

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE MOVIMIENTO COORDINADO PARA EL
VUELO EN FORMACIÓN DE MÚLTIPLES
VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS EN UN
SISTEMA DE MULTI-AGENTES

POR

ERIK GILBERTO ROJO RODRÍGUEZ

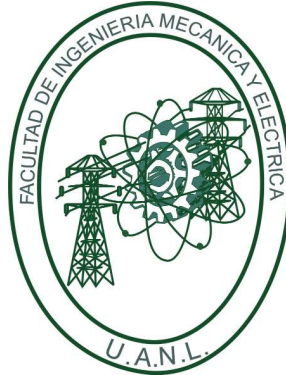
COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA

FEBRERO 2022

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE MOVIMIENTO COORDINADO PARA EL
VUELO EN FORMACIÓN DE MÚLTIPLES
VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS EN UN
SISTEMA DE MULTI-AGENTES

POR

ERIK GILBERTO ROJO RODRÍGUEZ

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA

FEBRERO 2022

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Posgrado

Los miembros del Comité de Evaluación de Tesis recomendamos que la Tesis “Diseño de movimiento coordinado para el vuelo en formación de múltiples vehículos aéreos no tripulados en un sistema de multi-agentes”, realizada por el estudiante Erik Gilberto Rojo Rodríguez, con número de matrícula 1492357, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica.

El Comité de Evaluación de Tesis

Dr. Octavio García Salazar
Director

Dra. Patricia del Carmen Zambrano Robledo
Co-director

Dr. Luis Antonio Amézquita Brooks
Revisor

Dr. Efraín Alcorta García
Revisor

Dr. Pedro Castillo García
Revisor

Dr. Anand Eleazar Sánchez Orta
Revisor

Dr. Edmundo Javier Ollervides Vázquez
Revisor

Vo.Bo.


Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirector de Estudios de Posgrado

Institución 190001

Programa 557603

Acta Núm. 310

Ciudad Universitaria, a 06 de Junio de 2022.

*A mis padres, María de la Luz y Gilberto,
y a mi hermano Edgar Ulises
por ser los pilares fundamentales de mi vida.*

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	XIX
Resumen	XXII
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Estado del arte e investigaciones referentes a VANTs y movimiento coordinado	5
1.3. Introducción general a la investigación	13
1.3.1. Justificación	13
1.3.2. Hipótesis	14
1.3.3. Objetivo general	14
1.3.4. Objetivos específicos	14
1.3.5. Contribuciones	15
2. Vuelo en formación y movimiento coordinado	16
2.1. Preliminares	16

2.2. El problema <i>Consensus</i>	18
2.2.1. El protocolo Consensus para N agentes	21
2.3. Vuelo en formación adaptable por medio de Consensus de segundo orden	22
2.3.1. Gestor Consensus	23
2.3.2. Planificación de ganancias mediante lógica difusa	26
3. Ecuaciones de movimiento para las aeronaves	34
3.1. Generalidades	35
3.1.1. Definición de marcos de referencia	35
3.1.2. Formulación general <i>Newton-Euler</i>	37
3.2. Ecuaciones de movimiento	39
3.2.1. Dinámica de Orientación	39
3.2.2. Dinámica de Posición	42
4. Guiado, Navegación y Control de N agentes	45
4.1. Configuración de entradas de control virtual para N agentes	46
4.2. Definición del marco de guiado en espacio euclidiano $SE(3)$	47
4.3. Navegación distribuida para N agentes	49
4.4. Guiado y control de orientación para N agentes	51
5. Técnicas de planeación de trayectorias	54
5.1. Preliminares	55

5.1.1. Las Trayectorias de <i>Dubins</i>	57
5.2. Generador de trayectorias continuas a tramos	58
5.2.1. Cálculo de los <i>Puntos Clave (Keypoints)</i>	60
5.2.2. Generación de ecuaciones continuas a tramos	74
5.2.3. Ecuaciones paramétricas de líneas y circunferencias	76
5.2.4. Mezclado de funciones a tramos	76
6. Técnicas de evasión de obstáculos	80
6.1. Evasión de obstáculos estáticos	81
6.1.1. Replaneación de trayectoria	82
6.1.2. Generación de puntos de navegación por <i>Optimización por en-</i> <i>jambre de partículas (PSO)</i>	87
6.2. Evasión de obstáculos en movimiento	98
6.2.1. Campo de vectores de velocidad	98
7. Validación: simulaciones y experimentación	105
7.1. Plataformas de simulación y experimentación	106
7.1.1. Plataforma de simulación	106
7.1.2. Plataforma de experimentación	109
7.2. Validación de Guiado, Navegación y Control	113
7.2.1. Simulaciones de <i>GNC</i>	114
7.2.2. Experimentación de <i>GNC</i>	116

7.3. Validación de vuelo en formación	125
7.3.1. Círculo con Ganancias Fijas	128
7.3.2. Círculo con Ganancias Adaptables	131
7.3.3. Trayectoria en forma de rectángulo redondeado con perturbaciones de viento y ganancias adaptables	135
7.4. Simulaciones del planeador de trayectorias	140
7.5. Simulaciones de evasión de obstáculos	149
7.5.1. Replaneación de trayectoria	150
7.5.2. Generación automática de puntos de navegación por PSO . . .	154
7.5.3. Campo de vectores de velocidad	161
7.6. Validación del esquema completo	166
8. Conclusiones y discusiones	173
8.1. Recapitulación	173
8.2. Conclusiones	175
8.3. Discusión de resultados	177
8.4. Trabajo futuro	180
A. Publicaciones realizadas	182
A.1. Publicaciones en revistas indexadas	182
A.2. Publicaciones en congresos	183
B. Análisis de ortogonalidad	185

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1. Estructura del Gestor Consensus con los agentes conformando la formación. El Gestor recibe las referencias de trayectoria generadas de manera externa, y produce referencias individuales coordinadas para cada agente.	24
2.2. Ejemplo de funciones de pertenencia para el <i>Error de Consensus</i> . Por ejemplo, si el valor del error es de -500, en la función de Aproximadamente cero, se tendrá un grado de pertenencia de 0.14, mientras que en Poco negativo de 0.6 y en el resto de funciones prácticamente 0, lo que significa que -500 es un valor Poco negativo, pero ligeramente cercano a cero.	29
2.3. Ejemplo de funciones de pertenencia para K_{P_i}	32
2.4. Ejemplo de funciones de pertenencia para K_{P_i} con distintos valores de salida. Para este caso $B_1^{-2} = 0.4$, $B_1^{-1} = 0.6$, $B_1^0 = 0.5$, $B_1^1 = 0.2$, y $B_1^2 = 0.08$, lo que arroja un valor del centroide de las áreas formadas en 1.35.	32
2.5. Estructura del Gestor Consensus con los agentes conformando la formación.	33
3.1. Marcos de referencia utilizados para definir el movimiento de las aeronaves.	36

3.2. Fuerzas y sentidos de giro para el $n - \text{esimo}$ agente de la formación.	41
5.1. Ejemplo de una trayectoria de Dubins. Note como el punto inicial y final tienen direcciones específicas de entrada y salida.	57
5.2. Vectores de conexión ϑ_i entre puntos de navegación, con sus respectivos ángulos γ_j	59
5.3. Posicionamiento de circunferencias a la mitad de los ángulos γ_j con radio definido r	60
5.4. Determinación de los puntos de las líneas tangentes que unen punto inicial y final con sus respectivas circunferencias, así como la unión entre círculos.	61
5.5. Definición de vectores virtuales para obtención de ángulo.	62
5.6. Combinaciones posibles de orientación de los vectores virtuales.	64
5.7. Definición de las distintas zonas de posible trayectoria para una intersección punto-círculo. Dependiendo de la <i>aproximación</i> por izquierda o derecha, la zona cambia.	65
5.8. Orientación relativa entre el punto de giro y sus puntos anterior y siguientes. En a) se tiene una orientación por izquierda, mientras que en b) por derecha.	66
5.9. Triángulos formados por las distintas relaciones trigonométricas entre el círculo de giro y el punto de unión.	67
5.10. Posibles trayectorias de conexión entre circunferencias de giro.	69
5.11. Trayectoria con línea cruzada por derecha relativa. Debido a que el vector virtual D_p está orientado a izquierda relativa, y el D_f a derecha relativa, se obtuvo un giro cruzado por derecha.	70

5.12. Trayectoria con línea lateral por derecha relativa. Debido a que ambos vectores virtuales D_p y D_f están orientados a derecha relativa, se obtuvo un giro cruzado por derecha.	71
5.13. Combinaciones posibles para la determinación de qué tipo de línea de conexión utilizar. Dependiendo de los vectores virtuales D_p y D_f , la línea que une las circunferencias puede ser cruzada o lateral; y derivar a su vez por derecha o izquierda relativas al punto de navegación. . .	72
5.14. Trayectoria de $N = 5$, 3 puntos de navegación más punto inicial y punto final.	75
5.15. Proceso general simplificado de realización de la trayectoria.	79
6.1. La trayectoria en línea recta formada entre el punto inicial y el punto final colisiona con dos posibles obstáculos.	82
6.2. Utilizando los obstáculos que se interponen en un principio como punto de giro, es posible evadirlos, y evitar colisiones con otros durante el proceso.	83
6.3. Posibles rutas para evadir los obstáculos siendo usados como puntos de giro.	84
6.4. Ubicación de centros de obstáculos relativa al vector de unión de punto inicial y final.	85
6.5. Ángulos de las líneas de unión con los centros de obstáculos.	87
6.6. Ejemplo de movimiento del enjambre de soluciones candidatas.	90
6.7. Posibles situaciones de puntos de navegación. En a) la partícula produce un punto de navegación que choca con un obstáculo, mientras que en b) y en c) forman trayectorias seguras.	92

6.8. En a) se observa como la trayectoria formada no produce colisión dado que el vector que une a los puntos no está dentro de la zona de colisión, mientras que en b) sucede lo contrario dado que el vector queda entre las líneas tangentes. 93

6.9. Definición de los ángulos entre vectores de puntos tangentes y de trayectoria. En a) la suma de ángulos Γ_I y Γ_D es diferente a Γ_T , por lo que no se está en zona de colisión, caso contrario en b) donde el resultado si suma el ángulo de la zona de colisión. 94

6.10. Cuando el punto de navegación, caracterizado por la partícula, está dentro de algún obstáculo, independiente de cuál y dónde dentro de la zona, siempre producirá trayectorias inaceptables. 95

6.11. Una formación de 3 VANTs con dirección de movimiento recta encuentran un obstáculo móvil. Estos a medida que interfieren con el campo de velocidad del obstáculo, modifican su resultante de velocidad, por lo que alteran su trayectoria original, evitando la colisión con el obstáculo. 100

6.12. Campo de vectores de velocidad generado por $\vec{\mathcal{F}}_i$ en el origen, con cobertura de 2.5 m radial. 104

6.13. Vista en la cara superior del campo de vectores de velocidad generado por $\vec{\mathcal{F}}_i$ en el origen, con cobertura de 2.5 m radial. 104

7.1. Diagrama de configuración general de la plataforma experimental . . . 110

7.2. Cuadrirrotor *AR. Drone 2.0*[®]. 113

7.3. Trayectorias *XYZ* del marco de referencia inercial para los 3 tipos de simulaciones. 115

7.4. Componentes de los vectores Hacia Adelante, Normal y Binormal para la simulación ideal.	116
7.5. Trayectoria experimental XYZ para una trayectoria circular sin perturbaciones.	117
7.6. Componentes individuales XYZ de la trayectoria experimental circular sin perturbaciones.	118
7.7. Componentes de los vectores Hacia Adelante, Normal y Binormal para la trayectoria experimental circular.	119
7.8. Ángulo ψ seguido por la aeronave durante la trayectoria experimental sin perturbaciones.	120
7.9. Trayectoria experimental XYZ para una trayectoria circular con perturbaciones.	121
7.10. Componentes individuales XYZ de la trayectoria experimental circular con perturbaciones.	122
7.11. Componentes de los vectores Hacia Adelante, Normal y Binormal para la trayectoria experimental circular con perturbaciones.	123
7.12. Ángulo ψ seguido por la aeronave durante la trayectoria experimental con perturbaciones.	124
7.13. Funciones de pertenencia de entrada para el error de posición.	125
7.14. Funciones de pertenencia de entrada para el error de velocidad.	126
7.15. Funciones de pertenencia de salida para la ganancia de posición.	126
7.16. Funciones de pertenencia de salida para la ganancia de velocidad.	127
7.17. Superficie de variación para la ganancia de posición del Manager Consensus.	127

7.18. Superficie de variación para la ganancia de velocidad del Manager Consensus.	128
7.19. Trayectorias en el espacio inercial para ambos agentes con coordina- ción de ganancias fijas.	129
7.20. Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 1.	129
7.21. Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 2.	130
7.22. Referencias generadas por el <i>Manager Consensus</i>	131
7.23. Trayectorias en el espacio inercial para ambos agentes con coordina- ción de ganancias adaptables.	132
7.24. Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 1.	133
7.25. Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 2.	133
7.26. Referencias generadas por el <i>Manager Consensus</i>	134
7.27. Adaptación de las ganancias del <i>Manager Consensus</i> a lo largo de la duración de la trayectoria.	134
7.28. Trayectorias en el espacio inercial para ambos agentes con coordina- ción de ganancias adaptables y perturbaciones de viento.	136
7.29. Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 1, para la trayectoria rectangular con perturbaciones.	137
7.30. Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 2, para la trayectoria rectangular con perturbaciones.	138
7.31. Referencias generadas por el <i>Manager Consensus</i> para la trayectoria rectangular.	139

7.32. Adaptación de las ganancias del <i>Manager Consensus</i> a lo largo de la duración de la trayectoria rectangular.	139
7.33. Trayectoria generada utilizando los primeros 3 puntos de navegación.	141
7.34. Componentes individuales <i>XY</i> de la trayectoria de 3 puntos.	142
7.35. Trayectoria generada utilizando los primeros 4 puntos de navegación.	143
7.36. Componentes individuales <i>XY</i> de la trayectoria de 4 puntos.	145
7.37. Trayectoria generada utilizando los 7 puntos de navegación.	146
7.38. Componentes individuales <i>XY</i> de la trayectoria de 7 puntos.	147
7.39. Comparativa entre las trayectorias generadas.	149
7.40. Trayectoria generada sin la corrección de dirección de giro.	152
7.41. Trayectoria generada utilizando la corrección de dirección de giro.	154
7.42. Evolución de la mejor penalización a lo largo de las iteraciones para un obstáculo.	155
7.43. Evasión de 1 obstáculo fijo por medio de PSO.	156
7.44. Evolución de la mejor penalización a lo largo de las iteraciones para 3 obstáculos.	157
7.45. Evasión de 3 obstáculos fijos por medio de PSO.	158
7.46. Evolución de la mejor penalización a lo largo de las iteraciones para 6 obstáculos.	159
7.47. Evasión de 6 obstáculos fijos por medio de PSO.	160
7.48. Movimiento del agente en vuelo estacionario al evadir colisión de obstáculo móvil.	162

7.49. Trayectorias individuales del agente en vuelo estacionario en comparación con la referencia del <i>Gestor Consensus</i>	163
7.50. Trayectoria del obstáculo móvil con el agente en vuelo estacionario. .	163
7.51. Movimiento del agente en trayectoria cuadrada con esquinas redondeadas, evadiendo la colisión con el obstáculo móvil.	164
7.52. Trayectorias individuales del agente móvil en comparación con la referencia del <i>Gestor Consensus</i>	165
7.53. Trayectoria del obstáculo móvil en presencia del agente en movimiento.	165
7.54. Configuración de las 5 aeronaves que actuarán como agentes de la formación. Las líneas dirigidas representan la comunicación de información para la coordinación <i>Consensus</i>	166
7.55. Trayectorias realizadas por la formación de 5 aeronaves.	168
7.56. Trayectorias realizadas por la formación de 5 aeronaves, y visualización se obstáculos y evasión.	169
7.57. Componentes obtenidas por el generador de trayectorias para la realización de la misión, tomando en cuenta los obstáculos en el entorno.	170
7.58. Componentes individuales de la trayectoria de cada agente, así como del líder virtual.	171
7.59. Componentes individuales de las referencias generadas por el <i>Gestor Consensus</i>	172

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Reglas para la ganancia K_{P_i}	30
2.2. Reglas para la ganancia K_{D_i}	31
7.1. Especificaciones del del equipo de computo utilizado para la realización de las simulaciones.	108
7.2. Especificaciones básicas del AR.Drone Parrot 2.0 ^{mini}	109
7.3. Puntos de navegación utilizados para la generación de trayectorias.	140
7.4. Puntos tangentes y centros de círculos de giro para la trayectoria de 3 puntos.	142
7.5. Puntos tangentes y centros de círculos de giro para la trayectoria de 4 puntos.	144
7.6. Puntos tangentes y centros de círculos de giro para la trayectoria de 7 puntos.	148
7.7. Puntos y coordenadas para el primer caso de evasión por replaneación de trayectoria.	151
7.8. Puntos y coordenadas para el segundo caso de evasión por replaneación de trayectoria.	153

7.9. Puntos y coordenadas para la evasión de 3 obstáculos por medio de PSO.	157
7.10. Puntos y coordenadas para la evasión de 6 obstáculos por medio de PSO.	159
7.11. Parámetros del entorno y misión para la formación de 5 aeronaves. . .	167

AGRADECIMIENTOS

El proceso de formación doctoral no comienza en el momento en el cual inicia el periodo de cursos; un largo camino se tiene que recorrer para poder incluso tomar la decisión de iniciar el trayecto. Desde la formación de nivel superior se sientan las bases que concluyen en la vocación por la investigación; los proyectos, las problemáticas a resolver y los desafíos más allá de lo técnico, son un claro ejemplo de los formadores del investigador. Es por ello que se vuelve necesario reconocer a todas aquellas personas e instituciones que a lo largo de todo el recorrido han aportado, desde simples comentarios y opiniones, hasta procesos de formación completos.

Es evidente que la *alma mater* juega un papel clave en el proceso de formación. La *Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica* (FIME) es una institución que fomenta el desarrollo ingenieril, científico y social; sin embargo, un factor crucial es que el estudiante de la FIME se caracteriza, e incluso diferencia, por su gran orgullo a la institución y su sentido de pertenencia. Esto es sinónimo de fraternidad y hermandad que no cualquier institución tiene el lujo de manifestar. Este tipo de mentalidad fomenta el desarrollo profesional y personal, de tal manera que *el trabajo*, que para muchos pudiera considerarse *tedioso*, para el estudiante de la FIME representa un reto a perseguir, debido a que esto culmina, no solo en un logro personal, sino en una aportación institucional que enaltece la calidad del capital formado por la facultad. Los logros y metas alcanzados en esta investigación no hubieran sido posibles sin el amplio apoyo de la FIME, tanto como institución educativa, así como formadora de profesionales de calidad con un alto sentido pertenencia y compromiso.

Es importante reconocer también a la institución *madre*, la *Universidad Autónoma de Nuevo León* (UANL), que a modo de organización rectora, juega un papel fundamental en la formación del capital humano. Los valores que promueve y la conciencia de la calidad son algunos de los elementos que propician la alta competitividad de sus egresados.

De manera específica, y como parte de la UANL a través de la FIME, el *Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica* (CIIIA) fue donde se acunó el proceso de esta investigación de inicio a fin. Gran parte de los investigadores y personas laborado en el centro realizaron aportes significativos en el presente trabajo, y gracias a sus aportaciones, fue posible cumplir las metas propuestas.

Además, gracias al apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo del *Fondo Institucional de Fomento Regional para el Desarrollo Científico, Tecnológico y de Innovación* (FORDECYT), con el proyecto *Fortalecimiento de la Aeronáutica en el Noreste de México*.

A la ONRG (Office of Naval Research Global) de Estados Unidos por el apoyo otorgado a través del número de proyecto N62909-20-1-2030 para el desarrollo de mi tesis de doctorado.

A pesar de que gran parte del trabajo realizado por el doctorante es consecuencia de su propio esfuerzo y dedicación, ningún proyecto sería posible sin la participación de distintas personas que cumplen distintos objetivos; algunos como guías, otros como compañeros, e incluso algunos como apoyo moral.

De entre estas personas, las más importantes son mis padres, Gilberto y María de la Luz. No solo han sido mi ejemplo a seguir, sino también guías en muchos de los ámbitos que van desde lo personal, hasta lo profesional. Innumerables son las veces en las que los he necesitado, y en igual es el número de ocasiones en las que han estado para mi; sin pedir nada a cambio, y dándolo todo de si mismos con un objetivo claro; siempre ayudar a su hijo en lo que sea y con todos los recursos disponibles.

Mi hermano, Edgar Ulises, ha sido clave para la realización de este trabajo. Su influencia ha ido desde lo personal, hasta en lo profesional. En él encuentro a mi mejor compañero y amigo; que siempre está ahí para brindar su apoyo, incluso cuando las cosas no parecen tener solución. Además, sus aportaciones a esta investigación fueron bastante importantes, dado que muchas ideas, conceptos y desarrollos no hubieran sido posibles sin sus valiosas opiniones y contribuciones.

El Dr. Octavio García, quien ha sido mi asesor desde que comencé el posgrado de maestría, ha desempeñado un papel muy importante, debido a la gran confianza que ha depositado en mi. Pero agradecer únicamente las aportaciones académicas, sería dejar de lado gran parte de la influencia que ha tenido en mi persona. El *Dr.* también ha sido un guía en muchos otros aspectos; desde sus invaluable sugerencias y enseñanzas cuando inicié la impartición de clases a nivel profesional; hasta los innumerables consejos que van desde lo académico, hasta lo personal. Independientemente de a donde me lleve el camino de la investigación, siempre consideraré al *Dr.* como mi mentor.

Finalmente, y no menos importantes, es necesario reconocer a todas las personas que, de alguna u otra manera, han hecho valiosas aportaciones a lo largo de este tiempo. Entre ellos, mi gran amigo y compañero Javier Ollervides, quien siempre ha estado ahí cuando necesito una opinión, y además ha sido un invaluable amigo cuando los tiempos han resultado complicados. Luis Cabriales y Manuel, compañeros a lo largo de este proceso, que juntos nos hemos enfrentado a distintos retos, y siempre hemos sabido llevarlos adelante. Francisco, Fátima y Ricardo, compañeros y amigos que a pesar de no trabajar directamente juntos, me abrieron las puertas a su grupo, en un momento de gran necesidad. Diana, siempre muy presente a lo largo de todo este tiempo y aquella amiga con la que puedes contar, no importa cómo ni cuando. Gabino, quien desde mis estudios de licenciatura ha visto mi crecimiento profesional, y aparte a sabido ser un gran amigo. Carlos Santana, cuyos consejos han sido de gran utilidad. Y a todas aquellas personas que no menciono, pero de alguna u otra manera han sido parte de esto, les estoy muy agradecido.

RESUMEN

Erik Gilberto Rojo Rodríguez.

Candidato para obtener el grado de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: DISEÑO DE MOVIMIENTO COORDINADO PARA EL VUELO EN FORMACIÓN DE MÚLTIPLES VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS EN UN SISTEMA DE MULTI-AGENTES.

Número de páginas: 196.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: Desarrollar de un esquema general que permita la realización de movimiento coordinado de vehículos aéreos no tripulados, pertenecientes a una formación, incluyendo el autodiseño de trayectoria, la evasión de obstáculos estáticos y dinámicos, así como la navegación, guiado y control individual de cada aeronave.

1. Desarrollar de esquema de coordinación de vehículos aéreos no tripulados para el vuelo en formación, con la capacidad de adaptación a diferentes capacidades de vuelo para garantizar en funcionamiento en diferentes entornos de misión.
2. Diseñar esquema de *Guiado, Navegación y Control* distribuido para las aeronaves que conforman la formación, con la capacidad de recibir referencias de el algoritmo de coordinación, que además pueda garantizar el adecuado funcionamiento y un grado adecuado de robustez ante perturbaciones externas.
3. Diseñar algoritmo para el autodiseño de trayectorias, con la capacidad de generar referencias continuas a tramos, tomando en cuenta las capacidades de giro y maniobra de la aeronave.

4. Diseñar algoritmo de detección de colisiones con obstáculos estáticos, con la capacidad de identificación de puntos de navegación, compatible con el algoritmo de diseño de trayectorias.
5. Diseñar e integrar metodología para la evasión de obstáculos en movimiento, que garantice que la formación de aeronaves no se verá afectada, y tenga la capacidad de trabajar en conjunto con todos los sistemas integrados.
6. Realizar simulaciones numéricas de los algoritmos diseñados para probar su factibilidad de operación.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES:

- La utilización de un sistema de coordinación distribuida permite gestionar de manera eficiente el cómo se coordinan los VANT, dado que, al centralizar el gestor de la formación, resulta posible tomar decisiones sin la necesidad de afectar a la aeronave de manera individual.
- La estrategia de *GNC* basada en navegación en $SE(3)$ logró controlar la aeronave de manera eficiente, y debido al uso de la matriz de rotación deseada, la cual es compuesta por vectores definidos acorde a la referencia, no fue necesario diseñar los ángulos de guiado, debido a que el mismo algoritmo lo desarrolla.
- La planeación de trayectorias juega un papel primordial en el vuelo coordinado; el camino diseñado puede cumplir con los requisitos adecuados para la navegación de una sola aeronave, como radios de giro adecuados, y vectores de velocidad realizables por el VANT, considerando efectos Coriolis y giroscópicos; sin embargo, resulta aún más importante considerar que esto no necesariamente cumple para un grupo de aeronaves. Si la trayectoria es diseñada tomando en cuenta una sola aeronave con restricciones de movimiento lateral, como un ala-fija, las sub-trayectorias pueden no cumplir con la misma restricción si es que no se toman en cuenta radios de giro mínimos, desde el punto de vista del giro de la formación como un todo.
- El uso de trayectorias continuas a tramos presenta la ventaja de poder *cruzar* la trayectoria; en otras palabras, existe la posibilidad de tener múltiples puntos coordinados similares en diferentes instantes de tiempo en las ecuaciones paramétricas, lo que brinda versatilidad y flexibilidad en la misión.
- Resulta posible solucionar la problemática de la evasión de obstáculos estáticos y dinámicos al mismo tiempo con algoritmos de campos vectoriales; sin embargo resulta más eficiente, y permite cierto grado de optimización, el diseño de la trayectoria de misión, considerando desde el principio los obstáculos estáticos.

- Desde el punto de vista de la evasión de obstáculos estática, el algoritmo de optimización PSO resulta más práctico que el uso de los obstáculos como punto de giro. Esto principalmente a la generación de un camino localmente óptimo, con menor cantidad de giros en la mayoría de las ocasiones.
- Es imperativo definir las capacidades de reacción del VANT al diseñar el campo de vectores de velocidad añadida; dado que, a pesar de que pudiera definirse de manera suficientemente grande, si la aeronave no presenta respuestas al cambio de referencias suficientemente rápidas, se pueden producir oscilaciones indeseadas. En otras palabras, la magnitud del campo vectorial debe de estar acorde con los tiempos de establecimiento dictados por el controlador del VANT.
- La implementación del algoritmo para la adaptación de ganancias en el *Gestor Consensus*, representa uno de los puntos fuertes de la validación realizada, dado que, a pesar de haber realizado los experimentos en tiempo real en condiciones controladas, la acción de perturbaciones externas, como ráfagas de viento ocasionadas por los mismos agentes de la formación, representa un cambio en las condiciones ideales. Sin la presencia del sistema difuso, el coordinador no hubiera tenido la capacidad de adaptarse a estas perturbaciones, lo que resulta evidente al de observar las correspondientes gráficas del cambio de ganancias, cuyos picos representan ajustes rápidos, como consecuencia de una interacción en la formación.
- La arquitectura propuesta para el *Gestor Consensus*, la cual genera referencias corregidas para los controladores distribuidos e independientes de cada VANT, brinda la ventaja de la separación de algoritmos. Dicho en otras palabras, sería posible extender la aplicación de este trabajo, a otros esquemas de control o incluso distintas configuraciones de aeronaves, tomando en cuenta solamente sus parámetros de funcionamiento específicos, como radios máximos de giro, y velocidades de respuesta.

Firma del asesor: _____
Dr. Octavio García Salazar

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Este capítulo está tiene como objetivo introducir de manera general al contexto de todo el documento. Se presentan los elementos fundamentales que sustentan los motivos e intenciones de la realización de la investigación, además de que se brinda el trasfondo histórico del ramo estudiado. A manera de estado del arte, se incluyen algunas de las investigaciones más relevantes que han influido de alguna manera el como se ha conducido el presente desarrollo. Finalmente se presentan algunos trabajos previos los cuales dieron pie a la realización de algunos de los elementos presentados.

1.1 ANTECEDENTES

Es importante aclarar que a la fecha de la escritura de este documento, existe una numerosa cantidad de aplicaciones y desarrollos, relacionados de alguna u otra manera con los Vehículos Aéreos No Tripulados (VANT); de hecho, gran parte de las investigaciones realizadas en otros campos afines, ha centrado su foco de interés en esta categoría de aeronaves, por ejemplo robótica, mecatrónica, electrónica y comunicaciones, aerodinámica, [1], [2], [3], [4] entre muchas otras similares. Este auge tan prominente es producto de la gran variedad de beneficios que presenta la utilización de un VANT en alguna de las tareas que anteriormente no era posible

realizar de manera autónoma, automática, o parcialmente asistida.

Históricamente no sería posible establecer el cuando se acuñó la idea de los VANTs; desde inicios de la aviación moderna a principios del siglo XX, se demostró interés en la automatización de las aeronaves, propagándose más la idea como resultado de los grandes avances de la industrialización [5]. No fue sino hasta la Segunda Guerra Mundial que la aplicación de tecnologías de supremacía aérea cobró gran interés, principalmente al ser la aviación uno de los factores decisivos en el conflicto [6].

Fue hasta que se popularizan las aeronaves de ala rotativa a finales de los años 1950's, dentro del contexto de la guerra de Vietnam, [7], que se realizaron importantes desarrollos en el avance de las aeronaves autónomas. Las limitantes de la época no permitían sistemas de control autónomo avanzados, ni la automatización de tareas importantes; sin embargo, el *vuelo estacionario*, del cual eran capaces de realizar las aeronaves de ala rotativa, introdujo un nuevo paradigma a la conceptualización de VANTs, lo que llevó a establecer que, gracias a esta nueva configuración, el desarrollo de aeronaves totalmente autónomas sería más factible.

Contrario a la tendencia esperada de un incremento de aeronaves de ala rotativa, las aeronaves de ala fija continuaron su desarrollo fuertemente, incluso frente a los beneficios que los ala rotativa presentan. Aparte de la madurez tecnológica de las aeronaves de ala fija, las aeronaves de ala rotativa presentaban ciertos inconvenientes que no las hacían candidatas ideales para algunas tareas. Entre estos inconvenientes se tenían las limitadas capacidades de carga, la relativamente baja velocidad crucero y máxima y la maniobrabilidad cambiante y no lineal a lo largo de la envolvente de vuelo. Por el lado de los VANTs la historia no fue muy diferente; se comenzaron a realizar avances agigantados en la automatización y control de vuelo, y con el uso del *Fly-by-wire*¹ comercialmente, comenzó la carrera tecnológica en el

¹ *Vuelo por cable*, el cual es la independización de las superficies de control en una aeronave, de elementos mecánicamente conectados al mando del piloto, siendo reemplazado por *cables* y ordenadores de abordo.

marco de los VANT de ala fija. Se realizaron avances importantes en la década de los 1990's, siendo los VANT parte integral de las operaciones militares de las potencias occidentales.

Iniciado el siglo XXI, el contexto mundial atravesaba importantes cambios de globalización y distribución tecnológica sin precedentes. La reducción de costes, la accesibilidad a nuevos ordenadores y componentes electrónicos especializados, así como el aumento exponencial en la potencia de computo, permitió que los nuevos mercados buscaran beneficiarse de la creciente popularidad de los VANT, y que muchas investigaciones pudieran ser conducidas de manera más accesible [8], [9]. Como resultado del auge del *VLSI*², Los algoritmos de control, que anteriormente no era posible procesar de manera eficiente, fueron gradualmente siendo implementados en VANTs de un tamaño mucho menor a los anteriores desarrollos. Todo lo anterior en conjunto llevó a que se retomara ampliamente el desarrollo de las aeronaves de ala rotativa, pero desde el enfoque de utilización comercial y civil, lo que dio paso a la inmensa popularización de las VANTs multirrotor.

A partir de este momento, numerosas investigaciones y desarrollos se enfocaron en la utilización de los pequeños VANT multirrotor. Acercándose la década de los 2010's, un marcado crecimiento y popularidad comercial se manifestó, gracias a los avances realizados. Empresas como *Parrot*, *DJI*, *Ryze*, entre otras, [10], comenzaron a comercializar VANTs multirrotor, y de manera más popular, cuadrirrotores, al público en general. Esta popularidad propició que comenzaran a darse aplicaciones que anteriormente eran impensables por medio de un VANT; agricultura de precisión, vigilancia y patrullaje, inspección de plataformas petrolíferas, inspección de construcciones, cinematografía, son solo algunas de las tantas aplicaciones que vieron potencial en estas aeronaves, y que actualmente son parte esencial en su realización.

En este contexto se comenzó a generar la necesidad de regular y garantizar la seguridad del público en general, frente al uso de los VANTs de esta escala. Gran

² *Very large-scale integration*, integración a muy grande escala; esencialmente es referente a la integración de gran cantidad de circuitos integrados en un encapsulado relativamente pequeño.

cantidad de regulaciones y normativas han sido implementadas desde entonces; y frente a esta situación, se buscado garantizar la seguridad en la misión de los VANT, por lo que diferentes ramos como el sensado y evasión, han tenido un foco muy importante en las investigaciones, no solo para los VANT de uso comercial, sino de manera general, dado que esto impacta en gran medida en todos los sectores de aplicación, y su adición a los sistemas de control y navegación representa un gran beneficio para su funcionamiento.

Otros elementos también han ganado gran interés, tales como la generación de trayectorias y la navegación asistida o completamente autónoma. En el sector público, estos elementos representan un marco de seguridad que garantiza que la aeronave realizará maniobras previstas y delimitadas por las condiciones del entorno; mientras que para aplicaciones específicas o especializadas, conlleva una ventaja frente a métodos de realización de la tarea de manera convencional, dado que, aparte de incrementar la seguridad, permite mejorar la eficiencia y tiempos de misión.

En vista de lo expuesto, y tomando en cuenta las recientes aplicaciones de los VANTs comerciales, como la mensajería, la cobertura de grandes áreas, o la asistencia policial, se ha buscado implementar el uso masivo de este tipo de aeronaves. El más claro ejemplo de esto es el desarrollo de los enjambres de multirrotores, cuya concepción fue el resultado de la necesidad de mejorar aún más la cobertura y eficiencia que un solo VANT permite [11], [12]. Son varios enfoques los que se han abordado en este tema; movimiento coordinado, vuelo cooperativo, vuelo en formación y los enjambres de aeronaves, son los más populares. A pesar de que todos estos enfoques presentan muchas similitudes y un objetivo común, las formas en la que abordan la problemática varía. Algunos utilizan coordinación a nivel individual, otros coordinación distribuida; ciertas disciplinas priorizan la trayectoria seguida, mientras que otras la eficiencia energética; estas diferencias ha logrado que el vuelo de múltiples aeronaves se haya convertido en una disciplina independiente por si misma.

