UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO MATEMATICAS

PROPUESTA DIDÁCTICA

Contextualización histórica de conceptos básicos de Álgebra y Trigonometría para alumnos de Secundaria.

Que para obtener el grado de Maestría en Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas

P r e s e n t a

Evangelina Elizondo Lucio

Cd. Universitaria Octubre 2008

DEDICATORIA

A Dios

por ser fuente de ideas que me guía y enriquece

A Luis Garza, compañero y esposo;

parte importante en mi vida,

que nunca dejó de tener fe en mi sueño

y me acompañó hasta lograrlo.

***A Luis Eduardo, Luis Alberto, Evangelina y Victoria*,**

mis maravillosos hijos,

quienes siempre me apoyaron

y alentaron a continuar con mis estudios.

A mis padres

quienes se preocuparon por mí, mientras estudiaba.

AGRADECIMIENTOS

A la Dra. Lilia López Vera, que con profesionalismo, compromiso y entrega, así como su apoyo, ánimo y dedicación, me guío en la elaboración, organización y culminación de la presenta propuesta, porque es gracias a ese profesionalismo que yo veo cumplido uno de mis más grandes sueños.

A Sor Sara de León Linares Hija de María Auxiliadora, que estuvo al pendiente de mis estudios facilitando hasta donde fuera posible los tiempos y recursos, gracias a ese interés y motivación estoy presentando mi propuesta educativa.

A los alumnos del Colegio Independencia que estuvieron acompañándome y ayudándome en el desarrollo de esta propuesta.

RESUMEN

Dar a los alumnos la posibilidad de exponer y escuchar la descripción del proceso con el que se llego al descubrimiento del principio matemático, o al hallazgo de la solución de un problema; dar el espacio para comentar los procesos de pensamiento de la información matemática a través de la historia ahora enriquecida con las nuevas TICs, implica una clave esencial para que los conceptos puedan ser contextualizados e incorporados como parte del proceso regular del razonamiento en los alumnos.

Así, la contextualización de los conceptos matemáticos en el desarrollo de la Ciencia, repercutirá positivamente en el aprendizaje significativo de dichos conceptos y en su aplicación para resolver problemas actuales que tienen sus principios en la historia misma.

INDICE

INTRODUCCIÓN

Antecedentes

En la política del gobierno mexicano, la educación es una de las áreas prioritarias en el plan de desarrollo, el cual tiene como objetivo, construir un país en donde todos los ciudadanos tengan acceso a niveles de calidad de vida mejores.

La reforma de 1993 de la Secretaria de Educación Publica (SEP) cuestionó el proceso de enseñanza aprendizaje, como un fenómeno causa-consecuencia y propició un avance hacia la consideración de dos procesos independientes: la enseñanza y el aprendizaje, dejando abierta la posibilidad de pensar que puede haber enseñanza sin aprendizaje o aprendizaje sin enseñanza. Los estudios recientes no solo confirman este planteamiento, sino que asignan al acto de enseñar o aprender un papel secundario, para dar paso en primer término al estudio como motor principal para generar conocimiento.

El programa de estudios 2006 de la SEP es un intento serio para avanzar en la dirección de darle al estudio una carta de naturalización y orientarlo hacia un estilo docente más creativo, en el que cada encuentro con los alumnos represente nuevos retos, pero a la vez brinde nuevos aprendizajes.

Por otro lado, el carácter obligatorio de la educación secundaria compromete a los gobiernos federal y estatal a ampliar las oportunidades educativas. En la actualidad, la educación secundaria atiende aproximadamente a cinco millones setecientos mil alumnos, en casi treinta mil escuelas. De acuerdo con cifras oficiales de la SEP, de cada 10 estudiantes que entran a la secundaria desertan 6; además entre el 15 y 22 por ciento de los estudiantes reprueban una materia o grado durante su estancia en la escuela secundaria.

Sin embargo, a pesar de los avances de la última década, aún se esta lejos de lograr que todos los adolescentes que ingresan, permanezcan y concluyan satisfactoriamente este nivel de estudios y alrededor de un millón de jóvenes de entre 12 y 15 años de edad están fuera de la escuela. Se considera, que una de las causas de la deserción escolar en este nivel, es justamente que en el salto de primaria a secundaria es donde surgen importantes cambios biológicos y psicológicos en los jóvenes, que, aunados al cambio en la estructura de la educación, se convierte en un verdadero reto para ellos.

Frente a tal deuda social, en el Programa Nacional de Educación 2001-2006, el gobierno federal planteó la necesidad de realizar una Reforma de la Educación Secundaria (RES), con objeto de lograr su continuidad curricular y su articulación con los dos niveles escolares que la anteceden para configurar un solo ciclo formativo con propósitos comunes, prácticas pedagógicas congruentes, así como formas de organización y de relación interna que contribuyan al desarrollo integral de los estudiantes.

La sociedad actual exige que las escuelas formen ciudadanos capaces de seguir aprendiendo a lo largo de la vida. Que al término de su educación básica, los estudiantes hayan adquirido conocimientos y desarrollado habilidades, competencias y actitudes que los preparen para participar en la construcción de una sociedad donde la brecha entre los distintos estratos se vea disminuida. Las competencias les permitirán actuar como personas reflexivas y comprometidas con su comunidad, logrando así una mejor integración en la sociedad.

A partir de investigaciones educativas a nivel internacional, se hace evidente y preocupante el índice de reprobación EN EL ÁREA DE LAS MATEMATICAS, por lo que es necesario y urgente implantar estrategias para revertir esta realidad. En el nivel básico, específicamente en la educación secundaria, se identifican algunos factores, que entre otros, provocan la disminución del aprendizaje, para proseguir estudios superiores en esta área. El primero se presenta cuando por razones circunstanciales se ejerce la docencia del álgebra sin la preparación específica en el conocimiento de la misma. Otro factor es cuando se posee el conocimiento algebraico pero no se cuenta con una formación docente adecuada para ese nivel, y el ultimo factor son las habilidades de los estudiantes adquiridas en la primaria que según los modelos conexionistas (Dale H Sunk, 1998; Farnham-Diggory 1992) establecen que el aprendizaje de nuevas habilidades es más rápido si se poseen las capacidades previas.

Uno de los conflictos mas trascendentes que enfrentan los jóvenes en la secundaria es el primer contacto con el álgebra, que para ellos significa un cambio muy brusco de las operaciones mecanizadas de la aritmética a las operaciones lógicas con literales, las cuales involucran un desacomodo de los conocimientos adquiridos en un periodo de 6 años. Esto provoca una confusión de los conceptos, que no pueden ser contextualizadas e integrados a su lógica y razonamiento. Por ejemplo, la idea original de los signos de multiplicación, tan enraizada en sus preconcepciones, tiene que cambiar, pues el signo de operación “X” ya no puede ser utilizado tan ligeramente. El punto y los paréntesis los sustituyen en situaciones donde existan literales con el nombre de *x* o también números con decimales. Otro ejemplo lo tenemos en la división, donde para los adolescentes una fracción esta muy lejos de ser una división; la fracción puede representar una razón, una proporción pero muy difícilmente una división.

Todo lo mencionado es solamente un breve repaso a problemas fundamentales de la iniciación del Álgebra, donde los procedimientos mecanizados para solucionar problemas que forman parte de las preconcepciones de los jóvenes pueden ser un muro difícil de escalar. Si bien es cierto que las habilidades adquiridas en la primaria, muchas veces mecanizadas, pueden representar una ventaja que facilita el aprendizaje de nuevas habilidades, a veces es tal la fijación en un procedimiento, que se dificulta la transferencia del concepto de un contexto a otro.

A pesar de las múltiples investigaciones y esfuerzos por parte de los maestros y autoridades sobre esta problemática, todavía hay un gran camino por recorrer. Una muestra son los exámenes de La Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) en el cual los alumnos de secundaria siguen teniendo muchos errores en las manipulaciones algebraicas, y una cuestión que debemos considerar es: ¿Por qué utilizan con más seguridad cualquier regla memorizada, por arbitraria que ésta sea, que la más sencilla de las reglas algebraicas?

Otra avenida importante es la de la investigación que se refiere a la utilización de las tecnologías de información, donde el cuestionamiento es: ¿Que influencia tienen las Tecnologías de Informática y Comunicación (TICs) en la adquisición de nuevas habilidades en los estudiantes? En realidad, la regla, plumones, gises y pizarrón que son las "herramientas didácticas" mayormente empleadas por el profesor para su enseñanza, se han vuelto insuficientes para la explotación y exploración exhaustiva del saber que se pretende enseñar. Hoy la calculadora graficadora simbólica y programable y los paquetes computacionales de cálculo algebraico han tenido una gran influencia en la enseñanza de las ciencias básicas y particularmente en las matemáticas, a tal grado que los especialistas en educación matemática han reconocido la necesidad de incorporar esta tecnología en los procesos de enseñanza e investigar los efectos cognitivos que provoca en los estudiantes y las habilidades y actitudes que favorece.

Se ha estado involucrando entonces la tecnología en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Matemática, pero en muchos casos sin un fundamento teórico o sin el diseño de una estrategia didáctica sistematizada, de tal modo que no se han logrado los objetivos de crear una capacidad analítica e investigativa en los estudiantes. Una posible causa es que en su nivel cognoscitivo, ven la tecnología como una entretención, mas, que como una herramienta para facilitar el aprendizaje de las matemáticas.

Respecto al uso de calculadoras, se ha observado que a la mayoría de los los alumnos no les importa que una calculadora grafique un sistema de ecuaciones lineales, porque en el fondo no saben qué significa la solución de éste sistema y no se imaginan siquiera porque se usa un sistema de numeración decimal y no otro; saben muy bien que al multiplicar un numero por otro hay que acomodar las cifras, que hay que multiplicar unidades luego decenas y así sucesivamente y después de acomodar entonces sumar, esa es su preconcepción mecanizada de la multiplicación aunque el porqué de los diez dígitos no lo conozcan.

Por otro lado, los alumnos ignoran el significado de elevar un número al cuadrado o simplemente la notación del cuadrado de un número. Tales cuestionamientos son sencillos pero encierran toda la base teórica que necesitan para el desarrollo de nuevas habilidades en cuanto a la contextualización del Álgebra y la Trigonometría de Secundaria.

Por consecuencia, los alumnos no tienen interés en temas que consideran abstractos, pues los ven muy alejados de su realidad, aunque se presenten problemas que parece tienen alguna aplicación real, no se sienten involucrados en los conceptos propios de la materia, ni pueden desarrollar un sentido de investigación o indagación en los temas. Los alumnos ven a la Matemática como un requisito muy fastidioso y pesado para cumplir en su educación básica. Esta actitud trae como consecuencia el tener una base muy débil para el siguiente nivel educativo.

La intención principal de la autora es ofrecer una serie de orientaciones prácticas, a partir de la reflexión sobre la inclusión de la Historia de las Matemáticas en el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra y la Trigonometría en los jóvenes de Secundaria. Se pretende, además, concientizar el papel protagónico del alumno dentro del proceso de aprendizaje y el del maestro, como facilitador además de responsable de los ambientes generados dentro del aula.

La autora ha constatado que la pobre visualización de los conceptos del Álgebra y la Trigonometría de Secundaria, no permite crear un sentido de indagación o investigación ante conceptos tan alejados de la realidad del estudiante. Por lo que la autora considera que es importante, situar a los estudiantes en los mismos contextos de los matemáticos de la antigüedad, donde se vieron en la necesidad o en el gusto de encontrar una solución matemática a los cuestionamientos de la vida cotidiana y de otros retos. Así, se pretende que las matemáticas sean tan fascinantes como lo fueron a través de la historia de la humanidad.

Un factor esencial para el buen funcionamiento del proyecto es la aportación decidida de cada uno de los maestros que adopten estos esquemas, para enriquecer con su experiencia lo que aquí se ha vertido.

De lo anterior, se identificó como **PROBLEMA:** La mecanización de contenidos aislados y descontextualizados, conduce a una deficiente capacidad analítica e investigativa en los estudiantes de Álgebra y Trigonometría en Secundaria.

Por lo tanto, el **OBJETO DE ESTUDIO** es el Proceso de Enseñanza Aprendizaje del Álgebra y Trigonometría de Secundaria y el **OBJETIVO** es Integrar la Historia de las Matemáticas como elemento educativo y motivacional para propiciar el aprendizaje significativo del Álgebra y Trigonometría de Secundaria.

Con base en el análisis bibliográfico realizado, se abstrae el siguiente **CAMPO DE ACCION:** La contextualización de los conceptos de Álgebra y Trigonometría de Secundaria, en el desarrollo de la Ciencia

La autora considera que si se logra la inmersión de los estudiantes en la historia de las matemáticas, con apoyo en las TICs, se podrán contextualizar los conceptos de tal manera que cualquier operación de expresiones con letras y números podrán ser mas entendibles para ellos, disminuyendo errores en la operaciones con literales, exponentes y coeficientes y facilitando las operaciones de sumas y multiplicaciones de éstos, para que puedan ser ejecutadas de una manera mas limpia y ordenada.

La autora plantea la siguiente **HIPOTESIS:** Si se contextualizan conceptos del Álgebra y Trigonometría en la Historia de las Matemáticas, como elemento educativo y motivacional, entonces se contribuirá a desarrollar la capacidad analítica e investigativa en los estudiantes, requerida para el aprendizaje significativo de Matemáticas en Secundaria.

Enseñar y aprender hoy es diferente. No porque el ser humano sea radicalmente distinto, sino porque hay elementos nuevos y diversos que han transformado nuestro entorno. La cantidad de información y su manejo, la influencia del ambiente y de los medios de comunicación, los avances científicos y tecnológicos, la comprensión de los procesos humanos del aprendizaje, el conocimiento y la relación con culturas antes lejanas, hacen que el panorama educativo se vea transformado y enriquecido. Para estos nuevos retos, requerimos recursos técnicos novedosos así como la recuperación de la sabiduría educativa milenaria.

En la consecución del objetivo de la presente propuesta didáctica la autora emprendió las siguientes **TAREAS de INVESTIGACIÓN:**

- Entrevista a alumnos con diferentes niveles de aprendizaje.
- Diseño de clases incluidas en el programa de Secundaria incorporando la historia de las matemáticas
- Comparación del interés de los alumnos con otras clase de la misma área con enfoques diferentes
- Evaluar y comparar con otros temas que fueron tomados del libro de texto.
- Interpretar resultados

MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN EMPLEADOS

Observación participativa: Permitió conocer el potencial de los alumnos cuando se despierta el interés en los temas de estudio. En los alumnos de primero de secundaria donde se les da una pequeña dosis del uso de literales y sucesiones numéricas, así como los tipos de numeración con diferentes bases, se observo un gran interés por parte de los alumnos en conocer los inicios de la numeración así como la lógica para encontrar el siguiente termino en una sucesión numérica y de figuras.

Análisis – Síntesis: La revisión de experiencias docentes varias y de diferentes bibliografías ayudo a identificar las necesidades de los alumnos y de los mismos docentes para lograr la motivación en el estudio del área.

Dentro de los talleres generales de actualización (TGA) de maestros de secundaria que organiza la SEP se tiene una participación activa de los maestros de cada zona escolar donde se exponen las diferentes problemáticas y las alternativas que han utilizado para la solución de situaciones donde los alumnos tiene dificultad para la comprensión de temas específicos. La síntesis estableció la unión entre las relaciones esenciales identificadas entre docentes, alumnos y contenidos.

Abstracción – Concreción: A partir del diagnóstico se destacan los diferentes ambientes en el proceso enseñanza aprendizaje, descubriendo los beneficios del mismo en ambientes ilustrativos que atraen la atención del alumno. En la concreción se presentó un nuevo tema basado en la historia logrando la participación y motivación de alumnos

Inductivo – Deductivo: El método inductivo ayudó a plantear la hipótesis a partir de los resultados al evaluar a los jóvenes sobre temas vistos en un ciclo escolar pasado. El proceso deductivo partió de la capacidad de abstraer, generalizar y deducir los conceptos cuando no hay preconcepciones incorrectas o incompletas arraigadas.

Hipotético – Deductivo: Con el método de investigación hipotético deductivo se infirieron las acciones para lograr que la propuesta educativa conduzca a obtener resultados esperados

CAPÍTULO I.

Justificación

¿Por qué presentar la historia de las matemáticas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la iniciación del Algebra y la Trigonometría en los alumnos de educación Secundaria?

Esta propuesta didáctica pretende enriquecer los enfoques planteados en los Planes y Programas de Estudio de Educación Básica en Secundaria de la actual Reforma Educativa de Secundaria RES, incorporando orientaciones y metodologías que aprovechan la tecnología informática y la integran en el quehacer cotidiano del docente.

Este documento habrá de servir para apoyar el uso de un elemento nuevo que ha de modificar, hasta cierto punto, la forma de trabajar de los docentes, que tradicionalmente se basa sólo en los “planes de clase” de la RES, donde se les presenta a los alumnos algunas consignas que irán descubriendo la definición y utilización de un nuevo concepto; así los alumnos por sí mismos construyen su propio conocimiento. Estos planes de acuerdo a esta propuesta estarán respaldados por la historia misma del problema, como fue pensado originalmente y como sirvió para resolver un problema social, o simplemente como sirvió para ganar un concurso o demostrar alguna habilidad, o como Tales de Mileto, para demostrar que el saber un poco mas te puede dar ventaja sobre los demás.

1.1 Enfoques planteados en los Planes y Programas de Estudio de Educación Básica en Secundaria de la actual Reforma Educativa de Secundaria (RES).

Mediante el estudio de las matemáticas se busca que los niños y jóvenes desarrollen una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas; al mismo tiempo, se busca que asuman una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina.

Para lograr lo anterior, dentro del aula el docente debe brindar las condiciones que hagan posible una actividad matemática verdaderamente autónoma y flexible, propiciando un ambiente en el que los alumnos formulen y validen conjeturas, se planteen preguntas, utilicen procedimientos propios y adquieran las herramientas y los conocimientos matemáticos establecidos.

