

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES



**SISTEMA COMPATIBLE DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN COMERCIAL
PARA *Pinus teocote* Schiede ex Schtdl. & Cham. EN EL SUR DE NUEVO
LEÓN**

POR

ING. BULMARO AVENDAÑO LÓPEZ

Como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS FORESTALES

MAYO, 2021

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES



**SISTEMA COMPATIBLE DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN COMERCIAL
PARA *Pinus teocote* Schiede ex Schtdl. & Cham. EN EL SUR DE NUEVO
LEÓN**

POR

ING. BULMARO AVENDAÑO LÓPEZ

Como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS FORESTALES

MAYO, 2021

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES



**SISTEMA COMPATIBLE DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN COMERCIAL
PARA *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham. EN EL SUR DE NUEVO
LEÓN**

Tesis

Como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS

PRESENTADA POR

ING. BULMARO AVENDAÑO LÓPEZ

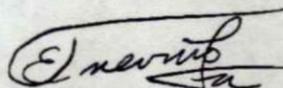
Dr. Eduardo Javier Treviño Garza
Director

Dr. Javier Jiménez Pérez
Codirector
Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón
Asesor
Dr. Gerónimo Quiñonez Barraza
Codirector externo

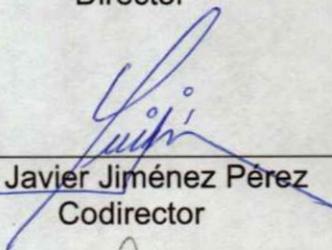
MAYO, 2021

**SISTEMA COMPATIBLE DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN COMERCIAL
PARA *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham. EN EL SUR DE NUEVO
LEÓN**

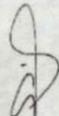
Aprobación de Tesis



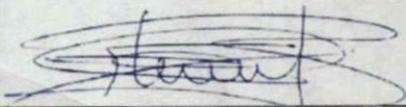
Dr. Eduardo Javier Treviño Garza
Director



Dr. Javier Jiménez Pérez
Codirector



Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón
Asesor



Dr. Gerónimo Quiñonez Barraza
Codirector externo

MAYO, 2021

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico para la realización de mis estudios de maestría.

A la Facultad de Ciencias Forestales (FCF) de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL) por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de maestría.

Al Dr. Eduardo Javier Treviño Garza por dirigir este trabajo de investigación, por su asesoría, motivación, comentarios y sugerencias.

Al Dr. Javier Jiménez Pérez y Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón por formar parte de mi comité de tesis, por sus sugerencias y consejos para la mejora del presente trabajo de investigación.

Al Dr. Gerónimo Quiñonez Barraza, por sus valiosos comentarios, sugerencias y apoyo para la mejora y enriquecimiento del presente trabajo.

A la M.C. Angelina Bautista Cruz y al Dr. Rigoberto González Cubas por su amistad, apoyo, sugerencias y motivación durante mi estancia en la facultad.

Al Técnico Humberto Alonso López Alejandro por su apoyo para la toma de datos en campo.

A mis amigos y compañeros de posgrado, Nacho, Fabián, Selena, Karla, Daniel, Denis, Francisco, Sandra, Felipe, María, Blanca y Deisy.

*Dedico esta tesis con todo mi amor y cariño a mi madre Antonía,
por su motivación y apoyo constante.*



CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS	i
ÍNDICE DE FIGURAS.....	ii
RESUMEN.....	iii
ABSTRACT.....	iv
1. INTRODUCCIÓN	1
2. JUSTIFICACIÓN.....	2
3. HIPÓTESIS.....	2
4. OBJETIVOS.....	2
4.1 Objetivo general	2
4.2 Objetivos específicos	2
5. ANTECEDENTES.....	3
5.1 Funciones de ahusamiento	3
5.1.1 Clasificación de funciones de ahusamiento	3
5.2 Ecuaciones de volumen	4
5.3 Sistema compatible de ahusamiento-volumen.....	5
5.4 Métodos de ajuste	5
5.4.1 Mínimo cuadrado ordinarios (MCO).....	5
5.4.2 Máxima verosimilitud con Información Completa (FIML)	6
5.4.2 Regresión aparentemente no relacionada (SUR).....	6
5.5 Tablas de volumen	6
5.6 Descripción de la especie.....	7
6. MATERIALES Y MÉTODOS.....	10
6.1 Descripción del área de estudio	10
6.1.1 Hidrología.....	10
6.1.2 Precipitación.....	11
6.1.3 Clima.....	11
6.1.4 Fisiografía.....	11
6.1.5 Uso de suelo y vegetación.....	12
6.2 Muestreo y medición de variables	14
6.3 Tamaño de muestra	15

6.4 Medición de variables.....	15
6.5 Cubicación.....	15
6.6 Detección de datos atípicos	16
6.7 Funciones segmentadas de ahusamiento.....	16
6.8 Ajuste de modelos.....	18
6.8.1 Estimación de parámetros y selección de mejor función de ahusamiento.....	18
6.8.2 Ajuste simultáneo de Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial.....	19
6.8.3 Corrección de autocorrelación y heterocedasticidad.....	19
6.9 Elaboración de tabla de volumen con distribución de productos.....	21
7. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	24
7.1 Descripción de la base de datos	24
7.2 Auditoria de la base de datos	24
7.3 Ajuste de ecuaciones	25
7.3.1 Ajuste funciones de ahusamiento.....	25
7.3.2 Ajuste del sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial	26
7.3.2.1 Corrección de autocorrelación y heterocedasticidad.....	29
7.4 Análisis del sistema compatible seleccionado.....	33
7.5 Tabla de volumen con distribución de productos con el sistema de Fang <i>et al.</i> (2000).....	35
8. CONCLUSIONES	38
9. BIBLIOGRAFÍA.....	39

ÍNDICE DE TABLAS

Cuadro 1. Uso de suelo y vegetación UMAFOR 1901.....	12
Cuadro 2. Uso de suelo y vegetación UMAFOR 1902.....	13
Cuadro 3. Funciones segmentadas de ahusamiento.....	16
Cuadro 4. Estadísticos descriptivos de la muestra.	24
Cuadro 5. Valores de los parámetros estimados de las funciones segmentadas para <i>Pinus teocote</i>	25
Cuadro 6. Estadísticos de ajuste y calificaciones de acuerdo con Sakici <i>et al.</i> (2008).	26
Cuadro 7. Valores de los estadísticos y parámetros estimados del sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial de Fang <i>et al.</i> (2000).	28
Cuadro 8. Prueba de Durbin-Watson para el modelo de Fang <i>et al.</i> (2000) sin y con la adición de modelo en tiempo continuo.	29
Cuadro 9. Tabla de volumen con distribución de productos	36
Cuadro 10. Tabla de volumen total.	36

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. <i>Pinus teocote</i>	8
Figura 2. Cono y hojas.....	9
Figura 3. Distribución.....	9
Figura 4. Mapa de localización del área de estudio.....	10
Figura 5. Representación gráfica de la toma de datos para las diferentes secciones.....	15
Figura 6. Localización de diámetros comerciales (izquierda), clasificación de productos (derecha).....	23
Figura 7. Gráfico de Altura relativa vs diámetro relativo (izquierda), y Altura vs volumen acumulado (derecha).....	24
Figura 8. Residuales generados por el sistema de Fang <i>et al.</i> (2000) frente a residuos con uno y dos retardos, sin estructura autorregresiva del error (gráficos superiores) y con estructura autorregresiva del error (gráficos inferiores).....	30
Figura 9. Volumen predicho vs Volumen residual (sin corrección por heterocedasticidad a la izquierda, y con corrección a la derecha).....	31
Figura 10. Gráficos de Diámetro observado vs predicho (izquierda), Volumen observado vs predicho (derecha).....	31
Figura 11. Perfiles fustales (izquierda) y volúmenes comerciales (derecha) a partir del sistema de Fang <i>et al.</i> (2000).....	34
Figura 12. Volumen total observado y predicho.....	34
Figura 13. Distribución de productos en porcentaje.....	37

RESUMEN

La estimación de volumen fustal o comercial, es una herramienta básica de los inventarios forestales. En el presente trabajo de investigación tuvo como objetivo desarrollar un sistema de cubicación a nivel árbol para *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham. integrado por modelos de volumen comercial variable y volumen total generados a partir de funciones de segmentadas de ahusamiento en el Sur de Nuevo León. Para ello, se emplearon datos provenientes de 89 árboles medidos con el dendrómetro digital Criterion RD 1000®, a cada árbol se le tomó medidas como son: diámetro a la altura del pecho (D) y altura total (HT), para cada sección se midió el diámetro con corteza (d) y alturas de cada sección en metros (h), las mediciones se realizarán desde la base a la altura del tocón (hb), las secciones posteriores fueron a 0.3 m, 0.6 m, 1 m, 1.3 m, 2 m, y las demás mediciones fueron cada 2 metros, hasta llegar a la punta. Se ajustaron tres funciones de ahusamiento segmentadas Max y Burkhart (1976), Parresol, Hotvedt y Cao (1987) y Fang, Borders y Bailey (2000), resultando esta última la que mejor describe el ahusamiento de la especie. Posteriormente se procedió al ajuste simultáneo del sistema compatible de Fang *et al.* (2000) mediante la técnica de Máxima verosimilitud con información completa (FIML) y Regresión aparentemente no relacionada (SUR) con fines comparativos en el programa estadístico SAS. Se realizó la corrección por autocorrelación y heterocedasticidad, resultando el sistema ajustado bajo la técnica de FIML el más preciso para describir el ahusamiento y estimar volumen comercial. Por último, se elaboró una tabla de volumen con distribución de productos.

Palabras clave: Volumen comercial, sistema compatible

ABSTRACT

The estimation of stem volume or merchantable volume is a basic tool of forest inventories. The objective of this research work was to develop a tree-level cubing system for *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham. composed of models of variable merchantable volume and total volume generated from taper segmented functions in the South of Nuevo León. For this, data from 89 trees measured with the Criterion RD 1000® digital dendrometer were used, measurements were taken from each tree such as: diameter at breast height (D) and total height (HT), for each section the diameter with bark (d) and heights of each section in meters (h) were measured, the measurements were taken from the base to the height of the stump (hb), the subsequent measurements were at 0.3 m, 0.6 m, 1 m, 1.3 m, 2 m, and the other measurements were every 2 meters, until reaching the tip. Three segmented taper functions were adjusted: Max and Burkhart (1976), Parresol, Hotvedt and Cao (1987) and Fang, Borders and Bailey (2000), the latter being the one that best describes the taper of the species. Subsequently, we proceeded to the simultaneous adjustment of the compatible system of Fang *et al.* (2000) adjusted using the technique of Full Information Maximum likelihood (FIML) and Seemingly Unrelated Regression (SUR) for comparative purposes in the SAS statistical program. Correction for autocorrelation and heteroscedasticity was performed, resulting in the adjusted system under the FIML technique being the most accurate to describe the taper and estimate merchantable volume. Subsequently, a volume table with product distribution was made.

Keywords: Merchantable volume, compatible system.

1. INTRODUCCIÓN

El Estado de Nuevo León cuenta con una superficie de 6,361,021.0 hectáreas: solo el 66.32 % es forestal. Las zonas semiáridas ocupan el 45.7% y las zonas áridas 35.2% de la superficie forestal, por otro lado, se tiene que los bosques de coníferas, coníferas y latifoliadas, y latifoliadas ocupan 4.5, 5.5 y 5.1 % de la superficie forestal del estado (Capo-Arteaga *et al.*, 2007). En Nuevo León se reconocen 15 de las 41 especies que se distribuyen en México (Eckenwalder, 2009). El volumen es la forma para cuantificar la madera en árboles y rodales a nivel mundial. El volumen del rodal es igual a la sumatoria de todos los volúmenes de los árboles en pie dentro de él (Da Cuhna, Vargas-Muñoz y Escalier-Hinojosa, 2009). La estimación del volumen es a través de la dendrometría e inventario forestales, donde a través de una muestra objetivamente seleccionada y cuidadosamente medida, permite estimar el volumen de los árboles sobre la base de mediciones simples. Una herramienta de gran utilidad son las funciones de volumen que originan ecuaciones, con las cuales se formulan tablas de volumen (Prodan, Peters, Cox y Real, 1997). De acuerdo con información de la SEMARNAT (2014), el Estado de Nuevo León cuenta con una superficie forestal de 4,205,457.6 hectáreas, lo que equivale al 66.2% del territorio estatal. En el año 2015 la producción forestal maderable del estado de Nuevo León fue de 6,447 m³r de pino, 439 m³r de oyamel, 182 m³r de encino y 1550 m³r de comunes tropicales (SEMARNAT, 2015). En el año 2016, la producción forestal maderable en el estado de Nuevo León fue de 4,198 m³r de pino, 410 m³r de otras coníferas, 357 m³r de encino y 939 m³r de comunes tropicales (SEMARNAT, 2016). En el año 2017 la producción forestal maderable en el Estado fue de 7,370 m³r de pino, 29 m³r de otras coníferas, 699 m³r de encino, y 10,072 m³r de otras especies comunes tropicales. Se tenía un volumen total autorizado de 634,137 m³vta en 39041.0 hectáreas (SEMARNAT, 2017). El aprovechamiento maderable ha sido de gran importancia para los dueños y poseedores del bosque, debido a los beneficios que proporcionan, por lo que es importante estimar de manera precisa las existencias volumétricas que permitan

la planificación del aprovechamiento sustentable (Diéguez-Aranda, Barrio-Anta, Castedo-Dorado y Balboa-Murias, 2003).

