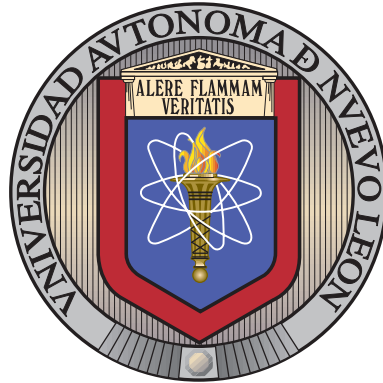


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



GUIADO, NAVEGACIÓN Y CONTROL BASADO EN
SE(3) PARA UN MICRO DRON

POR

LUIS ENRIQUE CABRIALES RAMÍREZ

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN INGENIERÍA AERONÁUTICA

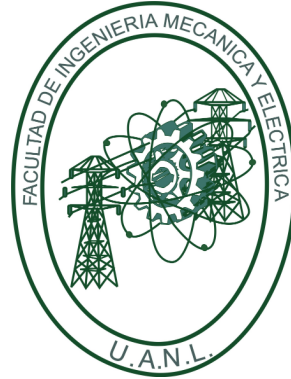
CON ORIENTACIÓN EN DINÁMICA DE VUELO

DICIEMBRE 2020

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



GUIADO, NAVEGACIÓN Y CONTROL BASADO EN
 $SE(3)$ PARA UN MICRO DRON

POR

LUIS ENRIQUE CABRIALES RAMÍREZ

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN INGENIERÍA AERONÁUTICA

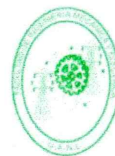
CON ORIENTACIÓN EN DINÁMICA DE VUELO

DICIEMBRE 2020



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “Guiado, navegación y control basado en SE(3) para un micro dron”, realizada por el alumno Luis Enrique Cabriales Ramírez, con número de matrícula 1429175, sea aceptada para su defensa como requisito para obtener el grado de Maestría en Ingeniería Aeronáutica con orientación en Dinámica de Vuelo.

El Comité de Tesis

Dr. Octavio García Salazar
Director

Dr. Luis Arturo Reyes Osorio
Revisor

Dr. Anand Eleazar Sánchez Orta
Revisor

Vo. Bo.

Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirector de Estudios de Posgrado



092

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 11 de enero de 2021



*Este trabajo se lo dedico a Dios
por darme vida, salud y sabiduría.*

*A mis padres
por darme los estudios y su apoyo.*

*A mi esposa
por apoyarme todo este tiempo y tenerme paciencia.*

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	x
Resumen	xi
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Estado del arte	3
1.3. Justificación	5
1.4. Hipótesis	5
1.5. Objetivo	6
1.6. Metodología	6
2. Preliminares	7
2.1. Conceptos preliminares	9
2.1.1. Marcos de referencia	10
2.1.2. Matriz de rotación	12
2.1.3. Variedades	15

2.1.4. Grupos de Lie	15
3. Ecuaciones de movimiento del MCR VANT	17
3.1. Descripción	17
3.2. Modelo matemático	18
3.3. Fuerzas	20
3.4. Momentos	21
4. Guiado, navegación y control	23
4.1. Control del VANT	26
5. Resultados en simulación	28
5.1. Trayectorias sin perturbación	28
5.2. Trayectoria con perturbación	34
6. Conclusiones	37
A. Apéndice A	39
B. Apéndice B	42
B.1. Análisis de estabilidad	42

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Aeronave Curtiss N-9.	1
1.2. Aeronave espía U-2.	2
2.1. Relación de entrada-salida general de aeronave.	8
2.2. Representación de los ejes en el Marco Inercial.	10
2.3. Marco Inercial y del Cuerpo.	11
2.4. Representación de ángulos de Euler.	12
2.5. Rotación de guiñada, eje z	13
2.6. Rotación de cabeceo, eje y	13
2.7. Rotación de alabeo, eje x	14
3.1. Descripción del objetivo del vehículo.	18
3.2. Marco Inercial y del Cuerpo.	18
3.3. MCR VANT v3.	20
4.1. Vehículo en seguimiento de trayectoria.	25
4.2. Esquema general del sistema.	27

5.1. Trayectoria circular sin perturbación.	29
5.2. Respuesta del vector delantero para trayectoria circular.	30
5.3. Respuesta del vector binormal para trayectoria circular.	30
5.4. Respuesta del vector normal para trayectoria circular.	31
5.5. Trayectoria Lemniscata sin perturbación.	32
5.6. Respuesta del vector delantero para trayectoria Lemniscata.	33
5.7. Respuesta del vector binormal para trayectoria Lemniscata.	33
5.8. Respuesta del vector normal para trayectoria Lemniscata.	34
5.9. Trayectoria circular con ruido blanco.	35
5.10. Ángulos de orientación del MCR UAV.	36

ÍNDICE DE TABLAS

AGRADECIMIENTOS

Le agradezco a Dios por darme salud, sabiduría y la vida a través de mis padres Martín Cabriales Córdova y Rosa Ramírez Pérez quienes me dieron los estudios necesarios para llegar hasta aquí, así como todo su apoyo. Agradezco a mi esposa Miriam Navarro Morales por apoyarme todo este tiempo y permanecer a mi lado pacientemente.

También le agradezco al comité de tesis conformado por Dr. Luis Arturo Reyes Osorio, Dr. Anand E. Sánchez Orta y Dr. Simón Martínez Martínez, además de mi director de tesis Dr. Octavio García Salazar quien dedico tiempo para guiarme en el proceso de realización de este trabajo.

Le agradezco a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL) por aceptarme en su programa de posgrado de Maestría en Ingeniería Aeronáutica. Además, por proveer las instalaciones del Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica (CIIIA), donde se imparte el posgrado.

Le agradezco a los compañeros de generación Manuel Alejandro Gutiérrez Martínez e Israel de Santiago Talavera, también a Erik G. Rojo Rodríguez compañero del grupo de investigación, quienes me brindaron apoyo académico en el posgrado.

También agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por aceptarme en su programa de becas y así brindarme un apoyo económico y servicio médico.

RESUMEN

Luis Enrique Cabriaes Ramírez.

Candidato para obtener el grado de Maestría en Ingeniería Aeronáutica con orientación en dinámica de vuelo.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: GUIADO, NAVEGACIÓN Y CONTROL BASADO EN $SE(3)$ PARA UN MICRO DRON.

Número de páginas: 50.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: Obtener el modelo matemático de las dinámicas del VANT. Diseñar el sistema de guiado, navegación y control en $SE(3)$. Realizar una simulación del sistema diseñado.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: Diseñar un sistema de guiado, navegación y control en el grupo especial Euclidiano que permite al VANT realizar vuelos autónomos. El control se realizó basado en un PD con funciones de saturación considerando el concepto de $SE(3)$.

Firma del director: _____
Dr. Octavio García Salazar

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES

Desde hace mucho tiempo se ha trabajado con vehículos aéreos no tripulados-VANTs, como podemos ver en [32], desde la primera guerra mundial se vio la necesidad de diseñar aeronaves, que no llevaran piloto, para defensa y ataque. A dichas aeronaves se les llamo VANT o por sus siglas en inglés *UAV-Unmanned Aerial Vehicle*.

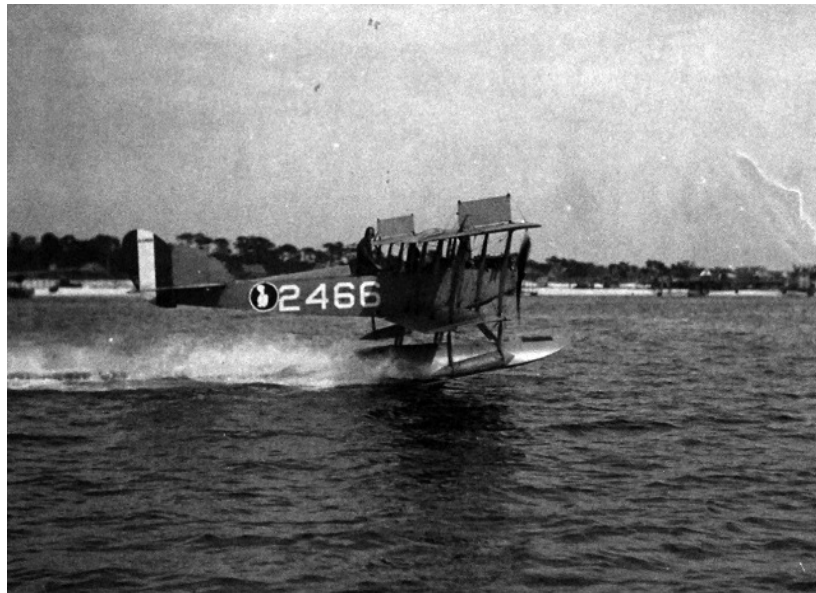


Figura 1.1: Aeronave Curtiss N-9.

En 1917 se probó una aeronave Curtiss N-9, Figura 1.1 [31], con un piloto automático para realizar las maniobras en el aire, pero no podía realizar las maniobras de despegue y aterrizaje con el piloto automático, por tal motivo se necesitaba un piloto abordo para realizar estas dos maniobras. En el mismo año se fabricó una bomba, que después de despegar de forma asistida, se orientaba hacia su objetivo de forma autónoma, esta bomba no se utilizó en la primera guerra mundial. Para finales de esta guerra Reino Unido desarrolló un VANT que tenía la capacidad de retornar a su base después de completar la misión, esto lo lograba gracias a un sistema de control remoto que tenía montado.

El desarrollo de los VANTs fue en aumento en Estados Unidos, Alemania y otros países durante la segunda guerra mundial. En 1950 durante la guerra fría se desarrolló una aeronave objetivo sin piloto, por sus siglas en inglés *PTA-pilotless target aircraft*, con un sistema de control remoto. En 1960 fue cuando se vio la necesidad de crear VANTs para el uso de reconocimiento debido a que el avión espía U-2, Figura 1.2 [17], fue derribado por la Unión Soviética.



Figura 1.2: Aeronave espía U-2.

En la actualidad se continua con el desarrollo de los VANTs tanto en aplicaciones militares como en civiles. Gracias a que el VANT no lleva piloto a bordo y la electrónica utilizada en el vehículo ha permitido que los VANT puedan ser contruidos de dimensiones pequeñas.

Con base en la literatura [4], [7], [11], [37] se sabe que hay dos configuraciones estructurales generales de los drones los ala fija y los multi-rotor, además está la combinación de estas dos configuraciones. Los vehículos multi-rotor presentan algunas ventajas sobre el ala fija, una de ellas es la posibilidad de despegar y aterrizar verticalmente, se le conoce como *VTOL-Vertical Take-Off and Landing*, otra ventaja de los VANTs multi-rotor es la posibilidad de realizar maniobras como dar giros sobre su propio eje y permanecer en un punto en vuelo estacionario. Los vehículos multi-rotor son inestables durante el vuelo debido a perturbaciones como las ráfagas del viento. Por tal motivo se requiere de un sistema de control, que facilite el vuelo de este tipo de vehículos, ya sea que se opere de forma remota o para realizar vuelos autónomos. En este trabajo se utilizó la tercera versión del *MCR-Micro Coaxial Rocket-Helicopter VANT* como vehículo a modelar [15], es un sistema subactuado debido a que tiene cuatro entradas y seis grados de libertad para el cual se desarrolla un sistema que le permite realizar vuelos autónomos, el vehículo se describe en la sección 3.1.

1.2 ESTADO DEL ARTE

Podemos encontrar trabajos de investigación con los VANTs respecto a los vuelos autónomos. En [14] se puede encontrar que definen la navegación como conocer la posición, velocidad y la orientación. Los sensores que se utilizan para obtener los datos se le conoce como sensores de navegación como lo son las unidades de medición inercial, se conocen como *IMU-Inertial Measurement Unit*, y el receptor *GPS-Global Positioning System*. También dice que un vehículo que solo utiliza una IMU para realizar la navegación se le conoce como sistema de navegación inercial *INS-Inertial*

Navigation System. Además, menciona que el guiado consiste en realizar una trayectoria trazada por puntos y consiste en conocer en que tramo de la trayectoria se encuentra el vehículo y cuando cambia al siguiente segmento de la trayectoria. En [28] mencionan que la navegación basada en visión es una línea de investigación prometedora para la navegación autónoma. En este tipo de navegación, se provee la información del entorno en línea y son apropiados para sensar entornos dinámicos. Una desventaja de este tipo de sensores es que son pasivos, consumen energía de la disponible en el VANT, además genera peso por más ligero que sea. Se han realizado trabajos con un medidor laser 2D en un VANT pequeño para realizar la navegación del vehículo en [10].

En [20] menciona que las aplicaciones en VANTs pequeños puede requerir una operación del vehículo en entornos donde no es posible utilizar un GPS. Para esos casos lo más común es usar un sistema de navegación conocido como INS/GPS, navegación inercial en combinación con GPS. Por lo que proponen un nuevo sistema de navegación para VANTs pequeños, el sistema de guiado, navegación y control (GNC) propuesto utiliza una combinación de sensores, de imagen y de distancia para obtener información del entorno. Para realizar el GNC utilizan un filtro de navegación que manda sus señales al sistema integrado de guiado y control que proponen.