Los contenidos que se estudian en la educación Secundaria según la RES se organizan en tres ejes: *Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida y Manejo de la información.*

Sentido numérico y pensamiento algebraico alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra: por un lado, encontrar el sentido del lenguaje matemático, ya sea oral o escrito; por otro, tender un puente entre la aritmética y el álgebra, en el entendido de que hay contenidos de álgebra en la primaria, que se profundizan y consolidan en la secundaria.

Forma, espacio y medida encierra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira el estudio de la geometría y la medición en la educación básica. Es claro que no todo lo que se mide tiene que ver con formas o espacio, pero sí la mayor parte; las formas se trazan o se construyen, se analizan sus propiedades y se miden.

Manejo de la información tiene un significado muy amplio. En estos programas se ha considerado que la información puede provenir de situaciones deterministas, definidas o aleatorias, en las que se puede identificar una tendencia a partir de su representación gráfica o tabular.

Los ejes de interés para esta propuesta son los de: Sentido Numérico (SN) y Forma, Espacio y Medida (FEyM) donde se centra la atención en el mencionado puente entre la aritmética y el algebra así como en la utilización de la geometría en la solución de problemas reales, considerando las propiedades de las formas de figuras y cuerpos geométricos.

Aunque la responsabilidad principal de los profesores de matemáticas es que los alumnos aprendan esta disciplina, el aprendizaje será más significativo en la medida en que se vincule con otras áreas y se visualicen los inicios del algebra al generalizar y abstraer.

Cabe señalar que los conocimientos y habilidades en cada bloque se han organizado de tal manera que los alumnos vayan teniendo acceso gradualmente a contenidos cada vez más complejos y a la vez puedan establecer conexiones entre lo que ya saben y lo que están por aprender. Sin embargo, es probable que haya otros criterios igualmente válidos para establecer la secuenciación y, por lo tanto, no se trata de un orden rígido. Considerando así a la importancia que tienen para el aprendizaje los conocimientos previos que el alumno posee y, por otra parte, a la necesidad de relacionar los nuevos conocimientos con los contenidos para conseguir realizar una representación personal de éstos. El resultado de este proceso es el de conseguir reorganizar los saberes que de sus conocimientos previos.

Al profundizar en el estudio de los contenidos de matemáticas que se proponen para la escuela secundaria se pretende que los alumnos logren un conocimiento menos fragmentado, con mayor sentido, de modo que cuenten con más elementos para abordar un problema. Estos programas parten de los conocimientos y las habilidades que los estudiantes obtuvieron en la primaria, para establecer lo que aprenderán en la secundaria. Los contenidos en este nivel se caracterizan, así, por un mayor nivel de abstracción que les permitirá a los alumnos resolver situaciones problemáticas más complejas

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que sustentan los programas para la educación secundaria consiste en llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados.

La presente propuesta didáctica no pretende señalar a los alumnos y al profesor lo que deben hacer en cada una de las sesiones. El reconocimiento de la experiencia y la creatividad del maestro para presentar la Historia de las Matemáticas será un punto clave en el éxito de la propuesta.

I.2. La Historia de la Matemática como elemento educativo y motivacional.

Con el estudio de la Historia de la Matemática el profesor amplía su universo cultural además de aumentar su vocabulario de la asignatura donde puede aparecer las posibilidad de interpretar, desde una posición pedagógica revolucionaria y con un dominio adecuado los métodos y medios de enseñanza, las situaciones históricas para ofrecerlas a sus estudiantes con el objetivo de dejar en ellos no solo el contenido matemático que les presenta, sino también las vivencias emocionales que repercuten en la formación de valores que forman convicciones y principios, dando un agradecimiento a quienes han trabajado a favor de la humanidad.

A través del conocimiento historiográfico de la Matemática el docente puede reconocer que el dominio de los conocimientos que se ofrecen a los alumnos de la secundaria, está reflejado en la geometría y la aritmética de los griegos y en el método algebraico - geométrico desarrollado de las teorías y métodos de la antigüedad griega y que son el principio básico sobre el cual se ilustren muchos contenidos de la asignatura para este nivel escolar.

Un análisis de esta etapa del desarrollo de la Matemática ofrece la riqueza de poder recrear, desde el estudio de los hechos y el surgimiento de los procesos metodológicos, importantes vías para presentar al estudiante de la secundaria básica elementos esenciales del trabajo con variables, la construcción de los dominios numéricos, la representación de números irracionales en la recta numérica, la relación importante de la proporcionalidad para calcular distancias e incluso para resolver ecuaciones lineales.

Este estudio permitiría valorar además el desarrollo de la geometría griega a partir de los trabajos de Tales e identificar sus resultados; sintetizar en los pitagóricos sus formulaciones sobre los números pares e impares, los números perfectos y figurados, la demostración aritmético - geométrica de la relación entre la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo que se conoce como "teorema de Pitágoras" y que exige al docente "mirar al pasado de los mesopotámicos"; estas y otras muchas cosas de valor científico aporta el conocimiento de la Historia de la Matemática al profesor de esta asignatura escolar que presentada y adecuada a las TICs ayudara a comprender el quehacer matemático de la escuela secundaria.

Las formas en que los egipcios y mesopotámicos utilizan sus resultados en la solución de sus necesidades y la manera en que los griegos elevan el conocimiento de aquellos a formulaciones abstractas, que de siglo en siglo se perfeccionaron, deja al profesor de Matemática un amplio margen para la tarea educativa de sus escolares quienes tendrían la posibilidad de ver en los usos dados a los segmentos y la interpretación de importantes teoremas a partir del siglo VII, antes de nuestra era, recursos de acercamiento del objeto de estudio y la vía de encontrar, con estos, ilustraciones claras de muchos contenidos del curso escolar de la secundaria básica.

La valoración dada a lo anteriormente expuesto indica que si al dominio de los conceptos de la asignatura Matemática se unen las regularidades técnico- metodológicas que aportan la Didáctica General y la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, entonces conocer la historia de estos conceptos y teorías facilita al docente la presentación de recursos ilustrativos de las situaciones en que estos aparecen lo cual permite conducir a los estudiantes hacia el logro de los objetivos de un modo más asequible y perdurable.

Cada ciencia tiene su propio objeto de estudio al cual debe responder, su propia metodología para investigar sus leyes y teorías y comprobar así sus hipótesis, su propio campo de acción y por ello debe seguir el curso lógico del estudio de sus estructuras formales, sus sistemas y sus relaciones internas y externas para hacer más objetivo el proceso de su conocimiento.

La Ciencia Matemática sigue un curso evolutivo que la disciplina escolar no puede hacer; la escuela ofrece los resultados matemáticos bajo una fuerte sistematización de sus teorías y se exige brindar el reflejo de su actualización moderna, ello hace que el conocimiento tome formas de presentación graduada en el contenido que se explica y pone al profesor en la situación de plantear los conceptos, leyes y procedimientos de manera que conduzcan al alumno al desarrollo de sus capacidades intelectuales y de la concepción científica del mundo de manera dinámica y eficiente cual si se revelara para este como un descubrimiento.

La comprensión por parte de los profesores de esta situación pedagógica orienta, desde su planteamiento, hacia un análisis exhaustivo de las regularidades de la enseñanza de la Matemática en su constante manifestación con las ciencias de la educación y en especial con la metodología de su enseñanza en la cual se determinan las vías para dirigir este proceso de modo eficiente hacia el logro de los objetivos educacionales.

El dominio de la asignatura escolar, por un lado, y la apropiación adecuada de los métodos de enseñanza en sus múltiples relaciones y variaciones, por otro, así como los medios con los cuales se vale el profesor para su trabajo se hacen más amplios si toman en consideración aquellos elementos significativos de la Historia de la Matemática que tienen que ver con los problemas del curso de la secundaria básica; de ahí que la Matemática, la metodología de su enseñanza y su historia, como ciencias, se pueden valorar como conocimientos científicos enlazados en el proceso de la instrucción y la educación de los jóvenes bajo la concepción dialéctico - materialista.

La Historia de la Matemática y la experiencia del mundo actual permiten trabajar con agudeza y perspectiva científicas la presentación de los conceptos y teorías matemáticas desde una posición que ofrezca al estudiante el espacio para descubrir en la evolución de estos contenidos la presencia de la forma del desarrollo socio - cultural de la humanidad.

La necesidad de desarrollar un trabajo educativo desde la clase tiene en el conocimiento historiográfico de la Matemática la potencialidad de conducir al alumno hacia la presentación, ilustración y comentarios de situaciones que planificadas adecuadamente favorecen a la formación de valores universales.

La vinculación de los contenidos matemáticos del programa escolar con las situaciones históricas asociadas a estos favorece los procesos de asimilación y se refleja en la correcta utilización con la cual se pueden observar los principios didácticos de la enseñanza.

I.3. Para qué integrar la Historia de la Matemática en la enseñanza del Álgebra y Trigonometría en Secundaria.

En secundaria no se tratas de enseñar las matemáticas a los alumnos, como si todos fueran a ser matemáticos profesionales. Lo que sí importa y los que todos van a recordar es que las matemáticas son una de las tantas actividades humanas y que los hombres y mujeres que se dedicaron a ellas lo hicieron para resolver problemas reales de la manera mas eficiente posible y que esos hombres y mujeres son personajes reales, con vida propia, con angustias y problemas propios como cualquier estudiante de hoy en día (Mariano Perero)

Considerando estas reflexiones se pueden considerar varias razones para incluir la historia de las Matemáticas en la secundaria; el propósito responde a la necesidad concreta de sumergir dentro de los orígenes de los conceptos a los alumnos para visualizar la simpleza de las observaciones y el desarrollo de los conceptos a través de los tiempos. Analizando cada una de las situaciones donde a partir de premisas basadas en observación se ha llegado a través del tiempo y la simplificación a los teoremas, postulados y leyes que se utilizan en la actualidad para resolver problemas iguales o más complejos. Responde también a las necesidades concretas del sistema educativo de proporcionar a los jóvenes aprendizajes para la vida porque parten de los orígenes de la vida misma, que aunado a las posibilidades que la tecnología ofrece dar cumplimiento a la función sustantiva del sistema educativo: la formación de las personas.

Los tres grandes propósitos que, desde mi perspectiva, deben orientar esta integración de la historia de las matemáticas en el proceso de enseñanza aprendizaje son: el apoyo didáctico a los procesos educativos, visualización de los conceptos a partir de su origen estimulando la investigación, desarrollo y utilización de las matemáticas en la vida.

Conocer el origen de las matemáticas a través de los registros escritos en las primeras civilizaciones y su evolución histórica a través de los registros escritos hasta el siglo XXI es de interés para todos los que matematizamos en nuestra vida diaria. (Saen Q, Eladio)

I.4. Apoyo didáctico a los procesos educativos

Cuando se revisa el inventario de recursos utilizados por el maestro para realizar la enseñanza de las matemáticas, resulta evidente que el gis, pizarrón y algunas copias de mecanizaciones son los recursos mas utilizados siendo las causas, quizás la falta de disponibilidad de los recursos, la falta de interés en de preparar una clase interactiva de iniciación del algebra o, la falta de creatividad por parte del maestro. Sin embargo, hay otros aspectos en los que deberíamos reflexionar porque en realidad, la práctica educativa vigente parece haber evolucionado muy lento.

Las tecnologías de información y las telecomunicaciones no fueron desarrolladas y pensadas para el ámbito educativo. Pero cada vez hay más aplicaciones diseñadas para enfrentar problemas concretos de aprendizaje. Lo más interesante es que muchas experiencias actuales se orientan hacia una didáctica centrada en el aprendizaje, tratando de explotar esas tecnologías para enseñar lo mismo, de la misma manera.

Quizás la mayoría de los alumnos de secundaria no van a seguir un a carrera en matemáticas, tampoco recordarán y menos utilizarán las fórmulas y teoremas que se deducen en las clases, lo que despierta el interés; es saber quienes son los personajes que hay detrás de esas fórmulas, porqué y cómo las habían inventado, en que momento de la historia de la humanidad aparecieron y en respuesta a que necesidades intelectuales y económicas.

Tomando en cuenta lo dicho, la autora considera que la Historia de las Matemáticas debe constituirse en una herramientas eficaz en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pudiendo lograr con su uso aumentar el interés de los alumnos en la materia, promoviendo un aprendizaje autónomo de acuerdo a las posibilidades de cada estudiante, para propiciar la construcción de aprendizajes significativos facilitando la comprensión de contenidos particularmente complejos.

I.5. Visualización de los conceptos a partir de su origen

Para estudiar la evolución histórica de las matemáticas, consideramos un marco de referencia, constituido por el tiempo y el espacio. El espacio es el mundo en que vivimos, y el tiempo es desde alrededor 400 A.C.

La hipótesis mas aceptada, establece que las matemáticas surgieron de las necesidades prácticas de desarrollo de las sociedades primitivas, la organización de la agricultura, control de siembras y ríos, sistemas de riego, construcciones y comercio. Otra hipótesis atribuye el origen de las matemáticas a través de revelaciones místicas y rituales religiosos, pero esto es poco aceptado en el medio científico, donde se considera que el hombre inteligente busca los recursos necesarios para enfrentar el medio que lo rodea físicamente, socialmente y políticamente.

Resulta imposible hablar de números naturales, reales, sin tocar el tema de sus inicios. La hipótesis sobre el origen del conteo primitivo se basa en la observación de tribus que conservan la forma de vida y organización social de hace miles de años, así como en el estudio de la característica natural del hombre de empezar a contar antes que aprender a escribir.

Podemos afirmar: los numero y sus operaciones están presentes en la mayoría de situaciones cotidianas, por lo que presentar a los alumnos los diferentes sistemas numéricos y sus operaciones así como la manera que se han ido transformando a través del tiempo hasta llegar a como la utilizamos actualmente, podría constituirse en una estrategia para encontrar que el algoritmo que utilizamos actualmente es una simplificación de un procedimiento que se ha ido puliendo a través de los siglos, logrando con esto un mayor interés en la materia y una visualización mas sencilla de los procedimientos utilizados, logrando la comprensión del sistema decimal y cada uno de las operaciones básicas.

Todos los sistemas de numeración que se han ideado en diferentes lugares y en diferentes épocas tiene un símbolo para la unidad simple 1 y una base *b,* cuyas potencias: 1 , b^1 , b^2, b^3,……,b^n,….., son unidades de agrupación de orden 0, 1, 2, …. n,…, que permiten expresar los números en forma sintetizada por medio de números llamados numerales

La evolución de las Matemáticas, conjugada con la evolución de los novedosos recursos computacionales, abren la posibilidad para presentar de manera mas clara y entendible nuevos conceptos algebraicos y trigonométricos, que le son presentadas a los jóvenes estudiantes, propiciando una auténtica revolución en las preconcepciones, a fin de que se logre una asimilación y acomodación de los nuevos conceptos, creando así sus propias y nuevas concepciones.

El uso adecuado de la Historia de las Matemáticas propicia nuevos ambientes de aprendizaje:

- Genera una actitud más activa y constructiva frente al conocimiento.
- Facilita una visión interdisciplinaria del conocimiento y, por tanto, un aprendizaje integral y mejor asimilado.
- Estimula la cooperación entre los alumnos y el trabajo en equipo.
- Apoya la adquisición y actualización del conocimiento.

Así pues, el impulso de la Historia de las Matemáticas en el propósito educativo va más allá de la sola transmisión de conceptos y mecanizaciones. Se trata de lograr que los educandos desarrollen una clara comprensión de los conceptos de la matemática desde una perspectiva histórica, pero también ética, cultural y de actitud.

1.6. Utilización de las Matemáticas contextualizadas.

Todos utilizamos Álgebra en nuestra vida diaria: en las tiendas al leer los periódicos, al pagar las cuentas del agua, la luz, el teléfono; es difícil pensar dónde no, va a ser difícil…,si también en las recetas de cocina, en las estadísticas deportivas, en las formulas de las medicinas, en las notas nutricionales de lso alimentos, al calcular la superficie de un piso; en donde sea, por donde se le busque.

Todos utilizamos la aritmética continuamente, el pensamiento formal es útil porque sirve para todos los casos. No hay una tabla de multiplicar para cosa sólidas y para cosas líquidas y otra para frutas sino que una misma vale para todo. Conservamos todavía modos antiguos de contar, que reservamos para casos concretos como los huevos que se venden por docena la medida de los ángulos que es en base 60. El aprendizaje de las matemáticas es de gran utilidad y cercanía, hay que ser muy competente para conocer bien los conceptos; pero también, poder utilizarlos en una gran cantidad de situaciones.

Se identificó la necesidad de diseñar un plan de clase que utilice a la Historia de las Matemáticas y problemas extraídos de lo cotidiano, apoyados en las TICs para contextualizar conceptos de Álgebra y Trigonometría, a fin de repercutir positivamente en el aprendizaje significativo de dichos conceptos y en su aplicación para resolver problemas actuales que tienen sus principios en la historia misma.

CAPÍTULO 2

Marco Teórico

La formación matemática que le permita a cada alumno enfrentar y responder a determinados problemas de la vida moderna dependerá, en gran parte, de las competencias desarrolladas durante la educación básica. La experiencia que vivan los jóvenes adolescentes al estudiar matemáticas en la escuela secundaria, puede traer como consecuencias: el gusto o rechazo, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados.

De ahí la importancia de una planeación estratégica y una metodología didáctica que pueda despertar el interés y el gusto por la materia. La planeación sintetiza y orienta las propuestas de acción para alcanzar los conocimientos y habilidades que se persiguen, dando así una coherencia en el marco de la educación construyendo significados y herramientas matemáticas.

En el caso particular, para planificar en el área de la matemática, existe la necesidad de preparación adecuada por parte del docente considerando el conjunto de actividades ordenadas y articuladas con base en la resolución de problemas incluyendo temas relacionados con otras materias para desarrollar una forma de pensamiento que les permita a los jóvenes expresar matemáticamente diferentes situaciones que se presentan en su entorno lo que dará dinamismo al proceso de enseñanza aprendizaje, buscando que el alumno se convierta en responsable de su propio aprendizaje, que asuma un papel participativo y colaborativo, Utilizando la tecnología como recurso útil para enriquecer su aprendizaje.

