

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**“EFECTOS DE LAS POLÍTICAS DEL GOBIERNO EN
OPERACIONES DE LOGÍSTICA INVERSA”**

POR

ENID TREVIÑO RODRÍGUEZ

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS

EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

San Nicolás de los Garza, N. L.

Julio de 2008

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**“EFECTOS DE LAS POLÍTICAS DEL GOBIERNO EN
OPERACIONES DE LOGÍSTICA INVERSA”**

POR

ENID TREVIÑO RODRÍGUEZ

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS

EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

San Nicolás de los Garza, N. L.

Julio de 2008

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

División de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la tesis “**Efectos de las Políticas del Gobierno en Operaciones de Logística Inversa**”, realizada por la alumna **Enid Treviño Rodríguez**, con número de matrícula **01065214**, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis

Dra. Deniz Özdemir
Asesor

Dra. Yasmín A. Ríos Solís
Revisor

Dra. Satu Elisa Schaeffer
Revisor

Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodríguez
Subdirector
División de Estudios de Posgrado

Ciudad Universitaria, Julio de 2008

A Dios, por acompañarme en todo momento y permitirme llegar hasta aquí.

A mi familia, por quererme tanto y apoyarme siempre.

**A Luis, por tu amor sin condiciones, por cambiar mi vida y por ser el
culpable de mi felicidad.**

A Jonathan, donde quiera que estés, gracias por tantos momentos felices.

RESUMEN

En años recientes, los gobiernos de distintos países han creado e implementado políticas ambientales con el fin de reducir las cantidades de desechos. En el caso específico de los desechos relativos a los equipos eléctricos y electrónicos (WEEE) existe una gran preocupación debido a que este tipo de dispositivos tienen ciclos de vida útil muy cortos y generalmente contienen componentes muy nocivos para el medio ambiente.

En diversos países se han puesto en marcha regulaciones o políticas para la reducción de los WEEE; sin embargo, este trabajo se basa en una política gubernamental que se implementó en los países de la Unión Europea; dicha política hace responsables a los productores de dispositivos eléctricos y electrónicos del manejo de éstos una vez que llegan al final de su vida útil. Entonces, los productores tienen la obligación de efectuar actividades de logística inversa para recolectar y reutilizar dichos artículos.

Así, cada vez es más necesario buscar formas de cumplir con las políticas gubernamentales de la manera más eficiente para que la implementación de dichas políticas no impacte en gran medida las ganancias de los productores. Por tal motivo en el presente trabajo, se desarrolló y dio solución a un modelo matemático que representa las decisiones que un productor, que tiene la obligación de cumplir una política tal como la Directiva WEEE de la Unión Europea, debe tomar para satisfacer los requerimientos gubernamentales al mismo tiempo que obtiene la mayor utilidad posible.

Adicionalmente, se analiza el beneficio social producido por la implementación de la política gubernamental. Dicho beneficio se calcula utilizando los resultados que se obtienen de la solución del modelo matemático. Este problema se aborda con un enfoque de teoría de juegos en donde ambos jugadores (gobierno e industria) interaccionan y las decisiones de una entidad afectan a la otra.

INDICE

RESUMEN	v
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Descripción del Problema	2
1.2. Antecedentes	3
1.3. Objetivo	4
1.4. Justificación	5
1.5. Hipótesis	5
1.6. Estructura de la Tesis	6
CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES	8
2.1. Logística Inversa y Recuperación de Productos	10
2.2. Políticas Gubernamentales Referentes a los WEEE	19
2.3. Optimización y Teoría de Juegos	24
CAPÍTULO 3. MODELO MATEMÁTICO DEL PRODUCTOR	31
3.1. Notación	36
3.2. Modelo Matemático General	39
3.3. Método de Solución	41
3.3.1. Subproblema Esquema de Recolección Colectivo P_I	42
3.3.2. Subproblema Esquema de Recolección Individual P_{II}	42

3.3.3. Solución de los Subproblemas Resultantes: Encontrar Π_I y Π_{II}	43
3.4. Conclusiones	65
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS EXPERIMENTAL	66
4.1. Ejemplo Numérico	67
4.2. Análisis Experimental	73
4.2.1 Impacto del Porcentaje de Recolección β_1	74
4.2.2 Impacto del Porcentaje de Remanufactura β_2	80
4.2.3 Impacto del Porcentaje de Posibilidad Tecnológica de Remanufactura τ_{re}	85
4.2.4 Impacto del Costo de Remanufactura c_{re}	91
4.2.5 Impacto del Costo de Producción c	95
4.2.6 Impacto del Costo de Disposición de Desechos c_d	99
4.2.7 Impacto del Costo de Recolección λ_i	103
4.3. Conclusiones	110
CAPÍTULO 5. GOBIERNO: BENEFICIO SOCIAL	112
5.1 Funciones Matemáticas de Beneficio Social	113
5.1.1 Función BS_1	114
5.1.2 Función BS_2	115
5.1.3 Función PS_3	115
5.2 Ejemplos Numéricos	116
5.2.1 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Porcentaje β_1	117
5.2.2 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Porcentaje β_2	121
5.2.3 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Porcentaje τ_{re}	125
5.2.4 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo c_{re}	131

5.2.5 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo c	136
5.2.6 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo c_d	140
5.2.7 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo λ_{ind}	147
5.2.8 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo λ_{col}	152
5.3 Funciones BS_1 y BS_2 de Beneficio Social Incluyendo Pesos	156
5.3.1 Incorporación de Pesos en BS_1 y BS_2 al Incrementarse el Porcentaje β_1	157
5.3.2 Incorporación de Pesos en BS_1 y BS_2 al Incrementarse el Porcentaje β_2	166
5.3.3 Incorporación de Pesos en BS_1 y BS_2 al Incrementarse el Porcentaje τ_{re}	173
5.4. Impacto de las Decisiones del Gobierno en el Beneficio Social.....	182
5.5 Conclusiones	187

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES, CONTRIBUCIÓN Y TRABAJO

FUTURO	188
BIBLIOGRAFÍA	192
LISTA DE FIGURAS	196
LISTA DE TABLAS	201
APÉNDICE A	204
AUTOBIOGRAFÍA	207

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

En este trabajo, se busca realizar un análisis de los efectos que produce la implementación de una política gubernamental obligatoria que hace responsables de las actividades de logística inversa a los productores, vendedores e importadores de equipo eléctrico y electrónico (EEE). La política gubernamental en la cual está basado este estudio es la Directiva WEEE 2002/96/EC de la Unión Europea.

Los productores de EEE buscarán satisfacer los requerimientos estipulados en dicha política de la forma más eficiente; por lo tanto se desarrolla un modelo matemático de maximización para encontrar la forma en que un productor de este tipo de dispositivos puede obtener la mejor ganancia posible cumpliendo con todos los requisitos impuestos. Posteriormente se estimará el beneficio social generado por la política implementada y la reacción de la industria.

1.1. Descripción del Problema

La interacción entre el gobierno y la industria comienza cuando el gobierno establece objetivos específicos de *recolección* y *reutilización* que los productores de EEE deben cumplir. Después de que dichos objetivos han sido determinados, la industria reacciona buscando las formas más eficientes para cumplir con éstos. Se considera que un productor de EEE, fabrica generaciones sucesivas de un cierto artículo eléctrico o electrónico que puede ser producido ya sea empleando componentes nuevos o reutilizando componentes usados obtenidos de la actividad de recolección de artículos obsoletos.

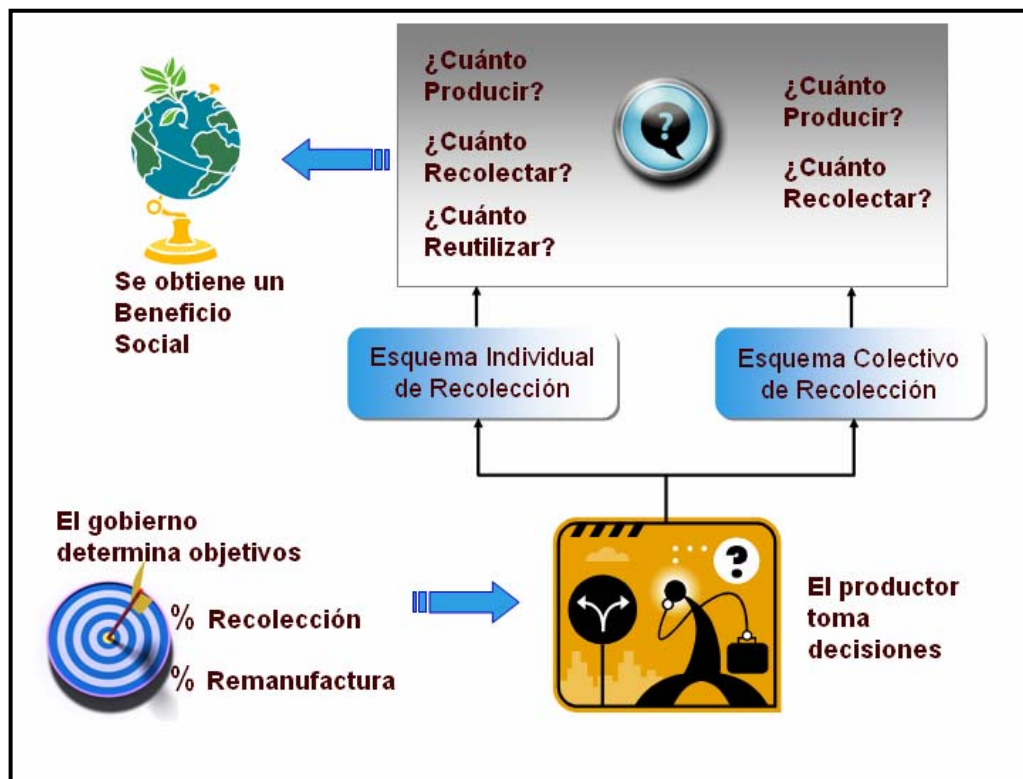


Figura 1.2: Decisiones de un productor de EEE

Existen ciertas decisiones que el productor de EEE debe tomar para lograr su objetivo de obtener la mejor ganancia. Como se observa en la Figura 1.1, el productor

puede seleccionar de entre dos esquemas de recolección distintos: la primera opción es unirse a un esquema colectivo de recolección donde varias empresas se organizan y realizan las actividades de recolección y reutilización en conjunto; la segunda alternativa es que el productor realice las actividades de logística inversa por sí mismo. En caso de que se seleccione el esquema colectivo de recolección, la decisión de reutilización no es tomada por el productor debido a que éste no tiene control sobre sus productos recolectados.

Adicionalmente, para cada generación de productos, se necesita decidir las cantidades de artículos nuevos a producir, la cantidad de artículos que es necesario reutilizar, el precio de venta de los artículos, la cantidad de artículos obsoletos que es necesario recolectar.

Una vez que la industria toma las decisiones necesarias y obtiene una ganancia, es posible medir el beneficio social generado como consecuencia de la aplicación de la política y las decisiones que tomadas por la empresa.

1.2. Antecedentes

Existe una extensa literatura relacionada con las actividades de *logística inversa* y las consecuencias de la incorporación de estas actividades en los procesos de las empresas. Dyckhoff et al. (2004) y Flapper (2001); entre otros, discuten acerca de la expansión de las cadenas de suministro para considerar el ciclo de vida completo de los productos y mencionan estrategias para implementar la recuperación de productos.

En otros estudios como Jacobs y Subramamian (2007), Savaskan y Wassenhove (2006), Ferrer y Swaminathan (2006) y Guide (2001) se analizan los aspectos que las empresas deben considerar para llevar a cabo actividades de remanufactura o reciclaje de artículos ya sea por motivación económica o porque se ven obligadas a hacerlo para cumplir con alguna ley o regulación ambiental.

Otra parte de la literatura se enfoca en el diseño de productos como en el caso de Hendrickson et al. (2001) y Fernández y Kekäle (2005); mientras que Wilson (1996) analiza las políticas aplicadas en distintos países para el manejo de residuos y Savage (2006) presenta un análisis de los aspectos relacionados con la implementación de políticas referentes a los desechos de artículos eléctricos y electrónicos en diferentes países de la Unión Europea y del mundo.

La mayor parte de la investigación relacionada con la logística inversa se ha llevado a cabo enfocándose en la remanufactura o reciclaje de productos que llegan al final de su vida útil, pero no existen publicaciones que busquen estudiar la interacción entre un productor de EEE y una entidad gubernamental que decide objetivos específicos de recolección y reutilización de artículos obsoletos; considerando además que dicha interacción genera un determinado beneficio para la sociedad. Por este motivo, se propone el siguiente objetivo para este trabajo.

1.3. Objetivo

El objetivo de este trabajo es el desarrollo y solución de un modelo matemático que represente las decisiones que un productor de equipo eléctrico y electrónico debe tomar para obtener la mayor utilidad posible después de que una entidad gubernamental ha establecido una política ambiental que especifica las cantidades de recolección y reutilización de productos obsoletos que dicho productor debe conseguir. Adicionalmente se busca utilizar funciones matemáticas para estimar el beneficio que la sociedad obtendrá como consecuencia de la implementación de la política del gobierno.

1.4. Justificación

Existe una tendencia por parte de los gobiernos de diferentes países en el mundo a crear políticas más estrictas enfocadas a reducir las cantidades de desechos eléctricos y electrónicos. En muchos casos, las compañías deberán involucrarse en las actividades de logística inversa que les permitan cumplir con los requerimientos impuestos aunque dichas empresas no estén del todo preparadas para ello.

Según Spengler (2004), cada vez se vuelve más necesario encarar los nuevos requerimientos gubernamentales de la forma más eficiente y también se requiere sacar ventaja de esta situación para así poder obtener beneficios. Por tal motivo, el análisis de las decisiones tomadas por dos entidades como el gobierno y la industria a través de la resolución de un modelo matemático, brinda la oportunidad de encontrar formas eficientes de satisfacer los requerimientos legales.

Se utiliza un enfoque de *teoría de juegos* para la resolución y análisis del modelo matemático. En una gran cantidad de investigaciones se ha utilizado dicho enfoque para realizar el análisis de cadenas de suministro de ciclo cerrado; ejemplos de aplicaciones de la teoría de juegos se encuentran en Ferrer y Swaminathan (2006); Savaskan et al. (2004); Hammond y Beullens (2007).

Con la metodología propuesta, en el Capítulo 3 se obtiene una solución analítica del modelo matemático, la cual permite llevar a cabo un análisis muy completo y brinda la oportunidad de explicar las razones por las que el productor debería tomar cada decisión.

1.5. Hipótesis

La implementación de políticas gubernamentales que obligan a los productores de EEE a hacerse responsables de los costos generados por las actividades de recolección y reutilización de productos tienen un cierto impacto en la utilidad percibida por dichos

productores. Sin embargo, se cree que es posible encontrar alternativas que permitan que los costos adicionales no afecten en gran medida a la ganancia de los productores; incluso podría ser posible que bajo algunas circunstancias, las empresas obtengan algún beneficio al llevar a cabo las actividades de logística inversa.

1.6. Estructura de la Tesis

La tesis se encuentra organizada de la siguiente manera: En el Capítulo 1 se presenta la descripción del problema, los antecedentes, el objetivo de este trabajo, su justificación e hipótesis. A grandes rasgos, planteamos la situación de un productor de equipo eléctrico y electrónico que se ve obligado por una entidad gubernamental a recolectar y reutilizar una cantidad determinada de artículos obsoletos.

En el Capítulo 2 se encuentran los conceptos que sirven como base para lograr el objetivo planteado; se presentan conceptos como Logística Inversa, Recuperación de Producto, Remanufactura, Optimización y Teoría de Juegos. Además se discute acerca de las distintas políticas gubernamentales que han sido aplicadas en diferentes países para reducir las cantidades de WEEE.

En el Capítulo 3 se presenta y explica el modelo matemático que representa las decisiones del productor de equipo eléctrico y electrónico; adicionalmente, se describe de forma detallada la metodología de solución del modelo mencionado.

El Capítulo 4 contiene un análisis experimental para conocer el efecto que cada uno de los parámetros involucrados en el modelo tiene sobre la utilidad generada por el productor de EEE. En este capítulo se obtuvieron resultados de gran relevancia debido a que se encontró que bajo ciertas condiciones un productor incluso puede beneficiarse con la implementación de la política gubernamental.

El Capítulo 5 es donde se incluye el análisis del beneficio social generado por las decisiones gubernamentales y la reacción del productor de equipo eléctrico y electrónico.

Finalmente, el Capítulo 6 contiene las conclusiones obtenidas de este trabajo, la contribución del mismo, así como también se discuten algunas opciones para extender esta investigación

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES

En años recientes la creación e implementación de políticas gubernamentales encaminadas a la reducción de residuos contaminantes, ha crecido de manera considerable. Dichas políticas se refieren a desechos sólidos urbanos, vehículos al final de su vida útil, empaques, políticas para evitar la contaminación del suelo, aire y agua, entre otras. Particularmente, las políticas creadas para reducir los desechos de equipos eléctricos y electrónicos (WEEE, *waste electric and electronic equipment*) han tomado un auge aún mayor.

Los WEEE se han incrementado de manera alarmante en los últimos años debido al avance acelerado de la tecnología. Según cifras de la Comisión Europea, el volumen de WEEE se incrementa tres veces más rápido que los residuos urbanos; además, resultan ser residuos altamente contaminantes y que pueden poner en riesgo la salud humana. Solo en Alemania, se estima que se generan alrededor de dos millones de toneladas de WEEE cada año (Spengler et al., 2004).

Adicionalmente, los WEEE contienen materiales valiosos y ciertos componentes pueden ser reutilizados. Actualmente la mayor parte de los productos eléctricos y electrónicos son desechados perdiendo la oportunidad de obtener aunque sea un mínimo beneficio de éstos

Por estas razones, los gobiernos de países como Japón, Canadá, China, Australia, Estados Unidos y los países que conforman la Unión Europea han creado sus propias políticas para atacar esta problemática.

En este trabajo se busca hacer un análisis de las consecuencias económicas que trae la implementación de políticas obligatorias cuyo objetivo es la reducción de los WEEE. Específicamente, el presente estudio, está basado en la Directiva WEEE implementada en la Unión Europea en el año 2003, la cual es una política obligatoria que hace responsables a los productores de artículos eléctricos y electrónicos de la recolección y reutilización de los mismos cuando éstos llegan al final de su vida útil.

El análisis antes mencionado, se realiza desarrollando y resolviendo un modelo matemático que representa las opciones que tiene un productor para llevar a cabo las actividades de recolección y reutilización de productos, de manera que sea capaz de cumplir con lo establecido en la política WEEE. Además se busca medir el beneficio social que producirán determinados porcentajes de recolección y reutilización a través de distintas funciones de beneficio que tomarán como entrada la solución obtenida por el modelo matemático.

En este capítulo, presentamos algunos de los conceptos que sirvieron de base para lograr el objetivo planteado. En la Sección 2.1, se discute acerca de la logística inversa y la recuperación de productos, después, en la Sección 2.2 se habla acerca de cómo se han aplicado diversas políticas en distintos países para la reducción de los WEEE. Finalmente en la Sección 2.3 se describen brevemente algunos conceptos de Optimización y Teoría de Juegos necesarios para la resolución del modelo matemático el cual es parte fundamental del presente trabajo.

2.1. Logística Inversa y Recuperación de Productos

La *administración de la cadena de suministro* (SCM) es un tema que ha sido discutido y estudiado ampliamente. Sin embargo, la mayoría de las publicaciones relacionadas con SCM se enfocan sólo en la producción y venta de productos y no se toma en cuenta lo que sucede después de que dichos productos son vendidos.

Tradicionalmente, los esfuerzos han sido concentrados en mejorar las operaciones logísticas tradicionales (*forward logistics* en inglés) pero lo cierto es que una cadena de suministro completa incluye también a la logística inversa (Krumwiede and Sheu, 2002).

La administración de la cadena de suministro ahora tiene que tomar en cuenta el ciclo de vida completo de los productos e integrar conceptos de logística inversa (Dyckhoff et al., 2004). La mayoría de las cadenas de ciclo cerrado incluyen procesos clave como: compra de producto, logística inversa, separación y disposición, recuperación y redistribución y ventas. Nos enfocaremos en los conceptos de logística inversa y recuperación de producto.

Primeramente definiremos el concepto de logística inversa; posteriormente discutiremos acerca de los diferentes aspectos del proceso de recuperación de productos y hablaremos acerca de las implicaciones que trae consigo la expansión de la cadena de suministro.

La logística inversa se puede definir como: “El proceso de planear, implementar y controlar el flujo eficiente y de costo efectivo de materia prima, inventario en proceso, productos terminados e información relacionada desde el punto de consumo hasta el punto de origen con el propósito de recapturar valor o desechar los productos de manera adecuada” (Rogers and Tibben-Lembke, 1999).

En la Figura 2.1 se muestra un ejemplo de cadena de suministro de ciclo cerrado presentado en Guide and Wassenhove (2001). Un ejemplo de cadena de suministro de ciclo cerrado eficiente es el de la compañía Xerox. Como se observa en la figura, el primer paso para reutilizar los productos es obtener los productos usados de los clientes; dichos productos sirven como entradas del proceso de remanufactura, sin embargo, antes de este proceso es necesario trasladar los productos a la planta de remanufactura, lo cual se logra a través de la logística inversa. Finalmente, los productos remanufacturados deben ser distribuidos y vendidos. Un punto importante a destacar es el hecho de que esta compañía depende en gran medida del arrendamiento de sus equipos para predecir más precisamente cuándo y cuántos equipos serán regresados por sus clientes.

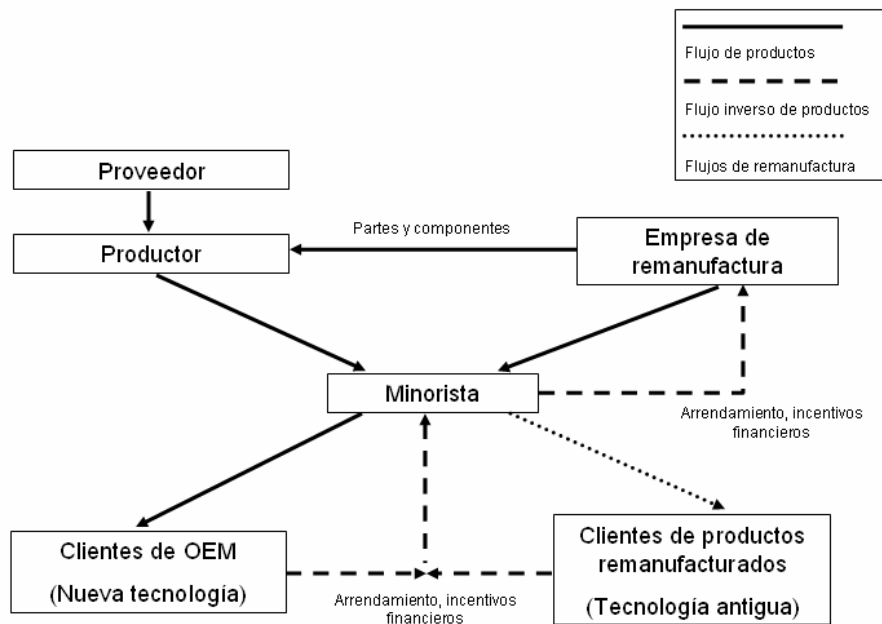


Figura 2.1: Cadena de suministro de ciclo cerrado para fotocopadoras

Así, la SCM ahora incluye tareas referentes a la etapa de utilización del producto como servicio o mantenimiento, y también incluye otras relacionadas con la fase del final de vida útil de los artículos como la recuperación, actualización, remanufactura o reciclaje de productos.

De acuerdo a Schultmann et al. (2006), se puede decir que existen dos motivaciones principales para añadir la fase del final de vida útil de los productos a la cadena de suministro:

- Motivación económica – siempre que un producto tenga un valor considerable en el mercado al final de la primera etapa de utilización, es conveniente para el fabricante recolectar, actualizar y volver a vender este producto.
- Motivación legal – la legislación de distintos países es cada vez más demandante debido a la preocupación por asuntos ambientales, lo cual trae consigo retos en lo referente a las obligaciones de recuperación de productos.

En la mayoría de las aplicaciones es posible encontrar tanto la motivación económica como la motivación legal cuando se realiza la expansión de la cadena de suministro a una cadena de suministro de ciclo cerrado (Schultmann et al., 2006). Algunas compañías han sido pro-activas ya que implementaron estas estrategias antes de que fueran obligadas por las leyes; en la práctica lo más común es que las empresas se resistan a la implementación de estas actividades, ya que la mayoría de las compañías aún no ven a las cadenas de suministro de ciclo cerrado como un medio para prosperar en el mercado (Krikke et al., 2004). Sin embargo, aún cuando muchas empresas no estén preparadas para llevar a cabo estos cambios, la implementación de políticas gubernamentales (motivación legal) que obligan a las empresas a recolectar y reutilizar sus productos obsoletos ocasiona que estas compañías busquen formas de realizar estas actividades de la mejor manera.

La cadena de suministro en reversa añade complejidad al manejo de las cadenas de suministro, por lo cual las empresas no dedican tiempo suficiente a planear sus cadenas de suministro de ciclo cerrado. Esto trae como consecuencia que las cadenas inversas sean ineficientes e incluso nocivas para el ambiente (Krikke et al, 2004).

Ahora, en lo que respecta a la recuperación de producto, en los últimos años aparecieron distintas publicaciones describiendo lo que las compañías están haciendo

para llevar a cabo esta actividad como Rogers and Tibben-Lembke (1999); Spengler et al. (2004); Flapper (2001). Específicamente, Flapper (2001) ofrece un análisis muy completo acerca de cómo definir estrategias para la recuperación de productos y porqué es importante que una empresa defina este tipo de estrategias y realice estas actividades.

En un proceso de *recuperación de productos* se tienen como entradas artículos, componentes o materiales que son resultado de un proceso no deseado, por ejemplo, materiales de desecho obtenidos de un proceso productivo, productos vendidos que son regresados por el cliente, artículos que no cumplen con las especificaciones o productos obsoletos. Como salidas de este proceso, es posible obtener componentes o productos que pueden ser reutilizados por la misma empresa que los recuperó o pueden ser vendidos a otras compañías.

Hasta ahora se han mencionado las entradas y salidas del proceso de recuperación de producto; pero no se ha hecho mención de las distintas alternativas que se pueden aplicar a las entradas del proceso para convertirlas en las salidas deseadas. Dentro de las opciones de recuperación, encontramos el re-uso directo, la reparación, actualización o restauración, remanufactura, canibalismo (obtener partes de repuesto de un dispositivo para reparar otro artículo similar) y disposición de desechos (reciclaje, disposición de desechos). Para más detalles referimos al trabajo de Krikke et al. (2004) en donde se presenta una tabla donde se explican las operaciones necesarias para llevar a cabo cada opción de recuperación.

Después de conocer las distintas opciones de recuperación de productos existentes, es necesario tomar ciertas decisiones que permitan llevar a cabo esta recuperación de forma eficiente. Es muy importante que una compañía que se va a involucrar en estas actividades decida cómo recolectar sus artículos y qué hacer con dichos artículos una vez que han sido recolectados.

Si se habla acerca de los costos de recolección, tenemos que la actividad de recolectar productos usados representa una parte significativa de los costos totales de

una cadena de suministro de ciclo cerrado (Fleischmann, 2001). Entonces, si existen altos costos, se puede considerar la posibilidad de tener socios para realizar las actividades de recuperación de productos conjuntamente (Flapper, 2001), además es posible establecer una red de recuperación en común entre varias empresas o buscar que otra compañía se encargue de estas tareas (outsourcing). Una alternativa adicional es que la empresa instale su propia red de recuperación de productos. Estas decisiones son de gran relevancia para construir una red de logística inversa eficiente así como para la implementación de los procesos de recuperación de productos. Dependiendo de las condiciones económicas y la situación de cada empresa en particular, una opción puede resultar más beneficiosa que otra.

Así, en muchos casos los productores se han unido para formar organizaciones de responsabilidad del productor, cuyo objetivo es recolectar y dar tratamiento a los productos que llegan al final de su vida útil. En cambio, otras empresas deciden llevar a cabo la recolección y tratamiento de sus productos de forma individual (Jacobs and Subramanian, 2007)

De acuerdo a Guide et al. (2001) existen dos sistemas para la obtención de productos usados. El primero es el flujo de desechos (waste stream) y el segundo sistema está basado en el mercado (market-driven system). En un sistema de flujo de desechos se hace responsable a los productores de la recolección y reutilización de sus productos, mientras que en un sistema basado en el mercado se tienen incentivos económicos para motivar a los usuarios a regresar su producto.

Si se analizan las implicaciones en la operación de estos dos sistemas se puede decir que el sistema basado en el mercado proporciona más beneficios que un sistema de desecho, aún cuando los productos provenientes del sistema de desecho no tengan costo, ya que la calidad de los productos es mucho mejor si se manejan por un sistema de mercado, lo cual permite reducir los costos.

El presente estudio se basa en un sistema de flujo de desechos donde el productor de EEE (equipo eléctrico y electrónico) es responsable de las actividades de recolección y reutilización y no existen incentivos económicos para propiciar el retorno de los artículos obsoletos. Un ejemplo de un sistema basado en el mercado se puede encontrar en Guide (2001) donde se explica cómo una empresa estadounidense que remanufactura celulares paga un determinado precio para obtener los dispositivos usados.

En el caso del abastecimiento de productos recuperados se encuentran algunas dificultades porque, como se menciona en Fernández and Kekäle (2005), hay mucha incertidumbre con respecto a cuándo el usuario devolverá un producto. Algunas personas tienden a tratar de deshacerse del producto que ya no usan lo más rápido posible mientras que otras personas lo guardan por largo tiempo antes de devolverlo, así en (Flapper, 2001) se discute si es mejor que los usuarios devuelvan los productos o si es necesario que la compañía vaya a recolectarlos.

De la misma forma, la recuperación de producto trae ciertas consecuencias para la organización interna de la compañía; ciertas actividades que no se realizaban con anterioridad, se tienen que hacer cuando se incorpora el proceso de recuperación de producto. Ejemplos de estas consecuencias se encuentran en Flapper (2001), algunos de ellos son: cambios en la función de compras, modificación del diseño de productos y cambios en el departamento de producción donde se tienen que desensamblar, reparar y ordenar los productos recuperados. Flapper concluye que se necesitan nuevos modelos cuantitativos para saber las consecuencias en términos de ingresos que trae implementar estas actividades.

Como se ha mencionado, la implementación de actividades de logística inversa y recuperación de productos conlleva muy diversas decisiones de gran importancia y se requiere de esfuerzo para lograr que resulten exitosas. Así, la decisión de incorporar el proceso de logística inversa debe analizarse cuidadosamente, obteniendo los beneficios y costos generados por dicho proceso, ya que no todas las empresas son aptas para llevar a cabo un proceso de logística inversa y recuperación de producto.

Sin embargo, como se comentó anteriormente, existe una motivación legal debido a las nuevas políticas gubernamentales relacionadas con el medio ambiente requieren que dichas actividades se implementen aún cuando no todas las empresas están preparadas para llevarlas a cabo. Por lo tanto, es necesario elaborar un análisis económico para determinar la manera más eficiente de cumplir con las políticas establecidas (Guide, 2001).

Se puede decir que las compañías que vean a la logística inversa como una oportunidad de negocio, muy probablemente prosperarán, mientras que las compañías que traten de evadir estas actividades que se han vuelto necesarias, perderán valiosas oportunidades de incrementar su utilidad (Krumwiede y Sheu, 2002).

Las políticas relacionadas con los WEEE han tomado una relevancia mucho mayor en los últimos años ya que como se comentó al inicio de este capítulo, se han incrementado las ventas de estos artículos de forma considerable. Millones de productos electrónicos salen a la venta cada año con ciclos de vida cada vez más cortos, lo cual ocasiona que un número enorme de artículos obsoletos se conviertan en desechos. Además, las políticas enfocadas en los WEEE han tomado un auge aún mayor por el hecho de que los productos eléctricos y electrónicos contienen sustancias peligrosas como metales pesados, PVC o retardantes de flama que pueden causar efectos muy negativos en el medio ambiente (Spengler et al., 2004).

Como se discutió anteriormente, existen muy diversas alternativas de recuperación de productos. Particularmente, en el caso específico de los artículos eléctricos y electrónicos existen tres opciones que generalmente se utilizan:

- Reutilización – se refiere a obtener componentes que servirán para producir nuevos artículos.
- Reciclaje de materiales – se utiliza esta opción en el caso de los metales y plásticos para transformar dichos materiales en materia prima.

- Restauración – se usa el producto en su totalidad como un artículo de segunda mano.

En el presente estudio se considera que los productores de EEE reutilizarán los artículos obsoletos a través de la remanufactura. Por este motivo, nos enfocaremos en dicha alternativa de recuperación de productos.

La *remanufactura* se describe como un proceso industrial en el cual los productos usados son restaurados hasta quedar como si fueran artículos nuevos. A través de diferentes procesos, los productos usados se desensamblan y las partes que pueden ser reutilizadas se limpian y restauran. El nuevo producto se vuelve a ensamblar con los componentes anteriores y si es necesario, se agregan algunos componentes nuevos para producir un artículo que es equivalente (o superior) en desempeño y tiempo de vida a un producto nuevo (Ferrer y Whybark, 2001).

Para tener una operación de remanufactura exitosa se requieren adoptar estándares de calidad altos; frecuentemente la compañía expande su mercado ofreciendo productos remanufacturados a un precio bajo. Indiscutiblemente los beneficios de la remanufactura son mucho mayores si no se puede distinguir la diferencia entre un producto nuevo y uno remanufacturado (Ferrer y Swaminathan, 2006).

Ahora bien, según Ferrer y Whybark (2001) dos de los aspectos que determinan la factibilidad económica de la remanufactura son:

- el diseño del producto y
- la infraestructura de la red de logística inversa.

En lo referente a diseño de productos Fernández y Kekäle (2005) mencionan que la logística inversa comienza desde la fase de desarrollo del producto; Hendrickson et al. (2001) indican que las decisiones a la hora de diseñar pueden afectar mucho la factibilidad de remanufactura, el re-uso y reciclaje de productos usados. Actualmente la mayoría de los productos son diseñados sin tomar en cuenta este tipo de actividades y

solo se enfocan en los costos iniciales y no en el costo de ciclo de vida del producto, su mantenimiento o re-uso.

En el caso de la infraestructura de la red de logística inversa existen publicaciones como Savaskan et al. (2004) donde se discute acerca de las implicaciones que tiene la elección del canal de recolección en reversa. La investigación está basada en la recolección y remanufactura de los cartuchos de impresoras y copiadoras, las cámaras fotográficas desechables y los teléfonos celulares. Se manejan tres opciones: que el productor recolecte los artículos usados directamente de los clientes, la segunda alternativa es dar incentivos a un minorista para que lleve a cabo la recolección y la última opción que se considera es contratar a una empresa externa para recolectar los productos. Se busca conocer cómo afecta la decisión de elección del canal de recolección inverso en la tasa de retorno de productos usados por parte de los clientes.

Así mismo, Savaskan y Wassenhove (2006) buscan entender los compromisos (*trade-offs*) que influyen en la selección del canal de recolección inverso de un fabricante que distribuye productos nuevos a través de dos minoristas en competencia. Adicionalmente, el fabricante reutiliza productos para fabricar nuevos artículos. Además, los autores consideran cuatro modelos de cadena de suministro que incluyen a los tres agentes decisores.

Webster y Mitra (2007) abordan los aspectos referentes a la recolección y remanufactura de productos eléctricos y electrónicos. Desarrollan un modelo de dos periodos en el que primeramente un productor lanza una generación de artículos nuevos. Al final del primer periodo una empresa de remanufactura obtiene los productos usados. Por último, en el segundo periodo el productor compite con la empresa de remanufactura en la venta de los artículos que cada uno produce.

El presente estudio considera que los productores de EEE tienen una motivación legal para incorporar la logística inversa en sus procesos. Las políticas gubernamentales que tienen como objetivo la reducción de las cantidades de WEEE pueden ser de

diversos tipos. En la siguiente sección, se analizan algunos casos de las diferentes políticas que han sido implementadas en países como Estados Unidos, Japón, China y la Unión Europea.

2.2. Políticas Gubernamentales Referentes a los WEEE

En general parece haber una tendencia hacia mayores restricciones y limitaciones en referencia al tipo de artículos pueden ser llevados a un basurero y acerca de cómo y dónde se debe desechar un producto (Rogers and Tibben-Lembke, 1999).

Una consecuencia de suma importancia de las regulaciones ambientales es que los fabricantes tienen que ocuparse de la recolección y reciclaje de sus productos aún y cuando no se puede esperar ninguna ganancia o beneficio de esto. Estas regulaciones pueden actuar como un obstáculo para las compañías que no estén al tanto de los ajustes que tienen que llevar a cabo para desempeñar actividades de logística inversa (Guide, 2001).

Es esencial que se desarrollen medidas que permitan que la minimización, reciclaje y reducción de residuos sean económicamente atractivos y puedan competir con los métodos tradicionales de recolección y disposición de basura.

Se examina en Wilson (1996) el desarrollo de políticas de manejo de residuos por parte de distintos países alrededor del mundo y se analizan los distintos tipos de políticas o medidas que se han puesto en práctica para la reducción de residuos. Además, en este artículo se puede encontrar una clasificación muy interesante de los tipos de políticas que existen.

En el caso específico de los WEEE, en cada país se han implementado diferentes tipos de políticas. En los Estados Unidos, generalmente la legislación de este país, en lugar de obligar, intenta motivar o incentivar para llevar a cabo actividades de reutilización de productos. La industria del reciclaje en este país es un ejemplo de este

tipo de políticas; así mismo, en ciertos estados los municipios son responsables de las actividades de recolección (Guide, 2001).

Un ejemplo de esto se tiene en estados como Maine y Conneticut donde los municipios, en conjunto con los productores toman el control de la recolección. En el caso concreto de Maine, los municipios se encargan de mantener instalaciones que reciben los productos electrónicos obsoletos recolectados de los hogares donde dichos productos se separan por marca, cobrando a cada productor los costos generados por sus productos (Webster and Mitra, 2007). Así mismo, la agencia de protección al ambiente de este país (EPA) ha invertido sumas de dinero considerables en la implementación de programas voluntarios como el “Plug-In to eCycling” en 2004, que consistía en patrocinar cuatro proyectos pilotos en tiendas minoristas para llevar a cabo la recolección de productos electrónicos usados.

Sin embargo, también se han implementado prohibiciones para que ciertos artículos no sean llevados a los basureros como la prohibición de la disposición de los tubos de rayos catódicos que estableció la Agencia de Protección Ambiental en 1992 (Hendrickson et al., 2001). Más recientemente estados como Washington, Minnesota, Texas y Oregon han implementado nuevas regulaciones que obligan a los productores de equipo eléctrico a pagar por la recolección y tratamiento de los equipos eléctricos y electrónicos; es decir, que se comienza a implementar el concepto de *Responsabilidad Extendida del Productor* (EPR).

El concepto de EPR expresa la idea de hacer responsable física o financieramente a los productores por el daño ambiental que sus productos causan cuando éstos llegan al final de su vida útil. Su objetivo principal debe ser la reducción del volumen de desechos sólidos. Hay muchos instrumentos que son consistentes con el concepto de responsabilidad extendida del productor, como los mandatos de recuperación de productos, impuestos de disposición por adelantado (advanced diposal fees), sistemas de depósito-reembolso y otros (Walls, 2003).

Otro ejemplo de la aplicación de EPR en Estados Unidos son los impuestos de disposición por adelantado que se utilizan en el estado de California para el manejo de televisiones y monitores de computadoras. El impuesto es pagado por el consumidor en el momento de la compra del artículo y puede variar entre 6 y 10 dólares. El dinero recaudado se utiliza para incentivar a los consumidores y negocios a llevar los productos obsoletos a una planta de reciclaje. El estado paga a la empresa encargada del reciclaje aproximadamente 48 centavos por libra de EEE reciclado y las empresas encargadas del reciclaje deben pagar 20 centavos por libra a los recolectores que lleven los artículos a su planta de reciclaje.

Como se puede observar, en Estados Unidos, no existe una legislación federal que mantenga la uniformidad de las políticas implementadas. Este hecho refleja una gran problemática debido a que puede haber legislaciones que entran en conflicto entre un estado y otro, lo cual puede representar un obstáculo para los productores, vendedores y recicladores. Un ejemplo de esta problemática sería que un productor de un cierto estado tenga un impuesto de disposición por adelantado en sus productos, mientras que en otro estado, el mismo productor debe hacerse cargo de la recolección y pagar por el tratamiento o reutilización de sus artículos (GAO, 2005).

En el caso de la Unión Europea, se implementó una política llamada Directiva del Parlamento Europeo y del Consejo referente a los WEEE. En dicha política, se establece la responsabilidad de los productores sobre los artículos al final de su vida útil. Esta responsabilidad se refiere a que las empresas se hagan cargo de los costos del tratamiento, recuperación y disposición final de los WEEE (Spengler et al., 2004)

La Directiva WEEE considera diez categorías de productos y para cada categoría establece ciertos porcentajes de recolección y reutilización que los productores de EEE deben cumplir. Debido a que se considera una amplia variedad de productos como electrodomésticos pequeños y grandes, equipos de sonido, equipos de informática, juguetes, dispensadores automáticos, entre otros. Esta política es más estricta que las regulaciones implementadas en otros países.

Para llevar a cabo las actividades de recolección y reutilización, los productores de EEE europeos tienen dos alternativas: unirse a un esquema de recolección colectivo (monopolio) o realizar dichas actividades por sí mismos (esquema de recolección competitivo o individual).

Un esquema colectivo es una organización sin fines de lucro establecida por una o varias cámaras de comercio. Dicha organización es la encargada de realizar las actividades de logística inversa para diversas compañías productoras de equipos eléctricos y electrónicos en un cierto país. Los productores que se encuentran a favor de este tipo de esquemas de recolección mencionan que son efectivos para obtener beneficios de las economías de escala y es la mejor alternativa para países pequeños donde los pequeños volúmenes de productos recuperados no permiten crear un mercado donde existan varios competidores. Algunos países donde se han establecido los sistemas de recolección colectivos son Bélgica, Suecia, Noruega, Países Bajos y Suiza (Savage, 2006). El esquema colectivo de cada país tiene alternativas de financiamiento distintas, incluso algunos esquemas colectivos tienen más de una opción de financiamiento.

A diferencia del esquema colectivo, en el esquema competitivo o individual, existen múltiples organizaciones que pueden prestar los servicios de logística inversa como productores y empresas de reciclaje. Este sistema tiene preferencia en los países de la Unión Europea donde no existía legislación previa relacionada al manejo de los WEEE. Algunos países que aplican este tipo de esquema de recolección son el Reino Unido, Francia, Hungría y la República Checa. Una descripción muy completa de los sistemas de recolección, los países donde se ha implementado cada tipo de sistema y los aspectos relacionados con la implementación de la Directiva WEEE en la Unión Europea se puede encontrar en Savage (2006).

China es otro de los países que ha implementado nuevas políticas referentes a los WEEE. Las regulaciones implementadas no cubren una gran cantidad de artículos y

ciertas cuestiones de importancia como el financiamiento de las actividades de logística inversa y las responsabilidades del productor permanecen sin una definición clara. El proceso de recolección y reciclaje es hasta cierto punto desorganizado ya que es manejado por negocios informales de reciclaje; sin embargo, el gobierno chino está realizando diversas acciones para reducir la cantidad de WEEE como la instalación de plantas de reciclaje, las cuales serán subsidiadas con recursos gubernamentales (Porte y Jianxin, 2007). Además, el gobierno de este país, buscará mejorar sus políticas relacionadas con los EEE y tiende a seguir los pasos de la Directiva WEEE de la Unión Europea ya que esto es de gran importancia para las relaciones comerciales de China con la Unión Europea (Hicks et al., 2005).

De igual manera, otro país que ha puesto en práctica regulaciones con respecto a los WEEE es Japón. En este país los productores de dispositivos eléctricos son responsables del reciclaje de sus propios productos (Rogers and Tibben-Lembke, 1999). La ley japonesa para el reciclaje de productos electrodomésticos menciona que los productos como refrigeradores, lavadoras, aires acondicionados y televisiones deben ser recolectados y reciclados.

Esta ley también sigue los pasos de la Directiva WEEE de la Unión Europea; sin embargo, existen algunas diferencias entre las dos políticas. En Japón, el financiamiento de las actividades de logística inversa se realiza a través de una tarifa que los usuarios deben pagar al momento de la compra del artículo. La mayor parte de la recolección se lleva a cabo a través de los minoristas donde se intercambia un producto obsoleto por uno nuevo, con lo cual los gobiernos municipales no tienen que encargarse de establecer mecanismos de recolección. Una diferencia muy importante entre la ley japonesa y la directiva europea es la cantidad de categorías de productos que se incluyen; ya que la ley japonesa considera solo cuatro productos principales que se deben recolectar y reutilizar, mientras la Directiva europea incluye diez categorías con múltiples artículos (Kato y Kimura, 2003).

En el caso de México, se cuenta con una ley referente a la gestión de residuos. La Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos considera como residuos de manejo especial a los desechos electrónicos. Román (2007), considera que la normatividad existente es suficiente para poder desarrollar esquemas de manejo adecuados de desechos electrónicos; sin embargo, también menciona que se carece de una infraestructura formal para el manejo de este tipo de desechos.

Como se observa, a diferencia de la Unión Europea, en otros países como en Estados Unidos, no existe una legislación federal referente a los WEEE y en otros países como China, Japón y México, aún no está bien desarrollada. Debido a que en el caso de la Unión Europea, se cuenta con una legislación clara y muy bien definida, el presente estudio se basa en los requerimientos de la Directiva WEEE. Para estudiar el efecto de este tipo de políticas se ha desarrollado un modelo matemático cuya formulación matemática resultante es un modelo de maximización.

Para resolver el modelo matemático, son necesarios conceptos de la teoría de optimización. Adicionalmente, se estudiará el beneficio social que se produce con la implementación de dicha política utilizando la solución del modelo matemático como entrada en diferentes funciones de beneficio social. Esto genera un juego secuencial de dos agentes decisores donde dependiendo de los objetivos de recolección y reutilización impuestos por el agente gubernamental, se obtendrá una cierta respuesta de la industria productora de EEE que, a su vez, generará un cierto nivel de beneficio social. Por estos motivos, en seguida se presentan algunos conceptos de optimización y teoría de juegos que son la base para la realización de este trabajo.

2.3. Optimización y Teoría de Juegos

Diversos problemas teóricos y de la vida real pueden ser representados por un modelo matemático de optimización. La optimización se refiere al estudio de problemas

donde se busca ya sea maximizar o minimizar una función real seleccionando sistemáticamente valores reales o enteros de entre un conjunto de posibles valores. Se podría decir que la optimización es el acto de elegir la “mejor” opción de entre todas las alternativas disponibles. Se puede ver como una descripción de la forma en que se toman o deberían tomarse las decisiones. (Gravelle y Rees, 2006).

Un problema general de *optimización* se encuentra conformado por *variables de decisión*, una *función objetivo* y *restricciones*. Las variables de decisión son las variables para las cuales se desea encontrar los “mejores” valores, como cantidades de producción, cantidad de artículos a recolectar, etc. La función objetivo especifica la relación de las variables de decisión y una cierta variable cuyo valor se quiere minimizar o maximizar, dicha variable sería la utilidad que genera un fabricante en el presente estudio. Por último, las restricciones son una especificación de las alternativas disponibles para el agente decisor, por ejemplo, lo mínimo que se puede recolectar o lo máximo que es posible reutilizar. Es posible que un problema de optimización incluya restricciones de *igualdad* y *desigualdad*. Las igualdades frecuentemente describen la operación de un sistema, mientras que las desigualdades definen límites dentro de los cuales ciertas variables pueden estar (Lasdon, 2002). Entonces, un problema general de optimización se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 & \min f(x) \\
 & \text{s.a} \\
 & \quad g(x) \leq 0 \\
 & \quad h(x) = 0 \\
 & \quad x \in X \subseteq \mathfrak{R}^n
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Cuando las funciones f , g y h son *lineales*, el modelo general (2.1) es un problema de *programación lineal*, de lo contrario, se tiene un problema de *programación no lineal*. Generalmente los problemas de programación no lineal son más complicados que los problemas lineales (Lasdon, 2002). El modelo matemático desarrollado en el presente estudio es un modelo de programación no lineal.

Para dar solución a un problema de optimización, se necesita obtener el vector de valores de las variables de decisión que se encuentra en un conjunto *factible* de puntos. Lo anterior significa que es necesario obtener un vector de valores que cumple con todas las restricciones y que además obtiene un máximo o un mínimo de la función objetivo. Para un problema de maximización (como el que se desarrolla en este trabajo), una solución al problema, es un vector de variables de decisión x^* que tiene la siguiente propiedad:

$$f(x^*) \geq f(x) \quad \forall x \in S \quad (2.2)$$

Donde S es el conjunto factible de x vectores. Entonces, x^* maximiza f en el conjunto S . Sin embargo, las soluciones que es posible encontrar pueden ser soluciones locales o globales.

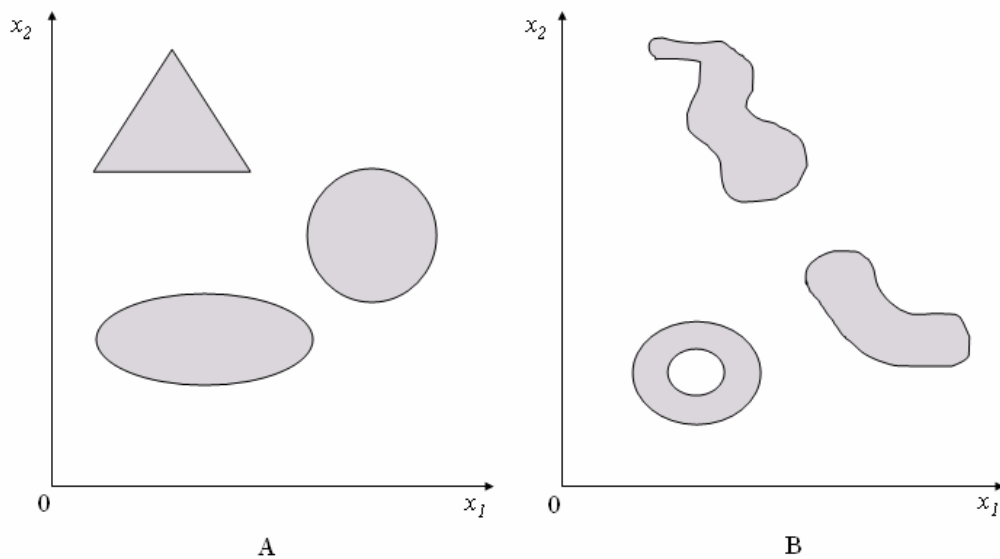


Figura 2.2: A) Conjuntos convexos, B) Conjuntos no convexos

Las condiciones necesarias para que un máximo local sea también un máximo global suelen depender de la forma del conjunto factible y de los contornos de la función objetivo (Gravelle and Rees, 2006). Así, un máximo local siempre será un máximo global si:

- el conjunto factible es *convexo* y
- se tiene una función objetivo *cóncava*.

Un conjunto factible X es convexo si dados dos puntos cualesquiera de dicho conjunto x y x' se tiene $\bar{x} = kx + (1 - k)x' \in X, 0 \leq k \leq 1$. En la Figura 2.2 se muestran ejemplos de conjuntos convexos y conjuntos no convexos.

Ahora bien, se tiene una función cóncava cuando se cumple que $f''(x) < 0$; sin embargo, si la función no es diferenciable en un punto en el que hay un corte, no se puede aplicar esta definición. Entonces, es posible definir la concavidad en términos de una propiedad general. Se puede expresar cualquier valor de x que se encuentre entre x^0 y x^1 como la suma ponderada $\bar{x} = kx^0 + (1 - k)x^1$ donde $0 \leq k \leq 1$. Si se observa la Figura 2.3, al tomar dos puntos cualesquiera \bar{x} entre x^0 y x^1 y unir los valores de la función $f(x^0)$ y $f(x^1)$ por una línea recta, el gráfico de la función entre estos dos valores se encuentra en todos sus puntos por encima de la línea.