Se sabe, por [30], que puede haber restricciones de los actuadores. No se puede ignorar la saturación de un actuador, de ser así se presentaría un deterioro en el desempeño del sistema. Por tal motivo se tienen que considerar para el diseño de los sistemas de control. La relación que existe entre la entrada y la salida del actuador está dada en forma general por $v = \text{sat}(u)$, donde u es la señal de control.

Algunos trabajos con el grupo especial Euclidiano se han realizado para desarrollar un control geométrico para VANTs, en [25] proponen un control geométrico para un VANT tipo cuadri-rotor, expresando las dinámicas del vehículo en el grupo especial Euclidiano SE(3) [12]. Construyen un controlador de seguimiento para una

trayectoria definida. Desarrollan el control en la configuración del grupo de Lie no lineal y de este modo logran evadir las singularidades y complejidades que se presentan en las coordenadas locales. Permitiéndoles lograr casi un equilibrio global del seguimiento de errores. Además, en [38] trabajan en el problema de dirección de un vehículo subactuado con cuatro entradas de control y seis grados de libertad en un espacio 3D Euclidiano. Para lograr trabajar en el espacio tridimensional utilizan una configuración de Lie el grupo $SE(3)$, un conjunto de posiciones y orientaciones del movimiento del VANT. Desarrollan un esquema de control que integra el guiado y el seguimiento del VANT, para una trayectoria preestablecida por puntos de navegación. La ley de control que realizan para la orientación es casi estable en tiempo finito globalmente y la ley de control para el seguimiento de posición es asintóticamente estable globalmente.

1.3 JUSTIFICACIÓN

El uso de vehículos aéreos no tripulados ha ido en aumento en aplicaciones militares y civiles, siendo controlados de forma remota y también programando una misión específica y un vuelo autónomo, debido a lo anterior en este trabajo se busca diseñar un sistema para controlar el guiado y navegación de un micro dron.

1.4 HIPÓTESIS

Para el desarrollo de este proyecto se presenta una hipótesis que permite ubicar puntualmente el contexto del problema y por lo tanto los métodos a seguir: Obtener un algoritmo de control basado en $SE(3)$ para el guiado y navegación del VANT. El algoritmo permitirá que el vehículo pueda realizar vuelos autónomos.

1.5 OBJETIVO

Desarrollar un sistema de guiado, navegación y control para un Vehículo Aéreo No Tripulado (VANT). Teniendo como objetivos específicos:

- Obtener el modelo matemático de la dinámica del VANT.
- Diseñar el sistema de guiado, navegación y control.
- Realizar una simulación virtual del sistema diseñado.

1.6 METODOLOGÍA

En una primera etapa se obtuvo el modelo matemático del VANT utilizando la formulación Newton-Euler con la cual se modelan cuerpos rígidos.

En la segunda etapa se diseñó el sistema de guiado, navegación y control. Este sistema está basado en el $SE(3)$ (grupo especial Euclidiano).

Por último, en la tercera etapa se realizó la simulación del sistema desarrollado y el modelo del micro VANT.

A continuación, se presenta la estructura de este trabajo realizado: el capítulo 2 contiene conceptos preliminares con los que puede ser obtenido el modelo matemático del VANT. En el capítulo 3 se encuentran las ecuaciones de movimiento con las cuales se describe el MCR VANT. El sistema de guiado, navegación y control diseñado y un análisis de estabilidad se presentan en el capítulo 4. El capítulo 5 contiene los resultados obtenidos de la simulación para trayectorias sin perturbación y trayectoria con perturbación. Por último, en el capítulo 6 se encuentran las conclusiones del trabajo realizado.

CAPÍTULO 2

PRELIMINARES

Se sabe por la literatura [9], [36], que para lograr un vuelo en las aeronaves, las pilotadas convencionalmente o las no tripuladas, se requiere considerar las características fundamentales que son la dinámica, la estabilidad y el control de la aeronave. Algunos investigadores han estudiado los problemas de control y estabilidad, [22] Realizó una descripción matemática muy completa de las dinámicas de una aeronave. [5] logro describir el movimiento de una aeronave a través de las ecuaciones generales de movimiento de cuerpo rígido con seis grados de libertad. Al movimiento de una aeronave que reacciona a entradas de control y perturbaciones externas se le conoce cómo dinámica de vuelo. La aerodinámica en la estructura del avión o fuselaje es la raíz del comportamiento de las dinámicas de estabilidad y control de una aeronave. Con un buen diseño aerodinámico se logran buenas características de estabilidad para la aeronave. La dinámica de vuelo moderna consiste en la dinámica, estabilidad y control del fuselaje, pero además la compleja interacción de los sistemas de control de vuelo y el fuselaje. El Sistema de control de vuelo involucra sensores de movimiento, una computadora de control, actuadores de control. La calidad de vuelo y manejo son las propiedades que describen la facilidad y efectividad para que una aeronave ejecute una tarea de vuelo.

Existe una relación de entrada-salida para la calidad de vuelo y manejo que depende del aeronave, esta relación se puede describir con una función de transferencia



Figura 2.1: Relación de entrada-salida general de aeronave.

de la aerodinámica que provee una descripción simple de la dinámica del fuselaje, se puede ver una ilustración en la Figura 2.1.

El modelo matemático de la aeronave generalmente se le conoce como ecuaciones de movimiento. Las ecuaciones de movimiento ayudan a describir las repuestas a controles. De la respuesta a la función de transferencia es posible obtener una solución matemática de las ecuaciones de movimiento. Con el propósito de realizar investigación sobre la calidad de vuelo y manejo se realizan modelos aproximados, estos modelos se realizan con el propósito de mejorar la visibilidad en los principios físicos involucrados y esto facilita la interpretación de la calidad de vuelo y manejo.

La calidad de vuelo y manejo generalmente están descritos en términos de las características de estabilidad y control de la aeronave. El análisis de estabilidad estática permite determinar el control de desplazamiento y la fuerza de control. Se puede determinar las respuestas a controles temporales realizando un análisis de estabilidad dinámico para varias condiciones de vuelo.

Las ecuaciones de movimiento pueden describir pequeñas perturbaciones a parte de la dinámica de vuelo, una descripción más compleja involucra la estabilidad estática, estabilidad dinámica, efectos de aeroelasticidad, perturbaciones atmosféricas y la dinámica del sistema de control. Para las ecuaciones de movimiento complejas se requiere hacer una simulación en computadora ya que es muy difícil resolver de

forma analítica.

En una aeronave las características de estabilidad y control están dadas por la aerodinámica del fuselaje y sus controles. La incorporación de la aerodinámica a las ecuaciones de movimiento se hace con las derivadas de estabilidad y control aerodinámicas. Estas derivadas aerodinámicas ayudan para el entendimiento del comportamiento del avión.

Una parte muy importante en una aeronave es la computadora de vuelo, el avance que se a logrado en la aeronáutica está muy ligada con el avance de la tecnología en computación. Las computadoras de vuelo se usan como herramienta de diseño y análisis y además provee de inteligencia en los sistemas de control de vuelo. Además de la computadora de vuelo las aeronaves modernas requieren contar con computadoras que realicen las funciones de autopiloto, procesar los datos del aire, navegación y administración de energía, por mencionar algunos, éstas computadoras permiten tener un control sobre la aeronave.

En la actualidad el avance en la tecnología computacional a permitido desarrollar softwares como herramientas para ayudar en el análisis de la dinámica de vuelo, tales como MATLAB–Simulink, ayudan a diseñar y analizar sistemas de control partiendo del modelado matemático.

2.1 CONCEPTOS PRELIMINARES

En esta sección se describe conceptos preliminares con los cuales se puede lograr el modelado matemático del VANT. Se presenta en el siguiente orden marcos de referencia, matriz de rotación, variedades y grupos de Lie.

2.1.1 MARCOS DE REFERENCIA

Es necesario definir un marco de referencia fijo en la tierra al que se le conoce como Marco Inercial [3]. Se define un punto O_I en la superficie de la tierra que sería el origen de un sistema de ejes ortogonales con regla de la mano derecha ($O_I x_I y_I z_I$) donde $O_I x_I$ apunta hacia el norte, $O_I y_I$ apunta hacia el este y $O_I z_I$ apunta verticalmente hacia abajo paralelo al vector de gravedad. Estos ejes se ilustran en la Figura. 2.2

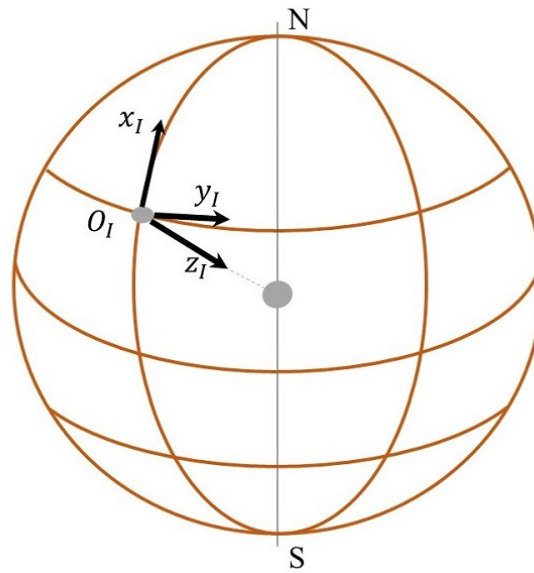


Figura 2.2: Representación de los ejes en el Marco Inercial.

Otro marco se define en el cuerpo de la aeronave, generalmente en el centro de gravedad (cg), se le conoce como Marco del Cuerpo, es un sistema de ejes en el cuerpo ($O_B x_B y_B z_B$) que está fijo la vehículo aéreo, este sistema de ejes está alineado al sistema de ejes del marco inercial, como se muestra en la Figura 2.3.

Además de estos dos marcos de referencias se considera un conjunto de ejes, estos ejes son llamados ejes aerodinámicos, ejes del viento o de estabilidad. Estos se generan al moverse el fuselaje a través del aire que lo rodea, esto es el vector de

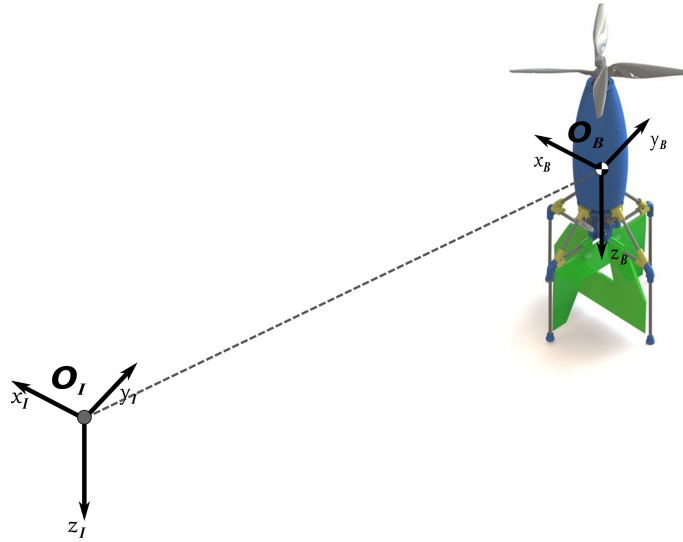


Figura 2.3: Marco Inercial y del Cuerpo.

velocidad del aire V_a , formado por la velocidad de la aeronave relativa al aire que lo rodea. En un avión, cuando las alas del fuselaje tienen un ángulo positivo respecto al vector de velocidad del aire, estas generan sustentación, a este ángulo se le conoce como ángulo de ataque α . Es un ángulo respecto a la rotación del eje y_B con la regla de la mano izquierda, en el plano $(x_B z_B)$. También se considera otro ángulo que se le denomina ángulo de deslizamiento lateral y se representa como β . Este ángulo se forma entre el vector de velocidad del aire y el plano $(x_B z_B)$.

Los ángulos formados por la rotación en un sistema de tres ejes basado en la regla de la mano derecha se le conoce como ángulos de Euler, Figura 2.4, donde ϕ , θ y ψ representan alabeo, cabeceo y guiñada respectivamente. Para estas rotaciones es muy importante estar consiente del orden de rotación, debido a que no obedecen la ley conmutativa.

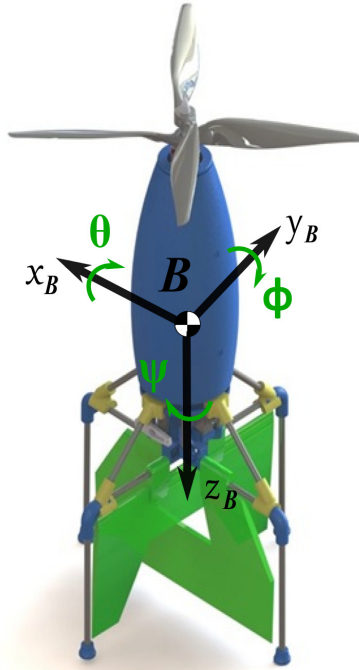


Figura 2.4: Representación de ángulos de Euler.