La escuela por lo tanto debe brindar condiciones que hagan posible la actividad matemáticas verdaderamente autónoma, nadie duda de la importancia de la matemática y de la relación que tiene con los problemas, acciones, tareas que a diario se deben resolver, y de allí la importancia de que forme parte importante de la educación secundaria.

Aunque no es suficiente con que se traten los problemas relacionados en los contextos reales de los alumnos, en los que se podría aplicar la matemática como herramienta. Tal como expresa Davis Perkins: “Existe una diferencia entre tener cierta información en la propia cabeza y ser capaz de tener acceso a ella cuando hace falta; entre tener una habilidad y saber cómo aplicarla; entre mejorar el propio desempeño en una tarea determinada y darse cuenta de que uno lo ha conseguido”.

Las diferencias culturales deberían tenerse en cuenta en la escuela. En ella, en general, se ignoran los conocimientos e ideas que los niños traen. La escuela debería tender puentes entre esos conocimientos informales que los niños adquirieron en el intercambio con sus padres, sus hermanos, sus amigos, sus vecinos y los conocimientos escolares formales. De lo contrario, los niños pueden considerar que la matemática que aprenden en la escuela les sirve solo para resolver problemas de la escuela, sin reconocerla en la resolución de problemas que se le puedan plantear en su vida cotidiana.

Por ello es que la matemática posee un valor social. Juntamente con otras disciplinas, la matemática posibilita la construcción del pensamiento lógico necesario para organizar, seleccionar, sistematizar la información que se nos suministra y para relacionar, integrar, inferir conceptos, ideas, principios matemáticos. Esta es su más reconocida “función”. Muchos afirman que la matemática enseña a pensar. Sin embargo, ¿esto sucede siempre? En realidad, ¿siempre damos a nuestros alumnos la oportunidad de hacerlo?

El proceso de aprendizaje matemático a cualquier nivel debería tener lugar de una forma semejante a la que el hombre ha seguido en su creación. Se trata, en primer lugar, de ponernos en contacto con la realidad matematizable que ha dado lugar a los conceptos matemáticos que queremos explorar con nuestros alumnos. Para ello deberíamos conocer a fondo el contexto histórico que enmarca estos conceptos adecuadamente. ¿Por qué razones la comunidad matemática se ocupó con ahínco en un cierto momento de este tema y lo hizo el verdadero centro de su exploración tal vez por un período de siglos? Es extraordinariamente útil tratar de mirar la situación con la que ellos se enfrentaron con la mirada perpleja con que la contemplaron inicialmente.

A mi parecer, un cierto conocimiento de la historia de la matemática, debería formar parte indispensable de los conocimientos del docente matemático en general de cualquier nivel, primario, secundario o profesional, porque la historia le puede proporcionar una visión verdaderamente humana de la ciencia y de la matemática.

La visión histórica transforma meros hechos y destrezas sin alma en porciones de conocimiento buscadas ansiosamente y en muchas ocasiones con genuina pasión por hombres de carne y hueso que se alegraron inmensamente cuando por primera vez dieron con ellas (De Guzmán).

El conocimiento de la historia proporciona una visión dinámica de la evolución de la matemática. En el desarrollo desde el inicio es donde se pueden buscar las ideas originales en toda su sencillez y originalidad, todavía con su sentido de aventura, que muchas veces se hace desaparecer en los textos de educación secundaria. Si volviéramos a los orígenes de las ideas, perderían esa apariencia de muerte y de hechos disecados y volverían a tomar una vida nueva y fresca motivada aun mas por el uso de las Tics.

Podemos mejorar el proceso del aprendizaje matemático, ubicando al alumno en el contexto histórico desde la concepción misma de un nuevo concepto. Es decir, realizar una introducción y análisis sobre la razón que tuvieron los matemáticos para dedicarse a resolver un problema particular y cómo a través de los siglos se fueron incrementando los conocimientos hasta presentar el concepto tal como es utilizado en los libros de texto.

Por ejemplo, es extraordinariamente útil tratar de mirar la situación con la que los mayas, babilonios, pitagóricos y otros muchos matemáticos reconocidos, se enfrentaron a un nuevo enigma o problema para resolver. Es importante recalcar que en la mayoría de las ocasiones, esos problemas tenían un fuerte impacto sobre la vida social, por lo que la solución representaba un avance físicamente visible, lo que contrasta con la equivocada noción de la abstracción de las matemáticas

Para poder ubicar el concepto matemático, el maestro necesita del conocimiento de la historia de las matemáticas además del tema en específico. La manera en la que la historia se presente a los alumnos juega un papel muy importante en la enseñanza y en la motivación al aprendizaje.

2.1. Atributos didácticos distintivos de la Historia de las Matemáticas en el aprendizaje de las Matemáticas

Hay algunas las características *peculiares* de gran importancia en el conocimiento de la Historia de las Matemáticas, desde una perspectiva educativa que los hace diferentes a otras estrategias de enseñanza de las Matemáticas.

Más de dos milenios separan al hombre contemporáneo del momento en que los conocimientos primitivos relacionados con la esencia de los conceptos primarios matemáticos dejaran de ser simples formulaciones prácticas e iniciaran, paulatinamente, un proceso de formación en el cual, sobre la base de la acumulación de toda la experiencia práctica y su transmisión de generación en generación posibilitaran, a partir de las fuentes antiguas de los egipcios y los mesopotámicos, la introducción, por los griegos, de las primeras demostraciones de teoremas y se adjudicara así una estructura lógica donde la clara diferenciación conceptual de los términos premisa, teorema y demostración marcaron el nacimiento de la Ciencia Matemática.

Los trabajos sobre la historiografía de la Matemática muestran la forma en que surgen, se sistematizan y se desarrollan los métodos, las ideas, los conceptos y las teorías de esta ciencia, posibilitan estudiar la manera en que se da, en un determinado pueblo, la evolución de su saber matemático dentro de uno u otro período de su proceso histórico y permiten valorar el papel realizado por sus pobladores desde la posición dialéctico - materialista en la cual se analiza al hombre como transformador de la naturaleza y la sociedad.

Las investigaciones dentro de la historia de esta ciencia abren las perspectivas para detallar las relaciones de la Matemática con toda la actividad social e incluso el vínculo y la presencia en el desarrollo y por ello permiten comprender y determinar mejor cuáles son sus potencialidades y alcances futuros.

Con el conocimiento de la Historia de la Matemática se facilita reconocer que el estudio de los conceptos fundamentales y los problemas matemáticos más importantes asociados a esta ciencia casi siempre se llevan a cabo en condiciones de fuertes discusiones y bajo concepciones ideológicas diferentes.

Un profesor de Matemática que desee educar a sus alumnos bajo una posición dialéctico - materialista deber tener un conocimiento aceptable de la historia de la disciplina escolar que explica, no para ofrecer un curso cuyos contenidos sean precisamente los de esta disciplina, sino para poder utilizar, en el plano del acercamiento del objeto de estudio al alumno, las consideraciones más relevantes de su desarrollo y sobre todo para favorecer la comprensión de que esta ciencia "es solo una forma específica del proceso del conocimiento humano, y por tanto, se desarrolla por las mismas leyes dialécticas y conlleva en sí las contradicciones generales del conocimiento". [Hernández Trimiño]

2.1.1. La Historia de la Matemática como herramienta conceptual

La Historia de la Matemática brinda a los docentes las posibilidades de reconocer, y por lo tanto de poder aplicar en el trabajo con los estudiantes, que la Matemática, en su desarrollo, ha acumulado un enorme conjunto de hechos que permiten atestiguar que los conceptos que la sustentan, las propiedades y todas las demostraciones tienen su procedencia en la práctica vinculada a los procesos reales del mundo y a la existencia de la sociedad civilizada: el surgimiento de la geometría está indisolublemente ligado a los problemas de las crecidas de los ríos y la construcción de las pirámides de los egipcios antiguos, pero su continuidad en la obra de los griegos, los hindúes, los musulmanes y su perfeccionamiento constante en otros pueblos, son un indicador de la invariante anterior que a la luz de las investigaciones reafirma lo planteado.

La Historia de la Matemática y la experiencia del mundo actual ofrecen variados ejemplos en los cuales se prueba que la formación de conceptos y aún teorías completas no están vinculadas a causas externas del mundo, sino al desarrollo lógico y puro de los razonamientos matemáticos, pues el hecho de que haya sido creada una teoría completa sobre los números complejos o la propia geometría no euclidiana no puede considerarse como libres juegos del intelecto humano que se haya desvinculado de la práctica social; situaciones como estas han posibilitado, desde su estudio por diferentes escuelas, el desarrollo de posiciones idealistas no solo en la Matemática sino en otras ciencias.

2.1.3. Contextualización del Álgebra y la Trigonometría

La Trigonometría como rama independiente de la Matemática, está unida a los trabajos de la construcción de canales para la irrigación fluvial de los pueblos de la región mesopotámica y a los efectos de los trabajos en materia astronómica que durante muchos siglos tuvo en los hombres antiguos un gran valor, la perfección de las teorías geométricas a partir de extraordinaria obra de Euclides. Los procesos de perfeccionamiento de los cálculos y la conformación de una teoría de los logaritmos no pueden separarse del famoso trabajo del "calculador de arena" de Arquímedes ni de todos los intentos por acomodar a procesos más simples, lo trabajoso de los procedimientos aritméticos; la aspiración en la etapa feudal europea de los llamados humanistas por renacer la ciencia de los griegos antiguos y que posibilitó tener contacto con la obra original de los matemáticos de esta región en la lengua en que había sido expresada son factores que dieron al mundo europeo la potencialidad de partir sobre una base adecuada en la atención a los problemas que la sociedad le planteaba desde sus necesidades prácticas, nunca como en esos momentos cruciales de la historia de la civilización humana la Matemática fue considerada como una fuerza revolucionaria en el cambio social, así fueron apareciendo las formulaciones a un grupo de problemas prácticos desde los enfoques interpretativos de esta ciencia la cual avanzó en direcciones que le dieron mayor fortaleza en el plano de sus estructuras; de estos resultados la Trigonometría se sistematizó en forma armónica y se perfeccionaron los métodos de cálculo y los procesos de algebraización para estos.

2.2. Posibilidades metodológicas y didácticas implementando las TICs en el aprendizaje de las Matemáticas.

La autora considera que, lo más interesante que ofrecen las TICs, desde el punto de vista educativo, no es la aceleración de los procesos de comunicación ni la integración de medios diversos, sino el hecho de que encierran la posibilidad de extender nuestra comprensión de la realidad social y personal más allá de nuestras fronteras físicas, políticas y culturales. Por ejemplo, la computadora no aparece para reemplazar las formas tradicionales de realizar los procesos educativos. Usada con inteligencia y sensatez, puede potencializarlas y complementarlas, de tal manera que la Trigonometría, los procesos de cálculo y algebraizacion pueda ser visualizado desde una perspectiva moderna y de forma atractiva para los nuevos estudiantes.

De la revisión bibliográfica, se identifican diversas conceptualizaciones de los medios, por ejemplo:

- Rossi y Biddle (1970) definen al medio de enseñanza como: "cualquier dispositivo o equipo que se utiliza para transmitir información entre las personas" (citados por Gerlarch y Ely, 1979, p.18).
- En esta misma línea Edling y Paulson, consideran como medios: "las vías gráficas, fotográficas, electrónicas o mecánicas para capturar, procesar y reconstruir información visual o verbal" (p. 251).
- En el Dictionary of Education dirigido por Good (1973) se definen los medios instructivos como: "recursos y otros materiales que presentan un cuerpo completo de información y que son autónomos más que suplementarios en el proceso de enseñanza-aprendizaje".
- La autora propone como medio de enseñanza: “la forma personal, con el discurso, las TICs, o algun material didactico tangible como talleres, de expresar los conceptos dentro de los contextos originales para que se pueda ubicar dentro de la red de conocimientos del joven una nueva información.

Como puede observarse, estas definiciones coinciden en resaltar los aspectos tecnológicos de los medios, así como el transporte de mensajes a través de los mismos.

La autora coincide con Manuel Area Moreira, quien publicó en (2005) un Documento inédito elaborado para la asignatura de Tecnología Educativa Web de Tecnología Educativa, Universidad La Laguna, que este conjunto de recursos orientados al profesor y elaborados con el fin de facilitar el desarrollo del currículum (programas curriculares, guías didácticas, guías curriculares, etc.) deben cumplir no sólo los requisitos de definición identificados, sino que al ser parte integrante de la realidad institucional del currículum, un proyecto docente sobre los medios de enseñanza inevitablemente tiene que dar cuenta de los mismos.

La educación plantea hoy nuevos retos; entre otras razones por la manera como el ambiente actual estimula la mente y la voluntad. La sociedad actual está hiperinformada, no sólo por la enorme cantidad de datos que le llegan en noticieros y revistas, sino por la gran cantidad de imágenes, sonidos y sensaciones recibidos en todo momento.

Ya lo hemos señalado antes, desde la perspectiva de los recursos con que cuenta en su centro de trabajo, el maestro está en franca desventaja ante los medios de comunicación y el ambiente; sin embargo, la inclusión de la computadora le otorga una herramienta poderosa para afrontar con éxito este reto.

La computadora es un recurso multimedia, porque reúne las características de otros medios tales como: imagen, voz, sonido, video y movimiento. Esto, se convertiría en un medio didáctico que motive el interés de los alumnos y una mayor participación de sus sentidos en el proceso de aprendizaje, siempre y cuando, el docente se de a la tarea de diseñar estrategias didácticas centradas en aprendizaje del alumno.

En particular, la autora propone apoyarse en todo caso en dichos medios, no solo con imágenes fotográficas y videos, sino aprovechando la interactividad de la geometría dinámica para contribuir a la construcción de conceptos que contextualicen al desarrollo de los conceptos matemáticos.

2.2.1. Relevancia de la interacción educativa.

Normalmente entendemos la interacción educativa como la acción recíproca que mantienen dos o más personas con el propósito de influenciarse positivamente. Desde esa óptica, quizás no sea del todo aceptable plantear que las computadoras pueden ser interactivas. No obstante, cuando alguien juega una partida de ajedrez contra una máquina "capaz" de seleccionar las jugadas en función de las nuestras y hasta ganarnos la partida, hemos de admitir que nos encontramos ante un fenómeno interactivo. Un *viaje virtual* a través del sistema cardiovascular, con un software especializado, es otro ejemplo en el que el niño puede experimentar en un entorno de aprendizaje interactivo.

Los nuevos medios están contribuyendo a crear otras formas culturales para el aprendizaje, en donde la persona que aprende, disfruta de mayor interactividad y conexión con otros a través de la *red*, donde discuten, participan de varias actividades a la vez y establecen nexos con diversas fuentes de información. La interactividad establecida a través de las TICs permite al usuario (maestro-alumno), un mayor control sobre el manejo de contenidos, agilizando el proceso natural del descubrimiento y construcción de conocimientos, facilitando la comprensión de conceptos.

Cuando ciertos programas de cómputo presentan, lo mismo que muchas situaciones de la vida real, variables múltiples de manera simultánea, es posible estimular el desarrollo de habilidades del pensamiento en el usuario.

Por otro lado, la navegación en el software y en Internet puede motivar la curiosidad, incrementar continuamente la capacidad de asombro, ampliar la imaginación y servir como estímulo para el desarrollo de la creatividad. Siempre y cuando dicha navegación se realice bajo la orientación del docente a través de estrategias didácticas. Es decir, los maestros pueden encontrar en la computadora un instrumento que apoye la sistematización de su trabajo de manera sencilla y atractiva, en virtud de que puede automatizar procesos administrativos y manejar grandes volúmenes de información de forma cada vez más rápida.

2.3. Aspectos psico-pedagógicos para la construcción del conocimiento

Toda propuesta didáctica supone una visión psico-pedagógica acerca de cómo debe desarrollarse el proceso de enseñanza aprendizaje.
En el presente apartado nos referimos a los aspectos psicológicos y pedagógicos en que esta propuesta se apoya para la construcción del conocimiento basada en la historia de las matemáticas.

Los aspectos psicológicos nos permiten reconocer los procesos internos que le permiten al sujeto *aprender*. Los postulados pedagógicos, en tanto, nos dan las pautas acerca de cómo podemos facilitar el aprendizaje.

La psicología cognitiva ha estudiado la influencia de las ideas previas que la gente lleva consigo al aula. Estas concepciones, generalmente se adquieren fuera de la escuela y son utilizadas para solucionar problemas planteados por la misma vida. Poseen gran coherencia interna, forman parte de la cultura prevaleciente y son muy persistentes. Estas ideas, llamadas concepciones alternativas, son importantes porque interaccionan con los contenidos curriculares, y se van produciendo *readaptaciones* de los conceptos preexistentes, asimilaciones diferentes de los conceptos que se enseñan, e inclusive, coexistencia, sin mezcla, de ambas.

La consecuencia metodológica de estos estudios es que en el proceso de enseñanza y aprendizaje, es necesario tomar como punto de referencia las ideas previas de los alumnos y cuestionarlas, provocando en ellos *conflictos cognitivos* que los obliguen a superar los prejuicios equivocados y los conduzcan a la búsqueda de la verdad.

Ried et al (1996) conceptualiza el entendimiento como una serie de redes y conexiones entre pedazos de información. Mientras mas interconectada esta la información con la red, mas entenderá el estudiante. Para construir las conexiones, el estudiante debe asimilar e integrar los nuevos datos. La asimilación quiere decir que los aprendices relaciones la nueva información con su conocimiento existente (Piaget, 1964, et al) El aprendiz encuentra así datos desconocidos. La nueva in formación causa un desequilibrio o un desajuste.

