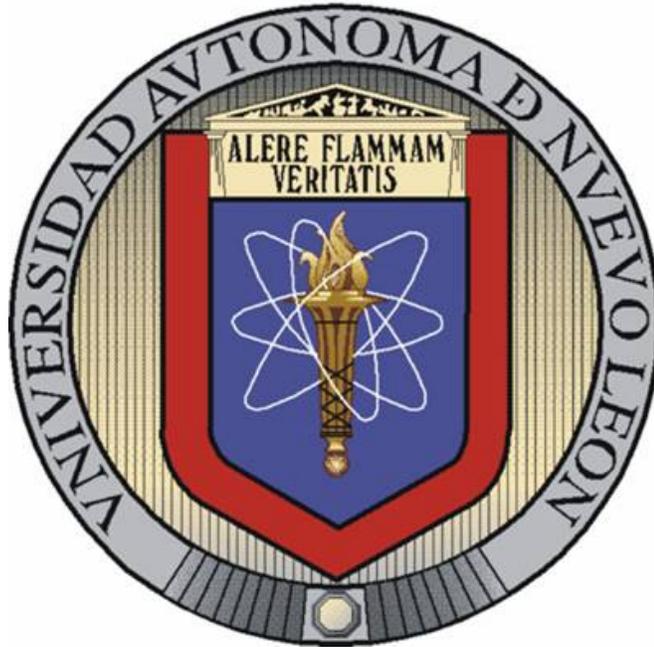


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**OPTIMIZACIÓN DE FLOTILLA Y ASIGNACIÓN
DE VEHÍCULOS EN UNA RED
DE TRANSPORTE**

Por

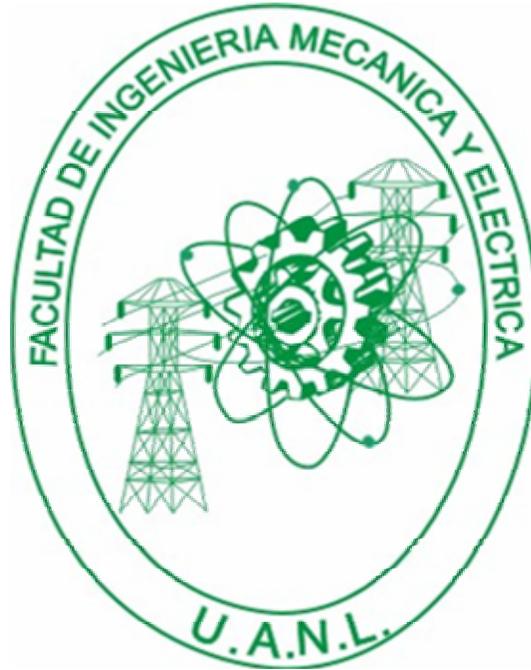
JOSÉ MANUEL VELARDE CANTÚ

**TESIS
EN OPCIÓN AL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

San Nicolás de los Garza, Nuevo León.

Marzo del 2007

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**OPTIMIZACIÓN DE FLOTILLA Y ASIGNACIÓN
DE VEHÍCULOS EN UNA RED
DE TRANSPORTE**

Por

JOSÉ MANUEL VELARDE CANTU

**TESIS
EN OPCIÓN AL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

San Nicolás de los Garza, Nuevo León.

Marzo del 2007

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
División de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la tesis “**OPTIMIZACIÓN DE FLOTILLA Y ASIGNACIÓN DE VEHÍCULOS EN UNA RED DE TRANSPORTE**”, realizada por el alumno **José Manuel Velarde Cantú** con número de matrícula **01366006** sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis

Dr. Igor S. Litvinchev

Asesor

Dr. César Emilio Villarreal Rodríguez

Revisor

M. C. Israel Cano Robles

Revisor

Vo. Bo.

Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodríguez

División de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, N. L., Marzo de 2007

Biografía

José Manuel Velarde Cantú

En opción al grado de maestro en ciencias en ingeniería de sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Posgrado en Ingeniería de Sistemas

Hijo de José Manuel Velarde Palomares y Maria Guadalupe Cantú Enríquez, nacido en Navojoa Sonora México. Graduado de la carrera de Ingeniería Industrial y de Sistemas en la Universidad de Sonora de 1997 al 2002. Incorporación a los estudios de posgrado en la maestría en Ingeniería de Sistemas en enero del 2005, después de trabajar en el área de Mantenimiento, Seguridad e Higiene Industrial y en Ventas y Soporte Técnico Industrial.

Agradecimientos

A :

DIOS por acompañarme a cada paso que doy, por que me has permitido realizar esta etapa en mi vida profesional.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON por brindarme una oportunidad de cumplir con una meta profesional. **A FIME EN ESPECIAL AL PISIS** por creer en mí y por brindarme todas las facilidades para desarrollar esta difícil tarea.

Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada para estos estudios de posgrado de tiempo completo.

Mi asesor el Dr. Igor Litvinchev por todo su apoyo, paciencia, confianza y sus concejos a lo largo de este proyecto.

A los profesores del PISIS: Dra. Ada Álvarez, Dr. Roger Z. Ríos, Dr. Arturo Berrones, Dr. Mauricio Cabrera, Dr. Rodolfo Garza por sus valiosa enseñanza en sus clases.

El Dr. Fernando López, Ing. Ponce por su valiosa contribución a la realización de este trabajo de tesis.

Dr. Cesar Villarreal y M.C. Israel Cano por sus contribuciones y su tiempo para las revisiones de este trabajo.

A mis compañeros y amigos de generación por poder compartir con ellos una muy valiosa amistad.

Dedicatorias

A mis padres:

JOSE MANUEL VELARDE PALOMARES Y MARIA GUADALUPE CANTU ENRIQUEZ por el cariño apoyo y comprensión que solo ustedes pueden brindar.

A mis hermanos:

PATRICIA, JULIO CESAR, Y EDUARDO por estar siempre apoyándome, gracias.

A mi esposa amada:

GUADALUPE GONZALEZ OCHOA por el amor que me das sin condiciones, por tu apoyo, paciencia, comprensión, por eso y mas gracias mi **AMOR**.

A mi segunda familia:

JOSE, GUADALUPE, ANTONIO, ERIKA gracias por todo.

Resumen

José Manuel Velarde Cantú

Candidato para el Grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Título del Estudio:

Optimización De Flotilla Y Asignación De Vehículos En Una Red De Transporte

Número de páginas: 144

Métodos de estudio:

Al hablar de de las actividades de transporte dentro de la organización estaremos hablando también de los problemas de toma de decisiones que esto genera. Esto debido a la aportación de estos costos de distribución a los costos totales de operación, ya que la mayoría de las empresas se ven en la necesidad de contar con equipos para la entrega o recolección de productos o mercancías dentro de una red de distribución. Lo que buscamos es encontrar cual sería el número adecuado de equipos para satisfacer la demanda así, como la asignación de las rutas y la utilización eficiente de estos equipos dentro de esta red de distribución es el centro de los problemas de asignación de vehículos. Para buscar este número adecuado de equipos y satisfacer la demanda es

necesario emplear técnicas de optimización que nos ayuden a encontrarlo, debido a la variedad de combinaciones que existen entre el número de equipos y las rutas asociadas a cada cliente, esto nos da la posibilidad de formular un modelo para este problema a lo largo de esta tesis.

El problema de Asignación de Vehículos lo integran redes de distribución en las cuales localizamos las plantas de producción y centros de distribución. Esta red de distribución esta sujeta a horarios de carga y descarga en los equipos de las plantas de producción y los centros de distribución a estos tiempos se les denomina ventanas de tiempo. Dentro de este ambiente para poder hacer llegar los productos desde la planta hasta los centros de distribución es necesario realizar una selección cuidadosa de la cantidad y tipos de equipos a los que se les asigne esta tarea. Esta selección y asignación cuidadosa da como resultado un proceso de toma de decisiones apoyado por la investigación de operaciones.

Al formular este modelo se busca minimizar los costos totales de distribución en los que encontramos: el costo fijo debido a la adquisición ya sea por compra o renta del equipo esto independientemente si se usa o no, el costo variable que representa, el costo de combustible, distancia entre el centro de distribución y la planta, siempre que este equipo sea utilizado.

En el presente trabajo se consideramos el problema de asignación de vehículos, con diferentes tipos de equipos o vehículos, con el objetivo de cumplir con la demanda de un conjunto de clientes, con ventanas de tiempo conocidas, desde varios centros o plantas de producción, esta característica es la principal diferencia con el modelo propuesto por Litvinchev I., Cano I., [39] otra diferencias con este modelo es que se manejan un conjunto de clientes grandes y que la cantidad de vehículos para satisfacer la demanda es pequeña. El objetivo es minimizar la suma de los costos de adquisición (fijos) y los costos de asignación de vehículos asociados (variables).

Se considera también solo las rutas directas entre las plantas de producción y los centros de distribución. De esta forma podemos observar una red tipo estrella. Esta tipo de red se refiere donde los puntos de demanda son centros de distribución y no los clientes finales. Se cuenta con una determinada cantidad de cada tipo de vehículos, que es menor al número de clientes.

La diferencia con el clásico problema de asignación de vehículos, un cliente tiene que ser visitado varias veces (tal vez por el mismo vehículo no necesariamente) en orden de satisfacer su demanda. Se manejan dos tipos de ventanas de tiempo, una de las cuales es de ventanas abiertas es decir, que no existe restricciones de tiempo de llegada a estos clientes, esto favorece a que el vehículo puede llegar a un cliente antes o después de esta ventana. De igual forma se considera las ventanas de tiempo cerradas en las cuales existe un tiempo definido para la recepción de productos en los clientes, en consecuencia se le prohíbe al vehículo llegar fuera de los horarios de atención, si esto se presentara el vehículo incurre en costos adicionales dado que existe un costo asociado llámesele un castigo o penalización ya sea por llegar antes o después de esta ventana.

Para este problema se presentan tanto la formulación matemática como los resultados obtenidos del estudio de un caso práctico presentado por una empresa de gobierno dedicada al manejo, transportación y comercialización de productos derivados del petróleo, así como también los resultados de un conjunto de experimentos de problemas generados aleatoriamente.

FIRMA DEL ASESOR: _____

Dr. Igor S. Litvinchev

Índice general

Biografía	IV
Agradecimientos	V
Dedicatorias	VI
Resumen.....	VII
1. Introducción	1
1.1. El transporte y su importancia en la economía	1
1.2. El transporte en México	4
1.3. Objetivo de la tesis	10
1.4. Estructura de la tesis	11
2. Antecedentes	12
2.1. Toma de decisiones en la distribución	12
2.2. Problemas de asignación y programación de vehículos.....	13
2.2.1. El problema de asignación de vehículos	14
2.2.2. El problema de asignación de vehículos con ventanas de tiempo	16
2.3. Métodos de solución propuestos	17
2.3.1. Métodos exactos.....	17
2.3.2. Métodos aproximados	19

3. Descripción General del Problema	22
3.1. Introducción	23
3.2. ¿Se necesita de la optimización?.....	23
3.3. Modelos matemáticos propuestos	24
3.4. Formulación matemática del problema	26
3.4.1. Suposiciones del modelo	26
3.4.2. Modelo matemático del problema	27
3.5. Tecnicas de solución	31
3.5.1. Programación entera (MIP).....	31
3.5.2. Herramientas computacionales	32
4. Descripción del Problema Práctico.....	36
4.1. Descripción de la situación actual.....	36
4.2. Descripción de la metodología empleada para el análisis del sistema de distribución	38
4.3. Descripción del sistema	39
4.3.1. Implementación de la metodología	39
4.3.3. Funciones principales de los que intervienen en el proceso de distribución .	41
4.3.4. Medidas de desempeño	42
4.3.5. Descripción y definición de las etapas del proceso de la distribución	43
4.3.6. Problemas detectados.....	46
5. Solución del Caso Práctico	48
5.1. Problema 1	48
5.2. Problema 2	54
6. Experimentación del Modelo	59
6.1. ¿Cómo generamos los problemas de prueba?.....	59
6.2. Problema de asignación de vehículos con ventanas de tiempo abiertas	61
6.3. Problema de asignación de vehículos con ventanas de tiempo cerradas	63

7. Conclusiones	65
7.1. Conclusiones	65
7.2. Aportaciones	65
7.3. Recomendaciones	66
A. Método Ramificación y Acotamiento (Branch and bound)	67
B. AMPL	71
B.1. Introduccion al lenguaje AMPL	71
B.1.1. Reglas léxicas de AMPL	72
B.1.2. Los elementos de un conjunto.	75
B.1.3. Expresiones que indexan y subíndices.	76
B.1.4. Expresiones aritméticas, lógicas, de conjuntos y matemáticas.	78
B.1.5. Declaraciones de elementos del modelo.	83
B.1.6. Especificación de datos.	88
B.1.7. Comandos del lenguaje.	102
B.1.8. Optimizadores del lenguaje	106
C. Modelo en AMPL.....	109
D. Resultados de Casos.....	112
D.1. Resultados de casos con ventanas de tiempo abiertas.....	112
D.2. Resultados de casos con ventanas de tiempo cerradas.....	118
E. Carta de Referencia PEMEX.....	121

Índice de figuras

1.1. Diferentes formas de transporte	4
1.2. Grafica del porcentaje de entregas a tiempo de mercancías	5
1.3. Grafica de movimientos de productos por medios de transporte.....	7
1.4. Grafico de distribución del auto transporte de carga en México	8
1.5. Cadena de transporte multimodal	8
4.1. Diagrama general del proceso de distribución.....	39
4.2. Organigrama de la planta, con sus funciones. Las funciones F1 a la F5 corresponden a la Gerencia Comercial	42
4.3. Diagrama de la etapa 1	44
4.4. Diagrama de la etapa 2.....	45
5.1. Zona de influencia	59
5.2. Número de clientes por zona	49
5.3. Datos del problema real	50
5.4. Datos del problema real	51
5.5. Parámetros de los vehículos.....	51
5.6. Costos variables	52
5.7. Resumen de la situación actual	54
5.8. Tiempos de recorrido del problema 2	55
5.9. Tiempos de recorrido del problema 2	56
5.10. Costos y demanda del problema 2	57
5.11. Resultados del problema 2	58

5.12. Cantidad de vehículos	58
6.1. Resultados de problemas con ventanas de tiempo abiertas	61
6.2. Vehículos utilizados vs Clientes	61
6.3. Tiempos de cpu vs Tipos de problemas	62
6.4. Resultados de problemas con ventanas de tiempo cerradas.....	63
6.5. Vehículos utilizados vs Clientes	63
6.6. Tiempos de cpu vs Tipos de problemas	64
A.1. Árbol de subproblemas generado en ramificación y acotamiento.....	68
B.1. Operadores aritméticos (A), lógicos (L) y de conjuntos (S).	80
B.2. Funciones de generación de variables aleatorias en AMPL.....	80
B.3. Funciones aritméticas en AMPL.....	81
B.4. Sufijos para variables	89
B.5. Sufijos para restricciones	89
B.6. Fichero de lotes para el modelo del ejemplo 1	103
B.7. Comandos del entorno AMPL.....	104
D.1. Resultados casos de 10 clientes con ventanas de tiempo abiertas	112
D.2. Resultados casos de 20 clientes con ventanas de tiempo abiertas	113
D.3. Resultados casos de 30 clientes con ventanas de tiempo abiertas	113
D.4. Resultados casos de 40 clientes con ventanas de tiempo abiertas	114
D.5. Resultados casos de 50 clientes con ventanas de tiempo abiertas	114
D.6. Resultados casos de 100 clientes con ventanas de tiempo abiertas	115
D.7. Resultados casos de 150 clientes con ventanas de tiempo abiertas	115
D.8. Resultados casos de 200 clientes con ventanas de tiempo abiertas	116
D.9. Resultados casos de 250 clientes con ventanas de tiempo abiertas	116
D.10.Resultados casos de 300 clientes con ventanas de tiempo abiertas	117
D.11.Resultados casos de 10 clientes con ventanas de tiempo cerradas	117
D.12.Resultados casos de 20 clientes con ventanas de tiempo cerradas	118
D.13.Resultados casos de 30 clientes con ventanas de tiempo cerradas	119
D.14.Resultados casos de 40 clientes con ventanas de tiempo cerradas	119
D.15.Resultados casos de 50 clientes con ventanas de tiempo cerradas	120
D.16.Resultados casos de 100 clientes con ventanas de tiempo cerradas	120

Índice de cuadros

1.1. Factores que influyen en costo del transporte	6
6.1. Nomenclatura de los problemas generados	60
B.1. Modelo básico del ejemplo	73
B.2. Modelo general del ejemplo	74
B.3. Datos para el ejemplo	75
B.4. Comandos AMPL	105
B.5. Optimizadores que utiliza AMPL	108

Capítulo 1

Introducción

La investigación de operaciones es la aplicación, por grupos interdisciplinarios, del método científico a problemas relacionados con el control de las organizaciones o sistemas (hombre-máquina), a fin de que se produzcan soluciones que mejor sirvan a los objetivos de la organización. *Churchman, Ackoff y Arnoff*.

Dentro de las numerosas variantes del problema de ruteo de vehículos generalmente se comparten características como: el conjunto de rutas que debe ser diseñado para los vehículos, su origen y destino final, costos de distribución asociados a los vehículos, número de vehículos.

En este trabajo se considera el las rutas con varios vehículos de capacidades distintas, con el objetivo de satisfacer la demanda en un conjunto de clientes con cantidades demandadas desde varias plantas de producción. El objetivo es minimizar la suma de los costos fijos y variables como los costos de asignación.

1.1. El transporte y su importancia en la economía

Medio de traslado de personas o bienes desde un lugar hasta otro. El transporte comercial moderno está al servicio del interés público e incluye todos los medios e infraestructuras implicados en el movimiento de las personas o bienes, así como los servicios de recepción, entrega y manipulación de tales bienes.

Desde tiempos del Imperio romano, la península Ibérica contó con una red de calzadas romanas que ha tenido una enorme importancia en la configuración de mapas geográficos y administrativos de diferentes países.

En América Latina, ya en el periodo precolombino los incas poseían un rudimentario pero eficiente sistema de caminos interconectados a lo largo y ancho de su Imperio, por el que transportaban distintos tipos de mercaderías. A pie o a lomo de llamas, sus mercaderías lograban llegar a su destino, a veces atravesando puentes de cuerdas entre las montañas. El caballo, la mula y el transporte sobre ruedas fueron introducidos por españoles y portugueses, que a su vez aprovecharon las rutas construidas por los indígenas.

El transporte por tierra se desarrolló más despacio. Durante siglos, los medios tradicionales de transporte, restringidos a montar sobre animales, carros y trineos tirados por animales, raramente excedían de un promedio de 16 km/h. El transporte terrestre mejoró poco hasta 1825, año en el que el ingeniero británico George Stephenson adaptó un motor de vapor a una locomotora e inició, entre Stockton y Darlington, en Inglaterra, el primer ferrocarril de vapor.

A principios del siglo XX, la mejora de las carreteras denominadas autopistas, en las que las empresas privadas cobraban un peaje por haberlas construido, conectó todas las ciudades principales superando al resto de carreteras.

En el siglo XX la formación e instalación de grandes corporaciones de fabricantes ha dado un gran impulso a la producción de vehículos impulsados por motores tanto para el uso particular como para el transporte público y de mercancías, así como la exportación a terceros países. Existen nuevas tecnologías como internet, las redes inalámbricas, coberturas satelitales que nos hacen pensar en las marcadas diferencias existentes entre las formas de transporte actual y sus antecesoras.

También encontramos similitudes, existen vehículos, caminos, terminales y controles que son ajustados para realizar ciertas funciones básicas, los modos de transporte actualmente conocidos todos tienen capacidad de desplazarse, acelerar, frenar y cuentan con mecanismos para almacenar combustible o energía para funcionar, para poder diferenciar entre objetos y personas en las terminales, asignar y contener cargas

de manera eficiente para ir de un lugar a otro.

Al paso de los años y de esta evolución de modos de transporte, el hombre ha reconocido en la ciencia del transporte que cualquier modo de transporte contiene los mismos elementos: vehículos, un camino por donde transitar y terminales operando bajo cierta política de control.

La clara definición de estos elementos es útil para estar de acuerdo en que sea cual sea el modo de transporte estos elementos básicos conservan sus propiedades. Los vehículos comprenden a todos los recursos móviles en las que pueden viajar personas o embarques de productos, proveen el espacio para hacer del viaje seguro y confortable. Los caminos son recursos ya establecidos como las carreteras y autopistas estos definen el camino físico que utilizaran los vehículos en su movimiento de un lugar a otro. Las terminales son los establecimientos estacionarios con la capacidad de organizar los viajes de personas objetos de acuerdo a su salida y entrada en las rutas de transportación. Por último la política de control se refiere a las reglas que rigen el movimiento y trayectorias de todo el sistema de transporte.

La ciencia de transporte en parte describe el comportamiento del hombre y de los sistemas cuando toman decisiones de transporte y por otra parte prescribe la forma en que se debe tomar esa decisión optimizando como objetivo el transporte. Como consecuencia del andar diario las personas tienen un amplia gama de elecciones que son tomadas de acuerdo a la formación de hábitos, circunstancias y otras ocasiones por deliberación.

La manera en que nos comportamos al conducir un vehículo es decir las decisiones rutinarias como la velocidad, la ruta y modo que seguimos para ir al lugar de trabajo, la escuela son decisiones de corto plazo mientras que la forma en que elegimos donde habitar, trabajar y como se forman las ciudades en zonas comerciales habitacionales e industriales definen de manera colectiva una rama de la ciencia del transporte.

1.2. El transporte en México

México depende del comercio exterior para impulsar su crecimiento. La movilización de carga por el territorio nacional está sustentada en una infraestructura de transporte carretero, ferroviario, naval y aeroportuario deficiente y desarticulado, que eleva el costo de llevar y traer mercancías y frena las inversiones figura 1.1.

México pierde la ventaja económica con que cuenta, fruto de su posición geográfica, por los crecientes costos del transporte y la ineficiente integración de su sistema multimodal de transportación de carga, tanto en el mercado interno como hacia Estados Unidos.

“Nuestros socios comerciales generan mayores ventajas de las corrientes comerciales, debido a las economías de escala, es decir menores costos unitarios asociados con el tamaño de las operaciones, alcanzadas por la complementación y coordinación entre los transportes marítimo, ferroviario y carretero” Gómez L. [44].

Mientras que en México el comercio total ha crecido a tasas promedio anuales de 12.3 por ciento entre 1990 y 2003, convirtiéndose en el séptimo país exportador, cada vez el traslado de carga es más caro en relación con Estados Unidos Gómez L. [44].



Figura 1.1: Diferentes formas de transporte

Cifras del Instituto Mexicano para la Competitividad (Imco) señalan que en el

autotransporte la tarifa por kilómetro para movilizar una tonelada de mercancía es 20 por ciento más elevada; en ferrocarril, 4 por ciento y en el transporte marítimo, 12.6 por ciento.

Estos costos podrían resolverse con una mayor integración del sistema carretero, ferroviario y marítimo, considera Roberto Newell, presidente del Imco. Esta situación ha llevado al país a pésimos niveles de competitividad frente a las naciones como Estados Unidos y países europeos.

Si el producto no se encuentra en el momento preciso en el lugar que se necesita puede traer repercusiones costosas como pérdida de ventas, insatisfacción del cliente, disminución de la producción cuando hablamos de sistemas de manufactura. Son conocidos los casos en la industria automotriz de las costosas multas por detención de líneas de producción como consecuencia de un incumplimiento de estos dos valores, Tiempo y Lugar. Un estudio de la consultora ATKearney acerca del nivel competitivo de 10 naciones en términos de infraestructura logística señala que México ocupa el noveno sitio.

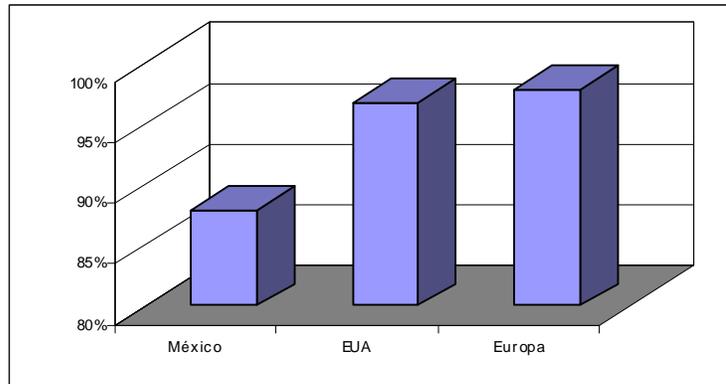


Figura 1.2: Grafica del porcentaje de entregas a tiempo de mercancías

El documento de ATKearney considera que si se trata de seguridad en el traslado de las cargas, en México sólo en 89 por ciento de los casos llega completa a su destino, mientras en Estados Unidos y Europa el promedio es del 97 por ciento, figura 1.2.

Compañías como FedEx, CSX, UPS, Ryder Integrated Logistics basan su éxito en la capacidad de proveer un consistente tiempo en tránsito y un gran valor de lugar y

tiempo a los productos de sus clientes, figura 1.3.

En general los factores que influyen en el costo y precio del transporte se puede agrupar en dos. A continuación los podemos ver en el Cuadro 1.1.

Factores relacionados con el Producto	Factores relacionados con el Mercado
Densidad	Localización de mercados
Estibamiento	Legislación actual para los transportistas
Manejo	Balance del tráfico que entra y sale
Responsabilidad por valor del Producto	Temporización de los productos
	Transporte local o internacional

Cuadro 1.1: Factores que influyen en costo del transporte

Por estas razones el transporte puede ser considerado como una materia de estudio. Sin embargo la manera más común en que se conoce al transporte es como una actividad económica. Sabemos que sin esta actividad sería imposible disponer de cualquier tipo de producto en el lugar que quisiéramos. Esta generalización nos hace pensar en otro concepto conocido como “logística”.

La transportación y logística con frecuencia se pueden confundir como el mismo concepto, aunado a esto cada quien lo nombra como mejor se adapte a su situación y encontramos que este termino es conocido también como: Distribución, Logística Industrial, Sistemas de Respuesta Rápida, Administración de Cadena de Suministro. En un intento por estandarizar la idea, el Consejo de Administración Logística (The Council of Logistics Management [CLM]) a proporcionado esta definición [3] para logística.

El proceso de planeación, implementación y control efectivo y eficiente, del flujo y almacenamiento de bienes, servicios e información, desde un punto de origen hasta un punto de consumo, con el propósito de cumplir con los requerimientos de un cliente.

Basados en esta definición ubicamos al transporte como parte de las actividades de la logística, considerándolo con la capacidad de poder mover materia prima y

bienes producidos desde un punto de origen a uno de destino donde se consumirán. También involucra la selección del modo (ejemplo. avión, tren, barco, auto transporte o tuberías), ruteo de los embarques, asegurar el cumplimiento de las reglas del lugar donde se originan los embarques y la selección de una compañía de transporte.

En México, una economía con un flujo comercial (exportaciones e importaciones) anual de 335 mil millones de dólares, cuya ubicación geográfica representa una ventaja competitiva potencial, el sistema de transporte significa un alto costo de operación que limita el creciente intercambio de mercancías.

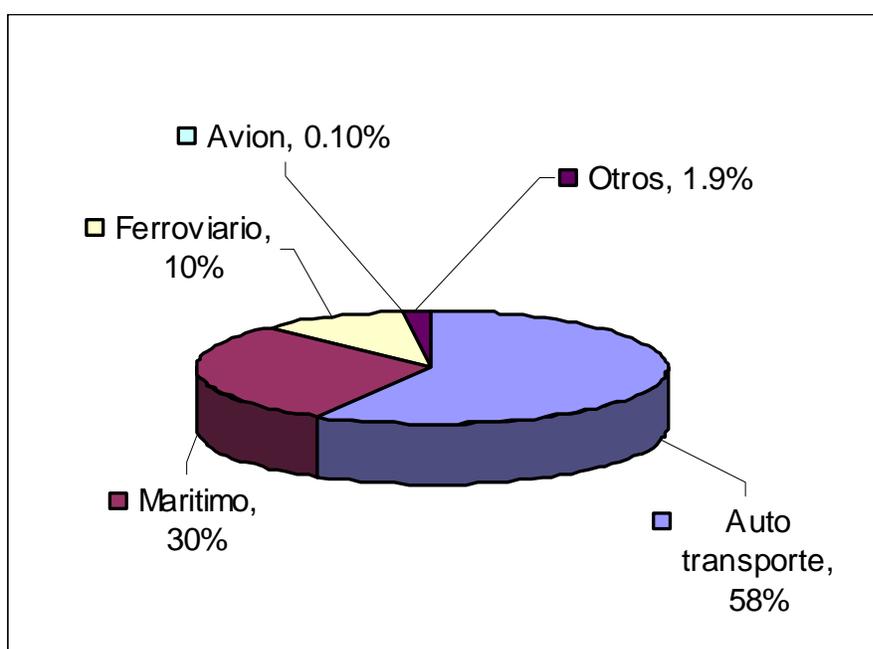


Figura 1.3: Grafica de movimientos de productos por medios de transporte

El 58% de los movimientos correspondientes al auto transporte se observa desglosado en la siguiente figura 1.4.

La complementación entre los medios de transporte ya sea marítimo, ferroviario o carretero, no se ha logrado porque la estrategia comercial se ha enfocado más en la disputa por las tarifas que en las bondades de la integración de un sistema multimodal de transportes.