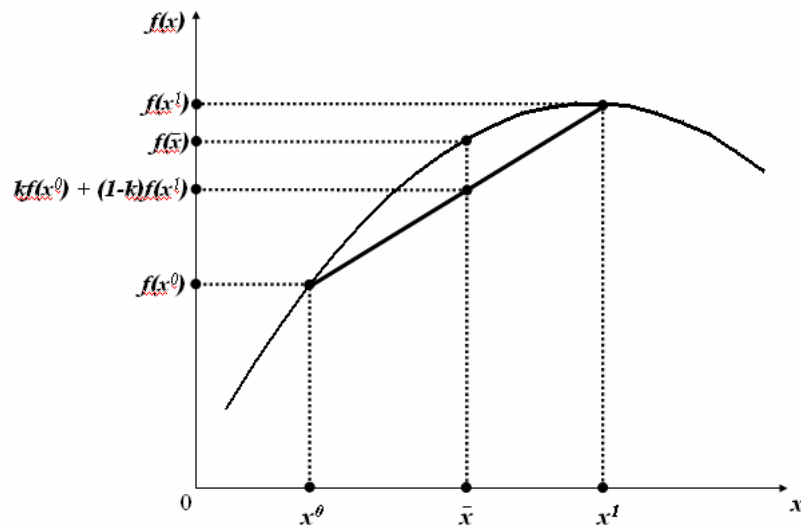


Figura 2.3: Función cóncava

Se pueden definir las funciones cóncavas como funciones que cumplen con la propiedad:

$$f\left(\bar{x}\right) \geq \bar{f} \quad (2.3)$$

Donde $\bar{x} = kx^0 + (1-k)x^1$ y $\bar{f} = kf(x^0) + (1-k)f(x^1)$ $0 \leq k \leq 1$. Una función que cumple con (2.3) como una desigualdad estricta, se considera como estrictamente cóncava.

Una explicación a detalle de las propiedades de convexidad de los conjuntos factibles, las funciones, los modelos matemáticos no lineales y su metodología de solución se puede encontrar en Bertsekas (1999).

Después de haber explicado brevemente la teoría de optimización, definiremos el concepto de teoría de juegos. En un juego, dos o más agentes saben que sus decisiones son estratégicamente interdependientes. Así, el resultado de las decisiones tomadas por un agente depende de las decisiones del otro o de los otros. Con el fin de calcular las consecuencias de sus acciones, cada jugador debe formular expectativas acerca de cómo actuarán los demás jugadores; la teoría de juegos estudia estos problemas de decisión (Gravelle y Rees, 2006).

Las decisiones que cada agente toma pueden ser representadas por funciones o modelos matemáticos que toman la forma de problemas de optimización debido a que se considera el supuesto de racionalidad, el cual implica que el agente decisor busca la mejor alternativa entre el conjunto de alternativas posibles para él.

En la literatura existen distintas publicaciones donde se aplica la teoría de juegos para analizar aspectos de las cadenas de suministro y la logística inversa. Tal es el caso de Ferrer y Swaminathan (2006) donde se analiza un modelo en el cual se supone que las diferencias entre productos nuevos y remanufacturados no se pueden distinguir. Se

analizan escenarios de dos periodos y de periodos múltiples donde el fabricante sólo construye productos nuevos en el primer periodo, pero tiene la opción de hacer productos remanufacturados y nuevos en el segundo periodo.

Así mismo, Savaskan et al. (2004) y Savaskan y Wassenhove (2006) estudian la infraestructura de la red de logística inversa utilizando modelos de teoría de juegos. Savaskan et al. (2004) consideran una cadena de suministro de dos canales y un modelo de monopolio bilateral entre un solo fabricante y un solo distribuidor (retailer), lo cual permite asignar un doble papel a un miembro del canal logístico “hacia delante” (*forward channel*).

Savaskan y Wassenhove (2006) examinan las interacciones entre un productor y un minorista en los canales hacia delante e inversos. Presentan varios modelos que consideran un solo fabricante, dos minoristas y múltiples canales de distribución. Se tienen dos modelos de cadena de suministro de ciclo cerrado descentralizados y dos modelos de cadena de suministro de ciclo cerrado coordinados.

Las trabajos mencionados hasta ahora que utilizan la teoría de juegos para llevar a cabo su investigación, se enfocan principalmente en la forma de combinar la remanufactura junto con la producción de artículos nuevos de una forma eficiente. En estas publicaciones no se considera ningún tipo de medida, política o ley cuya consecuencia sea la realización de estas actividades.

En cambio, Jacobs y Subramanian (2007) sí toman en cuenta políticas gubernamentales. Utilizan un enfoque de teoría de juegos para modelar una cadena de suministro de dos etapas con un productor y un proveedor donde cada empresa busca maximizar su ganancia. El objetivo es estudiar las interacciones entre ambas empresas que deben cumplir con alguna medida de EPR como mandatos de recolección de productos, reciclaje o disposición de productos.

Por último Hammond y Beullens (2007) presentan un modelo matemático conformado por fabricantes y consumidores dentro de un juego de precios de Cournot con información perfecta. El objetivo principal es analizar las interacciones que se presentan entre las entidades con la implementación de la Directiva WEEE de la Unión Europea.

Existe una gran cantidad de literatura referente a las cadenas de suministro de ciclo cerrado, la logística inversa y la recuperación de productos; sin embargo, no existe un estudio que analice la interacción de un productor de EEE y el gobierno cuando este último decide poner en marcha una política ambiental obligatoria tal como la Directiva WEEE implementada en la Unión Europea. Por tal motivo, el presente estudio busca analizar dicha interacción, estudiar el impacto causado por la política en la utilidad y realizar un análisis del beneficio social generado una vez que la política se implementa.

CAPÍTULO 3

MODELO MATEMÁTICO

DEL PRODUCTOR

Para llevar a cabo el análisis de los efectos producidos por la implementación de políticas obligatorias referentes a los WEEE, se estudia la interacción entre dos entidades: gobierno e industria. En el caso específico de las decisiones que toma la industria, se ha desarrollado un modelo matemático de maximización. Dicho modelo se utiliza para representar las decisiones que un productor de EEE debe tomar después de que ha sido implementada una política para la reducción de los WEEE. En el presente capítulo, se explica el modelo desarrollado y la metodología de solución aplicada. Con dicho modelo, se pretende encontrar la manera más eficiente, desde el punto de vista económico, en la que un productor de EEE puede cumplir con las exigencias de las políticas gubernamentales.

Específicamente, para el desarrollo de este estudio, se ha tomado como base la Directiva WEEE de la Unión Europea, la cual entró en vigor desde el año 2003. Como se mencionó en el capítulo anterior, esta política establece porcentajes de recolección y reutilización para WEEE según distintas categorías de productos. Los productores de EEE tienen la responsabilidad de dichas actividades y como consecuencia de esto, es muy probable que las ganancias de la industria se vean afectadas por las actividades y costos adicionales, necesarios para cumplir con los objetivos que establece el gobierno Europeo.

Para la implementación de la política WEEE, suponemos que un agente regulador (gobierno) establece ciertos porcentajes de recolección y reutilización que cada productor debe cumplir, lo cual ocasiona que la industria reaccione y cambie sus estrategias para hacer lo que se le pide de la forma más eficiente. Esta es la razón por la cual se desarrolla el modelo matemático que representa a la industria como un modelo de maximización, ya que se supone que la industria busca cumplir con lo estipulado en la política y al mismo tiempo intenta encontrar el mayor beneficio posible (la utilidad más alta). Una vez que la industria haya seleccionado las alternativas más convenientes, el gobierno buscará una forma de medir el beneficio social obtenido de la implementación de las políticas.

Así, nos encontramos con que este proceso de implementación de la política cuenta con tres sucesos o eventos secuenciales donde dos agentes interactúan debido a que las decisiones de un agente afectan al otro. Entonces, esta situación puede ser analizada como un juego secuencial de dos jugadores. En la Figura 3.1 se presentan los eventos involucrados en este juego.

El primer evento, donde el agente regulador establece los porcentajes de recolección y reutilización se encuentra especificado en la Directiva WEEE. Una explicación detallada de la Directiva y los porcentajes establecidos para cada categoría de EEE se encuentra en European Parliament (2003). El segundo evento corresponde al modelo matemático que será descrito y resuelto en este capítulo, mientras el tercer y último

evento se refiere a cómo el gobierno mide qué tanto beneficio se puede obtener con la política aplicada.

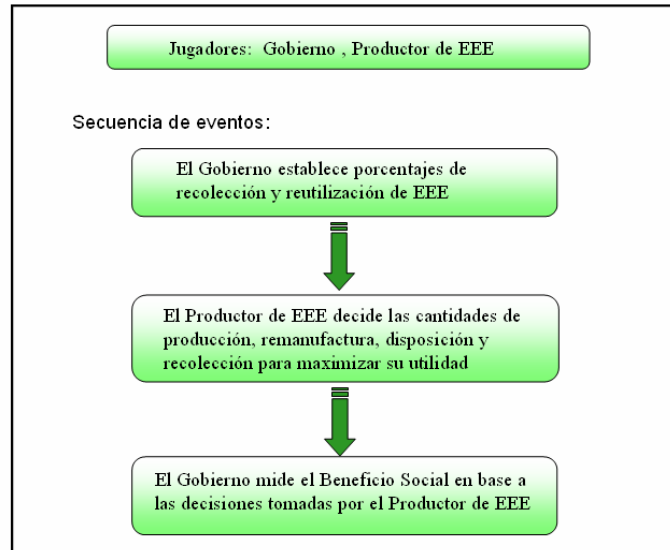


Figura 3.1: Descripción de eventos en el juego secuencial

Es importante hacer énfasis en el hecho de que en este análisis uno de los jugadores no es una empresa, sino el gobierno cuyo objetivo está enfocado en producir un beneficio hacia el medio ambiente y la sociedad, lo cual nos indica que para medir el impacto de las políticas implementadas, será necesario desarrollar una función de beneficio utilizando los resultados obtenidos de la solución del modelo matemático descrito en el presente capítulo. El desarrollo, solución y ejemplos numéricos de las funciones de beneficio social se pueden encontrar en el Capítulo 5.

Es tiempo de enfocarnos en la decisión del productor de EEE. El modelo matemático desarrollado, pretende representar la decisión del productor descrita en el segundo evento de la Figura 3.1. Dicho modelo captura las generaciones sucesivas de un producto (EEE), el cual es fabricado usando, ya sea componentes nuevos o usados, que se obtienen de los productos obsoletos recolectados y desensamblados. Esto ocurre en caso de que el productor haya decidido utilizar el esquema individual de recolección. El que una empresa utilice el esquema individual, quiere decir que la misma empresa se

encargará de las actividades de recolección y reutilización. En la Figura 3.2 se puede observar el proceso que sigue una empresa que utiliza el esquema de recolección antes mencionado.

En la realidad, cuando se recuperan productos, se pueden realizar distintas actividades como el reciclaje y la remanufactura (para más detalles ver el Capítulo 2). Sin embargo, para llevar a cabo la modelación y resolución de nuestro problema con la metodología que se explicará más adelante, se considera que la recuperación o reutilización de productos se refiere solamente a la remanufactura, es decir, la actividad de reciclaje no es considerada en el presente estudio.

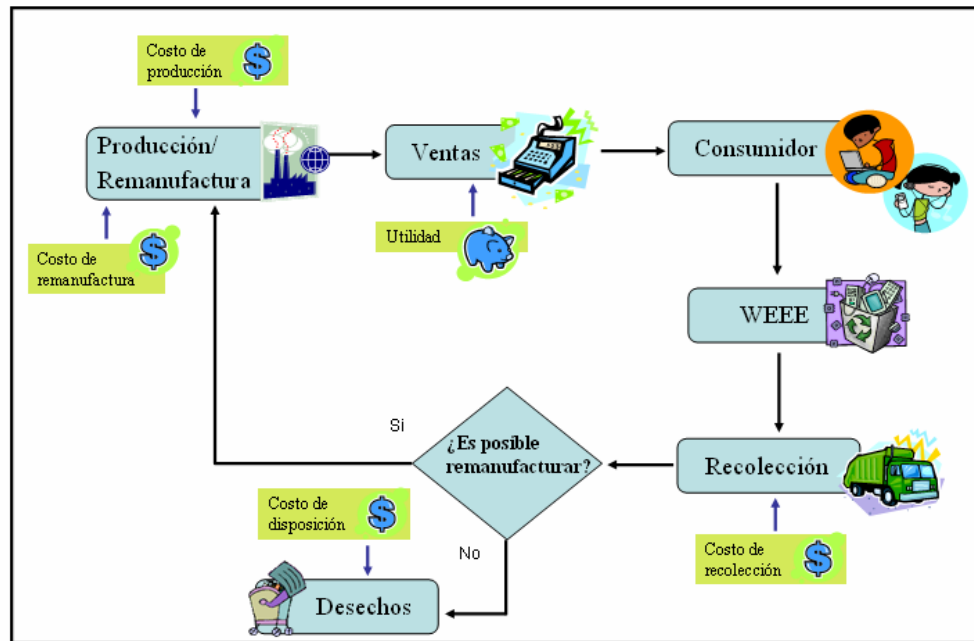


Figura 3.2: Proceso de un esquema individual de recolección

Así, en caso de usar el esquema individual de recolección y para cada generación de productos, la industria necesita decidir las cantidades de producción, cantidad de artículos que serán reutilizados, cantidad de artículos recolectados que no son aptos para la remanufactura y la cantidad de artículos obsoletos que será recolectada de los consumidores. Recordemos del Capítulo 2 que un sistema competitivo o individual es un

enfoque basado en el mercado (*market-based approach* en inglés) formado por distintas compañías donde cada una de ellas se encarga de sus propias actividades de recolección y lleva todos los costos que se relacionan con estas actividades; lo cual quiere decir, que las firmas intentan cumplir con sus objetivos de la manera más eficiente, económicamente hablando (Savage, 2006).

Ahora bien, el productor de EEE puede optar por usar otro tipo de esquema de recolección, ya que la empresa tiene la alternativa de unirse a un esquema colectivo o consorcio industrial. Un consorcio industrial nacional es una organización sin fines de lucro responsable de la recolección, tratamiento y financiamiento de casi toda la basura electrónica que se genera en un país. Este tipo de sistema actúa como un monopolio debido a que estas organizaciones se encargan de la llamada “basura electrónica” de muchos diferentes productores.

Un sistema colectivo puede tener distintas formas de financiar las actividades que lleva a cabo. En este trabajo se considera que el esquema colectivo ha fijado un costo por cada unidad obsoleta recolectada perteneciente al productor de EEE. En la Figura 3.3, se muestra el proceso que se lleva a cabo cuando un productor de EEE decide utilizar un esquema colectivo de recolección. En este proceso se involucra una menor cantidad de variables y parámetros debido a que el sistema colectivo es el encargado de las actividades de logística inversa. Al utilizar este esquema, el productor solo conoce la cantidad de artículos recolectados ya que tiene que pagar un costo que depende de dicha cantidad.

Adicionalmente, es importante tener en cuenta que cuando un productor decide unirse a un consorcio industrial, deja de tener control sobre sus artículos y no puede usar los artículos recolectados por el esquema colectivo para reutilizarlos él mismo. Esto significa que el sistema colectivo al que se haya unido, se encargará tanto de recolectar como de reutilizar los productos de las distintas empresas inscritas en el sistema.

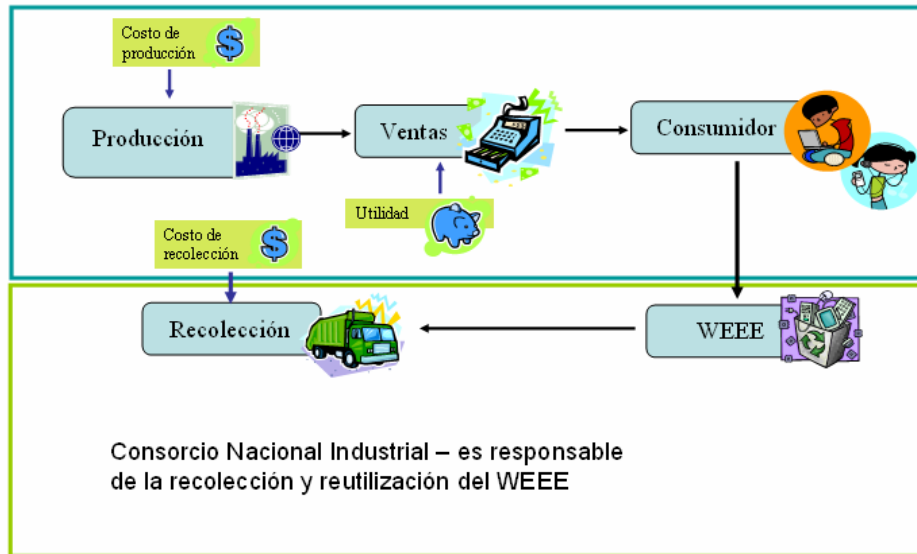


Figura 3.3: Proceso de un esquema colectivo de recolección

Ya que se conocen las decisiones que el productor debe tomar con cada generación de productos fabricados, introducimos en la Sección 3.1 la notación que se utilizará en el modelo matemático y los supuestos bajo los cuales se desarrolló el modelo matemático. Además, en la Sección 3.2 se presenta el modelo matemático desarrollado. Finalmente, en la Sección 3.3 se describe la metodología de solución para dicho modelo.

3.1. Notación

El modelo matemático que se presenta en este capítulo está conformado por variables de decisión, las cuales serán la respuesta que genere dicho modelo. Se incluyen también parámetros tales como los costos involucrados en las actividades de logística inversa y el porcentaje de artículos recolectados que es posible remanufacturar. El valor de la función objetivo se encuentra representado por Π , es decir, es el valor de utilidad que obtenga el productor.

Adicionalmente en el modelo se incluyen dos porcentajes que representan las decisiones de la entidad gubernamental. El primer porcentaje es la exigencia de

recolección estipulada en la política y está representado en el modelo matemático con β_1 . Esto significa que el productor de EEE debe recolectar una cantidad de artículos obsoletos equivalente al porcentaje β_1 de la cantidad total de artículos que sean fabricados. El segundo porcentaje se refiere a la cantidad de artículos que deben ser remanufacturados y se representa con β_2 . Dicho porcentaje nos indica que el productor está obligado a remanufacturar una cantidad que equivale al porcentaje β_2 de la cantidad total de producción de cada periodo. A continuación se presenta la notación que es utilizada en el modelo matemático:

Decisiones gubernamentales

$\beta_1 \rightarrow$ porcentaje establecido por el gobierno para la cantidad de productos que debe ser recolectada.

$\beta_2 \rightarrow$ porcentaje establecido por el gobierno para la cantidad de productos que debe ser remanufacturada.

Parámetros

$c \rightarrow$ costo de producción por unidad.

$c_{re} \rightarrow$ costo de remanufacturar una unidad.

$c_d \rightarrow$ costo de desechar una unidad después de que ésta ha sido recolectada.

$\lambda_i \rightarrow$ costo por unidad recolectada en el sistema i , donde $i \in \{ind, col\}$ ya sea que se elija el esquema individual o colectivo.

$\pi_i \rightarrow$ costo fijo por utilizar el esquema de recolección i , $i \in \{ind, col\}$.

$\tau_{re} \rightarrow$ porcentaje de productos que pueden ser remanufacturados después de que éstos han sido recolectados (posibilidad tecnológica de remanufactura).

Variables

$q_n \rightarrow$ cantidad de producción de artículos nuevos.

$q_{re} \rightarrow$ cantidad de unidades que después de ser recolectadas serán remanufacturadas.

$q_d \rightarrow$ cantidad de unidades recolectadas que no son aptas para la remanufactura y serán desechadas.

$x_i \rightarrow$ cantidad de productos recolectados usando el esquema de recolección i , donde $i \in \{ind, col\}$. En caso de que se seleccione el esquema individual se tiene que $x_{ind} = q_{re} + q_d$.

$k_i \rightarrow$ variable binaria que indica qué sistema de recolección ha sido seleccionado donde $k_i = 1$ si el sistema i se seleccionó.

El modelo matemático que se ha desarrollado para representar la utilidad del productor de artículos eléctricos y electrónicos está basado en varios supuestos. En primer lugar se supone que el porcentaje de recolección designado en la política siempre será mayor o igual que el porcentaje requerido de remanufactura de artículos ($\beta_1 \geq \beta_2$). Se considera este supuesto debido a que el productor utilizará la cantidad de artículos recolectada para llevar a cabo la remanufactura y no se puede remanufacturar una cantidad de artículos que no se ha recolectado.

El segundo supuesto tiene que ver con la capacidad de remanufacturar del productor de EEE. Se considera que de la totalidad de artículos recolectados (x_i^*) es posible remanufacturar únicamente un cierto porcentaje de éstos. Este supuesto se toma en cuenta debido a que en la realidad cuando se recolectan artículos obsoletos, puede ser que éstos no se encuentren en buen estado y muy probablemente no es posible reutilizar el 100% de los artículos recolectados.

Adicionalmente, se considera que la decisión del productor (la solución del modelo matemático) se da sólo después de que la entidad gubernamental haya definido objetivos específicos de recolección y remanufactura. No es posible resolver el modelo sin tener los porcentajes definidos.

Un supuesto más de este estudio es que un productor de EEE solamente puede seleccionar un esquema de recolección a la vez. El modelo matemático es divisible en

dos subproblemas y cada subproblema representa la elección de un esquema de recolección en cada periodo.

El precio de los artículos producidos se representa con la función $P(Q) = 1 - Q$. En dicha función el precio de venta está en función de la cantidad total de productos fabricados Q , donde la cantidad total de producción equivale a la suma de las cantidades de producción de artículos nuevos y la cantidad de remanufactura ($Q = q_n + q_{re}$), mientras que los ingresos generados por la venta de los artículos producidos están dados por $P(Q)Q$.

3.2. Modelo Matemático General

Ahora que se conoce la notación y antes de presentar el modelo matemático, es conveniente redefinir la Figura 3.1.

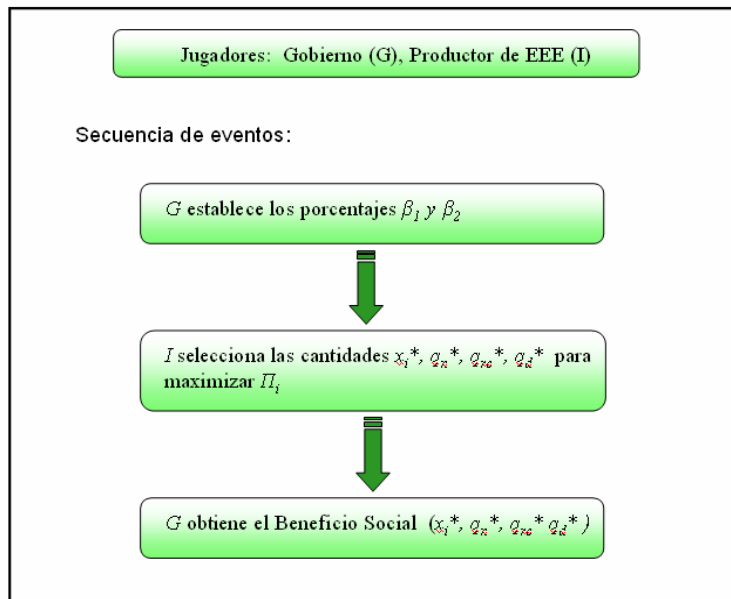


Figura 3.4: Eventos en el juego secuencial Gobierno-Industria

Una vez que el gobierno ha establecido los objetivos de recolección y reutilización, el siguiente evento tiene que ver con la decisión del productor cuyo objetivo es maximizar la utilidad obtenida. Esta decisión puede ser representada usando el modelo matemático que se muestra a continuación:

$$(P) = \text{Max } \Pi = [1 - (q_n + q_{re})] (q_n + q_{re}) - c q_n - c_{re} q_{re} - c_d q_d - \lambda_{ind} (q_{re} + q_d) - \lambda_{col} x_{col} - \pi_{ind} k_{ind} - \pi_{col} k_{col} \quad (3.1)$$

s.a.

$$\beta_1 (q_n + q_{re}) \leq q_{re} + q_d + x_{col} \leq q_n + q_{re} \quad (3.2)$$

$$q_{re} \geq \beta_2 (q_n + q_{re}) \quad (3.3)$$

$$q_{re} + q_d \leq M k_{ind} \quad (3.4)$$

$$x_{col} \leq M k_{col} \quad (3.5)$$

$$q_{re} \leq \tau_{re} (q_{re} + q_d) \quad (3.6)$$

$$k_{ind} + k_{col} \leq 1 \quad (3.7)$$

$$q_n, q_{re}, q_d, x_{col} \geq 0 \quad (3.8)$$

$$k_{ind}, k_{col} \in \{0, 1\} \quad (3.9)$$

El objetivo de este modelo es maximizar la utilidad total, la cual se obtiene restando los costos de producción y recolección (c , c_{re} , c_d , λ_{ind} , λ_{col}) al total de los ingresos generados por las ventas ($P(Q)Q$). La maximización de la función de utilidad está sujeta a varias restricciones; explicaremos a detalle el significado de cada una de ellas.

La restricción (3.2) asegura que el total de los artículos recolectados ya sea, por el esquema de recolección individual ($q_{re} + q_d$) o por el esquema colectivo (x_{col}) es al menos igual a la cantidad requerida por el gobierno $\beta_1 (q_n + q_{re})$ y no excede el total de la cantidad de producción Q . La restricción (3.3) garantiza que la cantidad de artículos remanufacturados q_{re} será suficiente para cumplir con el objetivo de reutilización $\beta_2 (q_n + q_{re})$. Las restricciones (3.4) y (3.5) son usadas para decidir cuál sistema de

recolección ha sido elegido, donde M es un número muy grande. La restricción (3.6) incluye al porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura τ_{re} de los artículos recolectados. Nos indica que la cantidad de productos remanufacturados q_{re} no puede ser mayor que el porcentaje de artículos que realmente pueden ser remanufacturados $\tau_{re}(q_{re} + q_d)$. En la restricción (3.7) se garantiza que únicamente un esquema de recolección puede ser seleccionado cada vez. Finalmente, la restricción (3.8) garantiza que las variables involucradas en el modelo sean no negativas y la restricción (3.9) permite que las variables binarias k_{ind} y k_{col} efectivamente sólo tomen los valores de cero o uno.

3.3. Método de Solución

El modelo presentado es un modelo no lineal divisible en dos subproblemas más pequeños. Cada uno de los subproblemas representa la elección de un esquema de recolección, recordando que para el desarrollo del modelo matemático se tomaron en cuenta dos alternativas de recolección: individual y colectiva.

El subproblema P_I se refiere a la elección del esquema colectivo de recolección, mientras el subproblema P_{II} representa la selección del esquema individual. Para solucionar el modelo, se deben encontrar las soluciones óptimas para cada subproblema y una vez hecho esto, la solución máxima de ellas, nos permitirá conocer la solución máxima del problema original. Para encontrar las soluciones de cada caso, aplicamos las condiciones de primer orden para cada variable, con lo cual obtenemos un óptimo local y después probamos que estas cantidades localmente óptimas son óptimos globales.

A continuación en la Sección 3.3.1 y 3.3.2 se explica cómo se obtiene cada subproblema derivado del modelo matemático original. Posteriormente, en la Sección 3.3.3, se procede a describir el método que nos permite encontrar la solución a cada subproblema y con esto resolver el modelo matemático original.

3.3.1. Subproblema Esquema de Recolección Colectivo P_I

En esta sección analizamos la situación donde se ha elegido utilizar el sistema de recolección colectivo. En caso de que la industria seleccione este esquema, se tiene que la variable binaria k_{col} toma el valor uno; mientras que la variable k_{ind} toma el valor de cero, con lo cual el modelo matemático original queda separado en dos partes, activándose solamente la parte correspondiente al esquema colectivo.

Entonces, la restricción (3.4) se vuelve trivial y provoca que las variables q_{re} , q_d y x_{ind} se vuelvan nulas ($q_{re} = q_d = x_{ind} = 0$) con lo cual se satisfacen las restricciones (3.3) y (3.6) y la restricción (3.5) se convierte en $x_{col} \leq M$. Así, el modelo matemático original (P) se convierte en el subproblema referente al subproblema del sistema colectivo (P_I) donde el valor de la utilidad que obtiene el productor de EEE está dado por Π_I . Así, el subproblema que se genera con la elección de este sistema de recolección es el siguiente:

$$(P_I) = \text{Max } \Pi_I = [1 - q_n]q_n - cq_n - \lambda_{col}x_{col} - \pi_{col} \quad (3.1')$$

s.a.

$$\beta_1 q_n \leq x_{col} \leq q_n \quad (3.2')$$

$$q_n, x_{col} \geq 0 \quad (3.3')$$

Una vez que se ha comentado cómo se obtiene el subproblema del esquema colectivo, se explica en la siguiente sección, el subproblema referente al esquema individual de recolección.

3.3.2. Subproblema Esquema de Recolección Individual P_{II}

Si la industria decide elegir el esquema individual para llevar a cabo las actividades de logística inversa necesarias con el fin de cumplir con lo requerido por la política

gubernamental, la variable k_{ind} toma el valor uno, mientras que la variable k_{col} toma el valor cero lo cual provoca que en la restricción (3.5) $x_{col} = 0$. De esta forma se activa el subproblema que corresponde al esquema individual de recolección en donde la utilidad que genera el productor de EEE está dada por Π_{II} . El subproblema resultante es el siguiente:

$$(P_{II}) = \text{Max } \Pi_{II} = [1 - (q_n + q_{re})] (q_n + q_{re}) - c q_n - c_{re} q_{re} - c_d q_d - \lambda_{ind} (q_{re} + q_d) - \pi_{ind} \quad (3.1'')$$

s.a

$$\beta_1 (q_n + q_{re}) \leq q_{re} + q_d \leq q_n + q_{re} \quad (3.2'')$$

$$q_{re} \geq \beta_2 (q_n + q_{re}) \quad (3.3'')$$

$$q_{re} \leq \tau_{re} (q_{re} + q_d) \quad (3.4'')$$

$$q_n, q_{re}, q_d \geq 0 \quad (3.5'')$$

3.3.3. Solución de los Subproblemas Resultantes: Encontrar Π_I y Π_{II}

Una vez que se ha explicado como se puede dividir el modelo matemático (P), es necesario encontrar la solución de cada subproblema resultante. Primeramente describiremos el proceso para encontrar la solución del subproblema P_I (subproblema del esquema colectivo de recolección).

3.3.3.1 Solución del Subproblema P_I

En este caso, nuestras variables son las cantidades de producción de artículos nuevos q_n y la cantidad de recolección de artículos obsoletos x_{col} . Es importante notar que en este subproblema solamente se considera el porcentaje de recolección β_1 debido a que cuando se opta por utilizar esta alternativa, el productor pierde control sobre sus artículos recolectados, ya que la organización encargada de las actividades de recuperación de productos, realiza dichas actividades para distintas empresas; por lo

tanto, un productor no puede disponer de sus propios artículos recolectados para llevar a cabo la reutilización de éstos.

Para encontrar la expresión que represente a la cantidad de producción de artículos nuevos en cada periodo, se aplican las condiciones de primer orden, obteniendo los siguientes resultados:

$$\frac{\partial \Pi_I}{\partial q_n} = 1 - 2q_n - c = 0 \quad (3.10)$$

En (3.10) encontramos una función cóncava con un punto máximo, lo cual se comprueba al obtener una segunda derivada con respecto a q_n negativa ($\frac{\partial^2 \Pi_I}{\partial q_n^2} = -2$); adicionalmente la región factible es convexa. Lo anterior, garantiza que dicha cantidad es óptima, es decir, nos indica que este óptimo local, también es un óptimo global (Gravelle and Rees, 2006).

Así, de (3.10) se obtiene una expresión que representa la cantidad de artículos nuevos a producir.

$$q_n^* = \frac{1-c}{2} \quad (3.11)$$

Ahora es necesario encontrar el valor de la segunda variable involucrada en este subproblema (x_{col}). En este caso, al obtener la condición de primer orden se encuentra una función decreciente (3.12).

$$\frac{\partial \Pi_I}{\partial x_{col}} = -\lambda_{col} \quad (3.12)$$

La expresión (3.12) nos indica que sólo el mínimo valor posible, sería capaz de permitir que se obtenga la máxima utilidad. Por lo tanto, para obtener la cantidad de artículos recolectados, es importante observar en la restricción del subproblema P_I

(3.2') que el valor mínimo posible para esta cantidad es $\beta_1 q_n$. La expresión que se encontró para representar a la cantidad de producción de artículos nuevos (3.11) se sustituye en este valor mínimo ($\beta_1 q_n$) y esto nos permite encontrar la cantidad de artículos recolectados en el esquema colectivo:

$$x_{col}^* = \frac{\beta_1 - \beta_1 c}{2} \quad (3.13)$$

Después de haber obtenido las dos cantidades antes mencionadas, es posible encontrar la expresión para la función de utilidad:

$$\Pi_I = \left(\frac{1-c}{2} \right) \left(\frac{1-c}{2} - \lambda_{col} \beta_1 \right) - \pi_{col} \quad (3.14)$$

Para encontrar una solución de este subproblema basta con definir los valores que tomarán los parámetros involucrados y sustituirlos en la expresión (3.14) con lo cual tendremos la utilidad generada en caso de elegir el esquema colectivo de recolección. El siguiente paso para resolver el modelo matemático general (P) consiste en solucionar el subproblema correspondiente al esquema individual P_{II} .

3.3.3.2 Solución del Subproblema P_{II}

Para encontrar la solución a P_{II} , aplicamos las condiciones de primer orden para cada variable que interviene en dicho subproblema (q_n , q_d y q_{re}) con el fin de obtener la expresión que representa su valor y nos permite obtener la máxima utilidad. Después de aplicar las condiciones de primer orden se obtuvieron las expresiones que se presentan a continuación:

$$q_n^* = \left(\frac{1-c}{2} \right) - q_{re} \quad (3.14)$$

$$q_d^* = 0 \tag{3.15}$$

$$q_{re}^* = \frac{1 - c_{re} - \lambda_{ind}}{2} - q_n \tag{3.16}$$

Si obtenemos las condiciones de segundo orden para las tres cantidades presentadas, encontramos que en el caso de q_n^* y q_{re}^* se tiene una función cóncava ya que tanto la segunda derivada con respecto a q_n ($\partial^2 \Pi / \partial q_n^2 < 0$) como la segunda derivada con respecto a q_{re} ($\partial^2 \Pi / \partial q_{re}^2 < 0$) son negativas. Además, en el caso de la variable q_d , se encuentra una función lineal. Esto, en conjunción con una región factible convexa, nos otorga la garantía de obtener la solución óptima.

Cada una de las cantidades obtenidas tiene que respetar sus respectivas cotas inferiores y superiores debido a que, como se observa en el subproblema P_{II} , dichas cantidades aparecen en las restricciones del subproblema; esto quiere decir que si una cantidad no respeta sus límites inferiores o superiores, tampoco cumpliría con las restricciones del modelo matemático y no sería posible obtener una solución factible.

En el caso de la cantidad q_n^* , se tienen dos cotas superiores y una cota inferior, mientras que para q_{re}^* y q_d^* , se tienen dos cotas inferiores y una superior. El hecho de que cada una de estas cantidades tenga una o más cotas inferiores y una o más cotas superiores trae consigo una consecuencia importante, ya que nos indica que cada variable puede tomar un valor u otro moviéndose de una cota a otra o moverse a su valor ideal (en caso de que cumpla con todas las condiciones necesarias). Todo esto, dependiendo de los valores que se asignen a los parámetros del modelo.

Entonces, cada variable tiene distintos valores posibles y se debe tener en cuenta que las expresiones que representan esos posibles valores tienen su origen en las restricciones del modelo matemático (en este caso las restricciones del subproblema

P_{II}). Primeramente, presentamos en la Tabla 3.1, los posibles valores para la cantidad de producción de artículos nuevos q_n^* .

Cada uno de los posibles valores proviene de una restricción. Tanto el primer valor donde $q_n^* = q_d^*$, como el segundo valor en el que $q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$, provienen de la restricción (3.2''), mientras que el tercer valor $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} q_{re}^*$ se obtiene de (3.3''). El último valor se obtuvo de las condiciones de primer orden, es decir, es la cantidad óptima de producción de artículos nuevos. Esto significa que la cantidad de artículos q_n^* tomará el valor $q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$ únicamente en caso de cumplir con todas las restricciones; de lo contrario, tomará el valor de alguna de sus cotas ya sean inferiores o superiores dependiendo de los parámetros asignados al subproblema.

Tabla 3.1: Posibles valores para q_n^* .

Valor	En caso de que:	
$q_n^* = q_d^*$	$q_d^* > \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	(3.17)
$q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$	$\frac{(1-\beta_1)}{\beta_1} q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1} < \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$ y $q_{re}^* \geq \frac{\beta_2}{\beta_1 - \beta_2} q_d^*$	(3.18)
$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} q_{re}^*$	$\frac{1-\beta_2}{\beta_2} q_{re}^* < \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$ y $q_{re}^* < \frac{\beta_2}{\beta_1 - \beta_2} q_d^*$	(3.19)
$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_n^* \geq q_d^*$, $q_n^* \leq \frac{(1-\beta_1)}{\beta_1} q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$, $q_n^* \leq \frac{(1-\beta_2)}{\beta_2} q_{re}^*$	(3.20)

El hecho de que q_n^* tome alguno de los cuatro valores anteriores tiene un significado. Por ejemplo, en caso de que dicha cantidad tome el valor de q_d^* (3.17) significa que se producen muy pocos artículos nuevos. Entonces, la cantidad de productos que van a desecharse es más alta que la de productos nuevos ($q_d^* > \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$, Tabla 3.1). Esto

sugiere que se recolectan más artículos que los que se producen; sin embargo, al menos se deben producir q_d^* artículos nuevos. Por lo tanto, la cantidad q_n^* se incrementa hasta igualar a la cantidad q_d^* . Dicho valor representa la cota inferior de la cantidad de producción de artículos nuevos.

En el caso de la expresión $q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$, encontramos la primer cota superior para q_n^* . Para que dicha cantidad tome este valor, se deben cumplir dos condiciones. La primera condición $\frac{(1-\beta_1)}{\beta_1} q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1} < \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$ indica que la cantidad de producción ideal $\left(\frac{1-c}{2} - q_{re}^*\right)$ sería mayor al valor que representa a la cota superior; no obstante, se debe respetar dicho límite y por tal motivo, es necesario disminuir la cantidad de producción q_n^* con el fin de que se encuentre dentro de los límites permitidos. A medida que se aumente la exigencia de recolección representada por el valor de β_1 , la cantidad de producción será cada vez menor.

Si se analiza esta situación desde el punto de vista del productor de EEE, una empresa que está obligada a recolectar un determinado porcentaje de su cantidad total de producción tendría que decidir cuidadosamente cuánto producir, no sólo tomando en cuenta las ganancias obtenidas de la venta de dichos artículos, sino también considerando los costos que se generan al recolectar una cantidad equivalente al porcentaje β_1 de artículos obsoletos requerido en la política gubernamental.

Como se mencionó anteriormente, la variable q_n^* tiene dos cotas superiores y cuando esto sucede, es necesario seleccionar la menor de ellas. Así, la segunda condición que se debe cumplir para que esta cantidad tome el valor $\frac{1-\beta_1}{\beta_1} q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$ es la desigualdad $q_{re}^* \geq \frac{\beta_2}{\beta_1 - \beta_2} q_d^*$ que garantiza que dicho valor es la cota superior menor.

La segunda cota superior para la cantidad q_n^* es $\frac{1-\beta_2}{\beta_2}q_{re}^*$. La cantidad de producción de artículos nuevos tomará dicho valor cuando se cumpla con dos condiciones. La primera condición $\frac{1-\beta_2}{\beta_2}q_{re}^* < \frac{1-c}{2}q_{re}^*$ indica que se desea producir una cantidad de artículos nuevos que se encuentra por arriba de su límite superior. Esto no es posible ya que no se respetaría una de las restricciones del modelo matemático. La segunda condición $q_{re}^* < \frac{\beta_2}{\beta_1-\beta_2}q_d^*$ se cumple solo en caso de que esta cota sea la menor de las dos cotas superiores existentes para q_n^* . Adicionalmente, cuando la cantidad de producción de artículos nuevos toma dicho valor, entre mayor porcentaje de β_2 sea estipulado en la política, menor será el valor de q_n^* .

Por último, el valor (3.20) sería la cantidad óptima de artículos nuevos a producir en caso de que se cumpla con todas las condiciones requeridas. Ahora discutimos los posibles valores que la cantidad q_d^* (artículos recolectados que no son aptos para llevar a cabo la remanufactura) puede tomar.

Para el caso de q_d^* solo se tienen dos posibles valores, los cuales provienen de las restricciones (3.2'') y (3.4''). Esta cantidad tiene dos cotas inferiores que se incluyen en la Tabla 3.2 (valores 3.21 y 3.22) y una cota superior $q_d^* \leq q_n^*$. La cota superior proviene de la restricción (3.2'') donde q_d^* toma el valor de q_n^* cuando la cantidad de artículos nuevos producidos es inferior a la cantidad de productos desechados, lo cual no respeta dicha cota superior (q_d^* tendría que ser al menos igual a q_n^*) y por ser el mismo caso que el valor (3.17) de la Tabla 3.1, no se considera para los posibles valores de q_d^* .

Tabla 3.2: Posibles valores para q_d^* .

Valor	En caso de que:	
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_n^* \leq \left[\frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}\beta_1} + \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \right] \cdot q_{re}^*$	(3.21)
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$	$q_n^* > \left[\frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}\beta_1} + \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \right] \cdot q_{re}^*$	(3.22)

En el caso de las dos cotas inferiores que corresponden a la cantidad de disposición de artículos se requiere elegir la mayor de ellas. La cantidad q_d^* tomará el valor $\frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ cuando se cumpla con $q_n^* \leq \left[\frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}\beta_1} + \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \right] \cdot q_{re}^*$. Esta desigualdad equivale a $\frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^* > \beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$, es decir que se utiliza para garantizar que dicho valor es la cota inferior mayor. Si q_d^* toma este valor, significa que se busca remanufacturar lo más posible de acuerdo a la posibilidad tecnológica de remanufactura τ_{re} ; además q_n^* será menor que la cantidad ideal que se desearía producir debido a que se debe cumplir con el porcentaje de recolección β_1 .

En caso contrario $q_n^* > \left[\frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}\beta_1} + \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \right] \cdot q_{re}^*$, se elige la cota inferior $\beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$.

Cuando se tiene este valor, la cantidad de producción q_n^* aumenta y esto ocasiona que se disminuya la cantidad de artículos remanufacturados y se incrementen los artículos desechados.

Una vez que se han explicado los posibles valores que representan a las cantidades q_n^* y q_d^* , solo nos resta discutir acerca de los posibles valores encontrados para la cantidad de artículos remanufacturados q_{re}^* .

Tabla 3.3: Posibles valores para q_{re}^* .

Valor	En caso de que	
$q_{re}^* = \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$	$\frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^* < \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$ y $q_d^* < \frac{\beta_1 - \beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	(3.23)
$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	$\frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^* < \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$ y $q_d^* \geq \frac{\beta_1 - \beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	(3.24)
$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$	$\frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^* > \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$	(3.25)
$q_{re}^* = \frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^*$	$q_{re} \geq \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n - \frac{q_d}{1-\beta_1}$, $q_{re} \geq \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n$ y $q_{re} \leq \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d$	(3.26)

Para esta variable, se tienen dos cotas inferiores (valores 3.23 y 3.24) y una cota superior (3.25). El valor $\frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$ proviene de la restricción (3.2'') del subproblema P_{II} y la cantidad q_{re}^* puede tomar este valor en caso de que la cantidad ideal de remanufactura representada por $\frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^*$ sea menor a dicho valor con lo cual no cumpliría con la restricción antes mencionada. Además, para que la cantidad de artículos remanufacturados tome este valor debe ser la cota inferior mayor, lo cual sucede siempre que se cumpla la desigualdad $q_d^* < \frac{\beta_1 - \beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$.

El valor $\frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$ tiene su origen en la restricción (3.3'') y, de la misma forma que el valor anterior, se necesita que la cantidad de remanufactura ideal, esté por debajo de dicho valor, es decir, que $\frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^* < \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$ con lo cual no se cumpliría con la

restricción de nuestro modelo. Así, q_{re}^* debe ser al menos igual al valor (3.24) y ser la cota inferior mayor. Esto sucede cuando se cumple con $q_d^* \geq \frac{\beta_1 - \beta_2}{1 - \beta_2} \cdot q_n^*$.

El valor $\frac{\tau_{re}}{1 - \tau_{re}} \cdot q_d^*$ se toma en el caso de que se desee remanufacturar más de lo permitido por la posibilidad tecnológica de remanufactura, lo cual no es posible (q_{re}^* estaría por arriba de su límite superior), así que lo máximo que se puede remanufacturar es precisamente este valor.

En el caso del valor $\frac{1 - (c_{re} + \lambda_{ind})}{2} \cdot q_n^*$, tenemos que la cantidad de remanufactura toma el valor de esta expresión cuando se cumple con todas las restricciones del modelo matemático. Recordemos que dicha expresión fue obtenida aplicando la condición de primer orden a la cantidad q_{re}^* .

Ahora que se han encontrado todos los posibles valores para cada variable del subproblema que representa la elección del esquema individual de recolección, es necesario estudiar los conjuntos de soluciones que se pueden formar con las combinaciones de dichos posibles valores. Debido a que se cuenta con cuatro posibles valores para q_n^* , cuatro valores para q_{re}^* y dos valores para q_d^* , se tiene que se pueden realizar treinta y dos combinaciones de estos posibles valores.

Del total de las treinta y dos combinaciones, se encontró que algunas de ellas no pueden ser factibles aún cuando se asignen distintos valores a los parámetros del modelo. Entonces, primeramente es necesario encontrar cuáles combinaciones son las que sí serán capaces de cumplir con todas las restricciones y nos ayudarán a encontrar la solución del subproblema para el esquema individual.

Se ha realizado una clasificación de las combinaciones de posibles valores debido a que se encontró que no todas comparten las mismas características, adicionalmente, esta

clasificación permite facilitar el proceso de encontrar las combinaciones que nos llevarán a la solución del subproblema P_{II} . Se designaron tres categorías para agrupar al total de combinaciones de posibles valores. Las categorías son las siguientes:

- Combinaciones cuya solución es un único punto y que son factibles con ciertos valores de parámetros (Tipo *solución única*).
- Combinaciones cuya solución es un conjunto de puntos y que son factibles en una cierta región (Tipo *conjunto de soluciones*).
- Combinaciones que no pueden resultar factibles (Tipo *no factibles*) y que incluyen a:
 - combinaciones cuya solución es un conjunto de puntos pero no es posible obtener un rango factible;
 - combinaciones cuya solución es un único punto y que no cumplen con las condiciones necesarias y;
 - combinaciones para las cuales no es posible obtener una solución.

A continuación explicamos las características de cada tipo de combinación encontrado en nuestro estudio.

Combinaciones Tipo Solución Única

Cada combinación de posibles valores se encuentra conformada por tres expresiones que representan a cada variable (q_n^*, q_d^*, q_{re}^*) ; para dicho sistema de ecuaciones es posible obtener una solución donde de igual forma se tendrá una expresión matemática para cada variable.

En el caso de las combinaciones de tipo *solución única*, al sustituir los valores de los parámetros asignados en la expresión obtenida para cada variable y posteriormente sustituir los valores de dichas variables y los valores de los parámetros en la función objetivo se genera una evaluación única de dicha función. Esto sucede debido a que en

las expresiones que representan a cada variable sólo intervienen parámetros y al sustituir un determinado conjunto de valores de éstos, sólo se encuentra una solución (un punto).

En este caso, una combinación puede resultar factible o no, dependiendo de los valores de los parámetros del subproblema. Por lo tanto, una cierta combinación puede ser factible usando ciertos valores de los parámetros; pero, en caso de que estos valores cambien, la misma combinación no tiene por que seguir siendo factible.

Sabemos que cada una de las tres cantidades toma un posible valor en caso de que se cumpla con ciertas condiciones. Para que una combinación tipo *solución única* sea factible, debe cumplir con las condiciones que se incluyen en las Tablas 3.1, 3.2 y 3.3 para cada posible valor que integra la combinación. Se tienen de una a tres condiciones para cada uno de los posibles valores. Más adelante, en la Tabla 3.4, se presentarán las combinaciones pertenecientes a esta categoría y la solución encontrada para cada combinación.

Combinaciones Tipo Conjunto de Soluciones

Al resolver el sistema de ecuaciones resultante, se encuentra que este tipo de combinaciones generan un conjunto de evaluaciones de la función objetivo (una línea), lo cual sucede debido a que las expresiones que se encontraron para las variables en la solución del sistema de ecuaciones no solo contienen parámetros sino también contienen variables (ya sea q_n^* , q_d^* o q_{re}^*).

Adicionalmente, debido a que las expresiones mencionadas anteriormente contienen variables, se pueden encontrar rangos o regiones factibles en donde deben estar contenidos los valores que puedan tomar dichas variables para que la combinación resulte factible. Los rangos factibles se encuentran sustituyendo la solución del sistema de ecuaciones en las condiciones necesarias que cada posible valor debe cumplir (Tablas 3.1, 3.2 y 3.3)

Siempre que los valores asignados a las variables estén dentro de dicho rango y se cumplan con las condiciones encontradas, la combinación será factible. Las combinaciones pertenecientes a este grupo, se presentan en la Tabla 3.5 de esta sección.

Combinaciones Tipo No Factibles

Las combinaciones que no tienen las características mencionadas en los grupos anteriores, se consideran como tipo *no factibles* y en este grupo se incluyen tres tipos de combinaciones que no son factibles bajo ninguna circunstancia:

- Combinaciones cuya solución es un único punto y que nunca serán factibles:
Al igual que sucede en las condiciones del tipo *solución única*, al resolver el sistema de ecuaciones para estas combinaciones, se encuentra una solución que genera un solo punto, pero la solución encontrada no puede cumplir con las condiciones necesarias, entonces, al sustituir cualquier conjunto de valores asignado a los parámetros, se obtiene que dicha combinación no es factible.
- Combinaciones cuya solución es un conjunto de puntos pero no es posible obtener un rango factible:
De la misma forma que para las combinaciones de tipo *conjunto de soluciones*, estas combinaciones tienen solución y podrían generar un conjunto de evaluaciones de la función objetivo; sin embargo, cuando se intenta comprobar que se cumple con las condiciones requeridas para cada valor, se tiene que este tipo de combinaciones no cumplen con dichas condiciones y por consiguiente, no es posible encontrar un rango dentro del cual las variables tomen valores que produzcan una solución factible.
- Combinaciones para las cuales no es posible obtener una solución:
Para estas combinaciones no se puede encontrar una solución al sistema de ecuaciones que resulta al tomar los posibles valores que conforman a cada combinación de este tipo.

El proceso que se siguió para encontrar aquellas combinaciones que pueden resultar factibles se explica a continuación:

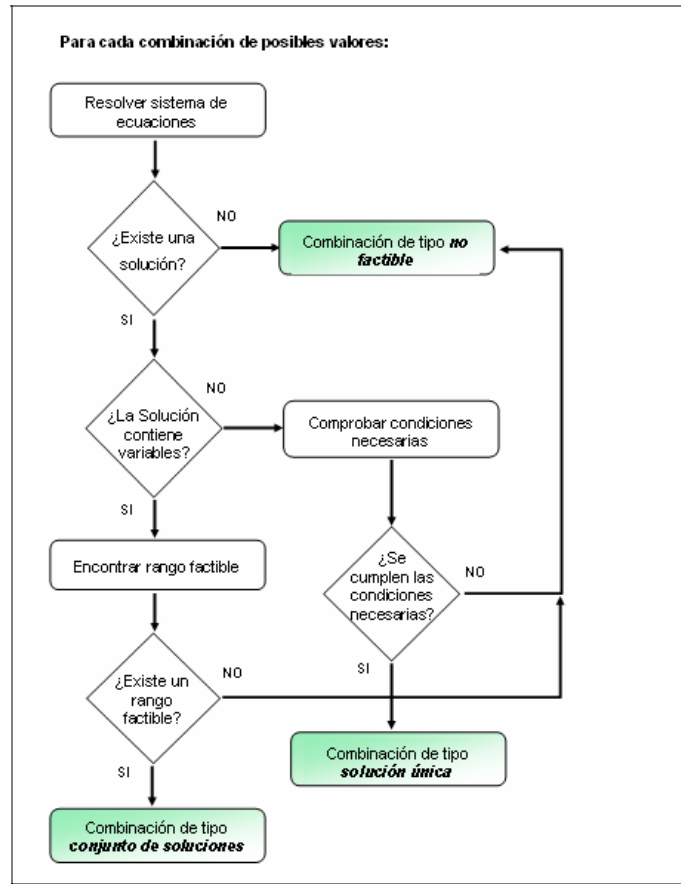


Figura 3.5: Proceso para determinar las combinaciones factibles.

