^\top P > 0 \quad (\text{B.6})$$

Entonces, de las matrices A, B, C y P en la ecuación anterior (B.6), resulta

$$\Upsilon = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} > 0 \quad (\text{B.7})$$

donde

$$v_{11} = k_1 P_{11} + 2k_2 P_{12} - \epsilon P_{11} - \delta^2 - P_{12}^2,$$

$$v_{12} = v_{21} = \frac{1}{2}k_1 P_{12} + k_2 P_{22} - \frac{1}{2}P_{11} - \epsilon P_{12} - P_{12} P_{22},$$

$$v_{22} = -P_{12} - \epsilon P_{22} - P_{22}^2$$

Para garantizar una matriz definida positiva en (B.7), se aplica el teorema de Sylvester [34] y resulta

$$v_{11} > 0$$

$$v_{11}v_{22} > v_{12}^2$$

Por lo tanto, estas desigualdades se logran si las condiciones 1 hasta 5 del lema 1 son satisfechas.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. Abbas and Q. Wu, “*Tracking Formation Control for Multiple Quadrotors Based on Fuzzy Logic Controller and Least Square Oriented by Genetic Algorithm*” The Open Automation and Control Systems Journal, Vol. 7, pp 842-850, 2015.
- [2] A. Abdessameud and A. Tayebi, *Motion Coordination for VTOL Unmanned Aerial Vehicles: Attitude Synchronisation and Formation Control*, Springer-Verlag London 2013.
- [3] K. Alexis, C. Papachristos, R. Siegwart, and A. Tzes, “*Uniform Coverage Structural Inspection Path-Planning for Micro Aerial Vehicles*”, IEEE Multiconference on Systems and Control, Sydney NSW, 2015.
- [4] F. Baghbani, M. Akbarzadeh-T, M.-B. Sistani, “*Adaptive fuzzy formation control for a class of uncertain nonlinear multi-agent systems* ” 2017 5th International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA), Shiraz, Iran, 21-23 November, 2017.
- [5] A. Bircher, K. Alexis, M. Burri, P. Oettershagen, S. Omari, T. Mantel, and R. Siegwart, “*Structural inspection path planning via iterative viewpoint resampling with application to aerial robotics*”, IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Seattle, WA, 2015.
- [6] A. Bircher, M. Kamel, K. Alexis, M. Burri, P. Oettershagen, S. Omari, T. Mantel, and R. Siegwart, “*Three-dimensional coverage path planning via viewpoint*

- resampling and tour optimization for aerial robots*”, *Autonomous Robots* 2016, 40(6):1059–1078.
- [7] F. Bullo and A. D. Lewis, *Geometric Control of Mechanical Systems: Modeling, Analysis, and Design for Simple Mechanical Control Systems*, Springer, USA, 2005.
- [8] G. Calcev, “*Some remarks on the stability of Mamdani fuzzy control systems*”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 6, pp. 436–442, Aug. 1998.
- [9] Y. Cao and W. Ren, “*Distributed Coordinated Tracking via a Variable Structure Approach - Part I: Consensus Tracking*”, 2010 American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA June 30-July 02, 2010
- [10] Y. Chang, Ch. Chen, W. Chang, H. Lin, CH. Chang, “*Fuzzy Formation Control and Collision Avoidance for Multiagent Systems*” *Mathematical Problems in Engineering*, Vol 2013, <http://dx.doi.org/10.1155/2013/908180>, 2013.
- [11] R. Chapa-Garcia, M. Jimenez-Lizarraga, O. Garcia and T. Espinoza-Fraire, “*Formation flight of fixed-wing UAVs based on linear quadratic affine game*”, 2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Arlington, VA USA, June 2016
- [12] X. Dong, Z. Shi, G. Lu, Y. Zhong, “*Time-varying output formation control for high-order linear time-invariant swarm systems*”, *Information Sciences*, 2015, 298(20):36-52.
- [13] D. Driankov, H. Hellendoorn, and M. Reinfrank, *An Introduction to Fuzzy Control*, New York: Springer-Verlag, 1996.
- [14] A. G. Escobar, “*Control y navegación de un vehículo aéreo no tripulado*”, CIIIA-FIME-UANL (Tesis), 2016.
- [15] D. Gu, H. Hu, “*Using Fuzzy Logic to Design Separation Function in Flocking Algorithms*”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 16, No. 4, August 2008.