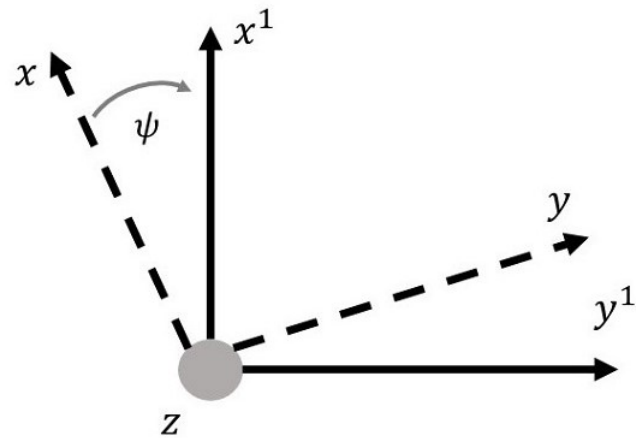
2.1.2 MATRIZ DE ROTACIÓN

Como se puede notar cuando la aeronave realiza un movimiento su sistema de ejes se desfasa respecto al sistema de ejes del marco inercial. Por lo que se utiliza un sistema de rotaciones para relacionar marco del cuerpo con el marco inercial. La mayoría de las veces se necesitan 3 rotaciones separadas.

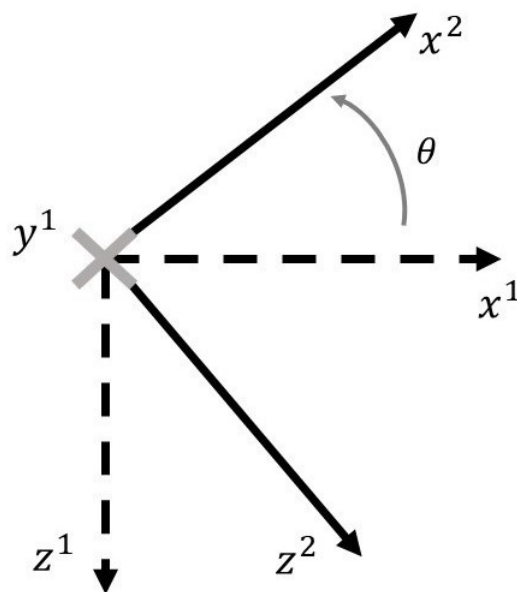
Se considera primero la rotación de guiñada ψ para formar la primera rotación, desde el centro de masa del vehículo, por lo tanto se estará moviendo en el plano $(x y)$ del marco del cuerpo, ver Figura 2.5, queda en forma matricial como se muestra en (2.1).

$$R^1 = \begin{pmatrix} C_\psi & S_\psi & 0 \\ -S_\psi & C_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Se utiliza una notación corta donde $C_a = \cos(a)$ y $S_a = \sin(a)$.

Figura 2.5: Rotación de guiñada, eje z

Igualmente se realiza la rotación respecto al eje y a través del ángulo de cabeceo θ , Figura 2.6, el vehículo se estará moviendo en el plano $(x z)$. Por último se considera la rotación a través del ángulo de alabeo ϕ , Figura 2.7, el vehículo se estará moviendo en el plano $(y z)$. Obteniendo (2.2) y (2.3) respectivamente.

Figura 2.6: Rotación de cabeceo, eje y .

$$R^2 = \begin{pmatrix} C_\theta & 0 & -S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ S_\theta & 0 & C_\theta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$R^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\phi & S_\phi \\ 0 & -S_\phi & C_\phi \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Para obtener una sola matriz de rotación que te lleva del marco del cuerpo al marco inercial se utiliza la siguiente expresión

$$\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{pmatrix} = R^1 R^2 R^3 \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = R^{B \rightarrow I} \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$$\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\psi C_\theta & -S_\psi C_\phi + C_\psi S_\theta S_\phi & S_\phi S_\psi + C_\phi S_\theta C_\psi \\ S_\psi C_\theta & C_\phi C_\psi + S_\phi S_\theta S_\psi & -C_\psi S_\phi + S_\psi S_\theta C_\phi \\ -S_\theta & C_\theta S_\phi & C_\theta C_\phi \end{pmatrix}$$

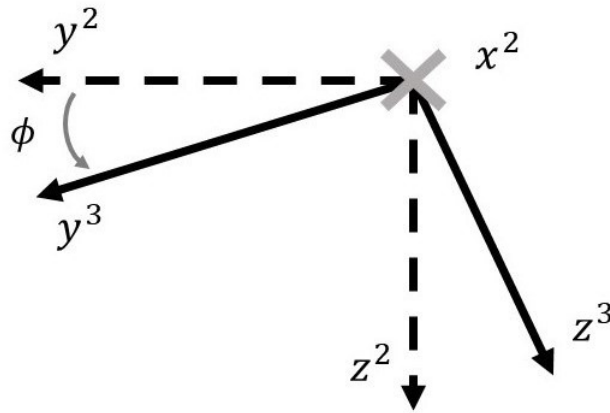


Figura 2.7: Rotación de alabeo, eje x .

2.1.3 VARIEDADES

Se conoce por [23], [24] y [25], que una variedad es un conjunto que se ve como un subconjunto del espacio Euclidiano \mathbb{R}^n . Para definir una variedad, se necesitan dos conceptos (1) un carácter local, un mapa de un subconjunto de una variedad a un subconjunto abierto del espacio Euclidiano, (2) un atlas, colección de caracteres que cubren la variación completa, mientras satisfacen ciertas condiciones de superposición. Los ejemplos más comunes son el plano curvo liso como los círculos y parábolas, también las superficies como esferas, toroide, elipsoide, por mencionar algunos.

2.1.4 GRUPOS DE LIE

Son variedades y también grupos que tienen mapas lisos de multiplicación e inversión [8], [21]. Un grupo de Lie es una variedad lisa G y un grupo en el sentido algebraico, donde el mapa de multiplicación $m : G \times G \rightarrow G$ y el mapa de inversión $i : G \rightarrow G$ están dados por

$$m(g, h) = gh, \quad i(g) = g^{-1}$$

Ambos lisos. Un grupo de Lie es un espacio topológico con una estructura de grupo tal que los mapas de multiplicación e inversión son continuos, grupo topológico. Un subgrupo de Lie se puede entender de la siguiente manera, dejando a G como un grupo de Lie y suponiendo que $H \subseteq G$ es un subgrupo que además es una subvariedad embebida. Entonces H es un subgrupo de Lie.

Suponiendo H y N como grupos de Lie y que $\theta : H \times N \rightarrow N$ como una acción izquierda lisa de H en N . Es otra forma de construir grupos de Lie. Dada una acción llamada producto semidirecto de H y N , se puede definir un nuevo grupo de Lie, $N \rtimes_{\theta} H$ que es un producto Cartesiano $N \times H$; pero la multiplicación del grupo se define por

$$(n, h)(n', h') = (n\theta_h(n'), hh')$$

El grupo Euclidiano, se considera que \mathbb{R}^n es un grupo de Lie bajo adición, la acción natural del $O(n)$ en \mathbb{R}^n es una acción de automorfismo. La resultante del producto semidirecto $E(n) = \mathbb{R}^n \rtimes O(n)$ es conocido como el grupo Euclidiano; su multiplicación está dada por $(b, A)(b', A') = (b + Ab', AA')$. Actúa en \mathbb{R}^n a través de

$$(b, A) \cdot x = b + Ax$$

Esta acción preserva la distancia y la medida de los ángulos, y todo lo relacionado a la geometría Euclidiana.

El grupo especial Ortogonal de dimensión n se define como $SO(n) = O(n) \cap SL(n, \mathbb{R}) \subseteq GL(n, \mathbb{R})$, donde $SL(n, \mathbb{R})$ es un conjunto que tiene matrices reales de $n \times n$ con determinante igual a 1, se le denomina grupo especial lineal de grado n y $GL(n, \mathbb{R})$ es un grupo general lineal de matrices invertibles $n \times n$ con enteros reales. El $SO(n)$ debe satisfacer que cada matriz $A \in O(n)$ cumpla con

$$1 = \det I_n = \det(A^T A) = (\det A)(\det A^T) = (\det A)^2$$

como el $\det A = \pm 1$ para todo $A \in O(n)$. Entonces el grupo especial Ortogonal es un subgrupo abierto del grupo Ortogonal $O(n)$ que consiste de matrices de determinante positivo y por lo tanto es un subgrupo de Lie embebido de dimensión $n(n-1)/2$ en $GL(n, \mathbb{R})$. Además, es un grupo compacto ya que es un subconjunto cerrado de $O(n)$.

El grupo Ortogonal es una matriz real de $n \times n$ que se le llama ortogonal si un mapa lineal $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ preserva el producto punto Euclidiano

$$(Ax) \cdot (Ay) = x \cdot y \quad \text{para todo } x, y \in \mathbb{R}^n$$

El conjunto $O(n)$ de todas las matrices ortogonales $n \times n$ es un subgrupo de $GL(n, \mathbb{R})$, al cual se le llama grupo ortogonal de grado n .

CAPÍTULO 3

ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL MCR VANT

En esta sección se presenta las ecuaciones de movimiento del VANT con las cuales que se puede lograr la simulación, además se presenta la descripción del vehículo. Primero se presenta la descripción del VANT, después las fuerzas que actúan el VANT y por ultimo los momentos que de igual forma actúan en el vehículo.

3.1 DESCRIPCIÓN

El MCR VANT se basa en motores sin escobillas acoplados con sentido de rotación contraria, [15], [29], la principal característica de este vehículo es la capacidad de ser lanzado desde una aeronave transportadora y transformarse en un helicóptero coaxial. Cuando el vehículo alcanza su objetivo (un edificio, un área deshabitada, etc.) realiza un vuelo estacionario y puede inspeccionar el entorno para transmitir y adquirir información a través de una cámara RF hacia una estación tierra, ver Figura 3.1. Respecto a funcionalidad del MCR UAV, posee unas superficies de control (alerones) los cuales se utilizan para controlar los movimientos de alabeo y cabeceo, mientras que el movimiento de guiñada se controla por la diferencia de velocidades de los motores.



Figura 3.1: Descripción del objetivo del vehículo.

3.2 MODELO MATEMÁTICO

Para obtener el modelo matemático del VANT se consideró un marco inercial fijo $\mathcal{I} = \{x_I, y_I, z_I\}$ y un marco de cuerpo el cual está fijo al centro de gravedad del vehículo $\mathcal{B} = \{x_B, y_B, z_B\}$ [1], ver Figura 3.2.

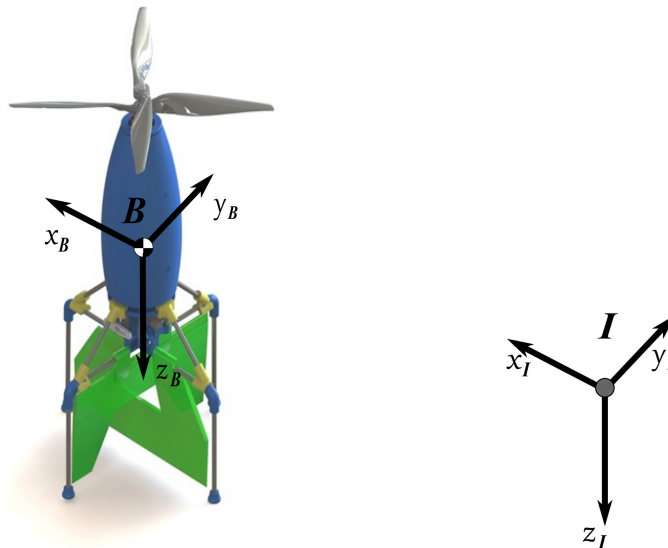


Figura 3.2: Marco Inercial y del Cuerpo.

El modelo matemático se obtuvo con la formulación Newton–Euler, [33], [35], mediante (3.1)–(3.4) con la cual se modelan cuerpos rígidos y esta formulación provee el modelo dinámico del MCR VANT.

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{V} \quad (3.1)$$

$$m\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{R}\mathbf{F} \quad (3.2)$$

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\Omega}} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Gamma} \quad (3.4)$$

donde $\boldsymbol{\xi} = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3$ y $\mathbf{V} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \in \mathbb{R}^3$ son las coordenadas de posición y velocidad de traslación relativas al marco inercial \mathcal{I} . $\boldsymbol{\eta} = (\phi, \theta, \psi)^T \in \mathbb{R}^3$ describe los tres ángulos de Euler con rotaciones alrededor de los ejes x , y y z , dichos ángulos ϕ , θ y ψ representan el alabeo, cabeceo y guiñada respectivamente. Asumiendo $\boldsymbol{\nu} = (u, v, w)^T \in \mathbb{R}^3$ y $\boldsymbol{\Omega} = (p, q, r)^T \in \mathbb{R}^3$ como las velocidad traslacional y velocidad angular respectivamente en el marco del cuerpo. La fuerza total y el torque que actúan en el cuerpo están dados por $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^3$ y $\boldsymbol{\Gamma} \in \mathbb{R}^3$, respectivamente. La masa del MCR VANT se denota como $m \in \mathbb{R}$, $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ contiene los momentos de inercia del micro dron, y $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ es una matriz skew-simétrica tal que $\hat{\boldsymbol{\Omega}}\mathbf{a} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{a}$. \mathbf{R} representa la matriz de rotación del marco de cuerpo al marco inercial

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

es usada una notación corta $C_a = \cos(a)$ y $S_a = \sin(a)$. Para esta matriz se considera un orden de rotación guiñada, cabeceo y alabeo (ψ, θ, ϕ) . El mapa de sombrero $\hat{\cdot} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathfrak{so}(3)$ está definido por la condición $\hat{a}b = \mathbf{a} \times b$ para todo $a, b \in \mathbb{R}^3$ [2], [34].

