

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



**SIMULACIÓN DEL DESCASCARADO DE
PLANCHÓN DE COLADA CONTINUA**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA MECÁNICA
CON ESPECIALIDAD EN MATERIALES**

**PRESENTA
OSCAR JESÚS ZAPATA HERNÁNDEZ**

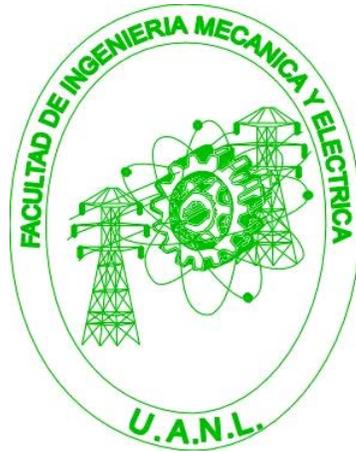
CIUDAD UNIVERSITARIA

JULIO DEL 2007

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



**SIMULACIÓN DEL DESCASCARADO DE
PLANCHÓN DE COLADA CONTINUA**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
DE LA INGENIERÍA MECÁNICA CON ESPECIALIDAD EN
MATERIALES**

PRESENTA

OSCAR JESÚS ZAPATA HERNÁNDEZ

CIUDAD UNIVERSITARIA

JULIO DEL 2007

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis “Simulación del descascarado de planchón de colada continua”, realizada por el alumno Oscar Jesús Zapata Hernández, matrícula 0962990, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Mecánica con Especialidad en Materiales.

El Comité de Tesis

Asesor
Dra. Martha Patricia Guerrero Mata.

Asesor
Dr. Rafael Colás Ortiz.

Coasesor
Dr. Jorge Ramírez Cuellar.

Vo.Bo.
Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodríguez.
División de Estudios de Post-grado.

San Nicolás de los Garza, N.L. Julio 2007

DEDICATORIA

A Dios
por permitirme vivir este momento

A mis padres y hermanos,
por todo el apoyo brindado

A mis asesores de tesis
por su incondicional apoyo

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Autónoma de Nuevo León por el apoyo brindado en mis estudios de postgrado a si mismo agradezco a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Se agradece los apoyos económicos brindados por el CONACYT para realizar el presente trabajo.

A la Dra. Martha Patricia Guerrero por el entusiasmo, paciencia y apoyo recibido durante la realización de este trabajo.

Al Dr. Rafael Colás Ortiz, por sus valiosos comentarios y por la atención prestada a este trabajo.

Al Dr. Jorge Ramírez Cuellar por la revisión y sus valiosos comentarios sobre este trabajo.

Al Dr. Rafael Mercado Solís por sus enriquecedores comentarios y apoyo durante la realización de este trabajo.

Doy un agradecimiento especial a mis compañeros de generación: a “Mike”, a “Orlano”, a “Cahuayote” y a Jorge por la gran amistad que me han brindado y por el apoyo que me dieron durante este estudio de postgrado.

CONTENIDO

CAPÍTULO 1.- INTRODUCCIÓN	3
CAPÍTULO 2.- PROCESO DE LAMINACIÓN EN CALIENTE	6
2.1 Introducción al proceso de laminación en caliente	6
2.2 Aspectos históricos del proceso de laminación en caliente	7
2.3 Crecimiento de óxido en el proceso de laminación en caliente	8
2.3.1 Cinética de crecimiento de la capa de óxido	12
2.4 Proceso de descascarado	13
2.4.1 Mecanismos de descascarado	15
CAPÍTULO 3.- MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE PROCESOS	18
3.1 Modelación contra simulación	18
3.2 Ventajas y desventajas de la simulación	20
3.3 Modelación matemática del sistema	22
3.3.1 Espesores de la capa de óxido	22
3.3.2 Zonas de análisis	23
3.3.3.-Leyes físicas sobre las zonas	24
3.3.4.-Condiciones iniciales y condiciones frontera	30
3.3.5.-Condiciones frontera sobre las zonas de análisis	32
3.3.6.-Cálculo de esfuerzos térmicos generados en la capa de óxido	37
3.3.7.-Esfuerzos críticos para la ruptura de la capa de óxido	41
CAPÍTULO 4.- MÉTODO DE ELEMENTO FINITO	44
4.1 Introducción	44
4.2 Definición del método de elemento finito	46
4.3 Historia del método de elemento finito	48
4.4 Formulación matemática para el método de elemento finito	51
4.4.1.- Método de aproximación directa	51
4.4.2.- Método de Ritz	52
4.4.3.- Método de residuos ponderados	53
4.5 MEF para el análisis térmico en el proceso de laminación en caliente.	55

	2
4.6 Esquemas explícitos e implícitos	58
CAPÍTULO 5.- DESARROLLO COMPUTACIONAL	60
5.1.-Introducción	60
5.2 Estrategia de modelación	61
5.3 Metodología	63
5.4 Parámetros ajustables en el modelo	70
CAPÍTULO 6.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN	71
6.1 Introducción	71
6.2 Evolución térmica	71
6.3 Distribución de esfuerzos	87
6.4 Contribución mecánica de la presión de impacto	96
CAPÍTULO 7.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	98
7.1 Conclusiones	98
7.2 Recomendaciones	100
REFERENCIAS	101
LISTADO DE TABLAS	106
LISTADO DE FIGURAS	107
LISTADO DE SÍMBOLOS	111
APÉNDICE A	116
RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO	120

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Hoy en día el proceso de laminación en caliente sigue siendo una de las prácticas más utilizadas para la producción de lámina delgada. Se requiere de la obtención de un producto de perfecta calidad y no solamente lo que corresponde a propiedades físicas y mecánicas, sino de una buena calidad superficial que sea adecuada para futuras aplicaciones de la lámina a nivel industrial.

Un fenómeno que siempre estará presente al trabajar el acero en caliente es la oxidación que ocurre en su superficie. Durante el proceso de laminación en caliente en una línea compacta, el planchón de acero permanece dentro de un horno túnel a temperaturas de 1050 a 1150°C por un tiempo aproximado de 12 a 20 minutos antes de ser laminado. En este tiempo de permanencia se desarrolla una capa de óxido al reaccionar el acero con el oxígeno. La rapidez de crecimiento de la capa de óxido durante el recalentamiento es considerada del tipo parabólica y su morfología a temperaturas superiores a 570°C consiste en wustita (FeO , capa más interna), magnetita (Fe_3O_4 , capa intermedia) y hematita (Fe_2O_3 , capa externa) con una relación 95:4:1 respectivamente para oxidación en aire [1].

En algunos casos, la formación de esta capa de óxido puede ser benéfica dado que se pueden eliminar algunos defectos de superficie en la etapa de recalentamiento. Sin embargo, en el proceso de laminación en caliente, la capa de óxido que se forma tiende a ser laminada junto con el acero provocando la impresión del mismo sobre su superficie resultando en una mala calidad superficial del producto final por lo que debe ser removida adecuadamente mediante chorros de agua a alta presión. Esta etapa es llamada descascarado.

La capa de óxido es removida de la superficie mediante la combinación de dos mecanismos durante el descascarado [2]:

1. Efectos térmicos.
2. Efecto de la fuerza dinámica de impacto.

Un modelo matemático que incluya el análisis de esta combinación de mecanismos hace que las ecuaciones constitutivas correspondientes sean extremadamente difíciles de resolver mediante métodos analíticos; por lo tanto, se recurre a técnicas numéricas dentro de las cuales se puede utilizar el método de elemento finito (MEF). Uno de los aspectos más importantes del MEF es su confiabilidad y versatilidad, ya que el método puede ser utilizado de manera confiable en programas asistidos por computadora.

En las recientes décadas se han desarrollado paquetes de simulación extremadamente poderosos que utilizan el MEF y con la ayuda de estos paquetes se pueden resolver estas ecuaciones en una forma aproximada y además se puede obtener una visualización así como una animación gráfica que ayude a interpretar los resultados de una mejor manera para posteriormente ser comparados con los resultados del problema físico. Debido a esto, la modelación y simulación de procesos es cada día práctica común e indispensable en el estudio de todas las áreas de ingeniería.

En este trabajo se utilizó el paquete comercial ABAQUS/Standard con el cual se desarrolló un modelo termomecánico para evaluar la integridad mecánica de la capa de óxido formada después de la etapa de recalentamiento y la remoción de ésta durante el descascarado en el proceso de laminación en caliente para aceros de bajo carbono. Se

consideró una capa homogénea de óxido. Se trabajaron con 3 espesores distintos de óxido: 500, 750 y 1000 μm de espesor. Se buscó obtener además una distribución adecuada de temperatura previa a la entrada al primer castillo de laminación como base para futuros trabajos.

Los resultados de este trabajo de investigación permiten entender con mayor detalle el mecanismo de desprendimiento de la capa de óxido durante el descascarado, los resultados de la simulación concuerdan con los reportados en literatura y observados en el proceso. Una aportación importante de este trabajo es disponer de un modelo computacional que permitirá estudiar más a detalle los parámetros que influyen en los mecanismos de remoción de la capa de óxido.

CAPÍTULO 2

PROCESO DE LAMINACIÓN EN CALIENTE

2.1 Introducción al proceso de laminación en caliente

El proceso de laminación en caliente se define como el proceso metalúrgico en el cual el metal se deforma plásticamente haciéndolo pasar entre una serie de rodillos a una temperatura superior a la de recristalización [3].

Uno de los desarrollos recientes más importantes en el procesamiento de acero es la línea de laminación compacta, mejor conocida como línea CSP (Compact Strip Plant, por sus siglas en inglés). Con el uso de esta tecnología se pueden obtener láminas con espesores de hasta 1 mm a partir de planchón de 48 a 52 mm de espesor mediante un proceso continuo. El acero es obtenido a través de un proceso de colada continua en el cual se utilizan hierro esponja y chatarra como materia prima para ser fundidos en un horno de arco eléctrico. En esta etapa se añaden los elementos aleantes para obtener la composición química deseada. Posteriormente el acero en estado líquido es vaciado a un distribuidor encargado de regular y homogeneizar la presión así como el caudal de acero a solidificar en un molde de colada continua. De la salida del molde se produce un

planchón de acero que al solidificar es desplazado y doblado en forma gradual para cambiar de una posición vertical a una horizontal con la ayuda de rodillos guía. Al finalizar la colada el planchón es cortado a una longitud adecuada.

Después el planchón producido se hace pasar por un horno túnel cuya función principal es la de homogeneizar su temperatura a valores que varían desde 1050 a 1150°C, dependiendo del tipo de acero y del producto final requerido. El planchón es mantenido dentro del horno alrededor de 12 a 20 minutos para posteriormente ser llevado a un sistema de descascarado que se encargará de remover la capa de óxido formada durante el proceso de recalentamiento utilizando chorros de agua a alta presión. Posteriormente el planchón pasa por una serie de molinos de laminación (denominados como FX, donde X es el número de molino) donde es reducido hasta su espesor final; enseguida la lámina pasa por una mesa de enfriamiento con el fin de regular su temperatura para ser finalmente enrollada. El proceso en la planta de laminación compacta es mostrado en la figura 2.1.

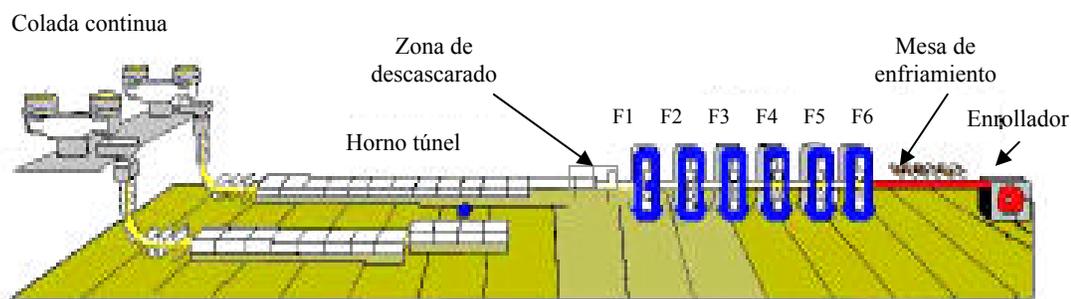


Figura 2.1.- Diagrama de una planta compacta [5].

2.2 Aspectos históricos del proceso de laminación en caliente

El proceso de laminación en frío de materiales no ferrosos ha sido practicado desde el siglo XIV, sin embargo la laminación en caliente de acero se inició en la última mitad del siglo XVII en Europa. La lenta evolución del proceso de laminación en caliente se debía a que, previo a los siglos mencionados, no se disponía de cantidades importantes de hierro ya que éste se obtenía a partir de mineral de hierro y carbón y además era producido en hornos tipo fragua cuyas temperaturas de operación no eran suficientes

para fundir el hierro. Sin embargo, con el surgimiento del alto horno, así como el uso del coque como combustible se logró fundir y vaciar el hierro aumentando considerablemente las cantidades de éste.

Los molinos de laminación más antiguos tenían como fuente de energía para hacer girar los rodillos la misma fuerza del operador o animales de tiro [4]. Posteriormente surgieron los molinos cortadores los cuales derivaban su potencia de ruedas hidráulicas que posteriormente serían reemplazados por la máquina de vapor en el siglo XVIII.

La revolución industrial del siglo XIX junto con el mercado de varillas, rieles y otras secciones estructurales dieron un mayor ímpetu al desarrollo de la laminación en caliente; y posteriormente a inicios del siglo XX la máquina de vapor fue rápidamente desplazada por el motor eléctrico como forma de potencia para los molinos de laminación. En el transcurso del siglo XX surgen las prácticas de horno de arco eléctrico, así como los procesos de fabricación de acero basados en oxígeno, los cuales resultaron en un aumento considerable de producción de acero aunado al surgimiento de la colada continua para producir planchones de acero. A estos acontecimientos se añade la rápida evolución de los molinos de laminación mejorando considerablemente la rapidez de producción del producto final [5].

A la mitad del siglo XX los molinos de laminación en caliente ya contaban con sistemas de descascarado, sin embargo, en 1969 en una conferencia sobre recalentamiento y trabajado en caliente, Hills y Sellars acentuaron la poca importancia prestada al estudio del descascarado y desde entonces esta área de estudio fue creciendo lentamente tomando su mayor auge en la mitad de los años noventa principalmente debido a la necesidad de mejorar la calidad de la superficie en el producto final [6].

2.3 Crecimiento de óxido en el proceso de laminación en caliente

La exposición de los metales y aleaciones a altas temperaturas lleva a la formación de óxidos. Las capas de óxido son aquellas que crecen lentamente con una alta integridad sobre la superficie del metal [7]. La figura 2.2 es un ejemplo esquemático de la sección transversal de un óxido formado sobre la superficie de un metal o una aleación.



Figura 2.2.- Diagrama esquemático de la sección transversal de una capa de óxido formada sobre la superficie de un metal o una aleación.

La oxidación de los metales se puede clasificar en 2 grupos: aquellas que forman óxidos protectores y aquellas que no. Cada grupo se distingue de otro mediante la relación Pilling-Bedworth (PB) que se define como la relación entre el volumen de óxido con respecto al volumen del metal:

$$PB = \frac{V_{ox}}{V_m} \quad (2.1)$$

Si la relación Pilling-Bedworth (PB) es mayor a 1 el óxido es considerado como protector [8,9]. Este será un parámetro importante ya que varias de las ecuaciones formuladas para evaluar la integridad mecánica del óxido consideran a éste como protector. En la Tabla 2.1 se muestran los valores PB para cada tipo de óxido de hierro.

Tabla 2.1.- Valores PB para óxidos de hierro [9].

Óxido	PB
FeO (sobre hierro α)	1.68
Fe ₃ O ₄ (sobre hierro α)	2.10
Fe ₂ O ₃ (sobre hierro α)	2.14

En el proceso de colada continua tan pronto termina la solidificación del acero, el planchón comienza a oxidarse ya que se encuentra sometido a una alta humedad originando un crecimiento de óxido aunado a la alta temperatura. El planchón es llevado posteriormente a un horno túnel (también llamado horno de recalentamiento) en el que se mantiene durante un periodo de 12 a 20 minutos para homogeneizar su temperatura a

un valor entre 1050 y 1150°C. El planchón incluso puede ser mantenido dentro del horno por tiempos de hasta 2 horas en caso de que exista algún problema ya sea en la colada o en los molinos de laminación. Otra función importante del horno túnel es variar la velocidad de colado que oscila entre valores de 0.066 a 0.1 m/s, con la velocidad de laminado que es de 0.25 a 0.7 m/s. El horno túnel contribuye a la generación de la mayor cantidad de óxido en el cual se puede llegar a perder hasta un 2% de material en el periodo de tiempo antes mencionado [8].

Al óxido formado en esta etapa se le conoce como óxido primario. El tipo de óxido formado dependerá de la forma en que reaccione el acero con su alrededor, es decir, una pequeña variación en las condiciones de recalentamiento puede resultar en diferentes morfologías de la capa de óxido; incluso es sumamente complicado obtener 2 capas de óxido con un mismo espesor y una misma morfología manteniendo condiciones idénticas en el recalentamiento [10]. Para la planta compacta analizada en este trabajo, dentro del horno túnel existe una concentración de oxígeno libre de 2 a 5% con la finalidad de que al reaccionar con el acero se produzca una capa de óxido de espesor uniforme. Fuera del horno túnel se puede considerar oxidación en aire [11].

Un metal puro que puede oxidarse a más de una valencia formará una serie de óxidos, típicamente en capas separadas. El hierro tiene una valencia de +2 y +3 a altas temperaturas, por lo tanto, la capa de óxido consistirá principalmente de wustita (FeO), magnetita (Fe_3O_4) y hematita (Fe_2O_3). Del diagrama de fases hierro-oxígeno de la figura 2.3, se puede observar que la wustita se forma a temperaturas superiores a 570°C. Arriba de esta temperatura la secuencia en la cáscara de óxido sería wustita, luego magnetita, y finalmente hematita con la capa de wustita más cercana al metal.

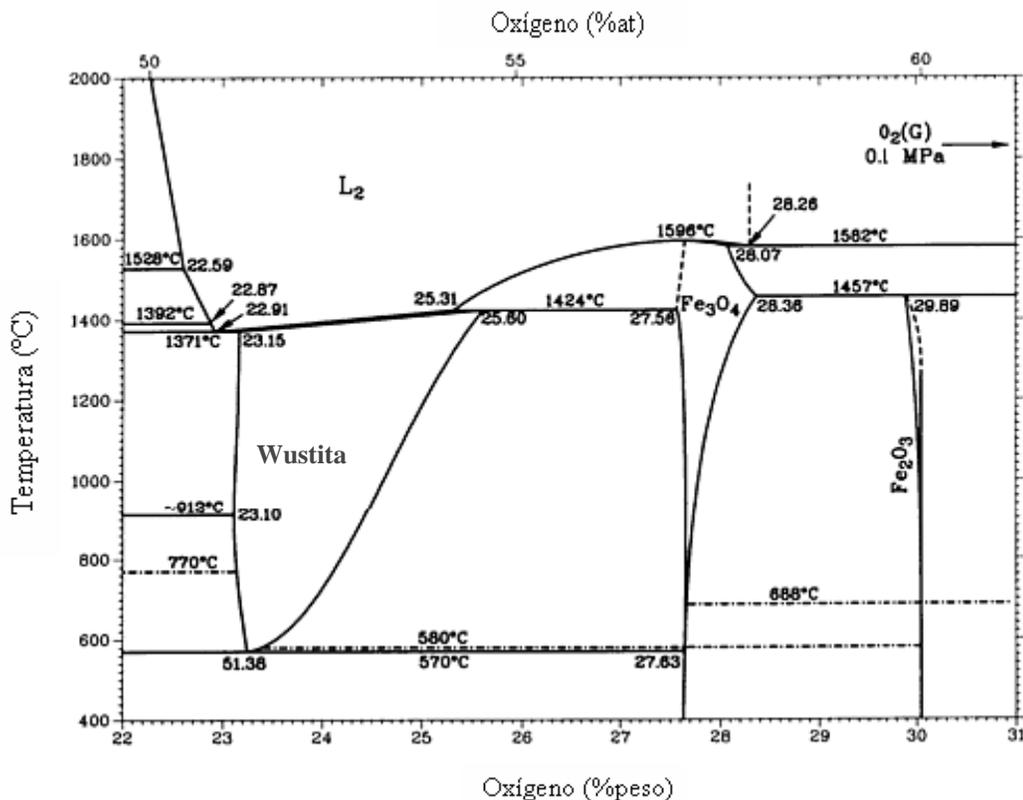


Figura 2.3.-Diagrama de equilibrio Fe-O[12].

La wustita es la capa mas rica en hierro con una estructura cristalina cúbica centrada en las caras con un contenido de 23.15 a 25.6% de oxígeno en su estructura y su mecanismo de formación consiste en difusión de los iones de hierro, en la que los iones de oxígeno se agregan a la cara externa de la fase y permanecen fijos.

La magnetita tiene una estructura cúbica inversa del tipo espinel, con un intervalo de 27.56 a 28.36% en peso de oxígeno que existe como un óxido deficiente metálico con un nivel menor al de la wustita.

La hematita es el óxido más externo de la capa y es la más rica en oxígeno con un valor cercano al 30% en peso. Su mecanismo de difusión es por migración de los iones de oxígeno en el que prácticamente no participa el hierro. Los iones de oxígeno existen en un arreglo hexagonal compacto con los iones de hierro en los intersticios.

La gran movilidad de los defectos (por ejemplo, las vacancias) en la wustita causa que esta capa sea muy gruesa comparada con las capas de magnetita y hematita. La

razón de espesores de wustita/magnetita/hematita es de 95:4:1 para oxidación en aire en el rango de temperaturas de 700 a 1250°C [1] aunque otros autores presentan una razón de 90:8:2 a temperaturas superiores a 570°C [11]. Sin embargo, la razón de espesores entre las capas será diferente para diferentes temperaturas, tiempos de oxidación y composición química del acero.

En la figura 2.4 se presenta un ejemplo de lo que podría ser una capa formada de óxido. Típicamente existe una alta heterogeneidad en la capa de óxido.

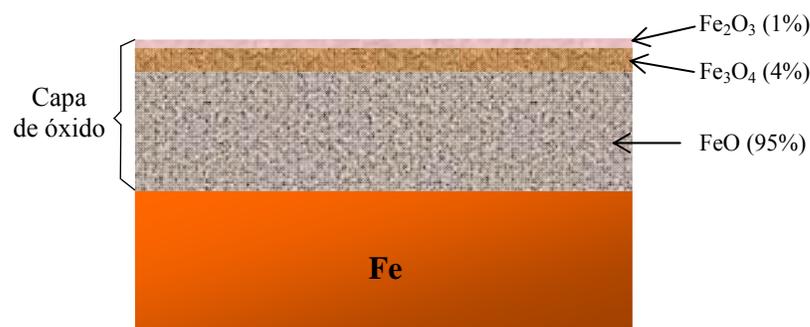


Figura 2.4.- Ilustración esquemática de la capa de óxido.

2.3.1 Cinética de crecimiento de la capa de óxido

El proceso de oxidación es un fenómeno complejo debido a que depende de un gran conjunto de variables tales como el tiempo de calentamiento, la temperatura del horno, tipo de atmósfera, presión, rapidez de calentamiento, composición química, geometría del sistema, entre otras [10]. En este trabajo el crecimiento de la capa de óxido estará representado por la ley parabólica que establece que la rapidez de formación de óxido es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del tiempo y se cumple cuando la difusión iónica a través del óxido es el proceso determinante en la reacción y se representa por la ecuación (2.2) [10,11]:

$$e = kt^{0.5} \quad (2.2)$$

donde e es el espesor de la capa de óxido, k es el coeficiente de crecimiento parabólico y t el tiempo. El coeficiente k depende de las condiciones específicas del medio (temperatura y tipo de atmósfera), de la condición de la superficie del metal así como de

la composición química. Para el horno túnel utilizado en la planta compacta estudiada en este trabajo k se obtiene mediante la ecuación (2.3) [8,11]:

$$k = 1 \times 10^{-6} \exp \left[6.4 \times 10^{-3} (T + 273.15) \right] \quad (2.3)$$

donde T es la temperatura en °C.

Es importante considerar la capa de óxido ya que contribuye de manera importante al comportamiento de transferencia de calor al actuar como una capa aislante modificando la rapidez de enfriamiento del planchón, así como la calidad de la superficie aunque también está reportado en la literatura que podría afectar las fuerzas de laminado, fricción, par, consumo de energía, así como desgaste en rodillos al ser laminada junto con el planchón [1,10,13-15].

2.4 Proceso de descascarado

El descascarado se define como un proceso químico o mecánico para remover las capas de óxido que se forman sobre algunos metales o aleaciones a altas temperaturas [16]. Esta definición implica un análisis termomecánico para estudiar la integridad de la capa de óxido durante este proceso. Tan pronto como el planchón sale del horno túnel, éste es llevado a un sistema de descascarado que es el encargado de remover la capa de óxido utilizando chorros de agua a alta presión. El sistema típicamente cuenta con un conjunto de cabezales que cuentan con boquillas arregladas en forma estratégica para ejercer una distribución uniforme del chorro de agua así como la presión adecuada para remover la cáscara de óxido. En la planta compacta que se estudia en este trabajo el sistema cuenta con 4 cabezales, 2 para remover la capa de óxido en la parte superior y 2 para removerla en la parte inferior. Los cabezales en la sección de entrada del descascarado son llamados “cabezales de baja presión” y los de la salida “cabezales de alta presión”. Cada cabezal consiste de un arreglo de 36 boquillas. El área de impacto se puede apreciar mejor en la figura 2.5. w es el ancho de la huella, θ es el ángulo nominal de chorro en la dirección w y ϕ es el ángulo nominal de chorro en la dirección b . Los defectos principales causados sobre la superficie en caso de que el óxido no pudiera ser

removido completamente pueden ser la formación de óxido rojo u óxido impreso en la lámina.

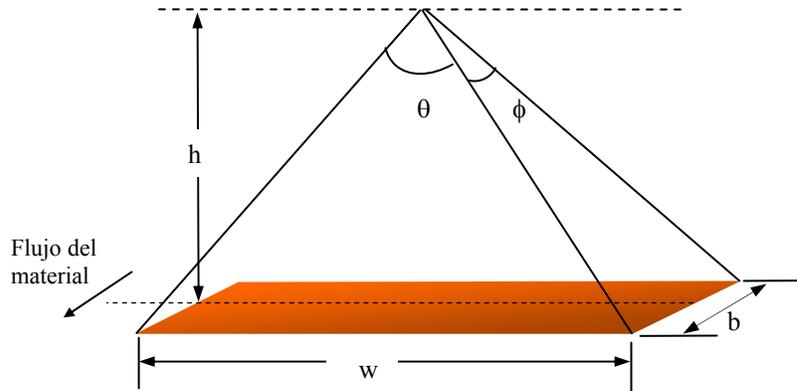


Figura 2.5.- Ilustración esquemática del área de impacto [6].

En la figura 2.6 se muestra de forma esquemática el sistema de descascarado utilizado en la línea compacta. En la figura también se puede observar la posible existencia de una cortina de agua previo al descascarado, representada por la distancia w_b , h es la distancia del cabezal a la superficie del planchón, b es el espesor de la huella de impacto y v es la velocidad del planchón.

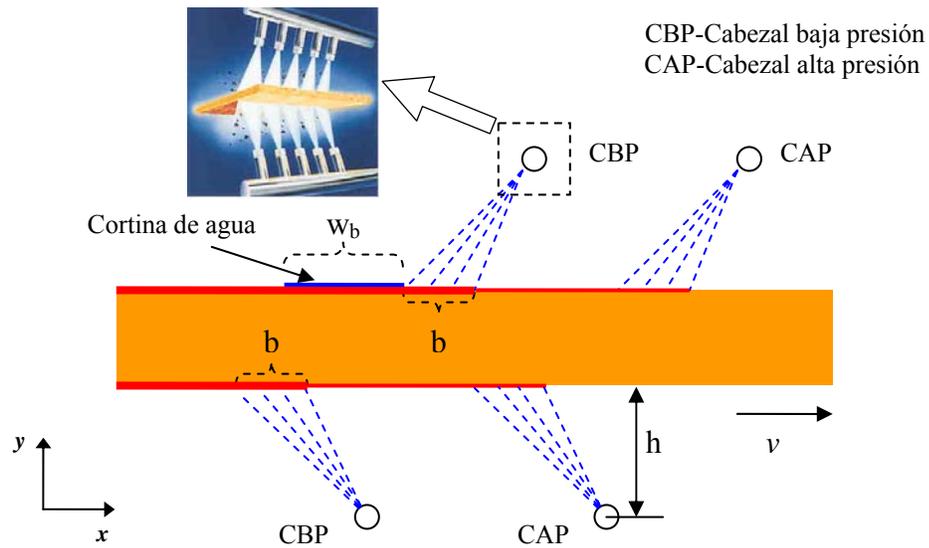


Figura 2.6.- Diagrama esquemático del descascarado.

2.4.1 Mecanismos de descascarado

La capa de óxido es removida de la superficie mediante 2 mecanismos principales mediante el descascarado:

1. Mecanismo térmico

Una causa común de falla de los óxidos protectores es el esfuerzo térmico generado durante el enfriamiento a partir de la temperatura de oxidación. Existen caídas de temperatura en el sistema óxido-sustrato en el trayecto horno túnel-descascarado y además el chorro de agua contribuye a una extracción importante de calor de la superficie de la capa de óxido durante el descascarado. El gradiente térmico generado deforma la capa de óxido generando esfuerzos en ésta. El esfuerzo generado es directamente proporcional a la diferencia de los coeficientes de expansión lineales entre el óxido y el metal. En la mayoría de los casos el coeficiente de expansión térmica del óxido es menor que el coeficiente de expansión para el metal, por lo tanto, se formarán esfuerzos térmicos de compresión en el óxido durante el enfriamiento. Óxidos con capas múltiples desarrollarán esfuerzos adicionales en la interfase óxido-óxido [9,17]. Diversos autores proponen 2 rutas por las que pueda fallar el óxido [18-20].

En la primera ruta (llamada ruta I) se considera una interfase más resistente que el mismo óxido en sí. En el proceso de enfriamiento se generan grietas inclinadas causando un corte de la capa de óxido conforme se incrementa la caída de temperatura ΔT propagándose hacia la interfase para finalmente desprender la capa de óxido deslizándose ésta hacia arriba a lo largo de las caras de la grieta. En la segunda ruta (llamada ruta II) la adhesión en la interfase ya no es 100% por lo que ahora su resistencia es menor a la del óxido originándose un pandeo en éste debido al enfriamiento resultando en el desprendimiento del óxido desde la interfase óxido-sustrato. En la figura 2.7 se muestran estas 2 rutas en forma esquemática.

Existen modelos que toman en cuenta el cambio de fase del agua durante el descascarado. Estos modelos consideran que ésta penetra en las grietas que son perpendiculares al espesor de la capa de óxido y su rápida ebullición provoca un efecto explosivo dentro de la capa de óxido debido al aumento en su coeficiente de expansión y

al rápido aumento en la presión dentro de la grieta generando esfuerzos cortantes que provocan el desprendimiento del óxido [21].

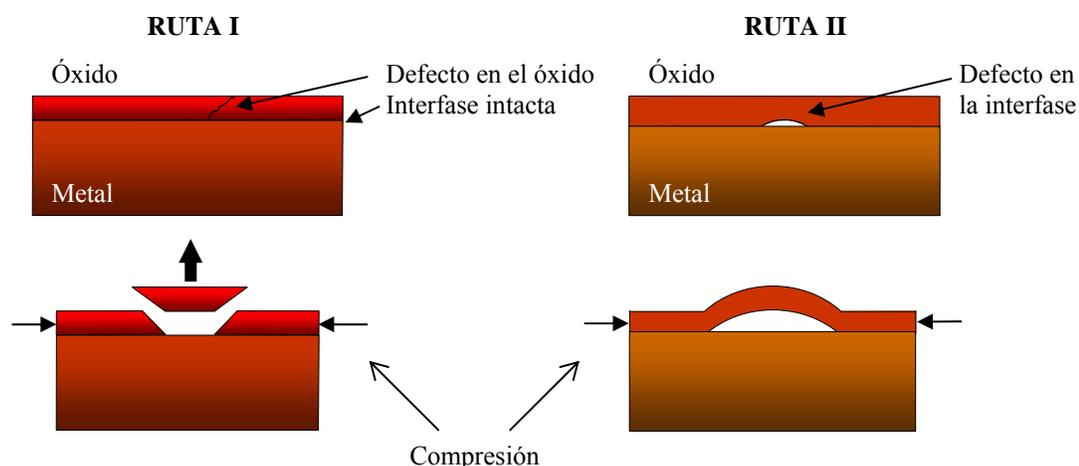


Figura 2.7.-Mecanismos de desprendimiento de la capa de óxido bajo compresión [18-20].

2. Mecanismo mecánico (impacto de agua)

En este mecanismo existen dos posibilidades: que la fuerza del agua sea suficiente para fragmentar el óxido o que la fuerza contribuya a la generación de esfuerzos cortantes en la interfase metal-óxido causando su desprendimiento.

La fuerza de chorro depende principalmente de la velocidad del planchón, espesor de óxido, tamaño de grietas, cantidad de agua y ángulo de inclinación y puede ser obtenida mediante la siguiente ecuación empírica [22]:

$$F = Q\sqrt{2\rho P} \quad (2.3)$$

La fuerza F está dada en Newtons, Q es el flujo de agua en m^3/s , ρ la densidad en kg/m^3 y P la presión del sistema de descascarado en Pascales. La presión de impacto j se calcula mediante la ecuación (2.4) suponiendo una distribución del tipo mostrada en la figura 2.6 [6].

$$j = \frac{KQ\sqrt{P}}{h^x \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (2.4)$$

K y x son coeficientes que dependen del tipo de boquilla utilizada. El tipo de boquilla utilizado en la planta compacta es tipo Lechler en la que $K=0.624$, $x=1.273$, $\theta=40^\circ$ y $h=90\text{mm}$ [8]. En la Tabla 2.2 se muestran los principales parámetros de descascarado para la planta compacta.

Tabla 2.2.- Parámetros del descascarado [8].

Cabezal	Flujo por boquilla (l/min)	Presión del cabezal (Bar)	*Fuerza de impacto (N)	*Presión de impacto (MPa)
Baja presión	28.13	244	103.57	0.71
Alta presión	27.78	238	101.01	0.69
	31.25	301	127.79	0.88
	34.72	372	157.84	1.08

*Utilizando las ecuaciones (2.3) y (2.4)

Hay cierto debate respecto a cual es el mecanismo que predomina en el descascarado. Definitivamente los 2 mecanismos actúan en forma conjunta. Raudensnký y sus colaboradores [2,23] reportan que el impulso térmico es mucho mayor que el impulso mecánico durante el descascarado, mientras que J. Ramírez [22] hace una mención opuesta ya que estudia principalmente la fuerza de impacto en función del caudal requerido para el descascarado.

CAPÍTULO 3

MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE PROCESOS

3.1 Modelación contra simulación

Es práctica común confundir las palabras modelación y simulación. No es posible simular un proceso si no se sabe como modelarlo. El proceso de modelar consiste en extraer todo el conocimiento científico y tecnológico sobre un **sistema** físico, organizar e interpretar este conocimiento apropiadamente y buscar reproducirlo ya sea mediante técnicas analíticas o técnicas numéricas para posteriormente hacer predicciones o modificaciones sobre el mismo [24,25]. La palabra sistema aquí se refiere al proceso de interés. El modelo generado puede tener diferentes formas. Por ejemplo, se puede representar en miniatura un proceso industrial utilizando una planta piloto, a este tipo de modelos se les conoce como modelos físicos. Un modelo es llamado matemático cuando se reúne un conjunto de ecuaciones (normalmente son ecuaciones diferenciales) que representa las leyes de la naturaleza que actúan sobre el sistema y posteriormente se busca resolverlas mediante diversos métodos considerando las condiciones iniciales y de frontera disponibles para el modelo. Una combinación “virtual” de la modelación física y matemática es la modelación computacional. En este tipo de modelación se utilizan

herramientas de diseño y manufactura ayudados por computadora (CAD/CAM, por sus siglas en inglés) junto con algoritmos de programación encargados de resolver las ecuaciones gobernantes y así poder “simular” el comportamiento del sistema en cuestión.