1.2 ESTADO DEL ARTE E INVESTIGACIONES REFERENTES A VANTs Y MOVIMIENTO COORDINADO

En la sección anterior se presentó un panorama general en lo que respecta a los VANTs. Abordando ahora las líneas que persigue esta investigación, resulta necesario mencionar de manera específica qué es lo que se ha realizado en cada uno de los campos que se cubren. Tomando en cuenta los objetivos perseguidos, resulta evidente mencionar que, a parte de los VANTs en general, otras líneas de investigación se abordan, por lo que es posible realizar una recapitulación en lo relacionado a coordinación de sistemas de multi-agentes, navegación de VANTs, diseño de trayectorias para aeronaves y evasión de obstáculos en vuelo.

Partiendo del núcleo de la investigación, esto es, los VANTs, resulta evidente mencionar que, dependiendo del tipo de aplicación, es posible enumerar gran cantidad de investigaciones relacionadas. En el caso de este trabajo, al estar enfocado principalmente al diseño y posterior integración de estrategias, se da preferencia a las aeronaves con un mayor alcance y auge civil, esto es, los VANTs del tipo multirroto. Las estrategias para el diseño y desarrollo de estas aeronaves no presentan una complejidad crítica, si se compara con otro tipo de VANTs como los ala fija; sin embargo, debido a la interacción entre la propulsión y la estructura, es necesario presentar especial atención en dos principales elementos, la reducción de vibraciones o aumento de rigidez estructural, así como en el correcto modelado matemático [13]. En el trabajo realizado en [14] se presenta el diseño de una aeronave tipo cuadrirroto, en este se abordan desde los temas de diseño de hélice, propulsión y electrónica, hasta elementos más generales como la estructura y modelado y control. Entre los muchos hallazgos realizados por el, algunos de los más destacables llevan a concluir que la presencia de vibraciones de alta frecuencia, debido a interacción aerodinámica y estructural, y la rapidez en la respuesta de los motores, son dos de los elementos cruciales a atender para lograr un vuelo satisfactorio. Esto mismo se postula en

[15], donde de manera similar se establece que el correcto modelado matemático, y una identificación adecuada de los parámetros dinámicos, son los que garantizan el desempeño seguro. En vista de esto, numerosas investigaciones lidiando con la identificación de parámetros no modelados han sido conducidas; entre ellos, el trabajo presentado en [16], donde los efectos giroscópicos de los rotores y el fenómeno de Coriolis son incluidos en el modelado, y de esta manera compensados en el controlador. Además en [17], lidian con el fenómeno de la incertidumbre de parámetros y perturbaciones externas, por medio de estrategias de control adaptable, que permitan tener distintos modos de funcionamiento, y no tener que elegir entre un desempeño robusto o una salida suave.

Tomando en cuenta la gran cantidad de elementos no modelados que pueden afectar el funcionamiento de la aeronave, numerosas aproximaciones de control comenzaron a dar frutos en la estabilización y funcionamiento del VANT en múltiples condiciones de vuelo. El control adaptable resultó ser una herramienta prometedora para la solución de la problemática; varios enfoques se han estudiado, como la estabilización en diferentes etapas o con entradas de control virtual, entre ellas la técnica de *Backstepping*, [18], [9], [19]. Además, otras aproximaciones ya utilizadas en otros ramos como la robótica, se han estado adaptando para mejorar la respuesta de la aeronave, sin la necesidad de un complejo modelado matemático; en [20], la estrategia de control difuso fue implementada brindando resultados satisfactorios, y partiendo del hecho que la técnica de control permite introducir respuestas al sistema, debido a experimentación u observaciones físicas, permitiendo un mayor grado de ajuste. Otros trabajos como, [21], [22] o [23] han logrado buenos resultados con el uso de la técnica de control difuso.

De manera relativamente más reciente, líneas de investigación similares han surgido para abordar el control de los VANT de manera robusta y con respuestas relativamente más rápidas, tal como el caso de los controladores por modos deslizantes, que a pesar de presentar un desempeño más que destacable, representan un reto desde el punto de vista eléctrico y estructural, por su naturaleza de generación

de señales discontinuas y de alta frecuencia [24]. De manera general, su principio de funcionamiento se basa en el establecimiento de una variedad o *superficie de deslizamiento*, la cual está en términos de los estados de la aeronave, y se busca minimizar en un tiempo definido. Esto conduce a que, para garantizar dicho comportamiento, se establezcan leyes de control retroalimentado utilizando señales discontinuas, o de alta frecuencia de cambio, [25], [26]. Lo anterior no ha detenido las investigaciones con esta propuesta, varias soluciones se han desarrollado, por ejemplo en el trabajo de [27] se presentó el diseño de un controlador por modos deslizantes integral, cuya estructura fue establecida en capas de control virtual por medio de la técnica de Backstepping, esto permitió compensar la subactuación de la aeronave, así como la minimización la acción de la señal discontinua, estableciendo el modo deslizante bajo la acción integral. En el trabajo presentado en [28], se realizó el control de un VANT tipo cuadrirrotor, utilizando un esquema de modos deslizantes de segundo orden, permitiendo atenuar la señal de alta frecuencia, y tomando en cuenta que el sistema dinámico de la aeronave se dividió en capas, y la orientación se tomó como uno de los ordenes, el controlador no necesita de la derivada temporal de los estados angulares, o aceleraciones, permitiendo un funcionamiento más suave. Este mismo concepto ha sido adoptado en la técnica de *Super Twisting*, cuyo principal propósito es brindar las ventajas del modos deslizantes, pero manteniendo la continuidad de la señal de control [29]. Debido a que la variable de deslizamiento opera bajo un elemento integral, y que la magnitud de la acción es regulada por la misma magnitud de la variable de deslizamiento, es posible implementar la estrategia en VANT sin impactar de manera dañina a los motores o tarjetas electrónicas. Los autores de [30] implementaron de manera exitosa este controlador en la dinámica de orientación de un cuadrirrotor, e incluso realizaron pruebas experimentales, demostrando la estabilidad en vuelo estacionario. Similarmente en [31] se lograron avances al combinar la técnica con observadores de estado, cuya intención fue mitigar el ruido de sensores, y mejorar la estabilidad de la aeronave.

Se pueden mencionar una numerosa cantidad de investigaciones centradas en

el control de multirrotores, además de las técnicas ya expuestas; sin embargo, las generalidades cubiertas presentan el panorama al cual se enfocan estos estudios; mejorar la robustez de respuesta, manteniendo el comportamiento lo más suave posible, evadiendo el ruido de alta frecuencia. Otros ámbitos también se han explorado, desde el control inteligente, como aplicaciones de redes neuronales [32] y sistemas de aprendizaje [33], hasta aplicaciones de control híbrido [34], [22].

Otro de los elementos necesarios a recapitular, es referente a lo que sucede una vez que se tiene al VANT con la capacidad de orientación y navegación controladas; en otras palabras, el cómo dar respuesta a la pregunta de qué debe o a dónde debe ir la aeronave. Como una disciplina derivada de la geometría analítica y la robótica, la planeación o planificación de trayectorias, se encarga de definir el camino por el que el VANT debe de pasar, para completar de manera satisfactoria su misión [35], [36]. Distintas técnicas y estilos para la generación de trayectorias se han adoptado a lo largo del tiempo; sin embargo, el punto de partida para el diseño de la trayectoria, siempre es la misión a realizar. Dependiendo de las capacidades y de la aplicación del VANT, la trayectoria a utilizar puede cambiar drásticamente. Por ejemplo, una VANT de ala fija puede ser considerado como un sistema no holonómico, por su incapacidad de moverse de manera lateral sin la alteración de los estados longitudinales, por lo que una trayectoria con giros menores a un ángulo definido, no podrían ser realizadas [37]. Contrario para los multirrotores, que pueden girar sobre su propio eje, perpendicular a tierra, y realizar maniobras a ángulos cerrados, pero no tienen la capacidad total de adoptar características de torsión de la trayectoria [38]. En vista de esto, múltiples tipos de trayectorias y metodologías han sido estudiadas. El seguimiento de puntos de navegación ha sido el más común a lo largo de los años, siendo implementado principalmente en multirrotores, debido a su capacidad de vuelo estacionario y giro en su eje; aunque también en ala-fija, considerando algoritmos para la asistencia en giro. La investigación llevada en [39] propuso un sistema distribuido para la navegación de un cuadirrotor a través de puntos de navegación seleccionados por un usuario al diseñar una misión. La estrategia de navegación es-

tuvo centrada en el control de velocidad lineal y el intercambio de dirección una vez el punto de navegación hubo sido alcanzado. La problemática que la implementación anterior presentó, radica principalmente en la decisión de giro y control de velocidad en el intercambio de puntos, sin embargo, trabajos como el presentado por los autores de [40], resuelven esta problemática implementando técnicas de guiado basadas en control geométrico, por lo que cuando el comando de cambio de punto de navegación se activa, el esquema de guía a la aeronave de manera gradual en la nueva dirección. Posteriores estudios se han centrado no solo en el problema de la navegación a través de los puntos, sino en su posicionamiento, que dependiendo del entorno, pueden llevar a la aeronave por caminos no deseados. En [41], se estudia la optimización de tiempo de navegación, por medio del posicionamiento de puntos de navegación en localizaciones que generen la trayectoria de menor tiempo posible, esto tomando en cuenta restricciones del entorno, así como obstáculos identificables.

A pesar de que la utilización de puntos de navegación sigue siendo objeto de estudio, las desventajas que se presentan, como la incapacidad de controlar radios de giro o velocidades durante cambios de punto, ha llevado a centrar esfuerzos en la problemática básica; el cómo hacer que la trayectoria sea continua y a su vez pase por los puntos establecidos. Una de las aproximaciones más populares es el uso de polinomios a tramos, que garanticen tangencia en las uniones, tales como las curvas de *Bézier*, *B-splines* o polinomios de segundo y tercer orden. Varias investigaciones han sido conducidas con este enfoque, como es el caso del trabajo presentado en [42], donde se utilizan curvas de Bézier como principal herramienta para la generación de trayectorias continuas y diferenciales; esto lleva al autor a proponer estrategias de control que consideran el cambio en la velocidad de la trayectoria, logrando mejores resultados que con puntos de navegación. Similar en [43], donde se utiliza la misma aproximación, pero partiendo desde el punto de vista de optimización, tomando en cuenta otras aeronaves y obstáculos presentes. Por otro lado, el trabajo de [44] aborda la problemática con la utilización de B-splines, con mira en el diseño de una trayectoria con la capacidad de tomar en cuenta las limitantes de giro y velocidad

de la aeronave, pero estableciendo restricciones de factibilidad en la trayectoria propuesta. Recientemente, los autores de [45] han comparado las técnicas anteriores, llegando a la conclusión de que el uso de B-spline representa menor complejidad al establecer la trayectoria, pero presenta inconvenientes como el bajo control que se tiene en las curvaturas obtenidas, contrario a las curvas de Bézier, situación que también ha sido abordada en [46] y [47]. Tomando en cuenta el principal inconveniente que representa la generación de trayectorias basada en polinomios, algunos trabajos se han centrado en otros enfoques para la obtención de trayectorias continuas, pero controlando de alguna manera los parámetros de giro; las llamadas *Trayectorias de Dubins* es una de las aproximaciones que recientemente ha ganado gran interés [48], [49]. Como fue descrito en el artículo original en [50], es posible unir dos puntos con restricciones de dirección, por medio de curvas definidas y líneas tangentes. Este concepto llevó a que se popularizara su utilización en la navegación de VANTs, donde algunos trabajos han logrado su implementación de manera exitosa, tal como el presentado en [51] donde una serie de experimentos validaron su utilización en un VANT de tamaño reducido, o en [52] donde una combinación del esquema junto con determinación polinomial, y aplicado en un VANT ala fija, mostró resultados destacables.

Una vez diseñada la estrategia de navegación, teniendo una generación de trayectorias adecuada, resulta necesario tomar en cuenta los elementos externos al diseño ideal; tal es el caso de los obstáculos. Es posible dividir la interacción con obstáculos de dos formas, elementos fijos y móviles. Para los obstáculos que no cambian de posición respecto al tiempo, es posible realizar acciones desde la fase de diseño de misión, o en su defecto, al generar la trayectoria, tomando en cuenta zonas de restricción. Por ejemplo, en lo expuesto en [53], se utilizó el concepto de la *exploración rápida en ramificación aleatoria* (RRT) para el análisis del entorno donde una aeronave realiza su misión en presencia de obstáculos, y esto llevó a generar una trayectoria fuera de línea, la cual evitaba zonas de colisión. De manera similar, y con la misma aproximación, el trabajo de [54] desarrolló un esquema para la evasión en

línea, pero con la restricción de evasión de obstáculos estáticos.

Además, diferentes enfoques han tratado el problema en conjunto con sistemas de generación de trayectorias; los algoritmos evolutivos son una de las aplicaciones que han permitido calcular puntos de navegación, cuya trayectoria resultante, tiene la capacidad de evadir los obstáculos estáticos, tal como lo expuesto en [55], o [56], donde se utilizan algoritmos genéticos y el *algoritmo de campeonato* (LCA), como forma de optimizar la trayectoria generada, mientras que sabiendo la posición de los obstáculos, es posible su determinación, considerando la evasión de colisiones como una función objetivo.

Incluso adaptaciones de algoritmos que en esencia generan trayectorias de evasión para obstáculos fijos, han sido adaptadas al segundo tipo, esto es, los obstáculos en movimiento. El trabajo presentado en [57] realiza una planeación de la trayectoria considerando evasión, pero tiene la capacidad de ejecución a frecuencias de hasta $5Hz$, lo que permite tener un cálculo continuo de la trayectoria incluso si los obstáculos presentan movimiento. Con una aproximación diferente, en [58] se utilizan campos potenciales, posicionados en cada obstáculo, para realizar la evasión. Esta última aproximación ha resultado ser de las más prometedoras y aplicadas últimamente, debido a la versatilidad que se puede lograr en el diseño de los campos potenciales. Diferentes enfoques se han tomado en el mismo concepto, como el uso de campos de velocidad, tal como en [59] y [60], los cuales son utilizados a modo de vectores de seguimiento. Adicionalmente, este enfoque presenta la posibilidad de definir el campo vectorial, tanto en el VANT como en los obstáculos de manera individual, posibilitando el acoplamiento de controladores en la aeronave, o en su defecto, el tratamiento independiente de las dinámicas, respectivamente.

De manera general es posible vislumbrar que, para lograr la realización de una misión en un sistema de multi-agentes, resulta necesario la resolución de las problemáticas expuestas a lo largo de esta sección; visto de otra manera, es esencial en primera instancia garantizar el correcto movimiento de la aeronave, lo que conlleva

el diseño de los algoritmos de navegación basados en el primer punto, y una vez realizadas con éxito estas tareas, es posible implementar misiones específicas a modo de trayectorias o eventos, como el caso de la evasión de obstáculos.

Establecido todo el marco de trabajo, se tiene un punto en el cual se puede aplicar a una multitud de aeronaves, sabiendo que cada una garantizará el funcionamiento en las condiciones de diseño. Esto lleva a la definición de la última capa algorítmica, la cual es la coordinación de VANTs que pueden realizar su misión de manera independiente, pero necesitan tener *conciencia* del resto de VANTs que realizarán su tarea en el mismo entorno. A este elemento se le puede definir como la coordinación de sistemas de multi-agentes.

Desde el punto de vista de los VANTs, un sistema multi-agente puede considerarse como vuelo cooperativo, vuelo en formaciones, o movimiento coordinado. Esto lleva a la existencia de múltiples enfoques para la solución de la problemática. A principios de la década de los 2000 se comenzaron a realizar investigaciones específicamente centradas en este aspecto, siendo los controladores usados en otras ramas, los que se comenzaron a adaptar para este fin. En [61], se desarrolló un esquema de vuelo en formación basado en un controlador de optimización, el cual con lazos independientes se encargó de coordinar tres VANT de bajo costo. Posterior a esto, en los trabajos presentados a partir de lo desarrollado en [62], se comenzó profundizar en problemáticas de intercambio de información entre aeronaves, coordinación segmentada, además de descentralización de algoritmos con capacidad de tolerancia a fallos. A medida que el uso de VANTs fue creciendo, las aplicaciones de múltiples agentes fue ganando más interés, lo que llevó a tratar las formaciones de aeronaves como un problema de *Consensus*, el cual puede ser visto como un sistema dinámico con propiedades individuales. Este enfoque en particular presenta amplias ventajas, desde el punto de vista del diseño de control, considerado como un protocolo, debido a la posibilidad de realizar coordinación en diferentes niveles del sistema dinámico del VANT, [63]. Esto ha conducido a las principales investigaciones por caminos de resolución basados en herramientas de control para sistemas de primer o segundo

orden [64], como problema de optimización [65], y como un sistema de controladores distribuidos [66]. Considerando esto, sería posible analizar las ramificaciones de cada uno de los enfoques y encontrar múltiples soluciones y propuestas; sin embargo, una de las situaciones que es más evidente lleva a cuestionar qué tan factible es la aplicación de cada técnica en diferentes configuraciones y tipos de misión. Adicionalmente, y a pesar de que se pudiera considerar una implementación específica para un tipo de aeronave y aplicación, las condiciones externas del entorno pueden variar, lo que dificulta aún más la generalización de los algoritmos de coordinación. Se puede absorber esta problemática desde el punto de vista de las capas internas, como navegación y control de orientación, pero considerando que las perturbaciones externas no pueden ser compensadas de manera ideal, el cambio en los estados en equilibrio es inevitable. Esto lleva a tratar de resolver el problema desde el punto de vista de la coordinación; esto es, el cómo lograr que el protocolo de *Consensus* considere estos elementos.

Con el objetivo de compensar estas problemáticas, la comunidad científica a centrado recientemente sus esfuerzos en la *adaptación* y ampliación de los esquemas de coordinación, para poder responder de maneras diferentes a distintas condiciones de entrada; desde diferentes tipos de aeronaves y respuesta, hasta condiciones de operación cambiantes.

1.3 INTRODUCCIÓN GENERAL A LA INVESTIGACIÓN

1.3.1 JUSTIFICACIÓN

Como respuesta a la problemática de diseño e integración de algoritmos, la presente investigación busca solventar los huecos existentes en el movimiento coordinado de formaciones de aeronaves. Presentando una solución que aborde desde el funcionamiento individual de las aeronaves a nivel de orientación y navegación, e

incluyendo todos los elementos intermedios como el guiado, la definición de trayectorias, la coordinación de la geometría de la formación y la evasión de obstáculos en el medio, el esquema completo está intencionado a ser independiente de elementos externos para la realización de la misión.

1.3.2 HIPÓTESIS

El esquema para el movimiento coordinado propuesto tendrá la capacidad de coordinar una formación de aeronaves, tomando en cuenta los elementos del entorno donde se realice la misión, además de generar de manera automática las referencias de navegación y guiado, sin la necesidad del diseño específico por escenario de prueba. Aunado a esto, el control distribuido de las aeronaves garantizará la navegación geométrica de cada aeronave individualmente y presentará un desempeño adecuado frente a perturbaciones externas y cambios no previstos durante la realización del vuelo.

1.3.3 OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un esquema general que permita la realización de movimiento coordinado de vehículos aéreos no tripulados, pertenecientes a una formación, incluyendo el autodiseño de trayectoria, la evasión de obstáculos estáticos y dinámicos, así como la navegación, guiado y control individual de cada aeronave.

1.3.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Desarrollar esquema de coordinación de vehículos aéreos no tripulados para el vuelo en formación, con la capacidad de adaptación a diferentes capacidades de vuelo para garantizar el funcionamiento en diferentes entornos de misión.

2. Diseñar esquema de *Guiado, Navegación y Control* distribuido para las aeronaves que conforman la formación, con la capacidad de recibir referencias de el algoritmo de coordinación, que además pueda garantizar el adecuado funcionamiento y un grado adecuado de robustez ante perturbaciones externas.
3. Diseñar algoritmo para el autodiseño de trayectorias, con la capacidad de generar referencias continuas a tramos, tomando en cuenta las capacidades de giro y maniobra de la aeronave.
4. Diseñar algoritmo de detección de colisiones con obstáculos estáticos, con la capacidad de identificación de puntos de navegación, compatible con el algoritmo de diseño de trayectorias.
5. Diseñar e integrar metodología para la evasión de obstáculos en movimiento, que garantice que la formación de aeronaves no se verá afectada, y tenga la capacidad de trabajar en conjunto con todos los sistemas integrados.

1.3.5 CONTRIBUCIONES

Como resultado de la presente investigación se logran las siguientes contribuciones originales:

1. Desarrollo de esquema de coordinación a nivel referencia de navegación, con capacidad de adaptación de parámetros de funcionamiento.
2. Diseño de algoritmo para la generación de trayectorias continuas a tramos, sin limitación de puntos de control, y posibilidad de introducción de parámetros de curvatura.
3. Algoritmo de optimización numérica para la generación de puntos de navegación seguros en entorno de obstáculos.

CAPÍTULO 2

VUELO EN FORMACIÓN Y MOVIMIENTO COORDINADO

En el presente capítulo se describen las bases del vuelo en formación, además de las herramientas necesarias para el desarrollo de los esquemas de coordinación propuestos en este trabajo. La problemática *Consensus* se utiliza como base para la coordinación de VANTs, así como futuros desarrollos a lo largo del documento.

Se presentan dos esquemas para el vuelo en formación, ambos basados en el enfoque Consensus por medio de un sistema lineal de coordinación, con parámetros adaptables dependiendo de las condiciones de vuelo. El primer y más simple esquema genera un *término* adicional a la ley de control de posición de cada aeronave; mientras que el segundo toma el papel de *Gestor* de trayectorias, generando referencias de posición continuas para que los algoritmos de navegación de cada aeronave sigan.

2.1 PRELIMINARES

Muchas aplicaciones y desarrollos tecnológicos han sido inspirados por fenómenos naturales, comportamiento animal, entre muchos otros sistemas no hechos por el hombre. Una de las maneras de optimizar el consumo energético de muchos sis-

temas mecánicos, radica en la tendencia de imitar los comportamientos naturales mencionados. Bajo esta premisa, a principios del siglo XX, y durante la primera guerra mundial, los pilotos combatientes comenzaron a realizar misiones utilizando múltiples aeronaves, tales como vigilancia, escolta de otros vehículos, reconocimiento, entre otras [67]. Al principio, e inspirados por las bandadas de aves, se realizaron vuelos con distancias cercanas entre las aeronaves de la formación, dándose cuenta que el alcance de las aeronaves se incrementaba debido a el acoplamiento aerodinámico. Este comportamiento fue altamente explotado durante la segunda guerra mundial donde grupos del icónico P-51 Mustang¹ volaron en formación a modo de escolta de bombarderos B-17, teniendo como objetivo no solo la maximización del alcance en general, sino la redundancia en las posibilidades de éxito en la misión, [68]. Posteriormente en la década de los 1960s, gran cantidad de investigaciones relacionadas con la interacción de bandadas de aves, vuelo en formación, así como comportamientos de enjambres, comenzaron a ser publicados; esto por creciente interés por entender los mecanismos utilizados por la naturaleza, además para su uso en aplicaciones como el vuelo en formación de manera eficiente, [69], [70], [71].

- Alineación: este comportamiento se exhibe cuando los individuos de la formación buscan alinear su dirección y velocidad con la de sus vecinos.
- Cohesión: es la tendencia de la formación para mantener una posición promedio; en otras palabras, no distanciarse en mayor medida los unos de los otros.
- Separación: de manera casi opuesta al punto anterior, es la tendencia a mantener cierta distancia respecto a los vecinos de la formación para evitar colisiones.

estas se conocen como las *Reglas de Reynolds* para bandadas, y pueden ser aplicadas y extendidas a grupos de individuos en movimiento, enjambres, entre otros sistemas cooperativos.

¹Aeronave tipo caza fabricado por la compañía North American Aviation, hoy parte de Boeing.

Habiendo establecido estos breves antecedentes, cabe preguntar cómo se puede modelar o controlar un grupo de aeronaves como una bandada de pájaros; o en su defecto, cómo sería posible simular las reglas de Reynolds mediante una expresión matemática o algoritmo. Estas incógnitas pueden responderse explorando el llamado *Problema Consensus*². En el resto de este capítulo se dan las definiciones básicas y los antecedentes del problema Consensus. Además, se presentan dos algoritmos basados en esta aproximación, para la coordinación de Vehículos Aéreos No Tripulados.

2.2 EL PROBLEMA *Consensus*

Como su nombre lo indica, el significado de *Consensus* se basa en el hecho de que dos o más individuos deben llegar a una resolución común de un problema. En su concepto más simple aplicado a sistemas de múltiples agentes, un *Protocolo Consensus* o *Algoritmo de Consensus* es cualquier sistema dinámico que puede llevar a estos agentes a un valor común, no necesariamente igual, en cualquiera de sus estados. Por ejemplo, suponiendo que hay dos agentes cuyas dinámicas de primer orden se describen como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1 \\ \dot{z}_1 &= u_2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde \dot{x}_1 y \dot{z}_1 son ambas derivadas de los estados, u_1 y u_2 son las entradas de control. Para llevar ambas dinámicas a los mismos valores, leyes de control simples pueden ser usadas con estructuras como

$$\begin{aligned} u_1 &= k_{p1}(z_1 - x_1) \\ u_2 &= k_{p2}(x_1 - z_1) \end{aligned} \tag{2.2}$$

siendo k_1 y k_2 constantes positivas. Es necesario tener en cuenta que siempre que cualquiera de los estados se mueva, el otro lo seguirá mediante la acción del controlador correspondiente. Lo anterior puede verse como la regla de Reynolds para la *cohesión*, lo que significa que los agentes tenderán a acercarse entre sí.

²Que significa *Consensus*, es decir, llegar a un acuerdo común

Ahora tomando dos agentes de segundo orden, obedeciendo la segunda ley de Newton, con la forma de

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u_1 \\ \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= u_2 \end{aligned} \tag{2.3}$$

donde x_1 y z_1 son los estados de posición, x_2 y z_2 son los estados de velocidad, y las entradas de control son u_1 y u_2 . Es posible definir controladores de coordinación más completos como

$$\begin{aligned} u_1 &= k_{p1}(z_1 - x_1) + k_{v1}(z_2 - x_2) \\ u_2 &= k_{p2}(x_1 - z_1) + k_{v2}(x_2 - z_2) \end{aligned} \tag{2.4}$$

con k_{p1} , k_{p2} , k_{v1} y k_{v2} como constantes positivas. Es necesario señalar que con esta configuración, los términos de la derecha de la ec.(2.4) coordinan la velocidad de los agentes; en otras palabras, dirige las velocidades al mismo valor, lo que significa que se cumple la regla de Reynolds de *alineación*³.

En este punto, se ha establecido cómo llevar dos agentes a un punto común, y más aún, con la misma velocidad; sin embargo en una aplicación práctica, como es el caso de esta investigación, se necesita una formación. Lo anterior significa que los agentes deben estar coordinados en el seguimiento de una trayectoria, manteniendo cierta geometría de formación, por lo tanto, cumplir con la regla de Reynolds de *separación*.

Se han propuesto muchos procedimientos y enfoques diferentes para evitar colisiones de los agentes dentro de la formación. La más simple es diseñar trayectorias individuales para cada vehículo, y expandir el controlador (2.4) incluyendo un término de lazo cerrado para el seguimiento de trayectoria individual, esto con la

³Es necesario tomar en cuenta que debido a que no hay forma de medir un rumbo de los agentes hasta este punto, una mayor extensión de esta parte es necesaria. Se dan más detalles en el resto del capítulo.

forma de

$$\begin{aligned} u_1 &= K_{p_1}(x_{1_d} - x_1) + K_{v_1}(x_{2_d} - x_2) + [k_{p_1}(z_1 - x_1) + k_{v_1}(z_2 - x_2)] \\ u_2 &= K_{p_2}(z_{1_d} - z_1) + K_{v_2}(z_{2_d} - z_2) + [k_{p_2}(x_1 - z_1) + k_{v_2}(x_2 - z_2)] \end{aligned} \quad (2.5)$$

introduciendo la referencia de la trayectoria individual como x_{1_d} y z_{1_d} para el seguimiento de la posición, y para la velocidad las variables, x_{2_d} y z_{2_d} . De la misma manera, K_{p_1} , K_{p_2} , K_{v_1} y K_{v_2} son constantes positivas. Esta estructura puede tener beneficios como la posibilidad de diferentes tareas para los agentes de la formación, manteniendo la coordinación entre ellos. Además, se pueden lograr formaciones más fuertes si las trayectorias individuales diseñadas consideran las distancias entre los agentes desde su proceso de diseño. Sin embargo, se pueden mencionar algunas desventajas importantes para esta estructura. El primer problema radica en un comportamiento contradictorio del propio controlador; esto es, mientras que los términos de la derecha de la ecuación (2.5) dirigen los estados a los de su vecino, los *términos de seguimiento* agregados los fuerzan a otro valor⁴. Lo anterior significa que las ganancias deben diseñarse teniendo en cuenta este fenómeno, con el fin de determinar las distancias entre los agentes. Además, la necesidad de tener que diseñar una trayectoria individual para cada agente puede superar los beneficios mencionados, lo que hace poco práctico para grandes cantidades de agentes en el grupo. De hecho, una de las razones por las que se implementa un sistema multiagente es porque, dada una determinada tarea, puede ser necesario el uso de un grupo de agentes, sin la necesidad del trabajo extra, por lo que un proceso de diseño de muchas trayectorias y las ganancias pueden ser inviables.

La técnica más conocida para llevar a los agentes a seguir una sola trayectoria, mientras se da forma a una formación, es mediante *líder y posiciones de desfase*. Puede haber un agente líder cuya trayectoria sea conocida y previamente diseñada, y al resto de la formación se le ordene seguir sus estados; así como el uso de *líderes virtuales*, que puede ser la misma trayectoria como tal. En cualquier caso, para dar forma a una formación, y así mantener la separación entre los agentes, se definen

⁴Este problema particular se abordará en secciones adicionales

distancias de desfase, obteniendo el controlador

$$\begin{aligned} u_1 &= k_{p1}(h_1 - x_1 + o_{f_x}) + k_{v1}(h_2 - x_2) \\ u_2 &= k_{p2}(h_1 - z_1 + o_{f_z}) + k_{v2}(h_2 - z_2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

siendo o_{f_x} y o_{f_z} los desfases para cada agente. Es posible resaltar que estos valores son compensaciones de posición física ⁵, lo que significa que los agentes van a adoptar estas posiciones relativas, según el líder de la formación, cuyos estados se representan como h_1 y h_2 . Estas separaciones físicas permiten a los agentes cumplir con la regla de *separación*, mientras siguen un estado común.

Las ecuaciones (2.4), (2.5) y (2.6) representan lo que comúnmente se conoce como *Protocolos de Consensus*. Pueden usarse como una ley de controlador por sí mismos, combinarse en una estructura en cascada o agregarse a una ley de control independiente.

2.2.1 EL PROTOCOLO CONSENSUS PARA N AGENTES

En la sección pasada se presentaron los Protocolos de Consensus para el caso de solo dos agentes. No obstante, las aplicaciones comunes de los sistemas de multi-agente requieren la consideración de más individuos, incluso grupos grandes. Cuando este es el caso, es imperativo administrar el flujo de *información* entre agentes, y definir aquellos que están interconectados; en otras palabras, *quién sigue a quién*. Por esta razón, el estudio de la *Teoría de grafos* se vuelve de gran importancia, siendo la principal herramienta para definir relaciones estructuradas de información entre agentes, las cuales son manipulables por medio de herramientas de álgebra y sistemas lineales. Es posible consultar los detalles de este ramo en [72]. Tomando el protocolo de consensus de la ecuación (2.5) como ejemplo, y expandiéndolo a una

⁵Estas compensaciones solo aparecen en el estado de posición. Si también hubiera compensaciones de *velocidad*, la regla de *alineación* no se mantendría.

configuración de N agentes, se obtiene lo siguiente

$$u_i = K_{p_i}(x_{1_{d_i}} - x_{1_i}) + K_{v_i}(x_{2_{d_i}} - x_{2_i}) + \sum_{j=1}^N a_{ji} [k_{p_i}(x_{1_j} - x_{1_i}) + k_{v_i}(x_{2_j} - x_{2_i})] \quad (2.7)$$

Se puede destacar que todos los estados y ganancias obtienen el subíndice i y j , lo que significa que corresponden a un agente diferente cada uno y a su respectivo vecino en la formación.

2.3 VUELO EN FORMACIÓN ADAPTABLE POR MEDIO DE CONSENSUS DE SEGUNDO ORDEN

Según lo establecido por ecuación (2.7), existe un conjunto de constantes positivas, tomadas como ganancias de control, que definen el comportamiento del propio agente. Si solo se consideran los términos de la derecha, es decir, los *Términos de Consensus*, la dinámica de lazo cerrado da como resultado

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1_i} &= x_{2_i} \\ \dot{x}_{2_i} &= \sum_{j=1}^N a_{ji} [k_{p_i}(x_{1_j} - x_{1_i}) + k_{v_i}(x_{2_j} - x_{2_i})] \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde es posible simplificar como

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1_i} &= x_{2_i} \\ \dot{x}_{2_i} &= \sum_{j=1}^N a_{ji}(k_{p_i}x_{1_j} + k_{v_i}x_{2_j}) - (\sum_{j=1}^N a_{ji})(k_{p_i}x_{1_i} + k_{v_i}x_{2_i}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

y considerando las entradas de los vecinos como acotadas y dependientes del tiempo, es posible agrupar términos como $U_j(t) = \sum_{j=1}^N a_{ji}(k_{p_i}x_{1_j} + k_{v_i}x_{2_j})$ y $K_M = (\sum_{j=1}^N a_{ji})$, obteniendo una dinámica de lazo cerrado de forma diferente como

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1_i} &= x_{2_i} \\ \dot{x}_{2_i} &= U_j(t) - K_M(k_{p_i}x_{1_i} + k_{v_i}x_{2_i}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

donde el parámetro K_M depende del número de vecinos conectados que tiene el agente actual.

Como se ve claramente en la dinámica de segundo orden en la eq. (2.10), el término K_M se comporta como un término de inercia, lo que significa que definirá la frecuencia natural del sistema, modificando así la relación de amortiguamiento junto con la ganancia k_{v_i} . Lo anterior introduce un problema de diseño del controlador, dado que el cálculo de las ganancias también se transmitirá en el valor K_M ; es decir, se deben rediseñar si cambian las conexiones entre los agentes. Por otro lado, el término *input* $U_j(t)$ comúnmente se supone que está acotado dentro de un pequeño grupo de valores, lo que significa que solo afectarán ligeramente la dinámica de los agentes, de acuerdo con las ganancias previamente diseñadas. No obstante, para una formación de aeronaves, donde pueden estar realizando maniobras fuertes, aceleraciones rápidas y estar sujetas a perturbaciones de viento de gran fuerza, puede no ser exacto considerar el comportamiento de los vecinos como un término de valor pequeño.