El proceso de ajuste se llama *acomodación*, a través de estos procesos llamados invariantes funcionales la estructura del conocimiento se enriquece y provee un entendimiento de la realidad mas completa. La integración de experiencias, especialmente cuando entran en conflicto, genera una reorganización mental constituyendo un proceso que transforma el pensamiento.

Es frecuente que entre los maestros surja la inquietud del fracaso escolar entre los jóvenes que son hábiles en todo, salvo en Matemáticas. Los cuales no llegan a la escuela como una tabula rasa o pizarra en blanco, es decir, sin conocimiento alguno de las Matemáticas. Los jóvenes ya tienen conocimiento informal y conceptos espontáneos acerca de los números y sus relaciones. En general los maestros no aprovechan este conocimiento existente, ni las estrategias y conceptos intuitivos que ya tienen para resolver problemas cuantitativos.

2.4. Paradigma constructivista del aprendizaje

El constructivismo radical implica un papel activo del niño en la construcción de su conocimiento. Shoenfeld (1987,1988, 1991) da mucha importancia al hecho de que los estudiantes necesitan utilizar las matemáticas como una herramienta para reconocer y resolver problemas, en vez de intentar encontrar la respuesta tan pronto como sea posible.

El constructivismo representa un auténtico cambio de paradigma respecto al enfoque educativo de los últimos tiempos. Al estudiante se le concibe como el protagonista central del proceso educativo. Los contenidos curriculares se plantean como objeto de aprendizaje más que de enseñanza. Bajo esta óptica, el papel del docente adquiere una dimensión distinta en términos de facilitar el aprendizaje y no sólo de transmitir conocimiento.

El constructivismo se ha convertido en un marco de referencia —en una "idea fuerza"—. En él, confluyen, parcialmente diversas corrientes de investigación psicopedagógica, como por ejemplo: La teoría de la equilibración de Piaget, la teoría del aprendizaje por insight de la Escuela Gestalt, la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, la teoría del aprendizaje por descubrimiento de Bruner, la teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner, la teoría del aprendizaje psicosocial de Vygotsky y la teoría del aprendizaje mediado de Feuerstein.

Los poderes generativos de los niños son impresionantes cuando trabajan en ambientes que los conducen a actividades constructivistas. Para los maestros, que quieren ser constructivistas, Steffe (1991) les sugiere que aprendan entre otras cosas:

- Como comunicarse matemáticamente
- Como involucrar a los estudiantes en actividades impulsadas por metas
- Cuales son las Matemáticas de los alumnos
- Organizar contextos Matemáticos
- Considerar las experiencias Matemáticas de los alumnos
- Cuales son las Matemáticas para los alumnos según su edad y madurez
- Engendrar motivación en sus estudiantes
- Estimular la reflexión y la abstracción en el contexto de la actividad mediante objetivos

Ya que Existen principios generales claramente identificables con el constructivismo, como son:

- Los sujetos son responsables de su propio aprendizaje porque, activamente, construyen significados.
- Los aprendizajes son el resultado de la experiencia directa con el objeto de conocimiento.
- Los contenidos escolares deben ser adecuados a los procesos de aprendizaje del sujeto.
- Los conocimientos previos en el sujeto que aprende, fruto de sus experiencias anteriores, son importantes porque influyen en la construcción de nuevos conocimientos.

Para aprender, siempre es preciso encontrar sentido al objeto de conocimiento y poder establecer relaciones entre los conceptos involucrados.

Del contexto y la forma de reflexionar sobre los conocimientos, resultan lógicas diferentes de abordar las distintas disciplinas del curriculum.

La intervención docente se rige por el principio de ajuste pedagógico, porque el aprendizaje ya no se interpreta exclusivamente como una acción individual , sino también interpersonal.

2.4.1. El papel de los alumnos y de los docentes en esta nueva concepción educativa

La sociedad reclama una mejor educación. La comprensión científica del aprendizaje humano ha aumentado y las actuales tecnologías en el escenario estimulan nuevas maneras de entender y realizar la enseñanza. Todo ello obliga a repensar los roles básicos del proceso educativo: el del docente y el del alumno.

Los roles son expectativas de comportamiento asociadas a la posición que ocupa una persona (maestro, alumno, padre, director, etc.). La forma en que una persona entiende y asume el rol que está desempeñando y la manera en que ella misma percibe que los demás entienden su papel..

Todo cuanto el docente planea y realiza en el aula tendrá que ver con esta doble percepción: su rol y el del alumno. Aunque estas impresiones tienden a perdurar, el contexto, las experiencias y la propia voluntad influyen sobre ellas y las modifican.

La actuación de estudiante ha pasado a ser activo y pensante, construyendo su propio conocimiento. Ahora no se memorizan fórmulas, se aprenden conceptos y como aplicarlos. El maestro debe olvidarse de cómo le enseñaron las matemáticas intentando compartir con los estudiantes los elementos históricos fascinantes de las matemáticas, para que ellos mismos busquen las respuestas.

Si aceptamos la idea básica de que en todo proceso educativo, el sujeto construye activamente su conocimiento. Un rol más acorde con la naturaleza del aprendizaje humano requiere que el alumno tenga oportunidades de asumir las riendas de su propio proceso. Para lograrlo, el primer paso es crear ambientes propicios a fin de que el educando interaccione con el objeto de aprendizaje promoviendo una intensa actividad y participación de su parte, en situaciones estructuradas con ese fin.

El alumno tendrá más posibilidades de adquirir competencias trascendentes y perdurables, si:

- Es inquisitivo y curioso.
- Busca y selecciona información.
- Va de la práctica a la reflexión y de vuelta a la práctica.
- Interacciona con el maestro y sus compañeros.
- Expresa y discute sus ideas.
- Asume responsabilidades.
- Trabaja en función de sus inquietudes e intereses.
- Es consciente de lo que aprende, de cómo aprende, de por qué aprende, de para qué aprende y de cómo, a partir de lo aprendido, puede generar nuevos conocimientos.

La tarea del profesor, en esencia, es de convertirse en un arquitecto y mediador, orientado a diseñar experiencias de aprendizaje atractivas y relevantes, a estimular, motivar, aportar criterios y ayuda pedagógica, a diagnosticar dificultades individuales y grupales que estén impidiendo el avance, a reconocer en sus alumnos los diferentes estilos de aprendizaje y a evaluar resultados. Por tanto, debe buscar recursos metodológicos, medios didácticos, formas creativas para promover la apropiación de saberes y desarrollo de habilidades para facilitar las relaciones humanas en la clase y el centro escolar; descubrir y clarificar valores, guiarlos para que éstos se hagan vida y ayudar a sus alumnos a conquistar gradualmente la responsabilidad cabal de sus actos.

Ante una sociedad que ya no se conforma con más educación (cobertura) y reclama una mejor educación (calidad), se requieren docentes con un alto grado de profesionalismo y capacidad de actuación autónoma, sensibles para incorporar las demandas sociales a su programa educativo y aptos para lograr el equilibrio entre la comprensión y la atención a las diferencias individuales dentro del aula.

2.4.2. Aversión y Motivación hacia las Matemáticas.

Von Glaserfeld(1991) asevera que la forma de enseñar Matemáticas ha generado el resultado opuesto al deseado: en vez de despertar el interés, ha provocado una *aversión* duradera hacia los números. Aunado a esta noción se encuentra la creencia de que el lenguaje simplemente transfiere conocimientos de un ser a otro.

Puesto que nosotros solo aprendimos a través de nuestra experiencia y que dos personas no pueden tener los mismos conocimientos que se adquieren a través de la práctica, es imposible transmitir, por medio de nuestro discurso, el conocimiento de nuestro cerebro con los sentimientos que lo acompañan, a un alumno receptor. Tenemos que interesarnos por los procesos de aprendizaje para transformar las Matemáticas en conocimiento construido por los estudiantes, no en información impuesta arbitrariamente desde afuera.

Lo memorizado se puede utilizar rápidamente en tareas con las que el alumno ya esta familiarizado; pero es importante estar conciente que este proceso no involucra el entendimiento ni funciona bien con tareas desconocidas. La destreza adaptativa es el conocimiento con significado.

Como toda actividad, el aprendizaje requiere de un grado de *motivación* para que pueda desarrollarse exitosamente. Ello puede lograrse, si se toman en cuenta las dos condiciones anteriores (considerar los conocimientos previos de los alumnos y estructura de los contenidos, tanto interna como en su presentación).

2.4.3. El Aprendizaje Significativo

Estas condiciones requerirán del maestro una metodología de trabajo. Ausubel la sugiere de la siguiente manera:

- Observar y tomar en cuenta las ideas y esquemas previos de los alumnos.
- Definir de manera clara y precisa los conceptos, para establecer semejanzas y diferencias entre aquellos relacionados con el tema.
- Garantizar que los alumnos planteen con sus propias palabras, los conocimientos ya adquiridos.
- Estrategia de aprendizaje por descubrimiento

Según D. Ausubel, una persona aprende significativamente, cuando es capaz de relacionar las nuevas ideas con algún aspecto esencial de su estructura cognoscitiva. Por lo tanto, la acción didáctica fundamental consiste en conocer las ideas previas de los alumnos en relación con cada cuestión concreta que se presente como objeto de conocimiento; y trabajar en tales estructuras conceptuales a través de dos procesos básicos: la diferenciación progresiva significa que a lo largo del tiempo, los conceptos vayan ampliando su significado y su ámbito de aplicación; y la reconciliación integradora que se da, cuando se vinculan entre sí conjuntos de conceptos.

El aprendizaje significativo se caracteriza porque lo aprendido se integra a la estructura cognitiva y puede aplicarse a situaciones y contextos distintos a los que se aprendieron inicialmente. Además, se conforman en redes de significados más amplios y complejos, lo cual abre la posibilidad de que puedan ser recordados con más facilidad.

De acuerdo con Ausubel y Novak, la principal fuente de conocimientos se da mediante el aprendizaje significativo por recepción, lo cual exige del docente programar y organizar los contenidos a fin de limitar el aprendizaje memorístico. Por ello es importante destacar las condiciones que se requieren para promover este tipo de aprendizajes.

Los conocimientos previos (significatividad psicológica). Un contenido de aprendizaje es potencialmente significativo si el alumno posee los conocimientos previos en grado y complejidad suficientes como para asimilar los nuevos conocimientos.

Estructuración de los contenidos nuevos. Un material o contenido es significativo en sí mismo si mantiene cierta lógica y estructura en sus elementos y en su significado. También es importante la presentación que el maestro hace de esos contenidos, pues una presentación confusa dificulta la comprensión y por lo tanto que se dé un aprendizaje significativo.

Dado que la actividad es una manifestación esencial de la vida, sus formas son muchas y muy variadas (actividad intelectual y muscular, actividad espontánea y voluntaria, de invención y de repetición, teórica y práctica). Todas ellas deben ser aprovechadas para la enseñanza.

La actividad del alumno es una condición imprescindible para que la educación sea efectiva y propicie que el alumno construya su propio conocimiento.

CAPITULO 3.

Propuesta Didáctica

3.1 Introducción

Ante las demandas de la Secretaria de Educación Pública (SEP), la Reforma Educativa en la Secundaria (RES) se diseñaron la planeación de las matemáticas situaciones problemáticas que presentan obstáculos cuya solución debe ser construida implementando las TICs para lograr una contextualización histórica de los conceptos del Álgebra y la Trigonometría de Secundaria, en el entendido de que existen diversas estrategias posibles y hay que usar al menos una. Para resolver la situación, considerando que el alumno debe usar los conocimientos previos, mismos que le permiten *entrar* en la situación, pero el desafío se encuentra en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, para ampliarlo, para rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación.

El ciclo escolar de 10 meses, estas dividido en 5 bimestres. Cada bimestre tiene de 6 a 8 apartados según los contenidos. Para cada apartado hay un solo objetivo escrito como "*conocimientos y habilidades*" , habilidades que el alumnio podrá alcanzar al finalizar el estudio del apartado. Las consignas de los apartados son conjunto de actividades que propician el aprendizaje, en éstas el grado de dificultad va aumentando paulatinamente. La propuesta es utilizar antes de cada consigna el desarrollo histórico de cada nuevo concepto en las consignas con apoyo de las TICs, para hacer mas entendibles los conceptos de dichos problemas especificados en las consignas.

Se rediseñaron estrategias de enseñanza aprendizaje de la Matemática en Secundaria, que sin apartarse de los lineamientos de la RES de la SEP, desglosada en el capítulo 1 del presente trabajo de investigación, brinden a los alumnos espacios y herramientas para desarrollar habilidades investigativas sobre los conceptos nuevos y recientes que la materia de matemáticas les presenta por primera vez.

3.2 Propuesta.

Utilizando un plan de clase propuesto por la SEP se rediseñó para introducir el tema utilizando la historia de las matemáticas a fin de que de que los alumnos puedan contextualizar los conceptos del álgebra y la trigonometría que le son presentados por primera vez, completando con problemas que sean extraídos de lo cotidiano.

En el presente trabajo, se ejemplifica la Propuesta didáctica, anexando a cada apartado oficial el diseño de una estrategia que utilice la historia de los conceptos de dicho apartado con apoyo de las TICs

La propuesta didáctica para la contextualizacion histórica requerida en el apartado 2 de la RES de 3° secundaria que corresponde al tema "*La semejanza y el teorema de Tales de Mileto*" que contiene 4 planes de clase con sus respectivas intensiones didácticas del cual se tomaron para la propuesta, los conocimiento y habilidades , y se seleccionaron las consignas que estuvieran relacionadas al razonamiento de Tales de

Mileto paras lsa semejanza de triángulos, dejando para otros apartados los cuadriláteros y su relación con área y perímetro.

El documento oficial que corresponde al apartado y sus planes de clase se encuentran en los anexos. (anexo1).

Nota. Las actividades que se proponen para apoyarse en el software geométrico *cabri* están señaladas en este documento con el logotipo propio del software.

3.1.1. BLOQUE 1 (primer bimestre) apartado 1

Curso: Matemáticas 3 **Apartado:** 1.1

Eje temático: Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico

Conocimientos y habilidades: Efectuar o simplificar cálculos con expresiones algebraicas tales como: $(x + a)^{2;}$ $(x + a)(x + b)$; $(x + a)(x – a)$. Factorizar expresiones algebraicas tales como: $x^2 + 2ax + a^2$; $ax^2 + bx$; $x^2 + bx + c$; $x^2 – a^2$.

Plan introductorio

Intension didactica1: Ubicar en el contexto histórico de la iniciación del álgebra geométrica de Al- Khowarizmi el significado de "Al-Gabr" y "Muqábala" . Donde se utiliza la geometría para representar los productos notables y la factorización con áreas de figuras geométricas.

Consigna 1. Lee la siguiente información y comenta con tus compañeros la reducción y simplificación de Al-Khowarizmi.

El álgebra geométrica.

Al-Mamun fue quien fundó en Bagdad la casa de la sabiduría , comparable con al antiguo museo de Alejandría. Entre los miembros de esta especie de Universidad estaba un matemático y astrónomo Mohammed ibn-Musa Al-khowarizmi cuyo nombre, lo mismo que otros matematicos importantes como Euclides iba a ser muy popular , Al khowarizmi debió morir por el año 850. Escribio ademas de libtro sobre la astronomía dos sobre la ritmetica y el álgebra que jugaron un papel muy importante en la historia de las

,matematicas; el primero de ello da una explicacion completa de la numeracion hindu, pero cuando aparecienron en Europa las primeras traducciones latinas, los lectora que carecian de mas infopormacion al respecto atribuyeron al autor nio solao la obra sino tambien el sistrma de numeracion expuesto en ella, así el nuevo sistema de notacion vino a ser conocido como “el de Al-Khowarizmi” y, a traves de las deformaciones del nombre simplemaente como “algorismo” y asi el uso de numeros hindues vino a ser sin mas como algoritmos, que asctualmete significa de una maenra mas general “cualquier porocedimiento operativo para resolver un problema arbitrario de un cierto tipo.

No sabemos con toda seguridad lo que significaben los términos árbes “al-jabr” y “muqábalah” pero la interpretacion usual de Al-gabr el es probablemente algo así como “restauración “ o “completación” y parece referirse a la transpósicion de términos que estan restados al otro miembro de laecuacion sumnadolos. Muqábalah parece referirse a la “reduccuión” o “compesjnsación” es decir la cancelacion de términos iguales en dos miembros de la ecuación.

En el cp VI se encuentra un párrafo que dice:

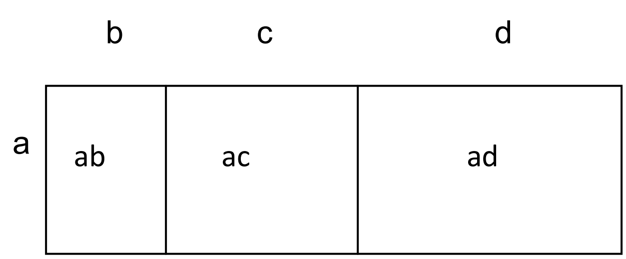
“Ya se ha visto siuficiente sobre los numeros ahora es necesario demostrar geometricamente la verdad de los problemas planteados que se han explicaco con números.”

La continua dicotomía entre número y magnitud que se venia presentando en el siglo IV a.c. exigía un nuevo planteamiento de álgebra babilónica que habían heredado los pitagóricos. Los viejos problemas en los que dada la suma y el producto de los lados de un rectángulo se pedía hallar dichos lados, tendían que ser tratados de una manera muy diferente que mediante los algoritmos numéricos de los babilonios. Había que construir un “álgebra geométrica” que generalizase y ocupase el lugar de la vieja algebra aritmética.