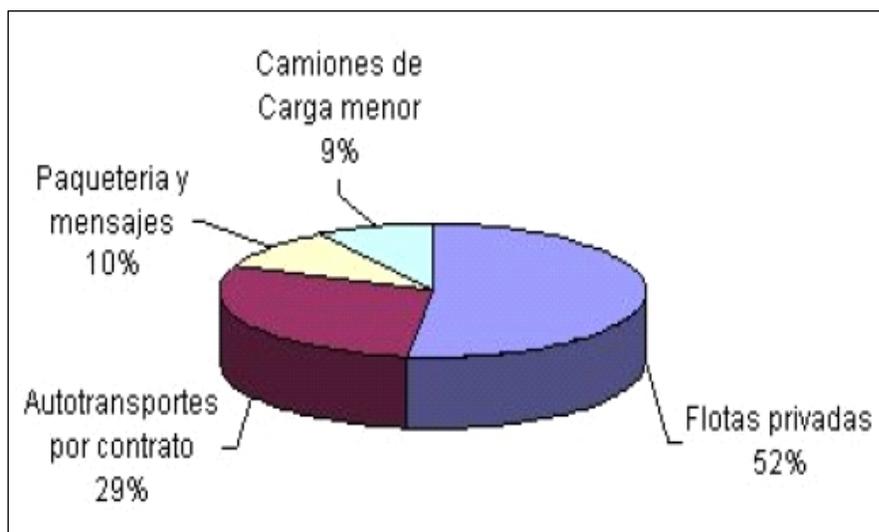


Figura 1.4: Gráfico de distribución del auto transporte de carga en México

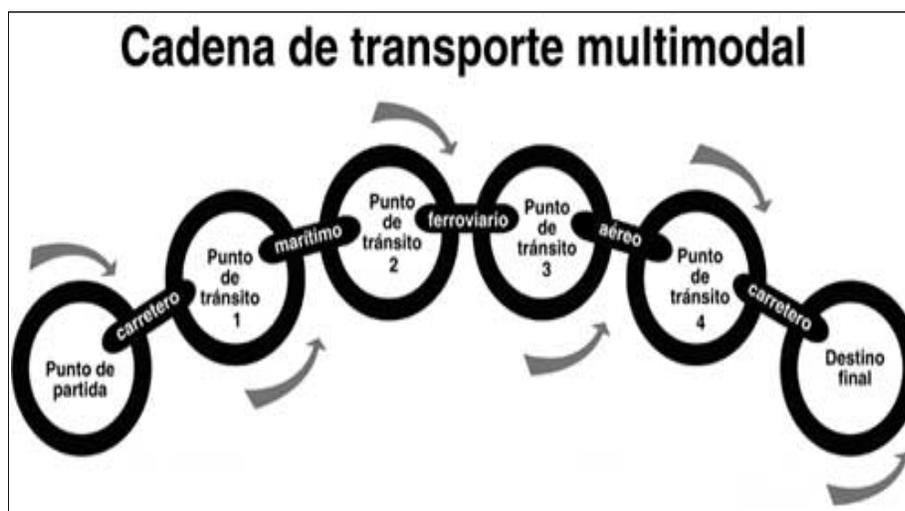


Figura 1.5: Cadena de transporte multimodal

El transporte multimodal es un sistema complejo que integra cuando menos dos de las distintas formas para movilizar carga: carretera, ferroviaria, marítima y aérea figura 1.5. Estas actividades requieren, para su funcionamiento eficiente, de sistemas de computación para la generación de bancos de datos, procesamiento, almacenaje, distribución y acceso a la información, así como de capacidad de representación digital de mapas.

Es una especialidad relativamente nueva para el movimiento de carga entre dos puntos o una cadena de ellos (salida, tránsito y destino).

Los envíos del aire pueden ser rápidos, confiables y autorizan poca acción de seguridad, pero son muy costosos. Mientras tanto el envío por el mar o el ferrocarril puede ser mucho más barato, pero hacen necesario llevar a cabo cantidades relativamente grandes de inventario para proteger contra la incertidumbre inherente asociada a ellas. Puesto que el transporte es más de 30 por ciento de los costos de la logística, el funcionamiento eficientemente representa un buen ahorro económico. Los tamaños del envío (envíos a granel) y el programar del equipo son prioridad en la estrategia eficaz de la gerencia del transporte de la firma.

Una vez que se ha seleccionado el modo de transporte una de las tareas de mayor importancia y repercusión en los costos es la del ruteo y secuenciamiento. Considerando las grandes inversiones en equipo y localización de instalaciones que conllevan los gastos operativos, los transportistas han reconocido la importancia de un buen ruteo y secuenciamiento para alcanzar los niveles de ganancias y servicio al cliente deseados.

En los últimos años estas áreas han aumentado su importancia debido a factores de competencia, legislación y factores económicos, ejemplos de estos factores son los tratados de libre comercio establecidos entre las naciones, costo de combustible, situación laboral y capacidad e innovaciones en los equipos.

Los transportistas se han dado cuenta que utilizando esta rama de la ciencia del transporte se puede alcanzar beneficios considerables optimizando las actividades de ruteo y secuenciamiento. Aunque aquí no ahondaremos en que clase de técnicas se utilizan es importante mencionar que los grandes grupos industriales del mundo ya han dado la oportunidad para probar el valor de estas propuestas y han visto su

aportación en la disminución de los costos de transporte.

Algunas de las estrategias que se siguen son: preasignación de embarques para una área específica de mercado, al mismo tiempo que se disminuyen la frecuencia de los envíos o visitas, provocando un ahorro para el transportista. La reducción de la frecuencia de la recolección y entrega resulta en una disminución del nivel de transporte necesario para entregar la misma cantidad de producto, así el costo de transporte se reduce y la productividad aumenta. Otros ejemplos incluyen el fijar las rutas en lugar de tener rutas variables para algunos embarques y modificación a las horas de recepción de producto por parte del cliente, si el cliente puede aceptar entregas fuera de los horarios críticos, el transportista tendrá una ventana de tiempo más grande que le permitirá una mejor administración del uso de los vehículos.

En general los beneficios para aquellos transportistas que mejoran su rutas y secuenciamiento incluyen mayor utilización de los vehículos, elevando la satisfacción del cliente, disminución de los costos de transporte, reducción de la inversión en equipo y una mejor administración de la toma de decisiones.

1.3. Objetivo de la tesis

Sabiendo que todo productor de bienes o servicios necesita del transporte para hacer llegar sus productos a la mayoría de sus clientes y que éste es realizado por auto transportes propios o rentados, en una infraestructura carretera que conecta a las plantas de producción con los centros de distribución.

El problema es seleccionar, el recurso (en este caso auto transporte), la red de caminos que seguirá para cumplir con una demanda dada y los horarios en que debe cumplir para la descarga y carga de productos.

El objetivo de este trabajo es construir un modelo matemático adecuado a este problema y que de solución al problema de asignación de recursos de transporte.

Objetivos a cumplir de este modelo:

Definir la cantidad óptima (refiriéndose al número auto transporte utilizado) que minimice los costos totales (fijos + variables)

Sujeto a las siguientes restricciones.

Volumen a mover y de que planta.

Ventanas de carga en las plantas.

Ventanas de descarga en los clientes.

Número mínimo de viajes por equipo y planta.

Duración de la jornada de trabajo.

La manera mas clara de ver el objetivo es poder responder a las preguntas ¿Qué vehículo?, ¿A dónde ir?, ¿De qué centro de distribución?.

Este modelo deberá de poder ser implementado y probado con datos reales. El éxito de estos resultados obtenidos podrá servir como base para futuros proyectos en colaboración con la industria.

1.4. Estructura de la tesis

La estructura del mismo es la siguiente: en el capítulo 2 se presenta antecedentes de los trabajos que han buscado trabajar variantes de este problema así como los métodos de solución propuestos. El capítulo 3 comprende la exposición del problema, la formulación matemática y explicación detallada del modelo matemático MIP que será resuelto mediante las técnicas de la programación entera mixta. El capítulo 4 comprende el estudio del caso práctico presentados por la empresa dedicada a la comercialización de productos de la industria petrolera. En seguida se muestran los resultados del caso practico capitulo 5. Posteriormente se presentan experimentos con problemas generados aleatoriamente en el capítulo 6 y en el capítulo 7 se presentan las conclusiones y las recomendaciones para los trabajos futuros.

Capítulo 2

Antecedentes

Desde que Dantzing y Ramser (1959) [7] mostraron la primer formulación matemática para el problema de transporte o de asignación de vehículos (VRP) en un enfoque práctico, el cual consistía en la entrega de gasolina a las estaciones de servicio. Ha sido desde entonces uno de los problemas más estudiados durante los últimos 40 años.

Clarke y Wright (1964) [48] muestran los ahorros de tiempo de mezclar dos rutas si se unen formando una única ruta. Partiendo con rutas que inicialmente contienen tan solo un destino, se mezclan rutas hasta que ya no exista forma de ahorrar tiempo, mezclando un par de ellas. A más de 40 años de la publicación de estos artículos, se han propuesto muchos modelos, técnicas de solución exactas, aproximaciones por heurísticas para resolver el VRP y sus variantes.

2.1. Toma de decisiones en la distribución

Varios problemas importantes se presentan en la toma de decisiones dentro del área de distribución física.

A nivel estratégico se debe decidir sobre la capacidad y localización de instalaciones (plantas, almacenes).

A nivel táctico, la definición del tamaño y mezcla de los medios de transporte es de vital relevancia.

Finalmente, a nivel operativo, la determinación de la ruta de los vehículos a través de un conjunto de consumidores, y su programación para satisfacer limitaciones de tiempo y precedencias son problemas de importancia a resolver.

La importancia de los costos de distribución asociados a los problemas descritos previamente justifica un especial tratamiento en su solución.

2.2. Problemas de asignación y programación de vehículos

Los problemas de asignación y programación tienen un impacto relevante en el costo de transporte y el nivel de servicio al cliente.

Se identifican 3 tipos básicos de problemas de asignación.

1. Encontrar una ruta en una red donde el origen es diferente al punto destino.
2. Definir rutas de transporte entre múltiples orígenes y destinos.
3. El problema de asignación de vehículos cuando el origen y el punto destino son los mismos.

La solución del primer tipo de problema se facilita mediante el uso de métodos para encontrar los caminos más cortos entre puntos.

El segundo tipo de problema ha sido resuelto mediante la aplicación del método de transporte y variaciones de éste.

La solución del tercer tipo de problema incluye la utilización de numerosos y diversos modelos como el del agente viajero (TSP), problema de asignación de vehículos

(VRP), el VRP con ventanas de tiempo (VRPTW), el problema de recoger y entregar (PDP), el problema de asignación e inventario (IRP), y otros [45].

2.2.1. El problema de asignación de vehículos

Problema de Asignación de Vehículos (VRP), que es una generalización del TSP, y que se enuncia como sigue: Se cuenta con una flota de m vehículos cada uno con capacidad Q , y se necesita despachar carga a n puntos de la ciudad partiendo cada vehículo desde algún depósito central o planta de producción. Cada uno de los puntos i tiene asociada una demanda d_i que debe ser satisfecha por uno de los vehículos.

Dentro de los VRP existen diversas variaciones al modelo original, por ejemplo el Problema de Asignación de Vehículos con Ventanas de Tiempo (VRPTW) en que a cada nodo de demanda i se le asocia un par de valores (l_i, u_i) que representan un intervalo de tiempo dentro del cual debe ser atendido el nodo i . Está el Problema de Asignación de Vehículos con Carga/Descarga (VRPB) en el cual la demanda se puede dividir en 2 conjuntos B y L , el primero de los nodos de oferta y el segundo de nodos demanda. Cada nodo debe ser visitado una sola vez y por tan solo un vehículo y se debe satisfacer toda la oferta/demanda de los nodos [46]. El uso de técnicas de optimización basados en investigación de operaciones y modelación matemática muestra ahorros significativos entre el 5% al 20% de los costos totales de transporte.

Habitualmente los VRP's son una perfecta descripción de los sistemas de distribución de compañías como Bimbo, Coca-Cola, Pepsi, Sabritas, etc. en general situaciones de recolección y entrega de productos o servicios, ejemplos de estas son la recolección de basura, transporte escolar o de personal, y en algunos casos los sistemas tipo entrega a domicilio (taxis, pizzería, mensajería) pueden ser modelados de la misma forma.

De acuerdo a las características en los elementos básicos del problema como: red de caminos, clientes, plantas, vehículos y conductores se pueden diferenciar entre varias definiciones del problema Litvinchev I., Cano I. [39].

1. Red de caminos. Las redes de distribución son generalmente representadas por grafos en donde las aristas representan secciones de carretera o calles y los vértices las intersecciones de los arcos en donde se encuentran las plantas y clientes. Estos pueden ser dirigidos o no dirigidos dependiendo de la configuración real de las calles y carreteras, es decir si son de un solo sentido o en ambas direcciones. Además a cada arco se le asocia un costo que representa la distancia y un tiempo de viaje el cual puede depender del vehículo y el período durante el cual el arco es recorrido.

2. Los clientes pueden asumir las siguientes características:

- a) Son localizados en los vértices del grafo.
- b) Se define una cantidad de productos posiblemente de diferentes tipos (demanda) para ser entregados o recolectados.
- c) Períodos de tiempo durante los cuales los clientes pueden ser atendidos.
- d) Tiempos requeridos para recibir y recolectar los productos (carga y descarga) y pueden depender del tipo de vehículo.
- e) Un subconjunto de vehículos a utilizar debido a restricciones de acceso o requerimientos para su carga y descarga.
- f) Para los casos en que la demanda no puede ser totalmente satisfecha para cada cliente, la cantidad a entregar o recolectar es menor y un grupo de clientes queda sin ser atendido, se considera agregar penalizaciones o prioridades de servicio asignadas.

3. Entre las consideraciones de las plantas podemos encontrar tipo y número de vehículos asignados, cantidad de producto para los que tiene capacidad. En algunos casos los clientes son asignados a priori a cada planta, y los vehículos tienen que regresar a la planta al terminar el recorrido.

4. Para efectuar la transportación de los productos se usan flotillas de vehículos que pueden estar compuestas de manera homogénea o heterogénea de acuerdo a los requerimientos de los clientes. Las características que presentan son: Asignación a una planta, capacidad del vehículo expresada como el máximo de peso en volumen.

- a) Dispositivos para su carga y descarga.
- b) Existen costos asociados con el uso de los vehículos ($\$/km, \$/hr$).

5. Hay restricciones de operación referentes a los vehículos como las derivadas, máxima carga del vehículo, clientes de sólo entrega.

2.2.2. El problema de asignación de vehículos con ventanas de tiempo

El problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) es una extensión del problema de ruteo de vehículos con capacidad (CVRP) en el que se considera lo siguiente; los vehículos tienen una capacidad limitada y cada cliente i tiene incorporado un intervalo de tiempo $[a_i, b_i]$ al que llamaremos ventana de tiempo. Tiempo de viaje dado para cada punto (i, j) mas un tiempo de servicio para cada cliente S_i . El tiempo en que un cliente comienza a ser atendido está asociado a su ventana de tiempo y podrá estar en espera en la ubicación del cliente en un tiempo igual a S_i , en caso de que el vehículo llegue antes del tiempo a_i se le esta permitido esperar hasta que inicie el servicio [38].

El VRPTW consiste en encontrar una colección exacta de P circuitos simples un mínimo costo que cumpla con lo siguiente:

- a) Cada circuito visita el depósito.
- b) Cada cliente se encuentra en un solo circuito.
- c) La suma de las demandas de los clientes localizados en un circuito no puede sobre pasar la capacidad del vehículo.
- d) Para cada cliente i el servicio inicia con la ventana de tiempo $[a_i, b_i]$ y el vehículo se detiene S_i instantes de tiempo.

2.3. Métodos de solución propuestos

Para resolver distintos casos del VRP y VRPTW se han desarrollado varios algoritmos, los cuales podemos dividirlos, en métodos exactos y métodos aproximados.

2.3.1. Métodos exactos

Dentro de los métodos exactos, podemos encontrar los algoritmos del tipo ramificación y acotamiento (R & A), ramificación y corte (R & C) y partición de conjuntos generación de columnas (PC-GC).

Dentro de los algoritmos de tipo R&A, destacan los trabajos de Laporte, Mercure y Nobert (1986) [49]; Fischetti, Toth y Vigo (1994) [46]; Fisher (1994) [50]. La idea de estos trabajos es la de dar cotas inferiores a las soluciones de los respectivos problemas, por medio de relajaciones de las variables enteras o eliminación de algunas restricciones. Con estas relajaciones se llega a problemas conocidos en la literatura con soluciones rápidas y que representan cotas para el valor del problema original.

Tanto en los trabajos de Laporte como de Fischetti, las cotas son aplicadas al comienzo del algoritmo de R & A, y se proponen distintas estrategias de ramificación. Los algoritmos de tipo R & C proponen agregar nuevos cortes factibles a la solución del problema. Las desigualdades propuestas en su mayoría son adaptaciones de cortes válidos para el TSP, Cornuéjols, Fonlupt y Naddef 1985; Naddef y Rinaldi (1993) [51]. Toth y Vigo (2002) [46] muestran con detalle como estas desigualdades se pueden aplicar al VRP. Estas desigualdades han mostrado tener bastante éxito en la resolución de problemas, pero lamentablemente dependen mucho de la estructura particular del VRP. Otro problema que se ha encontrado es que muchas de las desigualdades válidas para este problema son deducibles a partir de la solución de problemas tan complejos como el original y se ha necesitado desarrollar heurísticas que permitan encontrar cortes de manera rápida.

Los algoritmos de tipo partición de conjuntos, generación de columnas se basan en el método de descomposición de Dantzig-Wolfe (1960) [52]. Consiste en enumerar

todas las rutas factibles para todos los vehículos y resolver el problema de setcovering asociado. Lamentablemente, como la cantidad factible de rutas es exponencial en el número de destinos, es inviable computacionalmente resolver directamente este problema .

Una técnica para resolverlo consiste en enumerar un conjunto más pequeño de rutas factibles y resolver el problema relajado para ese conjunto de rutas más pequeño. Como una solución óptima de este problema no necesariamente es solución óptima del problema original (el relajado con la enumeración de todas las rutas) se usa una técnica para encontrar rutas que no estén consideradas en el subconjunto de rutas inicial y que bajen el costo de la solución. Lamentablemente, el algoritmo para encontrar dichas rutas también es difícil computacionalmente (requiere resolver el TSP eficientemente). Agarwal, Marthur y Salkin (1989) [53]; Desrochers, Desrosiers y Solomon (1992) [54]; Bixby, Coullard y Simchi-Levi (1997) [55] desarrollan distintas técnicas para resolver el problema de encontrar nuevas rutas.

Con respecto a la utilización de métodos exactos para dar solución a los problemas VRP, podemos encontrar varios trabajos en la literatura claramente descritos en el trabajo de tesis Cano I. [38]; en el cual podemos encontrar las siguientes referencias.

Christofides et al. [31] definieron una técnica que combina la solución por medio de ramificación y cotas y programación dinámica para relajar el espacio de solución de TSPTW. En el marco de estos trabajos Baker [4] publicó un modelo matemático que considera solo variables continuas, esta formulación además de incluir una función de valor absoluto lo que excluye el uso de técnicas de solución de programación lineal.

En [14] Desrosiers et al. presentan una formulación de programación dinámica hacia adelante para el mismo problema tratado por Psaraftis, estos resuelven problemas de reales con hasta 40 clientes, y concluyen que su método es lo suficientemente robusto para resolver problemas más grandes pero, debido a que en los problemas de la vida real las ventanas de tiempo son demasiado ajustadas, el espacio de solución se ve fuertemente reducido. Siguiendo la misma línea de investigación, Sexton y Bodin [36] trabajaron el mismo problema con restricciones en los tiempos de entrega y desarrollaron una heurística basada en descomposición de Benders para encontrar rutas

factibles.

Los métodos de solución exacta usualmente consisten en procedimientos de enumeración exhaustiva. Estas técnicas pueden resultar con tiempos de computo muy largos dada la dificultad del problema [32], para lograr disminuir los tiempos de solución se utilizan técnicas como la relajación lagrangeana, generación de columnas o planos cortantes como ramificación y cortes Kolen et al. [1] estudiaron el VRPTW considerando solo un depósito y un solo tipo de servicio (entrega o recolección) exclusivamente. Utilizando una técnica de ramificación y cota para minimizar el total de la distancia de la ruta pudieron resolver problemas con hasta 15 clientes con diferentes tiempos en las ventanas de tiempo. A pesar del tamaño de los problemas, se puede señalar el tamaño y la frecuencia de la ventana como el factor más importante para determinar la dificultad del problema. Ni la capacidad del vehículo ni fijar el número de vehículos tienen un impacto cercano al de las ventanas de tiempo.

2.3.2. Métodos aproximados

Los métodos aproximados se dividen en dos grupos. En métodos heurísticos y meta-heurísticos. De los primeros podemos mencionar los métodos de ahorro de tiempo y los métodos de inserción, principalmente.

Una técnica heurística es capaz de encontrar buenas soluciones en un menor tiempo que un método exacto, esto hace que sean técnicas atractivas de solución para los problemas de gran tamaño.

En los métodos de ahorro de tiempo están los trabajos de Clarke y Wright (1964) [48]; Desrochers y Verhoog (1989) [56]; Wark y Holt (1994) [57]. Estos métodos buscan mezclar rutas con un criterio de pegado entre ellas.

Clarke y Wright (1964) [48] muestran los ahorros de tiempo de mezclar dos rutas si se unen formando una única ruta. Partiendo con rutas que inicialmente contienen tan solo un destino, se mezclan rutas hasta que ya no exista forma de ahorrar tiempo, mezclando un par de ellas.

Los métodos de inserción en cambio, parten con rutas inicialmente vacías (o que contienen un único nodo) e iterativamente evalúan la mejor forma de insertar un nodo en alguna ruta, y se quedan con el par (nodo, ruta) que representa la mejor inserción. Dentro de estas heurísticas tenemos los trabajos de Mole y Jameson (1976) [58]; Christofides, Mingozzi y Toth (1979) [59]; Solomon (1987) [60].

Dentro de los métodos metaheurísticos están, recocido simulado, recocido determinístico, búsqueda tabú, algoritmos genéticos, etc. Toth y Vigo (2002) [46]. A diferencia de los métodos heurísticos clásicos, en un método metaheurístico el algoritmo puede considerar pasar de una solución x_t a otra x_{t+1} cuyo costo sea mayor.

Los métodos de tipo Búsqueda Tabú son similares al recocido simulado con la diferencia de que el movimiento se realiza al mejor vecino x de una solución x_t . Para evitar ciclos se prohíbe que una misma solución sea visitada más de una vez durante un cierto número de iteraciones. Uno de los trabajos más recientes en el tema es el de Barbarosoglu y Ozgur (1999) [61].

Benjamín Barán y Augusto Herмосilla [47]. Comparan un sistema de optimización basado en colonias de hormigas (Ant Colony Optimization) con una estrategia evolutiva (variante del Pareto Archived Evolutionary Strategy), utilizados en la resolución multiobjetivo del problema de asignación de vehículos con ventanas de tiempo. (Vehicle Routing Problem with Time Windows).

Potvin et al.[15] desarrollaron un algoritmo de búsqueda tabú, este algoritmo utiliza un algoritmo de intercambio especial, con el fin de aprovechar la solución dada por la heurística determinista de Solomon. Potvin and Bengio [16] siguieron una forma de trabajo similar y usan las soluciones obtenidas por la heurística de Solomon para generar nuevas soluciones a partir de un algoritmo genético. Rochat y Tailard en [37] trabajan con una heurística de probabilidad que aprovecha las capacidades de diversificación e intensificación de anteriores trabajos con búsqueda tabú.

Rodolfo Dondo, Jaime Cerdá [42]. Proponen un procedimiento híbrido jerárquico que implica una fase heurística y dos algorítmicas. La fase I apunta a identificar un sistema de rutas factibles rentables mientras que la fase II asigna rutas a los vehículos y los ordena en cada viaje usando la formulación basada de MILP. La fase III ofrece

diversas localizaciones del cliente y las distribuciones de la ventana del tiempo, se han solucionado en tiempos aceptables de CPU [62].

Con respecto a la utilización de métodos heurísticos para dar solución a los problemas VRP, podemos encontrar varios trabajos claramente descritos en el trabajo de tesis Cano I. [38]; en el cual podemos encontrar las siguientes referencias.

Otros métodos son los basados en K-arboles. Fisher [21] extendió el trabajo realizado por el método 1-arbol para el problema de ruteo de vehículos y el ruteo de vehículos con ventanas de tiempo. En esta aproximación se supone que cada ruta contiene al menos dos clientes, se formula un modelo matemático particular y las restricciones son relajadas por el método lagrangeano.

Dentro de las técnicas heurísticas utilizadas para la solución del VRPTW, las que técnicas probabilísticas han recibido mayor atención por parte de los investigadores debido a su habilidad para trascender de una optimalidad local. Este mejoramiento en la búsqueda se alcanza por la diversificación de la misma, pasando de áreas en el espacio de solución, de mejora muy pobre hacia áreas más prometedoras. Thangiah et al. [35] en su trabajo propusieron una combinación de búsqueda tabú, algoritmos genéticos y recocido simulado para solucionar el VRPTW. Con este método se han alcanzado los mejores resultados conocidos para problemas clásicos encontrados en la literatura.

Capítulo 3

Descripción General del Problema

Siempre que se hable sobre las actividades relacionadas con el transporte dentro de toda organización se estará hablando también de un problema de toma de decisiones. Esto debido a su importancia en la contribución a los costos totales de operación. Ya que la mayoría de las empresas necesitan o requieren de equipos para entregas y recolección de productos o mercancías dentro de una red de distribución. Se busca encontrar cual sería el número adecuado de equipos para satisfacer la demanda así como la asignación a las rutas y la utilización eficiente de estos equipos en una red de distribución es el centro de los problemas de asignación de vehículos.

Dentro de una organización los encargados de administrar los recursos de distribución, se cuestionan frecuentemente sobre las actividades de distribución en particular sobre -¿Cuántos equipos son necesarios para satisfacer la demanda a un costo mínimo? -Dado la naturaleza del problema esta pregunta es muy difícil de responder ya que existe una gran variedad de combinaciones entre los equipos y las rutas establecidas, la cual nos proporciona una oportunidad de formular este problema a lo largo de esta tesis.

3.1. Introducción

El problema de Asignación de Vehículos esta formado por redes de distribución en las cuales encontramos las plantas de producción y centros de distribución.

Dentro de este ambiente para poder hacer llegar los productos desde la planta hasta los centros de distribución es necesario realizar una selección cuidadosa de la cantidad y tipos de equipos a los que se le asigne esta tarea. Esta selección y asignación cuidadosa da como resultado un proceso de toma de decisiones apoyado por la investigación de operaciones.

Por medio de este proceso se busca minimizar los costos totales de distribución en los que encontramos: el costo fijo es debido a la adquisición ya sea por compra o renta del equipo esto independientemente si se usa o no, el costo variable que representa, el costo de combustible, distancia entre el centro de distribución y la planta, siempre que este equipo sea utilizado.

Esta red de distribución esta sujeta a horarios de carga y descarga en los equipos en las plantas de producción y los centros de distribución, a estos tiempos se les denomina ventanas de tiempo.

3.2. ¿Se necesita de la optimización?

Dada las características de nuestro problema se pueden presentar diferentes alternativas para minimizar los costos de distribución.

Al manejar diferentes plantas de producción se podrá verificar desde que planta es más conveniente abastecer o suministrar los productos al centro de distribución. Nos daría como resultado un balanceo de equipos y de clientes entre las plantas, así como se disminuiría los viajes por equipo al compartir estos clientes, y se disminuiría el incumplimiento en las ventanas de tiempo.

Al contar con un número de equipos grande es decir que podemos tener la cantidad de equipos que se quisiera, esto favorecería a disminuir el incumplimiento de las

ventanas de tiempo en los centros de distribución, se realizarían un menor número de viajes por equipo, pero el efecto negativo de esta alternativa es el costo fijo elevado por el número grande de la flotilla de equipos.

Al contar con un número de equipos restringido a cierta cantidad tendría un efecto de aumentar el incumpliendo de las ventanas de tiempo en los centros de distribución así también tendría el mismo efecto en la cantidad de viajes realizados por cada equipo y por lo tanto nuestro costo variable aumentaría.

El objetivo es encontrar un equilibrio entre estas alternativas y que nos da la posibilidad de formar esta situación como un problema de optimización que se pueda resolver mediante las técnicas de optimización adecuadas.

3.3. Modelos matemáticos propuestos

Un modelo es una representación matemática simplificada de una realidad compleja. Modelar es la acción de construir un modelo, de encorsetar la realidad. Implica la relación entre dos figuras (no necesariamente encarnadas por personas únicas sino por equipos): el modelador (encargado de la especificación y desarrollo del modelo) y el experto sobre la realidad (conocedor del problema real). La mayoría de las veces, el desarrollo de un modelo puede involucrar a un equipo multidisciplinario compuesto por matemáticos, estadísticos, ingenieros, economistas, psicólogos, etc. que aportan diferentes perspectivas y conocimiento en la representación de la realidad.