Como se observa en la figura anterior, primero, se toma cada combinación de tres posibles valores (un posible valor para q_n^* , otro para q_d^* y uno más para q_{re}^*) y se resuelve el sistema de ecuaciones formado por las expresiones que representan a los tres posibles valores antes mencionados. Si el sistema tiene solución, se procede a comprobar que las condiciones necesarias para cada valor se cumplen sustituyendo en las condiciones (Tablas 3.1, 3.2 y 3.3) la solución obtenida.

Al realizar la comprobación de las condiciones necesarias, es posible obtener un rango factible para ciertas combinaciones (Tipo *conjunto de soluciones*); para otras

combinaciones solo es posible comprobar que se cumplen las condiciones (Tipo *solución única*), mientras que existe un tercer grupo de combinaciones que no pueden cumplir con las condiciones necesarias (Tipo *no factible*). Una vez que se tienen clasificadas todas las combinaciones, para la solución del modelo matemático se utilizan solo aquellas que pertenezcan a los grupos de combinaciones tipo solución única y tipo conjunto de soluciones.

A continuación se presentan las Tablas 3.4 y 3.5, donde se incluyen las combinaciones de tipo *solución única* y *conjunto de soluciones* respectivamente. Dichas combinaciones que en total sumarán 14, son las que se utilizarán para buscar la solución al subproblema del esquema de recolección individual. Las 18 combinaciones de posibles valores restantes (Tipo *no factibles*), no pueden proporcionar soluciones factibles; por lo tanto, no se incluyen en esta sección pero se pueden encontrar en el Apéndice A.

Tabla 3.4: Combinaciones de tipo solución única (primera parte).

Combinación	Solución
$q_n^* = q_d^*$	$q_n^* = \frac{1}{2\tau_{re}}(1 - c_{re} - \lambda_{ind} - \tau_{re} + \tau_{re}c_{re} + \tau_{re}\lambda_{ind})$
$q_d^* = \frac{1 - \tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \frac{1}{2\tau_{re}}(1 - c_{re} - \lambda_{ind} - \tau_{re} + \tau_{re}c_{re} + \tau_{re}\lambda_{ind})$
$q_{re}^* = \frac{1 - (c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^*$	$q_{re}^* = \frac{1}{2}\tau_{re}(1 - c_{re} - \lambda_{ind})$

Continuación de la **Tabla 3.4**: Combinaciones de tipo solución única (segunda parte).

Combinación	Solución
$q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$	$q_n^* = \frac{1}{2} \tau_{re} \beta_1 (-1 + c_{re} + \lambda_{ind}) + \frac{1}{2} (1 - c_{re} - \lambda_{ind})$
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \frac{1}{2} \beta_1 (1 - c_{re} - \lambda_{ind}) + \frac{1}{2} \tau_{re} \beta_1 (-1 + c_{re} + \lambda_{ind})$
$q_{re}^* = \frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^*$	$q_{re}^* = \frac{1}{2} \tau_{re} \beta_1 (1 - c_{re} - \lambda_{ind})$
$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1}{2} \beta_2 (-1 + c_{re} + \lambda_{ind}) + \frac{1}{2} (1 - c_{re} - \lambda_{ind})$
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \frac{\beta_2}{2\tau_{re}} (1 - c_{re} - \lambda_{ind}) + \frac{1}{2} \beta_2 (-1 + c_{re} + \lambda_{ind})$
$q_{re}^* = \frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^*$	$q_{re}^* = \frac{1}{2} \beta_2 (1 - c_{re} - \lambda_{ind})$
$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1}{2} (1-c) + \frac{1}{2} \tau_{re} \beta_1 (c-1)$
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \frac{1}{2} \beta_1 (1-c) + \frac{1}{2} \tau_{re} \beta_1 (c-1)$
$q_{re}^* = \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$	$q_{re}^* = \frac{1}{2} \tau_{re} \beta_1 (1-c)$
$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1}{2} (1-c) + \frac{1}{2} \beta_2 (c-1)$
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \frac{1}{2} \beta_2 (1-c) + \frac{1}{2} \beta_2 \tau_{re} (c-1)$
$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	$q_{re}^* = \frac{1}{2} \beta_2 (1-c)$

Tabla 3.5: Combinaciones de tipo conjunto de soluciones (primera parte).

Combinación	Solución	Rango Factible
$q_n^* = q_d^*$	$q_n^* = q_d^* = \frac{1 - \tau_{re}}{\tau_{re}} q_{re}^*$ $q_{re}^* = q_{re}^*$	$q_{re}^* > \left(\frac{1-c}{2}\right)(\tau_{re})$
$q_d^* = \frac{1 - \tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$		$q_{re}^* < \left(\frac{1 - c_{re} - \lambda_{ind}}{2}\right)(\tau_{re})$
$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1 - \tau_{re}} \cdot q_d^*$		$c_{re} + \lambda_{ind} < c$
$q_n^* = \frac{1 - \beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$	$q_n^* = q_n^*$ $q_d^* = \frac{\beta_1(1 - \tau_{re})}{1 - \tau_{re}\beta_1} q_n^*$ $q_{re}^* = \frac{\beta_1\tau_{re}}{1 - \tau_{re}\beta_1} q_n^*$	$q_n^* < \left(\frac{1-c}{2}\right)(\tau_{re}\beta_1)$
$q_d^* = \frac{1 - \tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$		$q_n^* > \left(\frac{1 - c_{re} - \lambda_{ind}}{2}\right)(\tau_{re}\beta_1)$
$q_{re}^* = \frac{\beta_1}{1 - \beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1 - \beta_1}$		$c_{re} + \lambda_{ind} > c$
$q_n^* = \frac{1 - \beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$	$q_n^* = q_n^*$ $q_d^* = \frac{\beta_1(1 - \tau_{re})}{1 - \tau_{re}\beta_1} q_n^*$ $q_{re}^* = \frac{\beta_1\tau_{re}}{1 - \tau_{re}\beta_1} q_n^*$	$q_n^* < \left(\frac{1-c}{2}\right)(1 - \tau_{re}\beta_1)$
$q_d^* = \frac{1 - \tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$		$q_n^* < \left(\frac{1 - c_{re} - \lambda_{ind}}{2}\right)(1 - \tau_{re}\beta_1)$
$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1 - \tau_{re}} \cdot q_d^*$		$\tau_{re} * \beta_1 \geq \beta_2$
$q_n^* = \frac{1 - \beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$	$q_n^* = q_n^*$ $q_d^* = \frac{\beta_1 - \beta_2}{1 - \beta_2} q_n^*$ $q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1 - \beta_2} q_n^*$	$q_n^* < \left(\frac{1-c}{2}\right)(1 - \beta_2)$
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$		$q_n^* > \left(\frac{1 - c_{re} - \lambda_{ind}}{2}\right)(1 - \beta_2)$
$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1 - \beta_2} \cdot q_n^*$		$c_{re} + \lambda_{ind} > c \quad \tau_{re} * \beta_1 > \beta_2$
$q_n^* = \frac{1 - \beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$	$q_n^* = \frac{1}{2}(1 - c_{re} - \lambda_{ind}) - q_{re}^*$ $q_d^* = \frac{1}{2}\beta_1(1 - c_{re} - \lambda_{ind}) - q_{re}^*$ $q_{re}^* = q_{re}^*$	$q_{re}^* \geq \frac{1}{2}(1 - c_{re} - \lambda_{ind})\beta_2$
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$		$q_{re}^* < \frac{1}{2}(1 - c_{re} - \lambda_{ind})(\tau_{re}\beta_1)$
$q_{re}^* = \frac{1 - c_{re} - \lambda_{ind}}{2} - q_n^*$		$c_{re} + \lambda_{ind} > c$

Continuación de la **Tabla 3.5:** Combinaciones de tipo conjunto de soluciones (segunda parte).

Combinación	Solución	Rango Factible
$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} q_{re}^*$	$q_{re}^* > \left(\frac{1-c_{re}-\lambda_{ind}}{2}\right)(\beta_2)$
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} q_{re}^*$	$q_{re}^* < \left(\frac{1-c}{2}\right)(\beta_2)$
$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	$q_{re}^* = q_{re}^*$	$c_{re} + \lambda_{ind} > c \quad \tau_{re}\beta_1 \leq \beta_2$
$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} q_{re}^*$	$q_{re}^* < \left(\frac{1-c}{2}\right)(\beta_2)$
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} q_{re}^*$	$q_{re}^* < \left(\frac{1-c_{re}-\lambda_{ind}}{2}\right)(\beta_2)$
$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$	$q_{re}^* = q_{re}^*$	$\tau_{re}\beta_1 \leq \beta_2$
$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_{re}^* \leq \left(\frac{1-c}{2}\right)(\tau_{re}) \quad q_{re}^* \geq \left(\frac{1-c}{2}\right)(\tau_{re}\beta_1)$
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} q_{re}^*$	$q_{re}^* \geq \left(\frac{1-c}{2}\right)(\beta_2) \quad 0 < \left(\frac{c-c_{re}-\lambda_{ind}}{4}\right)$
$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$	$q_{re}^* = q_{re}^*$	$c_{re} + \lambda_{ind} < c$
$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_{re}^* \geq \left(\frac{1-c}{2}\right)(\beta_2)$
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$	$q_d^* = \frac{1}{2} \beta_1 (1-c) - q_{re}^*$	$0 > \left(\frac{c-c_{re}-\lambda_{ind}}{4}\right)$
$q_{re}^* = \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$	$q_{re}^* = q_{re}^*$	$q_{re}^* < \left(\frac{1-c}{2}\right)(\tau_{re}\beta_1)$
		$c_{re} + \lambda_{ind} > c$

Es importante enfatizar el hecho de que las combinaciones que pueden ser factibles, lo serán, siempre y cuando se tengan ciertos valores de parámetros y no es posible afirmar que alguna de estas catorce combinaciones resultará factible con cualquier conjunto de valores de parámetros.

Después de comentar acerca del proceso que se sigue para clasificar las combinaciones de posibles valores, solo resta la asignación de un conjunto de valores de parámetros a cada una de las combinaciones que conforman los grupos de tipo *solución única* y tipo *conjunto de soluciones*, para de esta manera, resolver el subproblema relacionado con el esquema individual de recolección.

Hasta ahora, se ha explicado el proceso que se siguió para clasificar los distintos tipos de combinaciones de posibles valores; sin embargo, aún no se ha encontrado la solución al subproblema P_{II} . Para encontrar la solución se necesitan evaluar en la función objetivo, las distintas combinaciones que pueden ser factibles y de estas evaluaciones, obtener aquella que resulte en la mejor utilidad. A continuación explicamos cómo se evalúan los parámetros en las combinaciones de tipo *solución única* y tipo *conjunto de soluciones* para resolver dicho subproblema.

Primeramente, discutiremos la evaluación de los valores de parámetros en las combinaciones de tipo *solución única*. Una vez que se ha determinado un conjunto de valores para los parámetros del modelo; en cada combinación tipo *solución única*, se sustituyen dichos valores de parámetros en las expresiones obtenidas para representar cada variable y después de obtener el valor que toma cada una de las variables, se evalúa la función objetivo.

Así, en el caso de las combinaciones de *solución única*, se obtiene sólo un valor de función objetivo y adicionalmente, es necesario evaluar también las condiciones que cada posible valor debe cumplir para asegurarnos de que la combinación es factible con los parámetros que se están utilizando. Esto es necesario porque para este tipo de combinaciones no tenemos un rango factible y no sabemos con qué valores la combinación es factible. Un solo cambio en alguno de los parámetros podría ocasionar que una combinación factible deje de serlo.

En el caso de las combinaciones de Tipo *conjunto de soluciones*, se realiza el mismo proceso, utilizando el conjunto de parámetros designado anteriormente. La única diferencia radica en el hecho de que en la solución del sistema de ecuaciones las variables se encuentran en función de otras variables. Un ejemplo de este tipo sería la combinación formada por $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$, donde en la expresión de q_n^* se encuentra la variable q_{re}^* , q_d^* depende de q_{re}^* y q_n^* está involucrada en la expresión que representa a q_{re}^* . Entonces, para las variables involucradas en dichas expresiones, es necesario asignar valores que se encuentren dentro de un cierto rango factible.

Siempre que los valores de la variable se encuentren dentro de dicho rango, se puede afirmar que esa evaluación de la función objetivo es válida. De lo contrario, no se cumple con todas las condiciones necesarias, recordando que dichas condiciones provienen de las restricciones del modelo matemático y no serviría de nada obtener una solución que provea una utilidad muy alta si no es posible cumplir con las restricciones del modelo.

Una vez que se ha evaluado cada una de las combinaciones de tipo *solución única* y de tipo *conjunto de soluciones* con un determinado conjunto de parámetros, se toma la mayor solución encontrada por alguna de estas combinaciones y dicha solución, será la máxima utilidad del productor de EEE en el subproblema que representa al esquema individual de recolección. En seguida, se resumen los pasos necesarios para encontrar la solución a este subproblema:

En la Figura 3.6 presentamos el proceso que se siguió para clasificar las combinaciones precede al proceso de evaluación de las combinaciones que conforman los conjuntos de combinaciones tipo solución única y de tipo conjunto de soluciones. Recordemos que las combinaciones pertenecientes a estas dos categorías son las que pueden proveer soluciones factibles al subproblema P_{II} . El proceso de clasificación solo

necesita llevarse a cabo una vez; después, solo es necesario evaluar diferentes conjuntos de parámetros en el subproblema.

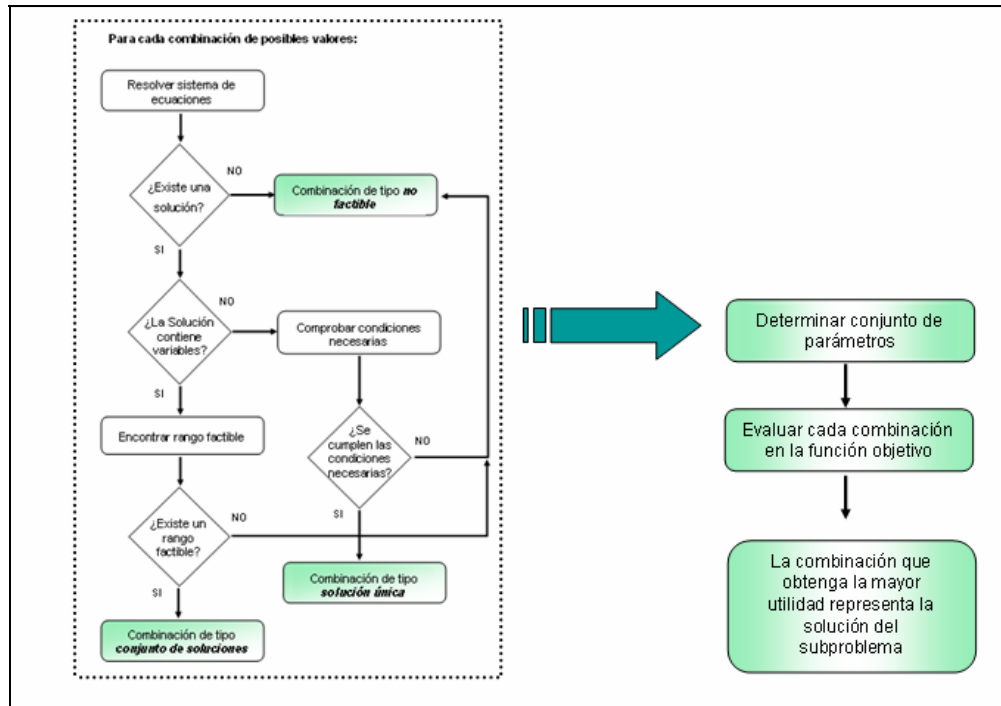


Figura 3.6: Proceso para evaluar las combinaciones factibles del subproblema P_{II} .

El siguiente paso para encontrar la solución del subproblema es la determinación de un conjunto de valores para asignar a los parámetros involucrados en el modelo matemático. Con dichos parámetros se sigue con la evaluación de cada una de las combinaciones que pueden resultar factibles.

Finalmente, de todas las combinaciones evaluadas, se toma aquella que produce el mayor valor de función objetivo, es decir, se busca cuál combinación es la que maximiza la función de utilidad del fabricante para el conjunto de valores de parámetros que se utiliza. Esta es la solución del subproblema P_{II} , lo cual significa que es la solución que representa la elección del sistema individual de recolección.

Como se ha comentado anteriormente, la solución del modelo matemático original se obtiene con la solución del subproblema que resulte en una mayor utilidad para el productor de EEE. En resumen, el proceso que se debe seguir para resolver el modelo matemático es el siguiente:

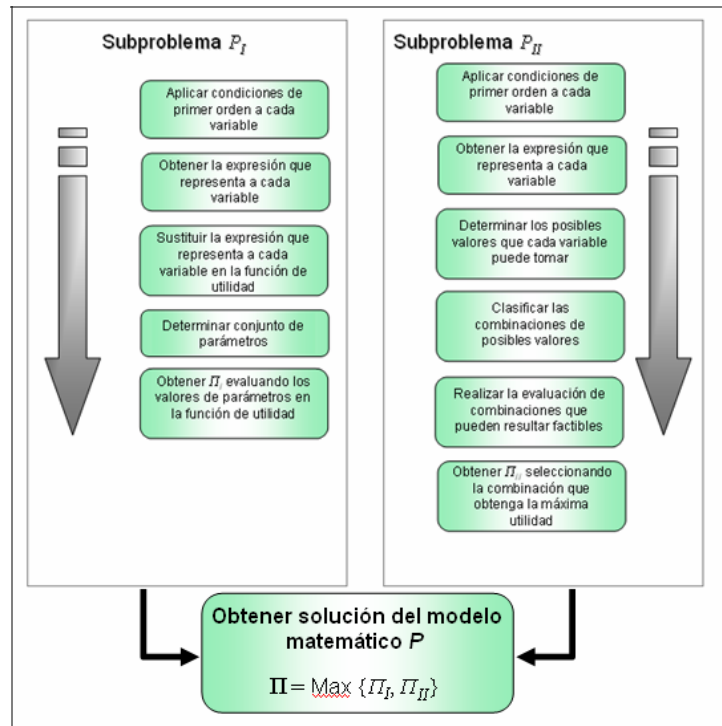


Figura 3.7: Proceso para encontrar la solución del modelo matemático P .

Recordemos que, tanto la solución que se obtiene en el subproblema del esquema colectivo, como la solución del subproblema del esquema individual, son soluciones óptimas globales, lo cual se puede afirmar por el hecho de tener funciones cóncavas y conjuntos de soluciones factibles convexos. Como se explicó en el Capítulo 2, las condiciones suficientes para que un óptimo local sea también un óptimo global dependen de la concavidad de la función objetivo y la convexidad del conjunto de soluciones factibles.

3.4. Conclusiones

Hasta ahora, se ha desarrollado el modelo matemático que sirve para representar las decisiones que tendrá que tomar el productor de EEE en caso de que se implemente una política WEEE. Además, se ha explicado cómo es posible dividir el modelo matemático en dos subproblemas y cómo dar solución a cada subproblema.

Obtener la solución del subproblema relacionado con el esquema individual de recolección resulta ser mucho más compleja que la obtención de la solución del subproblema referente al esquema colectivo por el hecho de tener más parámetros y variables involucrados y porque además, cuenta con diversas restricciones.

Una vez que se encontró la solución al modelo matemático, es posible realizar un análisis experimental con el fin de conocer los efectos de cada uno de los parámetros del modelo matemático en la función de utilidad. Dicho análisis se presenta en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Utilizando el proceso para solucionar el modelo matemático presentado en el Capítulo 3, es posible comparar la rentabilidad de cada esquema de recolección y analizar los efectos que se producen en la utilidad del productor de EEE al incrementar los valores de cada parámetro y porcentaje que interviene en el modelo.

En la Sección 4.1 de este capítulo se incluye un ejemplo numérico basado en las exigencias de recolección y remanufactura estipuladas en la Directiva WEEE de la Unión Europea (2003). Posteriormente en la Sección 4.2 se realiza un análisis de sensibilidad tomando como base el ejemplo numérico de la Sección 4.1 y analizando lo que sucede cuando los valores de cada parámetro se incrementan desde 0 hasta 1. Recordemos que este modelo matemático es normalizado y por lo tanto todos los valores presentados en el ejemplo y análisis están en este rango. Al final del capítulo, en la Sección 4.3 se presentan las conclusiones de este análisis.

4.1. Ejemplo Numérico

De igual manera que el modelo matemático, tanto el ejemplo numérico como el análisis de sensibilidad de los parámetros tienen su base en la Directiva WEEE de la Unión Europea. Por lo tanto, para asignar valores a los porcentajes de recolección y reutilización, se utilizaron los valores estipulados en dicha directiva con el propósito de obtener conclusiones en base a una política gubernamental real. En esta directiva, los artículos se clasifican en 10 categorías, donde a cada categoría se le asigna un cierto porcentaje de recolección y reutilización. Las categorías y los porcentajes asignados a éstas, se presentan a continuación:

Tabla 4.1: Porcentajes de recolección y reutilización establecidos en la Directiva WEEE de la Unión Europea.

Categoría	Porcentaje de recolección	Porcentaje de reutilización
1. Electrodomésticos grandes: refrigeradores, lavadoras y estufas.	80%	75%
2. Electrodomésticos pequeños: aspiradoras, tostadores y secadoras de cabello.	70%	50%
3. Equipo de informática y telecomunicaciones: computadoras, celulares, calculadoras.	75%	65%
4. Equipos de sonido y televisores.	75%	65%
5. Iluminación: lámparas fluorescentes y lámparas de sodio.	70%	50%
6. Herramientas eléctricas y electrónicas: sierras, taladros.	70%	50%
7. Juguetes, entretenimiento y equipo deportivo: video juegos, aparatos para ejercicio.	70%	50%
8. Dispositivos médicos: equipo de cardiología y radiología.	NA*	NA*
9. Instrumentos de monitoreo: detectores de humo, termostatos.	70%	50%
10. Dispensadores automáticos: máquinas de café, refrescos.	80%	75%

*Se establecerá el objetivo en diciembre del 2008.

Como se puede observar en la Tabla 4.1, para algunas categorías los porcentajes son iguales; por lo tanto, se decidió agrupar dichas categorías para así obtener cuatro casos. El primer caso consiste en analizar el sistema cuando no se ha implementado ninguna política; llamaremos a éste Caso 0. El segundo caso (Caso 1), corresponde a los porcentajes de las categorías 2, 5, 6, 7 y 9 donde el porcentaje de recolección β_1 toma el valor de 0.7, mientras que el porcentaje de remanufactura β_2 es igual a 0.5. El Caso 2 corresponde a las categorías 3 y 4 donde $\beta_1 = 0.75$ y $\beta_2 = 0.65$. Por último, el Caso 3 representa a las categorías 1 y 10 con $\beta_1 = 0.8$ y $\beta_2 = 0.75$, siendo éste caso donde la política se vuelve mucho más exigente ya que no solo se pide un 80% de recolección sino además, se pide que prácticamente todo lo que se recolecta se reutilice.

Como un análisis inicial, los valores asignados a los demás parámetros se mantienen fijos y dichos valores son los siguientes: $\lambda_{ind} = 0.2$, $\lambda_{col} = 0.1$, $c_d = 0.1$, $c_{re} = 0.3$, $c = 0.6$. En este ejemplo, los parámetros permanecerán fijos; sin embargo, en la Sección 4.2 observamos las consecuencias de cambiar los valores de cada uno. En la Tabla 4.2 se presentan los resultados obtenidos para este ejemplo numérico aplicando la metodología de solución discutida en el capítulo anterior. Dentro de dicha tabla, se resaltan en letra negra los resultados del subproblema que ha obtenido la mayor utilidad.

Tabla 4.2: Soluciones para cada caso incluido en el ejemplo numérico.

Sistema de Recolección		Caso 0 ($\beta_1 = \beta_2 = 0$, $\tau_{re} = 0.7$)	Caso 1 ($\beta_1 = 0.7$, $\beta_2 = 0.5$, $\tau_{re} = 0.7$)	Caso 2 ($\beta_1 = 0.75$, $\beta_2 = 0.65$, $\tau_{re} = 0.7$)	Caso 3 ($\beta_1 = 0.8$, $\beta_2 = 0.75$, $\tau_{re} = 0.8$)
Colectivo	Π_I	0.04	0.026	0.025	0.024
	q_n^*	0.2	0.2	0.2	0.2
	x_{col}^*	0	0.14	0.15	0.16
	Q	0.2	0.2	0.2	0.2
	$P(Q)$	0.8	0.8	0.8	0.8
Individual	Π_{II}	0.04	0.0372	0.0364	0.0441
	q_n^*	0.2	0.0964	0.0668	0.042
	q_{re}^*	0	0.0964	0.124	0.168
	q_d^*	0	0.0413	0.0531	0.042
	Q	0.2	0.1928	0.1908	0.21
	$P(Q)$	0.8	0.808	0.8092	0.79

Después de resolver este ejemplo para ambos esquemas de recolección se encontraron varios resultados interesantes. Primeramente es necesario observar detenidamente los valores de parámetros que se utilizaron para la elaboración de este ejemplo numérico. El valor asignado al costo de producción c es mucho mayor que el valor del costo de remanufactura c_{re} . Ambos valores resultan ser un factor muy importante para determinar la elección del esquema de recolección más apropiado.

Para el Caso 0 se tiene que no importa cuál esquema se elija, el resultado será el mismo debido a que el gobierno no ha establecido ninguna política obligatoria y el productor de EEE sólo se preocupa por producir de acuerdo a lo que más le conviene. Este caso se toma como una base para comenzar el ejemplo. A medida que los objetivos impuestos por el gobierno aumentan, se puede ver una disminución en la utilidad de la industria. Es más fácil de observar este comportamiento en el esquema colectivo donde sin importar las exigencias del gobierno, la cantidad de artículos producidos q_n^* es la misma. Esta cantidad se mantiene sin alteración debido a que se obtiene mediante la expresión $q_n^* = \frac{1-c}{2}$. Dicha expresión proviene de la solución del subproblema referente al esquema de recolección colectivo P_I (Sección 3.3.3) y como se puede ver, solamente es afectada por cambios en el costo de producción c . A consecuencia de esto, cuando las exigencias de recolección aumentan, la industria percibe una utilidad menor, ya que se produce lo mismo pero se gasta más en la recolección del porcentaje de artículos requerido.

Ahora, analicemos los resultados mostrados para el esquema individual. Al pasar del Caso 0 al Caso 1, se observa una disminución en la utilidad y en la cantidad de producción de artículos nuevos debido a que es necesario remanufacturar el 50% de los artículos producidos. En el Caso 2, la utilidad disminuye aún más, al igual que la cantidad de artículos nuevos q_n^* ; al contrario de estos valores, la cantidad de artículos remanufacturados se incrementa de manera considerable. Así mismo, el precio de venta $P(Q)$ sufre de un incremento y, aunque los consumidores no pagan directamente por la

actividad de recolección de artículos, pagan indirectamente el costo de dicha recolección a través del aumento en el precio de venta.

Para el Caso 3, se podría pensar que la utilidad disminuye aún más debido a que en este caso la exigencia del gobierno es muy estricta. Dicho caso se refiere a artículos que se encuentran en la categoría de electrodomésticos grandes, con los cuales es posible lograr una cantidad más alta de remanufactura. Entonces, en este caso se puede considerar un valor del parámetro τ_{re} más alto, ya que se exige un 75% de remanufactura, es decir, se necesita considerar que se puede remanufacturar una cantidad que equivale al 75% de la cantidad total de producción. Una empresa cuyos artículos estén en la categoría del Caso 3 y no pueda remanufacturar este porcentaje debido a limitaciones tecnológicas, no podrá cumplir con lo estipulado por la política del gobierno y como consecuencia estaría obligada a cerrar.

En caso de que el productor de EEE fuera capaz de remanufacturar el 80% de los artículos que recolecta ($\tau_{re} = 0.8$), se obtiene un resultado por demás interesante, ya que la mejor alternativa para la industria será producir una cantidad de artículos nuevos muy pequeña, recolectar una cantidad de artículos obsoletos que equivale al 100% de la cantidad total de producción Q y remanufacturar lo más posible (80%) para obtener un beneficio de la política implementada. Esto, tomando en cuenta que el costo de remanufactura es bajo y que no se está limitado para remanufacturar los artículos. Se puede ver que la ganancia en este caso es incluso mayor que la utilidad que se calculó para el Caso 0 donde no había ningún requerimiento por parte del gobierno. Incluso el precio de venta disminuye cuando el productor decide realizar estas acciones. Lo anterior nos indica que es posible obtener beneficios incluso cuando la situación pareciera ser más adversa.

Cabe mencionar, que a diferencia del Caso 3, tanto en el Caso 1 como en el Caso 2 del esquema individual de recolección el productor decide recolectar solo lo necesario para poder cumplir con el porcentaje de remanufactura establecido en la política. Así, en el Caso 1 se recolecta el 71.4% del cual se remanufactura el 70% ($\tau_{re} = 0.7$) lo cual

equivale al 50% de remanufactura que se exige en la política. En el Caso 2 se recolecta alrededor de un 92%, que es una cantidad muy superior a la demandada por el gobierno; sin embargo, se debe tomar en cuenta que el productor de EEE sólo es capaz de remanufacturar el 70% de la cantidad de artículos que se recolecta. Entonces, para cumplir con el 65% de remanufactura es necesario recolectar una cantidad mayor a la que se requiere.

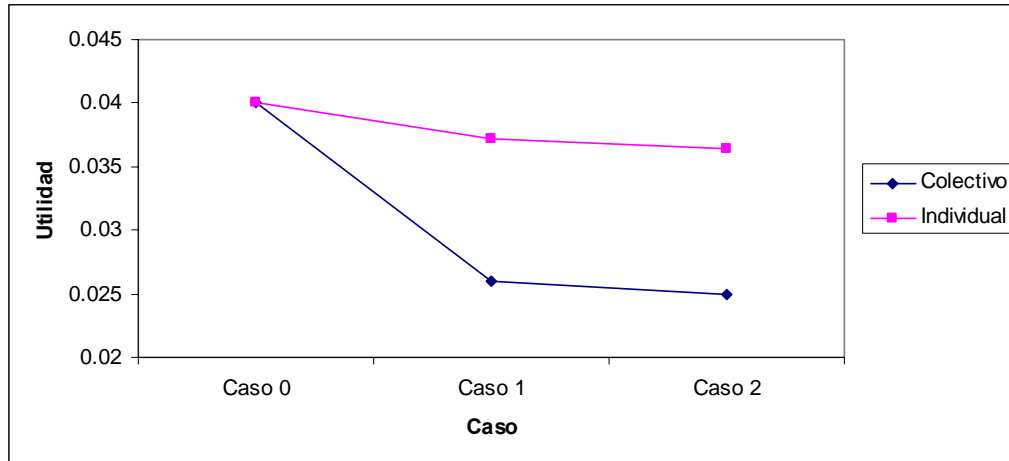


Figura 4.1: Comparación de la utilidad que genera cada esquema de recolección cuando $\tau_{re} = 0.7$.

En la Figura 4.1, se comparan las utilidades obtenidas para los tres primeros casos con cada esquema de recolección. Con los valores de parámetros asignados, se puede concluir que bajo estas condiciones, el esquema de recolección individual resulta ser la mejor alternativa. Como se observa en la Figura 4.1, no se incluye el Caso 3 del ejemplo anterior. Recordemos que en este caso las demandas de la política son mayores y el productor de EEE debe tener una mayor posibilidad tecnológica de remanufactura ($\tau_{re} \geq 0.75$). Para comparar el Caso 3 con los demás, se puede analizar qué sucedería si en todos los casos se tuviera una capacidad del 80% de remanufactura.

En la Tabla 4.3 encontramos resultados sorprendentes ya que si se considera que la posibilidad tecnológica de remanufactura es del 80%, la mejor solución es elegir siempre el esquema individual de recolección y además, si el productor realiza las actividades de

logística inversa por sí mismo obtendrá la misma utilidad sin importar los porcentajes de recolección y remanufactura que demande la política. Esta situación se presenta debido a que el productor está consciente del alto porcentaje de artículos que puede remanufacturar y por tal motivo, decide recolectar una cantidad de artículos obsoletos equivalente al 100% de su cantidad total de producción.

Tabla 4.3: Soluciones para cada caso cuando $\tau_{re} = 0.8$.

Sistema de Recolección		<i>Caso 0</i> ($\beta_1 = \beta_2 = 0,$ $\tau_{re} = 0.8$)	<i>Caso 1</i> ($\beta_1 = 0.7,$ $\beta_2 = 0.5,$ $\tau_{re} = 0.8$)	<i>Caso 2</i> ($\beta_1 = 0.75,$ $\beta_2 = 0.65,$ $\tau_{re} = 0.8$)	<i>Caso 3</i> ($\beta_1 = 0.8,$ $\beta_2 = 0.75,$ $\tau_{re} = 0.8$)
Colectivo	Π_1	0.04	0.026	0.025	0.024
	q_n^*	0.2	0.2	0.2	0.2
	x_{col}^*	0	0.14	0.15	0.16
	Q	0.2	0.2	0.2	0.2
	$P(Q)$	0.8	0.8	0.8	0.8
Individual	Π_2	0.0441	0.0441	0.0441	0.0441
	q_n^*	0.042	0.042	0.042	0.042
	q_{re}^*	0.168	0.168	0.168	0.168
	q_d^*	0.042	0.042	0.042	0.042
	Q	0.21	0.21	0.21	0.21
	$P(Q)$	0.79	0.79	0.79	0.79

Cuando $\tau_{re} = 0.8$, la solución máxima del subproblema referente al esquema individual de recolección se obtiene con una combinación de posibles valores perteneciente al tipo *conjunto de soluciones* (Tabla 3.5, Sección 3.3.3). Dicha combinación está formada por las expresiones $q_n^* = q_d^*$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$ que involucran al porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura (τ_{re}) y no incluyen a los porcentajes de recolección y remanufactura (β_1 y β_2); de igual manera el rango factible de esta combinación solo involucra al porcentaje τ_{re} . De esta forma, aunque se incrementen los valores de β_1 y β_2 la utilidad obtenida es la misma.

El ejemplo anterior nos indica que debido a que el productor de EEE es capaz de remanufacturar el 80% de la cantidad de artículos recolectados, conseguirá una utilidad

mayor si el productor decide utilizar el esquema individual de recolección. Incluso resulta conveniente llevar a cabo las actividades de logística inversa cuando el gobierno no exige que se lleven a cabo dichas actividades porque se obtiene un beneficio de éstas.

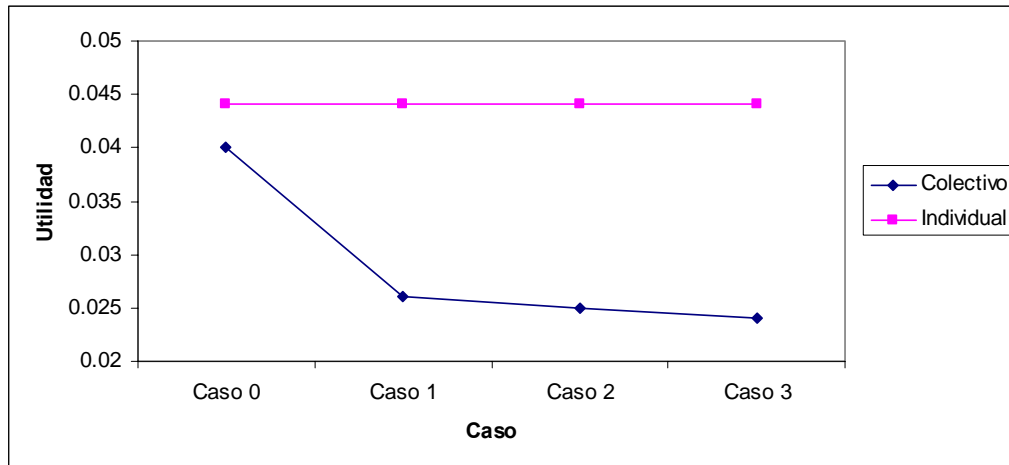


Figura 4.2: Comparación de la utilidad que genera cada esquema de recolección cuando $\tau_{re} = 0.8$.

De nueva cuenta, como se observa en la Figura 4.2, la mejor alternativa para el productor de EEE es llevar a cabo las actividades de logística inversa por sí mismo y algo muy importante que se puede decir con este análisis es que no sólo se pueden obtener beneficios sociales y ambientales sino también es posible que la industria obtenga beneficios económicos de la implementación de la política gubernamental.

4.2. Análisis Experimental

Con el análisis realizado en la Sección 4.1, se obtuvieron resultados que permiten obtener conclusiones importantes acerca del impacto de la política gubernamental en la utilidad del productor de EEE; sin embargo, es posible realizar un análisis más completo si se estudian los efectos en la utilidad causados por los cambios en los valores de cada uno de los parámetros que intervienen en el modelo matemático. Teniendo como

referencia el Caso 1 del ejemplo presentado en la sección anterior, analizamos dichos efectos.

Para cada porcentaje y parámetro que sea analizado se procede a presentar en una tabla los resultados numéricos generados por cada subproblema del modelo matemático. De la misma forma que en la Sección 4.1, los valores de utilidad del subproblema que obtiene la mayor ganancia incluidos en las diferentes tablas, serán resaltados en letra negrita. Así mismo, se incluirán gráficas para comparar la rentabilidad de cada esquema de recolección y se discutirán los resultados obtenidos.

4.2.1 Impacto del Porcentaje de Recolección β_1

Recordemos que el gobierno ha establecido un porcentaje de recolección del 70%, es decir, el parámetro β_1 toma el valor de 0.7, pero no se sabe qué sucede si este porcentaje se reduce o se incrementa. Primeramente es necesario tomar en cuenta que β_1 no puede tomar un valor inferior a β_2 , entonces si recordamos que para el Caso 1, β_2 tiene un valor de 0.5, esto significa que se puede variar el porcentaje de recolección desde 0.5 hasta 1, que es el mayor valor que se puede utilizar en este modelo. Los valores de los demás parámetros permanecen constantes.

En la Tabla 4.4 se incluyen los valores de parámetros utilizados en este análisis y los resultados obtenidos al incrementar el porcentaje β_1 en ambos esquemas de recolección, adicionalmente, en la Figura 4.3 se muestra la utilidad que cada esquema de recolección obtiene con el propósito de comparar el comportamiento de ambos subproblemas.

Procederemos a analizar primeramente los resultados que obtiene el subproblema referente al esquema individual de recolección, para después analizar los resultados que se obtienen con el esquema colectivo y finalmente realizar una comparación de la utilidad que genera cada sistema de recolección.

Antes de observar las respuestas obtenidas con la solución de cada subproblema que conforma el modelo matemático, se podría pensar que a medida que se incrementa el porcentaje de recolección demandado por el gobierno, la utilidad también irá a la baja. En el caso del esquema individual de recolección no se presenta del todo este comportamiento, ya que como se observa en la Tabla 4.4, con los tres primeros valores del porcentaje β_1 se genera un mismo nivel de utilidad.

Tabla 4.4: Análisis experimental para β_1 .

$\beta_2=0.5, \tau_{re}=0.7, c=0.6, c_{re}=0.3, c_d=0.1, \lambda_{ind}=0.2, \lambda_{col}=0.1, \pi_{ind}=0$									
Esquema Individual									
β_1	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{ind}^*	Q	$P(Q)$	% x_{ind}^*	% q_{re}^*	Π_{II}
0.5	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.6	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.7	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.8	0.0845	0.1075	0.0461	0.1536	0.192	0.808	80%	56%	0.0369
0.9	0.0707	0.1204	0.0516	0.172	0.1911	0.8089	90%	63%	0.0365
1	0.057	0.133	0.057	0.19	0.19	0.81	100%	70%	0.0361
Esquema Colectivo									
β_1	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{col}^*	Q	$P(Q)$	% x_{col}^*	% q_{re}^*	Π_I
0.5	0.2	0.1	0	0.1	0.2	0.8	50%	50%	0.03
0.6	0.2	0.1	0.02	0.12	0.2	0.8	60%	50%	0.028
0.7	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026
0.8	0.2	0.1	0.06	0.16	0.2	0.8	80%	50%	0.024
0.9	0.2	0.1	0.08	0.18	0.2	0.8	90%	50%	0.022
1	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2	0.8	100%	50%	0.02

En la Figura 4.3 se puede observar este comportamiento para el esquema individual de recolección. Bajo las condiciones de nuestro ejemplo, no importa si el gobierno pide a la industria que recolecte una cantidad equivalente al 50%, 60% o 70% de lo que ha producido ya que un productor de EEE será capaz de obtener la misma utilidad con

cualquiera de estos tres porcentajes. Esta utilidad se obtiene dando el mismo valor a cada una de las variables (q_n^* , q_{re}^* y q_d^*) cuando $0.5 \leq \beta_1 \leq 0.7$.

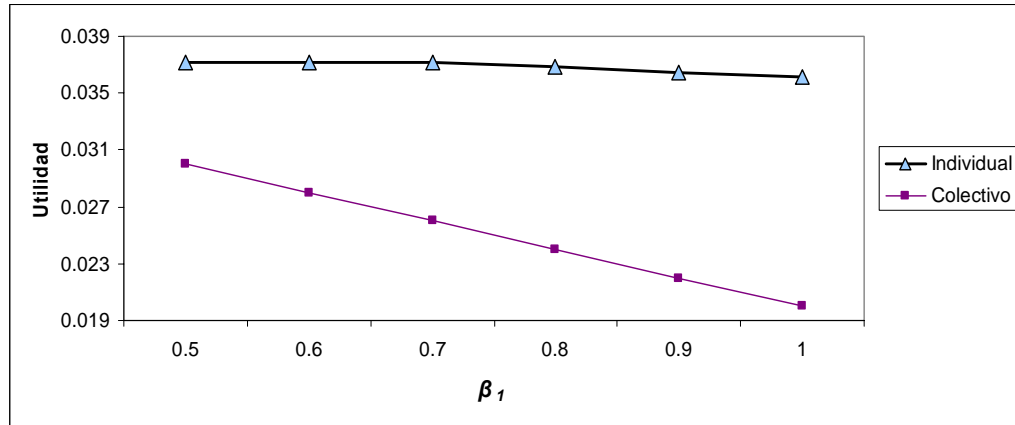


Figura 4.3: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el porcentaje de recolección β_1 .

El significado detrás de esto, viene de analizar los valores asignados a las variables al solucionar el subproblema P_{II} del modelo matemático. Si se tiene en cuenta que el primer porcentaje asignado a β_1 es de 0.5 (se debe recolectar una cantidad equivalente a la mitad de lo que se produce) y se calcula el 50% de la cantidad de producción Q , se tiene que lo mínimo que se debería de recolectar es $x_{ind}^* = 0.0964$; sin embargo, para este valor de β_1 , el porcentaje de recolección observado (la cantidad que realmente se recolecta) ha sido mucho mayor.

Se recolecta aproximadamente un 71% ($\%x_{ind}^*$, Tabla 4.4); lo mismo que para los casos donde $0.6 \leq \beta_1 \leq 0.7$. Entonces, se debe de analizar el porqué se recolecta más de lo que se exige y es necesario notar que hasta ahora solo se han tomado en cuenta los porcentajes de recolección y remanufactura y no se ha considerado el impacto de los demás parámetros.

Si se analizan detenidamente las cifras que arroja la solución del modelo, se puede ver que para poder cumplir con un 50% de remanufactura, es necesario recolectar más del 50%, ya que existe un porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura representado por τ_{re} . Esto significa que no es posible remanufacturar la totalidad de los artículos recolectados debido a que ciertos componentes no pueden ser reutilizados. En nuestro ejemplo, se considera que es posible remanufacturar el 70% de lo recolectado ($\tau_{re} = 0.7$). Antes de proseguir con el análisis, es necesario recalcar que los porcentajes de recolección y remanufactura son cantidades de artículos obsoletos que equivalen a un cierto porcentaje de la cantidad total de artículos que el productor de EEE fabrique.

Así, de manera que se pueda cumplir con el 50% de remanufactura, lo mínimo que se puede recolectar es la cantidad $x_{ind}^* = 0.1377$, la cual representa una recolección de aproximadamente el 71%, como se mencionó anteriormente. Si se recolecta cualquier cantidad menor a este valor, sería imposible cumplir con el 50% de remanufactura requerido. En resumen, la solución del modelo matemático busca recolectar lo menos posible pero sin olvidar cumplir con la cantidad de remanufactura estipulada en la política. En la Tabla 4.4, el porcentaje observado de la cantidad de artículos remanufacturados ($\% q_{re}^*$) es del 50% en los tres casos que se han estado analizando, lo cual significa que cuando $\beta_1 \leq 0.7$, se recolecta y remanufactura sólo lo que la política gubernamental exige.

Si se quiere encontrar el motivo por el cual, al resolver el modelo, se obtiene la solución comentada, se tiene que la combinación de posibles valores (Tabla 3.5, Sección 3.3.3) que obtiene el valor más alto de utilidad es la que está formada por $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$,

$$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^* \text{ y } q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*.$$

Como se puede observar, en ninguno de estos valores interviene el porcentaje de recolección β_1 . Esto provoca que sin importar el valor de dicho porcentaje, esta combinación obtendrá la misma utilidad. Esto es un hallazgo de lo más interesante

debido a que al resolver el modelo matemático como lo hemos hecho hasta ahora, es posible conocer las razones por las cuales se obtienen los resultados y nos permite hacer un análisis más completo.

Ahora analizamos lo que sucede cuando las exigencias del gobierno se incrementan aún más. Para valores altos de β_1 ($\beta_1 \geq 0.8$), ya no es posible mantener la utilidad en el mismo nivel y la combinación de valores que obtenía la mejor utilidad se convierte en una combinación que no es factible. La nueva combinación que ofrece el mejor valor de utilidad para $\beta_1 = 0.8$, sólo difiere de la combinación presentada anteriormente en la expresión que representa a q_n^* ; las expresiones que conforman esta combinación son

$$q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}, \quad q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^* \quad \text{y} \quad q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*.$$

Estudiemos a detalle este resultado obtenido (cuando $\beta_1 = 0.8$). Si observamos, en la Tabla 4.4 los valores asignados a cada variable y la utilidad obtenida, se puede decir que una política gubernamental más exigente ha ocasionado que la industria reduzca la cantidad de producción de artículos nuevos (por este motivo la combinación de posibles valores que obtiene la máxima utilidad cambia en la expresión que representa a q_n^*) y aumente la cantidad de artículos remanufacturados. Se recolecta exactamente lo que el gobierno requiere; sin embargo, el porcentaje observado de remanufactura ($\% q_{re}^*$) es ligeramente mayor al 50%, aproximadamente un 56%.

Esta cantidad q_{re}^* proviene de la posibilidad de remanufacturar un 70% de lo recolectado. Se trata de remanufacturar lo más posible ya que, si se va a realizar el esfuerzo de recolección y se sabe que el costo de remanufactura es menor al costo de producción, la industria tratará de sacar algún beneficio de este esfuerzo. Lo máximo que se puede remanufacturar es el 70% de la cantidad recolectada x_{ind}^* , lo cual equivale al valor mostrado en la Tabla 4.4 para la cantidad de remanufactura q_{re}^* .

Ahora veamos el caso cuando $\beta_1 = 0.9$. Con este valor, la combinación de posibles valores mencionada también es la que proporciona la mejor utilidad, entonces, las variables siguen estando representadas por las mismas expresiones (mismos posibles valores). Al igual que en los casos anteriores, se recolecta solamente lo indicado por la política y se remanufactura todo lo que la limitación tecnológica τ_{re} permita (70%). Adicionalmente se observa una reducción en la cantidad q_n^* y un incremento en el precio de venta $P(Q)$.

En el caso extremo en el que el gobierno pida un 100% de recolección, se puede decir que es posible cumplir con esta petición reduciendo aún más la producción de artículos nuevos y remanufacturando todo lo que nos permita el porcentaje τ_{re} . De este análisis, se puede concluir que la industria es capaz de cumplir con el requerimiento de recolección y a la vez, obtener un beneficio de la remanufactura de sus productos.

Después de haber estudiado el comportamiento del subproblema para el sistema individual de recolección, es tiempo de analizar los resultados que arroja la solución del subproblema referente al esquema colectivo de recolección. Un resultado que se hace notar, es el hecho de tener un mismo valor para la cantidad de producción q_n^* sin importar que el parámetro β_1 se incremente. Este resultado proviene de las condiciones de primer orden aplicadas al subproblema P_7 , el cual se refiere al esquema colectivo de recolección (Sección 3.3.3).

De las condiciones de primer orden, se obtuvo la expresión que representa a la cantidad de producción, teniendo que $q_n^* = \frac{1-c}{2}$. De esta forma, se puede encontrar que dicha expresión, al no contener al parámetro β_1 no sufrirá cambios aunque dicho parámetro se incremente. Lo contrario sucede con la cantidad de recolección x_{col} , la cual sí se modifica debido a que la expresión que la representa, $x_{col}^* = \frac{\beta_1 - \beta_1 * c}{2}$ contiene al porcentaje de recolección.

En la Tabla 4.4 se incluyen las cantidades de remanufactura q_{re}^* y disposición de artículos q_d^* para el esquema colectivo de recolección. Aún cuando el subproblema P_I no involucre estas cantidades, es posible estimarlas. Para este subproblema se considera que el productor de EEE no puede disponer de los artículos que son recolectados para llevar a cabo la remanufactura, debido a que en un esquema colectivo se recolectan artículos de diversas compañías. Por este motivo, la cantidad de producción de artículos nuevos será igual a la cantidad total de producción ($Q = q_n^*$). Entonces, la cantidad de remanufactura se puede calcular multiplicando el porcentaje de recolección por la cantidad total de producción ($q_{re}^* = \beta_2 Q$), mientras que la cantidad de disposición de artículos se puede obtener multiplicando la diferencia entre el porcentaje de recolección y el porcentaje de remanufactura por la cantidad total de producción ($q_d^* = Q(\beta_1 - \beta_2)$).

Para finalizar el análisis de los efectos que tiene en la utilidad la modificación del valor del porcentaje de recolección, se puede decir que definitivamente la mejor opción a elegir bajo estas condiciones es el esquema individual, que obtiene una utilidad mayor con cualquier requerimiento de recolección (Figura 4.3). En este ejemplo es posible observar cómo al tomar control de las propias actividades de recolección y remanufactura, el productor puede cumplir con lo que se le exige y evitar que su ganancia se reduzca en gran medida, incluso es capaz de obtener beneficios gracias a la remanufactura de sus productos.

4.2.2 Impacto del Porcentaje de Remanufactura β_2

Es el momento de analizar otro de los parámetros incluidos en el modelo matemático. En esta ocasión pretendemos analizar qué efectos trae el incremento en el valor del porcentaje de remanufactura representado por β_2 . Tomando en cuenta que el porcentaje establecido por el gobierno para la recolección de WEEE es de 0.7, se sabe que el porcentaje para β_2 no puede incrementarse más allá del 70% ($\beta_1 \geq \beta_2$).

En la Tabla 4.5 que se presenta a continuación, se incluyen los resultados obtenidos al evaluar la solución del modelo matemático incrementando el porcentaje de remanufactura desde 0 hasta 0.7. Así mismo, en la Figura 4.4, se observa cómo se comporta la utilidad en ambos esquemas de recolección al sufrir los efectos del incremento en el porcentaje antes mencionado.

Tabla 4.5: Análisis experimental para β_2 .