2. JUSTIFICACIÓN

La estimación de la existencia maderable de un bosque es una de las tareas más importantes para los prestadores de servicios técnicos forestales. A veces, no solo es indispensable conocer el volumen total, sino la clasificación de productos (escuadría, chapa, celulósicos, etc.). Por lo tanto, el presente trabajo de investigación tiene como objetivo el desarrollo de un sistema de cubicación para *Pinus teocote*, que brindará las herramientas necesarias a los prestadores de servicios técnicos para la toma de decisiones en la gestión de los recursos forestales.

3. HIPÓTESIS

Las funciones de ahusamiento del tipo segmentado predicen con alto grado de confiabilidad el volumen comercial y total para árboles individuales.

4. OBJETIVOS

4.1 Objetivo general

Desarrollar un sistema de cubicación a nivel árbol para *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham. integrado por modelos de volumen comercial variable y volumen total generados a partir de funciones segmentadas de ahusamiento en el Sur de Nuevo León.

4.2 Objetivos específicos

- Ajustar tres funciones segmentadas de ahusamiento, seleccionar la mejor y ajustar simultáneamente con su función de volumen comercial.
- Generar una tabla de volumen con distribución de productos.

5. ANTECEDENTES

5.1 Funciones de ahusamiento

El término ahusamiento hace referencia a la disminución de diámetro conforme aumenta la altura del fuste. Una función de ahusamiento es una expresión matemática que describe el perfil del fuste (Clutter, Fortson, Pienaar, Brister y Bailey, 1983; Gray, 1956). Las funciones de ahusamiento fueron introducidas por primera vez por Höjer (1903) citado por Edward Behre (1923) en un intento por describir el perfil del fuste, y desde entonces ha sido un tema de interés para los forestales (Barrio-Anta, Diéguez-Aranda, Castedo-Dorado, Álvarez-González y Gadow, 2007).

Las funciones de ahusamiento estiman el diámetro a cualquier altura del fuste, volumen total del fuste, volumen y altura comercial a cualquier diámetro o a una altura límite (Kozak, 2004). Las funciones de ahusamiento se pueden usar para derivar ecuaciones de volumen mediante integración cuando la ecuación se gira alrededor del eje longitudinal de un árbol (Bruce, Curtis y Vancoevering, 1968). El desarrollo de una ecuación de volumen a partir de una función de ahusamiento se basa en la capacidad de estimar el diámetro a determinada altura desde el nivel del suelo, y mediante la aplicación de una integral definida se puede obtener el volumen entre dos alturas en el fuste del árbol (Barrio-Anta *et al.*, 2007).

En los últimos años se han desarrollado ecuaciones para describir el perfil del fuste de los árboles, los cuales han sido aquellos que se basan en proporciones, estructuras trigonométricas y modelos polinomiales segmentados (Pompa-García, Corral-Rivas, Díaz-Vásquez y Martínez-Salvador, 2009).

5.1.1 Clasificación de funciones de ahusamiento

De acuerdo con Mentol (2001) las funciones de ahusamiento se pueden agrupar en las siguientes categorías: i) Funciones individuales, ii) Modelos de ahusamiento segmentados, iii) ecuaciones de ahusamiento de exponente o forma variable.

Las funciones individuales incluyen la forma de funciones polinómicas que representan todo el tronco con una sola función continua. Un ejemplo es el de Bruce *et al.* (1968).

Los modelos segmentados fueron introducidos por Max & Burkhart (1976), la ventaja que tienen estos modelos es un menor sesgo en estimaciones del diámetro comparándolos con los modelos simples, aunque para estimar el valor de los parámetros es más complicada, y las derivaciones de fórmulas de volumen o altura comercial es más complejo o no existen (Kozak, 1988). Estos modelos se componen de dos o más submodelos injertados que describen las secciones del fuste, neilóide en la parte basal, parabolóide en la sección media, y cono en la zona superior del fuste (Gallant y Fuller, 1973; Roman de la vega y Ramírez-Maldonado, 2010).

Algunos ejemplos de modelos segmentado son los desarrollados por Max & Burkhart (1976), Cao *et al.* (1980), Parresol *et al.* (1987), Zepeda-Bautista & Domínguez-Pereda (1997), Fang *et al.* (2000) y Zang *et al.* (2002).

Kozak (1988) introdujo los modelos de exponente variable, los cuales describen al igual que los segmentados las diferentes formas del fuste, la diferencia es que se realiza a través de una única ecuación. Comparando con las funciones individuales o simples y los modelos segmentados, los modelos de exponente variable tienen una buena flexibilidad de adaptación a diferentes especies y suelen proporcionar los menores sesgos y la mayor precisión en las estimaciones de diámetros a diferentes alturas. Sin embargo, algunos modelos tienen dos desventajas: i) no pueden ser integrados para calcular el volumen, ii) no permite calcular la altura comercial para un diámetro límite (Kozak, 2004; Newnham, 1992).

5.2 Ecuaciones de volumen

La estimación de volumen a través de inventarios forestales ha causado inseguridad, debido a las distintas condiciones ambientales del sitio donde se

desarrollan las especies, por consecuencia, se generan distintas formas del fuste, y por lo tanto, diferentes volúmenes a pesar de que tengan el mismo diámetro (Muñoz-Flores, Madrigal-Huendo, Aguilar-Ramírez, García-Magaña y Lara-Rubio, 2003).

Un árbol consta de cuatro partes: raíces, el tocón, el tronco o fuste y las ramas. La parte más importante desde el punto de vista comercial es el fuste. Los fustes de los árboles no tienen la forma de un cuerpo geométrico perfecto, sin embargo, se recurre a tipos dendrométricos para determinar su volumen (Roman de la vega y Ramírez-Maldonado, 2010).

Algunas herramientas como los modelos de cubicación y crecimiento son fundamentales para planear de manera económica y rápida de las actividades que implican el manejo forestal maderable (Prodan *et al.*, 1997). La estimación de volumen fustal total o comercial del arbolado, es una herramienta básica de los inventarios forestales, debido a su importancia en la planeación del manejo forestal (Corral-Rivas y Návar-Cháidez, 2009).

5.3 Sistema compatible de ahusamiento-volumen

La compatibilidad entre las funciones de ahusamiento y volumen fue desarrollado por Demaerschalk (1972), y hace referencia a que el volumen obtenido por la integración de un modelo de ahusamiento que contempla desde la base del árbol hasta su ápice debe ser igual al volumen estimado con una tarifa de cubicación del volumen total (Clutter, 1980; Demaerschalk, 1972; Özçelik y Cao, 2017; Prodan *et al.*, 1997). La ecuación de volumen total es fácil de emplear cuando no se requiere la clasificación del volumen en tamaños comerciales (Barrio-Anta *et al.*, 2007).

5.4 Métodos de ajuste

5.4.1 Mínimo cuadrado ordinarios (MCO)

El ajuste de un sistema compatible de ahusamiento-volumen puede darse mediante MCO, o como un sistema de ecuaciones simultáneas (Cruz-Cobos, De

los Santos-Posadas y Valdez-Lazalde, 2008). Una desventaja que tiene es que se tiene que decidir si se minimiza el error en la ecuación de ahusamiento o en el volumen comercial, pero no en ambas (Fang *et al.*, 2000).

5.4.2 Máxima verosimilitud con Información Completa (FIML)

Al ajustar los sistemas de ecuaciones mediante el método de Máxima Verosimilitud con Información Completa y Regresión Aparentemente No Relacionada (SUR, por sus siglas en inglés) dan como resultado estimadores de los parámetros consistentes, debido a que ajustan el ahusamiento y el volumen acumulado de forma simultánea, minimizando los errores (Fang *et al.*, 2000).

5.4.2 Regresión aparentemente no relacionada (SUR)

La técnica SUR, también conocida como Mínimos Cuadrados Generalizados Conjuntos, y es una generalización del método MCO para un sistema de ecuaciones. El método SUR asume que todas las variables regresoras son independientes, y usa la correlación entre los errores de diferentes ecuaciones, es decir, $cov(e_i, e_j) \neq 0$ para los pares de i y de j para mejorar la eficiencia de las estimaciones (Álvarez-González, Rodríguez-Soalleiro y Rojo-Alboreca, 2007).

5.5 Tablas de volumen

El término tabla de volumen hace referencia a una expresión tabulada que establece el volumen de los árboles de acuerdo con una o más dimensiones que sean fáciles de medir, como el diámetro normal, la altura y la forma. Son de gran importancia debido a que constituyen el fundamento de los inventarios forestales, los que a su vez son los cimientos de la silvicultura y programas de manejo forestal sustentable (Roman de la vega y Ramírez-Maldonado, 2010).

Las ecuaciones de volumen y las tablas de volumen permiten conocer el volumen mediante variables dasométricas fáciles de medir (diámetro normal) y altura total del árbol (H) de manera confiable y realizar un manejo sostenible de los recursos forestales maderables (Muñoz-Flores *et al.*, 2003).

Existen siete criterios en los que se apoya la gran mayoría de las clasificaciones:

- **Número de variables consideradas**
 Cuando se emplea una variable (diámetro normal) se da lugar a lo que se conoce como tabla local de volumen, tarifa o tabla de una entrada, cuando se emplean dos variables (diámetro normal y altura) se le conoce como tabla estándar o tabla de doble entrada, y las tablas de forma, que además del diámetro normal y altura, emplean un indicador de forma.
- **Procedimiento de construcción.**
- **Extensión geográfica del área de aplicación**
 Existen tablas de volumen regionales y locales.
- **Unidades en que se construye**
 Pueden ser tablas de volumen en metros cúbicos, pies-tabla o en otra unidad de volumen.
- **Cantidad de volumen individual de árboles en que se basan:**
 pueden ser de fuste limpio, fuste total, comercial o total.
- **Tipo de material taxonómico que interviene**
 Puede ser aplicada a una especie (tabla específica) o para varias especies (tablas compuestas).
- **Aplicación a árboles individuales o masas arboladas** (Carrillo-Anzures, Becerra-Luna, Tenorio-Galindo y Acosta-Mireles, 2004; Prodan *et al.*, 1997; Roman de la vega y Ramírez-Maldonado, 2010).

Las ecuaciones o tablas de volumen se tienen que actualizar después de un aprovechamiento maderable debido al cambio de la estructura arbórea, la densidad y composición de las especies en las masas forestales presentes, lo que genera incertidumbre en la estimación del volumen (Ramos-Uvilla *et al.*, 2014).

5.6 Descripción de la especie

Es un árbol mediano con altura que oscila de 10 a 20 metros de altura (Eguiluz, 1982; Perry, 1991). Cuenta con un fuste recto, y con copa redondeada en árboles

maduros, y piramidal en árboles jóvenes(Perry, 1991). La corteza es grisácea por fuera y anaranjada o amarilla por dentro, se divide en placas longitudinales.



Figura 1. *Pinus teocote*.

La madera es dura, pesada y resinosa. La albura es de color amarillo pálido y el duramen, ligeramente oscuro. Se utiliza generalmente para la construcción, durmientes, puntales para minería, postes y leña.

Presenta hojas perennifolias, rígidas, erectas, en fascículos de 3, miden de 6-18 cm de largo, y 0.8-1.5 mm de ancho, además de márgenes aserrados (Perry, 1991).

Las yemas son cilíndricas, más o menos resinosas. Los amentos masculinos tienen ensanchamientos largamente cilíndricos en la base.

Sus conos maduran en invierno, son dehiscentes (Eguiluz, 1982), los conos tienen forma ovoide, y su tamaño va de 3 a 6 cm de largo, y de 2 a 3.5 cm de ancho, tienen una posición comúnmente reflejada, y un color ocre o rojizo, y sus

semillas son aladas, triangular de 3 a 4 mm de largo, y de 2 a 3 mm de ancho y son de color café oscuro, el ala mide de 12 a 16 mm de largo(Perry, 1991).



Figura 2. Cono y hojas.

Con respecto a su distribución, la especie se extiende a lo largo de la Sierra Madre Oriental, desde Chihuahua a Chiapas, y desde Coahuila, Nuevo León hasta Hidalgo, Estado de México y Puebla (Eguiluz, 1982).

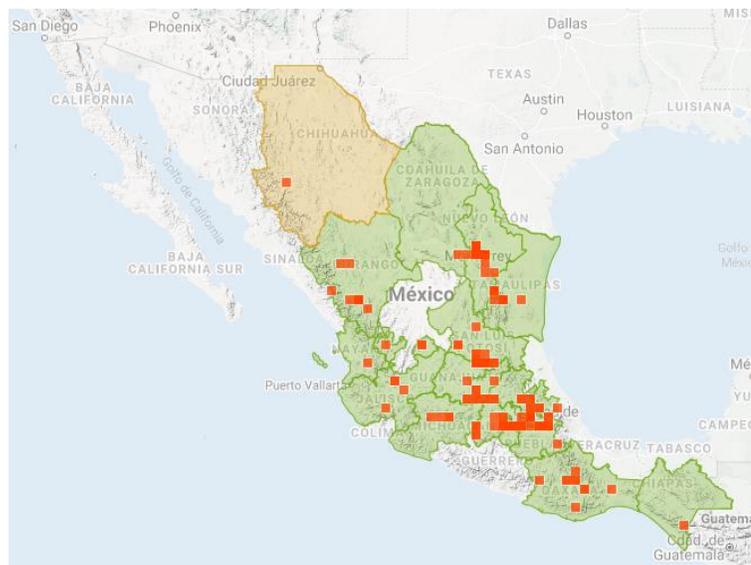


Figura 3. Distribución.