Si las relaciones que componen al modelo son relativamente simples, es posible utilizar métodos matemáticos para obtener una solución exacta del problema de interés; a este proceso se le llama método analítico. Sin embargo, la mayoría de los sistemas en la vida real son extremadamente complejos y no es posible resolverlos por métodos analíticos, por lo tanto, se recurre a los métodos numéricos.

En los métodos analíticos el problema puede ser resuelto mediante un conjunto de ecuaciones que pueden ser reducidas a una sola solución a través de herramientas como álgebra, cálculo, ecuaciones diferenciales o ecuaciones diferenciales parciales. En los métodos numéricos se busca resolver el mismo tipo de problema pero ahora el procedimiento consistirá en utilizar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y comparaciones [26]. Las computadoras pueden resolver estas operaciones aritméticas en una forma muy rápida y eficiente; por lo tanto, el análisis numérico está íntimamente relacionado a las computadoras y el resultado final será una aproximación a la solución real.

Como se mencionó previamente, una vez definido el modelo se prepara de una forma manual un programa de simulación utilizando herramientas de programación y de diseño ayudado por computadora. En ocasiones se dispone de poderosos paquetes computacionales encargados de resolver las ecuaciones. De esta forma, en la simulación se utiliza una computadora para evaluar un modelo numérico y con la ayuda de interfases gráficas y de animación se puede llegar a “imitar” un sistema real.

Una vez resuelto el modelo es importante corroborar los resultados con los obtenidos a nivel experimental o industrial; a esta etapa se le llama *validación*. Si la validación es satisfactoria se puede ir al siguiente paso que consiste en hacer predicciones. Si no es satisfactoria entonces se tendrán que hacer ajustes ya sea a los parámetros de entrada del

modelo o inclusive a una modificación total del modelo ya sea redefiniendo alguna ecuación o alguna de las condiciones frontera que pudiera estar mal especificada.

El modelo tendrá un margen de error debido al análisis numérico y a las suposiciones hechas para simplificar el análisis. Estos errores se minimizan de acuerdo a las restricciones tanto físicas como matemáticas que debe cumplir el sistema. Los modelos matemáticos, físicos y computacionales son indispensables para realizar una predicción científica. En la figura 3.1 se muestra el proceso de modelación y simulación:

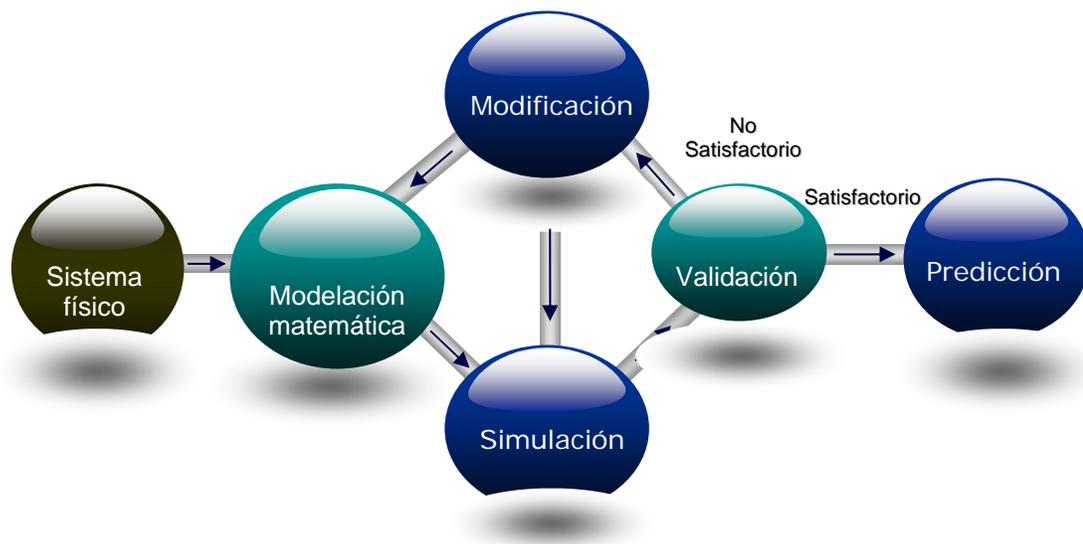


Figura 3.1.- Proceso de modelación y simulación.

3.2 Ventajas y desventajas de la simulación

Hoy en día la práctica de simulación es más común e indispensable en todas las áreas de ingeniería. Las principales ventajas de la simulación son las siguientes [25,27,28]:

- a) **Costo:** La experimentación llevada a cabo en el proceso real puede ser extremadamente costosa. Incluso la experimentación podría provocar interrupciones en el proceso que a futuro podría ser pérdida económica para la industria. Sin embargo, con el uso de la simulación se pueden realizar fácilmente modificaciones al modelo sin la necesidad de detener o modificar parámetros sobre el proceso en marcha.

- b) Tiempo:** La experimentación en planta podría llevar días e incluso meses, sin embargo, dependiendo del tamaño del modelo y de la velocidad del procesador de la computadora se podría elaborar una simulación que resuelva el problema en horas, días, quizás semanas cuando a nivel experimental podría tardar meses o inclusive años.
- c) Control de las condiciones experimentales:** En una simulación las condiciones de proceso pueden ser repetidas indefinidamente mientras que en un experimento quizás sea muy complicado el sólo hecho de mantener las condiciones de proceso, debido a pérdidas, fugas, costo, etc.
- d) Experimentar con sistemas que aún no existen:** Para objetivos de diseño se puede utilizar la simulación para crear nuevos productos, o quizás crear nuevos procesos que aún no existen en práctica o en los que quizá aún no existe un procedimiento de experimentación el cual se hace en ocasiones a prueba y error, tal y como es el caso del descascarado, cosa que en forma real podría ser demasiado costoso.
- e) Transparencia:** Los resultados obtenidos pueden ser mostrados en una forma animada en la pantalla de la computadora ayudando a gente quizás no tan experimentada a interpretar los resultados y tener una mayor confianza en el desarrollo de los modelos.

Hay desventajas importantes sobre el uso de la simulación y no deben de pasar desapercibidas, los principales son:

- a) Costo:** El costo del paquete computacional puede llegar a ser significativo, añadiendo el costo del equipo de cómputo, costo de memorias, licencias, uso de clusters y capacitación.
- b) Complejidad del modelo:** Modelos utilizados para estudiar sistemas a gran escala tienden a ser muy complejos por lo que el generar un programa de computadora para su estudio puede ser una tarea excesivamente complicada que pudiera llevar una gran cantidad de tiempo para su creación. Esta desventaja se

ha contrarrestado con la aparición de paquetes computacionales extremadamente poderosos en los últimos años.

Además un modelo demasiado complejo podría llevar a tiempos de solución demasiado grandes (alto costo computacional) para la solución el problema.

- c) **Disponibilidad de datos:** Antes de hacer una simulación es importante contar con los datos suficientes para poder ser alimentados en el modelo. En ocasiones no se dispone de esta información o para obtenerla se pudiera requerir de una gran cantidad de experimentos. De igual forma si se introducen datos erróneos al modelo la solución no será la correcta sin importar que tan sofisticado pudiera ser el mismo.
- d) **Se requiere experiencia:** El uso de los paquetes computacionales sin tener una base o fundamento sobre el problema analizado o sobre los métodos de solución que utiliza el paquete para la simulación puede llevar a pésimas interpretaciones de los resultados e incluso a pérdidas de tiempo al no saber que parámetros deben ser modificados en el modelo.

Se debe ser cuidadoso al observar las animaciones de los resultados ya que podrían llevar a interpretaciones “correctas” cuando realmente los resultados están fuera de la realidad.

3.3 Modelación matemática del sistema

3.3.1 Espesores de la capa de óxido

Tomando como referencia las ecuaciones (2.2) y (2.3) para un valor de temperatura de 1150°C dentro del horno túnel se puede obtener el comportamiento del crecimiento de la capa de óxido en función del tiempo (figura 3.2):

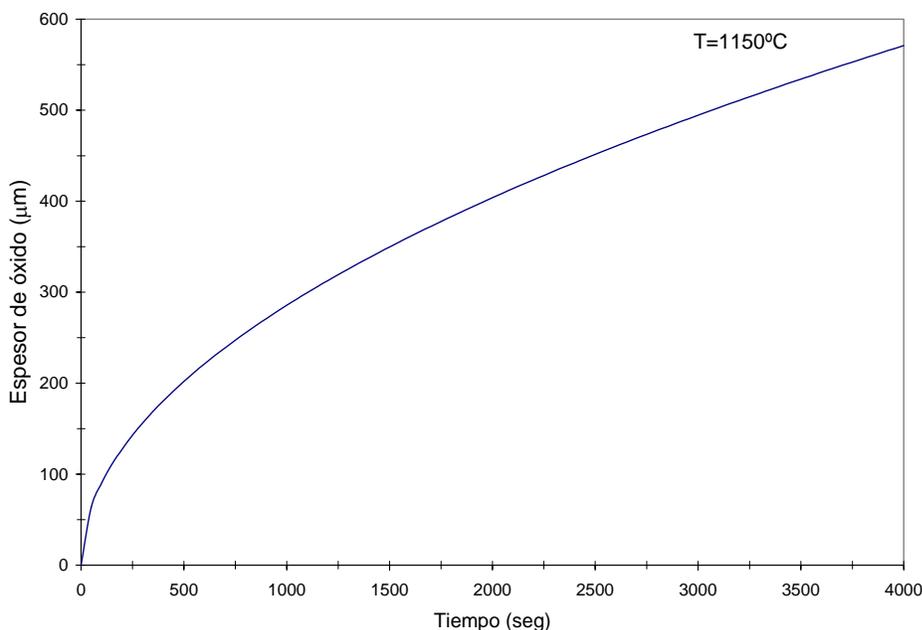


Figura 3.2.- Espesores de óxido dentro de horno túnel [11,22].

En este trabajo se tomarán como espesores de óxido los valores 500, 750 y 1000 μm . Estos valores son tomados a partir de los resultados de un trabajo de investigación previo [8]. Lo que se busca principalmente es evaluar la relación entre el espesor de óxido y las caídas de temperatura en el planchón así como en el descascarado.

3.3.2 Zonas de análisis

El sistema a analizar es el proceso de laminación en caliente. Este trabajo comprende desde la salida del planchón en el horno túnel hasta la entrada del primer castillo de laminación F1.

El sistema puede ser modelado en dos dimensiones (2D) y considerarse como simétrico aunque las caídas de temperatura podrían no ser las mismas tanto en la parte superior como en la inferior debido a que en la parte inferior el planchón es transportado por rodillos guía y por lo tanto existe un contacto termo-mecánico entre el planchón y estos rodillos. Para este modelo se considerarán las mismas caídas de temperatura para ambas partes.

El sistema está dividido en 4 zonas:

Zona 1: Salida de horno túnel a inicio de cortina de agua.

Zona 2: Cortina de agua previa a la entrada del descascarado.

Zona 3: Descascarado.

Zona 4: Salida del descascarado hasta la entrada del molino F1.

En la figura 3.3 se muestran las distancias a considerar en este estudio:

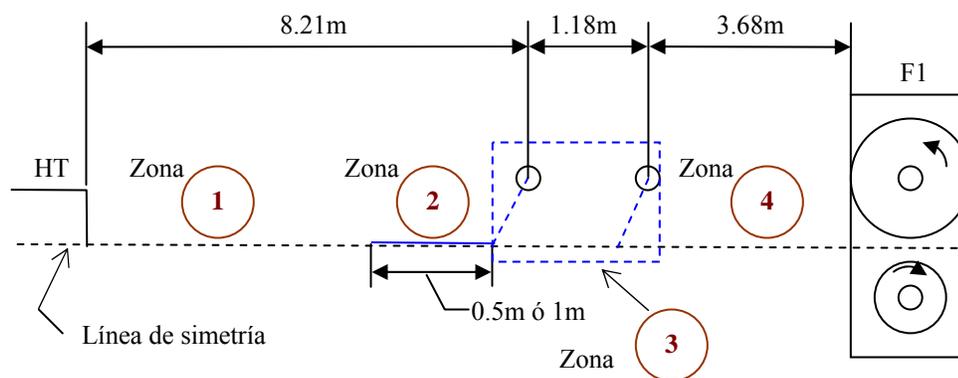


Figura 3.3.- Distancias utilizadas en las 4 zonas [8].

3.3.3.-Leyes físicas sobre las zonas

Inmediatamente al salir el planchón del horno túnel éste comenzará a enfriarse mediante 3 mecanismos de transferencia de calor:

Conducción: Se define como la transferencia de energía debido al movimiento aleatorio de las moléculas y átomos sin existir un movimiento neto de masa del material. Al existir una diferencia de temperatura, esta energía es transferida de los átomos o moléculas con mayor energía a los átomos o moléculas con menor energía como resultado de su interacción. En el caso particular de los sólidos el mecanismo de transferencia de calor se representa por la amplitud de vibración de los átomos o moléculas que a su vez es proporcional a la temperatura. Su comportamiento está regido por la ley de Fourier y se representa en forma general como [29,30]:

$$q_i = -k_{ij} T_{,j} \quad (3.1)$$

Donde q_i es el flujo de calor por unidad de área en la dirección i ($i,j=1,2$ en 2D) y sus unidades son W/m^2 . $T_{,j}$ representa el gradiente de temperatura (fuerza motriz para la conducción de calor) en K/m . Nótese que en la ecuación anterior se utiliza notación de índices. El subíndice coma ($,$) representa una derivada parcial, es decir, $T_{,j}$ es equivalente a escribir $\partial T/\partial x_j$. k es el tensor de conductividad térmica del material en W/mK que puede ser representado en forma matricial en 2D como:

$$k_{ij} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

La conductividad térmica es una propiedad del material y es función de la temperatura y para un material isotrópico k es una matriz diagonal, es decir, $k_{ij}=k_{ji}=0$ ($i \neq j$), y por lo tanto se puede reducir la ecuación (3.1) a:

$$q_i = -kT_{,i} \quad (3.3)$$

Convección: Se define como la transferencia de energía de una región a otra debido al movimiento macroscópico de un fluido junto con la conducción de calor dentro del fluido. Típicamente existe una superficie sólida y un fluido adyacente en movimiento en este tipo de transferencia de calor. Existen dos tipos de transferencia de calor por convección. Cuando el movimiento del fluido ocurre debido a un cambio de densidades provocado por una diferencia de temperaturas el fenómeno es llamado convección natural o libre. Si el movimiento del fluido se debe a una fuente externa tales como bombeo, soplos de aire, etc., el fenómeno es llamado convección forzada. La transferencia de calor por convección también puede ocurrir en los procesos de ebullición y condensación. El flujo de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperaturas (fuerza motriz para la convección) y está regido por la ley de enfriamiento de Newton que se expresa con la siguiente relación empírica [31]:

$$q_i = h(T_s - T_\infty) \quad (3.4)$$

El vector q_i , nuevamente es el flujo de calor por unidad de área en W/m^2 , T_s es la temperatura de la superficie y T_∞ es la temperatura del fluido adyacente, h es el coeficiente de transferencia de calor en W/m^2K .

El coeficiente de transferencia de calor se relaciona principalmente con las propiedades fundamentales de transporte tales como la conductividad térmica o las propiedades de flujo en fluidos. Esto lleva a aplicar conceptos de mecánica de fluidos en la que se tienen que resolver las ecuaciones de continuidad, de conservación de momento y de conservación de energía en forma conjunta haciendo su obtención relativamente complicada. Sin embargo existen relaciones empíricas para obtener el coeficiente de transferencia de calor en función de la geometría del sistema, de la temperatura, condiciones de flujo, entre otras variables.

Radiación: Es la energía transmitida por la materia en forma de ondas electromagnéticas como resultado de los cambios en la configuración electrónica de los átomos y moléculas. La combinación de la ley de Stefan-Boltzmann y la ley de Kirchoff permite obtener el flujo de calor por radiación por unidad de área mediante la siguiente ecuación [29,31]:

$$q_i = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_\infty^4) \quad (3.5)$$

ε es la emisividad y σ es la constante de Stefan-Boltzmann con un valor de $5.669 \times 10^{-8} W/m^2K^4$. El flujo de calor por radiación depende de la diferencia de las temperaturas absolutas elevadas a la cuarta potencia.

Una vez que se conocen los mecanismos de transferencia de calor es necesario que la energía se conserve en todo el sistema, por lo que se recurre a la primera ley de la termodinámica. Se puede aplicar definiendo primeramente un volumen de control infinitesimal para asegurar una temperatura uniforme dentro de éste (figura 3.4).

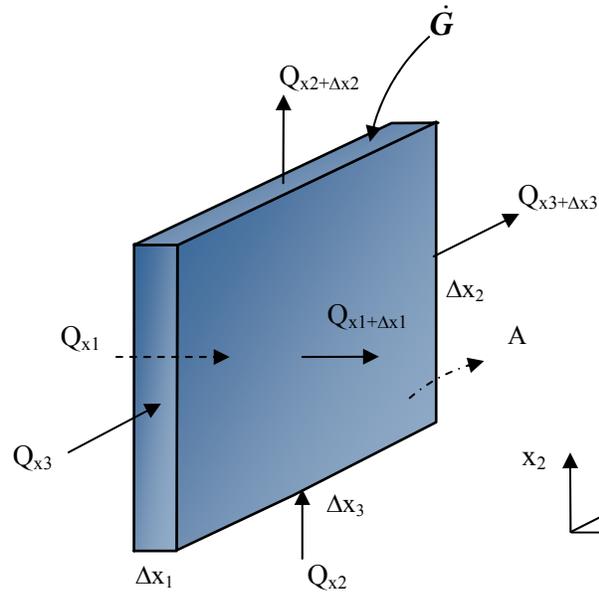


Figura 3.4.- Volumen de control para el análisis de conducción de calor [31,32].

Este es un paso crítico dado que internamente el volumen de control debe estar en equilibrio lo que permite aplicar la primera ley de la termodinámica. La primera ley de la termodinámica establece que la energía de entrada menos la energía de salida más la energía generada en el sistema debe ser igual a la energía almacenada en el sistema:

$$E_{entrada} - E_{salida} + E_g = \text{Energía almacenada} \quad (3.6)$$

Q_{xi} representa el flujo total de calor, es decir, $q_{xi}A$, el subíndice i se utiliza para indicar la dirección del flujo de calor y A es el área perpendicular al flujo de calor. Se puede utilizar la serie de Taylor para calcular $Q_{x1+\Delta x1}$, $Q_{x2+\Delta x2}$ y $Q_{x3+\Delta x3}$ tomando sólo los términos de primer orden:

$$\begin{aligned} Q_{x1+\Delta x1} &= Q_{x1} + \frac{\partial Q_{x1}}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots \\ Q_{x2+\Delta x2} &= Q_{x2} + \frac{\partial Q_{x2}}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots \\ Q_{x3+\Delta x3} &= Q_{x3} + \frac{\partial Q_{x3}}{\partial x_3} \Delta x_3 + \dots \end{aligned} \quad (3.7)$$

La energía almacenada es el incremento en energía interna del volumen de control representada por la ecuación:

$$m c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \rho V c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \rho \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.8)$$

En la ecuación (3.8) ρ es la densidad en kg/m^3 , c_p es el calor específico a presión constante en J/kgK , V es el volumen en m^3 y t el tiempo en segundos. La generación interna de calor se obtiene con la ecuación:

$$\dot{G} = \dot{g}V = \dot{g}\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \quad (3.9)$$

Realizando el balance de energía, ecuación (3.6), sobre en el volumen de control de la figura 3.4 se obtiene:

$$Q_{x1} + Q_{x2} + Q_{x3} - Q_{x1+\Delta x1} - Q_{x2+\Delta x2} - Q_{x3+\Delta x3} + \dot{G} = \rho V c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.10)$$

Reagrupando términos y sustituyendo las ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.9) en la ecuación (3.10) se obtiene:

$$-\frac{\partial Q_{x1}}{\partial x_1} \Delta x_1 - \frac{\partial Q_{x2}}{\partial x_2} \Delta x_2 - \frac{\partial Q_{x3}}{\partial x_3} \Delta x_3 + \dot{g}V = \rho V c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.11)$$

Sobre la ecuación (3.11) ahora se sustituye la ecuación (3.3) multiplicando primeramente el vector q_{xi} por el área transversal para obtener el flujo total de calor y posteriormente se divide entre el volumen $\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3$ para finalmente obtener la ecuación de Fourier-Biot [31]:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) + \dot{g} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.12)$$

En el sistema evaluado en este trabajo no se considera la generación interna de calor debido a que no se efectúa un análisis térmico-mecánico en los molinos de laminación en los cuales existe una energía de deformación y un calor generado por fricción al ser

introducido el planchón de acero entre los rodillos, tampoco se consideran los efectos de transformación de fase en los que está presente un calor latente por lo que la expresión anterior se reduce a la ecuación de difusión:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.13)$$

Reagrupando los términos a notación de índices se reduce la ecuación (3.13) a:

$$(kT_{,i})_{,i} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.14)$$

En algunos procesos industriales el material puede estar en continuo movimiento en el espacio. La ecuación general de conducción de calor tomando en cuenta este movimiento estará representada por la ecuación (3.15) [32]:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) \quad (3.15)$$

Utilizando nuevamente la notación de índices la ecuación (3.15) puede ser rescrita como:

$$(kT_{,i})_{,i} = \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_i T_{,i} \right) \quad (3.16)$$

En la ecuación (3.16) u_i , son los componentes del vector velocidad en las direcciones x_1 , x_2 y x_3 . La razón por la que se utiliza la notación con índices es que facilita de manera importante el manejo de las ecuaciones, y además esta notación será de mucha utilidad al desarrollar las ecuaciones relacionadas con el método de elemento finito que será discutido en el Capítulo 4. Para las zonas que serán consideradas en el proceso de laminación en caliente el planchón de acero se mueve en la dirección x_1 (o en forma equivalente, en la dirección x). Considerando un modelo en 2D y el movimiento del planchón en esta dirección, la ecuación (3.15) se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) = \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) \quad (3.17)$$

La cuál será la ecuación a resolver para el análisis térmico con sus respectivas condiciones iniciales y frontera comentadas en la siguiente sección.

3.3.4.-Condiciones iniciales y condiciones frontera

En el sistema a analizar existe un dominio Ω que es el sistema óxido-sustrato. Este dominio estará sujeto a una condición inicial de temperatura la cual tiene un valor de 1150°C que corresponde al valor de temperatura a la salida del horno túnel:

$$T(t = 0) = 1150^\circ C \in \Omega \quad (3.18)$$

El símbolo \in se utiliza para indicar solamente que el valor inicial de temperatura pertenece al todo el dominio Ω . Existen varios tipos de condiciones frontera [29,31-33]:

- Condición frontera del primer tipo: En este tipo de condición frontera la temperatura es especificada sobre la superficie Γ_T del dominio. Típicamente esta temperatura especificada es constante aunque puede estar en función de alguna coordenada de la frontera o del tiempo. La temperatura prescrita es un ejemplo de condición frontera Dirichlet. Se puede representar por medio de la ecuación:

$$T = T_s \quad \text{sobre } \Gamma_T \quad (3.19)$$

- Condición frontera del segundo tipo: En este tipo de condición frontera el flujo de calor es conocido sobre una superficie Γ_q de la frontera. Puede ser constante o una función de alguna coordenada de la frontera o del tiempo. El flujo de calor prescrito es un ejemplo de condición frontera de Neumann y se puede representar por la ecuación:

$$-kT_{,i}\hat{n}_i = q_s \quad \text{sobre } \Gamma_q \quad (3.20)$$

El vector \hat{n} es perpendicular a la superficie de la frontera donde se aplica el flujo de calor y Γ_q es la superficie o frontera sobre la que se aplica el flujo de calor.

- Condición frontera del tercer tipo: Llamada también condición frontera adiabática. Esta condición es un caso especial de la condición frontera del segundo tipo. En este tipo de condición frontera el flujo de calor sobre la superficie Γ_a es cero:

$$-kT_{,i}\hat{n}_i = 0 \quad \text{sobre } \Gamma_a \quad (3.21)$$

- Condición frontera del cuarto tipo: La transferencia de calor por convección es considerada en este caso como condición frontera sobre la superficie Γ_c :

$$-kT_{,i}\hat{n}_i = h(T_s - T_\infty) \quad \text{sobre } \Gamma_c \quad (3.22)$$

- Condición frontera del quinto tipo: La transferencia de calor por radiación es considerada en este caso como condición frontera sobre la superficie Γ_r :

$$-kT_{,i}\hat{n}_i = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_\infty^4) \quad \text{sobre } \Gamma_r \quad (3.23)$$

- Como condición frontera adicional se supone un contacto térmico perfecto en la interfase óxido-sustrato.

En la figura 3.5 se muestra un dominio arbitrario Ω en el cual su superficie total se representa con el símbolo Γ sujeto a las condiciones frontera previamente mencionadas.

En la Tabla 3.1 se muestran los valores de las propiedades termofísicas para el sistema óxido-sustrato. La temperatura ambiente T_∞ se considera como 35°C.

Tabla 3.1.- Propiedades termofísicas para el sistema óxido sustrato [33,34].

Material	ρ (Kg/m ³)	k (W/m K)	c_p (J/Kg K)
Austenita	8050-0.5T	16.5+0.011T	587.8+0.068T
Wustita	7750	3.2	775

Nota: T en °C.

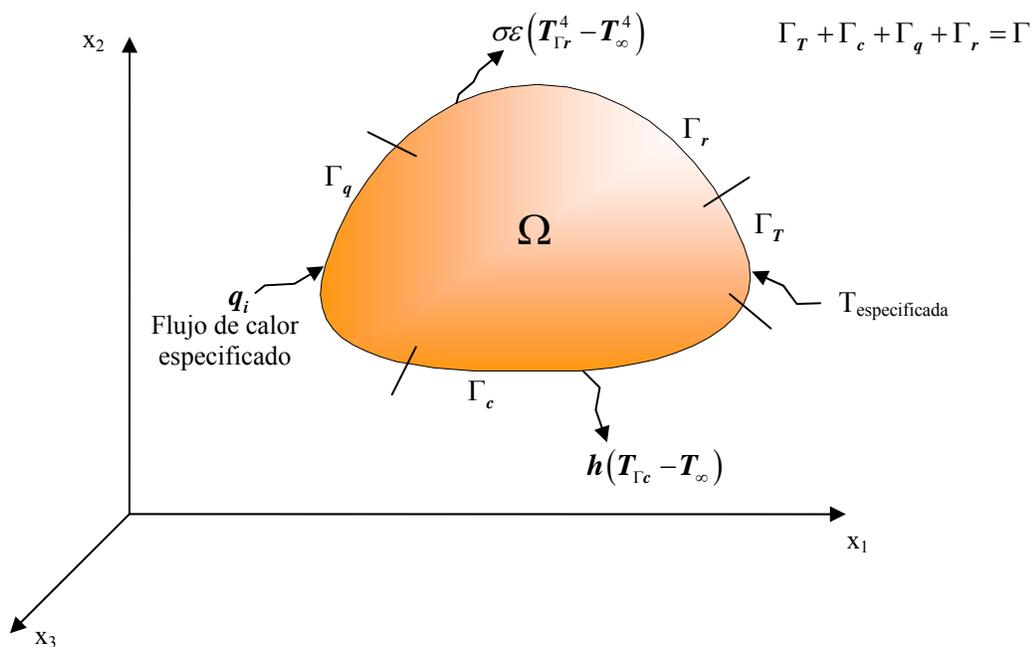


Figura 3.5.- Dominio arbitrario para el análisis térmico [29].

3.3.5.-Condiciones frontera sobre las zonas de análisis

Para las 4 zonas en general se considera que el planchón se mueve a una velocidad $u_1=0.342\text{m/s}$. Esta velocidad es un valor que depende del espesor final de planchón a obtener.

Zona 1: En esta zona se pierde calor por los 3 mecanismos en conjunto (figura 3.6):

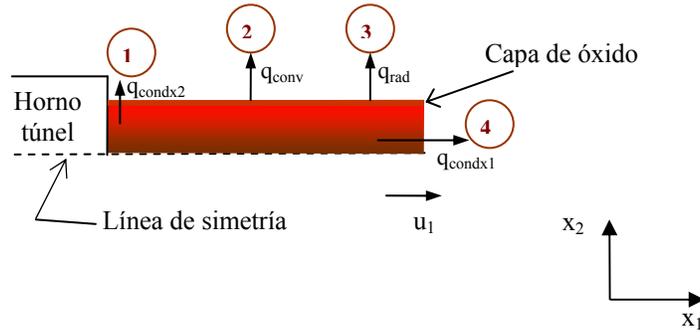


Figura 3.6.- Pérdidas de energía en la zona 1.

Los números en círculo en la figura 3.6 se utilizan para indicar los mecanismos de transferencia de calor. En los círculos 1 y 4 se pierde calor por conducción en la dirección x_1 y x_2 respectivamente. En el círculo 2 se pierde calor por convección y en el círculo 3 se pierde por radiación. Tomando como base esta figura la ecuación de condición frontera para la superficie de la zona 1 (Γ_1) se expresaría como:

$$-kT_{,i}\hat{n}_i = h_1(T_s - T_\infty) + \varepsilon_{ox}\sigma(T_s^4 - T_\infty^4) \quad \text{sobre } \Gamma_1 \quad (3.24)$$

El coeficiente de transferencia de calor h_1 para la zona 1 tiene un valor de 21.2 W/m²K [34,35]. Hay 2 principales efectos del óxido sobre la transferencia de calor en esta zona: el efecto de emisividad y el efecto del espesor de óxido. El primero se origina debido a que el coeficiente de emisividad es diferente para el óxido y para el acero. El valor de emisividad para la capa de óxido es 0.6 [36]. El segundo efecto es debido a las diferentes propiedades térmicas tanto del óxido y del acero, principalmente la conductividad térmica.

Zona 2: En esta zona se pierde calor por convección (figura 3.7). En la figura 3.7 los círculos 1 y 3 representan las pérdidas de calor por conducción en las direcciones x_1 y x_2 respectivamente. El círculo 2 representa la pérdida de calor por convección. Tomando como base la figura 3.7 la ecuación de condición frontera para la superficie de la zona 2 (Γ_2) se expresaría como:

$$-kT_{,i}\hat{n}_i = h_2(T_s - T_\infty) \quad \text{sobre } \Gamma_2 \quad (3.25)$$

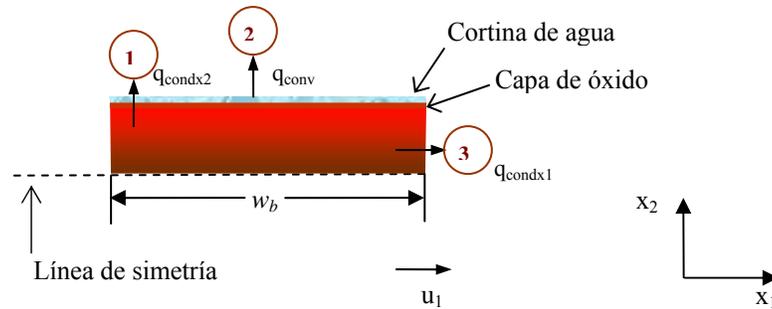


Figura 3.7.- Pérdidas de energía en la zona 2.

Esta posible presencia de agua se toma en cuenta con el fin de evaluar la caída de temperatura en esta zona y además será de suma importancia para observar si se llega al valor de esfuerzo crítico requerido para la ruptura de la capa de óxido previo al descascarado. En la figura 3.8 se muestra la caída de temperatura en diversas zonas del planchón en el proceso de laminación en caliente. El círculo representa la zona 2 donde se puede apreciar una notable caída de temperatura debido a la cortina de agua presente en esa parte de la superficie de óxido.

Como se desconocen los coeficientes de transferencia de calor en esta región, se propone que el coeficiente esté en función de aquel para convección en aire h_1 definido en la zona 1. Se tomará un valor de 10 y 50 veces h_1 :

$$h_2 = \begin{cases} 10h_1 \\ 50h_1 \end{cases} \quad (3.26)$$

De la figura 2.6 w_b tomará un valor de 0.5 m y de 1 m.

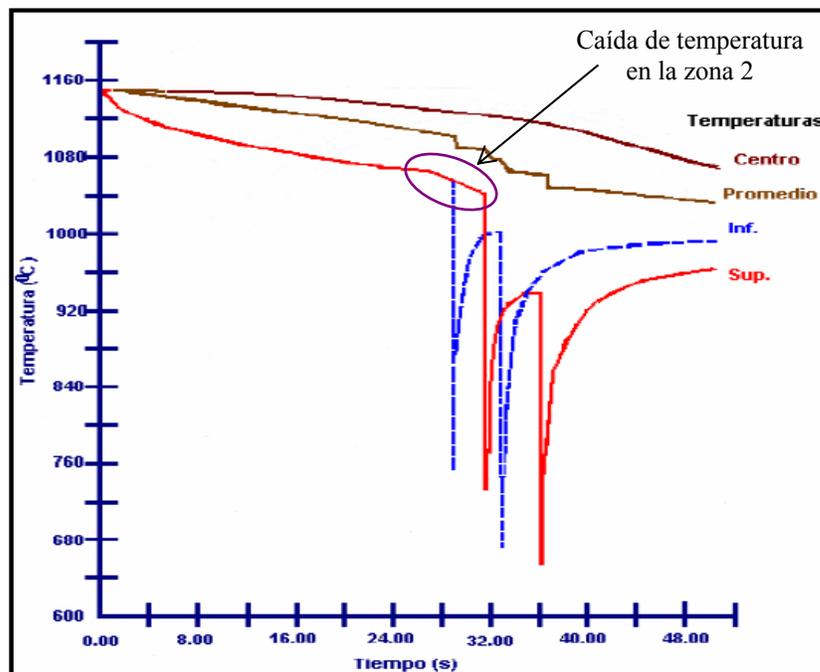


Figura 3.8.- Caídas de temperatura en el planchón en la planta compacta [8].

Zona 3: En la región de descascarado la capa de óxido experimenta una caída de temperatura relativamente grande aunado a la presión de impacto ejercida para removerla. En esta zona el flujo de calor sobre la capa de óxido varía considerablemente en las direcciones 1 y 2. Con lo que respecta a la parte térmica, en la figura 3.9 se muestran los mecanismos de transferencia de calor en esta zona:

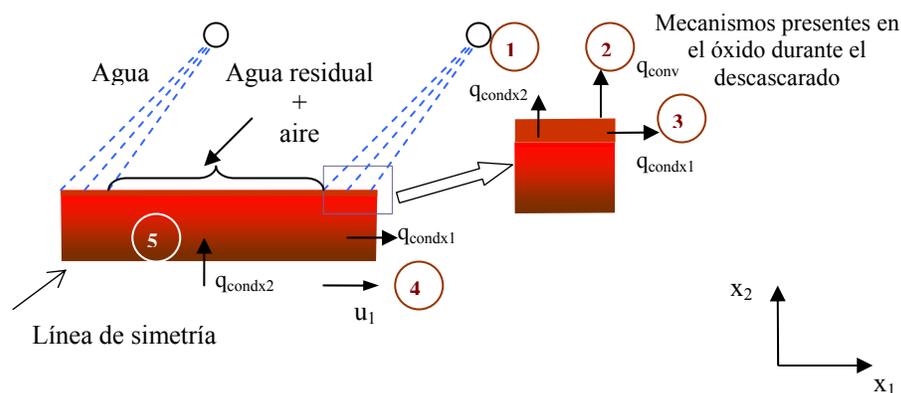


Figura 3.9.- Pérdidas de energía en la zona 3.