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}} = \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

3.3 FUERZAS

Las fuerzas que actúan en el vehículo están dadas como sigue

Fuerzas de Propulsión Es la fuerza de empuje generada por los dos motores y descrita como:

$$\mathbf{F}_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T_T \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

donde T_T es la fuerza de empuje de los dos motores ($T_T = F_1 + F_2$). Para este análisis, la fuerza de empuje está orientada paralela al eje z_B del marco de cuerpo, ver Figura 3.3 [13].

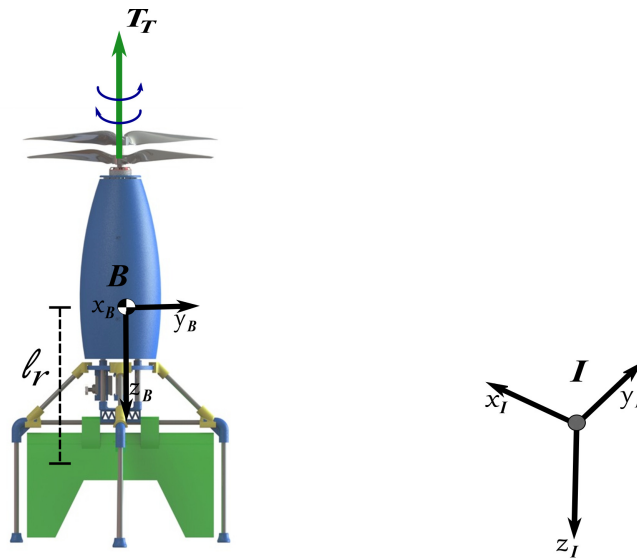


Figura 3.3: MCR VANT v3.

Fuerza aerodinámica Las fuerzas aerodinámicas en el marco de cuerpo están escritas como:

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{B}^T \mathbf{W}^T \begin{pmatrix} -L \\ Y \\ -D \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

donde L , Y y D son las fuerzas aerodinámicas sustentación, fuerza lateral y arrastre, respectivamente. \mathbf{B} y \mathbf{W} son las matrices de rotación que representan la transformación de las fuerzas aerodinámicas del marco de cuerpo al marco aerodinámico (marcos de estabilidad y viento).

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} C_\alpha & 0 & S_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\alpha & 0 & C_\alpha \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} C_\beta & S_\beta & 0 \\ -S_\beta & C_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

donde α es el ángulo de ataque y β es el ángulo de deslizamiento lateral [26].

Fuerza Gravitacional Es la fuerza debido al peso del vehículo se describe como:

$$\mathbf{F}_g = \mathbf{R}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

donde g es la aceleración debido a la gravedad.

Entonces, la fuerza total \mathbf{F} es

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_g \quad (3.10)$$

3.4 MOMENTOS

Los momentos que actúan en el micro dron están descritos como:

Momentos de Actuador Los momentos debido a los actuadores son:

$$\mathbf{\Gamma}_{ac} = \begin{pmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

donde $\tau_\phi = \ell_r f_r$, $\tau_\theta = \ell_r f_p$ y $\tau_\psi = \tau_{M_1} + \tau_{M_2}$ son las entradas de control con ℓ_r que representa la distancia del centro de masa a las fuerzas f_r y f_p .

Momentos Giroscópicos Los momentos giroscópicos debido a los motores están descritos como:

$$\mathbf{\Gamma}_{gro} = \begin{pmatrix} q(I_{r1}\omega_{r1} - I_{r2}\omega_{r2}) \\ p(-I_{r1}\omega_{r1} + I_{r2}\omega_{r2}) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

donde ω_{ri} denota la velocidad angular del rotor, I_{ri} es el momento inercial de la propela, alrededor de su eje para $i = 1, 2$.

Momentos Aerodinámicos Los momentos aerodinámicos actuando en el vehículo son:

$$\mathbf{\Gamma}_a = \begin{pmatrix} \bar{L} \\ \bar{M} \\ \bar{N} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

donde \bar{L} , \bar{M} y \bar{N} son los momentos aerodinámicos de alabeo, cabeceo y guiñada respectivamente [27]. Entonces, el momento total esta dado como:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} \Gamma_L \\ \Gamma_M \\ \Gamma_N \end{pmatrix} = \mathbf{\Gamma}_{ac} + \mathbf{\Gamma}_{gro} + \mathbf{\Gamma}_a \quad (3.14)$$

OBSERVACIÓN 3.1 *Debido a que las dos hélices en el vehículo están balanceadas, el momento giroscópico $\mathbf{\Gamma}_{gro}$ se considera como cero. El caso donde no se consideran como balanceadas es cuando hay una diferencia significativa en las RPM de los dos motores y en la presencia de fuertes vientos cruzados laterales.*

CAPÍTULO 4

GUIADO, NAVEGACIÓN Y CONTROL

Para lograr que el micro VANT para que tenga una convergencia a la trayectoria deseada se diseñó un sistema de guiado, navegación y control. Para lograr esto se reescribe (3.2)–(3.4)

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{V} \quad (4.1)$$

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{u}_n + d_\xi \quad (4.2)$$

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\Omega}} \quad (4.3)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\Omega}}} = \mathbf{u}_R + d_R \quad (4.4)$$

donde $\mathbf{u}_n \in \mathbb{R}^3$ y $\mathbf{u}_R \in \mathbb{R}^3$ son entradas de control virtuales para las dinámicas de posición y orientación. $d_\xi = \frac{R\mathbf{F}_a}{m}$ y $d_R = J^{-1}[-\boldsymbol{\Omega} \times J\boldsymbol{\Omega} + \Gamma_{gro} + \Gamma_a]$. Las entradas pueden ser escritas como:

$$m\mathbf{u}_n = mg\mathbf{e}_3 - \mathbf{T}_T(\mathbf{R}\mathbf{e}_{b3}) \quad (4.5)$$

donde \mathbf{e}_3 es un vector de base canónica de \mathbb{R}^3 en \mathcal{I} y \mathbf{e}_{b3} es un vector de base canónica de \mathbb{R}^3 en \mathcal{B} .

$$\Gamma_{ac} = \mathbf{J}\mathbf{u}_R \quad (4.6)$$

DEFINICIÓN 4.1 *Marco de guiado $\mathcal{G} = \{d_g, b_g, n_g\}$ es un marco de referencia que*

contiene el vector de control delantero \mathbf{d}_g , el vector de control binormal \mathbf{b}_g y el vector de control normal \mathbf{n}_g . Este marco de referencia satisface el sistema NED - North East Down sus siglas en ingles y considera la terminología del nombre de los tres vectores unitarios en el marco de referencia para una curva en \mathbb{R}^3 .

Los tres vectores se definen como:

Vector de control normal \mathbf{n}_g , vector de control delantero \mathbf{d}_g y vector de control binormal \mathbf{b}_g .

El vector \mathbf{n}_g se define como una función de errores posición y velocidad.

$$\mathbf{n}_g = \frac{g\mathbf{e}_3 - \mathbf{u}_n}{\|g\mathbf{e}_3 - \mathbf{u}_n\|} \quad (4.7)$$

El vector \mathbf{d}_g se define como un vector unitario en el plano $(\mathbf{n}_g, \mathbf{t}_d)$ y es ortogonal a \mathbf{n}_g tal que $\mathbf{n}_g \cdot \mathbf{t}_d > 0$ con $\mathbf{t}_d = \frac{\dot{\xi}_d}{\|\dot{\xi}_d\|}$. Entonces

$$\mathbf{d}_g = \frac{\mathbf{n}_g \times \mathbf{e}_1}{\|\mathbf{n}_g \times \mathbf{e}_1\|} \quad (4.8)$$

El vector \mathbf{b}_g se define como:

$$\mathbf{b}_g = -(\mathbf{d}_g \times \mathbf{n}_g) \quad (4.9)$$

DEFINICIÓN 4.2 *Se define una matriz de rotación deseada $\mathbf{R}_d \in SO(3)$ como $\mathbf{R}_d = [\mathbf{d}_g \ \mathbf{b}_g \ \mathbf{n}_g]$, correspondiendo al marco de referencia o marco de guiado donde $\mathbf{d}_g = \mathbf{R}_d\mathbf{e}_1$, $\mathbf{b}_g = \mathbf{R}_d\mathbf{e}_2$, $\mathbf{n}_g = \mathbf{R}_d\mathbf{e}_3$.*

Los marcos en el MCR VANT v3 durante el seguimiento de la trayectoria se pueden ver en la Figura 4.1.

TEOREMA 4.3 *Dejando $T_T > 0$ y $\mathbf{u}_n \in \mathbb{R}^3$, que se puede escribir como una combinación lineal de $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$. Entonces, los siguientes enunciados son verdad:*

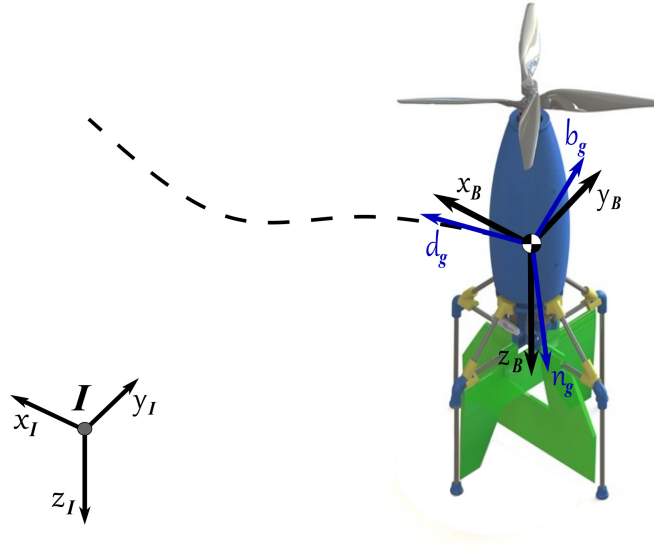


Figura 4.1: Vehículo en seguimiento de trayectoria.

1. $\mathbf{u}_n \neq g\mathbf{e}_3$
2. \mathbf{n}_g es un vector unitario bien definido.
3. \mathbf{d}_g es un vector unitario bien definido.
4. $\{\mathbf{d}_g, \mathbf{b}_g, \mathbf{n}_g\}$ es ortonormal y la matriz $\mathbf{R}_d = [\mathbf{d}_g \ \mathbf{b}_g \ \mathbf{n}_g]$ es ortogonal.

La prueba se presenta en el Apéndice A.

OBSERVACIÓN 4.4 *El Teorema 4.3 provee las bases para la construcción de una matriz de rotación que codifica el seguimiento de la posición de referencia, tal que el MCR VANT requiere ser orientado para lograr la trayectoria deseada. El vector que apunta a lo largo del empuje se calcula por medio del algoritmo de control de PD con función de saturación, permitiendo construir una base ortonormal para la matriz de rotación deseada, este a su vez codifica la orientación deseada del cuerpo del VANT.*

4.1 CONTROL DEL VANT

Para realizar el diseño del control de las dinámicas de posición, se consideran las ecuaciones (4.1) y (4.2) y se propone una función de control saturado. La relación entre la entrada de control virtual, el empuje y el vector normal $\mathbf{n} = \mathbf{R}e_{b3}$, se define como:

$$m\mathbf{u}_n = mg\mathbf{e}_3 - \mathbf{n}\mathbf{T}_T \quad (4.10)$$

De (4.10), \mathbf{T}_T y \mathbf{n} resulta

$$\mathbf{T}_T = m\|g\mathbf{e}_3 - \mathbf{u}_n\| \quad (4.11)$$

$$\mathbf{n} = \frac{g\mathbf{e}_3 - \mathbf{u}_n}{\|g\mathbf{e}_3 - \mathbf{u}_n\|} \quad (4.12)$$

Note que la orientación está definida actualmente como $\mathbf{R} = [\mathbf{d} \ \mathbf{b} \ \mathbf{n}]$; así, los vectores delantero, binormal y normal se describen como $\mathbf{d} = \mathbf{R}e_{b1}$, $\mathbf{b} = \mathbf{R}e_{b2}$ y $\mathbf{n} = \mathbf{R}e_{b3}$.

Se propone un control PD con función de saturación [19], \mathbf{u}_n , para la dinámica de posición $(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{V})$ y la dinámica de rotación (R, Ω) para lograr una convergencia asintótica del seguimiento de la trayectoria.