6. MATERIALES Y MÉTODOS

6.1 Descripción del área de estudio

El área de estudio se localiza en el Centro-Sur del Estado de Nuevo León, en ejidos pertenecientes a las Unidades de Manejo Forestal (UMAFOR) 1901 Y 1902.X

La UMAFOR 1901 Sur, tiene una superficie de 1,710,836.6 hectáreas, y pertenecen los Municipios de Aramberri, Doctor Arroyo, Galeana, General Zaragoza y Mier y Noriega.

Por otro lado, la UMAFOR 1902 Centro-Sur cuenta con una superficie de 1,053,940.13 hectáreas, y sus Municipios son: Allende, Cadereyta Jiménez, General Terán, Hualahuises, Iturbide, Juárez, Linares, Montemorelos, Rayones y Santiago.

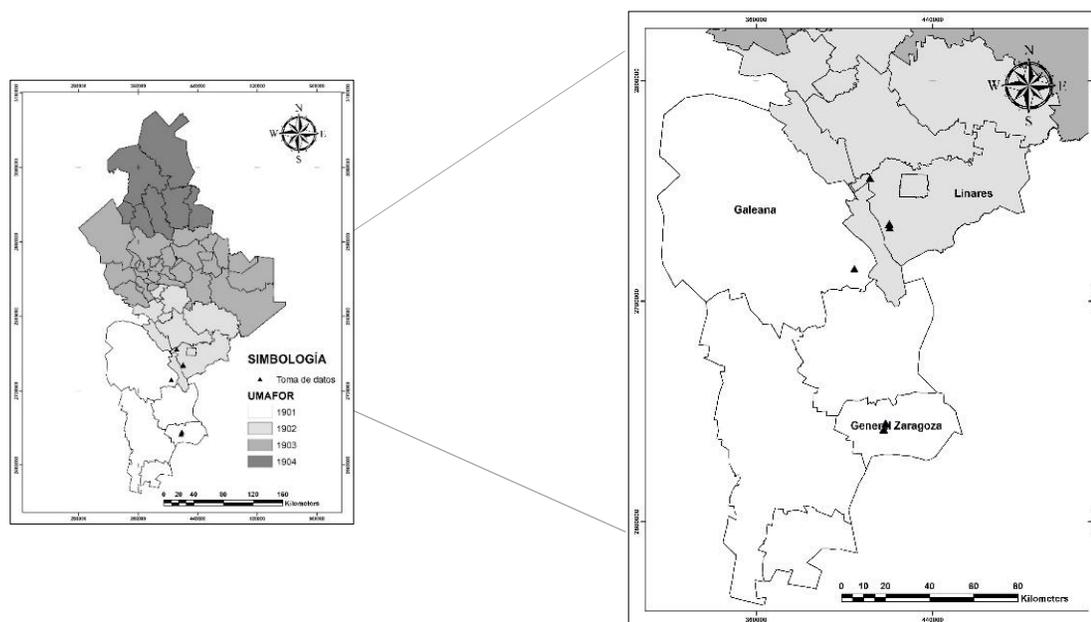


Figura 4. Mapa de localización del área de estudio.

6.1.1 Hidrología

La UMAFOR 1901 Se localiza en las Regiones Hidrológicas RH-24 Bravo-Conchos, RH-25 San Fernando-Soto la Marina y RH-37 El Salado. La UMAFOR

1902 se encuentra en la Región Hidrológica RH-24 Bravo-Conchos, Cuenca (B) Rio Bravo-San Juan y subcuencas g y h, también se encuentra dentro de la Región Hidrológica RH-25 San Fernando-Soto la Marina, Cuenca (D) Rio San Fernando-Soto la Marina y subcuencas b, e, y f.

6.1.2 Precipitación

La precipitación en la UMAFOR 1901 oscila entre los 200 y 1200 mm anuales, y en la UMAFOR 1902 la precipitación media anual entre los 1000 y 1500 mm.

6.1.3 Clima

En la UMAFOR 1901 existen los siguientes climas: Muy cálido semiseco (BS1hx), muy cálido semiseco (BS1(hw)), semicálido semiseco (BS(hx)), semicálido seco (BSO(hx)), semicálido subhúmedo con lluvias en verano (AC(w)), semicálido subhúmedo con lluvias en verano (ACw0), templado subhúmedo con lluvias en verano (C(w1)). La temperatura media anual oscila entre 10 y 22° C. Con respecto a los tipos de climas dominantes en la UMAFOR 1902 se encuentran los siguientes: (A)Cx' semicálido subhúmedo con lluvias escasas todo el año, BS1(h')hw seco muy cálido y cálido con escasa precipitación, con una menor proporción se tienen los climas C(wo) el cual es un clima templado subhúmedo con lluvias en verano y el C(w1) con clima semicálido (A)C(w0) es un clima semicálido subhúmedo con lluvias en verano, la temperatura media oscila entre los 18 y 22°C.

6.1.4 Fisiografía

Con respecto a las topoformas existentes en la UMAFOR 1901, se encuentran las siguientes: Bajada con llanuras, bajada con lomeríos, bajada con sierras, bajada típica, llanura aluvial, llanura desértica, llanura desértica de piso rocoso o cementado, llanura desértica inundable y salina, llanura desértica salina, lomeríos con bajadas, lomerío típico, sierra compleja, sierra compleja con lomerío, sierra plegada, sierra plegada con llanuras, sierra plegada-flexionada, valle de laderas tendidas y valle intermontano con lomerío. Además, se localiza en las provincias "Llanura Costera del Golfo Norte" y la Sierra Madre Oriental. En

la UMAFOR 1902 existen las siguientes topoformas: lomerío con bajadas, lomeríos con llanuras, lomeríos de laderas tendidas con llanuras, lomerío típico, sierra alta con lomerío, sierra compleja con lomerío, sierra plegada, sierra plegada-flexionada, valle de laderas tendidas. Además, la UMAFOR está dentro de las provincias Grandes Llanuras de Norteamérica, Llanura costera del golfo norte y Sierra Madre Oriental.

En la UMAFOR 1901 las montañas más altas son: Cerro El Potosí que se encuentra a una altitud de 3,700 msnm, Sierra Peña Nevada a 3,540 msnm, Cerro El Viejo a 3,500 msnm, Cerro de la Ascensión a 3,200 msnm, y la Sierra de los Toros a 3,200 msnm. Las montañas más altas en la UMAFOR 1902 son: Cerro el Morro en el Rayones a una altitud de 2,900 msnm y la Sierra Potrero de Abrego en Santiago con una altitud de 3,100 msnm.

6.1.5 Uso de suelo y vegetación

De acuerdo con información del conjunto de datos vectoriales de la carta de uso de suelo y vegetación (Instituto Nacional de Estadística y Geografía, 2017) , los diferentes tipos de vegetación y los usos del suelo en la UMAFOR 1901 son los siguientes:

Cuadro 1. Uso de suelo y vegetación UMAFOR 1901.

Uso de suelo y vegetación	Hectáreas	Porcentaje
Agricultura de riego anual	36898.18	2.157
Agricultura de riego anual y permanente	2318.62	0.136
Agricultura de riego anual y semipermanente	33409.08	1.953
Agricultura de riego permanente	471.41	0.028
Agricultura de riego semipermanente	126.16	0.007
Agricultura de temporal anual	172750.86	10.097
Agricultura de temporal anual y permanente	4728.62	0.276
Agua	278.89	0.016
Bosque de encino	35717.88	2.088
Bosque de encino-pino	39347.39	2.300
Bosque de mezquite	1395.15	0.082
Bosque de pino	103888.26	6.072
Bosque de pino-encino	88627.45	5.180
Bosque de táscate	3989.72	0.233
Chaparral	13792.79	0.806
Matorral crasicaule	1027.95	0.060
Matorral desértico micrófilo	344662.80	20.146
Matorral desértico rosetófilo	462343.62	27.024
Matorral submontano	30621.08	1.790

Uso de suelo y vegetación	Hectáreas	Porcentaje
Mezquital xerófilo	18674.62	1.092
Pastizal cultivado	540.12	0.032
Pastizal gipsófilo	17763.57	1.038
Pastizal halófilo	1865.16	0.109
Pastizal inducido	33228.61	1.942
Pastizal natural	2248.44	0.131
Sin vegetación aparente	73.99	0.004
Urbano construido	3302.24	0.193
Vegetación halófila xerófila	33891.94	1.981
Vegetación secundaria arbórea de bosque de pino	114.05	0.007
Vegetación secundaria arbórea de bosque de pino-encino	74.40	0.004
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de encino	57564.65	3.365
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de encino-pino	2566.15	0.150
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de oyamel	1019.44	0.060
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de pino	58236.18	3.404
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de pino-encino	17547.34	1.026
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de táscate	12192.65	0.713
Vegetación secundaria arbustiva de matorral desértico micrófilo	46373.86	2.711
Vegetación secundaria arbustiva de matorral desértico rosetófilo	13963.09	0.816
Vegetación secundaria arbustiva de matorral submontano	2266.53	0.132
Vegetación secundaria arbustiva de mezquital xerófilo	114.42	0.007
Vegetación secundaria arbustiva de pastizal gipsófilo	2255.38	0.132
Vegetación secundaria arbustiva de pastizal natural	1725.23	0.101
Vegetación secundaria arbustiva de vegetación halófila xerófila	6581.20	0.385
Vegetación secundaria herbácea de bosque de táscate	66.37	0.004
Vegetación secundaria herbácea de vegetación halófila xerófila	191.09	0.011
Total	1,710,836.6	100.0

EL 14.654% tiene uso agrícola, 0.016% cuerpos de agua, 0.004% sin vegetación aparente y 0.193% zonas urbanas, y el resto (85.133%) tiene algún tipo de vegetación.

Cuadro 2. Uso de suelo y vegetación UMAFOR 1902.

Uso de suelo y vegetación	Hectáreas	Porcentaje
Agricultura de riego anual	56890.91	5.398
Agricultura de riego anual y permanente	14681.03	1.393
Agricultura de riego anual y semipermanente	225.84	0.021
Agricultura de riego permanente	48897.18	4.639
Agricultura de temporal anual	139615.89	13.247
Agricultura de temporal anual y permanente	15613.86	1.481
Agricultura de temporal anual y semipermanente	864.81	0.082
Agricultura de temporal permanente	16083.19	1.526
Agricultura de temporal semipermanente	156.26	0.015
Agua	5866.87	0.557
Área desprovista de vegetación	96.71	0.009
Bosque de ayarín	904.55	0.086
Bosque de encino	33360.83	3.165
Bosque de encino-pino	15038.74	1.427
Bosque de galería	0.00	0.000
Bosque de pino	9015.42	0.855

Uso de suelo y vegetación	Hectáreas	Porcentaje
Bosque de pino-encino	91644.29	8.695
Chaparral	103.52	0.010
Matorral desértico micrófilo	283.41	0.027
Matorral desértico rosetófilo	6981.98	0.662
Matorral espinoso tamaulipeco	39636.67	3.761
Matorral submontano	178542.08	16.940
Mezquital xerófilo	41968.15	3.982
Pastizal cultivado	166526.61	15.800
Pastizal inducido	8163.32	0.775
Selva baja espinosa caducifolia	8870.22	0.842
Sin vegetación aparente	186.68	0.018
Tular	699.40	0.066
Urbano construido	22022.50	2.090
Vegetación halófila xerófila	1013.54	0.096
Vegetación secundaria arbórea de bosque de pino-encino	1929.69	0.183
Veg. secundaria arbórea de selva baja espinosa caducifolia	1444.20	0.137
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de ayarín	1565.09	0.148
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de encino	4113.46	0.390
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de encino-pino	4103.32	0.389
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de pino	18624.13	1.767
Vegetación secundaria arbustiva de bosque de pino-encino	9201.72	0.873
Veg. secundaria arbustiva de matorral desértico rosetófilo	4028.01	0.382
Veg. secundaria arbustiva de matorral espinoso tamaulipeco	35362.44	3.355
Vegetación secundaria arbustiva de matorral submontano	47100.43	4.469
Vegetación secundaria arbustiva de mezquital xerófilo	306.62	0.029
Veg. secundaria arbustiva de vegetación halófila xerófila	2206.54	0.209
Total	1,053,940.13	100.0

El 27.803% de la superficie tiene un uso agrícola, el 0.557% son cuerpos de agua, 0.018 % corresponde a zonas sin vegetación aparente, 2.09 % corresponde a zonas urbanas, y el resto (69.532 %) tiene algún tipo de vegetación (bosques, matorral, selva, etc).

6.2 Muestreo y medición de variables

Los datos se colectaron en predios con áreas de corta autorizadas por la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT) ubicados en la UMAFOR 19-01 y 19-02 ubicados en el sur del Estado de Nuevo León.