Un modelo debe equilibrar la necesidad de contemplar todos los detalles con la factibilidad de encontrar técnicas de solución adecuadas. Un modelo es, en definitiva, una herramienta de ayuda a la toma de decisiones. Por esta razón, sus resultados deben ser inteligibles y útiles. Modelar se puede entender simultáneamente como ciencia y como arte. Es una ciencia pues se basa en un conjunto de procesos estructurados: análisis y detección de las relaciones entre los datos, establecimiento de suposiciones y aproximaciones en la representación de los problemas, desarrollo o uso de algoritmos específicos de solución. Es un arte porque materializa una visión o interpretación de la

realidad no siempre de manera unívoca. Cada persona imprime su estilo en el modelo mismo y en la especificación, en el desarrollo y en la documentación. Características tales como elegancia o simplicidad pueden atribuirse a un modelo. El desarrollo de un modelo es una creación hecha con ayuda de ciencias básicas o herramientas de apoyo.

Entre los beneficios explícitos o implícitos, tanto para el modelador como para el experto, derivados del proceso de modelado además del modelo en sí mismo, se pueden mencionar:

- a) Ayuda a establecer un diálogo con intercambio de información entre el modelador y el experto.
- b) Organiza los datos, la información disponible sobre el sistema.
- c) Organiza, estructura y mejora la comprensión del sistema.
- d) Analiza la estructura organizativa de la empresa.
- e) Permite compartir supuestos y resultados entre el modelador y el experto.
- f) Proporciona un entorno ágil para el análisis y la sensibilidad.
- g) Indica la dirección de mejora en las decisiones.

Del análisis se obtuvieron modelos matemáticos preliminares para dar solución a los problemas encontrados durante el análisis del sistema de distribución. Se propone el uso de técnicas de la investigación de operaciones para dar solución a tales modelos obtenidos.

Primeramente, existe un problema de programación de viajes, que llevan cierto tiempo. En la información recabada en esta empresa la cual presenta el problema expuesto en la introducción de este capítulo. Recordemos que este problema consiste en la selección de recursos de transporte dentro de una red de distribución compuesta por una o más Plantas de producción y Centros de Distribución con restricciones de horarios de atención para carga y descarga de producto en cada una de las instalaciones. En el desarrollo de los modelos de optimización que representarían la realidad del problema, por la gran y variable existencia de trabajos que tratan el problema del

ruteo de vehículos con ventanas de tiempo se pensó que se podría adaptar alguno de los modelos ya existentes sin embargo con el estudio mas profundo de estos modelos se observo que las suposiciones que los investigadores tomaron en la mayoría de los casos no representaban las mismas suposiciones para nuestro problema. El objetivo de este trabajo es crear un modelo que considerara los supuestos presentados por ésta empresa.

El modelo se fue construyendo en un proceso de evolución hasta llegar al modelo que representa lo más fiel posible la situación de la red y sus restricciones es decir la descripción del problema. Cabe mencionar que se ha buscado mantener la linealidad de los modelos lo que nos permitiría la solución del mismo por las técnicas ya conocidas para problemas del tipo MIP.

La formulación matemática del modelo descrito en la siguiente sección se logro tomando como base el problema estudiado en Litvinchev I., Cano I. [39].

3.4. Formulación matemática del problema

Como ya se ha descrito el problema que se trata de solucionar en este trabajo consiste en la selección de los recursos de transporte para distribuir productos entre una o más plantas de producción y los centros de distribución que más adelante se harán cargo de hacerlo llegar a los clientes finales. La solución a este problema considera las siguientes suposiciones.

Los términos planta de producción y centros de distribución o franquicias son una particularidad de nuestro problema. A estos también se les puede mencionar como depósito y clientes respectivamente

3.4.1. Suposiciones del modelo

1. Se satisface la demanda de todos los clientes. Esto significa que para todos los centros de distribución que se encuentren asignados a una planta de producción se

cumple con la oferta de servicio, es decir se le entrega el producto requerido en tiempo y cantidad.

2. Sólo se calcula el tiempo de inicio del primer viaje de cada uno de los vehículos. Es decir la optimización del tiempo al que debe iniciar cada viaje considera el mejor primer tiempo para iniciar la entrega de todos los pedidos que pueda hacer ese vehículo de acuerdo a las ventanas de tiempo de los centros de distribución

3. Existen las penalizaciones por llegada fuera del horario de servicio. Esto significa, que se puede ajustar el nivel de servicio que se desea proveer a los centros de distribución. La penalización por llegada fuera del horario de servicio se puede fijar en tarifas muy altas lo que nos representa la situación en la que no se permite la violación al horario de servicio, por consiguiente el nivel de servicio es de 100 %, por el contrario si se requiere presentar la situación en que se sacrifique el nivel de servicio, estas tarifas se ajustan en costos a los que el modelo evalúa, y así obtener una selección entre salir del horario permitido o adquirir más vehículos de acuerdo al costo.

4. La capacidad máxima de cualquiera de los tipos de vehículos disponibles es inferior a la demanda de los centros de distribución, es decir en un solo camión y un viaje no se podría satisfacer la demanda.

5. Los vehículos pueden visitar a un cliente tantas veces se ha necesario para satisfacer la demanda dentro de las ventanas de tiempo de cada cliente.

6. El cliente tiene una demanda que es múltiplo de la capacidad de los vehículos. El abastecimiento de las estaciones de servicio de PEMEX es el ejemplo de este tipo de problema. En este la demanda a satisfacer es por “pipas ” completas de combustible, estas deben visitar la estación de servicio 2 o 3 veces por día.

7. El problema es determinístico.

3.4.2. Modelo matemático del problema

El modelo matemático resultante, definido por las restricciones y la función objetivo, se plantea como un modelo Lineal Entero Mixto (MIP) y se utiliza la siguiente notación.

Conjuntos e Índices

I Conjunto de Clientes

P Conjunto de Plantas

J Conjunto de Viajes

K Conjunto de Vehículos

i = Índice correspondiente a los clientes $i \in I = \{0, 1, 2, 3, \dots, \hat{I}\}$

p = Índice correspondiente a las Plantas $p \in P = \{1, 2, 3, \dots, \hat{P}\}$

j = Índice Correspondiente a los Viajes $j \in J = \{1, 2, 3, \dots, \hat{J}\}$

k = Índice Correspondiente a los Vehículos $k \in K = \{1, 2, 3, \dots, \hat{K}\}$

Parámetros

E_i = Hora de apertura de la ventana de tiempo en cada cliente $i \in I$

L_i = Hora de cierre de la ventana de tiempo en cada cliente $i \in I$

C_{ip} = Costo del viaje al cliente i de la planta p ; $i \in I, p \in P$

F_{pk} = Costo fijo del vehículo k de la planta p ; $k \in K, p \in P$

Cd_{ip} = Costo por llegar tarde al cliente i de la planta p ; $i \in I, p \in P$

Ce_{ip} = Costo por llegar temprano al cliente i de la planta p ; $i \in I, p \in P$

D_i = Demanda del cliente i ; $i \in I$

θ_{ip} = Tiempo que dura el recorrido al cliente i de la planta p ; $i \in I, p \in P$

Q_{pk} = Capacidad del vehículo k en la planta p ; $k \in K, p \in P$

Variables

$$X_{ipjk} = \begin{cases} 1 & \text{Si el cliente } i \text{ es visitado por el vehículo } k \text{ en su viaje } j \\ & \text{desde la planta } p \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$Y_{pk} = \begin{cases} 1 & \text{Si el vehículo } k \text{ de la planta } p \text{ es utilizado} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

S_{pjk} = Tiempo en que sale el vehículo k en su viaje j de la planta p

W_{ipjk}^+ = Tiempo que espera el vehículo k en el cliente i en su viaje j
de la planta p

W_{ipjk}^- = Tiempo que esta retrasado el vehículo k en el cliente i en su viaje j
de la planta p

Ver que el uso del índice j como un contador interno discreto del tiempo para cada vehículo k , así en cualquier viaje j el vehículo k puede estar con un cliente o permanecer en el depósito ($i = 0$)

Formulación Matemática

$$\text{mín } \sum_{p k} F_{pk} Y_{pk} + \sum_{i p j k} (C_{ip} X_{ipjk} + C_{eip} W_{ipjk}^+ + C_{dip} W_{ipjk}^-) \quad (3.1)$$

Sujeto a:

$$X_{0pjk} + \sum_{i \neq 0} X_{ipjk} = 1 \quad p \in P, j \in J, k \in K, \quad (3.2)$$

$$\sum_{p j k} Q_{pk} X_{ipjk} \geq d_i \quad i \in I, I \setminus \{0\} \quad (3.3)$$

$$J_{pk} - \sum_j X_{0pjk} \leq Y_{pk} J_{pk} \quad (3.4)$$

$$S_{p,j+1,k} \geq S_{pjk} + \sum_i X_{ipjk} 2\theta_{ip} \quad (3.5)$$

$$W_{ipjk}^+ \geq E_i X_{ipjk} - (S_{pjk} + \theta_{ip} X_{ipjk}) \quad (3.6)$$

$$W_{ipjk}^- \geq (S_{pjk} + \theta_{ip} X_{ipjk}) - L_i - M(1 - X_{ipjk}) \quad (3.7)$$

$$\sum_{i j} X_{ipjk} \geq 3Y_{pk} \quad (3.8)$$

$$\sum_{i,j} X_{ipjk} 2\theta_{ip} \leq M_p \quad (3.9)$$

$$X_{ipjk}, Y_{pk} \in \{0, 1\}, S_{pjk}, W_{ipjk}^+, W_{ipjk}^- \geq 0 \quad (3.10)$$

La expresión (3.1) representa la función objetivo donde se minimiza el total de los costos fijos, costos de viaje y costos por desviaciones de la ventana de atención al cliente.

La minimización resulta de la obtención de los mejores valores de las variables de decisión $X_{ipjk}, Y_{pk}, W_{ipjk}^+, W_{ipjk}^-$ que minimicen el costo total.

El conjunto de las restricciones (3.2) asegura que para cualquier viaje un vehículo se encuentra exactamente en un cliente o en la planta (cliente (0)). Una restricción obligatoria en la mayoría de los problemas de ruteo es la de cumplimiento de la demanda en los clientes esta se asegura con la expresión (3.3), esta establece que la demanda de cada cliente debe ser satisfecha.

El conjunto de las restricciones (3.4) junto con el objetivo de minimizar aseguran que sí el vehículo permanece en todos los viajes en el depósito este no ha sido usado, además de definir el número máximo de viajes permitidos por vehículo. Las siguientes restricciones formulan las condiciones que se tienen sobre el tiempo, así el conjunto de restricciones (3.5) determina que un viaje sólo puede iniciar hasta que el vehículo k ha regresado al depósito de su viaje previo.

La restricción del tipo (3.6) en conjunto con el objetivo de minimización asegura que si en cualquier viaje j , el cliente no es visitado ($X_{ipjk} = 0$) entonces no hay costo por llegar temprano dado que ($W_{ipjk}^+ = 0$), si el cliente si es visitado ($X_{ipjk} = 1$) el calculo de la desviación del tiempo se calcula de forma normal. De manera similar las restricciones (3.7) estiman el tiempo por llegada después del fin de la ventana de tiempo. Aquí M es un número entero positivo ($M > S_{pjk} - Li$). Las siguientes restricciones (3.8) formulan y aseguran que si un vehículo es utilizado este debe de

hacer un número mínimo de viajes para justificar su uso. La Restricción número (3.9) corresponde al tiempo máximo de la jornada de trabajo donde M_p toma el valor de la duración de la jornada que es de 24 horas.

Es claro que en 3.6 y en 3.7 $W_{ipjk}^+ \geq 0$ sólo para $S_{pjk} + t_i < E_i$ mientras que $W_{ipjk}^- \geq 0$ sólo para $S_{pjk} + t_i > L_i$. Así, para $E_i < L_i$ siempre existe $(W_{ipjk}^+)(W_{ipjk}^-) = 0$. La solución de 3.1 al 3.10 indica la cantidad de vehículos a ser usados por planta (Y_{pk}), provee de un programa de distribución dado por el orden de las visitas (X_{ipjk}) y el horario en que los vehículos deben despacharse en cada viaje de cada vehículo por cada planta (S_{pjk}).

3.5. Técnicas de solución

3.5.1. Programación entera (MIP)

No siempre es admisible que las variables de un problema de decisión tomen valores continuos. Frecuentemente, nos enfrentamos a decisiones dicotómicas (de tipo si o no) o que deben tomarse en unidades discretas. Por ejemplo, debe decidirse si se construye o no una planta, cuántos almacenes deben abrirse para satisfacer una demanda determinada, etc. No cabe, por ejemplo, construir 0,78 plantas o abrir 3,7 almacenes. Redondear la solución no resulta en muchos casos satisfactorio.

Cuando en un problema existen variables que deben tomar valores discretos y tanto la función objetivo como las restricciones tienen forma lineal, se dice que el problema es de programación entera (P.E.). Cuando los valores que pueden tomar las variables discretas son tan sólo cero o uno, se dice que el problema es de programación binaria o programación 0-1.

En muchos problemas reales empresariales existen variables discretas y continuas. Por ejemplo, qué almacenes es necesario abrir y en que lugar (variables discretas) y que cantidad de mercancía se debe transportar entre varios orígenes y destinos (variables continuas). Cuando las restricciones y la función objetivo son de tipo lineal

y las variables son de tipo discreto (enteras o binarias) se dice que el problema es de programación entera mixta (P.E.M).

Los Problemas de programación entera tienen mayor dificultad para resolverlos. No existe un algoritmo de aplicación general que pueda resolver este tipo de problemas. Existen tres categorías principales de algoritmos de solución [2]:

- a) Algoritmos Exactos: los cuales nos reportan la solución óptima pero a expensas de un número alto de iteraciones. Aquí podemos encontrar los algoritmos planos cortantes, ramificación y acotamiento, ramificación-corte y programación dinámica.
- b) Algoritmos de Aproximación: los cuales obtienen una solución subóptima en un tiempo polinomial junto con una cota respecto al grado de suboptimalidad presente.
- c) Algoritmos heurísticos: proveen una solución subóptima, pero sin garantizar su calidad, aunque su tiempo de ejecución no se garantiza que sea polinomial, estudios empíricos muestran que en la mayoría de los casos se logra encontrar una buena solución rápidamente, entre estos métodos encontramos los de búsquedas locales, recocido simulado, búsqueda tabú, algoritmos genéticos.

Para la búsqueda de esta solución para este problema hemos utilizado la técnica de ramificación y acotamiento. Como se explicara más adelante en las herramientas computacionales logran implementar estos algoritmos con éxito.

3.5.2. Herramientas computacionales

Lenguajes algebraicos de modelado

Los lenguajes algebraicos son lenguajes de alto nivel que han sido diseñados específicamente para el desarrollo e implantación de modelos de optimización de forma más

directa para los programadores y más inteligible para los usuarios. En consecuencia, el campo de actuación y utilidad de los modelos de optimización se ha ampliado tremendamente al utilizar estos lenguajes. Entre sus características y ventajas principales destacan las siguientes:

- a) Proporcionan una formulación sencilla de modelos grandes y complejos.
- b) Facilitan sobremanera el desarrollo de prototipos.
- c) Mejoran sustancialmente la productividad de los modeladores al permitir dedicar más tiempo al diseño, ejecución del modelo y análisis de los resultados y menos a la codificación del mismo.
- d) Estructuran los buenos hábitos de modelado al exigir una representación concisa y exacta de los parámetros/variables y sus relaciones.
- e) Recogen simultáneamente la estructura del modelo y su documentación.
- f) Separan de manera natural los datos de la estructura del modelo y ésta de los algoritmos de solución.
- g) La formulación del problema es independiente del tamaño. Permiten el uso de la estructura del modelo para diferentes casos.
- h) Los optimizadores pueden ser intercambiados sin dificultad, se pueden probar nuevos optimizadores, nuevos métodos o nuevas versiones.
- i) Por ejemplo, en el lenguaje GAMS se encuentran entre otros disponibles los optimizadores CPLEX, OSL, XA y XPRESS para problemas LP y MIP, MINOS y CONOPT para problemas NLP, DICOPT para problemas MINLP y MILES y PATH para problemas MCP.
- j) Permiten la realización de cambios en el modelo de manera sencilla y segura, es decir, se puede afrontar un refinamiento continuo en la formulación del problema. Cualquier tipo de problemas de programación lineal, no lineal, flujos en redes o mixta complementaria resulta muy fácil implantar su formulación.

- k) Permiten la implantación de algoritmos avanzados, que incluyan varias llamadas al optimizador o procedimientos específicos para el problema (como por ejemplo los métodos de descomposición).
- l) Permiten la portabilidad de los modelos entre plataformas y sistemas operativos.

Como desventajas principales se pueden mencionar las siguientes:

- a) No son adecuados para la resolución de problemas de pequeño tamaño por parte de usuarios esporádicos por la barrera de entrada que supone el aprendizaje de un nuevo lenguaje.
- b) No pueden utilizarse para la resolución directa de problemas gigantescos cuya formulación completa incluso no se puede realizar (por ejemplo, a partir de 1 millón de restricciones y/o variables).
- c) En la ejecución se incluye un tiempo de creación del modelo y de interfaz con el optimizador que ralentiza la obtención de la solución, por lo tanto no es recomendable cuando el tiempo de ejecución es un factor crítico.

Son las alternativas más complejas y potentes por su capacidad de indexación de las variables y ecuaciones, permiten cambiar sin dificultad las dimensiones del modelo, de forma natural separan datos de resultados. Desde el punto de vista del modelador permiten la detección de errores de consistencia en la definición y verificación del modelo. Desde el punto de vista del usuario simplifican drásticamente su mantenimiento. Entre los lenguajes de modelado más conocidos se pueden mencionar: GAMS y AMPL de origen estadounidense y AIMMS y XPRESS-MP de origen europeo, por citar algunos.

Existe una herramienta integrada denominada OPLStudio de ilog, en la que se dispone de un lenguaje de modelado (OPL) y varios optimizadores dependiendo del modelo propuesto. Está especialmente desarrollada para problemas de programación (scheduling) y planificación, aunque admite también cualquier modelo de optimización

lineal y lineal entera mixta. Es una herramienta integrada ya que además del lenguaje de modelado, incluye sus propios optimizadores, Scheduler, Planner, Solver, CPLEX, estando los tres primeros basados en la programación de restricciones y el último en programación matemática. GAMS es el lenguaje más ampliamente difundido comercialmente con su propia lista de discusión de usuarios mientras que AMPL se está potenciando mucho en las universidades estadounidenses.

Existe un proyecto denominado NEOS para el cálculo distribuido que permite el envío de problemas de optimización escritos en AMPL o GAMS a través de internet y éstos son resueltos en servidores de la red devolviendo los resultados de la optimización. Los campos de aplicación de estos lenguajes son tan amplios como los de la optimización propiamente dicha. Abarcan desde la micro y macroeconomía, a la economía de la energía, a la planificación energética o eléctrica, a la ingeniería química o forestal, a la planificación del desarrollo económico o del comercio internacional o a la cobertura de riesgos financieros. En el caso de la programación de restricciones ésta aparece especialmente en problemas combinatorios para modelar restricciones lógicas.

Como lenguaje modelador para resolver nuestro problema se selecciono AMPL por ser una herramienta en la que fácilmente se puede implementar cualquier formulación matemática propuesta.

En AMPL la formulación matemática se divide en dos partes, una el modelo matemático es decir la función objetivo, las restricciones y las variables, la otra parte son los datos concretos del problema a resolver. Estos dos elementos se guardan por separado en dos archivos uno es el modelo nombre.mod y el que contiene los datos modelo nombre.dat.

Una vez que se tiene la formulación del problema en AMPL se resuelve mediante el solver CPLEX de Ilog, en nuestro caso Cplex implementa un algoritmo de ramificación y acotamiento muy similar al explicado anteriormente para resolver el problema. Para más detalle sobre AMPL y Cplex en la sección de apéndices, se encuentra un resumen con lo más relevante de las herramientas.

Capítulo 4

Descripción del Problema Práctico

Para la realización de esta tesis se contó con el apoyo de una empresa dedicada a la transportación de combustibles fósiles. La terminal, inició sus operaciones en 1982, esta ubicada en el km. 2.5 de la Carretera Minera del Norte, Municipio de Santa Catarina, N.L., pertenece a la Gerencia de Almacenamiento y Distribución Norte y comercializa en total 5 productos.

Se abastece de una planta ubicada en Cadereyta Nuevo León por medio de un poliducto de 18" de diámetro. Parte de los productos, se envían a las plantas de Saltillo y Gómez Palacio, por dos poliductos de 10" y 14" de diámetro, y a las plantas de Monclova y Sabinas, por un poliducto de 10" de diámetro. Se brinda apoyo a las plantas de Matehuala, Monclova y Sabinas, enviando productos, por autotanques.

Cuenta con una plantilla laboral de 246 trabajadores, 229 de planta, 17 transitorios, se trabajan las 24 hrs. del día, en tres turnos, iniciando el domingo y cerrando el sábado, a las 11:00 de la noche.

4.1. Descripción de la situación actual

El estado de Nuevo León posee dos plantas que dan servicio a clientes en el área metropolitana de Monterrey, una se encuentra ubicada en el municipio de Santa Cata-

rina y otra en el Municipio de Cadereyta. Estas plantas dan servicio a aproximadamente 350 clientes.

El estudio se centra en estas plantas. Las cuales cuentan con camiones-tanques que pueden tener una de las siguientes dos capacidades: $20m^3$ y $30m^3$. El llenado del tanque de un camión (independientemente de la capacidad) toma como máximo 40 minutos desde que ingresa el camión a la terminal hasta que sale con el producto. Estas plantas de almacenamiento y distribución cuenta con 14 estaciones de llenado. Actualmente se planifican en promedio aproximadamente 280 viajes diarios en una de las terminales y 50 viajes en la otra.

La planificación de los viajes se establece en 3 turnos diarios:

22 - 7 horas

7 - 15 horas

15 - 22 horas

La distribución de productos desde estas plantas a las diferentes franquicias (centros de distribución) se planifica diariamente empleando un software con interfase Web, al cual los clientes acceden para realizar los pedidos.

Los pedidos deben realizarse con 24 horas de anticipación al momento deseado de recepción de los productos.

El personal de las terminales sólo tiene acceso a los reportes emitidos por el Software, mas no al proceso de planificación que es totalmente automatizado.

Los pedidos de los clientes se realizan en base a las capacidades de los camiones de la planta y sólo son aceptados múltiplos enteros de las capacidades; es posible que un cliente requiera más de un viaje para satisfacer su pedido en el día. Cada viaje de distribución se efectúa entre una planta y un único cliente, al servir el producto el camión se regresa a la planta.

Los camiones en cada viaje de distribución deben transitar por las vías establecidas en las regulaciones de transito de las autoridades competentes para vehículos que transporten materiales peligrosos; es posible que existan restricciones sobre el horario en que pueden transitar los camiones por ciertas vías. La velocidad máxima de traslación es de 60Km./h.

Existen viajes catalogados como largos, que toman 2 horas o más en completarse (ida y vuelta), también se reconocen viajes cortos (menos de una hora) y medianos (entre una hora y dos horas).

4.2. Descripción de la metodología empleada para el análisis del sistema de distribución

El análisis del sistema tiene como objetivo identificar la estructura del sistema, sus componentes y las funciones más importantes que tributan al objetivo principal. En este proyecto se emplea una metodología inspirada en el análisis de sistemas.

Esta metodología puede ser descrita a grandes rasgos mediante las siguientes etapas:

1. Descripción del sistema, obtención de parámetros esenciales: Se analizaron los documentos rectores de la operación y control del proceso de distribución entre los que se encuentran: manuales de procedimiento, reglamentos de seguridad. Esta información se sintetizó y estructuró, y para completarla y validarla contra lo que realmente estaba implementado se realizaron entrevistas a empleados y directivos de los departamentos involucrados en el proceso.

2. Identificación de la estructura del sistema: Para identificar la estructura del sistema se empleó la información recabada en la etapa anterior, se emplea un diagrama de flujo para representar la estructura (se puede ver en la figura 1); también se identifican las funciones asociadas a cada departamento y el responsable por departamento de cada función.

3. Identificación de los factores que afectan el desempeño y de los problemas identificados: Para identificar los factores que afectan el desempeño del sistema se realizaron entrevistas con los responsables de la gestión comercial y de despacho, también se analizaron los documentos donde se reflejan las estadísticas de lo planificado contra lo real (en caso de existir estos).

4. Propuesta de modelos para la solución de problemas: Una vez que se obtuvo un conocimiento suficiente del sistema, así como de los factores que impactan las funciones del proceso y de los problemas principales en el funcionamiento del sistema, se establece de manera preliminar un conjunto de modelos que pueden ser implementados para solucionar los problemas más complejos, ya que el resto se puede resolver con solo automatizar las funciones asociadas en la figura 4.1.

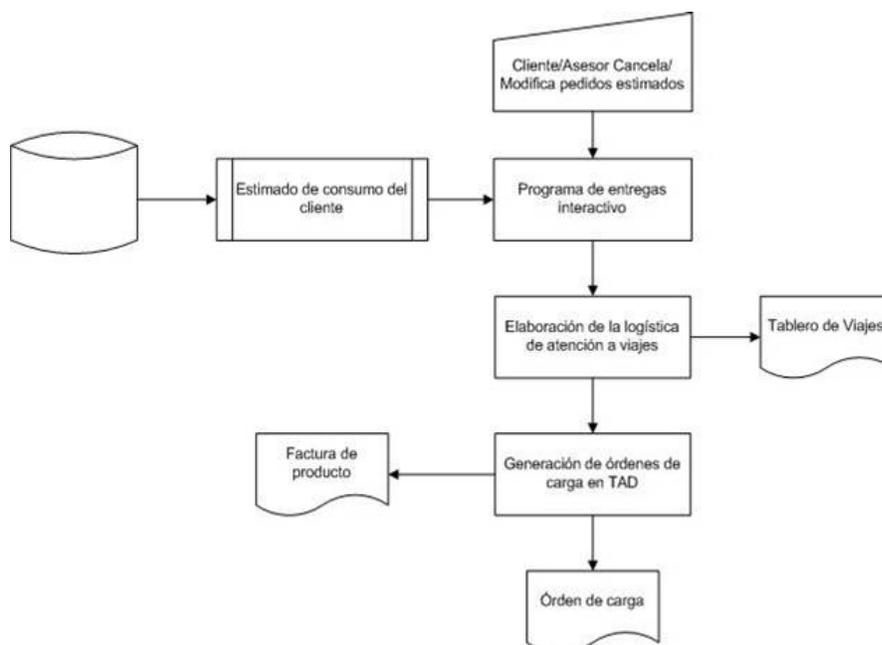


Figura 4.1: Diagrama general del proceso de distribución

4.3. Descripción del sistema

4.3.1. Implementación de la metodología

Con el fin de obtener una visión desde el punto de vista de la subgerencia de operaciones, se analizaron las diferentes funciones que realiza el departamento y sus necesidades de información a todos los niveles, durante esta etapa se realizó una serie

de entrevistas con la subgerencia, así como también se revisaron los manuales de operación disponibles en la intranet de la empresa.

Para obtener un refinamiento de los modelos, posteriormente se realizó otra serie de entrevistas ya no a un nivel directivo como en la fase anterior, sino a un nivel operativo y técnico. Con la participación los responsables de la operación de las funciones del área de operaciones se realizó un análisis detallado de sus requerimientos específicos en cuanto a objetivos, subfunciones, información, datos, etc.

Así, en esta etapa a partir de los modelos de la organización obtenidos en la fase anterior y del producto del análisis de ésta, se genera el modelado del sistema.

4.3.2. Funciones del sistema

Ahora se describen las funciones principales del sistema de distribución.

1. Estimar el consumo por cliente-producto semanalmente.
2. Reportar al cliente los embarques programados de toda la semana siguiente en el portal comercial.
3. Programar los embarques, asignando los pedidos a equipos y chóferes para la distribución del producto.
4. Dar la capacidad al cliente/asesor de cancelar/modificar embarques.
5. Logística, control y supervisión de los programas de entrega.
6. Coordinar a los jefes de área y mantener en operación en la planta.
7. Gestionar las actividades para entregar los pedidos en el turno, así como de tener producto disponible para satisfacer la demanda.
8. Mantener en operación óptima los equipos de reparto y las instalaciones de la planta.
9. Implementar y mantener los procedimientos de seguridad dentro y fuera de la planta.
10. Gestionar las actividades necesarias para cualquier eventualidad, y de restablecer el sistema.

11. Realizar las actividades de carga y entrega del producto según los manuales de operación dentro y fuera de la planta.

12. Generación de ordenes de carga y revisión de los parámetros de control del SIMCOT.

13. revisión final de niveles de llenado de producto en los equipos de distribución antes de salir de la planta.

4.3.3. Funciones principales de los que intervienen en el proceso de distribución

Superintendencia de la Terminal Responsable general de la planta, se encarga de coordinar a los jefes de área y mantener en operación la planta

Jefatura de Operación Se encarga de gestionar las actividades para entregar los pedidos en el turno así como de tener producto disponible para satisfacer la demanda.

Jefatura de Mantenimiento Se encarga de mantener en óptimas condiciones de operación los equipos de reparto y las instalaciones de la planta.

Jefatura de Seguridad y Protección Ambiental Se encarga de mantener y que se lleven acabo los procedimientos de seguridad tanto dentro y fuera de la planta como en los equipos de reparto.

Ingeniero de Operación o de Línea Sus funciones es mantener en operación óptima los equipos de llenado, inspecciona como se están realizando los procedimientos dentro de la planta, gestiona las actividades necesarias para cualquier eventualidad, es el encargado de restablecer el SIMCOT en caso de que no funcione.