De la figura 3.9 los círculos 1 y 3 representan el mecanismo de conducción en la capa de óxido en las direcciones x_1 y x_2 respectivamente. El círculo 2 indica la pérdida de

calor por convección debido al impacto de chorro de agua sobre la superficie de óxido durante el descascarado. La caída de temperatura varía significativamente en la capa de óxido en ambas direcciones a diferencia de las zonas previas. Los círculos 4 y 5 indican la pérdida de calor por conducción para el acero. Tomando como base la figura 3.9 la ecuación de condición frontera para la superficie de la zona 3 (Γ_3) se expresaría como:

$$-kT_{,i}\hat{n}_i = h_3(T_s - T_\infty) \quad \text{sobre } \Gamma_3 \quad (3.27)$$

Algunas referencias reportan diferentes valores para los coeficientes de transferencia de calor h_3 . En algunos trabajos de investigación este coeficiente es considerado como valor constante y en otros lo reportan en función de alguna variable relativa al descascarado. Por ejemplo en las referencias [38] y [39] se reportan valores de h_3 desde 10 a 20 KW/m²K o de 21 a 25 KW/m²K. Otra referencia reporta un valor de 209.3 KW/m²K [40]. Ciertos autores [21] examinan la dependencia del coeficiente de transferencia de calor con el ángulo de inclinación de la boquilla o con la presión de impacto resultando más sensitiva a la segunda. Otros [37] reportan que el coeficiente de transferencia de calor es altamente sensitivo a la presión de impacto y a la velocidad del planchón. Considerando la alta dependencia del coeficiente de transferencia de calor h_3 con respecto a la presión de impacto en este trabajo se utiliza la siguiente relación para su cálculo [40]:

$$h_3 = (4.4266j + 7.3670) \times 10^4 \quad \frac{W}{m^2 K} \quad (3.28)$$

Donde j es la presión de impacto en bar. Los valores de la presión de impacto para ambos cabezales se encuentran especificados en la Tabla 2.2. El tiempo de contacto de agua sobre la superficie del planchón se puede calcular como:

$$t_c = \frac{b}{u_1} \quad (3.29)$$

donde b es el espesor de la huella (ver figura 2.5) y u_1 es la velocidad del planchón. Tomando en cuenta que el sistema de descascarado cuenta con 2 cabezales para remover la capa de óxido existe por lo tanto una zona de transición entre cabezales (distancia de

1.18 m en la figura 3.3) en la que se puede considerar un ambiente de agua residual más la presencia de aire (ver figura 3.9); esto lleva a modificar el valor de h_3 . Este valor se reporta con un valor entre 120 y 250 W/m²K [40].

Zona 4: Los mecanismos de transferencia de calor se consideran iguales a los de la zona 1. El coeficiente de transferencia de calor por convección es $h_4=h_1=21.2$ W/m²K. La diferencia principal es que ahora se tiene una superficie limpia de óxido y el valor de emisividad para el acero tiene un valor de 0.8 [36]. La ecuación de condición frontera es muy semejante a la ecuación (3.24):

$$-kT_{,i}\hat{n}_i = h_1(T_s - T_\infty) + \varepsilon_{Fe}\sigma(T_s^4 - T_\infty^4) \quad \text{sobre } \Gamma_4 \quad (3.30)$$

3.3.6.-Cálculo de esfuerzos térmicos generados en la capa de óxido

Como se mencionó previamente en la sección 2.4.1, existirán esfuerzos térmicos en el sistema óxido-sustrato debido al enfriamiento de éste a partir de la temperatura de oxidación; es decir, dado que las propiedades físicas son diferentes para la capa de óxido y para el acero, ambos tenderían a contraerse en diferente proporción, sin embargo, el sistema debe permanecer continuo, originándose por lo tanto los esfuerzos térmicos y mecánicos. En la figura 3.10 se muestra este sistema sometido a enfriamiento:

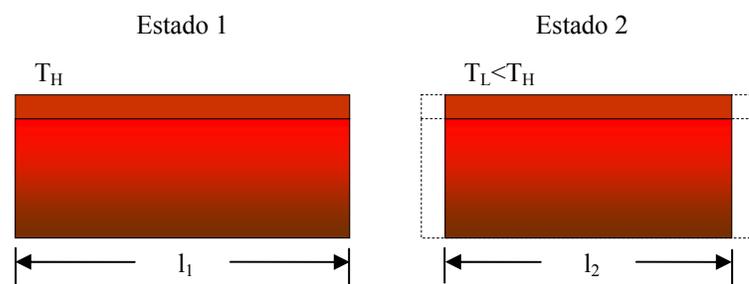


Figura 3.10.- Representación esquemática del sistema óxido-sustrato con las dimensiones necesarias para obtener las deformaciones térmicas [9].

En la figura 3.10 se pueden apreciar 2 estados: el primero cuando el sistema se encuentra a una temperatura de oxidación T_H y con una longitud inicial l_1 . El estado 2 el sistema se encuentra a una temperatura T_L como resultado de su enfriamiento y el

sistema óxido-sustrato es comprimido a una longitud l_2 . Debido a este enfriamiento se pueden obtener las deformaciones térmicas suponiendo un comportamiento lineal-elástico para el acero y para el óxido así como una distribución de temperaturas independiente de las deformaciones utilizando la siguiente relación [9,19]:

$$\varepsilon_m = \alpha_m (T_L - T_H) \quad (3.30a)$$

$$\varepsilon_{ox} = \alpha_{ox} (T_L - T_H) \quad (3.30b)$$

donde α_m y α_{ox} son los valores de los coeficientes de expansión térmica lineal para el metal y el óxido respectivamente en K^{-1} . En este trabajo se considera a la capa de óxido como homogénea, es decir, se encuentra libre de defectos y que además ha crecido uniformemente. Esto implica que para que la capa de óxido falle o se rompa se necesita primeramente de un mecanismo de formación de un defecto tal como una grieta y posteriormente la propagación de ésta ya sea a través del espesor y a lo largo de la interfase óxido-sustrato para que finalmente sea desprendida. Suponiendo una adhesión del 100% entre el acero y la capa de óxido se puede hacer uso de la ley de Hooke generalizada para obtener las deformaciones elásticas de índole mecánico debidas a los esfuerzos residuales presentes considerando un estado biaxial de esfuerzos:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) \quad (3.31a)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1) \quad (3.31b)$$

Donde ν es la razón de Poisson y E el módulo de elasticidad. Igualando ε_1 y ε_2 en la ecuación (3.31) se deduce que $\sigma_1 = \sigma_2$. Considerando que los desplazamientos son relativamente pequeños no hay necesidad de hacer una distinción entre los ejes coordenados [41]. Por lo, tanto la ecuación (3.31) se reduce a:

$$\varepsilon = \frac{1-\nu}{E} \sigma \quad (3.32)$$

Es decir:

$$\varepsilon_m = \frac{1-\nu_m}{E_m} \sigma_m \quad (3.33a)$$

$$\varepsilon_{ox} = \frac{1-\nu_{ox}}{E_{ox}} \sigma_{ox} \quad (3.33b)$$

Tanto para el óxido como para el sustrato (es decir, el acero) la suma de deformación térmica y mecánica debe ser la misma y se puede expresar de la siguiente manera:

$$\varepsilon_m^{t\acute{e}rmica} + \varepsilon_m^{mec\acute{a}nica} = \varepsilon_{ox}^{t\acute{e}rmica} + \varepsilon_{ox}^{mec\acute{a}nica} \quad (3.34)$$

Realizando un balance de fuerzas sobre el sistema [8,9] se obtiene la ecuación:

$$\sigma_m e_m w_p = -\sigma_{ox} e_{ox} w_p \quad (3.35)$$

En la ecuación (3.35) w_p es el ancho del planchón y e_{ox} y e_m son los espesores del óxido y del sustrato, respectivamente. El producto ew_p representa el área de la sección donde crece la capa de óxido. Sustituyendo las ecuaciones (3.30), (3.33) y (3.35) en la ecuación (3.34) lleva a la siguiente relación para obtener los esfuerzos térmicos en el óxido y en el metal:

$$\sigma_{ox} = -\frac{(\alpha_{ox} - \alpha_m)(T_L - T_H)}{\frac{1-\nu_{ox}}{E_{ox}} + \frac{1-\nu_m}{E_m} \frac{e_{ox}}{e_m}} \quad (3.36a)$$

$$\sigma_m = \frac{(\alpha_m - \alpha_{ox})(T_L - T_H)}{\frac{1-\nu_m}{E_m} + \frac{1-\nu_{ox}}{E_{ox}} \frac{e_m}{e_{ox}}} \quad (3.36b)$$

Si se considera que $\nu_m \approx \nu_{ox}$ la ecuación (3.36) se reduce a:

$$\sigma_{ox} = -\frac{(\alpha_{ox} - \alpha_m)(T_L - T_H)E_{ox}}{(1 - \nu_{ox})\left(1 + \frac{E_{ox} e_{ox}}{E_m e_m}\right)} \quad (3.37a)$$

$$\sigma_m = \frac{(\alpha_{ox} - \alpha_m)(T_L - T_H)E_m}{(1 - \nu_m)\left(1 + \frac{E_m e_m}{E_{ox} e_{ox}}\right)} \quad (3.37b)$$

Estas relaciones resultarían en esfuerzos compresivos para la capa de óxido y esfuerzos de tensión en el metal suponiendo que $\alpha_m > \alpha_{ox}$. Existen relaciones más rigurosas en las que se considera la dependencia de los coeficientes de expansión térmica así como el módulo de elasticidad con la temperatura. Estas relaciones son solamente una versión modificada de la ecuación (3.37) [42]:

$$\sigma_{ox} = -\frac{\int_{T_H}^{T_L} \Delta\alpha(T) E_{ox}(T) dT}{1 + \frac{e_{ox}}{e_m} \int_{T_H}^{T_L} \frac{E_{ox}(T)}{E_m(T)} dT} \frac{1}{(1 - \nu_{ox})} \quad (3.38a)$$

$$\sigma_m = \frac{\int_{T_H}^{T_L} \Delta\alpha(T) E_m(T) dT}{1 + \frac{e_m}{e_{ox}} \int_{T_H}^{T_L} \frac{E_m(T)}{E_{ox}(T)} dT} \frac{1}{(1 - \nu_m)} \quad (3.38b)$$

donde $\Delta\alpha = \alpha_{ox} - \alpha_m$. En la figura 3.11 se muestra un ejemplo de lo que podría ser la distribución de esfuerzos en el sistema óxido-sustrato. El óxido presentará un esfuerzo máximo en la superficie e irá disminuyendo gradualmente hasta llegar a la interfase mientras que el esfuerzo en el metal será máximo en la interfase y disminuirá gradualmente hacia abajo.

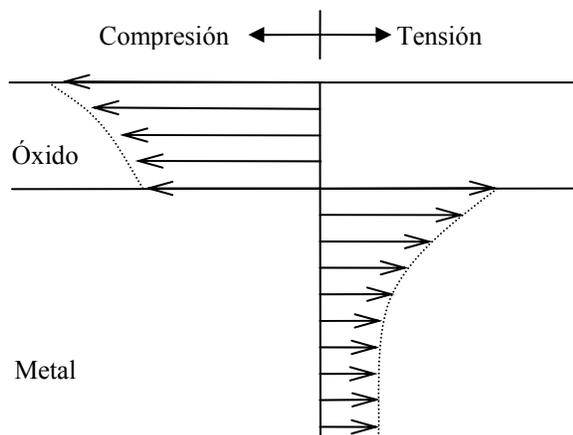


Figura 3.11.- Distribución de esfuerzos en el sistema óxido-sustrato durante el enfriamiento [43].

Un modelo más simple para la obtención de los esfuerzos en el óxido consiste en aplicar directamente la relación $\sigma = E\varepsilon$, por lo que la relación se expresaría como [18]:

$$\sigma_{ox} = E_{ox} (\alpha_m - \alpha_{ox}) \Delta T \quad (3.39)$$

En la Tabla 3.2 se muestran los valores de los coeficientes de expansión térmica para el óxido y para el acero así como sus respectivos módulos de elasticidad y razones de Poisson.

Tabla 3.2.- Parámetros para el cálculo de esfuerzos dentro del óxido [9,17,22].

Parámetro	Acero	Óxido
α (K^{-1})	15.3×10^{-6}	12.2×10^{-6}
E (GPa)	200	$E_o(1+n(T_{ox}-25))$
ν	0.3	0.33

Nota: T_{ox} en $^{\circ}C$, $E_o=240Gpa$, $n=-4 \times 10^{-4}C^{-1}$ [8].

3.3.7.-Esfuerzos críticos para la ruptura de la capa de óxido

Como ya se mencionó previamente el óxido estará sometido a esfuerzos compresivos durante su enfriamiento debido a que su coeficiente de expansión térmica es menor al del sustrato. El rompimiento de un óxido protector ocurrirá cuando la energía de

deformación elástica almacenada en el óxido W excede a la energía por unidad de área requerida para producir dos nuevas superficies en la interfase γ_f [9,18]:

$$e_{ox} W \geq \frac{\gamma_F}{f} \quad (3.40)$$

Las unidades de W son J/m^3 y $\gamma_F J/m^2$. El factor f es la fracción de energía almacenada dentro del óxido. La energía elástica almacenada se calcula como [18]:

$$W = \frac{1}{2} \sigma_i \varepsilon_i = \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1 + \frac{1}{2} \sigma_2 \varepsilon_2 = \sigma_{ox} \varepsilon_{ox} \quad (3.41)$$

Sustituyendo la ecuación (3.33b) en la ecuación (3.41) se obtiene la siguiente relación:

$$W = \frac{1 - \nu_{ox}}{E_{ox}} \sigma_{ox}^2 \quad (3.42)$$

Sustituyendo el valor de W de la ecuación (3.42) en la ecuación (3.40) se obtiene la ecuación:

$$\frac{1 - \nu_{ox}}{E_{ox}} \sigma_{ox}^2 e_{ox} \geq \frac{\gamma_F}{f} \quad (3.43)$$

Finalmente se puede despejar el valor σ_{ox} dividiendo la ecuación anterior entre E_{ox} para obtener la ecuación:

$$\sigma_{ox} = E_{ox} \left(\frac{\gamma_F}{E_{ox} f (1 - \nu_{ox}) e_{ox}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.44)$$

En la ecuación anterior $\gamma_F/E_{ox}=4 \times 10^{-11}$ [8].

Algunos autores prefieren obtener la caída de temperatura crítica ΔT_{cr} necesaria para el desprendimiento de óxido a partir de la ecuación (3.44) ya que es más sencillo hacer esta medición experimentalmente [43,44]. Si se sustituye la ecuación (3.37a) en la ecuación (3.44) y se despeja ΔT se obtiene la siguiente relación:

$$\Delta T_{cr} = \left(\frac{\gamma_F}{f e_{ox} E_{ox} (\Delta \alpha)^2 (1 - \nu_{ox}) \left(1 + \frac{E_{ox} e_{ox}}{E_m e_m} \right)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.45)$$

Suponiendo que $e_m \gg e_{ox}$ la ecuación (3.45) toma la siguiente forma [18,19]:

$$\Delta T_{cr} = \left(\frac{\gamma_F}{f e_{ox} E_{ox} (\Delta \alpha)^2 (1 - \nu_{ox})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.46)$$

Sustituyendo la ecuación (3.46) en la (3.37a) resultará en la ecuación con la que se obtendrá el esfuerzo crítico para la falla del óxido y se representará de la siguiente manera:

$$\sigma_{ox,cr} = - \frac{(\alpha_{ox} - \alpha_m) \Delta T_{cr} E_{ox}}{(1 - \nu_{ox}) \left(1 + \frac{E_{ox} e_{ox}}{E_m e_m} \right)} \quad (3.47)$$

En la referencia [8] se reporta un valor crítico de deformación para la fractura de óxido en compresión:

$$\varepsilon_{cr} = \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-10}}{e_{ox}}} \quad (3.48)$$

En la ecuación (3.48) e_{ox} está dado en μm .

CAPÍTULO 4

MÉTODO DE ELEMENTO FINITO

4.1 Introducción

En la sección 3.1 se comentó sobre la complejidad de los métodos analíticos para resolver las ecuaciones gobernantes que actúan sobre el dominio sujeto a un conjunto de condiciones frontera. La problemática surge principalmente cuando se estudian sistemas con geometrías complicadas o no se dispone de una condición frontera adecuada debido a alguna característica irregular o aleatoria en el sistema. Esta dificultad se puede contrarrestar considerando un conjunto de suposiciones para su solución pero este procedimiento podría resultar en la obtención de respuestas totalmente erróneas. Cabe resaltar que las soluciones analíticas proporcionan un número infinito de soluciones para todo el dominio. Los sistemas con estas características son conocidos como **sistemas continuos**. Dado que la solución final de las ecuaciones está representada por una función o alguna serie infinita, se puede elegir cualquier punto sobre el dominio e introducirlo en la función para obtener un resultado. De forma alternativa un sistema puede ser definido como una colección de componentes o elementos sobre los cuales la respuesta del sistema puede ser descrita mediante la solución de un número finito de valores desconocidos. Tales sistemas se conocen como **sistemas discretos**. El

procedimiento para convertir un sistema continuo a un sistema discreto se conoce como discretización. A lo largo de los años se han desarrollado diferentes métodos de discretización para los sistemas continuos. Todos involucran una aproximación la cual debe mejorar conforme se incrementa el número de variables discretas [45]. Esto representa una ventaja porque hoy en día se cuenta con computadoras que utilizan procesadores de alta velocidad y por lo tanto es posible resolver un problema discreto en una cantidad relativamente corta de tiempo.

Los métodos numéricos han ido evolucionando con el paso de los años. Un método comúnmente utilizado es el método de diferencias finitas (MDF). Este método se utiliza para aproximar las ecuaciones diferenciales gobernantes utilizando ecuaciones de diferencia; por ejemplo, una derivada dT/dx puede ser convertida a una ecuación de diferencia $\Delta T/\Delta x$. Para manipular derivadas de mayor orden una técnica es hacer uso de la serie de Taylor y a partir de ésta crear ecuaciones de diferencia hacia delante, hacia atrás o centrada, o quizás alguna combinación de ambas para ciertos tipos de ecuaciones diferenciales.

El procedimiento de discretización en el método de diferencias finitas consiste en generar un arreglo rectangular de n puntos sobre los cuales se resolverán las ecuaciones gobernantes modificadas (ecuaciones discretizadas) para posteriormente ser ensambladas y obtener un conjunto de n variables desconocidas que pueden ser calculadas utilizando herramientas como álgebra lineal o simplemente con operaciones aritméticas. Se tiene un punto de referencia i,j y las ecuaciones discretizadas se generan sobre ese punto de referencia y sus vecinos. Al arreglo formado de puntos se le conoce también como malla. En la figura 4.1 se ilustra un mallado de diferencias finitas en 2 dimensiones, en esta imagen se muestra una ecuación de diferencias centrada (caso discreto).

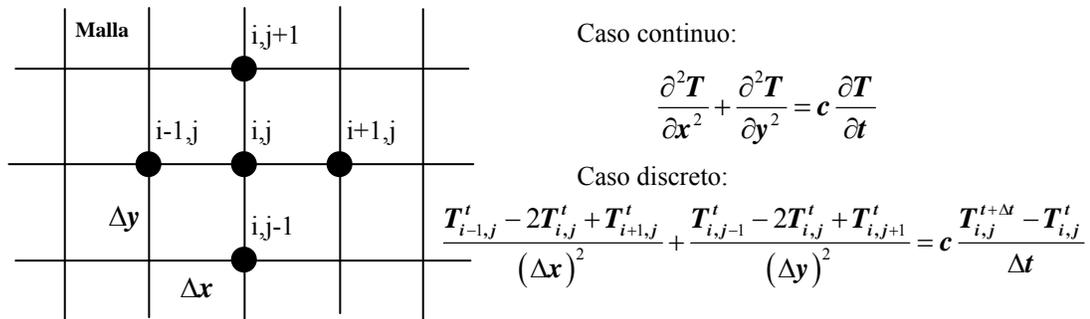


Figura 4.1.- Método de diferencias finitas.

Con relación al proceso de laminación en caliente se han realizado estudios aplicando diferencias finitas principalmente en lo que respecta al análisis térmico [34-36]. Típicamente el método es muy útil para geometrías sencillas.

Cuando el dominio cuenta con demasiadas irregularidades en la geometría o alguna condición frontera compleja, la aplicación de la técnica resulta inapropiada [29,32]. Una versión refinada del método de diferencias finitas es el método de volumen finito (MVF). En este método el punto de referencia ahora se encuentra en el centro de la “celda” y es mayormente aplicado a problemas de mecánica de fluidos. Uno de los métodos que ha ganado una gran popularidad a nivel industrial y académico en los últimos años es conocido como método de elemento finito y será discutido en la siguiente sección.

4.2 Definición del método de elemento finito

Antes de proveer una definición completa del método de elemento finito será conveniente ver algunos aspectos importantes que servirán como base para su mejor entendimiento. El método de elemento finito (MEF) puede ser definido como una técnica numérica utilizada para obtener una solución aproximada de un problema de ingeniería. El procedimiento de discretización consiste en dividir el sistema continuo en m elementos que se encuentran conectados por nodos. A diferencia del MDF y MVF el MEF permite utilizar elementos de diversas geometrías tales como triángulos, rectángulos o cuadriláteros en 2 dimensiones o elementos hexaédricos o tetraédricos en 3 dimensiones sobre los que se aplica la formulación.

El método de elemento finito no ofrece restricción al trabajar con una geometría compleja dado que los elementos pueden ser elegidos de cualquier tamaño, forma y cualquier orientación para ajustarse a la geometría dada, situación que hace el análisis de diferencias finitas no sea eficiente en este tipo de casos. En la figura 4.2 se muestra un ejemplo de mallado utilizando diferencias finitas (caso a) y elemento finito (caso b).

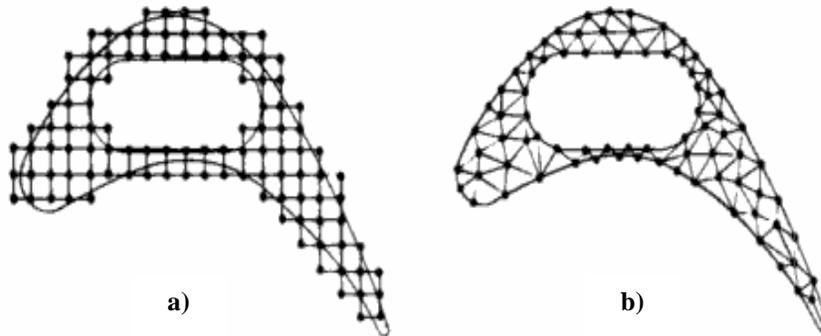


Figura 4.2.- Discretización por diferencias finitas (a) y por elemento finito (b), [29].

El MEF se enfoca más a problemas con condición frontera de Neumann mientras que los métodos de diferencias finitas y de volumen finito son más aplicados a problemas con condición frontera Dirichlet [46].

Otra diferencia importante es la forma en que se manipulan las ecuaciones gobernantes; en el método de elemento finito las ecuaciones son definidas en forma independiente para cada elemento y se tienen como herramienta los siguientes métodos:

- Método variacional: Los métodos basados en energía, como por ejemplo el principio de Hamilton o el principio de energía potencial mínima son considerados como una forma especial del principio variacional.
- Métodos de residuos ponderados.
- Métodos basados en la serie de Taylor (MDF).
- Métodos basados en las leyes de conservación sobre volúmenes de control (MVF).

- Representación integral (métodos libres de malla).

Posteriormente se hace una interconexión de todas las relaciones obtenidas para llegar a obtener un conjunto matricial (global) de ecuaciones con un cierto número de incógnitas de la forma $Ku=F$ que deberá ser resuelto para obtener la solución final aproximada.

4.3 Historia del método de elemento finito

El método de elemento finito surge a partir de 2 ramas: la ingeniería, y las matemáticas. Desde el punto de vista matemático se diseñaron técnicas que se aplicaban directamente sobre las ecuaciones diferenciales, tales como los métodos de diferencias finitas, métodos de residuos ponderados y los métodos variacionales [47].

Rayleigh en 1870 así como Ritz y Galerkin entre 1909 y 1915 utilizaron funciones de prueba (también llamadas funciones de interpolación) para aproximar las soluciones de las ecuaciones diferenciales. Sin embargo ellos aplicaban el método sobre todo el dominio del problema analizado [48].

En 1943 Courant realizó un ensamble de elementos triangulares y aplicó el principio de energía potencial mínima para resolver problemas de torsión [29,49]. En 1959 Greenstadt presentó un método de discretización el cual involucraba celdas en lugar de puntos y para cada celda la función desconocida era representada mediante una serie de funciones, cada una asociada con cada celda para después aplicar un método variacional apropiado a cada celda y finalmente acoplar las ecuaciones obtenidas para todas las celdas. Muchas de sus ideas junto con las de Galerkin sirvieron como base matemática para el método de elemento finito y prácticamente se han mantenido hasta hoy en día.

Desde el punto de vista de la ingeniería se atacaba al problema creando una analogía entre elementos discretos y porciones finitas de un dominio continuo. Las aplicaciones iniciales eran para resolver problemas estructurales. En los años 40 McHenry, Hrenikoff, Newmark y Southwell demostraron que se podían obtener buenas soluciones a problemas de elasticidad reemplazando pequeñas porciones del sistema continuo a un arreglo de barras elásticas simples. En 1956 Turner y Clough publicaron una solución

para problemas que presentaban condiciones de esfuerzo plano utilizando elementos triangulares cuyas propiedades se determinaron a partir de las ecuaciones de la teoría de elasticidad. Desde el punto de vista ingenieril nace el término “elemento finito” utilizado por primera vez por Clough en 1960 [48,49]. Igualmente en este año surge una publicación de Argyris en la cual se establece en forma detallada una formulación matricial para la teoría estructural en la cual se demostraba que ésta podía ser generalizada para cualquier tipo de aplicación que involucrara elementos estructurales diferentes a vigas, barras, etc.

Desde el punto de vista computacional Argyris publicó en 1954 una serie de artículos que cubrían análisis lineales estructurales y técnicas eficientes de solución para ser resueltos mediante una computadora. Trabajos similares fueron realizados por Clough durante ese periodo [50]. A partir de 1960 comenzaron a crearse paquetes computacionales de elemento finito, entre los primeros surgió NASTRAN el cual fue un punto de partida para la generación de paquetes computacionales como ANSYS, ALGOR, COSMOS [48], ABAQUS, entre otros.

En la figura 4.3 se muestra una pequeña cronología de la evolución del método de elemento finito.

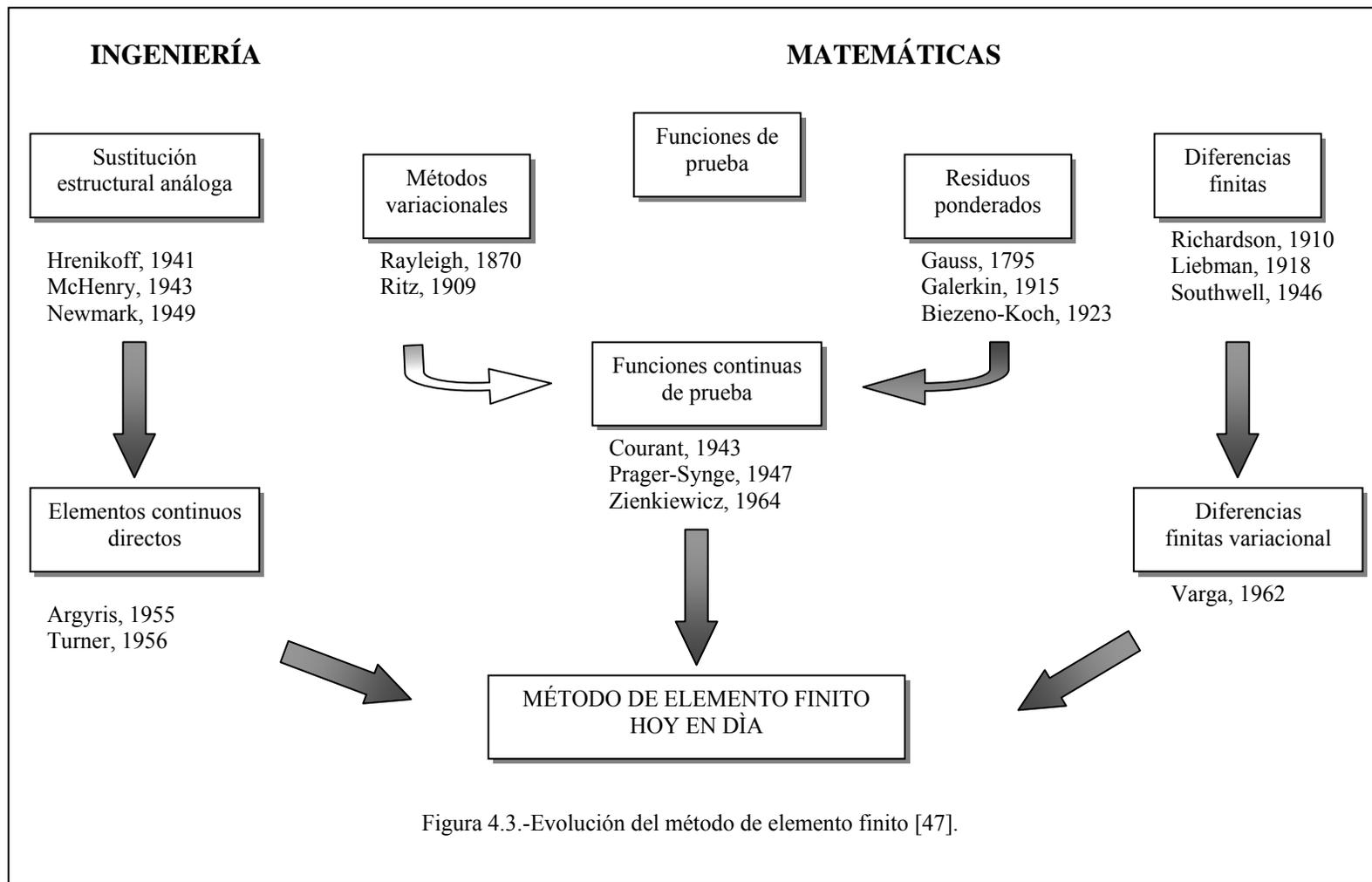
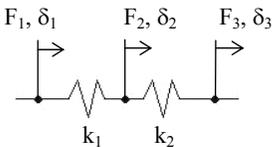


Figura 4.3.-Evolución del método de elemento finito [47].

4.4 Formulación matemática para el método de elemento finito

4.4.1.- Método de aproximación directa

Con este método es posible resolver problemas aplicando un razonamiento físico directo; es decir, las ecuaciones que rigen el modelo son relativamente sencillas y no exigen un análisis matemático riguroso. Los elementos discretos pueden ser sencillamente identificados y las propiedades de cada elemento son obtenidas para hacer un ensamble del sistema entero [29]. En la figura 4.4 se muestran varios ejemplos en los que se puede aplicar este método. En el caso a) cada resorte con constante elástica k_i puede representarse como un elemento y la relación que existe entre fuerza y desplazamiento es la ley de Hooke ($F=kx$). El caso b) es un problema térmico y la constante k ahora es llamada conductividad térmica y en este caso el sistema se representa por un solo elemento y los flujos de calor se obtienen aplicando la ley de Fourier. Nótese que para ambos sistemas se llega a un sistema matricial de la forma $Ku=F$, además se puede observar que dentro de la matriz K están contenidas las propiedades de los elementos; a esta matriz se le conoce como **matriz de rigidez**.



$$F_1 + F_2 + F_3 = 0 \quad (\text{Equilibrio})$$

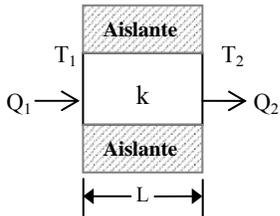
$$F_1 = k_1(\delta_1 - \delta_2) \quad F_3 = k_2(\delta_3 - \delta_2)$$

$$F_2 = -k_1\delta_1 + (k_1 + k_2)\delta_2 - k_2\delta_3$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{F = Ku}$$

a) Sistema de resortes



$$Q_1 + Q_2 = 0 \quad (\text{Equilibrio})$$

$$Q_1 = -kA \frac{(T_2 - T_1)}{L} \quad Q_2 = -kA \frac{(T_1 - T_2)}{L}$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -\frac{kA}{L} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{Q = KT}$$

b) Transferencia de calor

Figura 4.4.- Aplicaciones del método de aproximación directa.

4.4.2.- Método de Ritz

El método de Ritz es un método variacional en el cual se busca obtener una solución aproximada para el problema en cuestión utilizando una combinación lineal de funciones de prueba ψ_i con parámetros indeterminados c_i . Para poder aplicar este método así como todos los métodos variacionales se requiere contar con un funcional el cual es extremizado diferenciándolo con respecto a cada variable desconocida c_i . De este procedimiento se obtiene un sistema de n ecuaciones simultáneas de las cuales se obtendrá cada valor c_i . En el método de Ritz las funciones de prueba definen completamente al dominio que se está analizando y deben de satisfacer las condiciones frontera presentes en éste [29,49]. El funcional I puede ser representado en 2D por la ecuación:

$$I(\phi) = \iint F(\phi, \phi_x, \phi_{xx}, \phi_{xy}, \dots) dx dy \quad (4.1)$$

En la ecuación (4.1), F puede depender de una función ϕ así como de sus derivadas parciales ($\phi_x, \phi_{xx}, \phi_{xy}, \dots$). Por ejemplo en una dimensión la solución original ϕ puede ser aproximada a una función $\tilde{\phi}$ en un intervalo $[x_1, x_2]$ utilizando una combinación lineal de las funciones de prueba:

$$\phi(\mathbf{x}) \approx \tilde{\phi}(\mathbf{x}) = \psi_0 + \psi_i c_i \quad (4.2)$$

En esta ecuación ψ_i representa a las funciones de prueba. Existen n coeficientes c_i a ser determinados. Es importante no olvidar la notación de índices mencionada en la sección 3.3.3. Una vez que estas funciones son elegidas de tal forma que cumplan las condiciones frontera, son introducidas en el funcional el cual es posteriormente extremizado con respecto a cada coeficiente c_i :

$$\frac{\partial}{\partial c_i} [I(\tilde{\phi})] = 0 \quad (4.3)$$

El grado de aproximación para la solución del problema dependerá del número de términos elegidos para la función de prueba.

Como se mencionó previamente el método de elemento finito consiste en subdividir el dominio en entidades conocidas como elementos unidos por nodos. Aplicando el concepto del método de Ritz a esta técnica numérica, el funcional ahora será minimizado para cada elemento en forma independiente y posteriormente se sumarán todas las contribuciones de cada uno de los funcionales extremizados para cada elemento y de esta forma se obtendrá el sistema global de ecuaciones. En este caso las funciones de prueba ahora serán conocidas con el nombre de funciones de interpolación o funciones de forma (N_i). Ahora para cada elemento existirán n variables desconocidas donde n ahora será el número de nodos por elemento (el número de elementos es m):

$$\mathbf{u}^{(e)} = N_i \mathbf{u}_i \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_j} [\mathbf{I}^{(e)}] = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.5)$$

En el caso de que exista un funcional cuadrático, es decir, que la función u y sus derivadas tienen como grado máximo 2 la ecuación (4.5) tendrá la siguiente forma como se demostrará más adelante [47]:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_j} [\mathbf{I}^{(e)}] = \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{f} = 0 \quad (4.6)$$

4.4.3.- Método de residuos ponderados

El método de residuos ponderados representa otra forma de obtener una formulación para el método de elemento finito. Esta técnica es apropiada cuando no se dispone del funcional en el método variacional. Esto es debido a que aún y cuando todos los problemas físicos pueden ser representados mediante un funcional la obtención de éste puede ser relativamente complicada. El procedimiento puede explicarse de la siguiente manera [29,45,49]:

Se supone que se tiene una ecuación diferencial de la siguiente forma:

$$f(\phi(x_1, x_2)) = D_{x_1} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + D_{x_2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} - g\phi + Q = 0 \quad (4.7)$$

donde D_{x_1} y D_{x_2} , g y Q son constantes físicas. Inicialmente se aplica el concepto del método de Ritz utilizando las funciones de aproximación de la ecuación (4.4). Sustituyendo la ecuación (4.4) en la ecuación (4.7) origina un valor llamado residuo (R) o error el cual será diferente de cero debido a que la función de prueba está siendo utilizada para aproximar a la solución original:

$$R = f(\tilde{\phi}(x_1, x_2)) \neq 0 \quad (4.8)$$

R también estará en función de los valores desconocidos u_i . Ahora los valores u_i serán determinados de tal forma que R desaparezca en un sentido promedio sobre el dominio completo, es decir:

$$\int_{\Omega} w_i R d\Omega = 0 \quad (4.9)$$

Los w_i son llamados funciones de ponderación. Según la elección de estas funciones es el nombre que se le da al método:

1. Método de Galerkin ($w_i = N_i$).
2. Método de Petrov-Galerkin ($w_i \neq N_i$).
3. Método de subdominio ($w_i = 1$).
4. Método de mínimos cuadrados ($w_i = \partial R / \partial u_i$).
5. Método de colocación ($w_i = \delta_i$). δ es la función delta de Dirac (impulso).