En la UMAFOR 19-02 se colectó información en el Ejido Loma Alta y Rancho Viejo y La Palma, pertenecientes al Municipio de Linares. Mientras que en la UMAFOR 19-01 se colectó información en el Ejido Corona del Rosal,

perteneciente al Municipio de Galeana y el Ejido La Encantada, que se localiza en el Municipio de General Zaragoza.

6.3 Tamaño de muestra

Se recolectaron datos en cuatro localidades (Ejido Loma Alta, Rancho Viejo, Corona del Rosal y La Encantada, sumando en total de 89 árboles de diferentes categorías diamétricas. Los árboles fueron seleccionados de manera subjetiva para asegurar la distribución representativa por clase de diámetro, además que estuvieran sanos, con fuste recto, evitando medir arboles a la orilla de los rodales o junto a caminos, debido a que muestran hábitos de crecimiento diferentes a los que se encuentran dentro de la masas arboladas (Torres-Rojo y Magaña, 2001).

6.4 Medición de variables

La medición de diámetros a diferente altura fue a través del empleo del dendrómetro digital Criterion RD 1000®. Los diámetros fueron tomados a las alturas 0.3m, 0.6 m, 1.0 m, 1.3m (DN), 2.0 m, y el resto de las longitudes a cada dos metros hasta llegar a la punta del árbol.

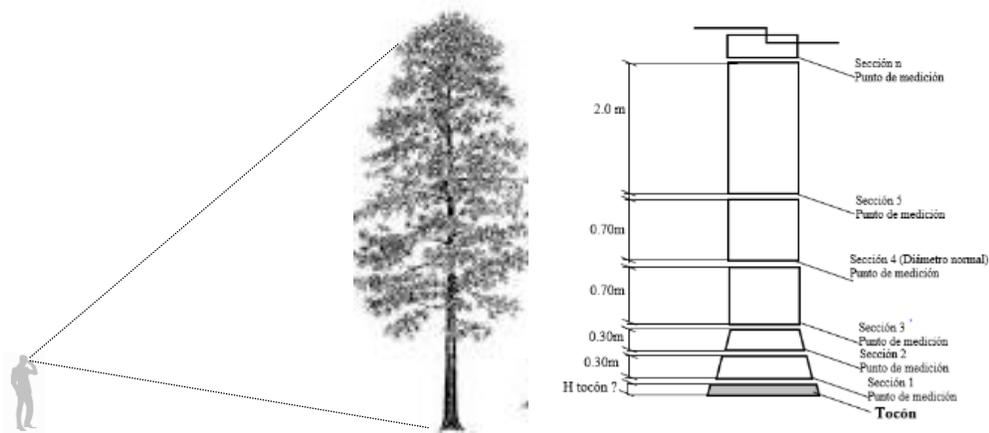


Figura 5. Representación gráfica de la toma de datos para las diferentes secciones.

6.5 Cubicación

Para la cubicación de cada sección (V_s) se empleó la fórmula de Smalian, para la punta (V_p) se utilizó la formula del cono.

$$V_s = \frac{(G_i + G_j)}{2} L$$

$$V_p = \frac{G_b}{3} L$$

Donde:

G_i = Área basal de la sección mayor de la troza (m^2).

G_j = Área basal de la sección menor de la troza (m^2).

G_b = Área basal de la base de punta (m^2).

L = Longitud de la sección o punta (m).

El volumen total del fuste de cada árbol se obtuvo sumando el volumen cada uno de sus componentes.

$$VT (m^3) = \sum_{i=1}^n V_s + V_p$$

6.6 Detección de datos atípicos

Para evitar datos atípicos en la base de datos, se utilizaron las variables de ahusamiento y de volumen acumulado de cada árbol para graficarlas, esto permitió corregir y depurar la base de datos para obtener comportamientos y tendencias lógicas.

6.7 Funciones segmentadas de ahusamiento

Los sistemas compatibles de ahusamiento (d) ajustados son los desarrollados por Max & Burkhart (1976), Parresol *et al.* (1987) y Fang *et al.* (2000) respectivamente (1,2,3).

Cuadro 3. Funciones segmentadas de ahusamiento.

Función	Expresión matemática
1	$d = D \left[\frac{\beta_1(q-1) + \beta_2(q^2-1) + \beta_3(p_1-q)^2 I_1 + \beta_4(p_2-q)^2 I_2}{\beta_3(p_1-q)^2 I_1 + \beta_4(p_2-q)^2 I_2} \right]^{1/2}$

	$\begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$
2	$d = D\sqrt{X^2(\beta_1 + \beta_2 X) + (X - p_1)^2[\beta_3 + \beta_4(X + 2p_1)I_1]}$ $\{I_1 = 1 \text{ si } X \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0\}$
3	$d = C_1 \left[H^{\frac{K-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{K-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$ $C_1 = \left(\frac{\alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{K}{\beta_1}}}{\beta_1(R_0 - R_1) + \beta_2(R_1 - \alpha_1 R_2) + \beta_3 \alpha_1 R_2} \right)^{1/2}$ $\alpha_1 = (1 - p_1)^{\frac{K(\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 \beta_2}}$ $\alpha_2 = (1 - p_2)^{\frac{K(\beta_3 - \beta_2)}{\beta_2 \beta_3}} \quad \beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$ $\begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$ $R_0 = (1 - H_B/H)^{\frac{K}{\beta_1}} \quad R_1 = (1 - p_1)^{\frac{K}{\beta_1}} \quad R_2 = (1 - p_2)^{\frac{K}{\beta_2}}$

Donde:

D= diámetro normal (cm)

d= diámetro (cm) a la altura *hi* desde el nivel del tocón

H= altura total (m)

h= altura a un diámetro *i*

H_B= altura del tocón (m)

k=π/40000

X= H-h/H

p₁=h_{i1}/H, es el primer punto unión.

p₂=h_{i2}/H segundo punto de unión

q=h/H

I_i= Variable indicadora de cambios dendrométricos.

a_i,β_i= coeficientes a estimar mediante el ajuste.

6.8 Ajuste de modelos

6.8.1 Estimación de parámetros y selección de mejor función de ahusamiento

Para el ajuste de las funciones de ahusamiento se utilizó el programa estadístico SAS/ETS (Statistical Analysis System Institute, 2008). Para evitar la pérdida de datos y problemas de estimación de los parámetros cuando la altura $h=H$ y el $d=0$, se asignó un valor pequeño en aquellos diámetros iguales a cero (Pompa-García, Corral-Rivas, Hernández-Díaz y Álvarez-González, 2009).

Para comparar y elegir la mejor función se consideró la suma de cuadrados del error (SCE), Error cuadrático medio (ECM), raíz cuadrada del error cuadrático medio (RECM), Coeficiente de determinación corregido por el número de parámetros (R_{adj}^2), el Criterio de información de Akaike (AIC) y sesgo promedio absoluto (\bar{E}).

$$SCE = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$
$$ECM = \frac{SCE}{n - p}$$
$$RECM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$$
$$R_{adj}^2 = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right] \left(\frac{n - 1}{n - p} \right)$$
$$AIC = 2p + n \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} \right)$$
$$\bar{E} = \sum_{i=1}^n \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{n}$$

Donde:

$\hat{Y}_i, Y_i, \bar{Y}_i$ = Valores estimados, observados y promedios.

n = Número total de observaciones

p = Número de parámetros del modelo a estimar

Es deseable que la SCE, ECM, RECM, AIC y \bar{E} tengan un valor lo más pequeño posible, mientras que R_{adj}^2 debe de tener el valor lo más cercano a 1.

Posteriormente se generó un criterio de calificación jerárquico como lo propone Sakici *et al.* (2008) a cada estadístico se le asignó una calificación que va de 1 a 3, donde 1 es el mejor valor del estadístico y 3 al peor, posteriormente se realizó una sumatoria, y el modelo que tenga menor calificación total es el mejor modelo ajustado (Hernández-Ramos *et al.*, 2018; Tamarit-Úrias *et al.*, 2013).

6.8.2 Ajuste simultáneo de Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial

Una vez definido la mejor función de ahusamiento se procedió al ajuste simultaneo de su sistema compatible. Debido a que comparten parámetros con su expresión de volumen comercial se procedió a realizar el ajuste como un sistema completamente simultáneo, Diéguez-Aranda *et al.* (2009) señala que la estimación de los parámetros de forma simultánea optimiza la suma de cuadrados del error, además, se compensa la variación entre ahusamiento y volumen comercial acumulado que se da en cualquier altura del fuste (Cruz-Cobos *et al.*, 2008).

El ajuste se realizó mediante la técnica de máxima verosimilitud con información completa (FIML, por sus siglas en inglés) y Regresión Aparentemente No Relacionada (SUR, por sus siglas en inglés) con fines comparativos en el Programa estadístico SAS (Statistical Analysis System Institute, 2008). Para seleccionar la mejor técnica de ajuste, se consideró la SCE, ECM, RECM, R_{adj}^2 y Sesgo promedio absoluto.

6.8.3 Corrección de autocorrelación y heterocedasticidad

Se analizó el modelo para averiguar la presencia o ausencia de heterocedasticidad y autocorrelación, de acuerdo con Kozak (1997) son inconvenientes comunes en este tipo de estudios y que violan los supuestos de la regresión.

La autocorrelación hace referencia a la correlación de los residuales de un modelo de regresión, como serie de series de observaciones ordenadas en el tiempo (como series de tiempo) o en el espacio (como en datos de corte transversal). Al considerar la estructura longitudinal presente en los datos usados en el ajuste del ahusamiento, no se descarta que las observaciones estén correlacionadas espacialmente, lo cual viola el principio de independencia de los errores (Barrios, López y Nieto, 2014; Vargas-Larreta *et al.*, 2017).

Para detectar la autocorrelación se realizó la prueba de Durbin-Watson (Da Cunha *et al.*, 2009; Gujarati y Porter, 2010). Para la corrección de la autocorrelación se realizó el modelado del término del error con una estructura continua autorregresiva modificada CAR(X), cuya estructura se incluyó en el procedimiento MODEL del programa SAS/ETS® (Statistical Analysis System Institute, 2008) que permite la actualización dinámica de los residuales (Crecente-Campo, Rojo-Alboreca y Diéguez-Aranda, 2009; García-Espinoza *et al.*, 2019; Quiñonez-Barraza, De los Santos-Posadas, Álvarez-González y Velázquez-Martínez, 2014; Zimmerman y Núñez-Antón, 2001) y tiene la siguiente forma.

$$e_{ij} = d_1 Y_1^{t_{ij}-t_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 Y_2^{t_{ij}-t_{ij-2}} e_{ij-2} + \varepsilon_{ij}$$

Donde:

e_{ij} = j-ésimo residuo del árbol i

$d_{1,2,3}$ = 1 para $j > 1$ y cero para $j = 1$

$Y_{1,2}$ = Parámetro autorregresivo de orden i por ser estimado.

$t_{ij}-t_{ij-1}$ = Distancia que separa la altura de medición j de la altura de medición $j-1$ en cada árbol.

ε_{ij} = Error aleatorio.

Para corroborar la corrección de la autocorrelación se volvió a hacer la prueba de Durbin-Watson, donde valores cercanos a cero indican una correlación serial positiva de los residuos, valores cercanos a 4 los residuos se correlacionan

negativamente, un valor de 2 supone que no existe autocorrelación (Gujarati y Porter, 2010).

Los modelos de regresión lineal y no lineal presentan heterocedasticidad cuando la varianza de los residuales no es constante (Gujarati y Porter, 2010; Quiñonez-Barraza, García-Espinoza y Aguirre-Calderón, 2018). La corrección de la heterocedasticidad se realizó con una función de ponderación de la varianza de los errores, por medio de una función exponencial basada en la variable combinada $(\text{Residual}/((Dn^2H)^\Phi)^{0.5}$, los parámetros fueron obtenidos con la metodología sugerida por Harvey (1976), que consiste en usar los errores del modelo ajustado sin pesos como variable dependiente en el modelo potencial de varianza del error (Álvarez-González *et al.*, 2007; Hernández-Ramos *et al.*, 2017; Tang *et al.*, 2016).

6.9 Elaboración de tabla de volumen con distribución de productos

Una vez seleccionado el sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial se procedió a construir una tabla con distribución de productos (aserrío, pulpa y leña), para el aserrío (A) el diámetro debe ser mayor a 20 cm, para la pulpa (P) el diámetro debe ser mayor a 10 cm y menor a 20 cm, mientras que la leña (L) tiene un diámetro mínimo de 5 cm y máximo de 10 cm, y el resto se considera volumen no aprovechable o residuo (R), también se construyó una tabla de volumen total, y un gráfico con el porcentaje de acuerdo con cada tipo de producto.

Para conocer el volumen destinado para el aserrío, primero es definir la longitud de la troza de acuerdo al destino o clasificación, posteriormente determinar a qué altura h_i se localiza el diámetro mínimo d_i para lo cual se puede invertir la función de perfil, es decir h_i en función de d_i o mediante algún procedimiento iterativo, se debe determinar la longitud de las trozas.

Consideremos un árbol con diámetro $D=30$ cm y altura $H=10$ m, Si tenemos que un diámetro $d_i=20$ cm se encuentra a una altura $h_i=5.8$ m, tendremos que calcular el número de trozas que se pueden aprovechar.

