# Universidad Autónoma de Nuevo León

# FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

## Posgrado en Ciencias con Orientación en Matemáticas



DISEÑO DE HORARIOS Y CÁLCULO DE FRECUENCIAS PARA SINCRONIZAR DIFERENTES LÍNEAS EN SISTEMAS DE TRANSPORTE URBANO

POR

Yadıra İsabel Silva Soto

EN OPCIÓN AL GRADO DE

Doctor en Ciencias con Orientación en Matemáticas

# Universidad Autónoma de Nuevo León

## FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

## Posgrado en Ciencias con Orientación en Matemáticas



# DISEÑO DE HORARIOS Y CÁLCULO DE FRECUENCIAS PARA SINCRONIZAR DIFERENTES LÍNEAS EN SISTEMAS DE TRANSPORTE URBANO

POR

Yadıra İsabel Silva Soto

EN OPCIÓN AL GRADO DE

Doctor en Ciencias con Orientación en Matemáticas

#### Universidad Autónoma de Nuevo León

# Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas Posgrado en Ciencias con Orientación en Matemáticas

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis "Diseño de horarios y cálculo de frecuencias para sincronizar diferentes líneas en sistemas de transporte urbano", realizada por el alumno Yadira Isabel Silva Soto, con número de matrícula 1219537, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Doctor en Ciencias con Orientación en Matemáticas.

El C	Comité de Tesis
Dr. Oma	r Jorge Ibarra rojas
	Director
Dra. Yasmin Agueda Ríos Solís	Dra. María Victoria Chávez
Revisor	Revisor
Dr. José Fernando Camacho Vallejo	Dr. Álvaro Eduardo Cordero Franco
Revisor	Revisor
	Vo. Bo.
Dr. Oma	r Jorge Ibarra Rojas
Posgrado en Ciencias	con Orientación en Matemáticas

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, Julio 2020

# Dedicatoria

 $A \ todos.$ 

# ÍNDICE GENERAL

Re	esum	nen	VII
Co	ontri	buciones relevantes de la tesis	VIII
1.	Intr	roducción	1
	1.1.	Sistemas de transporte público	1
	1.2.	Objetivo	11
	1.3.	Motivación	12
2.	$\operatorname{Lite}$	eratura relacionada	14
	2.1.	Sincronización de líneas	14
	2.2.	Frecuencias y Horarios	18
	2.3.	Vehículos y conductores	20
3.	Pro	oblema integral: Frecuencias y Horarios	<b>2</b> 5
	3.1.	Descripción del problema integral	25
		3.1.1. Formulación matemática para el problema integral	26
		3.1.2. Formulación matemática considerando el efecto frontera	33

ÍNDICE GENERAL VI

4.	Met	odología de solución: BRKGA-HNDS	38		
	4.1.	Biased Random Key Genetic Algorithm (BRKGA)	39		
	4.2.	Ejemplo del decoder	43		
	4.3.	BRKGA combinado con HNDS	44		
5.	Res	ultados experimentales	53		
	5.1.	Generación de instancias	53		
	5.2.	CPLEX vs BRKGA	55		
	5.3.	BRKGA vs BRKGA-HNDS	58		
	5.4.	Análisis del compromiso entre minimizar el tiempo de espera y costos ope-			
		racionales	62		
6.	Con	clusiones y trabajo a futuro	65		
Α.	A. Enfoque integral: Vehículos y Conductores 67				
	A.1.	Descripción del problema	69		
	A.2.	Algoritmo constructivo: BRKGA	79		
	A.3.	Ejemplo ilustrativo (resultados preliminares)	83		
	A.4.	Algoritmo de búsqueda en grandes vecindarios	83		

# RESUMEN

En este proyecto de tesis se aborda un problema de optimización bi objetivo para el enfoque integral entre Cálculo de Frecuencias y Diseño de horarios, considerando velocidades de los buses dependientes del tiempo de despacho de los viajes. El objetivo es la sincronización de grupos de líneas con paraderos en común, minimizando el tiempo promedio de espera total en puntos de sincronización y los costos operativos en términos de la frecuencia elegida para cada línea. El problema de optimización es formulado como un problema de programación lineal entera mixta donde, al considerar variables indexadas en tiempo, una aproximación lineal del tiempo de espera promedio. Comúnmente, el tiempo de espera es representado mediante expresiones no lineales. Se presenta una etapa experimental usando el solver CPLEX, BRKGA usando un método de suma ponderada y un BRKGA combinado con un algoritmo de ordenamiento jerárquico para obtener una aproximación del frente de Pareto para la versión bi objetivo del problema de optimización. Resultados numéricos muestran que las metaheuríticas propuesyas son herramientas útiles para obtener mejores soluciones en tiempos de cómputo pequeños en comparación con el solver CPLEX.

Palabras clave: Diseño de horarios; Cálculo de frecuencias; sincronización; Sistemas de transporte; optimización biobjetivo

# Contribuciones relevantes de la

# **TESIS**

En en este trabajo de tesis se presenta un enfoque integrales entre subproblemas de la planificación en los sistemas de transporte público. En particular, la integración de Diseño de Horarios y Cálculo de Frecuencias. Las principales contribuciones mencionan a continuación:

- Formulación matemática para el problema integral entre Diseño de Horarios y Cálculo de Frecuencias para la sincronización de grupos de líneas con paraderos en común. La medida de desempeño busca minimizar la suma ponderada del tiempo de espera promedio total y el costo operacional. La formulación propuesta está basada en variables indexadas en tiempo, lo que permite que el tiempo de espera sea representado mediante una expresión lineal. En la literatura, comúnmente, el tiempo de espera es representado mediante expresiones cuadráticas. Una experimentación preliminar usando el solver comercial CPLEX mostró que la formulación planteada es intratable incluso para instancias pequeñas de 2 y 3 líneas con 12 paraderos. Por consiguiente, se proponen metaheurísticos para obtener soluciones de buena calidad a bajo costo computacional.
- Se presenta un algoritmo genético basado en llaves aleatorias (BRKGA por sus siglas en inglés) como una metodología alterna para obtener soluciones de calidad con un tiempo computacional rasonable. Resultados experimentales muestran que el algoritmo propuesto es más eficiente que el solver comercial ya que BRKGA

requiere significativamente menos tiempo computacional sin empeorar la calidad de las soluciones obtenidas por CPLEX.

■ Dado que el tiempo de espera y el costo operacional son términos que entran en conflicto, cuando se desea ofrecer un servicio de calidad a bajo costo para los usuarios, se presenta una versión bi objetivo para el enfoque integral donde las funciones objetivo involucradas están relacionadas con el nivel de servicio (en términos del tiempo de espera) y el costo operacional (en términos de la frecuencia). Se calcula una aproximación del frente de pareto (conjunto de soluciones no dominadas) para cada instancia en vías de analizar la relación entre los dos objetivos. Primero, usando una versión multiobjetivo de BRKGA combinado con un algoritmo jerárquico de ordenamiento no dominado (Hierarchical Non Dominated Sorting, HNDS por sus siglas en inglés). Además se realiza una variación de pesos en la versión monobjetivo del BRKGA (suma ponderada del tiempo de espera prometio total y el costo operacional). Con la finalidad de comparar las aproximaciones de los frentes de Pareto obtenidas por cada algoritmo. Resultados experimentales muestran que BRKGA HNDS obtiene mejores aproximaciones de los frentes que los obtenidos usando BRKGA con la variación de pesos. Por otro lado, se grafican ambas aproximaciones para analizar el "trade off" entre el nivel de servicio y el costo operacional. Resultados numéricos muestran que es posible obtener mejoras significativas en el tiempo de espera permitiendo pequeños incrementos en el costos operativos mínimos, además, valores pequeños para el tiempo de espera no necesariamente garantiza que la frecuencia máxima sea asignada a las líneas.

## Capítulo 1

# Introducción

# 1.1 Sistemas de transporte público

Los sistemas de transporte público han sido extensamente estudiados durante décadas, mediante el uso y diseño de técnicas, herramientas y métodos de investigación de operaciones. Las propuestas o metodologías para optimizar estos sistemas, son cada vez más innovadoras con la finalidad de que estos sistemas sean eficientes en términos de la calidad del servicio y el costo operativo.

El objetivo principal de los sistemas de transporte público es la eficiencia en la movilidad de los usuarios, esto es, proveer un servicio de alta calidad a bajo costo operacional. El nivel de servicio para los usuarios se basa en la accesibilidad al sistema, el tiempo de viaje, los tiempos de espera, la comodidad, entre otros. Mientras que los costos operativos para las empresas se calculan en términos de uso de vehículos y salarios del personal que opera el servicio de transporte. Por consiguiente, la eficiencia de los sistemas de transporte público se puede analizar en dos perspectivas principales: los usuarios y operadores del servicio Tumlin (2012).

Por un lado, la expectativa de cada usuario varía dependiendo de sus necesidades y preferencias para medir la calidad del servicio, entre las cuales destacan, tiempos de viaje eficientes, tiempos de espera mínimos al tomar el bus/metro/tren mínimos, mayor cantidad de unidades (vehículos) para satisfacer la demanda y además, que los vehículos estén en buen estado para brindar una mayor comodidad al usuario, entre otras. Por otro lado, desde la perspectiva de las empresas prestadoras del servicio, el objetivo más común

es minimizar los costos que se generen en la planificación y operación de estos sistemas, entre los cuales destacan, la cantidad de vehículos, disel, operadores, mantenimiento de unidades, etc. Aunado a esto, las operadores del servicio tiene que ajustarse a políticas del gobierno como permisos, normas de regulación, impacto ambiental, entre otras (Ortuzar and Willumsen, 1990).

En años recientes, debido a altos índices de contaminación en ciudades de gran población, donde el servicio de transporte público es una red amplia, las operadoras del servicio buscan reducir la contaminación, congestión de tráfico, entre otros. Por esta razón, otro factor importante dentro del diseño y planificación de los sitemas de transporte es la sustentabilidad, con lo cual se desea prestar un servicio de calidad para la movilidad de los usuarios que tenga un factor de impacto ecológico mínimo, reduciendo índices de contaminación. De hecho, un sistema de transporte público eficiente, implica que la población prefiera usar estos sistemas en lugar de sistemas privados para desplazarse de un lugar a otro y por consiguiente se reducirían índices de contaminación asociados a vehículos particulares así como el tráfico en las grandes ciudades.

En general, satisfacer las necesidades de usuarios y operadores del servicio de transporte público se contraponen. Es decir, aumentar el nivel de servicio y reducir los costos operativos son aspectos conflictivos. Este conflicto, complica encontrar buenas soluciones a los problemas y es común buscar un equilibrio entre esos dos objetivos. Por ejemplo, mientras los operadores desean minimizar sus costos operacionales y como consecuencia el tiempo de espera de los usuarios es mayor (menor número de viajes implica mayor tiempo de espera), los usuarios desean que el tiempo de espera sea menor. Por consiguiente, satisfacer algún objetivo del usuario afectaría directamente a los objetivos de los operadores y viceversa. Para analizar diferentes perspectivas que abordan la eficiencia y la eficacia de los sistemas de transporte público en términos económicos se sugiere revisar el trabajo de Daraio et al. (2016).

El proceso de diseño y planificación de los sistemas de transporte público comúnmente es dividido en una serie de subproblemas asociados a tres niveles de decisión: estratégicas (largo plazo), tácticas (mediano plazo) y operacionales (corto plazo), considerando

diferentes objetivos relacionados con el nivel de servicio, costos operacionales, entre otros (Ceder, 2007; Desaulniers and Hickman, 2007). En el nivel de decisión estratético, el objetivo principal es definir la estructura de la red de tal forma que el nivel de servicio y costos operacionales sean atractivos tanto para los usuarios como para las operadoras del servicio. Las decisiones que se toman en este nivel están relacionadas al conjunto de líneas, paraderos y conexiones, asumiendo una matriz origen-destino conocida. Por otro lado, las medidas de desempeño comúnmente están relacionadas a costos operativos, tiempos de viaje, entre otros. Las decisiones tácticas son a mediano plazo y el objetivo principal es analizar el compromiso entre la calidad del servicio y los costos operacionales. En este sentido las decisiones están asociadas a la cantidad de viajes en un determinado periodo de planificación (frecuencia de paso) y sus horarios (tiempos de despacho en cada paradero). Diferentes objetivos son perseguidos entre los que destacan, optimizar tiempos de espera, tiempos de viaje, sincronización, entre otros. Finalmente, en la etapa de decisiones operativas se resuelven problemas de asignación de recursos tales como vehículos y operadores con el fin de minimizar costos operacionales. En este nivel, el problema de horarios y cálculo de frecuencias es resuelto previamente con lo cual se asegura que la demanda de pasajeros es cubierta. La Figura 1.1 muestra el proceso de diseño y planificación de los sistemas de transporte público.

Generalmente, los subproblemas involucrados dentro del proceso de diseño y planificación de los sistemas de transporte son definidos de la siguiente forma (Ibarra-Rojas et al., 2015):

- Diseño de la red de tránsito (TND, Transit Netwotk Design): define el trazado de las líneas de transporte así como la separación entre paradas consecutivas y la frecuencia de cada una de las líneas dentro de la red de tránsito con el fin de cubrir la demanda de usuarios y optimizar funciones objetivo específicas, como los costos de los operadores y usuarios.
- Cálculo de frecuencias (FS, Frequency Setting Problem): determina la cantidad de viajes por hora necesarios para satisfacer la demanda de pasajeros en un periodo de planificación específico considerando costos operacionales.

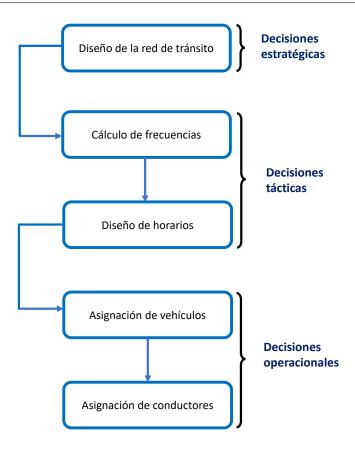


Figura 1.1: Proceso de diseño y planificación de los sistemas de transporte público.

- Diseño de horarios (TNT, Transit Network Timetabling): define los tiempos de salidas y llegadas de los viajes en todas los paraderos a lo largo de la línea en la red de tránsito con el fin de incrementar el nivel de servicio.
- Asignación de vehiculos (VSP, Vehicle Scheduling Problem): Determina la asignación viaje-vehículo para cubrir todos los viajes programados en la línea de tal manera que los costos operacionales, en términos del uso de vehículos, sean minimizados.
- Asignación de conductores (DSP, Driver Scheduling Problem): determina la asignación conductor-vehículo con el fin de cubrir la programación de viajes minimizando costos asociados a los conductores incluyendo políticas de regulación de conductores.

La metodología de solución de este proceso consiste en resolver cada uno de los subproblemas presentados en la Figura 1.1 de forma secuencial, tomando como datos de entrada la solución de un subproblema anterior. Con esta metodología se pueden obtener

soluciones de buena calidad. Sin embargo, no se garantiza optimalidad del proceso por lo que los enfoques integrales de uno o más subproblemas son herramientas eficientes para obtener buenas soluciones de la planificación global. En este trabajo de tesis se presentan dos enfoques integrales: Diseño de Horarios con Cálculo de Frecuencias y, Asignación de Vehículos con Asignación de Conductores.

#### Cálculo de frecuencias

Dentro del proceso de planificación de los sistemas de transporte público, el primer nivel de decisiones (estratégicas) se resuelve el problema de Diseño de la Red de Tránsito, partiendo de la solución de este problema, se sigue con el segundo nivel de decisiones (tácticas) el cual está enfocado principalemente en mejorar el nivel de servicio para las usuarios. En este nivel, las frecuencias de cada línea son determinadas y como consecuencia se define el tiempo de cabecera (headway) que se define como el inverso de la frecuencia y se refiere a el tiempo transcurrido entre dos viajes consecutivos. Formalmente, dadas las características topológicas de la red de tránsito y la demanda de pasajeros, el problema de Cálculo de Frecuencias consiste en determinar la frecuencia de cada línea dentro de la red de tránsito, esto es, determinar el número de viajes por hora que se deben de realizar en un determinado periodo de tiempo (día, semana, mes, etc) de tal manera que se cumpla con la demanda de usuarios mientras se optimiza alguna función objetivo, como por ejemplo, satisfacer la demanda de pasajeros, tamaño de la flotilla, tiempos de espera, tiempos de viaje, coordinación de transferencias, costos operacionales, entre otros.

De forma general, se maximiza el nivel de servicio para el usuario sujeto a una serie de restricciones, por ejemplo, tamaño de la flota, capacidad suficiente para cumplir con la demanda, entre otros. La Tabla 1.1 muestra un esquema general del problema de Cálculo de Frecuencias.

Diferentes estudios sobre el problema de Cálculo Frecuencias están enfocados en minimizar costos operacionales considerando diferentes tipos de restricciones por ejemplo,

Problema:	Cálculo de Frecuencias	
Decisiones:	Frecuencia de cada línea	
Medidas de desempeño:	Costos operacionales,	
	Tiempo de viaje,	
	Tiempo de espera,	
	Coordinación de líneas,	
	Satisfacción del usuario, entre otros.	
Entrada:	Red de tránsito,	
	Demanda de pasajeros	
	Disponibilidad de vehículos, entre otros	
Restricciones:	Satisfacción de la demanda,	
	Cotas de headway,	
	Tipo y capacidad de vehículos,	
	Tamaño de la flota, entre otros.	
Salida:	Servicio de frecuencias	

Tabla 1.1: Esquema general del problema de Cálculo de frecuencias (Guihaire and Hao, 2010).

satisfacción de la demanda (Sivakumaran et al., 2012; Canca et al., 2018), tamaño de flota, capacidad de vehículos, cotas para el headway, cotas para el costo por el uso de vehículos, entre otros (Huang et al., 2013; Hadas and Shnaiderman, 2012; Verbas and Mahmassani, 2013). Por otro lado, las medidas de desempeño más comunes que aparecen en la literatura asociadas al mejoramiento del nivel de servicio destacan, tiempo de viaje total (Yu et al., 2009), costos asociados al tiempo de espera (Baskaran and Krishnaiah, 2012; Verbas and Mahmassani, 2015), comfortabilidad de los usuarios (Bagloee and Ceder, 2011), número de transferencias, eficiencia del sistema en términos de la variabilidad de operación de la red de tránsito (Gkiotsalitis and Cats, 2018), diferentes métricas de sincronización de líneas (Shrivastava and Dhingra, 2002)

Por otro lado, dado que existen diferentes medidas de desempeño a considerar en el problema de Cálculo de Frecuencias, los enfoques multiobjetivo aparecen como una herramienta eficiente para analizar el compromiso entre los objetivos que se estén analizando. Por ejemplo, Peña et al. (2018) presentan un enfoque multiobjetivo para el problema de Cálculo de Frecuencias con diferentes tipos de vehículos cuyas medidas de desempeño están asociadas a costos operacionales y satisfacción de la demanda, en términos de comfortabilidad, seguridad y tiempos de espera). Los autores proponen un algoritmo genético

celular donde, resultados numéricos muestran una mejora del  $26\,\%$  en costos operacionales sin degradar la calidad del servicio para un caso de estudio real. En este trabajo se presenta un algoritmo genético basado en llaves aleatorias para analizar el compromiso entre costos operacionales y tiempo de espera promedio.

Particularmente, el tiempo de espera de los usuarios es inversamente proporcional a la frecuencia y por tanto, comúnmente se representa mediante expresiones algebraicas no lineales (Yu et al., 2010; Szeto and Jiang, 2014); por consiguiente, optimalidad no siempre es garantizada. En el estudio de (Martínez et al., 2014) se presenta una formulación lineal para el problema de Cálculo de Frecuencias, en el cual se considera un conjunto factible de frecuencia para cada línea y una expresión no lineal para el tiempo de espera, en este caso, se realiza un cambio de variable y restricciones de flujo y de esta forma, expresar el tiempo de espera mediante una función lineal. En este trabajo de tesis, se plantea una expresión lineal para el cálculo del tiempo de espera promedio total con paraderos en común para grupos de líneas, además se considera un conjunto de frecuencias factibles para cada línea.

#### Diseño de horarios

El Diseño de Horarios es un problema de suma importancia dentro del proceso de diseño y planificación de los sistemas de transporte. Este problema forma parte de las decisiones tácticas, en donde el objetivo principal es mejorar el nivel de servicio para los usuarios.

El problema de Diseño de Horarios asume que se conoce la frecuencia de cada línea (solución del problema de Cálculo de Frecuencias) para realizar la programación de horarios de todos los viajes. Formalmente, el problema de Diseño de Horarios define los tiempos de salidas y llegadas de los viajes en todos los paraderos a lo largo de la línea en la red de tránsito con el fin de optimizar alguna función objetivo, entre las que destacan, tiempo total de viaje (Zhao and Zeng, 2008), tiempo de espera (Guihaire and Hao, 2010), tiempo entre transferencias (Hairong and Dayong, 2009), satisfacción de los usuarios (Mesa et al., 2014), costos operacionales, métricas de sincronización, entre otros. Por

otro lado, este problema considera restricciones sobre la frecuencia, cotas en headway, intervalos de factibilidad para los tiempos de despacho, tamaño de flota, entre otros. La tabla 1.2 muestra un esquema general con diferentes enfoques más comunes del problema de Diseño de Horarios.

Problema:	Diseño de horarios	
Decisiones:	Tiempos de despacho de cada viaje.	
Medidas de desempeño:	Costos operacionales,	
	Tiempo de viaje,	
	Tiempo de espera,	
	Coordinación de líneas,	
	Satisfacción del usuario, entre otros.	
Entrada:	Red de tránsito,	
	Demanda de pasajeros,	
	Viaje inicial y viaje final,	
	Tiempos de corrida,	
	Frecuencia de cada línea, entre otros	
Restricciones:	Satisfacción de la demanda,	
	Coordinación de viajes,	
	Datos históricos sobre los horarios de las líneas,	
	Tamaño de la flota, entre otros.	
Salida:	Tiempo de salida y llegada de cada viaje.	

Tabla 1.2: Esquema general del problema de Diseño de horarios Guihaire and Hao (2010).

El problema de Diseño de horarios con sincronización de líneas es un problema NP-díficil, por lo que existen métodos basados en metaheurísticas para obtener soluciones de calidad en tiempos razonables de cómputo. En este sentido, Shafahi and Khani (2010) propone un problema para determinar los tiempos de salida para el primer viaje de un conjunto de líneas en múltiples periodos de tiempo, donde la medida de desempeño que minimiza los tiempos de espera entre transferencias en la red de tránsito en la Ciudad de Mashhad, Irán. En este estudio, se considerar restricciones para garantizar un headway constante en cada periodo de tiempo y además proponen un algoritmo genético que es capaz de obtener mejores soluciones que un solver comercial para una instancia de tamaño grande. Recientemente, Gkiotsalitis and Kumar (2018) presenta un problema de horarios, en el cual se considera datos históricos obtenidos de sistemas de monitoreo, donde se determinan los tiempos de salida para un conjunto de viajes con el fin de minimizar el exceso de tiempo de espera (tiempo invertido en esperar el bus, debido a las desviaciones

del tiempo de referencia) de los pasageros en pareaderos de control. Además, se consideran restricciones acerca de los tiempos de descanso de los conductores, tiempos de estacionamiento de los vehículos y cotas para el headway. Se implemente un algoritmo genético para obtener soluciones factibles para un escenario real en el Norte de Europa.

Actualmente, el estudio de diseño de horarios está enfocado en la sincronización de diferentes líneas de tránsito en puntos específicos o zonas, en vías de mejorar el nivel de servicio para los usuarios. Es importante destacar que en este trabajo de tesis se presenta un problema de diseño de horarios en el cual se desea sincronizar grupos de líneas con paraderos en común con el fin de minimizar el tiempo de espera promedio total y costos operacionales.