Chofer Trabajador de la planta, responsable de realizar las actividades de carga, transporte por la ruta autorizada y descarga de los productos, directamente a los tanques de la estación de servicio, franquicia o centro de distribución.

Despachador de auto tanques Trabajador de la planta encargado de entregar la papelería como la orden de carga al chofer con los respectivos sellos y la factura una vez terminado el proceso de llenado.

Auxiliar de Operación Trabajador de la planta encargado de asignar los embarques a cada uno de los chóferes en turno.

Portero Checador Trabajador de la planta encargado de revisar los niveles de producto a transportar en el equipo y de colocar sellos de garantía en su respectivo sitio.

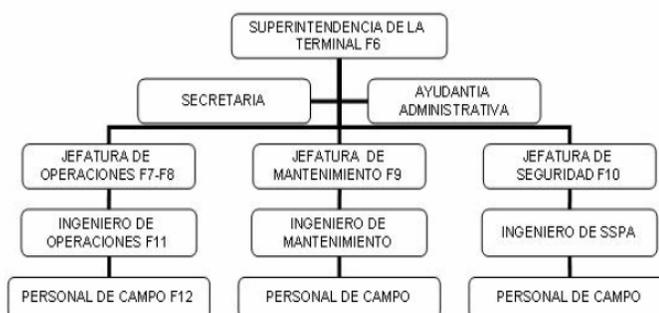


Figura 4.2: Organigrama de la planta, con sus funciones. Las funciones F1 a la F5 corresponden a la Gerencia Comercial

4.3.4. Medidas de desempeño

1. El porcentaje de clientes que cancela un embarque ingresando al portal comercial.
2. El porcentaje de clientes que cancela un embarque comunicando con el asesor comercial.
3. El porcentaje de clientes que agregan un embarque en el portal comercial.
4. El porcentaje de clientes que agregan embarques con el asesor comercial.

5. Porcentaje de embarques cancelados por el asesor comercial después de la programación diaria.
6. Porcentaje de embarques agregados por el asesor comercial después de la programación diaria.
7. Porcentaje de embarque que no se entregan durante el turno.
8. Porcentaje de embarques que no entregan durante el día.
9. Porcentaje de embarques que se entregan en el turno y en el día.
10. Porcentaje de embarques que se agregaron por el área de operación.

4.3.5. Descripción y definición de las etapas del proceso de la distribución

Etapa 1

En esta etapa se lleva a cabo el proceso de pronóstico y cuantificación del consumo (demanda) así como la confirmación de los pedidos (por parte del cliente) y cancelación de los mismos al igual que se realiza la programación de las entregas por parte del SIIC figura 4.3.

En este proceso intervienen los responsables de las siguientes áreas y sus funciones.

Cliente: Propietario de una estación de servicio, franquicia o centro de distribución con el cual la empresa, a través de las terminales de almacenamiento y distribución (TAD) o planta, tiene una relación comercial-operativa. A partir del jueves, el cliente puede consultar los embarques programados, con objeto de programar sus embarques e identificar los días en que debería realizar alguna cancelación o modificación.

Asesor comercial: Representante de la subdirección comercial. Tiene las facultades de autorizar, modificar o cancelar embarques, respetando las restricciones de capacidad establecidas por la jefatura de operaciones de la TAD.

SIIC: Sistema Integral de Información Comercial. Todos los jueves a la 1:00 hrs se ejecuta un proceso, el cual estima el consumo por cliente-producto de toda la semana siguiente, en base a la facturación realizada durante las cinco semanas previas.

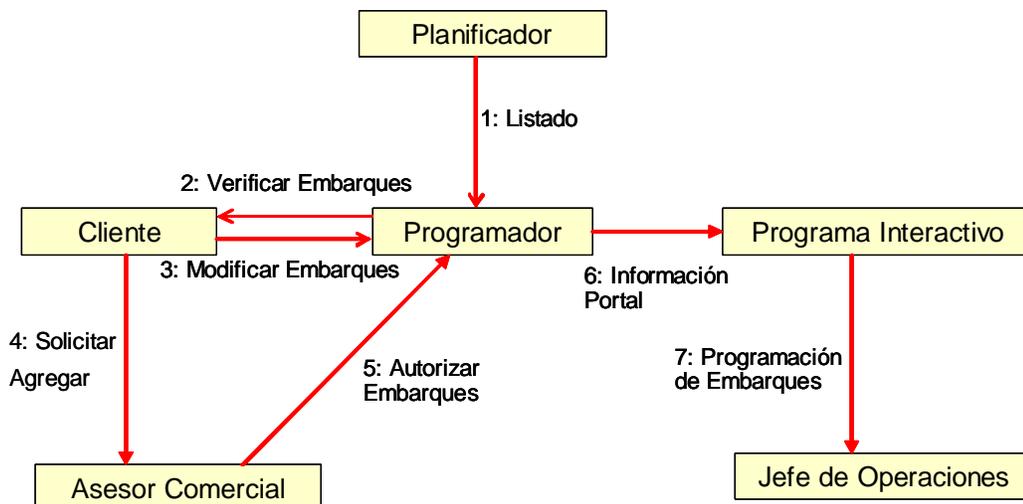


Figura 4.3: Diagrama de la etapa 1

Portal Comercial: Interface web entre el SIIC y el cliente. Reporta al cliente los embarques programados. Permite cancelar embarques, así como la capacidad de agregar embarques cuando sea posible.

Etapa 2

En esta etapa se realiza la Programación de la distribución y el Proceso de carga y despacho de autotancques dentro de la terminal. En este proceso intervienen los responsables de las siguientes áreas y sus funciones figura 4.4.

Chofer: Recoge la orden de carga y sellos de garantía en la torre de control, trasladarse ala zona de carga del producto con el equipo especificado en la orden de carga, realizar las operaciones correspondientes para cargar el equipo como poner los soportes de seguridad y apagar el motor, colocar las mangueras de succión y descarga en el equipo, introducir el código especificado en la orden de carga en el PETRO-COUNT para proceder con la descarga del producto, desconectar las mangueras al terminar el proceso de llenado, trasladar el equipo hacia la torre de control, recoger factura, trasladar el equipo hacia la pasarela para su inspección de los niveles de llenado de producto, trasladar el equipo hacia la vigilancia para el chequeo de factura y sellos de seguridad, entregar el producto en el lugar que indica la factura del cliente.

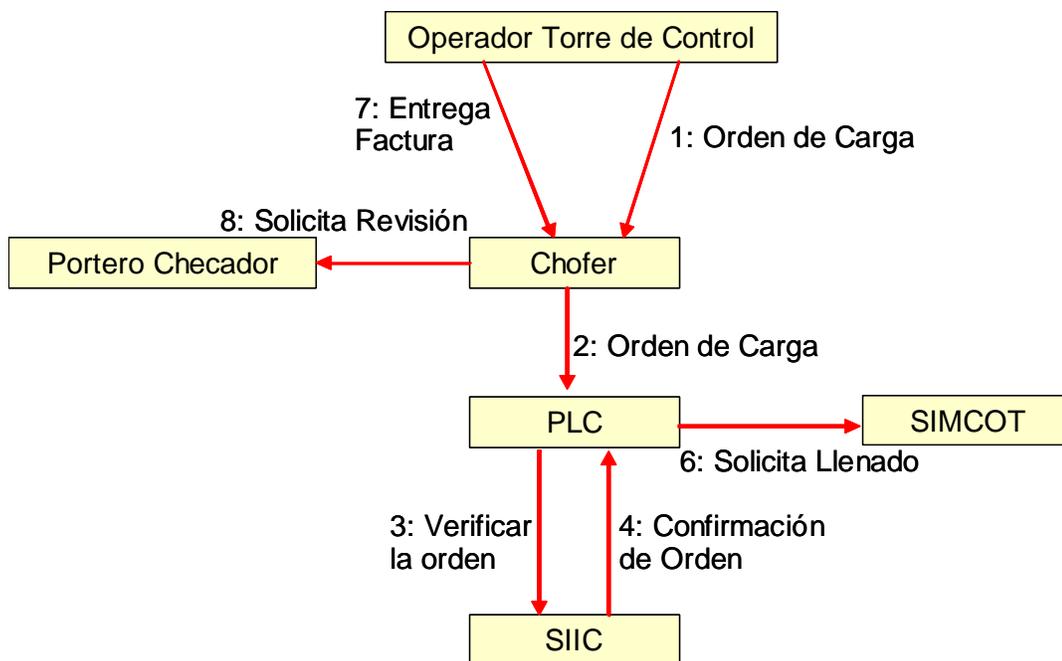


Figura 4.4: Diagrama de la etapa 2

Despachador de Autotanques: Entregar al chofer la orden de carga actualizada y sellos correspondientes, vigilar los parámetros establecidos en el Sistema Integral de Medición y Control de las Operaciones de la Terminal (SIMCOT) como la velocidad de descarga, temperatura del producto, volumen descargado, tiempo de descarga, imprimir y entregar la facturación del producto una vez terminado de descarga en el equipo.

Auxiliar de Operación: Asignar o reasignar los embarques a cada chofer, realizar los reportes de salida de cada auto tanque con producto cargado, vigilar los niveles de producto en los contenedores de producto dentro de la terminal, realizar reportes cada cambio de turno especificando la cantidad de producto con que se entró al turno y cuanto volumen se dejó así como también la cantidad de producto que se entregó al término de ese turno.

Portero Checador: Revisar los niveles de producto en cada equipo, colocar sellos de garantía.

Etapa 3

En esta etapa se realiza las gestiones por parte del área operativa para la entrega del producto, esta etapa es realizada fuera de la planta y consiste en la clasificación de las rutas de reparto así como las actividades y maniobras realizadas para transportación y descarga de producto por el chofer en el equipo.

Chofer: Manejar por la ruta segura siguiendo los lineamientos de seguridad, entregar el producto en el lugar especificado en la factura del mismo, entregar factura del producto al cliente y pedir la especificación del lugar a descargar el producto, descargar el producto de acuerdo al procedimiento establecido y siguiendo las normas de seguridad correspondientes, una vez descargado el producto regresar a la planta para su siguiente embarque.

Cliente: Recibir factura y verificar si el producto es el que ordeno, así como la cantidad especificada, supervisar la descarga del producto así como el volumen de producto entregado, sellar o firmar según sea el caso, de recibido la factura y acuse de recibido y entregar al chofer del equipo la papelería correspondiente

4.3.6. Problemas detectados

A continuación se describen los problemas encontrados en las fases del proceso de distribución.

Se detectaron diversas situaciones frecuentes que son señaladas por nosotros como problemáticas, cuyo impacto resulta en una ineficiente programación de los embarques. Cabe destacar que a pesar de que el Sistema de Información hace la programación de los embarques por turno, ésta es muy pocas veces respetada.

Los problemas encontrados son:

1. El “Programa de Entregas Interactivo” realiza la programación de los embarques todos los días a las 15:00 horas del día previo, sin embargo, el personal del área comercial no excluye de la programación aquellos embarques que no hayan sido

pagados con el fin de dar más tiempo al cliente para que pague evitando así que se interrumpa el servicio del cliente por falta de producto. Tal situación, conlleva a que frecuentemente sean cancelados embarques que estaban programados en una ruta determinada, y por consiguiente la adición de nuevos embarques que difícilmente podrán ser programados en lugar de los embarques descartados, pues es poco probable que ambos embarques sean de las mismas características de distancia, tiempo, volumen.

2. La estimación de los tiempos de recorrido hecha por el Sistema de Información es muy rudimentaria, pues es calculada en base a un promedio trimestral de los tiempos obtenidos durante ese período para cada cliente. Por tal motivo, es muy probable que tal estimación sea incorrecta en viajes programados en condiciones específicas de horario y condiciones climatológicas.

3. Otro problema, es la adición de embarques hechas por personas no autorizadas, ya que sólo el asesor comercial tiene la autoridad para agregar embarques. Sin embargo, esta función no está restringida por el sistema de información. Cabe mencionar, que ya se ha solicitado la acción correspondiente para solucionar este problema.

4. La programación de los embarques es deficiente, pues como se mencionó anteriormente, debido a la mala estimación de los tiempos de recorrido. Esto origina que tal programación no sea respetada, y en su lugar, tal programación se basa en la experiencia del despachador de autotankers.

5. Otro punto importante, es que hay actividades en el proceso de distribución que pueden y de hecho, deberían mejorarse, como son las actividades del portero checador, quien lleva registro de todos los embarques de su turno a mano. Es decir, contabiliza las cantidades de producto despachadas en su turno, lleva control de los chóferes y equipos para realizar tales embarques, y al final del turno, entrega un reporte al Ingeniero de Operaciones. Posteriormente, las cantidades de producto despachadas contabilizadas por el portero checador, deben coincidir con las cifras contabilizadas por el operador de la torre de control. Lo anterior, es realizado como se dijo anteriormente, a mano lo que toma aproximadamente 40 minutos. Tiempo en el cual, ningún equipo puede estar en llenaderas.

Capítulo 5

Solución del Caso Práctico

En el estudio realizado en el capítulo 4 a esta empresa dedicada a comercializar con productos derivados del petróleo se pudo plantear el siguiente problema. Para esta empresa se tenía la necesidad de definir el tamaño y tipo de la flotilla de equipos para realizar la distribución de sus productos, además de plantear la alternativa de poder manejar diferentes plantas de abastecimiento o plantas de producción las cuales compartirían clientes una con la otra y así poder contestar a la siguiente problemática ¿Desde qué planta se debería distribuir el producto y hacia qué cliente? Es importante aclarar que cada una de las plantas cuentan con su flotilla y no es permitido que se mezclen estas flotillas con las plantas, esto con el fin de decidir el número óptimo de flotilla para cada una de las plantas, también es de vital importancia que el modelo propuesto nos de la programación de los viajes a cada uno de los clientes y a que hora deben ser visitados.

5.1. Problema 1

El problema consiste en seleccionar la cantidad óptima de equipos de distribución, así como asignar las rutas que seguirán los equipos para llegar a los clientes bajo las siguientes condiciones: los equipos deberán de realizar por lo menos 3 viajes si es que

han sido seleccionados para formar la flotilla de la planta, la demanda es múltiplo de la capacidad de cada vehículo, los viajes de cada vehículo son entre la planta y un solo cliente no se permite visitar a mas de un cliente por viaje, esto nos representa una red tipo estrella donde los viajes hechos por cada vehículo son entre la planta y un solo cliente.

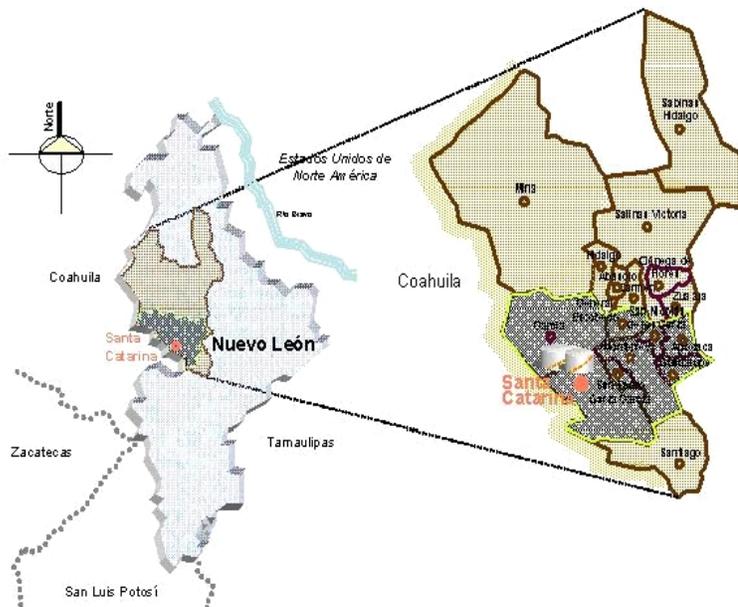


Figura 5.1: Zona de influencia

Área Metropolitana	
Municipios Conurbados	
Tipo:	
Estaciones de Servicio	335
Cientes Gobierno	1
Autoconsumo	15
Interorganismos	2
Distribuidores Genéricos	11
Total	364
Abastecidos por medio de:	
Reparto Local	286
Reparto Foráneo	49

Figura 5.2: Número de clientes por zona

La red que nos muestra la figura 5.1 corresponde a la Zona de Influencia a la que

afecta este problema. Como vemos, es todo el estado de Nuevo León, la cual esta formada por una planta de producción, 364 clientes, de los cuales 300 clientes son de reparto local y 64 de reparto foraneo, llamese reparto foraneo todos aquellos clientes que se encuentran fuera del estado y los clientes que se encuentran dentro de la zona metropolitana se le llama reparto local, no existe restricciones de tiempo en cuanto a las entregas del producto es decir no existe ventanas de tiempo definidas por los clientes.

En siguientes figuras 5.3, 5.4 y 5.5 estan los datos en los cuales se muestra los tiempos de recorrido y las demandas correspondientes a cada uno de los clientes.

Cliente	Tiempo	Demanda									
1	1.43333	30000	57	2.28333	20000	113	1.15	20000	169	2.23333	20000
2	1.51667	30000	58	2.2	20000	114	1.51667	20000	170	2.11667	20000
3	1.66667	30000	59	2.06667	20000	115	1.55	20000	171	1.83333	20000
4	1.65	30000	60	2.25	20000	116	1.06667	20000	172	1.33333	20000
5	2.2	30000	61	2.85	20000	117	1.76667	20000	173	2.16667	20000
6	1.9	30000	62	2.01667	20000	118	1.68333	20000	174	1.76667	20000
7	1.86667	30000	63	1.65	20000	119	1.33333	20000	175	2.01667	20000
8	1.71667	30000	64	2.48333	20000	120	2.31667	20000	176	1.95	20000
9	1.96667	30000	65	1.65	20000	121	1.68333	20000	177	1.58333	20000
10	2.13333	30000	66	1.96667	20000	122	1.45	20000	178	2.43333	20000
11	1.7	30000	67	1.7	20000	123	1.73333	20000	179	1.81667	20000
12	2.31667	30000	68	2.05	20000	124	1.88333	20000	180	1.96667	20000
13	1.61667	30000	69	1.38333	20000	125	1.6	20000	181	2.18333	20000
14	1.93333	30000	70	1.96667	20000	126	2.16667	20000	182	1.7	20000
15	1.83333	30000	71	2.01667	20000	127	1.73333	20000	183	0.95	20000
16	1.28333	30000	72	1.73333	20000	128	1.93333	20000	184	1.73333	20000
17	1.76667	30000	73	1.06667	20000	129	2.05	20000	185	2.05	20000
18	1.98333	30000	74	1.85	20000	130	1.5	20000	186	2.03333	20000
19	1.8	30000	75	1.91667	20000	131	1.88333	20000	187	2.33333	20000
20	2.11667	30000	76	1.88333	20000	132	1.5	20000	188	1.48333	20000
21	2.01667	30000	77	2.43333	20000	133	1.75	20000	189	1.68333	20000
22	1.46667	30000	78	1.71667	20000	134	1.43333	20000	190	1.65	20000
23	1.78333	30000	79	2.31667	20000	135	2.05	20000	191	2.05	20000
24	1.98333	30000	80	1.81667	20000	136	1.9	20000	192	1.8	20000
25	1.25	30000	81	1.6	20000	137	1.38333	20000	193	1.96667	20000
26	1.61667	30000	82	1.16667	20000	138	2.21667	20000	194	0.76667	20000
27	2.18333	30000	83	2.43333	20000	139	2	20000	195	2.31667	20000
28	2.05	30000	84	1.71667	20000	140	1.75	20000	196	2.18333	20000
29	1.95	30000	85	1.7	20000	141	2.3	20000	197	1.01667	20000
30	1.8	30000	86	2.23333	20000	142	1.6	20000	198	1.9	20000
31	2.28333	30000	87	1.55	20000	143	1.65	20000	199	2.01667	20000
32	1.91667	30000	88	1.78333	20000	144	2.15	20000	200	2.13333	20000
33	1.45	30000	89	1.68333	20000	145	2.23333	20000	201	0.98333	20000
34	1.46667	20000	90	1.63333	20000	146	2.18333	20000	202	1.95	20000
35	1.5	20000	91	1.5	20000	147	2.08333	20000	203	1.05	20000
36	1.63333	20000	92	1.85	20000	148	1.9	20000	204	1.9	20000
37	1.75	20000	93	1.88333	20000	149	2.43333	20000	205	2.35	20000
38	1.95	20000	94	1.9	20000	150	1.91667	20000	206	2	20000
39	2.16667	20000	95	1.01667	20000	151	1.88333	20000	207	2.03333	20000
40	2	20000	96	1.05	20000	152	2.03333	20000	208	2.33333	20000

Figura 5.3: Datos del problema real

Cliente	Tiempo	Demanda									
41	1.31667	20000	97	1.68333	20000	153	2.16667	20000	209	2.33333	20000
42	1.63333	20000	98	1.81667	20000	154	1.63333	20000	210	2.31667	20000
43	2.05	20000	99	1.86667	20000	155	1.65	20000	211	2.18333	20000
44	2.23333	20000	100	1.81667	20000	156	2.11667	20000	212	2.18333	20000
45	1.78333	20000	101	1.81667	20000	157	1.95	20000	213	2.11667	20000
46	1.71667	20000	102	1.71667	20000	158	1.6	20000	214	2.1	20000
47	1.03333	20000	103	1.91667	20000	159	2	20000	215	1.18333	20000
48	1.76667	20000	104	1.5	20000	160	1.63333	20000	216	1.85	20000
49	0.96667	20000	105	1.75	20000	161	2.41667	20000	217	1.78333	20000
50	2.1	20000	106	1.7	20000	162	1.96667	20000	218	1.71667	20000
51	2.08333	20000	107	1.83333	20000	163	1.75	20000	219	1.8	20000
52	1.71667	20000	108	1.66667	20000	164	1.96667	20000	220	1.61667	20000
53	2.23333	20000	109	1.45	20000	165	2.16667	20000	221	1.68333	20000
54	1.93333	20000	110	2.13333	20000	166	2.35	20000	222	1.73333	20000
55	1.4	20000	111	1.96667	20000	167	2.05	20000	223	2.08333	20000
56	1.46667	20000	112	1.63333	20000	168	1.85	20000	224	2.23333	20000
225	1.86667	20000	250	2.05	20000	275	2.4	20000	300	2.66667	20000
226	0.9	20000	251	1.81667	20000	276	1.03333	20000	301	1.61667	20000
227	1.9	20000	252	1.81667	20000	277	2.53333	20000	302	2.11667	20000
228	1.46667	20000	253	1.36667	20000	278	1.81667	20000	303	1.91667	20000
229	2.18333	20000	254	1.73333	20000	279	2.11667	20000			
230	2.16667	20000	255	2.68333	20000	280	2.16667	20000			
231	1.03333	20000	256	2.11667	20000	281	1.9	20000			
232	2.4	20000	257	2	20000	282	2.13333	20000			
233	2.13333	20000	258	2.23333	20000	283	2.15	20000			
234	2	20000	259	1.58333	20000	284	1.93333	20000			
235	2.11667	20000	260	0.86667	20000	285	1.6	20000			
236	2.25	20000	261	2.43333	20000	286	0.86667	20000			
237	2.06667	20000	262	1.63333	20000	287	0.86667	20000			
238	1.86667	20000	263	2.28333	20000	288	2.15	20000			
239	1.75	20000	264	1.91667	20000	289	2.38333	20000			
240	2.13333	20000	265	1.76667	20000	290	1.95	20000			
241	0.9	20000	266	1.73333	20000	291	2.13333	20000			
242	1.81667	20000	267	2.38333	20000	292	1.06667	20000			
243	2.23333	20000	268	1.83333	20000	293	1.91667	20000			
244	1.85	20000	269	2.43333	20000	294	1.78333	20000			
245	1.88333	20000	270	2.15	20000	295	2.28333	20000			
246	2.03333	20000	271	2.13333	20000	296	1.73333	20000			
247	2.01667	20000	272	2.01667	20000	297	2.3	20000			
248	2.01667	20000	273	1.78333	20000	298	1.8	20000			
249	2	20000	274	1.71667	20000	299	2.43333	20000			

Figura 5.4: Datos del problema real

	Tipos de Vehículos		Total de Vehículos
	A	B	
Capacidad	20000	30000	
Cantidad de Vehículos	37	8	45

Figura 5.5: Parámetros de los vehículos

Dentro de la red del problema existen costos variables los cuales corresponden a cada uno de los clientes estos costos se activan una vez que al cliente le ha sido programada una visita por el equipo y los costos son los siguientes figuras 5.6.

Cliente	Costo	Cliente	Costo	Cliente	Costo	Cliente	Costo	Cliente	Costo
Cliente1	673	Cliente41	694	Cliente81	458	Cliente121	596	Cliente161	671
Cliente2	410	Cliente42	473	Cliente82	440	Cliente122	530	Cliente162	608
Cliente3	540	Cliente43	531	Cliente83	441	Cliente123	480	Cliente163	613
Cliente4	570	Cliente44	492	Cliente84	453	Cliente124	515	Cliente164	619
Cliente5	449	Cliente45	581	Cliente85	655	Cliente125	492	Cliente165	475
Cliente6	664	Cliente46	601	Cliente86	439	Cliente126	665	Cliente166	421
Cliente7	431	Cliente47	414	Cliente87	661	Cliente127	446	Cliente167	564
Cliente8	444	Cliente48	512	Cliente88	685	Cliente128	626	Cliente168	576
Cliente9	670	Cliente49	690	Cliente89	454	Cliente129	403	Cliente169	633
Cliente10	521	Cliente50	431	Cliente90	536	Cliente130	602	Cliente170	584
Cliente11	657	Cliente51	554	Cliente91	434	Cliente131	407	Cliente171	501
Cliente12	497	Cliente52	602	Cliente92	437	Cliente132	554	Cliente172	587
Cliente13	634	Cliente53	406	Cliente93	492	Cliente133	484	Cliente173	525
Cliente14	499	Cliente54	692	Cliente94	428	Cliente134	465	Cliente174	557
Cliente15	684	Cliente55	455	Cliente95	494	Cliente135	501	Cliente175	679
Cliente16	636	Cliente56	613	Cliente96	585	Cliente136	626	Cliente176	538
Cliente17	459	Cliente57	425	Cliente97	453	Cliente137	692	Cliente177	492
Cliente18	585	Cliente58	490	Cliente98	554	Cliente138	420	Cliente178	657
Cliente19	559	Cliente59	568	Cliente99	598	Cliente139	559	Cliente179	479
Cliente20	526	Cliente60	640	Cliente100	586	Cliente140	513	Cliente180	537
Cliente21	679	Cliente61	485	Cliente101	531	Cliente141	466	Cliente181	512
Cliente22	452	Cliente62	698	Cliente102	599	Cliente142	635	Cliente182	509
Cliente23	621	Cliente63	558	Cliente103	450	Cliente143	564	Cliente183	693
Cliente24	652	Cliente64	690	Cliente104	401	Cliente144	446	Cliente184	548
Cliente25	592	Cliente65	685	Cliente105	487	Cliente145	523	Cliente185	418
Cliente26	672	Cliente66	495	Cliente106	400	Cliente146	585	Cliente186	687
Cliente27	571	Cliente67	416	Cliente107	622	Cliente147	682	Cliente187	448
Cliente28	478	Cliente68	555	Cliente108	604	Cliente148	410	Cliente188	507
Cliente29	535	Cliente69	425	Cliente109	560	Cliente149	514	Cliente189	496
Cliente30	613	Cliente70	426	Cliente110	407	Cliente150	552	Cliente190	490
Cliente31	448	Cliente71	622	Cliente111	615	Cliente151	691	Cliente191	598
Cliente32	535	Cliente72	693	Cliente112	609	Cliente152	543	Cliente192	539
Cliente33	447	Cliente73	574	Cliente113	521	Cliente153	556	Cliente193	576
Cliente34	505	Cliente74	583	Cliente114	510	Cliente154	542	Cliente194	586
Cliente35	447	Cliente75	443	Cliente115	603	Cliente155	575	Cliente195	647
Cliente36	422	Cliente76	633	Cliente116	505	Cliente156	442	Cliente196	464
Cliente37	505	Cliente77	516	Cliente117	515	Cliente157	658	Cliente197	634
Cliente38	648	Cliente78	666	Cliente118	693	Cliente158	667	Cliente198	459
Cliente39	639	Cliente79	480	Cliente119	411	Cliente159	611	Cliente199	436
Cliente40	463	Cliente80	513	Cliente120	420	Cliente160	593	Cliente200	635

Figura 5.6: Costos variables

Ciiente	Costo	Ciiente	Costo	Ciiente	Costo
Ciiente201	439	Ciiente242	689	Ciiente283	507
Ciiente202	581	Ciiente243	428	Ciiente284	557
Ciiente203	558	Ciiente244	558	Ciiente285	525
Ciiente204	577	Ciiente245	517	Ciiente286	600
Ciiente205	659	Ciiente246	679	Ciiente287	507
Ciiente206	477	Ciiente247	581	Ciiente288	638
Ciiente207	423	Ciiente248	454	Ciiente289	682
Ciiente208	474	Ciiente249	618	Ciiente290	605
Ciiente209	540	Ciiente250	571	Ciiente291	618
Ciiente210	463	Ciiente251	437	Ciiente292	630
Ciiente211	554	Ciiente252	421	Ciiente293	601
Ciiente212	482	Ciiente253	487	Ciiente294	639
Ciiente213	603	Ciiente254	509	Ciiente295	626
Ciiente214	656	Ciiente255	615	Ciiente296	662
Ciiente215	519	Ciiente256	430	Ciiente297	402
Ciiente216	505	Ciiente257	600	Ciiente298	465
Ciiente217	653	Ciiente258	453	Ciiente299	683
Ciiente218	527	Ciiente259	520	Ciiente300	580
Ciiente219	586	Ciiente260	632	Ciiente301	670
Ciiente220	522	Ciiente261	433	Ciiente302	519
Ciiente221	648	Ciiente262	533	Ciiente303	596
Ciiente222	688	Ciiente263	646		
Ciiente223	624	Ciiente264	666		
Ciiente224	486	Ciiente265	584		
Ciiente225	423	Ciiente266	566		
Ciiente226	598	Ciiente267	442		
Ciiente227	400	Ciiente268	519		
Ciiente228	493	Ciiente269	522		
Ciiente229	421	Ciiente270	412		
Ciiente230	467	Ciiente271	596		
Ciiente231	525	Ciiente272	485		
Ciiente232	557	Ciiente273	546		
Ciiente233	624	Ciiente274	567		
Ciiente234	448	Ciiente275	680		
Ciiente235	696	Ciiente276	604		
Ciiente236	657	Ciiente277	516		
Ciiente237	428	Ciiente278	464		
Ciiente238	596	Ciiente279	699		
Ciiente239	469	Ciiente280	405		
Ciiente240	413	Ciiente281	650		
Ciiente241	564	Ciiente282	477		

Figura 5.6: Costos variables

Los resultados obtenidos con este modelo es la programación detallada de la distribución de los equipos a cada viaje, por cliente y la hora a la que debe de partir a cada uno de sus viajes, en este problema se manejo un total de 15 viajes como máximo, de acuerdo a la duración de los recorridos entre la planta y cada cliente en la red.