La función saturación está definida como $\sigma_a(S) = [\sigma_a(s_1), \sigma_a(s_2), \dots, \sigma_a(s_n)]^T$

$$\sigma_a(s_i) = \begin{cases} a & \text{si } s_i > a \\ s_i & \text{si } -a \leq s_i \leq a \\ -a & \text{si } s_i < -a \end{cases} \quad (4.13)$$

donde $i = 1, 2, \dots, n$

La señal de control para la posición queda como:

$$\mathbf{u}_n = -\sigma_b(k_2\dot{e}_\xi) - \sigma_a(k_1e_\xi) \quad (4.14)$$

De la misma forma se propone el control para la dinámica de orientación, \mathbf{u}_R , considerando la matriz de rotación deseada $R = [d_g \ b_g \ n_g]$ que corresponde al marco de

referencia, esto es el marco de guiado. La señal de control para la orientación queda como:

$$\mathbf{u}_R = -\sigma_d(k_4\Omega_e) - \sigma_c(k_3\text{skew}(RR_d^T)) \quad (4.15)$$

El análisis de estabilidad para este control se presenta en el Apéndice B.

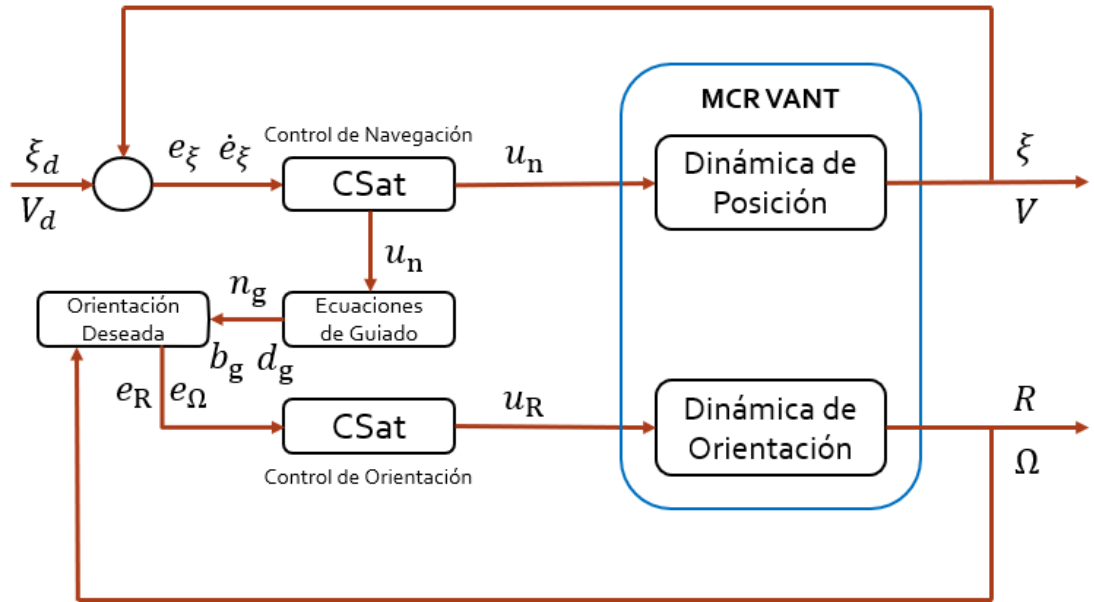


Figura 4.2: Esquema general del sistema.

CAPÍTULO 5

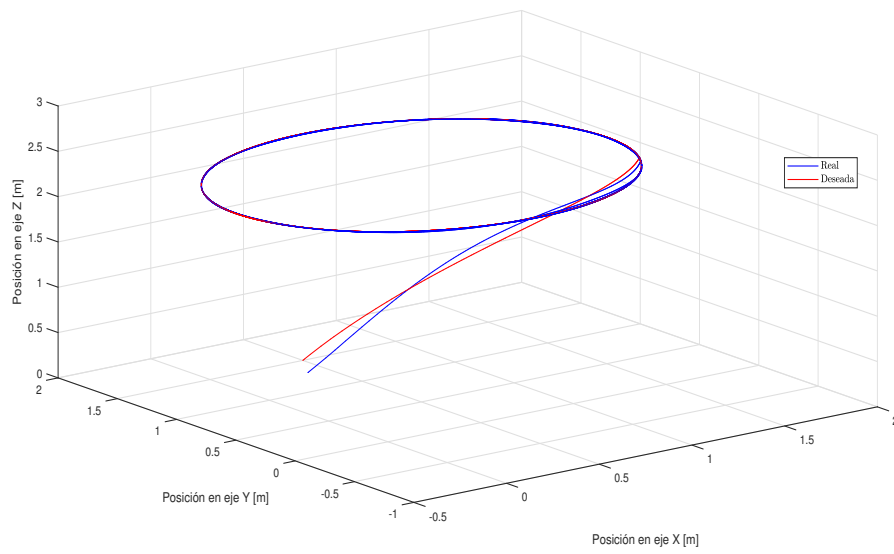
RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Para validar el sistema de GNC propuesto, se realizó una simulación en una computadora con un procesador intel i5 de 1.6 GHz con 12 Mb de memoria RAM, utilizando Matlab–Simulink como software.

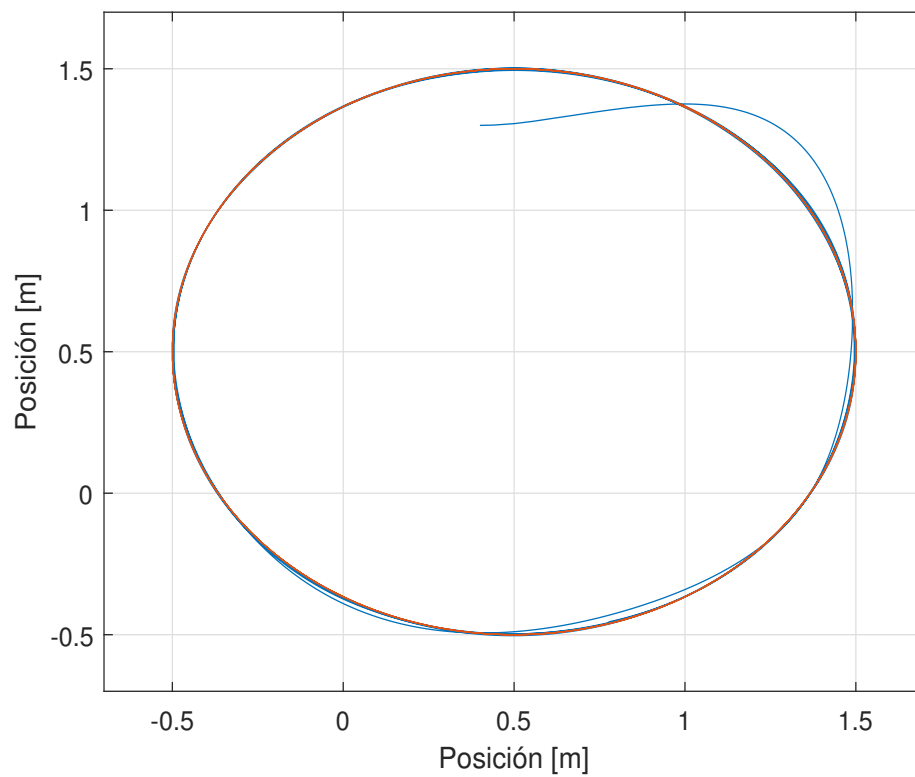
5.1 TRAYECTORIAS SIN PERTURBACIÓN

Se presentan dos trayectorias una circular y una en forma Lemniscata, para validar que el VANT realiza el seguimiento de las trayectorias.

En la Figura 5.1 se puede ver la trayectoria circular de referencia y la trayectoria real, se aprecia que el vehículo logra una convergencia a la trayectoria de referencia.



(a) Trayectoria circular vista 3D.



(b) Vista superior de la trayectoria.

Figura 5.1: Trayectoria circular sin perturbación.

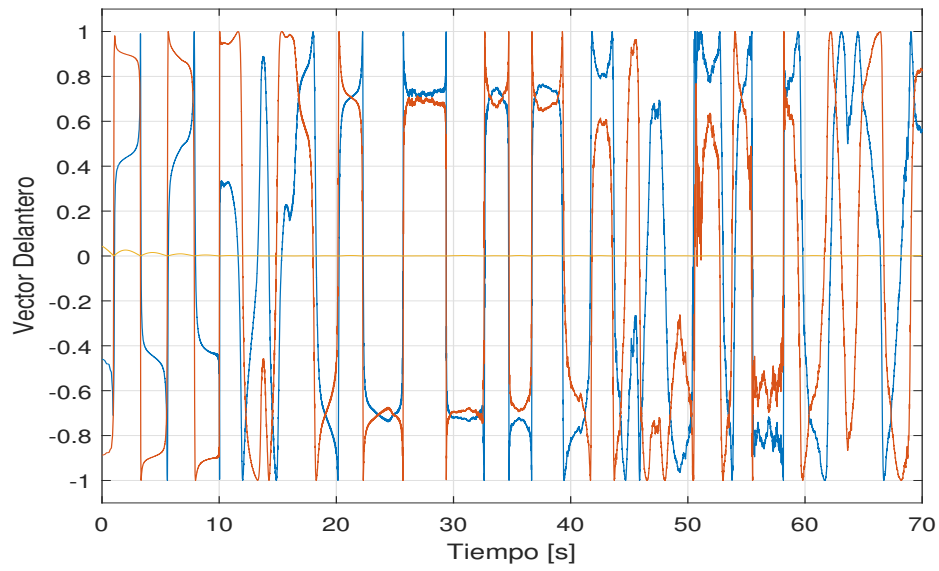


Figura 5.2: Respuesta del vector delantero para trayectoria circular.

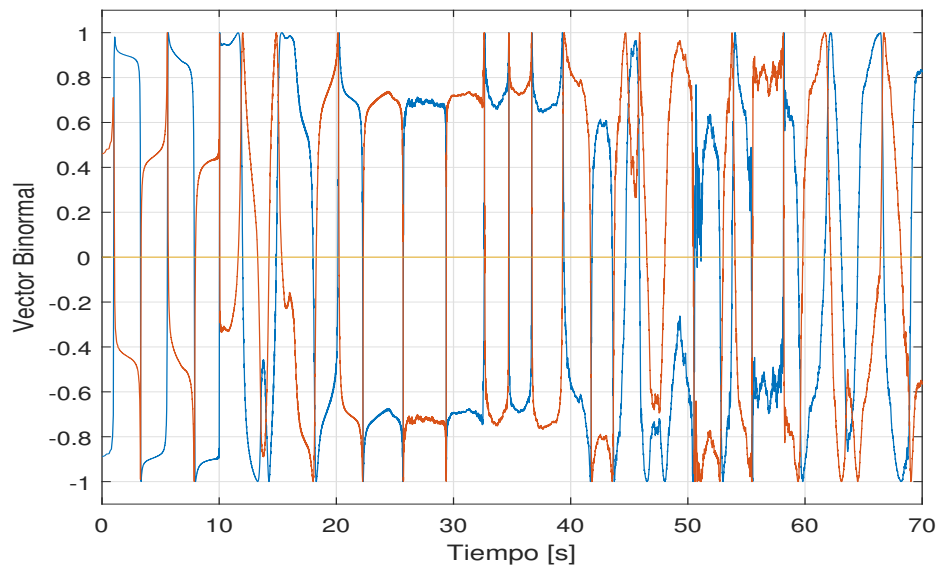


Figura 5.3: Respuesta del vector binormal para trayectoria circular.

En las Figura 5.2 - 5.4 se puede observar la respuesta de los vectores de la matriz de rotación deseada R_d del marco de guiado propuesto, que le permiten al VANT realizar el seguimiento de la trayectoria.