#### Asignación de Vehículos

El tercer nivel de decisiones dentro de la planificación de los sistemas de transporte son aquellas que se realizan en periodos de tiempo cortos, generalmente, diarios: desiciones operacionales. Este nivel está enfocado en el uso óptimo de los recursos, tales como, uso de vehículos y conductores, consumo de combustible, entre otros. Se resuelven dos problemas importantes, asignación de vehículos y asignación de conductores. De acuerdo con Desaulniers and Hickman (2007), el problema de asignación de vehículos determina la combinación viaje-vehículo para cubrir todos los viajes programados con la finalidad de optimizar alguna función objetivo, generalmente asociada a costos operacionales. Entre las consideraciones más comunes de este problema destacan, tamaño de flota, capacidad de depósitos, cobertura de viajes, demanda de pasajeros, combustible, regulaciones de contaminación, entre otros. Por otro lado, las medidas de desempeño más comunes están asociadas a costos de vehículos, costos de viajes no comerciales, costos operacionales, entre otros (veáse Ibarra-Rojas et al., 2015). La Tabla 1.3 muestra un esquema general con diferentes enfoques más comunes del problema de Asignación de vehículos.

El problema de Asignación de Vehículos se clasifica en dos importantes problemas dependiendo del número de depósitos a considerar: Asignación de Vehículos conisderando un sólo depósito, y problema de Asignación de Vehículos considerando múltiples depósitos.

Problema:	Asignación de vehículos		
Decisiones:	Cubrir los viajes programados con un vehículo.		
Medidas de desempeño:	Costos operacionales		
	Tamaño de flota,		
	Costos de viajes no comerciales,		
	Tiempo de ocios, entre otros.		
Entrada:	Horarios,		
	Tiempos de viajes no comerciales,		
	Costos, entre otros		
Restricciones:	Programación,		
	Tamaño de flota,		
	Cobertura de viajes,		
	Capacidad de los depósitos, entre otros.		
Salida:	Asignación viaje-vehículo.		

Tabla 1.3: Esquema general del problema de Asignación de vehículos Ibarra-Rojas et al. (2015).

En particular, la versión del problema de vehículos en el cual se considera un sólo depósito, puede ser resuelto en tiempo polonomial mediante "auction algoritmh". Por otro lado, el problema de asignación de vehículos considerando múltiples depósitos es NP-difícil (Freling et al., 2003). En esta versión, los vehículos pueden salir desde cualquier depósito, con lo cual, la formulación matemática del problema se complica, debido a que, además de la asignación viaje-vehículo, cada vehículo debe ser asignado a un depósito.

Existen numerosos trabajos en los cuales el problema de Asignación de vehículos considerando múltiples depósitos ha sido estudiado, comúnmente mediante formulaciones basadas en flujo en redes (Fischetti et al., 2001; Löbel, 1998) o problemas de partición (Hadjar et al., 2006). Otros estudios abordan el problema de Asignación de Conductores considerando múltiples depósitos, mediante algoritmos heurísticos. Por ejemplo, Pepin et al. (2006) presentan una comparación entre un algoritmo de ramificación y corte, generación de columnas, heurística lagrangeana, búsqueda tabú y búsqueda de vecindario grande (Large Neigborhood Search, LNS). Resultados computacionales muestran que el método de generación de columnas funciona mejor cuando hay suficiente tiempo de cómputo disponible, mientras que LNS encuentra mejores soluciones en cuestión de calidad. En este trabajo de tesis, se aborda un enfoque integral entre el problema de asignación de vehículos y el problema de asignación de conductores considerando dos depósitos, además

se implementa un LNS combinado con un BRKGA, ese último algoritmo se utiliza para generar la solución factible inicial.

#### Asignación de Conductores

El problema de Asignación de conductores forma parte del tercer nivel de decisiones: operacionales. Generalmente, la problemática consiste en, dado una secuencia de viajes programados en los vehículos, se busca asignar un conductor a cada vehículo de forma que los costos asociados a los conductores sean minimizados, esto es, determina la asignación conductor-vehículo para cubrir todos los viajes programados durante el periodo de planificación optimizando alguna función objetivo (Desaulniers and Hickman, 2007), comúnmente asociada a costos operacionales, horarios o secuencia de viajes de los conductores (Tóth and Krész, 2013), tiempo de ocio (Chen and Niu, 2012), jornada laboral (Li and Kwan, 2003), entre otros. De acuerdo a lo anterior, el problema de Asignación de conductores es NP-dificil (Fischetti et al., 1989).

Comúnmente, el problema de Asignación de conductores es formulado como un problema de partición o cobertura de conjuntos y cuyo método de solución es generación de columnas (Huisman, 2004). Diferentes estudios acerca de este problema consideran restricciones de cobertura de viajes, número de conductores, número de secuencias de viajes (Steinzen et al., 2007; Portugal et al., 2009), entre otros. Además, se consideran políticas laborales como por ejemplo, jornada laboral, tiempo continuo de trabajo sin descanso, horarios de comida, descansos (Kecskeméti and Bilics, 2013; Shijun et al., 2013; Zhao, 2006), entre otros. La Tabla 1.4 muestra un esquema general de los enfoques más comunes del problema de Asignación de conductores.

#### 1.2 Objetivo

Objetivo general: Mejorar el nivel de servicio a nivel de decisiones tácticas dentro de los sistemas de transporte público así como la optimización de recursos en el nivel de decisiones operacional mediante el análisis y estudio de dos enfoque integrales: Cálculo de

Problema:	Asignación de Conductores	
Decisiones:	Cubrir los viajes programados en cada vehículo	
	con un conductor.	
Medidas de desempeño:	Costos operacionales,	
	costos asociados a las secuencias,	
	tiempos de ocio, entre otros.	
Entrada:	Viajes programados en cada uno de los vehículos.	
Restricciones:	Cobertura de viajes,	
	tamaño de la secuencia,	
	políticas laborales, como por ejemplo,	
	horario de comida, descanso,	
	jornada laboral, tiempo de trabajo sin	
	descanso, entre otros.	
Salida:	Asignación conductor-secuencia.	

Tabla 1.4: Esquema general del problema de Asignación de Conductores (Ibarra-Rojas et al., 2015).

Frecuencias y Diseño de Horarios y, Asignación de Vehículos y Asignación de Conductores.

#### Objetivos específicos:

- Definir una formulación matemática para cada uno de los enfoques integrales en las cuales las decisiones estén asociadas a cada uno de los subproblemas involucrados en cada enfoque integral.
- 2. Definir una metodología de solución para cada uno de los enfoques integrales basada en metaheurísticos para obtener soluciones de calidad en un tiempo de cómputo razonable.
- 3. Realizar una experimentación para medir la calidad del algoritmo propuesto en comparación con el solver comercial CPLEX, usando diferentes tamaños de instancias.

# 1.3 Motivación

Dado que la metodología de solución para el problema global de diseño y planificación de los sistemas de transportes tiene un enfoque secuencial garantizando soluciones subóptimas, los enfoques integrales entre dos o más subproblemas son una herramienta eficiente para encontrar mejores soluciones que las obtenidas de forma secuencial. En este sentido, el enfoque integral entre horarios y frecuencias es una herramienta eficiente para obtener un nivel de servicio de calidad dado que estamos en el nivel de decisiones tácticas.

# Capítulo 2

# LITERATURA RELACIONADA

## 2.1 SINCRONIZACIÓN DE LÍNEAS

Un aspecto esencial e importante dentro de la planificación de los sistemas de transporte público es la idea de mejorar sustancialmente el nivel de servicio para los usuarios, en términos de tiempos de espera, tiempos de viaje, tiempos entre transferencias, entre otros. Para esto, existe una importante y difícil tarea de realizar: la sincronización o coordinación de diferentes líneas de tránsito.

Comúnmente, los usuarios del transporte público tienen múltiples opciones de líneas para llegar a su destino. En este caso, los usuarios pueden beneficiarse mediante una coordinación adecuada de estas líneas con la finalidad de reducir los tiempos de espera de abordar el primer bus. Por ejemplo, en la Figura 2.1 se muestran tres líneas de tránsito A, B y C compartiendo segmentos de ruta donde existen pasajeros con más de una ruta desde su origen hasta su destino, es decir, los pasajeros pueden ser beneficiados mediante una sincronización adecuada de las líneas. Este proceso de sincronización de grupos de líneas es un proceso difícil, debido a que depende de la frecuencia de las líneas, el tiempo de salida de los viajes, los tiempos de viaje desde el punto de partida de las líneas hasta los puntos de sincronización y métricas de sincronización a optimizar (Ibarra-Rojas and Muñoz, 2016).

La Figura 2.2 muestra una gráfica con una coordinación ideal para 3 líneas en el paradero de sincronización s, donde la separación de los tiempos entre las llegadas de las diferentes líneas son equidistantes.

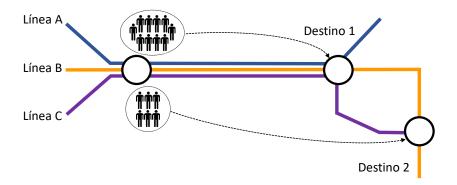


Figura 2.1: Ramificación de líneas A, B y C compartiendo la demanda de los pasajeros de dos pares origen-destino (Ibarra-Rojas and Muñoz, 2016).

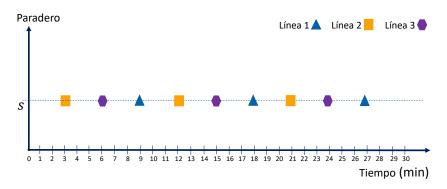


Figura 2.2: Coordinación ideal de tres líneas de tránsito que comparten paraderos en común.

Los problemas que implican la coordinación o sincronización de más de dos líneas son NP-díficil (Ibarra-Rojas and Rios-Solis, 2012), debido a que esta tarea depende de la frecuencia las líneas, flexibilidad en el horario de salida/llegada de los viajes, velocidades de los buses y la optimiación de métricas de sincronización.

La mayoría de los estudios existentes relacionados con la sincronización de líneas, están enfocados en mejorar los tiempos de espera en puntos de transferencia mediante la coordinación de líneas (por ejemplo Ceder et al., 2001; Eranki, 2004). En general, la sincronización de líneas en transferencia se refiere a la adecuada coordinación de los tiempos de salida y llegada de diferentes líneas a los paraderos que tengan en común o bien, zonas específicas de transferencia, con la finalidad de optimizar diferentes metricas que midan la calidad de la transferencia (tiempos de espera, número de pasajeros transferidos, eventos de sincronización, entre otros). Comúnmente, velocidades de buses y headways (diferencia de tiempos o separación entre dos viajes) constantes en cada periodo de planificación son

considerados como supuestos a nivel de decisiones tácticas. Por consiguiente, los tiempos de espera puede ser estimados en términos de los headways constantes asignados a cada línea mediante la representación de funciones no lineales (Yu et al., 2010; Szeto and Jiang, 2014). En este trabajo de tesis, se estudia un enfoque integral entre frecuencias y horarios considerando sincronización de grupos de líneas con paraderos en común, cuya finalidad es mejorar el nivel de servicio para los usuarios, en términos del tiempo de espera. Se propone una formulación matemática indexada en tiempo, lo que permite que el tiempo de espera sea expresado mediante funciones lineales.

Por otro lado, en el enfoque integral propuesto en este trabajo de tesis, se estudia un problema de cálculo de frecuencias considerando la sincronización de diferentes líneas de tránsito como uno de los objetivos principales, lo cual es raramente estudiado en la literatura (veáse resumen Guihaire and Hao, 2008). Existen pocos estudios en los cuales el problema de coordinación de líneas es considerado mientras se optimiza las frecuencias de las líneas de tránsito, por ejemplo, Shrivastava and Dhingra (2002) están enfocados en la coordinación de líneas de metro y buses para reducir los viajes realizados por servicios intermodales de transporte público y vehículos privados en estaciones de ferrocarril. En el estudio anterior, se presenta un algoritmo genético para resolver el problema no lineal cuya función objetivo considera el tiempo de espera entre transferencias entre estos dos servicios así como, el costo operacional asociado a los vehículos. Otro trabajo importante de frecuencias que hace énfasis en la sincronización de líneas es el de (Chowdhury and Chien, 2001), en el cual los autores enfocan el estudio hacia los eventos a sincronizar en un sistema intermodal. El problema de optimización determina la frecuencia para cada línea de tránsito y los "holdig time" en puntos de transferencia, minimizando costos operacionales así como la mejora del nivel de servicio, en términos del tiempo de espera entre transferencias y tiempo de espera en el vehículo de acuerdo con decisiones de "holdig".

En contexto del problema de horarios, existen numerosos trabajos que consideran la sincronización de líneas para mejorar el nivel de servicio de los usuarios. La sincronización de horarios aperiodicos que consideran más de tres líneas de transito en paraderos de transferencias es un problema NP-Díficil (Ibarra-Rojas and Rios-Solis, 2012); de modo

que la metodología de solución de estos problemas están basados en métodos heurísticos en vías de obtener soluciones de buena calidad (Gkiotsalitis and Maslekar, 2018).

Como se mencionó en el párrafo anterior, la sincronización de líneas en problemas de diseño de horarios ha sido estudiados en los últimos años, de modo que aparecen distintos enfoques de acuerdo con las características de los problemas en cuestión. Por ejemplo, entre las medidas de desempeño más comúnes destacan aquellas asociadas a, tiempos de espera entre transferencias (Chen et al., 2019; Wu et al., 2015), número de eventos de transferencia (Ceder et al., 2001; Guo et al., 2017), y cantidad de pasajeros transferidos (Kang et al., 2019b).

Recientemente, Wu et al. (2016) presentó un algortimo genético de ordenamiento de soluciones no dominadas para un problema multiobjetivo de re-sincronización de horarios para estudiar la compensación entre el número total de pasajeros beneficiados por transferencias y la desviación máxima de un horario establecido. Comúnmente, en problemas de horarios flexibles, se asume que los headways son constantes para cada línea, el horario de salida del primer viaje se realiza dentro de un intervalo de tiempo factible en cada periodo de planificación (Shafahi and Khani, 2010), cada viaje tiene asociado un intervalo de tiempo factible (Ibarra-Rojas et al., 2014; Ibarra-Rojas and Muñoz, 2016) y cotas en los headways para viajes consecutivos incluyendo aquellos pertenecientes a diferentes períodos de planificación (Ibarra-Rojas and Rios-Solis, 2012; Wu et al., 2016). Finalmente, las velocidades de los buses son comúnmente consideradas como constantes dentro de los periodos de planificación. Sin embargo, Ibarra-Rojas and Muñoz (2016) propone un problema de horarios que considera funciones para los tiempos de viaje dependientes del despacho, además se enfoca en sincronizar grupos de líneas en paraderos comunes en lugar de zonas de trasferencias. El objetivo principal es minimizar la desviación de headways ideales para grupos de líneas en puntos de sincronización ignorando los pasajeros que utilizan una sola línea. Cabe destacar que, el problema de horarios que se presenta en este proyecto de tesis está basado en el trabajo anterior y la mejora que se propone está encaminada optimizar el tiempo de espera para tomar el primer bus incluyendo flexibilidad en la frecuencia de cada línea considerando un conjunto de frecuencias factible para cada una de las líneas de tránsito.

La Tabla 2.2, muestra diferentes estudios relacionados con el problema de horarios considerando sincronización de líneas de tránsito.

Tabla 2.1: Estudios relacionados con el problema de horarios considerando sincronización

de líneas de tránsito.

Autores (año)	Sistema	Objetivo	Método de solución
Shafahi and Khani (2010)	Buses	Tiempo de espera	Algoritmo genético
		en transferencias	
Ibarra-Rojas y Rios-Solis	Buses	Número de	Búsqueda local
(2012)		sincronizaciones en	
		puntos de transferencia	
Wu et. al (2015)	Metro	Tiempo de espera	Algoritmo genético
		en transferencias	
Wu et. al (2016)	Metro	Pasajeros beneficiados	NSGA-II
Ibarra-Rojas et. al. (2016)	Buses	Número de	Búsqueda local iterada
		Sincronizaciones	
Ibarra-Rojas y Muñoz	Buses	Métricas de	Algoritmo genético
(2016)		sincronización	
Gkiotsalitis y Maslekar	Buses	Exceso en el tiempo	Algoritmo genético
(2018)		de espera	
kang et. al (2019)	Trenes	Número de pasajeros	Heuristica usando
		transferidos	MILP
Chen et. al (2019)	Trenes	Tiempo de espera	Algoritmo genético
		en transferencias	

En este proyecto de tesis, se presenta un problema de diseño de horarios en el cual considera la sincronización de grupos de líneas en paraderos comunes, con el fin de minimizar el tiempo de espera promedios en puntos de sincronización y el costo operacional en términos de la frecuencia de cada línea.

#### 2.2 Frecuencias y Horarios

En el nivel de decisiones tácticas dentro de la planificación de los sistemas de transporte público, se resuelven dos problemas importantes: Diseño de horarios y Cálculo de frecuencias. Estos problemas son de gran importancia porque están estrechamente relacionados con la mejora del servicio de calidad de dichos sistemas, con lo cual la integración entre el problema de diseño de horarios y cálculo de frecuencias puede conducir a una mejora considerable en el nivel de servicio para los sistemas de transporte.

Este enfoque integral ha sido ampliamente estudiado en sistemas de metro o trenes en comparación con sistemas de buses (veáse Guihaire and Hao, 2008; Schöbel, 2012). Por ejemplo, Shang et al. (2018) presenta un método binario de determinación variable y un algoritmo genético para determinar los tiempos de despacho y headways de todos los trenes en cada línea, minimizando el tiempo de viaje total de los pasajeros. Shrivastava et al. (2002) presenta un problema de optimización para obtener las rutas óptimas así como, el conjunto de frecuencias de las líneas de tránsito para coordinar los horarios de buses con los horarios existentes de trenes suburbanos considerando restricciones de carga, tamaño de la flota y cotas para loas headways en zonas de transferencia. El objetivo es minimizar una función de penalización considerando el tiempo de espera en eventos de transferencia. Se implementa un algoritmo genético para obtener soluciones factibles en tiempos de cómputo aceptables. Guo et al. (2017) aborda un problema de optimización de horarios de trenes en sistemas de metro considerando decisiones sobre la frecuencia de cada línea. Proponen un modelo de programación no lineal entero mixto para generar horarios óptimos y maximizar los eventros de sincronización entre transferencias e implementan un algoritmo híbrido eficiente basado en recocido simulado para obtener soluciones casi óptimas de manera eficiente.

En el contexto de sistemas de buses, Khani and Shafahi (2011) propone un modelo de programación no lineal para coordinar líneas de tránsito, el cual es descompuesto en dos submodelos: cálculo de horarios del despacho y cálculo de headways. La función objetivo consiste en optimizar el tiempo de espera entre transferencias y abordaje, además los autores implementan un algoritmo genético donde los headways y tiempos de despacho son definidos de forma secuencial. Ceylan and Ozcan (2018) presentan un problema de optimización/simulación bi-nivel para optimizar la suma ponderada de costos de usuarios y costos operacionales en el nivel superior, mientras que en el nivel inferior se resuelve un problema de asignación de pasajeros. Los autores implementan el método en un caso real en Turquía, mostrando una mejora del 9.8% en comparación con la operación de la red actual de buses. Finalmente, Avila-Torres et al. (2018) propone un modelo matemático para el Cálculo de frecuencias y el problema de horarios considerando demanda de pasajeros y tiempos de viaje inciertos. Los autores abordan el problema usando programación

HNDS-BRKGA

difusa para minimizar los costos operacionales, maximizar el número de eventos de sincronización entre diferentes líneas y minimizar el tiempo de espera entre transferencias para los pasajeros.

La Tabla muestra diferentes estudios relacionados con enfoques integrales entre el problema de diseño de horarios y cálculo de frecuencias considerando la sincronización de líneas.

Tabla 2.2: Estudios relacionados con el problema de horarios considerando sincronización de líneas de tránsito

de illicas de transito.			
Autores (año)	Sistema	Objetivo	Método de solución
Shrivastava et al. (2002)	Trenes	Tiempo de espera en transferencias	Algoritmo genético
Khani and Shafahi (2011)	Buses	Tiempo de espera en transferencias	Algoritmo genético
		y abordaje	
Guo et al. (2017)	Metro	Eventos de sincronización entre	Recocido simulado
		transferencias	
Ceylan and Ozcan (2018)	Buses	Costos operacionales	Harmony Search
Avila-Torres et al. (2018)	Buses	Costos operacionales, número de	Programación difusa

sincronizaciones y tiempo de espera entre transferencias

Tiempo de espera en puntos de

sincronización y costos operacionales

En la mayoría de los estudios, el tiempo de espera es calculado en puntos de transferencias, en el enfoque integral presentado en esta tesis, el tiempo de espera es calculado en puntos de sincronización para grupos de líneas. Además, determina los tiempos de despacho asumiendo frecuencias factibles, es decir, se define un enfoque parcialmente integrado.

# 2.3 Vehículos y conductores

Buses

El proceso de planificación de los sistemas de transporte público ha sido clasificado en tres nivele de decisión: estratégicas, tácticas y operacionales. En el último nivel, decisiones a corto plazo, el problema de Asignación de vehículos y el problema de Asignación de conductores, son resueltos, donde el itinerario de viajes programados es asignada tanto a los vehículos como a los conductores con la finalidad de ofrecer un servicio de calidad a bajo costo considerando restricciones operacionales y regulaciones laborales. De Acuerdo con Desaulniers and Hickman (2007), el problema de asignación de vehículos determina la pareja viaje-vehículo de forma que todos los viajes programados en un periodo de

Contribución

planificación sean cubiertos. Mientras, que el problema se asignación de conductores define las tareas diarias (secuencia de viajes) para cubrir todos los viajes programados, con la finalidad de optimizar alguna función. Adicionalmente, es importante considerar políticas de trabajo para los conductores tales como: jornada laboral, tiempo máximo sin descanso, descansos, horarios de comida, entre otros. Comúnmente, estos problemas son resueltos en forma secuencial, implementando algoritmos secuenciales iterativos. Generalmente, se determina la asignación de vehiculos a horarios previamente programados y luego, el problema de asignación de conductores es resuelto. Sin embargo, la integración de estos dos subproblemas (decisiones principales relacionadas con la asignación de conductores y asignación de vehículos) ha demostrado ser una herramienta eficiente para obtener soluciones de mejor calidad. En general, el enfoque integrado entre vehículos y conductores consiste en encontrar conjuntos de bloques de vehículos de costo mínimo y tareas (conjunto de viajes) del conductor de manera que cada viaje comercial y no comercial sea cubierto por un vehículo y conductor (Steinzen, 2007). Entre los diferentes enfoques integrales entre vehículos y conductores, es importante mencionar que existen estudios donde abordan un enfoque integral parcial, es decir, se apoyan de metodologías secuenciales para obtener soluciones del problema integral. Estos algoritmos iterativos estan basado en generación de columnas, relajaciones lagrangeanas o una combinación de ambos (por ejemplo Huisman and Wagelmans, 2006; Gintner et al., 2008; Borndörfer et al., 2008).

En general, el problema de asignación de conductores es NP-Difícil (Fischetti et al., 1989), por otro lado, el problema de Asignación de Vehículos considerando múltiples depósitos es también, NP-Difícil (Bertossi et al., 1987), por consiguiente el enfoque integral entre estos dos problemas involucrados en el proceso de diseño y planificación de los sistemas de transporte público es NP- Difícil.