En los resultados que se presentan en la siguiente figura 5.7 se puede observar un resumen de los aspectos más importantes del problema, tales como el número de autos que debe de tener la planta para satisfacer la demanda y los viajes a realizar así como el costo total de transporte, es importante decir que la planta sólo cuenta con 45 autos disponibles y con este número de autos no es suficiente para poder cubrir la demanda. Por lo tanto es necesario aumentar este número a 53 como resultado del

análisis del caso. Esto nos permitiría cumplir a tiempo con nuestros pedidos.

Problema	Autos en Planta 1	# Viajes en la planta 1	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
Actual	53	304	33469928	11.14%	0.1	151435	80	8.00

Figura 5.7: Resumen de la situación actual

Como resultado de está investigación se recomienda aumentar el número de vehículos en la planta para tener capacidad suficiente para poder cumplir con esta demanda y mejorar el servicio al cliente que se tiene.

5.2. Problema 2

El problema consiste en seleccionar la cantidad óptima de equipos de distribución, así como asignar las rutas que seguirán los equipos para llegar a los clientes bajo las siguientes condiciones: los equipos deberán de realizar por lo menos 3 viajes si es que han sido seleccionados para formar la flotilla de las plantas (en este caso dos plantas), la demanda es múltiplo de la capacidad de cada vehículo, los viajes de cada vehículo son entre la planta y un solo cliente, no se permite visitar a mas de un cliente por viaje, esto nos representa dos red tipo estrella unidas donde los viajes hechos por cada vehículo son entre la planta y un solo cliente.

Los tiempos de recorrido utilizados para este problema se pueden encontrar en la figura 5.8 y 5.9, los cuales se presentan a continuación.

Los datos de la demanda y costos variables utilizados para este problema se presentan en la figura 5.10.

Los resultados obtenidos con este modelo es la programación detallada de la distribución de los equipos a cada viaje, por cliente, por planta y la hora a la que debe de partir a cada uno de sus viajes. En este problema se manejo un total de 15 viajes

	Planta1	Planta2		Planta1	Planta2		Planta1	Planta2		Planta1	Planta2
Ciente1	1.432	2.8	Ciente41	1.316	0.7	Ciente81	1.6	2.87	Ciente121	1.683	2.6
Ciente2	1.516	3.2	Ciente42	1.633	0.8	Ciente82	1.116	2.65	Ciente122	1.45	2.5
Ciente3	1.666	3.8	Ciente43	2.05	1	Ciente83	2.433	1.1	Ciente123	1.733	2.4
Ciente4	1.65	4.2	Ciente44	2.233	1	Ciente84	1.716	1	Ciente124	1.883	2.6
Ciente5	2.2	1.1	Ciente45	1.783	0.8	Ciente85	1.71	1	Ciente125	1.6	2.9
Ciente6	1.9	4.2	Ciente46	1.716	0.8	Ciente86	2.233	1.1	Ciente126	2.166	2.8
Ciente7	1.866	4.8	Ciente47	1.033	0.6	Ciente87	1.55	2.66	Ciente127	1.73	2.5
Ciente8	1.716	3.5	Ciente48	1.766	0.7	Ciente88	1.783	2.78	Ciente128	1.933	1
Ciente9	1.966	5.6	Ciente49	0.966	0.9	Ciente89	1.683	2.98	Ciente129	2.05	1
Ciente10	2.133	5.4	Ciente50	2.1	1.01	Ciente90	1.633	2.98	Ciente130	1.5	2.5
Ciente11	1.7	4.2	Ciente51	2.083	1	Ciente91	1.5	2.67	Ciente131	1.883	2.7
Ciente12	2.316	6.2	Ciente52	1.716	0.8	Ciente92	1.85	2.31	Ciente132	1.5	2.5
Ciente13	1.616	7.2	Ciente53	2.233	1.1	Ciente93	1.883	2.33	Ciente133	1.75	2.4
Ciente14	1.933	1.2	Ciente54	1.933	1	Ciente94	1.9	1	Ciente134	1.433	2.8
Ciente15	1.833	0.9	Ciente55	1.4	2.56	Ciente95	1.01	2.5	Ciente135	2.05	1.2
Ciente16	1.283	2.8	Ciente56	1.466	0.7	Ciente96	1.05	2.5	Ciente136	1.9	1
Ciente17	1.766	3.4	Ciente57	2.283	1.1	Ciente97	1.683	1	Ciente137	1.383	2.6
Ciente18	1.983	7.2	Ciente58	2.2	1.1	Ciente98	1.816	1.4	Ciente138	2.216	1.2
Ciente19	1.8	5.4	Ciente59	2.066	1	Ciente99	1.866	1.4	Ciente139	2	1
Ciente20	2.116	6.1	Ciente60	2.251	1.1	Ciente100	1.816	1.4	Ciente140	1.75	2.4
Ciente21	2.01	3.5	Ciente61	2.85	1.2	Ciente101	1.816	1.4	Ciente141	2.3	1.1
Ciente22	1.466	3	Ciente62	2.016	1	Ciente102	1.716	1	Ciente142	1.6	5.2
Ciente23	1.783	4.5	Ciente63	1.651	0.8	Ciente103	1.916	1.1	Ciente143	1.65	3.8
Ciente24	1.983	7.2	Ciente64	2.48	1.1	Ciente104	1.5	1	Ciente144	2.15	5.8
Ciente25	1.25	2.5	Ciente65	1.65	0.8	Ciente105	1.75	1	Ciente145	2.23	6.2
Ciente26	1.616	2.8	Ciente66	1.96	0.9	Ciente106	1.7	1	Ciente146	2.183	1.2
Ciente27	2.183	1.5	Ciente67	1.7	2.4	Ciente107	1.833	1.1	Ciente147	2.083	1
Ciente28	2.05	1	Ciente68	2.05	1	Ciente108	1.66	1	Ciente148	1.9	1
Ciente29	1.95	4.21	Ciente69	1.381	0.65	Ciente109	1.45	1.2	Ciente149	2.433	6.5
Ciente30	1.8	5.6	Ciente70	1.96	0.86	Ciente110	2.133	1.2	Ciente150	1.916	7.2
Ciente31	2.283	1.1	Ciente71	2.016	1	Ciente111	1.966	1.1	Ciente151	1.883	5.8
Ciente32	1.916	8.2	Ciente72	1.73	0.88	Ciente112	1.633	1	Ciente152	2.033	6.2
Ciente33	1.45	1.02	Ciente73	1.06	2.35	Ciente113	1.15	2	Ciente153	2.166	4.8
Ciente34	1.466	1.2	Ciente74	1.85	2.67	Ciente114	1.516	2.5	Ciente154	1.633	2.8
Ciente35	1.5	5.6	Ciente75	1.916	1	Ciente115	1.55	2.5	Ciente155	1.65	3.8
Ciente36	1.633	1.4	Ciente76	1.883	1	Ciente116	1.066	2.5	Ciente156	2.116	5.8
Ciente37	1.75	1.3	Ciente77	2.433	1.2	Ciente117	1.766	2.9	Ciente157	1.95	4.8
Ciente38	1.95	0.98	Ciente78	1.716	2.87	Ciente118	1.683	2.6	Ciente158	1.6	1.05
Ciente39	2.166	1.1	Ciente79	2.31	1.1	Ciente119	1.333	2.6	Ciente159	2	3.5
Ciente40	2	4	Ciente80	1.816	0.8	Ciente120	2.316	1.1	Ciente160	1.633	1

Figura 5.8: Tiempos de recorrido del problema 2

	Planta1	Planta2									
Cliente161	2.416	1	Cliente201	0.983	4.68	Cliente241	0.9	3.12	Cliente281	1.9	4.2
Cliente162	1.966	3.5	Cliente202	1.95	3.87	Cliente242	1.816	3.97	Cliente282	2.133	4.68
Cliente163	1.75	1.25	Cliente203	1.05	4.95	Cliente243	2.23	5.91	Cliente283	2.15	4.69
Cliente164	1.966	4.8	Cliente204	1.9	5.98	Cliente244	1.85	3.59	Cliente284	1.933	4.15
Cliente165	2.166	5.8	Cliente205	2.35	6.85	Cliente245	1.883	3.86	Cliente285	1.6	3.68
Cliente166	2.35	6.5	Cliente206	2	5.24	Cliente246	2.033	6.32	Cliente286	0.866	3.95
Cliente167	2	5.2	Cliente207	2.033	6.85	Cliente247	2.016	6.75	Cliente287	0.866	3.95
Cliente168	1.86	3.9	Cliente208	2.333	5.85	Cliente248	2.016	6.75	Cliente288	2.15	5.85
Cliente169	2.233	6.4	Cliente209	2.333	5.49	Cliente249	2	5	Cliente289	2.383	5.98
Cliente170	2.116	2.85	Cliente210	2.316	6.76	Cliente250	2.05	5.24	Cliente290	1.95	4.85
Cliente171	1.833	2.5	Cliente211	2.183	4.68	Cliente251	1.816	3.98	Cliente291	2.133	5.95
Cliente172	1.333	5.8	Cliente212	2.183	5.95	Cliente252	1.816	3.98	Cliente292	1.066	3.85
Cliente173	2.166	6.5	Cliente213	2.116	4.29	Cliente253	1.366	4.58	Cliente293	1.916	3.96
Cliente174	1.766	4.8	Cliente214	2.1	8.1	Cliente254	1.733	4.87	Cliente294	1.783	4.85
Cliente175	1.766	3.5	Cliente215	1.183	4.75	Cliente255	2.683	6.52	Cliente295	2.283	6.25
Cliente176	2.016	1.05	Cliente216	1.85	4.26	Cliente256	2.11	5.21	Cliente296	1.733	5.26
Cliente177	1.583	3.85	Cliente217	1.783	4.95	Cliente257	2	5	Cliente297	2.3	5.87
Cliente178	2.433	1.02	Cliente218	1.716	5.18	Cliente258	2.233	5.75	Cliente298	1.8	4.65
Cliente179	1.816	8.2	Cliente219	1.8	8.52	Cliente259	1.583	4.21	Cliente299	2.433	5.98
Cliente180	1.966	2.3	Cliente220	1.616	3.95	Cliente260	0.866	3.48	Cliente300	2.666	6.25
Cliente181	2.183	1.04	Cliente221	1.683	4.51	Cliente261	2.433	6.45	Cliente301	1.616	4.85
Cliente182	1.7	1	Cliente222	1.733	4.87	Cliente262	1.633	3.85	Cliente302	2.116	5.26
Cliente183	0.95	4.05	Cliente223	2.083	8.54	Cliente263	2.283	5.64	Cliente303	1.916	5.49
Cliente184	1.733	6.7	Cliente224	2.233	7.54	Cliente264	1.916	5.21			
Cliente185	2.05	7.25	Cliente225	1.866	4.21	Cliente265	1.766	4.39			
Cliente186	2.033	7.48	Cliente226	0.9	4.85	Cliente266	1.733	4.39			
Cliente187	2.333	6.85	Cliente227	1.9	5.85	Cliente267	2.383	5.89			
Cliente188	1.483	7.12	Cliente228	1.466	6.21	Cliente268	1.833	4.87			
Cliente189	1.683	3.21	Cliente229	2.183	5.84	Cliente269	2.433	5.48			
Cliente190	1.65	3.45	Cliente230	2.166	6.89	Cliente270	2.15	5.34			
Cliente191	2.052	6	Cliente231	1.033	3.85	Cliente271	2.133	5.34			
Cliente192	1.8	5	Cliente232	2.4	5.85	Cliente272	2.01	5.2			
Cliente193	1.966	4.8	Cliente233	2.133	5.64	Cliente273	1.783	3.75			
Cliente194	0.766	5.6	Cliente234	2	4.85	Cliente274	1.716	3.85			
Cliente195	2.316	7.62	Cliente235	2.116	5.74	Cliente275	2.4	5.24			
Cliente196	2.183	8.2	Cliente236	2.25	5.23	Cliente276	1.033	3.2			
Cliente197	1.016	9.5	Cliente237	2.066	4.95	Cliente277	2.533	6.47			
Cliente198	1.9	7.25	Cliente238	1.866	3.84	Cliente278	1.816	3.95			
Cliente199	2.016	4.85	Cliente239	1.75	3.96	Cliente279	2.116	5.24			
Cliente200	2.133	3.68	Cliente240	2.133	5.29	Cliente280	2.166	5.68			

Figura 5.9: Tiempos de recorrido del problema 2

	Planta1	Planta2	Demanda		Planta1	Planta2	Demanda		Planta1	Planta2	Demanda	
Ciente1	484	459	30000		Ciente51	632	322	20000	Ciente101	504	514	20000
Ciente2	660	434	30000		Ciente52	560	226	20000	Ciente102	638	666	20000
Ciente3	559	548	30000		Ciente53	427	259	20000	Ciente103	543	408	20000
Ciente4	518	558	30000		Ciente54	599	691	20000	Ciente104	446	626	20000
Ciente5	555	457	30000		Ciente55	473	233	20000	Ciente105	572	414	20000
Ciente6	497	620	30000		Ciente56	536	227	20000	Ciente106	687	500	20000
Ciente7	639	403	30000		Ciente57	455	212	20000	Ciente107	411	540	20000
Ciente8	631	689	30000		Ciente58	536	268	20000	Ciente108	690	518	20000
Ciente9	524	439	30000		Ciente59	641	329	20000	Ciente109	685	531	20000
Ciente10	636	668	30000		Ciente60	544	208	20000	Ciente110	412	662	20000
Ciente11	518	652	30000		Ciente61	504	253	20000	Ciente111	523	502	20000
Ciente12	683	689	30000		Ciente62	542	278	20000	Ciente112	551	676	20000
Ciente13	517	602	30000		Ciente63	478	255	20000	Ciente113	439	438	20000
Ciente14	574	643	30000		Ciente64	550	272	20000	Ciente114	616	485	20000
Ciente15	425	522	30000		Ciente65	565	222	20000	Ciente115	643	503	20000
Ciente16	536	523	30000		Ciente66	466	270	20000	Ciente116	593	644	20000
Ciente17	486	645	30000		Ciente67	453	251	20000	Ciente117	488	624	20000
Ciente18	425	451	30000		Ciente68	570	260	20000	Ciente118	583	450	20000
Ciente19	506	581	30000		Ciente69	545	294	20000	Ciente119	427	667	20000
Ciente20	576	573	30000		Ciente70	685	395	20000	Ciente120	461	514	20000
Ciente21	663	525	30000		Ciente71	465	269	20000	Ciente121	478	584	20000
Ciente22	478	559	30000		Ciente72	622	292	20000	Ciente122	523	547	20000
Ciente23	468	501	30000		Ciente73	456	218	20000	Ciente123	452	644	20000
Ciente24	613	432	30000		Ciente74	501	216	20000	Ciente124	671	650	20000
Ciente25	694	634	30000		Ciente75	416	226	20000	Ciente125	476	537	20000
Ciente26	645	646	30000		Ciente76	571	240	20000	Ciente126	610	461	20000
Ciente27	612	458	30000		Ciente77	493	281	20000	Ciente127	437	445	20000
Ciente28	479	423	30000		Ciente78	628	347	20000	Ciente128	693	550	20000
Ciente29	470	527	30000		Ciente79	690	391	20000	Ciente129	487	486	20000
Ciente30	700	699	30000		Ciente80	454	239	20000	Ciente130	504	409	20000
Ciente31	652	476	30000		Ciente81	697	325	20000	Ciente131	649	420	20000
Ciente32	500	463	30000		Ciente82	465	237	20000	Ciente132	510	444	20000
Ciente33	538	673	30000		Ciente83	404	217	20000	Ciente133	447	514	20000
Ciente34	698	646	20000		Ciente84	402	238	20000	Ciente134	561	503	20000
Ciente35	523	404	20000		Ciente85	504	285	20000	Ciente135	501	674	20000
Ciente36	671	460	20000		Ciente86	655	390	20000	Ciente136	581	537	20000
Ciente37	601	657	20000		Ciente87	654	303	20000	Ciente137	420	519	20000
Ciente38	691	620	20000		Ciente88	441	286	20000	Ciente138	532	461	20000
Ciente39	476	528	20000		Ciente89	587	282	20000	Ciente139	631	521	20000
Ciente40	603	457	20000		Ciente90	436	214	20000	Ciente140	478	577	20000
Ciente41	610	415	20000		Ciente91	452	200	20000	Ciente141	669	584	20000
Ciente42	618	234	20000		Ciente92	483	260	20000	Ciente142	548	547	20000
Ciente43	463	230	20000		Ciente93	680	337	20000	Ciente143	675	673	20000
Ciente44	568	237	20000		Ciente94	572	221	20000	Ciente144	416	671	20000
Ciente45	539	349	20000		Ciente95	639	347	20000	Ciente145	421	487	20000
Ciente46	698	393	20000		Ciente96	508	220	20000	Ciente146	493	453	20000
Ciente47	600	370	20000		Ciente97	590	234	20000	Ciente147	520	667	20000
Ciente48	631	344	20000		Ciente98	479	457	20000	Ciente148	568	631	20000
Ciente49	646	395	20000		Ciente99	497	552	20000	Ciente149	420	446	20000
Ciente50	498	235	20000		Ciente100	629	518	20000	Ciente150	466	618	20000

Figura 5.10: Costos y demanda del problema 2

como máximo de acuerdo a la duración de los recorridos entre las plantas y cada cliente en la red.

En los resultados que se presentan en la siguiente figura 5.11 se puede observar un resumen de los aspectos más importantes del problema, tales como el número de autos que debe de tener cada planta para satisfacer la demanda y los viajes a realizar, así como el costo total de transporte.

Problemas	# autos utilizados	Autos en Planta 1	# Viajes en la planta 1	Autos en Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
Practico-1	46	39	243	7	61	29555200	9.12%	0.1	1066463	3760	18.33
Practico-2	44	35	225	9	79	28358088	9.24%	0.1	905902	16820	28.29

Figura 5.11: Resultados del problema 2

Es importante observar que existe un menor número de vehículos en la planta 2 en comparación a los de la planta 1 y menor en comparación a la situación actual debido a que comparten todos estos clientes y que desde ambas plantas se puede abastecer.

En la situación actual no es suficiente el número de vehículos disponibles para abastecer la demanda por lo cual el diseño de la solución arrojada por la programación entera mixta MIP nos proporciona el número óptimo de vehículos para satisfacer esta demanda de más de 300 clientes a un costo mínimo.

Si se observa que en el problema práctico 2 se trata de encontrar un número menor de vehículos entre las dos plantas en comparación con una sola planta y disminuir el costo de transporte, los resultados obtenidos por este diseño es que se necesitan un total de 44 autos distribuidos en 35 para la planta 1 con un total de 225 viajes y 9 autos para la planta 2 con un total de 79 viajes. ver figura 5.12 .

	Capacidad 1	Capacidad 2	Total de Autos
Planta 1	29	6	35
Planta 2	9	0	9

Figura 5.12: Cantidad de vehículos

Capítulo 6

Experimentación del Modelo

A lo largo de este capítulo se mostrarán los resultados obtenidos de los problemas generados aleatoriamente, los cuales nos servirán para evaluar al modelo y elaborar conclusiones del desempeño del mismo. Para esto se utilizaron 2 tipos de problemas: 1) El primer tipo de problema considera las ventanas de tiempo abiertas es decir se le permite al vehículo llegar fuera de la ventana de atención a proveedores sin pagar un costo por ello. 2) El segundo tipo de problemas consideran ventanas de tiempo cerradas es decir existe un tiempo determinado de atención al proveedor para recepción del producto en el cual NO se le es permitido llegar al vehículo fuera de esta ventana si así lo hiciera pagaría un costo extra por hacerlo.

6.1. ¿Cómo generamos los problemas de prueba?

Para generar estos variados problemas de prueba o experimentos computacionales se necesitó de un lenguaje de programación que permitiera una definición de una nomenclatura muy clara y que nos permitiera identificar las dimensiones de los problemas a generar, se optó por utilizar el lenguaje de programación C++.

Este programa nos permite elaborar un archivo o fichero de datos con la extensión .dat como por ejemplo datos.dat el cual es necesario para que AMPL pueda resolver

el problema. La justificación de utilizar este programa en C++ es debido a que para generar este archivo de datos de 10 clientes con 5 vehículos no sería muy costoso en cuanto al tiempo, pero si se quisiera probar este modelo con casos mucho más grandes como, con 100 clientes y 50 vehículos resultaría muy difícil en construir una tabla de 5000 datos. Este programa en lenguaje C++ nos genera un fichero o archivo con el tipo de formato el cual puede interpretar AMPL, el cual sería datos.dat, introduciendo los parámetros necesarios como: número de plantas, clientes, vehículos, viajes máximos de los vehículos y las ventanas de tiempo, estos datos definen los conjuntos del modelo, así como generar aleatoriamente los costo fijos, variables, costos asociados a las ventanas de tiempo y los tiempos de recorrido de a cada cliente desde cada planta y las demandas de cada uno de los clientes. Este archivo o fichero de datos tiene la siguiente nomenclatura la cual se muestra en el cuadro 6.1.

Tipo de Problema	Significado
PRV-II-P-JJ-KK-E	
II	Número de Clientes
P	Número de Platas
JJ	Número de Viajes por Vehículo
KK	Número de Vehículos
E	Tipo de Problema

Cuadro 6.1: Nomenclatura de los problemas generados

De esta manera al leer el nombre del problema se puede identificar que clase se problema es según sus dimensiones. Como podemos observar en el siguiente ejemplo, si tenemos un problema con el nombre PRV-50-2-15-30-1.dat se puede visualizar las dimensiones del mismo las cuales son un Problema de Ruteo de Vehículos con un tamaño de 50 clientes, 2 plantas, 15 viajes como máximo por vehículo, con 30 vehículos a disposición y si deseamos que el problema sea con ventanas del tipo cerradas observamos un 1 y si no existe esto quiere decir que son ventanas del tipo abiertas.

6.2. Problema de asignación de vehículos con ventanas de tiempo abiertas

Se llevaron a cabo diferentes pruebas de problemas de tamaño distintos teniendo como criterios que el numero de vehículos estaría entre los 30 y 40 por cada problema y que el número de clientes estaría entre los 10 y 300, así mismo se maneja un número de plantas fijo igual a 2 y el conjunto de viajes máximos a realizar por vehículo fue de 15, también se estableció que el tipo de vehículos estaría fijo y sería de 2 tipos. En este tipo de problemas le es permitido al vehículo incumplir con la ventana de tiempo de servicio y además no se cargara un costo extra por este incumplimiento.

A consecuencia del tamaño de los problemas, se decidió utilizar un criterio de parada para todos los casos, el cual será el tiempo total de ejecución del solver que es de 8 horas CPU. Por lo tanto, el algoritmo utilizado, en este caso CPLEX, se detiene si en dado caso no encuentra una solución entera en un lapso de 8 horas.

A continuación se presentan los resultados obtenidos con instancias de ventanas de tiempo abiertas figuras 6.1, 6.2, 6.3.

Problema	# Autos Utilizados	Autos en Planta 1	# Viajes en la Planta 1	Autos en Planta 2	# Viajes en la Planta 2	Valor Objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	Branch-and-Bound Nodos	Tiempo en Horas
PRV-10-2-15-30	2	1	10	1	10	1210081	29.43	0.1	11468122	231828	8.00
PRV-20-2-15-30	3	2	15	1	14	2115070	32.17%	0.1	6219216	218536	8.00
PRV-30-2-15-30	4	2	21	2	22	3022980	25.14%	0.1	3728037	117210	8.00
PRV-40-2-15-30	4	1	11	3	33	2730340	17.05%	0.1	2678513	77689	8.00
PRV-50-2-15-30	6	4	39	2	18	3939170	20.44%	0.1	2804007	48576	8.00
PRV-100-2-15-30	11	6	59	5	48	7572540	10.55%	0.1	1179810	4018	8.00
PRV-150-2-15-30	16	8	75	8	73	11212100	6.50%	0.1	280133	1000	3.76
PRV-200-2-15-30	23	10	95	13	120	15739800	4.94%	0.1	283350	600	3.87
PRV-250-12-15-30	31	14	128	17	153	20870600	13.43%	0.1	338012	1111	8.00
PRV-300-2-15-30	33	16	150	17	162	23014500	8.97%	0.1	168451	60	2.30

Figura 6.1: Resultados de problemas con ventanas de tiempo abiertas

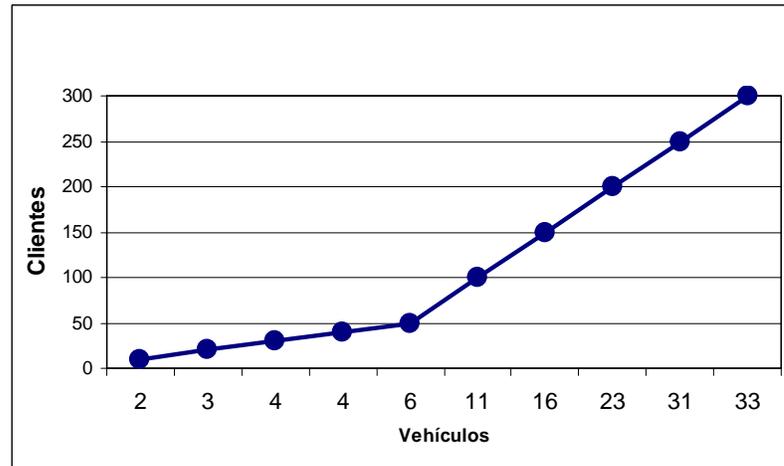


Figura 6.2: Vehículos utilizados vs Clientes

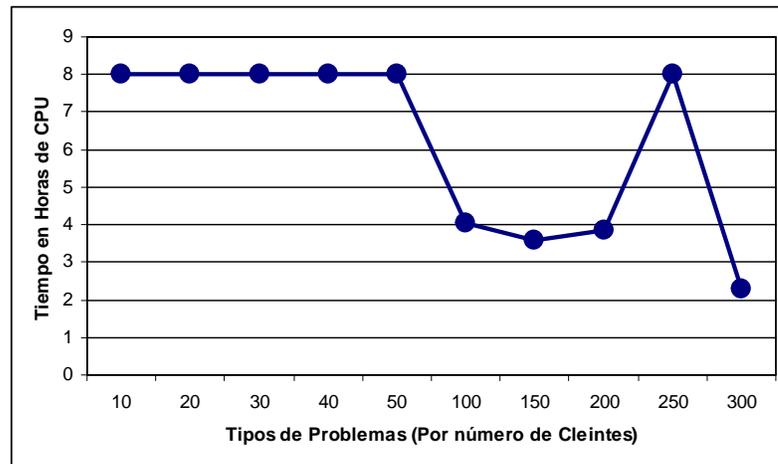


Figura 6.3: Tiempos de cpu vs Tipos de problemas

6.3. Problema de asignación de vehículos con ventanas de tiempo cerradas

De la misma forma en que se realizaron las pruebas con las ventanas abiertas, se realizaron las pruebas con ventanas cerradas. En este tipo de problemas NO le es permitido al vehículo incumplir con la ventana de tiempo de servicio y además se cargara un costo extra por este incumplimiento. Se consideran las mismas variaciones de parámetros para la generación de estos problemas.

Estos resultados son presentados a continuación figura 6.4, 6.5, 6.6.