$\beta_I = 0.7, \tau_{re} = 0.7, c = 0.6, c_{re} = 0.3, c_d = 0.1, \lambda_{ind} = 0.2, \lambda_{col} = 0.1, \pi_{ind} = 0$									
Esquema Individual									
β_2	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{ind}^*	Q	$P(Q)$	$\% x_{ind}^*$	$\% q_{re}^*$	Π_{II}
0	0.0984	0.0945	0.0405	0.1351	0.1929	0.8071	70%	49%	0.0372
0.1	0.0984	0.0945	0.0405	0.1351	0.1929	0.8071	70%	49%	0.0372
0.2	0.0984	0.0945	0.0405	0.1351	0.1929	0.8071	70%	49%	0.0372
0.3	0.0984	0.0945	0.0405	0.1351	0.1929	0.8071	70%	49%	0.0372
0.4	0.0984	0.0945	0.0405	0.1351	0.1929	0.8071	70%	49%	0.0372
0.5	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.6	0.0766	0.1149	0.0492	0.1641	0.1915	0.8085	85.7%	60%	0.0366
0.7	0.057	0.133	0.057	0.19	0.19	0.81	100%	70%	0.0361
Esquema Colectivo									
β_2	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{col}^*	Q	$P(Q)$	$\% x_{col}^*$	$\% q_{re}^*$	Π_I
0	0.2	0	0.14	0.14	0.2	0.8	70%	0%	0.026
0.1	0.2	0.02	0.12	0.14	0.2	0.8	70%	10%	0.026
0.2	0.2	0.04	0.1	0.14	0.2	0.8	70%	20%	0.026
0.3	0.2	0.06	0.08	0.14	0.2	0.8	70%	30%	0.026
0.4	0.2	0.08	0.06	0.14	0.2	0.8	70%	40%	0.026
0.5	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026
0.6	0.2	0.12	0.02	0.14	0.2	0.8	70%	60%	0.026
0.7	0.2	0.14	0	0.14	0.2	0.8	70%	70%	0.026

Analizaremos primeramente el esquema individual de recolección, para después discutir acerca del comportamiento de la solución obtenida al seleccionar el esquema colectivo. En la Figura 4.4 se observa un comportamiento muy interesante de la utilidad en el caso del esquema individual de recolección. Para valores pequeños de β_2 ($\beta_2 \leq 0.4$), el valor de utilidad es el mismo; por lo tanto, analizamos a detalle los resultados para comprender mejor dicho comportamiento. Si se observa la cantidad de artículos recolectados en el caso donde no se exige remanufacturar ($\beta_2 = 0$) se tiene que aún cuando el gobierno no requiere la remanufactura, la industria decide llevarla a cabo. Se remanufactura un 49% ($\%q_{re}^*$, Tabla 4.5) Esto sucede por el mismo motivo que se comentó en la Sección 4.2.1; la industria busca obtener un beneficio de estas políticas y precisamente el beneficio proviene de la capacidad de remanufacturar los productos que se recolectan.

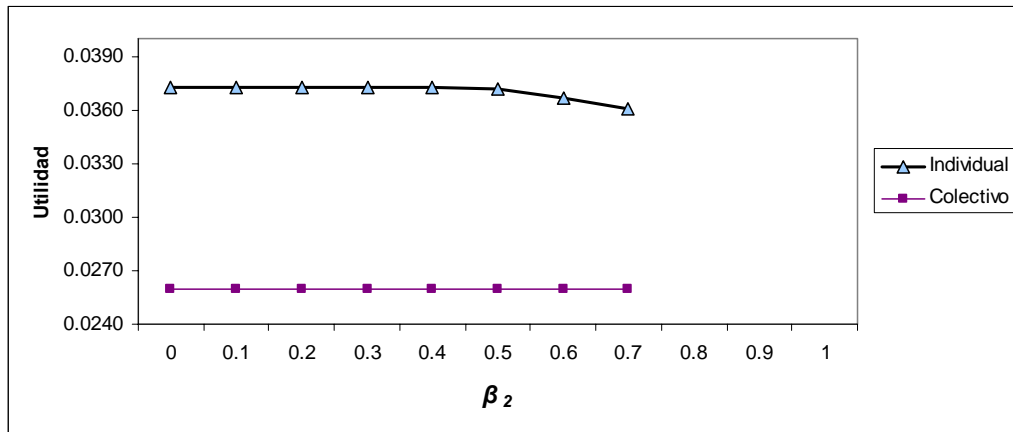


Figura 4.4: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el porcentaje de remanufactura β_2 .

De esta forma, resulta más conveniente remanufacturar todo lo posible de los artículos que la industria debe recolectar, ya que si de todas formas se tiene que llevar a cabo la recolección, es mejor beneficiarse de ésta y convertirla en una actividad que no sólo genere costos. La cantidad de artículos remanufacturados q_{re}^* es exactamente el 70% de la cantidad recolectada ($\tau_{re} = 0.7$).

Cuando $\beta_2 \leq 0.4$ es posible concluir que la solución del modelo, opta por recolectar solamente el porcentaje requerido por la política gubernamental, es decir, el 70% de la cantidad de producción Q ($\% q_{re}^*$, Tabla 4.5). La combinación de posibles valores que obtiene la mayor utilidad con valores pequeños de β_2 ($\beta_2 \leq 0.4$) es la que está formada por $q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$. Si observamos las tres expresiones que representan a las variables en esta solución, podemos encontrar la razón por la cual aún cuando el valor del parámetro β_2 cambia, se obtiene el mismo valor de utilidad. En esta combinación de posibles valores no se incluye el porcentaje de remanufactura β_2 y por lo tanto con cualquier valor de este porcentaje el resultado será el mismo.

Para el caso donde $\beta_2 = 0.5$, se obtiene una solución muy similar a la anterior; sin embargo, el valor de la cantidad de producción de artículos nuevos es menor, mientras que la cantidad de remanufactura se incrementa. Adicionalmente se observa un muy ligero decremento en la cantidad de producción Q y el precio de venta $P(Q)$. El porcentaje de recolección observado es aproximadamente el 71%, que equivale a un poco más de lo que se exige.

Recordemos de la solución presentada en la Tabla 4.4 de la sección anterior que cuando $\beta_1 = 0.7$, se necesita recolectar esta cantidad de artículos para poder cumplir con el 50% de artículos remanufacturados, ya que se tiene una posibilidad tecnológica de remanufactura de solo 70%. Esto nos indica que ya no se busca remanufacturar más de lo que se exige en la política, sino solamente lo necesario para cumplir con el requerimiento. El valor de la utilidad es prácticamente el mismo, se observa una disminución muy pequeña, pero debido a que en este análisis, solo consideramos 4 decimales, no se aprecia en el valor Π_{II} incluido en la Tabla 4.5.

En el caso donde $\beta_2 = 0.6$, se puede observar que la cantidad de producción q_n^* se reduce aún más, mientras que de nuevo se incrementa q_{re}^* . Se observa una cantidad de recolección x_{ind}^* muy por encima de lo que se exige recolectar ya que ésta representa alrededor del 85%; un 15% más de lo estipulado en la política. De nuevo, este valor se asigna debido a que para cumplir con el 60% de remanufactura, es necesario recolectar dicha cantidad lo cual provoca que el valor de la utilidad disminuya.

Por último, en el caso de que se pida remanufacturar el 70% de la cantidad de producción, se tiene una situación donde la totalidad de la cantidad de artículos recolectados tendría que ser remanufacturada, ya que también se pide que la recolección sea equivalente al 70% de la cantidad total de producción. Sin embargo, sabemos que esto sería imposible debido a que si sólo se recolecta el porcentaje β_1 requerido y la industria es capaz de remanufacturar únicamente el 70% de la cantidad de artículos obsoletos recolectados ($\tau_{re} = 0.7$), no se cumpliría con el porcentaje de remanufactura demandado.

La única forma de cumplir con esta exigencia es llevar a cabo la recolección de una cantidad de artículos correspondiente al 100% de la cantidad total de producción Q ; dicha solución es exactamente la que se obtiene al evaluar la solución del modelo con estos valores de parámetros (Tabla 4.5). La industria es capaz de cumplir con lo requerido pero la utilidad se reduce aún más bajo estas condiciones.

Para los casos donde $0.5 \leq \beta_2 \leq 0.7$, la combinación de posibles valores que obtiene la máxima utilidad es diferente a la combinación que generaba la mejor utilidad cuando $\beta_2 \leq 0.4$. La nueva combinación que consigue la máxima utilidad difiere solo en la expresión que representa a la cantidad de producción q_n^* , donde $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$, mientras que las expresiones que representan a q_d^* y q_{re}^* no sufren ningún cambio, es decir, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$. Debido a que esta combinación de posibles valores

obtiene la mejor utilidad en los tres casos ($\beta_2 \geq 0.5$), la ganancia del productor de EEE se va reduciendo con los incrementos del porcentaje de remanufactura, ya que en esta ocasión el parámetro β_2 sí está involucrado en dicha combinación de posibles valores y un incremento de este porcentaje, ocasiona la disminución en la utilidad del productor.

Por otro lado, si observamos los resultados cuando se selecciona al esquema colectivo de recolección, nos encontramos que al incrementar el porcentaje de remanufactura se obtiene la misma utilidad, además de los mismos valores para la cantidad de producción q_n^* , cantidad total de producción Q , precio de venta $P(Q)$ y cantidad de recolección x_{col}^* ; sin embargo, varían las cantidades de remanufactura y disposición de artículos. Como se puede ver en la Tabla 4.5, al seleccionar dicho esquema se recolecta y remanufactura exactamente lo que la política demanda. Recordemos que este subproblema no involucra al parámetro β_2 . Por lo tanto, no importa si éste cambia sus valores, la utilidad que obtiene dicho subproblema será la misma. Las únicas situaciones en que la utilidad cambiará serán cuando se modifique β_1 (Sección 4.2.1), el costo de producción c o el costo de recolección λ_{col} .

De la Figura 4.4, se puede concluir una vez más, que la solución encontrada por el subproblema que representa al esquema individual de recolección es la mejor opción debido a que se obtiene una utilidad mayor al elegir este esquema. Se aprovechan de manera más eficiente las actividades de recolección y remanufactura cuando la industria es capaz de controlar el retorno de sus artículos una vez que éstos llegan al final de su vida útil.

4.2.3 Impacto del Porcentaje de Posibilidad Tecnológica de Remanufactura τ_{re}

En esta sección se va a analizar el porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura representado por τ_{re} . Como ya se explicó en secciones anteriores, en

nuestro estudio se considera el hecho de que no es posible remanufacturar la totalidad de los artículos recolectados. Entonces, el valor asignado a este parámetro resulta un factor determinante no sólo para la utilidad generada sino también para la elección del esquema de recolección.

En la Tabla 4.6 se presentan los resultados obtenidos al incrementar el valor de τ_{re} desde 0.5 hasta 1. El caso donde $\tau_{re} = 1$ representa una situación donde sería posible remanufacturar el 100% de la cantidad de artículos recolectados. Este caso sería extremo y no muy apegado a la realidad, pero es útil para estudiar los efectos de dicho porcentaje en la utilidad del productor de EEE. Se debe tomar en cuenta que si sólo es posible remanufacturar un porcentaje de artículos obsoletos menor al 50%, la política gubernamental sería imposible de cumplir debido a que precisamente se exige un 50% de remanufactura ($\beta_2 = 0.5$).

Tabla 4.6: Análisis experimental para τ_{re} .

$\beta_1 = 0.7, \beta_2 = 0.5, c = 0.6, c_{re} = 0.3, c_d = 0.1, \lambda_{ind} = 0.2, \lambda_{col} = 0.1, \pi_{ind} = 0$									
Esquema Individual									
τ_{re}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{ind}^*	Q	$P(Q)$	% x_{ind}^*	% q_{re}^*	Π_{II}
0.5	0.075	0.075	0.075	0.15	0.15	0.85	100%	50%	0.0225
0.6	0.0875	0.0875	0.0583	0.1458	0.175	0.825	83.3%	50%	0.0306
0.7	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.8	0.042	0.168	0.042	0.21	0.21	0.79	100%	80%	0.0441
0.9	0.023	0.207	0.023	0.23	0.23	0.77	100%	90%	0.0529
1	0	0.25	0	0.25	0.25	0.75	100%	100%	0.0625
Esquema Colectivo									
τ_{re}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{col}^*	Q	$P(Q)$	% x_{col}^*	% q_{re}^*	Π_I
0.5	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026
0.6 – 1	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026

Cuando se observan solamente los resultados, es muy probable que no se entienda del todo el porqué se obtienen ciertos valores; sin embargo, al analizar las expresiones obtenidas de la solución de este modelo, se puede explicar más detalladamente el origen de las soluciones encontradas.

En la Tabla 4.6, encontramos que por primera vez, cuando $\tau_{re} = 0.5$, la mejor alternativa es seleccionar el esquema colectivo de recolección. Debido a que en este caso la posibilidad tecnológica de remanufactura es de tan solo 50%, si el productor utilizara el esquema individual de recolección, sería necesario recolectar una cantidad equivalente al 100% de Q para cumplir con los requerimientos de remanufactura de la política.

Adicionalmente, se observa que la mejor solución encontrada por el subproblema P_{II} , asigna el mismo valor para las cantidades de producción, remanufactura y disposición de desechos. Dicho valor es pequeño, lo cual provoca que la cantidad total de producción sea reducida y por estos motivos, la utilidad que se obtiene al elegir este esquema de recolección es menor que la utilidad generada por el subproblema del esquema colectivo.

En la Figura 4.5 se incluyen las utilidades generadas por cada esquema de recolección (gráfica de barras) y se puede observar que la mayor utilidad es generada por el esquema colectivo de recolección cuando $\tau_{re} = 0.5$, mientras que con los demás valores del porcentaje τ_{re} es conveniente utilizar el esquema individual. Además, se han incluido en la figura, los porcentajes de recolección y remanufactura observados (gráfica de líneas) cuando se elige el esquema individual de recolección.

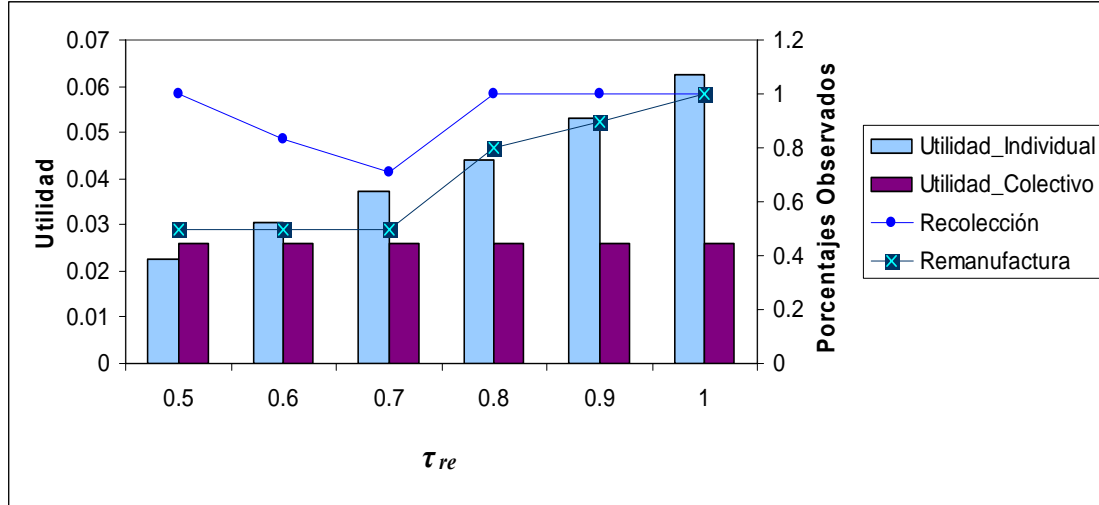


Figura 4.5: Utilidad generada por cada esquema de recolección y porcentajes observados de x_{ind}^* y q_{re}^* en el esquema individual al incrementarse el porcentaje τ_{re}

El comportamiento de los porcentajes observados de recolección y remanufactura en el esquema individual es muy distinto al que se había presentado anteriormente. Por esta razón se decidió incluirlos en la Figura 4.5. Se puede ver cómo el porcentaje de recolección va en descenso con valores pequeños de τ_{re} ($\tau_{re} \leq 0.7$) y con valores altos (cuando $\tau_{re} \geq 0.8$), se incrementa hasta el 100%. En cambio, el porcentaje observado de remanufactura se mantiene constante con valores pequeños del porcentaje τ_{re} , mientras que con valores altos va en incremento hasta llegar a ser del 100%. Para comprender mejor estos resultados, explicamos a continuación qué sucede en el subproblema P_{II} con cada valor que toma el porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura.

Primeramente, al incrementarse el valor de τ_{re} a 0.6, se presenta un incremento tanto en la utilidad obtenida como en la cantidad total de producción. Además, se disminuye la cantidad de artículos de desecho q_d^* . Otro punto importante a considerar es que se recolecta alrededor de un 13% más de lo estipulado en la política ($\%x_{ind}^*$, Tabla 4.6), lo cual es absolutamente necesario considerando que la industria sólo es capaz de remanufacturar el 60% de lo que recolecta. Entonces, al realizar la recolección de dicha

cantidad ($x_{ind}^* = 0.1458$) se asegura que exactamente se podrá remanufacturar el 50% de la cantidad total de producción Q .

En el caso de que sea posible remanufacturar el 70%, nos encontramos con el ya conocido resultado del Caso 1 incluido en el ejemplo numérico presentado en la Sección 4.1 donde, al igual que cuando $0.5 \leq \tau_{re} \leq 0.6$, se recolecta más de lo requerido sólo para poder cumplir con la exigencia de remanufactura.

Los tres resultados presentados anteriormente ($\tau_{re} \leq 0.7$) se obtienen de la combinación de posibles valores que está integrada por $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$. Esta combinación es la que proporciona la utilidad más alta en el esquema de recolección individual. Las expresiones que representan a cada una de las tres cantidades, nos ayudan a comprender porqué tanto la utilidad como los valores que toman las cantidades q_n^* , q_{re}^* , q_d^* y x_{ind}^* se comportan de esta forma. En la expresión $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$ podemos ver que a medida que τ_{re} aumenta, la cantidad q_{re}^* también crecerá, al contrario de q_d^* , la cual debido a $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ se reducirá cuando la posibilidad tecnológica de remanufactura aumente.

Un punto importante a notar en los resultados obtenidos cuando $\tau_{re} \leq 0.7$ es que la cantidad de producción de artículos nuevos q_n^* es igual a la cantidad de remanufactura q_{re}^* ; lo cual significa que el porcentaje observado de remanufactura es del 50%. Esto proviene de la expresión que representa a $q_n^* \left(q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^* \right)$, ya que $\beta_2 = 0.5$ y por esta razón $q_n^* = q_{re}^*$.

Después, los resultados donde es posible remanufacturar el 80% y 90% de la cantidad de artículos recolectados, nos indican que la mejor opción es remanufacturar todo lo que τ_{re} nos permita. Si es posible remanufacturar el 80% de lo recolectado, se recolecta el 100% de la producción para de esta forma, asegurar que precisamente una cantidad que equivale al 80% de Q será remanufacturada. Lo mismo ocurre cuando se puede remanufacturar el 90%, sin importar que se solicite sólo un 50% de remanufactura, q_{re}^* equivale al 90% de la cantidad total de producción como se observa en la Figura 4.5. En estos casos realmente se recolecta mucho más de lo requerido por el solo hecho de tratar de remanufacturar tanto como sea posible ya que se percibe un beneficio en la actividad de remanufactura debido a que ésta tiene un costo mucho menor que la producción de artículos nuevos.

Cabe mencionar que estos dos resultados se obtienen gracias a que la combinación de posibles valores está formada por $q_n^* = q_d^*$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$. Al observar que ahora q_n^* ha tomado el valor de la cantidad de artículos desechados q_d^* , se puede concluir que bajo estas circunstancias se prefiere producir el menor número posible de artículos nuevos para darle una mayor prioridad a las actividades de recolección y remanufactura.

Finalmente, en el caso extremo en que el productor tuviera una capacidad de remanufacturar del 100% de la cantidad de artículos recolectados, la mayor utilidad se obtendría dejando de producir artículos nuevos y remanufacturando el 100% de la cantidad x_{ind}^* . Sabemos que este caso sólo se realiza a fin de analizar el comportamiento de la solución obtenida ya que sería prácticamente imposible remanufacturar la totalidad de los artículos recolectados como se ha discutido con anterioridad. En la Figura 4.5 se observa cómo, en el caso del esquema individual, la utilidad es directamente proporcional a la posibilidad tecnológica de remanufactura, cuando τ_{re} aumenta, también se incrementa la utilidad.

El incrementar el valor de la posibilidad tecnológica de remanufactura, no tiene efectos en el resultado que obtiene el subproblema del esquema colectivo, por la misma razón que el incremento del porcentaje de remanufactura no mostró tener efectos en la solución de este subproblema (Sección 4.2.2). En el esquema colectivo no se considera un porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura; sin embargo, los incrementos del porcentaje τ_{re} sí pueden determinar la elección del esquema de recolección.

Así, cuando el porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura es igual al porcentaje requerido de recolección ($\beta_2 = \tau_{re} = 0.5$), es preferible que el productor se una a un esquema colectivo. Para porcentajes medianos ($0.6 \leq \tau_{re} \leq 0.7$), el productor de EEE utiliza el esquema individual de recolección y recolecta sólo la cantidad necesaria de artículos obsoletos para cumplir con el porcentaje de remanufactura requerido en la política. Por último, en caso de porcentajes altos ($\tau_{re} \geq 0.8$), se recolecta una cantidad que equivale al 100% de Q para remanufacturar lo más posible y obtener beneficios económicos de dicha actividad.

4.2.4 Impacto del Costo de Remanufactura c_{re}

Después de haber analizado los tres porcentajes que se incluyen en el modelo matemático, en esta sección, presentamos el análisis de los efectos que tiene el costo de remanufactura en la utilidad generada por cada esquema de recolección. En secciones posteriores se estudiarán dichos efectos con los distintos costos que aparecen en el modelo matemático.

En la Figura 4.6 se observa la tendencia de la utilidad al incrementarse el costo de remanufactura y si se analizan los primeros tres resultados del esquema individual de recolección (cuando $c_{re} \leq 0.2$) encontramos que se recolecta el 100% de la cantidad total de producción Q como se observa en la columna de porcentaje observado de recolección ($\%x_{ind}^*$) de la Tabla 4.7. Esta situación se genera del hecho de buscar

remanufacturar no solo el 50% requerido por el gobierno sino obtener un beneficio del 70% que el productor de EEE es capaz de remanufacturar ($\tau_{re} = 0.7$). La máxima utilidad posible se obtiene cuando es posible remanufacturar 70% de la cantidad total de producción Q y para lograr esto, es necesario recolectar el 100%.

Tabla 4.7: Análisis experimental para c_{re} .

$\beta_1 = 0.7, \beta_2 = 0.5, \tau_{re} = 0.7, c = 0.6, c_d = 0.1, \lambda_{ind} = 0.2, \lambda_{col} = 0.1, \pi_{ind} = 0$									
Esquema Individual									
c_{re}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{ind}^*	Q	$P(Q)$	% x_{ind}^*	% q_{re}^*	Π_{II}
0	0.0882	0.2060	0.0882	0.2942	0.2942	0.7058	100%	70%	0.0870
0.1	0.078	0.182	0.078	0.26	0.26	0.74	100%	70%	0.0676
0.2	0.0675	0.1575	0.0675	0.225	0.225	0.775	100%	70%	0.0506
0.3	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.4	0.084	0.084	0.036	0.12	0.168	0.832	71.4%	50%	0.0282
0.5	0.0714	0.0714	0.0306	0.102	0.1428	0.8572	71.4%	50%	0.0204
0.6	0.059	0.059	0.0253	0.0843	0.118	0.882	71.4%	50%	0.0139
0.7	0.0464	0.0464	0.0199	0.0663	0.0928	0.9072	71.4%	50%	0.0086
0.8	0.034	0.034	0.0146	0.0486	0.068	0.932	71.4%	50%	0.0046
0.9	0.021	0.021	0.009	0.03	0.042	0.958	71.4%	50%	0.0018
1	0.009	0.009	0.0039	0.0129	0.018	0.982	71.7%	50%	0.0003
Esquema Colectivo									
c_{re}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{col}^*	Q	$P(Q)$	% x_{col}^*	% q_{re}^*	Π_I
0 – 0.4	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026
0.5 – 1	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026

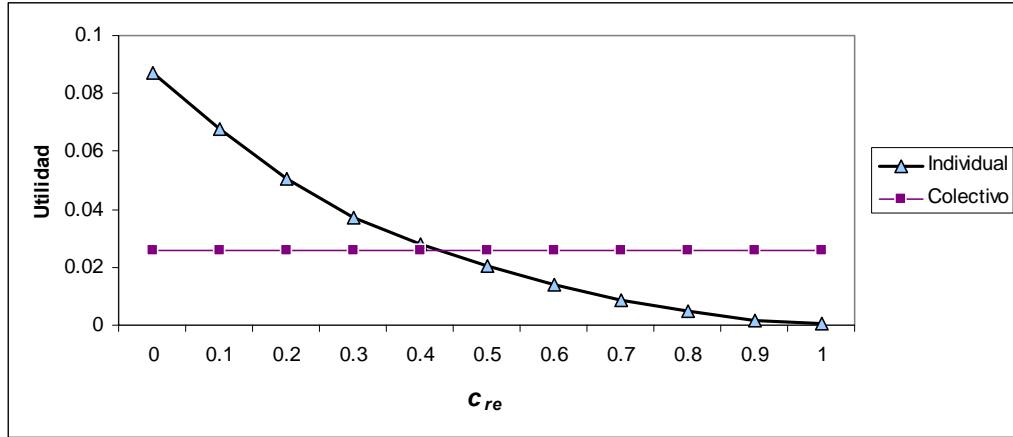


Figura 4.6: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de remanufactura c_{re} .

Cabe mencionar que para obtener el resultado que se acaba de comentar, la solución del modelo utiliza a la combinación de posibles valores constituida por el conjunto de expresiones $q_n^* = q_d^*$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$, lo cual nos indica que la industria reduce su cantidad de producción de artículos nuevos hasta igualarla con la cantidad de artículos desechados q_d^* para así remanufacturar lo más posible.

En caso de que el costo de remanufactura tome valores medios ($0.3 \leq c_{re} \leq 0.5$), se puede ver en la Tabla 4.7, que tanto la cantidad de recolección como la cantidad de remanufactura se reducen debido a que el costo c_{re} ahora es más elevado. Bajo estas circunstancias, sólo se recolecta lo necesario para poder cumplir con el 50% de remanufactura requerido. Esto equivale a un 71.4% aproximadamente como se discutió en la sección 4.2.1 donde se analizó el porcentaje de recolección β_1 . Para dichos valores la combinación que obtiene la máxima utilidad cambia con respecto a la combinación que genera la mejor utilidad en los casos donde el costo de remanufactura toma valores pequeños ($c_{re} \leq 0.2$). El cambio se da en la expresión que representa a la cantidad de producción de artículos nuevos. Ahora la expresión que se tiene para q_n^* es

$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$. Es importante notar que la cantidad de producción está representada por

esta expresión y $\beta_2 = 0.5$, lo que provoca que $q_n^* = q_{re}^*$.

Para los casos donde los valores del costo de remanufactura son altos ($c_{re} \geq 0.6$) se observa que se reduce cada vez más la cantidad de producción. Esto ocasiona que se remanufacturen menos artículos, se fabriquen menos productos nuevos, se recolecte menos y hasta de desechen menos artículos. Se recolecta solamente lo necesario para cumplir con el 50% de artículos que se deben remanufacturar.

Una vez más, la combinación que genera la máxima utilidad posible bajo estas condiciones cambia. Ahora el cambio se realiza en la cantidad de remanufactura; la combinación está representada por las expresiones $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$ $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y

$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$. Este cambio en la expresión de la cantidad de remanufactura se debe a

que el valor q_{re}^* se encontraba en su cota superior cuando la expresión $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$ la

representaba; sin embargo, a partir de $c_{re} = 0.6$ $c_{re} = 0.6$, la máxima utilidad se obtiene cuando q_{re}^* toma el valor de su cota inferior $\frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$. Dicha situación es propiciada por

el valor cada vez más elevado del costo de remanufactura que obliga a reducir aún más la cantidad de artículos remanufacturados. Recordemos de la Sección 3.3.3 que cada una de las cantidades obtenidas a través de las condiciones de primer orden tiene cotas inferiores y superiores, las cuales a su vez, provienen de las restricciones del modelo matemático.

El incrementar el valor del costo de remanufactura no tiene efectos sobre el resultado obtenido por el esquema colectivo, por lo cual se obtiene una utilidad constante. De nueva cuenta encontramos que no siempre resulta conveniente utilizar el esquema individual de recolección. Se puede decir que una vez que $c_{re} \geq 0.5$, la mayor utilidad se

obtiene eligiendo el esquema colectivo, lo cual se observa tanto en la Tabla 4.7 como en la Figura 4.6.

De este análisis es posible concluir que con valores pequeños del costo de remanufactura ($c_{re} \leq 0.2$) se debe utilizar el esquema individual de recolección y buscar recolectar el 100% de Q para poder remanufacturar lo más posible y obtener un beneficio del costo de remanufactura bajo. Para valores medios ($0.3 \leq c_{re} \leq 0.5$) del costo c_{re} , el productor de EEE solamente debe recolectar y remanufacturar lo necesario para cumplir con los requerimientos establecidos en la política gubernamental. En cambio, con costos altos de remanufactura ($c_{re} \geq 0.6$) la mejor alternativa para el productor de EEE es unirse a un esquema colectivo para no tener que enfrentar los costos tan altos que conlleva realizar las actividades de logística inversa por sí mismo.

4.2.5 Impacto del Costo de Producción c

El segundo costo que se analiza en este trabajo, es el costo de producir un artículo nuevo representado por c . Se presentan en la Tabla 4.8 las soluciones encontradas con ambos subproblemas.

Al analizar el costo de producción de artículos nuevos se puede observar en la Tabla 4.8 que al incrementarse c , la utilidad no solamente se modifica para el caso de la elección del sistema individual sino también cambia en el caso del esquema colectivo de recolección. Esto se debe a que tanto la cantidad de artículos recolectados en el esquema colectivo (x_{col}) como la cantidad de producción (q_n^*) involucran al costo de producción (Sección 3.3.3).

Tabla 4.8: Análisis experimental para c .

$\beta_1 = 0.7, \beta_2 = 0.5, \tau_{re} = 0.7, c_{re} = 0.3, c_d = 0.1, \lambda_{ind} = 0.2, \lambda_{col} = 0.1, \pi_{ind} = 0$									
Esquema Individual									
c	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{ind}^*	Q	$P(Q)$	$\% x_{ind}^*$	$\% q_{re}^*$	Π_{II}
0	0.171	0.171	0.0733	0.2443	0.342	0.658	71.4%	50%	0.1176
0.1	0.159	0.159	0.0681	0.2271	0.318	0.682	71.4%	50%	0.0101
0.2	0.146	0.146	0.0626	0.2086	0.292	0.708	71.4%	50%	0.0858
0.3	0.134	0.134	0.0574	0.1914	0.268	0.732	71.4%	50%	0.0717
0.4	0.121	0.121	0.0519	0.1729	0.242	0.758	71.4%	50%	0.059
0.5	0.109	0.109	0.0467	0.1557	0.218	0.782	71.4%	50%	0.0475
0.6	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.7	0.0525	0.1225	0.0525	0.175	0.175	0.825	100%	70%	0.0306
0.8	0.048	0.112	0.048	0.16	0.16	0.84	100%	70%	0.0256
0.9	0.0435	0.1015	0.0435	0.145	0.145	0.855	100%	70%	0.021
1	0.039	0.091	0.039	0.13	0.13	0.7	100%	70%	0.0169
Esquema Colectivo									
c	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{col}^*	Q	$P(Q)$	$\% x_{col}^*$	$\% q_{re}^*$	Π_I
0	0.5	0.25	0.1	0.35	0.5	0.5	70%	50%	0.215
0.1	0.45	0.225	0.09	0.315	0.45	0.55	70%	50%	0.171
0.2	0.4	0.2	0.08	0.28	0.4	0.6	70%	50%	0.132
0.3	0.35	0.175	0.07	0.245	0.35	0.65	70%	50%	0.098
0.4	0.3	0.15	0.06	0.21	0.3	0.7	70%	50%	0.069
0.5	0.25	0.125	0.05	0.175	0.25	0.75	70%	50%	0.045
0.6	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026
0.7	0.15	0.075	0.03	0.105	0.15	0.85	70%	50%	0.012
0.8	0.1	0.05	0.02	0.07	0.1	0.9	70%	50%	0.003
0.9	0.05	0.025	0.01	0.035	0.05	0.95	70%	50%	-0.001
1	0	0	0	0	0	1	0%	0%	0

Analizamos en primer lugar la tendencia de la utilidad en el esquema individual, para después comparar ambos esquemas. Se pueden observar las tendencias de la utilidad para ambos esquemas en la Figura 4.7. Cuando el valor asignado al costo de producción es pequeño ($c \leq 0.3$), la solución nos indica que se debe recolectar y remanufacturar sólo lo necesario para cumplir con los requerimientos que exige el gobierno. La combinación de posibles valores que produce la utilidad máxima es la que está formada

$$\text{por } q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^* \quad q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^* \quad \text{y} \quad q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*.$$

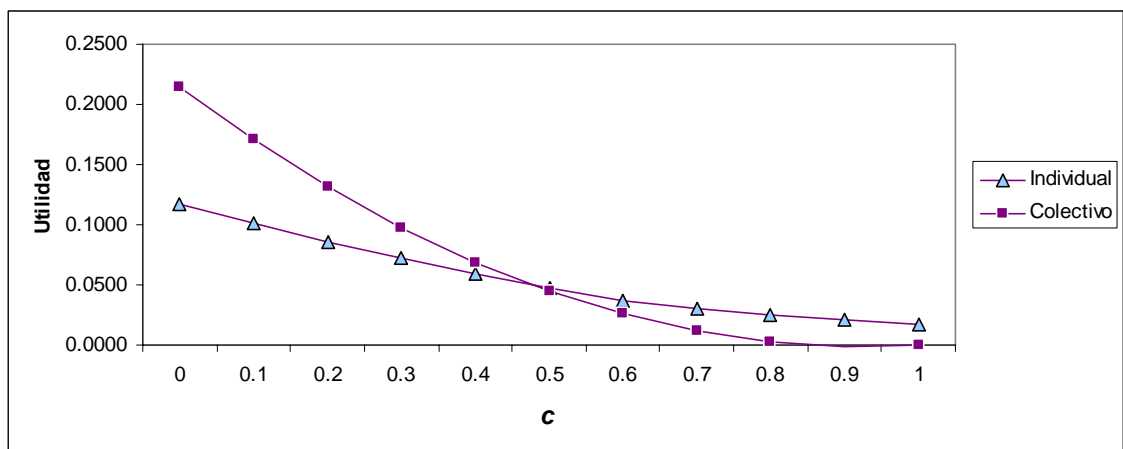


Figura 4.7: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de producción de artículos nuevos c .

Esta combinación nos dice dos puntos muy importantes y es que, como se explicó en la sección anterior, la expresión que representa a q_{re}^* es una cota inferior, es decir, que después de sustituir los valores de los parámetros en esta expresión, la cantidad de remanufactura será igual a la mínima cantidad de artículos remanufacturados posible. Además, el hecho de que la cantidad de producción sea igual a la cantidad de remanufactura se debe a la expresión que representa a la cantidad q_n^* y al valor del porcentaje de remanufactura que demanda el gobierno ($\beta_2 = 0.5$). Adicionalmente se puede ver que a medida que se incrementa el costo c , se reduce la cantidad total de producción Q .

En caso de que el costo de producción se incremente a valores medios ($0.4 \leq c \leq 0.6$), la combinación de posibles valores que produce la mejor ganancia se modifica. La nueva combinación solo cambia con respecto a la cantidad de remanufactura q_{re}^* , la cual está representada por $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$, lo cual nos indica que el valor de dicha cantidad se ha movido hacia su cota superior y la cantidad total de producción Q se reduce aún más debido al incremento en el costo de producción de artículos nuevos.

Aún cuando los valores de las cantidades de producción y remanufactura siguen siendo iguales, el cambio en la expresión de la cantidad de remanufactura nos dice que se tiene una tendencia a incrementar la cantidad de artículos remanufacturados y disminuir la producción de artículos nuevos, la cual resulta cada vez más costosa.

Lo anterior se comprueba al analizar los resultados obtenidos para valores altos del costo de producción de artículos nuevos ($c \geq 0.7$). Bajo estas condiciones no es posible mantener en el mismo nivel la producción de artículos nuevos, y el costo de remanufactura es mucho más atractivo que el costo de producción. Entonces, el porcentaje observado de recolección ($\%x_{ind}^*$, Tabla 4.8) se ha incrementado al máximo con el propósito de remanufacturar cuanto sea posible. Esto significa que se remanufactura el 70% ($\tau_{re} = 0.7$) de la cantidad total de producción debido a que la recolección es del 100%.

De esta forma, se logra obtener la máxima utilidad posible, tomando en cuenta que aún así la ganancia de la industria se reducirá con cada incremento del costo de producción. Bajo estas circunstancias, la combinación de posibles valores que encuentra la utilidad más elevada cambia de nuevo, pero ahora el cambio se realiza con respecto al valor de la cantidad de producción. La combinación está constituida por $q_n^* = q_d^*$,

$$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^* \text{ y } q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^* .$$

La nueva combinación nos confirma que lo que se busca es reducir la cantidad de artículos nuevos producidos. Esto se logra moviendo a q_n^* a su cota inferior, lo cual significa que solamente se producirá la misma cantidad de artículos que sean desechados (q_d^*) y el resto de la cantidad total de producción Q se conformará de productos remanufacturados.

Por último, si se comparan ambos esquemas (Figura 4.7), se encuentra un resultado por demás interesante, ya que se obtiene una ganancia más elevada si se elige el esquema colectivo cuando el costo de producción no es muy elevado ($c \leq 0.4$). Cuando se tienen valores medios del costo c ($0.5 \leq c \leq 0.6$) el productor de EEE debe elegir el esquema individual para recolectar y remanufacturar sólo lo necesario para cumplir con los requerimientos gubernamentales. A medida que el costo de producción es más alto ($c \geq 0.7$), se vuelve más conveniente tomar el control de las actividades de logística inversa y obtener una mayor utilidad generando un beneficio al remanufacturar la mayor cantidad posible de los productos recolectados.

4.2.6 Impacto del Costo de Disposición de Desechos c_d

En esta sección analizamos qué sucede cuando se incrementa el costo de disposición de desechos. Recordemos que de los artículos que han sido recolectados (en caso de elegir el esquema individual) un cierto porcentaje no es apto para la remanufactura; por lo tanto, los artículos deben ser desechados y esto conlleva un costo, ya que se necesita buscar una manera de deshacerse de ellos de forma que no representen un riesgo para el ambiente.

En la Tabla 4.9 se presentan los resultados obtenidos en el análisis experimental al incrementar c_d desde 0 hasta 1. En el caso del esquema colectivo, obtenemos el mismo resultado para cada valor del costo c_d porque dicho esquema no involucra a la cantidad

de artículos que serán desechados después de ser recolectados (q_d^*). Así mismo, en la Figura 4.8 se observa la tendencia de la utilidad en ambos esquemas de recolección a medida que se incrementa el costo de disposición de desechos. Primeramente se analizan los resultados referentes al subproblema del esquema individual de recolección P_{II} y para terminar este análisis se compara la rentabilidad de ambos esquemas de recolección.

Tabla 4.9: Análisis experimental para c_d .

$\beta_1=0.7, \beta_2=0.5, \tau_{re}=0.7, c=0.6, c_{re}=0.3, \lambda_{ind}=0.2, \lambda_{col}=0.1, \pi_{ind}=0$									
Esquema Individual									
c_d	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{ind}^*	Q	$P(Q)$	% x_{ind}^*	% q_{re}^*	Π_{II}
0	0.0615	0.1435	0.0615	0.205	0.205	0.795	100%	70%	0.042
0.1	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.2	0.091	0.091	0.039	0.13	0.182	0.818	71.4%	50%	0.0332
0.3	0.086	0.086	0.0369	0.1229	0.172	0.828	71.4%	50%	0.0294
0.4	0.08	0.08	0.0343	0.1143	0.16	0.84	71.4%	50%	0.0258
0.5	0.075	0.075	0.0321	0.1071	0.15	0.85	71.4%	50%	0.0225
0.6	0.07	0.07	0.03	0.1	0.14	0.86	71.4%	50%	0.0194
0.7	0.0643	0.0643	0.0276	0.0919	0.1286	0.8714	71.4%	50%	0.0165
0.8	0.059	0.059	0.0253	0.0843	0.118	0.882	71.4%	50%	0.0139
0.9	0.054	0.054	0.0231	0.0771	0.108	0.892	71.4%	50%	0.0115
1	0.0484	0.0484	0.0207	0.0691	0.0968	0.9032	71.4%	50%	0.0093
Esquema Colectivo									
c_d	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{col}^*	Q	$P(Q)$	% x_{col}^*	% q_{re}^*	Π_I
0-0.3	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026
0.4-1	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026

Solamente en caso de que no existiera ningún costo por desechar los artículos que no se pueden remanufacturar, conviene recolectar más de lo que exige el gobierno para remanufacturar todo lo que nuestra posibilidad tecnológica τ_{re} nos permita. La solución

del subproblema del esquema individual de recolección para el caso donde $c_d = 0$, nos dice que si es posible, lo más conveniente para el productor de EEE sería recolectar tanto como una cantidad que equivalga al 100% de la cantidad total de producción para obtener el mayor beneficio posible de la remanufactura de sus propios artículos obsoletos y con esto generar la máxima utilidad posible bajo estas condiciones.

En este caso, la combinación de posibles valores que encuentra la máxima utilidad está formada por las expresiones $q_n^* = q_d^*$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$, donde la cantidad de producción de artículos nuevos q_n^* es muy baja debido a que se pone énfasis en la recolección y remanufactura de productos.

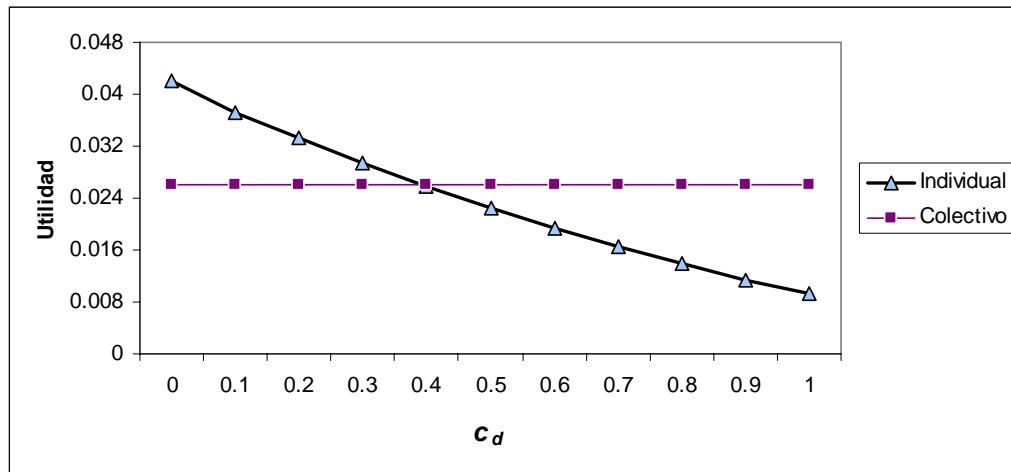


Figura 4.8: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de disposición de desechos c_d .

En cambio, cuando existe algún costo por desechar los artículos inservibles, sólo conviene recolectar lo suficiente para poder cumplir con el porcentaje de remanufactura indicado en la política, que en este caso, es del 50%. Esto quiere decir que cuando $c_d \geq 0.1$, el porcentaje observado de recolección es del 71.4% en todos los casos ($\%x_{ind}^*$ Tabla 4.9). De la cantidad recolectada, se remanufactura el 70% ($\tau_{re} = 0.7$), lo cual

equivale al 50% de la cantidad total de producción Q , esto quiere decir que se está remanufacturando exactamente lo que exige la política gubernamental.

Para estos casos, la combinación de posibles valores que proporciona la máxima utilidad es la que está constituida por $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$. Si se observan las expresiones que conforman a las dos combinaciones que se han discutido en esta sección, se encuentra que la nueva combinación solo difiere de la anterior en la expresión que representa a q_n^* . Ahora el valor de la cantidad de artículos nuevos producidos se encuentra en su cota superior, mientras que cuando $c_d = 0$, el valor de q_n^* se encontraba en su cota inferior ($q_n^* = q_d^*$). Este cambio nos indica que cuando sí se tiene que pagar un costo por desechar artículos que no serán remanufacturados, resulta más conveniente producir más artículos nuevos y no recolectar una cantidad tan grande de artículos.

Como se puede ver en la Figura 4.8, cuando el costo por disponer desechos es bajo ($c_d \leq 0.3$), resulta más provechoso optar por el esquema individual, ya que la industria obtiene más beneficios al controlar por sí misma las actividades de logística inversa y únicamente cuando dicho costo es nulo, el productor de EEE necesita recolectar y remanufacturar lo más posible. Después, el productor solo lleva a cabo las actividades de logística inversa de forma que cumpla con la política del gobierno. Cuando $c_d = 0.4$, la utilidad del esquema colectivo es mayor a la obtenida por el esquema individual (lo cual se observa en la Tabla 4.9); sin embargo las utilidades son prácticamente idénticas. Finalmente, con valores medios y altos del costo de disposición de artículos $c_d \geq 0.5$, la mejor alternativa es la elección del esquema colectivo ya que, de lo contrario, el costo por disponer los desechos disminuye considerablemente la utilidad obtenida.

4.2.7 Impacto del Costo de Recolección λ_i

El último parámetro a estudiar es el costo de recolección. Es importante recordar que se tiene un costo de recolección para el sistema colectivo y otro costo de recolección para el esquema individual. Analicemos primero, qué sucede al incrementar dicho costo en el esquema individual, recordando que los demás valores de parámetros se encuentran fijos; esto incluye al valor de λ_{col} .

En la Tabla 4.10 se pueden ver los resultados obtenidos para el análisis experimental de λ_{ind} . Si se observa la columna de utilidad Π_{II} y la Figura 4.9, podemos decir que con cada incremento de este costo, la reducción de la utilidad es grande en el subproblema del esquema individual. Por este motivo si se llega a tener un costo de recolección λ_{ind} demasiado elevado, la industria tendría que cambiar al esquema colectivo de recolección; de lo contrario, sería incapaz de cumplir con los requerimientos del gobierno y eso la llevaría a desaparecer del mercado.

En la Tabla 4.10, encontramos que los incrementos en el costo no afectan la utilidad en el caso del esquema colectivo de recolección y por este motivo, tanto las cantidades como el precio de venta y la utilidad, permanecen constantes. Analizamos primeramente los resultados que se obtienen con el subproblema del esquema individual de recolección y posteriormente comparamos dichos resultados con la utilidad que obtiene el esquema colectivo.

Para los casos donde $\lambda_{ind} \leq 0.1$, la solución obtenida nos indica que con el fin de generar la mayor utilidad, se necesita recolectar el 100% de la cantidad de producción Q y, teniendo en cuenta que la posibilidad tecnológica de remanufactura τ_{re} es del 70%, obtenemos que la cantidad de remanufactura es exactamente el 70% de la cantidad de producción Q , por lo cual dicha cantidad está muy por encima del 50% requerido.

Tabla 4.10: Análisis experimental para λ_{ind} .

$\beta_1 = 0.7, \beta_2 = 0.5, \tau_{re} = 0.7, c = 0.6, c_{re} = 0.3, c_d = 0.1, \lambda_{col} = 0.1, \pi_{ind} = 0$									
Esquema Individual									
λ_{ind}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{ind}^*	Q	$P(Q)$	% x_{ind}^*	% q_{re}^*	Π_{II}
0	0.087	0.203	0.087	0.29	0.29	0.71	100%	70%	0.0841
0.1	0.072	0.168	0.072	0.24	0.24	0.76	100%	70%	0.0576
0.2	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.3	0.079	0.079	0.0339	0.1129	0.158	0.842	71.4%	50%	0.0247
0.4	0.061	0.061	0.0261	0.0871	0.122	0.878	71.4%	50%	0.0147
0.5	0.043	0.043	0.0184	0.0614	0.086	0.914	71.4%	50%	0.0073
0.6	0.0251	0.0251	0.0108	0.0359	0.0502	0.9498	71.4%	50%	0.0025
0.7	0.007	0.007	0.003	0.01	0.014	0.986	71.4%	50%	0.0002
0.8	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0.9	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Esquema Colectivo									
λ_{ind}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{col}^*	Q	$P(Q)$	% x_{col}^*	% q_{re}^*	Π_I
0 – 0.2	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026
0.3 – 1	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026

Los dos resultados que se obtienen cuando $\lambda_{ind} \leq 0.1$, se obtienen con la combinación de posibles valores formada por $q_n^* = q_d^*$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$, donde se da prioridad a la recolección y remanufactura de productos. Además, esta combinación indica que la cantidad de producción de artículos nuevos se encuentra en su cota inferior, mientras que la cantidad de artículos remanufacturados toma el valor de su cota superior.

En el momento en que $0.2 \leq \lambda_{ind} \leq 0.5$, la combinación presentada anteriormente cambiará solamente en la expresión relacionada con q_n^* , la cual ahora está representada

por $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$, que tal como se explicó en la sección 4.2.6, es el valor de su cota superior mayor (q_n^* cuenta con dos cotas superiores). Así, cuando el costo de recolección toma estos valores, resulta más beneficioso aumentar la producción de artículos nuevos y recolectar solamente lo necesario, de acuerdo a nuestra posibilidad tecnológica de remanufactura, para cumplir con el requerimiento de remanufactura estipulado en la política del gobierno. En caso de que $0.6 \leq \lambda_{ind} \leq 0.7$ la utilidad llega a ser casi nula, incluso cuando $\lambda_{ind} \geq 0.8$ no se genera ninguna utilidad. Para estos casos, la industria estaría fuera del mercado al ser incapaz de cumplir con lo requerido por la política.

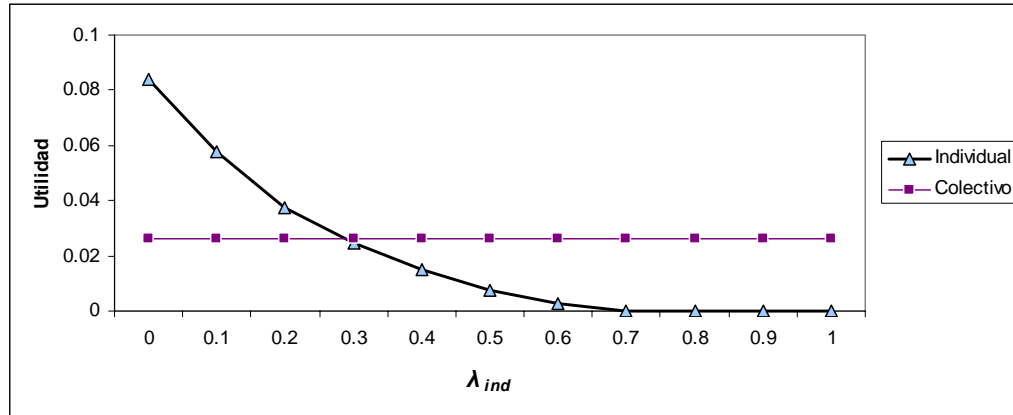


Figura 4.9: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de recolección en el esquema individual λ_{ind}

Si ahora comparamos ambos esquemas de recolección, encontramos que en caso de tener un costo de recolección del esquema colectivo fijo ($\lambda_{col} = 0.1$) e incrementar el costo de recolección del esquema individual, la mejor elección será el esquema individual de recolección cuando se tengan costos λ_{ind} muy bajos ($\lambda_{ind} \leq 0.2$), mientras que con costos de recolección del esquema individual medios o altos ($\lambda_{ind} \geq 0.3$), la mejor alternativa para el productor de EEE será unirse a un esquema colectivo. Nótese que en nuestro análisis el costo λ_{col} siempre ha sido menor con respecto a λ_{ind} , debido a

que se supone que resulta más costoso mantener un esquema individual que unirse a un sistema colectivo de recolección. En esta sección sólo cuando $\lambda_{ind} \leq 0.1$, se tiene que

$$\lambda_{ind} \leq \lambda_{col}.$$

Por último, veamos qué sucede si en vez de incrementar el costo de recolección en el esquema individual, incrementamos el costo de recolección en el esquema colectivo.

Tabla 4.11: Análisis experimental para λ_{col} .

$\beta_1 = 0.7, \beta_2 = 0.5, \tau_{re} = 0.7, c = 0.6, c_{re} = 0.3, c_d = 0.1, \lambda_{ind} = 0.2, \pi_{ind} = 0$									
Esquema Individual									
λ_{col}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{ind}^*	Q	$P(Q)$	% x_{ind}^*	% q_{re}^*	Π_{II}
0	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.1 – 1	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
Esquema Colectivo									
λ_{col}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{col}^*	Q	$P(Q)$	% x_{col}^*	% q_{re}^*	Π_I
0	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.04
0.1	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026
0.2	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.012
0.3	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	-0.002
0.4	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	-0.016
0.5	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	-0.03
0.6	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	-0.044
0.7	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	-0.058
0.8	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	-0.072
0.9	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	-0.086
1	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	-0.1

En la Tabla 4.11 se observa que el aumento en el costo λ_{col} es muy sensible en el subproblema del esquema colectivo, ya que la utilidad cae rápidamente y para cuando el costo de recolección λ_{col} toma el valor de 0.3, la utilidad se vuelve negativa con lo cual la industria tendría pérdidas eligiendo al esquema colectivo.