Para resolver la problemática anterior, y para poder tener un Protocolo de Consensus con funcionamiento en múltiples condiciones de vuelo, debe ser necesario utilizar términos cambiantes k_{p_i} y k_{v_i} ; esto es, hacerlos dependientes de las condiciones de la formación. Para ello, en esta investigación se diseña un esquema de *Planificación de ganancias*, basado en un algoritmo de lógica difusa, que cambia dinámicamente el valor de las ganancias, de acuerdo con las condiciones del sistema multiagente.

2.3.1 GESTOR CONSENSUS

Para poder realizar el cálculo de los parámetros del Protocolo Consensus, es necesario establecer una estructura de funcionamiento definida, en este caso, para el vuelo coordinado. Tomando en cuenta esto, y considerando que de manera general las aeronaves tipo multirrotores y ala fija se gobiernan por ecuaciones no lineales, no resulta factible el uso del protocolo como ley de control única y directamente en alguna de las dinámicas. Debido a esto se propone el uso de un gestor de coordinación el

cual se encargará de alimentar las referencias a cada aeronave de manera individual, y estas con sus estrategias de *GNC*⁶ individuales garantizarán el seguimiento de la misma; a partir de aquí a este esquema se le nombrará *Gestor Consensus*.

En la Figura 2.1 se observa el esquema general propuesto, donde de manera independiente se generan referencias de trayectoria⁷ que son alimentadas directamente al *Gestor Consensus* y no a las estrategias de *GNC* de cada aeronave. Internamente el gestor recibe los estados de cada agente, y con esta información calcula la referencia adecuada y ajustada para que todas las aeronaves realicen la formación asignada.

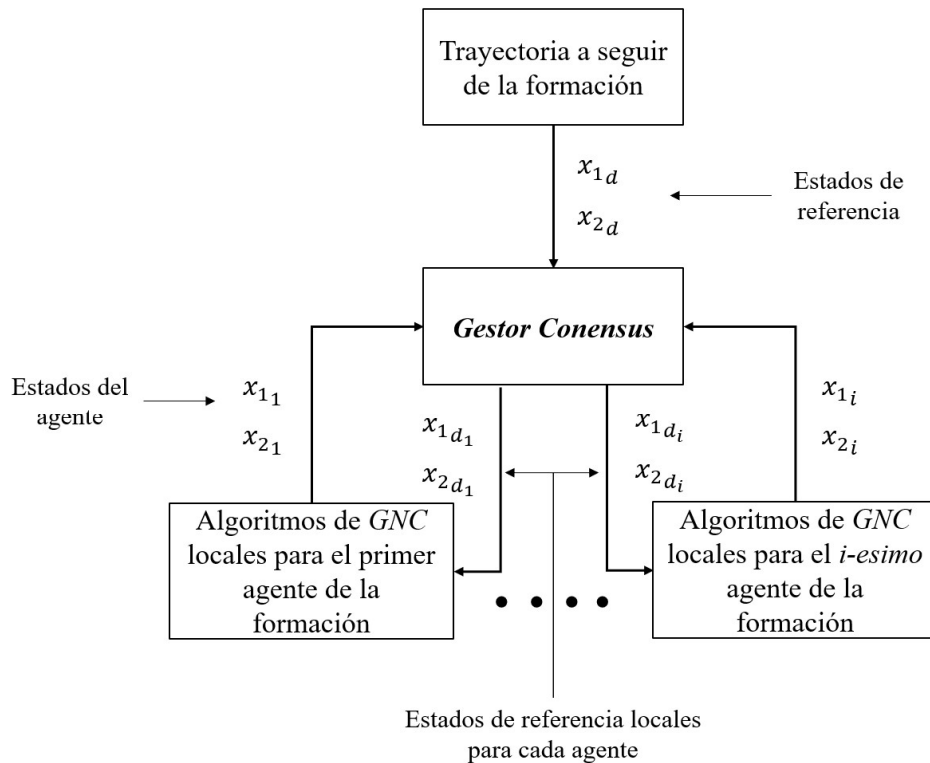


FIGURA 2.1: Estructura del Gestor Consensus con los agentes conformando la formación. El Gestor recibe las referencias de trayectoria generadas de manera externa, y produce referencias individuales coordinadas para cada agente.

⁶Algoritmos encargados del *Guiado, Navegación y Control*.

⁷En capítulos posteriores se cubrirá este apartado con el desarrollo un planeador de trayectorias.

De acuerdo a esta estructura, es necesario definir el protocolo de coordinación que describirá el gestor, y para ello se propone que las dinámicas de entrada sean directamente los errores de posición y velocidad de los agentes, por lo que estos se definen como

$$\begin{aligned} e_{\zeta_i} &= \zeta_{d_i}(t) - \zeta_i(t) \\ e_{\dot{\zeta}_i} &= \dot{\zeta}_{d_i}(t) - \dot{\zeta}_i(t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde $\zeta_i(t)$ representa el vector de estados de posición lineal del agente i mientras que $\zeta_{d_i}(t)$ corresponde al vector de estados deseados o de referencia de posición lineal del mismo. De la misma manera $\dot{\zeta}_i(t)$ es la derivada temporal del vector de estados del agente i , o en su defecto las velocidades lineales, siendo de la misma manera el vector de velocidades de referencia $\dot{\zeta}_{d_i}(t)$.

De la misma manera, para el agente vecino j se definen los errores como

$$\begin{aligned} e_{\zeta_j} &= \zeta_{d_j}(t) - \zeta_j(t) \\ e_{\dot{\zeta}_j} &= \dot{\zeta}_{d_j}(t) - \dot{\zeta}_j(t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde de igual manera $\zeta_j(t)$ y $\zeta_{d_j}(t)$ son los vectores de estados de posición lineal así como el vector de referencias de posición lineal para el agente j , respectivamente; mientras que $\dot{\zeta}_j(t)$ y $\dot{\zeta}_{d_j}(t)$ los respectivos vectores de velocidad.

Finalmente, se define una diferencia entre los errores del agente y su correspondiente vecino como

$$\begin{aligned} E_{\zeta_i} &= e_{\zeta_j} - e_{\zeta_i} \\ \dot{E}_{\zeta_i} &= \dot{e}_{\zeta_j} - \dot{e}_{\zeta_i} \end{aligned} \quad (2.13)$$

los cuales se utilizarán para realizar la coordinación y que a partir de ahora serán llamados *Errores de Consensus*; visto de otra manera, el *Gestor Consensus* se encargará de coordinar los agentes a nivel de error de posición y velocidad para mantener la geometría de la trayectoria.

Finalmente, esto lleva a establecer el protocolo que define al *Gestor Consensus* como

$$u_{\zeta_{d_i}} = K_S \zeta_i(t) + K_{CL} e_{\zeta_i} + K_{P_i} \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} E_{\zeta_i} \right) + K_{D_i} \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \dot{E}_{\zeta_i} \right) \quad (2.14)$$

donde K_S es una matriz de ganancias positivas que aseguran que el protocolo mantenga la trayectoria cuando se alcance el consenso, K_{CL} representa una matriz de ganancias positivas que aseguran que cada agente siga a su respectiva trayectoria individual⁸. De la misma manera, K_{P_i} y K_{D_i} corresponden a matrices de ganancias que aseguran que el agente i llegue al consenso con los errores de los agentes j correspondientes. Cabe resaltar que las matrices de ganancias en la parte de coordinación poseen subíndices, significando que son definidas para cada agente de manera individual; esto posibilita que se puedan tener distintos comportamientos según las condiciones que experimente cada aeronave. Además, resulta posible introducir parámetros de adaptación, como se trata en la siguiente sección.

2.3.2 PLANIFICACIÓN DE GANANCIAS MEDIANTE LÓGICA DIFUSA

Como ya se estableció en la sección anterior, es posible realizar variaciones a las ganancias que se encargan de llevar a cada agente al consenso con sus vecinos. Generalmente esto se vuelve necesario cuando la formación está sujeta a perturbaciones externas, o elementos no modelados, tales como ruido en las comunicaciones e intercambio de información, perturbaciones de viento, flujo inestable e interacción entre aeronaves, entre muchos otros efectos. Debido a esto es necesario establecer un mecanismo para poder realizar la variación de las ganancias durante el tiempo de ejecución; es decir, mientras se está realizando la coordinación y el gestor está en pleno funcionamiento.

A lo largo de la literatura se han propuesto diversas soluciones, entre ellas funciones de costo para minimizar algún tipo de parámetro, algoritmos evolutivos, controladores óptimos como capa superior, entre otros. Desafortunadamente la gran mayoría de estas aproximaciones presentan la desventaja de no ser viables para usarse durante ejecución, dado que tienen que utilizarse como optimizadores fuera

⁸Este término puede ser la trayectoria de la formación tomando en cuenta las correspondientes distancias similar a como se definió en (2.6).

de línea, o en su defecto necesitan del conocimiento a detalle de todos los parámetros y condiciones de operación. Esto resulta en una serie desventaja dado que de manera general la formación de aeronaves opera en condiciones con presencia de perturbaciones no modeladas, por lo que un único set de parámetros no garantiza la adecuada operación.

Por otro lado, y dependiendo de las exigencias de la misión, puede ser necesario requerir diferentes comportamientos por parte de la formación en general, o de cada uno de los agentes que la componen. Una situación típica pudiera ser durante la evasión de un obstáculo, donde es necesario que algunos integrantes de la formación respondan rápidamente, por lo que si los parámetros del gestor fueron calculados para un desempeño lento y amortiguado, no sería factible realizar la maniobra. Por el contrario, si el caso es que todos los agentes ya llegaron al consensus y siguen de manera uniforme la trayectoria, sería poco ventajoso tener una respuesta agresiva dado que cualquier perturbación introduciría ruido al sistema. Todo esto lleva a la necesidad de diseñar parámetro con variaciones no lineales y acordes a las características de operación, por lo que una opción para absorber esta tarea es el uso de algoritmos capaces de modificar dinámicamente los parámetros del gestor, basado en las condiciones del entorno, y ajustes dados por el usuario; para este caso se decide utilizar la lógica difusa como medio de adaptación.

De manera general, la lógica difusa consiste en una expansión del concepto binario de *falso-verdadero*; en otras palabras, la entrada de un sistema tiene la capacidad de producir un cierto valor de *incertidumbre* o duda, y no necesariamente una respuesta binaria. Esto puede ser utilizado a modo de evaluación para reglas de funcionamiento, donde, dependiendo del valor que se tenga en la entrada, distintas reacciones del sistema pudieran suscitarse en mayor o menor medida. Un claro ejemplo en una formación es cuando se tiene una perturbación de alta magnitud, pero de baja duración, donde una respuesta rápida puede ocasionar un sobretiro pronunciado, mientras que una respuesta amortiguada pudiera no brindar suficiente robustez al sistema; sin embargo, evaluando de manera ponderada el comportamiento, co-

mo por ejemplo con la aplicación de una respuesta rápida al 80 %, y una respuesta amortiguada al 20 %, es posible lograr el comportamiento requerido. A lo anterior se les conoce como funciones de pertenencia o membresía, las cuales son definidas dependiendo de la naturaleza del sistema analizado, que para el caso de esta aplicación, dependerán de los elementos que se utilicen como criterio para modificar las ganancias del *Gestor Consensus*, los cuales serán los parámetros del *Error de Consensus*, ya definidos en la eq. (2.13). Basados en este concepto es posible definir algunos posibles estados *difusos*⁹ a los cuales puede pertenecer el valor del error:

1. Muy negativo.
2. Poco negativo.
3. Aproximadamente cero.
4. Poco positivo.
5. Muy positivo.

y para poder ponderar en cada estado difuso un valor de pertenencia, es necesario definir las ecuaciones que describen las funciones de pertenencia; estas pueden ser simples pendientes, funciones sigmoideas, funciones Gaussianas, tangentes hiperbólicas, entre otras. Para este caso se utilizan funciones sigmoideas y Gaussianas para brindar una distribución continua y suave de los valores, obteniendo una transición más gradual entre los estados difusos. En la Figura 2.2 se observa un ejemplo para el caso del *Error de Consensus* de posición, donde dependiendo del valor de entrada, habrá 5 valores de pertenencia correspondientes a donde se evalúe respecto a las funciones definidas.

⁹Conocidos formalmente como valores lingüísticos, dado que no corresponden a valores numéricos si no verbales.

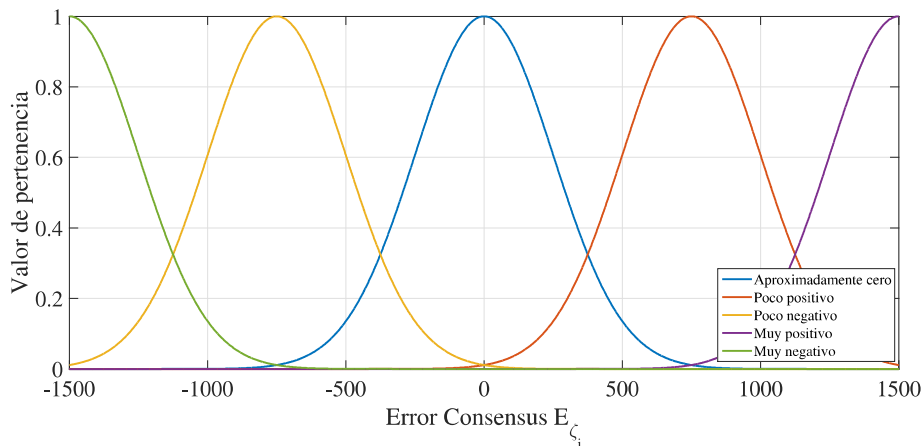


FIGURA 2.2: Ejemplo de funciones de pertenencia para el *Error de Consensus*. Por ejemplo, si el valor del error es de -500, en la función de Aproximadamente cero, se tendrá un grado de pertenencia de 0.14, mientras que en Poco negativo de 0.6 y en el resto de funciones prácticamente 0, lo que significa que -500 es un valor Poco negativo, pero ligeramente cercano a cero.

A la obtención de los grados de pertenencia en cada función se le conoce como fusificación, y es el primer paso para la obtención de la respuesta de salida.

Una vez realizada la fusificación de los valores de entrada, resultaría necesario encontrar los valores de salida, o ganancia en este caso, correspondientes a las combinaciones de entradas y valores de pertenencia dados, sin embargo, antes de realizar el proceso inverso, es decir, la defusificación, es necesario establecer reglas que permitan conocer que comportamiento se tendrá. Lo anterior va altamente relacionado con los valores lingüísticos que deben de ser relacionados de manera directa con los valores de salida del sistema. Esto se realiza por medio de reglas definidas con la forma de **SI-ENTONCES, SI NO-ENTONCES**, que visto de otra manera, son las reglas que dictan que sí ocurre una acción, debe haber una determinada respuesta, en caso contrario, una consecuencia diferente se tendrá como salida. Esto significa que con diferentes combinaciones de estados difusos de las diferentes entradas, se deben formar diferentes estados de salida, gobernados por las reglas mencionadas.

Esto puede ser visto como un conjunto de reglas difusas con la forma de

$$\begin{aligned}
 & \text{SI } E_{\zeta_i} \in A_1^r \text{ Y } \dot{E}_{\zeta_i} \in A_2^r \text{ ENTONCES } K_{P_i} \in B_1^l \\
 & \text{SI } E_{\zeta_i}(t) \in A_1^r \text{ Y } \dot{E}_{\zeta_i}(t) \in A_2^r \text{ ENTONCES } K_{D_i} \in B_2^l \\
 & r = -2, -1, 0, 1, 2 \\
 & l = -2, -1, 0, 1, 2
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

donde A_k^{-2} corresponde al valor difuso *Muy negativo*, A_k^{-1} a *Poco negativo*, A_k^0 *Aproximadamente cero*, A_k^1 *Poco positivo*, y A_k^2 *Muy positivo*. De la misma manera, para las funciones de pertenencia de salida, que se describirán más adelante, B_k^{-2} corresponde a *Muy pequeña*, B_k^{-1} a *Pequeña*, B_k^0 *Media*, B_k^1 *Grande*, y B_k^2 *Muy grande*.

Para el caso de esta aplicación, se busca modificar las ganancias K_{P_i} y K_{D_i} para de esta manera alterar el comportamiento del gestor de coordinación, y por consiguiente de los agentes de la formación. Para ello se definen una serie de reglas basadas en la lógica de funcionamiento del vuelo coordinado, donde se prefieren movimientos suaves y amortiguados cuando no hay perturbaciones presentes, y movimientos rápidos y contundentes en presencia de estas; por lo que las reglas se establecen como

TABLA 2.1: Reglas para la ganancia K_{P_i} .

$E_{\zeta_i}(t) \backslash \dot{E}_{\zeta_i}(t)$	A_1^{-2}	A_1^{-1}	A_1^0	A_1^1	A_1^2
A_2^{-2}	B_1^2	B_1^1	B_1^0	B_1^1	B_1^1
A_2^{-1}	B_1^2	B_1^1	B_1^0	B_1^0	B_1^1
A_2^0	B_1^1	B_1^{-1}	B_1^{-2}	B_1^{-1}	B_1^1
A_2^1	B_1^1	B_1^1	B_1^0	B_1^1	B_2^1
A_2^2	B_1^1	B_1^0	B_1^{-2}	B_1^0	B_1^1

donde de manera general es posible extraer el comportamiento general de las ganancias. Si la aeronave perturbada presenta errores de posición grandes, así como errores

TABLA 2.2: Reglas para la ganancia K_{D_i} .

$\begin{matrix} E_{\zeta_i}(t) \\ \dot{E}_{\zeta_i}(t) \end{matrix}$	A_1^{-2}	A_1^{-1}	A_1^0	A_1^1	A_1^2
A_2^{-2}	B_1^{-2}	B_1^{-1}	B_1^2	B_1^1	B_1^0
A_2^{-1}	B_1^{-1}	B_1^0	B_1^2	B_1^1	B_1^0
A_2^0	B_1^{-1}	B_1^0	B_1^{-2}	B_1^0	B_1^{-1}
A_2^1	B_1^1	B_1^1	B_1^2	B_1^0	B_1^{-1}
A_2^2	B_1^1	B_1^2	B_1^2	B_1^0	B_1^{-2}

de velocidad grandes, significa que esta siendo perturbado, por lo que se da preferencia a respuestas rápidas, por lo tanto, ganancias K_{P_i} grandes y K_{D_i} pequeñas. Por el contrario, si el agente presenta errores de posición pequeños, pero errores de velocidad grandes, significa que se está recuperando de una perturbación, por lo que es necesario amortiguar el movimiento y por lo tanto reducir K_{P_i} y aumentar K_{D_i} . Para el resto de situaciones, se utiliza una lógica similar.

Finalmente es necesario realizar la traducción de los valores lingüísticos a valores utilizables, por lo que como se mencionó anteriormente, se utiliza el proceso de desfuzificación. Para el cálculo del valor numérico, se utilizan los ya definidos estados difusos y su correspondiente valor de membresía, y dependiendo de las reglas establecidas en las Tablas 2.1 y 2.2, se define el grado de pertenencia en las funciones de salida, como se observa en el ejemplo para K_{P_i} en la Figura 2.3. Teniendo los distintos valores de salida, es necesario calcular un único valor, y para ello distintas técnicas han sido propuestas, entre las cuales la más utilizada es la aproximación del cálculo del centroide, es decir, dependiendo de las funciones de pertenencia de salida, y su valor máximo, calcular el valor del centroide entre las áreas formadas como se muestra en la Figura 2.4.

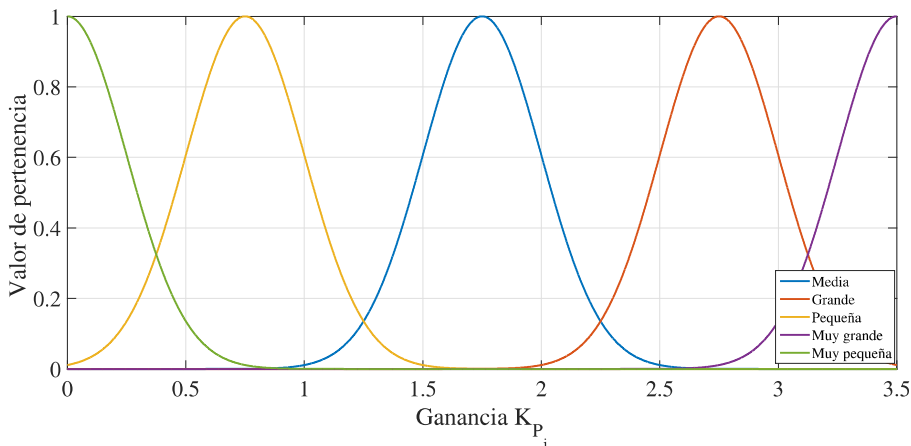
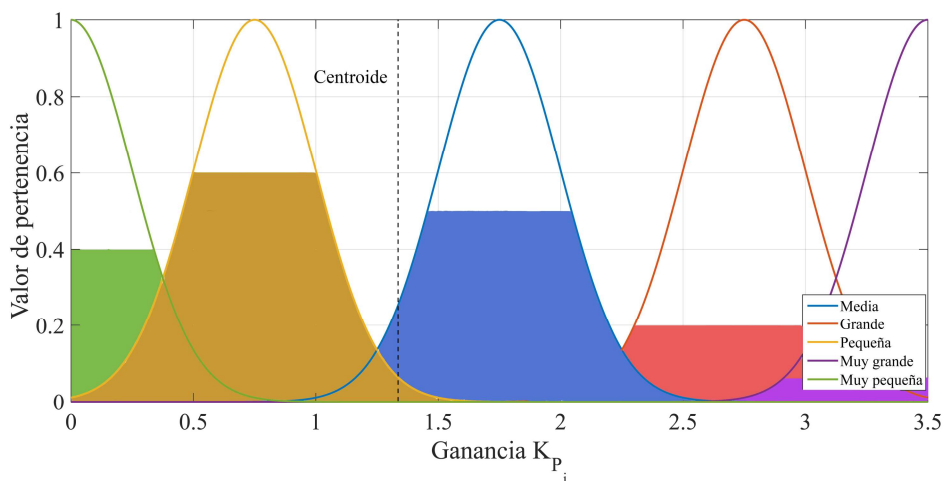
FIGURA 2.3: Ejemplo de funciones de pertenencia para K_{P_i} .

FIGURA 2.4: Ejemplo de funciones de pertenencia para K_{P_i} con distintos valores de salida. Para este caso $B_1^{-2} = 0.4$, $B_1^{-1} = 0.6$, $B_1^0 = 0.5$, $B_1^1 = 0.2$, y $B_1^2 = 0.08$, lo que arroja un valor del centroide de las áreas formadas en 1.35.

Una vez realizado todo el proceso anterior, estos valores son alimentados al *Gestor Consensus*, y los estados de las aeronaves a los sistemas difusos, por lo que al final, el esquema completo resulta como se observa en la Figura 2.5; donde de manera general, el Gestor recibe las referencias de trayectoria generadas de manera externa, y produce referencias individuales coordinadas para cada agente, mientras que el

controlador difuso ajusta las ganancias de posición y velocidad acorde a los valores del *Error de consensus*.

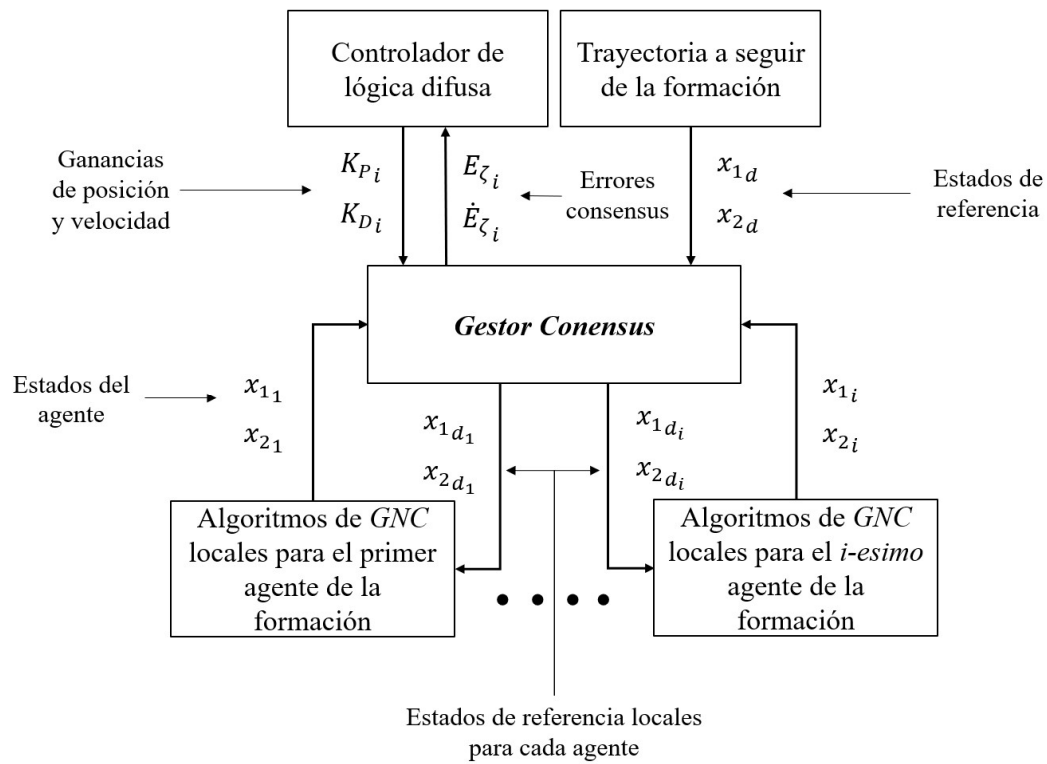


FIGURA 2.5: Estructura del Gestor Consensus con los agentes conformando la formación.

CAPÍTULO 3

ECUACIONES DE MOVIMIENTO PARA LAS AERONAVES

A lo largo del presente capítulo se presentan las ecuaciones de movimiento que gobiernan el comportamiento dinámico de las aeronaves que son consideradas agentes en la formación. Por medio del enfoque *Newton-Euler* [73] se plantea el desarrollo de distintas dinámicas entrelazadas para cada aeronave individual, definiendo de esta manera sus entradas físicas, elementos internos, y grados de libertad. De la misma manera, distintos fenómenos físicos son considerados en el modelo propuesto, para de esta manera compensar los efectos que estos puedan presentar durante la interacción de cada aeronave con el resto de vecinos en la formación. Finalmente se hace especial énfasis en las aeronaves tipo multirroto, debido a su versatilidad y practicidad a la hora de realizar misiones de vuelo cooperativo.

3.1 GENERALIDADES

3.1.1 DEFINICIÓN DE MARCOS DE REFERENCIA

Antes de comenzar con la definición de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de cada aeronave, resulta necesario establecer una serie de convenciones de movimiento que darán pie al como se determinan los estados de cada agente. Lo anterior es referente al establecimiento de los distintos marcos de referencia donde es posible obtener los estados de las aeronaves, así como sus respectivas entradas. Para ello se definen los siguientes sistemas de ejes en un espacio euclidiando:

1. *Marco de referencia Inercial*

Este marco esta posicionado de manera fija, normalmente en un plano definido en tierra, y es con respecto a quien se definen los movimientos traslacionales, así como el marco de referencia de medida para los ángulos de orientación de cada aeronave. Este es representado como $I_n = \{x_{I_n}, y_{I_n}, z_{I_n}\}$.

2. *Marco de referencia del Cuerpo*

Dado que muchos de los fenómenos físicos ocurren relativos a la aeronave, e independientes a su posición u orientación, es necesario definir un marco posicionado en el centro de gravedad de cada agente. Este sistema de referencia se traslada y orienta según lo hace la propia aeronave, y además se utiliza como instrumento para la medición de la orientación de la aeronave referente al Marco de referencia Inercial. Siendo este $B_n = \{x_{B_n}, y_{B_n}, z_{B_n}\}$.

3. *Marco de referencia Aerodinámico*

Debido a que las fuerzas generadas por la interacción de la aeronave y el viento circundante dependen enteramente de la dirección relativa entre ellos, es necesario definir un tercer sistema de referencia para la caracterización de las fuerzas y momentos aerodinámicos. Estableciéndose como $W_n = \{x_{W_n}, y_{W_n}, z_{W_n}\}$.

donde $n = 1, 2, 3 \dots N$ siendo N la cantidad total de agentes que conforman la formación, en la Figura 3.1 se muestra una representación de estos marcos.

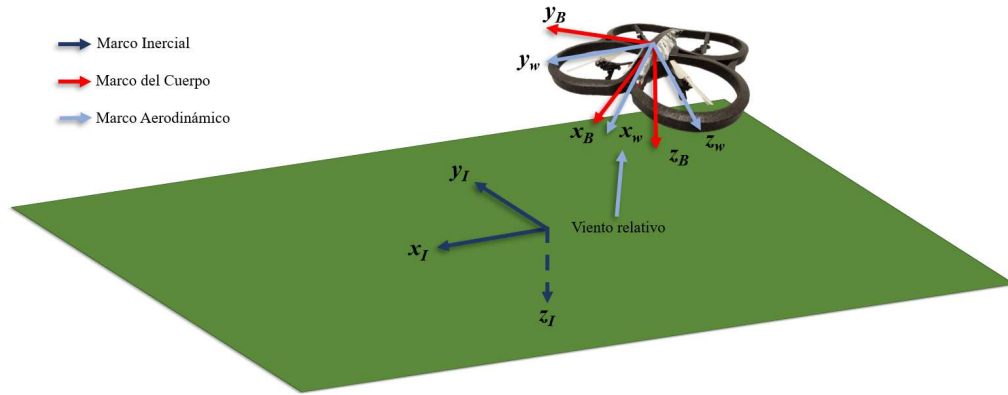


FIGURA 3.1: Marcos de referencia utilizados para definir el movimiento de las aeronaves.

Cabe destacar que estos tres marcos de referencia pertenecen a un grupo especial euclidiano $SE(3)$, por lo que es posible realizar rotaciones por medio de matrices ortogonales caracterizadas por las correspondientes referencias dependiendo del marco. Además, por convención se utiliza el orden NED ¹ para definir su arreglo direccional y la regla de la mano derecha para definir las direcciones positivas de giro.

Para la obtención de la orientación de cada aeronave se utilizan los *ángulos de Euler* los cuales son definidos como:

- ϕ_n : es el ángulo medido entre el eje y_{B_n} y el plano definido por x_{I_n} y y_{I_n} .
- θ_n : es el ángulo medido entre el eje x_{B_n} y el plano definido por x_{I_n} y y_{I_n} .
- ψ_n : es el ángulo medido entre el plano perpendicular a x_{I_n} y y_{I_n} que corta el eje x_{B_n} y el eje x_{I_n} ².

¹*North-East-Down* lo que significa que si el eje X apunta al norte, el eje Y hacia el este y Z hacia abajo.

²Esto significa que a ángulos rectos de θ_n este queda indefinido al tener infinitos planos posibles.

De manera similar, la orientación de los fenómenos aerodinámicos que afectan a la aeronave de manera general están definidos por los ángulos de ataque y derrape:

- α_n : ángulo de ataque medido entre el eje x_{B_n} y el plano formado por x_{W_n} y y_{W_n} .
- β_n : ángulo de derrape medido por la proyección del eje x_{B_n} en el plano formado por x_{W_n} y y_{W_n} y el eje x_{B_n} original.

Establecido lo anterior, resulta evidente que es necesario definir una matriz de rotación que permita realizar transformaciones vectoriales entre marcos de referencia, tomando vital importancia sabiendo que la navegación de las aeronaves es medida en el marco de referencia inercial, pero teniendo como origen de fuerzas y momentos el marco de cada aeronave. Para ello, y utilizando el orden de rotación definido por la convención *NED*, es decir, *Z-Y-X*, es posible obtener una matriz de rotación caracterizada por los ángulos de Euler con la forma

$$R_n = \begin{pmatrix} c_{\theta_n} c_{\psi_n} & s_{\phi_n} s_{\theta_n} c_{\psi_n} - c_{\phi_n} s_{\psi_n} & c_{\phi_n} s_{\theta_n} c_{\psi_n} + s_{\phi_n} s_{\psi_n} \\ c_{\theta_n} s_{\psi_n} & s_{\phi_n} s_{\theta_n} s_{\psi_n} + c_{\phi_n} c_{\psi_n} & c_{\phi_n} s_{\theta_n} s_{\psi_n} - s_{\phi_n} c_{\psi_n} \\ -s_{\theta_n} & s_{\phi_n} c_{\theta_n} & c_{\phi_n} c_{\theta_n} \end{pmatrix}$$

donde las funciones trigonométricas se representan como $c_x = \cos(x)$ y $s_x = \sin(x)$ por cuestiones de simplificación de nomenclatura. De esta manera, por medio de $R_n \in SO(3) : \mathcal{B}_n \rightarrow \mathcal{I}_n$ es posible realizar rotaciones de elementos medidos en el marco del cuerpo, al marco inercial, teniendo como principal característica que para realizar la operación inversa, la transpuesta de la matriz se pudiera utilizar para este fin, debido a la propiedad de ortogonalidad de esta rotación.

3.1.2 FORMULACIÓN GENERAL *Newton-Euler*

Para poder definir las ecuaciones que gobiernan los grados de libertad de las aeronaves pertenecientes a la formación se utiliza la formulación *Newton-Euler*, dado

que resulta necesario obtener la relación entre los grados de libertad rotacionales y traslacionales.

De manera general es posible establecer por medio de la segunda Ley de Newton que la razón de cambio temporal en el momentum lineal de un cuerpo es proporcional a la fuerza que se le aplique, lo que establecido en términos de su masa y componentes de movimiento puede definirse como

$$m_n \dot{V}_n = F_{I_n} \quad (3.1)$$

donde m_n representa la masa del cuerpo, $\dot{V}_n \in \mathbb{R}^3$ el vector de aceleraciones relativas al marco de referencia inercial, mientras que $F_{I_n} \in \mathbb{R}^3$ es el vector de todas las fuerzas actuando en el cuerpo medidas en el marco de referencia inercial; sin embargo, la representación anterior resulta general desde el punto de vista de la aplicación de fuerzas para una aeronave, por lo que resulta conveniente separar las fuerzas en sus respectivos marcos de origen resultando en

$$m_n \dot{V}_n = R_n F_{B_n} + F_{I_n} \quad (3.2)$$

teniendo $F_{B_n} \in \mathbb{R}^3$ como el vector de fuerzas que actúan directamente en el marco de referencia de la aeronave.