- [16] M.M. Gupta et al. eds, *Approximate reasoning in Expert systems*, Amsterdam: North- Holland, 1985.
- [17] M. Hernandez-Gonzalez and M. A. Jimenez-Lizarraga, “*Real-time laser beam stabilization by sliding mode controllers*”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Volume 91, Issue 9–12, August 2017.
- [18] Z. G. Hou, L. Cheng, and M. Tan, “*Decentralized Robust Adaptive Control for the Multiagent System Consensus Problem Using Neural Networks*”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 39, no. 3, June 2009.
- [19] J G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge University Press, USA, 2006.
- [20] F. L. Lewis, H. Zhang, K. Hengster-Movric, and A. Das, *Cooperative Control of Multi-Agent Systems: Optimal and Adaptive Design Approaches*, Springer-Verlag London 2014.
- [21] Z. Li and Z. Duan, *Cooperative Control of Multi-agent Systems: A Consensus Region Approach*, CRC Press, 2014.
- [22] N. Liu, R. Ling, Q. Huang, and Z. Zhu, “*Second-Order Super-Twisting Sliding Mode Control for Finite-Time Leader-Follower Consensus with Uncertain Nonlinear Multiagent Systems*”, Hindawi Publishing Corporation, *Mathematical Problems in Engineering*, Volume 2015, Article ID 292437.
- [23] R. Lozano, *Unmanned Aerial Vehicles Embedded Control*, John Wiley-ISTE Ltd, USA, 2010.
- [24] E. H. Mamdani, “*Applications of Fuzzy Algorithms for Control of a Simple Dynamic Plant*”, *IEEE IET*, vol. 121 , Issue 12 , 1974.
- [25] X. Mao, H. Zhang, Y. Wang, “*Flocking of quad-rotor UAVs with fuzzy control*” *ISA Transactions*, Vol. 74, pp 185-193, 2018.

- [26] O. Martinez, L. Amezcua-Brooks, E. Liceaga-Castro, O. Garcia, and D. Martinez, “*Experimental assessment of wind gust effect on PVTOL aerial vehicles using a wind tunnel*”, 2015 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), Ixtapa, Mexico, November 2015.
- [27] A. Mirzaeinia, M Hassanalian, K. Lee, M. Mirzaeinia, “*Energy conservation of V-shaped swarming fixed-wing drones through position reconfiguration*”, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 94, 105398, 2019.
- [28] E. Montijano, E. Cristofalo, D. Zhou, M. Schwager and C. Sagues, “*Vision-Based Distributed Formation Control Without an External Positioning System*”, *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 32, no. 2, pp. 339-351, April 2016.
- [29] J. A. Moreno and M. Osorio, “*A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers*”, 47th IEEE Conference on Decision and Control Cancun, Mexico, Dec. 2008.
- [30] D. I. Montufar, F. Munoz, E.S. Espinoza, O. Garcia and S. Salazar, “*Multi-UAV Test-bed for Aerial Manipulation Applications*”, *IEEE International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2014)*, 2014.
- [31] F. Munoz, E. S. Espinoza Quesada, Hung M. La, S. Salazar, S. Commuri and L. R. Garcia Carrillo, “*Adaptive consensus algorithms for real-time operation of multi-agent systems affected by switching network events*”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2016.
- [32] F. Munoz Palacios, E. S. Espinoza Quesada, G. Sanahuja, S. Salazar, O. Garcia Salazar, and L. R. Garcia Carrillo, “*Test bed for applications of heterogeneous unmanned vehicles*”, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, SAGE Publications, 1, January-February 2017.
- [33] J. Nie, D. Linkens, *Fuzzy-Neural Control*, Prentice-Hall, 1995.
- [34] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 5th ed, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 2009.

- [35] Oh K.-K., Park M.-C., and Ahn H.-S., 2015, "A survey of multi-agent formation control". *Automatica* 53 (2015): 424-440.
- [36] G. Ortega, "Implementación de algoritmos de consensus lineales y adaptables de tipo Líder-Seguidor para la coordinación de múltiples sistemas aéreos no tripulados", Universidad Politecnica de Pachuca (tesis), 2015.
- [37] S. Piskorsky, N. Brulez, and P. Eline, "ARDrone SDK 1.7 Developer Guide", Parrot AR.Drone, 2011.
- [38] A. S. Poznyak, *Advanced mathematical tools for automatic control engineers, Deterministic techniques* Volume 1. Elsevier, Hungary 2008.
- [39] H. Ramirez, V. Parra-Vega, A. Sanchez, and O. Garcia, "Robust backstepping control based on integral sliding modes for tracking of quadrotors", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Springer, 2013.
- [40] W. Ren *Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations*, *IET Control Theory Appl.*, Vol. 1, No. 2, March 2007.
- [41] W. Ren and R. W. Beard, *Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control: Theory and Applications*, Springer-Verlag London 2008.
- [42] W. Ren, R. W. Beard and E. M. Atkins, "Information consensus in multivehicle cooperative control", *IEEE Control systems magazine*, vol. 27, no. 2, pp. 71-82, 2007.
- [43] E.G. Rojo-Rodriguez, O. Garcia, E.J. Ollervides, P. Zambrano-Robledo, and E.S. Espinoza-Quesada, *Robust Consensus-Based Formation Flight for Multiple Quadrotors*, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 93, Issue 1-2, pp 213-226, 2018.
- [44] E. G. Rojo-Rodriguez, E. J. Ollervides, J. G. Rodriguez, E. S. Espinoza, P. Zambrano-Robledo and O. Garcia, "Implementation of a super twisting controller