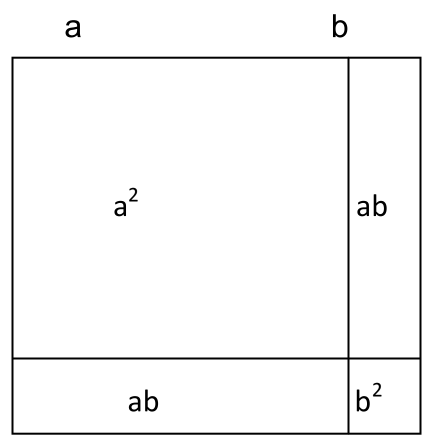
Y en este nuevo algebra ya no se podía sumar segmentos a áreas o áreas a volúmenes; de ahora en adelante tendría que haber una homogeneidad estricta de los términos en las ecuaciones, y en las formas canónicas mesopotámicas, $x \cdot y = A$, $x \pm y = b$ deberían ser interpretadas geométricamente.

Los griegos consiguieron resolver las ecuaciones cuadráticas por medio de los procedimientos conocidos como de “aplicación de áreas”.

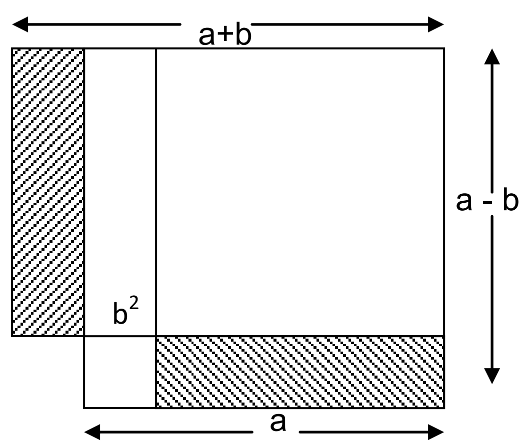
El algebra geométrica griega sorprende a veces al lector moderno como excesivamente artificial y difícil, pero para aquellos que la utilizaron y que sin duda llegaron a manejar sus operaciones con soltura, debió parecer una herramienta muy cómoda probablemente. La propiedad distributiva ***a (b + c + d) = ab +ac +ad*** tuvo que resultar indudablemente mucho mas obvia para un escolar griego que para un estudiante actual que aborda el álgebra por primera vez, ya que el primero podía dibujar fácilmente las áreas de los rectángulos , que aparecen el teorema, el cual afirma simplemente que el rectángulo determinado por ***a*** y por la suma de los segmentos ***b,c*** y ***d*** es igual a la suma de los rectángulos de terminados por ***a*** y cada uno de los segmentos ***d,c*** y ***d*** tomados por separado.



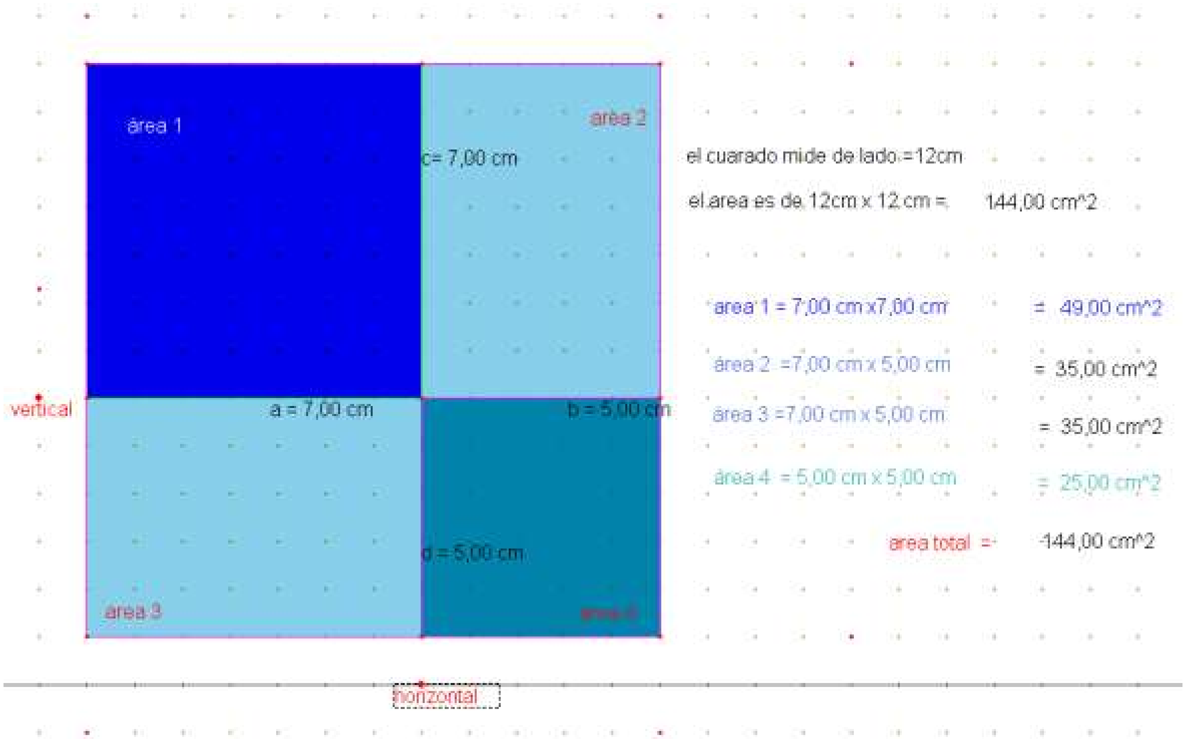
Y de nuevo el caso de la identidad $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, resulta evidente que la figura que muestra los tres cuadrados y los dos rectángulos iguales que aparecen en la identidad.

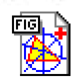


Para el caso de una diferencia de cuadrados $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$



Utilizando el software para representar los productos notables





productos notabls 2.fig

Para elevar un binomio al cuadrado se eleva al cuadrado el primer término del binomio se suman las áreas de los rectángulos iguales y el área del cuadro cuyo lado esta dado por el segundo elemento del binomio

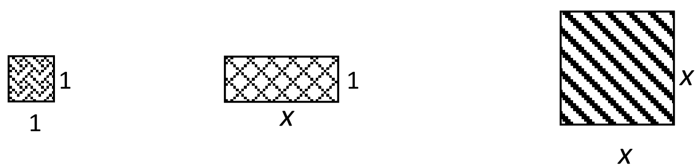
Por ejemplo:

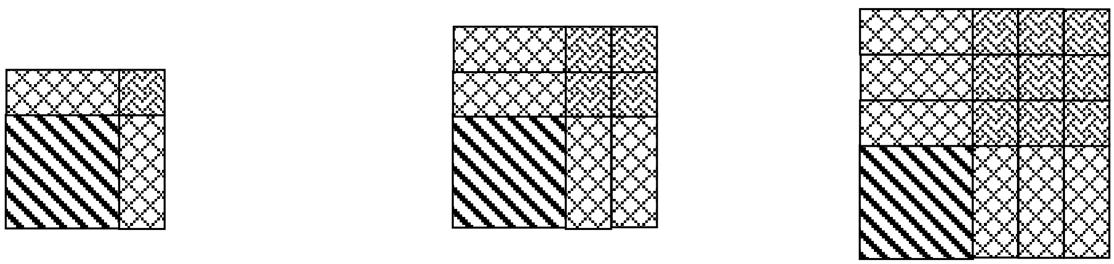
$$(x+5)^2 = x^2 + 5x + 5x + 5^2$$
$$= x^2 + 2(5x) + 5^2$$
$$= x^2 + 10x + 25$$

Intenciones didácticas2: Que los alumnos obtengan la regla para calcular el cuadrado de la suma de dos números.

Consigna1. Con las siguientes figuras (Fig. A, Fig. B y Fig. C) se pueden formar cuadrados cada vez más grandes, ver por ejemplo el cuadrado 1, el cuadrado 2 y el cuadrado 3. Con base en las observaciones en cabri generaliza.

Fig. A Fig. B Fig. C





Cuadrado 1 Cuadrado 2 Cuadrado 3

Núm. De cuadrado	Medida de un lado	Perímetro	Área
1	*x* + 1	4(x+1)=	$(x+1)^2 = (x+1)(x+1) = x^2+x+x+1 = x^2+2x+1$
2			
3			
a	*x* + a		$(x + a)^2 = (x + a)(x + a) =$

Generalizando

$$(x+b)^2 = x^2 + 2(x)(b) + b^2$$

El cuadrado de un binomio

El cuadrado del primer término del binomio

El doble producto del primer término por el

El cuadrado del segundo término del binomio

Intenciones didácticas3: Adquirir destreza en la utilización de los productos notables, ya sea para desarrollar expresiones sencillas bien para agilizar los cálculos en expresiones más complicadas.

Consigna 1 Resuelve utilizando la generalización de binomios al cuadrado**.**

1) $(x + 3)^2=$

2) $(2x + 3)^2=$

4) $(x – 3)^2 =$

5) $(2x^2 – 3y)^2 =$

7) $2x^2 + (3x + 1)^2 =$

8) $(2x + 1)^2 – (x – 3)^2 =$

Utiliza los productos notables al cálculo numérico

Por ejemplo

a) $305^2 = (300 + 5)^2= 300^2+ 2 \times 5 \times 300 + 5^2$

= 90 000 + 3 000 + 25

= 93025

b) $1996^2 = (2\,000 – 4)^2 =$

1. Calcula mentalmente 5002 y ayúdate luego del cuadrado del binomio para calcular:

a) 5012 =

b) 5022 =

1. Completar de manera que se cumpla la identidad:

a) $(\square + 1)^2 = x^2 + \square + 1$

b) $(3a + \square)^2 = \square + \square + b^2$

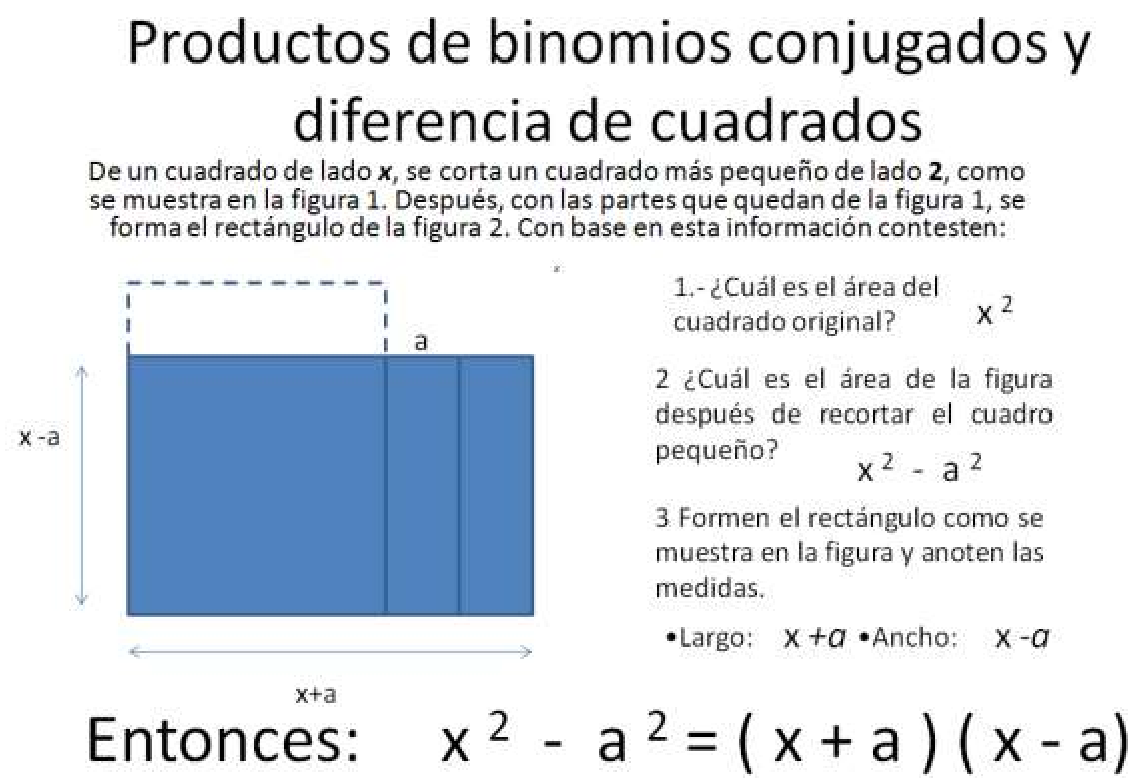
c) $(2c - \square)^2 = \square - 12c + \square$

d) $x^2 - \square + 16 = (x - \square)^2$

e) $(3a + \square)^2 = 9a^2 + \square + 4$

Intenciones didácticas 4: Encontrar la relación entre una diferencia de cuadrados y su correspondiente producto de dos binomios conjugados.

***Consigna1*.** En equipos resuelvan el siguiente problema:



Productos de binomios conjugados

Consigna 2 Utiliza la expresión anterior para resolver los siguientes productos:

a) $(3m + 2n)(3m - 2n) =$

b) $(4xy – 2x)(4xy + 2x) =$

a) $a^2 – b^2 =$

b) $x^2 – 4n^2 =$

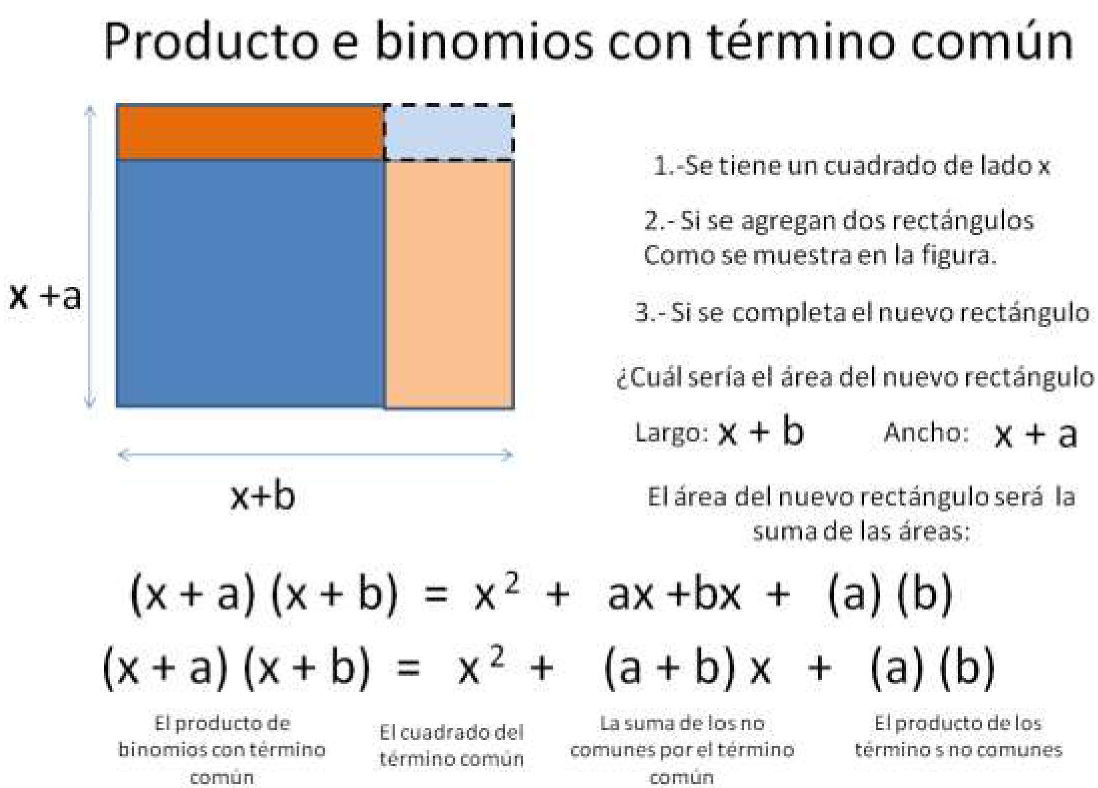
c) ____ $– 16y^2 =$ (___ $+ 4y$)($5x -$ ____)

d) $x^2 – 400 =$

e) $25x^2 – 64=$

Intenciones didácticas 5:

Consigna 1 A partir de un modelo geométrico, Encuentren el producto de binomios contérmino común.



Consigna 2 Utilizando la expression anterior factoriza los siguientes trinomios.

x^2-x-6 =

x^2-10x+25 =

x^2 -16 =

$4x^4$ -36 =

x^2 +9x +20 =

x^2 -5x - 24 =

3.1.2. BLOQUE 2 (segundo bimestre) apartado 4

Curso: Matemáticas III Apartado: 2.4 Eje temático: FeyM

Conocimientos y habilidades: Determinar los criterios de semejanza de triángulos, aplicar los criterios de semejanza de triángulos en el análisis de diferentes propiedades de los polígonos, aplicar la semejanza de triángulos en el cálculo de distancias o alturas inaccesibles.

Plan introductorio

Intensión didáctica 1: ubicar en el contexto histórico de la utilización de la congruencia de triángulos, Presentar la historia de Tales de Mileto y su forma de calcular la altura de las pirámides utilizando la congruencia de triángulos

Consigna 1. Lee la siguiente información y comenta con tus compañeros la forma de pensamiento de Tales de MIleto.

Para Tales la cuestión primaria no es *que sabemos, sino como lo sabemos* (Aristóteles)

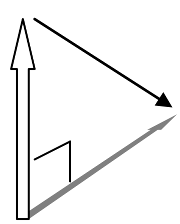
TALES DE MILETO fue el primer matemático griego que inició el desarrollo racional de la geometría.

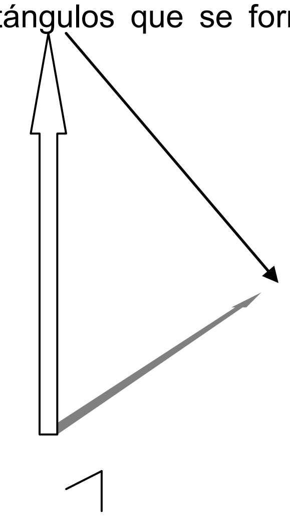
Tuvo que soportar durante años las burlas de quienes pensaban que sus muchas horas de trabajo e investigación eran inútiles. Pero un día decidió sacar rendimiento a sus conocimientos. Sus observaciones meteorológicas, por ejemplo, le sirvieron para saber antes que nadie que la siguiente cosecha de aceitunas sería magnífica. Compró todas las prensas de aceitunas que había en Mileto. La cosecha fue, efectivamente, buenísima, y todos los demás agricultores tuvieron que pagarle, por usar las prensas.