El problema de asignación de vehículos y conductores puede ser clasificado en dos tipos: considerando un solo depósito y la versión con más de un depósito. Generalmente, el problema integral es abordado usando algoritmos de generación de columnas, relajaciones lagrangeanas, algoritmos de ramificación y corte, entre otros (Friberg and Haase, 1999; Haase et al., 2001; Freling et al., 2003). Por otro lado, en la versión múltiples depósitos, formulaciones matemáticas asociadas a cobertura de conjuntos, son consideradas para

garantizar que la secuencia de viajes de cada conductor sean asignadas a un solo vehículo. Por ejemplo, Mesquita et al. (2009) presenta una formulación que combina un modelo de flujo de múltiples productos con un modelo mixto de partición/cobertura de conjuntos y un algortimo "branch and price. es implementado para encontrar soluciones de buena calidad en instancias de gran tamaño. Otros estudios relacionados abordan el problema usando algoritmos heurísticos (Gintner et al., 2005), generación de columnas (Valouxis and Housos, 2002), algoritmos de ramificación y acotamiento (Mesquita and Paias, 2008), entre otros; con el propósito de encontrar soluciones de buena calidad para el enfoque integral.

Entre las diferentes metodologías de solución del problema integral, estan aquellos estudios basados en algoritmos heurísticos. Por ejemplo, Pepin et al. (2006) estudia un enfoque integral considerando formulaciones basadas en partición de conjuntos y presenta una comparación de cinco algortimos heurísticos, MIP CPLEX, relajaciones lagrangeanas, generación de columnas, "Large Neighborhood Search" (LNS por su siglas en inglés) combinado con generación de columnas y un algortimo de búsqueda tabú. Resultados experimentales muestran que el algoritmo de generación de columnas produce mejor calidad de soluciones en comparación con el resto de los algoritmos. La desventaja de este heurístico es el tiempo computacional, en caso contrario, el LNS obtiene soluciones de buena calidad en un tiempo de cómputo mucho menor que el resto de los algoritmos. Recientemente, Monnerat et al. (2019) aborda un problema de asignación generalizada para establecer una formulación matemática del problema integral que determina la mejor asignación de vehículos y conductores a los viajes planificados minimizando el costo total asociado a los vehículos en operación y los costos de Asignación de Conductores. Los autores desarrollaron una metaheurística que combina un algoritmo genético con el solver CPLEX. El algoritmo genético codifica cada cromosoma en un espacio de búsqueda en lugar de una solución individual. Otros estudios relacionados utilizan algoritmos exactos para resolver el problema integral como algoritmos de "branch and price" (Horváth and Kis, 2019), ramificación y corte (Domínguez-Martín et al., 2017), entre otros.

Como se ha mencionado anteriormente, existen diferentes funciones objetivos para el enfoque integral (costos operacionales, cantidad de conductores, número de vehículos, entre otros) con lo cual, los enfoques multiobjetivos son de gran importancia para el análisis de compensación entre los distintos objetivos que se aborden. Por ejemplo, Prata (2016) presenta un problema de cobertura de recursos múltiples y una metodología basada en algoritmos genéticos y un algoritmo híbrido que combina un algoritmo de selección con programación entera. La función objetivo maximiza el número de secuencias de trabajo cubiertas y minimiza los tiempos de ocio.

Otro punto importante en la planificación de la operación en sistemas de transporte público es la consideración de políticas laborales para los conductores, destacando jornada laboral, tiempo de descanso, horarios de comida, máximo tiempo de conducción sin descanso, entre otros. Por ejemplo, Rodrigues et al. (2006) presenta una estrategia híbrida combinando heurísticos para construir la dupla vehículo-conductores en el problema integral. En este estudio se considera un solo depósito y restricciones asociadas con vehículos y conductores para optimizar metricas asociadas con la jornada laobral, horas extra y tiempo de descanso.

Recientemente, Boyer et al. (2018) aborda el problema integral mediante un modelo de programación entera mixta basado en flujo en redes. Los autores consideran un solo depósito, características para los vehículos y políticas laborales para los conductores como, jornada laboral, tiempo de descanso (que pueden ser asignados en cualquier momento de la secuencia del conductor), tiempo de conducción máximo, tiempo extra, entre otros. Un algoritmo de búsqueda de vecindario variable para encontrar soluciones de buena calidad en tiempos de cómputo cortos. La función objetivo consiste en minimizar costos operacionales (en términos de cantidad de conductores, vehículos y kilómetros recorridos) y costos asociados a las políticas laborales (jornada laboral y tiempo extra). Por otro lado, Kang et al. (2019a) considera intervalos de tiempo para los horarios de comida y proponen una metodología basada en desigualdades válidas combinada con un método de búsqueda adaptativo para mejorar la eficiencia computacional.

En este proyecto de tesis, se propone una extensión del trabajo de Boyer et al. (2018) donde, dos depósitos en puntos extremos y líneas bidireccionales para representar los viajes, son considerados. Ambos problemas son resueltos simultáneamente es decir, las

principales decisiones son: asignación viaje-vehículo, viaje-conductor, vehículo-conductor. Además, se consideran políticas laborales para los conductores como por ejemplo, jornada laboral, tiempo de descanso, horas extra, entre otros. La función objetivo consiste en minimizar costos operacionales incluyendo número de conductores, cantidad de vehículos, jornada laboral y movimientos de los vehículos de acuerdo con los kilómetros recorridos. Se propone una formulación basada en flujo en redes y se desarrolla un algoritmo "Large Neighborhood Search" para obtener buenas soluciones del problema integral. En el algoritmo propuesto, se implementa un BRKGA para la construcción de una solución inicial factible la cual se mejora en las fases de destrucción y construcción del LNS.

#### Capítulo 3

# Problema integral: Frecuencias y Horarios

La integración de dos o más subproblemas involucrados dentro del diseño y planificación de los sistemas de transporte es una técnica eficiente para obtener soluciones de alta calidad en comparación con las soluciones obtenidas mediante metodologías secuenciales. En este trabajo de tesis se presenta un enfoque integral entre el problema de diseño de horarios y el cálculo de frecuencias donde se busca sincronizar grupos de líneas con paraderos en común de tal forma que el tiempo de espera y costos operacionales sea minimizado. En este capítulo se presenta a detalle la definición del problema de optimización y la formulación matemática considerando importantes características como funciones para los tiempos de viaje que dependen de los despacho, un conjunto de frecuencias factibles para cada línea y expresiones lineales para los tiempos de espera. Además se presenta la metodología de solución basada en algoritmos genéticos y resultados experimentales.

# 3.1 Descripción del problema integral

Para definir el problema integral entre Cálculo de Frecuencias y Diseño de Horarios se plantean lo siguientes supuestos:

- Características topológicas de la red de tránsito y demanda de usuarios conocida.
- Se considera una tasa de llegada de pasajeros para cada grupo de líneas a sincronizar en cada punto de sincronización.

- Se considera un solo periodo de planificación.
- Un conjunto de frecuencias factibles para cada línea de tránsito capaz de satisfacer la demanda de usuarios.
- Se consideran intervalos de tiempo factibles para cada uno de los tiempos de despacho de cada línea dependiendo de la frecuencia elegida.
- Funciones conocidas para los tiempos de viaje dependientes del tiempo de despacho.

De acuerdo a los supuestos anteriores, se define el problema de Cálculo de Frecuencias y Diseño de Horarios para la Sincronización de grupos de líneas con paraderos en común, el cual consiste en determinar la frecuencia y los tiempos de despacho para cada línea, minimizando el tiempo de espera promedio y costo operacional, tal que, una sola frecuencia elegida para cada línea y el horario garantiza una política de despachos casi regulares en términos de un parámetro de flexibilidad.

La función objetivo se define en términos del tiempo de espera y costos operacionales. Comúnmente, el tiempo de espera es calculado mediante expresiones no lineales, con lo cual no se garantiza optimimalidad global para el problema. En contraste, se propone una formulación indexada en tiempo, lo cual permite calcular el tiempo de espera mediante expresiones lineales, garantizando así, optimalidad global para el problema propuesto.

# 3.1.1 FORMULACIÓN MATEMÁTICA PARA EL PROBLEMA INTEGRAL.

A continuación se presenta la formulación matemática para el problema integral donde las decisiones principales están asociadas a la frecuencia de cada línea y el tiempo de despacho de cada uno de los viajes asociados a cada línea de tránsito.

#### Definición de conjuntos y parámetros:

- L: Conjunto de líneas en paraderos de sincronización.
- T: Periodo de planificación (en minutos).

- S: Conjunto de paraderos con grupos de líneas a sincronizar.
- L(s): Conjunto de líneas a sincronizar en el paradero  $s \in S$ . En caso de que existan conjuntos diferentes a sincronizar en el paradero s, esto puede ser modelado mediante la creación de copias de s (una por cada conjunto diferente).
- $F^l = \{f_1^l, f_2^l, \dots, f_{max}^l\}$ : Conjunto de frecuencias factibles (viajes por periodo) para cada línea l, donde  $f_{max}^l$  es la frecuencia máxima de la línea l.
- $D_i^l(f)$ : Intervalo de tiempo factible para el tiempo de despacho del viaje i de la línea l, si la frecuencia f es elegida. Un viaje se caracteriza por sus tiempos de despacho t y la línea correspondiente l, y es denotado como (l, t).
- $\tau_s^l(t)$ : Tiempo de recorrido del viaje (l,t) desde el punto de inicio hasta el paradero de sincronización s.
- $\lambda_s$ : Tasa de arribos (pax/min) en el paradero s para los pasajeros que pueden usar cualquier línea del conjunto L(s).
- $c^l$ : Costo operacional de la línea l.
- $sep_{tt's}^{ll'} = (t' + \tau_s^{l'}(t')) (t + \tau_s^{l}(t))$ : Tiempo de separación entre los arrivos (l, t) y (l', t') en el paradero s.
- $B_{tt's}^{ll'} = \{(l'', t'') : l'' \in L(s), t'' + \tau_s^{l''}(t'') \in (t + \tau_s^l(t), t' + \tau_s^{l'}(t'))\}$ : Conjunto de viajes  $(l'', t''), l'' \in L(s)$  cuyo arribo al paradero s está entre los tiempos de arribo de los viajes (l, t) y (l', t'), esto es  $t'' + \tau_s^{l''}(t'')$ .

El conjunto  $D_i^l(f)$  es definido como el intervalo de tiempo factible para cada despacho, el cual es propuesto en Ibarra-Rojas and Muñoz (2016). Para la construcción de este conjunto es necesario determinar la frecuencia f de cada línea l, el periodo de planificación T y un parámetro de flexibilidad  $\delta^l$ . La idea de definir el conjunto consiste en dado un headway ideal constante, el despacho pueda realizarse dentro de una ventana de tiempo definida por  $D_i^l(f)$ . El intervalo de tiempo factible para cada despacho es definido como:

$$D_i^l(f) = \left\lceil \left(i - 1 + \frac{1}{2}\right) \frac{T}{f} - \delta^l, \left(i - 1 + \frac{1}{2}\right) \frac{T}{f} + \delta^l \right\rceil$$
 (3.1)

Es importante señalar que, cuando  $\delta^l=0$  se define una política de despachos regular para la línea l. Sin embargo, esta política no garantiza un servicio regular en los paraderos de sincronización debido a que los tiempos de viaje a lo largo del periodo de planificación no son constantes.

Por otro lado, la definición del conjunto  $B_{tt's}^{ll'}$  es de suma importancia debido a que su función es identificar cuando dos viajes son consecutivos. La Figura 3.1 presenta un ejemplo para definir al conjunto  $B_{tt's}^{ll'}$ , en la cual se muestran tres viajes (l, t), (l', t'), y (l'', t'') con tiempos de arribos en el paradero s iguales a  $t + \tau_s^l(t), t' + \tau_s^l(t'), y t'' + \tau_s^l(t'')$ , respectivamente. El arribo  $t'' + \tau_s^l(t'')$  del viaje (l'', t'') en s está entre el tiempo de arribo de (l, t) y (l', t'), esto es, el viaje  $(l'', t'') \in B_{tt's}^{ll'}$ . Por otro lado, no existe un arribo entre  $t' + \tau_s^l(t')$  y  $t'' + \tau_s^l(t'')$  en el paradero s concluyendo que los viajes (l', t') y (l'', t'') son consecutivos.

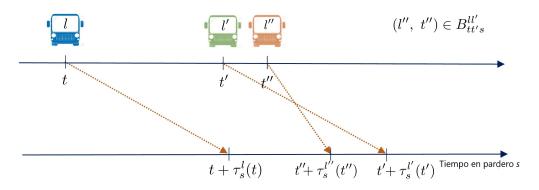


Figura 3.1: Ejemplo de parámetros, conjunto  $B^{ll'}_{tt's}$  para dos viajes (l,t) y (l',t') en el paradero s, y un viaje  $(l'',\ t'')$  en el conjunto  $B^{ll'}_{tt's}$ .

El parámetro  $sep_{tt's}^{ll'}$  representa el headway de los viajes (l, t) y (l', t') en el paradero s entonces el tiempo de espera puede ser estimado como  $\left(sep_{tt's}^{ll'}\right)^2\frac{\lambda_s}{2}$  (Ceder, 2007).

#### Variables de decisión:

Dado que se presenta un enfoque integral entre el cálculo de frecuencias y diseño de horarios, las decisiones principales están asociadas a la frecuencia de cada línea y los tiempos de despacho de cada viaje. Se consideran las siguientes decisiones:

$$y_f^l = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{Si la frecuencia } f \text{ es elegida para la línea } l. \\ 0 & \text{De otro modo.} \end{array} \right.$$

$$x_t^l = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{Si existe un viaje de la línea $l$ despachado en el tiempo $t$.} \\ 0 & \text{De otro modo.} \end{array} \right.$$

Además, para identificar si dos viajes (l, t) y (l', t') son consecutivos, se consideran las siguientes variables auxiliares:

$$w_{tt'}^{ll's} = \begin{cases} 1 & \text{si los arrivos } (l,t) \text{ y } (l',t') \text{ en paradero } s \text{ son consecutivos.} \\ 0 & \text{De otro modo.} \end{cases}$$

A continuación, se define el modelo matemático propuesto para el problema integral entre Cálculo de Frecuencias y Diseño de Horarios donde la medida de desempeño es mejorar el nivel de servicio (en términos del tiempo de espera) de los usuarios mientras se optimizan los costos operacionales (en términos de la frecuencia de cada línea). Es importante señalar que en este trabajo de tesis se presentan dos versiones del enfoque integral: Bi-objetivo y monobjetivo. En esta última versión se considera la suma ponderada del tiempo de espera promedio total y costos operacionales.

#### Formulación matemática para la versión bi-objetivo:

$$\min [g_1(\mathbf{w}), G_2(\mathbf{y})] \tag{3.2}$$

sujeto a:

$$\sum_{f \in F^l} y_f^l = 1 \qquad \forall l \in L \tag{3.3}$$

$$\sum_{t \in T} x_t^l = \sum_{f \in F^l} f y_f^l \qquad \forall l \in L$$
 (3.4)

$$\sum_{t \in D_i^l(f)} x_t^l \ge y_f^l - f_{max}^l \left( 1 - y_f^l \right) \qquad \forall l \in L, f \in F^l, i = 1, \dots, f$$
 (3.5)

$$\sum_{t \in D_i^l(f)} x_t^l \le y_f^l + f_{max}^l \left( 1 - y_f^l \right) \qquad \forall l \in L, f \in F^l, i = 1, \dots, f$$
 (3.6)

$$w_{tt's}^{ll'} \le x_t^l \qquad \forall l \in L \tag{3.7}$$

$$w_{tt's}^{ll'} \le x_{t'}^{l'} \qquad \forall l \in L \tag{3.8}$$

$$w_{tt's}^{ll'} \ge \left(x_t^l + x_{t'}^{l'} - 1\right) - \sum_{(l'', t'') \in B_{tt's}^{ll'}} x_{t''}^{l''} \qquad \forall l \in L$$
(3.9)

$$\left| B_{tt's}^{ll'} \right| w_{tt's}^{ll'} \le \left| B_{tt's}^{ll'} \right| - \sum_{(l'',t'') \in B_{tt's}^{ll'}} x_{t''}^{l''} \qquad \forall \ l \in L$$
 (3.10)

 $x, y, w \in \{0, 1\},\$ 

Donde 
$$g_1(\mathbf{w}) = \sum_{s} \sum_{L_k(s)} \sum_{l(t)} \sum_{l'(t)} w_{tt'}^{ll'_s} \left( sep_{tt'}^{ll'_s} \right)^2 \frac{\lambda_{L_k(s)}}{2} y G_2(y) : \sum_{l} \sum_{f \in F^l} fy_f^l c^l.$$

La función bi-objetivo 3.2 está definida por  $g_1(\mathbf{w})$  que representa el tiempo de espera promedio total y  $G_2(\mathbf{y})$  asociado al costo operacional en términos de la frecuencia.

En la función  $g_1(\mathbf{w})$ , si dos viajes (l,t) y (l',t') son consecutivos  $(w_{tt's}^{ll'}=1)$  entonces el tiempo de espera promedio de una persona coincide con el headway entre estos dos viajes  $(sep_{tt'}^{ll'_s})$ . Por otro lado, si  $\lambda_{L_k(s)}$  representa la cantidad de pasajeros que se encuentra en el paradero s esperando el primer bus, entonces el tiempo de espera promedio en total es  $w_{tt'}^{ll'_s} \left(sep_{tt'}^{ll'_s}\right)^2 \frac{\lambda_{L_k(s)}}{2}$  (Ceder et al., 2001). En la Figura 3.2 se muestra la definición de  $g_1(\mathbf{w})$ . Finalmente, la función  $G_2(\mathbf{y})$  se define como el producto del costo operacional y la frecuencia de la línea l si  $(y_f^l=1)$ .

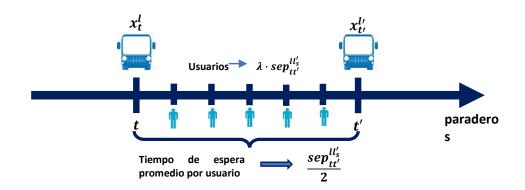


Figura 3.2: Definición del tiempo de espera promedio total en el paradero s.

En el modelo propuesto, definir las variables indexadas en tiempo y considerar funciones de tiempo de viaje dependiendo del despacho, permiten definir una aproximación del tiempo promedio de espera mediante expresiones lineales. En  $g_1(\mathbf{w})$ ,  $w_{tt'}^{ll'_s}$  es una variable de decisión mientras que  $\left(sep_{tt'}^{ll'_s}\right)^2 \frac{\lambda_{L_k(s)}}{2}$  es un parámetro que se puede calcular, dado que los tiempos de arrivo en cada paraderos se determinan a partir de las funciones conocidas  $\tau_s^l(t)$ . Por otro lado,  $y_f^l$  es una variable de decisión asociada con la frecuencia de la línea, f es un elemento del conjunto de frecuencias factibles y  $c^l$  es un parámetro que representa el costo operacional con lo cual,  $G_2(\mathbf{y})$  también es una función lineal.

Como se ha mencionado anteriormente, las decisiones principales del problema integral están asociadas a la frecuencia y a los tiempos de despacho de cada línea. Así mismo, las restricciones estan relacionadas con la existencia de los viajes, la frecuencia de la línea y la existencia de viajes consecutivos. A continuación se describen las restriciones defininas en el modelo de optimización.

La restricción (3.3) garantiza que solo una frecuencia del conjunto factible  $F^l$  sea elegida para cada línea l. Dada la frecuencia f de la línea l, esto es  $f_f^l = 1$ , la restricción (3.4) garantiza que el número de viajes de la línea l sea igual su frecuencia. Las desigualdades (3.5) y (3.6) se define para que el despacho se realize dentro del intervalo de factibilidad cuando la frecuencia f es elegida para la línea l. Por ejemplo, cuando  $y_f^l=0$ las restricciones anteriores son redundantes dado que  $f_{max}^l$  es el número máximo de viajes para la línea l. Mientras que cuando,  $y_f^l = 1$ , ambas restricciones garantizan una política de horarios casi regular definiendo un único viaje dentro del intervalo de factibibilidad  $D_i^l(f)$  de acuerdo con la frecuencia de la línea l, esto es  $\sum_{t \in D_i^l(f)} x_t^l = 1$ . Es importante mencionar que estas restricciones son las restricciones que integran tanto a la frecuencia como el horario. Las siguientes restricciones, de la (3.7) a la (3.10) son usadas para activar la variable w cuando dos viajes son consecutivos. Las restricciones (3.7) y (3.8) implican que si la variable w se activa entonces los viajes (l,t) y (l',t') son consecutivos y por tanto estos viajes deben existir, es decir  $x_t^l = x_{t'}^{l'} = 1$ . Anteriormente, se define el conjunto  $B_{tt's}^{ll'}$  donde los elementos son los viajes (l'', t'') cuyos arrivos suceden entre los tiempos de  $\sum_{(l'',t'')\in B^{ll'}_{tt's}} x^{l''}_{t''} = 0$ arrivo de los viajes (l,t) y (l',t'), si este conjunto es vacío, es decir, si entonces los viajes (l,t) y (l',t') son consecutivos. Las desigualdades (3.9) y (3.10) activan la variable  $w_{tt's}^{ll'}$  si y solo si no existe otro viaje cuyo arrivo se da entre los tiempos de arrivo

de (l,t) y (l',t'). Por ejemplo, si  $w_{tt's}^{ll'}=1$ . Por ejemplo, si  $w_{tt's}^{ll'}=1$  entonces  $x_t^l=x_{t'}^{l'}=1$  y (3.9) forza a que no exista otro viaje (l'',t'') cuyo arrivo se de entre los arrivos (l,t) y (l',t'). Por otro lado, la restricción (3.10) garantiza que cuando  $w_{tt's}^{ll'}=0$  exista un viaje (l'',t'') cuyo arrivo se encuentre entre los tiempos de arrivo de los viajes (l,t) y (l',t').

En la formulación anterior se verificó y validó usando el solver CPLEX para diferentes tamaños de instancias. En particular, usando una instancia pequeña y optimizando únicamente el tiempo de espera, se encontró que, en algunas líneas, la frecuencia óptima elegida era la frecuencia mínima, con lo cual los arribos de los viajes de cada línea en cada paradero se ubicaban en el centro del periodo de planificación, esto se conoce como efecto frontera. Es importante desatacar, que de manera intuitiva, al utilizar únicamente el tiempo de espera como función objetivo, se espera que para minimizar esta medida de desempeño, la frecuencia óptima para cada línea sea la frecuencia máxima, es decir, entre más viajes, menor es el tiempo de espera. La Figura 3.3 muestra un ejemplo para una instancia en la que se tomó como medida de desempeño solamente el tiempo de espera. Además, se calculó la solución usando la frecuencia máxima y usando la frecuencia óptima, en este último, la solución óptima muestra que la línea 0 tiene frecuencia 2 (frecuencia mínima). Se puede observar que cuando se utiliza la frecuencia máxima lo viajes se distribuyen al largo del periodo de planificación y la separación entre ellos es muy similar. Mientras que, en la solución óptima, los viajes se concentran en el centro del periodo de planificación y la separación entre ellos es variada.

De acuerdo con lo anterior, se mejoró la formulación matemática incluyendo el efecto frontera. Para esto, es necesario identificar el primer y último viaje en cada paradero de sincronización y de esta manera contabilizar el tiempo de espera considerando estos viajes. En la siguiente sección se presenta a detalle la formulación matemática considerando el efecto frontera.

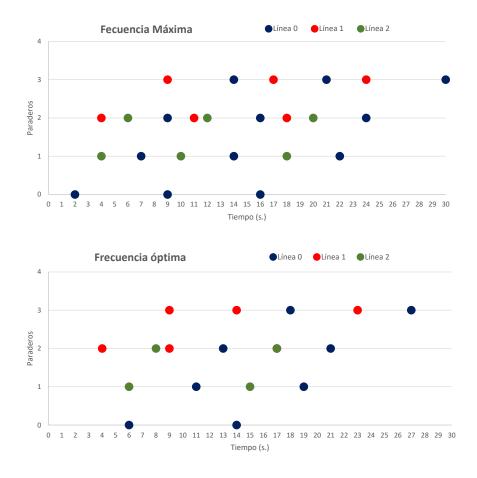


Figura 3.3: Ejemplo del efecto frontera para una instancia de 3 líneas y 4 paraderos de sincronización.