Un detalle a notar en la tabla anterior es el hecho de que los resultados obtenidos para q_n^* y x_{col}^* permanecen constantes para cada valor que toma λ_{col} . Recordemos que las expresiones que representan a las dos variables en el sistema colectivo (Sección 3.3.3) sólo involucran a los parámetros β_1 y c ; por lo tanto, mientras éstos no cambien su valor, tampoco lo cambiarán las cantidades de producción de artículos nuevos q_n^* ni la cantidad de recolección x_{col}^* .

En caso de que el costo de recolección en el esquema individual λ_{ind} estuviera fijo y solo se incrementara el parámetro λ_{col} , se tiene que en casi todos los casos la industria obtendría una mayor utilidad si decide elegir el esquema individual. La única forma de que resulte mejor el esquema colectivo sería si éste tuviera un costo nulo. Recordemos de la Sección 3.3.3 que la expresión que se obtuvo después de aplicar las condiciones de primer orden para la cantidad de recolección x_{col}^* , nos indicaba que se tiene una función decreciente ($\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_{col}} = -\lambda_{col}$) donde solamente el valor más pequeño del costo de recolección λ_{col} , sería capaz de generar la máxima utilidad. Con los resultados de la Tabla 4.11 confirmamos esta situación.

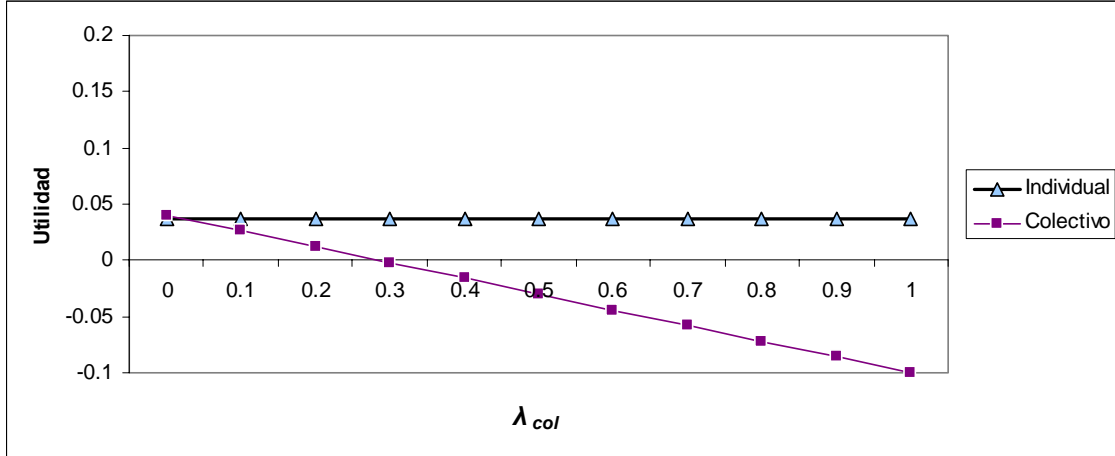


Figura 4.10: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de recolección en el esquema colectivo λ_{col}

Para detallar más este análisis, es posible investigar qué sucede si se dan incrementos muy pequeños del costo λ_{col} ($0 \leq \lambda_{col} \leq 0.1$). En la Figura 4.11 y la Tabla 4.12 se puede observar cómo, sólo cuando $\lambda_{col} \leq 0.01$, la mejor alternativa es la utilización del esquema colectivo de recolección.

Tabla 4.12: Análisis experimental con incrementos pequeños de λ_{col} (primera parte).

$\beta_1 = 0.7, \beta_2 = 0.5, \tau_{re} = 0.7, c = 0.6, c_{re} = 0.3, c_d = 0.1, \lambda_{ind} = 0.2, \pi_{ind} = 0$									
Esquema Individual									
λ_{col}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{ind}^*	Q	$P(Q)$	% x_{ind}^*	% q_{re}^*	Π_{II}
0 – 0.01	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.02	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372
0.03 – 0.1	0.0964	0.0964	0.0413	0.1377	0.1928	0.8072	71.4%	50%	0.0372

Continuación de la **Tabla 4.12**: Análisis experimental con incrementos pequeños de λ_{col} (segunda parte).

Esquema Colectivo									
λ_{col}	q_n^*	q_{re}^*	q_d^*	x_{col}^*	Q	$P(Q)$	% x_{col}^*	% q_{re}^*	Π_I
0	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.04
0.01	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.0386
0.02	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.0372
0.03	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.0358
0.04	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.0344
0.05	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.033
0.06	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.0316
0.07	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.0302
0.08	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.0288
0.09	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.0274
0.1	0.2	0.1	0.04	0.14	0.2	0.8	70%	50%	0.026

Es importante notar que con $\lambda_{col} = 0.02$, el esquema colectivo genera exactamente la misma utilidad que el esquema individual de recolección; por otro lado, en la Tabla 4.12 se puede ver que las cantidades de producción y recolección son muy distintas de las cantidades que conforman la solución del subproblema P_{II} .

De este análisis se puede concluir que el costo de recolección en el esquema colectivo es mucho más sensible a incrementos que el costo de recolección en el esquema individual. Teniendo en cuenta que los demás parámetros tienen asignados un determinado conjunto de valores fijos, se puede decir que sólo cuando se tienen valores del costo λ_{col} muy pequeños es conveniente utilizar el esquema colectivo de recolección.

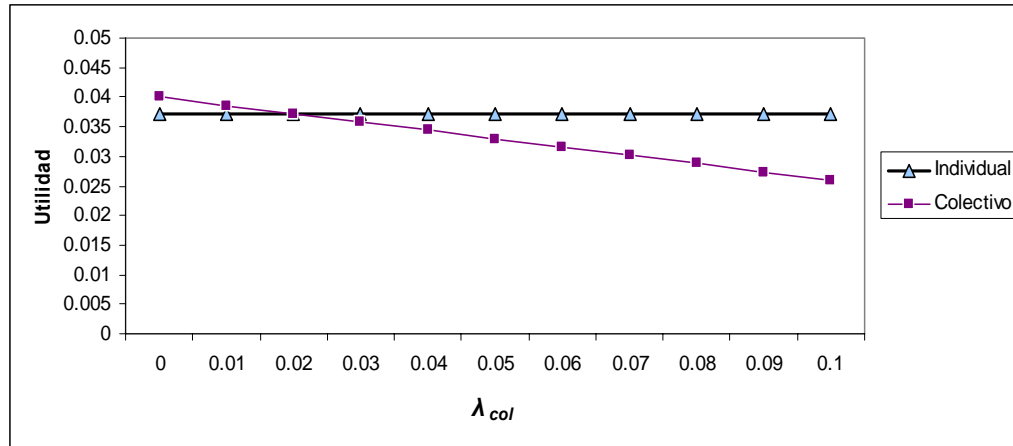


Figura 4.11: Utilidad generada por cada esquema de recolección con incrementos pequeños del costo de recolección en el esquema colectivo λ_{col} .

Considerando que los esquemas colectivos de recolección son organizaciones sin fines de lucro que llevan a cabo las actividades de logística inversa para distintas compañías productoras de EEE, podría resultar muy conveniente que además de las aportaciones que cada productor debe pagar a la organización para financiar los costos, existiera algún subsidio por parte del gobierno que permita tener en niveles bajos los costos de recolección para estas organizaciones.

4.3. Conclusiones

Del análisis que se ha realizado en este capítulo, ha sido posible obtener hallazgos relevantes en torno a cómo se afecta la utilidad de un productor de EEE cuando los valores de los parámetros y porcentajes involucrados en las decisiones de dicho productor se van modificando.

Un punto que resulta de mucha relevancia es el hecho de que se ha confirmado con el análisis experimental que la implementación de una política gubernamental como la Directiva WEEE de la Unión Europea, además de reducir las cantidades de desechos

eléctricos y electrónicos y beneficiar a la sociedad y el ambiente, puede traer consigo situaciones de beneficio económico para la industria productora de estos artículos.

Adicionalmente, el hecho de tener dos opciones de esquemas de recolección para llevar a cabo las actividades de logística inversa otorga a los productores de EEE una mayor flexibilidad, ya que dependiendo de las condiciones económicas y los requisitos impuestos por la política del gobierno, un productor puede cambiar entre un esquema de recolección y otro, lo cual beneficia tanto al productor como al gobierno, debido a que se busca cumplir con lo estipulado en la política al mismo tiempo que el productor obtiene el mayor beneficio económico posible.

CAPÍTULO 5

GOBIERNO: BENEFICIO SOCIAL

Una vez que se ha realizado el análisis de los efectos que tienen los parámetros en el resultado obtenido por el modelo matemático que representa la decisión del Productor de EEE, es posible obtener una medida del beneficio social que se genera con la implementación de la política referente a los desechos de EEE. Para lograr este objetivo es necesario formular funciones que estén basadas en los resultados obtenidos en el análisis experimental que se realizó en el Capítulo 4 de este trabajo.

En el presente capítulo se discute acerca de distintas funciones de beneficio social. En la Sección 5.1, se presentan dichas funciones, mientras que en la Sección 5.2 se utilizan las funciones de beneficio social para medir el impacto de la aplicación de la política gubernamental a medida que los parámetros del modelo matemático son modificados. Se utilizan los resultados obtenidos del análisis experimental previamente discutido en el Capítulo 4. En la sección 5.3 se observa el efecto de la utilización de pesos en los términos de las funciones de beneficio social. Finalmente, en la Sección 5.4

se analiza el impacto en el beneficio social provocado por la interacción de los porcentajes de recolección y remanufactura.

5.1 Funciones Matemáticas de Beneficio Social

En la literatura es posible encontrar funciones de beneficio social multiplicativas o aditivas. No hay un método que indique qué tipo de función debe ser utilizada según la aplicación. En este trabajo se decidió utilizar funciones del tipo aditivo que permitan de manera sencilla, evaluar el impacto de la política analizada.

Ahora, recordemos que la decisión del Productor de EEE está representada por un modelo matemático de maximización. Las cantidades que se obtienen de la solución del modelo nos sirven como entradas para las funciones de beneficio social. Las cantidades que resultan de dicho modelo son las siguientes:

- q_n^* – cantidad de producción de artículos nuevos.
- q_{re}^* – cantidad de artículos recolectados que son remanufacturados.
- q_d^* – cantidad de artículos que después de haber sido recolectados, no son aptos para la remanufactura.
- Q – cantidad total de producción representada por $Q = q_n^* + q_{re}^*$.
- x_i^* – cantidad de artículos recolectados por el sistema de recolección i .

Con los resultados anteriores podemos construir distintas funciones de beneficio social; la primera de ellas se presenta a continuación:

5.1.1 Función BS_I

Esta función se basa en las cantidades de producción de artículos nuevos, de remanufactura y de disposición de artículos. Simplemente se suman dichas cantidades y con ello se obtiene una medida del beneficio social.

$$BS_I = q_n^* + q_{re}^* + q_d^*. \quad (5.1)$$

En esta función se toma como un beneficio el hecho de que existan ciertas cantidades de artículos nuevos q_n^* , un cierto número de artículos remanufacturados q_{re}^* y también una cantidad de artículos desechados de forma apropiada q_d^* . Así, entre más altos son los valores de las cantidades obtenidas de la solución del modelo, más alto es el nivel de beneficio social.

La función BS_I , por más sencilla que parezca, toma en cuenta no sólo los dos aspectos que considera la política del gobierno (recolección y remanufactura) sino también da importancia a la producción de artículos nuevos, lo cual representa un beneficio tanto para el productor de EEE como para la sociedad.

Se pueden incorporar pesos a esta función para dar más énfasis a cualquiera de las tres cantidades incluidas. Si se considera a la remanufactura de artículos como un indicador muy relevante de beneficio social, se asigna un peso mayor a este término para conseguir ese objetivo. Si se incluyen pesos, se obtiene la siguiente función:

$$SB_{1p} = \phi_n q_n^* + \phi_{re} q_{re}^* + \phi_d q_d^*. \quad (5.1a)$$

Donde ϕ_n , ϕ_{re} y ϕ_d , representan a los pesos asignados a cada cantidad. Como se mencionó en la introducción del capítulo, las funciones con pesos se estudiarán en la Sección 5.3. En seguida, se muestra la segunda función de beneficio social.

5.1.2 Función BS_2

BS_2 es otra de las funciones que se utiliza en el presente estudio. En dicha función se puede observar que se toma en cuenta la cantidad total de producción, la razón de la cantidad de productos recolectados con respecto a la cantidad total de producción y la cantidad de artículos remanufacturados.

$$SB_2 = Q + q_{re}^* + \frac{x_i^*}{Q}. \quad (5.2)$$

En el caso de la cantidad de recolección x_i^* se desea que la razón de esta cantidad con respecto a la cantidad Q de producción sea lo más cercano a uno, lo cual representa el 100% de recolección y es el mayor número que se puede obtener de este cociente. En el caso de la cantidad de remanufactura, no se considera necesario expresarla de la misma forma que x_i^* ya que no sólo es importante remanufacturar artículos, sino también tiene relevancia la cantidad producción de artículos nuevos (q_n^*), la cual se encuentra incluida en la cantidad total de producción Q .

De la misma forma que en la Sección 5.1.1, entre mayor sea el valor de la función, se obtiene un beneficio social más alto. Adicionalmente, es posible agregar pesos a los términos que constituyen la función con el propósito de enfatizar alguna de las cantidades involucradas, obteniendo así la siguiente función:

$$SB_{2p} = \phi_Q Q + \phi_{re} q_{re}^* + \phi_x \frac{x_i^*}{Q}. \quad (5.2a)$$

5.1.3 Función PS_3

Por último, presentamos una medida de beneficio social basada en la diferencia entre la cantidad total de producción y la cantidad de artículos recolectados, teniendo así una

función que al obtener valores pequeños, representa un mayor beneficio social. Entonces, se puede llamar a esta medida función de *perjuicio social*.

Con esta medida se busca incrementar el número de artículos recolectados, los cuales terminarán ya sea, siendo remanufacturados o se desecharán de forma adecuada, lo cual significa una disminución de desechos eléctricos y electrónicos en los basureros. Entre menor sea la diferencia de Q y x_i^* , se tiene un mayor número de artículos recolectados lo que beneficia al medio ambiente y la sociedad. Así el mayor beneficio social se da con el mínimo valor de la función de perjuicio social. La función de perjuicio social es la siguiente:

$$PS_3 = Q - x_i^*. \quad (5.3)$$

En esta función no se incluirán pesos debido a que por sí sola logra su propósito, que es buscar el mayor número de artículos recolectados posible. Se podría considerar a esta función menos justa que las funciones presentadas anteriormente debido a que no toma en cuenta a los artículos que fueron remanufacturados ni tampoco le da importancia a la cantidad total de artículos producidos. Sin embargo, será útil para fines de comparación con las demás funciones.

En la sección siguiente se utilizan las funciones que acaban de ser presentadas para realizar un análisis del impacto que genera la implementación de la política WEEE.

5.2 Ejemplos Numéricos

El análisis de las funciones de beneficio social se basa en el Caso 1 del ejemplo presentado en el capítulo 4; de esta forma, tomando los resultados obtenidos del análisis experimental para cada uno de los parámetros que intervienen en el modelo matemático (que representa las decisiones del productor de EEE), se evalúa el beneficio social con las funciones explicadas en la Sección 5.1.

En cada sección se presentan los resultados obtenidos después de sustituir los valores de las cantidades obtenidas del modelo matemático y aumentar cada parámetro y cada porcentaje que interviene en el modelo desde cero hasta uno. Comenzamos con el beneficio social que se obtiene a medida que el porcentaje de recolección β_1 sufre incrementos.

5.2.1 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Porcentaje β_1

El porcentaje de recolección es de gran relevancia en la solución del problema que se está estudiando, representa una de las decisiones tomadas por el gobierno y determina en gran medida la estrategia que seguirá el productor de EEE. Recordemos de la Sección 4.2.1 que con cualquier valor de β_1 desde 0.5 ($\beta_1 \geq \beta_2$) hasta 1, la mejor opción es seleccionar el esquema individual de recolección. Sustituyendo las cantidades presentadas en la Tabla 4.4 del capítulo anterior en las diferentes funciones de beneficio social es posible obtener los siguientes valores:

Tabla 5.1: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para β_1 .

β_1	BS_1	BS_2	PS_3
0.5	0.2341	1.0035	0.0551
0.6	0.2341	1.0035	0.0551
0.7	0.2341	1.0035	0.0551
0.8	0.2381	1.0996	0.0384
0.9	0.2427	1.2115	0.0191
1	0.2470	1.3230	0.0000

Recordemos que en la tabla anterior los valores de cada función se obtuvieron sin utilizar pesos en sus variables. A continuación se presentan las gráficas de cada función para después discutir acerca de su comportamiento. Antes de observar las gráficas de las

funciones previamente mencionadas, es conveniente analizar las tendencias de las cantidades involucradas en cada función para así entender mejor el beneficio social resultante.

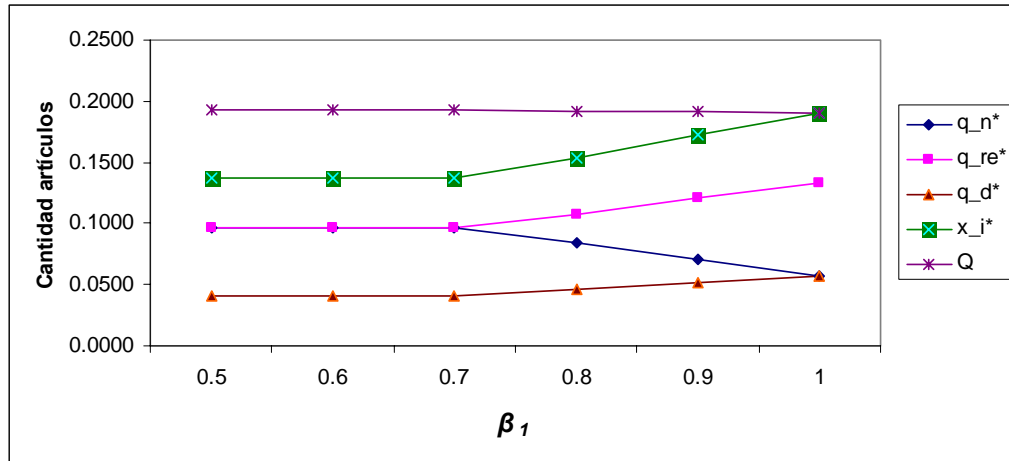


Figura 5.1: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para β_1 .

La Figura 5.1 resulta muy útil ya que el comportamiento de las cantidades incluidas en dicha gráfica determinará la tendencia del beneficio social. Como podemos observar, las cantidades de recolección x_i^* , de remanufactura q_{re}^* y de disposición de artículos q_d^* se incrementan cuando la exigencia de recolección es mayor al 70%. Antes de esto, se mantienen en el mismo nivel. Para los primeros tres porcentajes (50%, 60% y 70%) se obtiene la misma solución en el modelo matemático y esa es la razón por la cual se obtienen las mismas cantidades en los tres casos; en la Sección 4.2.1 se explicó a detalle porqué sucede esto.

Las cantidades de producción de artículos nuevos q_n^* y la cantidad total de producción Q , al contrario de las demás cantidades, se reducen a consecuencia de una política más estricta. Después de discutir acerca de la Figura 5.1, podemos observar en la Figura 5.2 la tendencia del beneficio social con cada una de las tres funciones presentadas anteriormente:

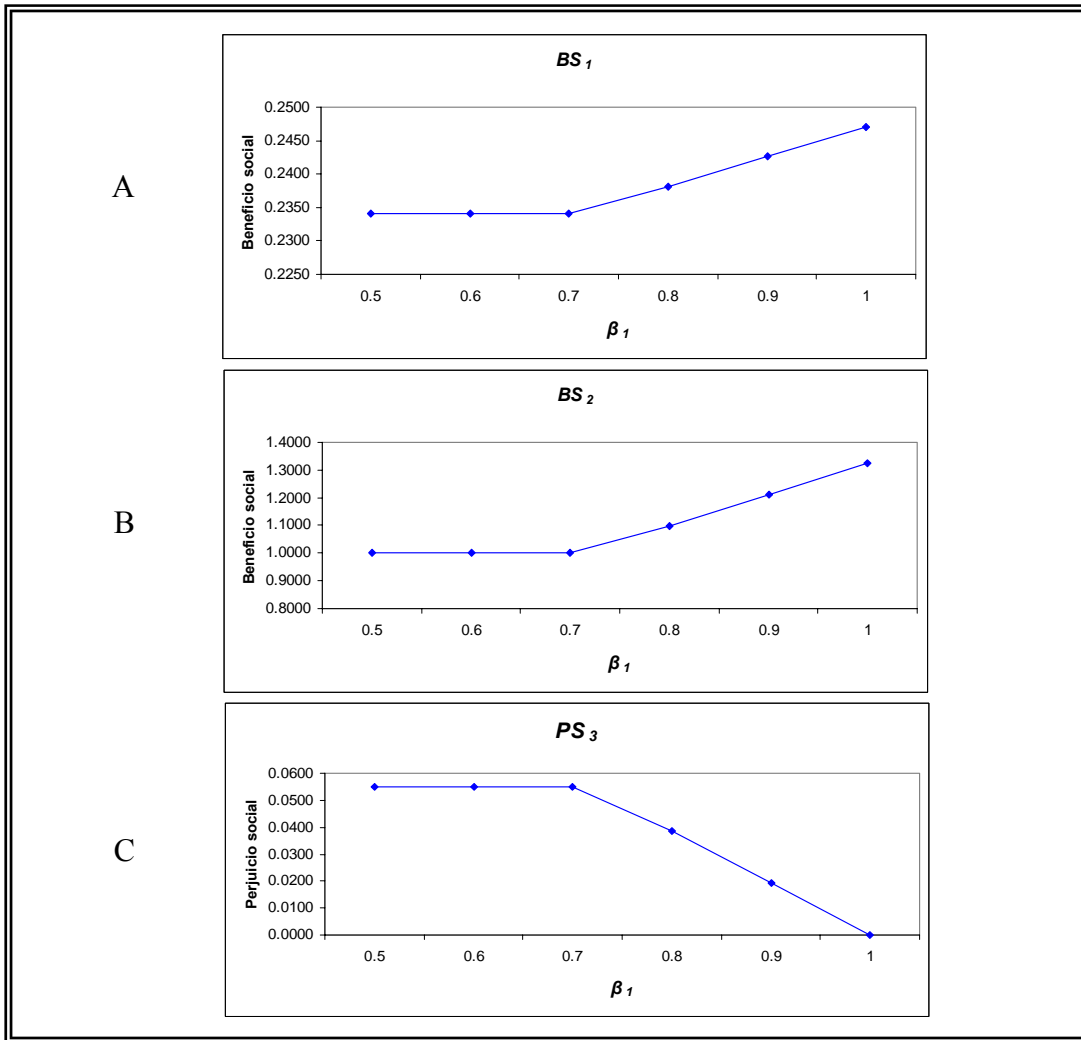


Figura 5.2: Tendencia del beneficio social para el incremento de β_1 A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .

Como podemos ver en la figura anterior el beneficio social se mantiene en el mismo nivel cuando el gobierno exige una recolección de hasta el 70% y si la exigencia se aumenta más allá de este porcentaje, el beneficio social se incrementa. Gracias a que previamente se analizaron las cantidades resultantes del modelo, resulta más clara la interpretación de la Figura 5.2.

Estudiemos a detalle la función BS_1 ; recordemos que en esta función intervienen las cantidades q_n^* , q_{re}^* y q_d^* . Tanto la cantidad de remanufactura como la cantidad de disposición de artículos siguen el mismo comportamiento que la Gráfica A de la Figura 5.2. Así, éstas determinan la tendencia del beneficio social dominando a la reducción en la cantidad de producción de artículos nuevos. En BS_1 se suman las tres cantidades y al no utilizar pesos para dar más relevancia a alguna de ellas, el beneficio social las toma como igualmente importantes.

Ahora, si observamos la gráfica B (BS_2) de la Figura 5.2, la tendencia del beneficio social resulta ser la misma que en la Gráfica A (BS_1), recordemos que en BS_2 intervienen la cantidad total de producción Q , la cantidad de remanufactura q_{re}^* y la razón de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción x_i^*/Q . Cada uno de los términos involucrados tiene la misma importancia y si observamos la Figura 5.1, podemos comprender la razón por la cual la tendencia es la misma.

Después de haber analizado las dos gráficas anteriores, toca el turno a la función PS_3 . Como era de suponerse la tercera función se comporta de manera similar. Es importante recordar que en la Gráfica C no se está midiendo el beneficio social. Esta función mide la diferencia entre la cantidad total de producción y la cantidad de recolección, por lo cual se especificó en la Sección 5.1.3 que esta función representa el perjuicio o daño social. Así, el mayor beneficio social se produce cuando la diferencia entre ambas cantidades es mínima.

Entonces, el mayor beneficio social (menor perjuicio), según la función PS_3 se encuentra cuando β_1 toma el valor de uno, es decir, cuando se exige recolectar una cantidad de artículos obsoletos que equivale al 100% de la cantidad total de producción.

Después de comparar las tres funciones de beneficio social, se puede concluir que a medida que la política gubernamental exija mayor recolección de WEEE, el beneficio

social se incrementa, siempre y cuando se tengan valores altos del porcentaje de recolección ($\beta_1 \geq 0.8$); de lo contrario ($\beta_1 \leq 0.7$), debido a las condiciones de nuestro caso de estudio ($c_{re} < c$, $\tau_{re} = 0.7$), el beneficio social siempre es el mismo.

Además, el hecho de obtener un comportamiento idéntico por parte de las tres funciones de beneficio social utilizadas es de gran interés, ya que cada función tiene criterios distintos para medir el beneficio social. Del análisis de las cantidades en la Figura 5.1, se sabe que este resultado se da debido a la tendencia que siguen las cantidades generadas por la solución del modelo matemático.

En la siguiente sección, se estudia la tendencia del beneficio social al aplicar las funciones presentadas al análisis experimental para el porcentaje de remanufactura β_2 .

5.2.2 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Porcentaje β_2

El porcentaje de remanufactura β_2 , al igual que el porcentaje β_1 , juega un papel muy importante en la solución del modelo matemático por ser también una decisión que toma la entidad gubernamental. Para descubrir los cambios en el beneficio social a medida que se incrementa el porcentaje de remanufactura, presentamos en la Tabla 5.2 los resultados obtenidos con cada una de las funciones.

Recordemos que sólo se obtienen soluciones factibles cuando el porcentaje de recolección es de 70% o menos ya que la posibilidad tecnológica de remanufactura para el caso que se analiza es del 70%.

Tabla 5.2: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para β_2 .

β_2	BS_1	BS_2	PS_3
0	0.2335	0.9875	0.0579
0.1	0.2335	0.9875	0.0579
0.2	0.2335	0.9875	0.0579
0.3	0.2335	0.9875	0.0579
0.4	0.2335	0.9875	0.0579
0.5	0.2341	1.0035	0.0551
0.6	0.2407	1.1635	0.0274
0.7	0.2470	1.3230	0.0000

Si observamos el comportamiento de las cantidades que se encuentran con la solución del modelo matemático, podemos tener una idea del comportamiento de las funciones de beneficio social, tal como en la sección anterior. Si se analizan las tendencias de la Figura 5.3, se puede esperar que de nueva cuenta, las tres funciones que se utilizan en esta investigación obtengan una tendencia de beneficio social idéntica.

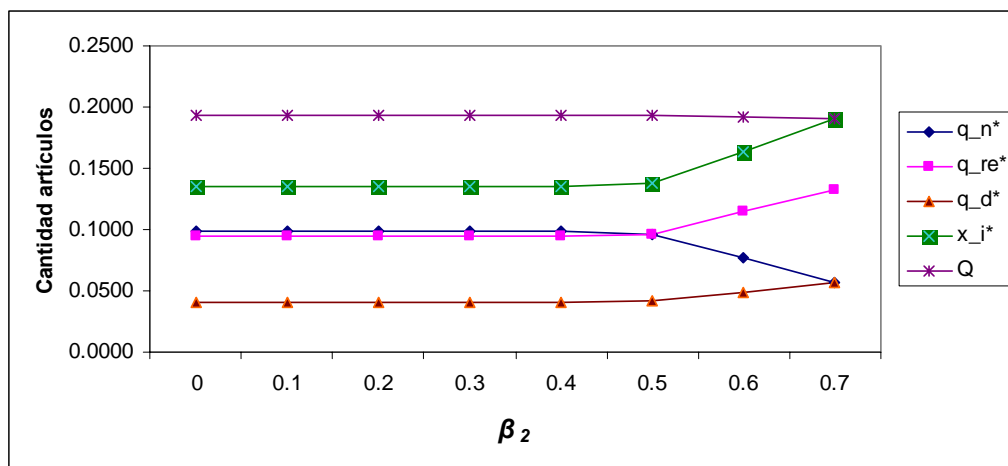


Figura 5.3: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para β_2 .

Si resulta tal comportamiento, las cantidades de recolección, remanufactura y disposición de artículos, que se incrementan cuando $\beta_2 \geq 0.5$, ocasionarán que el beneficio social vaya a la alza de la misma forma que éstas lo hacen. En la Figura 5.4 se incluyen tres gráficas con la tendencia de cada una de las funciones utilizadas para medir el impacto de la aplicación de la política gubernamental en el beneficio social.

En las gráficas de la Figura 5.4 se observa cómo, a medida que se incrementa el porcentaje β_2 , la tendencia del beneficio social es la misma que siguen las cantidades q_{re}^* , q_d^* y x_i^* presentadas en la Figura 5.3. Tal como se suponía, con cualquiera de las funciones aplicadas se obtiene la misma tendencia y este comportamiento pareciera indicar que con una u otra función, se obtiene la misma medida de beneficio social; sin embargo, para concluir acerca de esta cuestión es necesario analizar también los efectos de los demás parámetros del modelo matemático en el beneficio social.

Una vez que se corroboró la hipótesis de la tendencia que siguen las funciones al sustituir en ellas las cantidades incluidas en la Figura 5.3, se puede decir que el beneficio social se incrementa solo con porcentajes muy altos de remanufactura para el caso de estudio presentado. El hecho de exigir la recolección de productos y un costo de remanufacturar menor al costo de producción de artículos nuevos, ocasiona que la industria decida remanufacturar aún y cuando no se le exige hacerlo.

Esta situación fue discutida en la Sección 4.2.2. Entonces, cuando la política del gobierno exige el 40% de remanufactura o menos, el productor de EEE remanufactura todo lo posible (aproximadamente un 49%) y recolecta exactamente lo que se pide en la política (70%). Las cantidades obtenidas como resultado del modelo matemático son idénticas y generan un mismo nivel de beneficio social. Incluso cuando la exigencia de remanufactura se incrementa a un 50%, las cantidades son casi iguales y sólo se modifican ligeramente para poder cumplir con el porcentaje requerido.

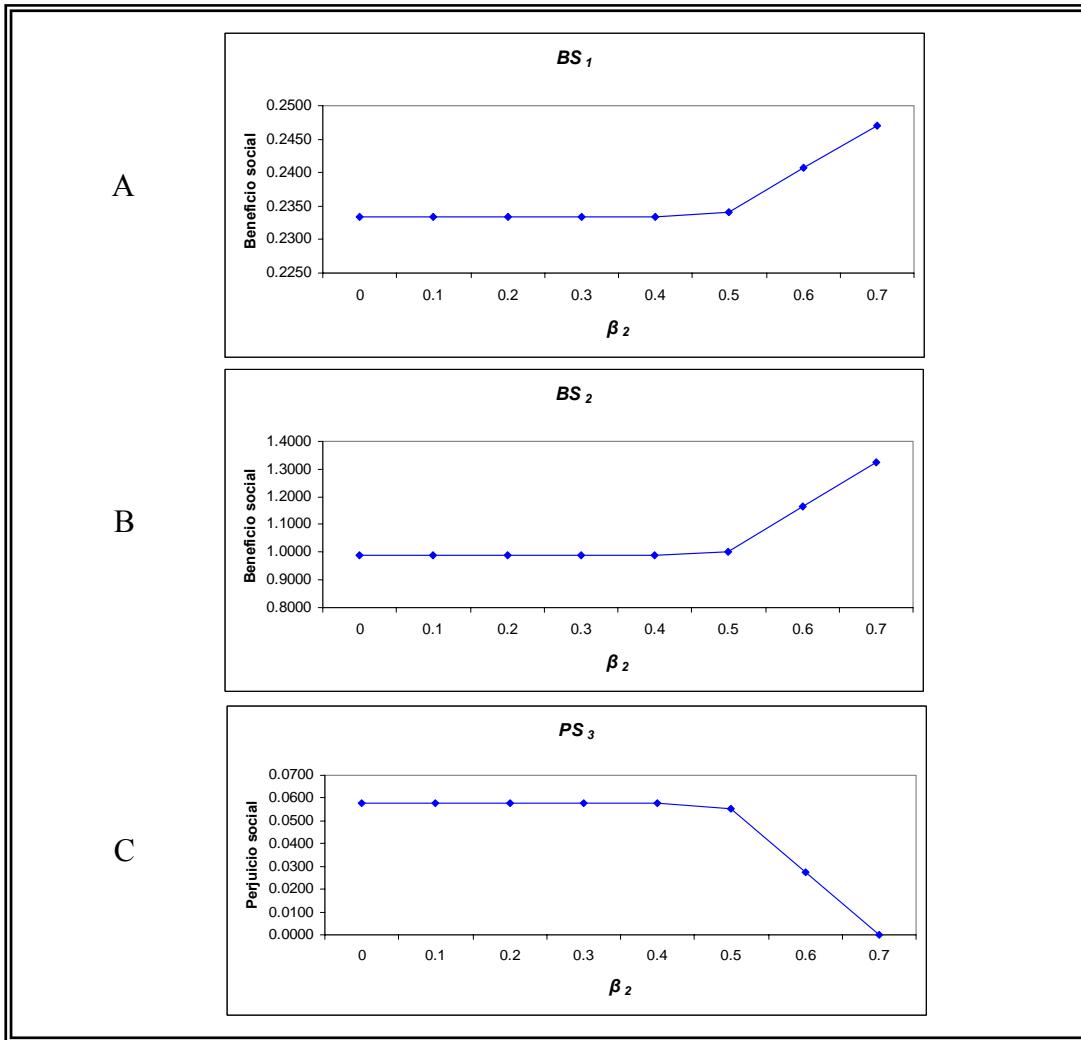


Figura 5.4: Tendencia del beneficio social para el incremento de β_2 A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .

De estos hallazgos se obtienen conclusiones interesantes, ya que la entidad gubernamental debe ser cuidadosa al requerir un cierto porcentaje de remanufactura una vez que ha determinado un porcentaje de recolección de artículos obsoletos. Si se ha encontrado que el productor llevará a cabo la remanufactura de todas formas, un incremento del porcentaje de remanufactura del 30% al 40%, para citar un ejemplo, resultaría innecesario ya que de todas formas se remanufactura casi un 50% y lejos de incrementar el beneficio para la sociedad, la política podría ser vista como una medida severa que cause descontento entre los productores de EEE.

Ahora es el momento de estudiar el comportamiento de las funciones presentadas en este capítulo cuando se incrementa la posibilidad tecnológica de remanufactura.

5.2.3 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Porcentaje τ_{re}

El porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura es un parámetro muy importante dentro de nuestro estudio, el cual está involucrado en el subproblema del esquema individual de recolección. Suponemos que si es posible incrementar la cantidad de artículos que un productor de EEE puede remanufacturar, aumentará también el beneficio social ya que se genera una menor cantidad de desechos electrónicos. Primeramente, en la Tabla 5.3 se incluyen los resultados de la utilización de cada función de beneficio social.

Tabla 5.3: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para τ_{re} .

τ_{re}	BS_1	BS_2	PS_3
0.5	0.34	1	0.06
0.6	0.2333	1.0956	0.0292
0.7	0.2341	1.0034	0.0551
0.8	0.2520	1.378	0
0.9	0.2530	1.437	0
1	0.25	1.5	0

Para tener una mejor comprensión de los valores que toman las diferentes funciones de beneficio social, presentamos los valores que toman las diferentes cantidades del modelo matemático al incrementarse el porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura:

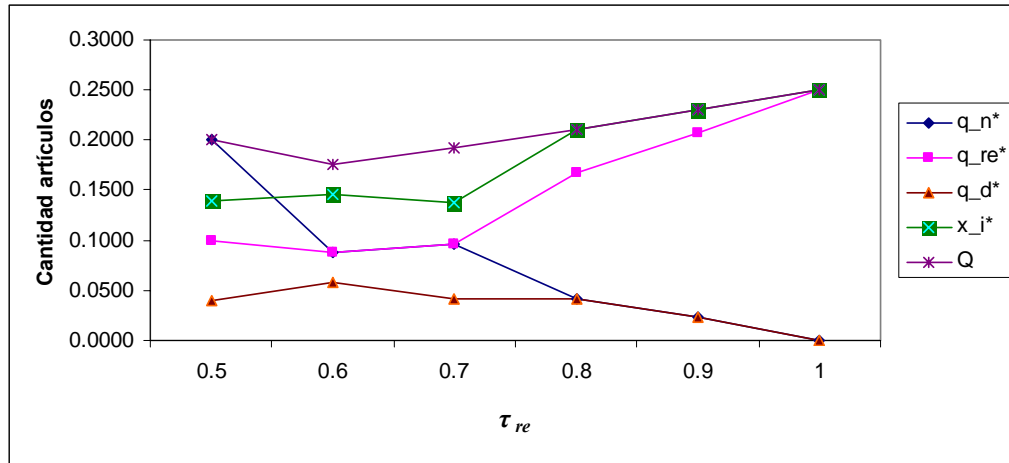


Figura 5.5: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para τ_{re} .

En esta ocasión no es tan sencilla la interpretación del comportamiento de las cantidades, de cualquier forma, la Figura 5.5 nos será de utilidad para explicar los resultados obtenidos por cada una de las tres funciones de beneficio social utilizadas en este trabajo. Para este parámetro, seguramente las tendencias resultantes no serán iguales en las tres funciones de beneficio social.

Abajo se incluye la Figura 5.6 que contiene las gráficas de las funciones de beneficio social. En el caso de la función BS_1 (Gráfica A) y, contrario a lo que se pensaba, cuando la posibilidad tecnológica de remanufactura se incrementa del 50% al 60%, el beneficio social se reduce. La razón de este decremento es el cambio en la elección del esquema de recolección. Mientras el productor de EEE se ve en la necesidad de unirse a un esquema colectivo cuando solo puede remanufacturar el 50% de lo que recolecta, cuando es capaz de remanufacturar un 60% de artículos recolectados, el productor decide llevar a cabo las actividades de logística inversa por sí mismo.

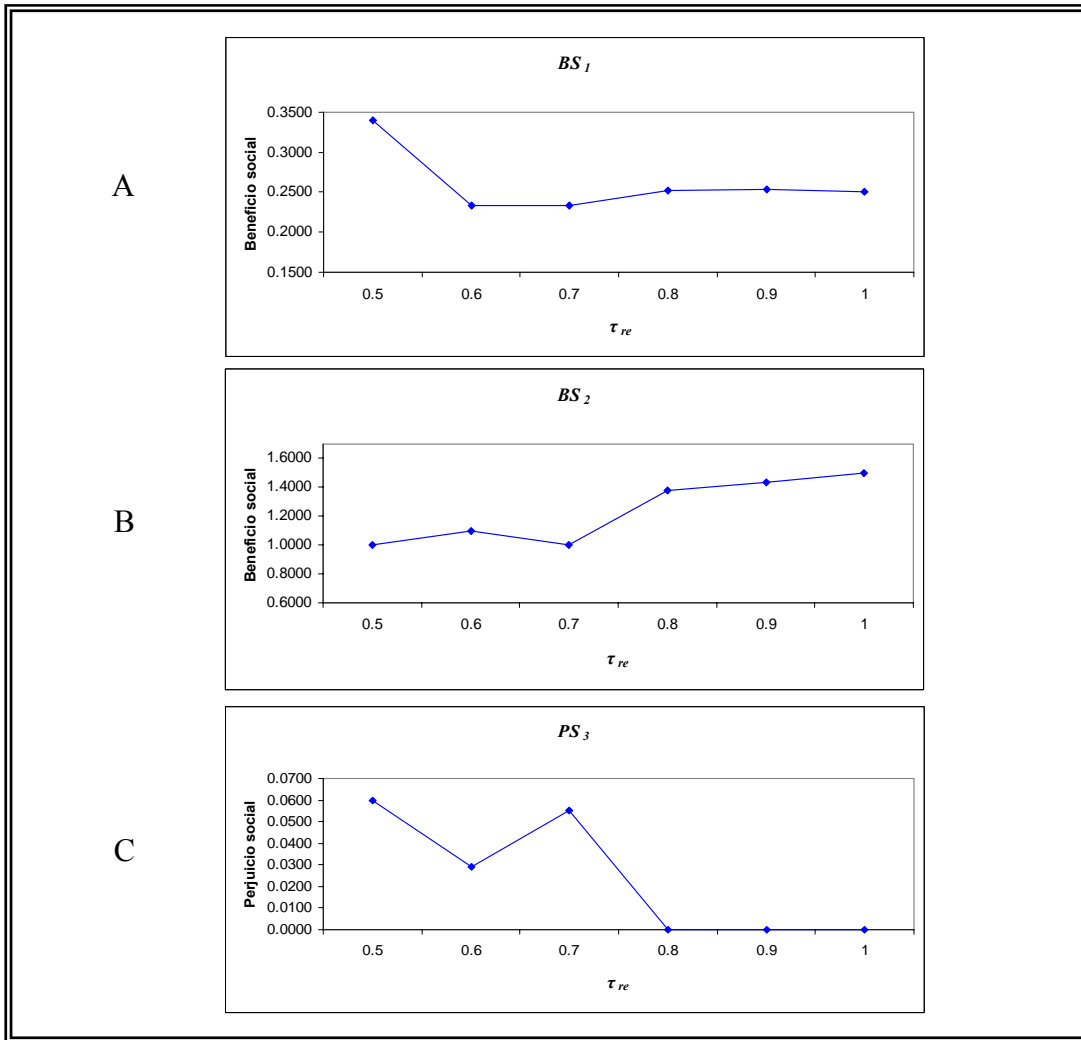


Figura 5.6: Tendencia del beneficio social para el incremento de τ_{re} A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .

El cambio de esquema de recolección le beneficia al productor, ya que obtiene una utilidad más alta que si continúa en el esquema colectivo. La desventaja viene en el hecho de que la cantidad de artículos desechados q_d^* se incrementa, lo cual ocasiona menor número de artículos remanufacturados (solo los necesarios para cumplir con la política). Adicionalmente, la cantidad de producción de artículos nuevos se reduce considerablemente para permitir al productor cumplir con los requerimientos de la

política gubernamental. Así, la baja en las cantidades q_n^* y q_{re}^* ocasiona una disminución en la medida de beneficio social BS_1 .

Después del cambio de esquema de recolección, el beneficio social se incrementa con el aumento en la capacidad del productor para remanufacturar. Cuando la posibilidad tecnológica de remanufactura se incrementa del 60% al 70%, el beneficio social es prácticamente el mismo debido a que con el aumento de τ_{re} se disminuye la cantidad de artículos desechados y la suma del incremento en las cantidades de producción y remanufactura es casi igual a la disminución de la cantidad q_d^* .

Cuando el porcentaje sube al 80% y 90%, el beneficio social también se incrementa aunque el aumento al 90% produce una mejora del beneficio social pequeña. En el caso donde el porcentaje es del 100%, la producción sólo está compuesta de artículos remanufacturados; por lo tanto, no habría artículos desechados ni producción de artículos nuevos y esto ocasiona el ligero decremento en el último punto de la función BS_1 .

Discutimos ahora, acerca de los resultados que se obtienen utilizando la función BS_2 . Esta función nos muestra una tendencia distinta a la función que acaba de ser analizada. A diferencia de BS_1 , cuando se cambia de esquema de recolección, se produce un incremento en el beneficio social; para encontrar el motivo observemos la Figura 5.5.

Recordemos que BS_2 involucra a la cantidad de artículos recolectados x_i^* con respecto a la cantidad total de producción Q . Al aumentar de 50% a 60%, la cantidad total de producción Q disminuye, mientras que la cantidad de artículos recolectados se incrementa. Esto nos indica que se incrementó la recolección con respecto a la producción (se incrementó x_i^*/Q).

Este cociente resulta ser el que ocasiona el incremento en el beneficio social, ya que aún cuando los otros dos términos involucrados en la función (Q y q_{re}^*) se reducen, el incremento en el cociente es suficiente para aumentar el valor de la función en este punto. Se puede decir que aunque no se utilicen pesos, la cantidad recolectada con respecto a la producción total de artículos toma más relevancia que los demás términos.

El hallazgo anterior se corrobora con la Figura 5.7, donde se observa que la tendencia de x_i^*/Q es casi la misma tendencia que sigue la función BS_2 . Así en el siguiente punto de la función BS_2 ($\tau_{re} = 0.7$) en la Gráfica B de la Figura 5.6, se observa una disminución en el beneficio social, la cual es ocasionada por la reducción de cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción que se aprecia en la Figura 5.7. Adicionalmente, en la Figura 5.5 se observa que aunque Q y q_{re}^* se incrementan, x_i^* disminuye y esta función penaliza este hecho.

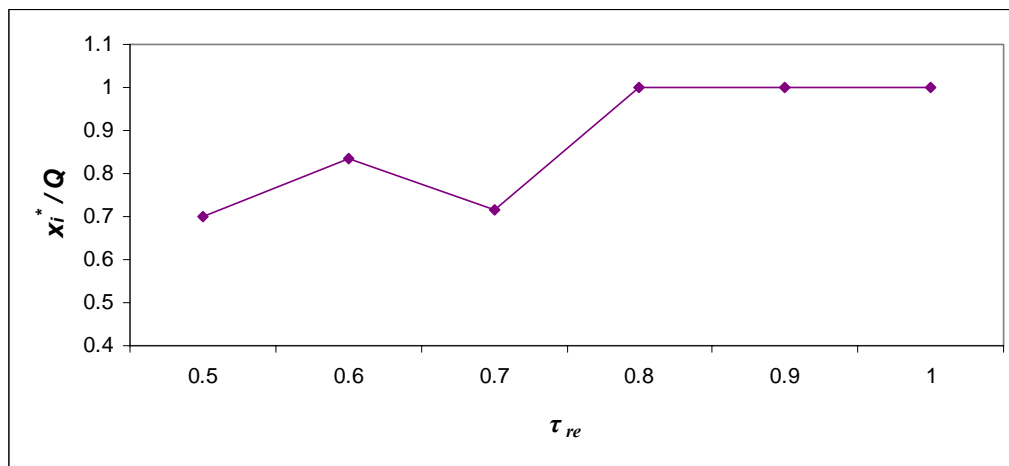


Figura 5.7: Tendencia de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción al incrementar τ_{re} .

Para las demás evaluaciones de la función, todos los términos se incrementan, obteniendo de esta forma, una tendencia creciente del beneficio social a partir del 80% de posibilidad tecnológica de remanufactura. Así, en caso de utilizar esta función para

obtener una medida de beneficio social, no resultaría de utilidad un incremento en la capacidad de remanufactura del 60% al 70% por la razón que se discutió anteriormente.

Por último, analicemos los resultados que obtiene la función PS_3 (Gráfica C Figura 5.6). En este caso, recordemos que entre menor sea la diferencia entre lo producido (Q) y lo recolectado (x_i^*), mayor beneficio social se tiene. Por lo tanto, como era de esperarse, la función PS_3 al igual que BS_2 , obtiene un mejor resultado cuando la posibilidad tecnológica de remanufactura es del 60% que cuando ésta se incrementa al 70%.

En esta función se da toda la importancia a la recolección de artículos y como vimos anteriormente, la recolección disminuye cuando τ_{re} se incrementa a 0.7, lo cual resulta en un beneficio social menor que en este caso está representado por una mayor diferencia entre Q y x_i^* .

Así, para las funciones BS_2 y PS_3 el cambio de esquema de recolección resulta beneficioso, la posibilidad tecnológica de remanufactura del 70% causa un retroceso del beneficio social y niveles altos de τ_{re} obtienen un beneficio mayor. En el caso de PS_3 el beneficio social es constante a partir de $\tau_{re} = 0.8$ debido a que en los tres últimos casos la recolección es del 100% y esta función no involucra otros criterios como lo hace BS_2 .

Por primera vez, cada función obtiene una tendencia de beneficio social diferente y aunque en los análisis realizados para los porcentajes de recolección y remanufactura, se obtienen tendencias iguales con las tres funciones, después de observar estos resultados, se puede decir que la medida de beneficio social depende en gran parte de los criterios que se involucren en dicha medida. Este hallazgo es de importancia y se espera reafirmarlo con el análisis de los efectos que provocan en el beneficio social los demás parámetros del modelo matemático.

En seguida, se discute acerca de la tendencia de beneficio social cuando se incrementa el costo de remanufactura.

5.2.4 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo c_{re}

Si se piensa en un incremento del costo de remanufactura, inmediatamente se puede suponer que entre mayor sea dicho costo, menor será el beneficio social obtenido; sin embargo, se debe tener en cuenta el hecho de incluir en nuestro estudio dos esquemas de recolección, recordando que sólo un esquema de recolección (individual) se ve afectado por este parámetro.

En la Tabla 5.4 se incluyen los resultados obtenidos después de evaluar las tres funciones de beneficio social con los resultados generados por el modelo matemático cuando se incrementa el costo de remanufactura. Adicionalmente, se presenta la Figura 5.8 donde se incluyen las tendencias de las diferentes cantidades del modelo matemático.

Tabla 5.4: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para c_{re} .

c_{re}	BS_1	BS_2	PS_3
0	0.3824	1.5002	0
0.1	0.3380	1.4420	0
0.2	0.2925	1.3825	0
0.3	0.2341	1.0034	0.0551
0.4	0.2040	0.9663	0.048
0.5	0.34	1	0.06
0.6	0.34	1	0.06
0.7	0.34	1	0.06
0.8	0.34	1	0.06
0.9	0.34	1	0.06
1	0.34	1	0.06

Como se observa en la tabla anterior, el beneficio social no sigue una tendencia totalmente decreciente en ninguna de las tres funciones. Antes de discutir acerca de estos resultados, analizamos primeramente las cantidades involucradas en el modelo matemático:

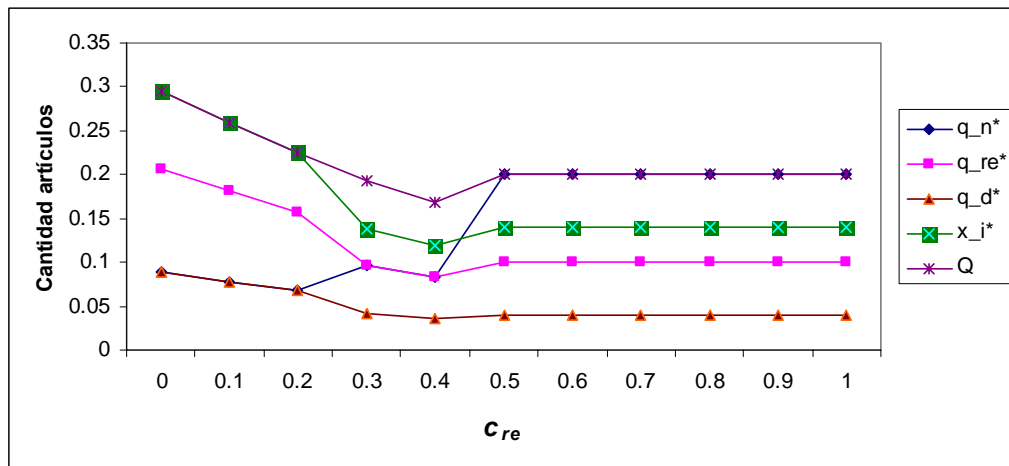


Figura 5.8: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para c_{re} .

Si prestamos atención a la tendencia que siguen las cantidades incluidas en la Figura 5.8, se puede decir que es posible saber con relativa certeza la tendencia que sigue el beneficio social.

Con la Gráfica A de la Figura 5.9, se comprueba que el beneficio social sigue una tendencia similar a la tendencia de las cantidades presentadas en la Figura 5.8. Cuando $c_{re} \leq 4$, la mejor opción es seleccionar el esquema individual de recolección (Sección 4.2.4). El incremento de dicho costo ocasiona una disminución en el beneficio social según la función BS_1 .