Hacia el año 600 antes de Cristo, cuando las pirámides habían cumplido ya su segundo milenio, el sabio griego Tales de Mileto visitó Egipto

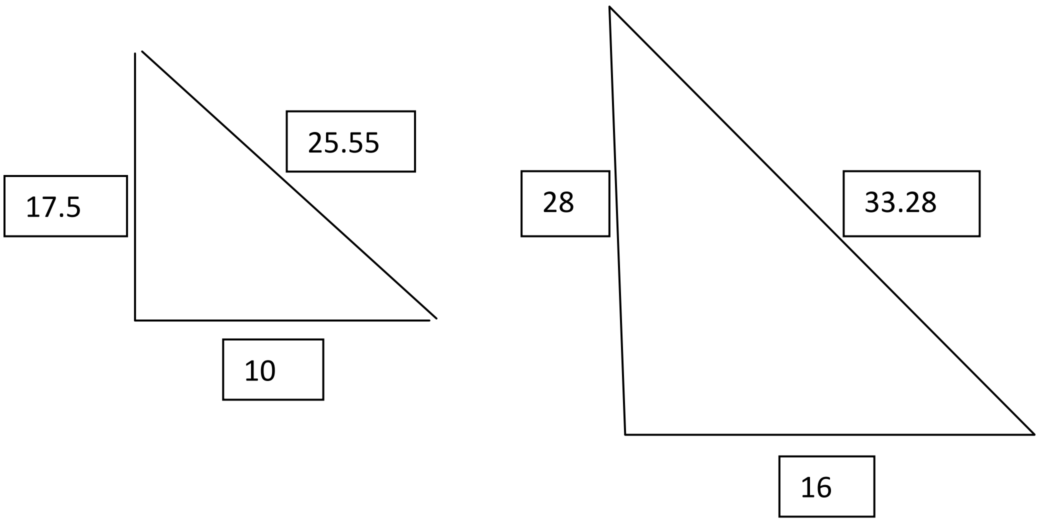
El faraón, que conocía la fama de Tales, le pidió que resolviera un viejo problema: conocer la altura exacta de la Gran Pirámide. Tales se apoyó en su bastón, y esperó. Cuando la sombra del bastón fue igual de larga que el propio bastón, le dijo a un servidor del faraón: "Corre y mide rápidamente la sombra de la Gran Pirámide. En este momento es tan larga como la propia pirámide".

Consigna 2: Utiliza una cinta métrica y varas de diferente tamaño para medir su sombra, acomodándolas en forma perpendicular en el suelo. Dibuja la situación tomando las medidas de los triángulos rectángulos que se forman con la altura y la sombra del suelo.





Encuentra el cociente entre las medidas de los triángulos

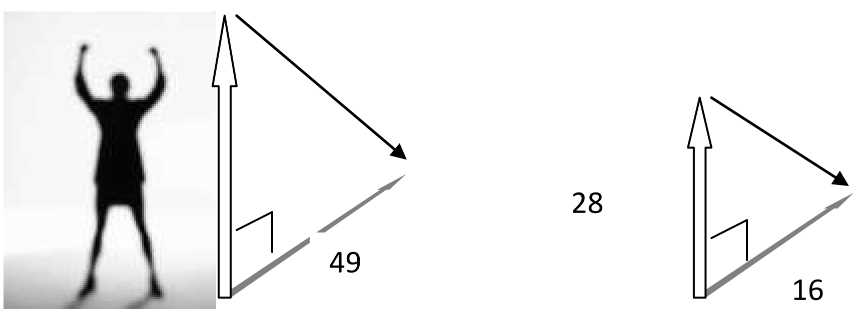


El cociente entre la altura del rectángulo grande y del rectángulo pequeño? (razón) __

El cociente entre la longitud de la sombre del rectángulo pequeño y del rectángulo grande? (razón) ______

Que puedes concluir acerca de las razones obtenidas?___es la misma razón_________.

Consigna 3: Utiliza la conclusión obtenida para calcula tu estatura midiendo la sombra que produce algun compañero y la sombra de una de ls regletas.



Cual es la altura de la regleta __28__

Cual es la longitud de la sombra de la regleta. 16__

Cual es la longitud de la sombra del compañero. 49___

Cual es el cociente ente las longitudes de la sombra (la razón) 1.6

Entonces $\dfrac{\text{la altura del compañero}}{\text{28 (altura de la regleta)}} = \dfrac{97}{16}$

Entonces $\dfrac{\text{la altura del compañero}}{} = \dfrac{97 \times 28 \text{ (altura de la regleta)}}{16}$

Entonces la altura del compañero = 169.75 cm

TEOREMA DE TALES

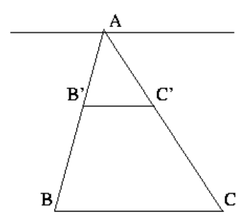
Si dos o mas paralelas son cortadas por dos transversales, entonces los lados de estos triángulos son proporcionales.

En el tema de Congruencia y Semejanza demostramos que si tenemos un triángulo ABC y una recta paralela a **BC** que corta los lados **AB** y **CA** en **B'** y **C'** respectivamente, entonces

$$\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$$

Demostremos ahora lo mismo pero usando el teorema de Tales: Trazamos una paralela a **BC** que pase por **A**, ver fig. , entonces esta recta junto con **B'C'** y **BC** son tres paralelas que cortan dos transversales, a saber **AB** y **CA**, es decir, tenemos las hipótesis del teorema de Tales, entoces podemos concluir que **AB'/B'B=AC'/C'C**. Esta demostración es significativamente mas corta que la dada en el tema mencionado.

$$\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$$



Consigna 4:

1. Construya cada quien un cuadrado, procurando que sean de distintos tamaños, después contesten las siguientes preguntas:
   ¿Por qué creen que todos los cuadrados que construyeron son semejantes? ____
2. Consideren solamente dos cuadrados para contestar lo siguiente:
   ¿Cuál es la razón entre sus lados? _________________
   ¿Cuál es la razón entre sus perímetros? _______________
   ¿Cuál es la razón entre sus áreas? _________________

Plan de Clase (2/4)

Intenciones didácticas 2: Que los alumnos analicen la relación que existe entre las medidas de los lados homólogos de dos triángulos semejantes y utilicen las propiedades de la semejanza de triángulos para calcular medidas faltantes.

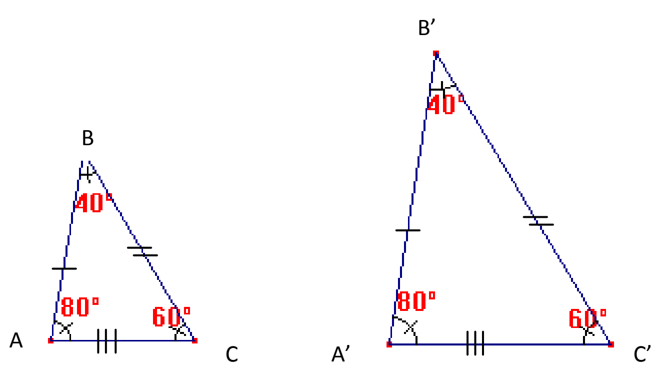
Consigna 1: De manera individual traza, en una hoja blanca, un triángulo escaleno (tres lados desiguales) cuyos ángulos midan respectivamente 80°, 60° y 40°. Cuando termines tu trazo, haz y contesta lo que se indica en seguida.

a) Reúnete con tu equipo y comparen sus triángulos.

b) ¿Por qué creen que resultaron semejantes? ___________________________

____

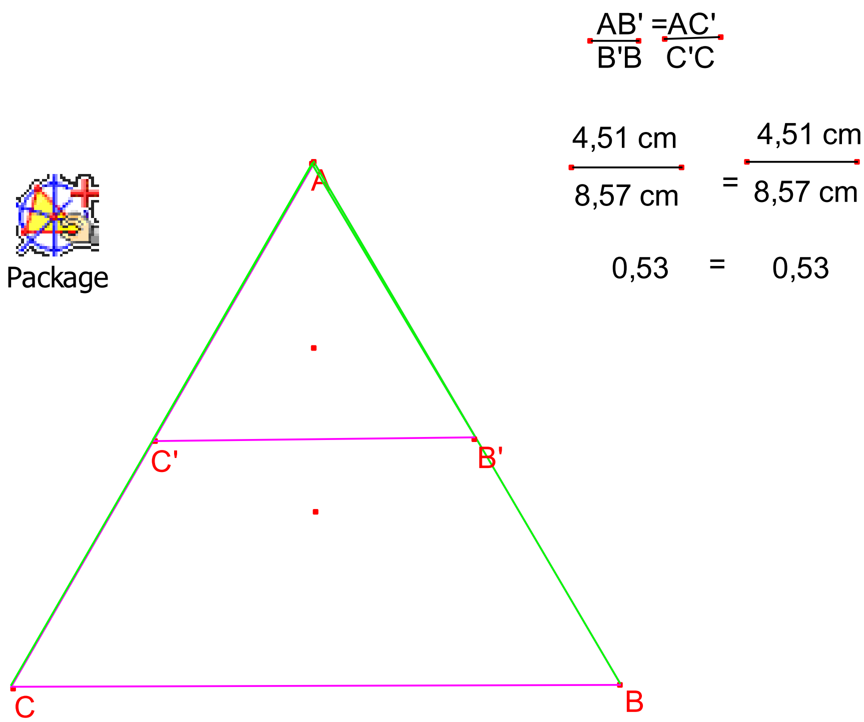
c) Tomen dos triángulos cualesquiera de los que construyeron, identifiquen los lados correspondientes y márquenlos como se indica en el siguiente dibujo. Después, calculen las razones expresadas con letras.



$$\frac{AB}{A'B'} =$$

$$\frac{BC}{B'C'} =$$

$$\frac{CA}{C'A'} =$$



d) ¿Cuál es la razón entre los lados correspondientes de los triángulos que trazaron? ___________________

e) ¿Cuál es la razón entre los perímetros? ___________________________ ¿Cuál es la razón entre las áreas? ___________________________________

Formalizando:

En dos o más triángulos que son semejantes se cumplen dos propiedades importantes:

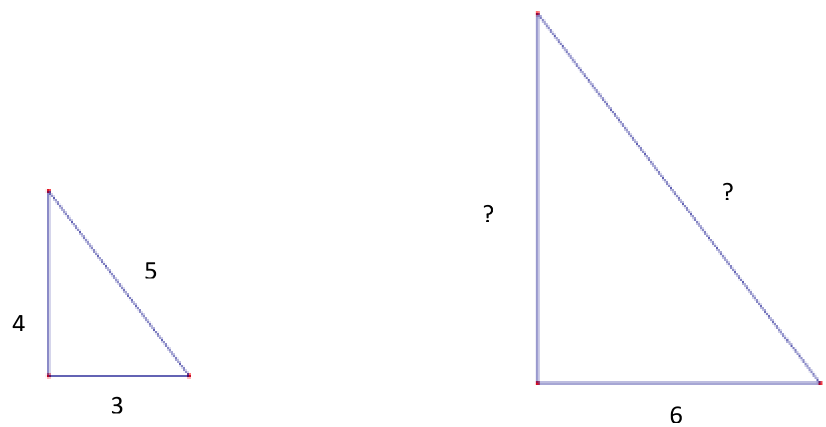
Primera: sus ángulos son respectivamente iguales

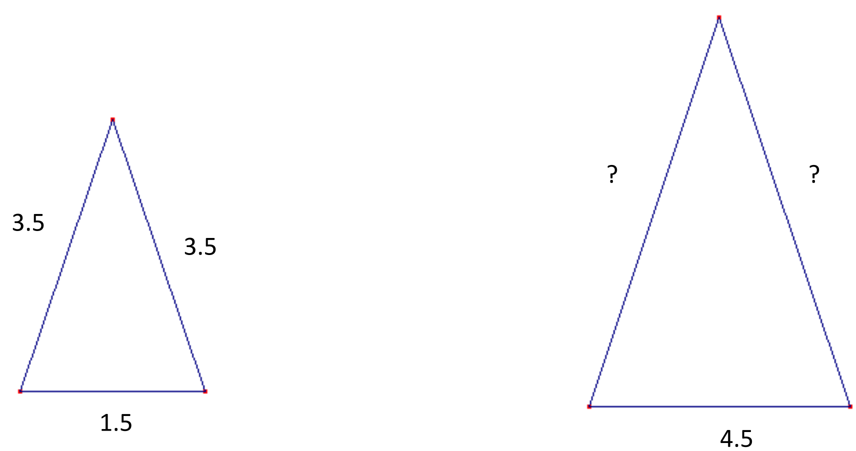
Segunda: la razón entre sus lados correspondientes es constante.

Esta segunda propiedad puede expresarse con letras de la siguiente manera:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

Consigna2: Organizados en equipos, calculen las medidas señaladas con signo de interrogación.



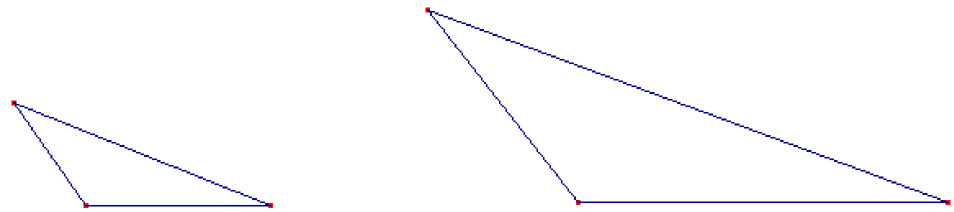


7

4

?

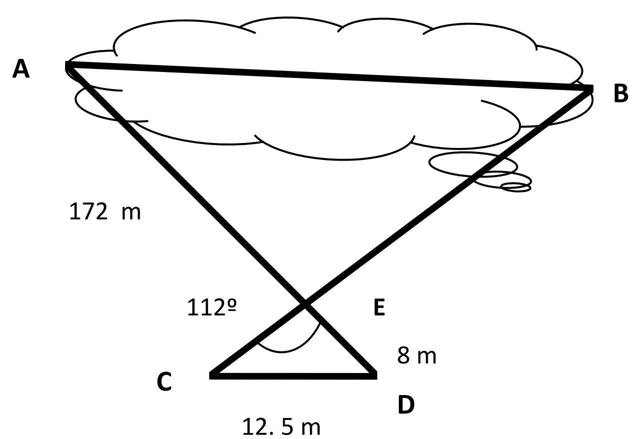
2



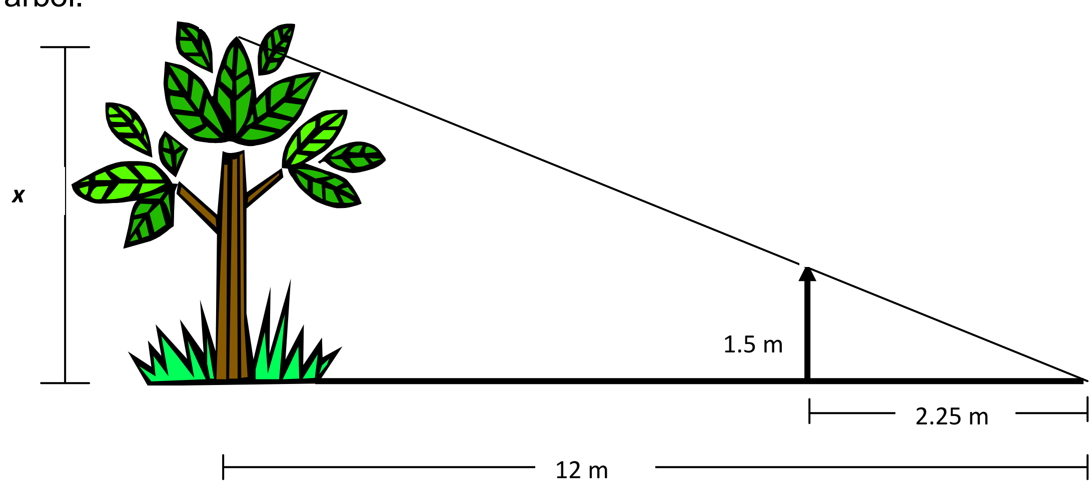
Plan de Clase (4/4)

Intención didáctica 3: Que los alumnos apliquen la semejanza de triángulos en el cálculo de distancias o alturas inaccesibles.

Consigna 1: Organizados en equipos, analicen y resuelvan el siguiente problema: En el dibujo que se muestra a continuación, el segmento AB representa la longitud mayor de un lago, que no se puede medir directamente. Además, dicho segmento AB es paralelo al segmento CD. Con base en la información anterior y la que ofrece el dibujo, ¿cuál es la medida de la longitud mayor del lago?



Consigna 2. Con base en la información que proporciona el siguiente dibujo, calculen la altura del árbol.



CONCLUSIONES

Con el uso de la Historia de las Matemáticas presentada a través de las TICs se pudo ver cómo los alumnos descubrían los conceptos básicos de las Matemáticas, quedándose no solo con las definiciones de conceptos nuevos y las mecanizaciones de los conocimientos previos, sino también con las vivencias emocionales de aquellos personajes que han trabajado con ahínco en la Ciencia a favor de la humanidad.

Los alumnos aprendieron utilizando los mismos métodos que se utilizaron en los inicios del nuevo concepto, descubriendo nuevas formas de aprendizajes que se complementaron en cada uno de manera particular, donde el aprendizaje estuvo condicionado a diversos factores y características de cada alumno, dentro del paradigma constructivista.

La tarea del maestro es despertar en el alumno el interés en la materia para que este se sienta motivado y activo. El estudio de la Historia de las Matemáticas resulta un recurso atractivo y útil para favorecer los procesos de asimilación que se reflejan en la correcta utilización de los procedimientos, métodos y conceptos en la solución de problemas.