## 3.1.2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA CONSIDERANDO EL EFECTO FRONTERA.

De manera general, usando la formulación presentada en la sección anterior y considerando como medida de desempeño solamente al tiempo de espera, la solución muestra que los arribos en cada paradero se concentran en el centro del periodo de planificación, como se muestra en la Figura 3.4. Lo anterior, se debe a que no se ha considerada el tiempo de espera en los extremos del periodo de planificación con lo cual, es evidente que se tiende a reducir la separación entre estos viajes, y por ende, el tiempo de espera es reducido al considerar una frecuencia mínima.

Analizando la situación anterior, es necesario identificar el primer y el último arribo en cada paradero de sincronización para contabilizar el tiempo de espera de estos viajes, de manera que al minimizar este objetivo, los arribos se distribuyen de manera uniforme a lo largo del periodo de planificación.

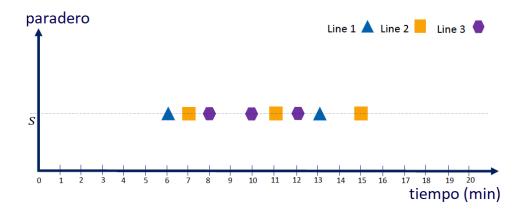


Figura 3.4: Efecto frontera considerando 3 líneas en un paradero de sincronización.

Para mejorar la formulación matemática, es necesario agregar el conjunto restricciones que modelan el efecto frontera. Como se ha mencionado anteriormente, es necesario agregar las variables de decisión que identifican el primer y el último arribo en cada paradero de sincronización  $(v_{ts}^l \ y \ u_{ts}^l)$  como sigue:

$$v_{ts}^{l} = \begin{cases} 1 & \text{si el viaje } (l,t) \text{ es el primer arrivo en el paradero } s \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$
 
$$u_{ts}^{l} = \begin{cases} 1 & \text{si el viaje } (l,t) \text{ es el último arribo en el paradero } s \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

El conjunto de restricciones asociados al efecto frontera son las siguientes:

$$v_{ts}^{l} \le x_{t}^{l} \qquad \qquad \forall \quad l \in L, t, s \tag{3.11}$$

$$u_{ts}^{l} \le x_{t}^{l} \qquad \forall \quad l \in L, t, s \qquad (3.12)$$

$$x_t^l - \sum_{(l',t')\in A_{ts}^l} x_{t'}^{l'} \le v_{ts}^l$$
  $\forall l \in L, t, s$  (3.13)

$$x_t^l - \sum_{(l',t')\in E_{ts}^l} x_{t'}^{l'} \le u_{ts}^l$$
  $\forall l \in L, t, s$  (3.14)

Donde las desigualdades (3.11) y (3.12) garantizan que el primer y último viaje en el paradero s corresponde al viaje (l,t). Por ejemplo, si  $v_{ts}^l = 1$  entonces el primer viaje en el paradero s es el viaje  $x_t^l$  de otro modo, la restricción es redundante. La restricción (3.13) está definida para identificar el primer arribo en el paradero s. Los elementos del conjunto  $A_{ts}^l$  son los viajes (l',t') cuyo arribo en el paradero s sea da antes del arribo (l,t). De forma similar, la desigualdad (3.14) define el último arribo al paradero s, donde  $E_{ts}^l$  es el conjunto de viajes (l',t') cuyo arribo al paradero s sucede después del arribo (l,t). Estas dos últimas restricciones son similares a las restricciones (3.7) a la (3.10) usadas para definir si dos viajes son consecutivos.

Finalmente, el tiempo de espera considerando el efecto frontera se calcula de la siguiente forma, similar al cálculo del tiempo de espera en la formulación anterior:

$$G_{1}(\mathbf{w}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) = g_{1}(\mathbf{w}) + \sum_{s \in S} \sum_{l \in L(s)} \sum_{t \in T} \left( \beta_{1} \mathbf{v}_{ts}^{l} \left( t + \tau_{s}^{l}(t) - H_{s} \right)^{2} + \beta_{2} \mathbf{u}_{ts}^{l} \left( t + \tau_{s}^{l}(t) - J_{s} \right)^{2} \right) \frac{\lambda_{s}}{2}$$

$$(3.15)$$

$$\text{Donde, } H_s = \min_{t \in [0,T], l \in L(s)} \left\{ t + \tau_s^l(t) \right\} \, \mathbf{y} \, J_s = \max_{t \in [0,T], l \in L(s)} \left\{ t + \tau_s^l(t) \right\}.$$

Cabe destacar, que la función objetivo sigue siendo una expresión lineal así como el conjunto de restricciones dado que  $\mathbf{v}_{ts}^l$  y  $\mathbf{u}_{ts}^l$  son variables de decisión y los términos  $H_s$  y  $J_s$  son escalares. Los parámetros  $\beta_1$  y  $\beta_2$  que aparecen en la función objetivo son utilizados para forzar a que los arribos sucedan a lo largo del periodo de planificación en lugar de concentrarse en el centro de este. Se realizó una experimentación preliminar, usando diferentes tipos de instancias, para elegir los valores adecuados de los parámetros  $\beta_1$  y  $\beta_2$  considerando solo el tiempo de espera como medida de desempeño, esto es  $G_1(\mathbf{w}, \mathbf{u}, \mathbf{v})$ .

En particular,  $\beta_1 = 1$  y  $\beta_2 = 1000$  permiten una mejor distribución de los tiempos de despacho y los tiempos de arribos en puntos de sincronización.

Para ejemplificar la experimentación, consideramos una instancia pequeña para mostrar el impacto de los parámetros  $\beta_1$  y  $\beta_2$  en el calendario. La Figura ??, muestra gráficos de tiempo-espacio para los tiempos de salidas y tiempos de arribos de los viajes para una instancia con las siguientes características y diferentes valores de  $\beta_1$  y  $\beta_2$ : Tres líneas, cuatro paraderos de sincronización y un período de planificación de 20 minutos. Finalmente, los conjuntos  $L = \{1, 2, 3\}$ ,  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $L(2) = \{1, 3\}$ ,  $L(3) = \{1, 2, 3\}$ ,  $L(4) = \{1, 2\}$ , y  $F^l = \{2, 3\}$ .

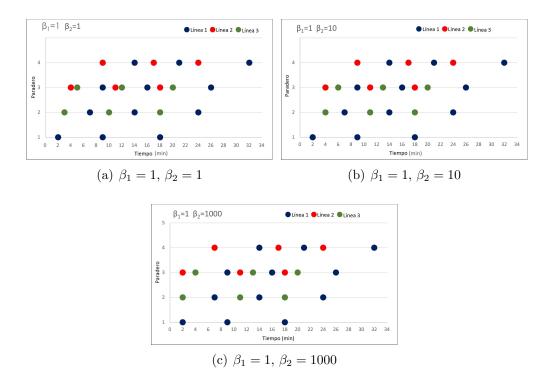


Figura 3.5: Efecto frontera con diferentes valores para  $\beta_1$  and  $\beta_2$ .

De acuerdo con las gráficas se puede observar que, los tiempos de separación entre las llegadas de la línea 2 y la línea 3 en la parada 3 en la Figura 3.5 (a) es menor en comparación con el caso de la Figura 3.5 (b), es decir, se podría obtener una mejor sincronización aumentando el valor de  $\beta_2$ . Por otro lado, la Figura 3.5 (b) muestra que los arribos en los paraderos 2 y 3 ocurren entre los minutos 4 y 26, mientras que en la Figura 3.5 (c) ocurren entre los minutos 2 y 26. Aún así, el primer arribo al paradero 4, ocurre

en el minuto 9 en la Figura (b), y en la Figura (c) ocurre en el minuto 7. Entonces, la distribución de viajes se ve beneficiada al incrementar el valor de  $\beta_2$ .

Finalmente, La formulación matemática para el problema integral considerando el efecto frontera se define como sigue:

$$\{\min[G_1(\mathbf{w}, \mathbf{u}, \mathbf{v}), G_2(\mathbf{y})] : (3.3) - (3.14), \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}, \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \{0, 1\}\}$$
(3.16)

La expresión  $G_1$  representa la función objetivo asociada al costo del tiempo de espera promedio total en paraderos de sincronización y  $G_2$  representan los costos operacionales en términos de la frecuencia elegida. El conjunto de restricciones se compone de las restricciones asociadas a la frecuencia, las relacionas con el diseño de horarios y las restricciones que modela el efecto frontera.

Resultados preliminares, con instancias de tamaño pequeño, muestran que la formulación es intratable mediante solver comerciales. En consecuencia, se propone un algoritmo genético basado en llaves aleatorias (BRKGA, por sus siglas en inglés) para obtener buenas soluciones. Se propone también, una metodología bi-objetivo para analizar el compromiso entre el tiempo de espera y costos operacionales mediante la obtención de una aproximación de la frontera de Pareto.

#### Capítulo 4

## Metodología de solución: BRKGA-HNDS

En este capítulo se presenta la metodología de solución para el problema integral entre frecuencia y horarios. Se estudian dos alternativas para obtener soluciones de buena calidad. Por un lado, se propone un BRKGA usando la suma ponderada del tiempo de espera promedio total y los costos operacionales totales en términos de la frecuencia de cada línea. Por todo lado, en la versión bi-objetivo, se propone un BRKGA combinado con un algoritmo de ordenamiento de soluciones no dominadas para obtener una aproximación de frente de Pareto. En consecuencia, se analizan dos escenarios de comparación entre soluciones:

- 1: Cplex y BRKGA usando una suma ponderada del tiempo de espera promedio total y costo operacional para evaluar la eficiencia de BRKGA
- 2: Aproximaciones de la frontera de Parento mediante BRKGA suma ponderada y BRKGA-HNDS, donde éste último utiliza un algoritmo de ordenamiento para obtener las soluciones no dominadas.

# 4.1 Biased Random Key Genetic Algorithm (BRKGA)

Los algoritmos genéticos son metaheurísticas que simulan el proceso evolutivo de una población es decir, están basados en el proceso de selección natural de supervivencia del individuo mejor adaptado al medio que lo rodea. Estos algoritmos son utilizado para encontrar soluciones óptimas o muy cercanas en problemas de optimización. En general, estos algoritmos codifican una solución a un problema específico en un simple cromosoma y mediante operadores de recombinación de estos cromosomas preserven la información crítica.

Los algoritmos genéticos funcionan de la siguiente manera: en el primer paso, se genera una población inicial de individuos, en donde cada individuo de la población se representa mediante un cromosoma. Luego, mediante un proceso de selección aleatoria se crea una población intermedia. En el tercer paso, a través del cruce (recombinación) y mutación aleatoria de los individuos de la población intermedia, se crea la siguiente población. En esta etapa, el operador de cruzamiento crea nuevas soluciones combinando dos individuos diferentes de la solución actual (población actual). El proceso de pasar de una población otra constituye una generación de la ejecución del algoritmo genético. Es importante destacar que los procesos de selección, cruce y mutación son aplicados para generar nuevos individuos para producir generaciones donde el individuo más apto es parte de la nueva solución de acuerdo con una función "fitness" (Whitley, 1994). Este proceso se repite de forma iterativa hasta cumplir un criterio de parada, por ejemplo: número de iteraciones, función fitness, entre otros. La Figura 4.1 muestra el diagrama de flujo de un algoritmo genético simple.

Existen diferentes variantes de algoritmos genéticos en particular, el Algoritmo Genético de Llaves Aleatorias sesgado (Biased Random Keys Algorithm, BRGKA) es un algoritmo elitista, el cual mantiene las mejores soluciones (grupo élite) en cada iteración y la descendencia producida, mediante el operador de cruzamiento, tiene más probabilidades de heredar características de soluciones del grupo élite.

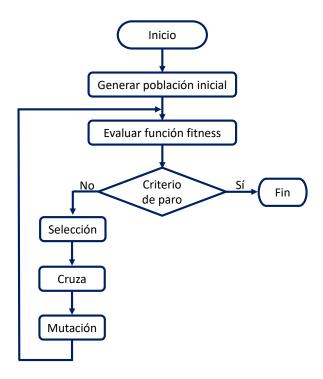


Figura 4.1: Diagrama de flujo del algoritmo genético.

A diferencia de los algoritmos genéticos convencionales, BRKGA utiliza un vector de números aleatorios reales dentro del intervalor [0,1) para representar la solución, llamado llave aleatoria. Esta llave o solución se decodifica en una solución factible mediante un algoritmo decodificador, llamado Decoder. Cabe destacar que una diferencia importante con respecto a los algoritmos genéticos es que, BRKGA siempre mantiene una solución factible en cada iteración.

Dentro del proceso de BRKGA existen dos tipos de módulos: el módulo independiente y el dependiente. El módulo independiente se refiere a los procesos que son independientes del problema de optimización, por ejemplo, los operadores de selección, cruza y mutación. Por otro lado, el módulo dependiente considera los procesos que son dependientes del problema de optimización, es decir, la factibilidad de la solución. En este módulo, el algortimo de decodificación toma un rol muy importante, dado que se encarga de la decodificación del cromosoma (llave aleatoria). El algoritmo de decodificación o decoder, es una función que mapea el espacio de llaves aleatorias al espacio de soluciones factibles del problema de optimización.

El funcionamiento de BRKGA es como sigue. En la primera etapa, se generan los vectores de llaves aleatorias que conforman la solución, se decodifican mediante el decoder para asegurar que las soluciones pertenecientes a la población sean factibles. Luego, se evalúan los individuos mediante la función fitness. Dado que BRKGA es un algoritmo elitiste, se divide la población en soluciones élite (mejores soluciones) y no élite (resto de la población), en términos de la función fitness. Como siguiente paso, se realiza la selección de padres para la cruza de soluciones, eligiendo un individuo del grupo élite y otro del grupo no élite, donde las soluciones del grupo élite tienen una mayor probabilidad de heredar sus características a la solución hijo. Por otro lado, la mutación se realiza introduciendo un pequeño número de nuevos vectores de llaves aleatorias a la población. Finalmente, el nivel de desempeño de cada individuo se realiza mediante la evaluación de la función fitness. El proceso se repite hasta que se cumple alguna condición de paro (Gonçalves and Resende, 2011). El diagrama de flujo de BRKGA se muestar en la Figura 4.2.

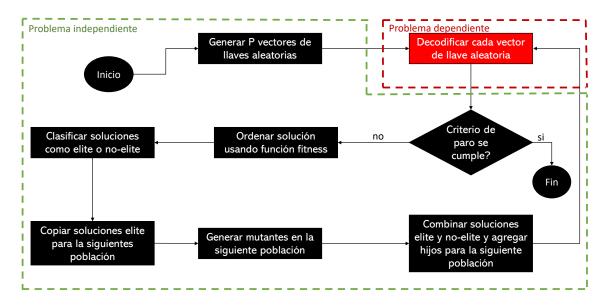


Figura 4.2: Diagrama de flujo de BRKGA (Gonçalves and Resende, 2011).

Como se ha mencionado anteriormente, el algoritmo decodificador toma un papel importante en el BRKGA, dado que se encarga de convertir un cromosoma en una solución factible del problema de optimización y calcular su desempeño mediante la función fitness. Asimismo, el Decoder es el único módulo del BRKGA que requiere información o

conocimiento del problema de optimización para realizar la conversión del cromosoma en una solución factible del problema.

Es importante puntualizar que en el enfoque integral de frecuencias y horarios, las decisiones principales radican en elegir la frecuencia de cada línea así como el horarios de los despachos con lo cual, los elementos del cromosoma están estrechamente ligados a estas decisiones.

El algoritmo decodificador recibe un cromosoma de tamaño igual al número de líneas de tránsito más el producto del número de líneas y la frecuencia máxima del conjunto de frecuencias factibles. En la llave aleatoria  $\mathbf{r}=(r_1,\ r_2,\cdots,\ r_n),$  con  $n=|L|+(|L|\ f_{max}^l),$  los primeros L elementos definen la frecuencia cada línea mediante el cálculo  $f(l) = \lceil r_l | F^l \rceil$ . Así,  $y_{f(l)}^l = 1$  significa que la línea l tiene frecuencia igual f(l) donde f(l) es elemento del conjunto de frecuencias factibles. El resto de los elementos del cromosoma definen los tiempos de despacho en función de la frecuencia factible y de los intervalos de factibilidad. Para definir el tiempo de despacho, primero se crean los intervalos de factibilidad  $D_i^l(f(l))$ en función de la frecuencia luego, de forma aleatoria, se calcula el despacho mediante el cálculo  $t = \lceil r_k |D_i^l(f(l))| \rceil$ , de esta forma  $x_t^l = 1$ . Finalmente se calcula la función fitness para medir el desempeño del cromosoma. En este trabajo se proponen dos versiones de BRKGA para comparar la calidad de soluciones obtenidas por este algoritmo: la versión mono-objetivo y la versión bi-objetivo. En la versión mono-objetivo se considera la suma ponderada del tiempo de espera promedio y costos operacionales como función fitness y en la versión bi-objetivo, se utiliza el tiempo de espera y costos operacionales como funciones individuales, creando aproximaciones de frentes de Pareto.

A continuación se presenta el pseudocódigo del algoritmo decodificador 1 propuesto, el cual convierte un cromosoma en una solución factible del problema integral.

#### Algorithm 1: $Decoder(\mathbf{r})$

Datos de entrada: Cromosoma  $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n), \text{ con } n = |L| + (|L| f_{max}^l);$ 

for (l = 1 to |L|) do

Fijar  $\mathbf{y}_{\mathbf{f}(\mathbf{l})}^{\mathbf{l}} = 1$ , donde f(l) es la posición del elemento  $\lceil r_l | F^l | \rceil$  en  $F^l$ ;

for (i = 1 to f(l)) do

Calcular la posición  $k = |L| + \sum_{l'=1}^{l-1} f_{max}^{l'} + i$  del cromosoma  $\mathbf{r}$ ;

Sea t la posición del elemento  $\lceil r_k | D_i^l(f(l)) | \rceil$  en el conjunto  $D_i^l(f(l))$ ;

Definir el tiempo de despacho para el *i*-ésimo viaje de la línea l como t, esto es, definir  $\mathbf{x_t^l} = 1$ ;

Calcular los tiempos de arribo para los viajes y los tiempos de espera de los pasajeros en los paraderos S;

Datos de salida: función fitness;

#### 4.2 Ejemplo del decoder

En esta sección se presentan algunos pasos de este algoritmo decodificador con la finalidad de mostrar su funcionamiento. Para ello se considera un ejemplo considerando 3 líneas, 4 paraderos con sincronización y un periodo de planificación de veinte minutos.

Se consideran las siguentes características:  $(L = \{1, 2, 3\})$ ,  $(S = \{1, 2, 3, 4\})$ , T = 20 minutos,  $F^l = \{2, 3\}$  para cada línea  $l \in L$  y los costos operacionales para cada una de las líneas es de 200. Como se puede observar la frecuencia máxima en el conjunto de frecuencias factibles  $F^l$  es  $f^l_{max} = 3$ , entonces el tamaño del cromosoma está dado por  $n = |L| + (|L| f^l_{max}) = 3 + 3 (3) = 12$ . A continuación se presentan los siguientes pasos en el Decoder 1:

lacktriangle Primero, se genera la llave aleatoria (cromosoma) cuyo tamaño es n=12, Por ejemplo:

 $\mathbf{r} = (0.54, 0.25, 0.60, 0.54, 0.42, 0.64, 0.43, 0.89, 0.96, 0.38, 0.79, 0.52).$ 

- Luego, la frecuencia es asignada a cada línea. Dado que |L|=3, las primeras tres posiciones en el cromosoma  $\mathbf{r}$  representan la posición de la frecuencia en cada uno de los conjuntos  $F^1$ ,  $F^2$ ,  $F^3$  que se asignará a cada una de las líneas. Para la línea l=1, la posición en el conjunto  $F^1$  es calculada como  $\lceil r_1|F^1|\rceil = \lceil (0.54)(2)\rceil = 2$  es decir, la frecuencia asignada a la línea 1 es 3 (3 está en la posición 2 de  $F^l$ ). De forma similar,  $r_2=0.25$  entonces la frecuencia de la línea 2 es 2 y dado que  $r_3=0.60$  la frecuencia de la línea 3 es 3. Formalmente significa que  $y_3^1=1$ ,  $y_2^2=1$  y  $y_3^3=1$ .
- Una vez que las frecuencias son asignadas a cada una de las líneas, el paso siguiente es calcular los tiempos de despacho. Los elementos  $r_{|L|+1}, \cdots, r_n$  son utilizados para calcular los tiempos de despacho para todos los viajes y estos deben estar definidos dentro de los intervalos de factibilidad  $D_i^l(f)$ . Para la línea l=1 con frecuencia 3 y el viaje i=1, el conjunto de tiempos de despacho factibles es calculado usando la relación (3.1) por lo tanto, el viaje i=1 puede ser despachado en cualquier tiempo dentro de  $D_1^1(3) = \{2,3,4\}$  (los tiempos de despacho son discretos). Para elegir el tiempo de despacho, se calcula la posición de este en  $D_1^1(3)$  como  $\lceil r_4|D_1^1(3)|\rceil = (0.54)3 = 2$ , entonces el primer viaje de la línea 1 sucede en el minuto 3, es decir,  $x_3^1 = 1$ . De forma similar se calculan los tiempos de despacho de todos los viajes de todas las líneas. La Tabla 4.1 muestra un resumen de los tiempos de despacho de todos los viajes.
- Una vez calculado lo anterior, se calcula la función fitness en términos de los tiempos de arribos en cada paradero de sincronización.

En la siguiente sección se presenta la versión bi-objetivo de BRKGA para el enfoque integral entre frecuencias y horarios.

#### 4.3 BRKGA COMBINADO CON HNDS

Existen numerosos problemas de optimización en los cuales la medida de desempeño se conforma por dos o mas funciones objetivo. A partir de esta idea nacen los problemas

$\overline{l}$	f	i	$D_i^l(f(l))$	$r_k$	Posición	Despacho
					en $D_i^l(f(l))$	
		1	$D_1^1(3) = \{2, 3, 4\}$	$r_4 = 0.54$	2	3
1	3	2	$D_2^1(3) = \{9, 10, 11\}$	$r_5 = 0.42$	2	10
		3	$D_3^1(3) = \{15, 16, 17\}$	$r_6 = 0.64$	2	16
2	2	1	$D_1^2(2) = \{4, 5, 6\}$	$r_7 = 0.43$	2	5
2	2	2	$D_3^2(2) = \{14, 15, 16\}$	$r_8 = 0.89$	3	16
		1	$D_1^3(3) = \{2, 3, 4\}$	$r_{10} = 0.38$	2	3
3	3	2	$D_2^3(3) = \{9, 10, 11\}$	$r_{11} = 0.79$	3	11
		3	$D_3^3(3) = \{15, 16, 17\}$	$r_{12} = 0.52$	2	16

Tabla 4.1: Intervalos para los despachos dependientes de la frecuencia de cada línea.

multiobjetivo. Generalmente, estas funciones entran en conflicto. Por ejemplo, el enfoque integral entre frecuencias y horarios, donde minimizar el tiempo de espera implica un aumento del costo operacional y viceversa. En estos casos, no es posible encontrar una única solución si no que se obtiene un conjunto de soluciones donde los objetivos son satisfechos en un grado aceptable dependiendo del tomador de decisiones Sawaragi et al. (1985). A menudo, la optimización multiobjetivo es la encargada de obtener y analizar este conjunto de soluciones mediante diferentes técnicas o algoritmos. En esta tesis, se propone una versión del BRKGA para obtener este conjunto de soluciones en vías de analizar el compromiso entre el tiempo de espera y costo operacional.