De manera similar también es posible representar la orientación de la aeronave tomando en cuenta los momentos de par generados por las fuerzas presentes, por lo que relativo al marco del cuerpo de la aeronave esto se representa como

$$J_n \dot{\Omega}_n = -\Omega_n \times J_n \Omega_n + \tau_{a_n} \quad (3.3)$$

siendo $J_n \in \mathbb{R}^3$ la matriz que describe los momentos de inercia del n -ésimo agente, y $\Omega_n = (p_n, q_n, r_n)^\top \in \mathbb{R}^3$ el vector de velocidades angulares relativas a los ejes del marco de referencia del cuerpo. Cabe aclarar que $\tau_{a_n} \in \mathbb{R}^3$ representa los pares de momento generados por las fuerzas presentes en la aeronave, tales como los actuadores, fuerzas aerodinámicas trasladadas al marco de referencia de la aeronave, entre otras similares.

3.2 ECUACIONES DE MOVIMIENTO

Las particularidades de las ecuaciones de movimiento para una aeronave específica dependerán de su configuración y modo de funcionamiento; principalmente para la definición de elementos como el vector de fuerzas debido a que puede descomponerse en componentes en varios marcos de referencia, así como la posibilidad de tener distintos efectos presentes como fenómenos giroscópicos debido al giro de hélices, por ejemplo. Para establecer límites y alcances, se presentan las dinámicas de orientación y posición para aeronaves del tipo multirrotores, haciendo principal énfasis en aquellas de 4 rotores, normalmente conocidas como *cuadrirrotores*.

3.2.1 DINÁMICA DE ORIENTACIÓN

Establecida la dinámica de orientación general para una aeronave en la ecuación (3.3), para un agente del tipo cuadrirrotor es necesario definir de manera puntual parámetros tales como la matriz de inercia y el vector de pares de momento generados por los actuadores; sin embargo, debido a que diferentes perturbaciones pueden estar presentes durante el funcionamiento de la aeronave, como corrientes de viento, elasticidad de los miembros estructurales, o efectos giroscópicos de los rotores, es necesario considerar un vector que absorba estas dinámicas dentro del sistema. Además resulta necesario definir la relación entre los movimientos en el marco de referencia de la aeronave y los ángulos de Euler medidos en el marco inercial, por lo que tomando en cuenta todo lo anterior la dinámica general de la aeronave se establece como

$$\dot{R}_n = R_n \hat{\Omega}_n \quad (3.4)$$

$$J_n \dot{\hat{\Omega}}_n = -\Omega_n \times J_n \Omega_n + \tau_{a_n} + D_{\eta_n} \quad (3.5)$$

donde los siguientes términos pueden ser definidos:

- $\hat{\Omega}_n$: Representa una matriz anti-simétrica con términos de las velocidades angulares pqr en el marco del cuerpo; lo anterior lleva a que se cumpla que $a \times b = \hat{a}b$, resultando en

$$\hat{\Omega}_n = \begin{pmatrix} 0 & -r_n & q_n \\ r_n & 0 & -p_n \\ -q_n & p_n & 0 \end{pmatrix}$$

- $\tau_a \in \mathbb{R}^3$: Es definido como el vector de momentos producidos por las fuerzas generadas por los rotores de cada aeronave. Estos momentos están definidos sobre el centro de gravedad de cada agente, correspondiendo al origen del marco de referencia de cuerpo. Tomando en cuenta las 4 fuerzas principales de cada rotor, es posible definir el vector de momentos como

$$\tau_{a_n} = \begin{pmatrix} \tau_{\phi_n} \\ \tau_{\theta_n} \\ \tau_{\psi_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_n [(f_{1_n} + f_{3_n}) - (f_{4_n} + f_{2_n})] \\ d_n [(f_{3_n} + f_{2_n}) - (f_{1_n} + f_{4_n})] \\ Q_{1_n} + Q_{2_n} - Q_{3_n} - Q_{4_n} \end{pmatrix}$$

donde d_n representa la distancias alineada con los ejes de la aeronave, desde el centro de gravedad de cada agente al eje de giro de cada rotor, de igual manera f_{k_n} denota la fuerza generada por cada rotor siendo $k = 1, 2, 3, 4$, el arreglo y sentidos de giro de los rotores se muestra en la Figura 3.2. Sabiendo que cada hélice genera una resistencia al avance tangencial a la trayectoria de giro de cada rotor, es posible definir un momento de reacción como $Q_k = \rho_a A_{d_k} \omega_k^2 r_k^3 c_{Q_k}$ teniendo c_{Q_k} como un coeficiente de momento que depende de las características aerodinámicas y geométricas de cada hélice, además, ρ_a representa la densidad del aire en el flujo libre, A_{d_k} el área proyectada de cada disco rotor, ω_k la velocidad angular por rotor, y finalmente r_k es la semi-envergadura de la hélice; todo lo anterior para $k = 1, 2, 3, 4$.

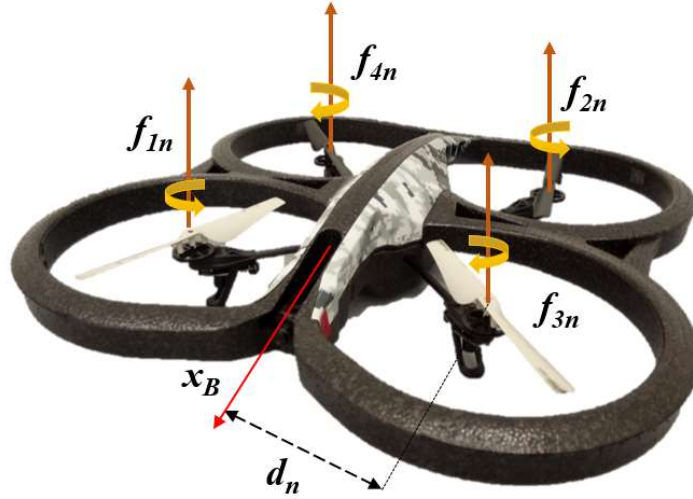


FIGURA 3.2: Fuerzas y sentidos de giro para el n – *esimo* agente de la formación.

- D_{η_n} : Define los momentos giroscópicos y aerodinámicos, y estos son tratados como perturbaciones acotadas, quedando definidas como

$$D_{\eta_n} = \begin{pmatrix} d_{\eta_{1n}} \\ d_{\eta_{2n}} \\ d_{\eta_{3n}} \end{pmatrix} = d_{\eta_{gyron}} + d_{\eta_{aeron}}$$

siendo los momentos giroscópicos dependientes del momento de inercia de cada hélice, su velocidad angular y el movimiento propio de la aeronave, por lo que

$$d_{\eta_{gyron}} = \sum_{k=1}^4 (-1)^{k+1} I_{r_k} [\Omega \times e_3 \omega_k]$$

afectando y reordenando

$$d_{\eta_{gyron}} = \begin{pmatrix} q_n (I_{r_{1n}} \omega_{r_{1n}} - I_{r_{2n}} \omega_{r_{2n}} + I_{r_{3n}} \omega_{r_{3n}} - I_{r_{4n}} \omega_{r_{4n}}) \\ p_n (-I_{r_{1n}} \omega_{r_{1n}} + I_{r_{2n}} \omega_{r_{2n}} - I_{r_{3n}} \omega_{r_{3n}} + I_{r_{4n}} \omega_{r_{4n}}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

donde $I_{r_{kn}}$ que es el momento de inercia del conjunto de componentes que forman al rotor k .

Además, los momentos debido a fuerzas aerodinámicas y efectos como interacciones entre el cuerpo de la aeronave y el flujo libre, se definen como

$$d_{\eta_{aero_n}} = \begin{pmatrix} \mathcal{L}_n \\ \mathcal{M}_n \\ \mathcal{N}_n \end{pmatrix}$$

donde \mathcal{L}_n , \mathcal{M}_n y \mathcal{N}_n son los momentos correspondientes a los ejes x_B , y_B y z_B respectivamente, [74], [73], [75].

3.2.2 DINÁMICA DE POSICIÓN

La dinámica de orientación resulta en la obtención y caracterización de los movimientos angulares de la aeronave, con lo cual es posible orientar las distintas fuerzas y actuaciones lineales presentes en cada agente. Esto lleva a que la definición de la ecuación 3.2 pueda extenderse para involucrar los términos pertenecientes a cada marco de referencia. Es posible definir que las fuerzas presentes en el marco inercial serán solamente aquellas relacionadas con efectos gravitacionales y perturbaciones externas como corrientes de viento, por lo que el vector de fuerzas inerciales puede ser definido como

$$F_{I_n} = m_n g e_3 + D_{\xi_n} \quad (3.6)$$

donde e_3 representa el vector de base canónica definido como $e_3 = [0\ 0\ 1]$, y D_{ξ_n} es el vector que engloba todas las fuerzas externas actuando sobre cada agente, y son tomadas como perturbaciones acotadas.

De la misma manera, el vector de fuerzas presentes en el cuerpo F_{B_n} contiene aquellas fuerzas que rotan junto con la aeronave, que para el caso de agentes del tipo cuadirrotor corresponden solamente a las fuerzas f_k previamente expuestas, por lo que este vector se redefine como

$$F_{B_n} = (f_{1_n} + f_{2_n} + f_{3_n} + f_{4_n}) e_3 \quad (3.7)$$

que como puede notarse corresponde a la sumatoria de las fuerzas de todos los rotores de la aeronave, por lo que puede definirse un vector de empuje aerodinámico general como

$$T_{T_n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{k=1}^4 f_k \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

donde cada fuerza individual se puede desarrollar como $f_k = \rho_a A_{d_k} \omega_k^2 r^2 C_{T_k}$ siendo C_{T_k} es el coeficiente de empuje de un conjunto motor-hélice, para $k = 1, 2, 3, 4$.

Establecidas las componentes que forman los vectores de fuerza tanto en el marco inercial como en el del cuerpo, la dinámica de posición para la n - *esima* aeronave resulta en

$$\dot{\xi}_n = V_n \quad (3.9)$$

$$m_n \dot{V}_n = R_n(-T_{T_n}) + m_n g e_3 + D_{\xi_n} \quad (3.10)$$

donde es posible describir los siguientes vectores:

- $\xi_n = (x_n, y_n, z_n)^T \in \mathbb{R}^3$: Corresponden a las componentes de posición lineal relativas al origen del marco de referencia inercial fijo; siendo sus derivadas temporales las componentes de velocidad lineal capturadas en V_n .
- D_{ξ_n} : Engloba las fuerzas parásitas generadas por efectos aerodinámicos siendo definidas como

$$D_{\xi_n} = \begin{pmatrix} d_{\xi_{1n}} \\ d_{\xi_{2n}} \\ d_{\xi_{3n}} \end{pmatrix} = R_n W_n^T \begin{pmatrix} D_{a_n} \\ Y_{a_n} \\ L_{a_n} \end{pmatrix}$$

donde D_{a_n} , Y_{a_n} , y L_{a_n} corresponden a las fuerzas aerodinámicas generadas por elementos externos a los rotores de la aeronave como el cuerpo de la aeronave, además cada una de estas representa una fuerza puntual tales como *Resistencia al avance axial*, *Resistencia al avance lateral* y *Fuerza de sustentación*, respectivamente. Dado que los efectos aerodinámicos son tratados relativos a la

dirección entre el flujo libre y la aeronave, resulta necesario realizar una rotación hacia el marco del cuerpo antes de la rotación al marco de referencia fijo, lo que lleva a la definición de la matriz de rotación aerodinámica $W_n : \mathcal{B}_n \rightarrow \mathcal{A}_n$ siendo

$$W_n = \begin{pmatrix} c_{\alpha_n} c_{\beta_n} & s_{\beta_n} & s_{\alpha_n} c_{\beta_n} \\ -c_{\alpha_n} s_{\beta_n} & c_{\beta_n} & -s_{\alpha_n} s_{\beta_n} \\ -s_{\alpha_n} & 0 & c_{\alpha_n} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

siendo α_n y β_n los ángulos de ataque y derrape respectivamente, y previamente definidos, [75], [74], [76].

COMENTARIO 1: *En lo que reste de este documento, y para delimitar el alcance de la investigación, se utilizará la configuración de aeronave multirrotor de cuatro propulsores; esto es, las aeronaves cuadrirrotor.*

CAPÍTULO 4

GUIADO, NAVEGACIÓN Y CONTROL DE N AGENTES

A lo largo de los capítulos anteriores se trataron elementos enfocados principalmente al vuelo en formación, así como las generalidades relacionadas con el comportamiento de las aeronaves, las cuales son consideradas como los agentes a coordinar. Esto fue realizado desde una perspectiva amplia y general, dejando el camino abierto a la utilización y adaptación para cualquier tipo de aeronaves, con consideración de las capacidades y limitaciones de la configuración seleccionada.

En vista de esto, se vuelve necesario profundizar aún más en los detalles específicos de los agentes a coordinar, y más esencialmente, a *guiar y controlar*. A lo largo de este capítulo se define el esquema completo de *Guiado, Navegación y Control* que gobierna el comportamiento de más bajo nivel de la formación, esto es, el de cada aeronave de manera individual y distribuida¹, siendo el principal objetivo el control adecuado de su posición en el espacio euclidiano, y por consiguiente su orientación relativa a los marcos ya definidos. Como primera instancia se presenta la estructura que se utiliza para realizar el control en la dinámica de posición, y el cómo se con-

¹Se considera control distribuido a aquella configuración que se realiza de manera centralizada, por ejemplo en un único ordenador, pero que *distribuye* de manera individual la acción de control por agente.

sidera la navegación. Posteriormente se aborda la metodología para garantizar que la aeronave siga una trayectoria específica, considerando elementos puntuales de la trayectoria, principalmente el *guiado* a lo largo de esta. Esto tiene como resultado las leyes de control a aplicar sobre las aeronaves, así como la configuración básica de de actuación.

4.1 CONFIGURACIÓN DE ENTRADAS DE CONTROL VIRTUAL PARA N AGENTES

Uno de los principales inconvenientes al momento de realizar el diseño y cálculo de un controlador, son los elementos que son directamente dependientes de la entrada, y que a su vez alteran el comportamiento del sistema. Eso sucede claramente en la dinámica de las aeronaves, y de manera específica en los multirrotores. Recordando las ecuaciones dinámicas presentadas en (3.4), (3.5), (3.9) y (3.10):

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_n &= V_n \\ m_n \dot{V}_n &= R_n(-T_{T_n} e_3) + m_n g e_3 + D_{\xi_n} \\ \dot{R}_n &= R_n \hat{\Omega}_n \\ J_n \dot{\Omega}_n &= -\Omega_n \times J_n \Omega_n + \tau_{a_n} + D_{\eta_n}\end{aligned}$$

es posible notar que, para la dinámica de posición, la entrada de control puede ser dividida entre dos elementos, el empuje total de todos los actuadores T_{T_n} , y la matriz de rotación R_n que a su vez depende de los ángulos de Euler. Para el caso de la dinámica de orientación, al ser idealmente independiente de la dinámica anterior, resulta más directo definir el comportamiento a la entrada, solamente tomando en cuenta los elementos constantes. Para ello, es posible redefinir las ecuaciones en una configuración con *entradas de control virtual* de tal manera que resulte en:

$$\dot{\xi}_n = V_n \quad (4.1)$$

$$\dot{V}_n = u_{p_n} + d_{\xi_n} \quad (4.2)$$

$$\dot{R}_n = R_n \Omega_n \quad (4.3)$$

$$\dot{\Omega}_n = u_{a_n} + d_{R_n} \quad (4.4)$$

donde los elementos distintivos son descritos como:

- $u_{p_n} \in \mathbb{R}^3$: *entrada de control virtual* para la dinámica de *posición* definida de manera estructurada como:

$$u_{p_n} = g e_3 + \frac{(R_n e_3) T_{T_n}}{m_n} \quad (4.5)$$

- $u_{a_n} \in \mathbb{R}^3$: *entrada de control virtual* para la dinámica de *orientación* definida como:

$$u_{a_n} = \frac{\tau_{a_n}}{J_n} \quad (4.6)$$

- $d_{\xi_n} = D_{\xi_n}$: término que engloba las fuerzas externas no modeladas y que afectan directamente al cuerpo de la aeronave; siendo principalmente las fuerzas aerodinámicas.
- $d_{R_n} = \Omega_n \times J_n \Omega_n + D_{\eta_n}$: termino considerado como perturbación de pares de momento, en el cual se incluyen efectos giroscópicos así como perturbaciones externas.

Esta estructura permite introducir un controlador como elemento que engloba los términos contenidos en u_{p_n} y u_{a_n} , recordando que al ser una estructura distribuida en el caso de la navegación, corresponde a $n = 1, 2, 3 \dots, N$, siendo N el número total de agentes de la formación.

4.2 DEFINICIÓN DEL MARCO DE GUIADO EN ESPACIO EUCLIDIANO $SE(3)$

Para la capa más interna de control, esto es, el guiado y orientación de la aeronave, se utiliza una aproximación en la cual se define una matriz de rotación de referencia;

dicho de otro modo, un *marco de guiado* \mathcal{G}_n definido en el espacio euclidiano \mathbb{R}^3 . De esta manera el controlador se encargará de llevar la matriz de rotación real de la aeronave, a los valores definidos en el marco de referencia, logrando de esta manera tener un seguimiento de la trayectoria, así como un guiado, en este caso tangente, a la misma.

Para ello el marco de guiado se compone de tres vectores definidos de acuerdo al funcionamiento y trayectoria a seguir por parte de la aeronave, resultando en:

$$\mathcal{G}_n = \{f_{g_n}, b_{g_n}, n_{g_n}\} \quad (4.7)$$

donde estos vectores están definidos como:

- n_{g_n} : vector normal de control, el cual está definido en base a la dirección establecida por las componentes del control distribuido de posición como:

$$n_{g_n} = \frac{ge_3 + u_{p_n}}{\|ge_3 + u_{p_n}\|} \quad (4.8)$$

- f_{g_n} : vector hacia adelante, ortogonal al vector normal de control n_{g_n} por consiguiente definido como:

$$f_{g_n} = \frac{n_{g_n} \times e_1}{\|n_{g_n} \times e_1\|} \quad (4.9)$$

- b_{g_n} : vector binormal, siendo ortogonal a ambos vectores anteriores:

$$b_{g_n} = -(f_{g_n} \times n_{g_n}) \quad (4.10)$$

Los correspondientes vectores que conforman el *marco de guiado* representan los elementos de rotación que la aeronave debe cumplir para satisfacer la trayectoria deseada, que a su vez debe de ser garantizada por u_{p_n} , por lo tanto es posible establecer una *matriz de rotación deseada* tal que:

$$R_{d_n} = [f_{g_n} \quad b_{g_n} \quad n_{g_n}] \quad (4.11)$$

con $R_{d_n} \in SO(3)$. Para la demostración de ortogonalidad, consultar el Apéndice B.

4.3 NAVEGACIÓN DISTRIBUIDA PARA N AGENTES

El esquema de navegación está principalmente fundamentado en la definición de la referencia a seguir, tomando en cuenta los elementos de guiado ya propuestos. Visto de otra manera, utilizando las ecuaciones (4.1) y (4.2), es posible extraer un vector de normal de control de tal manera que resulte en

$$n_{g_n} = R_{d_n} e_3$$

para de esta manera lograr que la matriz de rotación R_n converja eventualmente a R_{d_n} por medio de u_{p_n} . En vista de esto, es necesario definir un vector normal de salida o real como

$$n_n = R_n e_3 \quad (4.12)$$

lo que lleva a que se pueda definir el término de control virtual tal que

$$u_{p_n} = g e_3 + \frac{n_n T_{T_n}}{m_n} \quad (4.13)$$

Teniendo en cuenta la estructura lograda, resulta necesario estabilizar el sistema por medio de un controlador en lazo cerrado; a pesar de que cualquier esquema puede ser válido, para fines de esta investigación se propone la estructuración del controlador por medio de la definición de un *modo deslizante*, siguiendo la metodología de *Super Twisting*².

Definiendo los errores de navegación como

$$\begin{aligned} e_{\xi_n} &= \xi_{d_n} - \xi_n \\ \dot{e}_{\xi_n} &= \dot{\xi}_{d_n} - \dot{\xi}_n \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde ξ_{d_n} corresponde al vector de referencias de navegación, mientras que $\dot{\xi}_{d_n}$ a su derivada temporal. Utilizando estos errores es posible definir la ecuación diferencial

²Este controlador presenta como principal característica la tendencia de *girar* al rededor del origen en el plano de fase, y debido al término *Super*, el cual garantiza la continuidad del controlador por medio de la integración de la función discontinua.

a utilizar como superficie de deslizamiento tomando la siguiente forma

$$\sigma_{p_n} = k_{p_n} e_{\xi_n} + \dot{e}_{\xi_n} \quad (4.15)$$

siendo k_{p_n} la matriz diagonal definida positiva de ganancias de sensibilidad para el sistema distribuido. Finalmente esto lleva a la definición del controlador en lazo cerrado con la estructura

$$\begin{aligned} u_{p_n} &= C_{p_n} \sqrt{|\sigma_{p_n}|} \operatorname{sgn}(\sigma_{p_n}) + w_{p_n} \\ \dot{w}_{p_n} &= B_{p_n} \operatorname{sgn}(\sigma_{p_n}) \end{aligned} \quad (4.16)$$

donde C_{p_n} y B_{p_n} son matrices diagonales definidas positivas cuyos elementos son calculados como $c_{p_n,v} = 1.5\sqrt{H_{p_n}}$ y $b_{p_n,v} = 1.1H_{p_n}$ de donde H_{p_n} es una ganancia positiva³, y con $v = 1, 2, 3$ correspondiendo a las distintas acciones de control para cada eje de movimiento.

4.3.0.1 DINÁMICA RESULTANTE DE POSICIÓN

Teniendo definida la estructura de control, es posible obtener la dinámica resultante del sistema el cual es gobernado por el lazo de control. Diferenciando en el tiempo la variable de deslizamiento se obtiene

$$\dot{\sigma}_{p_n} = k_{p_n} \dot{e}_{\xi_n} + \ddot{e}_{\xi_n} \quad (4.17)$$

lo que lleva a que los errores presenten una forma tal que

$$\dot{\sigma}_{p_n} = k_{p_n} \dot{\xi}_{d_n} - k_{p_n} \dot{\xi}_n + \ddot{\xi}_{d_n} - \ddot{\xi}_n \quad (4.18)$$

Con esta estructura es posible introducir la ecuación (4.1) en (4.18) para obtener el término de control virtual como

$$\dot{\sigma}_{p_n} = k_{p_n} \dot{\xi}_{d_n} - k_{p_n} \dot{\xi}_n + \ddot{\xi}_{d_n} - u_{p_n} - d_{\xi_n} \quad (4.19)$$

³Esta puede ser establecida en base a las características de la aeronave, o en su defecto, a la *perturbación* máxima a compensar por el controlador.

Tomando en cuenta la estructura del controlador *Super Twisting*, y agrupando todos los elementos dependientes del tiempo como $\rho_p(t, \sigma_{p_n}) = k_{p_n} \dot{\xi}_{d_n} - k_{p_n} \dot{\xi}_n + \ddot{\xi}_{d_n} - d_{\xi_n}$, la dinámica gobernada por el lazo de control se describe finalmente como

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{p_n} &= \rho_p(t, \sigma_{p_n}) - C_{p_n} \sqrt{|\sigma_{p_n}|} \operatorname{sgn}(\sigma_{p_n}) + w_{p_n} \\ \dot{w}_{p_n} &= B_{p_n} \operatorname{sgn}(\sigma_{p_n})\end{aligned}\quad (4.20)$$

4.4 GUIADO Y CONTROL DE ORIENTACIÓN PARA N AGENTES

La dinámica más interna a controlar corresponde a la orientación y guiado de la aeronave; para este caso los N agentes pertenecientes a la formación. Para esta problemática se retoma el marco de guiado definido previamente, cuyo principal objetivo es ser la referencia la cual es necesario que la aeronave siga, para cumplir con la trayectoria deseada. Recordando la matriz de rotación deseada R_{d_n} caracterizada por los vectores ya definidos f_{g_n} , b_{g_n} y n_{g_n} , resulta posible definir una matriz de componentes de velocidad deseada como

$$\hat{\Omega}_{d_n} = R_{d_n}^\top \dot{R}_{d_n} \quad (4.21)$$

lo que a su vez permite definir errores de seguimiento para el control de orientación, considerando la matriz de rotación actual o real, y su respectiva matriz de velocidades; esto lleva al establecimiento de estos errores de la siguiente forma

$$e_{R_n} = \operatorname{Skew}(R_{d_n}^\top R_n)^\vee \quad (4.22)$$

$$e_{\Omega_n} = \Omega_n - \Omega_{d_n} \quad (4.23)$$

La distancia entre ambas matrices $\operatorname{SO}(3)$ puede comprobarse como

$$\Upsilon(R_n R_{d_n}^\top) = \frac{1}{2} \operatorname{tr}(I - R_n R_{d_n}^\top) \quad (4.24)$$

$$\frac{d}{dt} \Upsilon(R_n R_{d_n}^\top) = \operatorname{Skew}(R_{d_n}^\top R_n)^\vee (\Omega_n - \Omega_{d_n}) \quad (4.25)$$

lo que conlleva que si ambas matrices son iguales, la distancia sea cero, esto es

$$\Upsilon(R_n R_{d_n}) = 0 \Leftrightarrow R_n = R_{d_n}$$

Cabe aclarar que la ecuación (4.24) utiliza las siguientes operaciones:

- $\text{Skew}(A) = \frac{1}{2}(A - A^\top)$, matriz *anti-simétrica* de A .
- $(\cdot)^\vee$: inverso del operador $(\hat{\cdot})$, por lo que reorganiza A en un vector columna de tal manera que se cumpla que $a \times b = \hat{a}b$.

Con las definiciones anteriores, resulta posible estructurar el lazo de control; para ello la superficie de deslizamiento se define acorde a los errores (4.22) obteniendo

$$\sigma_{a_n} = k_{a_n} e_{R_n} + e_{\Omega_n} \quad (4.26)$$

La estructura del controlador de lazo cerrado para la orientación del agente N queda de la siguiente manera

$$\begin{aligned} u_{a_n} &= C_{a_n} \sqrt{|\sigma_{a_n}|} \text{sgn}(\sigma_{a_n}) + w_{a_n} \\ \dot{w}_{a_n} &= B_{a_n} \text{sgn}(\sigma_{a_n}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

donde C_{a_n} y B_{a_n} son matrices diagonales definidas positivas con elementos calculados como $c_{a_n,v} = 1.5\sqrt{H_{a_n}}$ y $b_{a_n,v} = 1.1H_{a_n}$ de donde H_{a_n} es una ganancia positiva, y con $v = 1, 2, 3$ correspondiendo a las distintas acciones de control para cada eje de giro.

4.4.0.1 DINÁMICA RESULTANTE DE ORIENTACIÓN

Teniendo la estructura del controlador definido, la dinámica resultante se obtiene por medio de la manipulación de la variable deslizante, por lo que diferenciando en el tiempo se puede obtener

$$\dot{\sigma}_{a_n} = k_{a_n} \dot{e}_{R_n} + \dot{e}_{\Omega_n} \quad (4.28)$$

sustituyendo los errores correspondientes

$$\dot{\sigma}_{a_n} = \frac{d}{dt} \text{Skew}(R_{d_n}^\top R_n)^\vee + \dot{\Omega}_n - \dot{\Omega}_{d_n} \quad (4.29)$$

y utilizando la ecuación (4.4), es posible obtener la relación

$$\dot{\sigma}_{a_n} = \frac{d}{dt} \text{Skew}(R_{d_n}^\top R_n)^\vee - \dot{\Omega}_{d_n} + u_{a_n} + d_{R_n} \quad (4.30)$$

agrupando los términos dependientes del tiempo como $\rho_R(t, \sigma_{a_n}) = \frac{d}{dt} \text{Skew}(R_{d_n}^\top R_n)^\vee - \dot{\Omega}_{d_n} + d_{R_n}$, resulta posible obtener la dinámica en lazo cerrado de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{a_n} &= \rho_R(t, \sigma_{a_n}) + C_{a_n} \sqrt{|\sigma_{a_n}|} \text{sgn}(\sigma_{a_n}) + w_{a_n} \\ \dot{w}_{a_n} &= B_{a_n} \text{sgn}(\sigma_{a_n}) \end{aligned} \quad (4.31)$$

CAPÍTULO 5

TÉCNICAS DE PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS

En este capítulo se realiza un recuento de las principales técnicas de planeación de trayectorias comúnmente utilizadas. Además se mencionan algunas ventajas y desventajas, así como las razones y motivos por el cual se decidió optar por un esquema en particular descrito más adelante.

Desde el punto de vista teórico, se abordan las bases de las *Trayectorias de Dubins*, haciendo énfasis en los motivos que inspiraron al diseño del algoritmo de planeación de trayectorias propuesto en la presente investigación.

Como cuerpo principal del capítulo, se describe el algoritmo propuesto, dividiendo sus diferentes partes de funcionamiento en la lógica tras el algoritmo, el principio de cálculo de los puntos fundamentales que construyen la trayectoria, las ecuaciones paramétricas a utilizar, así como el mezclador de ecuaciones.

5.1 PRELIMINARES

Los algoritmos de planeación de trayectorias¹ han comprendido un gran desarrollo desde su primer concepción en la década de 1950, cuando se buscaban formas eficientes de planificar una trayectoria para los primeros robots manipuladores. Como objetivo primordial se buscaba lograr que un manipulador pudiera llegar a un punto final sin indicarle exactamente que trayectoria seguir, y solo alimentándole el punto de inicio, los posibles obstáculos o desviaciones a tomar, y el punto final.

Basadas en la premisa anterior, muchas investigaciones comenzaron a surgir en el ámbito, desde simples algoritmos de *fuerza bruta* hasta complejos esquemas de minimización y optimización. Sin embargo, la principal característica que estos algoritmos poseían, presentaba una gran desventaja en su utilización en robots móviles; esto es, el hecho de trabajar por intervalos, en tiempo discreto o con muestreos de puntos no relacionados entre sí. Lo anterior presentó un desafío para los investigadores del ramo, y comenzó la búsqueda de métodos eficientes para obtener trayectorias continuas a partir de los algoritmos de planeación de trayectorias existentes. La mayoría de investigaciones se concentró principalmente en dos ramos:

- *Trayectorias paramétricas*²: varias aproximaciones fueron realizadas desde este punto de vista, entre las que se incluyen la aproximación de polinomios, series de Fourier, o cualquier otra función con variable independiente. La principal ventaja es que brinda una trayectoria continua y diferenciable al menos una vez, sin embargo, el proceso de cálculo puede ser computacionalmente costoso, y se depende totalmente de la cantidad de puntos alimentados. Por lo tanto, si se busca una trayectoria simple con baja cantidad de puntos de control, se pueden obtener resultados no deseados, tales como aceleraciones relativas,

¹El término más común en la literatura es en inglés *Path Planning* o en ocasiones *Motion Planning*.

²Trayectorias descritas por ecuaciones paramétricas donde cada eje cartesiano es descrito en términos de una variable independiente, normalmente el tiempo.

curvas cerradas y pronunciadas, o desviaciones de la trayectoria esperada.

- *Funciones a tramos*: de manera general, las funciones a tramos son aquellas que son aplicables para cierto rango de coordenadas o tiempo, y una vez alcanzado este límite, se utiliza otra función; de hecho pueden ser combinaciones de funciones paramétricas. En este campo varias aproximaciones se han propuesto, tales como las funciones polinomiales a tramos de relativo bajo orden³, funciones simples de líneas y parábolas unidas por puntos de control, o incluso la discretización de polinomios con una frecuencia igual o superior al muestreo del ordenador ejecutando la tarea. Esta opción presenta la ventaja de poder adaptar la trayectoria casi en su totalidad a el camino ideal propuesto, además de poder ser obtenida mediante funciones de baja complejidad; sin embargo la principal desventaja radica en la obtención de los puntos de unión de funciones, y el como garantizar su continuidad local y global.

Hablando específicamente de las trayectorias necesarias para la navegación de vehículos, es necesario considerar los factores que caracterizan sus dinámicas, tales como la ubicación relativa de sus fuerzas de control, si son holonómicos o no, además de cuales son las capacidades máximas para el cambio de dirección. Lo anterior representa un conjunto de restricciones en la trayectoria, los cuales bajo el esquema de el diseño de una única trayectoria paramétrica, se vuelve extremadamente complicado. Debido a esto, y principalmente en la navegación de vehículos aéreos, se vuelve de vital importancia el diseño de trayectorias que sean continuas y diferenciables, además de que sus restricciones de giro, velocidad y aceleración puedan ser controladas de manera efectiva y a lo largo de toda la trayectoria. Esto llevó a que en este trabajo de investigación se diseñara un esquema de generación de trayectorias paramétricas, y a tramos, que al mismo tiempo garantice una unión diferenciable; esto por medio del uso de líneas rectas y circunferencias, que a su vez son descritas por ecuaciones paramétricas dependientes del tiempo. Este diseño está inspirado en el concepto de *Trayectorias de Dubins* el cual es brevemente descrito en la siguiente sección.

³Lo que evitaría los cambios bruscos de dirección y curvatura.

5.1.1 LAS TRAYECTORIAS DE *Dubins*

Una trayectoria de Dubins⁴ se define como el camino más corto que une a dos puntos, teniendo tres restricciones; una dirección de salida del punto inicial, un radio de curvatura definido, y una dirección de entrada al punto final, ver Figura 5.1.

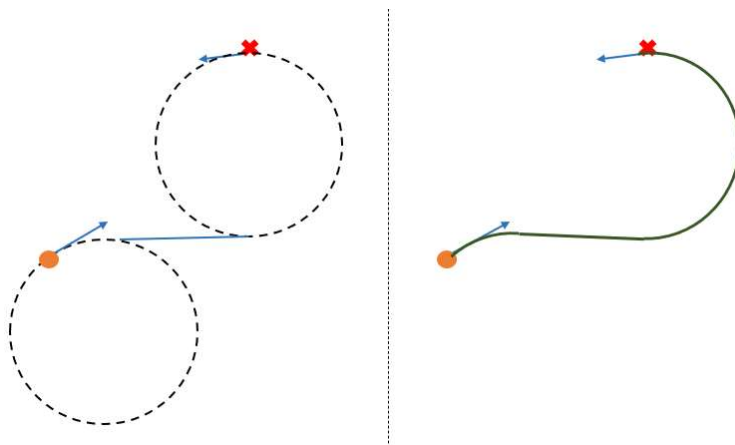


FIGURA 5.1: Ejemplo de una trayectoria de Dubins. Note como el punto inicial y final tienen direcciones específicas de entrada y salida.

Para la determinación de la trayectoria es necesario posicionar circunferencias que obedezcan las restricciones de entrada y salida de los puntos. Una vez posicionadas de manera tangente a estas direcciones, la unión tangente entre estas crea el *camino* más corto entre los puntos, respetando las restricciones iniciales. Basado en esto, Dubins en [50] establece que con solo tres tipos de movimientos primitivos es posible llegar al punto final; esto es con combinaciones de giros a la derecha, en línea recta y girando a la izquierda, pudiendo presentarse en combinaciones tales como Izquierda-Recto-Izquierda, Derecha-Recto-Derecha, Derecha-Recto-Izquierda, Izquierda-Recto-Derecha; resultando en que el camino óptimo esté en alguno de estos movimientos.