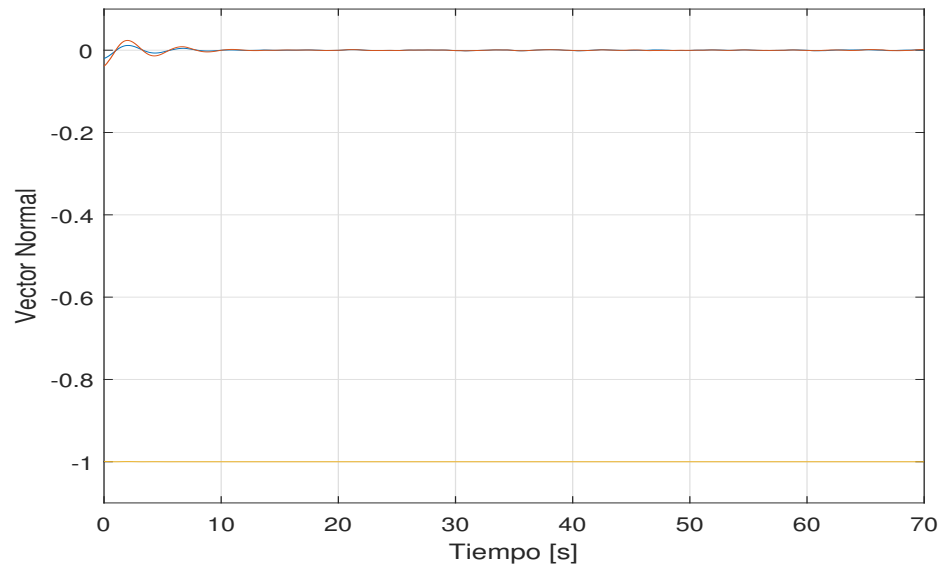
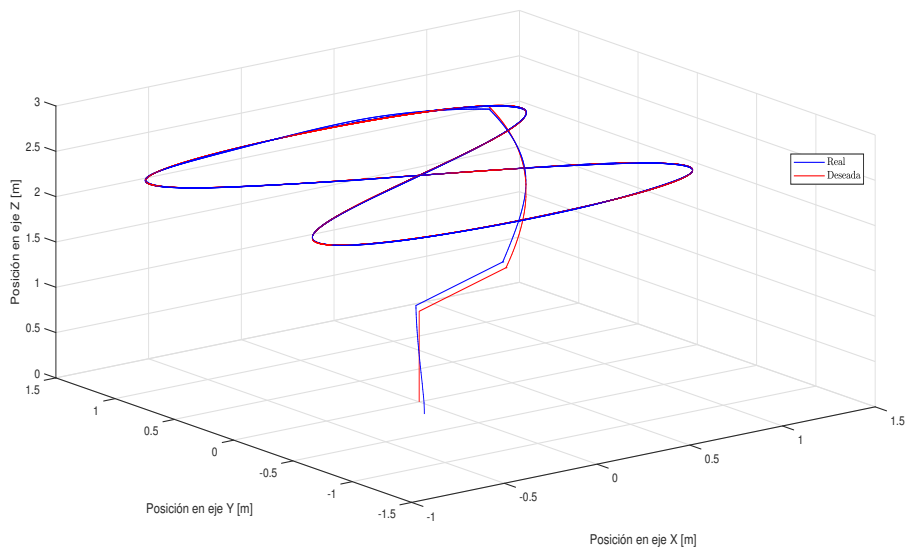
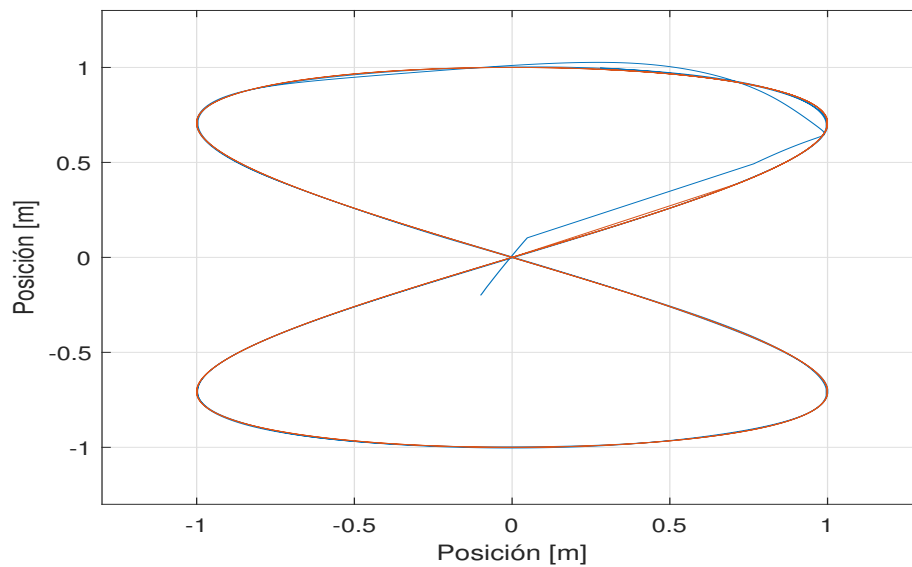


Figura 5.4: Respuesta del vector normal para trayectoria circular.

En la Figura 5.5 se presenta una trayectoria Lemniscata, también conocida como el símbolo de infinito, permitiendo comprobar que el sistema está realizando un correcto seguimiento de la trayectoria. Además se presentan sus respectivas respuestas de los vectores delantero, binormal y normal, ver Figuras 5.6 – 5.8.



(a) Trayectoria Lemniscata vista 3D.



(b) Vista superior de la trayectoria.

Figura 5.5: Trayectoria Lemniscata sin perturbación.

Por lo que se aprecia en las gráficas se considera que el sistema diseñado está funcionando correctamente ya que realiza un seguimiento satisfactorio de las trayectorias que se presentan, logrando converger a la trayectoria deseada para ambos casos.

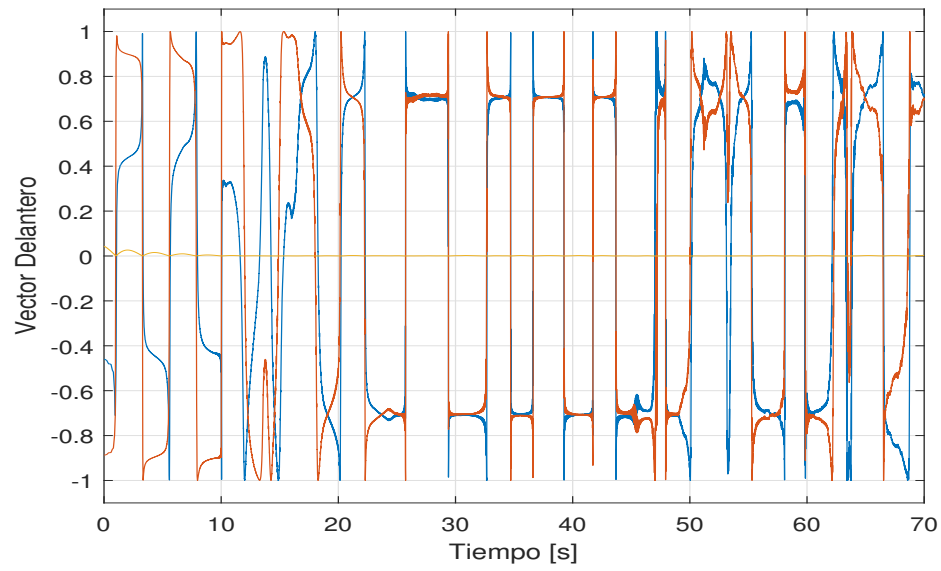


Figura 5.6: Respuesta del vector delantero para trayectoria Lemniscata.

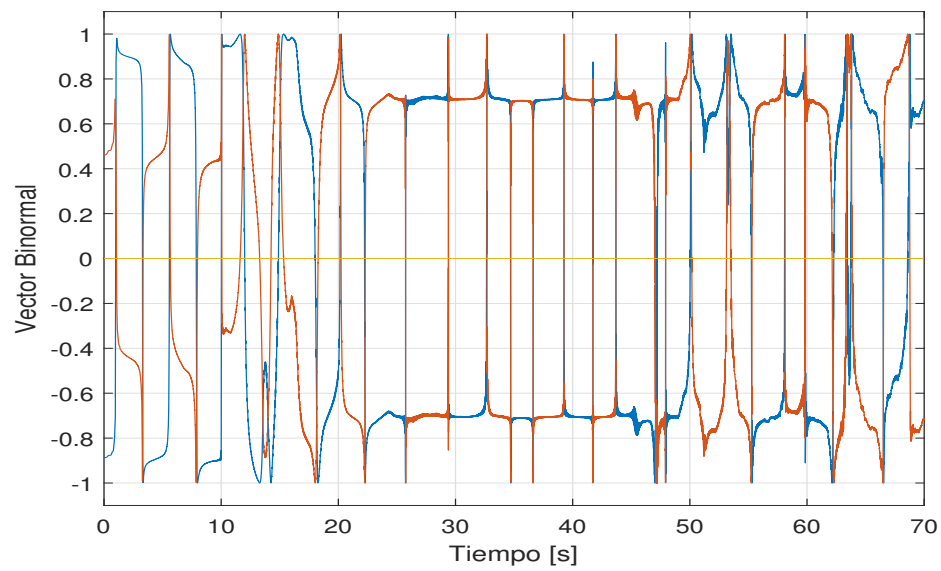


Figura 5.7: Respuesta del vector binormal para trayectoria Lemniscata.

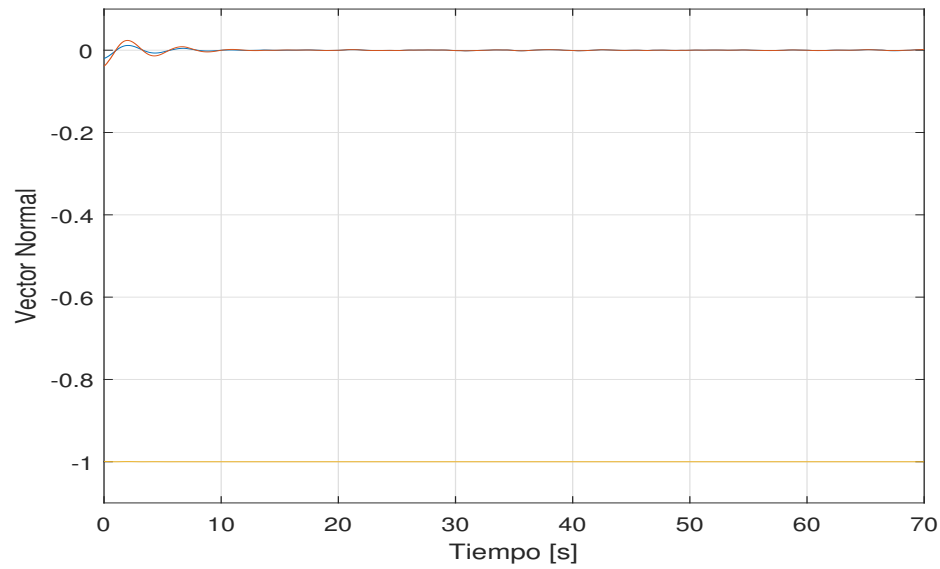
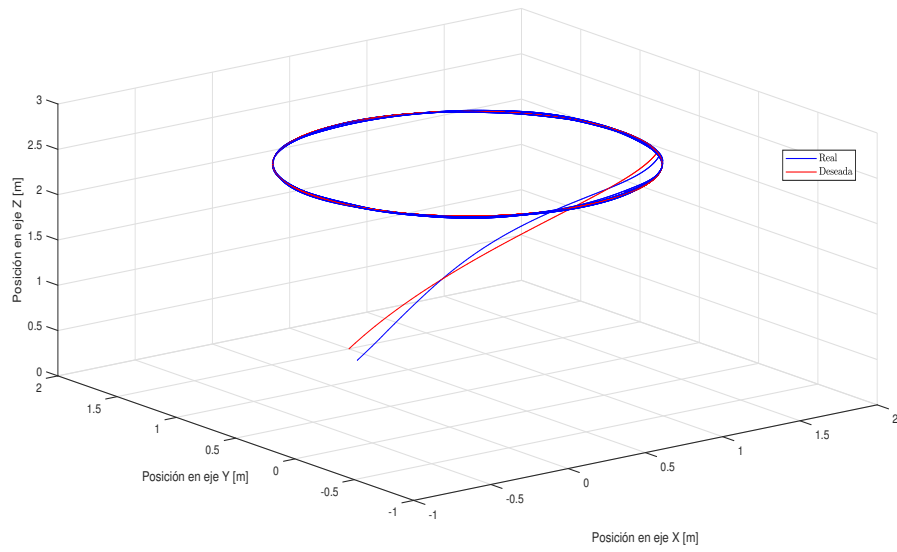


Figura 5.8: Respuesta del vector normal para trayectoria Lemniscata.

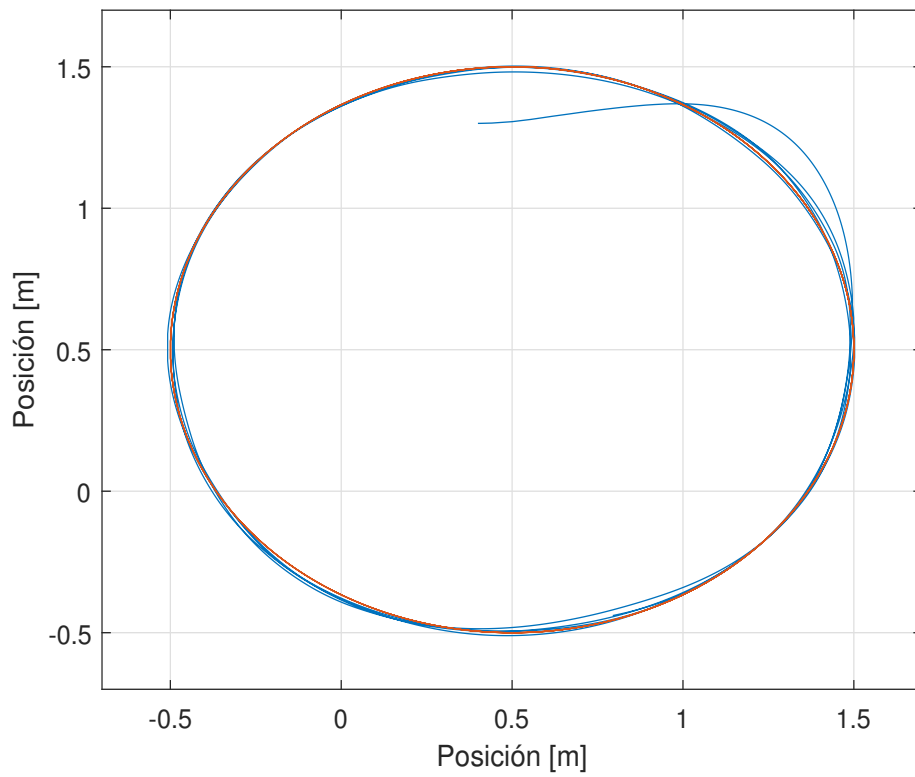
5.2 TRAYECTORIA CON PERTURBACIÓN

Se ha considerado ruido blanco como perturbación para el VANT. La perturbación está afectando a los tres ejes X , Y y Z , considerando que la magnitud del ruido blanco es la mitad para el eje Z con respecto a la magnitud a los otros dos ejes.