En general, un problema de optimización multiobjetivo consiste en encontrar un vector un vector de variables de decisión que cumpla un conjunto de restricciones y que optimice un conjunto de funciones objetivo y puede escribirse comoSawaragi et al. (1985); Collette and Siarry (2004):

$$\{\min[\mathcal{F}(X) = \mathcal{F}_1(X), \mathcal{F}_2(X), \dots, \mathcal{F}_n(X)]: h_j(X) \le 0, j = 1, \dots, m, X \in \mathcal{X}\}$$
 (4.1)

Donde  $\mathcal{F}_n$  representan las funciones objetivo y  $g_j$  representan las restricciones del problema. Como se ha mencionado anterior mente, el objetivo de optimizar un problema multiobjetivo consiste en encontrar el conjunto de soluciones no dominadas llamado frente de Pareto. Se dice que una solución B domina a otra A, si B es al menos tan bueno como A con respecto a cada objetivo y estrictamente mejor que A con respecto a al menos un objetivo.

Formalmente, un punto  $X* \in \mathcal{X}$  es un óptimo de Pareto si y solo si no existe otro  $X \in \mathcal{X}$  tal que  $\mathcal{F}_i(X) \leq \mathcal{F}_i(X*) \; \forall \; i=1,2,\ldots,k$  y que  $\mathcal{F}_i(X) < \mathcal{F}_i(X*)$  para al menos algún i, ver Figura 4.3.

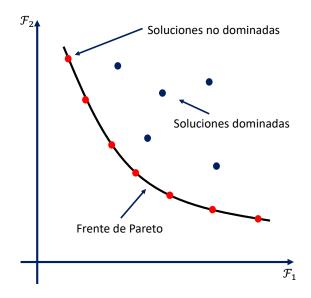


Figura 4.3: Gráfico que representa las soluciones dominadas y no dominadas. (Gonçalves and Resende, 2011).

El frente de Pareto está compuesto por los puntos óptimos de pareto, las cuales son las mejores soluciones para el problema o bien, es el conjunto de soluciones que dominan a cualquier otra solución del espacio de soluciones (ver Figura 4.3). Es importante mencionar que el proceso de encontrar el frente de Pareto no es sencillo. Por esta razón, existen diferentes métodos que permiten encontrar el frente de Pareto o una aproximación del mismo, entre los cuales destacan los algoritmos basados en sumas ponderadas, algoritmos genéticos, heurísticas, entre otros.

Los algoritmos evolutivos son una herramienta adecuada para la exploración del espacio de diseño para soluciones óptimas de Pareto en un tiempo razonable Zitzler and Thiele (1999). Por ejemplo, SPEA's, NSGA's, Niched Pareto, entre otros. En particular, los algoritmos basados en ordenamiento de soluciones no dominadas, NSGA, se basan en la clasificación previa de los puntos de acuerdo con la dominancia de Pareto, antes de realizar la selección de los individuos. Luego, a todos los puntos no dominados de la

población, se les asigna un mismo valor de aptitud, se selecciona todas las soluciones no dominadas de la población y las asigna al primer frente o bien, el frente de rango 1. Se selecciona todas las soluciones no dominadas de las soluciones restantes y se asignan a un segundo frente o el frente de rango 2. Se repite el proceso anterior hasta que todos los puntos o solucines hayan sido asignados a un frente Deb et al. (2002). En general, un algoritmo de ordenamiento de soluciones no dominadas consiste en definir una partición  $\mathcal{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  para un conjunto X de soluciones factibles, tal que las soluciones en cada conjunto  $X_i \subset X$  son no dominadas, y todas las soluciones en el conjunto  $X_i$  son dominadas por al menos una solución en  $X_{i'}$  con i' < i (ver Figura 4.4).

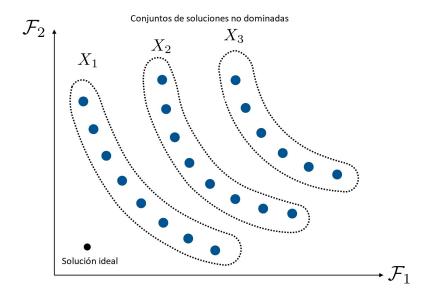


Figura 4.4: Ejemplo de conjuntos de soluciones no dominadas obtenidas mediante un algoritmo de ordenamiento de soluciones no dominadas.

Es importante mencionar que aquellos puntos con mayor clasificación (frente de mayor rango) tienen mayor probabilidad de reproducirse en la siguiente generación (elitismo) y, además, la existencia de conjuntos de puntos que comparten el mismo valor de la función de aptitud, garantiza la diversidad de soluciones.

Como cualquier otro algoritmo de ordenamiento, se deben realizar numerosas comparaciones entre soluciones, resultando muchas de ellas redundantes. En vías de reducir el número de comparaciones necesarias para obtener las relaciones correctas de dominancia entre soluciones, existen versiones mejoradas de este algoritmo de ordenamiento. Por ejemplo, algoritmo de ordenamiento rápido de soluciones no dominadas, el cual compara cada solución entre sí y almacena los resultados para evitar duplicidad de comparaciones. Otro ejemplo es NSGA-II, el cual aumenta su eficiencia al incorporar el concepto de elitismo y un operador de comparación (crowding) en función de la proximidad de soluciones alregededor de cada uno de los puntos de la población. El principio de Arena es otra estrategia eficiente para reducir el tiempo de ejecución del algoritmo de ordenamiento, el cual selecciona una solución A de la población al azar y la compara con otra solución B, si A domina a B, la solución B se elimina de la población; si son mutuamente no dominantes se almacena en un conjunto; si A no domina a B, la solución A se reemplaza por B y las comparaciones continúan hasta que se hayan comparado todas las soluciones de la población. Finalmente, A será una solución no dominada, y se coloca en el conjunto de soluciones no dominadas. El proceso anterior se repite hasta que no haya soluciones con las cuales comparar Bao et al. (2017).

En este trabajo de tesis, se implementa un algoritmo jerárquico de ordenamiento de soluciones no dominadadas (Hierarchical Non-Dominated Sorting, HNDS) que utiliza precisamente una jerarquía de soluciones para determinar el frente uno por uno. Este algoritmo fue desarrollado por Bao et al. (2017) y es más eficiente que otros algoritmos de ordenamiento comunes debido a que puede evitar una serie de comparaciones duplicadas. Las principales ventajas de este enfoque radican en su capacidad para obtener rápidamente un individuo no dominado en cada ronda de comparación y su tecnología para distinguir rápidamente entre soluciones que pertenecen a diferentes frentes. Además, dado que hay un orden en las soluciones, una solución puede dominar a cualquiera de las soluciones siguientes, pero nunca puede ser dominada por ninguna de ellas, esto significa que cuanto antes aparezca una solución en la lista ordenada, más soluciones podrá dominar. Lo anterior es muy conveniente ya que si comparamos la primera solución con todas las soluciones sucesivas una por una y descartamos las dominadas por la primera solución, se puede reducir el número de comparaciones objetivas necesarias tanto como sea posible.

Dado un problema de optimización cuyo objetivo es minimizar un conjunto de funciones,  $\mathcal{F}_1$ ,  $\mathcal{F}_2$ , ...,  $\mathcal{F}_k$ , la idea principal de este algoritmo es la clasificación estratégicamente creciente en términos del valor de la primera función objetivo. La figura 4.5 muestra el

funcionamiento del algoritmo. Primero clasifica todas las soluciones en el conjunto Q en orden ascendente de acuerdo con la primer función objetivo, con lo cual se puede obtener las siguientes conclusiones:

- (i) La primera solución en la lista ordenada de X es no dominada.
- (ii) No importa la cantidad de funciones objetivo, siempre es posible obtener una solución no dominada comparando solo los valores del primer objetivo de las soluciones.
- (iii) Existen dos posibles relaciones entre dos soluciones: o la solución anterior domina a la siguiente o ambas son mutuamente no dominadas.
- (iv) Una solución anterior nunca puede ser dominada por ninguna solución sucesiva. Esto significa que, cuanto antes aparezca una solución en la lista ordenada, más soluciones puede dominar.
- (v) Dado que todas las soluciones han sido ordenadas de acuerdo con el valor de la primer función objetivo, solo es necesario comparar con las k-1 funciones objetivos restantes para determinar sus relaciones de dominancia.

Esta estrategia de comparación puede continuar hasta que hayan sido ordenadas todas las soluciones de una población. Para realizar el mecanismo de comparación, las soluciones que no estén dominadas por la primer solución deben transferirse a la siguiente ronda de acuerdo con su orden actual. Por ejemplo, en la primera ronda de comparación, la solución 3 es la primera solución que no está dominada con la solución 6, por lo que se clasificará en primer lugar en la segunda ronda de comparaciones; la solución 18 es la segunda que no está dominada con la solución 6, por lo que se clasificará en segundo lugar en la segunda ronda de comparación. Si también es la primera solución no dominada con la solución 3 en la segunda ronda de comparación, se clasificará en primer lugar en la tercera ronda de comparaciones. De esta forma, la primera solución en cada ronda de comparación es siempre una solución no dominada. Además, acuerdo con las soluciones ordenadas, HNDS comienza a determinar comienza a determinar los frentes uno por uno.

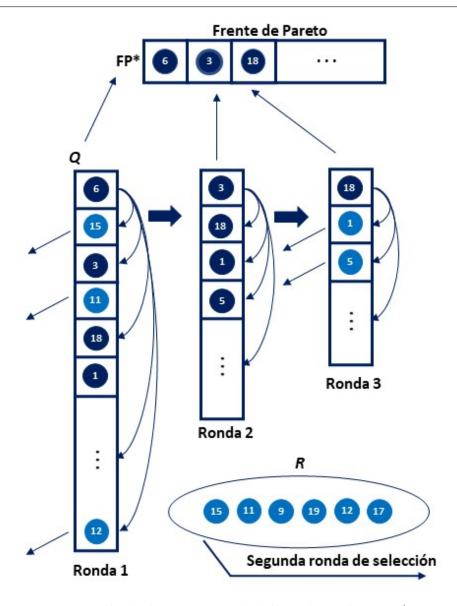


Figura 4.5: Representación de la estrategia de búsqueda jerárquica (Bao et al., 2017).

Basado en lo anterior, HNDS determina los frentes de las soluciones, uno por uno, en forma creciente de acuerdo al prime objetivo. Al inicio de cada interación, HNDS asigna la primer solución de Q al frente actual. Luego, compara el primer individuo con las soluciones sucesivas una, una por una; si una solución subsiguiente no está dominada por la primera, se moverá para eal conjunto ND (soluciones no dominadas) para la siguiente ronda de comparación; si está dominado por el primero, se moverá al conjunto R para la determinación del siguiente frente. En este proceso, las soluciones que se mueven al conjunto R no implican operaciones de ordenación, mientras que las soluciones que no están dominadas con el primero deben transferirse al conjunto ND de acuerdo con su

orden original. En general, se implementan, iterativamente, los siguientes pasos iterativos para generar los Frentes de Pareto:

- 1 Agregar la primer solución  $x^* \in X$  al conjunto  $X_i$ .
- 2 Actualizar el conjunto  $X = X \{x^*\} Q$ , donde el conjunto  $Q \subset X$  contiene la soluciones dominadas por  $X_i$ . En este paso, si  $X = \emptyset$  significa que  $X_i$  está completamente definido entonces, se actualizan los conjuntos X = Q y  $Q = \emptyset$ .
- 3 Ordenar el conjunto X de acuerdo con la primer función objetivo. Se repite el proceso para definir el siguiente conjunto  $X_{i+1}$

En el caso de que las soluciones en el conjunto  $X_i$  sean matemáticamente incomparables, las soluciones se ordenan usando "crawding distance" para asegurar la diversidad de soluciones en la aproximación del frente de Pareto Roque et al. (2012).

Como se ha mencionado anteriormente, se utilizará un BRKGA multiobjetivo donde el algoritmo usado para ordenar el conjunto de soluciones no dominadas es HNDS. BRKGA multiobjetivo funciona de manera similar que BRKGA monobjetivo. Se genera una población inicial de llaves aleatorias, se implementa el algoritmo decodificador para convertir el cromosoma en una solución factible y se evalúa el desempeño del inviduo mediante la función fitness. Se realiza la selección, cruzamiento y mutación para generar la nueva población, donde la selección asegura que un de los padres provenga del subconjunto que contiene a las mejores soluciones de la población (elitismo). La nueva población se ordenda usando HNDS lo que conduce a determinar varios niveles en los frentes de pareto. En el primer nivel, se eligen los individuos no dominados de la población combinada. El segundo nivel corresponde a un frente que contiene individuos solo dominado por los individuos del frente de primer nivel. Todos los demás niveles se definen de manera similar, es decir, en cada nivel se obtiene un frente que contiene individuos dominados por todos los frentes anteriores no dominados. En la Figura 4.6 se muestra el diagrama de flujo del BRKGA combinado con HNDS.

En la siguiente sección se presenta la experimentación y el análisis de resultados toda vez que se implementaron los algoritmos presentados en esta sección.

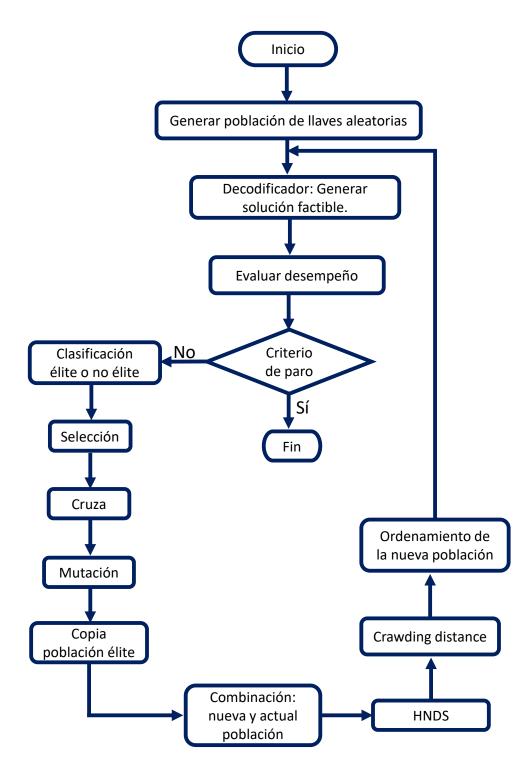


Figura 4.6: Diagrama de flujo de BRKGA combinado con HNDS Roque et al. (2012).

#### Capítulo 5

#### Resultados experimentales

En esta sección, se muestra los resultados experimentales obtenidos mediante la implementación del solver CPLEX y los algoritmos metaheurísticos para la versión monobjetivo y biobjetivo del enfoque integral entre frecuencias y horarios. En particular, la primera etapa experimental es una comparación entre CPLEX y BRKGA en la versión monobjetivo para evaluar la eficiencia de la metaheurística. La segunda etapa experimental es una comparación entre BRKGA-HNDS y BRKGA considerando una variación estratégica de pesos para obtener dos aproximaciones del frente de Pareto. Finalmente, discutimos el compromiso entre la minimización de la medida del tiempo de espera y los costos operacionales.

#### 5.1 Generación de instancias

Para validar la formulación matemática propuesta para el enfoque integral entre Frecuencias y Horarios, se diseñó un generador de instancias basado en la simulación de un corredor de tránsito (o un segmento de un corredor) con diferentes tipos de líneas: regular, paraderos limitados y de vuelta corta. Dado un número de líneas, un periodo de planificación y número de paraderos, el generador de instancias elige de forma aleatoria el tipo de línea e tránsito y los paraderos cubiertos por la misma.

En la Figura 5.1 se muestra un corredor on 12 paraderos y tres líneas de tránsito: regular (línea 1), paraderos limitados (línea 2) y de vuelta corta (línea 3). Dado que los conjuntos de líneas {1, 2}, {1, 3} y {1, 2, 3} pueden considerarse en la sincronización, se pueden crear hasta 3 copias del paradero 3 dependiendo del destino de los pasajeros.

Se genera la tasa de llegada de los pasajeros  $\lambda_s$  al paradero s, generando una tasa de llegada de pasajeros  $\lambda_{ls}$  aleatoriamente para cada línea de tránsito  $l \in L(s)$  considerando una capacidad de 60 pasajeros por bus y la frecuencia mínima. Luego, se define  $\lambda_s$  como una fracción de  $\sum_{l \in L(s)} \lambda_{ls}$ , esto es solo pocos pasajeros pueden ser beneficiados con la sincronización de líneas del conjunto L(s). Por otro lado, los tiempos de viajes entre paraderos consecutivos (suponiendo que no hay tráfico) son generados aleatoriamente dentro del rango de uno a cuatro minutos. Por consiguiente,  $\tau_s^l(t)$  para una línea regular l es definido como  $\tau_s^l(t) = (\omega_t)(\tau_s^l)$ , donde  $\tau_s^l$  es el tiempo de viaje sin tráfico y  $\omega_t$  es un valor dado dentro del intervalo [1, 3.5] dependiendo del nivel de tráfico en el tiempo t. Finalmente, los tiempos de viaje entre paraderos consecutivos para líneas limitadas se definen como una fracción del tiempo de viaje de una línea regular.

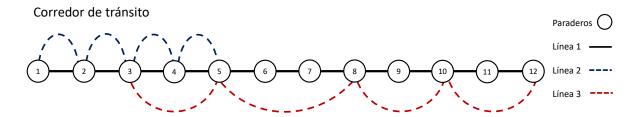


Figura 5.1: Ejemplo de un corredor de tránsito y tres líneas para el diseño de instancias.

Se generaron 12 tipos de instancias con 20 instancias diferentes de cada tipo, es decir un total de 120 instancias. Se varió la cantidad de líneas |L|, el número de paraderos |S|, el periodo de planificación y el conjunto de frecuencias factible  $F^l$ . La Tabla 5.1 muestra los 12 tipos de instancias donde las columnas indican el tipo de instancia, la cantidad de líneas, número de paraderos, periodo de planificación y el conjunto factible de frecuencias que se consideraron. La etapa experimental se divide en las siguientes fases:

- Solver CPLEX: Se valida la formulación matemática y para cada una de las 120 instancias se resuelve el problema de optimización usando el solver con la versión 12.7. Se fija como criterio de paro un hora de tiempo computacional o 0% de gap relativo.
- BRKGA monobjetivo: Se utilizó la suma ponderada del tiempo de espera y costos operacionales como función de desempeño para obtener soluciones factibles para

Tabia 5.1: Tipos de instancias para la etapa experimental								
Tipo de instancia	Líneas	Paraderos	Periodo	Conjunto de frecuencias				
A	2	12	30	{2,3}				
В	2	12	30	$\{3,4,5,6\}$				
$\mathbf{C}$	2	12	60	$\{3, 4, 5\}$				
D	2	12	60	$\{6, 7, 8, 9, 10\}$				
${f E}$	2	12	120	$\{5,  6\}$				
F	2	12	120	$\{7, 8, 9, 10\}$				
G	3	12	30	{2,3}				
H	3	12	30	$\{3,4,5,6\}$				
I	3	12	60	$\{3, 4, 5\}$				
J	3	12	60	$\{6, 7, 8, 9, 10\}$				
K	3	12	90	$\{5,  6\}$				
${ m L}$	3	12	90	$\{6, 8, 9, 10\}$				

Tabla 5.1: Tipos de instancias para la etapa experimental

el problema de optimización en cada una de las 120 instancias. Lo anterior para comparar con las soluciones obtenidas mediante CPLEX y medir la calidad del BRKGA.

Aproximaciones del frente de Pareto (versión biobjetivo): Se implementó el BRKGA usando una variación de pesos en la función dada por la suma ponderada del tiempo de espera y costos operacionales para obtener una aproximación del frente de Pareto. Por otro lado, se utilizó BRKGA-HNDS para obtener aproximaciones del frente de Pareto, donde una función es el tiempo de espera promedio total y la otra es el costo operacional en términos de la frecuencia. Lo anterior se realizó para comparar BRKGA y BRKGA-HNDS y así, poder medir la calidad del algoritmo BRKGA-HNDS en términos del tiempo computacional y la aproximación del frente de Pareto.

Los experimentos fueron realizados en una computadora MacPro con 3.5 GHz 6-core Intel Xeon E5 y 16GB de RAM.

#### 5.2 CPLEX vs BRKGA

En esta sección, se presenta una comparación entre los resultados obtenidos mediante la implementación del solver CPLEX versión 12.7 y el algoritmo BRKGA propuesto. Para ello, se usó la suma ponderada del tiempo de espera promedio total y costos operacionales

como la función de desempeño para ambos métodos:

$$\alpha_1 G_1(\mathbf{w}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) + \alpha_2 G_2(\mathbf{y}) \tag{5.1}$$

Donde  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$ ,  $\beta_1 = 1$ ,  $\beta_2 = 1000$ ,  $G_1(\mathbf{w}, \mathbf{u}, \mathbf{v})$  y  $G_2(\mathbf{y})$  están definido mediante las siguientes ecuaciones:

$$G_{1}(\mathbf{w}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) = \sum_{s} \sum_{L_{k}(s)} \sum_{l(t)} \sum_{l'(t)} w_{tt'}^{ll'_{s}} \left(sep_{tt'}^{ll'_{s}}\right)^{2} \frac{\lambda_{L_{k}(s)}}{2}$$

$$+ \sum_{s \in S} \sum_{l \in L(s)} \sum_{t \in T} \left(\beta_{1} \mathbf{v}_{ts}^{l} \left(t + \tau_{s}^{l}(t) - H_{s}\right)^{2} + \beta_{2} \mathbf{u}_{ts}^{l} \left(t + \tau_{s}^{l}(t) - J_{s}\right)^{2}\right) \frac{\lambda_{s}}{2}$$

$$G_{2}(\mathbf{y}) = \sum_{l} \sum_{f \in F^{l}} f y_{f}^{l} c^{l}$$

Como se mencionó en la sección anterior, se implementó el solver CPLEX en las 120 instancias diferentes que se generaron para analizar el comportamiento del modelo matemático. En resultados preliminares, se observó que CPlEX es intratable incluso para instancias pequeñas, con lo cual se propone un BRKGA para obtener soluciones de buena calidad.

Para la implementación de BRKGA, se usó el algoritmo decodificador 1 descrito en la sección 4.1, el cual fue codificado usando C++ como lenguaje de programación. El tamaño de la población se fijó en 200, la fracción de población elite se fijó en 0.40, la probabilidad de heredar características de soluciones elite en la etapa de cruzamiento se fijó en 0.5 y la fracción de la población mutante es de 0.15. Por último, el criterio de paro se fijó en 5000 iteraciones sin mejora.

La Tabla 5.2 muestra los resultados numéricos obtenidos, donde la columna uno indica el tipo de instancia, columnas dos, 3 y 4 indican las características de los tipos de instancias, columna 5 y 6 muestran los promedios del Gap y el tiempo computacional obtenido usando CPLEX. El gap relativo arrojado por CPLEX se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$\left(\frac{SolucionCPLEX-CotaDual}{SolucionCPLEX}\right)100\%$$

Finalmente, para medir la eficiencia del BRKGA, se usó la mejora de la solución con respecto a la solución obtenida por consiguiente, la columna 7 muestra la mejora promedio y se calculó mediante la siguiente fórmula:

$$\left(\frac{SolucionCPLEX-SolucionBRKGA}{SolucionCPLEX}\right)100\,\%$$

La columna 8 muestra el promedio del tiempo computacional usado por BRKGA. Es importante mencionar que, en el tipo de instancias F y K, 3 y 4 instancias, respectivamente, no se obtuvieron soluciones factibles, esto es resaltado mediante los superíndices que acompañan a F y K.

Tabla 5.2: Resultados numéricos obtenidos mediante la implementación de CPLEX y BRKGA en la versión monobjetivo del enfoque integral entre frecuencias y horarios.