Tomando como base el concepto propuesto por Dubins, en este trabajo de investigación se desarrolló un algoritmo para la planeación de trayectorias en el cual se

⁴También conocida como *Curva de Dubins*.

alimentan diferentes puntos de navegación, por lo que el planeador arroja la trayectoria que pasa por todos los puntos de navegación de manera tangente, y recorriendo la mínima longitud de arco posible. Este algoritmo se describe a detalle en las siguientes secciones.

5.2 GENERADOR DE TRAYECTORIAS CONTINUAS A TRAMOS

Para poder solucionar el problema de la navegación de una aeronave, es necesario encontrar una trayectoria que cumpla con los siguientes requisitos:

- Que la trayectoria cubra todos los puntos de navegación establecidos de manera exacta, sin desviación o error.
- La generación de una trayectoria interconectada entre si y con uniones tangentes en el caso de las trayectorias a tramos.
- Poder diferenciar al menos una vez la trayectoria o los tramos de esta, y que en las uniones exista tangencia para cumplir el punto anterior.
- Tener la capacidad de construir la trayectoria tomando en cuenta las características holonómicas del vehículo; esto es, el radio mínimo de giro así como la velocidad angular máxima que puede alcanzar.

Establecidas las condiciones anteriores, se propone un algoritmo el cual utiliza los puntos de navegación como *restricciones* de giro y dirección, de tal manera que por medio de la unión de ellos, sea posible generar una trayectoria que cumpla con todas las características mencionadas. Para ello se establece una lógica de generación de la trayectoria, donde los puntos de navegación funcionan como puntos de giro, y el problema se reduce a encontrar la posición de las circunferencias que pasan por

estos, así como las líneas tangentes que los unen. Esto genera el siguiente proceso lógico de construcción de la trayectoria.

1. Definición de vectores virtuales de conexión ϑ_i entre puntos de navegación, donde $i = 1, 2, 3 \dots n - 1$ siendo n el número de puntos de navegación, ver Figura 5.2.
2. Obtención de los ángulos γ_j formados entre los vectores virtuales, donde $j = 1, 2, 3 \dots n$.

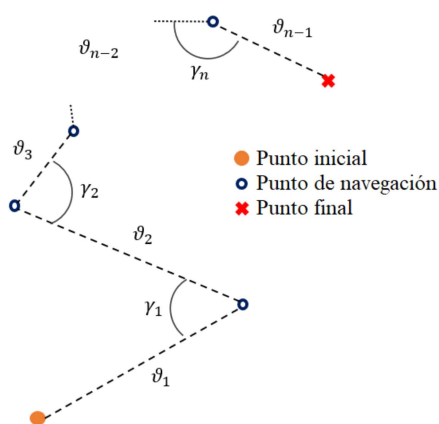


FIGURA 5.2: Vectores de conexión ϑ_i entre puntos de navegación, con sus respectivos ángulos γ_j .

3. Posicionamiento de circunferencias a la mitad del ángulo γ_j correspondiente, de acuerdo a un radio definido r , ver Figura 5.3.
4. Obtención de los puntos tangentes que conectan el punto inicial con el primer círculo, los puntos de las líneas tangentes que conectan los círculos entre si, y la línea tangente que conecta el último círculo y el punto final, ver Figura 5.4

Los pasos anteriores representan el proceso lógico para la construcción de una trayectoria, definida a tramos, que tiene la capacidad de pasar por todos los puntos de navegación y además de mantener tangencia a lo largo de si. En las siguientes

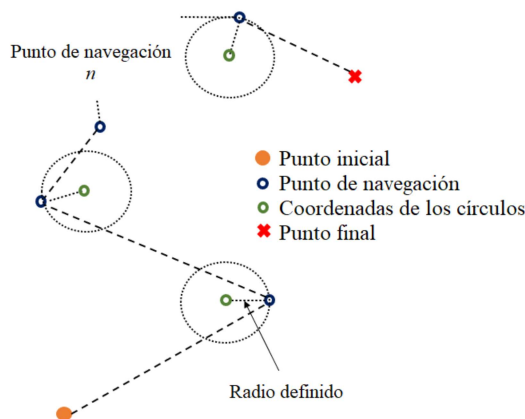


FIGURA 5.3: Posicionamiento de circunferencias a la mitad de los ángulos γ_j con radio definido r .

secciones se describe a detalle la obtención de los parámetros necesarios para construir la trayectoria, extrayendo una serie de procesos lógicos los cuales se dividen en el cálculo de los *puntos tangentes*, la generación de las funciones paramétricas de líneas y círculos, la combinación de las funciones paramétricas y obtención de la trayectoria final.

5.2.1 CÁLCULO DE LOS *Puntos Clave (Keypoints)*

El resultado general de la lógica anterior lleva a la obtención de una serie de coordenadas que corresponden a los puntos de las líneas tangentes, las cuales conectan puntos de navegación con circunferencias de giro, o circunferencias entre si. Estos puntos de *tangencia* pueden ser vistos como los *keypoints*⁵ que forman la trayectoria. Para obtener estos puntos, una serie de procesos son descritos en las siguientes partes.

⁵Término para referirse a *puntos clave* o de interés para la trayectoria.

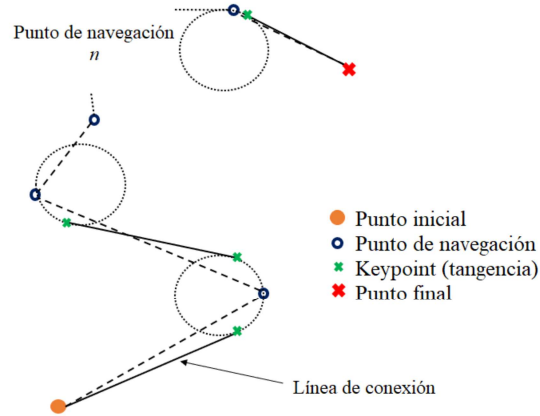


FIGURA 5.4: Determinación de los puntos de las líneas tangentes que unen punto inicial y final con sus respectivas circunferencias, así como la unión entre círculos.

5.2.1.1 ÁNGULOS ENTRE LOS VECTORES VIRTUALES

Para tener la capacidad de posicionar las coordenadas de las circunferencias de giro, es necesario definir *vectores virtuales* que interconectan los puntos de navegación. Una vez obtenidos estos datos, el ángulo entre dichos vectores es obtenido, de tal manera que la coordenada del círculo de giro se posicionará a la mitad de este ángulo, y a una distancia definida por el radio de giro. Para poder calcular este ángulo, se propone un proceso de determinación basado en ángulos auxiliares; esto para facilitar la implementación independientemente de la plataforma utilizada, lo anterior lleva a definir

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \arctan \frac{|a_3 - a_2|}{|b_3 - b_2|} \\ \alpha_2 &= \arctan \frac{|a_2 - a_1|}{|b_2 - b_1|}\end{aligned}\quad (5.1)$$

donde a_1 y b_1 corresponden a las coordenadas del i^{esimo} punto, relativo a un marco fijo posicionado en el origen de la trayectoria, a_2 y b_2 corresponden a el $i + 1$ punto relativo al mismo marco fijo, que además puede ser visto como el punto de giro, y finalmente a_3 y b_3 representan las coordenadas del punto $i + 2$, ver Figura 5.5. Estas coordenadas pueden ser verticales u horizontales dependiendo del acomodo relativo entre los vectores respecto al marco de referencia fijo. Además, los ángulos

auxiliares pueden presentar diferentes signos dependiendo de las condiciones ya mencionadas, por lo que para fines de implementación y programación, se utilizan valores absolutos.

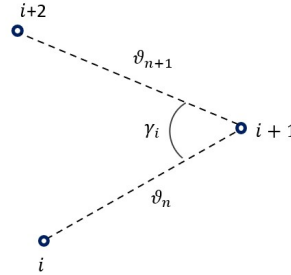


FIGURA 5.5: Definición de vectores virtuales para obtención de ángulo.

Esto lleva a definir una serie de condiciones para determinar el ángulo γ_i entre los vectores, así como la definición de si las componentes son horizontales o verticales; donde de manera relativa, el diferenciador es la posición del punto de giro $i + 1$, si se considera como origen en un plano cartesiano, y estableciendo la ubicación geométrica de los dos puntos restantes según el cuadrante en el que estén posicionados. Las condiciones están definidas como:

$$\begin{aligned}
 a_k &= \begin{cases} \textit{vertical} & \text{SI } i + 1 \text{ a izquierda relativa o por debajo,} \\ \textit{horizontal} & \text{SI } i + 1 \text{ a derecha relativa o por encima.} \end{cases} \\
 b_k &= \begin{cases} \textit{horizontal} & \text{SI } i + 1 \text{ a izquierda relativa o por debajo,} \\ \textit{vertical} & \text{SI } i + 1 \text{ a derecha relativa o por encima.} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

con $k = 1, 2, 3$ siendo el punto utilizado en el cálculo del ángulo. De la misma manera, para determinar el ángulo entre los vectores utilizando α_1 y α_2 las siguientes condiciones son utilizadas

$$\gamma_i = \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 & \text{SI } i + 1 \text{ a derecha relativa,} \\ |\alpha_1 - \alpha_2| & \text{SI } i + 1 \text{ por debajo,} \\ \alpha_1 + \alpha_2 + 90 & \text{SI } i + 1 \text{ a izquierda relativa,} \\ 270 - \alpha_1 - \alpha_2 & \text{SI } i + 1 \text{ por encima.} \end{cases} \tag{5.3}$$

Como fue establecido, para poder calcular los ángulos auxiliares α_1 y α_2 , y de esta manera γ_1 . Es necesario determinar la orientación relativa de los vectores virtuales respecto al marco de referencia fijo. Esta solución permite que la lógica de cálculo sea implementada independientemente del lenguaje de programación o plataforma de desarrollo, solo utilizando operaciones de cálculo básicas.

5.2.1.2 POSICIONAMIENTO DE LAS COORDENADAS DE LOS CÍRCULOS DE GIRO

Teniendo el ángulo entre los vectores virtuales, así como los ángulos auxiliares previamente determinados, es posible calcular las coordenadas de los círculos de giro, relativas a un marco de referencia fijo el cual está posicionado en el origen de la trayectoria. De esta manera, las coordenadas de cada uno de los círculos de giro deben de ser posicionadas a la mitad del ángulo entre los vectores, esto es $\frac{\gamma}{2}$, tomando además un radio r predefinido. Para lograr lo anterior, se establece una convención de posicionamiento, la cual depende de los ángulos α_1 y α_2 , así como de la orientación relativa de los vectores virtuales respecto al punto de giro actual. Esto puede ser visto en Figura 5.6.

Es necesario analizar estas posibles combinaciones para poder determinar las coordenadas de la circunferencia sin la necesidad de de usar rotaciones o vectores de transformación. Para esto, se define un ángulo auxiliar α_R , y con la utilización del ordenamiento por filas establecido en la Figura 5.6, se obtiene

$$\alpha_{R_i} = \begin{cases} |\alpha_1 + \frac{\gamma_i}{2}| & \text{SI fila 1 y } \alpha_2 > \alpha_1, \\ |\alpha_2 + \frac{\gamma_i}{2}| & \text{SI fila 1 y } \alpha_1 > \alpha_2, \\ |\alpha_1 - \frac{\gamma_i}{2}| & \text{SI fila 2 y } \alpha_2 > \alpha_1, \\ |\alpha_2 - \frac{\gamma_i}{2}| & \text{SI fila 2 y } \alpha_1 > \alpha_2, \\ (180 - \alpha_1) - \frac{\gamma_i}{2} & \text{SI fila 3, 4 o 5 y } \alpha_1 + \alpha_2 > 90, \\ \frac{\gamma_i}{2} - \alpha_1 & \text{SI fila 3, 4, o 5 y } \alpha_1 + \alpha_2 < 90 \end{cases} \quad (5.4)$$

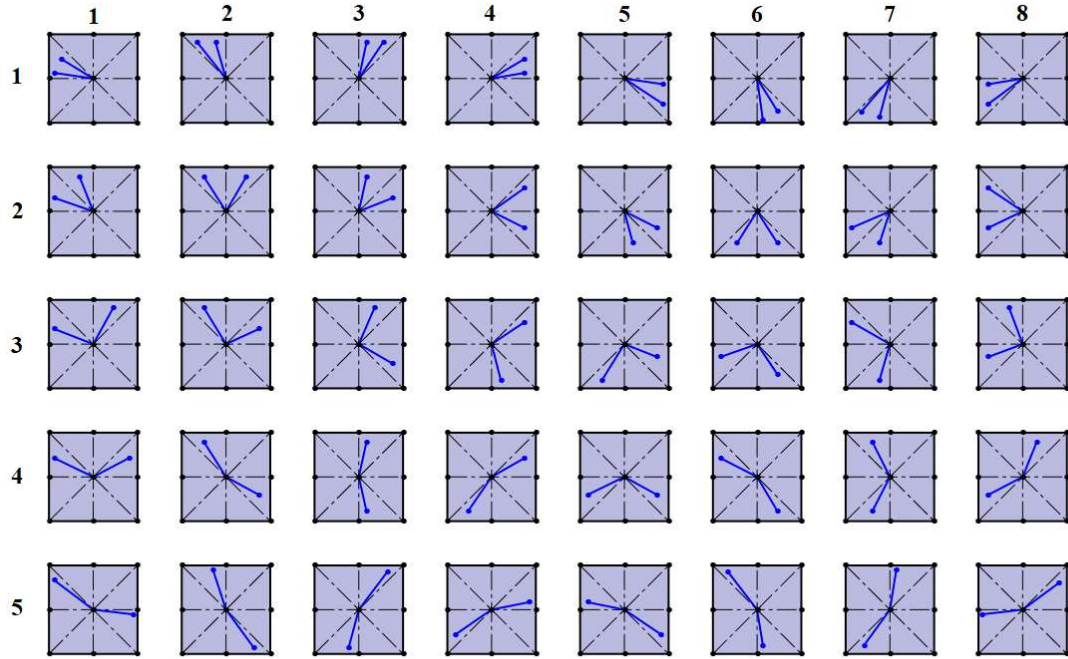


FIGURA 5.6: Combinaciones posibles de orientación de los vectores virtuales.

Posteriormente α_{R_i} es usado en el cálculo de las coordenadas de la circunferencia de giro x_{R_i}, y_{R_i} relativas al origen; tomando en cuenta el orden de posibilidades presentado en la ecuación (5.4) como condiciones para las coordenadas, resultan en

$$x_{R_i} = \begin{cases} a_2 + \cos(\alpha_{R_i})r & \text{SI angulo tipo 1, 2, 3, 4, 5, columna 3 y 4,} \\ a_2 - \cos(\alpha_{R_i})r & \text{SI angulo tipo 1, 2, 3, 4, 5, columna 1 y 2,} \\ a_2 + \sin(\alpha_{R_i})r & \text{SI angulo tipo 3, columna 6,} \\ a_2 - \sin(\alpha_{R_i})r & \text{SI angulo tipo 4, columna 6} \end{cases} \quad (5.5)$$

$$y_{R_i} = \begin{cases} b_2 + \sin(\alpha_{R_i})r & \text{SI angulo tipo 1, 2, 3, 4, 5, columna 3 y 4,} \\ b_2 - \sin(\alpha_{R_i})r & \text{SI angulo tipo 1, 2, 3, 4, 5, columna 1 y 2,} \\ b_2 + \cos(\alpha_{R_i})r & \text{SI angulo tipo 3, columna 6,} \\ b_2 - \cos(\alpha_{R_i})r & \text{SI angulo tipo 4, columna 6} \end{cases} \quad (5.6)$$

con a_2 siendo la coordenada horizontal, y b_2 la coordenada vertical.

5.2.1.3 DETERMINACIÓN DEL PRIMER PUNTO TANGENTE

Como se mostró en Figura 5.4, una vez obtenidas las coordenadas de las circunferencias de giro es necesario encontrar los puntos de intersección, de aquellas líneas que conectan la trayectoria; esto es, la línea del primer punto al primer círculo, las líneas entre los círculos intermedios, y la línea entre el círculo final y el punto final. Para lo anterior, es necesario calcular los *puntos tangentes* que forman las líneas mencionadas. Dado esto, dos tipos de intersecciones pueden ser definidas; punto a círculo, y círculo a círculo.

Para obtener una intersección *punto a círculo*, y de esta manera la línea que une a ambos, es necesario determinar la orientación relativa del punto a conectar con su correspondiente círculo de giro. Lo anterior lleva a definir ocho posibles zonas donde se puede dar una posible trayectoria. Esto puede ser visto en Figura 5.7.

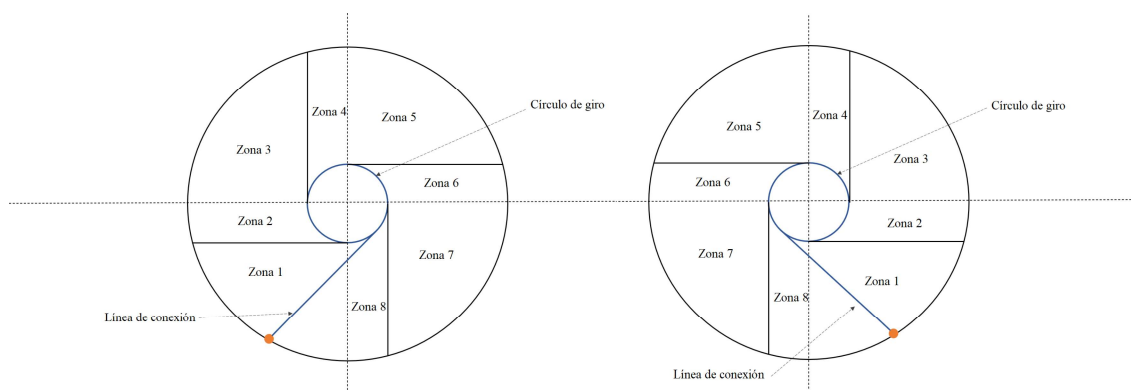


FIGURA 5.7: Definición de las distintas zonas de posible trayectoria para una intersección punto-círculo. Dependiendo de la *aproximación* por izquierda o derecha, la zona cambia.

Dependiendo de el cómo se encuentre la combinación del punto a unir con el círculo de giro, es el cómo se realiza el cálculo del punto de conexión entre ellos. De la Figura 5.7 es posible extraer dos escenarios; el primero en el cual el punto tiene una *aproximación por izquierda relativa*, o en la segunda por *derecha relativa*. Lo anterior depende de los puntos de trayectoria siguientes, sin embargo, para fines de

cálculo del punto de tangencia, solo es necesario saber esta orientación, y en cual de las zonas mostradas se ubica el punto analizado, esto puede ser visto de manera más clara en Figura 5.8.

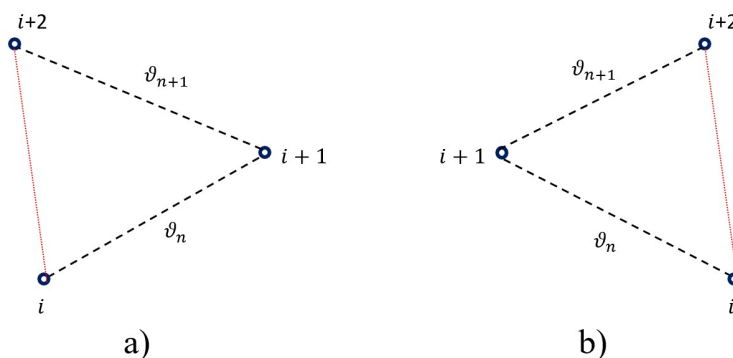


FIGURA 5.8: Orientación relativa entre el punto de giro y sus puntos anterior y siguientes. En a) se tiene una orientación por izquierda, mientras que en b) por derecha.

Utilizando la información de la orientación entre puntos, es posible calcular el punto de tangencia por medio de relaciones trigonométricas, aprovechando los triángulos formados por la colección de líneas obtenidas con las coordenadas de puntos y círculos. En la Figura 5.9 es posible observar que se formarán 3 triángulos de los cuales se tiene información parcial; y con estos datos es posible calcular la información restante. El triángulo cuyo radio representa el cateto opuesto, es aquel al cual es necesario analizar, dado que su cateto adyacente es la línea de tangencia que se busca obtener. Para ello se utiliza el triángulo formado por la diferencia de coordenadas del punto a conectar, y el círculo de giro, así como el que se forma entre la diferencia del punto a conectar y el punto tangente.

Con esta información, para realizar el cálculo del punto tangente es posible definir las siguientes condiciones:

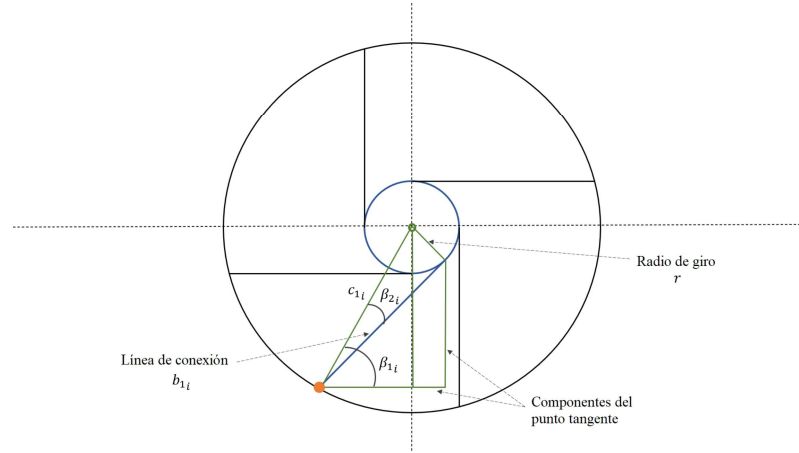


FIGURA 5.9: Triángulos formados por las distintas relaciones trigonométricas entre el círculo de giro y el punto de unión.

$$x_{T_i} = \begin{cases} a_0 + b_T \cos(\beta_T) & \text{SI zona 1, 6, 7 y 8,} \\ a_0 - b_T \cos(\beta_T) & \text{SI zona 2, 3, 4, 5} \end{cases} \quad (5.7)$$

$$y_{T_i} = \begin{cases} b_0 + b_T \cos(\beta_T) & \text{SI zona 1, 6, 7 y 8,} \\ b_0 - b_T \cos(\beta_T) & \text{SI zona 2, 3, 4, 5} \end{cases} \quad (5.8)$$

donde el parámetro b_T se obtiene como

$$b_T = \sqrt{c_T^2 - r^2} \quad (5.9)$$

siendo $c_T = \sqrt{(y_{R_0} - b_0)^2 + (x_{R_0} - a_0)^2}$. Además, el ángulo β_T es establecido de acuerdo a las siguientes condiciones:

$$\beta_T = \begin{cases} \beta_1 - \beta_2 & \text{SI zona 1 y 5,} \\ \beta_2 - \beta_1 & \text{SI zona 2 y 6,} \\ \beta_1 + \beta_2 & \text{SI zona 3 y 7,} \\ 180 - \beta_1 - \beta_2 & \text{SI zona 4 y 8} \end{cases} \quad (5.10)$$

obteniendo los ángulos auxiliares como $\beta_1 = |\arctan(|(y_{r_0} - b_0)/(x_{R_0} - a_0)|)|$ y $\beta_2 = |\arctan(r/|b_T|)|$. Es necesario notar que para el caso de la unión entre el primer punto de navegación y la primera circunferencia de giro, i toma el valor de 0, al ser el primer índice del vector de puntos tangentes; esto es X_{T_0} y Y_{T_0} .

5.2.1.4 PUNTOS TANGENTES ENTRE CIRCUNFERENCIAS DE GIRO

El resto de la trayectoria estará definida por un cálculo iterativo de líneas de interconexión entre todos los puntos intermedios. Lo anterior se traduce a que si se tienen N cantidad de puntos de navegación, habrá $N - 2$ puntos de giro, que a su vez se verá reflejado en vectores de conexión entre círculos en cantidad de $N - 3$; esto es, si se tienen solo los puntos iniciales, finales y uno de navegación, no existirá unión intermedia entre círculos, al solo existir un solo giro.

Lo anterior lleva a disponer de varias condiciones de trayectoria; esto es, diferentes condiciones de giro se pueden presentar dependiendo de la configuración de los puntos subsecuentes y anteriores al que se analiza. En la Figura 5.10 se muestran las posibles configuraciones, donde puede haber trayectorias cruzadas y laterales, además de que por convención su sentido se toma relativo al círculo correspondiente al punto de navegación i .

Para poder definir qué tipo de línea será la necesaria para completar la trayectoria, y por consiguiente el cómo calcularla, es necesario analizar los puntos anteriores y siguientes a la circunferencia de giro correspondiente a i . De manera similar que para el cálculo de la unión entre punto inicial y circunferencia, es necesario obtener *líneas de orientación relativa* entre grupos de 3 puntos; el primero es el formado por el punto de navegación i , así como los dos subsecuentes $i + 1$ e $i + 2$, por lo que se define D_f como el vector virtual que une a los puntos extremos. De igual manera, el segundo grupo es el formado por los puntos $i - 1$, i así como $i + 1$, definiendo como D_p a la línea de unión de los extremos. En la Figura 5.11 se observa una de estas situaciones donde la línea de conexión entre circunferencias de giro resulta cruzada por derecha relativa debido a el cómo están orientadas D_p y D_f , mientras que en Figura 5.12, al cambiar el punto $i + 2$, pero manteniendo el resto, la línea de conexión cambia al haber cambiado D_f .

Lo anterior establece una serie de condiciones para determinar que tipo de línea y orientación es necesaria, sabiendo los datos de los puntos correspondientes. En la

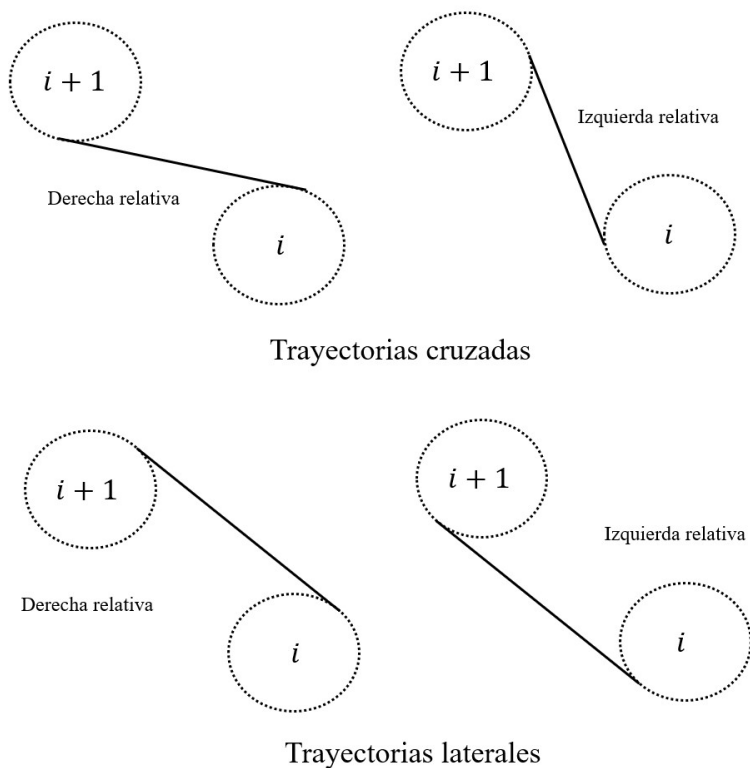


FIGURA 5.10: Posibles trayectorias de conexión entre circunferencias de giro.

Figura 5.13 se observa que dependiendo de la combinación de valores de D_p y D_f , se utilizará un tipo de línea u otra. Visto en la trayectoria, esto significa que los giros dependen los unos de los otros, por lo que si se cambia un punto de navegación, este afectará la forma de giro de los siguientes y anteriores.

Finalmente, sabiendo la configuración adecuada de líneas de unión, se calcula el par de *puntos tangentes* que forman esta línea. Para el primer punto de unión se utiliza

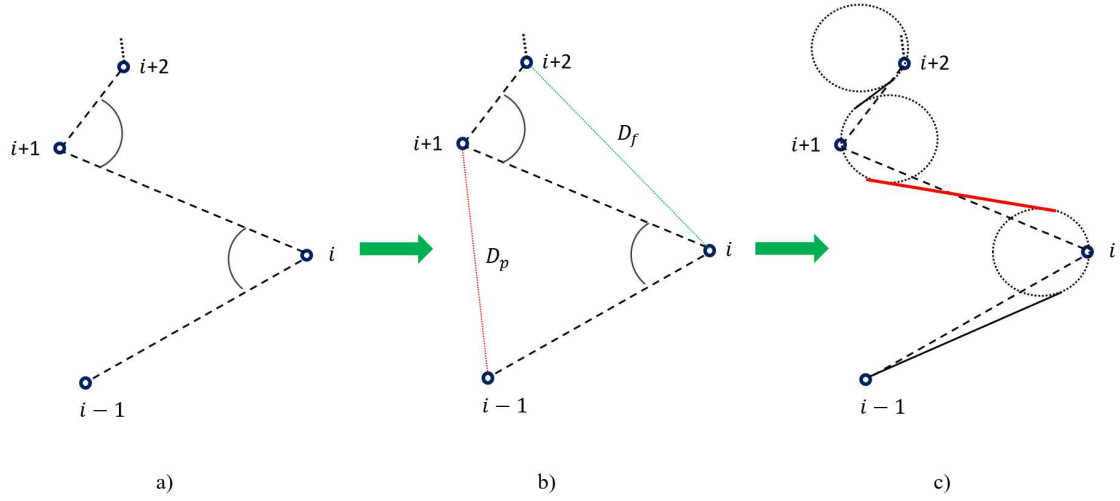


FIGURA 5.11: Trayectoria con línea cruzada por derecha relativa. Debido a que el vector virtual D_p está orientado a izquierda relativa, y el D_f a derecha relativa, se obtuvo un giro cruzado por derecha.

$$x_{T_{i+(i-1)}} = \begin{cases} X_{R_i} - \cos(\gamma_{TP})e_c & \text{SI } LI - C1/CD - C4, \\ X_{R_i} + \cos(\gamma_{TM})e_c & \text{SI } LI - C2/CD - C3, \\ X_{R_i} + \cos(\gamma_{TP})e_c & \text{SI } LI - C3/CD - C2, \\ X_{R_i} - \cos(\gamma_{TM})e_c & \text{SI } LI - C4/CD - C1, \\ X_{R_i} + \cos(\theta_{c_2})(d_c/2) - \cos(\theta_{TP})g_c & \text{SI } CI - C1/LD - C4, \\ X_{R_i} - \cos(\theta_{c_2})(d_c/2) + \cos(\theta_{TM})g_c & \text{SI } CI - C2/LD - C3, \\ X_{R_i} - \cos(\theta_{c_2})(d_c/2) + \cos(\theta_{TP})g_c & \text{SI } CI - C3/LD - C2, \\ X_{R_i} + \cos(\theta_{c_2})(d_c/2) - \cos(\theta_{TM})g_c & \text{SI } CI - C4/LD - C1, \end{cases} \quad (5.11)$$

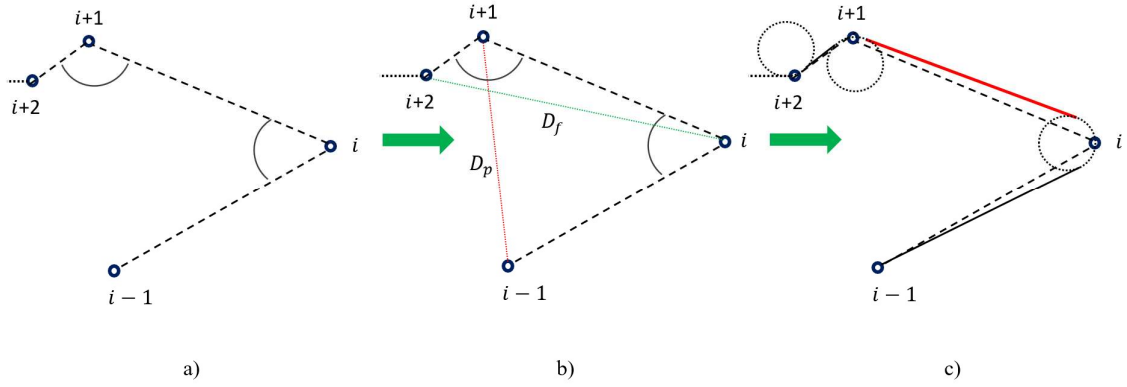


FIGURA 5.12: Trayectoria con línea lateral por derecha relativa. Debido a que ambos vectores virtuales D_p y D_f están orientados a derecha relativa, se obtuvo un giro cruzado por derecha.

$$y_{T_{i+(i-1)}} = \begin{cases} Y_{R_i} - \sin(\gamma_{TP})e_c & \text{SI } LI - C1/CD - C2, \\ Y_{R_i} - \sin(\gamma_{TM})e_c & \text{SI } LI - C2/CD - C1, \\ Y_{R_i} + \sin(\gamma_{TP})e_c & \text{SI } LI - C3/CD - C4, \\ Y_{R_i} + \sin(\gamma_{TM})e_c & \text{SI } LI - C4/CD - C3, \\ Y_{R_i} + \sin(\theta_{c_2})(d_c/2) - \sin(\theta_{TP})g_c & \text{SI } CI - C1/LD - C2, \\ Y_{R_i} + \sin(\theta_{c_2})(d_c/2) - \sin(\theta_{TM})g_c & \text{SI } CI - C2/LD - C1, \\ Y_{R_i} - \sin(\theta_{c_2})(d_c/2) + \sin(\theta_{TP})g_c & \text{SI } CI - C3/LD - C4, \\ Y_{R_i} - \sin(\theta_{c_2})(d_c/2) + \sin(\theta_{TM})g_c & \text{SI } CI - C4/LD - C3, \end{cases} \quad (5.12)$$

donde el índice $i + (i - 1)$ adopta esta forma debido a que el vector de (X_T, Y_T) comprende como punto 0 el ya calculado en la primera unión de punto de navegación y circunferencia. Además, LI y LD representan la condición de la línea lateral izquierda y derecha respectivamente; CI y CD las líneas cruzadas por izquierda y derecha respectivamente, mientras que $C1$, $C2$, $C3$ y $C4$ los cuatro cuadrantes del espacio cartesiano en el cual pueden estar orientados los puntos de navegación, relativos a el punto inmediato anterior. De igual manera, el siguiente punto tangente que compone el vector se calcula como

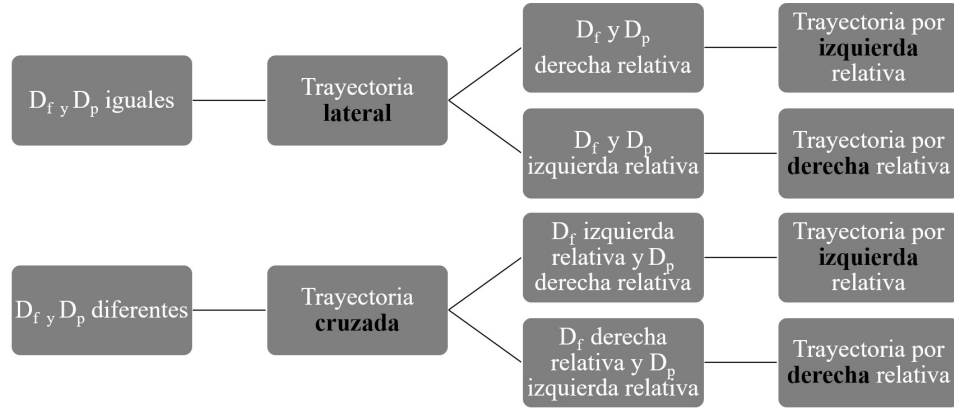


FIGURA 5.13: Combinaciones posibles para la determinación de qué tipo de línea de conexión utilizar. Dependiendo de los vectores virtuales D_p y D_f , la línea que une las circunferencias puede ser cruzada o lateral; y derivar a su vez por derecha o izquierda relativas al punto de navegación.

$$x_{T_{2i}} = \begin{cases} X_{T_{i+(i-1)}} + \cos(\gamma_{c1})d_c & \text{SI } LI - C1/LI - C4 \\ & /CD - C1/CD - C4, \\ X_{T_{i+(i-1)}} - \cos(\gamma_{c1})d_c & \text{SI } LI - C2/LI - C3/ \\ & CD - C2/CD - C3, \\ X_{R_{(i-1)}} + \cos(\theta_{c2})(d_c/2) + \cos(\theta_{TP})g_c & \text{SI } CI - C1/CI - C4 \\ & /LD - C1/LD - C4, \\ X_{R_{(i-1)}} - \cos(\theta_{c2})(d_c/2) - \cos(\theta_{TP})g_c & \text{SI } CI - C2/CI - C3 \\ & /LD - C2/LD - C3 \end{cases} \quad (5.13)$$

$$y_{T_{2i}} = \begin{cases} Y_{T_{i+(i-1)}} + \sin(\gamma_{c1})d_c & \text{SI } LI - C1/LI - C2 \\ & /CD - C1/CD - C2, \\ Y_{T_{i+(i-1)}} - \sin(\gamma_{c1})d_c & \text{SI } LI - C3/LI - C3 \\ & /CD - C2/CD - C4, \\ Y_{R_{(i-1)}} + \sin(\theta_{c2})(d_c/2) + \sin(\theta_{TP})g_c & \text{SI } CI - C1/CI - C2 \\ & /LD - C1/LD - C4, \\ Y_{R_{(i-1)}} - \sin(\theta_{c2})(d_c/2) - \sin(\theta_{TP})g_c & \text{SI } CI - C3/CI - C2 \\ & /LD - C3/LD - C4 \end{cases} \quad (5.14)$$

Al igual que el par de coordenadas anteriores, el índice $2i$ es resultante del acomodo del vector de puntos tangentes para asegurar el correcto orden en la trayectoria. De manera común se establecen las siguientes relaciones trigonométricas auxiliares, las cuales provienen de la relación geométrica que guarda el cálculo de los puntos tangentes; es decir, dependiendo de la formación de triángulos, con los radios y coordenadas disponibles, se obtienen las coordenadas de estos puntos tangentes.

$$\begin{aligned} d_c &= \sqrt{(X_{R_{i-1}} - X_{R_i})^2 + (Y_{R_{i-1}} - Y_{R_i})^2} \\ g_c &= \sqrt{\left(\frac{d_c}{2}\right)^2 + (r)^2} \\ \gamma_{c1} &= \arctan\left(\left|\frac{Y_{R_{i-1}} - Y_{R_i}}{X_{R_{i-1}} - X_{R_i}}\right|\right) \\ \gamma_{c2} &= \arctan\left(\frac{r}{d_c}\right) \\ \gamma_{TP} &= \gamma_{c1} + \gamma_{c2} \\ \gamma_{TM} &= \gamma_{c1} - \gamma_{c2} \\ e_c &= \sqrt{(r)^2 + (d_c)^2} \\ \theta_{c1} &= \arcsin\left(\frac{r}{d_c/2}\right) \\ \theta_{c2} &= \arctan\left(\left|\frac{Y_{R_i} - Y_{R_{i-1}}}{X_{R_i} - X_{R_{i-1}}}\right|\right) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Finalmente, cabe resaltar que el último punto tangente, es decir, el correspondiente a $(X_{T_{2(N-2)}}, Y_{T_{2(N-2)}})$, se calcula de manera similar al primer punto tangente como se desglosó en la sección 5.2.1.3.