Si consideramos que el tocón tiene una altura de 0.1 m, se tiene lo siguiente: $(5.8-0.1)/2.5 = 2$ trozas completas, lo que supone una longitud de 5 m para el destino aserrío, y una altura desde el suelo de 5.1 m (2 trozas de 2.5 m + 0.1 m del tocón).

Para calcular el siguiente destino se procede a hacer algo similar, se tiene que calcular a que altura se encuentra un diámetro de 10 cm (en este ejemplo a los 8.5 m), la longitud de las trozas es de 1.25 m. Se calculan el número de trozas completas a obtener, $(8.5-0.1)/1.25 = 2$ trozas completas, lo que supone que la longitud destinado para pulpa es de 2.5 m y una altura desde el suelo de 7.6 m.

Para el tercer destino (leña), se sabe que un diámetro de 5 cm se encuentra a una altura de 9.5 m, la leña debe tener una longitud de 0.4 m. Se calcula el número de leñas completas, $(9.5-0.1)/0.4 = 4$ leñas, es decir, la longitud destinada para leña es de 1.6 m y una altura desde el suelo de 9.2. El resto de la punta del árbol, se considera volumen no aprovechable.

Para determinar el volumen para cada tipo de producto o destino se realiza lo siguiente: mediante la función de volumen comercial, que proporciona el volumen del fuste comprendida entre la altura del tocón (0.1 m en este caso) y una determinada altura desde el suelo (en este caso a los 5.1 m, 7.6 m, y 9.2 m). Los volúmenes comprendidos desde la base del árbol hasta las alturas 5.1 m, 7.6 m, 9.2 m y 10 m son 0.30798 m^3 , 0.37470 m^3 , 0.38932 m^3 y 0.39048 m^3 respectivamente.

Volumen para aserrío es de 0.30798 m^3 , el volumen para pulpa= $(0.37470 \text{ m}^3 - 0.30798 \text{ m}^3) = 0.06672 \text{ m}^3$, el volumen de leña es = $0.38932 \text{ m}^3 - 0.37470 \text{ m}^3 = 0.01462 \text{ m}^3$, y el volumen no aprovechable es = $0.39048 \text{ m}^3 - 0.38932 \text{ m}^3 = 0.00115 \text{ m}^3$.

En la figura 6 se muestra la localización de los diámetros comerciales sin y con clasificación de productos.

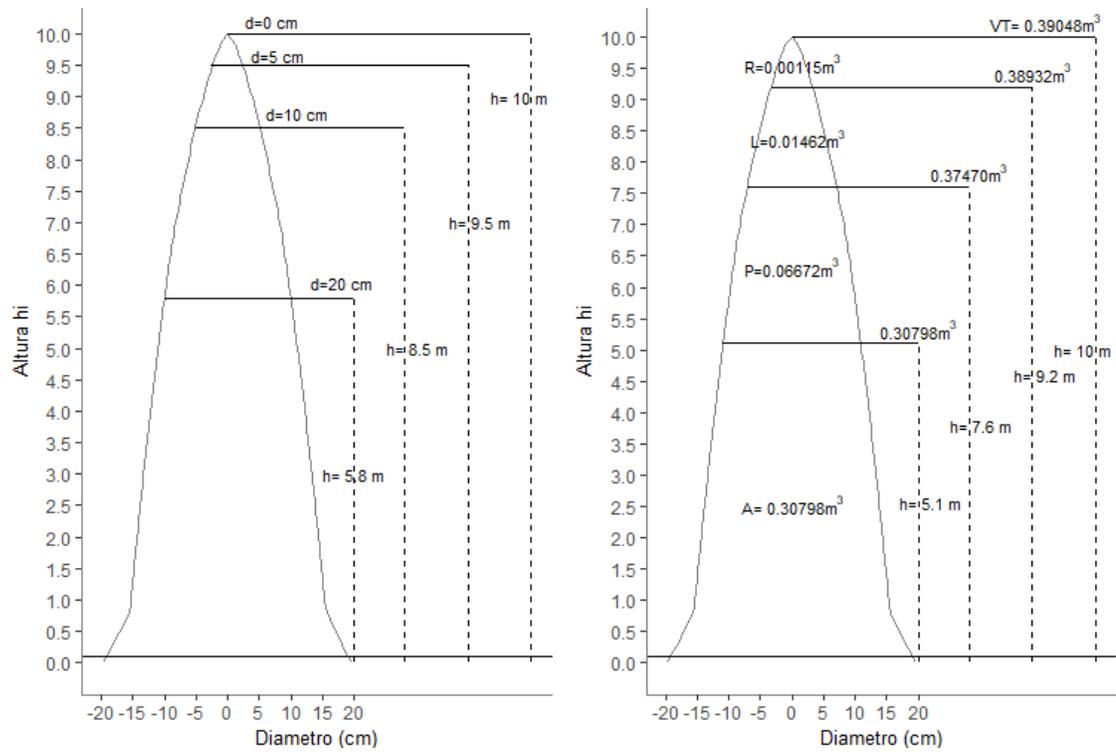


Figura 6. Localización de diámetros comerciales (izquierda), clasificación de productos (derecha).

7. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

7.1 Descripción de la base de datos

En el Cuadro 4, se presentan los principales estadísticos de la muestra comprendida de 1,045 pares de observaciones diámetro-altura distribuidos a lo largo de los fustes para el ajuste de las funciones segmentadas de ahusamiento y sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial. Los árboles medidos tenían diámetros normales que oscilaban entre 12.5 y 69.80 cm y alturas que van de 5.90 a 28.90 m.

Cuadro 4. Estadísticos descriptivos de la muestra.

Estadístico	Variable				
	D(cm)	d (cm)	H (m)	h (m)	VT (m ³)
\bar{x}	38.34	29.36	15.23	6.06	1.14
s^2	171.46	268.52	16.37	31.18	0.69
s	13.09	16.39	4.05	5.58	0.83
Mínimo	12.50	0.00	5.90	0.15	0.05
Máximo	69.80	79.70	28.90	28.90	3.21

7.2 Auditoria de la base de datos

Se graficó la altura hi versus diámetro di y el volumen acumulado versus altura hi , los datos atípicos fueron por error en la captura, por lo que se rectificó con el formato de campo para su corrección. En la figura 7 se pueden observar tendencias lógicas de los datos.

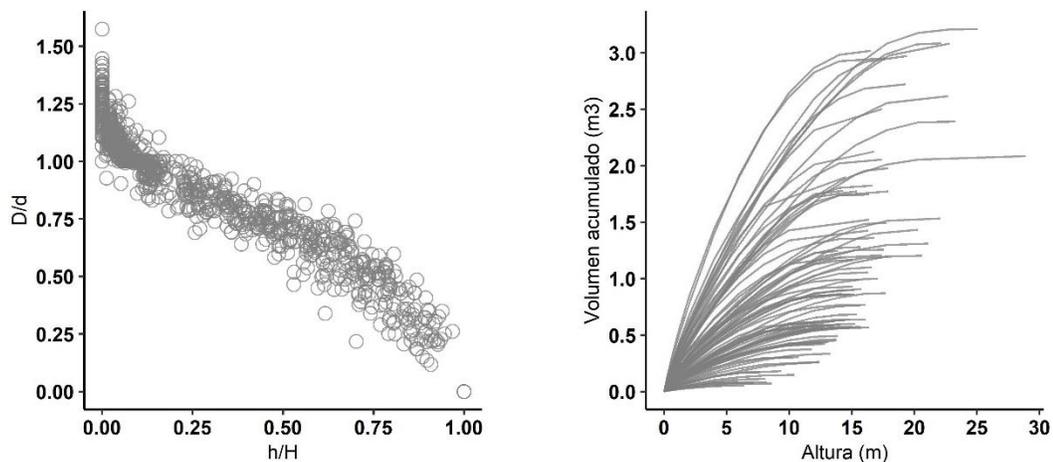


Figura 7. Gráfico de Altura relativa vs diámetro relativo (izquierda), y Altura vs volumen acumulado (derecha).

7.3 Ajuste de ecuaciones

7.3.1 Ajuste funciones de ahusamiento

A continuación, se presentan los valores de los parámetros estimados de las funciones segmentadas de ahusamiento. A la función de Parresol *et al.* (1987) se le asignó un valor p_1 de 0.55 para lograr la convergencia en el ajuste.

Cuadro 5. Valores de los parámetros estimados de las funciones segmentadas para *Pinus teocote*.

Sistema	Variable	P	Valor	Error estándar	Significancia
1	<i>d</i>	β_1	-3.674330	1.045800	0.0005
		β_2	1.589514	0.570700	0.0054
		β_3	35.29954	5.603700	<.0001
		β_4	-1.622200	0.549200	0.0032
		p_1	0.110186	0.009560	<.0001
		p_2	0.808011	0.047100	<.0001
2	<i>d</i>	β_1	3.004755	0.038000	<.0001
		β_2	-2.456300	0.052300	<.0001
		β_3	-4.001130	0.132200	<.0001
		β_4	3.634390	0.120100	<.0001
		p_1	0.550000	---	---
3	<i>d</i>	a_0	0.000076	5.473E-6	<.0001
		a_1	1.986230	0.016100	<.0001
		a_2	0.782598	0.019000	<.0001
		β_1	0.000012	5.755E-7	<.0001
		β_2	0.000038	3.994E-7	<.0001
		β_3	0.000033	7.295E-7	<.0001
		p_1	0.075608	0.005230	<.0001
		p_2	0.672056	0.029900	<.0001

Como se puede observar, la función de ahusamiento 1 tiene un punto de inflexión al 11 y 80.8 % de la altura total. Mientras que para la función de ahusamiento 2, el punto de inflexión se fijó al 55% como se mencionó anteriormente, para la función 3 los valores de los puntos de inflexión son al 7.5 % y 67.2 %.

A continuación, se muestra la calificación de las funciones de ahusamiento.

Cuadro 6. Estadísticos de ajuste y calificaciones de acuerdo con Sakici *et al.* (2008).

Sistema	SCE	ECM	RECM	R ² _{adj}	\bar{E}	AIC	Σ
1	7931.868(2)	7.634(2)	2.763(2)	0.9755(2)	0.16665(3)	2132.08(2)	13
2	10425.95(3)	10.02(3)	3.165(3)	0.9678(3)	0.12433(2)	2413.79(3)	18
3	7160.134(1)	6.905(1)	2.628(1)	0.9778(1)	0.01609(1)	2029.11(1)	6

Donde: SCE=Suma de Cuadrados del Error; ECM= Error Cuadrático Medio; RECM= Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio; R²_{adj}= Coeficiente de determinación corregido; \bar{E} =Sesgo promedio absoluto; AIC=Criterio de información de Akaike.

Se seleccionó el modelo de Fang *et al.* (2000) debido a que tuvo la calificación más baja. Una ventaja del modelo es que tiene una función de ahusamiento, una función de volumen comercial, y una función de volumen total cuando hi=H, entonces tenemos que Vi=VT (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009).

7.3.2 Ajuste del sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial

El sistema de Fang *et al.* (2000) es compatible en el sentido de:

- El volumen total obtenido mediante integración de la función de ahusamiento es igual a la estimado por la función de volumen total. Debido a que la función de ahusamiento y volumen total son compatibles.
- La estimación de volumen comercial para determinada altura comercial es igual al obtenido al integrar la función de ahusamiento, por lo tanto, la función de ahusamiento y la función de volumen comercial son compatibles
- Cuando h=H, la función de volumen comercial es algebraicamente idéntica a la función de volumen total, en otras palabras, la función de volumen comercial es compatible con la función de volumen total, y la función de volumen total es solo un caso especial de la función de volumen comercial.
- Cuando h= H, d=0, por ejemplo, el diámetro de la punta del árbol.

El sistema compatible se compone de las siguientes funciones:

Ahusamiento

$$d = C_1 \left[H^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$$

$$\begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$$

Volumen comercial

$$V_c = C_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[\beta_1 R_0 + (I_1 + I_2)(\beta_2 - \beta_1)R_1 + I_2(\beta_3 - \beta_2)\alpha_1 R_2 - \beta(1-q)^{\frac{k}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]$$

$$C_1 = \left(\frac{\alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1(R_0 - R_1) + \beta_2(R_1 - \alpha_1 R_2) + \beta_3 \alpha_1 R_2} \right)^{1/2}$$

$$\alpha_1 = (1 - p_1)^{\frac{K(\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 \beta_2}}$$

$$\alpha_2 = (1 - p_2)^{\frac{K(\beta_3 - \beta_2)}{\beta_2 \beta_3}}$$

$$\beta = \beta_1^{1 - (I_1 + I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$$

$$R_0 = (1 - H_B/H)^{\frac{K}{\beta_1}}$$

$$R_1 = (1 - p_1)^{\frac{K}{\beta_1}}$$

$$R_2 = (1 - p_2)^{\frac{K}{\beta_2}}$$

Donde:

D= diámetro normal (cm)

d= diámetro (cm) a la altura h_i (m) desde el nivel del tocón

H= altura total (m)

H_B = altura del tocón (m)

$k = \pi/40000$

$p_1 = h_{i1}/H$, es el primer punto unión.

$p_2 = h_{i2}/H$ segundo punto de unión

$q = h/H$

l_i = variable indicadora de cambios dendrométricos.

a_i, β_i = coeficientes a estimar mediante el ajuste.