A la ecuación diferencial parcial del sistema, ecuación (3.17), se le llama forma fuerte. Esta forma requiere de una fuerte continuidad de las variables dependientes. Forzosamente las funciones tienen que ser diferenciables hasta el grado de la ecuación diferencial. El método de diferencias finitas utiliza la forma fuerte en su formulación. Cuando se tiene un funcional y se aplica la primera variación con el fin de extremizarlo

se llega a una forma integral especial conocida como forma débil. Esta forma requiere de una menor continuidad sobre las variables dependientes y normalmente produce un conjunto de ecuaciones discretizadas aún y cuando la geometría sea compleja. El método de Galerkin se basa en la forma débil para su formulación.

En este trabajo de Tesis se utiliza el paquete comercial ABAQUS el cual utiliza el método de Galerkin para el análisis térmico [51].

4.5 MEF para el análisis térmico en el proceso de laminación en caliente.

Se requiere expresar la ecuación (3.17) en la forma de la ecuación (4.9) aplicando el método de residuos ponderados:

$$\int_{\Omega} w_i \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k(\mathbf{T}) \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k(\mathbf{T}) \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x_2} \right) - \rho c_p \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x_1} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (4.10)$$

Es posible aproximar la temperatura utilizando las funciones de interpolación en 2D [29,32]:

$$\mathbf{T}(x_1, x_2, t) = N_i(x_1, x_2) T_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.11)$$

donde n es el número de nodos para el elemento. Aplicando el método de Galerkin: $w_i = N_i$ se sustituye en la ecuación (4.10):

$$\int_{\Omega} N_i \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k(\mathbf{T}) \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k(\mathbf{T}) \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x_2} \right) - \rho(\mathbf{T}) c_p(\mathbf{T}) \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x_1} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (4.13)$$

El coeficiente de conductividad térmica así como el calor específico y la densidad dependen de la temperatura. Recordando el teorema de Green [32]:

$$\int_{\Omega} N_i \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial x_1^2} d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x_1} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x_1} d\Omega + \int_{\Gamma} N_i \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x_1} \hat{n}_1 d\Gamma \quad (4.14)$$

El teorema puede ser aplicado sobre la ecuación (4.13) para obtener la ecuación (4.15):

$$\begin{aligned}
& -\int_{\Omega} \left[\mathbf{k}(\mathbf{T}) \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}_1} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_1} + \mathbf{k}(\mathbf{T}) \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}_2} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_2} + \rho(\mathbf{T}) c_p(\mathbf{T}) \left(N_i \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} + \mathbf{u}_1 N_i \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_1} \right) \right] d\Omega \\
& + \int_{\Gamma} N_i \left[\mathbf{k}(\mathbf{T}) \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_1} \hat{\mathbf{n}}_1 + \mathbf{k}(\mathbf{T}) \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_2} \hat{\mathbf{n}}_2 \right] d\Gamma = 0
\end{aligned} \tag{4.15}$$

En la ecuación (4.15) se sustituyen las condiciones frontera para las zonas de análisis sobre la integral de superficie, ecuaciones (3.24), (3.25), (3.27) y (3.30):

$$\begin{aligned}
& \int_{\Gamma} \left[\mathbf{k}(\mathbf{T}) N_i \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_1} \hat{\mathbf{n}}_1 + \mathbf{k}(\mathbf{T}) N_i \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_2} \hat{\mathbf{n}}_2 \right] d\Gamma = - \int_{\Gamma_1} \left[\mathbf{h}_1(\mathbf{T}_s - \mathbf{T}_{\infty}) + \varepsilon_{\text{ox}} \sigma (\mathbf{T}_s^4 - \mathbf{T}_{\infty}^4) \right] d\Gamma_1 \\
& - \int_{\Gamma_2} \mathbf{h}_2(\mathbf{T}_s - \mathbf{T}_{\infty}) d\Gamma_2 - \int_{\Gamma_3} \mathbf{h}_3(\mathbf{T}_s - \mathbf{T}_{\infty}) d\Gamma_3 - \int_{\Gamma_4} \left[\mathbf{h}_1(\mathbf{T}_s - \mathbf{T}_{\infty}) + \varepsilon_{\text{Fe}} \sigma (\mathbf{T}_s^4 - \mathbf{T}_{\infty}^4) \right] d\Gamma_4
\end{aligned} \tag{4.16}$$

De la ecuación (4.11) se determina la derivada parcial de T con respecto a cada una de las coordenadas x_1 y x_2 se obtiene la ecuación (4.17):

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_j} = \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}_j} \mathbf{T}_i(t) \quad \text{ó} \quad \mathbf{T}_j = N_j \mathbf{T}_i(t) \tag{4.17}$$

Sustituyendo ahora las ecuaciones (4.16) y (4.17) en la ecuación (4.15) se obtiene la ecuación:

$$\begin{aligned}
& -\int_{\Omega} \left(\mathbf{k}(\mathbf{T}) \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}_1} \frac{\partial N_j}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{T}_j(t) + \mathbf{k}(\mathbf{T}) \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}_2} \frac{\partial N_j}{\partial \mathbf{x}_2} \mathbf{T}_j(t) + N_i \rho(\mathbf{T}) c_p(\mathbf{T}) \left(\frac{\partial \mathbf{T}_j}{\partial t} N_j + \mathbf{u}_1 \frac{\partial N_j}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{T}_j(t) \right) \right) d\Omega \\
& + \int_{\Gamma} N_i \left[\mathbf{k}(\mathbf{T}) \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_1} \hat{\mathbf{n}}_1 + \mathbf{k}(\mathbf{T}) \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_2} \hat{\mathbf{n}}_2 \right] d\Gamma = 0
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Finalmente la ecuación (4.18) se puede reescribir de la siguiente manera en forma matricial:

$$[\mathbf{C}] \left\{ \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \right\} + [\mathbf{K}][\mathbf{T}] = [\mathbf{f}] \tag{4.19}$$

ó:

$$c_{ij} \frac{\partial T_j}{\partial t} + k_{ij} T_j = f_i \quad (4.20)$$

en la cual:

$$[C] = c_{ij} = - \int_{\Omega} \rho(T) c_p(T) N_i N_j d\Omega$$

$$[K] = k_{ij} = - \int_{\Omega} \left\{ \left(k(T) \frac{\partial N_i}{\partial x_1} + N_i \rho(T) c_p(T) u_1 \right) \frac{\partial N_j}{\partial x_1} + k(T) \frac{\partial N_i}{\partial x_2} \frac{\partial N_j}{\partial x_2} \right\} d\Omega$$

$$+ \int_{\Gamma_1} h_1 N_i N_j d\Gamma_1 + \int_{\Gamma_2} h_2 N_i N_j d\Gamma_2 + \int_{\Gamma_3} h_3 N_i N_j d\Gamma_3 + \int_{\Gamma_4} h_4 N_i N_j d\Gamma_4$$

$$[f] = f_i = \int_{\Gamma_1} N_i \left[h_1 T_{\infty} + \varepsilon_{ox} \sigma (T_s^4 - T_{\infty}^4) \right] d\Gamma_1 + \int_{\Gamma_2} N_i h_2 T_{\infty} d\Gamma_2 + \int_{\Gamma_3} N_i h_3 T_{\infty} d\Gamma_3$$

$$+ \int_{\Gamma_4} N_i \left[h_4 T_{\infty} + \varepsilon_{Fe} \sigma (T_s^4 - T_{\infty}^4) \right] d\Gamma_4$$

Al suponer condiciones de estado estable la ecuación (4.19) tomaría exactamente la misma forma que la ecuación (4.6) dado que el término $[C][\partial T/\partial t]$ sería cero. La matriz C es conocida como matriz de capacitancia y a la matriz K se le sigue llamando matriz de rigidez [29]. Cabe resaltar que al considerar el fenómeno de radiación la ecuación (4.19) es no lineal por lo que se utilizan técnicas iterativas para la solución de este tipo de ecuaciones. El paquete comercial ABAQUS utiliza el método Newton-Raphson.

La ecuación (4.19) puede considerarse como una ecuación semidiscreta debido al primer término $[C][\partial T/\partial t]$. El paquete comercial ABAQUS aplica el método de diferencias finitas hacia atrás para discretizar este término con respecto al tiempo:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} = \frac{T^{t+\Delta t} - T^t}{\Delta t} \quad (4.21)$$

4.6 Esquemas explícitos e implícitos

La ecuación (4.21) sugiere evaluar la ecuación (4.19) utilizando un esquema de solución para cada intervalo de tiempo Δt durante el análisis. Si se introduce un parámetro θ tal que [29,32,51]:

$$\mathbf{T}^{t+\theta} = \theta \mathbf{T}^{t+\Delta t} + (1-\theta) \mathbf{T}^t \quad (4.22)$$

Sustituyendo la ecuación (4.21) en la ecuación (4.19) se obtiene:

$$[\mathbf{C}] \left\{ \frac{\mathbf{T}^{t+\Delta t} - \mathbf{T}^t}{\Delta t} \right\} + [\mathbf{K}] [\mathbf{T}]^{t+\theta} = [\mathbf{f}]^{t+\theta} \quad (4.23)$$

y sustituyendo la ecuación (4.22) en la ecuación (4.23) se obtiene la siguiente ecuación:

$$[\mathbf{C}] \left\{ \frac{\mathbf{T}^{t+\Delta t} - \mathbf{T}^t}{\Delta t} \right\} + [\mathbf{K}] [\theta \mathbf{T}^{t+\Delta t} + (1-\theta) \mathbf{T}^t] = [\theta \mathbf{f}^{t+\Delta t} + (1-\theta) \mathbf{f}^t] \quad (4.24)$$

reorganizando términos se obtiene finalmente la ecuación (4.25):

$$([\mathbf{C}] + \theta \Delta t [\mathbf{K}]) [\mathbf{T}]^{t+\Delta t} = ([\mathbf{C}] + (1-\theta) \Delta t [\mathbf{K}]) [\mathbf{T}]^t + \Delta t (\theta [\mathbf{f}]^{t+\Delta t} + (1-\theta) [\mathbf{f}]^t) \quad (4.25)$$

La ecuación (4.25) proporcionará los valores nodales de temperatura para un tiempo $t+\Delta t$.

Si $\theta=0$ la ecuación (4.25) se reduce a la ecuación:

$$[\mathbf{C}] [\mathbf{T}]^{t+\Delta t} = ([\mathbf{C}] + \Delta t [\mathbf{K}]) [\mathbf{T}]^t + \Delta t [\mathbf{f}]^t \quad (4.26)$$

Esta ecuación representa un esquema **explícito**, es decir que los valores nodales de temperatura a ser calculados para un tiempo $t+\Delta t$ pueden ser obtenidos directamente a partir de los valores nodales conocidos de un tiempo anterior t . Para evitar el cálculo de la matriz inversa de $[\mathbf{C}]$ se utiliza un proceso de diagonalización para la matriz

permitiendo de esta manera realizar el cálculo directamente para cada valor nodal de temperatura.

Si $\theta=1$ la ecuación (4.25) se reduce a la ecuación:

$$([C] + \Delta t [K])[T]^{t+\Delta t} = [C][T]^t + \Delta t [f]^{t+\Delta t} \quad (4.27)$$

Esta ecuación representa un esquema **implícito**. En este esquema siempre se recurrirá al cálculo de una matriz inversa para poder obtener los valores nodales de temperatura para cada periodo Δt en que sea dividido el análisis.

Haciendo una pequeña comparación de ambos esquemas el método explícito se caracteriza por presentar una rápida solución de la ecuación discretizada, sin embargo, este esquema es condicionalmente estable, es decir, el valor Δt debe ser menor a un valor Δt crítico o de lo contrario el comportamiento de la solución del sistema presentará oscilaciones que no permitirán la convergencia hacia la solución del problema. El Δt crítico depende del tamaño mínimo del elemento y de las propiedades del material y es directamente proporcional al número de grados de libertad en el modelo [51].

Los esquemas implícitos por el caso contrario no presentan este problema de estabilidad proporcionando una mayor libertad de elección para el valor Δt . Sin embargo los tiempos de solución pueden ser considerablemente mayores debido al cálculo de la matriz inversa para cada Δt aunado a que requieren de una mayor cantidad de espacio en el disco de la computadora para almacenar la información. Δt es directamente proporcional al cuadrado del número de grados de libertad en el modelo [51]. Sin embargo este método también tiene sus ventajas dado que en el caso particular de procesos de larga duración en un esquema explícito el valor Δt crítico podría ser exageradamente pequeño y su tiempo de solución podría ser considerablemente mayor al del esquema implícito.

CAPÍTULO 5

DESARROLLO COMPUTACIONAL

5.1.-Introducción

Como se mencionó en la sección 3.3 se tomaron en cuenta 3 espesores de óxido siendo éstos 500, 750 y 1000 μm . El espesor del planchón es 52 mm. Para el desarrollo computacional se utilizó el paquete comercial ABAQUS/Standard. Se diseñó un modelo termo-elástico en 2D, para cada uno de los casos mostrados en la figura 5.1:

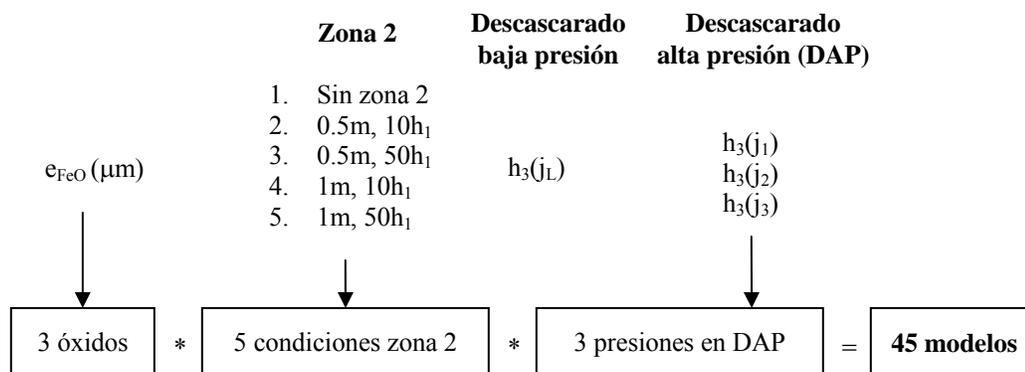


Figura 5.1.-Modelos generados para el análisis.

Para cada espesor de óxido se crearon 15 modelos, 5 para cada condición dentro de la zona 2 y además considerando 3 presiones en los cabezales de alta presión de la zona de descascarado (ver Tabla 2.2).

5.2 Estrategia de modelación

Existe una serie de factores importantes que deben ser considerados al desarrollar un modelo computacional, el objetivo será realizar el mínimo esfuerzo para desarrollar el modelo y obtener la mayor aproximación posible a la solución real [45]:

1. Con el fin de minimizar el número de grados de libertad en el modelo es recomendable utilizar elementos con la menor dimensión posible. El grado de libertad se refiere al número de variables independientes a ser determinadas; por ejemplo, en un análisis térmico un elemento lineal de forma cúbica contiene 8 nodos, lo que correspondería a 8 valores nodales de temperatura, es decir 8 grados de libertad por elemento. Elemento lineal significa que dentro de la formulación del elemento se está utilizando una función de interpolación N_i del tipo lineal. En el caso de un elemento lineal cuadrilátero (2 dimensiones) el valor de grados de libertad por elemento puede ser reducido a la mitad y en el caso más simple un elemento lineal en una dimensión podría contener solamente 2 grados de libertad en este tipo de análisis. Esto sería considerando un método de integración completa, es decir, que durante la resolución de la ecuación (4.19) la integral se realiza para cada uno de los nodos del elemento. Se puede reducir aún más el número de grados de libertad utilizando integración reducida, es decir, que la solución se evalúa solamente en un nodo dentro del elemento, normalmente este nodo es el centroide del elemento.

Considerando que el dominio normalmente puede consistir de miles o incluso de millones de elementos esta elección puede resultar crítica respecto al tiempo total de solución para la simulación.

2. Es recomendable generar la malla lo más gruesamente posible y solamente refinar en las áreas más importantes (por ejemplo aquellas donde se espere un

mayor gradiente térmico, zonas donde exista un concentrador de esfuerzos, etc.), esto sin sacrificar exactitud a la solución.

En el caso particular del proceso de laminación en caliente, el ancho del planchón es mucho mayor con respecto al espesor, por lo que es posible eliminar la dimensión x_3 como ya se mencionó en el Capítulo 3. Además, si se toma ventaja de la simetría, es posible reducir significativamente el número de grados de libertad para el análisis (figura 5.2).

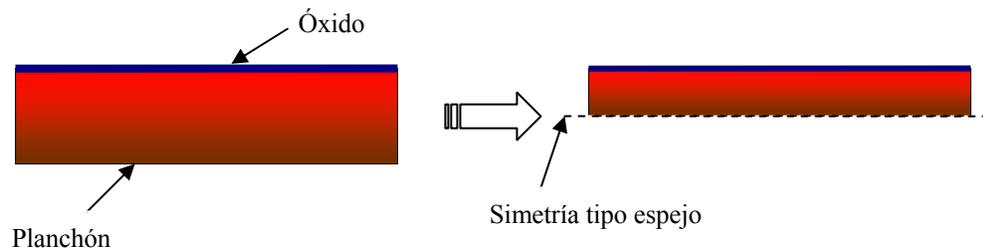


Figura 5.2.- Ventaja de utilizar simetría en un modelo.

Además, en el proceso de generación de la malla es importante controlar el grado de distorsión de los elementos ya que en situaciones en las que se cuenta con una geometría compleja, es relativamente complicado mantener la regularidad de la geometría del elemento. Una medición de este grado de distorsión es conocida como razón de aspecto r_a que se define como la razón entre la longitud máxima y la longitud mínima del elemento [45,51]:

$$r_a = \frac{l_{\max}^e}{l_{\min}^e} \quad (5.1)$$

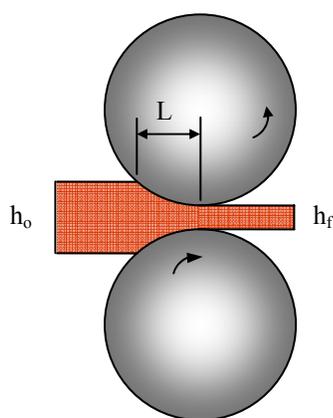
Para un análisis de esfuerzos es recomendable utilizar un valor menor o igual a 3, para un análisis de desplazamientos es recomendable un valor menor o igual a 10 [45]. Este parámetro es importante ya que puede ser de mucha ayuda para verificar la calidad del mallado.

5.3 Metodología

Tomando en cuenta los factores definidos en la sección anterior ahora es posible aplicar un procedimiento general para modelar el problema designado para este trabajo de Tesis, el procedimiento de igual forma aplica para cualquier tipo de análisis.

1. Modelación de la geometría.

Hay varias formas de crear una geometría, ésta puede ser dibujada en el mismo paquete computacional de simulación o se pueden utilizar paquetes de diseño CAD para crearla y después ser importada al programa. En el caso particular de este trabajo se creó la geometría del planchón con un espesor de 26 mm ya que se están considerando condiciones de simetría. Tanto el óxido como el sustrato son considerados como materiales homogéneos. Este modelo considera además una sola capa de óxido que es la de wustita (óxido presente en mayor proporción). La longitud del planchón L está determinada en base a la longitud de contacto en la mordida durante la laminación en caliente (figura 5.3) y se determina mediante la ecuación [3]:



$$L = \left[R (h_o - h_f) - \frac{(h_o - h_f)^2}{4} \right]^{1/2} \quad (5.2)$$

Figura 5.3.- Representación esquemática de la mordida del planchón en un molino de laminación [3].

L depende del grado de reducción para el planchón. Este valor de longitud es importante ya que una de las aportaciones de este trabajo será generar una distribución adecuada de temperatura para el planchón previo a ser laminado. El radio (R) de los rodillos tiene un

valor de 395 mm [8]. Posteriormente se creó la capa de óxido que es ensamblada a la parte de acero, ver figura 5.4:

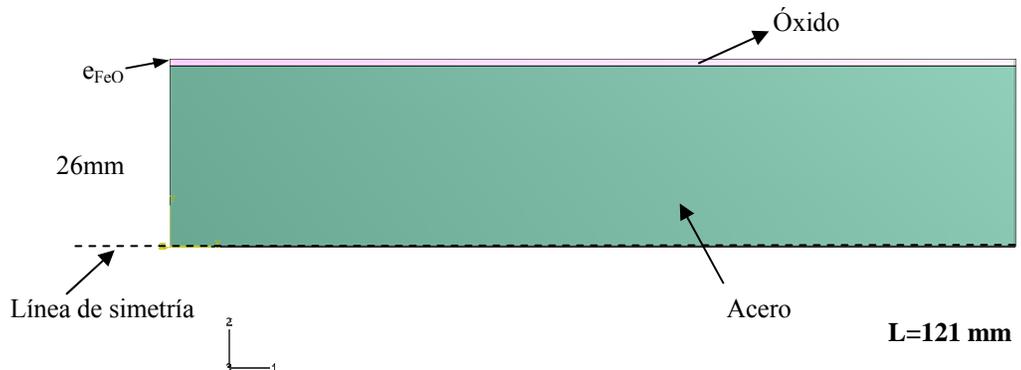


Figura 5.4.- Ensamble óxido-sustrato.

2. Propiedades físicas.

Una vez definidas las geometrías el siguiente paso es asignar las propiedades físicas a cada una de éstas. Según el fenómeno que se esté analizando serán las propiedades requeridas para la simulación. Para el caso particular de este proceso las propiedades térmicas y elásticas están definidas en las Tablas 3.1 y 3.2.

3. Tipo de análisis

Una vez definidos las propiedades físicas se le debe asignar al paquete computacional el tipo de análisis a realizar. En este caso el análisis es llamado temperatura-desplazamiento acoplado y como su nombre sugiere, realiza el análisis térmico y de esfuerzos en forma conjunta. Este tipo de análisis está dividido en 8 etapas principales:

En la etapa 1 se realiza un análisis termo-elástico imponiendo las condiciones frontera especificadas en la zona 1 que son convección en aire y radiación considerando el coeficiente de emisividad para la superficie de óxido.

Posteriormente y conforme el planchón se mueve, éste entra a la zona 2 que es la zona de cortina de agua lo que conlleva al inicio de la etapa 2, la radiación de la etapa 1 es desactivada para la superficie expuesta en la zona 2.

La etapa 3 inicia con la entrada del planchón a la zona de descascarado de baja presión aplicando la presión de impacto especificada en la Tabla 2.2 sobre la huella de impacto que es 5.5 mm de superficie de óxido, además se asigna el coeficiente de transferencia de calor respectivo para ese valor de presión. La temperatura del agua se considera que es de 25°C.

Una vez que se ha desarrollado la etapa de descascarado se procede a un procedimiento de desactivación de elementos (etapa 4). En esta etapa no se realiza ningún análisis, sólo se le asigna una cantidad muy pequeña de tiempo, suficiente para la desactivación de los elementos. En otras palabras, este modelo no considera las condiciones de ruptura de óxido aplicando el campo de la mecánica de la fractura. Al quedar los elementos desactivados, ahora se supone una superficie limpia de óxido sobre la cuál se aplican las condiciones de la zona 3 que corresponden a las de agua residual sobre la superficie del planchón (etapas 5 y 6).

Cabe resaltar que después del descascarado de baja presión al quedar limpia la superficie del planchón, en la zona que hay entre cabezales el óxido volverá a crecer, este crecimiento no es considerado en este análisis.

En el inicio de la etapa 7 el planchón entra a la zona de descascarado de alta presión. Las condiciones de presión de impacto y de transferencia de calor son asignadas en forma similar a las introducidas en la etapa 3 con la diferencia de que se asignaron nuevos valores de la presión de impacto y del coeficiente de transferencia de calor con un mismo ancho de huella.

Al salir el planchón de la zona de descascarado la condición de radiación es reactivada pero ahora considerando la emisividad de la superficie de acero y nuevamente considerando convección en aire sobre la superficie (etapa 8). En la figura 5.5 se muestra un resumen gráfico de estas etapas.

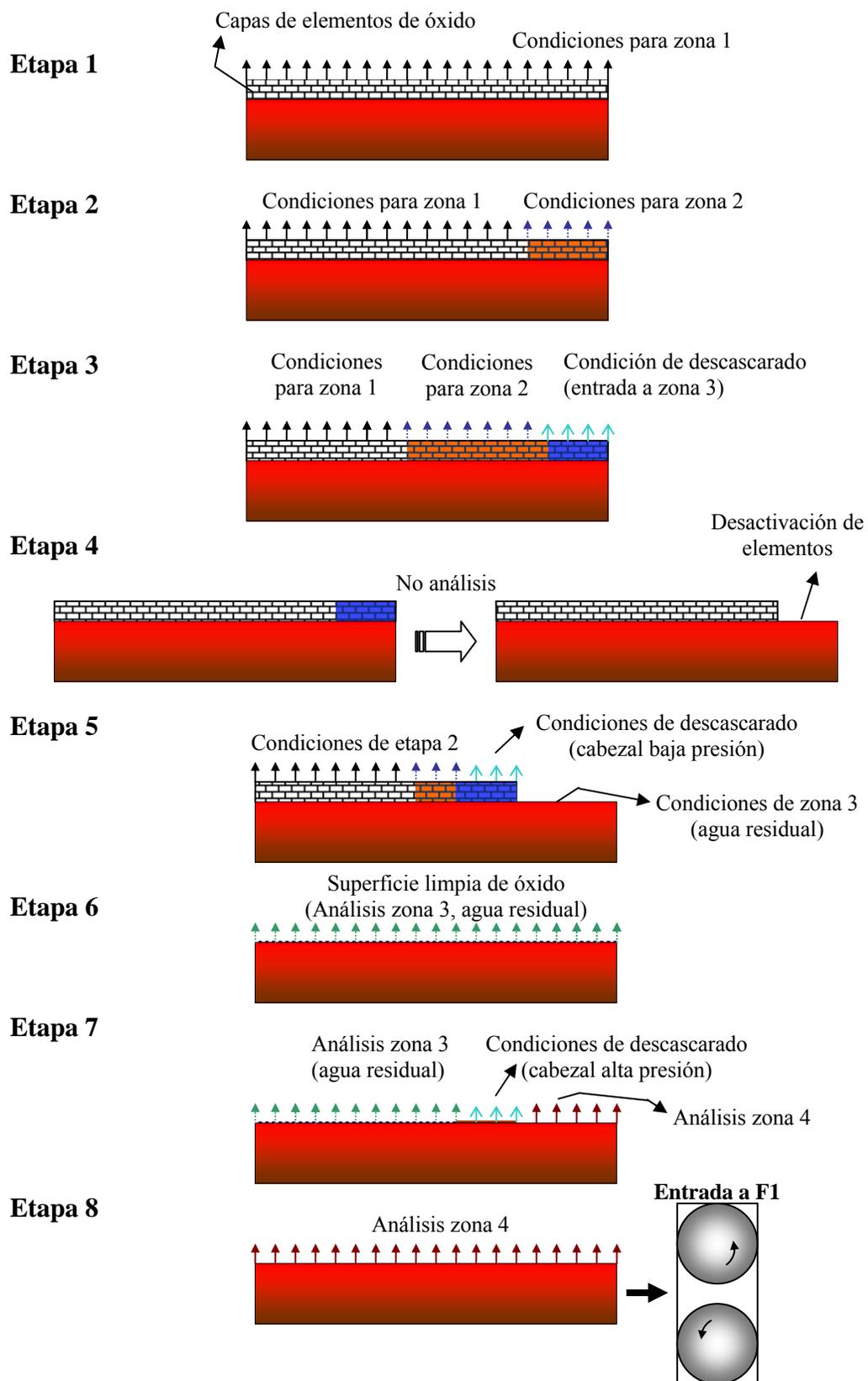


Figura 5.5.- Procedimiento de simulación.

4. Condiciones iniciales y condiciones frontera

Para la definición de contacto en la interfase se supone una adherencia de 100%. Como condición frontera están especificadas las condiciones de simetría con respecto al eje x_2 . Se aplica también la condición frontera de velocidad (u_1) aplicada a todo el dominio (Ω) así como la condición inicial de temperatura (ver figura 5.6).

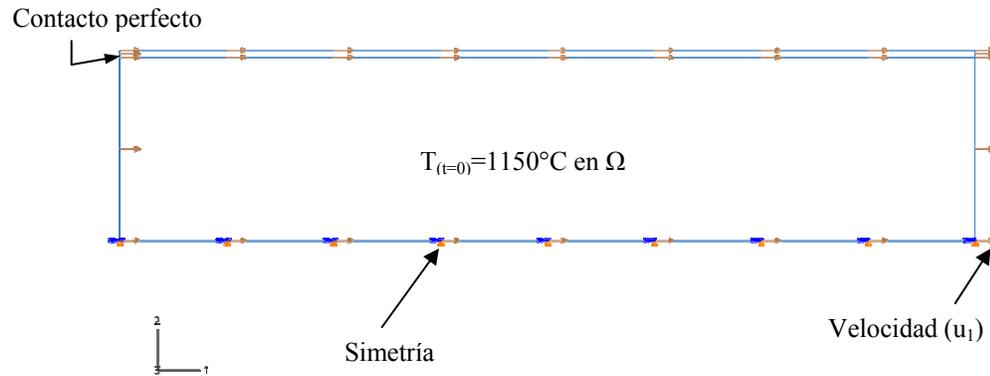


Figura 5.6.- Condiciones frontera e iniciales especificadas sobre el dominio.

5. Mallado

El procedimiento de mallado en un análisis de elemento finito consiste en crear inicialmente una malla gruesa. Se realiza el análisis y es comparado con los valores reales. Si la distribución de la variable de interés no es la adecuada se procede a un procedimiento de remallado o refinamiento de malla. Cuando se obtiene una distribución adecuada de una variable con un cierto margen de error permitido, se genera una serie de mallas nuevas más finas que la inicial. La intención de este tipo de procedimiento es asegurar que la solución es totalmente independiente del método de mallado. Una vez elaborado este procedimiento se elige la malla óptima, es decir, la malla menos fina posible que genere una solución numérica con la mayor aproximación posible a la solución real. Este procedimiento es realizado suponiendo que tanto las propiedades como las condiciones especificadas en el problema han sido las adecuadas.

Inicialmente se desarrolló una malla en la cuál no se consideró la razón de aspecto como un parámetro importante. La figura 5.7 muestra una geometría mallada:

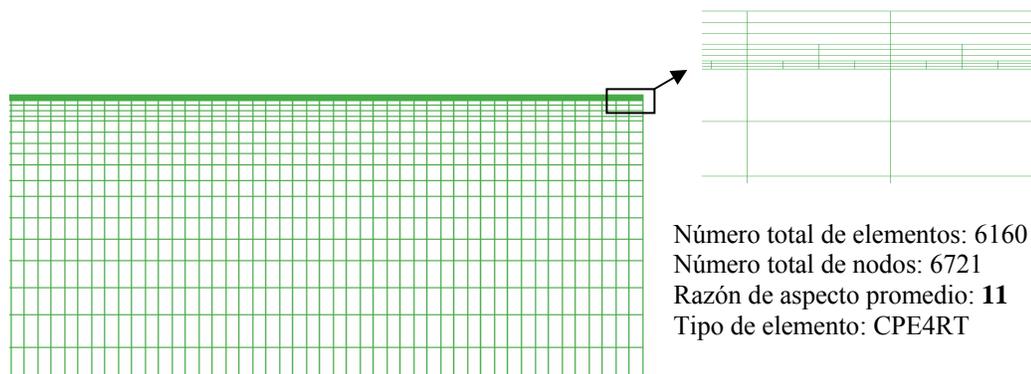


Figura 5.7.- Malla inicial.

El tipo de elemento elegido fue CPE4RT (figura 5.8). Este elemento utiliza una función de interpolación del tipo lineal con un esquema de integración reducida. Los grados de libertad activos por nodo para este elemento son la temperatura y el desplazamiento en las direcciones x_1 y x_2 . Es decir, hay 12 grados de libertad por elemento.

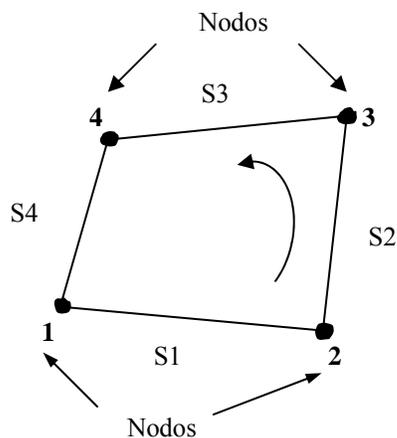


Figura 5.8.- Elemento CPE4RT. SX representa el borde del elemento.

Posteriormente se crearon 2 mallas adicionales (figuras 5.9 y 5.10), se mantuvo el mismo mallado para el sustrato, sólo se refinó la capa de óxido considerando esta vez la razón de aspecto que tuvo un valor de 2.75.

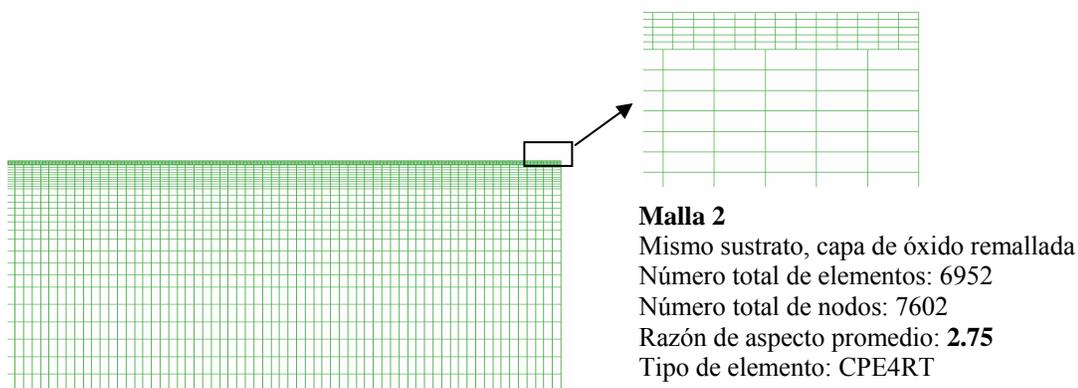


Figura 5.9.- Segunda malla.

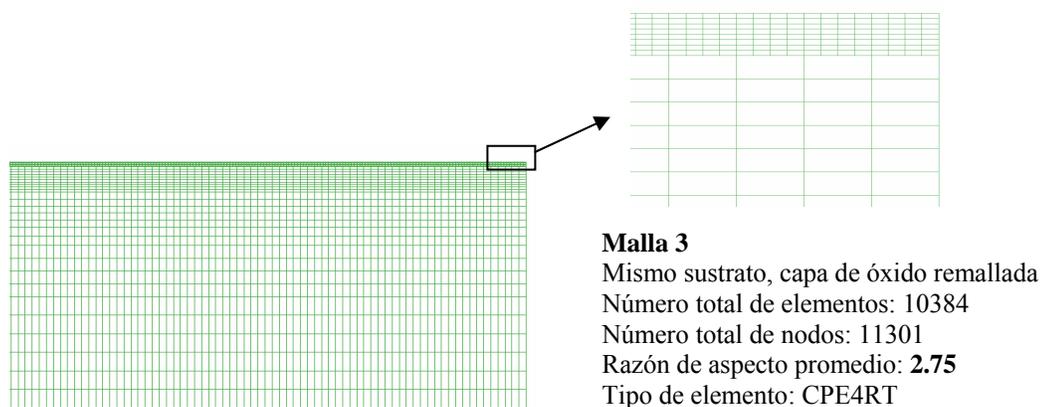


Figura 5.10.- Tercera malla.