				. 1	,		
Tipo de	Líneas y			CPLEX		BRKGA	
instancia	paraderos	Periodo	$F^l$	gap (%)	tiempo (s.)	mejora (%)	tiempo (s.)
A		20	$\{2,3\}$	0	10.55	0	10.53
В		30	$\{3, 6\}$	0	145.86	0	14.89
$\mathbf{C}$	2 lines,	60	$\{3, 5\}$	0	101.34	0	9.32
D	12 stops	60	$\{6, 10\}$	5.88	3600	-0.02	14.03
$\mathbf{E}$		120	$\{5, 6\}$	99.71	3600	25.47	15.05
$F^{(3)}$		120	$\{7, 10\}$	100	3600	47.47	20.82
G		20	$\{2,3\}$	0	25.09	0	16.65
${ m H}$		30	$\{3, 6\}$	0.51	3600	0	24.60
I	3 lines,	60	$\{3, 5\}$	3.47	3600	0	24.44
J	12 stops		$\{6, 10\}$	32.89	3600	1.41	39.17
$K^{(4)}$		90	${3,6}$	71.42	3600	35.60	29.14
$_{ m L}$			$\{6, 10\}$	95.49	3600	28.27	42.94

Se puede observar que, tanto CPLEX como BRKGA, obtienen soluciones óptimas para las instancias del tipo A, B, C y G en menos de 20 segundos de tiempo computacional. BRKGA y CPLEX obtienen soluciones casi óptimas para las instancias del tipo D pero, CPLEX usa una hora de tiempo computacional mientras que BRKGA lo hace en menos de 15 segundos. Por otro lado, para las instancias E y F con 2 líneas y 12 paraderos, CPLEX es incapaz de obtener soluciones factibles debido a que obtiene un gap mayor al 95 % para las instancias tipo D y 100 % para el tipo F. Sin embargo, BRKGA mejora significativamente la calidad de la solución obtenida por CPLEX en menos de 21 segundos.

En el caso de las instancias con 3 líneas y 12 paraderos, específicamente H e I, BRKGA obtiene, en promedio, el mismo valor de la función objetivo que CPLEX en menor tiempo computacional que el solver, CPLEX lo hace en una hora mientras que BRKGA la obtiene en segundos. Además, al analizar los tiempos de cómputo de las instancias H e I en comparación con B y C, se puede observar que, aumentar el número de líneas conduce a una convergencia más lenta hacia las soluciones óptimas obtenidas por CPLEX, mientras que los tiempos obtenidos por BRKGA se mantienen muy similares. Dado que en las instancias del tipo K y L la cantidad de líneas y paraderos de sincronización son mayores, a CPLEX le cuesta más trabajo encontrar una solución factible. En el caso de las instancias del tipo K, no se encontró una solución factible para 4 de 20 instancias usando CPLEX. Sin embargo, BRKGA es capaz de obtener una mejora significativa en menos de un minuto de tiempo computacional.

En conlusión, BRKGA es más eficiente que el solver CPLEX, dado que BRKGA requiere significativamente menos tiempo de cómputo sin empeorar la calidad de la solución obtenida por CPLEX (excepto por un ligero incremento menor al 0.1 % en la función objetivo para las instancias tipo D). Dado que no podemos garantizar una buena calidad para la cota dual obtenida por CPLEX, se reporta la mejora de la solución factible obtenida por BRKGA sobre la de CPLEX.

#### 5.3 BRKGA vs BRKGA-HNDS

Como se ha mencionado, minimizar el tiempo de espera implica un aumento en los costos operacionales. Para analizar el compromiso entre estos dos objetivos se presenta una versión bi-objetivo donde se obtienen aproximaciones del Frente de Parento mediante un BRKGA y BRKGA combindo con HNDS. En la sección 5.2 se mostró que BRKGA es un algoritmo eficiente para obtener soluciones de buena calidad en tiempos de cómputo cortos para la versión monobjetivo (suma ponderada del tiempo de espera promedio total y costos operacionales).

Para medir la eficiencia de BRKGA-HNDS en la obtención de los Frentes de Pareto, se propone comparar las aproximaciones con las obtenidas por BRKGA usando una estrategia de variación de pesos. Es importante destacar que un método basado en la suma ponderada no garantiza la optimalidad de Pareto para frentes de Pareto no convexos Das and Dennis (1997); Koski (1985). Sin embargo, en este trabajo se utilizó este método dado que es un enfoque comúnmente usado para tratar problemas multiobjetivos y de esta manera, realizar la comparación con BRKGA-HNDS. Entre los estudios que trabajan con el método de suma poderada podemos destacar el de ?, el cual propone una variante que garantiza la optimalidad de Pareto cuando es posible obtener el óptimo global para la versión con un solo objetivo en tiempos de cómputo cortos.

De acuerdo con la función objetivo monobjetivo definida por la suma ponderada del tiempo de espera promedio total y costos operacionales presentada en la sección anterior, existen dos escalares  $\alpha_1$  y 'alpha<sub>2</sub> los cuales se fijaron en 0.5 cada uno. En esta sección, se utiliza el método de la suma ponderada para obtener la aproximación de los Frentes de Pareto para los cuales  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ , se varían estos parámetros usando un paso de 0.005 esto es, se resuelven 200 problemas para cada instancia. Esto permite encontrar un mayor número de soluciones no-dominadas que al usar un paso pequeño de variación (resolver una cantidad menor de problemas). La Tabla 5.3 muestra el tiempo de cómputo promedio empleado por ambos algoritmos en cada una de las 120 instancias generadas.

Tabla 5.3: Tiempo computacional empleado para obtener el Frente de Pareto usando BKGA suma ponderada y BRKGA-HNDS.

Instancias	Líneas	Periodo	$F^l$	HNDS-BRKGA	BRKGA	
Instancias	y paraderos	$(\min)$	Γ	Tiempo (s.)	Tiempo (s.)	
A		30	$\{2,3\}$	57.2	2000.5	
В		30	$\{3, 6\}$	50.5	2804.4	
$\mathbf{C}$	2 lines,	60	$\{3, 5\}$	53.5	1845.2	
D	12 stops	60	$\{6, 10\}$	51.8	2757.2	
${f E}$		120	$\{5, 6\}$	90.8	2965	
$\mathbf{F}$			$\{7, 10\}$	80.4	4109.6	
G		20	$\{2,3\}$	59.9	3278.6	
${ m H}$	3 lines,	30	$\{3, 6\}$	55.8	4903.6	
I		CO	$\{3, 5\}$	72.9	5095	
J	12 stops	60	$\{6, 10\}$	83.1	7677.4	
K		00	$\{3, 6\}$	87.4	5743.3	
L		90	$\{6, 10\}$	96.8	8304.4	

De acuerdo con los resultados anteriores, el promedio del tiempo computacional empleado por BRKGA-HNDS es mucho menor que el obtenido mediante la implementación del BRKGA usando la variación de pesos. En particular, el tiempo de cómputo promedio empleado por BRKGA es menor a dos minutos en las 120 instancias probadas, mientras que BRKGA usando variación de pesos empleó entre 1.5 y 2.3 horas. Otro punto importante para medir la eficiencia de un algoritmo es analizar la calidad de las soluciones obtenidas. En este sentido, para medir la calidad de conjuntos de soluciones no dominadas implica resolver un problema multiobjetivo debido a que existen diversas métricas para evaluar diferentes características de conjuntos de soluciones no dominadas. Por ejemplo, número de soluciones no dominadas, distribución de soluciones, cobertura, separación entre puntos, entre otros. Por lo general, no existe un dominio de un conjunto de aproximaciones sobre el otro para todas las métricas.

Para medir la calidad de las aproximaciones del Frente de Pareto obtenidas por BRKGA-HNDS se compararon con las obtenidas por BRKGA usando variación de pesos y se usaron 3 métricas (ver Knowles and Corne, 2002):

- Hipervolumen: metrica asociada con el espacio contenido en el conjunto de soluciones no dominadas.
- Métrica de espaciado de Schott: mide qué tan uniformemente se distribuyen las soluciones (0 significa puntos equidistantes no dominados en la aproximación)
- $Cobertura(X_1, X_2)$ : métrica comparativa entre dos conjuntos  $X_1$  y  $X_2$  de soluciones no dominadas que calcula la fracción de soluciones en  $X_2$  débilmente dominadas por al menos una solución en  $X_1$ .

La Tabla 5.4 muestra el valor promedio obtenido al evaluar las diferentes métricas anteriores. Para el hipervolumen se usaron los valores máximos del tiempo de espera y el costo operacional como punto de referencia, para las métricas de espaciado de Schott y cobertura, se consideró como  $X_1$  y  $X_2$  a las soluciones no dominadas encontradas por HNDS-BRKGA y BRKGA, respectivamente.

De acuerdo con los resultdos obtenidos, el hipervolumen asociado con la aproximación de HNDS-BRKGA es mejor (valores mayores) que el obtenido por BRKGA para todas las instancias. Además, los puntos en HNDS-BRKGA están mejor distribuidos uniformemente a lo largo de la aproximación, ya que obtuvimos valores más pequeños para la métrica de espaciado de Schott. Finalmente, la métrica de cobertura muestra que ninguna de las soluciones obtenidas por el HNDS-BRKGA está débilmente dominada por el conjunto  $X_2$  (ya que se obtuvo un valor de 0 para  $Cobertura(X_2, X_1)$ ). Por otro lado, todas las instancias en  $X_2$  están débilmente dominadas por al menos una solución en  $X_1$ , por ejemplo, los tipos A, C y G. Además,  $X_1$  también domina al menos el 65 % de las soluciones en  $X_2$  para las instancias B, E e I.

Tabla 5.4: Comparación de Aproximaciones de Pareto obtenidas usando BRKGA con variación de parámetros y HNDS-BRKGA.

Tipo	Hipervo	Espaciado	Covertura			
de	HNDS-BRKGA	BRKGA	HNDS-BRKGA	BRKGA	$(X_1, X_2)$	$(X_2,X_1)$
instancia	1773675730	1107746836	1 030 352	2 434 548	1	0
В	758852552.2	648069913.1	127 733	$266\ 578$	0.65	0
С	773913479.7	507598391.9	$142\ 241$	$387\ 364$	1	0
D	503092341.6	378416201	30 210	$119 \ 305$	0.20	0
$\mathbf{E}$	21835193.8	20281432	27 786	$35 \ 850$	0.95	0
F	316846113.9	216760210.5	$56\ 459$	177 848	0.30	0
G	3463475070	3106136146	1 960 387	3 076 452	1	0
Н	3990616136	3445630034	$205 \ 302$	$661\ 824$	0.45	0
I	3550116848	2584458318	262 110	$1\ 084\ 597$	0.75	0
J	821269940.3	707833193.1	57 178	$109 \ 316$	0	0
K	7032270872	5197589867	341 938	$1\ 327\ 053$	0.05	0
$\_$ L	3264538639	3099610949	110 769	334 925	0	0

De acuerdo con lo anterior, BRKGA-HNDS obtiene mejores aproximaciones del Frente de Pareto ya que los valores de las diferentes métricas para el conjunto de soluciones obtenido por el HNDS-BRKGA son mejores que el conjunto de soluciones resultante de la implementación del BRKGA. En la siguiente sección, se presenta un análisis de las gráficas obtenidas por las aproximaciones de los Frentes de Pareto para algunas instancias.

### 5.4 Análisis del compromiso entre minimizar el tiempo de espera y costos operacionales.

El compromiso entre el nivel de servicio y los costos operativos se ha abordado en la literatura. Sin embargo, nuestro enfoque de optimización integrada aborda un nuevo problema de horarios de sincronizar un grupo de líneas en paradas comunes, donde el objetivo es minimizar los tiempos de espera para que los pasajeros aborden el primer autobús para pasar por las paradas de sincronización. Dado que la sincronización de varias líneas depende de la frecuencia (entre otros elementos), podemos analizar el compromiso entre la medida del tiempo de espera promedio y los costos operativos (en términos del número de viajes). La Figura 5.2 presenta el conjunto de soluciones no dominadas obtenidas tanto por el BRKGA usando diferentes pesos como por el HNDS-BRKGA para seis instancias. Cabe mencionar que, los patrones de puntos mostrados en la Figura 5.2 son los patrones que comúnmente aparecieron en cada tipo de instancia.

Los casos (a) y (b) de la Figura 5.2 muestran los conjuntos de soluciones no dominadas. Se puede observar que, en algunos puntos, es posible obtener mejoras significativas en el tiempo de espera al permitir ligeros incrementos en los costos operacionales. Es decir, costos operacionales mínimos conducen a soluciones de mala calidad en términos de nivel de servicio. El caso (a) presenta un escenario particular, donde al permitir ligeros incrementos en el tiempo de espera mínimo conduce a una alta reducción en el costo operativo (de 1500 a 1200 unidades); por tanto, valores mínimos del tiempo de espera no implica necesariamente el uso de la frecuencia máxima para todas las líneas. Esta última característica es más evidente en los casos (d) y (f) con conjuntos más grandes de soluciones no dominadas en forma de "L" o escalón (áreas resaltadas en el gráfico). Finalmente, los casos (b) y (e) en la Figura 5.2 muestran que la relación del tiempo de espera mínimo y los costos operativos mínimos está presente no solo cerca del valor mínimo del tiempo de espera, sino también está presente en diferentes intervalos dentro de su rango (corchetes en el eje horizontal). Por ejemplo, el caso (e) muestra que los costos operativos varían entre 6834 y 8752 unidades cuando la medida del tiempo de espera está dentro del inter-

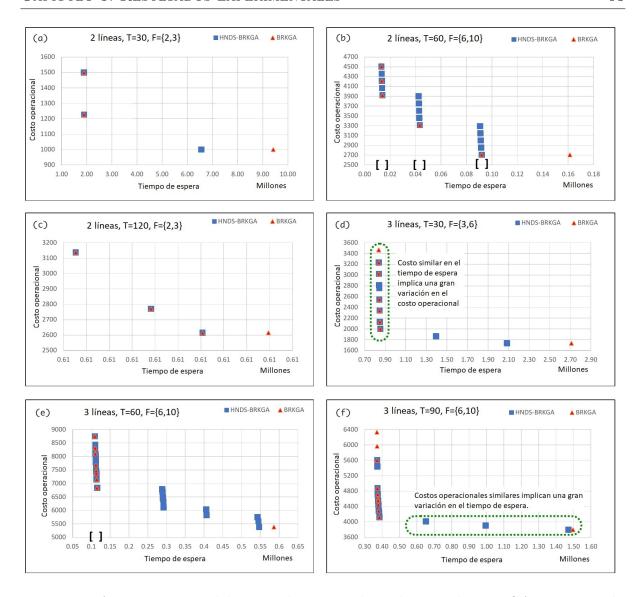


Figura 5.2: Aproximaciones del Frente de Pareto obtenidas usando BRKGA con variación de parámetros y BRKG-HNDS.

valo [0.10, 0.11]. El caso (b) también muestra un conjunto de soluciones no dominadas en forma de "L" donde hay variaciones significativas en el costo operativo cuando la medida del tiempo de espera está dentro de los intervalos [0.013, 0.014], [0.042, 0.043] y [0.09, 0.092].

En conclusión, el BRKGA-HNDS es capaz de obtener información importante para analizar el compromiso entre el nivel de servicio y costos operacionales. Además, los resultados numéricos muestran que minimizar el tiempo promedio total del tiempo de espera de grupos de líneas en paraderos con sincronización depende de la frecuencia y la coordinación adecuada de las diferentes líneas cuando se asumen tiempos de viaje variables dentro del mismo período de planificación. De hecho, el "headway ideal" de múltiples líneas en paraderos comunes dentro de la planificación operativa depende del nivel de sincronización que se puede obtener para esas líneas.

#### Capítulo 6

## Conclusiones y trabajo a futuro

Los enfoques integrales entre dos o más subproblemas dentro de la planificación de los sistemas de transporte son herramientas útiles para encontrar mejores soluciones que las metodologías secuenciales. Sin embargo, al explorar espacios de solución más amplios, en comparación con las metodologías secuenciales, consideran todos los grados de libertad, con lo cual, implican una modelación matemática más compleja.

En este trabajo de tesis, se presenta un enfoque integral biobjetivo entre el problema de Cálculo de Frecuencias y el problema de Diseño de Horarios que tiene como objetivo sincronizar múltiples líneas de tránsito en paraderos comúnes, asumiendo que los tiempos de viaje dependen de los tiempos de salida de los viajes. En particular, se consideran dos objetivos: minimizar la función de costo del tiempo de espera (como una medida del nivel de servicio) y los costos operativos (en términos del número de viajes). Comúnmente, el tiempo de espera de los pasajeros se representa mediante fórmulas cuadráticas. Sin embargo, en este trabajo se define un problema de programación lineal entero mixto para el problema de optimización en términos de variables indexadas en tiempo.

Resultados experimentales muestran que el solver comercial CPLEX no es capaz de obtener soluciones de alta calidad en tiempos de cómputo cortos para la formulación propuesta, incluso un algoritmo de ordenamiento jerárquico no dominado para encontrar aproximaciones del frente de Pareto para el problema de optimización bi-objetivo, el cual requiere solo minutos de tiempo cómputo para calcular los frentes de Pareto. Las soluciones obtenidas proporcionan suficiente información para analizar el compromiso entre el tiempo de espera y los costos operativos. En particular, encontramos que el

tiempo de espera mínimo no implica utilizar la frecuencia máxima para todas las líneas. De hecho, el nivel de sincronización para grupos de líneas en paraderos comunes depende en gran medida de otros elementos además de las frecuencias elegidas para las líneas. Por ejemplo, los tiempos de viaje que varían dentro del mismo período de planificación. Esta última característica se exhibe en soluciones donde, pequeños incrementos en el tiempo de espera mínimo conducen a un alto ahorro en los costos operativos al sincronizar los grupos de líneas.

Analizando la sincronización de grupos de líneas, para reducir los tiempos de espera, este proyecto se puede orientar a considerar características adicionales como el tiempo total de viaje. En particular, el tiempo de viaje podría calcularse considerando información explícita sobre la demanda de todos los pares de origen-destino en nuestro modelo, lo que lleva a un re-diseño de la formulación matemática. Además, se pueden considerar decisiones asociadas a la asignación de vehículos para definir una mejor representación de los costos operativos en la función objetivo, así como, información más detallada de la demanda de los pasajeros en lugar de las tasas de llegada constantes consideradas en el período de planificación. Por otro lado, sería interesante analizar el tiempo de espera de los pasajeros atendidos por una sola línea (no solo en los puntos de sincronización de la red). Para definir un enfoque integrado más completo entre el Cálculo de Frecuencias y Diseño de Horarios, es necesario incluir la capacidad de los vehículos, el tipo de vehículos y el tamaño de la flota en el diseño del problema.

#### Apéndice A

# Enfoque integral: Vehículos y Conductores

Dentro de la planificación diaria del servicio de transporte, es necesario resolver el problema de asignación de vehículos y de chóferes. Comúnmente, esta planificación se realiza de forma secuencial, es decir se resuelve el problema de asignación de vehículos para identificar los viajes que se realizará en cada uno de los vehículos. Dada esta solución, a cada vehículo se le asocia un conductor. En el presente trabajo, se propone un enfoque integral en el cual, se resuelven de manera simultánea ambos problemas. Las decisiones son asociadas a la asignación viaje-vehículo, viaje-conductor y vehículo-conductor a fin de minimizar costos operacionales.

Se propone un problema de optimización de flujo en redes para definir la secuencia de viajes que realizará cada vehículo y cada conductor, así como las asignaciones vehículo-conductor, vehículo-deposito y conductor-depósito. Diferentes aspectos son considerados tales como, la jornada laboral de cada conductor incluyendo descanso y horas extra usando líneas bidireccionales, ya que se consideran dos depósitos ubicados en los puntos extremos de la ruta, en los cuales se ubican los vehículos que se usarán para realizar los viajes. Por consiguiente, se deben programar viajes que parten de cada uno de los nodos.

Un enfoque bidireccional significa que, en el grafo utilizando para representar los movimientos que se realizarán dentro de la planificación, las aristas de cada nodo tienen un sentido, por tanto es importante diferenciar el sentido de la arista y a qué nodo pertenece. Al considerar líneas bidireccionales para definir la formulación matemática del problema

y, dado que existirán viajes de ida y de regreso para cada depósito, es necesario identificar qué tipo de viaje se realiza (ida o vuelta) y el depósito asociado al viaje (depósito más cercano a la terminal donde inicia dicho), con el fin de considerar todos los movimientos que se deben de realizar antes de comenzar y/o terminar un viaje.

De manera general, los movimientos involucrados en la operación son, depósitoterminal, terminal-terminal (ya sean en algún sentido, ida o vuelta, o incluso "deadheading") y terminal-depósito, los cuales se representan mediante el uso de grafos como se muestra en la Figura A.1. Estos movimientos tienen asociados un tiempo de viaje específico. En términos generales, los nodos representan las terminales y depósitos de ambos extremos de un servicio. Los depósitos  $o_1$  y  $o_2$  son los lugares en donde se guardan los vehículos y los conductores deben estar ahí al iniciar y finalizar su jornada laboral, así como tomar un descanso. Los nodos  $t_1$  y  $t_2$  son las terminales que representan el lugar donde se inicia y termina un viaje. Las flechas azules representan los viajes comerciales ida y de regreso y las flechas punteadeas son los viajes no comerciales o deadheading  $dh_1$ y  $dh_2$ . Por último, las líneas verdes representan el movimiento que hace el vehículo entre depósito y terminal para iniciar o terminar un viaje. Los conductores realizan el mismo movimiento para iniciar y finalizar su jornada laborar, así como también para tomar un descanso entre dos viajes consecutivos dentro de su itinerario duramnte la jornada laboral.

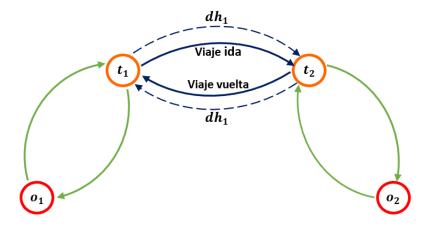


Figura A.1: Representación de los movimientos que se realizan durante la operación

El problema integral entre vehículos y conductores considera los siguientes supuestos:

- Cada depósito tiene una capacidad dada, es decir, se conoce la cantidad de vehículos y chóferes máxima que pueden asignarse a esos depósitos.
- Los vehículos y conductores tienen que ser asignados a un depósito que es de donde hacen el primer viaje. Los vehículos al final de día deben terminar su última vuelta volviendo al depósito al que pertenecen y de igual forma los conductores empiezan y terminan su jornada en el mismo depósito.
- El conductor debe tener máximo un descanso en su jornada laboral y éste se realiza en el depósito asociado al viaje que sigue después de tomar el descanso.
- El conductor tiene un tiempo máximo de conducción sin descanso y una cantidad máxima de horas en su jornada laboral.
- Se debe contabilizar el tiempo extra que trabaja el conductor y el tiempo de horas ociosas.
- El conductor no puede cambiarse de vehículo durante su jornada.
- Un vehículo puede ser utilizado por más de un conductor durante el día.

# A.1 Descripción del problema

El objetivo principal es determinar un itinerario de viajes para cada vehículo así como la jornada laboral de los conductores asignados a cada vehículo (vehículo-conductor-viaje) cumpliendo con políticas de regulación de jornada laboral con el fin de minimizar los costos operativos asociados con:

- Cantidad de conductores.
- Cantidad de horas laboradas por los conductores incluyendo descanso y tiempo extra.
- Cantidad de vehículos

Movimientos de los vehículos según la cantidad de kilómetros que deberán recorrer.