Los estadísticos y estimadores de los parámetros obtenidos del ajuste simultáneo del sistema compatible de Fang *et al.* (2000) mediante la técnica de Máxima Verosimilitud con Información Completa (FIML, por sus siglas en inglés) y Regresión Aparentemente no Relacionada (SUR, por sus siglas en inglés), donde todos los estimadores de los parámetros son significativos.

Cuadro 7. Valores de los estadísticos y parámetros estimados del sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial de Fang *et al.* (2000).

Técnica de ajuste	SCE	ECM	RECM	R ² _{adj}	Sesgo	P	Estimador	Error Estándar	Valor t	Signif.	
FIML							a ₀	0.000077	8.541E-7	90.22	<.0001
							a ₁	1.903399	0.00670	284.11	<.0001
							a ₂	0.893555	0.00900	99.29	<.0001
							β ₁	0.000012	3.317E-7	36.65	<.0001
	d	7720.067	7.445	2.728	0.9761	0.08620	β ₂	0.000037	3.887E-7	96.00	<.0001
	V _c	10.654	0.010	0.101	0.9796	0.00110	β ₃	0.000033	7.142E-7	46.16	<.0001
							p ₁	0.082569	0.00355	23.25	<.0001
							p ₂	0.68847	0.0292	23.61	<.0001
							γ ₁	0.696354	0.0184	37.89	<.0001
							γ ₂	0.259464	0.0468	5.55	<.0001
SUR							a ₀	0.000077	1.813E-6	42.49	<.0001
							a ₁	1.903762	0.0126	151.25	<.0001
							a ₂	0.89333	0.0165	54.21	<.0001
							β ₁	0.000012	3.64E-7	33.39	<.0001
	d	7724.402	7.449	2.729	0.9761	0.09716	β ₂	0.000037	4.348E-7	85.85	<.0001
	V _c	10.644	0.010	0.101	0.9796	0.00154	β ₃	0.000033	8.929E-7	36.92	<.0001
							p ₁	0.082542	0.00299	27.65	<.0001
							p ₂	0.688171	0.0366	18.80	<.0001
							γ ₁	0.695708	0.0269	25.86	<.0001
							γ ₂	0.259033	0.0343	7.56	<.0001

Mediante FIML, la función de ahusamiento tuvo menor RCME y menor sesgo promedio absoluto comparando con aquella bajo la técnica SUR. La función de volumen comercial ajustada mediante FIML fue ligeramente mejor que la ajustada mediante la técnica SUR, al tener valores menores en SCE y sesgo. Sin embargo, al analizar el error estándar de los estimadores de los parámetros, el enfoque bajo FIML fue mejor, al tener valores más pequeños, y por lo tanto mayores valores de t.

La técnica de ajuste FIML fue superior a SUR, y ha sido empleada en otros trabajos de investigación tendiendo excelentes resultados (Bautista-Cruz, 2016; Hernández-Pérez, De los Santos-Posadas, Ángeles-Pérez, Valdez-Lazalde y Volke-Haller, 2013; Hernández-Ramos *et al.*, 2017; Tamarit-Úrias *et al.*, 2013).

7.3.2.1 Corrección de autocorrelación y heterocedasticidad

El no considerar la autocorrelación de los residuales tiene un efecto sobre la eficiencia en la estimación de parámetros obteniéndose errores estándar sesgados (Pompa-García, Corral-Rivas, Díaz-Vásquez, *et al.*, 2009). En el Cuadro 8 se presenta la corrección de a autocorrelación en el ahusamiento mediante un modelo autorregresivo en tiempo continuo de orden 2, de acuerdo con la prueba de Durbin-Watson fue mejor que el modelo de orden 1, al mostrar un valor cercano a 2.

Cuadro 8. Prueba de Durbin-Watson para el modelo de Fang *et al.* (2000) sin y con la adición de modelo en tiempo continuo.

DW _{CAR(0)}	DW _{CAR(1)}	DW _{CAR(2)}
0.9049	1.6157	1.8825

En la Figura 8 se presentan los residuales en la estimación de diámetros fustales, en la estimación de parámetros sin adicionar una estructura autorregresiva del error, en donde se presentó una alta correlación en los residuales con uno (Lag₁) y dos (Lag₂) retardos. Al adicionar una estructura autorregresiva de error CAR(2), se puede observar una disminución considerable en la correlación de los residuales, por lo que el valor de la Prueba de Durbin-Watson pasó de 0.9049 a 1.8825.

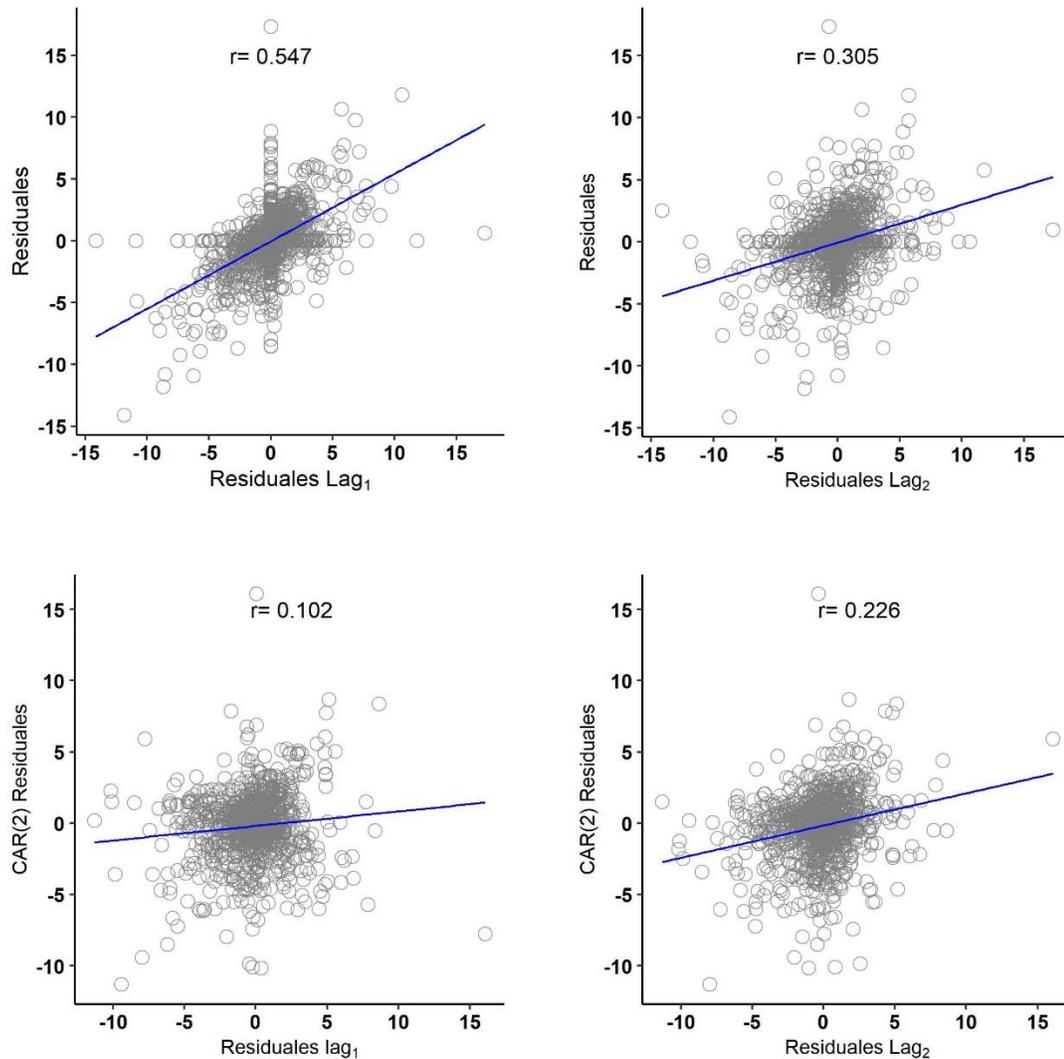


Figura 8. Residuales generados por el sistema de Fang *et al.* (2000) frente a residuos con uno y dos retardos, sin estructura autorregresiva del error (gráficos superiores) y con estructura autorregresiva del error (gráficos inferiores).

Es común la presencia de heterocedasticidad en modelos de volumen, debido a que aumenta la variabilidad conforme aumenta el diámetro y altura (Torres-Rojo y Magaña, 2001). En la Figura 9 se muestran los residuales antes y después de la corrección por heterocedasticidad, con lo cual se mejoró la distribución de los residuales en el sistema (Hernández-Ramos *et al.*, 2017).

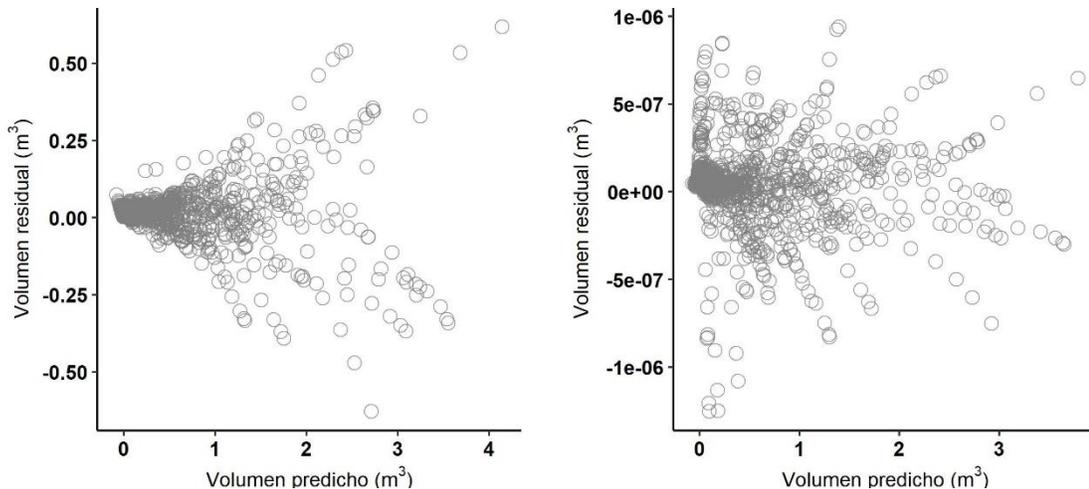


Figura 9. Volumen predicho vs Volumen residual (sin corrección por heterocedasticidad a la izquierda, y con corrección a la derecha).

Corregir la autocorrelación y la heterocedasticidad no mejora la capacidad de predictiva de los modelos (Kozak, 1997), sin embargo mejora la interpretación de sus propiedades estadísticas (Pompa-García, Vega-Munóz, Soto-Gutiérrez, Trincado y Cruz-Cobos, 2012).

En la figura 10, se puede observar que en árboles con volúmenes mayor a 2 m³ se puede tener el inconveniente de que exista mayor sesgo, y el volumen comercial pueda sobreestimarse, por lo que se recomienda el uso en árboles con volumen menor al mencionado anteriormente.

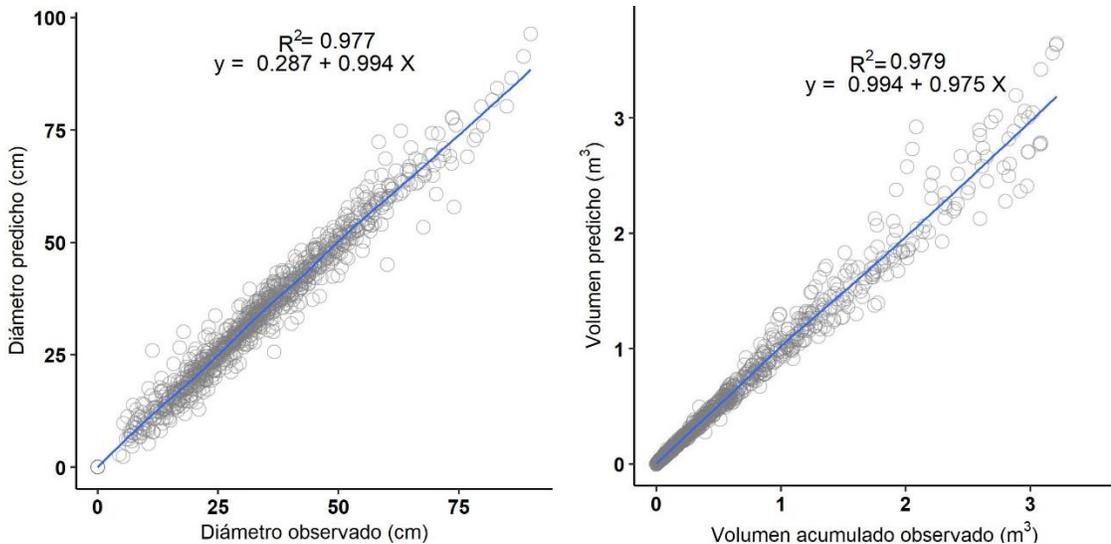


Figura 10. Gráficos de Diámetro observado vs predicho (izquierda), Volumen observado vs predicho (derecha).

Los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial son una herramienta indispensable para la planeación y el manejo de los bosques, debido a que permiten cubicar y clasificar los productos a extraer de un árbol (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009; Niño-López, Ramos-Molina, Barrios y López-Aguirre, 2018).