Una vez que fueron establecidos los mallados se procedió a elaborar una simulación para cada malla utilizando las mismas condiciones de la zona 2 y de descascarado. Las distribuciones fueron comparadas y se eligió la malla óptima que resultó ser la malla 2 (ver sección 6.2).

Se utilizó un método de partición para la capa de óxido, dado que la etapa 4 de la figura 5.5 requiere la desactivación de la capa de elementos que fue expuesta a la zona de descascarado. La longitud del planchón utilizando la ecuación (5.2) es de 121 mm dividido entre los 5.5 mm da un valor de 22 particiones (secciones) para la capa de óxido. La figura 5.11 muestra la partición resultante:

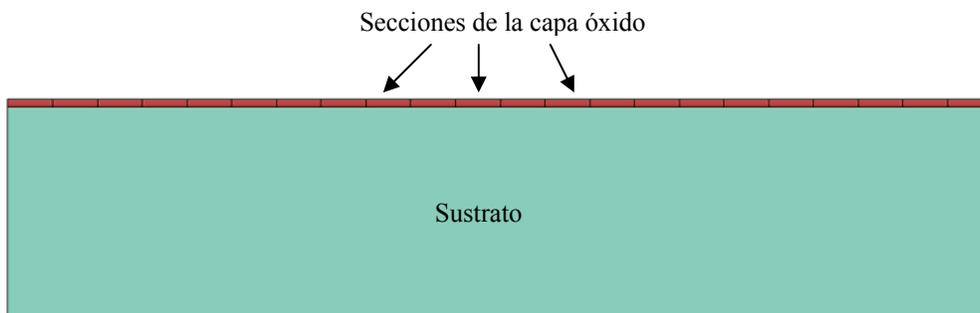


Figura 5.11.- Partición realizada sobre la capa de óxido.

5.4 Parámetros ajustables en el modelo

Como se mencionó previamente en la sección 5.3 una de las aportaciones de este trabajo será el proporcionar una distribución de temperatura para el planchón previo a ser laminado. La figura 5.12 muestra un resumen esquemático de todos los valores de entrada asignados al modelo para su análisis:

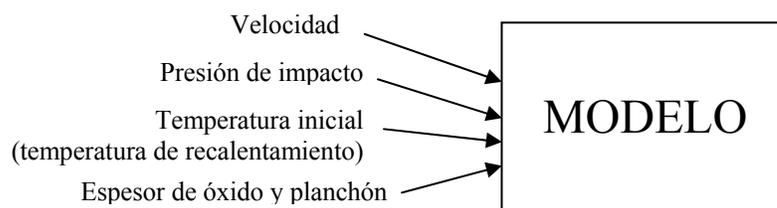


Figura 5.12.- Variables de entrada para el modelo.

Para un mallado constante los valores de velocidad, presión de impacto y de temperatura inicial pueden ser sencillamente modificados en dado caso que se requieran estudiar diferentes condiciones para el proceso. Si se cambia el espesor de planchón será necesario generar un nuevo mallado. El paquete computacional ABAQUS genera un archivo en formato tipo texto. Este archivo almacena toda la información del modelo creado y puede ser modificado utilizando cualquier editor de texto. Para modificar los valores de entrada sólo bastará con editar la línea correspondiente donde se especifican dichas variables. En el Apéndice A se muestra el formato de un archivo .inp para uno de los modelos realizados en este trabajo.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

6.1 Introducción

En esta sección se presentan los resultados de los modelos generados para la evaluación de la integridad mecánica del óxido antes y durante la etapa de descascarado. También se muestra la evolución térmica del sustrato durante su trayecto por las 4 zonas de análisis.

Estos resultados son comparados con los obtenidos en anteriores trabajos de investigación.

6.2 Evolución térmica

En la figura 6.1 se muestra la evolución de temperatura en el sustrato para los casos en los cuales se considera la capa de óxido y para los cuales no se considera justo antes de la entrada a la zona de descascarado (zona 3) sin considerar la zona 2. Se puede observar la manera en que la capa de óxido afecta en forma importante a la distribución de

temperatura en el planchón presentando un efecto de capa aislante por lo que debe ser considerada cualquier análisis de trabajado en caliente.

La figura 6.2 muestra la caída de temperatura ΔT sobre la superficie de óxido justo antes del descascarado considerando las 3 capas de óxido. ΔT se calculó como:

$$\Delta T = 1150 - T(t) \quad (6.1)$$

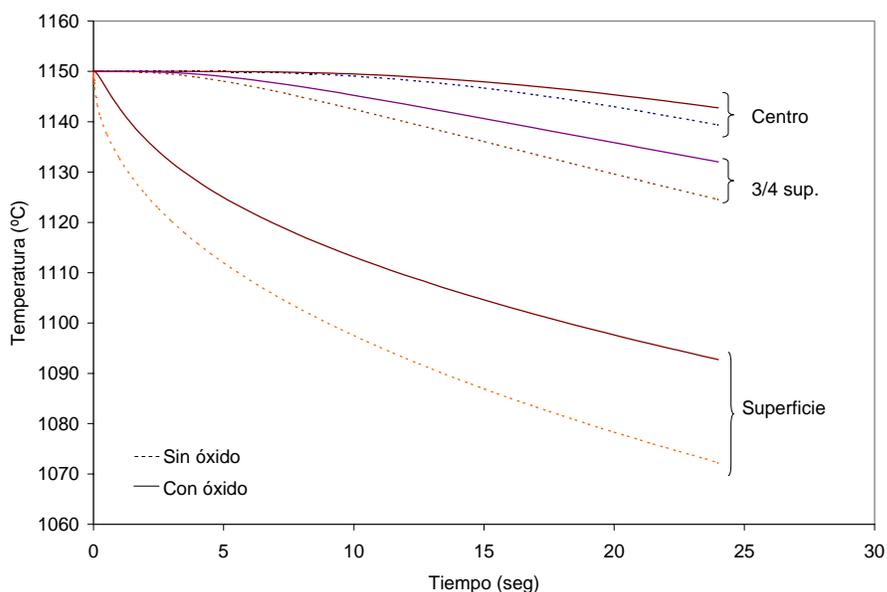


Figura 6.1.- Evolución de la temperatura en el planchón con y sin la capa de óxido.

$T(t)$ representa la evolución de temperatura en función del tiempo de análisis. En forma similar a la figura 6.1, en la figura 6.2 se puede apreciar una diferencia notable de las caídas de temperatura cuando no es considerada la capa de óxido. Las caídas de temperatura (ΔT) en la figura 6.2 en general son similares para los 3 espesores de óxido con una diferencia de aproximadamente 4 grados entre cada curva.

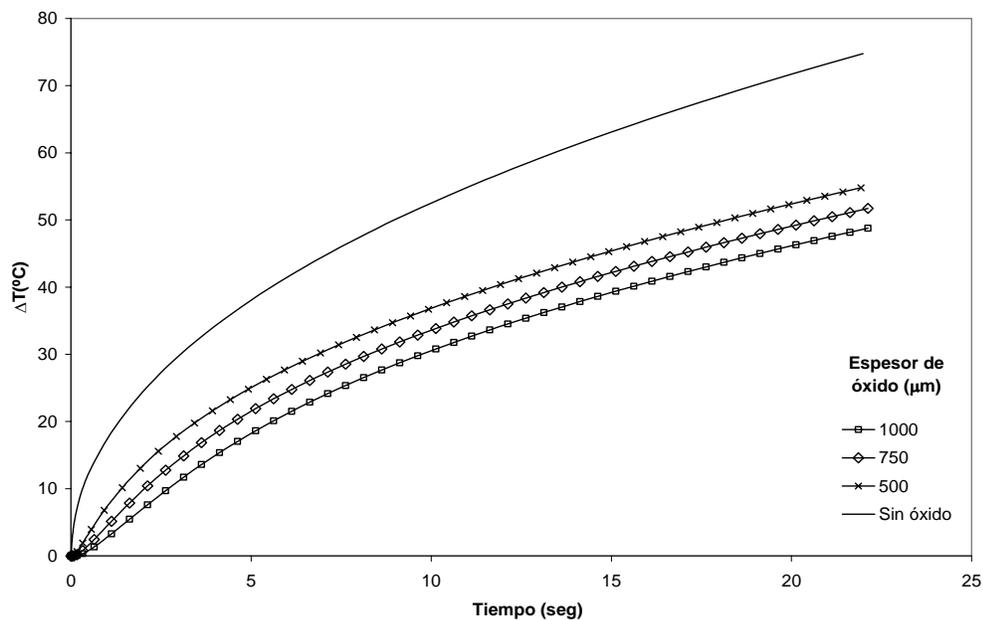


Figura 6.2.- Caídas de temperatura en la superficie de óxido antes del descascarado.

En la figura 6.3 se muestra la distribución de temperatura para las diferentes mallas generadas. De la distribución de temperatura se puede observar que la malla 1 muestra una distribución ligeramente diferente comparada con las demás mallas, especialmente en la superficie del óxido.

Esta diferencia puede ser atribuida a la razón de aspecto. Las mallas 2 y 3 muestran prácticamente la misma distribución de temperatura corroborando por lo tanto la independencia de la solución con respecto a la malla (ver sección 5.3.1). Por lo tanto, la malla 2 fue considerada como óptima debido a que el tiempo de solución es menor y es la que se utilizó para todos los análisis con los diferentes espesores de óxido.

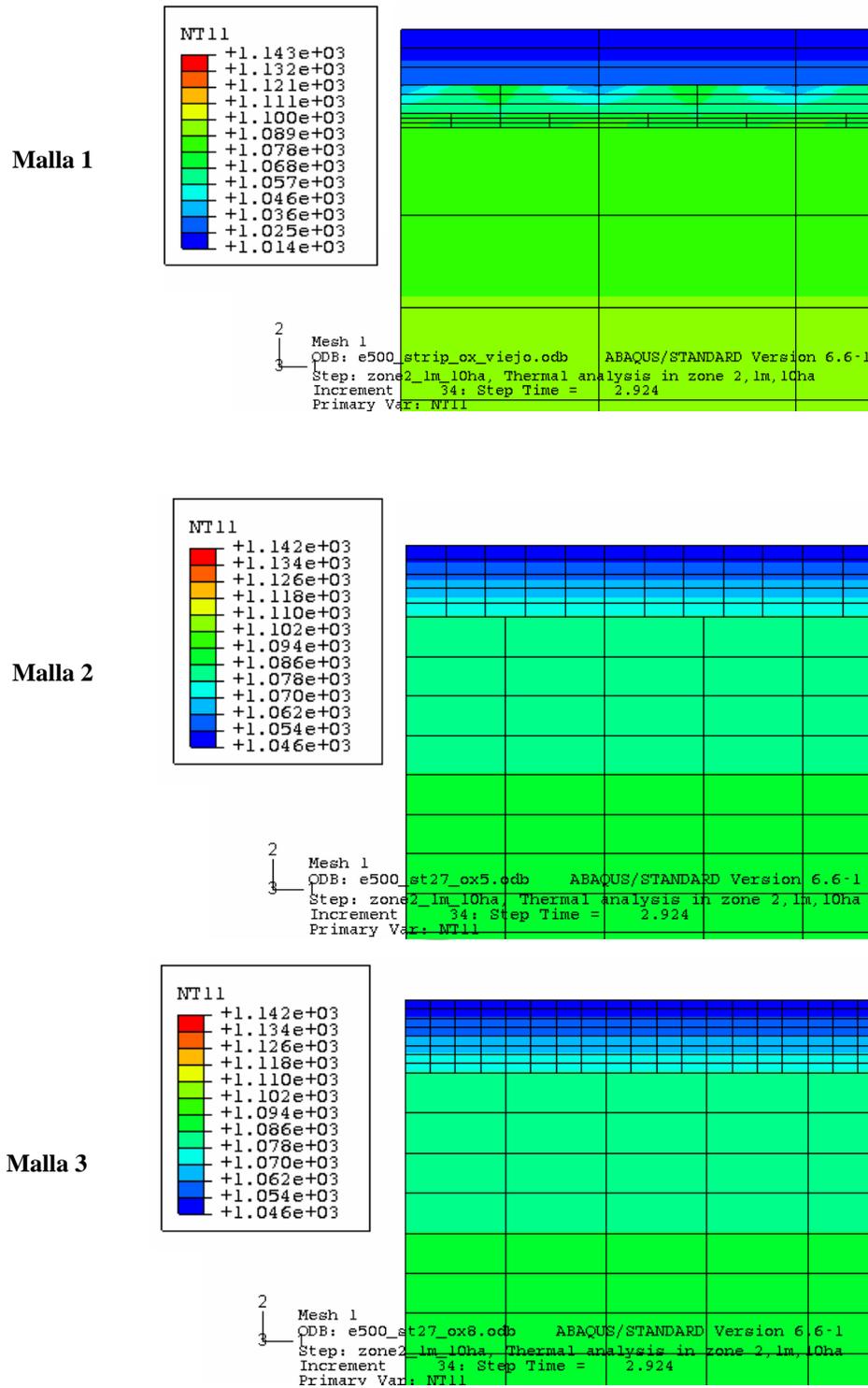


Figura 6.3.- Distribución de temperatura sobre el planchón para las 3 mallas generadas.

En las figuras 6.4 a 6.18 se muestra el comportamiento de la evolución térmica del sustrato para cada una de las condiciones definidas en la zona 2 (ver figura 5.1). Estas figuras muestran un comportamiento similar al mostrado a la figura 3.8 y concuerda con lo reportado en las referencias [34] y [35] las cuales también muestran la evolución térmica de la superficie del sustrato en función del tiempo. La condición para la zona 2 que más se asemeja a la presentada en la figura 3.8 corresponde a las figuras 6.6, 6.11 y 6.16 y corresponden a 50 cm, 50h₁. Para todos los casos se puede observar una caída importante de temperatura en el planchón durante ambos descascarados y se puede observar como inmediatamente la temperatura de la superficie del sustrato se recupera después del descascarado debido al fenómeno de conducción de calor en el acero. Las caídas de temperatura de la superficie del sustrato considerando los valores de coeficiente de transferencia de calor en el descascarado se muestran en la Tabla 6.1.

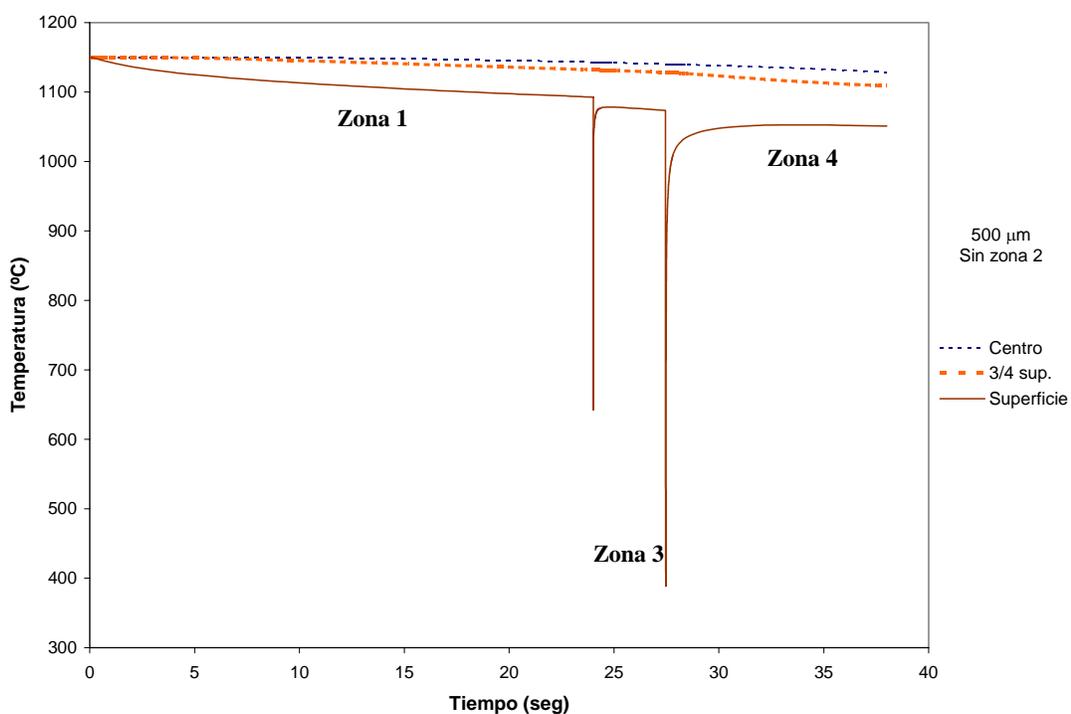


Figura 6.4.- Caídas de temperatura en el sustrato. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 500 μm.

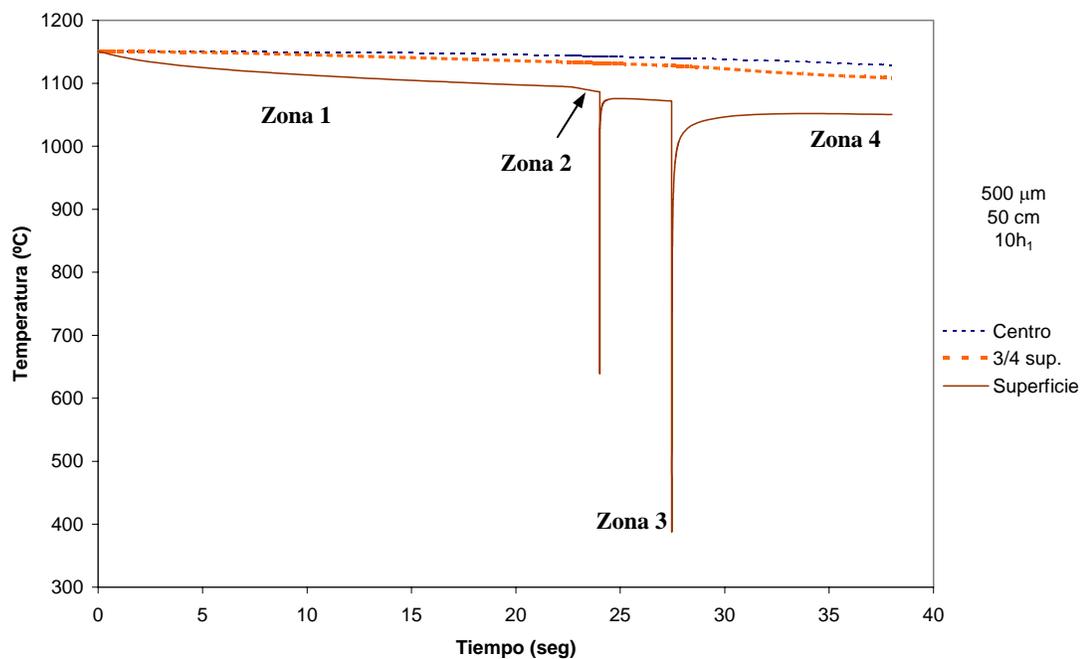


Figura 6.5.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 10h₁ con un espesor de óxido de 500 μm.

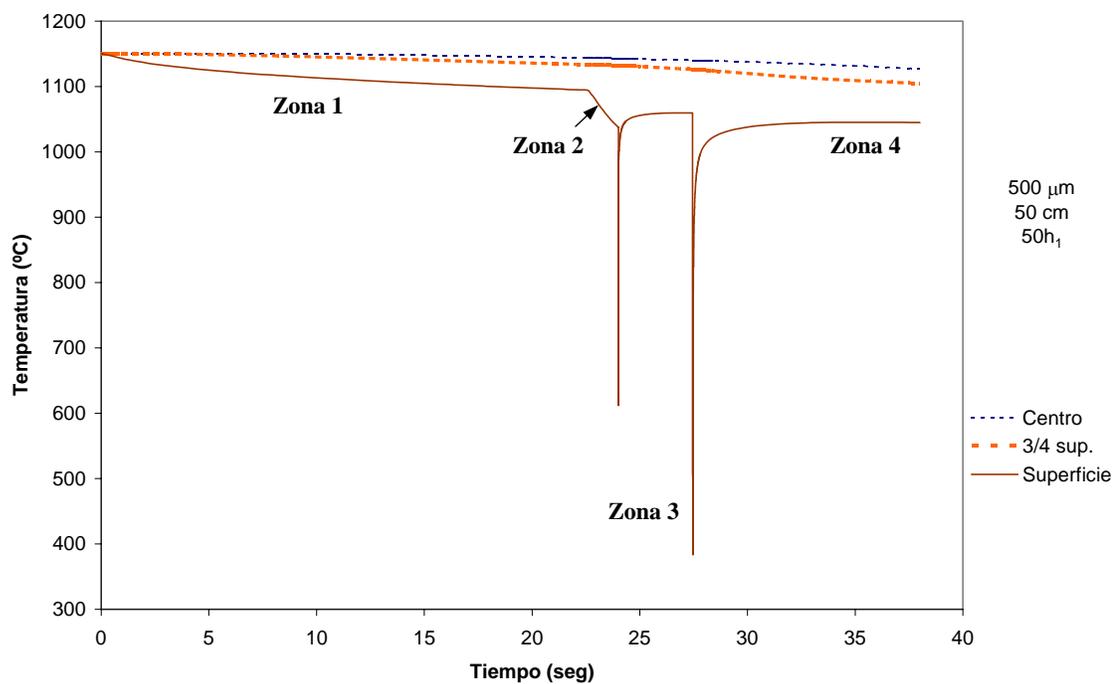


Figura 6.6.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 50h₁ con un espesor de óxido de 500 μm.

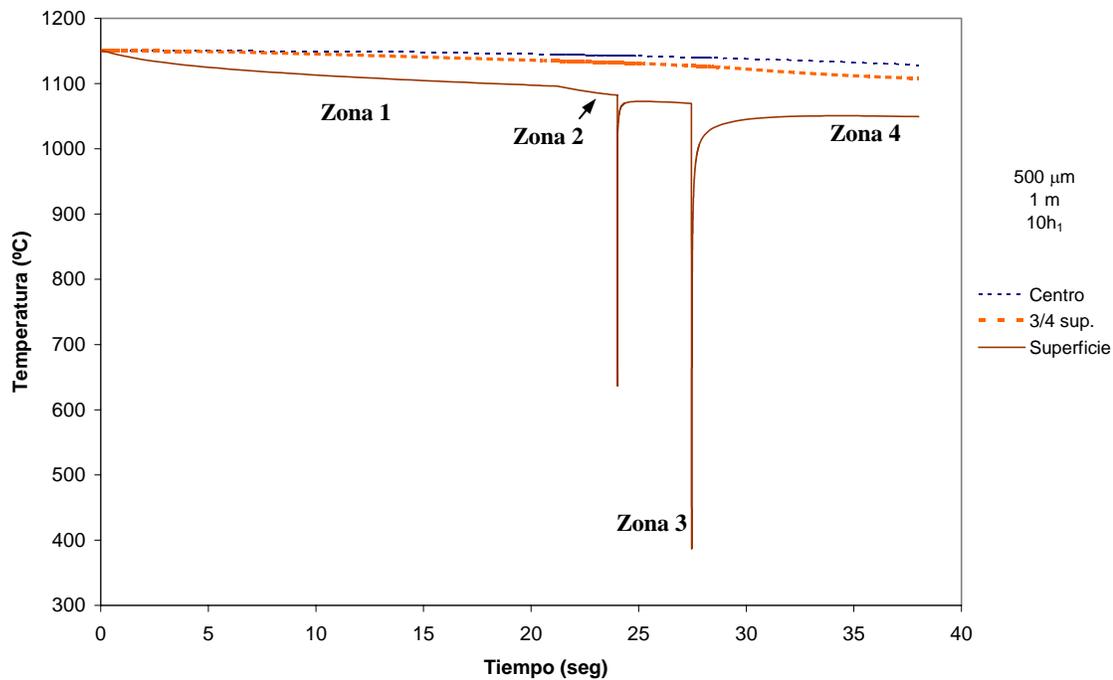


Figura 6.7.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 10h₁ con un espesor de óxido de 500 μm.

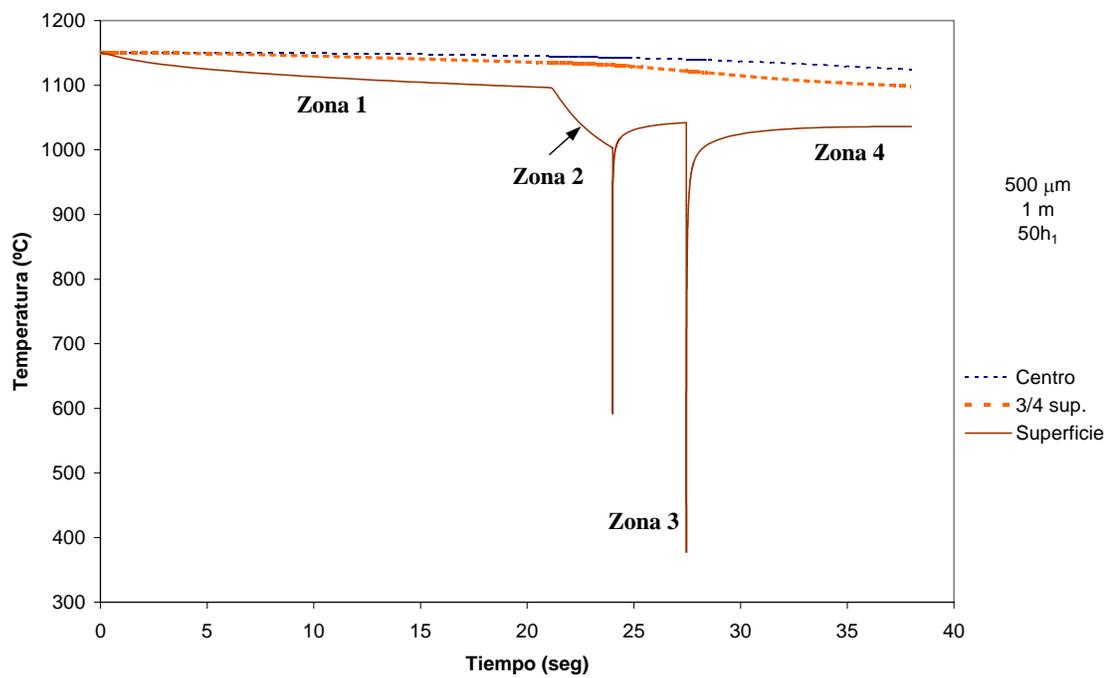


Figura 6.8.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 50h₁ con un espesor de óxido de 500 μm.

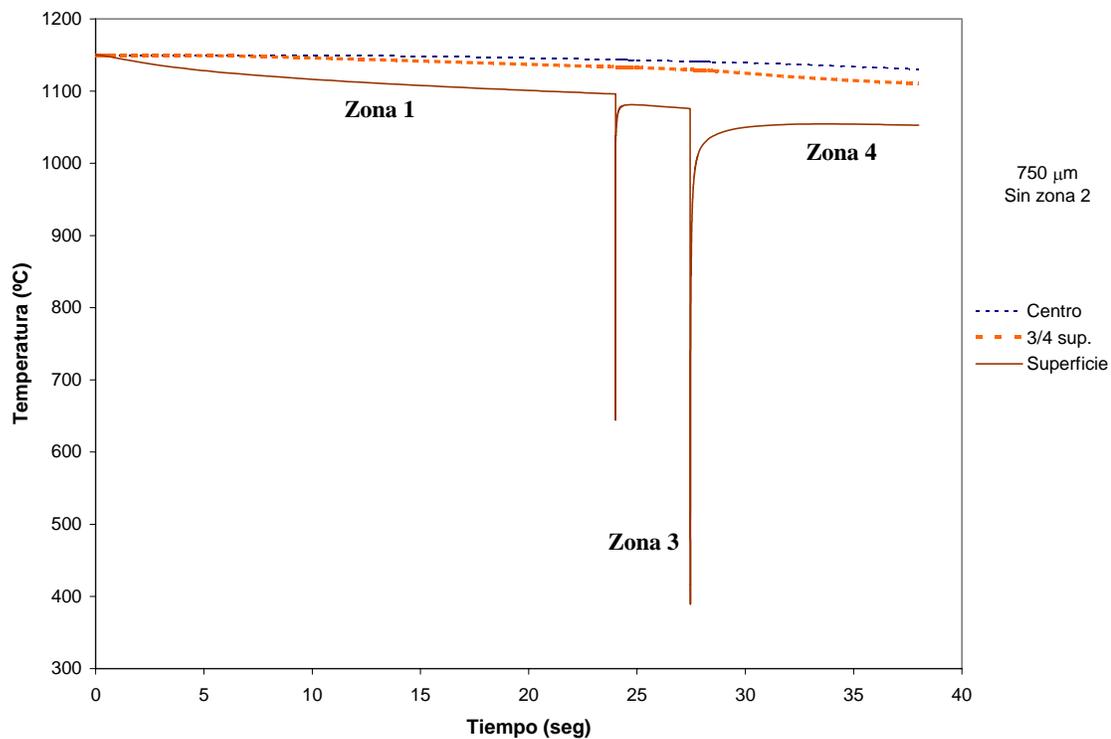


Figura 6.9.- Caídas de temperatura en el sustrato. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 750 μm .

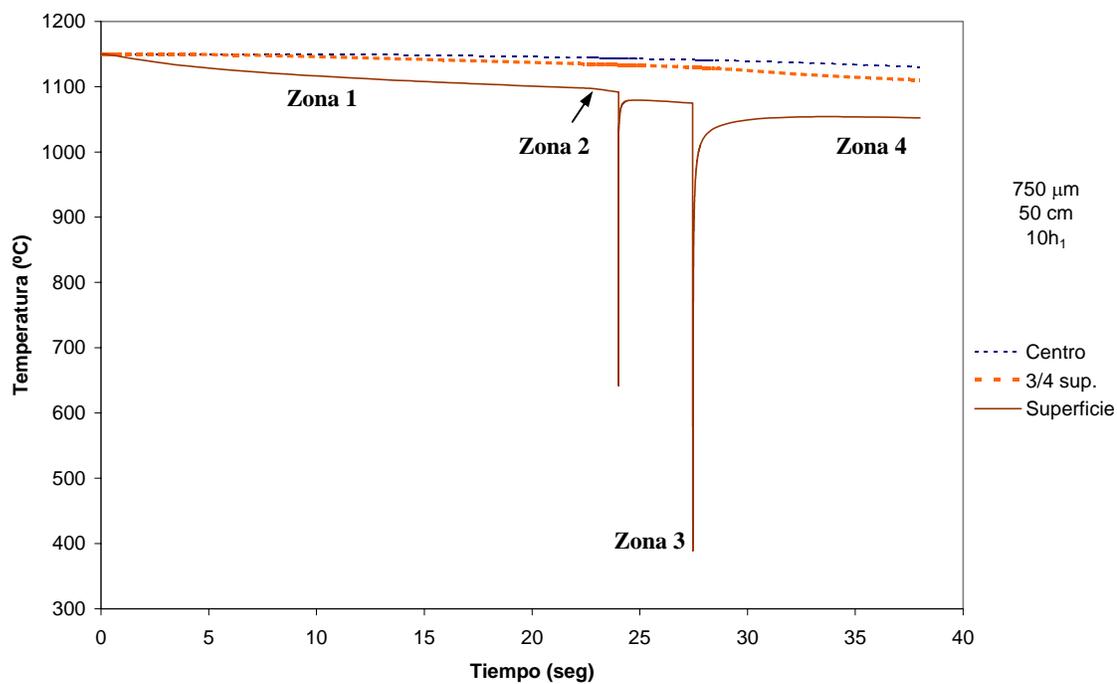


Figura 6.10.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 10h₁ con un espesor de óxido de 750 μm .

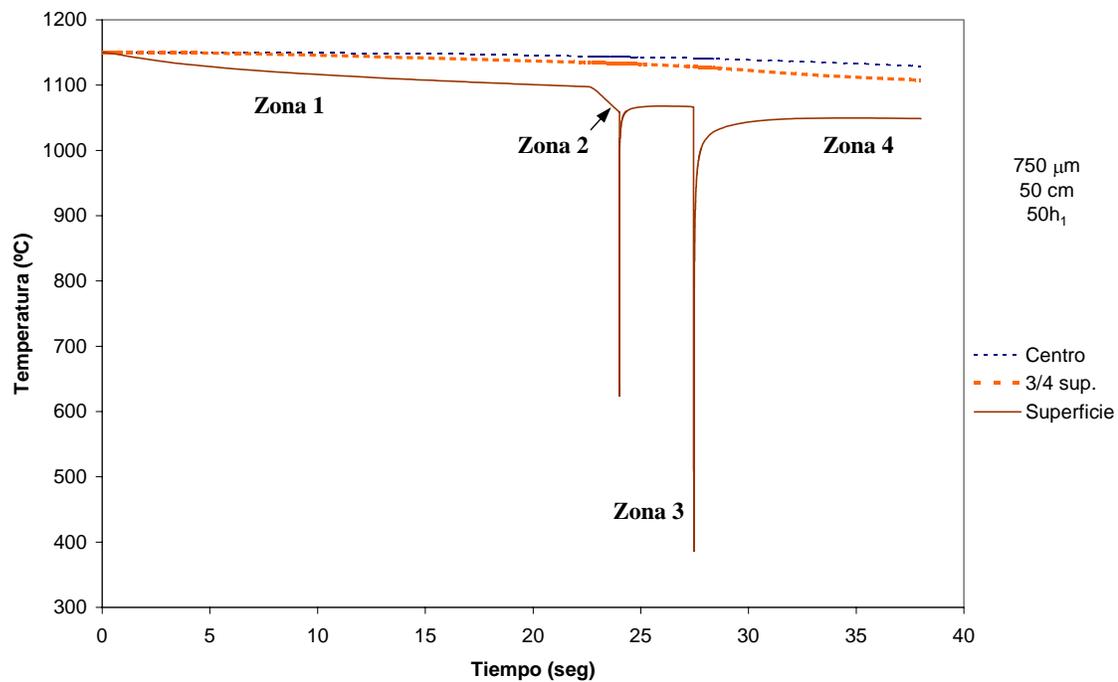


Figura 6.11.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 50h₁ con un espesor de óxido de 750 μm.

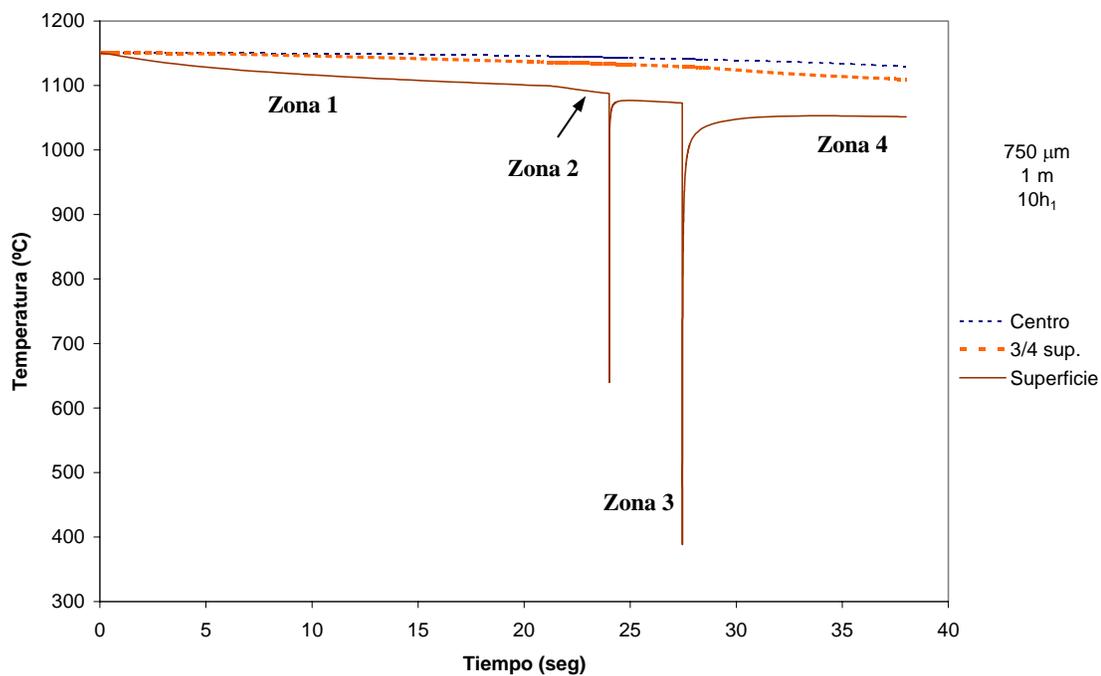


Figura 6.12.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 10h₁ con un espesor de óxido de 750 μm.