Problema	# Autos Utilizados	Autos en Planta 1	# Viajes en la Planta 1	Autos en Planta 2	# Viajes en la Planta 2	Valor Objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	Branch-and-Bound Nodos	Tiempo en Horas
PRV-10-2-15-30	2	1	9	1	10	1209330	54.79%	0.1	4159715	38840	8.00
PRV-20-2-15-30	3	1	11	2	24	2137690	25.29%	0.1	2310486	3416	8.00
PRV-30-2-15-30	4	2	21	2	22	3046510	19.71%	0.1	476885	137	8.00
PRV-40-2-15-30	4	2	21	2	19	2766630	12.83%	0.1	216149	30	8.00
PRV-50-2-15-30	6	3	29	3	29	4285490	12.89%	0.1	242879	47	8.00
PRV-100-2-15-30	17	10	97	7	70	12544600	51.98%	0.1	253815	0	8.00

Figura 6.4: Resultados de problemas con ventanas de tiempo cerradas

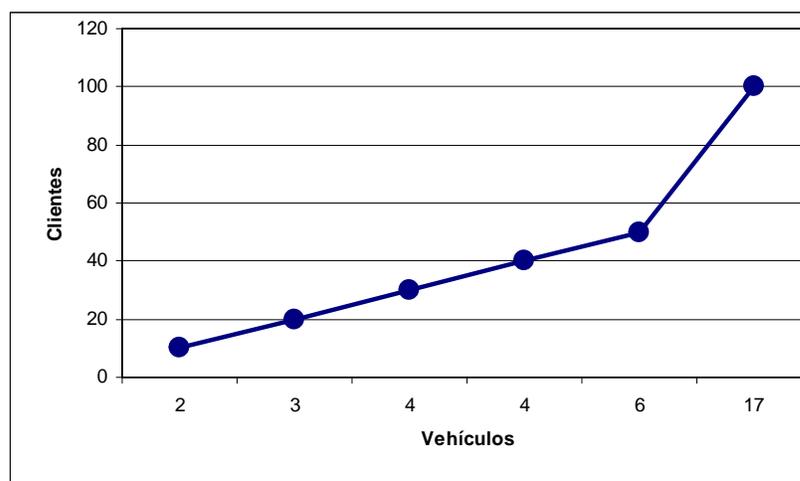


Figura 6.5: Vehículos utilizados vs Clientes

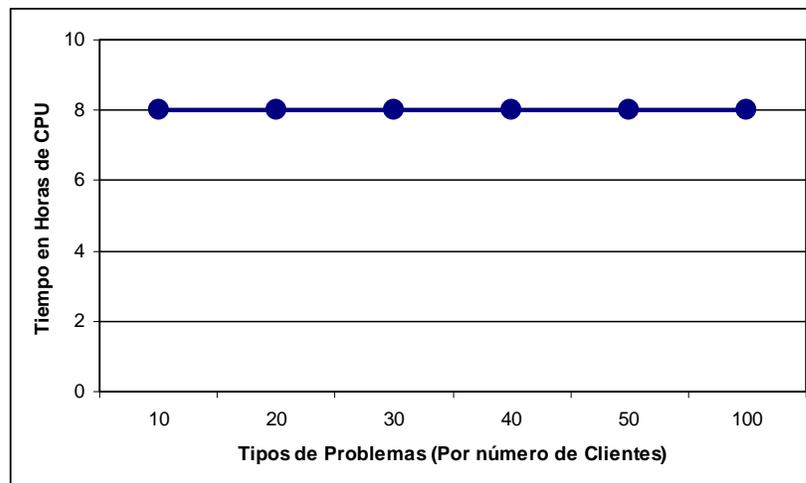


Figura 6.6: Tiempos de cpu vs Tipos de problemas

Capítulo 7

Conclusiones

7.1. Conclusiones

Se logro formular exitosamente el modelo matemático para nuestro problema de asignación de vehículos con ventanas de tiempo (VRPW) el cual fue planteado en programación entera mixta (MIP) y que da solución a los recursos de transporte. Tomado en cuenta que la principal diferencia de este modelo contra las formulaciones clásicas, esta en que la capacidad de los vehículos es menor que la demanda de los clientes y que maneja varios depósitos centrales o plantas de producción con el fin de reducir el incumplimiento en las ventanas de tiempo

7.2. Aportaciones

No existe un modelo entero lineal con las suposiciones establecidas que pueda dar solución a este problema, es por esto que se plantea un modelo lineal entero mixto (MIP) con resultados buenos debido a su utilidad en una implementación a un problema real.

El modelo da solución a los recursos de transporte proporcionando el número de vehículos a utilizar de cada planta, los viajes que deben de hacer cada vehículo y la

hora a la que debe de salir cada uno de los viajes.

7.3. Recomendaciones

El estudio de este modelo considerando ventanas de tiempo abiertas puede manejar problemas grandes y son resueltos por software comercial en un tiempo de cómputo razonable.

Al manejar problemas con ventanas cerradas se pueden manejar problemas medianos que pueden ser resueltos en un tiempo razonable, pero si tratamos de resolver problemas grandes sería necesario utilizar métodos o técnicas de solución más rápidas. Esta es un área de oportunidad para investigación a futuro. También se puede rediseñar o modificar la formulación de modelo de tal forma que pueda soportar las siguientes situaciones.

Existencia de restricciones en la capacidad de recibo de vehículos en el tiempo, en cada uno de los clientes. Es decir cuántos vehículos por hora pueden ser recibidos.

Posibilidad de tener las ventanas de tiempo múltiples. Es decir tener para varios días diferentes horarios de recibo.

Manejar una técnica heurística que sirva de un pre-procesamiento antes de aplicar un algoritmo exacto.

Apéndice A

Método Ramificación y Acotamiento (Branch and bound)

La técnica de ramificación-acotamiento usa un principio básico “divide y conquista” para explorar el conjunto de soluciones enteras factibles, aunque en lugar de explorar todas y cada una de las soluciones factibles. La técnica usa cotas en los costos óptimos para explorar sobre algunas secciones del conjunto de soluciones factibles.

Sea F el conjunto de soluciones factibles al problema

$$\begin{array}{ll} \text{mín } & cx \\ \text{s.t } & x \in F \end{array}$$

Podemos dividir al conjunto F en una colección finita de subconjuntos F_1, \dots, F_k , y resolver por separado cada uno de estos problemas

$$\begin{array}{ll} \text{mín } & cx \\ \text{s.t } & x \in F_i, i = 1, \dots, k \end{array}$$

Después comparamos las soluciones óptimas de los subproblemas y escogemos la mejor de ellas. Cada subproblema puede ser casi tan difícil como el problema original eso nos sugiere intentar resolver cada subproblema por medio del mismo método, esto

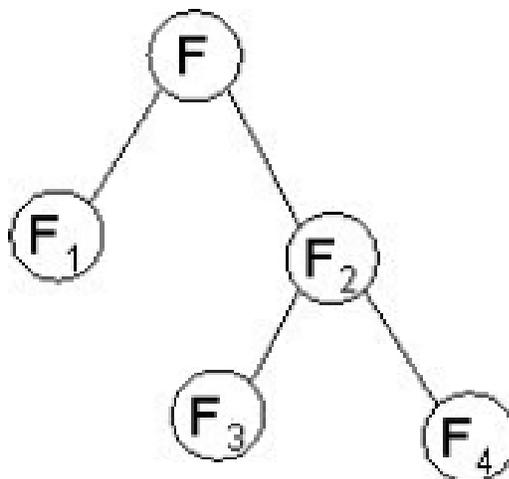


Figura A.1: Árbol de subproblemas generado en ramificación y acotamiento

es seguir dividiendo el problema en subproblemas, este procedimiento es la parte de ramificación del método, creando así un árbol de subproblemas A.1

Se supone la existencia de un algoritmo eficiente en el que para cada F_i de interés, se calcula una cota inferior $b(F_i)$ del costo óptimo de subproblema correspondiente esto es ,

$$b(F_i) \leq \min_{x \in F_i} c^T x$$

La idea principal del método consiste en que mientras que el costo óptimo del subproblema es difícil de calcular óptimamente, una cota del mismo puede resultar más fácil de obtener. Una forma usual de obtener dicha cota es usando el costo óptimo de la relajación lineal del problema. Durante el transcurso del algoritmo ocasionalmente se resuelven problemas a optimalidad o simplemente se evalúa el costo de ciertas soluciones factibles, esto nos permite mantener una cota superior U en el costo óptimo, la cual puede ser el costo de la mejor solución encontrada hasta el momento.

La esencia del método cae en la siguiente observación. Si la cota inferior $b(F_i)$ correspondiente a un subproblema en particular satisface $b(F_i) \geq U$, entonces este

problema no debe ser considerado en las siguientes iteraciones dado que la solución del subproblema no supera la mejor solución factible encontrada hasta ese momento.

En resumen el algoritmo a nivel general se describe a continuación.

En cualquier punto el algoritmo guarda en memoria un conjunto de los subproblemas activos y el costo U de la mejor la mejor solución factible encontrada hasta ese momento. Inicialmente U toma el valor de ∞ o el costo de alguna solución factible si está se encuentra disponible, así la iteración típica del algoritmo es de la siguiente forma

1. Seleccionar un subproblema F_i
2. Si el subproblema es infactible, se elimina, de otra forma se calcula la cota $b(F_i)$ para el subproblema correspondiente.
3. Si $b(F_i) \geq U$ se elimina el subproblema
4. Si $b(F_i) < U$ se puede obtener una solución óptima al subproblema o quebrar este en sus correspondientes subproblemas estos se agregan a la lista de subproblemas activos.

En este algoritmo existen algunos parámetros libres en la mayoría de los casos las mejores opciones son dictadas por la experiencia y el tipo del problema que se trata de resolver. Ejemplos de estos parámetros son:

- (a) Existen diferentes maneras de seleccionar un subproblema de activo, dos de las mas usadas son “breath first search ”y búsqueda del primero más profundo.
- (b) Hay varias formas de determinar la cota inferior $b(F_i)$ del costo optimo del los subproblemas, la mas común es considerar la relajación lineal del subproblema.
- (c) Existen muchas formas de quebrar el problema en subproblemas.

Como ilustración, suponemos que usamos como cota inferior $b(F_i)$ el costo óptimo del al relajación lineal donde las restricciones de integralidad son ignoradas. Si se obtiene una solución óptima entera del problema relajado esta automáticamente es una solución óptima para el correspondiente problema entero, eso evita la expansión

en los subproblemas. El siguiente paso es actualizar U (si la solución obtenida es mejor que el valor previo de U) y así podemos eliminar el actual subproblema, si la solución x^* al problema lineal relajado no es entera, entonces se escoge un componente x_i para el que x_i^* no es entero y se crean dos subproblemas agregando las siguientes restricciones

$$x_i \leq \lfloor x_i^* \rfloor, \quad \text{or} \quad x_i \leq \lceil x_i^* \rceil$$

Apéndice B

AMPL.

B.1. Introducción al lenguaje AMPL

AMPL es un lenguaje de modelado algebraico para programación matemática: un lenguaje capaz de expresar en notación algebraica problemas de optimización tales como los problemas de programación lineal. Veamos un pequeño ejemplo.

Problema. Una compañía fabrica tres productos, P1, P2 y P3, que precisan para su elaboración dos materias primas, M1 y M2. Las disponibilidades semanales de estas materias son 25 y 30 unidades, respectivamente.

El beneficio neto que proporciona cada unidad de producto, así como las unidades de materia prima que necesita para su elaboración, vienen dados en la siguiente tabla:

	P ₁	P ₂	P ₃
M1	1	2	2
M2	2	1	3
Beneficio (u.m)	2	6	3

Planificar la producción semanal de forma que se maximice el beneficio.

Solución:

Sean x_1, x_2, x_3 (x_i) la cantidad producida de P1, P2, P3 respectivamente (P_i , $i = 1, 2, 3$).

El problema a resolver sería el siguiente:

$$\begin{array}{rcll} \text{máx } z & = & 2x_1 & + & 6x_2 & + & 3x_3 \\ \text{s.a} & & x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & \leq & 25 \\ & & 2x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & \geq & 30 \\ & & & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

El modelo (modelo+datos) escrito en AMPL del ejemplo 1.1 es el siguiente:

```
# FABRICACION DE 3 PRODUCTOS CON 2 MATERIAS PRIMAS
# VARIABLES DE DECISION Y RESTRICCIONES DE NO NEGATIVIDAD
var x1 >= 0;
var x2 >= 0;
var x3 >= 0;
# FUNCION OBJETIVO DEL MODELO
maximize z : 2*x1 + 6*x2 + 3*x3;
# RESTRICCIONES DEL MODELO
subject to restriccion1 : x1 + 2*x2 + 2*x3 <= 25;
subject to restriccion2 : 2*x1 + x2 + 3*x3 <= 30;
```

Cuadro B.1: Modelo básico del ejemplo

Ejemplo en AMPL.

La gran potencia del lenguaje AMPL está en separar el modelo en sí y por un lado y por otro los datos particulares del problema concreto. Para entender esto mejor escribimos el problema del ejemplo 1.1 desde este punto de vista.

El modelo general con n productos y con m materias primas puede ser escrito de la siguiente manera:

Nota: las letras mayúsculas son distintas de las letras minúsculas en AMPL.

```
# MODELO: EJEMPLO1.MOD
# FABRICACION DE n PRODUCTOS CON m MATERIAS PRIMAS
# PARAMETROS DEL MODELO
param n >=0, integer;
param m >=0, integer;
# CONJUNTOS DE INDICES
set PRODUCTOS := 1..n;
set MPRIMAS := 1..m;
# VARIABLES DE DECISION Y RESTRICCIONES NO NEGATIVIDAD
var x {j in PRODUCTOS} >= 0;
# MAS PARAMETROS DEL MODELO
param c {i in PRODUCTOS};
param b {j in MPRIMAS};
param a {(i,j) in {MPRIMAS,PRODUCTOS}};
# FUNCION OBJETIVO DEL MODELO
maximize z : sum {j in PRODUCTOS} c[j]*x[j];
# RESTRICCIONES DEL MODELO
subject to restriccion {i in MPRIMAS} :
sum {j in PRODUCTOS} a[i,j]*x[j] <= b[i];
```

Cuadro B.2: Modelo general del ejemplo

```
# DATOS: EJEMPLO1.DAT
param n := 3;
param m := 2;
param c:=
1 2
2 6
```

```

3 3;
param a : 1 2 3:=
1 1 2 2
2 2 1 3;
param b:=
1 25
2 30;

```

Cuadro B.3: Datos para el ejemplo.

Existen dos tipos de constantes:

Constantes numéricas: un signo opcional, una secuencia de dígitos que pueden contener un punto decimal y un exponente opcional que comienza con una de las letras: d, D, e, E, como en 1.23D-45. Toda la aritmética en AMPL tiene la misma precisión (sobre la mayoría de las máquinas tiene precisión doble).

Constantes literales son cadenas delimitadas por una comilla simple o por dobles comillas. Si la comilla simple forma parte de la constante literal debe aparecer dos veces seguidas (igual ocurre con la doble comilla).

Cada línea de instrucciones debe ir finalizada con un punto y coma (;).

Los comentarios comienzan con # y se extienden hasta el final de la línea, o se pueden delimitar entre /* y */, en cuyo caso pueden extenderse más de una línea.

B.1.2. Los elementos de un conjunto.

Un conjunto contiene cero o más elementos o miembros, cada uno de los cuales es una lista ordenada de una o más componentes. Cada miembro de un conjunto debe ser distinto. Todos los miembros deben tener el mismo número de componentes; a este número común se le conoce como dimensión del conjunto. Un conjunto explícitamente

se escribe como una lista de miembros separada por comas, colocados entre llaves: “{. . . }”. Si el conjunto es de dimensión uno, los miembros son simplemente constantes numéricas o constantes de cadena, o cualquier expresión cuyo valor sea un número o una cadena:

$$\{\backslash\text{a"}, \backslash\text{b"}, \backslash\text{c}''\}$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\{t, t+1, t+2\}$$

Para un conjunto multidimensional, cada miembro debe escribirse como una lista separada por comas entre paréntesis:

$$\{(\backslash\text{a}'', 2), (\backslash\text{a}'', 3), (\backslash\text{b}'', 5)\}$$

$$\{(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (1, 3, 7), (1, 4, 6)\}$$

El valor de un miembro numérico es el resultado de reordenar su representación decimal por un valor real de precisión limitada. Los miembros numéricos que parecen diferentes pero que al ser redondeados al valor de precisión limitada son el mismo, tales como 1 y 0.01E2, son considerados iguales.

B.1.3. Expresiones que indexan y subíndices.

Muchos elementos de AMPL pueden definirse como colecciones indexadas sobre un conjunto; los miembros individuales son seleccionados al añadir un “subíndice” al nombrar el elemento. El rango de posibles subíndices es indicado por una expresión que indexa en la declaración del modelo.

Operadores de reducción, tales como sum, también usan expresiones que indexan para especificar conjuntos sobre los que las operaciones son iteradas.

Un subíndice es una lista de expresiones simbólicas o numéricas, separadas por comas y encerradas entre corchetes, como en:

$$\text{demanda}[i]$$

```
costos[j,p[k],\0-"]
```

Cada expresión con subíndices debe evaluar a un número o a una literal. El valor resultante o secuencia de valores debe dar un miembro de un conjunto de índices unidimensional o multidimensional.

Una expresión que indexa es una lista de expresiones de conjunto separadas por comas, seguida opcionalmente por dos puntos “:” y una expresión lógica, todo encerrado entre llaves:

Expresiones que indexan:

```
{lista de expresiones de conjuntos}
```

```
{lista de expresiones de conjuntos : expresión lógica}
```

Lista de expresiones de conjuntos: expresión de conjuntos
miembro-ciego in expresión de conjuntos lista de expresiones de conjuntos, lista de expresiones de conjuntos.

Cada expresión de conjunto puede ser precedida por un miembro ciego y la palabra clave in. Un miembro ciego para un conjunto unidimensional es un nombre no referenciado, es decir, un nombre no definido hasta ese punto. Un miembro ciego para un conjunto multidimensional es una lista separada por comas, encerrada entre paréntesis, de expresiones o nombres no referenciados; la lista debe incluir al menos un nombre no referenciado.

Un miembro ciego introduce uno o más índices ciegos (nombres no referenciados en sus componentes), cuyo campo, o rango de definición, comienza en la siguiente expresión de conjunto; el campo de un índice corre a través del resto de la expresión que indexa, hasta el final de la declaración usando la expresión que indexa, o hasta el final del operando que usa la expresión que indexa. Cuando un miembro ciego tiene una o más expresiones componentes, los índices ciegos del miembro ciego varían sobre una proyección del conjunto, es decir, ellos toman todos los valores para que el miembro ciego pertenezca al conjunto.

$\{A\}$	# todos los elementos de A
$\{A,B\}$	# todos los pares, uno de A, uno de B
$\{i \text{ in } A, j \text{ in } B\}$	# el mismo que antes
$\{i \text{ in } A, C[i]\}$	# el mismo que antes
$\{i \text{ in } A, (j,k) \text{ in } D\}$	# 1 de A y 1 (un par) de D
$\{i \text{ in } A: p[i] > 30\}$	# todo i de A tal que p[i] sea mayor que 30
$\{i \text{ in } A, j \text{ in } C[i]: i \leq j\}$	# nota: i y j deben ser numéricos
$\{i \text{ in } A, (i,j) \text{ in } D: i \leq j\}$	# todos los pares con i en A y i,j en D # (mismo valor de i) e i menor o igual que j

El argumento opcional “: expresión lógica” es una expresión que indexa, selecciona solamente los miembros que verifican la expresión lógica y excluye a los demás. La expresión lógica típicamente envuelve uno o más índices ciegos de la expresión que indexa.

B.1.4. Expresiones aritméticas, lógicas, de conjuntos y matemáticas.

En las expresiones lógicas y aritméticas de AMPL, pueden combinarse varios elementos. A partir de ahora consideraremos que una expresión que puede contener variables se representaría como `vexpr`. Una expresión que no puede contener variables se denota como `expr` y algunas veces sería llamada “expresión constante”, a pesar de que pueda contener índices ciegos. Una expresión lógica, representada como `lexpr`, puede contener variables sólo cuando es parte de una expresión `if` que produzca una `vexpr`. Las expresiones de conjuntos serían denotadas como `sexpr`. Los operadores aritméticos, lógicos y de conjuntos, en orden de precedencia creciente, se muestran en la tabla 4.

Los valores numéricos que aparecen como expresiones lógicas valen falso (`false`) si es 0, y verdadero (`true`) para cualquier otro valor numérico.

Expresiones Aritméticas.

Las expresiones aritméticas son construidas con los operadores aritméticos usuales, con funciones de AMPL y con operadores de reducción aritméticos como sum:

```
número
variable
expresión op.aritmético expresión (+,-,less,*,/,mod,div,^,**)
unario expresión
función( lista de expresiones )
if lexpr then vexpr [ else vexpr ]
operador-reducción expresión que indexa (sum, prod, max, min)
{ expr }
```

Los operadores aritméticos, lógicos y de conjuntos, en orden de precedencia creciente, se muestran en la tabla .

Las funciones aritméticas incorporadas en AMPL se muestran en la tabla 5 y en la tabla 6.

Sobre los operadores de reducción aritmética:

La palabra clave sum debe seguirle cualquier expresión que indexa. La expresión aritmética siguiente se evalúa una vez para cada miembro del conjunto de Índices, y todos los valores resultantes se suman. El operador sum tiene menor precedencia que *, así podemos escribir figura B.1:

$$\text{sum}\{i \text{ in ORIG, } j \text{ in DEST, } p \text{ in PROD}\} \\ \text{cost}[i,j,p] * \text{Trans}[i,j,p]$$

representa el total de costo $[i,j,p]$ * Trans $[i,j,p]$ sobre todas las combinaciones de orígenes, destinos y productos.

Nombre	Tipo	Notas
if ... then ... else	A,S	A: si no hay else, se supone else 0 S: es obligatorio else <i>sexpr</i>
or,	L	o lógico
exists, forall	L	operadores de reducción lógica
and, &&	L	y lógico
<, <=, =, ==, <>, !=, >=, >	L	operadores relacionales
in, not in	L	pertenencia a un conjunto
within, not within	L	S within T significa $S \subseteq T$
not, !	L	negación lógica
union, diff, symdiff	S	symdiff es la diferencia simétrica
inter	S	intersección
cross	S	producto cartesiano
setof .. by	S	constructor de conjuntos
+, -, less	A	a less b = $\max(a - b, 0)$
sum, prod, min, max	A	operadores de reducción aritmética
*, /, div, mod	A	div cociente entero
+, -	A	más y menos unario
^, **	A	exponenciación

Figura B.1: Operadores aritméticos (A), lógicos (L) y de conjuntos (S).

Sintaxis	Significado
Beta(a,b)	$x^{a-1}(1-x)^{b-1}/(\Gamma(a)\Gamma(b)/\Gamma(a+b)), x \in [0, 1]$
Cauchy	$1/(\pi(1+x^2))$
Exponential	$e^{-x}, x > 0$
Gamma(a)	$x^{a-1}e^{-x}/\Gamma(a), x \geq 0, a > 0$
Irands24()	Uniforme entera en $[0, 2^{24})$
Normal(μ, σ)	$N(\mu, \sigma)$
Poisson(μ)	$e^{-\mu}\mu^k/k!, k = 0, 1, \dots$
Uniform(m,n)	Uniforme $[m, n)$
Uniform01()	Uniforme $[0, 1)$

Figura B.2: Funciones de generación de variables aleatorias en AMPL.

Sintaxis	Significado
<code>abs(x)</code>	valor absoluto
<code>acos(x)</code>	$\cos^{-1}(x)$
<code>acosh(x)</code>	$\cosh^{-1}(x)$
<code>asin(x)</code>	$\sin^{-1}(x)$
<code>asinh(x)</code>	$\sinh^{-1}(x)$
<code>atan(x)</code>	$\tan^{-1}(x)$
<code>atan2(y,x)</code>	$\tan^{-1}(x/y)$
<code>atanh(x)</code>	$\tanh^{-1}(x)$
<code>ceil(x)</code>	entero mayor más cercano
<code>cos(x)</code>	coseno
<code>exp(x)</code>	exponencial
<code>floor(x)</code>	menor entero más cercano
<code>log(x)</code>	$\log_e(x)$
<code>log10(x)</code>	$\log_{10}(x)$
<code>max(x,y,...)</code>	máximo
<code>min(x,y,...)</code>	mínimo
<code>sin(x)</code>	seno
<code>sinh(x)</code>	seno hiperbólico
<code>sqrt(x)</code>	raíz cuadrada
<code>tan(x)</code>	tangente
<code>tanh(x)</code>	tangente hiperbólica
<code>precision(x,n)</code>	x redondeado a n cifras significativas
<code>round(x,n)</code>	x redondeado a n dígitos después del punto decimal
<code>round(x)</code>	x redondeado al entero más cercano
<code>trunc(x,n)</code>	x truncado a n dígitos después del punto decimal
<code>trunc(x)</code>	x truncado a un entero

Figura B.3: Funciones aritméticas en AMPL.

Otros operadores aritméticos iterados son `prod` para la multiplicación, `min` para el mínimo, y `max` para el máximo. Como ejemplo, podríamos usar: `max{i in ORIG} oferta[i,p]` para describir la mayor oferta del producto `p` de todos los orígenes.

Expresiones Lógicas.

Las expresiones lógicas aparecen donde se requiera un valor: “verdadero” o “falso”.

Por ejemplo, en el comando `check`, en la parte “tal que” de las expresiones que `indexan` (sigue a los “:”) y en `if lexp then . . .`

Las expresiones lógicas pueden ser de la siguiente forma (`lexpr`):

```

expr
expr oper -- compara expr
lexpr oper -- logico lexp
not lexp
miembro in sexpr
miembro not in sexpr
sexpr within sexpr
sexpr not within sexpr
exists indexado lexp
forall indexado lexp
{ lexp }
```

El operador `exists`, cuando se aplica sobre un conjunto vacío, devuelve falso y el operador `forall` devuelve verdadero.

Expresiones de conjunto

Las expresiones de conjuntos (`sexpr`) que producen conjuntos pueden tener uno de los siguientes formatos:

```

{ [ miembro [ , miembro ... ] ] }
sexpr op--conjunto sexpr (union diff symdiff inter cross )
union indexado sexpr
```

```

inter indexado sexpr
expr .. expr [ by expr ]
setof indexado miembro
if lexpr then sexpr else sexpr
( sexpr )
interval
conj--predefinido
indexado

```

Podemos ver el uso del operador setof, en el siguiente ejemplo:

```

ampl: set y := setof {i in 1 ..5 } ( i,i ^2);
ampl: display y;
set y := (1,1) (2,4) (3,9) (4,16) (5,25);

```

B.1.5. Declaraciones de elementos del modelo.

La declaración de los elementos del modelo tiene el siguiente formato general:

```

elemento nombre [alias] [exp. indexada] [cuerpo];

```

Las palabras claves para los elementos del modelo AMPL pueden ser una de las siguientes:

```

set
param
var
arc
minimize
maximize
subject to, subj to, s.t.

```

`node`

Si se suprime el nombre del elemento se supone que es `subject to`.

Las declaraciones pueden aparecer en cualquier orden, con la excepción de que cada nombre debe estar declarado antes de ser usado.

Para las declaraciones de variables, restricciones y objetivos, se permite una forma especial de expresión indexada:

```
{if lexpr}
```

Si la expresión lógica `lexpr` es verdad, entonces el resultado es un elemento simple (no indexado); en otro caso el elemento es excluido del modelo.

Declaración de conjuntos.

La declaración de conjunto del modelo tiene el siguiente formato general:

```
set nombre [alias] [exp. indexada] [atributos] ;
```

en la que `atributos` es una lista de atributos opcionales separada por comas. Los cuales pueden ser (`sexpre` indica una expresión de conjuntos):

```
dimen n
within sexpre
:= sexpr
default sexpr
```

La frase `:=` especifica un valor para el conjunto; esto implica que el conjunto no sería definido posteriormente en una línea de instrucciones específica para datos (`:=` y `default` son mutuamente excluyentes). El conjunto vacío se indica con: `{}`.

Existe la función `caed(S)` la cual da el número de elementos del conjunto `S`. También se pueden realizar operaciones entre conjuntos, como:

```

set A := 1 ..n ;
set B := i..j by k;
set C := A d i f f B;
set D := A union B;
set E := A inter B;
set F := A symdi f f B;

```

Se pueden definir conjuntos con infinitos elementos (Nota: no se puede iterar sobre conjuntos infinitos), los clásicos intervalos cerrados, abiertos o semicerrados, bien de números reales (interval [a,b]) o bien de números enteros (integer [a,b]). Nota: la palabra interval puede omitirse.

Declaración de parámetros

La declaración de un parámetro del modelo tiene el siguiente formato general:

```

param nombre [alias] [exp. indexada] [atributos] ;

```

en la que los atributos es una liste de atributos opcionalmente separa por comas.

Los cuales pueden ser (sexpr indica una expresión de conjuntos):

binary

integer

symbolic

oprel expr

in sexpr

:= expr

default t expr

donde "oprel" puede ser:

```

< <= = == != <> > >=

```

El atributo `in` especifica un chequeo para ver que el parámetro se encuentra en el conjunto dado. Los parámetros indexados pueden definirse de forma recursiva. Por ejemplo:

```
param comb ñ sobre k' {n in 0 .. N, k in 0 .. n}
:= if k=0 or k = n then 1 else comb[n-1,k-1] + comb[n-1,k];
Infinity es un parámetro predefinido; al igual que -Infinity.
```

Declaración de variables.