El modelo de Fang *et al.* (2000) ha demostrado buenos resultados y es capaz de adaptarse a diferentes especies y tipos de masas (Diéguez-Aranda, Castedo-Dorado, Álvarez-González y Rojo-Alboreca, 2006), los puntos de inflexión obtenidos ($p_1=0.0825$ y $p_2=0.688$), y los coeficientes de determinación ajustado (R^2_{adj}) igual a 0.9761 y 0.9796 en la función de ahusamiento y volumen comercial respectivamente, son similares a los obtenidos en otros trabajos de investigación.

Hernández-Pérez, De los Santos-Posadas, Ángeles-Pérez, Valdez-Lazalde y Volke-Haller (2013) ajustó 11 sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus pátula* en Zacualtipán, Hidalgo, resultando el sistema de Fang *et al.* (2000) el mejor, el cual es capaz de explicar el 97.06 y 98.09% de la variación en el ahusamiento y volumen comercial respectivamente.

Por otro lado, Tamarit-Úrias *et al.* (2013) construyó un sistema de cubicación de árbol individual para *Tectona grandis*, evaluó seis modelos de ahusamiento, el mejor fue el de Fang *et al.* (2000), que posteriormente ajusto de manera simultánea mediante la técnica de Mínimos cuadrados no lineales (NLS) y Modelo de efectos mixtos (MEM), resultado esta última como la mejor técnica de ajuste.

Quiñonez-Barraza *et al.* (2014) ajustó tres sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, donde el sistema de Fang *et al.* (2000) fue el mejor, cuyos sus puntos de inflexión en promedio ocurren al 5 y 73% de la altura total del árbol.

Bautista-Cruz (2016) ajustó seis funciones de ahusamiento para *Pinus pátula* en Puebla, tendiendo a Fang *et al.* (2000) como el mejor sistema compatible, cuyos valores de los puntos de inflexión fueron al 6.6 y 80.4% de la altura total del árbol.

Flores-Morales (2016) ajustó tres sistemas compatibles para *Pinus pseudostrabus* en el Sur de Nuevo León mediante la técnica de Regresión Aparentemente no Relacionada (SUR), en el cual, el sistema de Fang *et al.* (2000) con valores de R^2_{adj} de 98.5 y 97.8 para ahusamiento y volumen comercial respectivamente, y puntos de inflexión a una altura de 0.06 y 0.91.

Hernández-Ramos, Hernández-Ramos, *et al.* (2018) se ajustaron tres sistemas compatibles para *Swietenia macrophylla* King en Quintana Roo, el sistema de Fang *et al.* (2000) presentó el mejor ajuste estadístico, los puntos de cambios dendrométricos en el fuste se presentan en promedio a 5.6 % y 83.1%.

García-Espinoza *et al.* (2019) realizó el ajuste de tres sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial de datos obtenidos con métodos indirectos para *Pinus pseudostrabus*, el mejor sistema fue el de Fang *et al.* (2000), que pudo explicar el 98.7 y 98.8 % de la variación en ahusamiento y volumen comercial, y los puntos de inflexión al 8 y 82% de la altura total del árbol.

Hernández-Pérez *et al.* (2013) menciona que, en bosques recién abiertos en la Sierra Juárez, los puntos de inflexión para *Pinus patula* se localizan a 5.7 y 22.4 % de la altura total del árbol, por lo que el volumen se concentra en la sección cónica, dado los puntos obtenidos en el presente trabajo se puede afirmar que los fustes tienen una tendencia a una forma cilíndrica.

7.4 Análisis del sistema compatible seleccionado

El sistema seleccionado, proporciona estimaciones precisas en diámetro y volumen comercial, principalmente en la sección basal de árbol, como se puede observar en la Figura 11.

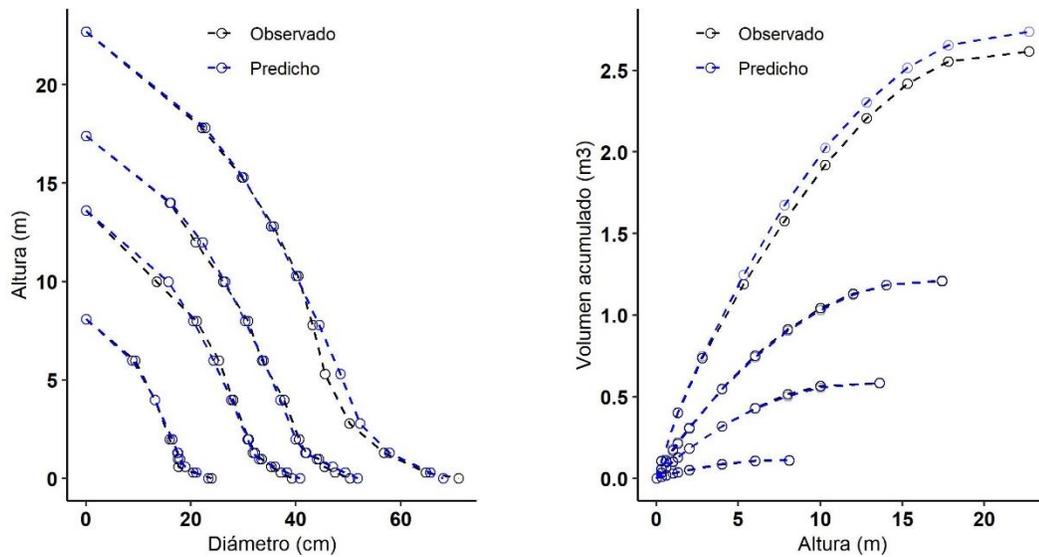


Figura 11. Perfiles fustales (izquierda) y volúmenes comerciales (derecha) a partir del sistema de Fang *et al.* (2000).

En el caso del volumen total estimado y el volumen total observado, se puede ver en la Figura 12, al igual que la Figura 11, el modelo suele presentar más sesgo cuando los árboles tienen diámetros superiores a 55 cm, debido a la poca información tomada en campo.

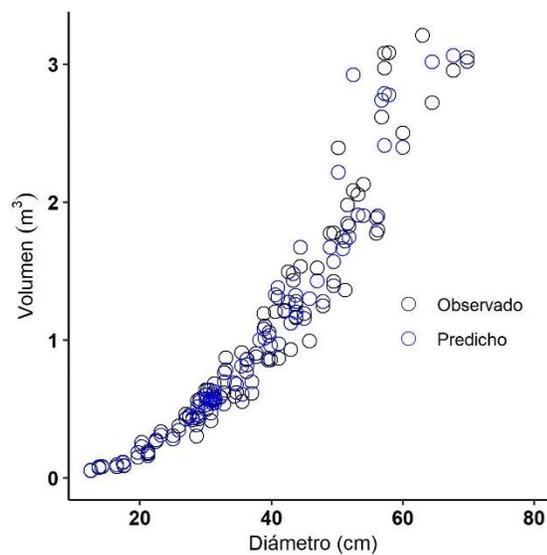


Figura 12. Volumen total observado y predicho.

7.5 Tabla de volumen con distribución de productos con el sistema de Fang *et al.* (2000).

Con los valores de los estimadores de los parámetros del sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial, se procedió a elaborar una tabla con distribución de productos, para ello se consideró las siguientes dimensiones: para la madera para aserrío (A) se consideró un diámetro >20cm, para la pulpa (P), se consideró 10 cm <d<20cm, leña (L) cuyo diámetro máximo es 5cm<d<10 cm, y el resto son dimensiones no aprovechables o residuos.

El sistema de cubicación para árboles individuales de *Pinus teocote* quedó conformado:

Función de ahusamiento

$$d = C_1 \left[H^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$$

Volumen comercial

$$V_c = C_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[\frac{\beta_1 R_0 + (I_1 + I_2)(\beta_2 - \beta_1)R_1 + I_2(\beta_3 - \beta_2)\alpha_1 R_2 - \beta(1-q)^{\frac{k}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}}{I_2(\beta_3 - \beta_2)\alpha_1 R_2 - \beta(1-q)^{\frac{k}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}} \right]$$

Volumen total

$$VT = a_0 D^{a_1} H^{a_2}$$

Altura comercial

$$h = H \times \left[1 - \left(\frac{d^2}{(C_1^2 H^{k-\beta_1/\beta_1} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2})} \right)^{\frac{\beta}{k-\beta}} \right]$$

Como resultado, se obtuvo la siguiente tabla de volumen con distribución de productos.

Cuadro 9. Tabla de volumen con distribución de productos

CD	Categoría en altura (m)																	
	5			10			15			20			25			30		
	A	P	L	A	P	L	A	P	L	A	P	L	A	P	L	A	P	L
10	---	0.012	0.012	---	0.013	0.033												
15	---	0.045	0.011	---	0.082	0.020												
20	---	0.077	0.019	---	0.142	0.035												
25	---	0.143	0.005	0.133	0.132	0.010	0.237	0.143	0.015									
30				0.308	0.067	0.015	0.442	0.111	0.007									
35				0.413	0.089	0.020	0.593	0.148	0.011	0.865	0.087	0.019						
40							0.889	0.066	0.014	1.116	0.129	0.009						
45							1.113	0.083	0.017	1.504	0.054	0.011	1.791	0.117	0.007			
50							1.360	0.120	0.003	1.838	0.066	0.014	2.188	0.143	0.010	2.639	0.108	0.006
55							1.630	0.143	0.003	2.203	0.079	0.016	2.738	0.056	0.012	3.164	0.130	0.009
60										2.600	0.093	0.019	3.231	0.066	0.014	3.734	0.154	0.010
65										3.028	0.128	0.003	3.763	0.077	0.016	4.468	0.059	0.012
70													4.333	0.089	0.018	5.145	0.068	0.014

A continuación, se presenta una tabla de volumen total para la especie.

Cuadro 10. Tabla de volumen total.

CD	Categoría en altura (m)					
	5	10	15	20	25	30
10	0.026	0.048	0.069	0.09	0.109	0.129
15	0.056	0.104	0.150	0.194	0.237	0.279
20	0.097	0.18	0.259	0.335	0.409	0.482
25	0.149	0.276	0.396	0.513	0.626	0.737
30	0.21	0.390	0.561	0.725	0.885	1.042
35	0.282	0.524	0.752	0.973	1.187	1.398
40	0.363	0.675	0.97	1.254	1.531	1.802
45	0.455	0.845	1.214	1.569	1.916	2.255
50	0.556	1.032	1.483	1.918	2.341	2.755
55	0.666	1.238	1.778	2.300	2.807	3.304
60	0.786	1.461	2.099	2.714	3.313	3.899
65	0.916	1.701	2.444	3.16	3.858	4.540
70	1.054	1.959	2.814	3.639	4.442	5.228

Cuando un árbol tiene un diámetro normal mayor o igual a 25 cm y una altura mayor o igual a 10 m, ya es posible obtener trozas de 8 pies de longitud, si los árboles tienen dimensiones menores a las mencionadas anteriormente, solo habrá volumen para pulpa y leña. A continuación, se presenta una gráfica de la distribución de productos en forma porcentual por categoría diamétrica.

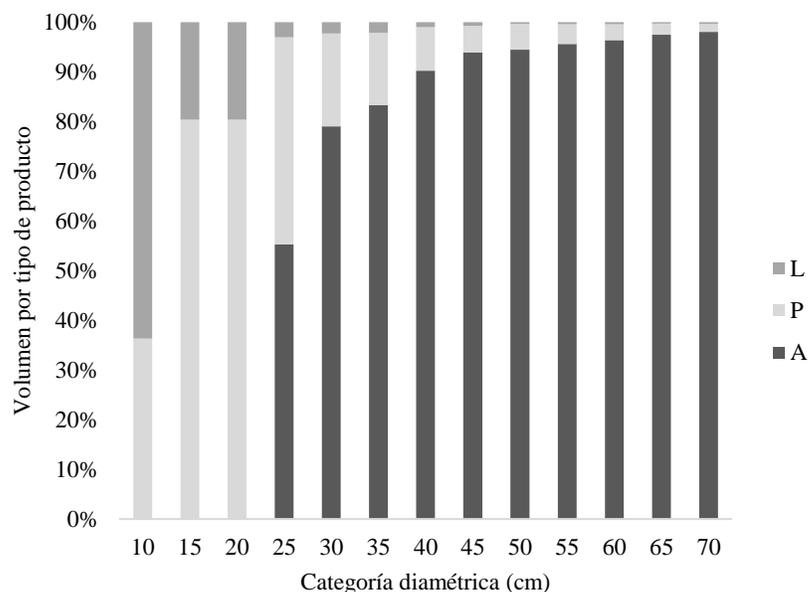


Figura 13. Distribución de productos en porcentaje

Las funciones de ahusamiento y volumen comercial se deben emplear para cubicación de rodales o lotes de árboles y nunca estimar el volumen de un solo árbol, ya que esto implica un error importante, que se compensa cuando se suman los volúmenes de muchos árboles para estimar el volumen del rodal (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009).

8. CONCLUSIONES

De las tres funciones segmentadas de ahusamiento ajustadas, la función de Fang *et al.* (2000) es la que mejor describe el perfil del fuste de *Pinus teocote*.

El sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial de Fang *et al.* (2000) ajustado mediante la técnica de máxima verosimilitud con información completa (FIML) fue mejor con respecto a aquella ajustada mediante regresión aparentemente no relacionada (SUR).