En la Figura 5.9 se presenta la trayectoria circular con la afectación debido a la perturbación antes mencionada. Además, en la Figura 5.10 se muestran los ángulos ϕ , θ y ψ del comportamiento del vehículo de su dinámica de orientación.



(a) Vista 3D.



(b) Vista superior.

Figura 5.9: Trayectoria circular con ruido blanco.

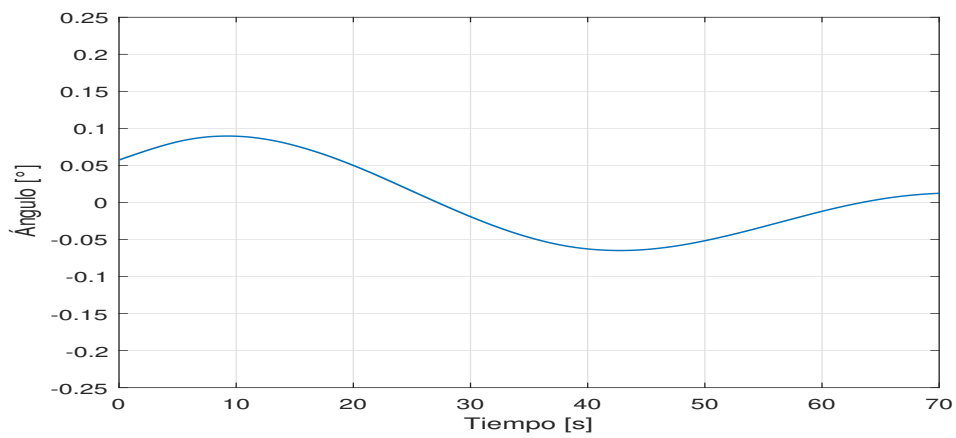
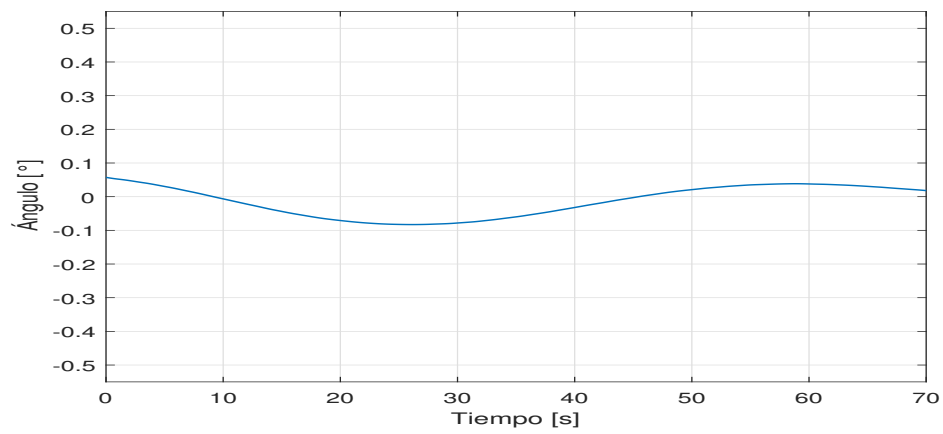
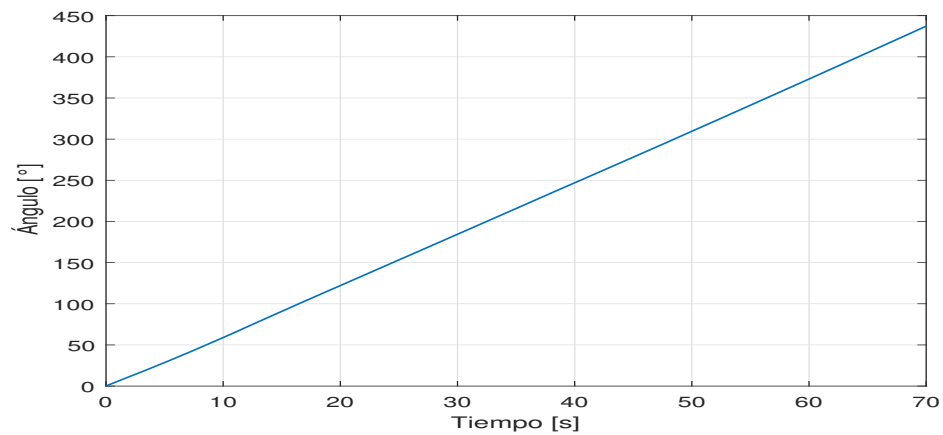
(a) Ángulo ϕ .(b) Ángulo θ .(c) Ángulo ψ .

Figura 5.10: Ángulos de orientación del MCR UAV.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentan los conceptos preliminares que ayudan a obtener el modelo matemático del MCR VANT, se requieren para lograr que el vehículo pueda realizar un vuelo autónomo estable.

Además, se presenta la descripción del vehículo y su misión. Así como el modelo matemático completo del VANT con la formulación Newton–Euler, que se utiliza para modelar cuerpos rígidos, modelando las fuerzas y momentos que actúan en el vehículo.

El sistema de guiado, navegación y control que se desarrollo esta basado en el grupo especial Euclidiano-SE(3), se presenta el control PD con funciones de saturación propuesto, además de un análisis de estabilidad para las dinámicas de posición y orientación del vehículo.

En los resultados de la simulación se ven dos trayectorias donde se puede apreciar que se logra que el VANT converja a la trayectoria deseada, para ambas trayectorias. Se simula el modelo matemático del vehículo y se agrega ruido blanco como perturbación para simular las perturbaciones debido al viento.

En general se concluye que gracias al modelo matemático obtenido del MCR VANT y al sistema de guiado, navegación y control basado en $SE(3)$, que se propone, se logra realizar una simulación completa del vehículo y el sistema diseñado, esta permite tener una validación numérica del sistema propuesto. Con los resultados obtenidos se sabe que el VANT puede realizar vuelos de manera autónoma y cumplir con su misión.

APÉNDICE A

APÉNDICE A

En este apéndice se muestra que los vectores del marco de guiado propuesto, para el sistema de guiado, navegación y control que se diseñó, son ortonormal. Además, que la matriz de rotación deseada es ortogonal.

Teorema 1. Dejando $T_T > 0$ y $u_n \in \mathbb{R}^3$, que se puede escribir como una combinación lineal de $\{e_1, e_2, e_3\}$. Las siguientes enunciados son verdad:

1. $u_n \neq ge_3$
2. n_g esta bien definido como vector unitario.
3. d_g esta bien definido como vector unitario.
4. $\{d_g, b_g, n_g\}$ es ortonormal y la matriz $R_d = [d_g \ b_g \ n_g]$ es ortogonal.

Prueba.

1. Se puede probar por contradicción. Se supone $u_n = ge_3$. De (4.5) resulta

$$mge_3 = mge_3 - T_T Re_{b_3} \Rightarrow Re_{b_3} = 0 \quad (\text{A.1})$$

ya que $T_T > 0$. Sin embargo, e_3 , no es una solución de la ecuación homogénea $Re_{b_3} = 0$ ya que $e_{b_3} \neq 0$ y R es no singular, esto implica que $Re_{b_3} \neq 0$. Esto es una contradicción. Por lo tanto $u_n \neq ge_3$.

2. Del enunciado 1, se deduce que $\|ge_3 - u_n\| \neq 0$. Por lo tanto n_g está bien definido.

3. También se puede probar por contradicción. Dejando $u_n = ae_1 + be_2 + ce_3$ donde $a, b, c \in \mathbb{R}$. Suponiendo que d_g no está bien definido, esto es, $\|n_g \times e_1\| = 0 \Rightarrow n_g \times e_1 = 0$. De (4.7), se puede expresar esta condición como

$$\frac{(ge_3 - u_n \times e_1)}{\|(ge_3 - u_n)\|} = \frac{g(e_3 \times e_1) - a(e_1 \times e_1) - b(e_2 \times e_1) - c(e_3 \times e_1)}{\|(ge_3 - u_n)\|} = 0$$

se obtiene

$$(g - c)e_2 + be_3 = 0$$

esto implica que $c = g$ y $b = 0$ ya que e_1 y e_2 son linealmente independientes.

Entonces u_n está dado por

$$u_g = ae_1 + ge_3$$

De (4.5) resulta

$$ae_1 + \frac{T_T}{m} Re_{b_3} = R \left(ae_1 + \frac{T_T}{m} e_{b_3} \right) = 0 \Rightarrow ae_{b_1} + \frac{T_T}{m} e_{b_3} = 0 \quad (\text{A.2})$$

ya que R es no singular. Esto implica que $a = 0$ y $\frac{T_T}{m} = 0$, ya que e_{b_1} y e_{b_3} son linealmente independientes implica que $u_n = ge_3$. Sin embargo del enunciado 1 $T_T > 0$ y $u_n \neq ge_3$. Esto es una contradicción. Por lo tanto $\|n_g \times e_1\| \neq 0$, esto implica que d_g está bien definido.

4. Un calculo directo muestra que $\{d_g, b_g, n_g\}$ es ortonormal y $R_d = [d_g \ b_g \ n_g]$ es ortogonal. De hecho, es evidente que la magnitud de ambos n_g y d_g es 1. Por lo tanto $n_g^T n_g = d_g^T d_g = 1$. Además,

$$n_g^T = \frac{n_g^T (n_g \times e_1)}{\|n_g \times e_1\|} = \frac{e_1^T (n_g \times n_g)}{\|n_g \times e_1\|} = 0 \quad (\text{A.3})$$

esto implica que d_g es ortogonal a n_g . Entonces,

$$b_g^T b_g = \|d_g \times n_g\|^2 = 1 \quad (\text{A.4})$$

ya que $\|d_g \times n_g\| = \|d_g\| \|n_g\| = 1$. Además,

$$n_g^T b_g = -n_g^T (d_g \times n_g) = -f_g^T (n_g \times n_g) = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$d_g^T b_g = -d_g^T (d_g \times n_g) = -n_g^T (n_g \times n_g) = 0 \quad (\text{A.6})$$

en consecuencia, $\{d_g, b_g, n_g\}$ es linealmente independiente. Esto implica que $R_d^{-1} = R_d^T$, entonces $R_d R_d^{-1} = R_d R_d^T = I$. Por lo tanto, R_d es ortogonal.

APÉNDICE B

APÉNDICE B

B.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Considerando las ecuaciones (3.2)–(3.4), el modelo matemático se reescribe como:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{V} \quad (\text{B.1})$$

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{u}_n + \mathbf{d}_\xi(t) \quad (\text{B.2})$$

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\Omega}} \quad (\text{B.3})$$

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{u}_R + \mathbf{d}_R(t) \quad (\text{B.4})$$

Tomando las variables de estado x y \dot{x} de (B.1) y (B.2), se define los errores como $e_x = x_d - x$ y $\dot{e}_x = \dot{x}_d - \dot{x}$ con espacio de estados $e_\xi = e_{\xi_1}$; $\dot{e}_\xi = \dot{e}_{\xi_1} = e_{\xi_2}$; $\ddot{e}_\xi = \dot{e}_{\xi_2}$.