5.2.2 GENERACIÓN DE ECUACIONES CONTINUAS A TRAMOS

El núcleo de la trayectoria reside en el cálculo de vectores de puntos los cuales se utilizarán para generar líneas rectas y semi-circunferencias. Con estos datos se establecen las ecuaciones continuas a tramos para formar la trayectoria completa. Utilizando el vector de puntos X_T, Y_T , y una serie de reglas de orden establecidas, se puede calcular estas funciones paramétricas a tramos.

5.2.2.1 TIEMPOS Y LONGITUDES DE FUNCIONES A TRAMOS

Para poder realizar la trayectoria de tal manera que sea factible para una aeronave autónoma, es necesario definir el tiempo en el cual se busca que tarde el VANT en recorrerla. Lo anterior conduce a que, si se tiene un tiempo específico t_F en el cual sea necesario llegar desde el punto inicial al punto final, sea imperativo coordinar los tiempos y velocidades en cada tramo de la trayectoria. Además, para evitar discontinuidades en la velocidad, esta debe de mantenerse igual a lo largo de la trayectoria; en otras palabras, el vector de velocidades resultante debe de mantenerse constante, por lo que sus componentes espaciales deben de coordinarse.

Para lograr lo anterior, se calcula la longitud resultante de cada segmento o función a tramos que compone la trayectoria, y se evalúa la velocidad necesaria a la que debe de ir el VANT para completar la totalidad de funciones en el tiempo establecido. Teniendo la longitud de cada segmento, y la velocidad objetivo, se calculan los tiempos en los cuales cada segmento de la trayectoria se realizará, y por lo tanto, utilizarlos como la variable independiente en la construcción de las ecuaciones paramétricas de cada sección.

Por ejemplo, en la Figura 5.14 se muestra una trayectoria de 3 puntos de navegación, más el inicial y final. La trayectoria está compuesta por 7 tramos, correspondiendo 4 a líneas rectas, y 3 a curvas. Calculando la longitud de cada uno de estos tramos,

se puede asignar cuanto tiempo debe llevar el recorrer cada sección; por lo que si es una línea recta, se obtienen las pendientes correspondientes, mientras que si es una curva, la velocidad angular, que al ser todos los giros del mismo radio, esta es similar para todas las secciones similares.

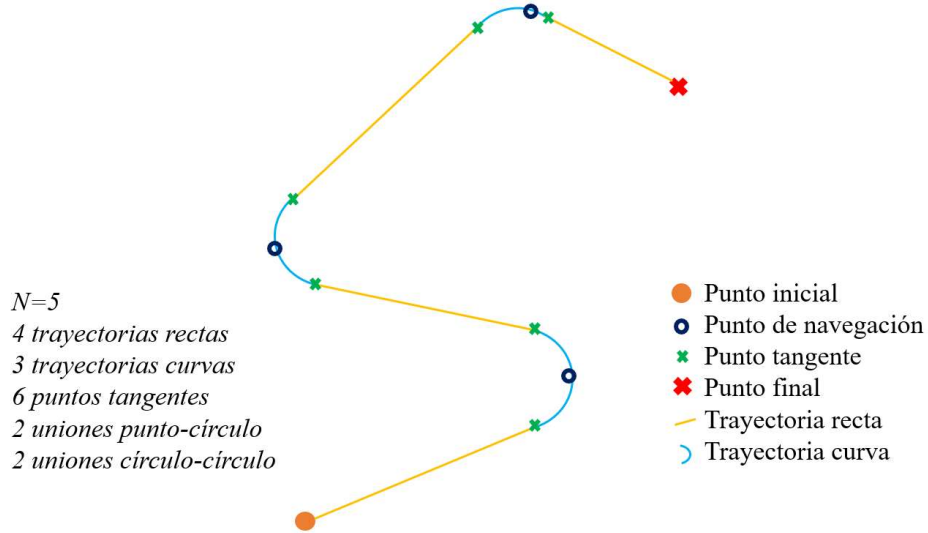


FIGURA 5.14: Trayectoria de $N = 5$, 3 puntos de navegación más punto inicial y punto final.

Esto conduce a definir un vector de longitudes lineales y de arco, de tal manera que para los tramos rectos, se tiene que

$$D_{2i} = \begin{cases} \sqrt{(X_{T_0} - X_0)^2 + (Y_{T_0} - Y_0)^2} & \text{si } i = 0, \\ \sqrt{(X_{T_{2i}} - X_{T_{2i-1}})^2 + (Y_{T_{2i}} - Y_{T_{2i-1}})^2} & \text{si } i > 0 \text{ y } i \leq n - 3, \\ \sqrt{(X_{N-1} - X_{T_{2i-1}})^2 + (Y_{N-1} - Y_{T_{2i-1}})^2} & \text{si } i > n - 3, \end{cases} \quad (5.16)$$

mientras que para las secciones curvas

$$D_{2i+1} = \begin{cases} 2r \arcsin\left(\frac{\sqrt{(X_{T_1} - X_{T_0})^2 + (Y_{T_1} - Y_{T_0})^2}}{2r}\right) & \text{si } i = 0, \\ 2r \arcsin\left(\frac{\sqrt{(X_{T_{2i+1}} - X_{T_{2i}})^2 + (Y_{T_{2i+1}} - Y_{T_{2i}})^2}}{2r}\right) & \text{si } i > 0 \text{ y } i \leq n - 3, \\ 2r \arcsin\left(\frac{\sqrt{(X_{T_{2i+1}} - X_{N-1})^2 + (Y_{T_{2i+1}} - Y_{N-1})^2}}{2r}\right) & \text{si } i > n - 3, \end{cases} \quad (5.17)$$

por lo que de manera trivial, la magnitud de la velocidad resultante a lo largo de la

trayectoria es

$$V_s = \frac{\sum_{i=0}^N D_i}{t_F} \quad (5.18)$$

y esto permite a su vez definir un vector auxiliar de tiempos de sección como $T_{i_i} = D_i/V_s$, y calcular la velocidad angular en los radios tal que $\omega_s = V_s/r$.

5.2.3 ECUACIONES PARAMÉTRICAS DE LÍNEAS Y CIRCUNFERENCIAS

Para establecer las ecuaciones de líneas rectas y circunferencias dependientes del tiempo, y de esta manera tener la capacidad de variar su velocidad, se definen de manera clásica como

$$\begin{aligned} X &= \begin{cases} \frac{x_b - x_a}{t_f - t_i}(t - t_{in}) + x_a & \text{si } \textit{linea}, \\ r \cos(\omega_s(t - t_f) + \phi_{arc}) + x_c & \text{si } \textit{circunferencia} \end{cases} \\ Y &= \begin{cases} \frac{y_b - y_a}{t_f - t_i}(t - t_{in}) + y_a & \text{si } \textit{linea}, \\ r \sin(\omega_s(t - t_f) + \phi_{arc}) + y_c & \text{si } \textit{circunferencia} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.19)$$

donde para las trayectorias rectas se establece la pendiente como la razón de cambio entre las coordenadas con subíndices a y b , que serán definidos en la siguiente sección, y un instante de tiempo el cual es definido dependiendo de la longitud del tramo de trayectoria, como se estableció en la sección anterior, así como el tiempo del sistema t . De igual manera, ω_s corresponde a la velocidad angular con la que se completarán las trayectorias circulares, y esta es proporcional al radio de giro establecido y a la velocidad general V_s . Finalmente, ϕ_{arc} es la fase inicial en los tramos circulares, el cual está definido por los puntos de conexión.

5.2.4 MEZCLADO DE FUNCIONES A TRAMOS

Sabiendo que las ecuaciones paramétricas de líneas y circunferencias formarán una trayectoria continua en el tramo adecuado, es necesario realizar la coordinación y

conmutado entre ellas para mantener la continuidad. Para el caso de las líneas rectas, es necesario establecer, aparte de las pendientes de cambio, los puntos donde terminarán; lo que conduce a que una ecuación de circunferencia sea utilizada, la cual a su vez debe tener establecido un inicio y fin en forma de fase.

5.2.4.1 LÍMITES DE LAS ECUACIONES DE LÍNEA

Tomando en cuenta la forma general de las ecuaciones paramétricas establecidas en (5.19), es necesario establecer los subíndices a, b y c , así como los tiempos de inicio y fin del tramo de trayectoria correspondiente t_f y t_{in} . Para esto, y recordando el vector de tiempo por tramo de trayectoria T_{l_i} , es posible establecer tiempos de inicio y fin locales para cada sección de la trayectoria, y de esta forma definir las pendientes de cambio por eje. Por ello, el tiempo final t_f es el tiempo en el cual se completa el correspondiente tramo de trayectoria más el tiempo de las secciones anteriores, mientras que t_{in} al tiempo en el que inicia el nuevo tramo de trayectoria, esto es, el tiempo final del tramo anterior. Esto es

$$\begin{aligned} t_f &= T_{l_i} + \sum_{n=i}^0 T_{l_n} \\ t_{in} &= T_{l_{i-1}} + \sum_{n=i-1}^0 T_{l_n} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Para el caso de las coordenadas con coeficientes a y b , es necesario establecer los puntos geométricos de inicio y fin de cada tramo de trayectoria en línea recta, donde estos se componen de los puntos iniciales, finales y de tangencia tal que

$$x_a = \begin{cases} X_{w_0} & \text{si } i = 0, \\ X_{T_{2i-1}} & \text{si } i > 0 \text{ y } i \leq n - 3, \\ X_{T_{2i-1}} & \text{si } i > n - 3, \end{cases} \quad (5.21)$$

$$y_a = \begin{cases} Y_{w_0} & \text{si } i = 0, \\ Y_{2i-1} & \text{si } i > 0 \text{ y } i \leq n - 3, \\ Y_{2i-1} & \text{si } i > n - 3, \end{cases} \quad (5.22)$$

$$x_b = \begin{cases} X_{T_0} & \text{si } i = 0, \\ X_{T_{2i}} & \text{si } i > 0 \text{ y } i \leq n - 3, \\ X_{w_{n-1}} & \text{si } i > n - 3, \end{cases} \quad (5.23)$$

$$y_b = \begin{cases} Y_{T_0} & \text{si } i = 0, \\ Y_{T_{2i}} & \text{si } i > 0 \text{ y } i \leq n - 3, \\ Y_{w_{n-1}} & \text{si } i > n - 3, \end{cases} \quad (5.24)$$

donde X_{w_i} y Y_{w_i} corresponden a las coordenadas de los puntos de navegación originales.

Para el caso de las partes de la trayectoria donde se tiene una circunferencia, la coordenada c está relacionada con el centro de giro previamente calculado tal que

$$x_c = \begin{cases} X_{R_0} & \text{si } i = 0, \\ X_{R_i} & \text{si } i > 0 \text{ y } i \leq n - 3, \\ X_{R_i} & \text{si } i > n - 3, \end{cases} \quad (5.25)$$

$$y_c = \begin{cases} Y_{R_0} & \text{si } i = 0, \\ Y_{R_i} & \text{si } i > 0 \text{ y } i \leq n - 3, \\ Y_{R_i} & \text{si } i > n - 3, \end{cases} \quad (5.26)$$

y de la misma manera ϕ_{arc} se define como

$$\phi_{arc} = \arctan\left(\frac{y_b - y_c}{x_b - y_c}\right) \quad (5.27)$$

Establecidos los puntos que forman cada ecuación paramétrica que compone la trayectoria general, se puede obtener la trayectoria continua completa si se garantiza el cambio de función en el instante adecuado, esto es, coordinando de manera correcta el vector de tiempos T_{l_n} , el proceso de manera general puede ser visto en la Figura 5.15.

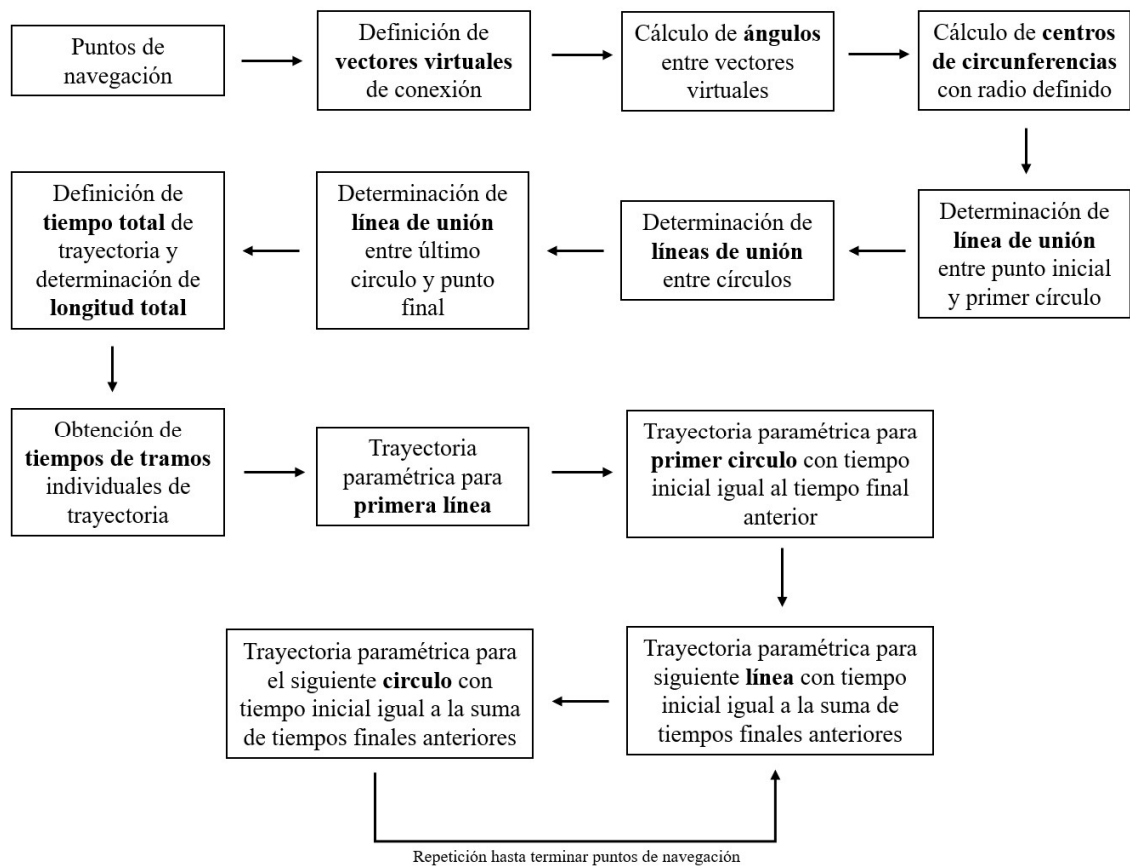


FIGURA 5.15: Proceso general simplificado de realización de la trayectoria.

CAPÍTULO 6

TÉCNICAS DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS

Además a los diferentes controles de orientación y navegación de la aeronave, que en conjunto con el planeador de trayectorias permiten realizar una misión completa, es necesario tomar en cuenta las condiciones del entorno donde la aeronave opera. Regularmente la problemática más compleja es el cómo garantizar que el VANT pueda completar su misión de manera segura sin presentar inconvenientes durante su realización; siendo los obstáculos la principal causa de fallos.

En este capítulo se presentan las técnicas propuestas para la evasión de obstáculos que, en conjunto con los los algoritmos de planeación de trayectorias y navegación, tienen la intención de garantizar que las aeronaves que componen la formación lleguen a su objetivo final sin tener colisiones.

Dos esquemas se presentan para la evasión de obstáculos que están estáticos; el primero realiza una replaneación de la trayectoria tomando en cuenta los obstáculos y utilizándolos como referencia de giro, mientras que el segundo, por medio del uso del concepto de *optimización por enjambre de partículas*¹, genera puntos de navegación de tal manera que la trayectoria no interfiera con los obstáculos. De

¹Cuyas siglas en ingles son **PSO**, por *Particle Swarm Optimization*

manera similar, para la evasión de obstáculos dinámicos, se posiciona un campo de vectores de velocidad en cada obstáculo móvil, de tal manera que cuando alguna aeronave se aproxime a este, de manera autónoma el VANT adopte otra posición fuera del radio del obstáculo.

6.1 EVASIÓN DE OBSTÁCULOS ESTÁTICOS

La principal función de un planeador de trayectorias es la generación de un camino navegable el cual cumple una serie de requisitos básicos para que la aeronave o formación pueda recorrerlo de manera satisfactoria. Una vez que el algoritmo o modelo encargado de este fin, tiene la capacidad de generar trayectorias útiles, debe de garantizar que pueda recibir instrucciones de entrada acordes a la misión a realizar. De estas misiones puede vislumbrarse una función básica y primordial, el garantizar el vuelo a través de ciertos puntos de referencia², los cuales pueden ser consecuencia de distintos objetivos de misión de mayor nivel, como el patrullaje de alguna zona, la dispersión de líquidos en un campo de interés, la entrega de un paquete, inspección de puntos de interés, o en su defecto, el estudiado en esta sección, la evasión de obstáculos; donde los puntos de navegación que forman la trayectoria, deben de garantizar de alguna manera que esta evite la colisión con obstáculos presentes a lo largo del camino.

Para poder garantizar que la formación de aeronaves realice su misión satisfactoriamente, el planeador de trayectorias presentado en la sección anterior debe recibir como puntos de navegación de entrada aquellos cuya trayectoria formada no colisione de ninguna manera con los obstáculos presentes en el entorno de la misión. De igual manera, otros criterios como la minimización del camino recorrido deben de tomarse en cuenta para que la trayectoria resultante no sea irrealizable o de longitudes que mermen la eficiencia de la formación.

²Llamados *puntos de navegación* en otras partes del documento, y por el término en inglés *Waypoint* en gran parte de la literatura actual.

6.1.1 REPLANEACIÓN DE TRAYECTORIA

Como primera solución al problema de evasión de obstáculos, se utiliza el mismo planeador de trayectorias para calcular el, o los puntos, que debe de seguir, de tal manera que no sucedan colisiones. Para este objetivo se utilizan los mismos obstáculos como punto de giro, donde el planeador posiciona puntos de navegación, y posteriormente recalcula la trayectoria.

En la Figura 6.1 se observa cómo la línea que une al punto final con el inicial intercepta a dos obstáculos, significando que, para que la trayectoria pueda realizarse de esta manera, sería necesario que ambos obstáculos no estuvieran presentes.

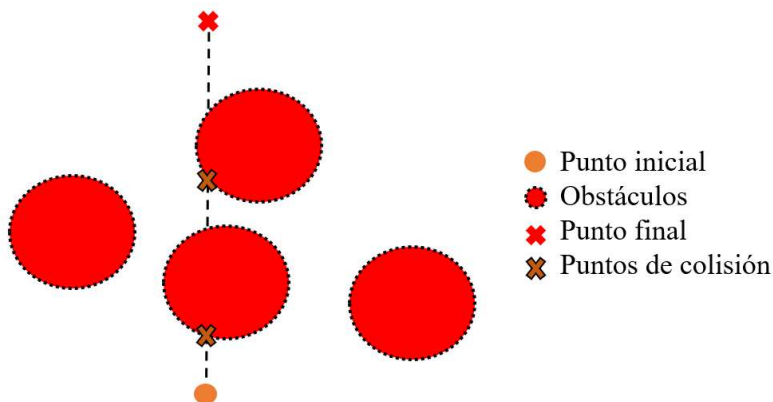


FIGURA 6.1: La trayectoria en línea recta formada entre el punto inicial y el punto final colisiona con dos posibles obstáculos.

Basado en esta lógica, es posible utilizar estos obstáculos como puntos de giro de tal manera que la trayectoria formada no colisione con estos, y evite colisionar con obstáculos adicionales, manteniéndose en el perímetro de los primeros, ver Figura 6.2. Visto de otra manera, si se evita la colisión con los obstáculos que se interponen en un principio, y a su vez se garantiza que la trayectoria resultante se acoplará al perímetro de los mismos, se llegará del punto inicial al final, sin colisionar con obstáculos adicionales.

Establecida esta lógica, ahora resulta necesario determinar los puntos en los obstácu-

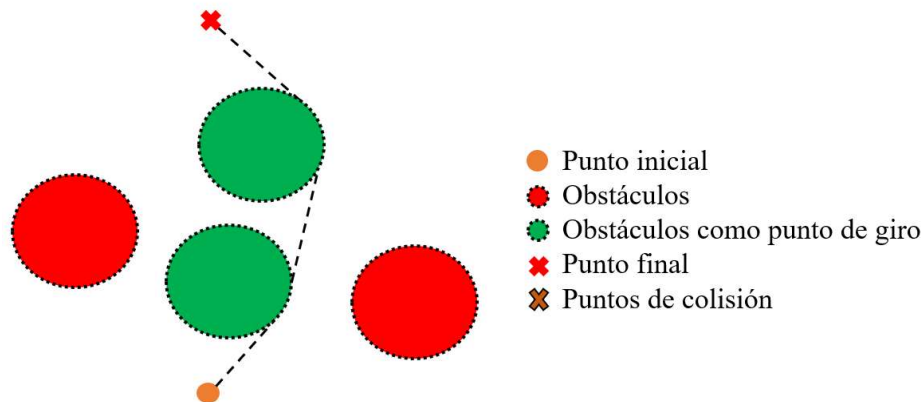


FIGURA 6.2: Utilizando los obstáculos que se interponen en un principio como punto de giro, es posible evadirlos, y evitar colisiones con otros durante el proceso.

los utilizados como punto de giro, donde se posicionará el punto de navegación para formar la trayectoria final continua a tramos. Una solución lógica es la utilización de las coordenadas y una dimensión radial del obstáculo para formar la trayectoria, esto por medio del planeador de trayectorias propuesto, partiendo desde el posicionamiento de estas coordenadas descrito en la sección 5.2.1.2; sin embargo, esto presentaría el inconveniente al momento de posicionar las direcciones de giro, que sin más datos de la trayectoria, no sería posible determinar, lo que ocasionaría que esta fuera irrealizable o se entrecruce. Para solucionar esta problemática, se establecen una serie de condiciones para evaluar cómo los obstáculos se interponen en la trayectoria, y de esta manera elegir los puntos de giro adecuados. Considérese la situación de la Figura 6.1, donde dos obstáculos interceptan la trayectoria recta entre el punto inicial y el punto final. Varias rutas son posibles como se observa en la Figura 6.3.

A pesar de que todas estas trayectorias logran que se evadan los obstáculos y se logre ir del punto inicial al final, algunas presentan inconvenientes. En el inciso a), la trayectoria más corta posible es formada, dado que se posicionan los puntos de giro en el mismo lado que la línea recta atraviesa los centros de los obstáculos, sin embargo esto ocasiona que los puntos tangentes en el último círculo se intercepten y la trayectoria sea irrealizable. De manera contraria, si se toman los puntos de giro al

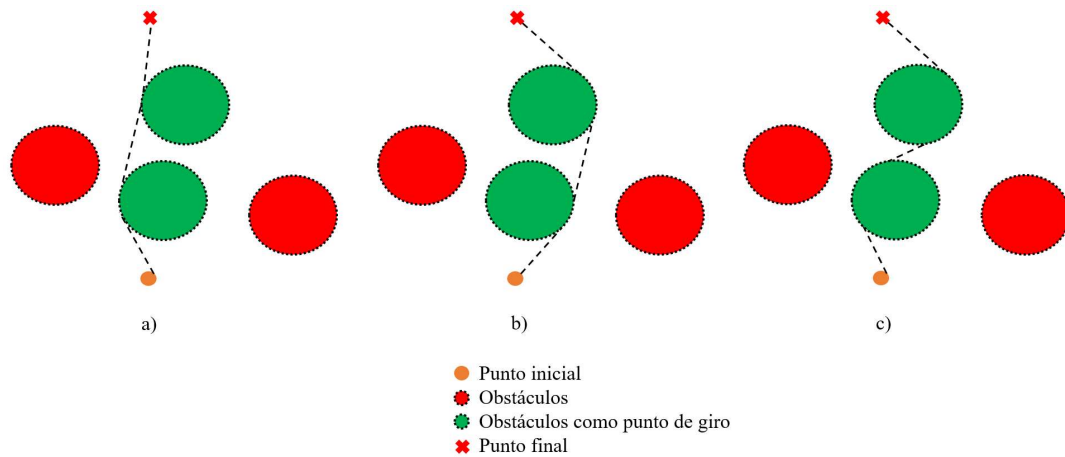


FIGURA 6.3: Posibles rutas para evadir los obstáculos siendo usados como puntos de giro.

lado contrario, se logra una trayectoria satisfactoria pero con mayor longitud total debido a la mayor cobertura de los obstáculos. Mientras que en c), es decir, cuando se toman puntos cruzados, se tiene la desventaja del entrecruce de puntos tangentes de a), además de la complejidad para la elección de la combinación de puntos. De lo anterior es posible extraer que, si se busca una trayectoria realizable y que se pueda garantizar en todos los casos de cálculo, no será posible tener la trayectoria más corta; es decir, utilizar el caso del inciso b); sin embargo, se busca que la formación tenga la capacidad de realizar la trayectoria de manera continua, por lo b) que resulta la mejor opción. Debido a esto, el seleccionar los puntos de giro en el lado contrario del que la línea de unión atraviesa al círculo permite tener siempre una distancia mayor respecto al centro, lo que garantiza que los puntos tangentes no se traslapen, pero a costa de mayor distancia. Establecido lo anterior, el proceso entonces se resulta en lo siguiente:

1. Con el vector formado por el punto inicial y final de la trayectoria, determinar que obstáculos atraviesan este camino.
2. Con los obstáculos anteriores, determinar la posición relativa de su centro al vector formado por los puntos inicial y final Figura 6.4.

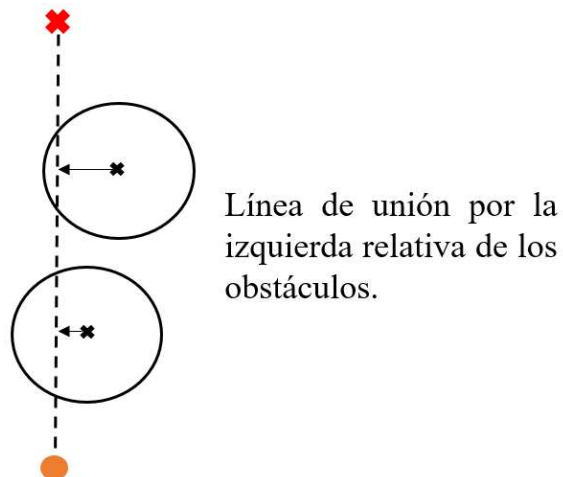


FIGURA 6.4: Ubicación de centros de obstáculos relativa al vector de unión de punto inicial y final.

- Basado en las posiciones relativas previamente obtenidas, ubicar la dirección de giro en el sentido contrario. Esto es realizable por medio de la selección de *dirección de giro* en las ecuaciones (5.7) y (5.8) para la unión del punto inicial y el primer obstáculo, así como para el último obstáculo y el punto final, mientras que las ecuaciones (5.11) y (5.12) para uniones entre obstáculos; donde en vez de seguir los condicionales de dirección generales, se utilizan los dictados por la lógica de 1) y 2).

Tomando en cuenta esta *alteración* en el planeador de trayectorias, el resto de la planeación es como ya se describió en capítulos anteriores, teniendo como resultado final, la trayectoria que evade los obstáculos pertinentes.

6.1.1.1 SELECCIÓN DE PUNTOS DE GIRO DE MANERA ALTERNATIVA

Existe la posibilidad de calcular una trayectoria que de igual manera evada los obstáculos como se estableció en la sección anterior, pero sin la necesidad de modificar o tener que *inyectar* condiciones externas al planeador de trayectorias; lo que

podiera verse como un inconveniente en caso de que el mismo haya sido implementado sin esta posibilidad. Para lo anterior es posible tomar el flujo de información general solicitado por el planeador de trayectorias; es decir, la introducción únicamente de puntos de navegación³, lo que conduce a que sea necesaria su selección y posicionamiento tomando en cuenta las reglas y lógica de la evasión de obstáculos establecida en la sección anterior.

Para esta selección es necesario tomar en cuenta que los puntos de giro deben de estar dentro del perímetro de los correspondientes obstáculos, sin embargo no puede ser cualquier punto dado que esto llevaría a que la curva de giro no necesariamente se posicione a modo de evadir el obstáculo. Debido a esto, resulta necesario delimitar la zona donde se puede posicionar este punto, y de acuerdo a la Figura 6.3, el punto de giro se ubicará al sentido contrario de la línea de unión entre punto inicial y final, por lo tanto partiendo el perímetro de cada obstáculo en dos secciones y descartando la que no esté en la dirección de la lógica anterior. Establecido lo anterior, resta limitar el ángulo relativo al centro del obstáculo en el cual puede ubicarse este punto de navegación virtual. Una aproximación adecuada es tomar en cuenta el ángulo que se forma entre el punto inicial y el primer obstáculo, así como el ángulo entre las líneas que unen los centros de obstáculos. En la Figura 6.5 es posible observar esta situación, donde los ángulos δ son los que se toman como referencia para el posicionamiento del punto de navegación. Tomando en cuenta lo anterior, estos puntos de navegación estarían posicionados relativos a cada centro del obstáculo y al ángulo δ tal que

$$\begin{aligned} X_i &= r \sin(\delta_i) + X_{obs_o} \\ Y_i &= r \cos(\delta_i) - Y_{obs_o} \end{aligned} \tag{6.1}$$

siendo X_{obs_o} y Y_{obs_o} las coordenadas del obstáculo analizado, con $o = 1, 2 \dots O$ donde O es la totalidad de obstáculos presentes.

De esta manera es posible determinar de manera aproximada la localización de los

³Recordar que los puntos de navegación son aquellos por los cuales el planeador de trayectorias garantiza que el camino formado pasará; los centros de obstáculos no son puntos de navegación, solo de referencia.

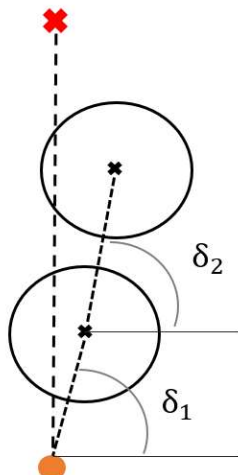


FIGURA 6.5: Ángulos de las líneas de unión con los centros de obstáculos.

puntos de navegación adecuados para que el planeador de trayectorias genere una ruta que evite los obstáculos, dado que los centros de giro se posicionarán de tal manera que la parte curva esté dentro del perímetro de los obstáculos, y además no es necesario introducir nuevas condiciones al algoritmo.