Para definir la formulación matemática, se consideran los siguientes conjuntos y parámetros:

- *I*: conjunto de viajes de ida y de regreso.
- $O = \{1, 2\}$ : conjunto de depósitos.
- $o_i \in O$ : depósito asociado al viaje dirigido i.
- D: conjunto de conductores.
- V: conjunto de vehículos.
- $dT_i$ : tiempo de despacho del viaje  $i \in I$ .
- $eT_i$ : tiempo de terminación del viaje  $i \in I$ .
- $rS^d$ : duración de la jornada laboral regular del conductor d.
- $eS^d$ : tiempo extra del conductor d.
- $\bullet$  rT: tiempo de descanso para todos los conductores.
- $\blacksquare$  mT: máximo tiempo de conducción sin descanso.
- $bT_o^1$ : tiempo de viaje desde el terminal de o hasta el depósito o to depot o.
- $bT_o^2$ : tiempo de viaje desde el depósito o hasta la terminal de o...
- $rest_o$ : tiempo necesario de un conductor para tomar un descanso en depósito o. En particular, se define como  $rest_o := bT_o^1 + rT + bT_o^2$ .
- $\blacksquare$  pT: tiempo máximo de estacionamiento en terminales.
- $dh_i$ : tiempo del deadheading de la terminal final de i a la terminal donde inició.

Como se ha mencionado anteriormente, las decisiones en el problema de optimización están asociadas a viaje-vehículo, viaje-conductor y vehículo-conductor. Por consiguiente, las variables de decisión se definen como sigue:

- $s^{vd} = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor } d \text{ es asignado al vehículo } v. \\ 0 & \text{de otro modo.} \end{cases}$
- $w_{ij}^d = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor } d \text{ realiza el viaje } (i, j). \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$
- $w_{ij}^v = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } v \text{ realiza el viaje } (i, j). \\ 0 & \text{de otro modo.} \end{cases}$
- $y^d = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor } d \text{ trabaja horas extra durante el día.} \\ 0 & \text{de otro modo.} \end{cases}$
- $x^d$ : duración de la jornada laboral del conductor d.
- $\bullet \ h_j^d$ : tiempo de ocio del conductor dantes de realizar el viaje j
- $\bullet \ p_j^d$ : tiempo consecutivo de conducción dantes de realizar el viaje  $\ j.$

La formulación matemática propuesta para el enfoque integral entre vehículos y conductores, usando líneas bidireccionales, se presenta a continuación:

$$\sum_{i \in I} w_{o_i i}^v \le 1$$

$$\sum_{i \in I: o_i = o} w_{oi}^v = \sum_{i \in I} w_{io}^v$$

$$\forall v \in V, o \in O$$
(A.2)

$$\begin{aligned} w_{o,i}^v + \sum_{j \in I} w_{ji}^v &= \sum_{o \in O} w_{io}^v + \sum_{j \in I} w_{ij}^v \\ & \forall v \in V, i \in I \end{aligned}$$

$$(A.3)$$

$$\sum_{i \in I: o_i = o} w_{oi}^d &= \sum_{i \in I} w_{io}^d \\ & (A.4)$$

$$\sum_{i \in I: o_i = o} w_{oi}^d &= \sum_{i \in I} w_{io}^d \\ & (A.5)$$

$$w_{o,i}^d + \sum_{j \in I} w_{ji}^d &= \sum_{o \in O} w_{io}^d + \sum_{j \in I} w_{ij}^d \\ & \forall d \in D, o \in O \end{aligned}$$

$$(A.5)$$

$$\sum_{d \in D} \left( w_{o,i}^d + \sum_{j \in I} w_{ji}^d \right) = 1$$

$$(A.6)$$

$$\sum_{d \in D} \left( \sum_{i o_i = o} w_{io}^d (eT_i + dh_i + bT_o^1) + \sum_{i o_i \neq o} w_{io}^d (eT_i + bT_o^1) \right)$$

$$- \sum_{i} w_{o,i}^d (dT_i - bT_{o,i}^2)$$

$$(A.8)$$

$$x^d \leq rS^d + eS^dy^d$$

$$\forall d \in D$$

$$(A.9)$$

$$y^d \leq x^d$$

$$\forall d \in D$$

$$(A.10)$$

$$h_j^d = \sum_{i o_i \neq o_j} w_{ij}^d (dT_j - (eT_i + dh_i))$$

$$+ \sum_{i o_i \neq o_j} w_{ij}^d (dT_j - eT_i)$$

$$\forall d \in D, j \in I$$

$$(A.11)$$

$$h_i^d - (rT + bT_{o,i}^1 + bT_{o,i}^2) \leq M_1 r_i^d$$

$$\forall d \in D, j \in I$$

$$(A.11)$$

(A.12)

$$rT + bT_{o_j}^1 + bT_{o_j}^2 - h_j^d \le M_1 \left( 1 - r_j^d \right) \qquad \forall d \in D, j \in I$$
 (A.13) 
$$bT_{o_j}^2 - M_2 \left( 1 - r_j^d \right) \le p_j^d \le bT_{o_j}^2 + M_2 \left( 1 - r_j^d \right) \qquad \forall d, j$$
 (A.14) 
$$bT_{o_j}^2 - M_2 \left( 1 - w_{o_j j}^d \right) \le p_j^d \le bT_{o_j}^2 + M_2 \left( 1 - w_{o_j j}^d \right) \qquad \forall d, j$$
 (A.15) 
$$\sum_i w_{ij}^d \left( p_i^d + dT_j - dT_i \right) \le M_2 (r_j^d + w_{o_j j}^d) + p_j^d \qquad \forall d \in D, j \in I$$
 (A.16) 
$$p_j^d + \sum_{i:o_i \ne o_j} w_{ji}^d r_i^d (eT_j - dT_j + rest_{o_i})$$
 (A.17) 
$$p_j^d + \sum_i w_{ji}^d (eT_j - dT_j + dh_j + rest_{o_i}) \le mT \qquad \forall d, j$$
 (A.18) 
$$p_j^d + w_{jo_j}^d (eT_j - dT_j + dh_j + bT_{o_j}^1) + w_{jo_i}^d (eT_j - dT_j + bT_{o_j}^1) \le mT \qquad \forall d, j$$
 (A.19) 
$$eT_i + bT_{o_j}^1 + rT + bT_{o_j}^2 \le dT_j + M(2 - r_j^d - w_{ij}^d) \qquad \forall d, i, j : o_i \ne o_j$$
 (A.20) 
$$eT_i + dh_i + bT_{o_j}^1 + rT + bT_{o_j}^2 \le dT_j + M(2 - r_j^d - w_{ij}^d) \qquad \forall d \in D, i, j \in I, o_i \ne o_j$$
 (A.21) 
$$dT_j - eT_i \le pT + M \left( 1 + r_j^d - w_{ij}^d \right) \qquad \forall d \in D, i, j \in I, o_i \ne o_j$$
 (A.22) 
$$dT_j - (eT_i + dh_i) \le pT + M \left( 1 + r_j^d - w_{ij}^d \right) \qquad \forall d \in D, i, j \in I, o_i \ne o_j$$
 (A.23) 
$$\sum_{v \in V} s^{vd} \le 1 \qquad \forall d \in D$$

$$\begin{split} \sum_{i \in I} w_{o_i i}^d &= \sum_{v \in V} s^{vd} & \forall d \in D \\ & (A.25) \\ w_{ij}^d + s^{vd} - 1 \leq w_{ij}^v & \forall (d, v), (i, j) \\ & (A.26) \\ w_{o_i i}^d + s^{vd} - 1 \leq \hat{q}_i^{vd} + \sum_{d' \neq d} \sum_{j \in J_i} q_{ij}^{vdd'} & \forall v, d, i \\ & (A.27) \\ \hat{q}_i^{vd} \leq w_{oi}^v & \forall v, d, i \\ & (A.28) \\ 3q_{ij}^{vdd'} \leq s^{vd'} + w_{ji}^v + w_{jo_i}^{d'} & \forall v, d, i, d', j \in J_i \\ & (A.29) \\ w_{io}^d + s^{vd} - 1 \leq \hat{q}_{io}^{vd} + \sum_{d' \neq d} \sum_{j \in J_{io}} q_{ijo}^{vdd'} & \forall v, d, i, o \\ & (A.30) \\ \hat{q}_{io}^{vd} \leq w_{io}^v & \forall v, d, i, o \\ & (A.31) \\ 3q_{ijo}^{vdd'} \leq s^{vd'} + w_{ij}^v + w_{o_j j}^{d'} & \forall v, d, i, o, d', j \in J_{io} \\ & (A.32) \end{split}$$

Desigualdades (A.1) a (A.3) corresponden a las restricciones asociadas a los vehiculos, donde (A.1) indica que el vehículo solo puede estar asociado un primer viaje i durante el día y  $o_i$ , deposito asociado al viaje, será el depósito donde el vehículo inicia y termina su jornada laboral, esto es definido mediante la restricción (A.2). La ecuación (A.3) representa la conservación de flujo para los vehículos. De forma similar, se definen las restricciones de asignación y conservación de flujo para los conductores mediante las desigualdades (A.4) a (A.6). La desigualdad (A.7) representa la cobertura de un viaje i con un conductor d, es decir, todos los viajes deben estar asociados a un conductor ya sea que, el viaje sea primer viaje o un viaje cualquiera dentro del periodo de planificación.

Las desigualdades (A.8) a (A.10) representan la duración de la jornada laboral de un conductor. En particular,  $x^d$  es igual al instante de tiempo del viaje final menos el instante del tiempo del viaje inicial, considerando "deadheading" cuando los depósitos son iguales  $(o_i = o)$ , esto es definido a través la desigualdad (A.8). Los movimientos implicados se muestran en la figura A.2. Se considera  $bTo^1$  en la ecuación debido a que al terminar la jornada laboral el conductor debe regresar al depósito asociado al primer viaje del día. (A.9) y (A.10) definen la duración de la jornada laboral del conductor en función de las horas extras laboradas, en caso de que el conductor trabaje horas extra durante el día. Así mismo, si el conductor no es requerido durante el día  $(x^d = 0)$  no podrá realizar horas extra. Las desigualdades son definidas mediante las condicionales siguientes: Si  $x^d = 1$  y  $y^d = 1 \Rightarrow x^d = rS^d + eS^dy^d$ . Por otro lado, si  $x^d = 0 \Rightarrow y^d = 0$ .

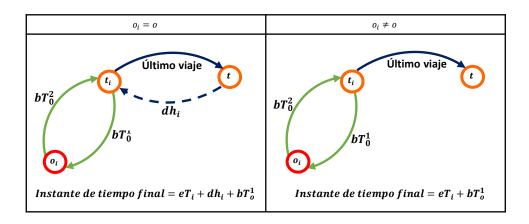


Figura A.2: Movimientos que representan el instante de tiempo final de un conductor en la jornada laboral.

Las desigualdades (A.11) a (A.13) definen el tiempo de ocio  $h_j^d$  de un conductor d antes de realizar un viaje j, en términos de si se realiza un descanso o no. El tiempo de ocio de un conductor es el espacio de tiempo entre dos viajes consecutivos (i, j), es decir, el instante de tiempo inicial del viaje j menos el instante de tiempo final del viaje i donde el viaje j es el viaje a realizar inmediatamente después de finalizar el viaje i. Como se mencionó anteriormente, los viajes inician y terminan en las terminales, por lo que no se considera el tiempo de ir de la terminal a depósito  $bT_0^1$ , esto es definido mediante la restricción (A.11). Por otro lado, si el tiempo de ocio excede al tiempo de descanso para

los conductores  $(h_j^d > rT)$ , se debe hacer un descanso en el depósito asociado al viaje, es decir, si  $h_j^d > rT \Rightarrow r_d^j = 1$ . Las restricciones (A.12) y (A.13) definen lo anterior.

Las desigualdades A.15 a A.19 modelan el tiempo de conducción consecutivo de un conductor d antes de realizar el viaje j. Para ello, se considera la secuencia de viajes y descanso por consiguiente, se distinguen 3 casos posibles:

- I: Si el viaje j es un primer viaje o hizo un descanso previo al inicio del viaje implica que el tiempo de conducción es igual a cero, esto es, si  $w_{o_j j}^d = 1$  o  $(r_j^d = 1 \text{ y } w_{ij}^d = 1) \Rightarrow p_j^d = 0$ . Las desigualdades asociadas a este caso son (A.14) y (A.15).
- II: Si el viaje j es un viaje intermedio y al finalizar el viaje el conductor continua con otro viaje i o realiza un descanso, esto implica que  $0 \le p_j^d \le mT$  donde mT es el tiempo máximo de conducción. (A.16) define el tiempo acumulado de conducción hasta realizar el viaje j dado que el viaje i es un viaje previo considerando el tiempo acumulado de conducción hasta finalizar el viaje i y la asignación del descanso. Si  $w_{ij}^d = 1$  y  $p_i^d + dT_j dT_i \ge mT \Rightarrow r_j^d = 1$ , en particular  $p_j^d = p_i^d + dT_j dT_i$  cuando  $(r_j^d = 0)$ . Por otro lado, si el conductor continua en operación, es decir, realizará un viaje i inmediatamente después de finalizar el viaje j, el tiempo de conducción acumulado incluyendo el viaje i no debe exceder al tiempo máximo de conducción, en caso de que se exceda el conductor deberá realizar un descanso después de finalizar el viaje j por lo que  $r_i^d = 1$ , recordando que el descanso lo realiza en el depósito asociado al viaje i, así pues  $p_j^d$  estará dado por el tiempo de conducción acumulado hasta finalizar el viaje j más el tiempo que toma ir al depósito donde realizará el descanso más el tiempo que toma ir hacia la terminal donde inciará el siguiente viaje i y éste no debe exceder a mT, la desigualdad(A.18) representa lo anterior.
- III: Si el viaje j es último viaje, agregar el tiempo que tarda en terminar el viaje más el tiempo en que le toma ir al depósito asociado al conductor sin exceder a mT. La restricción (A.19) representa lo anterior.

Desigualdades (A.20) y (A.21) definen la secuencia válida de viajes (i, j) para un conductor d con un descanso antes de hacer el viaje j. Note que cuando hay descanso el

conductor debe regresar al depósito asociado al viaje siguiente a realizar para realizar el descanso. De forma similar las desigualdades (A.22) y (A.23) definen la secuencia válida de viajes (i, j) para un conductor d sin descanso antes de hacer el viaje j en términos del tiempo máximo de estacionamiento pT. Cuando no hay descanso no se debe exceder a pT.

Por otro lado, las desigualdades (A.24) a (A.32) corresponden a las restricciones que relacionan las decisiones entre vehículos y conductores. (A.24) define la asignación de un conductor a un único vehículo, (A.25) determina que el conductor debe iniciar en el depósito asociado al primer viaje y debe ser asignado a un vehículo. Las desigualdades (A.26) a (A.32) definen la cobertura de un viaje con un conductor d y el vehículo asignado v, es decir ( $s^{vd} = 1$ ). Para definir cada una de las restricciones es necesario ubicar el movimiento que está realizando el conductor y el vehículo, es decir, si es un primer viaje, un viaje intermedio o un viaje final. Se presentan los siguientes casos:

- I. Si el viaje i es un primer viaje tanto para el conductor como para el vehículo, es decir, si  $s^{vd}=1 \Rightarrow w^d_{o_ii}=1$  y  $w^v_{o_ii}=1$ .
- II. Si el viaje i es un primer viaje para el conductor y un viaje intermedio para el vehículo, es decir, antes de realizar el viaje i, un conductor d' terminó su jornada laboral y el vehículo v continua su itinerario, esto es, realiza un viaje j después de finalizar el viaje i con el conductor d. La restricción condicional se representa mediante: si  $s^{vd} = 1 \Rightarrow w^d_{o_i i} = 1$  y  $w^{d'}_{j i} = 1$  y  $w_{j o_i} = 1$  y  $s^{v d'} = 1$ .
- III. Si el viaje i es un viaje intermedio tanto para el conductor como para el vehículo, la restricción condicional está dada por: si  $s^{vd} = 1 \Rightarrow w^d_{ij} = 1$  y  $w^v_{ij} = 1$ .
- IV. Si el viaje i es el último viaje para el conductor d y un viaje intermedio para el vehiculo v.
- V. Si le viaje i es el último viaje tanto para el conductor como para el vehiculo.

Por consiguiente, si  $s^{vd} = 1 \Rightarrow \hat{q}_i^{vd} = 10\hat{q}_{io}^{vd} = 10q_{ij}^{vdd'} = 10q_{ijo}^{vdd'} = 1$ . Donde  $\hat{q}_i^{vd}$  si se cumple el Caso  $1, q_{ij}^{vdd'}$  si se cumple el caso  $2, q_{ijo}^{vdd'}$  si se cumple el caso 4 y  $\hat{q}_{io}^{vd}$  si se cumple el caso 5.

El caso 1 es representado mediante las desigualdades (A.27) y (A.28). Si  $\hat{q}_i^{vd} = 1$  en (A.27) se forza a que  $q_{ij}^{vdd'} = 0$ . Si  $q_{ij}^{vdd'} = 1$ , las desigualdades anteriores representan el caso 2. El caso 3 está definido en la desigualdad (A.26). El caso 4 está definido mediante las desigualdades (A.29), (A.30) y (A.32). Si  $w_{io}^d = 1$  y  $\hat{q}_{io}^{vd} = 1$  entonces (A.10) forza a que  $q_{ijo}^{vdd'} = 0$ . Finalmente el caso 5 es definido en (A.30) y (A.31). Donde  $J_i$  es el conjunto de viajes tales que  $eT_j + dh_j + bT_{o_i}^1 \leq dT_i - bT_{o_i}^2$  si  $o_j = o_i$  or  $eT_j + bT_{o_i}^1 \leq dT_i - bT_{o_i}^2$  si  $o_j \neq o_i$ . De forma similar,  $J_{io}$  define los viajes j con  $o_j = o$  donde  $eT_i + dh_i + bT_o^1 \leq dT_j - bT_o^2$  si  $o_i = o$  o  $eT_i + bT_o^1 \leq dT_j - bT_o^2$  si  $o_i \neq o$ .

El objetivo es minimizar los costos operativos asociados con la cantidad de conductores (primer término), cantidad de vehículos (segundo término), número de horas de la jornada laboral (tercer término), cantidad de vehículos y movimientos de los vehículos según la cantidad de kilómetros que deberán recorrer (cuarto término).

$$\min \quad \alpha_{1} \sum_{(v,d)} s^{vd} + \alpha_{2} \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} w_{o_{i}i}^{v} + \alpha_{3} \sum_{d \in D} x^{d} 
+ \sum_{v \in V} \left( \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} a_{ij} w_{ij}^{v} + \sum_{j \in I} a_{oj} w_{oj}^{v} + \sum_{i \in I} a_{io} w_{io}^{v} \right)$$
(A.33)

La formulación matemática propuesta para el problema integral entre vehículos y conductores es un modelo de programación entera mixta no lineal, como consecuencia del producto entre las variables binarias  $w_{ij}^d$  y  $p_i$  y, el producto entre  $w_{ij}^d$  y $r_i^d$ . Implementando técnicas de linealización a fin de utilizar el solver comercial CPLEX donde se puede garantizar optimalidad global para instancias pequeñas. Se realizó una experimentación preliminar usando el solver comercial CPLEX considerando como instancia, datos reales

de un día de operación: 24 horas de jornada laboral, 190 viajes de ida y 190 viajes de regreso para programar, así como 120 vehículos y 30 conductores. De acuerdo con los resultados, en un tiempo máximo de ejecución de 5 horas, el solver no encontró una solución óptima y reporta yn gap aproximadamente de 30%. Por lo tanto, se propone un algoritmo de búsqueda de vencindarios grande, donde se implementa un BRKGA como algoritmo para establecer la solución inicial.

#### A.2 Algoritmo constructivo: BRKGA

En el Capítulo 3 se describió a detalle el funcionamiento del BRKGA, en donde se mencionó que dentro del proceso, existe un algoritmo decodificador, el cual es una función que mapea el espacio de llaves aleatorias al espacio de soluciones factibles del problema de optimización. Es decir, transforma un cromosoma en una solución factible del problema y calcula el desempeño de la solución mediante una función fitness. Para el problema integral entre vehículos y horario se propone un BRKGA para construir una solución factible del problema.

El algoritmo decodificador recibe un cromosoma de tamaño 2 |D|. Los primeros |D| elementos del cromosoma  $\mathbf{r}$  representan la pareja vehículo-conductor (d, v), donde la posición k = 1, 2, ..., |D| se refiere al conductor y el elemento ubicado en esa posición del vector,  $r_i \in \mathbf{r}$  representa el vehículo. Por ejemplo,  $r_1 = 2$  significa que el conductor 1 está asignado al vehículo 2, o bien,  $s^{21} = 1$ . Los siguientes |D| elementos en el cromosoma, representan al primer viaje asociado a la pareja vehículo-conductor. El algoritmo decodificador funciona como sigue: primero, se ordena el conjunto de viajes de acuerdo al tiempo de salida, I'. Luego, se determinan las parejas (d, v) de acuerdo a la posición k en el cromosoma  $\mathbf{r}$ . Se determina el primer viaje i de cada pareja (d, v) en base a la posición k + |D|. Tomando la primer pareja con su primer viaje (d, v, i) se actualizan los conjuntos k + |D|. Tomando la primer pareja con su primer viaje (d, v, i) se actualizan los conjuntos k + |D|. Tomando la primer pareja con su primer viaje (d, v, i) se actualizan los conjuntos k + |D| a secuencia de viajes que realizará la pareja (d, v) considerando el tiempo de salida de los viajes, descansos k + |D| considerando el tiempo de salida de los viajes, descansos k + |D| se repite este proceso para cada pareja hasta que ya no hayan viajes por asignar.

La asignación de viajes a la secuencia de la pareja (d,v) se describe a continuación: se toma el primer viaje de la lista de viajes ordenados para verificar que cumpla con la jornada laboral del conductor y además, que el viaje se pueda incluir en la secuencia de viajes de acuerdo al tiempo de salida. Esto es,  $x^d + eT_i - t^d + dh_i \le rS^d$  y  $t^d + dh_i \le dT_i$ , donde  $t^d$  es el instante de tiempo donde se ubica el conductor d, de lo contrario el conductor termina su jornada laboral. Si al realizar el viaje i, el conductor cumple con la duración de su jornada laboral, entonces se verifica si se realiza un descanso o no en función del tiempo de conducción acumulado del conductor d, es decir, si  $dT_i - t^d - dh_i < bT_1 + bT_2 + rT$  y  $p_j^d + eT_i - t^d \le mT$ , de lo contrario se realiza un descanso y después de este se asigna el viaje i.

A continuación se presenta el pseudocódigo del algoritmo decodificador propuesto para construir una solución factible del problema integral entre vehículos y conductores.