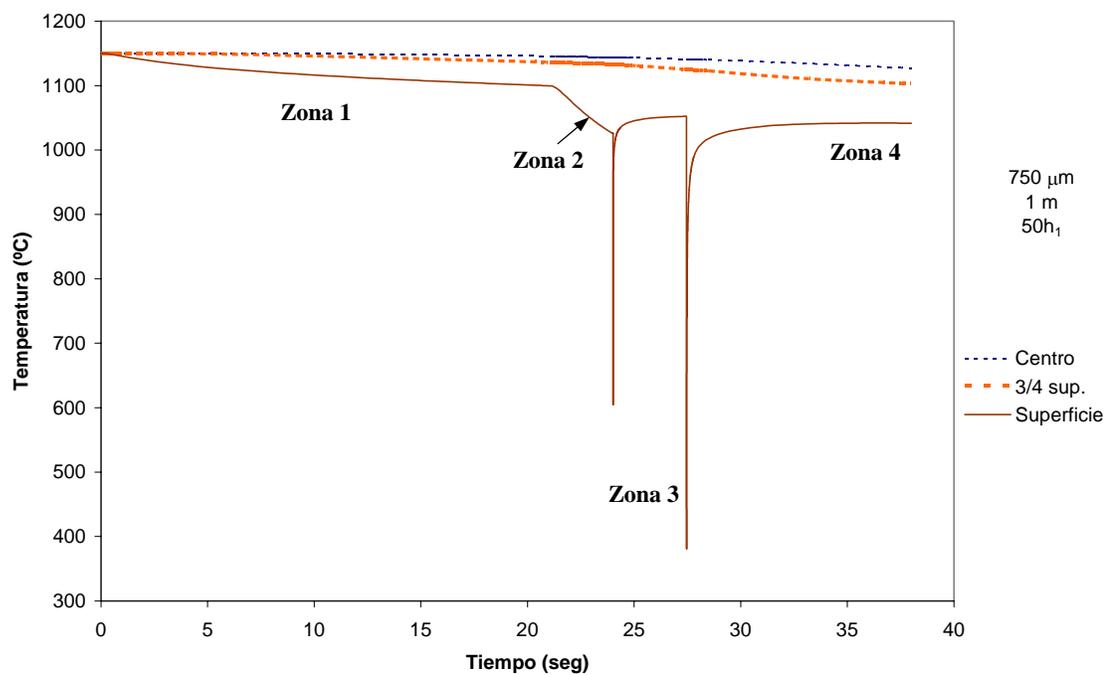


Figura 6.13.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1m, $50h_1$ con un espesor de óxido de $750 \mu\text{m}$.

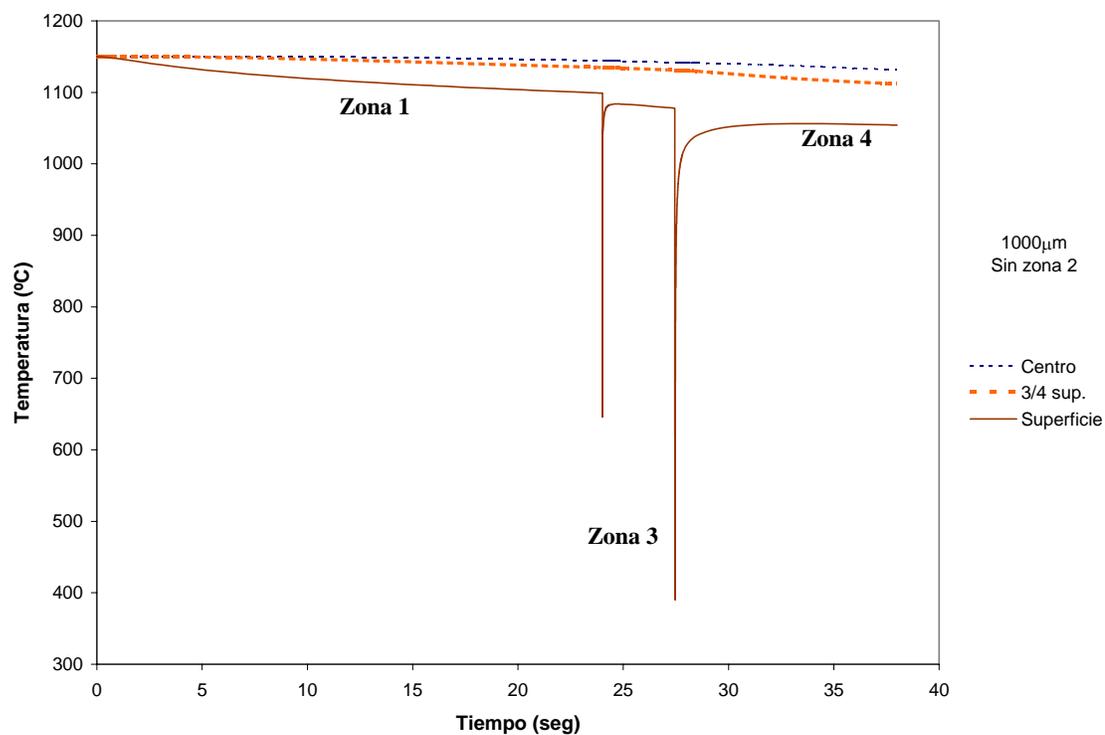


Figura 6.14.- Caídas de temperatura en el sustrato. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de $1000 \mu\text{m}$.

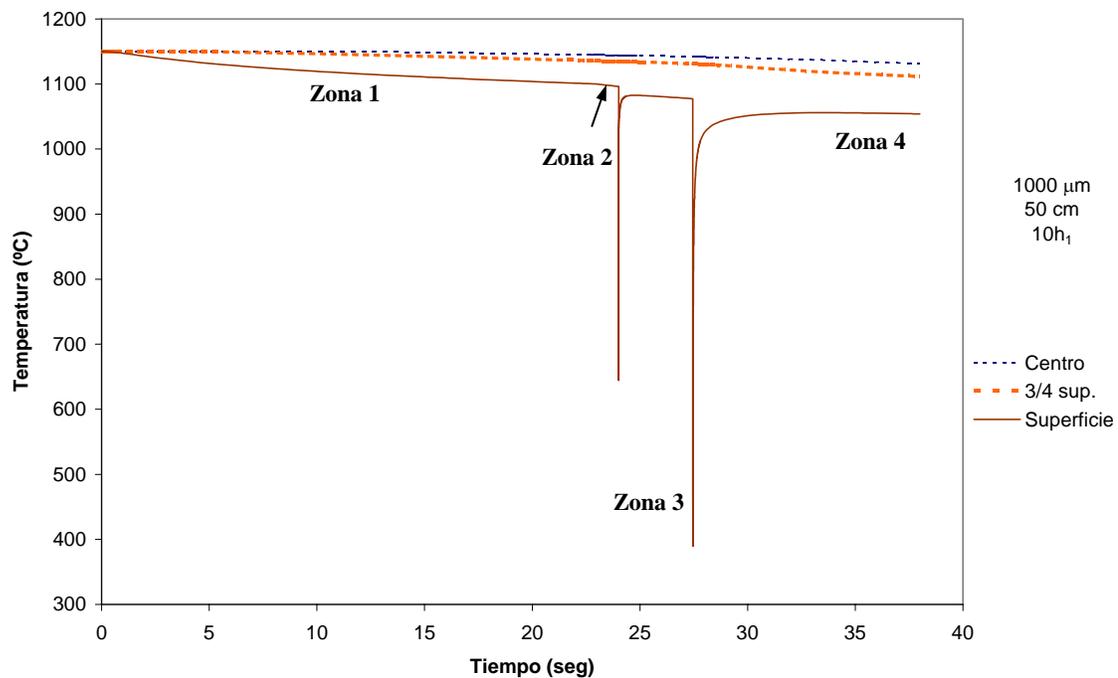


Figura 6.15.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 10h₁ con un espesor de óxido de 1000 μm.

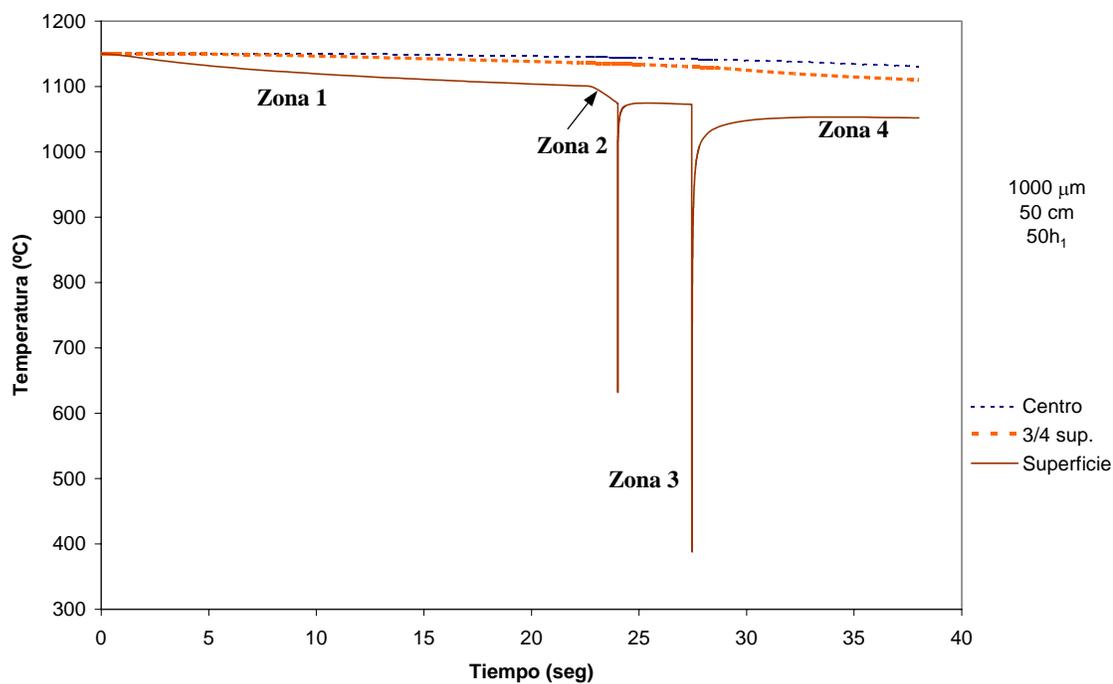


Figura 6.16.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 50h₁ con un espesor de óxido de 1000 μm.

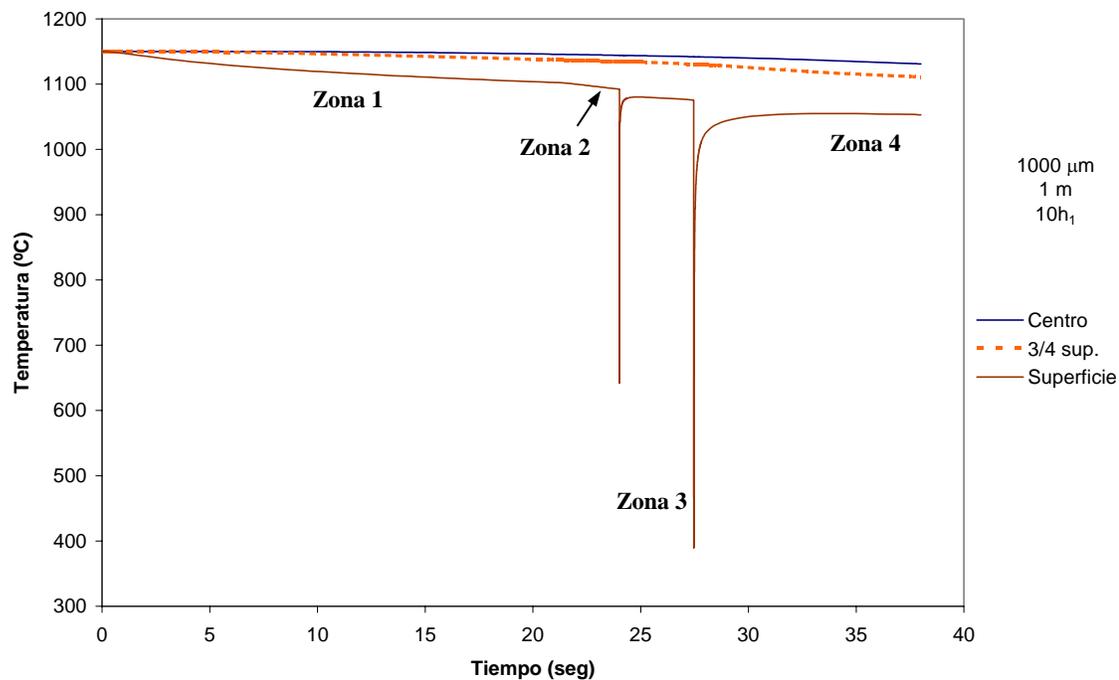


Figura 6.17.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 10h₁ con un espesor de óxido de 1000 μm.

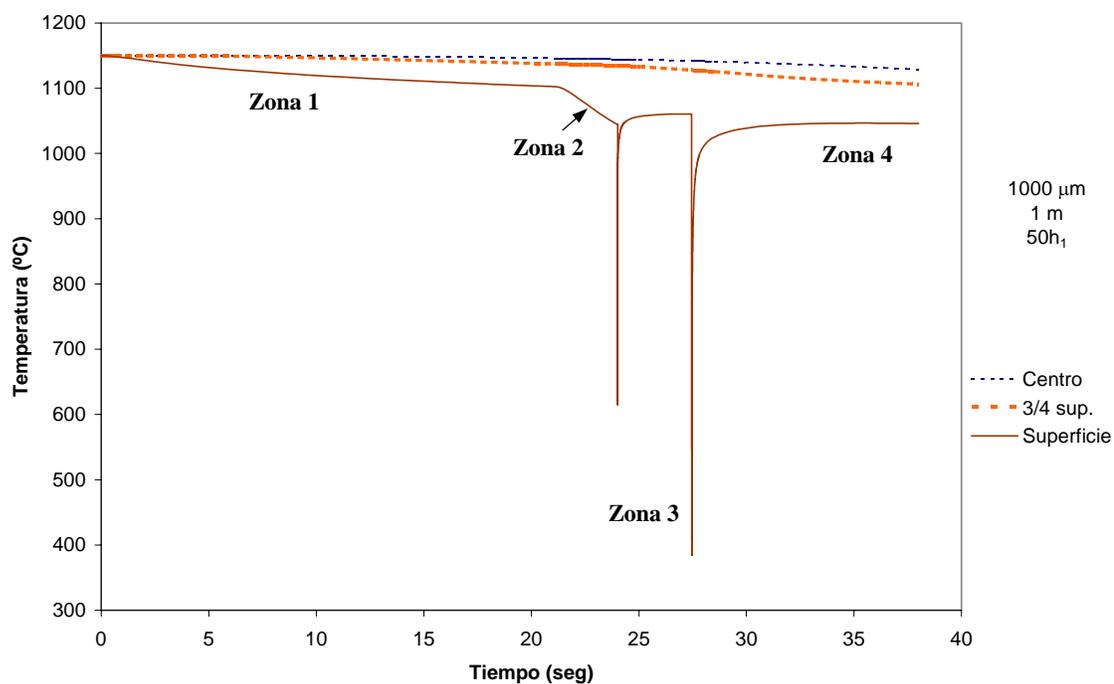


Figura 6.18.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1m, 50h₁ con un espesor de óxido de 1000 μm.

Tabla 6.1.- Temperatura en la superficie del sustrato para cada una de las condiciones de descascarado.

e_{ox} Cabezal			Sin zona 2	10 h_1 50cm	10 h_1 1m	50 h_1 50cm	50 h_1 1m
$e_{ox}=500\mu m$	j (MPa)	h (KW/m ² °C)	$T_{superficie}$ del sustrato (°C)				
ALTA	$j_1=0.69$	$h_3(j_1)=379$	388.643	388.076	387.29	383.579	377.192
	$j_2=0.88$	$h_3(j_2)=463$	340.3	339.805	339.12	335.886	330.317
	$j_3=1.08$	$h_3(j_3)=551$	301.101	300.666	300.064	297.218	292.32
BAJA	$j_L=0.71$	$h_3(j_L)=387$	642.49	639.028	636.472	611.922	592.162
$e_{ox}=750\mu m$			$T_{superficie}$ del sustrato (°C)				
ALTA	$j_1=0.69$	$h_3(j_1)=379$	389.525	389.164	388.493	386.332	380.958
	$j_2=0.88$	$h_3(j_2)=463$	341.068	340.753	340.169	338.285	333.599
	$j_3=1.08$	$h_3(j_3)=551$	301.777	301.501	300.986	299.329	295.207
BAJA	$j_L=0.71$	$h_3(j_L)=387$	644.378	642.03	639.526	623.762	604.66
$e_{ox}=1000\mu m$			$T_{superficie}$ del sustrato (°C)				
ALTA	$j_1=0.69$	$h_3(j_1)=379$	390.324	390.095	389.555	388.301	383.944
	$j_2=0.88$	$h_3(j_2)=463$	341.765	341.565	341.094	340.001	336.204
	$j_3=1.08$	$h_3(j_3)=551$	302.39	302.215	301.8	300.839	297.498
BAJA	$j_L=0.71$	$h_3(j_L)=387$	646.033	644.464	642.245	632.26	615.088

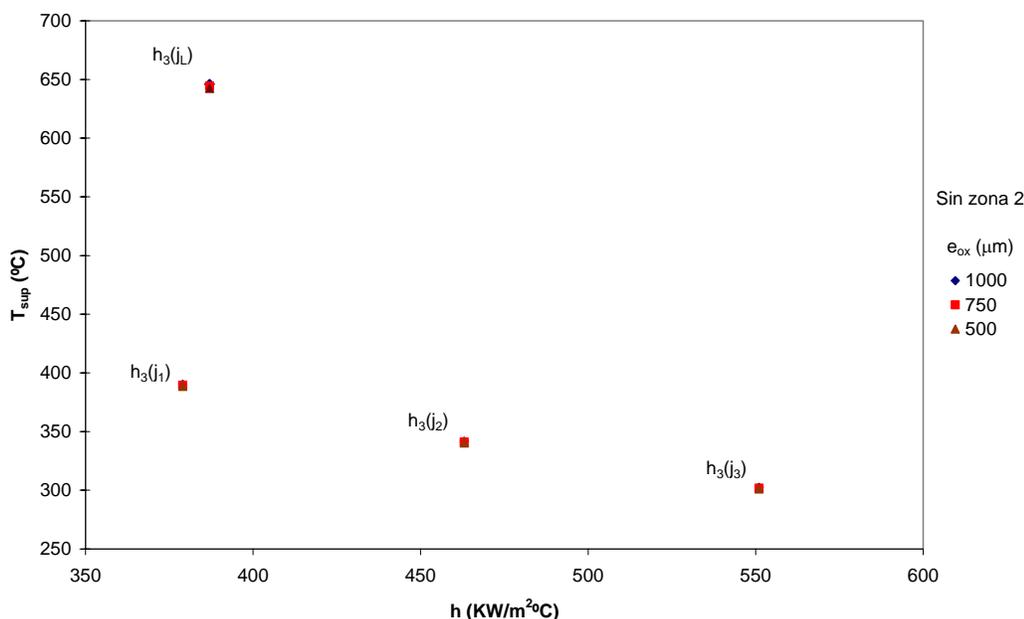


Figura 6.19.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado y del espesor de óxido. No se considera la zona 2.

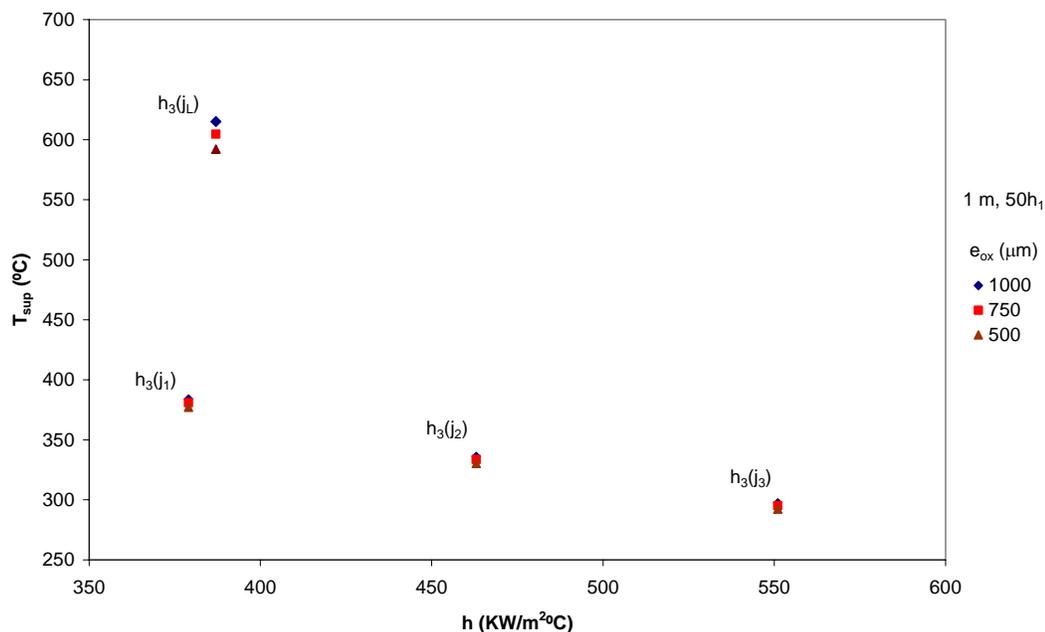


Figura 6.20.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado y del espesor de óxido. 1 m, 50h₁ para la zona 2.

Los valores de temperatura de la Tabla 6.1 se graficaron en función de los coeficientes de transferencia de calor correspondientes al descascarado tomando únicamente aquellos en los que no se contempla la zona 2 (figura 6.19). En la figura 6.19 la temperatura de la superficie del acero resultó ser casi la misma, sin importar el espesor de la capa de óxido, considerando una presión de impacto ($h_3(j_L)$) en el cabezal de baja presión. Lo mismo sucede para cada valor de presión de impacto en el cabezal de alta presión ($h_3(j_H)$) afectando ésta en una forma casi lineal a la caída de la temperatura de la superficie del sustrato. Este comportamiento ocurre en la misma forma para las demás condiciones de la zona 2 a excepción de la condición 1 m, 50h₁ (figura 6.20) la cual muestra una mayor sensibilidad al espesor de óxido durante el descascarado de baja presión lo cual puede ser debido al alto choque térmico considerado para la zona 2 (50h₁, 1 m).

Las figuras 6.21 a 6.23 muestran para cada espesor de óxido respectivamente, las temperaturas en la superficie del sustrato en función de los coeficientes de transferencia de calor durante el descascarado de alta presión relacionado con cada una de las condiciones de la zona 2. Las temperaturas en las 3 zonas son muy similares para cada

espesor de óxido (ver Tabla 6.1). El caso de mayor enfriamiento se observó para la condición 1 m, 50h₁ de la zona 2. Además, se puede observar un enfriamiento ligeramente mayor sobre la superficie del planchón comparado con los de la figura 3.8 debido a que no se consideró el crecimiento de la capa de óxido en la zona entre cabezales.

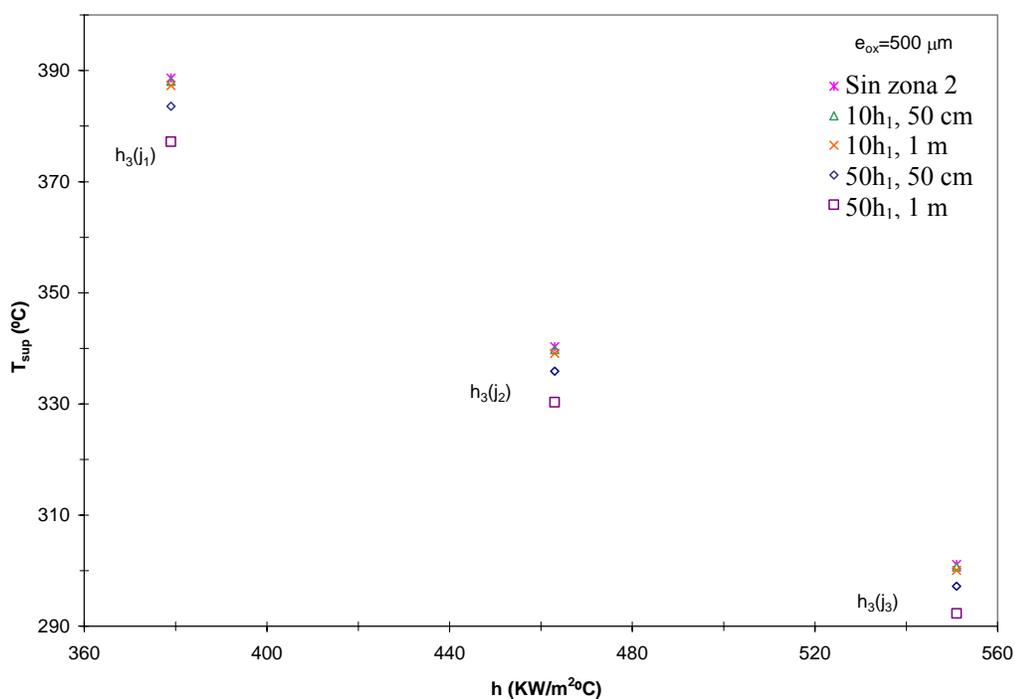


Figura 6.21.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado (cabezal de alta presión) para cada una de las condiciones expuestas para la zona 2 con un espesor de óxido de $500 \mu m$.

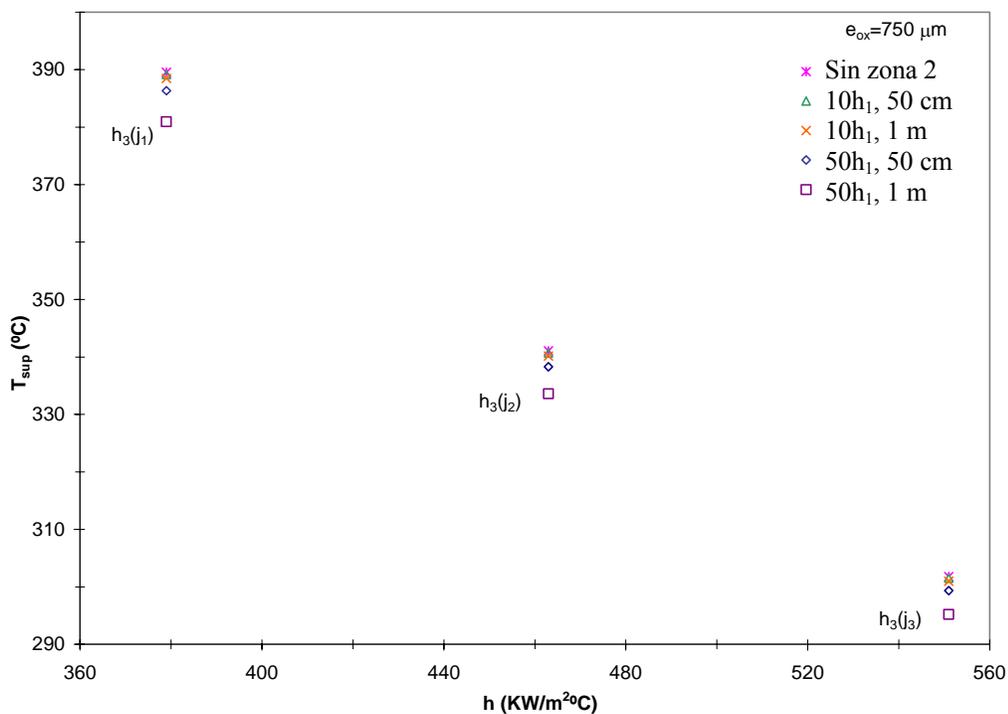


Figura 6.22.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado (cabezal de alta presión) para cada una de las condiciones expuestas para la zona 2 con un espesor de óxido de 750 μm .

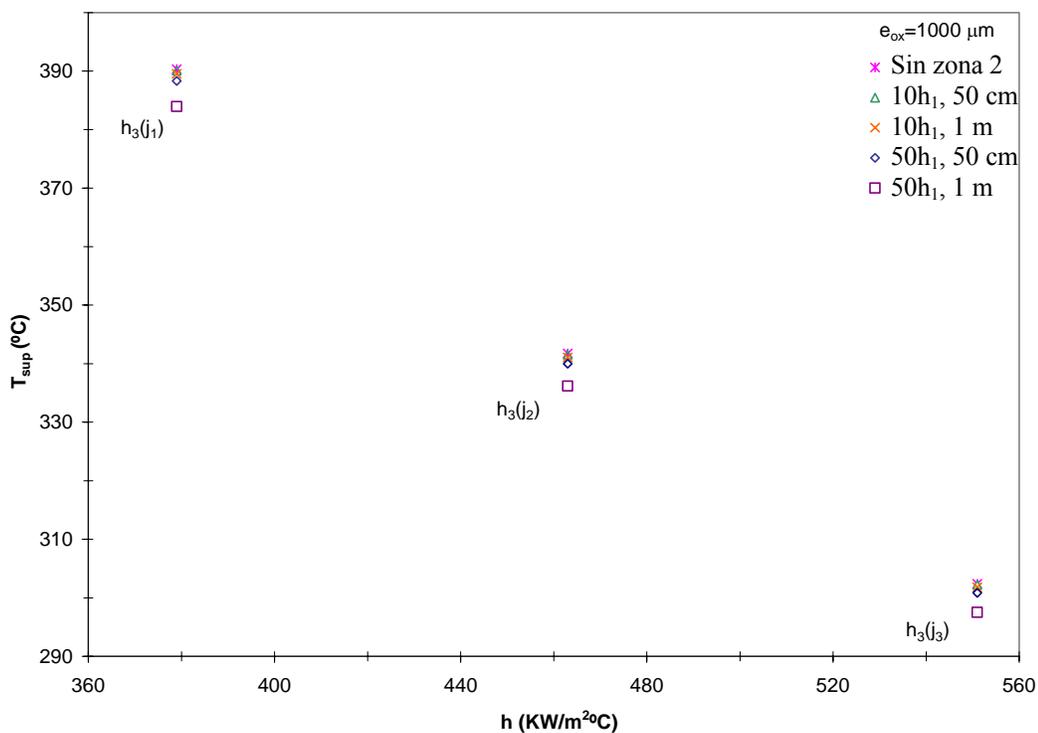


Figura 6.23.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado (cabezal de baja presión) para cada una de las condiciones expuestas para la zona 2 con un espesor de óxido de 1000 μm .

6.3 Distribución de esfuerzos

El valor de esfuerzo crítico para cada espesor de óxido se obtiene mediante la ecuación (3.47). El valor crítico de temperatura para el desprendimiento de la capa de óxido, ecuación (3.46) fue sustituido en la ecuación (3.47). Este valor crítico está en función del espesor de óxido, de las propiedades mecánicas y térmicas del óxido independientemente de las condiciones definidas en las zonas de análisis. Por lo tanto, sólo son requeridos 3 valores de esfuerzo crítico, uno para cada espesor de óxido. La Tabla 6.2 muestra los valores de esfuerzo crítico obtenidos a partir de esta ecuación. De la Tabla 6.2 se puede observar que óxidos más gruesos son más sencillos de ser removidos durante el descascarado. En las figuras 6.24 a 6.38 se muestran las evoluciones de esfuerzos en el óxido a través de su espesor para cada una de las diferentes condiciones de la zona 2. Para la obtención de estas curvas se utilizó la ecuación (3.37a).

Tabla 6.2.- Valores de esfuerzos críticos para el rompimiento de la capa de óxido.

e_{ox} (μm)	σ_{crit} (MPa)
500	75.8
750	61.4
1000	52.7

En estas figuras puede observarse que el óxido no es removido completamente a excepción de los casos en los que las condiciones para la zona 2 son las de 1 m y 50h₁ para cualquier espesor. Este comportamiento concuerda con lo que sucede en el proceso real en el cual se presentaron problemas de óxido primario incrustados en la cinta final. La solución para ese problema fue introducir un cabezal justo a la salida del horno túnel, con una presión de impacto de 0.013 MPa [8]. La presencia de la zona 2 tiende a ser benéfica dado que ayuda a la generación de esfuerzos térmicos sin un decremento importante en la temperatura de la superficie del planchón. Sin embargo, el uso de agua en varios puntos puede ocasionar problemas de control de temperatura en el producto final.

Estos resultados sugieren por lo tanto un desprendimiento parcial de la capa de óxido durante el descascarado. El mecanismo de ruptura de la capa de óxido resultaría solamente en pequeños fragmentos de óxido desprendidos durante el enfriamiento. Sin embargo, este podría no ser el caso dado que algunas referencias reportan que en el proceso industrial se desprenden fragmentos completos de óxido [52]. Para esta última condición por lo tanto el único mecanismo para la remoción de la capa de óxido sería mediante imperfecciones en la interfase óxido-substrato (ruta II).

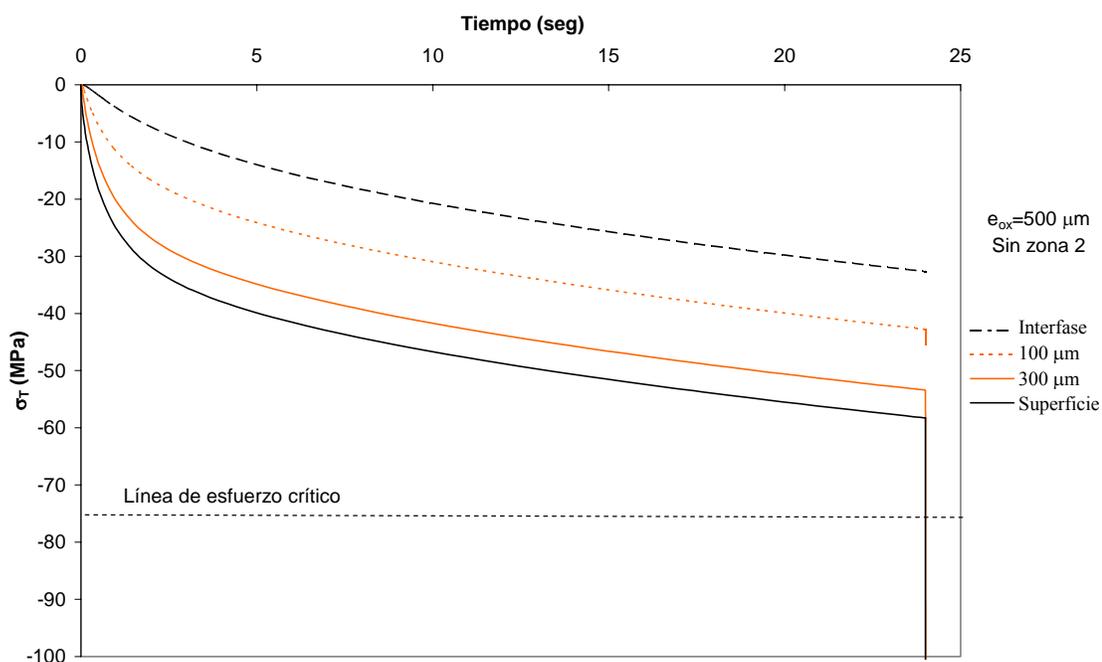


Figura 6.24.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 500 μm .