6.1.2 GENERACIÓN DE PUNTOS DE NAVEGACIÓN POR *Optimización por enjambre de partículas (PSO)*

A pesar de que la solución expuesta en la sección anterior resulta fácil de realizar, así como sencilla en cuestión de recursos computacionales, esta puede presentar algunas desventajas en algunas configuraciones o escenarios donde las separaciones entre ellos no sea suficiente, o en su defecto, cuando la formación tenga cierta estructura que no permita realizar una trayectoria perimetral a los obstáculos. Además de lo anterior, dependiendo de la misión, puede ser necesario que la trayectoria sea lo más corta posible para ahorrar recursos o mejorar la eficiencia de la formación, que con el esquema anterior, no es posible garantizar.

En los casos donde no sea posible la utilización de los mismos obstáculos como curva-

turas de giro, es necesario buscar puntos de navegación que de igual manera formen una trayectoria que evada la totalidad de los obstáculos, así como que garantice el menor trayecto posible. Para este propósito, se utiliza un algoritmo de optimización numérica basado en el concepto de *Optimización por enjambre de partículas (PSO)*⁴, que permite, basado en ciertos criterios de minimización, encontrar la mejor solución a un problema, emulando el comportamiento de un *enjambre* de soluciones candidatas.

6.1.2.1 GENERALIDADES DEL ALGORITMO PSO

De manera general, un algoritmo de optimización por enjambre de partículas está basado en el comportamiento de un grupo de individuos que tienen como meta encontrar algo en común; ya sea un punto físico, la solución a una problemática, o la minimización o maximización de algún valor. Esto resulta en que el comportamiento general de este grupo de individuos sea tratado como un problema de optimización donde en una variedad de soluciones candidatas, pueden existir soluciones óptimas locales y globales, por lo que el fin del algoritmo es encontrarlas. Esto lleva a definir una serie de preceptos que dan funcionamiento al algoritmo de manera general:

1. Las *partículas* o individuos son diferentes combinaciones finitas de *entradas* al sistema que se busca solucionar.
2. Cada partícula debe de ser evaluada para extraer la solución con la combinación de entradas que representa la partícula.
3. Dependiendo de la solución, a cada partícula se le asigna un valor de *calidad* de solución basado en reglas establecidas por el usuario para la problemática dada.
4. Posterior a cada evaluación, la partícula se *moverá* en el conjunto de soluciones acorde a 3 posibles criterios, Figura 6.6

⁴Cuyas siglas provienen del término en inglés *Particle Swarm Optimization*.

- a) *Inercia*: es la tendencia de movimiento que la partícula acumula.
- b) *Cognición*: es la mejor solución que la partícula individual ha encontrado hasta ese punto, por lo que siempre va a tratar de permanecer cerca de ese punto.
- c) *Permanencia social*: representa la tendencia de todo el enjambre a moverse a un punto común, que es el mejor punto encontrado de entre todos los integrantes del enjambre.

En otras palabras, las partículas *exploran* las soluciones cerca de si mismas, pero tienden a moverse hacia la mejor solución *descubierta* por todo el grupo; en este proceso se puede caer en mínimos locales, pero si el enjambre es de suficiente cantidad, y alguna partícula pasa cerca del mínimo global, esto llevará al resto a viajar hacia este.

5. Las partículas tienen comunicación ponderada con el resto del enjambre, lo que permite alterar el comportamiento general, provocando búsquedas de soluciones conservadoras y dentro de zonas restringidas para el caso de poca comunicación, o búsquedas más agresivas y variadas para el caso de una comunicación más abundante⁵.

Lo anterior permite definir las reglas de funcionamiento del enjambre, así como los modelos o funciones a minimizar. Para el caso de la aplicación de este trabajo, se busca encontrar la mejor trayectoria posible que tenga la capacidad de evadir obstáculos y además que minimice la distancia recorrida, por lo que es necesario definir una serie de principios de clasificación que permitirán establecer la calidad de la solución dada por el enjambre.

⁵Esto además tiene alta dependencia de la inercia, dado que un valor bajo hará que la partícula no presente prominente movimiento, mientras que un valor alto ocasionará grandes cambios.

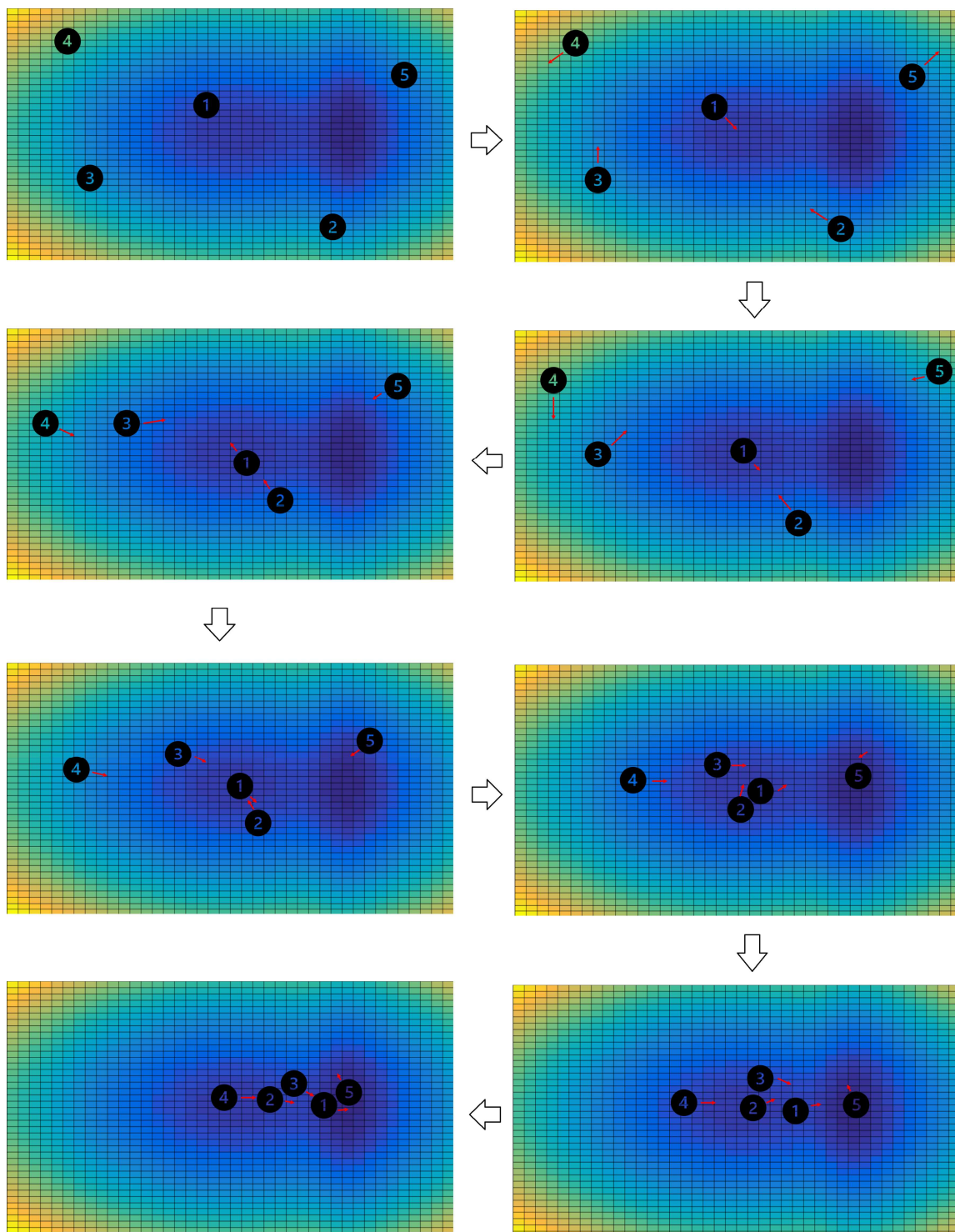


FIGURA 6.6: Ejemplo de movimiento del enjambre de soluciones candidatas.

6.1.2.2 FUNCIONES DE MINIMIZACIÓN

Para lograr encontrar la mejor solución posible es necesario establecer los criterios que darán la *calidad* a cada partícula, esto lleva a definir tres reglas generales basadas en las limitantes de la posible trayectoria formada.

Para esta aproximación, también se hará uso del planeador de trayectorias propuesto en capítulos anteriores, por lo que el problema de minimización se limita a encontrar los puntos de navegación adecuados que logran cumplir con las reglas establecidas que se definen a continuación.

1. Longitud de la trayectoria general

Para mantener la trayectoria generada lo más corta posible, es necesario predecir la longitud que tendría la ruta que produciría el punto de navegación representado por la partícula. Para este fin, se toma como criterio de referencia las líneas rectas que unen el punto inicial con el punto de navegación, así como aquella que une al punto de navegación con el punto final de la trayectoria. Esto se puede obtener de manera sencilla para cada partícula como

$$Lth_p = \sqrt{(X_{Pp} - X_0)^2 + (Y_{Pp} - Y_0)^2} + \sqrt{(X_{Pp} - X_3)^2 + (Y_{Pp} - Y_3)^2} \quad (6.2)$$

donde Lth_p representa la longitud de la trayectoria formada por la partícula $p = 1, 2, 3 \dots P$, siendo P la población total de partículas. Además, X_{Pp} y Y_{Pp} son los parámetros o entradas que caracterizan a la partícula; es decir, las coordenadas que esta representa, mientras que X_0 , Y_0 , X_3 y Y_3 son las coordenadas de los puntos inicial y final respectivamente, tomando en cuenta el caso donde solo se utiliza un único punto de navegación intermedio.

2. **Colisión de las trayectorias formadas con los obstáculos** La principal limitante que impediría considerar la solución de la partícula como aceptable, es que la trayectoria que esta forme colisione con cualquiera de los obstáculos presentes en la región de navegación. Por lo tanto, es necesario corroborar

que el punto de navegación representado por la partícula no forme vectores que crucen con algún obstáculo, qué para el caso del uso de un solo punto, solo es necesaria la comprobación de dos vectores; el que une al punto inicial con el punto de navegación, y el que une a este último con el punto final. En la Figura 6.7 es posible observar este comportamiento. Una partícula puede generar distintos puntos de navegación que pueden generar una colisión con los obstáculos, dado que uno de sus vectores formados atraviesa alguno de estos.

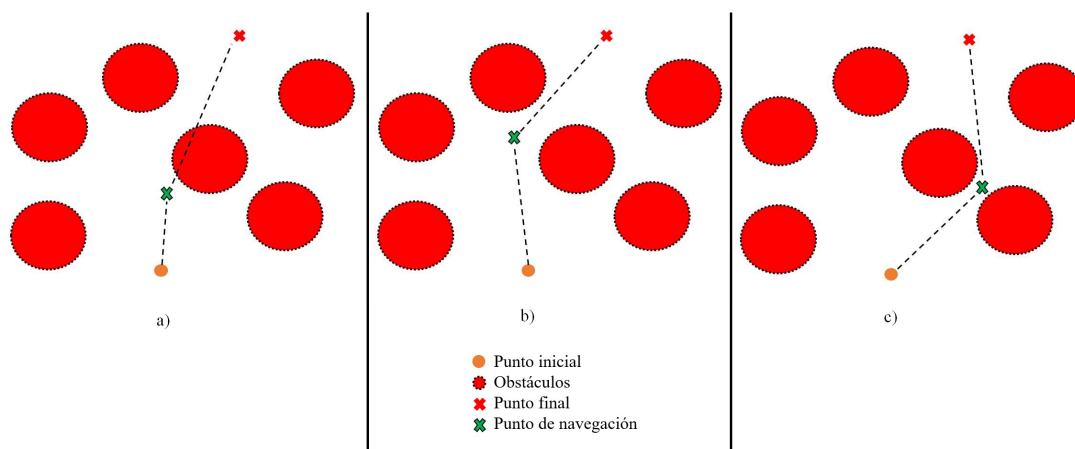


FIGURA 6.7: Posibles situaciones de puntos de navegación. En a) la partícula produce un punto de navegación que choca con un obstáculo, mientras que en b) y en c) forman trayectorias seguras.

Para realizar la detección de si se presenta una colisión en la trayectoria, es necesario analizar el cómo son los ángulos formados por los vectores generados, respecto a la posible zona de colisión. Para ello, se vuelve a utilizar el concepto de puntos tangentes entre el punto de partida y la circunferencia formada por el obstáculo. En la Figura 6.8 se puede observar esta situación. Determinando los puntos tangentes, es posible formar una *zona de colisión* donde si el punto de navegación que representa la partícula está dentro, ocasionaría una colisión, por lo que no es factible su utilización.

Utilizando la lógica establecida en la sección 5.2.1.3 es posible encontrar los puntos tangentes entre un punto y una circunferencia, que para este caso se

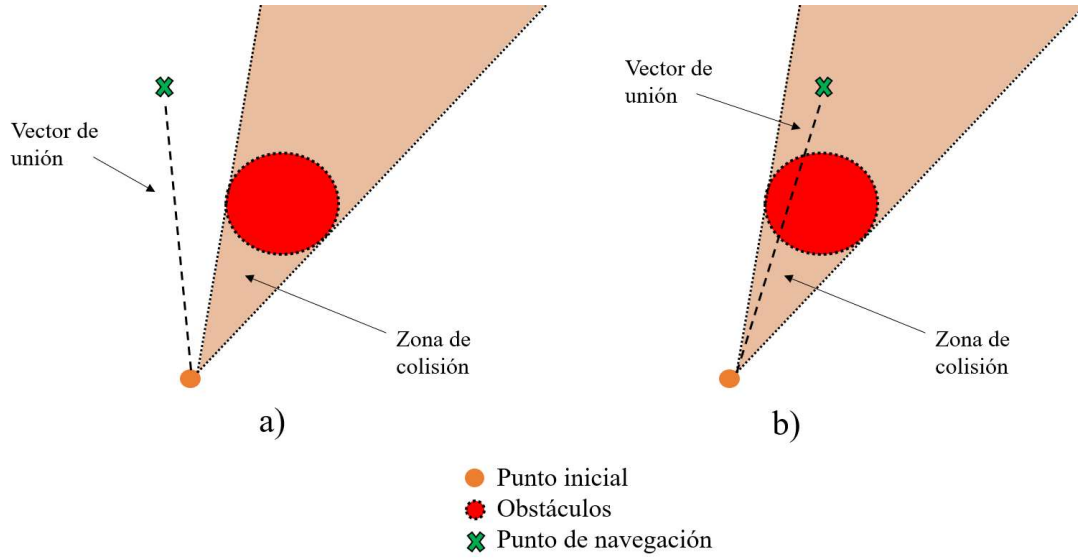


FIGURA 6.8: En a) se observa como la trayectoria formada no produce colisión dado que el vector que une a los puntos no está dentro de la zona de colisión, mientras que en b) sucede lo contrario dado que el vector queda entre las líneas tangentes.

realizaría la misma cantidad de veces que de número de obstáculos, y para dos puntos; esto es, se comprobaría el punto inicial contra todos los obstáculos, y posteriormente el punto de navegación contra todos los obstáculos, y de esta manera definir ángulos auxiliares para determinar si el punto de navegación está en alguna zona de colisión. En la Figura 6.9 se observa la definición de estos ángulos.

Debido a esto, se puede establecer la siguiente condición:

$$Colisión = \begin{cases} Ocorre & \text{Si } \Gamma_T = \Gamma_I + \Gamma_D, \\ No\ Ocorre & \text{Si } \Gamma_T \neq \Gamma_I + \Gamma_D \end{cases}$$

por lo que la asignación de un valor de penalización o calidad de la partícula se establece de igual manera como

$$Cls_p = \begin{cases} C_{ptly} & \text{Si } \Gamma_T = \Gamma_I + \Gamma_D, \\ 0 & \text{Si } \Gamma_T \neq \Gamma_I + \Gamma_D \end{cases} \quad (6.3)$$

donde Cls_p representa el vector de penalización de cada partícula debido a la colisión de su trayectoria con un obstáculo, con un valor C_{ptly} infinito o lo

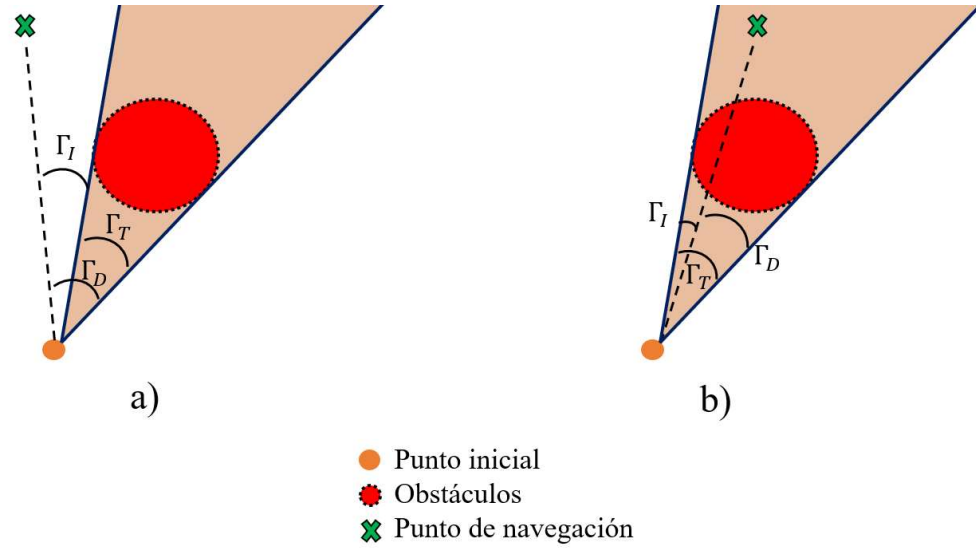


FIGURA 6.9: Definición de los ángulos entre vectores de puntos tangentes y de trayectoria. En a) la suma de ángulos Γ_I y Γ_D es diferente a Γ_T , por lo que no se está en zona de colisión, caso contrario en b) donde el resultado si suma el ángulo de la zona de colisión.

suficientemente grande como para que el algoritmo lo ignore; además, el cálculo de los ángulos auxiliares se realiza de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 \Gamma_T &= \frac{\arccos\left(\frac{(X_{T_1}-X_i)(X_{T_2}-X_i)+(Y_{T_1}-Y_i)(Y_{T_2}-Y_i)}{(\sqrt{(X_{T_1}-X_i)^2+(Y_{T_1}-Y_i)^2})(\sqrt{(X_{T_2}-X_i)^2+(Y_{T_2}-Y_i)^2})}\right)}{(\sqrt{(X_{T_1}-X_i)^2+(Y_{T_1}-Y_i)^2})(\sqrt{(X_{T_2}-X_i)^2+(Y_{T_2}-Y_i)^2})} \\
 \Gamma_I &= \frac{\arccos\left(\frac{(X_{T_1}-X_i)(X_{P_p}-X_i)+(Y_{T_1}-Y_i)(Y_{P_p}-Y_i)}{(\sqrt{(X_{T_1}-X_i)^2+(Y_{T_1}-Y_i)^2})(\sqrt{(X_{P_p}-X_i)^2+(Y_{P_p}-Y_i)^2})}\right)}{(\sqrt{(X_{T_1}-X_i)^2+(Y_{T_1}-Y_i)^2})(\sqrt{(X_{P_p}-X_i)^2+(Y_{P_p}-Y_i)^2})} \\
 \Gamma_D &= \frac{\arccos\left(\frac{(X_{P_p}-X_i)(X_{T_2}-X_i)+(Y_{P_p}-Y_i)(Y_{T_2}-Y_i)}{(\sqrt{(X_{P_p}-X_i)^2+(Y_{P_p}-Y_i)^2})(\sqrt{(X_{T_2}-X_i)^2+(Y_{T_2}-Y_i)^2})}\right)}{(\sqrt{(X_{P_p}-X_i)^2+(Y_{P_p}-Y_i)^2})(\sqrt{(X_{T_2}-X_i)^2+(Y_{T_2}-Y_i)^2})}
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

3. Partícula dentro de la región del obstáculo

Para poder realizar el cálculo eficiente de la calidad de la partícula, es posible definir condiciones o penalizaciones que, independientemente del resto, limiten su uso en el algoritmo; en otras palabras, que si se posee esta característica, no sea necesario el cálculo del resto de funciones dado que de igual manera es inaceptable el uso de las coordenadas definidas por la partícula, Figura 6.10. Este es el caso de la comprobación del punto de navegación dentro de la zona que cubre algún obstáculo. De manera trivial se puede establecer que bajo

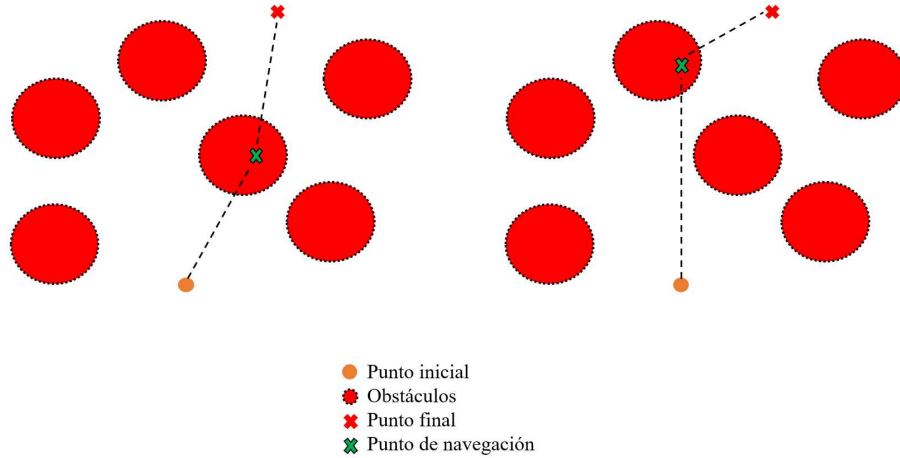


FIGURA 6.10: Cuando el punto de navegación, caracterizado por la partícula, está dentro de algún obstáculo, independiente de cuál y dónde dentro de la zona, siempre producirá trayectorias inaceptables.

ninguna circunstancia, un punto de navegación que se encuentra dentro de la zona de colisión de un obstáculo, generará una trayectoria utilizable, por lo que es posible descartarla de inmediato sin necesidad de realizar el resto de comprobaciones, y de esta manera ahorrar recursos de procesamiento.

Para realizar el cálculo de esta función se toma en cuenta la distancia resultante entre el punto de navegación analizado y el centro de cada uno de los obstáculos, por lo que se define

$$Rad_p = \begin{cases} R_{ptly} & \text{Si } \sqrt{(X_{P_p} - X_{obs_o})^2 + (Y_{P_p} - Y_{obs_o})^2} \leq r, \\ 0 & \text{Si } \sqrt{(X_{P_p} - X_{obs_o})^2 + (Y_{P_p} - Y_{obs_o})^2} > r \end{cases} \quad (6.5)$$

donde Rad_p representa la penalización añadida a cada partícula que es proporcional a R_{ptly} si se está dentro de la zona de colisión, y este puede tomar un valor infinito o suficientemente grande de tal manera que el algoritmo descarte el punto de navegación asociado.

6.1.2.3 DETERMINACIÓN DE PENALIZACIÓN Y CLASIFICACIÓN

Teniendo evaluadas cada una de las partículas, es necesario decidir la siguiente dirección y magnitud de movimiento, es decir, el próximo vector de velocidad; sin embargo, para ello hay que determinar las componentes de cognición y de permanencia social, es decir, la mejor solución local y la mejor global.

Con la información de las funciones de minimización, se establece un algoritmo de clasificación simple, el cual se encargará de determinar si la actual posición de la partícula es mejor que la anterior acumulada. Además, es necesario realizar una comprobación entre las mejores soluciones de entre todo el enjambre, y obtener la mejor global. Para esto, y haciendo uso de las penalizaciones definidas, se establece la *calidad* de la partícula Qty_p como

$$Qty_p = Lth_p + Cls_p + Rad_p \quad (6.6)$$

significando que entre más grande sea este valor, **menos** apta es la solución candidata de la partícula.

Para acumular la mejor solución local de cada partícula, se hace una comprobación del valor inmediato anterior con el actual; y si este es mejor, se actualiza, en caso contrario no se realiza acción, describiéndose este proceso como

$$\vec{B}_p = \begin{cases} \vec{P}_p & \text{Si } \overrightarrow{Qty_p} < \overrightarrow{QtyA_p}, \\ \vec{B}_p & \text{Si } \overrightarrow{Qty_p} \geq \overrightarrow{QtyA_p} \end{cases} \quad (6.7)$$

siendo el vector \vec{B}_p la mejor solución encontrada por la partícula analizada, \vec{P}_p corresponde al vector de partículas del enjambre y $QtyA_p$ corresponde a la penalización de la anterior mejor solución.

Además, del vector de las mejores partículas individuales, es necesario obtener la mejor entre todas, por lo que se define

$$Bst = \begin{cases} \vec{B}_p & \text{Si } \overrightarrow{Qty_p} < Bst, \\ Bst & \text{Si } \overrightarrow{Qty_p} \geq Bst \end{cases} \quad (6.8)$$

siendo Bst el valor que corresponde a la mejor partícula de todo el enjambre.

6.1.2.4 CÁLCULO DEL VECTOR DE VELOCIDAD DE CADA PARTÍCULA Y ACTUALIZACIÓN DE POSICIÓN

Como se estableció en la sección de generalidades, cada partícula perteneciente al enjambre se moverá de acuerdo a una velocidad calculada por las componentes de *inercia*, *cognición* y *permanencia social*, por lo que resulta necesario definir esta relación.

De manera general, el vector de velocidad puede ser establecido como

$$\vec{V}_p = w_I \vec{V}_p + r_1 w_C (\vec{B}_p - \vec{P}_p) + r_2 w_S (Best - \vec{P}_p) \quad (6.9)$$

donde \vec{V}_p corresponde al vector de velocidad de la partícula p , w_I , w_C y w_S son ganancias de peso para las componentes de inercia, cognición y permanencia social respectivamente, haciendo uso además de r_1 y r_2 que son valores aleatorios entre 0 y 1 que posibilitan la diversidad en la búsqueda de soluciones. Además, el vector \vec{P}_p para el caso de esta aplicación es definido con las coordenadas cartesianas que representan al punto de navegación como

$$\vec{P}_p = \begin{bmatrix} X_{P_p} \\ Y_{P_p} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Finalmente, con el vector de velocidad calculado, la nueva posición de la partícula se calcula de manera continua por integración, o en su defecto de manera discreta como

$$\vec{P}_p^t = \vec{P}_p^{t-1} + \vec{V}_p^t \quad (6.11)$$

siendo el \vec{V}_p^t la forma discreta del vector de velocidad igual a

$$\vec{V}_p^t = w_I \vec{V}_p^{t-1} + r_1 w_C (\vec{B}_p^t - \vec{P}_p^t) + r_2 w_S (Best^t - \vec{P}_p^t) \quad (6.12)$$

con t representando la iteración actual del algoritmo.

6.2 EVASIÓN DE OBSTÁCULOS EN MOVIMIENTO

En la mayoría de situaciones donde una formación de aeronaves autónomas tiene que realizar su misión, el principal inconveniente es el poder garantizar la seguridad de la misión frente a las condiciones externas. Como se describió con anterioridad, los obstáculos son la principal causa de fallos en este tipo de situaciones, por lo que las trayectorias con capacidad de evadir obstáculos y evitar colisiones, representan la principal solución. Como desventaja, estos algoritmos pierden efectividad frente a obstáculos móviles, dado que la mayoría están basados en técnicas numéricas de planeación de trayectoria estática, o en su defecto, en la modificación de la ruta de vuelo; sin embargo, esto no puede realizarse de manera continua, o sin introducir ruido a los controladores y algoritmos de navegación de la formación. Basado en esto, se introducen técnicas que tengan la capacidad de alterar el movimiento de la formación de tal manera que sea posible la evasión de obstáculos en movimiento, sin la necesidad de realizar una completa replaneación de la trayectoria, lo que significaría un gasto de recursos computacionales importante, así como la introducción de ruido o discontinuidades a los algoritmos de control.

6.2.1 CAMPO DE VECTORES DE VELOCIDAD

Para solucionar la problemática de la evasión de obstáculos móviles, se propone el uso de campos vectoriales como herramienta para que la formación realice una acción determinada cuando entre en la zona de acción del obstáculo. En la Figura 6.11 se observa una situación donde se tiene una formación en presencia de un obstáculo con movimiento. Si se define un campo vectorial al rededor del obstáculo, y este representa vectores de velocidades añadidas al esquema de navegación de las aeronaves, es posible alterar la trayectoria resultante de la formación. En b) se puede observar como cuando la formación entra en contacto con la zona de colisión, al vector de velocidad resultante dirigido al control de navegación, se le añade el

correspondiente del campo vectorial del obstáculo, teniendo como resultado una nueva dirección y magnitud de movimiento fuera de la zona de colisión. Esto lleva a que en c) y d) la formación realice un movimiento lateral a medida que el obstáculo *empuja* a la formación, para en e) y f) haber logrado esquivar la colisión, y a su vez recuperar la trayectoria original.

La lógica anterior representa el principio de funcionamiento general, que fácilmente puede ser escalado a múltiples obstáculos de manera similar, es decir, definiendo un campo vectorial en cada uno y modificando la velocidad resultante de la formación; sin embargo, es necesario puntualizar ciertos aspectos a tomar en cuenta en los esquemas de coordinación y navegación presentados

- Si la formación solo está coordinada en velocidad lineal, además de que no sigue una referencia de posición, no es necesario realizar modificaciones mayores, más que tomar en cuenta la componente de velocidad añadida dentro de la referencia del respectivo controlador.
- Si el gestor de la formación, o el propio control de navegación individual de cada aeronave funciona a modo de seguimiento de una trayectoria, se presenta el inconveniente de la *fuerza de control* que se opone a que la formación o aeronave abandone la trayectoria de referencia; y dado que este es normalmente el caso de la mayoría de las misiones, y de este trabajo de investigación, es necesario tomar en cuenta este fenómeno.
- La velocidad inducida por el campo vectorial debe de ser mayor a la velocidad de movimiento del obstáculo para que la formación tenga la posibilidad de evadir la colisión, en caso de que esta se de en la misma dirección de movimiento del obstáculo.
- La suma de la velocidad inducida por el campo vectorial, y la propia velocidad del esquema de navegación, debe de ser menor al límite de operación de la aeronave o la formación; o en su defecto, considerar una saturación o limitante.

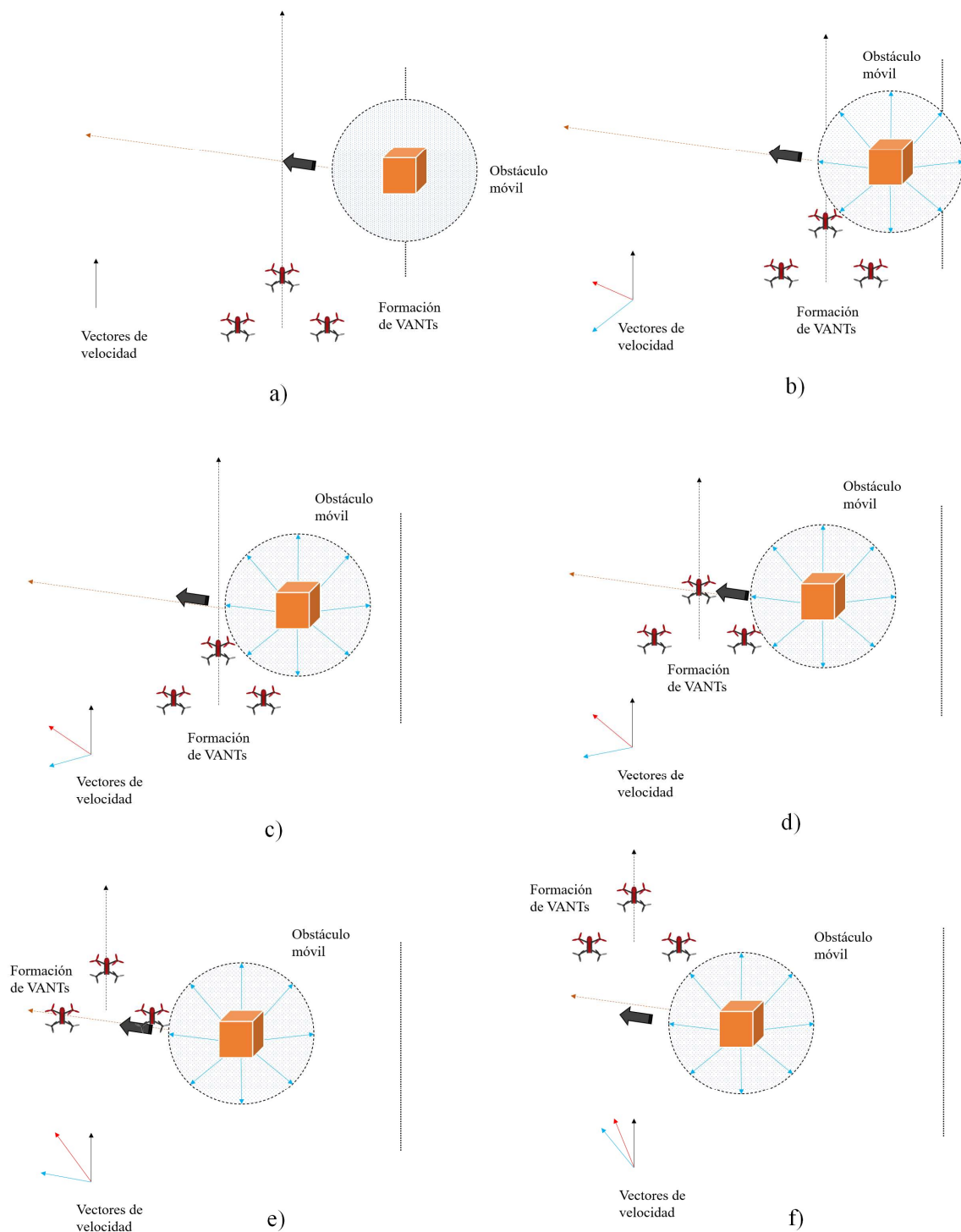


FIGURA 6.11: Una formación de 3 VANTs con dirección de movimiento recta encuentran un obstáculo móvil. Estos a medida que interfieren con el campo de velocidad del obstáculo, modifican su resultante de velocidad, por lo que alteran su trayectoria original, evitando la colisión con el obstáculo.

Tomando en cuenta todos los puntos anteriores, se vuelve necesario establecer un esquema para la evasión basado en los protocolos ya propuestos en el Capítulo 2, donde el definido *Gestor Consensus* actúa como generador de referencias para las aeronaves de la formación, por lo que es necesario tomar en cuenta dentro del protocolo la evasión por medio del campo de velocidad.