Las tres cantidades se reducen al utilizar el esquema individual, a excepción de un pequeño incremento de la cantidad q_n^* cuando el costo de remanufactura aumenta de 0.2

a 0.3. Sin embargo este aumento no es lo suficientemente significativo para contrarrestar la disminución de las otras dos cantidades que componen esta función (q_{re}^* y q_d^*). Así, con BS_1 siempre que se usa el esquema individual y el costo de remanufacturar aumenta, el beneficio social se ve afectado.

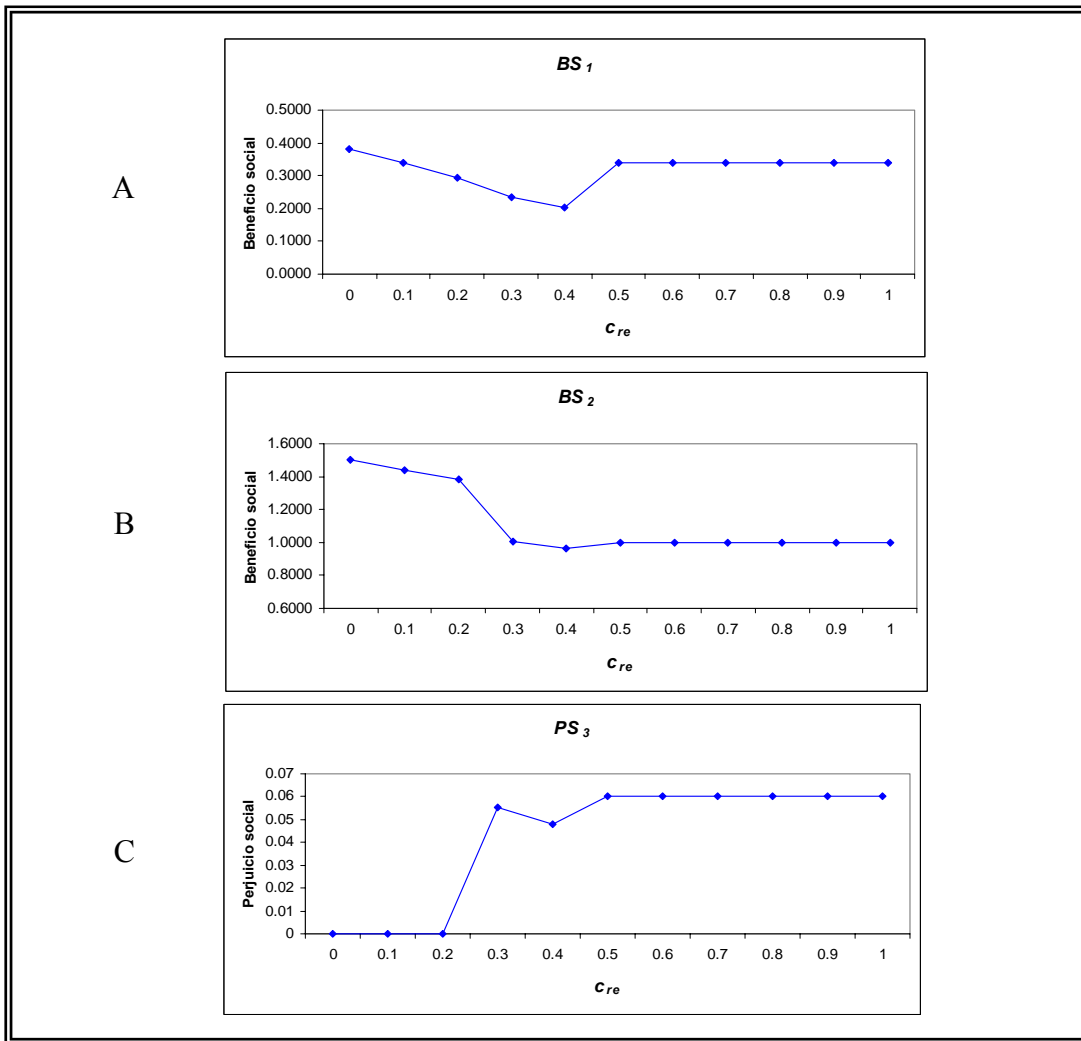


Figura 5.9: Tendencia del beneficio social para el incremento de c_{re} A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .

Cuando c_{re} aumenta a 0.5 o más, ya no resulta conveniente para el productor seguir realizando las actividades de recolección, remanufactura y disposición por sí mismo; por

lo tanto, la solución del modelo matemático nos indica que el productor de EEE debe unirse a un esquema colectivo, lo cual trae como consecuencia un incremento del beneficio social. Este incremento se da porque este esquema es capaz de cumplir con los objetivos de la política sin verse afectado por el incremento en el costo de remanufactura, el cual solo afecta al esquema individual y por este mismo motivo, el beneficio social permanece constante aunque el costo se incremente cada vez más.

En el caso de la función BS_2 , la tendencia del beneficio social también sigue un comportamiento muy parecido al de las cantidades de la Figura 5.8 pero dicho comportamiento es distinto al que presenta la función BS_1 . Mientras se utiliza el esquema individual, el beneficio social se va reduciendo a medida que el costo de remanufactura se incrementa, pero existe una reducción más severa cuando el costo va desde 0.2 hasta 0.3. Esta reducción es provocada por x_i^*/Q ; en la Figura 5.10 que se incluye más adelante se puede ver la influencia de dicho término en la tendencia de beneficio social obtenida.

Es importante recalcar que aún cuando nuestra medida de beneficio social sufre decrementos con el aumento de c_{re} , la decisión del productor de EEE resulta ser la más beneficiosa, debido a que es capaz de cumplir con la política gubernamental de la forma más eficiente posible, tratando de evitar que su ganancia se vea perjudicada.

Cuando el costo de remanufacturar se incrementa aún más ($c_{re} \geq 0.5$), el productor decide cambiar su esquema de recolección porque obtiene una mayor utilidad si decide unirse a un esquema colectivo. Cuando se cambia el esquema de recolección, el beneficio social permanece sin cambios como se explicó anteriormente, ya que el incremento en el costo de remanufactura no afecta al sistema de recolección colectivo.

En la Gráfica B de la Figura 5.9 se puede ver que cuando se realiza el cambio de esquema de recolección, el beneficio social no tiene un incremento considerable. Esta situación se presenta debido a que con el esquema colectivo, la cantidad de recolección

con respecto a la cantidad total de producción se reduce ligeramente, mientras que Q y q_{re}^* se incrementan. Como se explicó en la Sección 5.2.3, la función BS_2 penaliza las reducciones en el cociente x_i^*/Q . En la Figura 5.10 que se presenta a continuación, se observa el comportamiento de la cantidad de recolección con respecto a la cantidad total de producción:

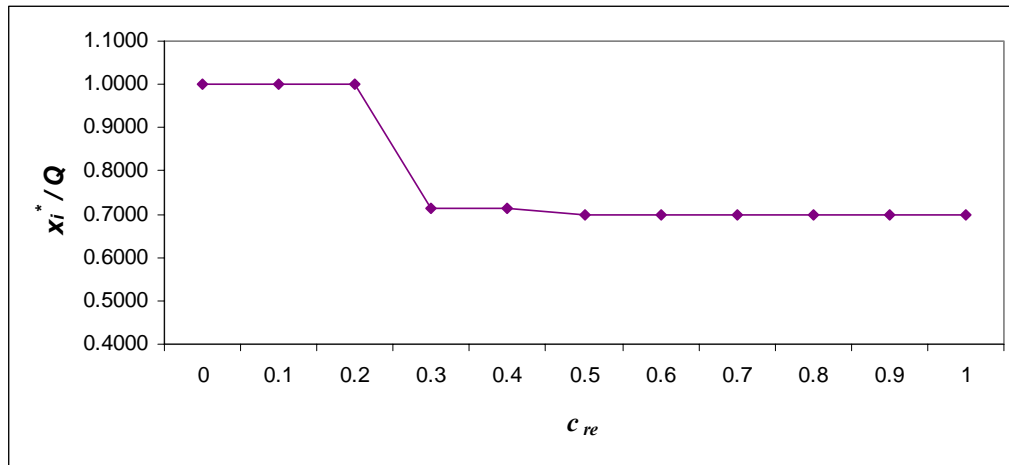


Figura 5.10: Tendencia de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción al incrementar c_{re} .

Finalmente, los resultados obtenidos por PS_3 se presentan en la Gráfica C incluida en la Figura 5.9. En este caso, nos encontramos con una tendencia totalmente distinta, ya que los primeros tres resultados son idénticos debido a que se recolecta el 100%. Entonces, aunque aumente el costo de remanufactura, esta función considera que el beneficio social es el máximo, contrario a lo que sucede con las funciones anteriores. Después, el beneficio social se reduce al existir una diferencia entre Q y x_i^* .

En la Gráfica C, observamos que cuando c_{re} toma el valor de 0.4, el perjuicio social se reduce y por tanto, el beneficio social se incrementa, lo cual no sucede en las funciones BS_1 y BS_2 . La razón de este comportamiento la encontramos si recordamos que la función PS_3 sólo considera la diferencia entre la producción total y la recolección

de artículos obsoletos. En cambio, las otras funciones toman en cuenta otros aspectos como la cantidad de remanufactura, cantidad de artículos desechados y producción total de artículos. Cuando $c_{re} = 0.4$ la diferencia entre la producción y recolección es menor y por lo tanto, se tendría un mayor beneficio social según PS_3 .

Después de analizar los resultados presentados en esta sección, se reafirma lo que se encontró en el análisis de los efectos que produce el porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura τ_{re} en el beneficio social (Sección 5.2.3). Entonces, el impacto de los parámetros sobre el beneficio social se produce no sólo por la tendencia que siguen las cantidades involucradas en las funciones, sino también es de gran importancia observar cuáles de esas cantidades están involucradas en la función. Por esta razón, es posible obtener distintas tendencias en las funciones de beneficio social cuando se incrementan los valores de los parámetros involucrados en el modelo matemático.

Una vez que hemos terminado de discutir acerca de los resultados obtenidos en la presente sección, analizamos a continuación cómo se ve afectado el beneficio social cuando se incrementa el costo de producción c .

5.2.5 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo c

El costo de producción de artículos nuevos es un parámetro que tiene efecto sobre los dos esquemas de recolección considerados en el modelo matemático. Por lo tanto, el análisis de los efectos que éste tiene sobre el beneficio social, es de suma importancia. En seguida se incluyen en la Tabla 5.5 los resultados de las tres funciones de beneficio social. Adicionalmente en la Figura 5.11 se presentan las tendencias de las cantidades que resultan de la solución del modelo matemático.

Como se observa en la Figura 5.11, todas las cantidades disminuyen con el aumento en el costo de producción. Era de suponerse que la cantidad que disminuyera en mayor medida fuera la cantidad de producción de artículos nuevos. Así, podemos esperar que el

beneficio social siga la misma tendencia decreciente que las cantidades incluidas en dicha figura.

Tabla 5.5: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para c .

c	BS_1	BS_2	PS_3
0	0.8500	1.4500	0.1500
0.1	0.7650	1.3750	0.1350
0.2	0.6800	1.3000	0.1200
0.3	0.5950	1.2250	0.1050
0.4	0.5100	1.1500	0.0900
0.5	0.2647	1.0412	0.0623
0.6	0.2341	1.0034	0.0551
0.7	0.2275	1.2975	0
0.8	0.2080	1.2720	0
0.9	0.1885	1.2465	0
1	0.1690	1.2210	0

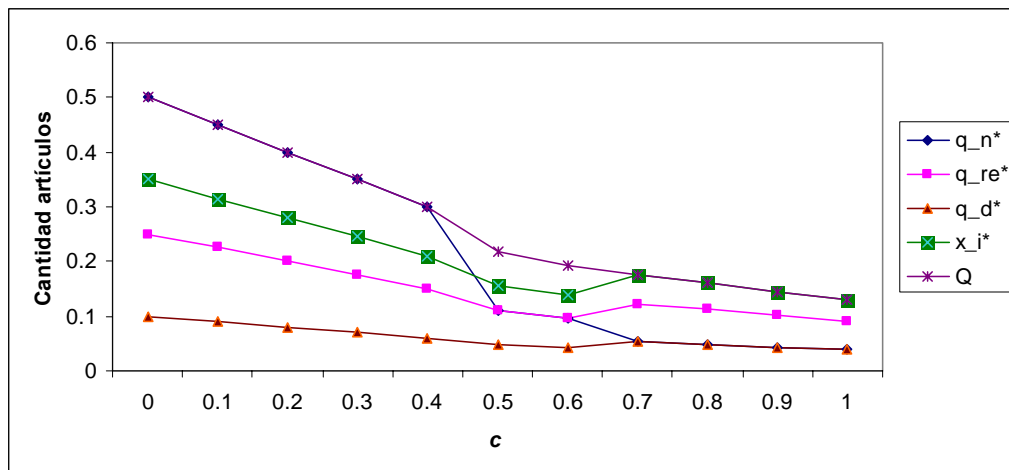


Figura 5.11: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para c .

Sin embargo, en la Tabla 5.5, encontramos resultados que no concuerdan del todo con el comportamiento que se esperaba observar. En la Figura 5.12 se encuentran las tendencias de beneficio social generadas por los datos incluidos en la Tabla 5.5.

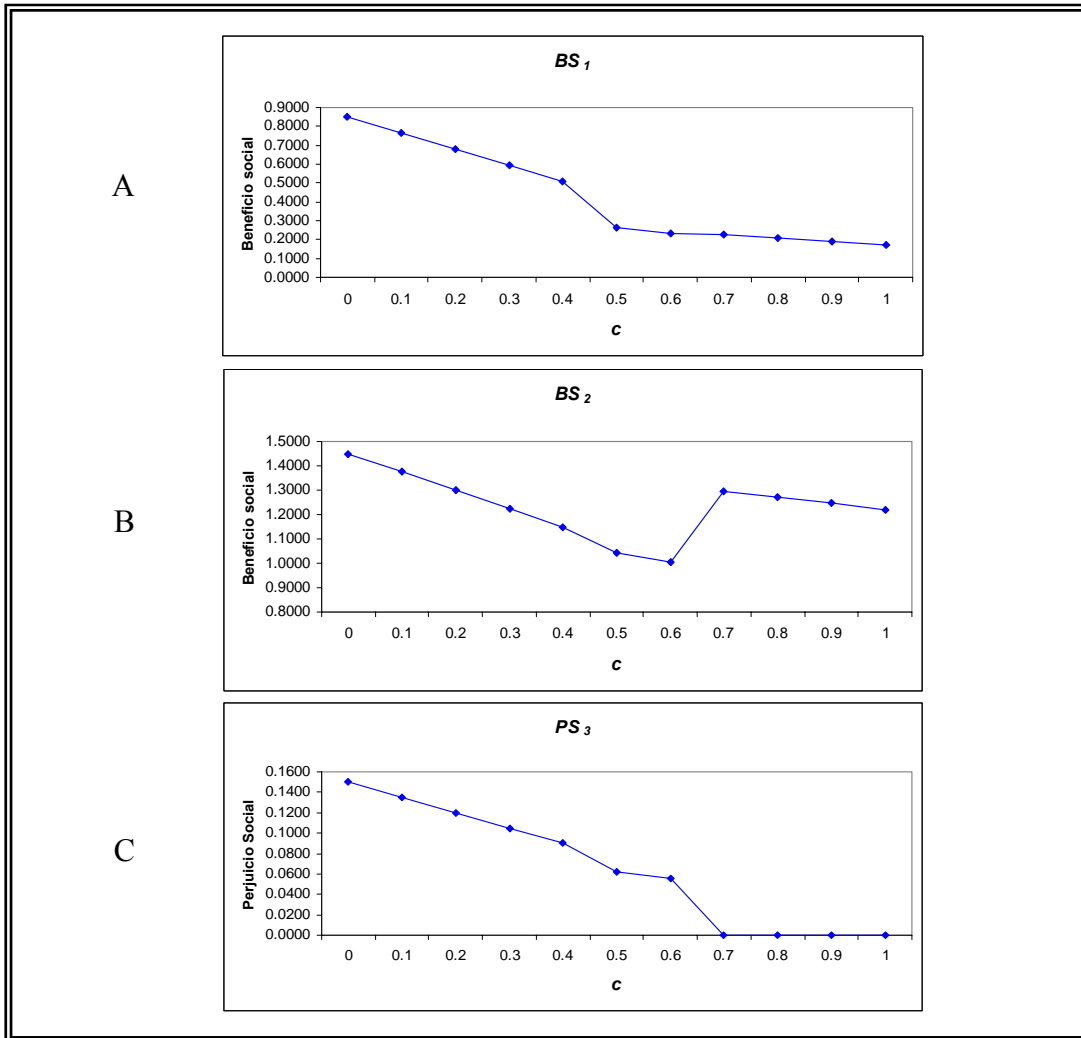


Figura 5.12: Tendencia del beneficio social para el incremento de c A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .

En el caso de la función BS_1 , se presenta la tendencia que se esperaba. Es importante notar que en un principio, cuando el costo c es bajo, el productor decide unirse a un esquema colectivo de recolección, pero a partir de que el costo de producción de

artículos nuevos toma el valor de 0.5, la decisión del productor cambia y se selecciona el esquema individual (Sección 4.2.5). Para el beneficio social, este cambio de esquema no representa ningún incremento; por otro lado, para el productor significa una mayor utilidad.

Si observamos la tendencia de la Gráfica B en la Figura 5.12 (función BS_2), nos encontramos con un comportamiento distinto. Cuando se lleva a cabo el cambio en el esquema de recolección, se sigue con la tendencia decreciente cuando $c = 0.5$ y $c = 0.6$, mientras que el beneficio social tiene un repunte con $c = 0.7$.

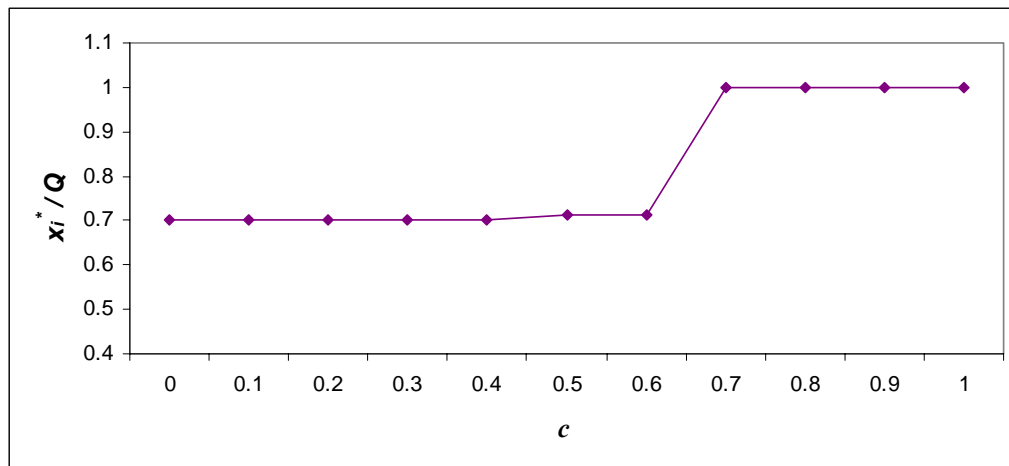


Figura 5.13: Tendencia de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción al incrementar c .

El incremento en el beneficio social es causado por un aumento en la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción. El incremento en BS_2 se da a pesar de que la cantidad total de producción Q y la cantidad de artículos remanufacturados q_{re}^* disminuyen. Como se observa en la Figura 5.13, x_i^*/Q se incrementa hasta el 100% cuando $c = 0.7$ y después permanece constante ya que para los valores restantes de c también se recolecta el 100%.

Ahora que se ha discutido acerca de los resultados obtenidos por BS_1 y BS_2 , solamente nos queda analizar los resultados de la función PS_3 . La tendencia que sigue esta función es totalmente distinta a las dos funciones anteriores. Vemos en la Gráfica C (Figura 5.12) que a medida que se incrementa el costo de producción, la diferencia entre la cantidad total de producción Q y la cantidad de recolección x_i^* se va haciendo más pequeña hasta que llega a ser nula.

Bajo el criterio de esta función, el perjuicio social se reduce al mismo tiempo que se aumenta el costo de producción porque el aumento del costo ocasiona que se recolecte una cantidad cada vez más grande de artículos obsoletos, lo cual trae consigo un mayor beneficio social.

Los resultados obtenidos son por demás interesantes, ya que nuestra hipótesis referente a una tendencia de beneficio social muy similar a la tendencia de las cantidades en la Figura 5.11 sólo se consiguió para una de las tres funciones. Entonces, como se comentó en las Secciones 5.2.3 y 5.2.4, los criterios utilizados por cada función (cantidades incluidas) para obtener una cierta medida de beneficio social determinaron la diferencia en los efectos que el costo de producción genera en la tendencia de dicho beneficio social.

Ahora que se conocen a detalle los resultados obtenidos para el costo de producción de artículos nuevos, se procede a realizar el análisis del costo de disposición de artículos y sus efectos en el beneficio social.

5.2.6 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo c_d

El costo c_d es un parámetro que sólo está involucrado en el esquema de recolección individual. Para analizar los efectos del incremento de este costo en el beneficio social, primeramente se incluyen en la Tabla 5.6 las evaluaciones de las tres funciones. Así

mismo en la Figura 5.14 se incluyen las tendencias de las cantidades resultantes de la solución del modelo matemático a medida que se incrementa el costo de disposición de artículos.

En la Figura 5.14 se puede observar como, en un principio, el aumento del costo de disposición de artículos ocasiona no sólo una disminución en la cantidad q_d^* , sino también en las cantidades de recolección x_i^* , de remanufactura q_{re}^* e incluso ocasiona el decremento de la cantidad total de producción Q . En cuanto a la cantidad de producción de artículos nuevos q_n^* , ésta tiene un comportamiento distinto a las otras cantidades. Dicha cantidad se incrementa para tomar el mismo valor que q_{re}^* , junto con ésta se reduce y finalmente se incrementa hasta igualar a la cantidad Q . El comportamiento de q_n^* podría parecer extraño; sin embargo, con los resultados obtenidos en el Capítulo 4 (Sección 4.2.6) se puede explicar dicho comportamiento.

Tabla 5.6: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para c_d .

c_d	BS_1	BS_2	BS_3
0	0.2665	1.3485	0
0.1	0.2341	1.0034	0.0551
0.2	0.2210	0.9873	0.0520
0.3	0.2089	0.9725	0.0491
0.4	0.3400	1	0.06
0.5	0.3400	1	0.06
0.6	0.3400	1	0.06
0.7	0.3400	1	0.06
0.8	0.3400	1	0.06
0.9	0.3400	1	0.06
1	0.3400	1	0.06

En la Figura 5.14, encontramos la tendencia que siguen las cantidades que están involucradas tanto en el modelo matemático como en las funciones de beneficio social. Es importante aclarar que cuando $c_d \leq 0.3$, el productor de EEE decide utilizar el esquema individual de recolección, lo cual modifica los valores de las cantidades involucradas en modelo matemático. En cambio, cuando $c_d \geq 0.4$, el esquema de recolección que se elige es el colectivo, el cual no se ve afectado por los incrementos de c_d y este hecho causa que se mantenga una tendencia constante.

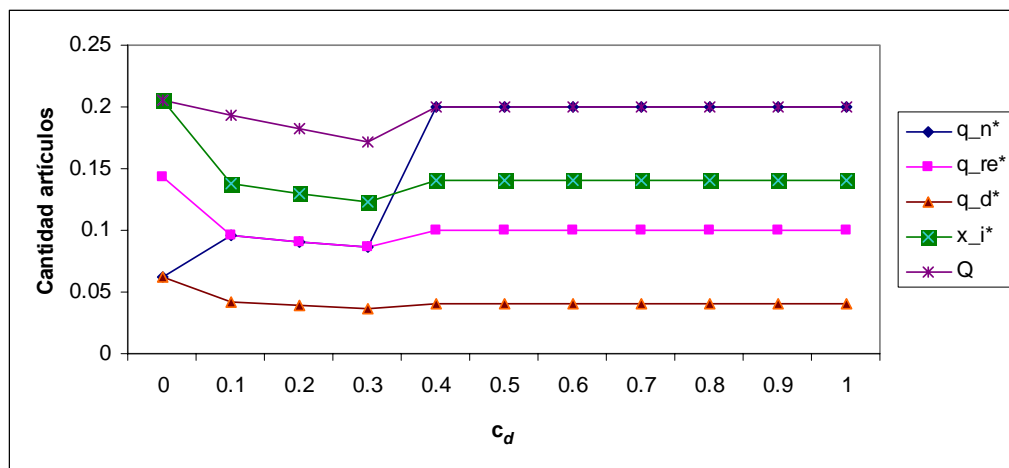


Figura 5.14: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para c_d .

En la Figura 5.15 se encuentran las gráficas para cada función de beneficio o perjuicio social. Si observamos la Gráfica A de la Figura 5.15, podemos decir que la función BS_1 sigue la misma tendencia de las cantidades en la Figura 5.14. Cuando se realiza el cambio de esquema de recolección de individual a colectivo ($c_d = 0.4$), el beneficio social se incrementa debido a que las tres cantidades que conforman esta función se incrementan; después, se mantiene constante porque este parámetro no interviene en el sistema colectivo de recolección.

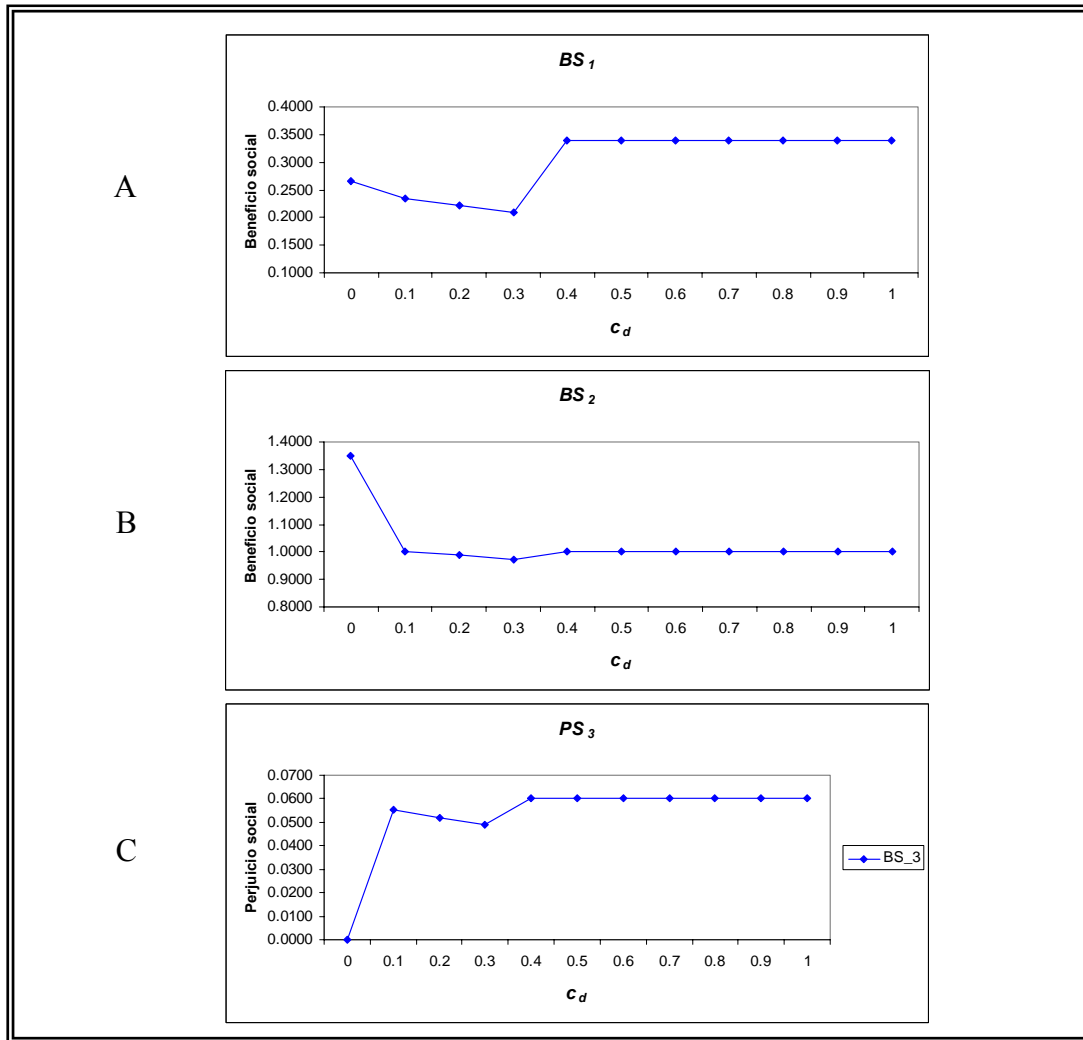


Figura 5.15: Tendencia del beneficio social para el incremento de c_d A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .

Esta función nos indica que cuando se utilice el esquema individual de recolección, los incrementos en el costo de disposición de artículos afectan el beneficio social, mientras que cuando se elige el esquema colectivo, los cambios en este parámetro no tendrán ningún efecto sobre el beneficio social.

En la Gráfica B (Figura 5.15) se observa una tendencia de beneficio social distinta a la tendencia en la Gráfica A. Según el criterio de la función BS_2 , la reducción más drástica en el beneficio social se da cuando el costo de disposición de artículos deja de ser nulo. Mientras se utiliza el esquema individual el beneficio social se reduce en menor medida y cuando se utiliza el esquema colectivo se tiene un beneficio social constante tal como en la función BS_1 ; por otro lado, el cambio de esquema de recolección no se considera como un efecto importante por parte de la función BS_2 .

Para entender el motivo por el cual la función BS_2 le da más importancia al hecho de tener un costo de disposición de artículos nulo y el porqué los incrementos posteriores de este parámetro tienen menor impacto en el beneficio social, podemos analizar la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad de producción (x_i^*/Q).

Esta razón de artículos recolectados tiene gran importancia en BS_2 , como se comentó en las secciones anteriores. Para confirmar la hipótesis de que x_i^*/Q ocasiona que la función obtenga los resultados incluidos en la Tabla 5.6, observemos la Figura 5.16 donde se incluye la tendencia de x_i^* con respecto a Q a medida que se incrementa c_d .

La Figura 5.16 nos indica que este cociente determina en gran medida la tendencia que seguirá el beneficio social al utilizar la función BS_2 , ya que aún cuando los otros términos involucrados en la función (Q y q_{re}^*) se reducen (Gráfica 5.14 $0.1 \leq c_d \leq 0.3$), la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción sufre de muy ligeros incrementos; dichos incrementos no se perciben en la Figura 5.16.

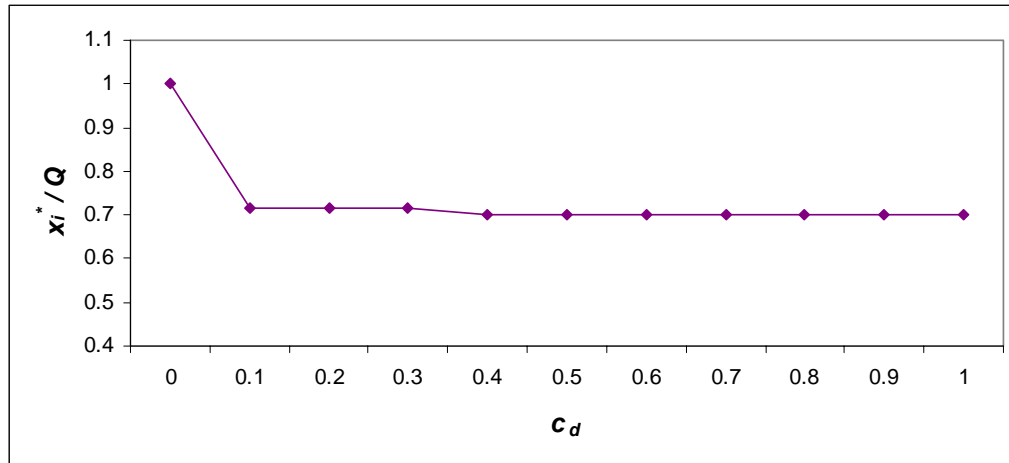


Figura 5.16: Tendencia de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción al incrementar c_d .

Cuando c_d cambia desde 0.1 hasta 0.2, el cociente x_i^*/Q se incrementa de 71.42% a 71.43%, mientras que cuando c_d va desde 0.2 hasta 0.3, la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción x_i^*/Q aumenta de 71.43% a 71.45%. Si a estos ligeros incrementos se suma la reducción en las cantidades Q y q_{re}^* , se obtiene que la tendencia del beneficio social decrece (Gráfica B, Figura 5.15). Dicha reducción en el beneficio social se da de forma discreta, lo cual reafirma el hecho de que la función BS_2 otorga una mayor relevancia a la cantidad de artículos que son recolectados con respecto a la cantidad total de producción.

En el caso de la función PS_3 , se obtienen resultados interesantes. En principio, cuando c_d deja de ser nulo, el perjuicio social se incrementa debido a que al existir un costo de disposición de artículos, no se recolecta una cantidad equivalente a la cantidad de artículos producidos como sucede cuando $c_d = 0$.

Después, los incrementos en c_d ocasionan que se reduzca la cantidad total de producción de artículos Q , así como también se reduce la cantidad de artículos

recolectados. Esta situación ocasiona que se disminuya el perjuicio social ya que la diferencia entre lo producido y recolectado se reduce ligeramente. Este mismo efecto se produce en el cociente x_i^*/Q que forma parte de la función BS_2 , pero debido a que dicho cociente se encuentra acompañado de otras cantidades, el valor de la función decrece. En el caso de PS_3 , la pequeña disminución en la diferencia entre x_i^* y Q refleja un incremento en el beneficio social porque esta función no toma en cuenta ningún otro criterio.

Otro punto importante que se debe tomar en cuenta es que en la Gráfica C de la Figura 5.15, se observa un incremento en el perjuicio social cuando se cambia de un esquema de recolección a otro. Cuando se decide cambiar al esquema colectivo, la diferencia entre x_i^* y Q se hace más grande y la función PS_3 penaliza esta situación.

Una vez más, los resultados obtenidos nos demuestran cómo diferentes criterios en las funciones ocasionan efectos muy diversos en la tendencia de beneficio social al incrementar el valor de un parámetro que interviene en el modelo matemático, tal como sucede con el costo de disposición de artículos c_d . Adicionalmente, es relevante el hecho de que un parámetro, aún cuando solo está involucrado en un esquema de recolección, tenga efectos importantes en el beneficio social con cualquiera de las funciones aplicadas.

Hasta ahora se han analizado casi todos los parámetros y porcentajes del modelo matemático que determina la decisión del productor de EEE. Sólo nos resta estudiar los costos de recolección, tanto en el sistema individual (λ_{ind}) como en el colectivo (λ_{col}). En la siguiente sección analizamos el impacto que causa en el beneficio social el costo de recolección en el sistema individual.

5.2.7 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo λ_{ind}

El parámetro λ_{ind} está involucrado sólo en el subproblema referente al esquema individual de recolección, pero después de discutir los resultados obtenidos en las secciones anteriores de este capítulo, sabemos que el incremento en el valor de un parámetro involucrado solamente en uno de los subproblemas, ocasiona efectos relevantes en el comportamiento del beneficio social. En seguida, se incluye la Tabla 5.7 con los resultados de cada una de las funciones de beneficio y perjuicio social. En la Figura 5.17 encontramos la tendencia de las cantidades que conforman las funciones de beneficio y perjuicio social.

Tabla 5.7: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para λ_{ind} .

λ_{ind}	BS_1	BS_2	PS_3
0	0.3770	1.493	0
0.1	0.3120	1.408	0
0.2	0.2341	1.0034	0.0551
0.3	0.34	1	0.06
0.4	0.34	1	0.06
0.5	0.34	1	0.06
0.6	0.34	1	0.06
0.7	0.34	1	0.06
0.8	0.34	1	0.06
0.9	0.34	1	0.06
1	0.34	1	0.06

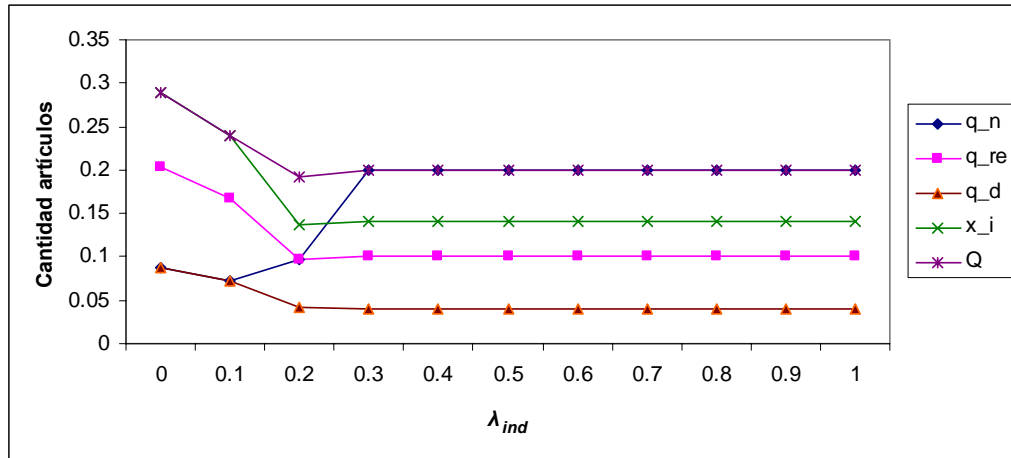


Figura 5.17: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para λ_{ind} .

La Figura 5.17 nos muestra cómo en un principio el incremento en el costo de recolección disminuye las cantidades de remanufactura q_{re}^* , disposición de artículos q_d^* , recolección x_i^* y la cantidad total de producción Q . Después, se observa que las cantidades se mantienen en un nivel constante. Este comportamiento se obtiene debido al cambio de esquema de recolección que va de la elección del esquema individual ($\lambda_{ind} \leq 0.2$) a la utilización del esquema colectivo cuando $\lambda_{ind} > 0.2$ debido a que el productor de EEE obtiene una ganancia mayor.

Un punto importante a discutir es la tendencia de la cantidad de producción de artículos nuevos. Esta cantidad disminuye cuando el costo de recolección deja de ser nulo y después presenta un incremento hasta igualarse con la cantidad total de producción Q , la cual viene decreciendo debido a la disminución en la recolección por el aumento del costo λ_{ind} .

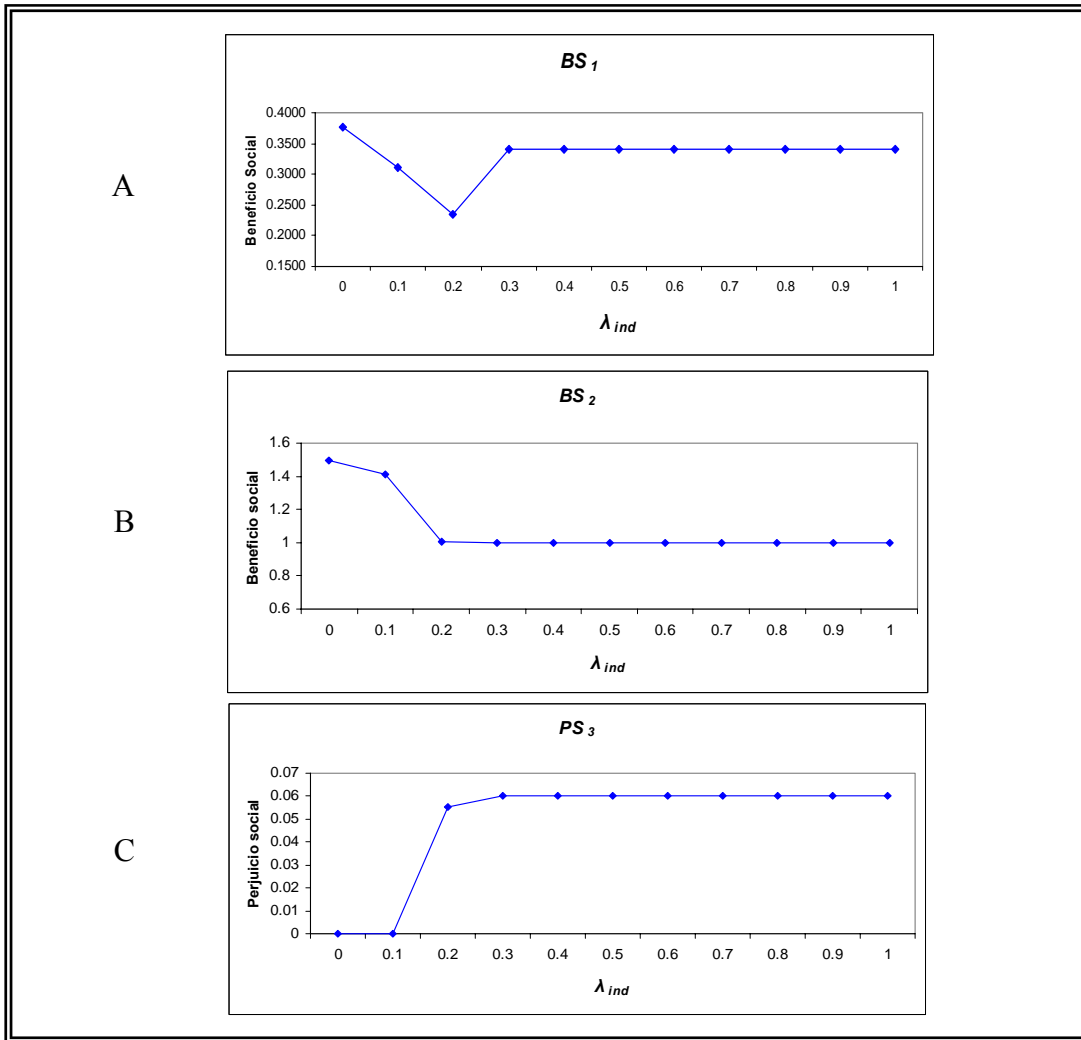


Figura 5.18: Tendencia del beneficio social para el incremento de λ_{ind} A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .

La Gráfica A de la Figura 5.18 nos muestra una tendencia de beneficio social que se puede explicar observando las cantidades en la Figura 5.17. Cuando se utiliza el sistema individual de recolección, el incremento en el costo λ_{ind} ocasiona una disminución en el beneficio social al reducirse las cantidades de remanufactura q_{re}^* y disposición de artículos q_d^* . La función BS_1 involucra también a la cantidad q_n^* , la cual se incrementa cuando $\lambda_{ind} = 0.2$; sin embargo, este incremento no es suficiente para contrarrestar la disminución en las otras dos cantidades que conforman esta función.

Cuando el aumento en el costo de recolección λ_{ind} ocasiona que el productor de EEE decida dejar de utilizar el esquema individual y se une a un sistema colectivo de recolección, el beneficio social se incrementa ya que con este esquema la cantidad de producción de artículos nuevos q_n^* sufre un incremento importante con respecto a su nivel en el esquema individual.

Es muy importante recordar que cuando el productor se asocia en un esquema colectivo, no puede disponer de sus artículos recolectados y por esta razón, la cantidad total de producción Q siempre será igual a q_n^* en el esquema colectivo. Después del cambio de esquema de recolección, el beneficio social en BS_1 permanece sin cambios ya que el parámetro λ_{ind} no está involucrado en el subproblema del esquema colectivo de recolección.

En el caso de la función BS_2 , cuando el valor de λ_{ind} deja de ser cero ($\lambda_{ind} = 0.1$), el beneficio social se reduce, pero esta reducción no es muy drástica. La razón de este resultado proviene del hecho de que la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción x_i^*/Q se mantiene en uno, lo cual significa que se recolecta el equivalente al 100% de Q , de la misma forma que en el caso donde $\lambda_{ind} = 0$. Así, la reducción en el beneficio social la causan los decrementos en la cantidad de remanufactura q_{re}^* y la cantidad total de producción Q que son los otros dos componentes de la función BS_2 .

Cuando se incrementa de nuevo el costo de recolección a 0.2, el cociente se reduce a 0.714, lo cual significa que con este valor del costo λ_{ind} , se recolecta el 71.4% de la cantidad total de producción y como se comentó en las secciones anteriores, la función BS_2 le da más relevancia a la recolección de artículos; por lo tanto el beneficio social se ve afectado.

Al final, con el cambio de esquema de recolección, el beneficio social permanece casi en el mismo nivel debido a que el cociente x_i^*/Q resulta en un 70% y aún cuando la cantidad de remanufactura y la cantidad total de producción aumentan, se da una reducción del beneficio social casi imperceptible.

Para terminar esta sección, analizamos la tendencia de la Gráfica C en la Figura 5.18. Para la función PS_3 , el único criterio relevante es la diferencia entre la cantidad de artículos recolectados y la cantidad total de producción. Entonces, cuando $\lambda_{ind} \leq 0.1$ la diferencia entre ambas cantidades es nula; por este motivo, según esta función no existe perjuicio social. Después, tal y como sucedió con la función BS_2 , se da una reducción en la recolección con lo cual se incrementa el perjuicio social. Finalmente, cuando el productor cambia de esquema de recolección, el perjuicio social se incrementa aún más ya que la diferencia entre Q y x_i^* es aún mayor.

La función PS_3 difiere de las otras funciones porque cuando se cambia del esquema de recolección individual al colectivo se reduce el beneficio social (aumenta el perjuicio social). Lo contrario sucede en BS_1 donde se marca un incremento en el beneficio social cuando el productor decide cambiar al esquema colectivo de recolección, mientras que BS_2 no le da tanta importancia a este hecho. Esto sucede porque PS_3 no toma en cuenta a ninguna otra cantidad resultante del modelo matemático.

Una vez más, los resultados que han sido obtenidos son distintos para cada función analizada. Además, se puede decir que es muy conveniente tener diferentes medidas de beneficio social ya que al comparar cada una de ellas, se obtiene un conocimiento más profundo de las características del problema que se está estudiando. En la siguiente sección se discute acerca de los efectos en el beneficio social cuando se incrementa el costo de recolección en el esquema colectivo (λ_{col}); este parámetro es el último que resta por analizar.

5.2.8 Tendencia del Beneficio Social al Incrementarse el Costo λ_{col}

El parámetro λ_{col} representa al costo de recolección de artículos en el esquema colectivo, es decir, este parámetro solo está involucrado en el subproblema P_1 . En la Tabla 5.8, se presentan los resultados que se generan al evaluar cada función de beneficio social con las cantidades obtenidas de la solución del modelo matemático para la decisión del productor de EEE.

Tabla 5.8: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para λ_{col} .

λ_{col}	BS_1	BS_2	PS_3
0	0.3400	1	0.06
0.1	0.2341	1.0034	0.0551
0.2	0.2341	1.0034	0.0551
0.3	0.2341	1.0034	0.0551
0.4	0.2341	1.0034	0.0551
0.5	0.2341	1.0034	0.0551
0.6	0.2341	1.0034	0.0551
0.7	0.2341	1.0034	0.0551
0.8	0.2341	1.0034	0.0551
0.9	0.2341	1.0034	0.0551
1	0.2341	1.0034	0.0551

Después de obtener los resultados de la tabla anterior, podemos observar que dichos resultados casi no sufren cambios a medida que se aumenta el costo λ_{col} . En la Figura 5.19 se confirma una tendencia casi constante de las cantidades involucradas en las funciones de beneficio y perjuicio social.

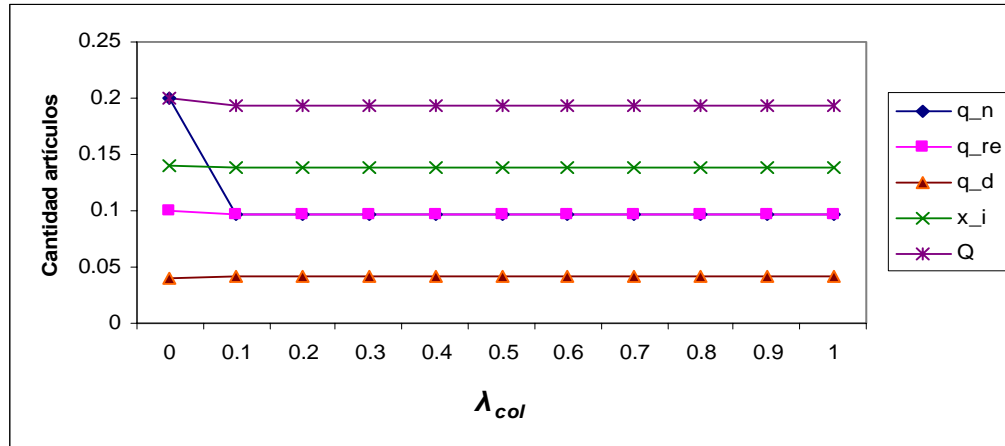


Figura 5.19: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para λ_{col} .

Esto sucede debido a que para realizar este análisis se incrementa el costo de recolección en el esquema colectivo y los demás parámetros se mantienen fijos. Así, en la Sección 4.2.7 se explica que sólo cuando el costo es nulo, es conveniente utilizar el esquema colectivo; de lo contrario, el productor de EEE debe utilizar el esquema individual siempre y cuando ningún otro parámetro (incluyendo a λ_{ind}) cambie su valor.

Entonces, cuando el costo de recolección λ_{col} deja de ser nulo, todas las cantidades involucradas en el modelo matemático se reducen (con excepción de q_d^*) debido a que la mejor opción es cambiar de esquema de recolección y las cantidades permanecen en el mismo valor ya que ningún parámetro del subproblema del esquema individual sufre cambios.

Después de observar la tendencia de las cantidades, podemos decir que el beneficio social seguirá esta misma tendencia. Para confirmar esta hipótesis, se presenta la Figura 5.20 donde se incluyen las gráficas de las tendencias de beneficio social generadas por cada una de las funciones.

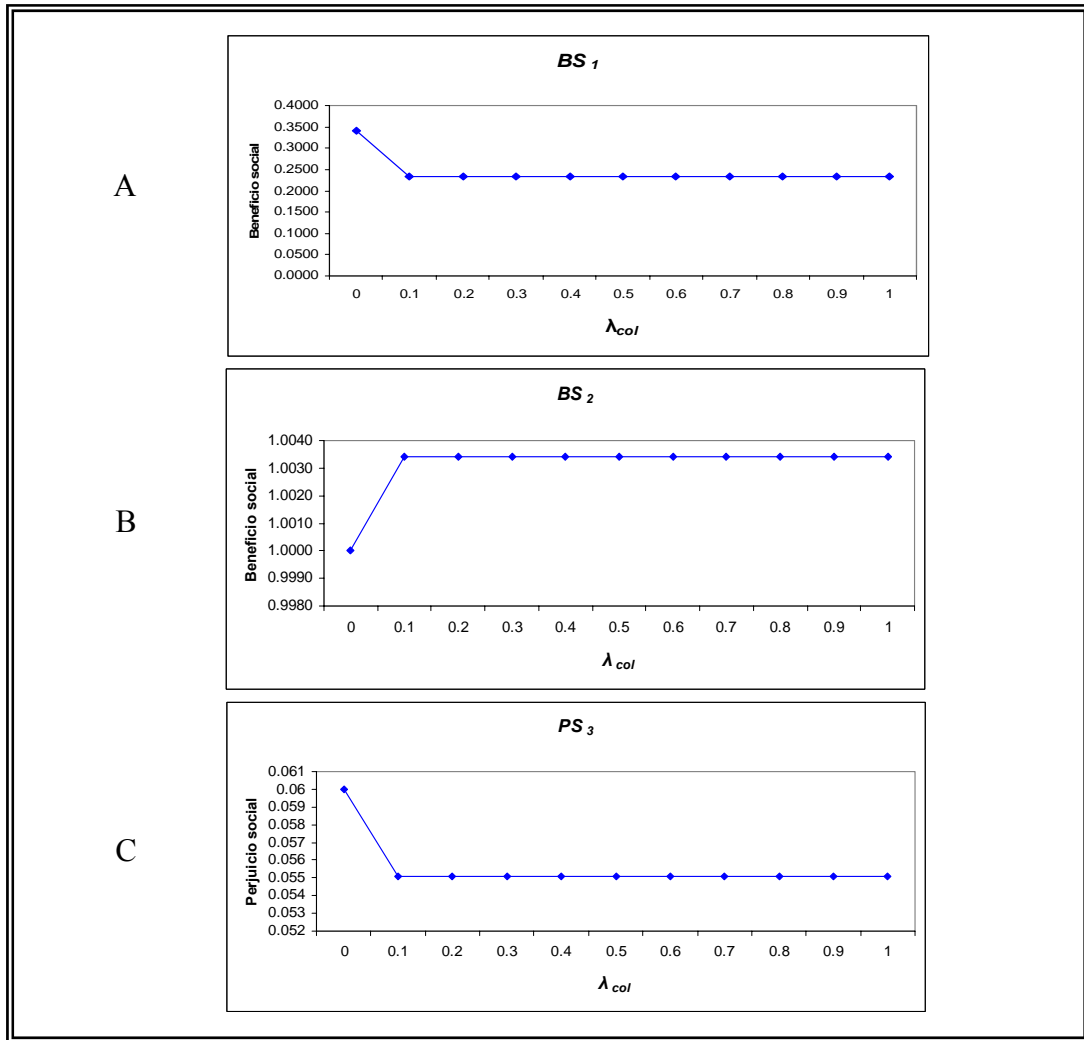


Figura 5.20: Tendencia del beneficio social para el incremento de λ_{col} A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .

Con las gráficas de la figura anterior comprobamos que el beneficio social sigue la misma tendencia que las cantidades de la Figura 5.19. La diferencia entre la función BS_1 , BS_2 y PS_3 es que en el caso de BS_1 , el beneficio social se ve afectado cuando se hace el cambio del esquema colectivo al esquema individual ($\lambda_{col} = 0.1$) ya que hay una reducción considerable de la cantidad de artículos nuevos y asimismo se reduce la cantidad de remanufactura. La única cantidad que tiene un incremento es la cantidad de

disposición de artículos, pero el incremento es muy pequeño y esto causa la disminución del beneficio social según BS_1 .

En el caso de BS_2 , el beneficio social aumenta debido a un incremento en la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción (x_i^*/Q). El incremento es pequeño ya que se va de recolectar un 70% a recolectar un 71.4%, pero con dicho incremento es suficiente para que crezca el beneficio social. El mismo resultado se obtiene cuando se observa la función PS_3 porque cuando se cambia de esquema de recolección, se da una reducción en el perjuicio o daño social (mayor beneficio social) ocasionada por un decremento en la diferencia entre x_i^* y Q .

Así, para el caso de este parámetro las funciones BS_2 y PS_3 obtienen el mismo resultado, pero la función BS_1 difiere de éstas ya que da más relevancia a la reducción en la cantidad de producción de artículos nuevos y la disminución de la cantidad de artículos remanufacturados.

Una vez realizado el análisis del costo de recolección en el esquema colectivo, nos encontramos de nuevo con resultados por demás interesantes. En esta ocasión, vemos como dos medidas de beneficio social (BS_2 y PS_3) tienen un comportamiento igual, mientras que la tercera medida (BS_1) obtiene un resultado totalmente opuesto.

A través de la Sección 5.2 encontramos que en algunas ocasiones la tendencia del beneficio social fue un tanto predecible; sin embargo, no siempre se obtuvieron los resultados esperados. Gracias a esto, se puede estudiar más a fondo el impacto que los porcentajes, parámetros y variables tienen tanto en las decisiones que toma el productor como en la estimación del beneficio generado por la aplicación de la política gubernamental.

Así mismo, el contar con diferentes funciones de beneficio social nos permite un estudio más completo, nos brinda la oportunidad de compararlas y nos muestra cómo los diferentes criterios incluidos en cada función influyen en los resultados obtenidos. El análisis del beneficio social realizado hasta ahora no ha incluido pesos en las funciones BS_1 y BS_2 ; por lo tanto, en la Sección 5.3 se analiza el efecto de la inclusión de pesos en dichas funciones.

5.3 Funciones BS_1 y BS_2 de Beneficio Social Incluyendo Pesos

Como se discutió en la Sección 5.2, existen diversos criterios que pueden ser tomados en cuenta para conformar una medida de beneficio social. Todo depende de los criterios (variables) que se deseen incluir en la función encargada de medir el impacto de la aplicación de la política gubernamental. En nuestro estudio, hemos visto cómo se pueden obtener tendencias de beneficio social totalmente distintas utilizando los mismos valores de entrada en tres diferentes funciones, pero también se observaron tendencias idénticas utilizando las mismas tres funciones que se presentaron en la Sección 5.1.

Esta diversidad de resultados se obtiene aún cuando ninguno de los criterios en las funciones tenía mayor relevancia que otro. En el caso de la función BS_2 , se pudo comprobar que uno de sus términos (x_i^*/Q) sin tener ningún peso asignado, es de mayor relevancia ya que éste determina en gran medida los cambios en la tendencia de la función.

En este apartado, incluimos algunos casos de las funciones BS_1 (Sección 5.1, Ecuación 1a) y BS_2 (Sección 5.1, Ecuación 2a) incorporando pesos a sus términos para discutir acerca del efecto de éstos en los resultados obtenidos. Recordemos que la función PS_3 no es incluida en este análisis porque por sí misma logra su cometido de medir el perjuicio social y su único criterio se refiere a la diferencia entre la cantidad

total de producción y la cantidad de artículos recolectados y por este motivo, no requiere de la incorporación de pesos.

De todos los parámetros y porcentajes involucrados en el modelo matemático, utilizaremos los tres porcentajes (β_1, β_2 y τ_{re}) para el estudio de los efectos de la inclusión de pesos en las dos funciones comentadas. Se decidió estudiar los tres porcentajes mencionados debido a que en el caso de β_1 y β_2 representan la decisión de la entidad gubernamental; son la política misma, lo cual es de suma importancia para el análisis de los efectos de la implementación de dicha política. Adicionalmente, el porcentaje τ_{re} representa la capacidad de respuesta del productor de EEE a la exigencia de remanufactura por parte del gobierno y por esta razón se decidió incluirlo de igual forma. Para comenzar, el primer porcentaje que se analiza es el porcentaje de recolección β_1 .

5.3.1 Incorporación de Pesos en BS_1 y BS_2 al Incrementarse el Porcentaje β_1

El porcentaje β_1 representa una decisión de gran importancia por parte de la entidad gubernamental. En la sección 5.2.1 se obtuvieron tendencias iguales para cada función de beneficio social. Veamos qué sucede cuando a cada uno de los términos que componen a las funciones BS_1 y BS_2 se le da mayor importancia.

Recordemos las funciones de beneficio social que incluyen pesos en sus términos (Sección 5.1):

$$SB_{1p} = \phi_n q_n^* + \phi_{re} q_{re}^* + \phi_d q_d^* \qquad SB_{2p} = \phi_Q Q + \phi_{re} q_{re}^* + \phi_x \frac{x_i^*}{Q}$$

Para cada función se obtienen tres grupos de resultados; uno para el incremento en la relevancia de cada término que compone la función. La suma de los pesos tanto en BS_1 como en BS_2 siempre será igual a 1 ($\phi_n + \phi_{re} + \phi_d = 1$ y $\phi_Q + \phi_{xi/Q} + \phi_{re} = 1$).

El peso del término cuya importancia se quiere aumentar va desde 0 hasta 0.8 con incrementos de 0.2, mientras que para los otros dos términos los valores de los pesos van decreciendo desde 0.5 hasta 0.1 con reducciones de 0.1. Por ejemplo, supongamos que se quiere aumentar la importancia de la cantidad de remanufactura en la función BS_1 , entonces se tendría:

$$SB_{1p} = 0.5q_n^* + 0q_{re}^* + 0.5q_d^*$$

$$SB_{1p} = 0.4q_n^* + 0.2q_{re}^* + 0.4q_d^*$$

$$SB_{1p} = 0.3q_n^* + 0.4q_{re}^* + 0.3q_d^*$$

$$SB_{1p} = 0.2q_n^* + 0.6q_{re}^* + 0.2q_d^*$$

$$SB_{1p} = 0.1q_n^* + 0.8q_{re}^* + 0.1q_d^*$$

En la Tabla 5.9 se presentan los tres conjuntos de resultados obtenidos utilizando la función BS_1 . Usando los resultados de dicha tabla, es posible obtener las diferentes tendencias de beneficio social que se forman con cada conjunto de pesos. En todas las figuras que se incluyen en esta sección, cada conjunto de pesos representa una serie de datos en cada gráfica. Así, La serie BS_1P_1 es la tendencia del beneficio social generada por la función BS_1 cuando se asigna el conjunto de pesos ($\phi_n = 0$, $\phi_{re} = 0.5$ y $\phi_d = 0.5$). La serie BS_1P_2 está compuesta por los datos que tienen asignado el conjunto de pesos ($\phi_n = 0.2$, $\phi_{re} = 0.4$ y $\phi_d = 0.4$) y así sucesivamente hasta la serie BS_1P_5 para cada una de las gráficas (en este caso se está aumentando la relevancia de q_n^*). Se utiliza también este criterio para numerar las series correspondientes a la función BS_2 .

Tabla 5.9: Resultados de la función BS_I para β_I incorporando pesos.

<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de producción de artículos nuevos q_n^*</i>					
β_I	$\phi_n = 0, \phi_{re} = 0.5,$ $\phi_d = 0.5$	$\phi_n = 0.2, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_d = 0.4$	$\phi_n = 0.4, \phi_{re} = 0.3,$ $\phi_d = 0.3$	$\phi_n = 0.6, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_d = 0.2$	$\phi_n = 0.8, \phi_{re} = 0.1,$ $\phi_d = 0.1$
0.5	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.6	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.7	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.8	0.0768	0.0784	0.0799	0.0814	0.0830
0.9	0.0860	0.0829	0.0799	0.0768	0.0738
1	0.0950	0.0874	0.0798	0.0722	0.0646
<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de remanufactura q_{re}^*</i>					
β_I	$\phi_n = 0.5, \phi_{re} = 0,$ $\phi_d = 0.5$	$\phi_n = 0.4, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_d = 0.4$	$\phi_n = 0.3, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_d = 0.3$	$\phi_n = 0.2, \phi_{re} = 0.6,$ $\phi_d = 0.2$	$\phi_n = 0.1, \phi_{re} = 0.8,$ $\phi_d = 0.1$
0.5	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.6	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.7	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.8	0.0653	0.0737	0.0822	0.0906	0.0991
0.9	0.0611	0.0730	0.0848	0.0967	0.1085
1	0.0570	0.0722	0.0874	0.1026	0.1178
<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de disposición de artículos q_d^*</i>					
β_I	$\phi_n = 0.5, \phi_{re} = 0.5,$ $\phi_d = 0$	$\phi_n = 0.4, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_d = 0.2$	$\phi_n = 0.3, \phi_{re} = 0.3,$ $\phi_d = 0.4$	$\phi_n = 0.2, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_d = 0.6$	$\phi_n = 0.1, \phi_{re} = 0.1,$ $\phi_d = 0.8$
0.5	0.0964	0.0854	0.0744	0.0633	0.0523
0.6	0.0964	0.0854	0.0744	0.0633	0.0523
0.7	0.0964	0.0854	0.0744	0.0633	0.0523
0.8	0.0960	0.0860	0.0761	0.0661	0.0561
0.9	0.0955	0.0868	0.0780	0.0692	0.0604
1	0.0950	0.0874	0.0798	0.0722	0.0646

En la Figura 5.21, observamos cómo el beneficio social se ve afectado por la importancia que se le brinda a cada término de la función BS_I . En la gráfica A se obtiene un comportamiento interesante debido a que se comienza dando mayor importancia a las cantidades q_{re}^* y q_d^* (Serie BS_1P_1, Gráfica A) lo cual ocasiona que se genere la misma tendencia que se obtuvo en la Sección 5.2.1; sin embargo, a medida

que se incrementa la importancia de la cantidad de producción q_n^* y se reduce la importancia de las cantidades de remanufactura q_{re}^* y disposición de artículos q_d^* , la tendencia del beneficio social se va reduciendo cuando se exige un mayor porcentaje de recolección ($\beta_1 \geq 0.8$).

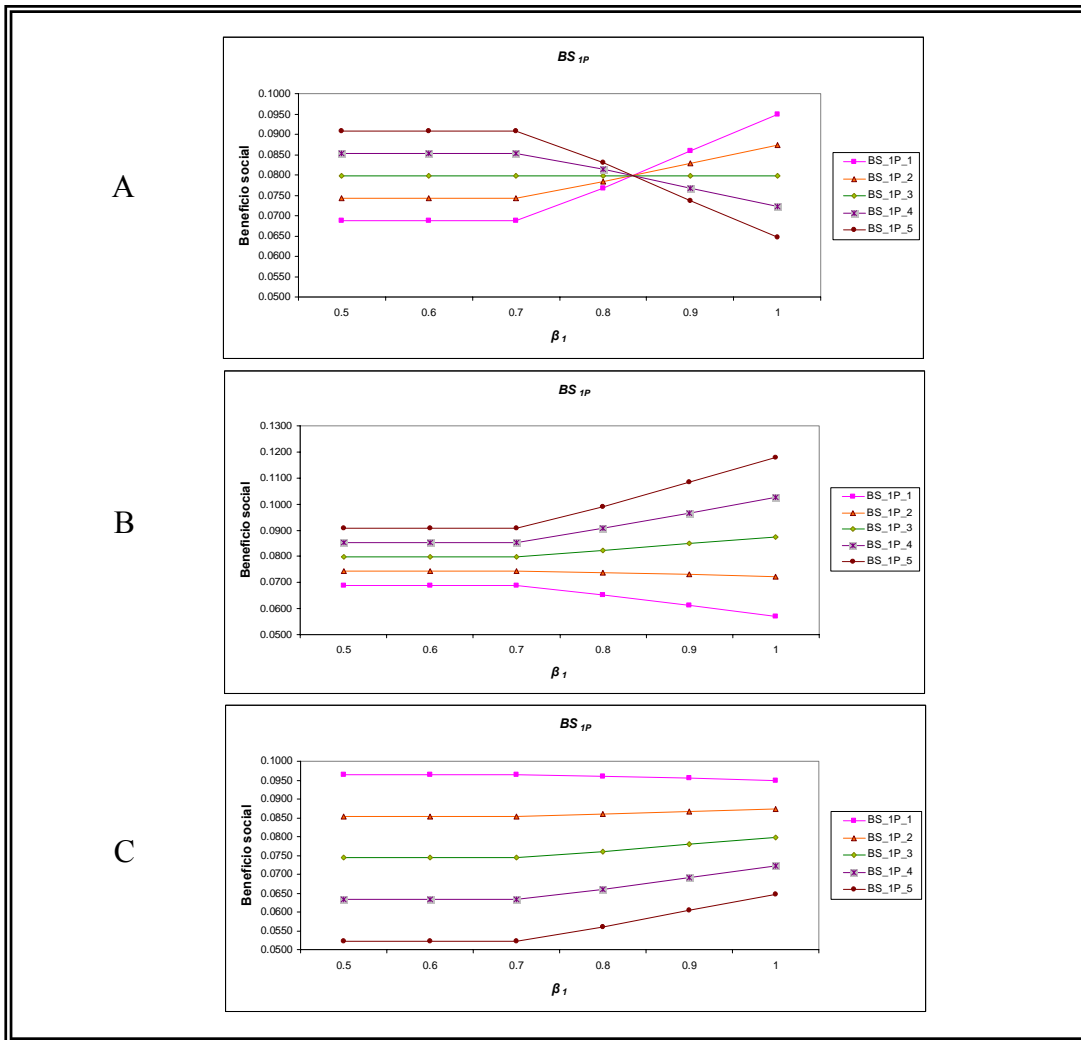


Figura 5.21: Tendencia de la función de beneficio BS_I cuando: A) se incrementa la relevancia de q_n^* B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* C) se incrementa la relevancia de q_d^* .

Este resultado era de esperarse ya que si el gobierno exige mayor recolección y al estimar el beneficio social, se quiere que tenga más importancia la producción de artículos nuevos, se tendrá un menor beneficio social ya que el productor de EEE debe cumplir con un cierto porcentaje de remanufactura, en este caso 50%. Adicionalmente el productor obtiene un beneficio al remanufacturar los artículos que de todas formas debe recolectar. Así, a mayor recolección, mayor remanufactura cuando $\beta_1 \geq 0.8$ (Sección 4.2.1).

Cuando los pesos asignados son $\phi_n = 0.4$, $\phi_{re} = 0.3$ y $\phi_d = 0.3$, se obtiene un beneficio social constante debido a que las cantidades de remanufactura (q_{re}^*) y disposición de artículos (q_d^*) se incrementan cuando la exigencia de recolección es más alta, pero por el hecho de dar más relevancia a la cantidad de producción de artículos nuevos (q_n^*) que se reduce cuando β_1 aumenta, la tendencia se vuelve constante (BS_1P_3, Figura 5.21).

Otro resultado interesante es el hecho de que existe un punto donde el beneficio social es igual, sin importar los pesos que hayan sido asignados a la función. Cuando la exigencia de recolección es de aproximadamente 83%, se obtiene el mismo beneficio social sin importar que algún término de la función tenga más relevancia.

Además de este hallazgo, podemos observar cómo el mayor beneficio social cuando $\beta_1 \leq 0.8$ se obtiene con la Serie BS_1P_5 de la Gráfica A, la cual representa al caso donde se da el mayor peso a la cantidad q_n^* ($\phi_n = 0.8$). El beneficio social es más alto porque la cantidad q_n^* toma el mismo valor que la cantidad q_{re}^* cuando $\beta_1 \leq 0.7$. Después cuando $\beta_1 = 0.8$, aunque se reduce la cantidad de producción de artículos nuevos, el beneficio social resultante sigue siendo más alto que cuando se asignan los demás conjuntos de pesos. La Serie BS_1P_5 obtiene también el menor beneficio social de la Gráfica A cuando $\beta_1 \geq 0.9$ porque en esos casos la cantidad q_n^* se reduce y debido a que se le asigna mayor peso, el beneficio social también decrece.

Cabe mencionar que la serie de datos donde se va aumentando la importancia de la cantidad de producción de artículos nuevos se realiza con fines de comparación, ya que en la práctica el objetivo principal es incrementar las cantidades de artículos eléctricos y electrónicos que son recolectados y remanufacturados.

En la Gráfica B de la Figura 5.21, podemos decir que el beneficio social sólo se incrementa cuando la cantidad de remanufactura es más relevante que las otras dos cantidades. En la serie BS_1P_1 y BS_1P_2 de la Gráfica B, el beneficio social sufre de una reducción porque en esos casos la cantidad de producción y la cantidad de disposición de artículos tienen más peso que la cantidad de remanufactura y, aunque la cantidad de disposición de artículos se incrementa, dicho aumento no es suficiente para contrarrestar el decremento de la cantidad de producción.

Para el caso de la Gráfica C, se obtiene un resultado similar. En dicha gráfica se va incrementando la relevancia de la cantidad de disposición de artículos. Recordemos que esta cantidad también tiene un significado importante porque representa a los artículos recolectados que por alguna razón no están en condición de ser remanufacturados. Estos artículos; sin embargo, serán desechados de manera apropiada lo cual es una mejor alternativa que desechar en un basurero los artículos obsoletos.

En la serie BS_1P_1 de la gráfica C, vemos cómo el beneficio social se reduce con porcentajes de recolección altos, pero la reducción es pequeña debido a que en este caso se da la misma relevancia a la cantidad de remanufactura ($\phi_{re} = 0.5$) que a la cantidad de producción ($\phi_n = 0.5$), mientras que la cantidad de disposición de artículos no tiene importancia ($\phi_d = 0$). Así, con altos porcentajes de recolección ($\beta_1 \leq 0.8$), la cantidad de producción se reduce y la cantidad de remanufactura se incrementa; por lo tanto, la reducción en el beneficio social es pequeña.

Por el mismo motivo, en la Serie BS_1P_2 de la Gráfica C, aún cuando la cantidad q_d^* tiene una menor relevancia que las otras dos cantidades ($\phi_n = 0.4$, $\phi_{re} = 0.4$, $\phi_d = 0.2$), la tendencia del beneficio social va en aumento debido a que tanto la cantidad de disposición de artículos como la cantidad de remanufactura aumentan.

Después de haber realizado el análisis de la función BS_1 , procedemos a llevar a cabo el mismo estudio con los resultados que se obtienen al utilizar la función de beneficio social BS_2 . A continuación, en la Tabla 5.10 se incluyen los resultados que genera la función BS_2 cuando se da más peso a uno u otro término de esta función y en la Figura 5.22 se presentan las gráficas con dichos resultados.

Tabla 5.10: Resultados de la función BS_2 para β_1 incorporando pesos (primera parte).

<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de producción Q</i>					
β_1	$\phi_Q = 0, \phi_{re} = 0.5,$ $\phi_x = 0.5$	$\phi_Q = 0.2, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_x = 0.4$	$\phi_Q = 0.4, \phi_{re} = 0.3,$ $\phi_x = 0.3$	$\phi_Q = 0.6, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_x = 0.2$	$\phi_Q = 0.8, \phi_{re} = 0.1,$ $\phi_x = 0.1$
0.5	0.4053	0.3628	0.3203	0.2778	0.2353
0.6	0.4053	0.3628	0.3203	0.2778	0.2353
0.7	0.4053	0.3628	0.3203	0.2778	0.2353
0.8	0.4538	0.4014	0.3491	0.2967	0.2444
0.9	0.5102	0.4464	0.3825	0.3187	0.2549
1	0.5665	0.4912	0.4159	0.3406	0.2653
<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de remanufactura q_{re}^*</i>					
β_1	$\phi_Q = 0.5, \phi_{re} = 0,$ $\phi_x = 0.5$	$\phi_Q = 0.4, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_x = 0.4$	$\phi_Q = 0.3, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_x = 0.3$	$\phi_Q = 0.2, \phi_{re} = 0.6,$ $\phi_x = 0.2$	$\phi_Q = 0.1, \phi_{re} = 0.8,$ $\phi_x = 0.1$
0.5	0.4535	0.3821	0.3107	0.2393	0.1678
0.6	0.4535	0.3821	0.3107	0.2393	0.1678
0.7	0.4535	0.3821	0.3107	0.2393	0.1678
0.8	0.4960	0.4183	0.3406	0.2629	0.1852
0.9	0.5455	0.4605	0.3755	0.2904	0.2054
1	0.5950	0.5026	0.4102	0.3178	0.2254

Continuación de la **Tabla 5.10**: Resultados de la función BS_2 para β_1 incorporando pesos (segunda parte).

<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de recolección con respecto a la producción x_i^*/Q</i>					
β_1	$\phi_Q = 0.5, \phi_{re} = 0.5,$ $\phi_x = 0$	$\phi_Q = 0.4, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_x = 0.2$	$\phi_Q = 0.3, \phi_{re} = 0.3,$ $\phi_x = 0.4$	$\phi_Q = 0.2, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_x = 0.6$	$\phi_Q = 0.1, \phi_{re} = 0.1,$ $\phi_x = 0.8$
0.5	0.1446	0.2585	0.3725	0.4864	0.6003
0.6	0.1446	0.2585	0.3725	0.4864	0.6003
0.7	0.1446	0.2585	0.3725	0.4864	0.6003
0.8	0.1498	0.2798	0.4099	0.5399	0.6700
0.9	0.1557	0.3046	0.4534	0.6023	0.7511
1	0.1615	0.3292	0.4969	0.6646	0.8323

En la Figura 5.22 vemos como las tres gráficas son muy similares; primeramente analizamos la Gráfica A. Al incrementar la relevancia de la cantidad total de producción Q se obtiene un mismo beneficio social cuando $\beta_1 \leq 0.7$ por lo motivos que se han expuesto en la Sección 5.2.1. Después, se obtiene una tendencia creciente debido a que la cantidad total de producción involucra tanto a la cantidad de producción de artículos nuevos como a la cantidad de remanufactura ($Q = q_n^* + q_{re}^*$). Como se explicó anteriormente, la cantidad q_{re}^* se incrementa cuando $\beta_1 \geq 0.8$; esto provoca el aumento en el beneficio social.

El comportamiento del beneficio social en la Gráfica B es muy parecido porque en esta ocasión el término cuya importancia se está incrementando es precisamente la cantidad de remanufactura q_{re}^* que como se acaba de explicar, va en aumento cuando la exigencia de recolección es del 80% o mayor.

Por último, la gráfica C de la Figura 5.22 muestra tendencias de beneficio social parecidas. Se debe tomar en cuenta que cuando el peso del cociente x_i^*/Q es nulo (Serie BS_2P_1), el incremento del beneficio social con porcentajes altos de recolección es pequeño debido a la importancia que por sí mismo tiene este término en la función BS_2 .

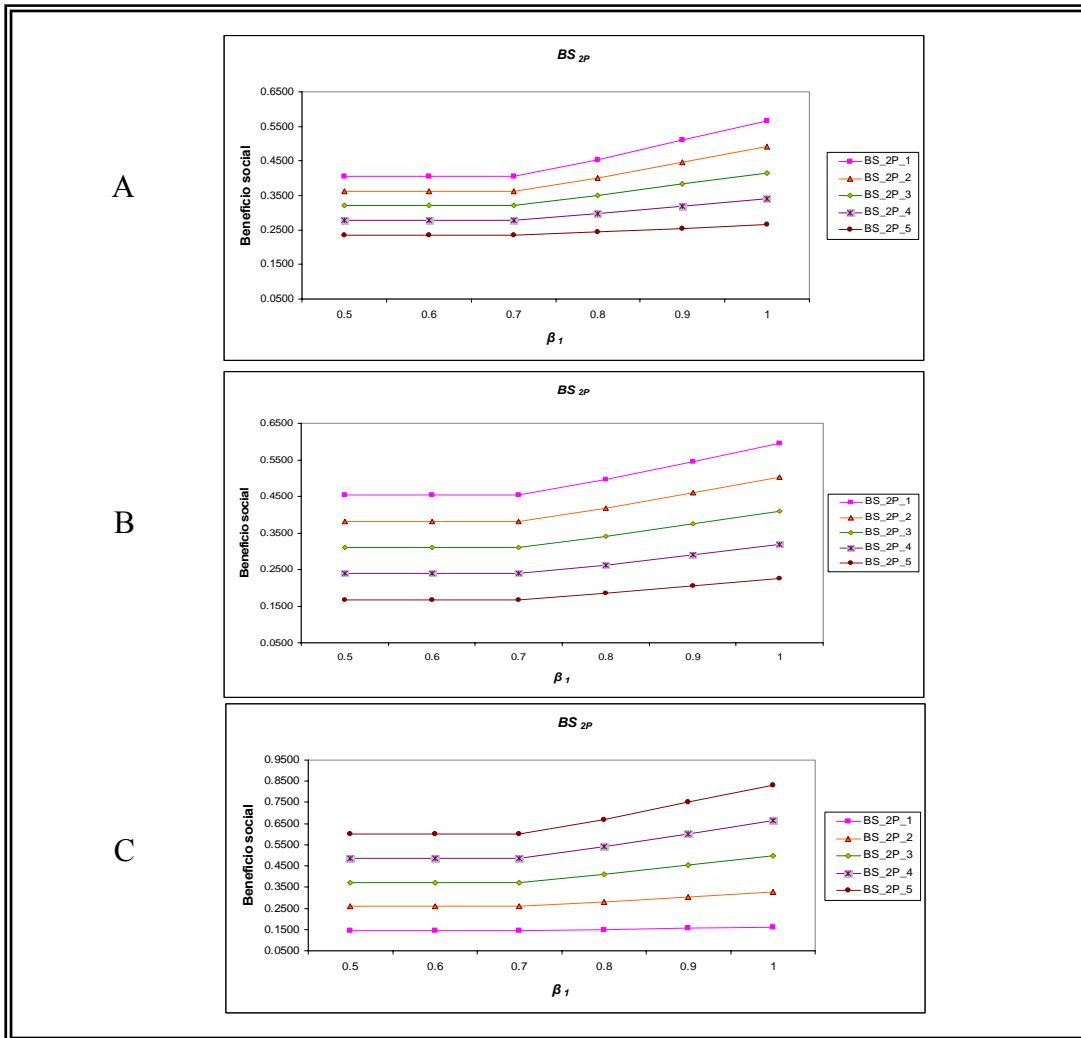


Figura 5.22: Tendencia de la función de beneficio BS_2 cuando: A) se incrementa la relevancia de Q B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de x_i^*/Q .

Al terminar de analizar el efecto de la incorporación de pesos en las funciones de beneficio social para el porcentaje de recolección de artículos, se puede decir que bajo las condiciones de nuestro caso de estudio, el beneficio social tiende a crecer cuando la política gubernamental respecto a la cantidad de artículos recolectados es más estricta.

5.3.2 Incorporación de Pesos en BS_1 y BS_2 al Incrementarse el Porcentaje β_2

En esta sección, nos enfocamos en el análisis de los efectos causados en el beneficio social por la inclusión de pesos en las funciones BS_1 y BS_2 cuando el porcentaje de remanufactura se incrementa.

En la Tabla 5.11 se encuentran los resultados generados por la función de beneficio social BS_1 . Los resultados incluidos en dicha tabla siguen la misma tendencia que se discutió en la Sección 5.2.2. Para confirmarlo, en la Figura 5.23 se incluyen las gráficas de los tres conjuntos de datos obtenidos.

Tabla 5.11: Resultados de la función BS_1 para β_2 incorporando pesos (primera parte).

<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de producción de artículos nuevos q_n^*</i>					
β_2	$\phi_n = 0, \phi_e = 0.5,$ $\phi_d = 0.5$	$\phi_n = 0.2, \phi_e = 0.4,$ $\phi_d = 0.4$	$\phi_n = 0.4, \phi_e = 0.3,$ $\phi_d = 0.3$	$\phi_n = 0.6, \phi_e = 0.2,$ $\phi_d = 0.2$	$\phi_n = 0.8, \phi_e = 0.1,$ $\phi_d = 0.1$
0	0.0675	0.0737	0.0799	0.0861	0.0922
0.1	0.0675	0.0737	0.0799	0.0861	0.0922
0.2	0.0675	0.0737	0.0799	0.0861	0.0922
0.3	0.0675	0.0737	0.0799	0.0861	0.0922
0.4	0.0675	0.0737	0.0799	0.0861	0.0922
0.5	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.6	0.0821	0.0810	0.0799	0.0788	0.0777
0.7	0.0950	0.0874	0.0798	0.0722	0.0646

Continuación de la **Tabla 5.11**: Resultados de la función BS_I para β_2 incorporando pesos (segunda parte).

<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de remanufactura q_{re}^*</i>					
β_2	$\phi_n = 0.5, \phi_{re} = 0, \phi_d = 0.5$	$\phi_n = 0.4, \phi_{re} = 0.2, \phi_d = 0.4$	$\phi_n = 0.3, \phi_{re} = 0.4, \phi_d = 0.3$	$\phi_n = 0.2, \phi_{re} = 0.6, \phi_d = 0.2$	$\phi_n = 0.1, \phi_{re} = 0.8, \phi_d = 0.1$
0	0.0695	0.0745	0.0795	0.0845	0.0895
0.1	0.0695	0.0745	0.0795	0.0845	0.0895
0.2	0.0695	0.0745	0.0795	0.0845	0.0895
0.3	0.0695	0.0745	0.0795	0.0845	0.0895
0.4	0.0695	0.0745	0.0795	0.0845	0.0895
0.5	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.6	0.0629	0.0733	0.0837	0.0941	0.1045
0.7	0.0570	0.0722	0.0874	0.1026	0.1178
<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de disposición de artículos q_d^*</i>					
β_2	$\phi_n = 0.5, \phi_{re} = 0.5, \phi_d = 0$	$\phi_n = 0.4, \phi_{re} = 0.4, \phi_d = 0.2$	$\phi_n = 0.3, \phi_{re} = 0.3, \phi_d = 0.4$	$\phi_n = 0.2, \phi_{re} = 0.2, \phi_d = 0.6$	$\phi_n = 0.1, \phi_{re} = 0.1, \phi_d = 0.8$
0	0.0965	0.0853	0.0741	0.0629	0.0517
0.1	0.0965	0.0853	0.0741	0.0629	0.0517
0.2	0.0965	0.0853	0.0741	0.0629	0.0517
0.3	0.0965	0.0853	0.0741	0.0629	0.0517
0.4	0.0965	0.0853	0.0741	0.0629	0.0517
0.5	0.0964	0.0854	0.0744	0.0633	0.0523
0.6	0.0958	0.0864	0.0771	0.0678	0.0585
0.7	0.0950	0.0874	0.0798	0.0722	0.0646

La Figura 5.23 corrobora el hecho de obtener tendencias muy similares a las que se obtuvieron con la misma función sin agregar pesos a sus términos. En un principio, existe un beneficio social constante debido a que, tal como se discutió anteriormente, el productor de EEE decide llevar a cabo la remanufactura (aún cuando no se exija) porque de todas formas debe cumplir con el 70% de recolección.

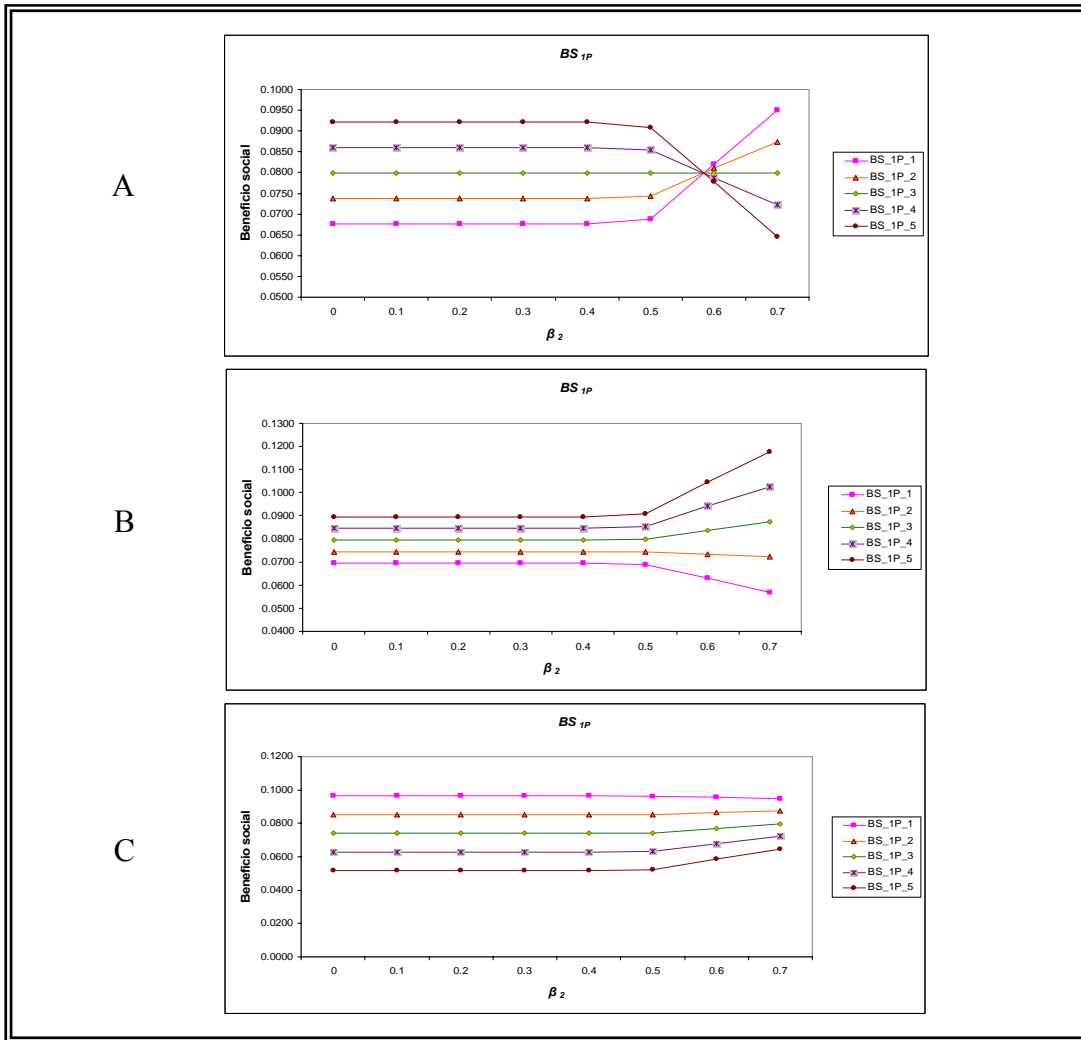


Figura 5.23: Tendencia de la función de beneficio BS_I cuando: A) se incrementa la relevancia de q_n^* B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de q_d^* .

Después, cuando la exigencia de remanufactura se vuelve más severa, el beneficio social tiende a reducirse cuando se da más peso a la cantidad de producción de artículos nuevos q_n^* y tiende a incrementarse cuando se da más importancia a las cantidades de remanufactura q_{re}^* y disposición de artículos q_d^* .

Así, en la gráfica A de la Figura 5.23, vemos cómo cuando la cantidad de producción tiene un peso nulo ($\phi_n = 0$, Serie BS_1P_1, Gráfica A), el beneficio social va a la alza

con porcentajes de remanufactura altos ($\beta_2 \geq 0.5$). El incremento en el beneficio social se da también en la gráfica B cuando el peso asignado a la cantidad de remanufactura es mayor que el asignado a las demás cantidades (Series BS_1P_3, BS_1P_4 y BS_1P_5, Gráfica B). A mayor peso asignado a la cantidad q_{re}^* , mayor el beneficio social.

Ahora, si analizamos la gráfica C de la Figura 5.23, vemos como en la Serie BS_1P_1 donde la cantidad de disposición tiene peso nulo ($\phi_d = 0$), el beneficio social decrece ligeramente y a medida que se aumenta el peso ϕ_d , el beneficio social se va incrementando con porcentajes de recolección altos, pero los incrementos en la Gráfica C son más pequeños que los encontrados en las otras dos gráficas. Si observamos las tendencias de los valores que toman las tres cantidades (q_n^* , q_{re}^* y q_d^*) en la Figura 5.3 de la Sección 5.2.2, encontramos que los valores asignados a la cantidad q_d^* al resolver el modelo matemático van en aumento, pero son menores, lo cual provoca que el beneficio social se incremente en menor medida si se otorga mayor relevancia a esta cantidad.

El hecho de obtener un menor incremento cuando se prefiere a la cantidad de disposición de artículos, nos dice que es una mejor opción remanufacturar una cantidad más grande de artículos; lo cual en la realidad es de mayor beneficio porque es preferible llevar a cabo la remanufactura que tener que desechar artículos aún cuando la disposición de éstos se lleve a cabo de forma apropiada.

Ahora que se ha discutido acerca de los resultados que se obtienen con la función BS_1 , se realiza el análisis de los datos generados por la función BS_2 . En la Tabla 5.12 se incluyen los tres conjuntos de valores de dicha función, mientras que en la Figura 5.24 presentamos las tendencias generadas por los datos de dicha tabla.

Tabla 5.12: Resultados de la función BS_2 para β_2 incorporando pesos.

<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de producción Q</i>					
β_2	$\phi_Q = 0, \phi_{re} = 0.5,$ $\phi_x = 0.5$	$\phi_Q = 0.2, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_x = 0.4$	$\phi_Q = 0.4, \phi_{re} = 0.3,$ $\phi_x = 0.3$	$\phi_Q = 0.6, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_x = 0.2$	$\phi_Q = 0.8, \phi_{re} = 0.1,$ $\phi_x = 0.1$
0	0.3973	0.3564	0.3155	0.2747	0.2338
0.1	0.3973	0.3564	0.3155	0.2747	0.2338
0.2	0.3973	0.3564	0.3155	0.2747	0.2338
0.3	0.3973	0.3564	0.3155	0.2747	0.2338
0.4	0.3973	0.3564	0.3155	0.2747	0.2338
0.5	0.4053	0.3628	0.3203	0.2778	0.2353
0.6	0.4860	0.4271	0.3682	0.3093	0.2504
0.7	0.5665	0.4912	0.4159	0.3406	0.2653
<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de remanufactura q_{re}^*</i>					
β_2	$\phi_Q = 0.5, \phi_{re} = 0,$ $\phi_x = 0.5$	$\phi_Q = 0.4, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_x = 0.4$	$\phi_Q = 0.3, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_x = 0.3$	$\phi_Q = 0.2, \phi_{re} = 0.6,$ $\phi_x = 0.2$	$\phi_Q = 0.1, \phi_{re} = 0.8,$ $\phi_x = 0.1$
0	0.4465	0.3761	0.3057	0.2353	0.1649
0.1	0.4465	0.3761	0.3057	0.2353	0.1649
0.2	0.4465	0.3761	0.3057	0.2353	0.1649
0.3	0.4465	0.3761	0.3057	0.2353	0.1649
0.4	0.4465	0.3761	0.3057	0.2353	0.1649
0.5	0.4535	0.3821	0.3107	0.2393	0.1678
0.6	0.5243	0.4424	0.3606	0.2787	0.1968
0.7	0.5950	0.5026	0.4102	0.3178	0.2254
<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de recolección con respecto a la producción x_i^*/Q</i>					
β_2	$\phi_Q = 0.5, \phi_{re} = 0.5,$ $\phi_x = 0$	$\phi_Q = 0.4, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_x = 0.2$	$\phi_Q = 0.3, \phi_{re} = 0.3,$ $\phi_x = 0.4$	$\phi_Q = 0.2, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_x = 0.6$	$\phi_Q = 0.1, \phi_{re} = 0.1,$ $\phi_x = 0.8$
0	0.1437	0.2550	0.3662	0.4775	0.5887
0.1	0.1437	0.2550	0.3662	0.4775	0.5887
0.2	0.1437	0.2550	0.3662	0.4775	0.5887
0.3	0.1437	0.2550	0.3662	0.4775	0.5887
0.4	0.1437	0.2550	0.3662	0.4775	0.5887
0.5	0.1446	0.2585	0.3725	0.4864	0.6003
0.6	0.1532	0.2940	0.4348	0.5756	0.7164
0.7	0.1615	0.3292	0.4969	0.6646	0.8323

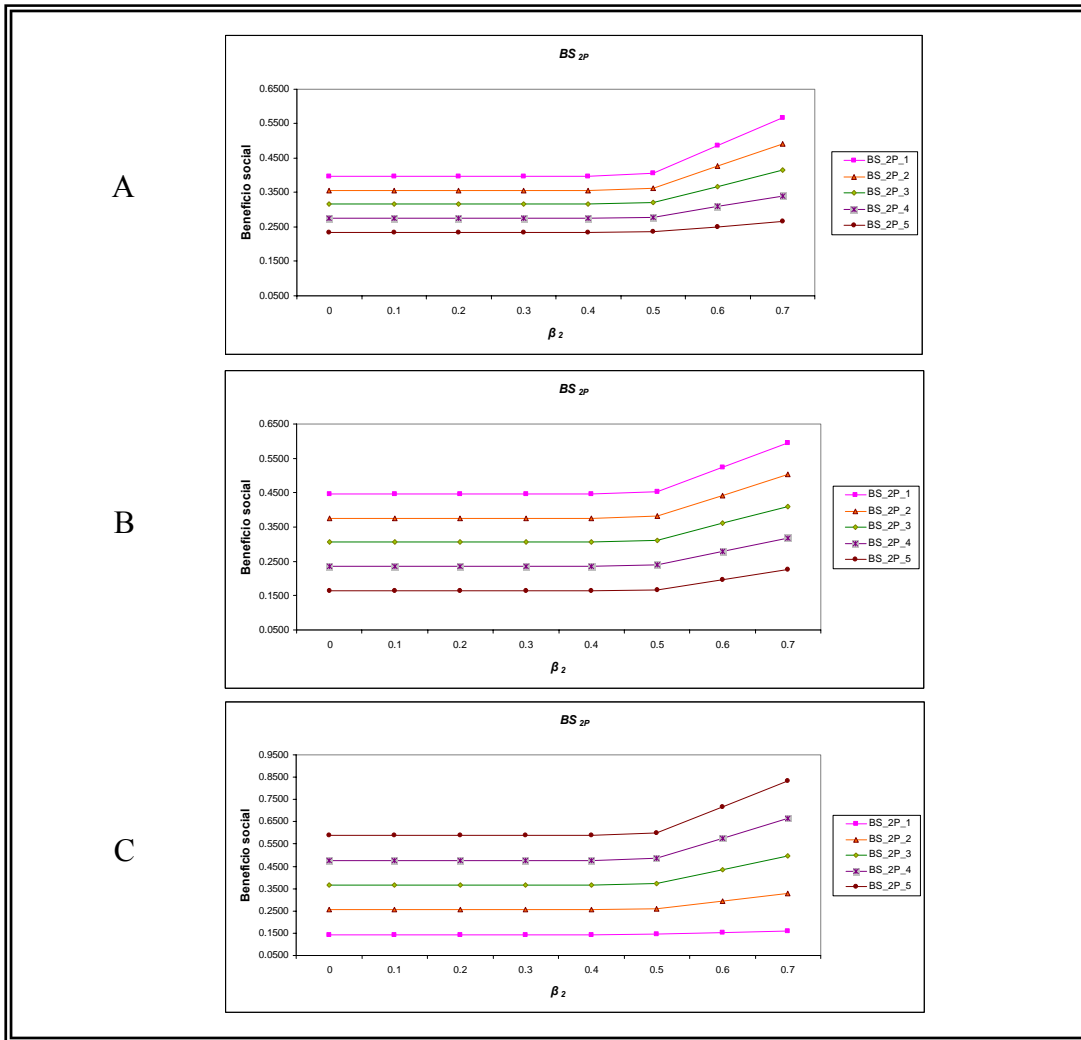


Figura 5.24: Tendencia de la función de beneficio BS_2 cuando: A) se incrementa la relevancia de Q B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de x_i^*/Q .

Al aplicar la función BS_2 se obtienen tendencias de beneficio social similares a las que se presentaron en la Figura 5.23; sin embargo, el comportamiento no es idéntico. Según los criterios tomados en cuenta en esta función, el beneficio social siempre se incrementará cuando haya exigencias de remanufactura más altas. Si observamos la Gráfica A de la Figura 5.24, vemos que cuando el peso de la cantidad Q se va incrementando, el aumento en el beneficio social se va haciendo más pequeño. Esto

sucede debido a que en Q se involucra tanto a q_n^* como a q_{re}^* . Al aumentarse la exigencia de remanufactura, la cantidad de producción de artículos nuevos se va reduciendo lo cual causa que con mayor peso en Q , el incremento sea menor aunque de todas formas se encuentra que se aumenta el beneficio social.

Por este motivo, en la serie BS_2P_5 ($\phi_Q = 0.8$) de la Gráfica A, el incremento que se obtiene cuando $\beta_2 \geq 0.5$ es muy pequeño comparado con las demás series de datos donde el peso de Q es menor. Entonces, el mayor beneficio social se tendrá cuando el peso asignado a la cantidad total de producción sea cero.

En el caso de la Gráfica B, el mayor beneficio social se obtiene cuando el peso asignado a la cantidad de remanufactura es nulo (Serie BS_2P_1) de igual manera que en la gráfica A. La razón de esta situación proviene de la influencia que ejerce el cociente de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción. Esta influencia domina al incremento en la cantidad de remanufactura.

La gráfica C nos ayuda a observar la influencia de este cociente, ya que cuando el peso asignado al cociente x_i^*/Q es cero, el incremento en el beneficio social es muy pequeño al existir una exigencia alta en el porcentaje de remanufactura por parte del gobierno ($\beta_2 \geq 0.5$). Sin importar que se asigne la mayor importancia a las cantidades Q y q_{re}^* , el incremento en el beneficio no es tan grande y se vuelve a confirmar la influencia que el término x_i^*/Q tiene en la función BS_2 .

Para concluir el estudio del porcentaje de remanufactura, se puede decir que en general con los valores de los parámetros que se han utilizado, la función BS_2 considera que el beneficio social crecerá cuando el porcentaje de remanufactura requerido sea alto, sin importar cuál de sus términos tenga un mayor peso asignado.

En el caso de BS_1 , el beneficio social puede llegar a decrecer si se decide aumentar la relevancia de la cantidad de producción de artículos nuevos, sin olvidar que dicho caso se estudia para conocer el comportamiento de las funciones y en la realidad no se debe asignar la mayor importancia a la cantidad q_n^* debido a que esto va en contra de la política gubernamental.

El último porcentaje que se analiza es el porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura, el cual juega un papel de gran importancia dentro todo el análisis que se ha realizado hasta ahora. En la siguiente sección, se discute acerca de los resultados que se obtienen con la incorporación de pesos en las funciones de beneficio social y el incremento de τ_{re} .

5.3.3 Incorporación de Pesos en BS_1 y BS_2 al Incrementarse el Porcentaje τ_{re}

De la misma forma en que se presentaron los resultados en las Secciones 5.3.1 y 5.3.2, se discuten los hallazgos relacionados con el beneficio social que se obtiene al incorporar pesos en los términos de las funciones utilizadas para estimar dicho beneficio cuando se incrementa el porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura.

Para comenzar, presentamos en la Tabla 5.13, los datos que se obtienen con el incremento en el peso de cada uno de los tres términos que componen la función BS_1 . Las tendencias que generan los datos que se incluyen en dicha tabla, distan mucho de las tendencias que se obtuvieron para los porcentajes de recolección y remanufactura. Tal como sucedió en la Sección 5.2.3, no es sencillo saber de antemano la tendencia que adquiere el beneficio social con estos datos. En la Figura 5.25, encontramos las tendencias producidas por los conjuntos de datos de la Tabla 5.13.

Tabla 5.13: Resultados de la función BS_I para τ_{re} incorporando pesos.

<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de producción de artículos nuevos q_n^*</i>					
τ_{re}	$\phi_n = 0, \phi_{re} = 0.5,$ $\phi_d = 0.5$	$\phi_n = 0.2, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_d = 0.4$	$\phi_n = 0.4, \phi_{re} = 0.3,$ $\phi_d = 0.3$	$\phi_n = 0.6, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_d = 0.2$	$\phi_n = 0.8, \phi_{re} = 0.1,$ $\phi_d = 0.1$
0.5	0.0700	0.0960	0.1220	0.1480	0.1740
0.6	0.0729	0.0758	0.0787	0.0817	0.0846
0.7	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.8	0.1050	0.0924	0.0798	0.0672	0.0546
0.9	0.1150	0.0966	0.0782	0.0598	0.0414
1	0.1250	0.1000	0.0750	0.0500	0.0250
<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de remanufactura q_{re}^*</i>					
τ_{re}	$\phi_n = 0.5, \phi_{re} = 0,$ $\phi_d = 0.5$	$\phi_n = 0.4, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_d = 0.4$	$\phi_n = 0.3, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_d = 0.3$	$\phi_n = 0.2, \phi_{re} = 0.6,$ $\phi_d = 0.2$	$\phi_n = 0.1, \phi_{re} = 0.8,$ $\phi_d = 0.1$
0.5	0.1200	0.1160	0.1120	0.1080	0.1040
0.6	0.0729	0.0758	0.0787	0.0817	0.0846
0.7	0.0689	0.0744	0.0799	0.0854	0.0909
0.8	0.0420	0.0672	0.0924	0.1176	0.1428
0.9	0.0230	0.0598	0.0966	0.1334	0.1702
1	0.0000	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000
<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de disposición de artículos q_d^*</i>					
τ_{re}	$\phi_n = 0.5, \phi_{re} = 0.5,$ $\phi_d = 0$	$\phi_n = 0.4, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_d = 0.2$	$\phi_n = 0.3, \phi_{re} = 0.3,$ $\phi_d = 0.4$	$\phi_n = 0.2, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_d = 0.6$	$\phi_n = 0.1, \phi_{re} = 0.1,$ $\phi_d = 0.8$
0.5	0.1500	0.1280	0.1060	0.0840	0.0620
0.6	0.0875	0.0817	0.0758	0.0700	0.0641
0.7	0.0964	0.0854	0.0744	0.0633	0.0523
0.8	0.1050	0.0924	0.0798	0.0672	0.0546
0.9	0.1150	0.0966	0.0782	0.0598	0.0414
1	0.1250	0.1000	0.0750	0.0500	0.0250

En la gráfica A de la Figura 5.25, podemos observar que en cualquiera de las 5 series de datos, cuando la capacidad de remanufactura se incrementa del 50% al 60%, hay una disminución del beneficio social. Recordemos de las Secciones 4.2.3 y 5.2.3 que al incrementarse el porcentaje τ_{re} al 60%, el productor decide cambiar de esquema de recolección (al esquema individual), lo cual tiene como consecuencia la disminución de

las cantidades de producción de artículos nuevos y remanufactura. La reducción en dichas cantidades, ocasiona una disminución en el beneficio social al evaluar la función BS_1 .