De hecho, no se trata de planteamientos totalmente novedosos; son principios que tienen historia en el devenir de la pedagogía y la didáctica. Estos principios aparecen vinculados con la manera en que los conceptos matemáticos presentados en el aula han sido desarrollados y simplificados a través de la historia de las matemáticas.

RECOMENDACIONES

Se recomienda la implementación de las TICs para contextualizar históricamente los conceptos matemáticos en el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra y la Trigonometría, dado que los textos de apoyo y tecnología son muy útiles para facilitar el conocimiento, pero no son las únicas herramientas disponibles para alcanzar el aprendizaje.

Le corresponde a los docentes buscar diversas estrategias didácticas para lograr la motivación del estudiante, contextualizando históricamente los conceptos básicos del Álgebra y la Trigonometría en el aula.

El logro de los objetivos depende del amor y de la disposición con que el docente desempeñe su labor, por lo que no debe seguir “enseñando” tradicionalmente, centrado en métodos expositivos, ignorando que existe la posibilidad de diseñar otros ambientes de aprendizaje, que desarrollan relaciones cognitivo–afectivas, Implementando estrategias interactivas apoyadas en las TICs, haciendo más interesante y atractiva la Matemática para el alumno, potencializando el aprendizaje significativo de la misma.

BIBLIOGRAFÍA

Boyer, C arl B: Historia de las Matemáticas. España, alianza Universidad, 1999 (texto)

Balbuena, H/ Issa, Esperanza/ Rosales, M/ Velásquez L *Guía de trabajo matemáticas* Primer taller de actualización sobre los programas de estudio 2006. Reforma de la Educación Secundaria

Klingler, /Valdillo, G *Psicología cognitiva Estrategias en la práctica docente*. Mc Graw Hill (2004)

Perero, Mariano: H*istoria e historias de las matemáticas.* Grupo Editorial Iberoamérica, Mexico, 1994.

Saenz Quiroga, E *Historia de las Matemáticas apuntes para el cuso.* Facultad de Ciencias Físico Matemáticas UANL

Good, Carter V. And Merkel, Winifred R. Eds. Dictionary of Education. New York: McGraw-Hill, 1973. Ref LB 15 .G6 1973

Hernández Trimiño, O. *Sobre la importancia del conocimiento de la Historia de la Matemática.*
www.monografias.com/trabajos15/matemat-ensenanza/matemat-ensenanza.shtml

Alvear. Carlos et.al. *Propuesta didáctica útil*
http://www.seg.guanajuato.gob.mx/Proyectos/innovacion/Pdidactica/util.htm

Area Moreira, M. (2005): Los Medios de Enseñanza: Conceptualización Y Tipología. Documento inédito para la asignatura Web de Tecnología Educativa. Universidad La Laguna
http://www.ull.es/departamentos/didinv/tecnologiaeducativa/doc-ConcepMed.htm

Dale H. Schunk, SCHUNK, José Dávila (1998): Teorías del aprendizaje
Person Educación.

De Guzmán Miguel (1993) *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*
©Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular

Nickerson, **R., Perkins, D. y Smith, E., (1990):** *Enseñar a pensar. Aspectos de la aptitud intelectual, Barcelona, Paidós,*

ANEXOS

Anexos

Plan de clase (1/5)

Escuela: ________________________________**Fecha**: ________________

Profr(a): ____

Curso: Matemáticas 3   **Apartado:** 1.1   **Eje temático:** SNyPA

Conocimientos y habilidades: Efectuar o simplificar cálculos con expresiones algebraicas tales como: $(x + a)^{2;}$ $(x + a)$ $(x + b)$; $(x + a)$ $(x – a)$. Factorizar expresiones algebraicas tales como: $x^2 + 2ax + a^2$; $ax^2 + bx$; $x^2 + bx + c$; $x^2 – a^2$.

Intenciones didácticas: Que los alumnos obtengan la regla para calcular el cuadrado de la suma de dos números.

Consigna. Con las siguientes figuras (Fig. A, Fig. B y Fig. C) se pueden formar cuadrados cada vez más grandes, ver por ejemplo el cuadrado 1, el cuadrado 2 y el cuadrado 3. Con base en esta información completen la tabla que aparece enseguida. Trabajen en equipos.

Fig. A

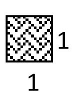


Fig. B

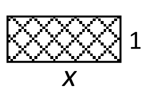
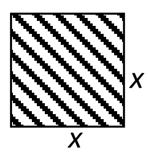
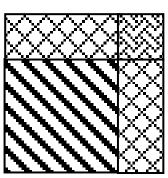
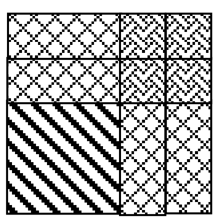


Fig. C

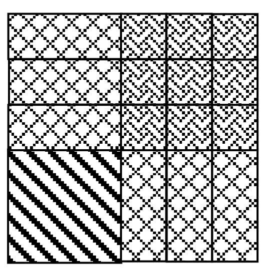




Cuadrado 1



Cuadrado 2



Cuadrado 3

Núm. de cuadrado	Medida de un lado	Perímetro	Área
1	$x + 1$	4(x+1)=	$(x+1)^2 =(x+1)(x+1)=x^2+x+x+1=x^2+2x+1$
2			
3			
4			
5			

6			
a	*x* + a		$(x + a)^2 = (x + a)(x + a) =$

Para calcular el área de cada cuadrado, en todos los casos se elevó al cuadrado una suma de dos números y en todos los casos el resultado final, después de simplificar términos semejantes, son tres términos. ¿Cómo se obtienen esos tres términos sin hacer la multiplicación?___________________

____

Consideraciones previas:
Antes de que los alumnos empiecen a llenar la tabla es necesario aclarar que lo que hay en ella se deriva de lo que pasa con las figuras. Conviene por ejemplo, preguntar por las medidas de cada figura y su área, para después ver cómo se forma el primer cuadrado, determinar su perímetro, su área y ver cómo eso se refleja en el primer renglón de la tabla. Después de estas aclaraciones hay que dejarlos solos para que completen la tabla.

Cuando la mayoría de los equipos haya terminado de completar la tabla, hay que revisarla en colectivo y aclarar todas las dudas que pudieran surgir. Después, hay que analizar el párrafo que aparece en seguida de la tabla. Conviene que todos estén claros de que cuando se eleva al cuadrado un binomio el resultado final son tres términos, de los cuales:
El primero es el primer término del binomio, elevado al cuadrado
El segundo es el producto de los dos términos del binomio, multiplicado por dos
El tercero es el segundo término del binomio, elevado al cuadrado.

Si los alumnos no encuentran solos esta relación, hay que ayudarles. Finalmente hay que decirles que esta expresión que resulta de elevar al cuadrado un binomio se llama **trinomio cuadrado perfecto**.

Para consolidar lo aprendido hay que plantearles muchos otros ejercicios para resolver en el salón y de tarea, entre ellos, algunos en los que hagan uso de la regla de un binomio al cuadrado; por ejemplo:

$305^2 = (300+ 5)^2 =300^2 + 2 \times 5 \times 300 + 5^2$

Observaciones posteriores:

____

____

____

Plan de clase (2/5)

Escuela: ________________________________**Fecha**: ________________

Profr(a): ____

Curso: Matemáticas 3 **Apartado:** 1.1 **Eje temático:** SNyPA

Conocimientos y habilidades: Efectuar o simplificar cálculos con expresiones algebraicas tales como: $(x + a)^{2;}$ $(x + a)$ $(x + b)$; $(x + a)$ $(x – a)$. Factorizar expresiones algebraicas tales como: $x^2 + 2ax + a^2$; $ax^2 + bx$; $x^2 + bx + c$; $x^2 – a^2$.

Intenciones didácticas: Que los alumnos obtengan la regla para calcular el cuadrado de la diferencia de dos números.

Consigna. En equipos, resuelvan el siguiente problema: De un cuadrado cuyo lado mide *x*, (Fig. A), se recortan algunas partes y queda un cuadrado más pequeño, como se muestra en la figura B. ¿Cuál es el área de la parte sombreada de la Fig. B?

Fig. A

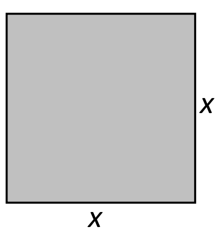
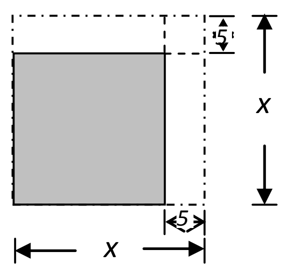


Fig. B



Consideraciones previas:

El problema planteado se presta para ser resuelto de diversas maneras, por ejemplo:

-Darse cuenta de que un lado de la parte sombreada mide x-5 y entonces multiplicar (x-5)(x-5) para encontrar el resultado.

-Del área total de la figura original que es x^2, restar las áreas de las partes que se quitan, lo que puede llevar a realizar los siguientes cálculos:
x^2-5(x-5)-5(x-5)-25, o bien, x^2-5x-5(x-5).

-Sumar primero las áreas de las partes que se quitan y el resultado restarlo al área total que es x^2.

Como resultado de la confrontación es importante dejar claro que, cualquiera que sea el camino que se siga (calcular directamente el área de la parte sombreada o restar del área total las partes que se quitan) el resultado es el mismo.

Después de aclarar lo anterior hay que hacer notar que en este caso, igual que cuando se trata de la suma de dos números elevada al cuadrado, el resultado es un **trinomio cuadrado perfecto**, sólo que, el segundo término es negativo.

Para consolidar lo aprendido hay que plantearles muchos otros ejercicios para resolver en el salón y de tarea. Por ejemplo:

a) $(x + 9)^2 =$
b) $(x - 10)^2 =$
c) $(2x + y)^2 =$
d) $(x + m)(x + m) =$
e) $(x - 6)(x - 6) =$

También se pueden proponer otros ejercicios en los que hagan uso de la regla para calcular el resultado de elevar al cuadrado un binomio; por ejemplo:

$(1996)^2 = (2000 - 4)^2 = 2000^2 - 2 \times 4 \times 200 + 4^2$

Observaciones posteriores:

____

____

____

Plan de clase (3/5)

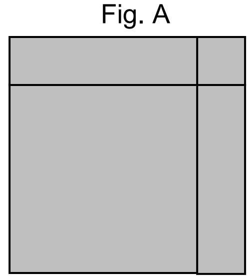
Escuela: ___________________________________**Fecha:** _________________
Profr(a): ____
Curso: Matemáticas 3 **Apartado:** 1.1 **Eje temático:** SNyPA

Conocimientos y habilidades: Efectuar o simplificar cálculos con expresiones algebraicas tales como: $(x + a)^2$; $(x + a)(x + b)$; $(x + a)(x - a)$. Factorizar expresiones algebraicas tales como: $x^2 + ax + a^2$; $ax^2 + bx$; $x^2 + bx + c$; $x^2 - a^2$.

Intenciones didácticas: Que los alumnos factoricen trinomios cuadrados perfectos.

Consigna En equipos, resuelvan el siguiente problema: La figura A está dividida en cuatro partes, un cuadrado grande, un cuadrado chico y dos rectángulos iguales.
Si el área de la figura completa es $x^2 + 16x + 64$,
¿Cuánto mide un lado de la figura completa? _______________
¿Cuánto mide un lado del cuadrado grande?_____________
¿Cuánto mide un lado del cuadrado chico?______________
Anoten dentro de la figura el área de cada parte.
La expresión $x^2 + 16x + 64$ es un trinomio cuadrado perfecto.
Escríbanlo como un producto de dos factores:___________________________

Fig. A



Consideraciones previas: Hay que estar pendiente de que los alumnos no confundan la figura completa (formada por cuatro partes) con el cuadrado grande, que es una parte de la figura completa. Como resultado de esta actividad se espera que los alumnos caigan en cuenta de que el cuadrado de un binomio da como resultado un trinomio cuadrado perfecto y que un trinomio cuadrado perfecto se puede expresar como el cuadrado de un binomio o como el producto de dos factores iguales. Hay que decirles que este último proceso se llama **factorización**.

Después de analizar el trabajo realizado por los alumnos es necesario plantearles varios ejercicios, en primer lugar para que determinen si se trata de trinomios cuadrados perfectos y en segundo lugar para factorizarlos.

Observaciones posteriores:
____
____
____

Plan de clase (4/5)

Escuela: ________________________________**Fecha:** ________________

Profr: (a) ____

Curso: Matemáticas 3 **Apartado:** 1.1 **Eje temático:** SNyPA

Conocimientos y habilidades: Efectuar o simplificar cálculos con expresiones algebraicas tales como: $(x + a)^2$; $(x + a)(x + b)$; $(x + a)(x - a)$. Factorizar expresiones algebraicas tales como: $x^2 + 2ax + a^2$; $ax^2 + bx$; $x^2 + bx + c$; $x^2 - a^2$.

Intenciones didácticas: Que los alumnos encuentren la relación entre una diferencia de cuadrados y su correspondiente producto de dos binomios conjugados.

Consigna. En equipos resuelvan el siguiente problema:
De un cuadrado de lado ***x***, se corta un cuadrado más pequeño de lado **y**, como se muestra en la figura 1. Después, con las partes que quedan de la figura 1, se forma el rectángulo de la figura 2. Con base en esta información contesten:

a) ¿Cuál es el área de la figura 1, después de cortar el cuadrado pequeño? ________________________

b) Anoten las medidas del rectángulo de la figura 2
Largo:___________ ancho:_____________

c) Expresen el área de la figura 2. A=_______________

d) Escriban al menos una razón por la que se puede asegurar que la diferencia de dos cuadrados, por ejemplo, $x^2 - y^2$, es igual al producto de la suma por la diferencia de las raíces, en este caso, (x+y)(x-y).______
____

Fig. 1

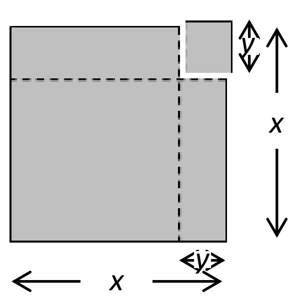
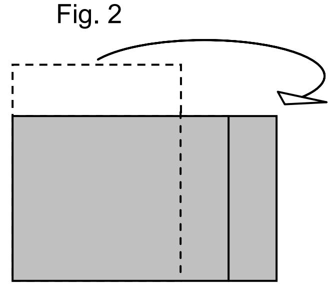


Fig. 2



Consideraciones previas: La figura 1 le da significado a la expresión $x^2 - y^2$, mientras que la figura 2 le da significado a la expresión (x+y)(x-y), y, dado que las áreas son iguales, se puede concluir que las expresiones que las representan son equivalentes.

Sin embargo, como en los casos anteriores, es necesario que los alumnos resuelvan varios ejercicios, tanto para encontrar la diferencia de cuadrados como el producto de los binomios conjugados. Por ejemplo:

a) $(3m + 2n)(3m - 2n) =$

b) $(4xy - 2x)(4xy + 2x) =$

a) $a^2 - b^2 =$

b) $x^2 - 4n^2 =$

c) ____ $- 16y^2 = ($ ___ $+ 4y)(5x -$ ____ $)$

d) $x^2 - 400 =$

e) $25x^2 - 64 =$

También se puede proponer a los alumnos ejercicios numéricos como por ejemplo:
$(101)(99) = (100 + 1)(100 - 1) = 100^2 - 1^2 = 10\,000 - 1 = 9\,999$

Observaciones posteriores:

____

____

____

Plan de clase (5/5)

Escuela: ________________________________Fecha: _______________

Profr(a):

____

____

Curso: Matemáticas 3 **Apartado:** 1.1 **Eje temático:** SNyPA

Conocimientos y habilidades: Efectuar o simplificar cálculos con expresiones algebraicas tales como: $(x + a)^2$; $(x + a)(x + b)$; $(x + a)(x - a)$. Factorizar expresiones algebraicas tales como: $x^2 + 2ax + a^2$; $ax^2 + bx$; $x^2 + bx + c$; $x^2 - a^2$.

Intenciones didácticas: Que los alumnos, a partir de un modelo geométrico, factoricen un trinomio de la forma $x^2+(a+b)x + ab$, como el producto de dos binomios con un término común.

Consigna. En equipo, resuelvan el siguiente problema:
Con las figuras A, B, C y D se formó un rectángulo (Fig. E). Con base en esta información, contesten y hagan lo que se indica.

a) ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo construido?
Base:_________ altura:_____________

b) ¿Cuál es el área del rectángulo formado? __________________

Fig. A

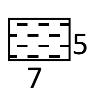


Fig. B

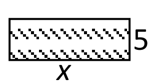


Fig. C

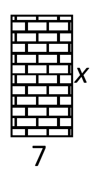


Fig. D

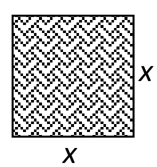
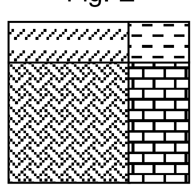


Fig. E



b) Si el área de un rectángulo similar al de la figura E, es $x^2+8x+15$, ¿Cuáles son las dimensiones de ese rectángulo?
Base:_______________ altura:________________

c) Verifiquen que al multiplicar la base por la altura obtienen $x^2+8x+15$

d) Escriban una regla para determinar los dos binomios a partir de un trinomio que no es cuadrado perfecto. ____
____

Consideraciones previas: Se espera que los alumnos encuentren que las dimensiones del rectángulo son: (x +7) y (x+5) y que el área es $x^2 + 12x + 35$
Cuando la mayoría de los equipos haya terminado, hay que hacer una puesta en común de los resultados y aclarar todas las dudas que pudieran surgir.
Es conveniente aclarar que los dos binomios que representan las dimensiones del rectángulo, son dos binomios con un término común (en este caso **x**). Luego analizar la regla que hayan escrito para factorizar el trinomio. Hay que tomar en cuenta que ésta es una tarea compleja, pero quizá algunos alumnos se den cuenta que para encontrar los términos no comunes basta con descomponer el tercer término en dos factores tales que, sumados den el coeficiente del segundo término y multiplicados den como resultado el tercer término del trinomio.