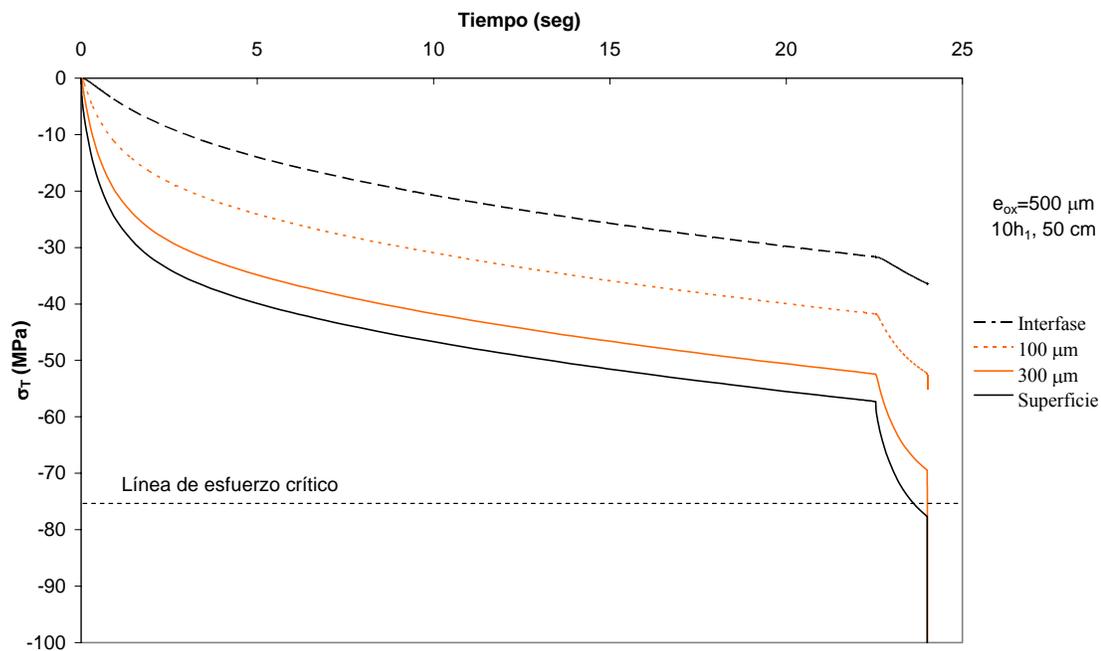


Figura 6.25.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, $10h_1$ con un espesor de óxido de 500 μm .

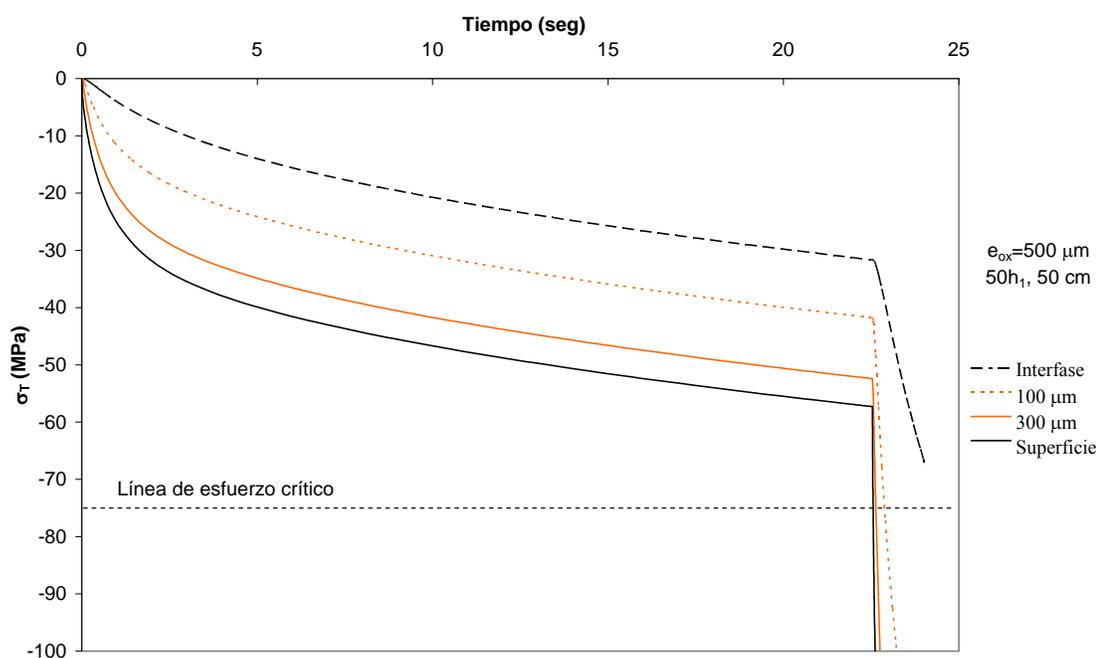


Figura 6.26.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, $50h_1$ con un espesor de óxido de 500 μm .

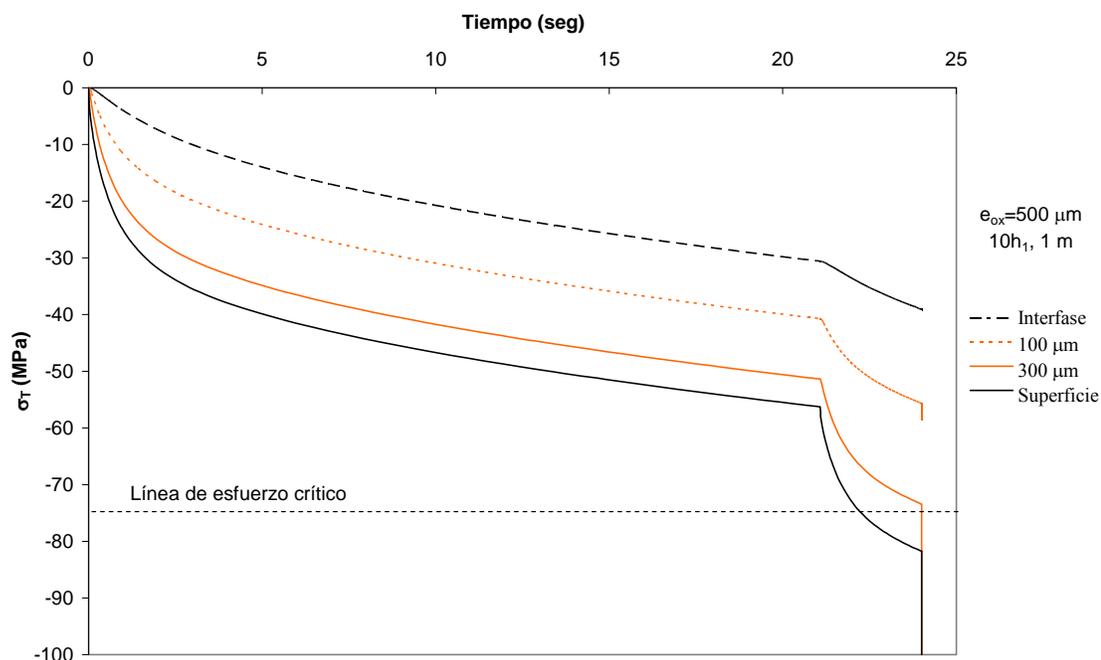


Figura 6.27.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, $10h_1$ con un espesor de óxido de $500 \mu\text{m}$.

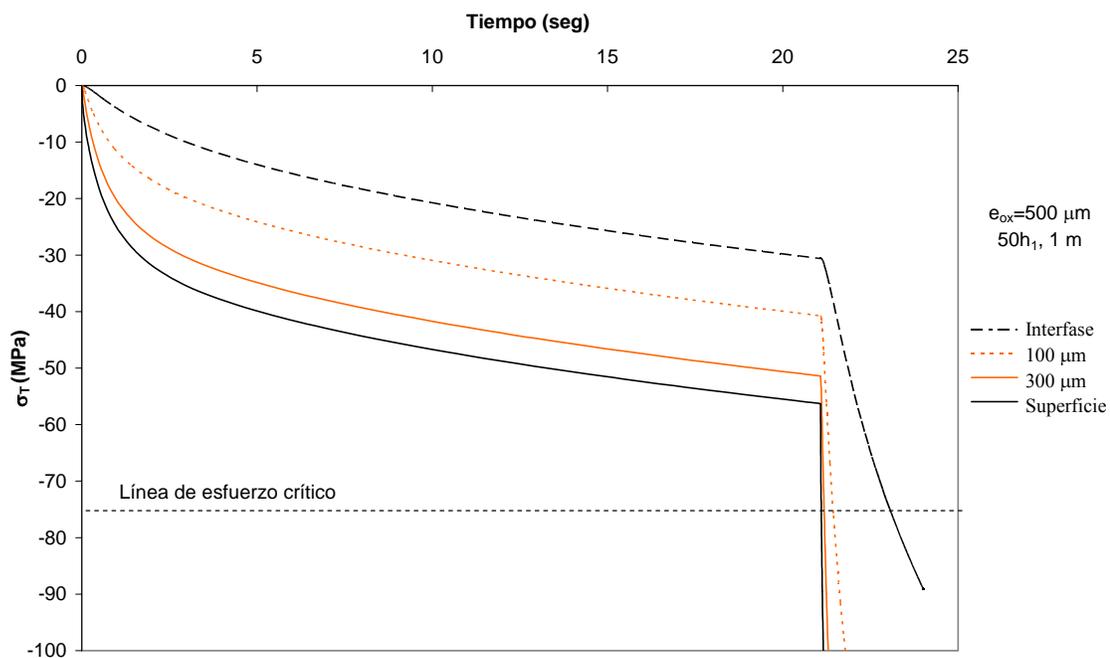


Figura 6.28.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, $50h_1$ con un espesor de óxido de $500 \mu\text{m}$.

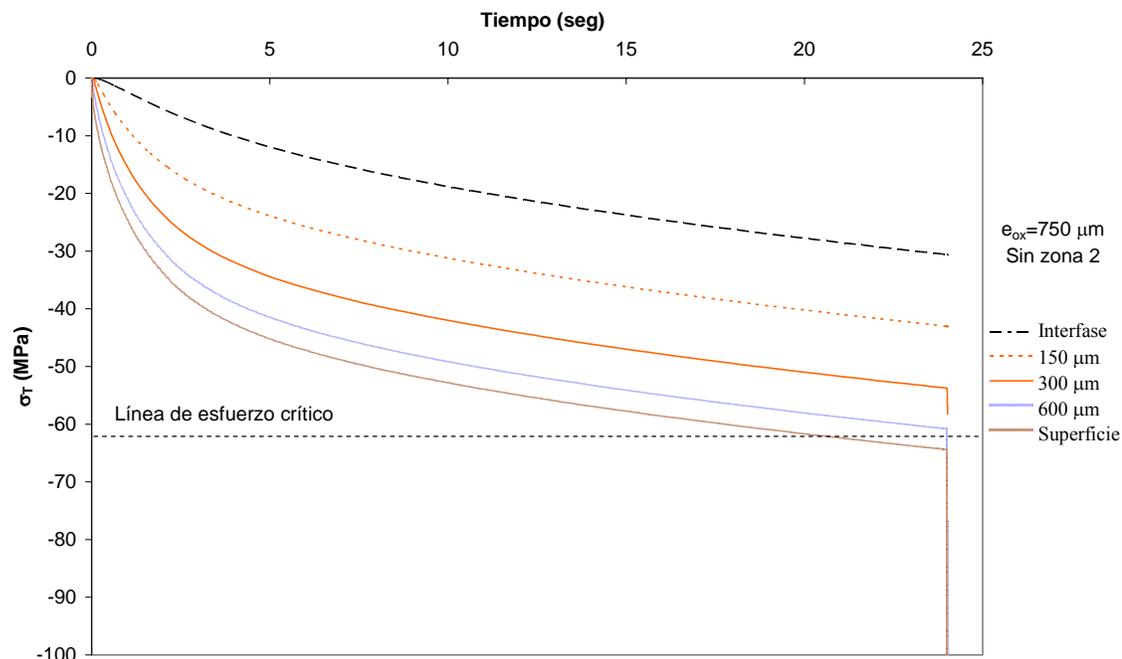


Figura 6.29.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 750 μm .

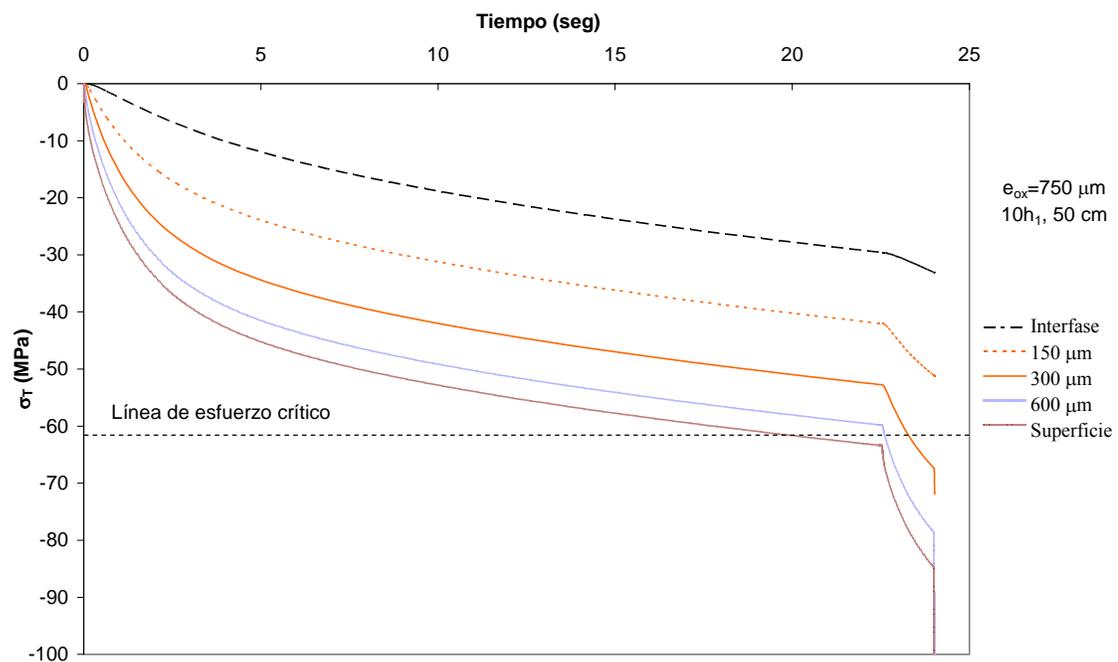


Figura 6.30.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 10h₁ con un espesor de óxido de 750 μm .

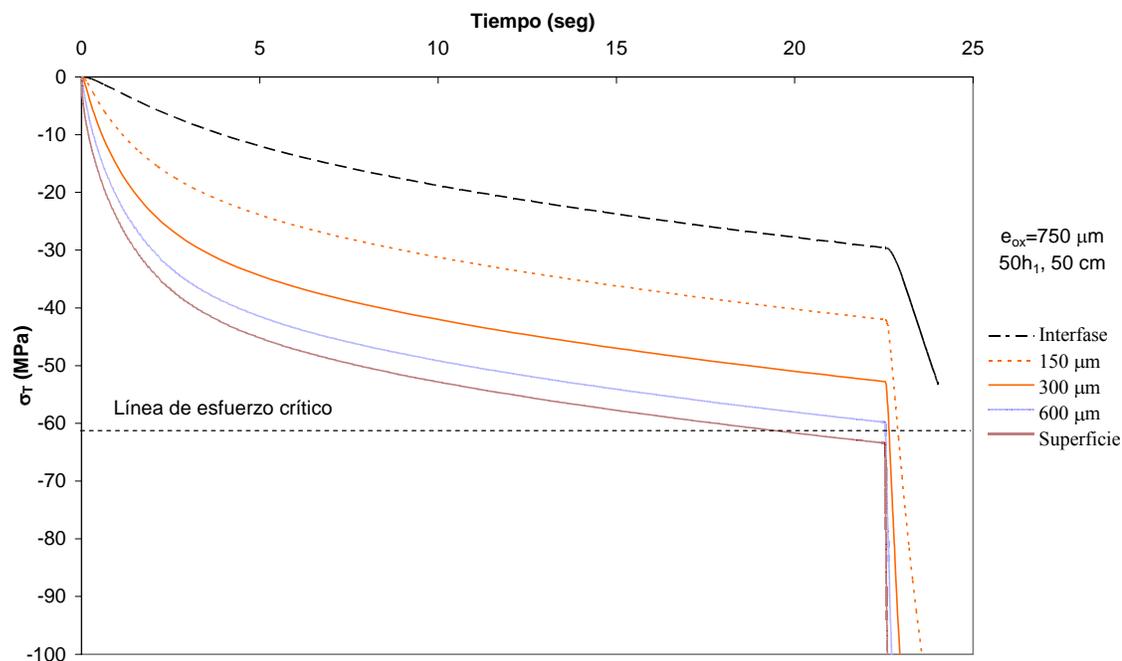


Figura 6.31.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, $50h_1$ con un espesor de óxido de $750 \mu\text{m}$.

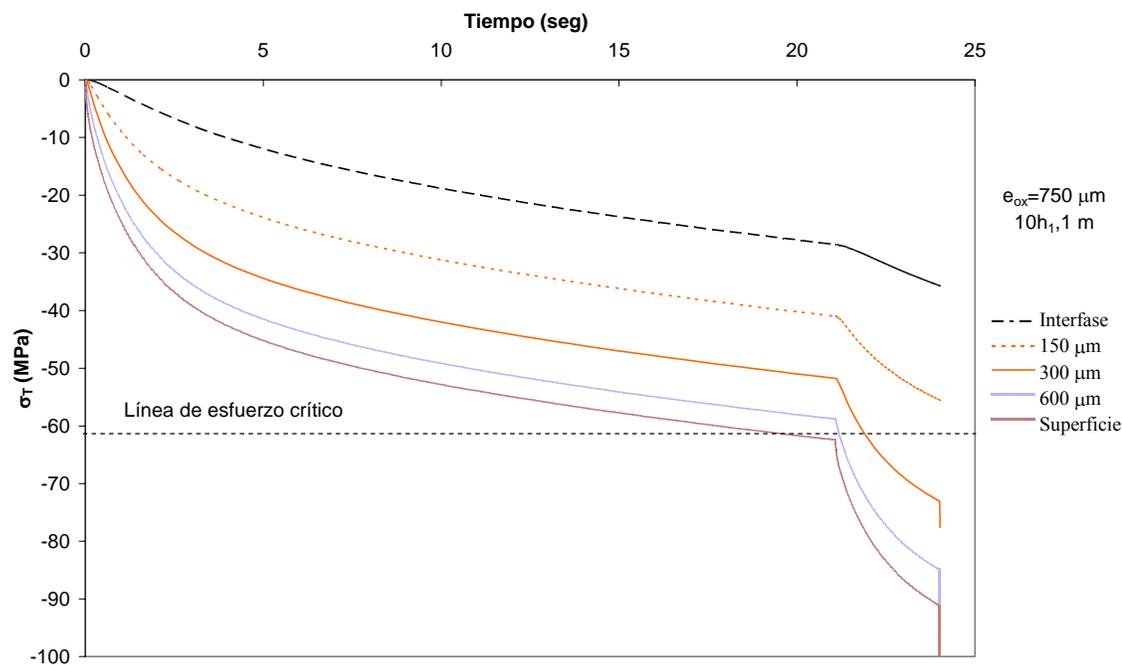


Figura 6.32.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, $10h_1$ con un espesor de óxido de $750 \mu\text{m}$.

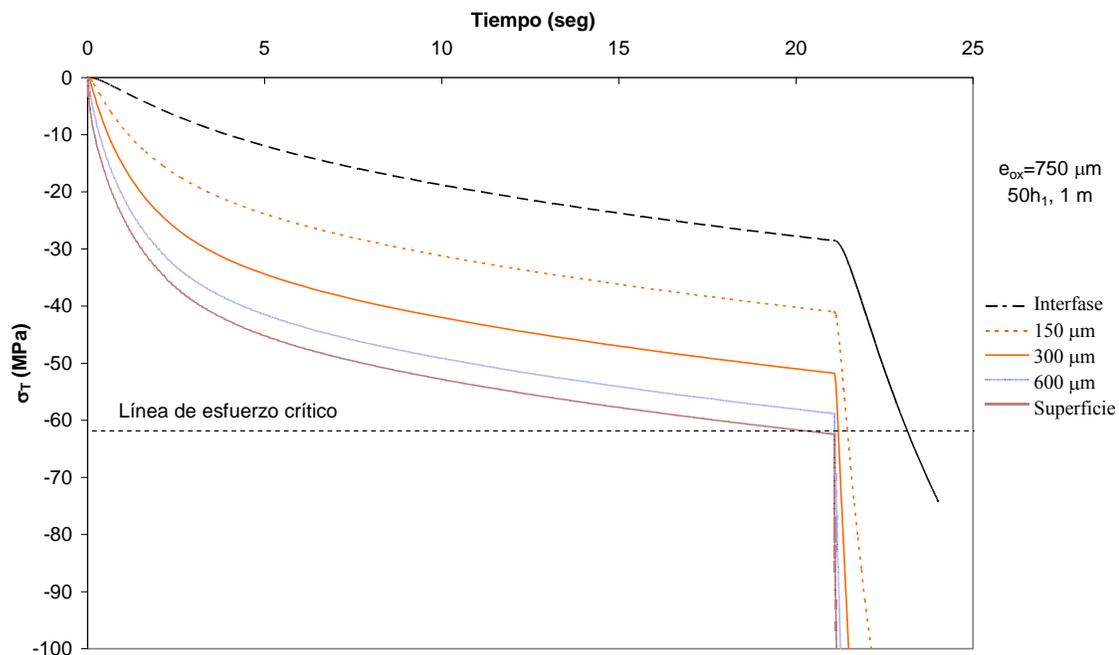


Figura 6.33.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, $50h_1$ con un espesor de óxido de $750 \mu m$.

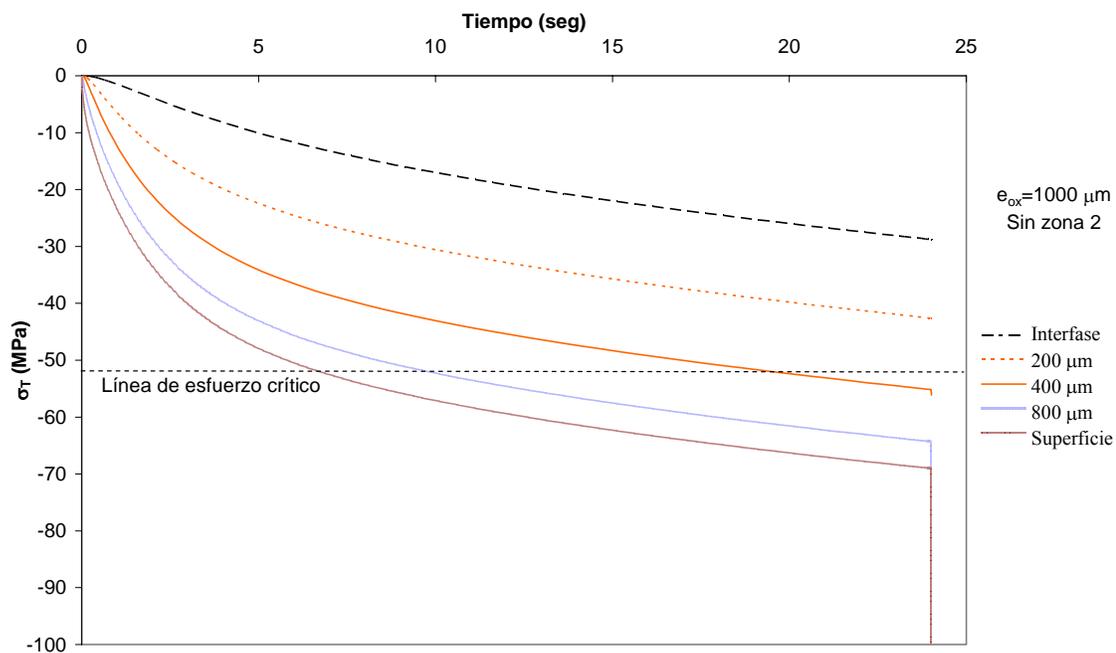


Figura 6.34.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de $1000 \mu m$.

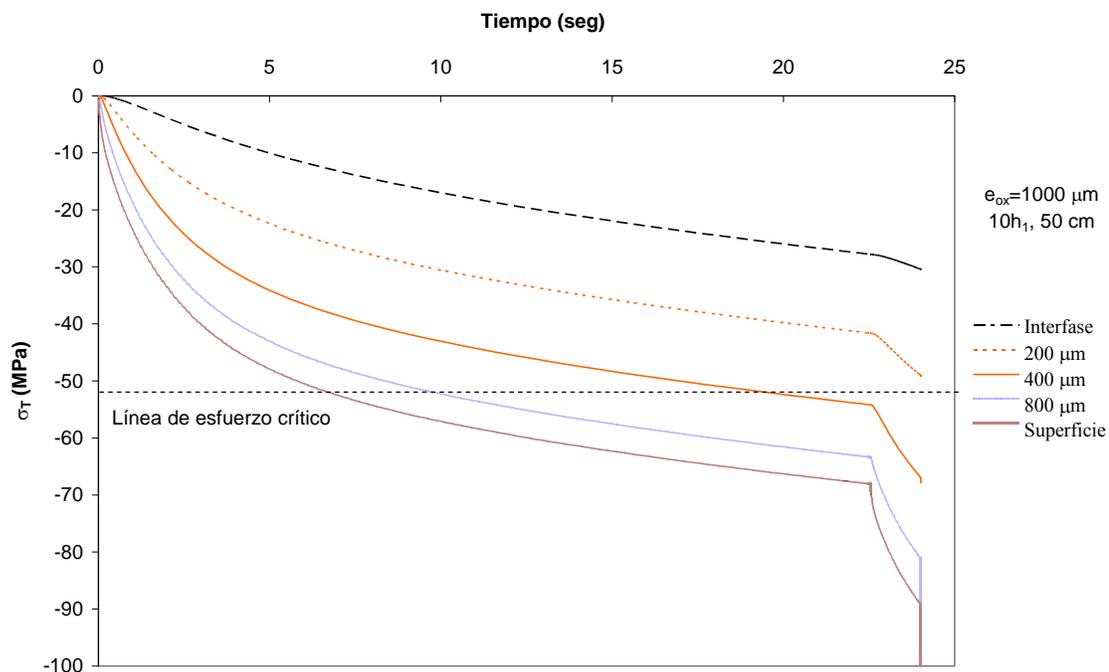


Figura 6.35.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm , $10h_1$ con un espesor de óxido de $1000 \mu m$.

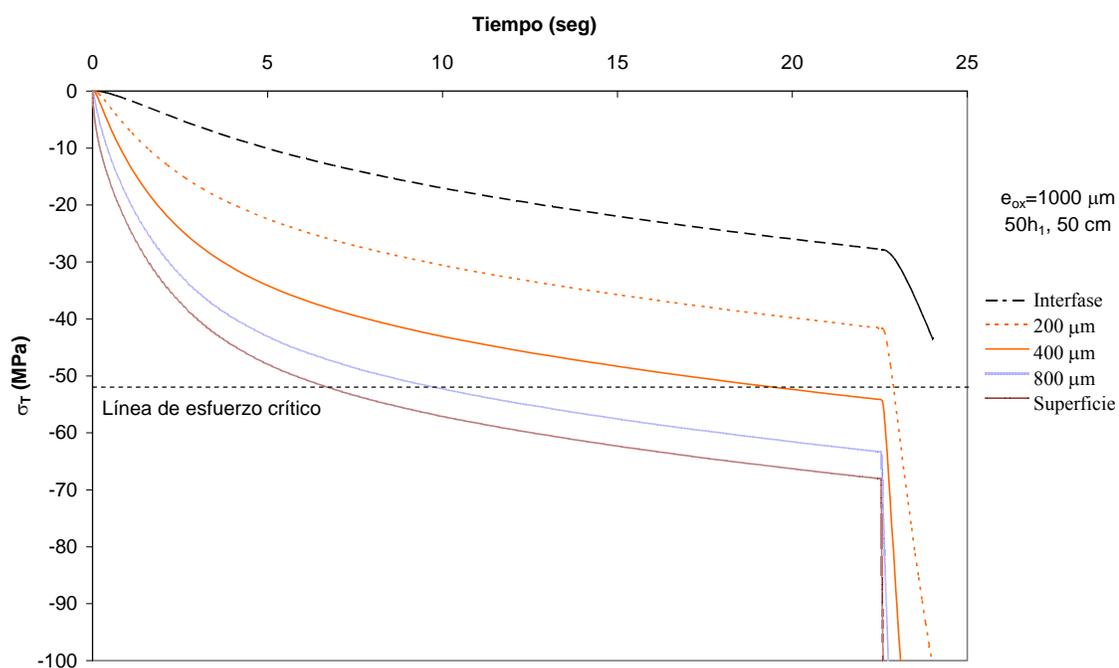


Figura 6.36.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm , $50h_1$ con un espesor de óxido de $1000 \mu m$.

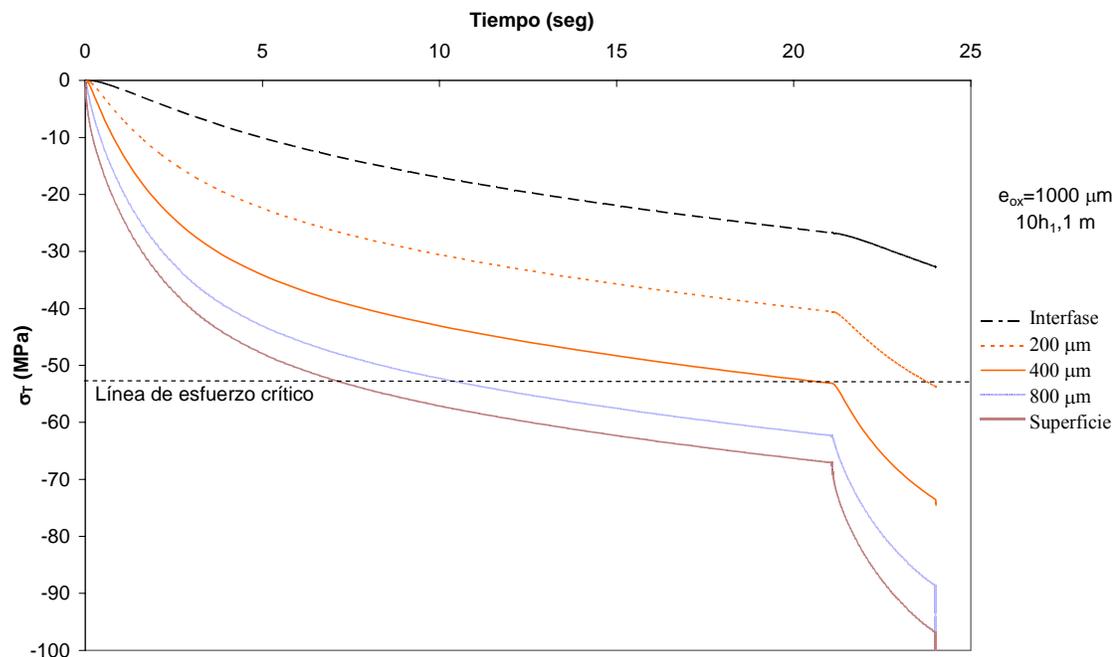


Figura 6.37.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, $10h_1$ con un espesor de óxido de $1000 \mu m$.

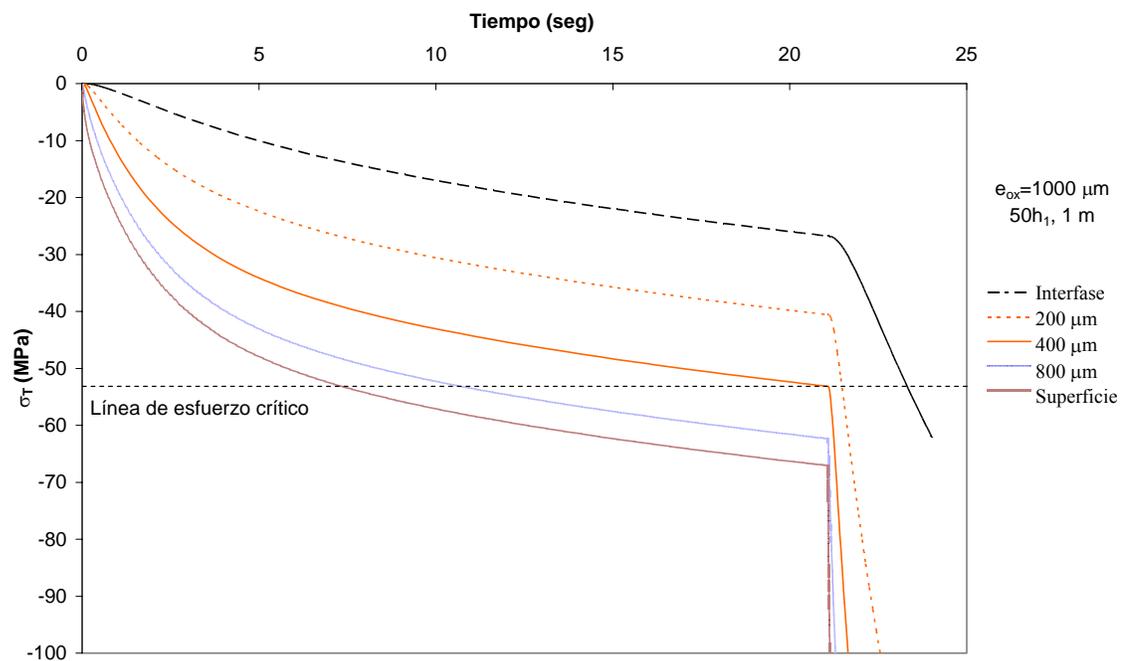


Figura 6.38.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, $50h_1$ con un espesor de óxido de $1000 \mu m$.

La figura 6.39 muestra los valores de esfuerzos térmicos presentes en la capa de óxido durante la etapa de descascarado tomada de un trabajo de investigación previo [8].

De esta figura en el caso del cabezal de baja presión el valor de esfuerzos de compresión se puede considerar como un valor de 92 MPa y de 120 MPa para el caso del cabezal de alta presión como valor promedio, independientemente del valor de espesor final de la cinta. Los valores de esfuerzos de las figuras 6.24 a 6.38 son relativamente cercanos a estos valores de esfuerzos.

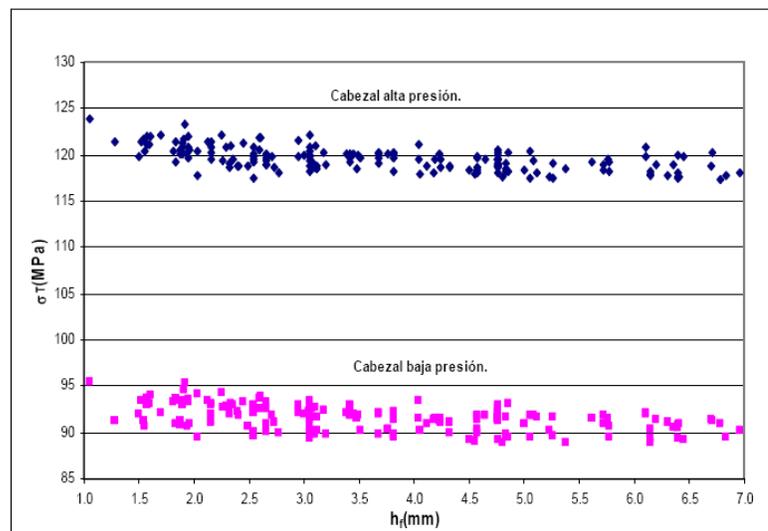


Figura 6.39.- Esfuerzos térmicos en la capa de óxido tomados de la referencia [8].