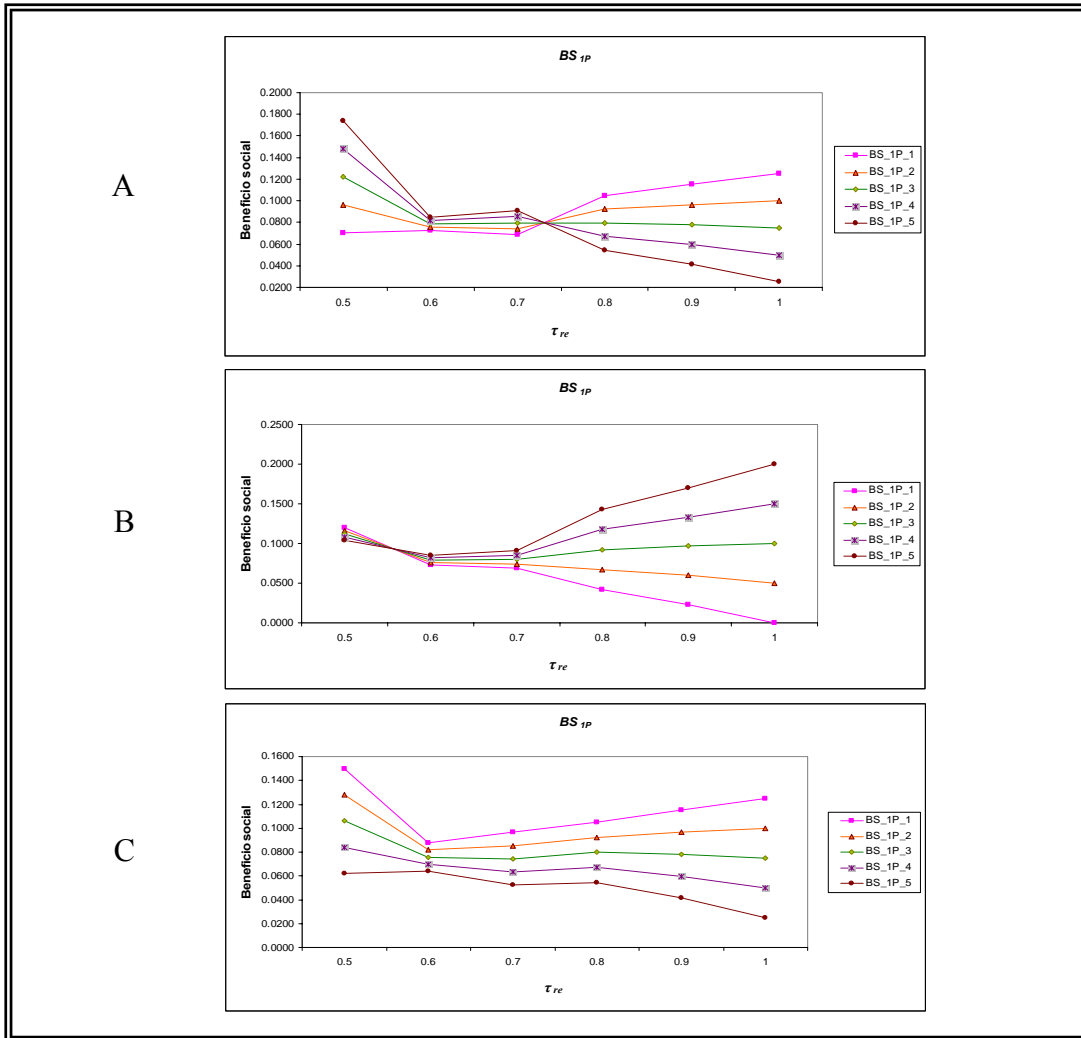


Figura 5.25: Tendencia de la función de beneficio BS_l cuando: A) se incrementa la relevancia de q_n^* B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de q_d^* .

Además, se debe tomar en cuenta que cuando el porcentaje τ_{re} está en 50%, el beneficio social más alto es el que obtiene la serie BS_1P_5, la cual representa a la función BS_1 con el mayor peso asignado a q_n^* ($\phi_n = 0.8$). Este resultado se obtiene

debido a que cuando el productor de EEE utiliza el esquema colectivo, la cantidad de producción de artículos nuevos es dos veces mayor que la cantidad de artículos remanufacturados y si q_n^* tiene mayor peso, el beneficio social es más alto.

En caso de que se incremente el porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura al 70%, tanto la cantidad de producción de artículos nuevos como la cantidad de remanufactura se incrementan, mientras que la cantidad de disposición de artículos se reduce. Así, cuando el peso asignado a q_n^* es nulo ($\phi_n = 0$, Serie BS_1P_1, Gráfica A) se da una ligera disminución en el beneficio social y al aumentar el peso de q_n^* , la pequeña reducción se cambia por un ligero incremento.

Siguiendo con el análisis de la Gráfica A, vemos que existe un punto entre el 70% y 80% de posibilidad tecnológica de remanufactura donde la función BS_1 genera el mismo nivel de beneficio social sin importar los valores de los pesos asignados a sus términos, tal como sucede al analizar el efecto de los pesos en la función BS_1 con los porcentajes de recolección y remanufactura (Secciones 5.3.1 y 5.3.2).

Finalmente, para los porcentajes de τ_{re} más altos ($\tau_{re} \geq 0.8$), la cantidad de remanufactura se incrementará de forma considerable. Entonces, en la Gráfica A, el incremento en q_{re}^* puede provocar que el beneficio social se reduzca en caso de que la cantidad de producción tenga mayor peso o que el beneficio social se incremente cuando se da mayor relevancia a la remanufactura.

Después de realizar el análisis de la Gráfica A, analizamos el comportamiento del beneficio social en la Gráfica B de la Figura 5.25. Para este caso, a medida que aumenta la importancia de la cantidad de remanufactura q_{re}^* , el nivel de beneficio social se incrementa. El beneficio social crece porque el productor de EEE tiene mayor capacidad para remanufacturar y una mayor capacidad, aunada al costo menor de remanufacturar, ocasiona que se incremente la cantidad q_{re}^* . Por tal motivo, la serie de datos donde se

asigna el mayor peso posible a la cantidad de remanufactura (BS_1P_5, Gráfica B) obtiene el mayor beneficio social en caso de que el porcentaje τ_{re} sea mayor al 60% ($\tau_{re} \geq 0.6$).

El único caso donde el más alto beneficio se obtiene con la serie BS_1P_1 ($\phi_{re} = 0$, la cantidad de remanufactura no tiene relevancia alguna), es cuando el porcentaje τ_{re} es del 50% debido a que el productor utiliza el esquema colectivo de recolección donde, como se explicó anteriormente, se produce una mayor cantidad de artículos nuevos, tal como sucede en la Gráfica A.

Por último, si observamos las tendencias en la Gráfica C de la Figura 5.25, encontramos que el mayor beneficio social se produce con la serie de datos cuyo peso asignado a la cantidad de disposición de artículos es nulo ($\phi_d = 0$, BS_1P_1), ya que al incrementarse la posibilidad tecnológica de remanufactura, la cantidad de remanufactura se incrementa, mientras que la cantidad disposición de artículos tiende a reducirse; por otro lado, dicha cantidad no decrece con cada incremento del porcentaje τ_{re} , sino que en ciertas ocasiones disminuye y en otras aumenta (Figura 5.5, Sección 5.2.3).

El comportamiento de la cantidad de disposición de artículos se puede percibir en las series de datos donde el peso asignado a la cantidad de disposición de artículos es mayor que los pesos asignados a las cantidades de producción y remanufactura. Cuando se incrementa la posibilidad de remanufactura del 50% al 60%, la cantidad de artículos desechados también aumenta. Dicho incremento solo se detecta al observar la serie BS_1P_5 de la Gráfica C, es decir, el aumento sólo se ve reflejado en el beneficio social cuando el peso de la cantidad q_d^* es muy alto ($\phi_d = 0.8$).

Una situación similar se presenta cuando la posibilidad tecnológica de remanufactura se incrementa del 70% al 80%. Cuando este aumento en τ_{re} ocurre, en lugar de recolectar una cantidad equivalente al 71% de la cantidad Q , se recolecta el 100% para

aprovechar la capacidad de remanufactura más alta. Esto provoca un aumento tanto en la cantidad de artículos remanufacturados como en la cantidad de artículos desechados. Por este motivo, ya sea que se de más importancia a la cantidad q_{re}^* o a la cantidad q_d^* , el beneficio social se incrementa en este punto.

Finalmente para porcentajes de τ_{re} del 90% y 100%, la cantidad de remanufactura se incrementa, mientras que la cantidad de disposición de artículos se reduce. Esto ocasiona que con pesos altos de q_d^* , el beneficio social vaya a la baja y en caso de otorgar la mayor relevancia a la cantidad q_{re}^* , el beneficio social crecerá.

Hasta ahora, se ha discutido acerca de los efectos de los pesos en la función BS_1 , sólo nos resta analizar dichos efectos utilizando la función BS_2 . En la Tabla 5.14 se tienen los resultados de cada una de las tres series de datos correspondientes al incremento en la relevancia de cada término que compone la función de beneficio social BS_2 .

Tabla 5.14: Resultados de la función BS_2 para τ_{re} incorporando pesos (primera parte).

<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de producción Q</i>					
τ_{re}	$\phi_Q = 0, \phi_{re} = 0.5,$ $\phi_x = 0.5$	$\phi_Q = 0.2, \phi_{re} = 0.4,$ $\phi_x = 0.4$	$\phi_Q = 0.4, \phi_{re} = 0.3,$ $\phi_x = 0.3$	$\phi_Q = 0.6, \phi_{re} = 0.2,$ $\phi_x = 0.2$	$\phi_Q = 0.8, \phi_{re} = 0.1,$ $\phi_x = 0.1$
0.5	0.4000	0.3600	0.3200	0.2800	0.2400
0.6	0.4603	0.4033	0.3462	0.2891	0.2321
0.7	0.4053	0.3628	0.3203	0.2778	0.2353
0.8	0.5840	0.5092	0.4344	0.3596	0.2848
0.9	0.6035	0.5288	0.4541	0.3794	0.3047
1	0.6250	0.5500	0.4750	0.4000	0.3250

Continuación de la **Tabla 5.14**: Resultados de la función BS_2 para τ_{re} incorporando pesos (segunda parte).

<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de remanufactura q_{re}^*</i>					
τ_{re}	$\phi_Q = 0.5, \phi_{re} = 0, \phi_x = 0.5$	$\phi_Q = 0.4, \phi_{re} = 0.2, \phi_x = 0.4$	$\phi_Q = 0.3, \phi_{re} = 0.4, \phi_x = 0.3$	$\phi_Q = 0.2, \phi_{re} = 0.6, \phi_x = 0.2$	$\phi_Q = 0.1, \phi_{re} = 0.8, \phi_x = 0.1$
0.5	0.4500	0.3800	0.3100	0.2400	0.1700
0.6	0.5041	0.4208	0.3374	0.2541	0.1708
0.7	0.4535	0.3821	0.3107	0.2392	0.1678
0.8	0.6050	0.5176	0.4302	0.3428	0.2554
0.9	0.6150	0.5334	0.4518	0.3702	0.2886
1	0.6250	0.5500	0.4750	0.4000	0.3250
<i>Aumentando la relevancia de la cantidad de recolección con respecto a la producción x_i^*/Q</i>					
τ_{re}	$\phi_Q = 0.5, \phi_{re} = 0.5, \phi_x = 0$	$\phi_Q = 0.4, \phi_{re} = 0.4, \phi_x = 0.2$	$\phi_Q = 0.3, \phi_{re} = 0.3, \phi_x = 0.4$	$\phi_Q = 0.2, \phi_{re} = 0.2, \phi_x = 0.6$	$\phi_Q = 0.1, \phi_{re} = 0.1, \phi_x = 0.8$
0.5	0.1500	0.2600	0.3700	0.4800	0.5900
0.6	0.1313	0.2716	0.4120	0.5524	0.6928
0.7	0.1446	0.2585	0.3724	0.4864	0.6003
0.8	0.1890	0.3512	0.5134	0.6756	0.8378
0.9	0.2185	0.3748	0.5311	0.6874	0.8437
1	0.2500	0.4000	0.5500	0.7000	0.8500

En la Figura 5.26 se muestran las gráficas de los tres conjuntos de datos incluidos en la tabla anterior. Como se puede ver, las tendencias de las tres gráficas siguen un comportamiento muy similar.

En las tres gráficas de la Figura 5.26, se puede reconocer la tendencia presentada en la Figura 5.7 de la Sección 5.2.3. Recordemos que esa gráfica nos muestra la tendencia de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción (x_i^*/Q) y como se ha mencionado en reiteradas ocasiones, la influencia de este cociente es muy grande.

Así, en la Gráfica A la influencia del cociente x_i^*/Q se reduce sólo cuando el peso asignado a la cantidad total de producción es el más alto ($\phi_d = 0.8$, Serie BS_2P_5). Por

esta razón, en dicha serie de datos, se ve el comportamiento de la cantidad Q , la cual se reduce cuando el porcentaje τ_{re} aumenta al 60%, para luego crecer con cada incremento en la posibilidad tecnológica de remanufactura.

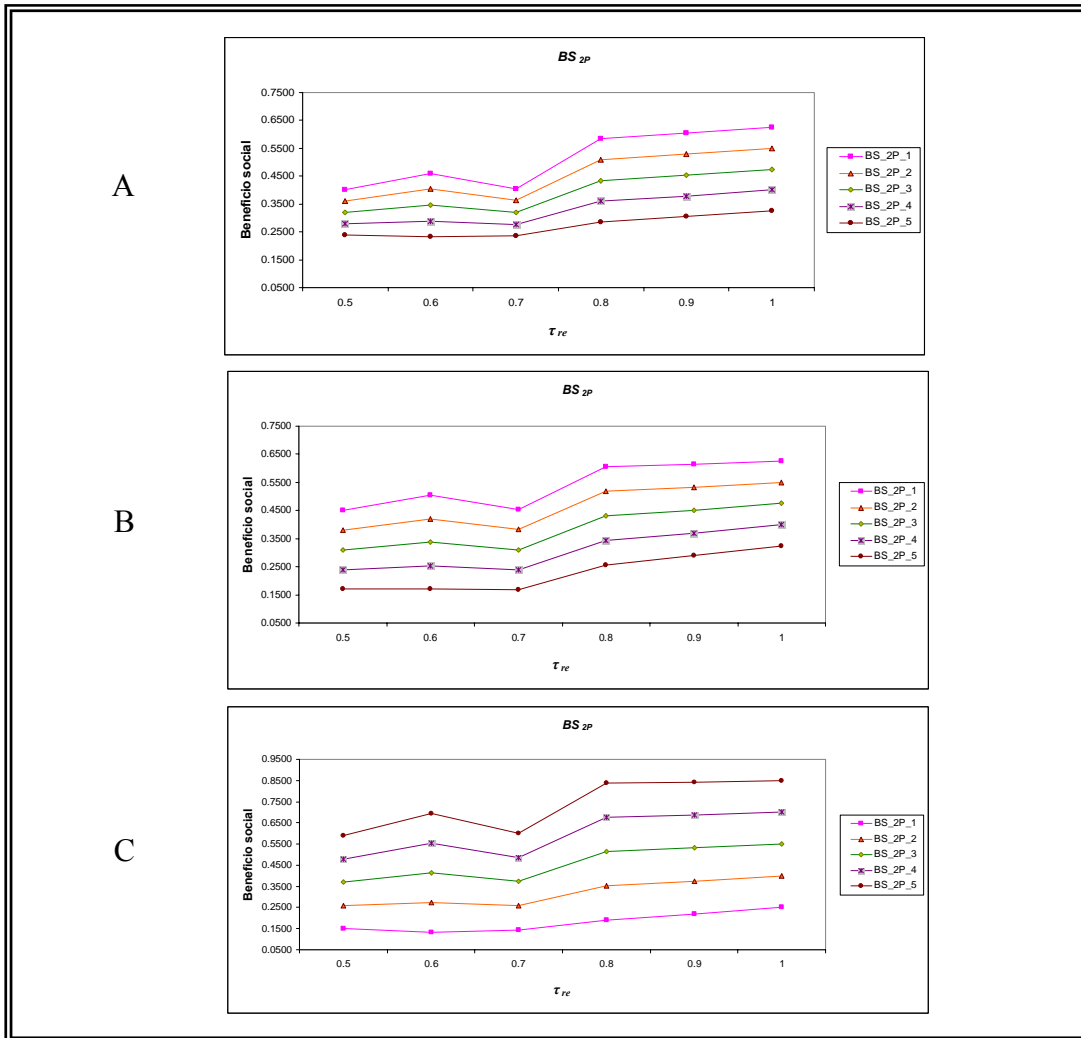


Figura 5.26: Tendencia de la función de beneficio BS_2 cuando: A) se incrementa la relevancia de Q B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de x_i^*/Q .

Encontramos un caso similar en la Gráfica B de la Figura 5.26, donde la relevancia de la cantidad de remanufactura va en aumento y sólo cuando se asigna el valor más alto

al peso de q_{re}^* ($\phi_{re} = 0.8$, BS_2P_5) se obtiene una tendencia de beneficio social diferente a la que se genera cuando x_i^*/Q tiene más importancia. Aún así, no se puede decir que la influencia de x_i^*/Q desaparece.

Si se analizan los términos de la función por separado, se encuentra que aún al asignar un peso muy pequeño a x_i^*/Q ($\phi_x = 0.1$), este término evita que el beneficio social se reduzca con la disminución de las cantidades Q y q_{re}^* cuando el porcentaje se aumenta al 60%. También provoca una pequeña disminución (x_i^*/Q se reduce) en el beneficio social cuando el porcentaje de posibilidad tecnológica de remanufactura es del 70%, sin importar que en esta ocasión, tanto Q como q_{re}^* se incrementan.

Para finalizar nuestro análisis, en la Gráfica C observamos que en las Series BS_2P_1 ($\phi_x = 0$) y BS_2P_2 ($\phi_x = 0.2$), el beneficio social sigue una tendencia que va de acuerdo al comportamiento de la cantidad total de producción Q y la cantidad de remanufactura q_{re}^* . En las tres series de datos restantes, debido al aumento en la relevancia de x_i^*/Q , se genera una tendencia que va de acuerdo a dicho término.

El estudio de la incorporación de pesos en las funciones BS_1 y BS_2 cuando se incrementa el porcentaje q_{re}^* , ha sido de gran utilidad para ampliar el análisis que se realizó en la Sección 5.2.3 y nos recuerda que dos funciones sencillas de beneficio social pueden obtener tendencias iguales o muy distintas entre sí.

También nos indica que en general los niveles más altos de beneficio social se obtienen cuando se favorece a la recolección y remanufactura que precisamente son los objetivos principales de la política gubernamental que se estudia.

5.4. Impacto de las Decisiones del Gobierno en el Beneficio Social

Para concluir nuestro estudio, en esta sección analizamos los efectos provocados en el beneficio social por la interacción de los porcentajes de recolección y remanufactura los cuales, como se ha venido mencionando, representan las decisiones que toma el gobierno y son la política misma.

Se discute acerca de los niveles de beneficio social generados por la función BS_I presentada en la Sección 5.1 cuando se incrementan simultáneamente los valores de los porcentajes β_1 y β_2 . Para comenzar, presentamos en la Tabla 5.15 los resultados que se obtienen con la función BS_I .

Tabla 5.15: Resultados de la función BS_I para la interacción de β_1 y β_2

$\beta_1 \backslash \beta_2$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.2000	0.2050	0.2099	0.2147	0.2195	0.2243	0.2289	0.2335	0.2381	0.2427	0.2470
0.1		0.2075	0.2099	0.2147	0.2195	0.2243	0.2289	0.2335	0.2381	0.2427	0.2470
0.2			0.2139	0.2147	0.2195	0.2243	0.2289	0.2335	0.2381	0.2427	0.2470
0.3				0.2208	0.2208	0.2243	0.2289	0.2335	0.2381	0.2427	0.2470
0.4					0.2276	0.2276	0.2289	0.2335	0.2381	0.2427	0.2470
0.5						0.2341	0.2341	0.2341	0.2381	0.2427	0.2470
0.6							0.2407	0.2407	0.2407	0.2427	0.2470
0.7								0.2470	0.2470	0.2470	0.2470

Primeramente, un punto importante que se debe tener en cuenta, es el hecho de que la tabla anterior parece estar “incompleta”, pero las celdas de la tabla que se encuentran vacías representan una combinación de porcentajes de β_1 y β_2 donde no es posible obtener soluciones factibles debido a que uno de los supuestos del modelo matemático

introducido en el Capítulo 3, es que el porcentaje de recolección debe ser mayor o igual al porcentaje de remanufactura ($\beta_1 \geq \beta_2$).

En la Tabla 5.15 se obtienen resultados interesantes, si observamos la columna donde β_1 toma el valor de uno, encontramos que el valor del beneficio social es idéntico para cada valor del porcentaje de recolección β_2 , lo cual se puede apreciar en la Figura 5.27. Recordemos que en este caso, se exige la recolección de una cantidad de artículos equivalente al 100% de la cantidad total de producción Q .

Cuando la exigencia es tan estricta, la única opción del productor de EEE para cumplir con la política gubernamental y no resultar perjudicado, es producir la menor cantidad de artículos nuevos posible ($q_n^* = q_d^*$) y remanufacturar tanto como sea posible. Así, el modelo matemático obtiene la misma solución sin importar que el valor del porcentaje de remanufactura vaya en aumento debido a que desde un principio, aún cuando no se le exija al productor remanufacturar, éste lleva a cabo dicha actividad.

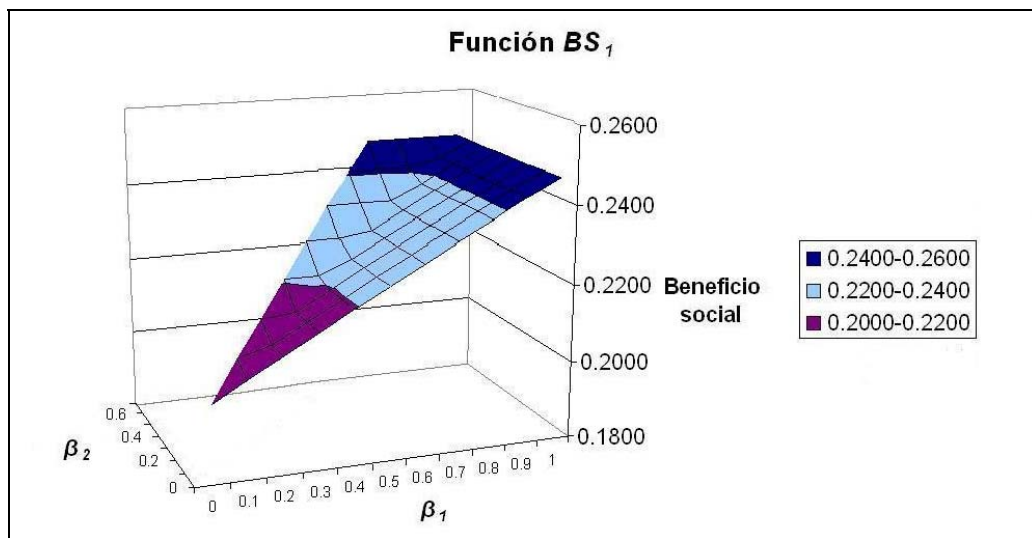


Figura 5.27: Beneficio social generado por la función BS_1 con la interacción de β_1 y β_2

El modelo matemático obtiene la solución descrita utilizando la combinación de posibles valores conformada por $q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$. Si se observa la expresión correspondiente a la cantidad de producción de artículos nuevos, encontramos que dicha expresión no involucra al porcentaje de remanufactura y esto hace posible que a medida que se aumente el porcentaje β_2 , la solución no sufra cambios.

Así, desde el momento en que la política ambiental demande un 100% de recolección, el productor de EEE, no solamente recolecta esa cantidad, sino también remanufactura exactamente el 70% de la cantidad recolectada sin importar el porcentaje de remanufactura estipulado en la política. Apoyándose con la remanufactura de dichos artículos, el productor obtiene la mayor utilidad posible y al mismo tiempo genera el mayor beneficio social de la Figura 5.27. Este beneficio es mayor al que se obtendría si el productor sólo cumpliera con el porcentaje de remanufactura que demanda la política gubernamental.

Cabe mencionar que, bajo estas circunstancias, el productor de EEE decide utilizar el esquema individual de recolección, inclusive, la única combinación de valores de β_1 y β_2 con la cual se utiliza el esquema colectivo es cuando ambos porcentajes son nulos, es decir, cuando no existe una política que exija llevar a cabo las actividades de logística inversa.

Es importante notar que tanto en el Capítulo 4 como en el presente capítulo hemos discutido acerca de cuándo el productor decide utilizar un esquema de recolección u otro; sin embargo, estos casos se dan cuando se modifican los valores de los diferentes parámetros involucrados en el modelo, pero en caso de que se modifiquen los porcentajes de recolección y remanufactura y los demás parámetros se encuentren fijos, la mejor elección siempre es utilizar el esquema individual (Sección 4.2.1 y 4.2.2).

Casos similares al que se acaba de revisar, se presentan con los demás valores de β_1 . Si ahora se observa la columna donde el porcentaje de recolección toma el valor de 0.9, nos encontramos con que en dicha columna sólo un valor de beneficio social es distinto, el cual se obtiene cuando la remanufactura requerida por la política es del 70%.

Cuando se exige una remanufactura menor que el 70%, la solución que genera el modelo matemático está conformada por la misma combinación de posibles valores que acaba de ser mencionada. De la misma forma, debido a que dicha combinación no involucra al porcentaje de remanufactura β_2 , obtiene siempre la misma solución y nos indica que la mayor utilidad se genera cuando se recolecta exactamente lo que exige la política (90%) y se remanufactura todo lo que la posibilidad tecnológica de remanufactura τ_{re} permita (70%). Desde un inicio, el productor de EEE cumple con el 90% de la recolección y adicionalmente remanufactura una cantidad de artículos equivalente al 63% de la cantidad Q (el 70% de x_i^*).

En caso de que la exigencia de remanufactura aumentara al 70%, el productor tiene que recolectar una cantidad mayor de artículos obsoletos para ser capaz de cumplir con lo que se exige. Así, se tiene que la única alternativa es recolectar el 100% (aún cuando el gobierno no lo requiera), ya que de la cantidad de artículos recolectada es posible remanufacturar el 70%, con lo cual puede cumplir con el porcentaje de remanufactura que se solicita. La combinación de posibles valores que genera esta solución, difiere de la que se presentó anteriormente sólo en la expresión que representa a q_n^* . La nueva expresión de la cantidad de producción de artículos nuevos es $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$.

Como se observa en la Tabla 5.15, el beneficio social que se obtiene cuando la exigencia de remanufactura es del 70% (en combinación con cualquier valor de β_1) es el mismo que se genera al exigir un 100% de recolección (en combinación con cualquier valor de β_2), pero es muy importante notar que estos resultados son obtenidos por dos

combinaciones diferentes de posibles valores. El motivo de esto se encuentra al analizar las condiciones que cada combinación de posibles valores debe cumplir para ser factible.

En caso de que la política gubernamental requiera una recolección del 100% ($\beta_1 = 1$) y remanufactura del 70% ($\beta_2 = 0.7$), la combinación cuyo valor para la cantidad de producción de artículos nuevos es $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$, no cumple con una de las condiciones que debe cumplir para ser una combinación factible $\tau_{re}\beta_1 < \beta_2$ (Tabla 3.5 Sección 3.3.3), mientras que en este mismo caso, la combinación que involucra al valor $q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$, cumple con todas las condiciones necesarias (incluyendo la condición $\tau_{re}\beta_1 \geq \beta_2$). Por este motivo, siempre que se exija una recolección del 100% dicha combinación es la que resulta factible.

Entonces, siempre que se requiera remanufacturar una cantidad que equivalga al 70% de la cantidad total de producción, la única opción es recolectar el 100%. Por lo tanto, el nivel de beneficio social cuando $\beta_2 = 0.7$ siempre es el mismo con cualquier valor de β_1 . De la misma forma, siempre que se exija al productor de EEE recolectar el 100%, se obtiene también el mismo beneficio social con cualquier valor de β_2 (Figura 5.27).

Para los demás valores del porcentaje de recolección, nos encontramos con el mismo comportamiento debido a que las combinaciones de posibles valores involucradas en la solución del modelo matemático son las dos combinaciones que se han analizado en esta sección.

Para cada valor de β_1 que se combine con porcentajes pequeños de β_2 , se obtiene la solución del modelo matemático utilizando la combinación $q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$,

$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$. Después, para valores más altos del porcentaje β_2 o

en caso de que los porcentajes de recolección y remanufactura sean iguales, la solución

se encuentra al usar la combinación $q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$, $q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$ y $q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$.

Con estos hallazgos, se concluye el análisis de los efectos en el beneficio social de la interacción de utilizando la función BS_1 .

Recordemos que tal como sucedió en la sección 5.2.1 y 5.2.2, al incrementar los valores de los porcentajes de recolección y remanufactura, las tres funciones presentadas en este capítulo obtienen un mismo comportamiento del beneficio social. Por tal motivo sólo se presentan los resultados obtenidos por BS_1 .

5.5 Conclusiones

A través de este capítulo hemos visto la gran relevancia que tiene la selección de los criterios que se utilizan para intentar estimar el beneficio social que se genera con la implementación de una política gubernamental cuyo objetivo principal es la disminución de los WEEE. Entonces, el beneficio social obtenido depende no sólo de los resultados que se obtienen del modelo matemático que representa la decisión del productor de EEE, sino también dependen de los criterios incorporados en las funciones que miden el beneficio social.

Algo que resulta por demás interesante es el hecho de que en ciertos casos, las diferentes funciones obtienen tendencias de beneficio social iguales, mientras que en otros casos, cada una genera una tendencia distinta. Además, con la incorporación de pesos en dos de las funciones de beneficio social se encontraron distintas tendencias del beneficio generado por la implementación de la política. Adicionalmente, el estudio de la interacción de los porcentajes de recolección y remanufactura nos brinda la oportunidad de conocer con cuáles combinaciones de estos dos porcentajes se obtienen los niveles más altos de beneficio social.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES,

CONTRIBUCIÓN Y TRABAJO

FUTURO

En este trabajo fue posible desarrollar un modelo matemático que representa las decisiones de un productor de EEE que debe cumplir con ciertos requerimientos estipulados en una política ambiental obligatoria. Con la metodología de solución propuesta basada en la teoría de juegos, se obtiene una solución analítica que al ser evaluada con un determinado conjunto de parámetros permite encontrar los valores de las cantidades óptimas de producción, remanufactura, disposición de desechos y recolección de artículos obsoletos con las cuales el productor obtiene la máxima utilidad posible.

Fue posible desarrollar un modelo matemático divisible en dos subproblemas donde cada uno de los subproblemas representa la elección de un esquema de recolección ya

sea el esquema individual o el esquema colectivo. Dichas alternativas son las opciones disponibles que tienen los productores en la Unión Europea para llevar a cabo las actividades de logística inversa. De esta forma, para resolver el modelo matemático general, se debe solucionar cada subproblema, esto permite comparar la rentabilidad de cada esquema de recolección, además de obtener la máxima utilidad para el productor de EEE.

El hecho de obtener expresiones matemáticas que representan los valores óptimos de cada una de las variables de decisión, así como también encontrar las expresiones que representan las cotas inferiores y superiores de cada variable, permitió que en el análisis experimental no solamente se observaran los efectos provocados en la utilidad por el incremento en los diferentes parámetros, sino también hizo posible que se encontraran las razones por las cuales las decisiones tomadas por el productor (al resolver el modelo) son las que producen un mayor nivel de utilidad al mismo tiempo que se cumple con los requerimientos indicados en la política gubernamental.

Además, una vez que se obtiene la solución del modelo para el productor de EEE a través del método propuesto, es posible utilizar un programa de hoja de cálculo para realizar un análisis experimental y estudiar cómo afectan los cambios en los valores de cada parámetro involucrado en dicho modelo. No es necesario ningún modelador algebraico o solver de optimización para obtener resultados numéricos. Así mismo, la estimación del beneficio social se lleva a cabo de la misma forma que el análisis experimental del modelo matemático.

Con el análisis experimental que se llevó a cabo fue posible confirmar el hecho de que la implementación de una política como la Directiva WEEE de la Unión Europea no solamente impacta negativamente la ganancia percibida por los productores de EEE sino también, bajo ciertas condiciones, los productores tienen la posibilidad de beneficiarse de las actividades de reutilización.

Un hallazgo por demás interesante es el hecho de que no siempre un esquema de recolección es más rentable que otro. Dependiendo de los costos y los porcentajes de recolección y reutilización (remanufactura) demandados por el gobierno, en ciertas ocasiones el esquema individual resulta ser la mejor opción. De la misma forma, existen situaciones donde el esquema colectivo de recolección es el más conveniente. Utilizando el análisis experimental fue posible determinar los niveles de cada parámetro del modelo matemático en donde un esquema de recolección es mejor que el otro.

En lo referente a la estimación del beneficio social generado como consecuencia de la implementación de la política del gobierno, se encontró que los niveles de beneficio generados dependen no sólo de las decisiones del gobierno (porcentajes de recolección y reutilización) y la industria, sino además son dependientes de los criterios utilizados para estimarlo.

El cálculo del beneficio social fue realizado a través de tres sencillas funciones aditivas que toman como entrada la solución del modelo matemático. Se analizó para cada parámetro del modelo, el efecto que tienen en el beneficio social los incrementos de los valores de dichos parámetros. Adicionalmente, se logró analizar el comportamiento del beneficio social al incorporar pesos en dos de las funciones presentadas

Se pudo comprobar que al utilizar diferentes funciones para medir el nivel de beneficio social es posible obtener resultados totalmente distintos entre una función y otra pero también se encontró la posibilidad de que tres funciones que incorporan diversos criterios, obtuvieran las mismas tendencias de beneficio social.

Finalmente se estudió el impacto de las decisiones del gobierno en el beneficio social obteniendo resultados que nos permiten concluir que ciertas combinaciones de los porcentajes de recolección y remanufactura generan un mismo nivel de beneficio social que otras. También se consiguió determinar las combinaciones de estos dos porcentajes que producen los niveles más altos de beneficio para la sociedad.

La principal contribución de este trabajo ha sido proveer información valiosa acerca de la interacción entre dos entidades (gobierno e industria) cuyos objetivos están en conflicto. Adicionalmente la metodología de solución propuesta permitió un análisis profundo de las características y la solución del problema estudiado.

Como trabajo futuro se pueden mencionar diversas alternativas como la incorporación de diversas políticas gubernamentales, por ejemplo, el subsidio por parte del gobierno en los artículos remanufacturados o la implementación de sistemas de depósito-reembolso.

Así mismo, se puede extender el modelo matemático a un modelo de múltiples periodos donde en los primeros periodos no se implemente la política o se demanden porcentajes pequeños de recolección y reutilización y en los periodos posteriores se aplique una política más estricta.

Una opción más es analizar el caso donde un productor de EEE fabrique diversos tipos de productos y para algunos productos prefiera llevar a cabo la recolección y reutilización por sí mismo, mientras que para otros productos decida unirse a un esquema colectivo.

Finalmente se puede considerar una función de precio distinta a la que fue utilizada en el presente estudio.

BIBLIOGRAFÍA

Bertsekas D., *Nonlinear Programming*. Athenas Scientific, 1999.

Dyckhoff Harald, Whybark D Clay, “The expansion of supply chains to closed loop systems: a conceptual framework and the automotive industry’s point of view”, *Supply Chain Management and Reverse Logistics*, 2004, pp. 13-34.

European Parliament, “Directive 2002/96/EC of the European Parliament and of the Council of 27 January 2003 on waste electrical and electronic equipment (WEEE)”, Joint declaration of the European Parliament, Official Journal L 037, 2003.

Fernández Isabel y Kekäle Tauno, “The influence of modularity and industry clockspeed on reverse logistics strategy: implications for the purchasing function”, *Journal of Purchasing and Supply Management*, Num 11, 2005, pp. 193-205.

Ferrer Geraldo y Whybark D Clay, “The economics of remanufacturing”, *Business Aspects of Closed-Loop Supply Chains: Exploring the Issues*, International Management Series, The Carnegie Bosch Institute, Vol. 2, 2001, pp. 317-353.

Ferrer Geraldo, Swaminathan Jayashankar M., “Managing new and remanufactured products”, *Management Science Informs*, Vol. 52, Num 1. 2006, pp. 15-26.

Flapper Simme Douwe P., “Product recovery strategies”, *Business Aspects of Closed-Loop Supply Chains: Exploring the Issues*, International Management Series, The Carnegie Bosch Institute, Vol. 2, 2001, pp. 71-92.

Fleischmann Moritz, “Reverse logistics network structures and design” *Business Aspects of Closed-Loop Supply Chains: Exploring the Issues*, International Management Series, The Carnegie Bosch Institute, Vol. 2, 2001, pp. 117-148

GAO, United States Government Accountability Office, “Electronic waste: Strengthening the role of the federal government in encouraging recycling and reuse”, 2005.

Gravelle Hugh y Rees Ray, *Microeconomía*, 3a Edición, 2006, pp. 733-756.

Guide V. Daniel R. Jr., “Managing product returns for remanufacturing” *Business Aspects of Closed-Loop Supply Chains: Exploring the Issues*, International Management Series, The Carnegie Bosch Institute, Vol. 2, 2001, pp. 355-379.

Guide V. Daniel R. Jr. y Van Wassenhove Luk N., “Business aspects of closed-loop supply chains” *Business Aspects of Closed-Loop Supply Chains: Exploring the Issues*, International Management Series, The Carnegie Bosch Institute, Vol. 2, 2001, pp. 17-42.

Hammond David y Beullens Patrick, “Closed-loop supply chain network equilibrium under legislation”, *European Journal of Operational Research*, Num. 183, 2007, pp. 895-908.

Hendrickson Chris, Matthews H. Scott, Cagan Jonathan y McMichael Francis C., “Design Engineering”, *Business Aspects of Closed-Loop Supply Chains: Exploring the Issues*, International Management Series, The Carnegie Bosch Institute, Vol. 2, 2001, pp. 291-314.

Hicks C., Dietmar R. y Eugster M., “The recycling and disposal of electrical and electronic waste in China – legislative and market responses”, *Environmental Impact Assessment Review*, Num. 25, 2005, pp. 459-471.

Jacobs Brian W. y Subramanian Ravi, “Sharing responsibility for product recovery across the supply chain”, working paper, Georgia Institute of Technology - College of Management, 2007.

Kato Satoru y Kimura Fumihiko, "The Present Situation of Household Electric Appliances Recycling in Japan and the Significance of its Rental Business", *Proc. of 6th Japan-France Congress on Mechatronics and 4th Asia-Europe Congress on Mechatronics, Saitama*, 2003, pp. 229-233.

Krikke Harold, Le Blanc Ieke and Van de Velde Steef, “Product modularity and the design of closed-loop supply chains, *California Management Review*, Vol. 46, Num. 2, 2004, pp. 23-39.

Krumwiede Dennis W. y Sheu Chwen, “A model for reverse logistic entry by third-party providers”, *Omega the International Journal of Management Science*, Num. 30, 2002, pp. 325-333.

Lasdon Leon S., *Optimization Theory for Large Systems*, Dover Publications, Inc, 2002 pp. 64-73.

Porte M. S. y Jianxin Yang, “WEEE recycling in China. Present situation and main obstacles for improvement”, *Proceedings of the 2007IEEE International Symposium on Electronics and the Environment*”, 2007, pp. 40-45.

Rogers Dale S. y Tibben-Lembke Ronald S., *Going Backwards: Reverse Logistics Trends and Practices*, Nevada, Reno: Reverse Logistics Executive Council, 1999.

Roman Moguel Guillermo J., “Diagnóstico sobre la generación de basura electrónica en México”, *Instituto Politécnico Nacional, Centro Interdisciplinario de Investigaciones y Estudios sobre Medio Ambiente y Desarrollo*, 2007.

Savage Matthew, “Implementation of waste electric and electronic equipment Directive in EU 25”, *Institute for Prospective Technological Studies-European Commission*, 2006.

Savaskan R. Canan, Bhattacharya Shantanu y Van Wassenhove Luk N., “Closed-loop supply chain models with product remanufacturing”, *Management Science Informs*, Vol. 50, Num. 2, 2004, pp. 239-252.

Savaskan R. Canan y Van Wassenhove Luk N., “Reverse channel design: The case of competing retailers”, *Management Science Informs*, Vol. 52, Num. 1, 2006, pp. 1-14.

Schultmann Frank, Zumkeller Moritz y Rentz Otto, “Integrating spent products’ material into supply chains: the recycling of end-of-life vehicles as an example”, *Supply Chain Management and Reverse Logistics*, 2004, pp. 35-59.

Spengler Thomas, Stölting Wiebke y Ploog Martin, “Recovery planning in closed-loop supply chains: an activity analysis based approach”, *Supply Chain Management and Reverse Logistics*, 2004, pp. 61-89.

Walls Margaret, “The role of economics in extended producer responsibility: making policy choices and setting policy goals”, *Resources for the Future*, 2003.

Webster Scott y Mitra Supriya, “Competitive strategy in remanufacturing and the impact of take-back laws”, *Journal of Operations Management*, Num. 25, 2007, pp. 1123-1140.

Wilson David C., “Stick or carrot? The use of policy measures to move waste management up the hierarchy”, *Waste Management and Research*, Num. 14, 1996, pp. 385-398.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.2: Decisiones de un productor de EEE.....	2
Figura 2.1: Cadena de suministro de ciclo cerrado para fotocopiadoras.....	11
Figura 2.2: A) Conjuntos convexos, B) Conjuntos no convexos.....	26
Figura 2.3: Función cóncava.....	27
Figura 3.1: Descripción de eventos en el juego secuencial.....	33
Figura 3.2: Proceso de un esquema individual de recolección.....	34
Figura 3.3: Proceso de un esquema colectivo de recolección.....	36
Figura 3.4: Eventos en el juego secuencial Gobierno-Industria.....	39
Figura 3.5: Proceso para determinar las combinaciones factibles.....	56
Figura 3.6: Proceso para evaluar las combinaciones factibles del subproblema P_{II}	63
Figura 3.7: Proceso para encontrar la solución del modelo matemático P	64
Figura 4.1: Comparación de la utilidad que genera cada esquema de recolección cuando $\tau_{re} = 0.7$	71
Figura 4.2: Comparación de la utilidad que genera cada esquema de recolección cuando $\tau_{re} = 0.8$	73
Figura 4.3: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el porcentaje de recolección β_I	76

Figura 4.4: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el porcentaje de remanufactura β_2	82
Figura 4.5: Utilidad generada por cada esquema de recolección y porcentajes observados de x_{ind}^* y q_{re}^* en el esquema individual al incrementarse el porcentaje τ_{re} ...	88
Figura 4.6: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de remanufactura c_{re}	93
Figura 4.7: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de producción de artículos nuevos c	97
Figura 4.8: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de disposición de desechos c_d	101
Figura 4.9: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de recolección en el esquema individual λ_{ind}	105
Figura 4.10: Utilidad generada por cada esquema de recolección al incrementar el costo de recolección en el esquema colectivo λ_{col}	108
Figura 4.11: Utilidad generada por cada esquema de recolección con incrementos pequeños del costo de recolección en el esquema colectivo λ_{col}	110
Figura 5.1: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para β_1	118
Figura 5.2: Tendencia del beneficio social para el incremento de β_1 A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3	119
Figura 5.3: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para β_2	122
Figura 5.4: Tendencia del beneficio social para el incremento de β_2 A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3	124

Figura 5.5: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para τ_{re} .	126
Figura 5.6: Tendencia del beneficio social para el incremento de τ_{re} A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .	127
Figura 5.7: Tendencia de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción al incrementar τ_{re} .	129
Figura 5.8: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para c_{re} .	132
Figura 5.9: Tendencia del beneficio social para el incremento de c_{re} A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .	133
Figura 5.10: Tendencia de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción al incrementar c_{re} .	135
Figura 5.11: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para c .	137
Figura 5.12: Tendencia del beneficio social para el incremento de c A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .	138
Figura 5.13: Tendencia de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción al incrementar c .	139
Figura 5.14: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para c_d .	142
Figura 5.15: Tendencia del beneficio social para el incremento de c_d A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 .	143
Figura 5.16: Tendencia de la cantidad de artículos recolectados con respecto a la cantidad total de producción al incrementar c_d .	145

Figura 5.17: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para λ_{ind} 148

Figura 5.18: Tendencia del beneficio social para el incremento de λ_{ind} A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 149

Figura 5.19: Cantidades resultantes del modelo matemático usando el análisis experimental para λ_{col} 153

Figura 5.20: Tendencia del beneficio social para el incremento de λ_{col} A) Función de beneficio BS_1 B) Función de beneficio BS_2 C) Función de perjuicio PS_3 154

Figura 5.21: Tendencia de la función de beneficio BS_1 cuando: A) se incrementa la relevancia de q_n^* B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* C) se incrementa la relevancia de q_d^* 160

Figura 5.22: Tendencia de la función de beneficio BS_2 cuando: A) se incrementa la relevancia de Q B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de x_i^*/Q 165

Figura 5.23: Tendencia de la función de beneficio BS_1 cuando: A) se incrementa la relevancia de q_n^* B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de q_d^* 168

Figura 5.24: Tendencia de la función de beneficio BS_2 cuando: A) se incrementa la relevancia de Q B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de x_i^*/Q 171

Figura 5.25: Tendencia de la función de beneficio BS_1 cuando: A) se incrementa la relevancia de q_n^* B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de q_d^* 175

Figura 5.26: Tendencia de la función de beneficio BS_2 cuando: A) se incrementa la relevancia de Q B) se incrementa la relevancia de q_{re}^* y C) se incrementa la relevancia de x_i^*/Q 180

Figura 5.27: Beneficio social generado por la función BS_I con la interacción de β_1 y β_2 183

LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1: Posibles valores para q_n^*	47
Tabla 3.2: Posibles valores para q_d^*	50
Tabla 3.3: Posibles valores para q_{re}^*	51
Tabla 3.4: Combinaciones de tipo solución única (primera parte).....	57
Tabla 3.5: Combinaciones de tipo conjunto de soluciones (primera parte).....	59
Tabla 4.1: Porcentajes de recolección y reutilización establecidos en la Directiva WEEE de la Unión Europea.....	67
Tabla 4.2: Soluciones para cada caso incluido en el ejemplo numérico.....	68
$\tau_{re} = 0.7$	71
Tabla 4.3: Soluciones para cada caso cuando $\tau_{re} = 0.8$	72
Tabla 4.4: Análisis experimental para β_1	75
Tabla 4.5: Análisis experimental para β_2	81
Tabla 4.6: Análisis experimental para τ_{re}	86
Tabla 4.7: Análisis experimental para c_{re}	92
Tabla 4.8: Análisis experimental para c	96
Tabla 4.9: Análisis experimental para c_d	100
Tabla 4.10: Análisis experimental para λ_{ind}	104
Tabla 4.11: Análisis experimental para λ_{col}	106

Tabla 4.12: Análisis experimental con incrementos pequeños de λ_{col} .	108
Tabla 5.1: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para β_1 .	117
Tabla 5.2: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para β_2 .	122
Tabla 5.3: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para τ_{re} .	125
Tabla 5.4: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para c_{re} .	131
Tabla 5.5: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para c .	137
Tabla 5.6: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para c_d .	141
Tabla 5.7: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para λ_{ind} .	147
Tabla 5.8: Resultados de las funciones de beneficio social utilizando el análisis experimental para λ_{col} .	152
Tabla 5.9: Resultados de la función BS_1 para β_1 incorporando pesos.	159
Tabla 5.10: Resultados de la función BS_2 para β_1 incorporando pesos.	163
Tabla 5.11: Resultados de la función BS_1 para β_2 incorporando pesos.	166
Tabla 5.12: Resultados de la función BS_2 para β_2 incorporando pesos.	170
Tabla 5.13: Resultados de la función BS_1 para τ_{re} incorporando pesos.	174
Tabla 5.14: Resultados de la función BS_2 para τ_{re} incorporando pesos.	178
Tabla 5.15: Resultados de la función BS_1 para la interacción de β_1 y β_2 .	182

Tabla A1: Combinaciones de tipo no factibles.....204

APÉNDICE A

Este apartado contiene las combinaciones de posibles que pertenecen al conjunto de combinaciones de tipo no factible. Las 18 combinaciones de posibles valores aquí presentadas no pueden proporcionar soluciones factibles del modelo matemático.

Tabla A1: Combinaciones de tipo no factibles (primera parte).

Posibles Valores	Solución	Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible
$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1}{2} \beta_2 (-1 + c_{re} + \lambda_{ind}) + \frac{1}{2} (1 - c_{re} - \lambda_{ind})$	
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$	$q_d^* = \frac{1}{2} \beta_1 (1 - c_{re} - \lambda_{ind}) + \frac{1}{2} \beta_2 (-1 + c_{re} + \lambda_{ind})$	
$q_{re}^* = \frac{1 - (c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^*$	$q_{re}^* = \frac{1}{2} \beta_2 (1 - c_{re} - \lambda_{ind})$	
$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1}{2} (1 - c) + \frac{1}{2} \beta_1 (c - 1)$	
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$	$q_d^* = \frac{\beta_1}{2\tau_{re}} (1 - c) + \frac{1}{2} \beta_1 (c - 1)$	
$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1 - \tau_{re}} \cdot q_d^*$	$q_{re}^* = \frac{1}{2} \beta_1 (1 - c)$	

Continuación de la Tabla A1: Combinaciones de tipo no factibles (segunda parte)

Combinación	Solución	Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible																
$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1}{2}(1-c) + \frac{1}{2}\beta_1(c-1)$		Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible															
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$	$q_d^* = c - c_{re}$			Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible														
$q_{re}^* = \frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^*$	$q_{re}^* = \frac{1}{2}\beta_1(1-c)$				Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible													
$q_n^* = q_d^*$	$q_n^* = -q_n^*$					Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible												
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$	$q_{re}^* = q_n^*$						Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible											
$q_{re}^* = \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$	$q_d^* = q_n^*$							Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible										
$q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$	$q_n^* = q_n^*$								Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible									
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$	$q_{re}^* = q_{re}^*$									Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible								
$q_{re}^* = \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$	$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$										Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible							
$q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$	$q_n^* = q_n^*$											Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible						
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$	$q_d^* = \frac{\beta_1(\tau_{re} - 1)}{\tau_{re}\beta_1 - 1} q_n^*$												Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible					
$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$	$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}\beta_1}{1-\tau_{re}\beta_1} q_n^*$													Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible				
$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} q_{re}^*$														Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible			
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$	$q_d^* = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_2} q_{re}^*$															Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible		
$q_{re}^* = \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$	$q_{re}^* = q_{re}^*$																Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible	
$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} q_{re}^*$																	Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^*(\beta_1 - 1)$	$q_d^* = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_2} q_{re}^*$																	
$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	$q_{re}^* = q_{re}^*$	Combinaciones cuya solución no cumple con las condiciones necesarias o no tiene rango factible																

Continuación de la Tabla A1: Combinaciones de tipo no factibles (tercera parte)

Combinación	Combinación	Combinaciones que no tienen solución
$q_n^* = q_d^*$	$q_n^* = q_d^*$	
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	
$q_{re}^* = \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$	$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	
$q_n^* = q_d^*$	$q_n^* = \frac{1-\beta_1}{\beta_1} \cdot q_{re}^* + \frac{q_d^*}{\beta_1}$	
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$	$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	
$q_{re}^* = \frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^*$	$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	
$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1-c}{2} - q_{re}^*$	
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$	
$q_{re}^* = \frac{1-(c_{re} + \lambda_{ind})}{2} - q_n^*$	$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	
$q_n^* = q_d^*$	$q_n^* = q_d^*$	
$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$	$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$	
$q_{re}^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_2} \cdot q_n^*$	$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$	
$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$	$q_n^* = \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \cdot q_{re}^*$	
$q_d^* = \frac{1-\tau_{re}}{\tau_{re}} \cdot q_{re}^*$	$q_d^* = \beta_1 q_n^* + q_{re}^* (\beta_1 - 1)$	
$q_{re}^* = \frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot q_n^* - \frac{q_d^*}{1-\beta_1}$	$q_{re}^* = \frac{\tau_{re}}{1-\tau_{re}} \cdot q_d^*$	

AUTOBIOGRAFÍA

ENID TREVIÑO RODRÍGUEZ

Candidata para el grado de maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas
Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis

**“EFECTOS DE LAS POLÍTICAS DEL GOBIERNO EN OPERACIONES DE
LOGÍSTICA INVERSA”**

Nacida en Monterrey, Nuevo León. Hija del Sr. Héctor Jaime Treviño Villarreal y la Sra. Guillermina Rodríguez Quiroga. Graduada en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la UANL como Ingeniero Administrador de Sistemas (2000-2005). Inició sus estudios de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Sistemas en Enero de 2006 con el apoyo del Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas y una beca de manutención otorgada por el CONACYT. En Noviembre de 2007 resultó ganadora del “Student Paper Contest” en la 12ª Conferencia Anual Internacional de Ingeniería Industrial (The 12th Annual International Conference on Industrial Engineering Theory, Applications and Practice), llevada a cabo en Cancún Quintana Roo, México.