La declaración de una variable del modelo tiene el siguiente formato general:

```
var nombre [alias] [exp. indexada] [atributos] ;
```

en la que atributos es una lista de atributos opcionalmente separada por comas. Los cuales pueden ser (`vexpr` indica una expresión de variables):

```
binary
integer
>= expr
<= expr
:= expr
default t expr
= vexpr
coeff [ exp.indexada ] restricción vexpr
cover [ exp. indexada ] restricción
obj [ exp. indexada ] objetivo vexpr
```

Las frases `>=` y `=<` especifican cotas, la frase `:=` indica un valor inicial. La frase `default` indica los valores iniciales por defecto, cuyos valores pueden darse en una línea de instrucciones específica para datos.

Las frases `coeff` y `obj` se utilizan para la generación de coeficientes por columnas; estas especifican los coeficientes que serían colocados en la restricción indicada u objetivo indicado, el cual debe ser previamente referenciado usando `to come`. Una frase `cover` es equivalente a la frase `coeff` pero con `vexpr` igual a 1.

Declaración de restricciones

La declaración de una restricción de modelo tiene el siguiente formato general:

```
[subject to] nombre [alias] [exp. indexada] [ := dual--inic]
[default dual--inic] [ : expr restricción];
```

La frase opcional `:= dual-inicial` especifica un valor inicial para la variable dual (multiplicador de Lagrange) asociado con la restricción. La expresión de restricción debe estar en uno de los siguientes formatos:

```
vexpr <= vexpr
vexpr = vexpr
vexpr >= vexpr
expr <= vexpr <= expr
expr >= vexpr >= expr
```

Para permitir la generación de coeficientes por columna para la restricción, una de las `vexprs` puede tener una de las siguientes formas:

```
to come + vexpr
vexpr + to come
to come
```

Los términos de esta restricción que se especifican en una declaración `var` son colocados en la posición de `to come`.

Declaración de objetivos.

La declaración de un objetivo del modelo tiene el siguiente formato general:

```

maximize nombre [alias] [exp. indexada] [: expresion] ;
minimize nombre [alias] [exp. indexada] [: expresion] ;

```

y puede especificarse una expresión en una de las siguiente formas:

```

vexpr
to come + vexpr
vexpr + to come
to come

```

La forma to come permite la generación de coeficientes por columna, como con las restricciones

Notación para sufijos para valores auxiliares.

Las variables, restricciones y objetivos tienen una variedad de valores auxiliares asociados, a los cuales se puede acceder añadiendo al nombre uno de lo siguientes sufijos dependiendo del tipo de elemento del modelo.

B.1.6. Especificación de datos.

Hay que tener en cuenta que: La lectura de datos se inicializa con el comando "data".

Por ejemplo:

```
ampl: data diet.dat;
```

lee los comandos de datos de un fichero llamada diet.dat.

AMPL trata cualquier secuencia de espacios, tabuladores y caracteres claves de una nueva línea como un solo espacio.

El final de cualquier comando de datos de indica por un punto y coma ";".

.init	valor actual inicial
.init0	valor inicial inicial (x_j^0)
.lb	cota inferior actual
.lb0	cota inferior inicial (l_j)
.lrc	costo reducido menor (.rc, $x_j \geq l_j$)
.lslack	menor holgura ($x_j - l_j$)
.rc	costo reducido: $-(z_j - c_j)$
.slack	$\min(\text{lslack}, \text{uslack})$
.ub	cota superior actual
.ub0	cota superior inicial (u_j)
.urc	costo reducido superior (.rc, $x_j \leq u_j$)
.uslack	holgura superior ($u_j - x_j$)
.val	valor actual (x_j)

Figura B.4: Sufijos para variables

.body	valor actual del cuerpo de la restricción ($\mathbf{A}_i \mathbf{x}$)
.dinit	valor inicial actual para la variable dual
.dinit0	valor inicial inicial para la variable dual (w_i^0)
.dual	variable dual actual (w_i)
.lb	cota inferior (rl_i)
.ldual	valor dual menor (.dual, $\mathbf{A}_i \mathbf{x} \geq rl_i$)
.lslack	holgura menor ($\mathbf{A}_i \mathbf{x} - rl_i$)
.slack	$\min(\text{lslack}, \text{uslack})$
.ub	cota superior (ru_i)
.udual	valor dual superior (.dual, $\mathbf{A}_i \mathbf{x} \leq ru_i$)
.uslack	holgura superior ($ru_i - \mathbf{A}_i \mathbf{x}$)

Sufijos para objetivos

.val valor actual

Figura B.5: Sufijos para restricciones

Datos de un conjunto.

Conjuntos unidimensionales.

Un conjunto simple se especifica al listar sus miembros.

```
set ORIG := SE MD BA ;
set DEST := CA CO HU AL JA MA GR ;
set PROD := plato cuchillo tenedor ;
```

Si un conjunto se ha declarado con el atributo `ordered` o `circular`, debemos de listar sus miembros en orden:

```
set SEMANAS := 27 sep93 04 oct93 11 oct93 18 oct93 ;
```

Si una cadena de la lista incluye caracteres distintos de letras, dígitos, signo de subrayado (`_`), punto, + y -, debe ser cerrado entre comillas:

```
set ALMACEN := \A&P"JEWEL VONS ;
```

También para distinguir cuando un número queremos que sea una cadena ("`+1`" o "`3e4`"), éste debe ser cerrado entre comillas.

Los miembros de un conjunto deben ser todos diferentes; AMPL avisaría de la existencia de elementos duplicados. Los números que tienen la misma representación en el ordenador serían considerados como iguales.

Para una colección indexada de conjuntos, los miembros de cada conjunto de la colección se especificarían individualmente.

```
set PROD ;
set AREA { PROD };
set PROD := plato cuchillo ;
set AREA [ plato ] := este norte ;
set AREA [ cuchillo ] := este oeste export ;
```

Podemos especificar explícitamente que uno o mas de esos conjuntos es vacío, al dar una lista vacía; poniendo el punto y coma justo después del operador "`:=`". Si

queremos que AMPL suponga que cada conjunto es vacío excepto si se especifica otra cosa, incluyendo una frase default en el modelo:

```
set AREA { PROD } default {};
```

En otro caso seríamos avisados de que la especificación de los miembros de un conjunto no se ha realizado.

Conjuntos de dos dimensiones

Para un conjunto de pares, los miembros pueden especificarse de varias maneras:

```
set ORIG ;
set DEST ;
set LINKS within { ORIG , DEST };
```

1. Lista de pares

```
set LINKS :=
(SE,CO ) ( SE,HU ) ( SE,JA ) ( SE,GR ) ( MD,CA)
(MD,CO ) ( MD,HU ) ( MD,AL ) ( MD,JA ) ( MD,GR)
(BA,CA ) ( BA,AL ) ( BA,JA ) ( BA,MA ) ;
```

2. Lista de pares, sin los paréntesis y las comas

```
set LINKS :=
SE CO SE HU SE JA SE GR MD CA
MD CO MD HU MD AL MD JA MD GR
BA CA BA AL BA JA BA MA ;
```

3. Un conjunto de pares puede especificarse en una tabla también de la siguiente forma:

```
set LINKS : CA CO HU AL JA MA GR :=
SE - + + - + - +
MD + + + + + - +
```

BA + - - + + + - ;

Un signo “+” indica un par que está en el conjunto y un signo “-” indica que no está ese par. Normalmente las filas son etiquetadas con la primera componente y las columnas con la segunda. Si se prefiere lo puesto, podemos indicar una tabla transpuesta al añadir (tr) después del nombre del conjunto:

```
set LINKS ( tr ):SE MD BA :=
CA - + +
CO + + -
HU + + -
AL - + +
JA + + +
MA - - +
GR + + -;
```

Las tablas son más convenientes para conjuntos que son relativamente densos. En otro caso la lista de pares va mejor.

4. Otra forma de describir un conjunto de pares es listar todas las segundas componentes que unen cada primer componente:

```
set LINKS :=
(SE ,*) CO HU JA GR
(MD ,*) CA CO HU AL JA GR
(BA ,*) CA AL JA MA ;
```

Se podría hacer listando todas las primeras componentes que unen con cada una de las segundas componentes: (*,CA) MD BA.

Cada comodín * es seguido por una lista, cuyas entradas son sustituidas por el * para generar pares de conjuntos.

Utilizamos los siguientes ejemplos para ver las distintas formas de definir conjuntos multidimensionales:

```

set RUTAS within { ORIG , DEST , PROD };
set RUTAS :=
(SE,HU, cuchillo ) ( SE,JA, cuchillo ) (SE,GR, cuchillo )
(MD,CA, plato ) ( MD,CA, cuchillo ) (MD,CO, plato )
... ;
set RUTAS :=
SE HU cuchillo SE JA cuchillo SE GR cuchillo
MD CA plato MD CA cuchillo MD CO plato
... ;
set RUTAS :=
(MD ,*, plato ) CA CO HU JA GR
(BA ,*, plato ) CA AL JA MA
... ;
set RUTAS :=
(*, CA ,*) MD plato MD cuchillo BA plato
(*, CO ,*) MD plato MD cuchillo
... ;
set RUTAS :=
(*,*, plato ): CA CO HU AL JA MA GR :=
SE - - - - -
MD + + + - + - +
BA + - - + + + -
(*,*, cuchillo ): CA CO HU AL JA MA GR :=
SE - - + - + - +
MD + + + + + - -
BA - - - - - + - ;

```

También se puede usar la notación (tr).

Datos de parámetros.

Para un parámetro escalar (no indexado), la asignación de un valor sería:

```
param avail := 40;
```

Parámetros indexados

La forma mas simple para da datos para un parámetro indexado es por medio de una lista. Para un parámetro indexado sobre un conjunto simple:

```
set PROD;
param valor {PROD} > 0;
```

Cada elemento de la lista de datos consta de un miembro del conjunto y de un valor;

```
set PROD:= plato cuchillo tenedor ;
param valor :=
plato 200
cuchillo 140
tenedor 160 ;
equivalentemente:
param valor := plato 200, cuchillo 140, tenedor 160 ;
```

A menudo necesitamos datos para varios parámetros que están indexados sobre el mismo conjunto, en esta situación puede escribirse:

```
param valor := plato 200 cuchillo 140 tenedor 160 ;
param benefi := plato 25 cuchillo 30 tenedor 29 ;
param market := plato 6000 cuchillo 4000 tenedor 3500 ;
o
param: valor benefi market :=
plato 200 25 6000
cuchillo 140 30 4000
```

```
tenedor 160 29 3500 ;
```

Los dos puntos después de la palabra clave param es obligatoria; indica que damos valores para varios parámetros.

Si se sigue con el nombre del conjunto PROD y otros dos puntos:

```
param: PROD : valor benefi market :=
plato 200 25 6000
cuchillo 140 30 4000
tenedor 160 29 3500 ;
```

Entonces los elementos del conjunto PROD son definidos también con este comando, evitando así la definición con el comando set PROD; el efecto es combinar las especificaciones del conjunto y los tres parámetros indexados sobre él.

Parámetros bidimensionales

Los valores de un parámetro indexado sobre dos conjuntos, son generalmente introducidos como:

```
set ORIG;
set DEST;
param costo {ORIG,DEST} >= 0;
```

data

```
param costo : CA CO HU AL JA MA GR :=
SE 39 14 11 14 16 82 8
MD 27 9 12 9 26 95 17
BA 24 14 17 13 28 99 20 ;
```

Las etiquetas en las filas dan el primer índice y las etiquetas de las columnas dan el segundo índice, así por ejemplo, costo[“SE”, “CA”] se ha definido a 39.

Podemos usar la notación (tr):

```
param costo ( tr ):
```

```
param costo ( tr ):
```

```
SE MD BA :=
```

```
CA 39 27 24
```

```
CO 14 9 14
```

```
... ;
```

Cuando las tablas son grandes pueden utilizarse caracteres de nueva línea en cualquier lugar, o también emplear el siguiente formato:

```
param costo : CA CO HU AL :=
```

```
SE 39 14 11 14
```

```
MD 27 9 12 9
```

```
BA 24 14 17 13
```

```
: JA MA GR :=
```

```
SE 16 82 8
```

```
MD 26 95 17
```

```
BA 28 99 20 ;
```

Los dos puntos indica el comienzo de cada nueva subtabla; cada una tiene las misma etiquetas de filas, pero diferentes etiquetas de columna.

El parámetro no tiene porque estar indexado sobre todas las combinaciones de miembros de ORIG y DEST, sino tan sólo de un subconjunto de esos pares:

```
set LINKS within { ORIG , DEST };
```

```
param costo { LINKS } >= 0;
```

Como se vio en la sección anterior, el conjunto LINKS puede definirse como:

```
param costo : CA CO HU AL JA MA GR :=
```

```
SE . 14 11 . 16 . 8
```

```
MD 27 9 12 9 26 . 17
```

```
BA 24 . . 13 28 99 . ;
```

Donde un “+” indica un miembro del conjunto, la tabla para costo da un valor. Donde un “-” indica que no pertenece, la tabla contiene un punto “.”. El punto puede aparecer en cualquier tabla AMPL para indicar “valor no especificado aquí”.

Es posible definir un símbolo diferente, por ejemplo `-`, al incluir el siguiente comando en data:

```
defaultsym \--";
```

el cual puede ser desactivado al introducir el comando:

```
nodefaultsym ;
```

También es posible introducir los datos del siguiente modo:

```
param costo :=
SE CO 14 SE HU 11 SE JA 16 SE GR 8
MD CA 27 ... ;
```

Cuando un parámetro está indexado sobre un subconjunto poco denso de pares, una lista puede ser más compacta y legible que la representación tabular, la cual estaría formada mayoritariamente por puntos.

Otra ventaja del formato lista es que, como en el caso unidimensional, los datos para varias componentes pueden darse juntos:

```
param: LINKS : costo limit :=
SE CO 14 1000
SE HU 11 800
SE JA 16 1200
SE GR 8 1100
MD CA 27 1200
MD CO 9 600
MD HU 12 900
MD AL 9 950
MD JA 26 1000
```

```

MD GR 17 800
BA CA 24 1500
BA AL 13 1400
BA JA 28 1500
BA MA 99 1200 ;

```

Esta tabla da simultáneamente los miembros de LINKS y los valores para costo, y también los valores para otros parámetros, limit, que está también indexado sobre LINKS.

Finalmente, la lista de datos para costo puede escribirse más concisamente al organizarla en trozos, como se mencionó para los miembros del conjunto LINKS en la sección previa.

```

set LINKS :=
(SE ,*) CO HU JA GR
... ;
param costo :=
[SE ,*] CO 14 HU 11 JA 16 GR 8
[MD ,*] CA 27 CO 9 HU 12 AL 9 JA 26 GR 17
[BA ,*] CA 24 AL 13 JA 28 MA 99 ;

```

Parámetros multidimensionales.

Podríamos introducirlos de las siguientes formas:

```

set ORIG ;
set DEST ;
set PROD ;
set RUTAS within { ORIG,DEST,PROD };
param costo { RUTAS } >= 0;
lista simple
param costo :=

```

```
MD CO plato 9 MD CO cuchillo 8 MD CA plato 27
```

```
MD CA cuchillo 23 MD GR plato 17 ... ;
```

```
uso de trozos
```

```
param costo :=
```

```
[MD ,*, plato ] CA 27 CO 9 HU 12 JA 26 GR 17
```

```
[BA ,*, plato ] CA 24 AL 13 JA 28 MA 99
```

```
... ;
```

```
uso de trozos
```

```
param costo :=
```

```
[*, CA ,*] MD plato 27 MD cuchillo 23 BA plato 24
```

```
[*, CO ,*] MD plato 9 MD cuchillo 8
```

```
... ;
```

```
uso de trozos 2 dimensiones y tablas
```

```
param costo :=
```

```
[*,*, plato ]: CA CO HU AL JA MA GR :=
```

```
MD 27 9 12 . 26 . 17
```

```
BA 24 . . 13 28 99 .
```

```
[*,*, cuchillo ]: CA CO HU AL JA MA GR :=
```

```
SE . . 11 . 16 . 8
```

```
MD 23 8 10 9 21 . .
```

```
BA . . . . . 81 . ;
```

Se puede emplear la notación (tr).

Otro ejemplo:

```
set PROD ;
```

```
set AREA { PROD };
```

```
param T > 0;
```

```
param renta {p in PROD , AREA [p ], 1 ..T } >= 0;
```

```
data
```

```
param T := 4;
```

```

set PROD := plato cuchillo ;
set AREA [ plato ] := este norte ;
set AREA [ cuchillo ] := este oeste export ;
param renta :=
[ plato ,*,*]: 1 2 3 4 :=
este 25 .0 26 .0 27 .0 27 .0
norte 26 .5 27 .5 28 .0 28 .5
[ cuchillo ,*,*]: 1 2 3 4 :=
este 30 35 37 39
oeste 29 32 33 35
export 25 25 25 28 ;

```

Valores por defecto.

AMPL comprueba que los comandos de datos asignan valores para exactamente todos los parámetros en el modelo. AMPL dará un mensaje de error si damos un valor para un parámetro inexistente, o nos olvidamos de dar un valor a un parámetro que existe.

Si el mismo valor apareciera muchas veces en un comando de datos, podemos especificar la frase default. Por ejemplo,

```

set ORIG ;
set DEST ;
set PROD ;
param costo { ORIG,DEST,PROD } >= 0;

data
param costo default t 9999 :=
[*,*, plato ]: CA CO HU AL JA MA GR :=
MD 27 9 12 . 26 . 17
BA 24 . . 13 28 99 .

```

```
[*,*, cuchillo ]: CA CO HU AL JA MA GR :=
SE . . 11 . 16 . 8
MD 23 8 10 9 21 . .
BA . . . . . 81 . ;
```

Tanto a los parámetros missing (como costo[“SE”,“CA”,“plato”]), como a los marcados como omitidos con el uso de un punto (como costo[“SE”,“CA”,“cuchillo”]), se les asignará el valor 9999. En total, hay 24 con valor 9999.

La característica default es especialmente útil cuando queremos que todos los parámetros de una colección indexada tengan el mismo valor. Por ejemplo:

```
param oferta { ORIG } >= 0;
param demanda { DEST } >= 0;

data
param oferta default 1 ;
param demanda default 1 ;
```

También, como se explicó en secciones anteriores, una declaración de parámetro puede incluir una expresión default. Por ejemplo:

```
param costo { ORIG,DEST,PROD } >= 0, default 9999;
```

Sin embargo, es mejor poner la frase default en los comandos de datos. La frase default debería ir en el modelo cuando queremos que el valor por defecto dependa de alguna forma de otros datos. Por ejemplo, un costo arbitrariamente grande podría darse para cada producto al especificar:

```
param gran costo { PROD } > 0;
param costo { ORIG,DEST,p in PROD } >= 0, default gran costo [p];
```

Datos para variables y restricciones.

Opcionalmente podemos asignar valores iniciales a las variables o restricciones del modelo, usando cualquiera de las opciones para asignar valores a parámetros. El nombre de la variable almacena su valor, y el nombre de la restricción el valor de la variable dual asociada.

```

var Trans : CA CO HU AL JA MA GR :=
SE 100 100 800 100 100 500 200
MD 900 100 100 500 500 200 200
BA 100 900 100 500 100 900 200 ;

```

También con una tabla simple podemos dar valores a parámetros (valor, benefi,market) y variables (Make):

```

param: valor benefi market Make :=
plato 200 25 6000 3000
cuchillo 140 30 4000 2500
tenedor 160 29 3500 1500 ;

```

Los valores iniciales de las variables (o expresiones que envuelven esos valores iniciales) pueden verse antes de escribir solve, usando los comandos display, print o printf.

El uso más común de asignar valores iniciales a variables o restricciones es dar un punto de arranque para resolver un problema de optimización no lineal.

B.1.7. Comandos del lenguaje.

La llamada a AMPL normalmente causa la entrada en un entorno de comandos, donde los comandos pueden ser introducidos interactivamente. Las declaraciones del modelo y las instrucciones de introducción de datos son también aceptadas como comandos.

El entorno de comandos de AMPL reconoce dos modos. En modo modelo, reconoce las declaraciones del modelo y todos los comandos que se describirán a continuación. El otro modo es el modo datos, en el cual solo se reconocen instrucciones referentes a la introducción de datos. El entorno siempre vuelve al modo modelo al encontrar una palabra clave que no comience con la palabra data.

Una frase de la forma:

```
include fichero ;
```

Trae el contenido del fichero al entorno de comandos de AMPL. Los comandos `include` pueden estar anidados, ellos son reconocidos en modo modelo y en modo datos.

Las secuencias:

```
model; include fichero ;
```

```
data; include fichero ;
```

pueden abreviarse como:

```
model fichero ;
```

```
data fichero ;
```

Los comandos no son parte de un modelo, pero producen que AMPL actúe como se describe en la tabla 7. Los comandos distintos a `data`, `end`, `include`, `quit` y `shell` producen que AMPL entre en modo modelo.

Desde la línea de comandos de AMPL podemos escribir, por ejemplo:

```
ampl: include ejemplo1.run ;
```

Siendo el fichero `ejemplo1.run` Cuadro B.6, un fichero por lotes que almacena la secuencia de comandos necesarios para resolver el ejemplo 1.1.

```
# EJEMPLO1.RUN
option solver cplex;
model ejemplo1.mod;
data ejemplo1.dat;
solve;
display z;
display x;
display restriccion.slack;
```

Figura B.6: Fichero de lotes para el modelo del ejemplo 1.1

Los comandos `display`, `print` y `printf` imprimen expresiones arbitrarias.

Tienen el siguiente formato:

```
display [conjunto: ] lista--argumentos [redireccion];
print [conjunto: ] lista--argumentos [redireccion];
printf [conjunto: ] fmt, lista--argumentos [redireccion];
```

Comandos	Significado
<code>break</code>	termina un bucle <code>for</code> o <code>while</code>
<code>close</code>	cierra un fichero
<code>continue</code>	salta al final del cuerpo del bucle
<code>data</code>	cambia a modo datos; opcionalmente incluye un fichero
<code>display</code>	imprime elementos del modelo y expresiones
<code>delete</code>	elimina un componente previamente declarado
<code>drop</code>	elimina una restricción u objetivo
<code>end</code>	finaliza la entrada del fichero de entrada actual
<code>expand</code>	muestra explícitamente el modelo
<code>fix</code>	fija una variable a su valor actual
<code>for {indx}{ cp }</code>	bucle <code>for</code>
<code>if lexpr then { }</code>	comprueba una condición
<code>include</code>	incluye ficheros
<code>let</code>	cambia los valores de los datos (<code>:=</code>)
<code>match(cad,mod)</code>	posición de <code>mod</code> en <code>cad</code>
<code>model</code>	cambia al modo modelo; opcionalmente incluye un fichero
<code>objective</code>	selecciona un objetivo a optimizar
<code>option</code>	define o muestra valores opcionales
<code>print</code>	imprime elementos del modelo sin formatear
<code>printf</code>	imprime elementos del modelo formateados (<code>\n,%7.1f</code>)
<code>problem nb: def.</code>	define un problema
<code>purge</code>	elimina un componente y los dependientes de él
<code>quit</code>	termina AMPL
<code>read</code>	lee datos de un fichero o de la consola (<code>-</code>)
<code>redeclare</code>	redefine un componente ya definido
<code>repeat while lexpr { cp }</code>	repite un bloque de comandos mientras <code>V</code> .
<code>repeat until lexpr { cp }</code>	repite un bloque de comandos hasta <code>F</code> .
<code>repeat { cp } while lexpr</code>	repite un bloque de comandos mientras <code>V</code> .
<code>repeat { cp } until lexpr</code>	repite un bloque de comandos hasta <code>F</code> .
<code>reset</code>	resetea elementos específicos a su estado inicial
<code>restore</code>	deshace un comando <code>drop</code>
<code>shell</code>	temporalmente sale al sistema operativo
<code>show</code>	muestra componentes del modelo
<code>solution</code>	importa valores de variables de un solver
<code>solve</code>	envía elementos actuales a un solver y devuelve la solución
<code>step n</code>	avanza <code>n</code> pasos en la ejecución de ficheros por lotes
<code>update</code>	permite actualizar datos
<code>unfix</code>	deshace un comando <code>fix</code>
<code>write</code>	escribe en un fichero partes de un problema
<code>xref</code>	muestra dependencias del modelo

Figura B.7: Comandos del entorno AMPL.

Comandos	Significado
repeat while lexpr { cp }	repite un bloque de comandos mientras V.
repeat until lexpr { cp }	repite un bloque de comandos hasta F.
repeat { cp } while lexpr	repite un bloque de comandos mientras V.
repeat { cp } until lexpr	repite un bloque de comandos hasta F.
reset	reinicia elementos específicos a su estado inicial
restore	deshace un comando drop
shell	temporalmente sale al sistema operativo
show	muestra componentes del modelo
solution	importa valores de variables de un solver
solve	envía los elementos a un solver y devuelve la solución
step	n avanza n pasos en la ejecución de ficheros por lote
update	permite actualizar datos
unfix	deshace un comando fix
write	escribe en un fichero partes de un problema
xref	muestra dependencias del modelo

Cuadro B.4: Comandos AMPL

Si el conjunto está presente, su campo de acción se extiende hasta el final del comando, y causa una ejecución del comando para cada miembro del conjunto.

La lista-argumentos es una lista de expresiones separadas por comas.

El opcional redirección tiene una de las dos formas siguientes:

```
> fichero
>> fichero
```

La primera abre por primera vez un fichero para escribir, y la segunda añade al fichero ya creado, aunque > actúa igual que >>, si el fichero está ya abierto.

Con el comando option se puede conseguir que la salida que se ha solicitado tenga un formato específico. Por ejemplo:

```
option display precisión 3;
option omit zero rows 1;
```

La primera especifica la precisión de salida (0 equivale a ninguna) y la segunda omite las salidas con valor cero (por defecto es 0, es decir no omite los valores cero).

Otras opciones son:

```
option solver msg 0;
option relax integrality 1;
option presolve 0;
option show stats 1;
option times 1;
option gentimes 1;
option log file 'hola.tmp ';
option solution round 6;
option single step 1;
```

B.1.8. Optimizadores del lenguaje

Ampl clasifica los optimizadores en diferentes tipos atendiendo al tipo de problema que resuelven y los métodos que usan, estos son:

1. Lineal (símplex): objetivo y restricciones lineales, resueltos con alguna versión del método del símplex.
2. Lineal (interior): objetivo y restricciones lineales, resueltos con alguna versión de métodos de punto interior (o barrera).
3. Redes: objetivo lineal y restricciones de flujo en redes, resuelto por alguna versión del método símplex para redes.
4. Cuadrático: objetivos cuadráticos convexos o cóncavos y restricciones lineales, resuelto por un método tipo símplex o método tipo punto interior.
5. Convexo: objetivo convexo o concavo pero no todos lineales, y restricciones lineales, resuelto por un método de punto interior.
6. No lineal: continuo pero no todos los objetivos y restricciones lineales, resuelto por cualquiera de los métodos siguientes: gradiente reducido, cuasi-newton, lagrangiano aumentado y punto interior.
7. Complementariedad: Lineal o no lineal como antes, pero con condiciones de complementariedad adicional.
8. Lineal entero: objetivo y restricciones lineales y alguna o todas las variables enteras, resuelto por alguna aproximación de ramificación y acotación que aplica un algoritmo lineal para resolver los subproblemas sucesivos.
9. Entero no lineal: objetivos y restricciones continuos pero no todos lineales y alguna o todas las variables enteras, resuelto por la aproximación de ramificación y acotación que aplica un algoritmo no lineal para resolver los subproblemas sucesivos.