Para consolidar lo aprendido hay que plantearles muchos otros ejercicios para resolver en el salón y de tarea; por ejemplo:

Completa de manera que se cumpla la igualdad en cada caso:

a) $m^2 - 3m - 10 = (m - 5)(m + \_\_\_)$
b) $c^2 + 7c + 12 = (c + \_\_\_)(c + \_\_\_)$
c) $x^2 - 22x + 120 = (\_\_\_ - \_\_\_)(x - 12)$
d) $x^2 + 11x + 18 = (\quad)(\quad)$
e) $(4x^2 + 2y)(4x^2 - 2y) =$

Observaciones posteriores:
____
____
____

Bloque 2 apartado 4

Plan de Clase (1/4)

Escuela: ____________________________________ **Fecha:** _________
Profr(a): ____

Curso: Matemáticas III **Apartado:** 2.4 **Eje temático:** FEM

Conocimientos y habilidades: Determinar los criterios de semejanza de triángulos, aplicar los criterios de semejanza de triángulos en el análisis de diferentes propiedades de los polígonos, aplicar la semejanza de triángulos en el cálculo de distancias o alturas inaccesibles.

Intenciones didácticas: Que los alumnos enuncien los criterios de semejanza de triángulos a partir de las construcciones y la discusión acerca de la existencia y la unicidad.

Consigna: De manera individual traza, sobre una hoja blanca, un triángulo equilátero. Cuando termines el trazo, haz lo que se indica más abajo.

a) Reúnanse en equipos y comparen sus triángulos. Verifiquen que, aunque sean de distintos tamaños, todos son semejantes porque tienen la misma forma. ¿A qué creen que se debe que todos son semejantes? _______________________________________
____

b) Tomen dos de los triángulos que construyeron y contesten las siguientes preguntas:
¿Cuál es la razón entre los lados de esos triángulos? ______________
¿Cuál es la razón entre sus perímetros? ___________
¿Cuál es la razón entre sus áreas? _____________

c) Construya cada quien un cuadrado, procurando que sean de distintos tamaños, después contesten las siguientes preguntas:
¿Por qué creen que todos los cuadrados que construyeron son semejantes?
____

d) Consideren solamente dos cuadrados para contestar lo siguiente:
¿Cuál es la razón entre sus lados? ________________
¿Cuál es la razón entre sus perímetros? ______________
¿Cuál es la razón entre sus áreas? ________________

Consideraciones previas: La idea de iniciar el estudio de este apartado con el análisis de dos figuras regulares (lados y ángulos iguales), es que los alumnos tengan una idea general de lo que es la semejanza (figuras que tienen la misma forma), para después analizar algunos casos particulares. Es probable que varios alumnos pregunten qué es razón, ante lo cual hay que recordarles que una razón es un cociente entre dos cantidades.

Por ejemplo, si un lado de un triángulo equilátero mide 3 cm y un lado de otro triángulo equilátero mide 5 cm, la razón entre los lados es 3/5 o bien 5/3, dependiendo de cuál triángulo se toma como punto de partida.

A los alumnos les llamará la atención el hecho de que la razón entre los perímetros sea la misma que la razón entre los lados, pero no sucede lo mismo con la razón entre las áreas. Hay que pedirles que traten de explicar a qué se debe esto.

Observaciones posteriores: ____
____
____
____

Plan de Clase (2/4)

Escuela: ___________________________________ **Fecha:** _________
Prof (a): ____

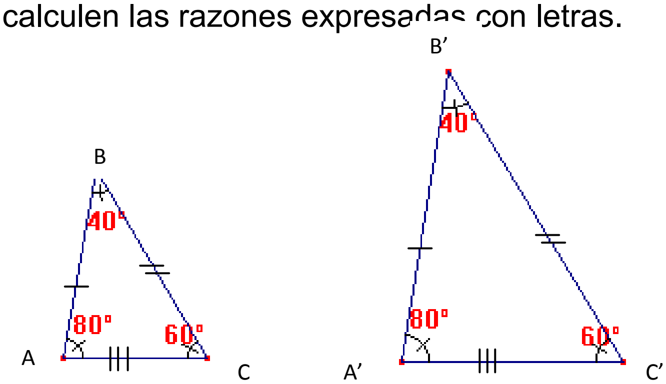
Curso: Matemáticas III **Apartado:** 2.4 **Eje temático:** FEM

Conocimientos y habilidades: Determinar los criterios de semejanza de triángulos, aplicar los criterios de semejanza de triángulos en el análisis de diferentes propiedades de los polígonos, aplicar la semejanza de triángulos en el cálculo de distancias o alturas inaccesibles.

Intenciones didácticas: Que los alumnos analicen la relación que existe entre las medidas de los lados homólogos de dos triángulos semejantes.

Consigna: De manera individual traza, en una hoja blanca, un triángulo escaleno (tres lados desiguales) cuyos ángulos midan respectivamente 80°, 60° y 40°. Cuando termines tu trazo, haz y contesta lo que se indica en seguida.

a) Reúnete con tu equipo y comparen sus triángulos.
b) ¿Por qué creen que resultaron semejantes? ______________________________
____
c) Tomen dos triángulos cualesquiera de los que construyeron, identifiquen los lados correspondientes y márquenlos como se indica en el siguiente dibujo. Después, calculen las razones expresadas con letras.



$\frac{AB}{A'B'} =$

$\frac{BC}{B'C'} =$

$\frac{CA}{C'A'} =$

d) ¿Cuál es la razón entre los lados correspondientes de los triángulos que trazaron? __________________

e) ¿Cuál es la razón entre los perímetros? _________________________________

f) ¿Cuál es la razón entre las áreas? _____________________________________

Consideraciones previas: Es importante que durante la puesta en común se explicite el hecho de que, en dos o más triángulos que son semejantes se cumplen dos propiedades importantes:

Primera: sus ángulos son respectivamente iguales

Segunda: la razón entre sus lados correspondientes es constante.

Esta segunda propiedad puede expresarse con letras de la siguiente manera:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

Observaciones posteriores: ____
____
____
____

Plan de Clase (3/4)

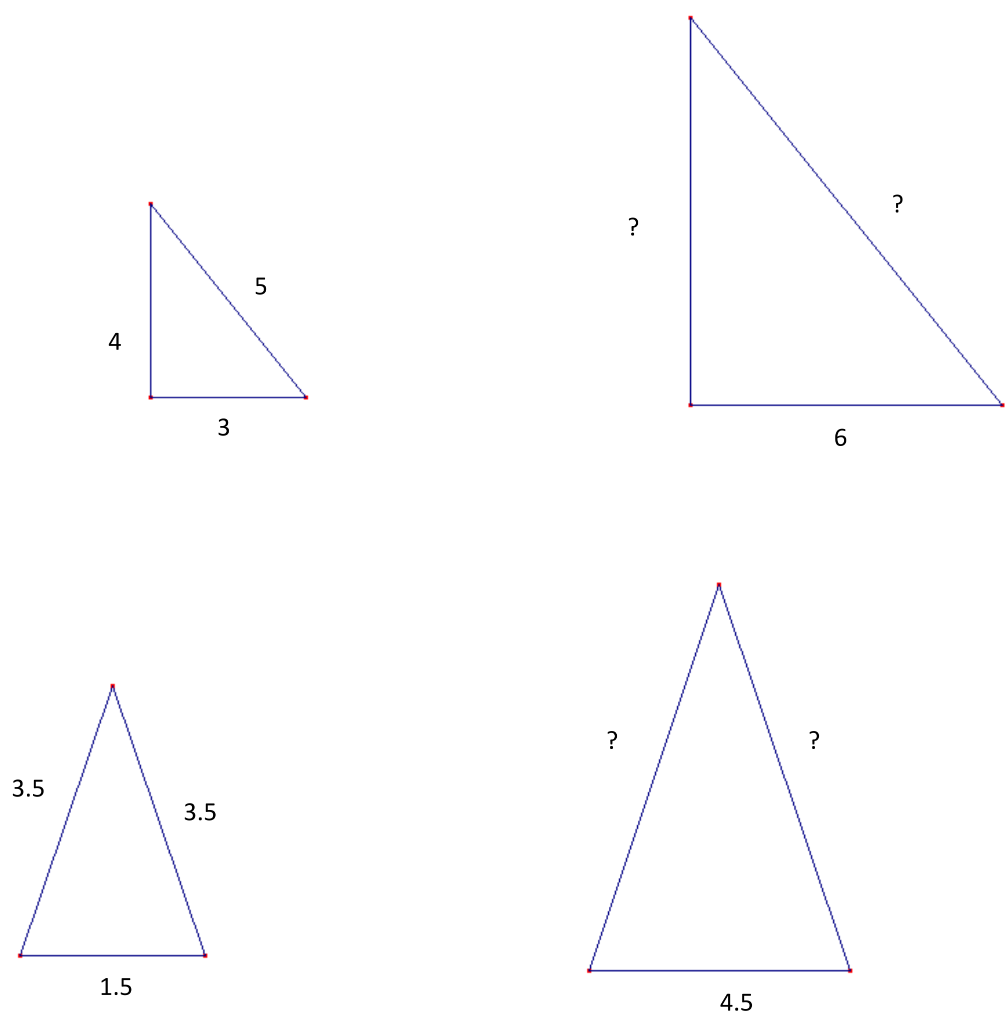
Escuela: ____ **Fecha:** __________
Prof (a): ____

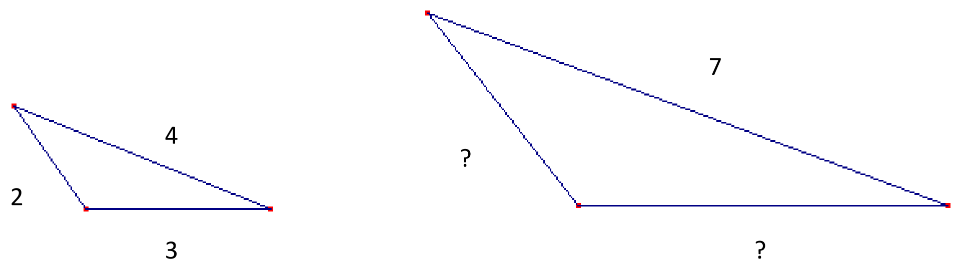
Curso: Matemáticas III **Apartado:** 2.4 **Eje temático:** FEM

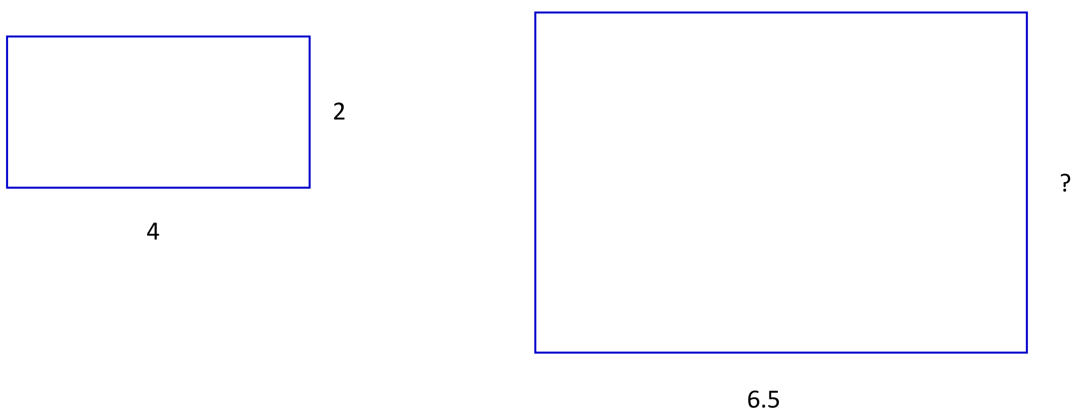
Conocimientos y habilidades: Determinar los criterios de semejanza de triángulos, aplicar los criterios de semejanza de triángulos en el análisis de diferentes propiedades de los polígonos, aplicar la semejanza de triángulos en el cálculo de distancias o alturas inaccesibles.

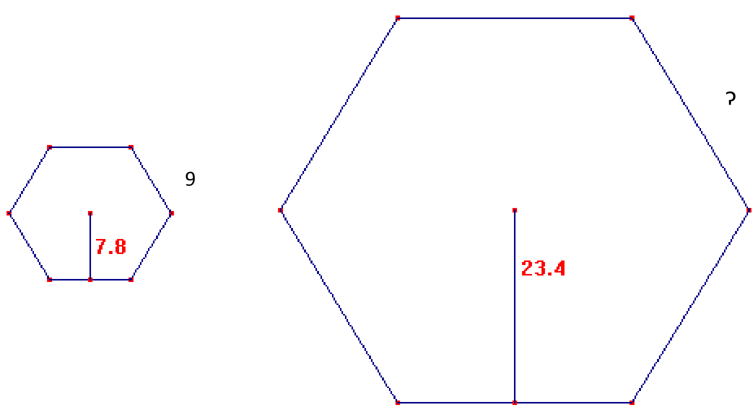
Intenciones didácticas: Que los alumnos utilicen las propiedades de la semejanza de triángulos para calcular medidas faltantes.

Consigna: Organizados en equipos, calculen las medidas señaladas con signo de interrogación.









Consideraciones previas: Se espera que al resolver estos problemas los alumnos expresen la igualdad entre dos razones para calcular un valor faltante. Este aspecto se estudió con profundidad en primer grado.

Así, en el primer caso pueden escribir: $\frac{3}{6} = \frac{4}{x}$, misma que equivale a 3x=6(4).

Otro camino es encontrar el factor de proporcionalidad y después multiplicarlo por cada medida conocida para encontrar su correspondiente.

Se sugiere hacer una puesta en común tan pronto como la mayoría de los alumnos termine de resolver el primer problema, después continúan trabajando y al final se analizan los demás problemas.

Observaciones posteriores: ____
____
____

Plan de Clase (4/4)

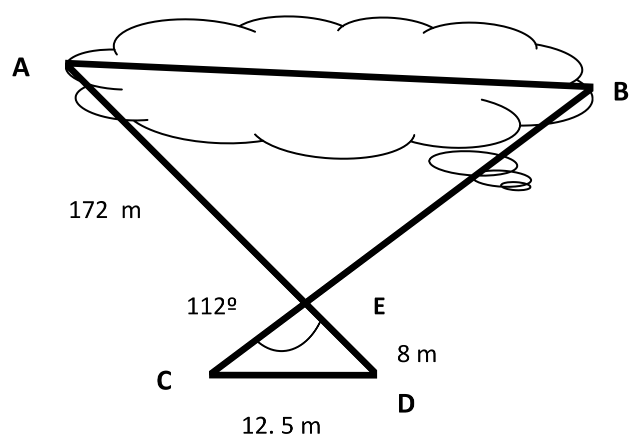
Escuela: ___________________________________ **Fecha:** _________
Prof (a): ____

Curso: Matemáticas III **Apartado:** 2.4 **Eje temático:** FEM

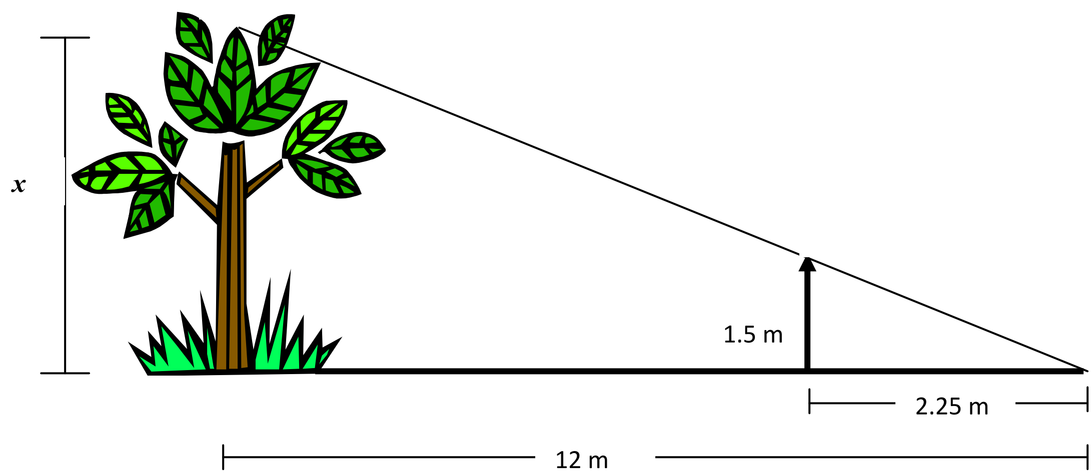
Conocimientos y habilidades: Determinar los criterios de semejanza de triángulos, aplicar los criterios de semejanza de triángulos en el análisis de diferentes propiedades de los polígonos, aplicar la semejanza de triángulos en el cálculo de distancias o alturas inaccesibles.

Intenciones didácticas: Que los alumnos apliquen la semejanza de triángulos en el cálculo de distancias o alturas inaccesibles.

Consigna 1: Organizados en equipos, analicen y resuelvan el siguiente problema: *En el dibujo que se muestra a continuación, el segmento AB representa la longitud mayor de un lago, que no se puede medir directamente. Además, dicho segmento AB es paralelo al segmento CD. Con base en la información anterior y la que ofrece el dibujo, ¿cuál es la medida de la longitud mayor del lago?*



Consigna 2. *Con base en la información que proporciona el siguiente dibujo, calculen la altura del árbol*.



Consideraciones previas: En el primer problema los alumnos deberán concluir que el triángulo ABE es semejante al triángulo DCE. Con base en la semejanza, pueden establecer la proporcionalidad entre los lados de ambos triángulos y calcular la medida solicitada.
Para el segundo problema es la misma estrategia, los alumnos pueden establecer la semejanza de triángulos y por tanto la relación de lados proporcionales, o bien, recurrir al teorema de Tales y relacionar los segmentos para realizar los cálculos correspondientes.

Observaciones posteriores:
____
____
____
____