#### Algorithm 2: $Decoder(\mathbf{r})$

**Datos de entrada:** Cromosoma  $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n), \text{ con } n = 2 |D|;$ Inicializar I' conjunto de viajes ordenados de acuerdo con  $dT_i$ .; Inicializar  $dh_{ij}$ , donde  $dh_{ij} = 0$  cuando  $o_i \neq o_j$  y  $dh_{ij} \neq 0$  cuando  $o_i = o_j$ . Inicializar  $x^d=0,\,t^d=0,\,p^d_j=0,\,pos=0,\,S=\emptyset;$ while  $I' \neq \emptyset$  do Determinar la pareja  $(d, v), v = \mathbf{r}_{pos} |V|;$ Determinar el primer viaje i para  $(d,v),\,i=\mathbf{r}_{pos+|D|}\,|I|;$ Actualizar  $p_i^d = bT_2 + eT_i - dT_i$ ,  $t^d = eT_i$ ,  $D = D - \{d\}$ ,  $x^d = x^d + p_i^d$ ; for  $k = pos \ to \ |I'| \ do$ Sea j el siguiente viaje en I'; if  $x^d + eTj - t^d + dh_{ij} <= rS^d \ y \ t^d + dh_{bj} <= dTj$  then  $| \textbf{if } x^d + eTj - t^d + dh_{ij} <= rS^d \ y \ t^d + dh_{bj} <= dTj \ \textbf{then}$   $| \textbf{if } dT_j - t^d - dh_{bj} < bT_j^1 + bT_j^2 + rT \ y \ p_j^d + eT_j - t^d \le mT \ \textbf{then}$   $| S = S + j, \ I' = I' - j;$   $| Actualizar \ ocio = dT_j - eT_b - dh_{bj}, \ p_j^d = eT_j - dT_j + dh_{bj},$   $| t^d = eT_j, \ x^d = x^d + eT_j - dT_j + dh_{bj} + ocio, \ b = j;$   $| \textbf{if } t^d + rT + bT_j^1 + bT_j^2 + dh_{bj} < dT_j \ \textbf{then}$   $| r_j^d = 1, \ S = S + j, \ I' = I' - j;$   $| Actualizar \ ocio = dT_j - dh_{bj} + bT_j^1 - t^d - rT,$   $| p_j^d = bT_j^2 + eT_j - dT_j + dh_{bj}, t^d = eT_j,$   $| x^d = x^d + p_j^d + ocio + rT + bT_j^2, \ b = j;$   $| \textbf{if } x^d + eT_j - t^d + dh_{ji} > rS \ \textbf{then}$   $| x^d = x^d + dh_{ji} + bT_j^1, \ t^d = eT_j + dh_{ji} + bT_j^1;$  | break; | b = j;  $| k = |S|, j = S_k, \ x^d = x^d + dh_{ji} + bT_j^1, t^d = eT_j + dh_{ji} + bT_j^1, \ D = D - d,$  | pos + + j;

Calcular función fitness;

### A.3 EJEMPLO ILUSTRATIVO (RESULTADOS PRELIMINARES)

## A.4 ALGORITMO DE BÚSQUEDA EN GRANDES VECINDARIOS

Como se ha mencionado anteriormente, se propone una metaheurística para resolver el problema integral entre vehículos y conductores, el cual tiene como objetivo la asignación de vehículo-conductor-viaje mientras los costos operativos son minimizados. Se propone un algoritmo de búsqueda en grandes vecindarios debido a que ha sido una herramienta eficiente para resolver problemas de transporte. Estos métodos exploran un vecindario complejo mediante el uso de heurísticos que hace posible encontrar mejores soluciones en cada iteración. La búsqueda en grandes vecindarios (Large neighborhood Search, LNS) fue propuesta por Shaw (1998). La idea en general es que, una solución inicial se mejora gradualmente destruyendo y reparando alternativamente la solución.

En el algortimo LNS, el vecindario de búsqueda se define implícitamente mediante un método de destrucción y reparación. Un método de destrucción destruye parte de la solución actual, mientras que un método de reparación reconstruye la solución destruida. El método de destrucción normalmente contiene un elemento de estocasticidad tal que, diferentes partes de la solución se destruyen en cada invocación del método. El vecindario de una solución se define entonces como el conjunto de soluciones que se pueden alcanzar aplicando primero el método de destrucción y luego el método de reparación (Pisinger and Ropke, 2010).

El pseudocódigo de LNS se muestra en 3. El algoritmo mantiene tres variables, la variable  $x^b$  es la mejor solución observada durante la búsqueda, x es la solución actual y  $x^t$  es una solución temporal que se puede descartar o promover al estado de solución actual. La función d(argumento) es el método de destrucción mientras que r(argumento) es el método de reparación. En particular, d(x) devuelve una copia de x que está parcialmente destruida. Por otro lado, aplicar r(argumento) a una solución parcialmente destruida, esta función la repara, es decir, devuelve una solución factible construida a partir de la destruida.

Partiendo de una solución factible, el algoritmo LNS, primero aplica el método de destrucción y luego el método de reparación para obtener una nueva solución  $x^t$ . Luego, se evalúa la nueva solución y el algoritmo determina si esta solución debe convertirse en la nueva solución actual o si debe rechazarse. La función de aceptación se puede implementar de diferentes formas, por lo que la opción más sencilla es aceptar únicamente soluciones mejoradas. Si la nueva solución es mejor que la solución más conocida, la mejor solución se actualiza. Esto se realiza iterativamente hasta que se cumple algún criterio de paro.

#### Algorithm 3: Búsqueda en grandes vecindarios

```
Datos de entrada: x solución factible;
```

 $x^b = x;$ 

while criterio de paro do

$$x^{t} = r(d(x));$$
**if**  $(x^{t}, x)$  *es aceptada* **then**

$$x = x^{t};$$
**if**  $c(x^{t}) < c(x^{b})$  **then**

$$x^{b} = x^{t};$$

Datos de salida:  $x^b$ ;

- Avila-Torres, P., Caballero, R., Litvinchev, I., Lopez-Irarragorri, F., and Vasant, P. (2018). The urban transport planning with uncertainty in demand and travel time: a comparison of two defuzzification methods. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 9(3):843–856.
- Bagloee, S. A. and Ceder, A. A. (2011). Transit-network design methodology for actual-size road networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(10):1787–1804.
- Bao, C., Xu, L., Goodman, E. D., and Cao, L. (2017). A novel non-dominated sorting algorithm for evolutionary multi-objective optimization. *Journal of Computational Science*, 23:31–43.
- Baskaran, R. and Krishnaiah, K. (2012). Simulation model to determine frequency of a single bus route with single and multiple headways. *International Journal of Business Performance and Supply Chain Modelling*, 4(1):40–59.
- Bertossi, A. A., Carraresi, P., and Gallo, G. (1987). On some matching problems arising in vehicle scheduling models. *Networks*, 17(3):271–281.
- Borndörfer, R., Löbel, A., and Weider, S. (2008). A bundle method for integrated multidepot vehicle and duty scheduling in public transit. In *Computer-aided systems in* public transport, pages 3–24. Springer.
- Boyer, V., Ibarra-Rojas, O. J., and RÃos-SolÃs, Y. . (2018). Vehicle and crew scheduling for flexible bus transportation systems. *Transportation Research Part B: Methodological*, 112:216 229.

Canca, D., Andrade-Pineda, J. L., De los Santos, A., and Calle, M. (2018). The railway rapid transit frequency setting problem with speed-dependent operation costs. *Transportation Research Part B: Methodological*, 117:494–519.

- Ceder, A. (2007). Public transit planning and operation: Theory. *Modeling and practice*.

  Oxford: Elsevier.
- Ceder, A., Golany, B., and Tal, O. (2001). Creating bus timetables with maximal synchronization. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 35(10):913–928.
- Ceylan, H. and Ozcan, T. (2018). Optimization of headways and departure times in urban bus networks: A case study of corlu, turkey. *Advances in Civil Engineering*, 2018.
- Chen, M. and Niu, H. (2012). A model for bus crew scheduling problem with multiple duty types. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2012.
- Chen, Y., Mao, B., Bai, Y., Ho, T. K., and Li, Z. (2019). Timetable synchronization of last trains for urban rail networks with maximum accessibility. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 99:110–129.
- Chowdhury, S. and Chien, S. (2001). Optimization of transfer coordination for intermodal transit networks. In *Proceedings of the 80th Annual Meeting, Transportation Research Board. Washington, DC, paper No 01-0205.*
- Collette, Y. and Siarry, P. (2004). *Multiobjective optimization: principles and case studies*. Springer Science & Business Media.
- Daraio, C., Diana, M., Di Costa, F., Leporelli, C., Matteucci, G., and Nastasi, A. (2016). Efficiency and effectiveness in the urban public transport sector: A critical review with directions for future research. *European Journal of Operational Research*, 248(1):1–20.
- Das, I. and Dennis, J. E. (1997). A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for pareto set generation in multicriteria optimization problems. *Structural optimization*, 14(1):63–69.

Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., and Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2):182–197.

- Desaulniers, G. and Hickman, M. D. (2007). Public transit. *Handbooks in operations* research and management science, 14:69–127.
- Domínguez-Martín, B., Rodríguez-Martín, I., and Salazar-González, J.-J. (2017). An exact algorithm for a vehicle-and-driver scheduling problem. *Computers & Operations Research*, 81:247–256.
- Eranki, A. (2004). A model to create bus timetables to attain maximum synchronization considering waiting times at transfer stops.
- Fischetti, M., Lodi, A., Martello, S., and Toth, P. (2001). A polyhedral approach to simplified crew scheduling and vehicle scheduling problems. *Management Science*, 47(6):833–850.
- Fischetti, M., Martello, S., and Toth, P. (1989). The fixed job schedule problem with working-time constraints. *Operations Research*, 37(3):395–403.
- Freling, R., Huisman, D., and Wagelmans, A. P. (2003). Models and algorithms for integration of vehicle and crew scheduling. *Journal of Scheduling*, 6(1):63–85.
- Friberg, C. and Haase, K. (1999). An exact branch and cut algorithm for the vehicle and crew scheduling problem. In *Computer-aided transit scheduling*, pages 63–80. Springer.
- Gintner, V., Kliewer, N., and Suhl, L. (2005). Solving large multiple-depot multiple-vehicle-type bus scheduling problems in practice. *OR Spectrum*, 27(4):507–523.
- Gintner, V., Kliewer, N., and Suhl, L. (2008). A crew scheduling approach for public transit enhanced with aspects from vehicle scheduling. In *Computer-aided Systems in Public Transport*, pages 25–42. Springer.
- Gkiotsalitis, K. and Cats, O. (2018). Reliable frequency determination: Incorporating information on service uncertainty when setting dispatching headways. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 88:187–207.

Gkiotsalitis, K. and Kumar, R. (2018). Bus operations scheduling subject to resource constraints using evolutionary optimization. In *Informatics*, volume 5, page 9. Multi-disciplinary Digital Publishing Institute.

- Gkiotsalitis, K. and Maslekar, N. (2018). Towards transfer synchronization of regularity-based bus operations with sequential hill-climbing. *Public transport*, 10(2):335–361.
- Gonçalves, J. F. and Resende, M. G. (2011). Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization. *Journal of Heuristics*, 17(5):487–525.
- Guihaire, V. and Hao, J.-K. (2008). Transit network design and scheduling: A global review. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 42(10):1251–1273.
- Guihaire, V. and Hao, J.-K. (2010). Transit network timetabling and vehicle assignment for regulating authorities. *Computers & Industrial Engineering*, 59(1):16 23.
- Guo, X., Sun, H., Wu, J., Jin, J., Zhou, J., and Gao, Z. (2017). Multiperiod-based timetable optimization for metro transit networks. *Transportation Research Part B:*Methodological, 96:46 67.
- Haase, K., Desaulniers, G., and Desrosiers, J. (2001). Simultaneous vehicle and crew scheduling in urban mass transit systems. *Transportation science*, 35(3):286–303.
- Hadas, V. and Shnaiderman, M. (2012). Public-transit frequency setting using minimum-cost approach with stochastic demand and travel time. *Transportation Research Part B: Methodological*, 46(8):1068 1084.
- Hadjar, A., Marcotte, O., and Soumis, F. (2006). A branch-and-cut algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Operations Research*, 54(1):130–149.
- Hairong, Y. and Dayong, L. (2009). Optimal regional bus timetables using improved genetic algorithm. In 2009 Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, volume 3, pages 213–216.
- Horváth, M. and Kis, T. (2019). Computing strong lower and upper bounds for the integrated multiple-depot vehicle and crew scheduling problem with branch-and-price. Central European Journal of Operations Research, 27(1):39–67.

Huang, Z., Ren, G., and Liu, H. (2013). Optimizing bus frequencies under uncertain demand: case study of the transit network in a developing city. *Mathematical problems* in Engineering, 2013.

- Huisman, D. (2004). Integrated and dynamic vehicle and crew scheduling.
- Huisman, D. and Wagelmans, A. P. (2006). A solution approach for dynamic vehicle and crew scheduling. *European Journal of Operational Research*, 172(2):453–471.
- Ibarra-Rojas, O. J., Delgado, F., Giesen, R., and Muñoz, J. C. (2015). Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B: Methodological*, 77:38–75.
- Ibarra-Rojas, O. J., Giesen, R., and Rios-Solis, Y. A. (2014). An integrated approach for timetabling and vehicle scheduling problems to analyze the trade-off between level of service and operating costs of transit networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 70:35–46.
- Ibarra-Rojas, O. J. and Muñoz, J. C. (2016). Synchronizing different transit lines at common stops considering travel time variability along the day. *Transport metrica A:* Transport Science, 12(8):751–769.
- Ibarra-Rojas, O. J. and Rios-Solis, Y. A. (2012). Synchronization of bus timetabling. Transportation Research Part B: Methodological, 46(5):599–614.
- Kang, L., Chen, S., and Meng, Q. (2019a). Bus and driver scheduling with mealtime windows for a single public bus route. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 101:145–160.
- Kang, L., Zhu, X., Sun, H., Wu, J., Gao, Z., and Hu, B. (2019b). Last train timetabling optimization and bus bridging service management in urban railway transit networks. *Omega*, 84:31–44.
- Kecskeméti, B. and Bilics, A. (2013). Bus driver duty optimization using an integer programming and evolutionary hybrid algorithm. *Central European Journal of Operations Research*, 21(4):745–755.

Khani, A. and Shafahi, Y. (2011). Transfer optimization in transit networks: Headway and departure time coordination. In 2011 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), pages 1531–1536.

- Knowles, J. and Corne, D. (2002). On metrics for comparing nondominated sets. In *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. CEC'02 (Cat. No. 02TH8600)*, volume 1, pages 711–716. IEEE.
- Koski, J. (1985). Defectiveness of weighting method in multicriterion optimization of structures. *Communications in applied numerical methods*, 1(6):333–337.
- Li, J. and Kwan, R. S. (2003). A fuzzy genetic algorithm for driver scheduling. *European Journal of Operational Research*, 147(2):334–344.
- Löbel, A. (1998). Vehicle scheduling in public transit and lagrangean pricing. *Management Science*, 44(12-part-1):1637–1649.
- Martínez, H., Mauttone, A., and Urquhart, M. E. (2014). Frequency optimization in public transportation systems: Formulation and metaheuristic approach. *European Journal of Operational Research*, 236(1):27 36.
- Mesa, J., Ortega, F., and Pozo, M. (2014). Locating optimal timetables and vehicle schedules in a transit line. *Annals of Operations Research*, 222(1):439–455. cited By 10.
- Mesquita, M. and Paias, A. (2008). Set partitioning/covering-based approaches for the integrated vehicle and crew scheduling problem. *Computers & Operations Research*, 35(5):1562–1575.
- Mesquita, M., Paias, A., and Respício, A. (2009). Branching approaches for integrated vehicle and crew scheduling. *Public Transport*, 1(1):21–37.
- Monnerat, F., Dias, J., and Alves, M. J. (2019). Fleet management: A vehicle and driver assignment model. *European Journal of Operational Research*, 278(1):64–75.
- Ortuzar, J. d. D. and Willumsen, L. (1990). Modelling Transport.

Peña, D., Tchernykh, A., Nesmachnow, S., Massobrio, R., Feoktistov, A., Bychkov, I., Radchenko, G., Drozdov, A. Y., and Garichev, S. N. (2018). Operating cost and quality of service optimization for multi-vehicle-type timetabling for urban bus systems. *Journal of Parallel and Distributed Computing*.

- Pepin, A.-S., Desaulniers, G., Hertz, A., and Huisman, D. (2006). Comparison of heuristic approaches for the multiple depot vehicle scheduling problem. Technical report.
- Pisinger, D. and Ropke, S. (2010). Large neighborhood search. In *Handbook of metaheu*ristics, pages 399–419. Springer.
- Portugal, R., Lourenço, H. R., and Paixão, J. P. (2009). Driver scheduling problem modelling. *Public transport*, 1(2):103–120.
- Prata, B. d. A. (2016). A multiobjective metaheuristic approach for the integrated vehicle and crew scheduling. *Journal of Transport Literature*, 10(2):10–14.
- Rodrigues, M. M., de Souza, C. C., and Moura, A. V. (2006). Vehicle and crew scheduling for urban bus lines. *European Journal of Operational Research*, 170(3):844–862.
- Roque, L. A., Fontes, D. B., and Fontes, F. A. (2012). Brkga adapted to multiobjective unit commitment-solving pareto frontier for uc multiobjective problem using brkga spea2 npga and nsga ii techniques. In *ICORES*, pages 64–72.
- Sawaragi, Y., NAKAYAMA, H., and TANINO, T. (1985). Theory of multiobjective optimization. Elsevier.
- Schöbel, A. (2012). Line planning in public transportation: models and methods. OR spectrum, 34(3):491-510.
- Shafahi, Y. and Khani, A. (2010). A practical model for transfer optimization in a transit network: Model formulations and solutions. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 44(6):377 389.
- Shang, P., Li, R., Liu, Z., Xian, K., and Guo, J. (2018). Timetable synchronization and optimization considering time-dependent passenger demand in an urban subway network. *Transportation Research Record*, page 0361198118772958.

Shaw, P. (1998). Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems. In *International conference on principles and practice of constraint programming*, pages 417–431. Springer.

- Shijun, C., Yindong, S., Xuan, S., and Heming, C. (2013). A crew scheduling with chinese meal break rules. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 13(2):90–95.
- Shrivastava, P., Dhingra, S., and Gundaliya, P. (2002). Application of genetic algorithm for scheduling and schedule coordination problems. *Journal of advanced transportation*, 36(1):23–41.
- Shrivastava, P. and Dhingra, S. L. (2002). Development of coordinated schedules using genetic algorithms. *Journal of Transportation Engineering*, 128(1):89–96.
- Sivakumaran, K., Li, Y., Cassidy, M. J., and Madanat, S. (2012). Cost-saving properties of schedule coordination in a simple trunk-and-feeder transit system. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 46(1):131 139.
- Steinzen, I. (2007). Topics in integrated vehicle and crew scheduling in public transport.

  Unpublished doctoral dissertation, University of Paderborn, Paderborn, Germany.
- Steinzen, I., Becker, M., and Suhl, L. (2007). A hybrid evolutionary algorithm for the vehicle and crew scheduling problem in public transit. In 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation, pages 3784–3789. IEEE.
- Szeto, W. and Jiang, Y. (2014). Transit route and frequency design: Bi-level modeling and hybrid artificial bee colony algorithm approach. *Transportation Research Part B:*Methodological, 67:235 263.
- Tóth, A. and Krész, M. (2013). An efficient solution approach for real-world driver scheduling problems in urban bus transportation. *Central European Journal of Operations Research*, 21(1):75–94.
- Tumlin, J. (2012). Sustainable transportation planning: Tools for creating vibrant, healthy, and resilient communities, volume 16. John Wiley & Sons.

Valouxis, C. and Housos, E. (2002). Combined bus and driver scheduling. *Computers & Operations Research*, 29(3):243–259.

- Verbas and Mahmassani, H. S. (2013). Optimal allocation of service frequencies over transit network routes and time periods: Formulation, solution, and implementation using bus route patterns. *Transportation Research Record*, 2334(1):50–59.
- Verbas, I. Ö. and Mahmassani, H. S. (2015). Integrated frequency allocation and user assignment in multimodal transit networks: Methodology and application to large-scale urban systems. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, (2498):37–45.
- Whitley, D. (1994). A genetic algorithm tutorial. Statistics and computing, 4(2):65–85.
- Wu, J., Liu, M., Sun, H., Li, T., Gao, Z., and Wang, D. Z. (2015). Equity-based timetable synchronization optimization in urban subway network. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 51:1–18.
- Wu, Y., Yang, H., Tang, J., and Yu, Y. (2016). Multi-objective re-synchronizing of bus timetable: Model, complexity and solution. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 67:149–168.
- Yu, B., Yang, Z., and Yao, J. (2009). Genetic algorithm for bus frequency optimization.

  Journal of Transportation Engineering, 136(6):576–583.
- Yu, B., Yang, Z., and Yao, J. (2010). Genetic algorithm for bus frequency optimization.

  Journal of Transportation Engineering, 136(6):576–583.
- Zhao, F. and Zeng, X. (2008). Optimization of transit route network, vehicle headways and timetables for large-scale transit networks. European Journal of Operational Research, 186(2):841–855.
- Zhao, L. (2006). A heuristic method for analyzing driver scheduling problem. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 36(3):521–531.

Zitzler, E. and Thiele, L. (1999). Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, 3(4):257–271.

# ÍNDICE DE FIGURAS

1.1.	Proceso de diseño y planificación de los sistemas de transporte público	4
2.1.	Ramificación de líneas A, B y C compartiendo la demanda de los pasajeros de dos pares origen-destino (Ibarra-Rojas and Muñoz, 2016)	15
2.2.	Coordinación ideal de tres líneas de tránsito que comparten paraderos en común	15
3.1.	Ejemplo de parámetros, conjunto $B_{tt's}^{ll'}$ para dos viajes $(l,t)$ y $(l',t')$ en el paradero $s$ , y un viaje $(l'', t'')$ en el conjunto $B_{tt's}^{ll'}$	28
3.2.	Definición del tiempo de espera promedio total en el paradero $s.$	30
3.3.	Ejemplo del efecto frontera para una instancia de 3 líneas y 4 paraderos de sincronización	33
3.4.	Efecto frontera considerando 3 líneas en un paradero de sincronización	34
3.5.	Efecto frontera con diferentes valores para $\beta_1$ and $\beta_2$	36
4.1.	Diagrama de flujo del algoritmo genético	40
4.2.	Diagrama de flujo de BRKGA (Gonçalves and Resende, 2011)	41
4.3.	Gráfico que representa las soluciones dominadas y no dominadas. (Gonçalves and Resende, 2011)	46

ÍNDICE DE FIGURAS 96

4.4.	Ejemplo de conjuntos de soluciones no dominadas obtenidas mediante un	
	algoritmo de ordenamiento de soluciones no dominadas	47
4.5.	Representación de la estrategia de búsqueda jerárquica (Bao et al., 2017)	50
4.6.	Diagrama de flujo de BRKGA combinado con HNDS Roque et al. (2012)	52
5.1.	Ejemplo de un corredor de tránsito y tres líneas para el diseño de instancias.	54
5.2.	Aproximaciones del Frente de Pareto obtenidas usando BRKGA con varia-	
	ción de parámetros y BRKG-HNDS	63
A.1.	Representación de los movimientos que se realizan durante la operación	68
A.2.	Movimientos que representan el instante de tiempo final de un conductor	
	en la jornada laboral	75

# ÍNDICE DE TABLAS

1.1.	Esquema general del problema de Cálculo de frecuencias (Guihaire and	
	Hao, 2010)	6
1.2.	Esquema general del problema de Diseño de horarios Guihaire and Hao	
	(2010)	8
1.3.	Esquema general del problema de Asignación de vehículos Ibarra-Rojas	
	et al. (2015)	10
1.4.	Esquema general del problema de Asignación de Conductores (Ibarra-Rojas	
	et al., 2015)	12
0.1		
2.1.	Estudios relacionados con el problema de horarios considerando sincroni-	
	zación de líneas de tránsito	18
2.2.	Estudios relacionados con el problema de horarios considerando sincroni-	
	zación de líneas de tránsito	20
4 1	Intervalos para los despachos dependientes de la frecuencia de cada línea	45
T.1.	intervalos para los despachos dependientes de la frecuencia de cada inica.	10
5.1.	Tipos de instancias para la etapa experimental	55
5.2.	Resultados numéricos obtenidos mediante la implementación de CPLEX y	
	BRKGA en la versión monobjetivo del enfoque integral entre frecuencias y	
	horarios	57

ÍNDICE DE TABLAS 98

5.3.	Tiempo computacional empleado para obtener el Frente de Pareto usando	
	BKGA suma ponderada y BRKGA-HNDS	59
5.4.	Comparación de Aproximaciones de Pareto obtenidas usando BRKGA con	
	variación de parámetros y HNDS-BRKGA	61