El problema de autocorrelación de los residuales fue modelada de manera adecuada mediante una estructura autorregresiva de orden 2 CAR(2).

El sistema de Fang *et al.* (2000) ajustado con información procedente de método no destructivo describe con precisión el perfil de *Pinus teocote*, y el volumen comercial.

Los valores de los puntos de inflexión a 8.2 y 68.8 % de la altura de árbol, reflejan la aplicación del manejo de la densidad, por lo que los fustes suelen tener una forma cilíndrica.

9. BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez-González, J. G., Rodríguez-Soalleiro, R. y Rojo-Alboreca, A. (2007). Resolución de problemas de ajuste simultáneo de sistema de ecuaciones: heterocedasticidad y variables dependientes con distinto número de observaciones. *Cuad. Soc. Esp. Cienc. For.*, 23, 35–42.
- Barrio-Anta, M., Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G. y Gadow, V. K. (2007). Merchantable volumen system for pendunculate oak in northwestern Spain. *Annals of Forest Science*, 64(5), 511–520.
- Barrios, A., López, A. M. y Nieto, V. (2014). Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. *Colombia Forestal*, 12(137–149).
- Bautista-Cruz, A. (2016). *Funciones de ahusamiento-volumen para Pinus patula Schl. et Cham. en la Región Chignahuapan– Zacatlán, Puebla* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Bruce, D., Curtis, R. O. y Vancoevering, C. (1968). Development of a system of taper and volume table for red alder. *Forest Science*, 14(3), 339–350.
- Cao, Q. V., Burkhart, H. E. y Max, T. A. (1980). Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of Loblolly pine to any merchantable limit. *Forest Science*, 26(1), 71–80.
- Capo-Arteaga, M. A., Luján-Álvarez, C., Treviño-Garza, E. J., Nájera-Castro, J. A., Morales-Quiñonez, L., Cabral-Cordero, I. y Cuervas-Hernández, J. L. (2007). *Plan Estratégico Participativo para el Desarrollo Forestal Sustentable del Estado de Nuevo León* (Universidad Agraria Antonio Narro). Recuperado a partir de <http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/docs/12/186ProgramaEstrategicoForestaldelEstadodeNuevoLeon.pdf>
- Carrillo-Anzures, F., Becerra-Luna, F., Tenorio-Galindo, G. y Acosta-Mireles, M.

- (2004). Tabla de volumen para *Pinus patula* Schl. et Cham. en el Estado de Hidalgo. (INIFAP, Ed.).
- Clutter, J. L. (1980). Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *Forest Science*, 26, 117–120.
- Clutter, J. L., Fortson, J. C., Pienaar, L. V., Brister, G. H. y Bailey, R. L. (1983). *Timber management : A quantitative approach*. New York: Wiley & Sons.
- Corral-Rivas, S. y Návar-Cháidez, J. de J. (2009). Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de pino de Durango, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 15(1), 5–13.
- Crecente-Campo, F., Rojo-Alboreca, A. y Diéguez-Aranda, U. (2009). A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountain ranges of Spain. *Annals of Forest Science*, 66, 1–12.
- Cruz-Cobos, F., De los Santos-Posadas, H. M. y Valdez-Lazalde, J. R. (2008). Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia*, 42(4), 473–785.
- Da Cunha, T. A., Vargas-Muñoz, J. O. y Escalier-Hinojosa, M. (2009). *Ajuste y selección de modelos de regresión para estimar el volumen total de árboles*. (Escuela de Ciencias Forestales (ESFOR), Ed.). Chochabamba, Bolivia.
- Demaerschalk, J. (1972). Converting volume equations to compatible taper equations. *Forest Science*, 18, 241–245.
- Diéguez-Aranda, U., Barrio-Anta, M., Castedo-Dorado, F. y Balboa-Murias, M. Á. (2003). Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Invest. Agrar.:Sist. Recur. For.*, 12(2), 131–139.
- Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G. y Rojo-

- Alboreca, A. (2006). Compatible taper function for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 36, 1190–1205.
- Diéguez-Aranda, U., Rojo-Alboreca, A., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G., Barrio-Anta, M., Crecente-Campo, F., ... Sánchez-Rodríguez, F. (2009). *Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia*. (X. de G. Dirección Xeral de Montes, Consellería do Medio Rural, Ed.) (1a ed.). Tórculo Artes Gráficas, S.A.
- Eckenwalder, J. E. (2009). *Conifers of the world, the complete reference*. Portland-London: Timber Press.
- Edward Behre, C. (1923). Preliminary notes on studies of tree form. *Journal of Forestry*, 21(5), 507–511.
- Eguiluz, T. (1982). Clima y distribución del género *Pinus* en México. *Ciencia Forestal*, 38(7), 30–44.
- Fang, Z., Borders, B. E. y Bailey, R. L. (2000). Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science*, 46(1), 1–12.
- Flores-Morales, E. Á. (2016). *Ecuaciones alométrica para la predicción de variables dasométricas y cálculo de volumen en Pinus pseudostrobus en el Sur de Nuevo León* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Gallant, A. R. y Fuller, W. A. (1973). Fitting segmented polynomial regression models whose join points have to be estimated. *Journal of the American Statistical Association*, 68(341), 144–147.
- García-Espinoza, G. G., Aguirre-Calderón, O. A., Vargas-Larreta, B., Martínez-Ángel, L., García-Magaña, J. J. y Hernández-Ramos, J. (2019). Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial de *Pinus pseudostrobus*

Lindl. en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. *Agrociencia*, 53(1), 115–131.

Gray, H. R. (1956). *The form and taper of forest-tree stems*. Imperial Forestry Institute.

Gujarati, D. N. y Porter, D. N. (2010). *Econometría*. México: McGraw-Hill/Irwin, Inc.

Harvey, A. C. (1976). Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. *Econometrica*, 44(3), 461–465.

Hernández-Pérez, D., De los Santos-Posadas, H. M., Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, J. R. y Volke-Haller, V. H. (2013). Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en Zacualtipán, Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 4(16).

Hernández-Ramos, J., De los Santos-Posadas, H. M., Valdez-Lazalde, J. R., Tamarit-Úrias, J. C., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, A., ... Carrero, O. (2017). Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Tabasco, México. *Acta universitaria*, 27(6), 40–52. <https://doi.org/10.15174/au.2017.1484>

Hernández-Ramos, J., De los Santos-Posadas, H. M., Valdez-Lazalde, J. R., Tamarit-Úrias, J. C., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, A. y Peduzzi, A. (2018). Funciones de ahusamiento para clones de *Eucalyptus urophylla* establecidos en plantaciones comerciales en Huimanguillo, Tabasco, México. *Agrociencia*, 52(7), 1013–1029.

Hernández-Ramos, J., Hernández-Ramos, A., García-Cuevas, X., Martínez-Ángel, L., Tamarit-Úrias, J. C. y García-Espinoza, G. G. (2018). Sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial para *Swietenia macrophylla* King (caoba) en Quintana Roo, México. *Madera y bosques*, 24(3).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía. (2017). Conjunto de datos

vectoriales de la carta de Uso del suelo y vegetación. Escala 1:250 000. Serie VI. Conjunto Nacional. INEGI. Recuperado a partir de https://www.inegi.org.mx/contenido/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/tematicas/uso_suelo/1_250_000/serie_VI/889463598459_s.zip

Kozak, A. (1988). *A variable-exponent taper equation*. *Canadian Journal of Forest Research* (Vol. 18). <https://doi.org/10.1139/x88-213>

Kozak, A. (1997). Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. *Canadian Journal of Forest Research*, 27, 619–629.

Kozak, A. (2004). My last words on taper equations. *The Forestry Chronicle*, 80(4), 507–515.

Max, T. A. y Burkhart, H. E. (1976). Segmented polynomial regression applied to taper equations. *Forest Science*, 22(3), 283–289.

Mentol, R. J. (2001). *Comparisons of approaches to modelling tree taper, stand structure and stand dynamics in forest plantations*. (Thesis Doctoral of Philosophy). University of Canterbury.

Muñoz-Flores, H. J., Madrigal-Huendo, J., Aguilar-Ramírez, M., García-Magaña, J. de J. y Lara-Rubio, M. (2003). Tablas de volumen para *Pinus lawsonii* Roetzl. y *P. pringlei* Shaw. En el Oriente de Michoacán. *Ciencia Forestal en México*, 28(94), 81–103.

Newnham, R. M. (1992). Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research*, 22, 210–223.

Niño-López, G. S., Ramos-Molina, P. A., Barrios, A. y López-Aguirre, A. M. (2018). Modelos compatibles de ahusamiento-volumen para árboles de *Gmelina Arborea* Roxb. en el Alto Magdalena, Colombia. *Colombia Forestal*, 21(2), 174–187.

- Özçelik, R. y Cao, Q. V. (2017). Evaluation of fitting and adjustment methods for taper and volume prediction of Black Pine in Turkey. *Forest Science*, 63(4), 349–355.
- Parresol, B. R., Hotvedt, J. E. y Cao, Q. V. (1987). A volume and taper prediction system for bald cypress. *Canadian Journal of Forest Research*, 17, 250–259.
- Perry, J. (1991). *The pines of México and Central America*. Portland, Oregon.: Timber Press.
- Pompa-García, M., Corral-Rivas, J. J., Díaz-Vásquez, M. A. y Martínez-Salvador, M. (2009). Función de ahusamiento y volumen compatible para *Pinus arizonica* Engelm. en el Suroeste de Chihuahua. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 34(105), 119–136.
- Pompa-García, M., Corral-Rivas, J. J., Hernández-Díaz, J. C. y Álvarez-González, J. G. (2009). A system for calculating the merchantable volume of oak trees in the northwest of the state of Chihuahua, Mexico. *Journal of Forestry Research*, 20(4), 293–300. <https://doi.org/10.1007/s11676-009-0051-x>
- Pompa-García, M., Vega-Munóz, J., Soto-Gutiérrez, R., Trincado, G. y Cruz-Cobos, F. (2012). Estimates of the bark thickness in bole profiles of oak in northern Mexico. *Research Journal of Forestry*, 6(2), 32–40.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F. y Real, P. (1997). *Mensura forestal*. San José Costa Rica: Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA).
- Quiñonez-Barraza, De los Santos-Posadas, H. M., Álvarez-González, J. G. y Velázquez-Martínez, A. (2014). Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. *Agrociencia*, 48(5), 553–567.
- Quiñonez-Barraza, G., García-Espinoza, G. G. y Aguirre-Calderón, O. A. (2018).

¿Cómo corregir la heterocedasticidad y autocorrelación de residuales en modelos de ahusamiento y crecimiento en altura? *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 9(49), 28–59. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i49.151>

Ramos-Uvilla, J. A., García-Magaña, J. J., Hernández-Ramos, J., García-Cuevas, X., Velarde-Ramírez, J. C., Muñoz-Flores, H. J. y García-Espinoza, G. G. (2014). Ecuaciones y tablas de volumen para dos especies de Pinus de la Sierra Purépecha, Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(23), 92–109.

Roman de la vega, C. F. y Ramírez-Maldonado, H. (2010). *Dendrometría*. Texcoco, Estado de México: Universidad Autónoma Chapingo.

Sakici, O. E., Misir, M. y Misir, N. (2008). Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 23(6), 522–533.

SEMARNAT. (2014). Inventario Estatal Forestal y de Suelos (Nuevo León). Recuperado el 18 de diciembre de 2019, a partir de http://187.218.230.30/filesconafor/userfiles/IEFyS/IEFYS_Nuevo_Leon_2014/IEFYS_Nuevo_Leon_2014.pdf

SEMARNAT. (2015). *Anuario Estadístico de la Producción Forestal 2015*. Recuperado a partir de <https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/282928/2015.pdf>

SEMARNAT. (2016). *Anuario Estadístico de la Producción Forestal 2016*. Recuperado a partir de <https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/282951/2016.pdf>

SEMARNAT. (2017). *Anuario Estadístico de la Producción Forestal 2017*. Recuperado a partir de <https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/282951/2016.pdf>

Statistical Analysis System Institute. (2008). Statistical Analysis System Institute.

- Tamarit-Úrias, J. C., De los Santos-Posadas, H. M., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J. R., Ramírez-Maldonado, H. y Guerra-De la Cruz, V. (2013). Sistema de cubicación para árboles de *Tectona grandis* L.f. Mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(21), 58–74.
- Tang, X., Pérez-Cruzado, C., Fehrmann, L., Álvarez-González, J. G., Lu, Y. y Kleinn, C. (2016). Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. *PLoS ONE*, 11(1), 1–15.
- Torres-Rojo, J. M. y Magaña, O. (2001). *Evaluación de plantaciones forestales*. LIMUSA.
- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., De los Santos-Posadas, H. M., Zamudio-Sánchez, F. J., ... Aguirre-Calderón, C. G. (2017). SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437–455.
- Zang, Y., Borders, B. E. y Bailey, R. L. (2002). Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing Loblolly pine. *Forest Science*, 48(3), 595–607.
- Zepeda-Bautista, M. y Domínguez-Pereda, A. (1997). *Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino, del Ejido El Largo, Chihuahua. In: Memoria de resúmenes de ponencias. III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales*. Linares, Nuevo León.
- Zimmerman, D. L. y Núñez-Antón, V. (2001). Parametric modelling of growth curve data: An overview. *Test*, 10(1), 1–73.