Por lo tanto, la dinámica de posición se reescribe como:

$$\dot{e}_{x_1} = e_{x_2} \quad (\text{B.5})$$

$$\dot{e}_{x_2} = \mathbf{u}_{n_x} + d_{\xi_1} \quad (\text{B.6})$$

donde \mathbf{u}_{n_x} es la entrada para el movimiento en traslacional en x y esta basada en funciones de saturación. Esto resulta

$$\dot{e}_{x_1} = e_{x_2} \quad (\text{B.7})$$

$$\dot{e}_{x_2} = -\sigma_b(k_2 e_{x_2}) - \sigma_a(k_1 e_{x_1}) + d_{\xi_1} \quad (\text{B.8})$$

Se puede observar que

$$|-\sigma_a(k_1 e_{x_1}) + d_{\xi_1}| \leq a + c_x \quad (\text{B.9})$$

Considere la siguiente función definida positiva

$$V_2 = \frac{1}{2} e_{x_2}^2 \quad (\text{B.10})$$

derivando

$$\dot{V}_2 = -e_{x_2} (\sigma_b(k_2 e_{x_2}) + \sigma_a(k_1 e_{x_1}) - d_{\xi_1}) \quad (\text{B.11})$$

Asumiendo que $b > (a + c_x)$. Si $|k_2 e_{x_2}| > (a + c_x)$ implica $\dot{V}_2 < 0$. Entonces, Existe un tiempo t , tal que

$$|e_{x_2}| \leq \frac{a + c_x}{k_2} \quad \forall t > t_1 \quad (\text{B.12})$$

Esto implica que

$$\dot{e}_{x_2} = -k_2 e_{x_2} - \sigma_a(k_1 e_{x_1}) + d_{\xi_1} \quad (\text{B.13})$$

for all $t > t_1$

Definiendo

$$h_1 = k_2 e_{x_1} + e_{x_2} \quad (\text{B.14})$$

entonces

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= k_2 \dot{e}_{x_1} + \dot{e}_{x_2} \\ &= k_2 e_{x_2} - k_2 e_{x_2} - \sigma_a(k_1 e_{x_1}) + d_{\xi_1} \\ &= -\sigma_a(k_1 e_{x_1}) + d_{\xi_1} \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Considere la siguiente función definida positiva

$$V_1 = \frac{1}{2} h_1^2 \quad (\text{B.16})$$

derivando se tiene que

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -h_1 (\sigma_a(k_1 e_{x_1}) - d_{\xi_1}) \\ &= -(k_2 e_{x_1} + e_{x_2}) (\sigma_a(k_1 e_{x_1}) - d_{\xi_1}) \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Se asume que $a > c_x$. Note que si $|e_{x_1}| > \frac{a+c_x}{k_2^2}$ implica

$$k_2|e_{x_1}| > |e_{x_2}| \Rightarrow \text{sign}(k_2e_{x_1} + e_{x_2}) = \text{sign}(e_{x_1}) \quad (\text{B.18})$$

Por otro lado, si $|e_{x_1}| > \frac{c_x}{k_1}$, implica

$$|\sigma_a(k_1e_{x_1})| > |d_{\xi_1}| \Rightarrow \text{sign}(\sigma_a(k_1e_{x_1}) - d_{\xi_1}) = \text{sign}(e_{x_1}) \quad (\text{B.19})$$

Entonces, si $|e_{x_1}| > \frac{c_x}{k_1} > \frac{a+c_x}{k_2^2}$, implica $\dot{V}_1 < 0$. Por lo tanto, existe un tiempo t_2 tal que

$$|e_{x_1}| \leq \frac{c_x}{k_1} \quad \forall t > t_2 \quad (\text{B.20})$$

Por lo tanto, (B.7) y (B.8) son reescritas como

$$\dot{e}_{x_1} = e_{x_2} \quad (\text{B.21})$$

$$\dot{e}_{x_2} = -k_2e_{x_2} - k_1e_{x_1} + d_{\xi_1} \quad (\text{B.22})$$

para todo $t > t_2$

Definiendo

$$\dot{e}_{\xi_x} = A_p e_{\xi_x} + B_p d_{\xi_1} \quad (\text{B.23})$$

donde

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix} \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

tal que A_p es una matriz Hurwitz.

La solución de (B.23) esta dada por

$$e_{\xi_x}(t) = e^{A_p(t-t_2)} e_{\xi_x}(t_2) + \int_{t_2}^t e^{A_p(t-\tau)} B_p d_{\xi_1}(\tau) d\tau \quad (\text{B.24})$$

y por lo tanto, resulta

$$\|e_{\xi_x}(t)\| \leq \bar{a}e^{-\bar{k}(t-t_2)} \|e_{\xi_x}(t_2)\| + \frac{\bar{a}c_x}{\bar{k}} \quad (\text{B.25})$$

donde $\|e^{A_p(t-t_2)}\| \leq \bar{a}e^{-\bar{k}(t-t_2)}$ con $\bar{a} > 0$ and $\bar{k} > 0$

Finalmente, concluimos que

$$\|e_{\xi_x}(t)\| \leq \frac{\bar{a}c_x}{k} \quad (\text{B.26})$$

cuando $t \rightarrow \infty$

En base al análisis de estabilidad es posible concluir que el sistema de posición es acotado y permite realizar regulación asintótica de referencias de velocidad.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] H. Alazki, A. Escobar, J. Valenzuela, and O. Garcia, “Embedded super twisting control for the attitude of a quadrotor,” *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 9, pp. 3974–3979, 2016.
- [2] L. Amezquita-Brooks, E. Liceaga-Castro, M. Gonzalez-Sanchez, O. Garcia-Salazar, and D. Martinez-Vazquez, “Towards a standard design model for quadrotors: A review of current models, their accuracy and a novel simplified model,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 95, pp. 1–23, 2017.
- [3] R. W. Beard and T. W. McLain, *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. Princeton university press, 2012.
- [4] K. Benkhoud and S. Bouallegue, “Model Predictive Control design for a convertible Quad Tilt-Wing UAV,” *4th International Conference on Control Engineering and Information Technology, CEIT 2016*, pp. 1–6, 2017.
- [5] G. H. Bryan, *Stability in aviation: an introduction to dynamical stability as applied to the motions of aeroplanes*. Macmillan and Co., limited, 1911.
- [6] F. Bullo and A. D. Lewis, *Geometric control of mechanical systems: modeling, analysis, and design for simple mechanical control systems*. Springer, 2019, vol. 49.
- [7] G. Canciello, A. Cavallo, E. D’Amato, and M. Mattei, “Attitude and velocity high-gain control of a tilt-trirotor UAV,” *2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems, ICUAS 2017*, pp. 867–876, 2017.

-
- [8] C. Chevalley, *Theory of Lie groups*. Courier Dover Publications, 2018.
- [9] M. V. Cook, *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control*. Butterworth-Heinemann, 2012.
- [10] J. Q. Cui, S. Lai, X. Dong, and B. M. Chen, “Autonomous Navigation of UAV in Foliage Environment,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, vol. 84, no. 1-4, pp. 259–276, 2016. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/s10846-015-0292-1>
- [11] R. Czyba, G. Szafranski, and A. Rys, “Design and Control of a Single Tilt Tri-Rotor Aerial Vehicle,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, vol. 84, no. 1-4, pp. 53–66, 2016.
- [12] S. De Marco, L. Marconi, T. Hamel, and R. Mahony, “Output regulation on the special euclidean group $se(3)$,” in *2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE, 2016, pp. 4734–4739.
- [13] V. Dominguez, L. R. Osorio, L. A. Brooks, and O. G. Salazar, “Dinámica de vuelo de un micro dron de tipo coaxial,” *2nd International Conference on Aeronautics*, 2018.
- [14] G. H. Elkaim, F. A. Pradipta-Lie, and D. Gebre-Egziabher, “Principles of Guidance, Navigation, and Control of UAVs,” in *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*, 2015, ch. 18, pp. 347–380.
- [15] E. S. Espinoza, O. Garcia, G. Sanahuja, A. Malo, and R. Lozano, “Micro-helicopter for long-distance missions: Description and attitude stabilization,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, vol. 70, no. 1-4, pp. 151–163, 2013.
- [16] E. Frazzoli, M. A. Dahleh, and E. Feron, “Trajectory tracking control design for autonomous helicopters using a backstepping algorithm,” in *Proceedings of the 2000 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No. 00CH36334)*, vol. 6. IEEE, 2000, pp. 4102–4107.

-
- [17] H. Fuentes, “U-2: El famoso avión espía de la Guerra Fría cumple 65 años,” (2020, Dic. 6). [Online]. Available: <https://www.guioteca.com/mitos-y-enigmas/u-2-el-famoso-avion-espia-de-la-guerra-fria-cumple-65-anos/>
- [18] O. Garcia, E. G. Rojo-Rodriguez, A. Sanchez, D. Saucedo, and A.-J. Munoz-Vazquez, “Robust Geometric Navigation of a Quadrotor UAV on SE (3),” *Robotica*, vol. 38, no. 6, pp. 1019–1040, 2020.
- [19] O. Garcia, A. Sanchez, K. Wong, and R. Lozano, “Modeling and control of a vectored-thrust coaxial UAV,” in *2009 European Control Conference (ECC)*. IEEE, 2009, pp. 695–700.
- [20] J. H. Hong, C. K. Ryoo, H. S. Shin, and A. Tsourdos, “Integrated guidance, navigation, and control system for a UAV in a GPS denied environment,” *ICINCO 2018 - Proceedings of the 15th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, vol. 2, no. Icinco, pp. 440–447, 2018.
- [21] A. W. Knap, *Lie groups beyond an introduction*. Springer Science & Business Media, 2013, vol. 140.
- [22] F. W. Lanchester, “Aerodynamics, 1907,” *Constable & Co., Ltd., London, England*, 1908.
- [23] J. M. Lee, *Introduction to topological manifolds*. Springer Science & Business Media, 2010, vol. 202.
- [24] —, *Introduction to smooth manifolds*. Springer, New York, 2013, vol. 218.
- [25] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch, “Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE (3),” in *49th IEEE conference on decision and control (CDC)*. IEEE, 2010, pp. 5420–5425.
- [26] G. J. Leishman, *Principles of helicopter aerodynamics with CD extra*. Cambridge university press, 2006.

-
- [27] R. Lozano, *Unmanned aerial vehicles: Embedded control*. John Wiley & Sons, 2013.
- [28] Y. Lu, Z. Xue, G. S. Xia, and L. Zhang, “A survey on vision-based UAV navigation,” *Geo-Spatial Information Science*, vol. 21, no. 1, pp. 21–32, 2018. [Online]. Available: <http://doi.org/10.1080/10095020.2017.1420509>
- [29] M. R. Mokhtari, A. C. Braham, and B. Cherki, “Extended state observer based control for coaxial-rotor UAV,” *ISA transactions*, vol. 61, pp. 1–14, 2016.
- [30] J. Na, Q. Chen, and X. Ren, “Saturation Dynamics and Modeling,” *Adaptive Identification and Control of Uncertain Systems with Non-smooth Dynamics*, pp. 195–201, 2018.
- [31] National Museum of the U. S. Navy, (2014 mayo 29). [Online]. Available: <https://www.history.navy.mil/content/history/museums/nmusn/explore/photography/wwi/wwi-aviation/aircraft-us/curtiss-n9/80-g-1233.html>
- [32] M. Palik and M. Nagy, “Brief history of UAV development,” *Repüléstudományi Közlemények*, vol. 31, no. 1, pp. 155–166, 2019.
- [33] E. Rojo-Rodriguez, E. Ollervides, P. Zambrano-Robledo, and O. Garcia, “A fuzzy gain scheduling control algorithm for formation flight of multi-UAVs,” in *2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE, 2019, pp. 712–720.
- [34] A. Sanchez-Orta, V. Parra-Vega, C. Izaguirre-Espinosa, and O. Garcia, “Position–yaw tracking of quadrotors,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 137, no. 6, 2015.
- [35] L. M. Sanchez-Rivera, R. Lozano, and A. Arias-Montano, “Development, Modeling and Control of a Dual Tilt-Wing UAV in Vertical Flight,” *Drones*, vol. 4, no. 4, p. 71, 2020.
- [36] R. F. Stengel, *Flight dynamics*. Princeton University Press, 2015.

-
- [37] A. T. Tran, N. Sakamoto, M. Sato, and K. Muraoka, “Control Augmentation System Design for Quad-Tilt-Wing Unmanned Aerial Vehicle via Robust Output Regulation Method,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 53, no. 1, pp. 357–369, 2017.
- [38] S. P. Viswanathan, A. K. Sanyal, and E. Samiei, “Integrated guidance and feedback control of underactuated robotics system in SE (3),” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 89, no. 1-2, pp. 251–263, 2018.

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Luis Enrique Cabriales Ramírez

Candidato para obtener el grado de
Maestría en Ingeniería Aeronáutica
con orientación en dinámica de vuelo

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

GUIADO, NAVEGACIÓN Y CONTROL BASADO EN $SE(3)$ PARA UN
MICRO DRON

El Ing. Luis Enrique Cabriales Ramírez nació el 31 de diciembre de 1990 en la ciudad de Monterrey, Nuevo León, México. hijo de Martín Cabriales Córdova y Rosa Ramírez Pérez .

Estudió la licenciatura en Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León la carrera de Ingeniería en Electrónica y Automatización la cual finalizó el año 2018, tuvo la oportunidad de trabajar en dos centros de investigación, primero realizó las practicas profesionales en el Centro de Innovación, Investigación y Desarrollo en Ingeniería y Tecnología (CIIDIT) y después realizó una estancia de investigación en el Centro de Investigación e Innovación

en Ingeniería Aeronáutica (CIIA).

Inicio sus estudios de Maestría en Ingeniería Aeronáutica en el año 2019, donde tuvo la oportunidad de participar en el International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) 2020.