Optimizador	Algoritmos	Versión AMPL
CPLEX	lineal (símplex)	
	lineal (interior)	AMPL PLUS (Windows)
	redes	AMPL dos
	cuadrático	
	entero lineal	
XLSOL	lineal (símplex)	
	cuadrático	AMPL PLUS
	entero lineal	
MINOS	lineal (símplex)	AMPLPLUS
	No lineal	AMPL dos
GRG2	No lineal	AMPL PLUS
	Entero no Lineal	
LOQO	lineal (interior)	AMPL
	cuadrático	
	No lineal	
LP_SOLVE	lineal (símplex)	AMPL
	entero lineal	
DONLP2	No lineal	AMPL

Cuadro B.5: Optimizadores que utiliza AMPL

Apéndice C

Modelo en AMPL

Modelo Matematico Codificado en AMPL para el problema de Transporte con Varias Plantas

Conjunto de Indices

set I; # Numero de Clientes incluyendo los clientes 0(i)
set P; # Numero de Plantas (p)
set J ordered; # Numero de Viajes (j)
set K; # Numero de Vehículos (k)
set H; # Clientes de las CD 1..H donde H son el total de clientes I

Conjunto de Parametros

param Apertura {i in I}>=0; # Tiempo de Apertura de la
 ventana del Cliente i
param Cierre {i in I}>=0; # Tiempo de Cierre de la
 ventana del Cliente i
param Costo {i in I,p in P}>=0; # Costo por visitar ese cliente
param Fijo {p in P,k in K}>=0; # Costo por utilizar el vehículo
param CostoT {i in I,p in P}>=0; # Costo por llegar Temprano
 al Cliente i
param CostoD {i in I,p in P}>=0; # Costo por llegar Tarde al cliente i

Restriccion 2 (Demandas)

subject to Demandas $\{h \in H\}$:

$$\sum\{p \in P, j \in J, k \in K\} \text{Recorridos}[h, p, j, k] * \text{Capacidad}[p, k] \geq \text{Demanda}[h];$$

Restriccion 3 (Autos)

subject to Autos $\{p \in P, k \in K\}$:

$$15 - \sum\{j \in J\} \text{Recorridos}[0, p, j, k] \leq \text{Uso}[p, k] * 15;$$

Restriccion 4 (Numero de Salidas)

subject to NSalidas $\{p \in P, k \in K, j \in J: \text{ord}(j) < 15\}$:

$$\text{Salidas}[p, j+1, k] = \text{Salidas}[p, j, k]$$

$$+ \sum\{i \in I\} \text{Recorridos}[i, p, j, k] * (2 * \text{Tiempo}[i, p]);$$

Restriccion 5 (Llegada Temprano)

subject to Temprano $\{i \in I, p \in P, j \in J, k \in K\}$:

$$\text{Espera}[i, p, j, k] \geq (\text{Recorridos}[i, p, j, k] * \text{Apertura}[i])$$

$$- (\text{Salidas}[p, j, k] + (\text{Recorridos}[i, p, j, k] * \text{Tiempo}[i, p]));$$

Restriccion 6 (Llegada Tarde)

subject to Tarde $\{i \in I, p \in P, j \in J, k \in K\}$:

$$\text{Retraso}[i, p, j, k] \geq \text{Salidas}[p, j, k] + (\text{Recorridos}[i, p, j, k] * \text{Tiempo}[i, p])$$

$$- \text{Cierre}[i] - 2000 * (1 - \text{Recorridos}[i, p, j, k]);$$

Restriccion 7 (Utilizacion de Vehiculos)

subject to UtilAutos $\{p \in P, k \in K\}$:

$$\sum\{i \in I, j \in J\} \text{Recorridos}[i, p, j, k] \geq 3 * \text{Uso}[p, k];$$

Restriccion 8 (Jornada de Trabajo)

subject to Jornada $\{p \in P, k \in K\}$:

$$\sum\{i \in I, j \in J\} \text{Recorridos}[i, p, j, k] * (2 * \text{Tiempo}[i, p]) \leq 24;$$

Apéndice D

Resultados de Casos

D.1. Resultados de casos con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Clientes en común	Tiempo en Horas	
1	2	Auto#12 1,2,4,6,9,10	11	Auto#16 3,5,7,8	10	1210884	20.5	0.1	10546557	209844	0/10	8.00	
2	2	Auto#25 10,3,5,7,8,9	9	Auto#7 1,2,4,6	10	1511510	14.36	0.1	10273998	601839	0/10	8.00	
3	2	Auto#19 2,4,7,8,9	10	Auto#13 1,10,3,5,6,9	12	1211723	16.73	0.1	9701396	193709	1-10	8.00	
4	2	Auto#2 1,4,5,7,8,9	12	Auto#19 10,2,3,5,6,7	12	1212876	19.74	0.1	14062884	233034	2--10	8.00	
5	2	Auto#26 2,3,6,7,9	9	Auto#4 1,10,4,5,7,8	12	1510700	33.78	0.1	7413667	288988	0--10	8.00	
6	2	Auto#17 2,3,5,7,9	10	Auto#11 1,10,4,6,8	10	1210081	29.43	0.1	11468122	231828	0--10	8.00	
7	3	Auto#24 10,5,6,9	9	Auto#12 1,4,7,8,9	Auto#15 1,2,3,4	7 15	1811790	39.32	0.1	12275082	379093	3--10	8.00
8	2	Auto#7 3,5,6,7,8	13	Auto#12 1,10,2,4,8,9	13	1213210	23.29	0.1	10202810	334277	1--10	8.00	
9	2	Auto#15 10,3,4,5,7	9	Auto#7 1,10,2,3,6,8,9	13	1211200	23.19	0.1	13624185	379021	2--10	8.00	
10	2	Auto#27 1,2,4,5,7,8,9	9	Auto#18 10,3,5,6,7,8	10	1510560	34.77	0.1	8223309	282065	3--10	8.00	

Figura D.1: Resultados casos de 10 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	3	Autos 4 y 5	15	Auto 27	14	2115070	32.17%	0.1	6219216	218536	8.00
2	3	Auto 26	15	Auto 21 y 30	18	2416920	29.77%	0.1	5273983	196904	8.00
3	3	Autos 16 y 27	20	Auto 30	8	2416300	36.22%	0.1	6400379	134849	8.00
4	3	Auto 14	8	Autos 5 y 27	21	2115830	34.24%	0.1	4462059	263304	8.00
5	3	Autos 26 y 27	22	Auto 29	11	2718030	30.88%	0.1	5403297	218738	8.00
6	4	Auto 24	7	Autos 3, 21 y 28	25	2718700	42.83%	0.1	5723837	150938	8.00
7	3	Auto 30	13	Autos 11 y 28	18	2416560	33.03%	0.1	6393922	160821	8.00
8	4	Autos 20 y 28	15	Autos 2 y 26	17	3015580	12.01%	0.1	5423171	296721	8.00
9	4	Autos 1 y 29	21	Autos 10 y 12	15	2718360	34.83%	0.1	5708914	100283	8.00
10	3	Autos 9 y 30	21	Auto 6	13	2118040	26.50%	0.1	4885230	176053	8.00

Figura D.2: Resultados casos de 20 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	4	Autos 9 y 28	21	Autos 20 y 30	22	3022980	25.14%	0.1	3728037	117210	8.00
2	4	Autos 2 y 3	21	Autos 20, 24, 28	28	3327840	13.98%	0.1	3747343	147526	8.00
3	4	Autos 6 y 26	23	Autos 5 y 30	25	3027190	19.90%	0.1	3988154	112169	8.00
4	4	Autos 4, 20, 30	34	Auto 30	10	3024040	28.11%	0.1	4171502	108930	8.00
5	5	Autos 10 y 28	23	Autos 21, 27, 29	25	3926850	15.75%	0.1	3835177	150638	8.00
6	5	Autos 6 y 28	19	Autos 3, 14, 30	33	3627610	8.44%	0.1	37011	420	0.089
7	5	Autos 3 y 29	19	Autos 7, 25, 28	28	3626060	10.73%	0.1	3951188	136461	8.00
8	5	Autos 19, 22, 26	26	Autos 3 y 29	20	3624360	38.06%	0.1	4732117	106297	8.00
9	6	Autos 6, 8, 18	27	Autos 3, 4, 17	30	3632730	40%	0.1	3919942	131384	8.00
10	5	Autos 2, 21, 26	27	Autos 4, 29	22	3624820	13.64%	0.1	3864182	113399	8.00

Figura D.3: Resultados casos de 30 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	5	3	27	2	19	3628170	32.38%	0.1	2761990	67941	8.00
2	5	2	19	3	28	3327270	30.59%	0.1	2492497	78000	8.00
3	4	1	11	3	27	2730340	17.05%	0.1	2678513	77689	8.00
4	6	4	39	2	19	4229720	37.85%	0.1	3469423	68129	8.00
5	5	2	20	3	29	3625240	35.89%	0.1	2879303	92334	8.00
6	6	3	31	3	31	3635870	27.82%	0.1	3813387	67622	8.00
7	6	2	19	4	37	3637900	33.27%	0.1	3261132	69323	8.00
8	6	3	27	3	29	3931480	39.22%	0.1	2991508	77495	8.00
9	5	2	20	3	27	3328740	28%	0.1	2816384	50965	8.00
10	6	3	31	3	30	3929740	36.70%	0.1	3212400	74111	8.00

Figura D.4: Resultados casos de 40 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Autos en Planta 1	# Viajes en la planta 1	Autos en Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	6	4	40	2	21	4232690	33.11%	0.1	1956544	66389	8.00
2	6	3	31	3	30	4234720	11.49%	0.1	2400756	50512	8.00
3	7	5	48	2	21	4539940	30.48%	0.1	2685540	47167	8.00
4	6	3	30	3	29	4236240	23.62%	0.1	2556827	66051	8.00
5	7	2	21	5	45	4535760	34.03%	0.1	3049115	46019	8.00
6	6	4	38	2	22	3939170	20.44%	0.1	2804007	48576	8.00
7	7	3	30	4	38	4834260	36.87%	0.1	2760356	57101	8.00
8	7	3	29	5	39	4835380	38.09%	0.1	2932720	59152	8.00
9	6	2	18	4	40	4231150	34.53%	0.1	2240599	50877	8.00
10	6	2	20	4	39	4236350	26.00%	0.1	2174455	37651	8.00

Figura D.5: Resultados casos de 50 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Autos en Planta 1	# Viajes en la planta 1	Autos en Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	12	6	54	6	55	8469390	8.43%	0.1	208765	1260	1.81
2	14	4	40	10	85	9670020	36.00%	0.1	1966774	7002	8.00
3	11	6	59	5	49	7572540	10.55%	0.1	1179810	4018	8.00
4	13	7	68	6	60	8474640	26.95%	0.1	1834782	8711	8.00
5	12	5	58	7	61	8171600	14.49%	0.1	1494668	5870	8.00
6	15	10	93	5	47	9971500	39.35%	0.1	2846080	5987	8.00
7	12	7	68	5	49	7877390	7.59%	0.1	712626	1800	4.03
8	14	5	45	9	88	9076010	11.49%	0.1	1431928	7417	8.00
9	12	7	64	5	49	8468550	9.59%	0.1	304061	1540	2.31
10	13	6	59	7	65	8469860	31.48%	0.1	2507798	13027	8.00

Figura D.6: Resultados casos de 100 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Autos en Planta 1	# Viajes en la planta 1	Autos en Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	19	9	89	10	98	13014900	8.13%	0.1	713417	2480	7.09
2	19	10	93	9	84	12712300	11.18%	0.1	1087089	1876	8.00
3	18	8	75	10	95	12408900	11.47%	0.1	931956	2499	8.00
4	18	8	72	10	92	12106800	7.05%	0.1	342685	1600	3.80
5	18	10	94	8	74	12408500	5.66%	0.1	365742	1160	3.59
6	18	9	82	9	83	12113000	7.70%	0.1	710224	1840	6.55
7	18	10	94	8	73	12113800	9.71%	0.1	666738	2320	6.40
8	18	10	95	8	75	12115400	9.36%	0.1	597706	1380	6.64
9	18	8	72	10	92	12107700	6.26%	0.1	159302	240	1.95
10	16	8	75	8	73	11212100	6.50%	0.1	280133	1000	3.76

Figura D.7: Resultados casos de 150 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Autos en Planta 1	# Viajes en la planta 1	Autos en Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	25	12	115	13	120	16941800	10.73%	0.1	461898	1843	8.00
2	23	10	95	13	120	15739800	4.94%	0.1	283350	600	3.87
3	25	14	130	11	109	16944500	8.53%	0.1	391205	930	6.02
4	23	12	112	11	107	16043600	15.68%	0.1	482751	1250	8.00
5	26	11	108	15	143	18144900	14.27%	0.1	602228	1724	8.00
6	26	13	118	13	121	17246800	11.93%	0.1	508139	1060	8.00
7	27	9	85	18	165	18136200	19.84%	0.1	465718	1461	8.00
8	25	11	105	14	128	16944200	11.44%	0.1	495573	1445	8.00
9	27	14	129	13	125	18141200	14.40%	0.1	525701	1488	8.00
10	24	12	115	12	110	16350500	6.32%	0.1	388561	2000	5.60

Figura D.8: Resultados casos de 200 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Autos en Planta 1	# Viajes en la planta 1	Autos en Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	33	17	158	16	148	22673800	14.35%	0.1	390944	1830	8.00
2	31	17	155	14	130	21180900	11.76%	0.1	306233	1152	8.00
3	31	14	128	17	153	20870600	13.43%	0.1	338012	1111	8.00
4	31	16	148	15	140	21188300	11.37%	0.1	331475	1288	8.00
5	-	-	-	-	-	-	-	0.1	380600	1051	
6	35	19	175	16	149	23588000	20.73%	0.1	310769	1234	8.00
7	-	-	-	-	-	-	-	0.1	331575	960	
8	-	-	-	-	-	-	-	0.1	338685	1018	
9	33	17	156	16	149	22087700	18.46%	0.1	305938	818	8.00
10	34	18	165	16	147	22673400	21.34%	0.1	363173	982	8.00

Figura D.9: Resultados casos de 250 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Autos en Planta 1	# Viajes en la planta 1	Autos en Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	35	17	155	18	178	24217000	13.15%	0.1	214745	311	8.00
2	36	17	154	19	188	24807600	16.44%	0.1	175786	230	8.00
3	37	22	208	15	138	25716600	11.95%	0.1	313899	232	8.00
4	44	18	175	26	243	29918900	23.85%	0.1	225629	463	8.00
5	38	18	176	20	192	25718000	17.11%	0.1	232200	280	8.00
6	38	19	182	19	185	25725900	10.12%	0.1	207549	588	8.00
7	39	21	192	18	172	26023300	12.10%	0.1	218405	215	8.00
8	36	19	181	17	155	25118500	8.10%	0.1	219560	50	2.99
9	49	30	296	19	188	33201300	39.51%	0.1	236546	80	8.00
10	33	16	150	17	162	23014500	8.97%	0.1	168451	60	8.00

Figura D.10: Resultados casos de 300 clientes con ventanas de tiempo abiertas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	2	Auto27	9	Auto28	8	1816020	27.17%	0.1	3078956	52816	8.00
2	2	Auto6	10	Auto18	11	1218050	33.20%	0.1	4364104	45372	8.00
3	2	Auto12	14	Auto18	9	1237990	32.49%	0.1	3721117	34606	8.00
4	2	Auto4	4	Auto13	10	1209330	54.79%	0.1	4159715	38840	8.00
5	2	Auto28	9	Auto12	9	1518220	25.70%	0.1	4064871	44270	8.00
6	2	Auto29	13	Auto16	9	1540920	34.60%	0.1	3670309	4000	8.00
7	2	Auto20	8	Auto9	12	1219120	38.60%	0.1	3810721	52779	8.00
8	2	Auto18	12	Auto23	9	1223350	35.98%	0.1	3644995	49620	8.00
9	2	Auto12	12	Auto4	9	1227950	34.16%	0.1	4648301	42876	8.00
10	2	Auto16	12	Auto1	14	1225400	23.99%	0.1	4008386	45052	8.00

Figura D.11: Resultados casos de 10 clientes con ventanas de tiempo cerradas

D.2. Resultados de casos con ventanas de tiempo cerradas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	4	2	18	2	19	3062140	21.50%	0.1	1928170	5107	8.00
2	4	2	21	2	15	2730740	39.25%	0.1	873885	360	8.00
3	4	2	15	2	18	3034710	20.38%	0.1	2056819	2683	8.00
4	3	2	15	1	15	2437540	27.39%	0.1	1243481	1738	8.00
5	4	2	17	2	21	2751390	14.49%	0.1	1882952	2602	8.00
6	4	2	18	2	14	3038380	22.31%	0.1	1409178	1275	8.00
7	3	1	11	2	24	2137690	25.29%	0.1	2310486	3416	8.00
8	4	2	16	2	19	3051600	12.28%	0.1	1955128	5678	8.00
9	4	2	20	2	25	2767660	13.90%	0.1	1359786	2478	8.00
10	4	2	17	2	19	3047230	19.80%	0.1	1417430	3710	8.00

Figura D.12: Resultados casos de 20 clientes con ventanas de tiempo cerradas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	4	3	27	1	10	3363490	19.01%	0.1	575141	495	8.00
2	6	4	38	2	19	3985600	37.82%	0.1	521563	228	8.00
3	5	3	27	1	10	3978630	15.77%	0.1	698883	920	8.00
4	4	2	21	2	22	3046510	19.71%	0.1	476885	137	8.00
5	5	2	19	3	27	3960830	16.81%	0.1	902967	822	8.00
6	5	2	20	3	28	3669520	24.08%	0.1	525046	240	8.00
7	5	3	28	2	19	3657290	16.43%	0.1	769527	539	8.00
8	6	3	28	3	29	4568520	22.06%	0.1	499468	639	8.00
9	5	2	19	3	27	3964440	29.33%	0.1	481665	280	8.00
10	7	3	29	4	39	4889730	28.09%	0.1	397201	116	8.00

Figura D.13: Resultados casos de 30 clientes con ventanas de tiempo cerradas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	5	4	39	1	10	3678820	27.47%	0.1	287598	89	8.00
2	7	5	49	2	19	4893100	35.76%	0.1	234685	80	8.00
3	7	5	47	2	20	4877420	51.31%	0.1	433800	66	8.00
4	4	2	21	2	19	2766630	12.83%	0.1	216149	30	8.00
5	5	3	28	2	20	3379890	22.21%	0.1	292082	62	8.00
6	6	3	29	3	27	4270200	18.84%	0.1	426060	139	8.00
7	5	4	39	1	11	3663880	35.11%	0.1	403427	123	8.00
8	6	3	28	3	27	4261490	36.71%	0.1	154034	47	8.00
9	5	3	27	2	19	3373350	21%	0.1	281268	80	8.00
10	7	3	29	4	38	5165190	40.69%	0.1	191638	80	8.00

Figura D.14: Resultados casos de 40 clientes con ventanas de tiempo cerradas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	6	3	29	3	29	4285490	12.89%	0.1	242879	47	8.00
2	9	3	27	6	58	6101030	22.85%	0.1	222002	80	8.00
3	7	4	39	3	27	4898790	22.95%	0.1	128495	15	8.00
4	9	3	27	6	58	6083530	33.32%	0.1	228042	62	8.00
5	9	3	28	6	55	6114140	31.29%	0.1	168146	30	8.00
6	8	3	57	5	47	5213350	22.79%	0.1	243834	7	8.00
7	12	5	48	7	65	8196420	42.72%	0.1	217391	80	8.00
8	7	5	47	2	19	5168850	38.48%	0.1	215378	30	8.00
9	8	5	48	3	27	5805110	32.51%	0.1	138515	41	8.00
10	14	5	47	9	85	9107980	60.78%	0.1	140919	10	8.00

Figura D.15: Resultados casos de 50 clientes con ventanas de tiempo cerradas

# de problema	# autos utilizados	Planta 1	# Viajes en la planta 1	Planta 2	# Viajes en la planta 2	Valor objetivo	Gap	mipgap	# de Iteraciones	branch-and-bound nodos	Tiempo en Horas
1	28	16	145	12	110	20472700	57.96%	0.1	414688	0	8.00
2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	17	10	97	7	70	12544600	51.98%	0.1	253815	0	8.00
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	28	16	150	12	109	19664500	69.77%	0.1	319401	0	8.00

Figura D.16: Resultados casos de 100 clientes con ventanas de tiempo cerradas

Apéndice E

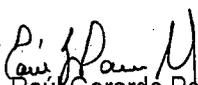
Carta de Referencia PEMEX

Gerencia de Almacenamiento y Distribución Norte
Subgerencia de Terminales de Almacenamiento y Distribución
Suptcia. Gral. de Operación de Terminales

A quien corresponda.-

Con la presente se informa que el profesionista José Manuel Velarde Cantú realizó en esta empresa, el trabajo de tesis de maestría titulado "Optimización de Flotilla y Ruteo de Vehículos en una Red de Transporte", con base en el proyecto titulado "Caracterización de las rutas de reparto a un grupo piloto de estaciones de servicio de la zona Metropolitana de Monterrey", dirigido por Dr. Igor S. Litvinchev, lo anterior como parte del Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas (PISIS) de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, que tiene por objeto la formación de profesionistas de alta calidad en las áreas de soporte a la toma de decisiones.

Atentamente.



Ing. Raúl Gerardo Ponce Chávez
Suptte. Gral.

mmrr

PETROLEOS MEXICANOS

Carretera a Minera del Norte Km. 3.0 Santa Catarina, N. L. C.P. 66350
Conmutador 01 (81) 8388-8282 / 8388-8383 ext. 24520

Bibliografía

- [1] A. Kolen, A. Rinnooy Kan, and H. Mercure. Vehicle routing with timw windows. *Operations Research*, 35(2):266-273, 1987.
- [2] B. Dimitris, Tsitsiklis, John N. *Introduction to Linear Optimization*, Athena Scientific, 1997
- [3] Council of Logistics Managment *What's It All About?* Oak Brook, IL, 1993.
- [4] E. Baker. An exact algorithm for the time constrained traveling salesman problem. *Operations Research*, 31(5):938-945, 1983
- [5] E. Baker and J. Schaffer. Solution improvement heuristics for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 6 (3,4):261-300,1988
- [6] F. Robert, *Software Survey: Linear Programming INFORMS OR/MS Today*, 32(3),2005
- [7] G.B. Dantzing and J.H. Ramser “The truck dispatching problem.” *Management Science*, 6:80, 1959.
- [8] Hall, H. Randolph, *Handbook of Transportation Science*, 2nd Edition, Kluwer Academic Publishers, 2003
- [9] H. Psaraftis. A dynamic programming solution to the single vehicle many to many immediate request dial-a-ride problem. *Transportation Science*, 14(2):154,1980.

- [10] J. Aranque, G. Kudwa, T. Morin, and J. Penky. A branch-and-cut algorithm for vehicle routing problems. *Annals of Operations Research*, 50: 35-59,1994
- [11] J. Potvin and J. Rousseau. A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 66: 331-340, 1991
- [12] J. Desrosiers, M. Solomon and F. Soumis. Time constrained routing and scheduling. In M. Ball, T Magnati, C. Momma, G. Nemhauser, editors, *Handbooks in Operations Research and Management Science:Networks*. North-Holland, 1994.
- [13] J. Desrosiers, M. Sauve and F. Soumis. Langrangian relaxation methods for solving the minimum fleet size multiple traveling salesman problem with time windows. *Management Science* 34(8):1005-1022,1988.
- [14] J. Desrosiers, Y. Dumas, and F. Soumis. A dynamic programing solution of the large-scale single- vehicle dial-a-ride problem with time windows. *American Journal of Mathematics and Management Sciences*, 6(3&4):301-325,1986.
- [15] J. Potvin, T. Kervahut, B. Garcia, and J. Rousseau. The vehicle routing problem with time windows, Part I: Tabu search. *INFORMS Journal on Computing*, 8(2): 158-164,1996.
- [16] J. Potvin and S. Bengio. The vehicle routing problem with time windows, Part II: Genetic search. *INFORMS Journal on Computing*, 8(2):165-172,1996.
- [17] K. Nygard, P. Greenberg, W. Bolkan, and E. Swenson. Generalized assignment methods for the deadline vehicle routing problem. In B. Golden and A. Assad, editors, *Vehicle Routing. Methods and Studies*, p. 107-126 North Holland, Amsterdam, 1988.
- [18] K. Hoffman and M. Padberg. Solving airplane crew scheduling problems by branch-and-cut. *Management Science*, 39 (6) 657-683, 1993.

- [19] L. Bodin, B. Golden, A. Assad and M. Ball. Routing and scheduling of vehicles and crews the state of the art. *Computers & Operations Research*, 10:63-211, 1983
- [20] L. Lilian, R. Michael , B. David, “A global view og industrial logistics”, *European Journal of Operational Research*, 129(1) 231-234.
- [21] Marshall L. Fisher, Kurt O Jörnsten and Oli B. Madsen “Vehicle Routing with time windows two optimization algorithms”, *Operations Research*, 45(3): 488-492
- [22] M. Solomon. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints. *Operations Research* 35(2):254-265,1987.
- [23] M. Solomon. On the worst-case performance of some heuristics for the vehicle routing and scheduling problem with time windows constraints. *Networks*, 16:161-174,1986.
- [24] M. Solomon and J. Desrosiers. Time window constrained routing and scheduling problems. *Transportation Science*, 22 (1):1-13,1988
- [25] M. Solomon, E. Baker And J. Schaffer. Vehicle routing and scheduling problems with time windows constraints: Efficient implementations of solution improvement procedures. In B. Golden and A. Assad, editors, *Vehicle Routing: Methods and Studies*, pages 85-105. North-Holland, Amsterdam,1988
- [26] M. Desrochers, J. Lenstra, M. Savelsbergh, and F Soumis. Vehicle routing with time windows: Optimization and approximation. In B. Golden and A. Assad, editors, *Vehicle Routing:Methods and Studies*, p. 65-84. North Holland, Amsterdam, 1988.
- [27] M. Desrochers, J. Desrosiers, and M. Solomon. A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research*, 40(2) 342-354, 1992.

- [28] M. Padberg and G. Rinaldi. A branch-and-cut algorithm for the resolution of large scale symmetric traveling salesman problems. *SIAM Reviews* 33(1):60-100,1991.
- [29] M. Savelsbergh. The vehicle routing problem with time windows: Minimizing route duration. *ORSA Journal on Computing* 4(2):146-154,1992
- [30] N. Kohl. Exact Methods for Time Constrained Routing and Related Scheduling Problems. PhD thesis, Technical University of Denmark. Copenhagen, 1995.
- [31] N. Christofides, A. Mingozzi, and P. Toth. State-space relaxation for the computation of bounds to routing problems. *Networks* 11:145-164. 1981.
- [32] P. Toth, D. Vigo. *The Vehicle Routing Problem*. SIAM, 2001.
- [33] P. Augerat. Approache Polyédrale du Problème de Tournées de Véhicules. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France,1995.
- [34] "Routing Software Prevents Scheduling Meltdown ",*Logistics Management* 35, no 6 (june 1996) p 85.
- [35] S. Thangiah, K. Nygard, and P. Juell, Gideon: A genetic algorithm system for vehicle routing with time windows. In *Proceedings of the 7th IEEE Conference on Artificial Intelligence Applications*, p422-425, Miami 1991
- [36] T. Sexton and L.Bodin. Optimizing single vehicle many-to-many operations with desired delivery times. *Transportation Science*, 19:378-435, 1985.
- [37] Y.Rochat and E. Taillard.Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing. *Journal of Heuristics*, 1:147-167,1995.
- [38] Cano I., Asignacion de recursos de transporte: un enfoque practico, M.C. tesis, 2005, PISIS.
- [39] Cano I., Litvinchev I., Palacios R., Naranjo G. Modeling vehicle routing in a star-case transportation network, *Proc. XIV International Congress on Computer Science*, Mexico-city, Mexico, 2005, 373-377.

- [40] Litvinchev I., Cano I., Naranjo G., Palacios R. The fleet size and mix problem for vehicle routing in a star-case transportation network, Proc. International Conference on Modeling and Simulation, Morelia, Mexico, 2005, 227-230.
- [41] Pyung Hoi Koo, Woon Seek Lee, and Dong Won Jang, Fleet sizing and vehicle routing for container transportation in a static environment, *OR Spectrum* (2004) 26: 193-209.
- [42] Rodolfo Dondo, Jaime Cerda. A cluster-based optimization approach for the multi-depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows, *European Journal of Operational Research* 176 (2007) 1478-1507.
- [43] Gábor Nagy, Saíd Salhi, Location-routing: Issues, models and methods, *European Journal of Operational Research* 177 (2007) 649-672.
- [44] Gómez L, presidente de la Asociación de Transporte Privado (ATP)
- [45] Bräysy, O. A reactive variable neighborhood for the Vehicle Routing Problem with time Windows. 2001. To appear in *Inform Journal on Computing*.
- [46] Toth, Paolo y Vigo, Daniele. *The Vehicle Routing Problem*. Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM) (2002).
- [47] Benjamín Barán y Augusto Hermosilla. Comparación de un Sistema de Colonias de Hormigas y una Estrategia Evolutiva para el Problema del Asignación de Vehículos con Ventanas de Tiempo en un Contexto Multiobjetivo
- [48] Clarke, G. y Wright, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research* 12(4):568–581 (1964).
- [49] Laporte, Gilbert, Mercure, H. y Nobert, Y. An exact algorithm for the asymmetrical capacitated vehicle routing problem. *Networks* 16:33–46 (1986).
- [50] Fisher, M. L. Optimal solution of vehicle routing problems using minimum k-trees. *Operations Research* 42:626–642 (1994).

- [51] Cornuéjols Cornuéjols, G., Fonlupt, J. y Naddef, Denis. The traveling salesman problem on a graph and some related integer polyhedra. *Mathematical Programming* 33:1–27 (1985).
- [52] Dantzig, George B. y Wolfe, Phil. Decomposition principle for linear programs. *Operations Research* 8:101–111 (1960).
- [53] Agarwal, Y., Marthur, K. y Salkin, H. M. A set-partitioning-based exact algorithm for the vehicle routing problem. *Networks* 19:731–749 (1989).
- [54] Desrochers, Martin, Desrosiers, Jacques y Solomon, Marius M. A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research* 40:342–354 (1992).
- [55] Bixby, A., Coullard, C. y Simchi-Levi, D. The capacited prize-collecting traveling salesman problem (1997). Working Paper, Department of Industrial Engineering and Engineering Management, Northwestern University, Evanston, IL.
- [56] Desrochers, Martin y Verhoog, T. W. A matching based savings algorithm for the vehicle routing problem. Technical Report Cahiers du GERAD G-89-04, École des Hautes Études Commerciales de Montréal, Canada (1989).
- [57] Wark, P. y Holt, J. A repeated matching heuristic for the vehicle routing problem. *Journal of Operations Research Society* 45:1156–1167 (1994).
- [58] Mole, R. H. y Jameson, S. R. A sequential route-building algorithm employing a generalized savings criterion. *Operations Research Quarterly* 27:503–511 (1976).
- [59] Christofides, N., Mingozzi, A. y Toth, P. The vehicle routing problem. Wiley, Chichester, UK (1979).
- [60] Solomon, Marius M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research* 35(2) (1987).
- [61] Barbarosoglu, G. y Ozgur, D. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem. *Computers and Operations Research* 26:255–270 (1999).

- [62] Contardo C. Formulación y solución de un problema de asignación de vehículos con demanda variable en tiempo real, trasbordos y ventanas de tiempo. Universidad de Chile 2005