6.4 Contribución mecánica de la presión de impacto

Con el fin de evaluar la contribución mecánica de la presión de impacto durante el descascarado se procedió a elaborar un modelo en el cual solamente se aplicó dicha presión sobre la superficie expuesta sin considerar el efecto térmico del chorro de agua. En la figura 6.40 se muestra la distribución de esfuerzos von-Mises de los cuales el valor máximo corresponde a un valor de aproximadamente 0.72 MPa en la zona de impacto. La figura 6.41 muestra el valor de los esfuerzos principales en la dirección 2 en el cuál el valor máximo de esfuerzo de compresión tiene un valor de 0.80 MPa comparado con los valores de esfuerzos térmicos es un valor prácticamente despreciable, es decir la

contribución total sería aproximadamente un 2% con respecto al valor total de esfuerzos presentes en la capa de óxido. Por lo tanto, los esfuerzos causados por la diferencia en los coeficientes de expansión térmica del óxido y del sustrato son verdaderamente los esfuerzos decisivos en la remoción de la capa de óxido. Esta discusión concuerda con la de las referencias [23] y [52] en las que se remarca una mayor contribución del efecto térmico durante el descascarado.

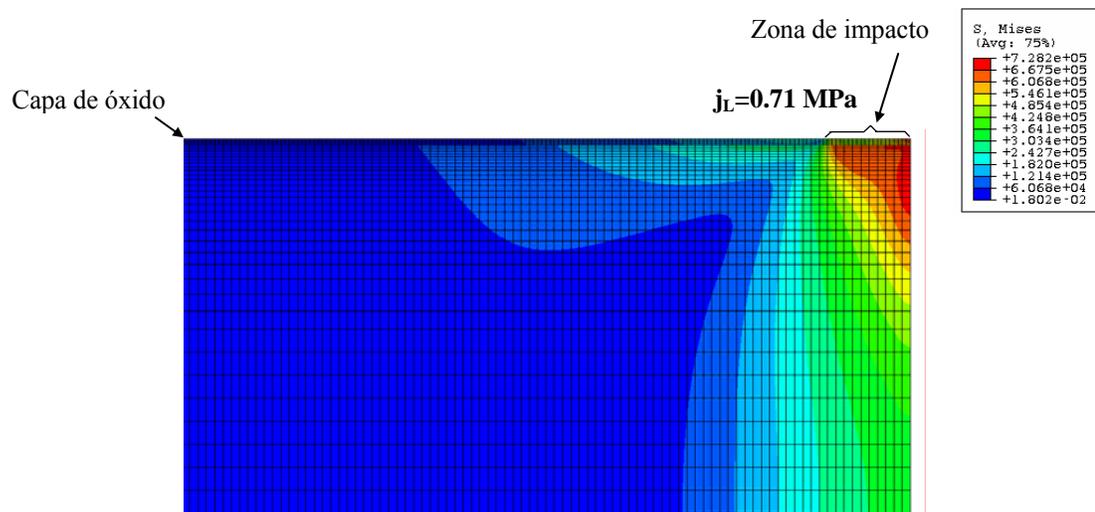


Figura 6.40.- Distribución de esfuerzos von-Mises en el planchón sometido únicamente a la presión de impacto sin considerar el efecto térmico.

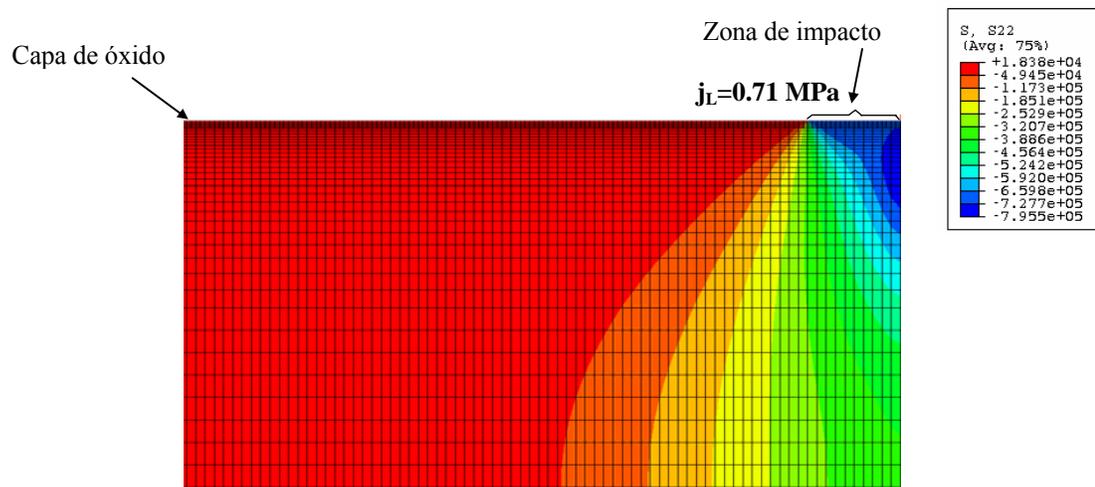


Figura 6.41.- Distribución de esfuerzos en la dirección 2 en el planchón sometido únicamente a la presión de impacto sin considerar el efecto térmico.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones

Se logró desarrollar un modelo computacional para estudiar la integridad mecánica de una capa de óxido formada en la etapa de recalentamiento (óxido primario).

Las caídas de temperatura del sustrato corresponden a los valores reportados en la literatura al considerar las 4 zonas que comprenden desde la salida del horno túnel hasta la entrada al molino de laminación F1.

La capa de óxido influyó considerablemente en las caídas de temperatura de la superficie del planchón al actuar como una capa aislante por lo que es de vital importancia que sea considerada en cualquier análisis de trabajado en caliente.

La temperatura de la superficie mostró una alta sensibilidad a los coeficientes de transferencia de calor así como a la presión de impacto durante el descascarado. Sin embargo, las caídas de temperatura resultaron ser prácticamente independientes del espesor del óxido.

El análisis de esfuerzos sugiere una falla parcial de la capa de óxido durante el descascarado rompiéndose completamente sólo en el caso extremo de las condiciones para la zona 2, es decir, $50h_1$, 1 m en todos los casos de los espesores de óxido considerados en este trabajo.

En general los óxidos más gruesos son más sencillos de descascarar al evaluar los valores de esfuerzo crítico. En general la presencia de la zona 2 es benéfica dado que en ésta se aportan esfuerzos térmicos que pueden ayudar a poder eliminar completamente la capa de óxido durante el descascarado.

La presión de impacto durante el descascarado contribuyó en un 2% aproximadamente al valor total de esfuerzos generados en la capa de óxido dominando completamente el efecto térmico.

Es necesario tener completamente definidas las propiedades mecánicas y térmicas de los óxidos. Esto es importante ya que aún existe algo de incertidumbre en lo que respecta a las propiedades del óxido, sin embargo, esto no limita la precisión del modelo.

Este desarrollo computacional permite modificar varios parámetros del modelo con el fin de estudiar más variables que contribuyan al análisis termomecánico tanto del óxido como del sustrato. Sólo bastará con modificar valores como la temperatura inicial, velocidad del planchón, coeficientes de transferencia de calor y presiones de impacto directamente sobre los archivos de entrada (archivos .inp) sin necesidad de modificar el mallado, a menos que se decida cambiar el espesor del planchón o de la capa de óxido.

Como contribución principal este modelo ha permitido la obtención de una distribución de temperatura justo a la entrada del molino de laminación F1. La distribución final de temperatura del planchón puede ser utilizada como condición inicial para la obtención de la distribución de deformación en función de parámetros como el coeficiente de fricción y el grado de reducción en los molinos de laminación. Esto resulta importante ya que al modelar el proceso de deformación del acero durante la laminación en caliente algunos trabajos consideran una temperatura inicial sobre todo el planchón, lo cual no es del todo correcto.

7.2 Recomendaciones

El modelo desarrollado no considera el nuevo crecimiento de la capa de óxido después de la zona de descascarado de baja presión, ni en la zona entre la salida del descascarado de alta presión y el molino de laminación F1, por lo que sería necesario tener en cuenta este crecimiento ya que afectará a la caída de temperatura en el planchón previo a ser laminado.

Es necesario crear un modelo en el cual se considere una capa heterogénea de óxido e introducir el concepto de mecánica de la fractura en el análisis para estudiar más profundamente los fenómenos de generación y propagación de grietas dentro de la capa de óxido, así como su desprendimiento.

De igual forma, será importante tener bien definidas las condiciones en la interfase óxido-sustrato para los casos en los que la adhesión no sea del 100%. Este procedimiento ayudará a entender de una mejor manera los mecanismos de desprendimiento de la capa de óxido.

Sería importante diseñar un modelo físico en el cual se estudie el proceso de descascarado a nivel laboratorio de tal forma que permita obtener coeficientes de transferencia de calor que sean más confiables y no sólo recurrir a valores específicos de la literatura, ya que normalmente son valores particulares para cada planta.

REFERENCIAS

1. W. Sun, A.K. Tieu, Z. Jiang, H. Zhu, C. Lu, "Oxide scales growth of low-carbon steel at high temperatures", *Journal of Materials Processing Technology* 155-156 (2004) pp.1300-1306.
2. M. Raudesnký, J. Horský, "Experimental Study of Thermal Processes in Hydraulic Descaling", 3rd International Conference on Hydraulic Descaling pp. 24-29.
3. G.E. Dieter, "Mechanical Metalurgy", Mc Graw Hill, SI Metric Edition 1988.
4. M.P. Guerrero y R. Colás, "Laminación en caliente y en frío de aceros: características, propiedades y microestructura", *Aceros estructurales: procesamiento, manufactura y propiedades*, Eds. M.H. Stara y J.M. Cabrera, Cytel, Barcelona 2003, pp. 33-64.
5. W.L. Roberts, "Hot Rolling of Steel", M. Dekker Inc., Nva. Cork, 1983.
6. N.J Silk, "The practical aspects of hydraulic descaling", *Steel Times International*, October 2001, pp. 38-44.
7. Michael Schütze, "Protective oxide scales and their breakdown", Wiley, 1997, pp.6.
8. J. Ramírez, "Cinética de crecimiento, mecanismos de remoción y morfología del óxido de hierro en aceros laminados en una planta compacta de productos planos", Tesis de Doctorado, 2005.
9. N. Birks, G.H. Meier y F.S. Pettit, "Introduction to the high temperature oxidation of metals", Cambridge, 2006.

10. Y.H. Li y C.M. Sellars, "Cracking and deformation of surface scale during hot rolling of steel", *Materials Science and technology*, Vol 18, pp. 304-311.
11. J. Ramírez. M.P. Guerrero, L.A. Leduc y R. Colás, "Modelling the oxide growth during hot rolling of low carbon steel in a compact mill", *International conference on: Thermomechanical processing: Mechanics, Microstructure and control*, pp. 428-422.
12. ASM Handbook Vol. 3, Alloy Phase Diagrams, Hugh Baker, 1992.
13. Geisha Sun, A.K. Tieu, Zhengyi Jiang, Cheng Lu y Hongtao Zhu, "Surface characteristics of oxide scales in hot strip rolling", *Journal of Materials Processing Technology* 140 (2003) pp.76-83.
14. R. Boelen, P.F. Thomson y A. Brownrigg, "Controlled oxidation rolling", *International conference on: Thermomechanical processing: Mechanics, Microstructure and control* pp. 103-108.
15. J.B Tiley, "A study of the conditions which promote rolled-in-scale in the hot flan rolling of scale", Tesis de doctorado.
16. ASM Handbook Vol. 5, Surface Engineering, Hugh Baker, 1994.
17. ASM Handbook Vol. 13, Corrosion, Hugh Baker, 1987.
18. H.E. Evans y R.C. Lobb, "Conditions for the initiation of oxide-scale cracking and spallation", *Corrosion Science*, Vol. 24, No. 3, pp. 209-222, 1984.
19. H.E. Evans, "Cracking and spalling of protective oxide layers", *Materials Science and Engineering*, A120 (1989) pp. 139-146.
20. M. Krzyzanowski, C.M. Sellars y J.H. Beynon, "Characterization of oxide scale in thermomechanical processing of steel", *International conference on: Thermomechanical processing: Mechanics, Microstructure and control* pp. 94-102, June 2002.

21. M. Raudenský, J. Horský, M. Pohanka, J. Tosovsky y P. Kotrbacek, “Experimental study of parameters influencing efficiency of hydraulic descaling – Theory of vapour explosion”, 4th International Conference on Hydraulic Descaling, pp. 29-38, London.
22. J. Ramírez, M.P. Guerrero, L.A. Leduc y R. Colás, “Modelling descaling during hot rolling”, J. Physics IV France 120 (2004) pp. 209-215.
23. M. Raudenský, y J. Horský, “Thermal and mechanical effect of high pressure spraying of hot surface-DESCALING”, 3rd International Metallurgical Conference - Proceedings Continuous Casting of Billets, pp.217-221
24. F.E. Cellier, E. Kofman, “Continuous system simulation”, Springer 2006.
25. A.M Law, W. D. Kelton, “Simulation modeling and analysis”, McGraw Hill, 1991.
26. C.F. Gerald, P.O Wheatley, “Applied numerical analysis”, Pearson, 2004.
27. S. Robinson, “Simulation. The practice of model development and use”, Wiley, 2004.
28. C.A. Chung, Simulation modeling handbook: a practical approach, CRC, 2003.
29. K.H. Huebner, E.A. Thornton y T.G. Byrom, “The finite element method for engineers”, Wiley, 1995.
30. J.H. Heinbockel, “Introduction to tensor calculus and continuum mechanics”, Trafford Publishing, 2001.
31. Y.A. Cengel, “Heat transfer, a practical approach”, McGraw Hill, 2003.
32. R.W. Lewis, P. Nithiasaru, K.N. Seetharamu, “Fundamentals of the finite element method for heat and fluid flow”, Wiley, 2004.
33. A. Bejan, A.D. Kraus, “Heat transfer handbook”, Wiley 2003.

34. R. Colás, “Modelling heat transfer during hot rolling of steel strip”, *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 3 (1995) pp. 437-453.
35. M. Torres, R. Colás, “A model for heat conduction through the oxide layer of steel during hot rolling”, *Journal of Materials Processing Technology* 105 (2000), pp. 258-263.
36. A. Jaklic, B. Glogovac, T. Kolenko, B. Zupancic, B. Tezac, “A simulation of heat transfer during billet transport”, *Applied Thermal Engineering* 22 (2002) pp. 873-883.
37. P. Kkotrbáček, J. Horský y M., Raudenský, “Influence of parameters of Hydraulic descaling on temperatures losses and surface quality of rolled material”, *Journal of steel and related materials*, Vol. 2004, (2004), No. 2, pp.367-370.
38. X. Li, M. Wang, F. Du, “A coupling thermal mechanical and microstructural FE model for hot strip continuous rolling process and verification”, *Materials Science and Engineering A* 408 (2005) pp. 33-41.
39. S.X. Zhou, “An integrated model for hot rolling of steel strips”, *Journal of materials Processing Technology* 134 (2003) pp. 338-351.
40. J. Wook y J.W. Choi, “Convective heat transfer coefficient for high pressure water jet”, *ISIJ International*, Vol. 42 (2002), No. 3, pp. 283-289.
41. B.A. Boley, J.H. Weiner, “Theory of thermal stresses”, Courier Dover, 1997, pp. 243.
42. J.H. Stout, D.A. Shores, J.G. Goedjen y M.E. Armacanqui, “Stresses and cracking of oxide scales”, *Materials Science and Engineering*, A120 (1989) pp.193-197.

43. S. Taniguchi, T. Furukawa y T. Shibata, "Failure of scales formed on Cu-containing Low Carbon Steels during cooling", ISIJ Internacional, Vol. 37 (1997), No. 3, pp. 263-271.
44. S. Taniguchi, K. Yamamoto, D. Megumi, T. Shibata, "Characteristics of scale/substrate interface interface area of Si-containing low-carbon steels at high temperature", Materials science and Engineering A308 (2001) 250-257.
45. G.R. Liu y S. S. Quek, "The finite element method. A practical approach", Butterworth.
46. Petrilă T. y T. Damian, "Basics of fluid mechanics and introduction to computational fluid dynamics", Springer, 2005.
47. O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, "The finite element method, Vol. 1: The basis", Butterworth, 2000.
48. H. David. "Fundamentals of finite element analysis", McGraw Hill, 2004.
49. J.N. Reddy, "An introduction to the finite element method", McGraw Hill, 1993.
50. R.W. Clough, "The finite element method after twenty-five years: A personal view", Computers and Structures Vol. 12 (1980), pp. 361-370.
51. ABAQUS/STANDARD version 6.6-1 Theory manual, USA, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., 2006
52. M. Jarl y J. Niska "FEM Modeling of descaling and pilot plant trials of secondary descaling", 3rd International Conference on Hydraulic Descaling, 14-15 September 2000, London.

LISTADO DE TABLAS

Capítulo 2.- Proceso de laminación en caliente.	Pág.
Tabla 2.1.- Valores PB para óxidos de hierro.	9
Tabla 2.2.- Parámetros del descascarado.	16
Capítulo 3.- Modelación y simulación de procesos.	
Tabla 3.1.- Propiedades termofísicas para el sistema óxido sustrato.	32
Tabla 3.2.- Parámetros para el cálculo de esfuerzos dentro del óxido.	41
Capítulo 6.- Resultados.	
Tabla 6.1.- Temperatura en la superficie del sustrato para cada una de las condiciones de descascarado.	83
Tabla 6.2.- Valores de esfuerzos críticos para el rompimiento de la capa de óxido.	87

LISTADO DE FIGURAS

Capítulo 2.- Proceso de laminación en caliente.

	Pág.
Figura 2.1.- Diagrama de una planta compacta.	7
Figura 2.2.- Diagrama esquemático de la sección transversal de una capa de óxido formada sobre la superficie de un metal o una aleación.	9
Figura 2.3.- Diagrama de equilibrio Fe-O.	11
Figura 2.4.- Ilustración esquemática de la capa de óxido.	12
Figura 2.5.- Ilustración esquemática del área de impacto.	14
Figura 2.6.- Diagrama esquemático del descascarado.	14
Figura 2.7.-Mecanismos de desprendimiento de la capa de óxido bajo compresión.	16

Capítulo 3.- Modelación y simulación de procesos.

Figura 3.1.- Proceso de modelación y simulación.	20
Figura 3.2.- Espesores de óxido dentro de horno túnel.	23
Figura 3.3.- Distancias utilizadas en las 4 zonas.	24
Figura 3.4.- Volumen de control para el análisis de conducción de calor.	27
Figura 3.5.- Dominio arbitrario para el análisis térmico.	32
Figura 3.6.- Pérdidas de energía en la zona 1.	33
Figura 3.7.- Pérdidas de energía en la zona 2.	34
Figura 3.8.- Caídas de temperatura en el planchón en la planta compacta.	35
Figura 3.9.- Pérdidas de energía en la zona 3.	35
Figura 3.10.- Representación esquemática del sistema óxido-sustrato con las dimensiones necesarias para obtener las deformaciones térmicas.	37
Figura 3.11.- Distribución de esfuerzos en el sistema óxido-sustrato durante el enfriamiento.	41

Capítulo 4.- Método de elemento finito.

Figura 4.1.- Método de diferencias finitas.	46
Figura 4.2.- Discretización por diferencias finitas (a) y por elemento finito (b).	27
Figura 4.3.- Evolución del método de elemento finito.	50

Figura 4.4.- Aplicaciones del método de aproximación directa.	51
---	----

Capítulo 5.- Desarrollo computacional.

Figura 5.1.- Modelos generados para el análisis.	60
Figura 5.2.- Ventaja de utilizar simetría en un modelo.	62
Figura 5.3.- Representación esquemática de la mordida del planchón en un molino de laminación.	63
Figura 5.4.- Ensamble óxido-sustrato.	64
Figura 5.5.- Procedimiento de simulación.	66
Figura 5.6.- Condiciones frontera e iniciales especificadas sobre el dominio.	67
Figura 5.7.- Malla inicial.	68
Figura 5.8.- Elemento CPE4RT. SX representa el borde del elemento.	68
Figura 5.9.- Segunda malla.	69
Figura 5.10.- Tercera malla.	69
Figura 5.11.- Partición realizada sobre la capa de óxido.	70
Figura 5.12.- Variables de entrada para el modelo.	70

Capítulo 6.- Resultados y discusión.

Figura 6.1.- Evolución de la temperatura en el planchón.	72
Figura 6.2.- Caídas de temperatura en la superficie de óxido antes del descascarado.	73
Figura 6.3.- Distribución de temperatura sobre el planchón para las 3 mallas generadas.	74
Figura 6.4.- Caídas de temperatura en el sustrato. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 500 μm .	75
Figura 6.5.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, $10h_1$ con un espesor de óxido de 500 μm .	76
Figura 6.6.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, $50h_1$ con un espesor de óxido de 500 μm .	76
Figura 6.7.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, $10h_1$ con un espesor de óxido de 500 μm .	77
Figura 6.8.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, $50h_1$ con un espesor de óxido de 500 μm .	77
Figura 6.9.- Caídas de temperatura en el sustrato. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 750 μm .	78
Figura 6.10.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, $10h_1$ con un espesor de óxido de 750 μm .	78

Figura 6.11.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 50h ₁ con un espesor de óxido de 750 μm.	79
Figura 6.12.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 10h ₁ con un espesor de óxido de 750 μm.	79
Figura 6.13.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1m, 50h ₁ con un espesor de óxido de 750 μm.	80
Figura 6.14.- Caídas de temperatura en el sustrato. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 1000 μm.	80
Figura 6.15.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 10h ₁ con un espesor de óxido de 1000 μm.	81
Figura 6.16.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 50h ₁ con un espesor de óxido de 1000 μm.	81
Figura 6.17.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 10h ₁ con un espesor de óxido de 1000 μm.	82
Figura 6.18.- Caídas de temperatura en el sustrato. Las condiciones para la zona 2 son 1m, 50h ₁ con un espesor de óxido de 1000 μm.	82
Figura 6.19.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado y del espesor de óxido. No se considera la zona 2.	83
Figura 6.20.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado y del espesor de óxido. 1 m, 50h ₁ para la zona 2.	84
Figura 6.21.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado (cabezal de alta presión) para cada una de las condiciones expuestas para la zona 2 con un espesor de óxido de 500 μm.	85
Figura 6.22.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado (cabezal de alta presión) para cada una de las condiciones expuestas para la zona 2 con un espesor de óxido de 750 μm.	86
Figura 6.23.- Temperatura en la superficie del sustrato en función del coeficiente de transferencia de calor durante el descascarado (cabezal de baja presión) para cada una de las condiciones expuestas para la zona 2 con un espesor de óxido de 1000 μm.	86
Figura 6.24.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 500 μm.	88
Figura 6.25.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 10h ₁ con un espesor de óxido de 500 μm.	89
Figura 6.26.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 50h ₁ con un espesor de óxido de 500 μm.	89
Figura 6.27.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 10h ₁ con un espesor de óxido de 500 μm.	90

- Figura 6.28.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 50h₁ con un espesor de óxido de 500 μm. 90
- Figura 6.29.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 750 μm. 91
- Figura 6.30.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 10h₁ con un espesor de óxido de 750 μm. 91
- Figura 6.31.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 50h₁ con un espesor de óxido de 750 μm. 92
- Figura 6.32.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 10h₁ con un espesor de óxido de 750 μm. 92
- Figura 6.33.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 50h₁ con un espesor de óxido de 750 μm. 93
- Figura 6.34.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. No se considera la zona 2 y el espesor de óxido es de 1000 μm. 93
- Figura 6.35.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 10h₁ con un espesor de óxido de 1000 μm. 94
- Figura 6.36.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 50 cm, 50h₁ con un espesor de óxido de 1000 μm. 94
- Figura 6.37.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 10h₁ con un espesor de óxido de 1000 μm. 95
- Figura 6.38.- Evolución de los esfuerzos térmicos en el óxido a través de su espesor. Las condiciones para la zona 2 son 1 m, 50h₁ con un espesor de óxido de 1000 μm. 95
- Figura 6.39.- Esfuerzos térmicos en la capa de óxido tomados de la referencia [8]. 96
- Figura 6.40.- Distribución de esfuerzos von-Mises en el planchón sometido únicamente a la presión de impacto sin considerar el efecto térmico. 97
- Figura 6.41.- Distribución de esfuerzos en la dirección 2 en el planchón sometido únicamente a la presión de impacto sin considerar el efecto térmico. 97

LISTADO DE SÍMBOLOS

A

A Área perpendicular al flujo de calor.

B

b Espesor de la huella de impacto.

C

c_i Parámetros indeterminados.

c_p Calor específico a presión constante.

C Matriz de capacitancia.

E

e_m Espesor del metal.

e_{ox} Espesor de la capa de óxido.

E Energía.

E_m Módulo de elasticidad del metal.

E_{ox} Módulo de elasticidad del óxido.

F

F Fuerza de impacto en el descascarado.

f Fracción de energía almacenada dentro del óxido.

G

G Generación interna de calor.

H

h Distancia del cabezal a la superficie del planchón.

h_r Espesor del planchón a la salida del castillo.

h_0	Espesor del planchón a la entrada del castillo.
h_1	Coeficiente de transferencia de calor para la zona 1.
h_2	Coeficiente de transferencia de calor para la zona 2.
h_3	Coeficiente de transferencia de calor para la zona 3.
h_4	Coeficiente de transferencia de calor para la zona 4.
I	
I	Funcional.
J	
j	Presión de impacto.
K	
k	Coeficiente de crecimiento del óxido.
k_{ij}	Tensor de conductividad térmica del material
K	Coeficiente que depende del tipo de boquilla utilizada.
K	Matriz de rigidez.
L	
L	Longitud del planchón.
l_1	Longitud inicial del sistema óxido-sustrato.
l_2	Longitud final del sistema óxido-sustrato.
l_{\max}^e	Longitud máxima del elemento.
l_{\min}^e	Longitud mínima del elemento.
N	
\hat{n}	Vector unitario perpendicular a la superficie.
P	
P	Presión del sistema de descascarado.
PB	Relación Pilling-Bedworth.

Q

Q Flujo de agua.

Q_{xi} Flujo total de calor en la dirección i .

q_i Flujo de calor por unidad de área en la dirección i .

R

r_a Razón de aspecto.

R Residuo.

R Radio del rodillo.

T

T Temperatura.

T_H Temperatura de oxidación.

$T_{,j}$ Gradiente de temperatura.

T_L Temperatura del sistema óxido-sustrato como resultado de su enfriamiento.

T_s Temperatura de la superficie.

T_∞ Temperatura ambiente.

t Tiempo.

t_c Tiempo de contacto de agua sobre la superficie del planchón.

U

u_i Componente del vector velocidad en la dirección i .

V

v Velocidad del planchón.

V_m Volumen del metal.

V_{ox} Volumen de óxido.

W

W Energía de deformación elástica almacenada en el óxido.

w	Ancho de la huella.
w_b	Ancho de la zona que representa la cortina de agua en la zona 2.
w_i	Funciones de ponderación.
w_p	Ancho del planchón.
X	
x	Coefficiente que depende del tipo de boquilla utilizada.
x_i	Sistema de coordenadas.

Simbología

α_m	Coefficiente de expansión térmica lineal para el metal.
α_{ox}	Coefficiente de expansión térmica lineal para el óxido.
$\Delta\alpha$	Diferencia en los coeficientes de expansión térmica del metal y del óxido.
ΔT_{cr}	Caída de temperatura crítica necesaria para el desprendimiento de óxido.
γ_f	Energía por unidad de área requerida para producir dos nuevas superficies en la interfase.
ε_m	Deformación del metal.
ε_{ox}	Deformación del óxido.
ε_{cr}	Valor crítico de deformación para la fractura de óxido en compresión.
ε_{ox}	Emisividad del óxido.
ε_m	Emisividad del metal.
θ	Ángulo nominal de chorro en la dirección w .
ϕ	Ángulo nominal de chorro en la dirección b .
ψ_i	Funciones de prueba.
ρ	Densidad.
σ	Constante de Stefan-Boltzmann.
σ_m	Esfuerzo en el metal.

σ_{ox}	Esfuerzo en el óxido.
Ω	Dominio.
ν_m	Razón de Poisson del metal.
ν_{ox}	Razón de Poisson del óxido.
Γ	Superficie en la frontera.

APÉNDICE A

ARCHIVO .INP GENERADO POR EL PAQUETE COMPUTACIONAL ABAQUS

A continuación se presenta un archivo de entrada para el análisis de descascarado. Los valores en **negrita** representan los valores modificables en el modelo.

```

*Heading
Análisis de descascarado en el proceso de laminación en caliente
*Restart, write, freq=1
*Preprint, contact=YES
*Part, name=p_strip
*Node, input=strip_nodes.inp
*Element, type=CPE4RT, input=strip_elements.inp, elset=Strip
*Solid section, elset=Strip, material=Acero
*end part
*Part, name=p_oxide
*Node, input=oxide_nodes500.inp
*element, type=CPE4RT, input=oxide_elements.inp, elset=Oxide
*Solid section, elset=Oxide, material=Wustita
*End part
**ASSEMBLY
*Assembly, name=Assembly
*Instance, name=strip, part=p_strip
*End instance
*Instance, name=oxide, part=p_oxide

```

Este archivo contiene las identificaciones así como las coordenadas de los nodos del planchón.

Este archivo contiene las identificaciones para los elementos.

Ensamble de las partes.

```

*End instance
*Nset,Nset=NOMBRE,instance=strip,generate
Entrada de número de nodos
*Elset,Elset=NOMBRE,instance=strip,generate
Entrada de número de nodos
...
*Surface, name=NOMBRE
SUPERFICIE,S3
...
**
*Elset, Elset=Rm01,instance=oxide,generate
Número de elementos
*Elset, Elset=Rm02,instance=oxide,generate
Número de elementos
...
*Tie,name=tie,adjust=YES
OX_S1, FE_S3
*End assembly
*Material, name=LCS
*Conductivity
23.1, 600.
...
*Density
7750., 600.
...
*Elastic
2e+11, 0.3
*Expansion
1.5e-05,
*Specific Heat
628.6, 600.
...
*Material, name=Wustite
*Conductivity
3.2,
*Density
7750.,
*Elastic
1.7514e+11, 0.33, 600.
...
*Expansion
1.22e-05,
*Specific Heat
725.,
**
*Film property,name=Air
21.2
*Film property,name=HA_2
212
*Film property,name=Water
387951.5
*Film property,name=Waterh
379098.5
*Film property,name=AW
185
*Physical constants,absolute zero=-273.15,stefan boltzmann=5.669e-08

```

Definición de los conjuntos de nodos y elementos.

Definición de superficies.

Conjunto de elementos para su posterior desactivación.

Unión de superficies.

Propiedades físicas del acero.

Propiedades físicas del óxido.

Coefficientes de transferencia de calor para las zonas.

```

**
*Boundary
BOTTOM,YSYMM } Simetría con respecto a la dirección x2.
**
*Initial conditions,type=Temperature
ALL,1150 ← Temperatura inicial del planchón.
**STEPS
**
*Step, name=HT-FSB, nlgeom=YES, inc=120
Análisis zona 1
*Coupled Temperature-Displacement, deltmx=100. } Etapas 1 y 2 del análisis.
0.005, 21.076, 0.00021076, 0.5
*Boundary, type=VELOCITY
VELOCITY, 1, 1, 0.342 ← Velocidad del planchón.
*Sfilm
OX_S3, F, 35., AIR } Condiciones de convección y
*Sradiate } radiación en la zona 1.
OX_S3, R, 35., 0.6
*Output, field
*Node Output
NT, RF, U
*Element Output, directions=YES } Variables de salida.
E,EE,HFL,S,THE
*Contact Output
CDISP, CSTRESS
*Step, name=D01, nlgeom=YES
Análisis de descascarado (baja presión)
*Coupled Temperature-Displacement, deltmx=1000. } Etapa 3 del análisis.
0.000375, 0.015, 15e-08, 0.000375
*Dload
ox01_s3, P, 710000 ← Presión de impacto (baja presión).
*Sfilm, op=NEW
*Sfilm, op=NEW
R01, F, 35., HA_2
*Sfilm, op=NEW
OX01_S3, F, 25., WATER ← Condición de convección en el descascarado.
*Sradiate, op=NEW
*Sradiate, op=NEW
R01, R, 35., 0.6
*End Step
*Step, name=Rm01, nlgeom=YES
Desactivación de elementos
*Coupled Temperature-Displacement, deltmx=1000. } Etapa 4 del análisis.
1e-5, 1e-5, 1e-08, 1e-5
*Dload, op=new
*Model change,type=element,remove } Desactivación de la primera capa de elementos.
Rm01
**
*End step
*Step, name=x01, nlgeom=YES
*Coupled Temperature-Displacement, deltmx=1000. } Etapa 5 del análisis.
0.0005, 0.001, 1e-08, 0.0005
**
*Dload
ox01_s3, P, 710000
*Sfilm, op=NEW

```

```
R01, F, 35., HA_2
*Sfilm, op=NEW
*Sfilm, op=NEW
Fe01_s3, F, 25., WATER
*End Step
```

```
...
```

```
**
```

```
**
```

```
*Step, name=L_S, ngeom=YES
```

```
Análisis zona entre cabezales
```

```
*Coupled Temperature-Displacement, creep=none, deltmx=1000.
0.005, 3.1, 3.1e-07, 0.5
```

Etapa 6 del análisis.

```
*Dsload, op=new
```

```
*Sfilm, op=NEW
```

```
*Sfilm, op=NEW
```

```
R2_22, F, 25., AW
```

Condiciones de convección en la zona 3 (agua residual).

```
*Sfilm, op=NEW
```

```
*End Step
```

```
*Step, name=D2_01, ngeom=YES
```

```
Análisis de descascarado (alta presión)
```

```
*Coupled Temperature-Displacement, deltmx=1000.
0.001, 0.016, 16e-08, 0.001
```

Etapa 7 del análisis.

```
*Dsload
```

```
ox01_s3, P, 1080000
```

Presión de impacto (alta presión).

```
*Sfilm, op=NEW
```

```
*Sfilm, op=NEW
```

```
Fe2_01_S3, F, 25., AW
```

```
*Sfilm, op=NEW
```

```
Fe01_S3, F, 25., WATERH
```

Condición de convección en el descascarado.

```
*End Step
```

```
...
```

```
*Step, name=S_F1, ngeom=YES
```

```
Análisis zona 4
```

```
*Coupled Temperature-Displacement, creep=none, deltmx=1000.
0.0005, 10.2, 102e-08, 0.5
```

Etapa 8 del análisis.

```
*Dsload, op=new
```

```
*Sfilm, op=NEW
```

```
*Sfilm, op=NEW
```

```
R2_22, F, 35., AIR
```

```
*Sfilm, op=NEW
```

```
*Sradiate, op=NEW
```

```
*Sradiate, op=NEW
```

```
R2_22, R, 35., 0.8
```

Condiciones de convección y radiación en la zona 4.

```
*End Step
```

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Oscar Jesús Zapata Hernández

Candidato para el Grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Mecánica con especialidad en Materiales

Tesis: “Simulación del descascarado de planchón de colada continua”

El Ingeniero Oscar Jesús Zapata Hernández nació en la ciudad de Monterrey N.L. México el 2 de Mayo de 1982. Es hijo del Sr. José Herminio Zapata Niño y la Sra. Minerva Hernández Ramírez.

Cursó sus estudios profesionales en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, obteniendo el título de Ingeniero Mecánico Electricista con mención honorífica en el año 2003.

En Agosto del año 2003 inició sus estudios de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Mecánica con Especialidad en Materiales, becado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), dentro del Programa Doctoral en Ingeniería de Materiales (PDIM) de esta misma facultad.