- for distributed formation flight of multi-agent systems based on consensus algorithms*”, 2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2017), Miami FL, USA, 2017.
- [45] A. Sanchez, V. Parra-Vega, C. Izaguirre and O. Garcia, “*Position-Yaw Tracking of Quadrotors*”, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, ASME, Vol. 137, June 2015.
- [46] V. Santibanez, R. Kelly, and M. A. Llama, “*Global Asymptotic Stability of a Tracking Sectorial Fuzzy Controller for Robot Manipulators*”, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, vol. 34, no. 1, february 2004.
- [47] H. Shin, A. F. Antoniadis, A. Tsourdos, “*Parametric Study on Formation Flying Effectiveness for a Blended-Wing UAV*” Journal of Intelligent and Robotic Systems, Vol. 93, Issue 1-2, pp. 179-191, 2019.
- [48] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman and A. Levant, *Sliding Mode Control and Observation*, Control Engineering Series, Birkhser, 2013.
- [49] R. F. Stengel, *Flight Dynamics*, Princeton University Press, USA, 2004.
- [50] R. Tron, J. Thomas, G. Loianno, K. Daniilidis and V. Kumar, “*A Distributed Optimization Framework for Localization and Formation Control: Applications to Vision-Based Measurements*”, IEEE Control Systems, vol. 36, no. 4, pp. 22-44, Aug. 2016.
- [51] M. Turpin, N. Michel, and V. Kumar, “*Trajectory design and control for aggressive formation flight with quadrotors*”, Autonomous Robots, vol. 33, no. 1, pp. 143-156, 2012.
- [52] L.X. Wang. *A Course in Fuzzy Systems and Control*. Prentice-Hall PTR, 1997.
- [53] H. Yang, J. Gu, G. Zong, S. Zhang, “*Flocking of Mobile Intelligent Agents on Fuzzy System with Optimal Theories*”, Fuzzy Information and Engineering, Vol. 2, Issue 4, pp 347-359, 2010.

-
- [54] D. W. Yeo, N. Sydney, D. A. Paley, and D. Sofge, “*Downwash Detection and Avoidance with Small Quadrotor Helicopters*”, AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 40, No. 3, 2017.
- [55] L. A. Zadeh, *Fuzzy Sets*, Information and Control, Vol. 8 pp. 338—353.
- [56] L. A. Zadeh, “*Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes*”, IEEE Transaction Systems Man and Cybernetics., Vol 3, pp 28-44, 1973.
- [57] Y. Zhou, X. Dong, G. Lu and Y. Zhong, “*Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles with switching interaction topologies*”, International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2014), 2014.

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Edmundo Javier Ollervides Vázquez

Candidato para obtener el grado de
Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica
con orientación en Dinámica de Vuelo.

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

DISEÑO DE ALGORITMOS DE NAVEGACIÓN PARA LA COOPERACIÓN DE VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS

Edmundo Javier Ollervides Vázquez realizó sus estudios de ingeniería en el *Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico De La Laguna*, en la carrera de Ingeniería en Electrónica del año 1991 al año 1995 (ubicado en Torreón, Coahuila), habiendo presentado la defensa de la Tesis de Ingeniería en el mes de agosto del año 1996. Estudios de posgrado realizados en el *Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada B.C.* (ubicado en Ensenada, Baja California), en la *Maestría en Ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones con Especialidad de Instrumentación y Control* durante el periodo comprendido entre el año 1996 hasta el año 1999, y habiendo presentado la defensa de la Tesis de la Maestría en Ciencias en el mes de agosto del año 2000. Actualmente en el año 2020 y desde el año 2010 se desempeña como Profesor Investigador de la División

de Estudios de Posgrado e Investigación (DEPI) del TecNM/Instituto Tecnológico De La Laguna. Habiendo cumplido con las anteriores consignas como Profesor de Asignatura y después como Profesor de Carrera de la Especialidad de Ingeniería en Electrónica del TecNM/Instituto Tecnológico De La Laguna durante el periodo correspondiente a los años 2000 a 2009. Posteriormente en el año 2010 logro alcanzar el puesto de *Profesor Investigador de la DEPI*, siendo agregado en el cuerpo académico de la *Línea de Investigación de Mecatrónica y Control*, que forma parte *Consejo de Posgrado la Mestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica*. Actualmente y desde al año 2010 es miembro de la organización internacional de ingenieros profesionistas y estudiantes de ingeniería, denominada "*Institute of Electrical and Electronics Engineers*" (*IEEE*), en la región 9, con la sección sede ubicada en la ciudad Monterrey, Nuevo León.