6.2.1.1 GESTOR *Consensus* CON CONSIDERACIÓN DE VELOCIDAD

INDUCIDA

Como se estableció en la eq. (2.14), el gestor de coordinación toma la forma de

$$u_{\zeta_{d_i}} = K_S \zeta_i(t) + K_{CL} e_{\zeta_i} + K_{P_i} \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} E_{\zeta_i} \right) + K_{D_i} \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \dot{E}_{\zeta_i} \right)$$

donde necesario solucionar la problemática de coordinación cuando algún agente de la formación entre en el campo de velocidad y se vea forzado a moverse; el resto de la formación evitará la colisión debido al protocolo existente, pero la aeronave perturbada tratará de regresar a la zona de colisión dado que el protocolo así se lo indica. Esto lleva a que el el vector de velocidades inducidas debido al obstáculo se tenga que tomar dentro del protocolo consensus y que en base a esto se adapte la trayectoria generada. Para esto se añade otro término al protocolo original el cual estará encargado de coordinar el error de velocidad de cada agente de manera individual, por lo que es posible definir este error como

$$e_{\hat{\zeta}_i} = (\dot{\zeta}_{d_i}(t) + V_{ob_i}) - \dot{\zeta}_i(t) \quad (6.13)$$

donde el término V_{ob_i} corresponde a la suma de las velocidades de los campos de velocidad en los cuales se encuentra el agente i y a su vez se define como

$$V_{ob_i} = \sum_{m=1}^M \vec{\mathcal{F}}_i(x_i, y_i, z_i) \quad (6.14)$$

siendo m el obstáculo actual, M la totalidad de obstáculos considerados en el sistema, y $\vec{\mathcal{F}}_i$ corresponde al vector de velocidades dependiente de las coordenadas de posición de cada aeronave.

Esto lleva a que el protocolo de coordinación quede como

$$u_{\zeta_i} = K_S \zeta_i(t) + K_{CL} e_{\zeta_i} + K_{ob} \hat{e}_{\zeta_i} + K_{P_i} \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} E_{\zeta_i} \right) + K_{D_i} \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \dot{E}_{\zeta_i} \right) \quad (6.15)$$

con K_{ob} siendo la matriz de ganancias con dimensiones compatibles.

6.2.1.2 CAMPO DE VECTORES DE VELOCIDADES

Finalmente resulta necesario definir la forma que tendrá el campo de velocidades inducidas por los obstáculos. Como ha sido mencionado en las limitantes y características necesarias para la evasión, uno de los puntos más importantes es la definición de las magnitudes de velocidad a lo largo del campo, además de sus direcciones. Resulta evidente que dado que el obstáculo es móvil, y su trayectoria no es previamente conocida, o no se puede determinar del todo, la forma en la que este realiza la *repulsión* debe de ser omnidireccional y en igualdad de condiciones independientemente de las condiciones de aproximación de la formación. En consecuencia, la mejor opción para la definición de la forma del campo de velocidades resulta ser una *esfera*, lo que garantiza que independientemente de la dirección de aproximación, la velocidad de repulsión asociada será siempre opuesta, ocasionado que el movimiento resultante según la ec.(6.13) sea hacia afuera de la colisión.

De manera similar, para el control de las velocidades asociadas al obstáculo, es necesario que tengan un valor acorde a la distancia entre obstáculo y aeronave afectada; sin embargo, resulta necesario poder establecer límites de operación de tal manera que una vez fuera del *campo de acción* del obstáculo, el campo de velocidades no siga afectando a los agentes de la formación. Una solución lógica es la definición del campo con componentes senoidales y cosenoidales para tener una acción esférica en las tres direcciones de movimiento; no obstante, esto presenta el inconveniente cíclico por lo que sería necesario establecer límites puntuales de dónde termina el campo, lo que pudiera traer la consecuencia de discontinuidades durante la conmutación. Para la resolución de esta problemática, se propone una forma basada en *funcio-*

nes *Gaussianas*, las cuales permiten la modificación de las diferentes características de acción del campo de velocidad, así como su desvanecimiento a medida que la aeronave perturbada se aleja del obstáculo. Lo anterior se puede ver reflejado como

$$|\vec{\mathcal{F}}_i| = \left(a_x e^{-\frac{(x_i - b_x(t))^2}{2c_x^2}} \right) \left(a_y e^{-\frac{(y_i - b_y(t))^2}{2c_y^2}} \right) \left(a_z e^{-\frac{(z_i - b_z(t))^2}{2c_z^2}} \right) \quad (6.16)$$

teniendo como parámetros del campo de velocidades:

- x_i, y_i, z_i : coordenadas de la aeronave perturbada.
- a_x, a_y, a_z : magnitud del campo vectorial por dirección.
- $b_x(t), b_y(t), b_z(t)$: coordenadas de posición referenciada al marco fijo del campo vectorial.
- c_x, c_y, c_z : cobertura del campo vectorial por dirección.

Este comportamiento puede ser observado en la Figura 6.12, donde se ejemplifica la cobertura de un campo de velocidad en las coordenadas de origen, con un alcance de 2.5 *m* en cada dirección y magnitud unitaria en su punto más alto; esto es, en el origen del campo. De igual manera, en la Figura 6.13 se observa la vista de la cara superior del mismo campo de velocidades, donde es posible notar como las velocidades inducidas repelen en todas direcciones, y estas se desvanecen después de su campo de acción.

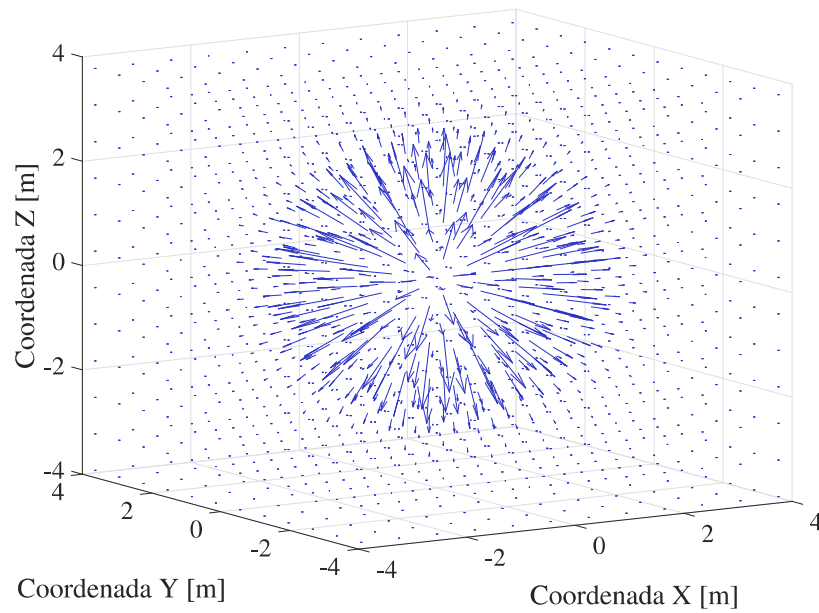


FIGURA 6.12: Campo de vectores de velocidad generado por $\vec{\mathcal{F}}_i$ en el origen, con cobertura de 2.5 m radial.

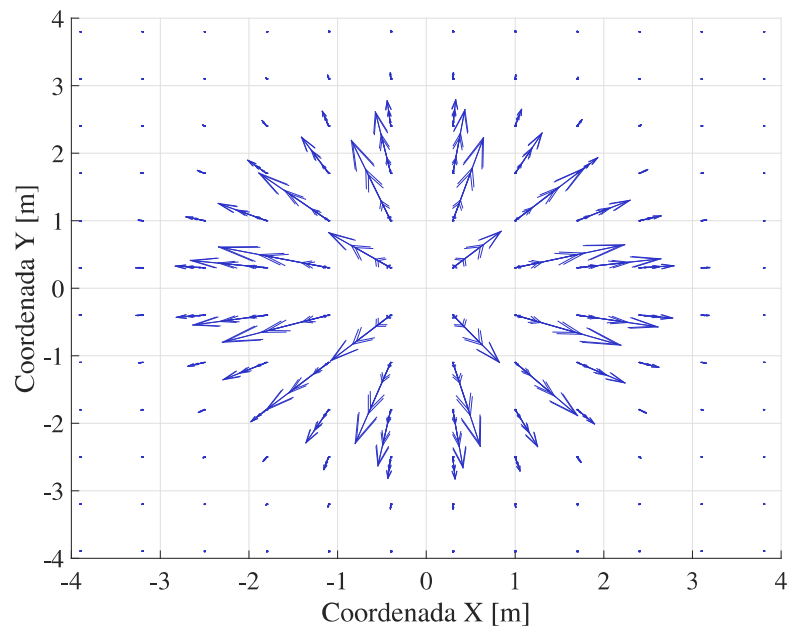


FIGURA 6.13: Vista en la cara superior del campo de vectores de velocidad generado por $\vec{\mathcal{F}}_i$ en el origen, con cobertura de 2.5 m radial.

CAPÍTULO 7

VALIDACIÓN: SIMULACIONES Y EXPERIMENTACIÓN

A lo largo de esta sección se presentan las distintas validaciones realizadas en cada uno de los esquemas desarrollados descritos en este documento. Simulaciones numéricas son realizadas para probar la validez y factibilidad del funcionamiento de cada algoritmo, y en aquellos en los cuales es posible, se realizan implementaciones físicas en tiempo real. El capítulo se divide en diferentes secciones donde se abordan los pormenores de la configuración y elementos utilizados para cada simulación, la descripción de los elementos físicos, aeronaves y sistemas utilizados para la realización de la experimentación, y finalmente las simulaciones y pruebas en tiempo real de los algoritmos desarrollados

- Esquema de Guiado, Navegación y Control para las aeronaves individuales.
- Algoritmo de coordinación para el vuelo en formación de múltiples aeronaves.
- Funcionamiento del planeador de trayectorias.
- Técnicas de técnicas de evasión de obstáculos.
- Funcionamiento de todos los algoritmos de manera conjunta.

7.1 PLATAFORMAS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTACIÓN

Para la realización de las diferentes simulaciones e implementaciones en tiempo real se utiliza una configuración común para todos los algoritmos desarrollados, esto con el objetivo de mantener los errores numéricos con la mínima magnitud posible, los cuales son típicamente ocasionados por fluctuaciones en el tiempo de muestreo, altas latencias, bajas frecuencias de operación y similares.

7.1.1 PLATAFORMA DE SIMULACIÓN

7.1.1.1 CONDICIONES Y PARÁMETROS DE LAS SIMULACIONES

La realización de las simulaciones numéricas se divide en dos grupos principalmente; la simulación de ecuaciones diferenciales temporales, y la resolución de elementos cinemáticos no dependientes del tiempo. La solución de ecuaciones diferenciales corresponde al funcionamiento de

- La simulación de modelos y ecuaciones dinámicas de aeronaves individuales.
- Las leyes y esquemas de control, como el *GNC* que a su vez se utilizan en conjunto con la simulación de las ecuaciones de movimiento.
- Los esquemas de coordinación los cuales, en conjunto con los elementos anteriores, necesitan ser integrados respecto al tiempo para propiciar su funcionamiento.

La solución numérica de todas las ecuaciones se realiza por medio del *Método de Euler*, para poder garantizar el funcionamiento eficiente de la resolución numérica, y

debido a que se trabaja con múltiples agentes, los cuales cada uno de ellos resuelven un conjunto de ecuaciones diferenciales, se busca reducir en medida de lo posible la potencia computacional requerida.

De igual manera todos los algoritmos y simulaciones fueron escritos en lenguaje C++, los cuales para el control de tiempo utilizan la librería estándar *chronos* presente en la revisión C++11, la cual permite interactuar directamente con los *instantes*¹ del sistema operativo, permitiendo diferenciales con resolución de microsegundos. Además, para garantizar el funcionamiento adecuado y la sincronización de señales, cada algoritmo se ejecuta de manera secuencial con variables estáticas, permitiendo que los accesos a memoria sean direccionados siempre a los mismos registros de memoria, sin latencias añadidas por la reescritura, utilizando un hilo de procesamiento de alta prioridad, previniendo que el sistema operativo asigne interrupciones debido a procesos externos².

Finalmente, el muestreo utilizado es fijado a 100 Hz , por lo que las dinámicas a simular deben de ser menores a 300 rad/s para que la integración numérica sea adecuada.³

Las especificaciones técnicas y de hardware básico del equipo utilizado se presentan en la Tabla 7.1.

¹En inglés el término utilizado es *ticks*.

²Para poder mantener el *tiempo real* es necesario que el muestreo sea lo más constante posible, por ello es primordial evitar que el sistema operativo asigne tareas de otros procesos al hilo de procesamiento que utilizan los algoritmos.

³Es posible determinar por medio del teorema de *Nyquist-Shannon* la frecuencia de muestreo adecuada para la simulación; para fines de practicidad, y acorde a lo observado en los sistemas calculados, se utiliza un muestreo superior.

Especificaciones de Hardware	
Parámetro	Especificación
Velocidad del procesador	2.4 GHz
Cantidad de hilos del procesador	12 hilos
Velocidad de la tarjeta Gráfica	1590 MHz
Núcleos de la tarjeta Gráfica	1536
Memoria dedicada de la tarjeta Gráfica	6 GB
Memoria RAM	24 GB

TABLA 7.1: Especificaciones del del equipo de computo utilizado para la realización de las simulaciones.

7.1.1.2 PARÁMETROS Y CARACTERÍSTICAS DE LAS AERONAVES

Para tener una homologación con las pruebas experimentales, las simulaciones se realizaron tomando en cuenta los datos y características de una aeronave tipo cuadrirrotor existente y comercial, en configuración de **X**. El *AR. Drone 2.0*[®], de la empresa francesa *Parrot*[®], es el vehículo seleccionado al presentar interesantes características que facilitan su utilización e interfaz con sistemas externos. En la sección 7.1.2.4 se describen a detalle los sistemas y componentes de esta aeronave; en la Tabla 7.2 se presentan los parámetros necesarios para la construcción de las ecuaciones de movimiento.

Parámetro	Especificación
Masa total de la aeronave	0.480 kg
Distancia axial d_n entre los motores y el C.G.	0.1125 m
Componente de inercia J_{xx}	0.0022383 kg-m ²
Componente de inercia J_{yy}	0.0029858 kg-m ²
Componente de inercia J_{zz}	0.0048334 kg-m ²
Fuerza de empuje por motor al 70 % de potencia	1.15 N
Semi-envergadura de la hélice	0.1 m
Área del disco rotor A_{dk}	0.0314 m ²

TABLA 7.2: Especificaciones básicas del AR.Drone Parrot 2.0[®].

7.1.2 PLATAFORMA DE EXPERIMENTACIÓN

7.1.2.1 CONFIGURACIÓN GENERAL

Para validar algunas de las estrategias desarrolladas, se realizaron pruebas e implementaciones en tiempo real. Para este objetivo se utilizó una configuración consistente en una *Estación tierra* donde la capa de algoritmos de alto nivel es ejecutada; un sistema de comunicación por red para que la estación tierra envíe los distintos comandos y señales de control a cada aeronave, y finalmente un sistema de captura de movimiento para la determinación de los estados inerciales de cada vehículo presente en las pruebas. De manera general, en la Figura 7.1 se muestra la configuración general de la plataforma experimental.

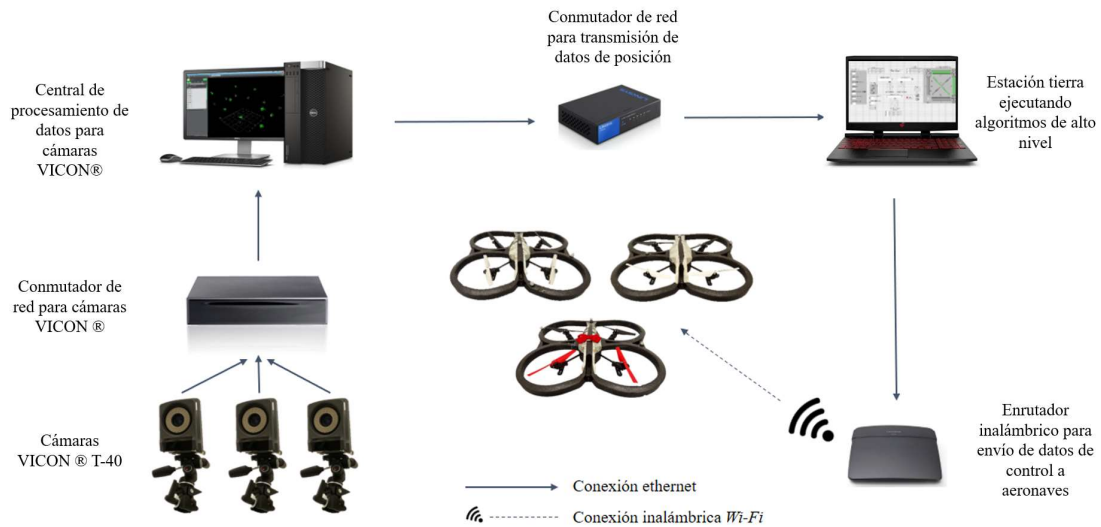


FIGURA 7.1: Diagrama de configuración general de la plataforma experimental

7.1.2.2 SENSORES Y SISTEMAS DE MEDICIÓN DE ESTADOS

El primer extremo que compone el esquema completo de la plataforma experimental es el sistema de captura de movimiento que se encarga de determinar los estados de cada aeronave. Este sistema consiste en un arreglo de cámaras *VICON T-40*[®], las cuales por medio de marcadores ópticos posicionados en cada aeronave tiene la capacidad de determinar los estados de posición angular y posición lineal respecto a un origen. Dada la naturaleza del sistema de captura, el cual trabaja por medio de la detección del espectro infrarrojo reflejado por los marcadores en las aeronaves, es posible determinar los estados de la aeronave a hasta 340 Hz de frecuencia base, y con interpolación por software a 1000 Hz , teniendo una resolución de 0.1 mm para las coordenadas de posición, y 0.1° para los desplazamientos angulares.

Dependiendo de la cantidad de cámaras instaladas en el sistema se determina el área de trabajo y detección, para el caso de esta investigación, se utilizaron 16 cámaras las cuales están instaladas en el *Laboratorio de Navegación* del *Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica (CIIA)* de la *Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME)* perteneciente a la *Universidad Autónoma de Nuevo*

León (UANL). Lo anterior permitió tener una área de pruebas de aproximadamente 6 m de lado.

La información generada por cada una de las cámaras es transmitida a un equipo de cómputo a través de un conmutador de red, donde el primero se encarga de realizar el procesado de imágenes y generar los estados estimados con las características mencionadas. Esta información es después transmitida a través de un segundo conmutador de red para cualquier dispositivo *cliente*, que dependiendo del arreglo, puede ser una aeronave directamente, o en su defecto un segundo computador; tal como el caso de la plataforma experimental utilizada. Realizando pruebas de latencia, se encontró que esta es de 6 ms, lo cual tomando en cuenta las frecuencias de funcionamiento del resto de sistemas, resulta adecuado para un funcionamiento de las dinámicas de alto nivel.

7.1.2.3 ESTACIÓN TIERRA

Como estación tierra se utiliza un segundo equipo de cómputo cuyas características fueron mencionadas en la Tabla 7.1. Esta se encarga de recibir las señales de los estados de cada aeronave provenientes del sistema de captura de movimiento y a través de un conmutador de red. Además, todos los algoritmos de alto nivel se ejecutan en este equipo, los cuales son:

1. Algoritmos de control de posición de cada aeronave.
2. Algoritmos de coordinación y vuelo en formación a modo de gestor de referencias de posición.
3. Algoritmos de evasión de obstáculos estáticos y dinámicos.
4. Planeador de trayectorias.

Es posible diferenciar que algunos algoritmos se pueden considerar distribuidos, es

decir, ejecutan una copia para cada aeronave de la formación, y otros son globales, significando que reciben datos de todas las aeronaves y algoritmos distribuidos, pero son un único proceso. Los algoritmos 1 y 2 ejecutan una copia independiente para cada aeronave, y a pesar de que el último es un gestor de formación, y ciertamente no es distribuido, este puede ser dividido en N salidas, lo que puede verse como N algoritmos comunicándose. Los algoritmos restantes 3 y 4 se consideran globales debido a que generan salidas que las aeronaves no utilizan directamente, sino a través del gestor de coordinación.

7.1.2.4 AERONAVES Y CAPACIDADES

Para la realización de las pruebas en tiempo real se utiliza una aeronave *AR. Drone 2.0*[®], ver Figura 7.2, la cual es un cuadrirrotor con configuración en \mathbf{X} , cuyos principales parámetros y características fueron mencionados en la sección 7.1.1.2 en la Tabla 7.2.

Para su uso como aeronave experimental se aprovecharon las características de hardware y software que brinda, las más destacadas siendo:

- Protocolo de comunicación TCP/IP a través de Wi-Fi para la lectura y escritura de datos desde la estación tierra⁴.
- Sistema de medición inercial redundante con 9 grados de libertad principales consistentes en 3 ejes de aceleración lineal, 3 ejes de velocidad angular, 3 ejes de medición de campo magnético. Los estados de orientación son determinados por medio de algoritmos de fusión de sensores internamente en la aeronave.
- Estimación de la velocidad de desplazamiento lineal mediante el uso de flujo óptico a través de una cámara vertical como fuente principal, y una horizontal como sistema de apoyo.

⁴Realizando pruebas de latencia, se encontró que la comunicación tiene un retraso de 5 ms en promedio.

- Determinación de altitud referenciada al marco inercial por medio de lecturas de sensor ultrasónico y barómetro, realizando la rotación con el vector de ángulos de Euler determinado por la unidad de medición inercial.
- Control de velocidad angular de cada motor por medio del sensado de voltaje y corriente consumida, estimando directamente la fuerza electromotriz.



FIGURA 7.2: Cuadrirrotor *AR. Drone 2.0*[®].

7.2 VALIDACIÓN DE GUIADO, NAVEGACIÓN Y CONTROL

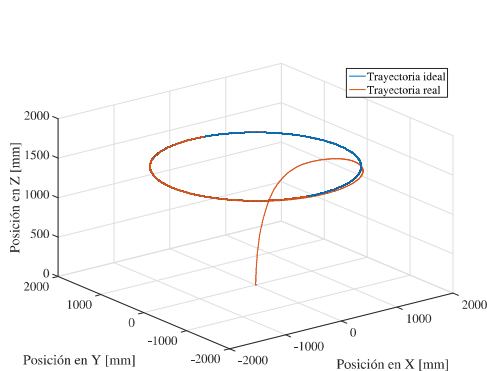
Como parte del esquema de validación de los algoritmos y sistemas desarrollados, cada capa de control se evaluó de manera independiente y posteriormente de manera conjunta. El esquema de *Guiado, Navegación y Control* incluye todo el conjunto de controladores encargados de lidiar con las diferentes dinámicas de cada aeronave de manera individual. Previamente expuesto se llegó a la división de las dinámicas de las aeronaves, de esta manera el diseño del *GNC* involucra diferentes niveles de abstracción relativos a las entradas y actuadores que es posible manipular en cada aeronave, por lo que tomando en cuenta que los lazos de retroalimentación pueden involucrar diferentes combinaciones de estados, es necesario garantizar que esta primera capa de control lleve los estados de manera satisfactoria a una referencia específica.

De esta manera se realizan simulaciones tomando en cuenta la aeronave ya expuesta previamente, además de comprobaciones en tiempo real de los algoritmos.

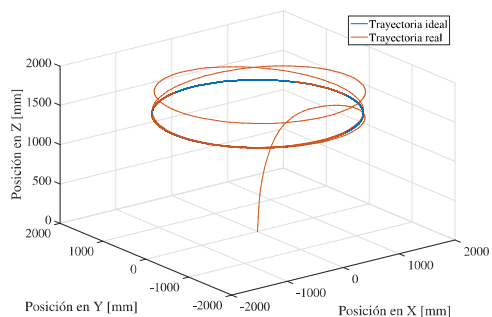
7.2.1 SIMULACIONES DE *GNC*

Como herramienta de validación se realizó una serie de simulaciones con el esquema de *GNC* propuesto, donde se buscó poner a prueba las capacidades de convergencia del algoritmo, así como la resistencia a perturbaciones. Un primer escenario de prueba es la realización de una trayectoria circular cíclica con parámetros de velocidad y magnitud fijos, pero en 3 diferentes condiciones de operación; la primera, de manera idealizada y sin ninguna acción externa, la segunda con una perturbación de viento simulada y de variación gradual, y la tercera con una perturbación de viento cíclica y cambiante.

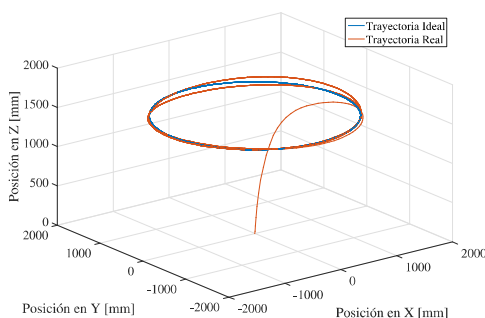
La trayectoria comandada a realizar presenta una altura constante de 1500 *mm* sobre el plano inercial *XY*, realizando una circunferencia de 1500 *mm* de radio a una velocidad angular de 1.25 *rad/s*. En la Figura 7.3a es posible visualizar la trayectoria resultante de manera ideal; de manera similar en la Figura 7.3b se muestra la respuesta ante la perturbación Gaussiana, la cual simula una ráfaga de viento de 2.5 *m/s* en los ejes *XY* mientras que en *Z* una velocidad de 1.5 *m/s*, y todas con una duración media de 2*s*. Así mismo, en la Figura 7.3c se despliega la respuesta ante la perturbación intermitente en los ejes *XY* gobernada por la ecuación $V_{viento} = \sin(0.8\pi t) + \cos(0.2\pi t) + \sin(0.4\pi t) + \cos(0.6\pi t)$.



(a) Simulación en condiciones ideales.



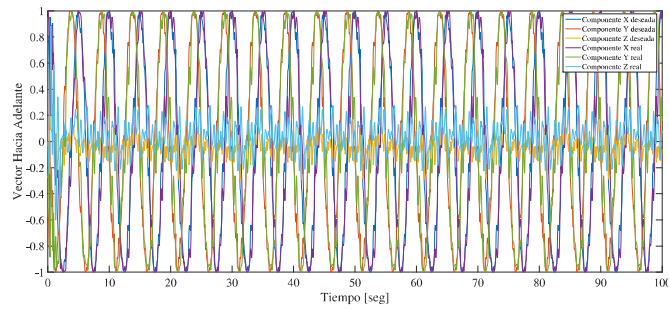
(b) Simulación con perturbación Gaussiana.



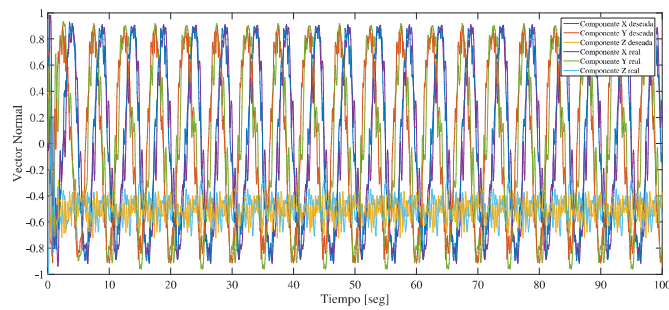
(c) Simulación con perturbación intermitente.

FIGURA 7.3: Trayectorias XYZ del marco de referencia inercial para los 3 tipos de simulaciones.

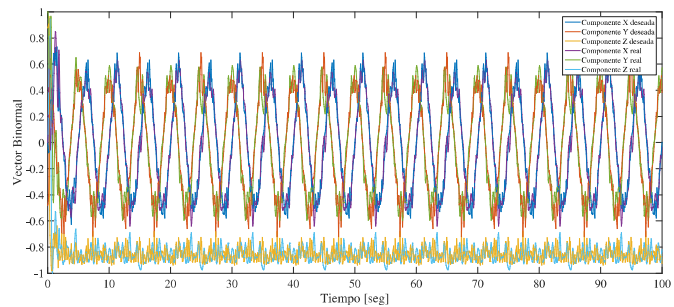
Los vectores que componen la matriz de rotación deseada R_d , para el caso de la simulación con perturbación intermitente, se muestran en la Figura 7.4. Es posible notar la evolución de los tres vectores, significando que, aparte de realizar el seguimiento de la trayectoria en la dinámica de posición, la dinámica de orientación describe el mismo efecto, que para el caso del guiado de la aeronave, resulta en el seguimiento tangente de la trayectoria; en otras palabras, el eje x_B de la aeronave sigue de manera tangente la trayectoria a través del vector Hacia Adelante.



(a) Vector Hacia Adelante.



(b) Vector Normal.



(c) Vector Binormal.

FIGURA 7.4: Componentes de los vectores Hacia Adelante, Normal y Binormal para la simulación ideal.

7.2.2 EXPERIMENTACIÓN DE *GNC*

De manera similar que para el caso de la simulación, de manera experimental se realizaron varias pruebas para evaluar el comportamiento de la aeronave tanto en

ambiente controlado, como frente a perturbaciones de viento reales. La trayectoria a realizar, al igual que en la simulación, es una circunferencia de altura constante de 1500 mm sobre el plano inercial XY , 1500 mm de radio, con una velocidad angular de 0.25 rad/s . En la Figura 7.5 se muestra la trayectoria realizada por la aeronave, donde es posible observar que el esquema de *GNC* cumple con la convergencia a la trayectoria de manera satisfactoria, y con error en estado estacionario relativamente mínimo.

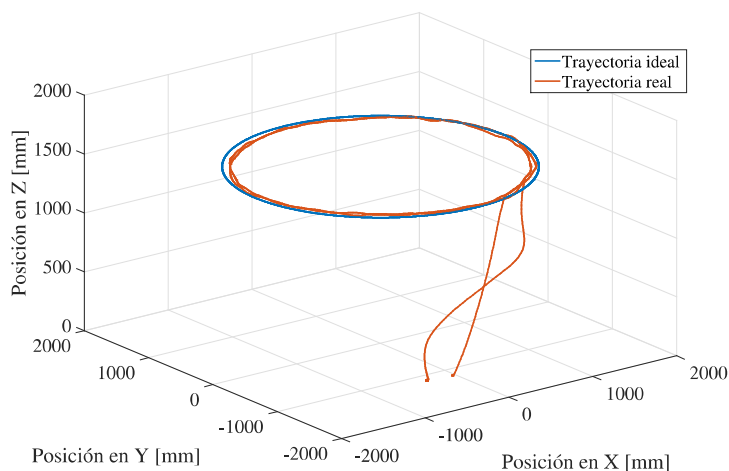


FIGURA 7.5: Trayectoria experimental XYZ para una trayectoria circular sin perturbaciones.

Las componentes individuales del movimiento inercial se muestran en la Figura 7.6, donde es notorio señalar el cómo a pesar de que la trayectoria inició unos instantes antes, la aeronave tuvo la capacidad de converger de manera satisfactoria y realizar el seguimiento sin problemas.

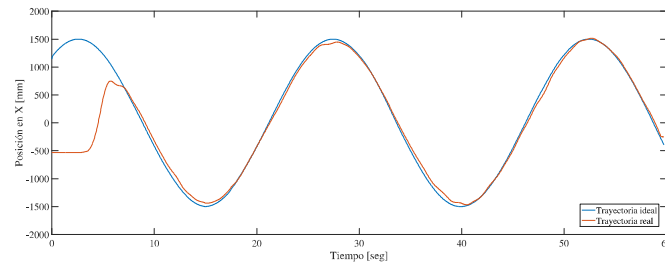
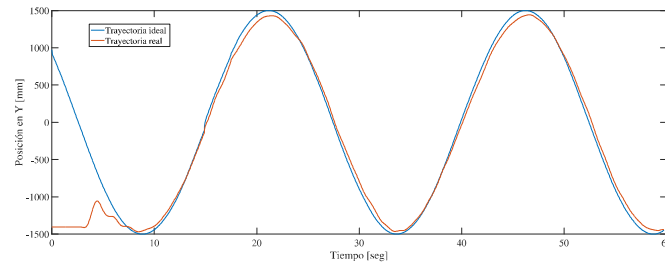
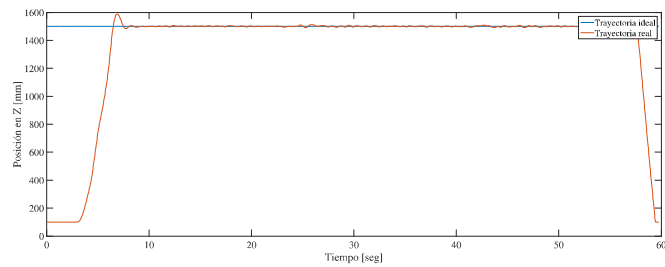
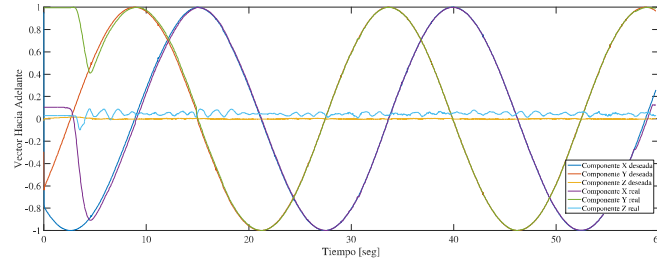
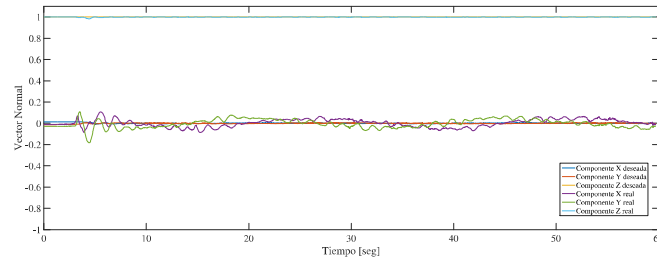
(a) Componente X .(b) Componente Y .(c) Componente Z .

FIGURA 7.6: Componentes individuales XYZ de la trayectoria experimental circular sin perturbaciones.

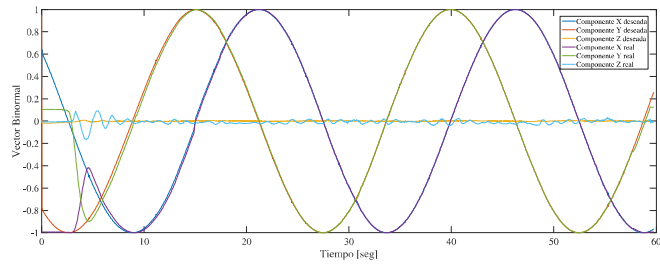
Es necesario recordar que el esquema de GNC propuesto genera una matriz de rotación deseada R_d la cual se genera en base a la trayectoria, cuyas componentes vectoriales se muestran en la Figura 7.7. Esto permite extraer el vector de dirección o *guiado*, permitiendo que la aeronave mantenga su eje x_B tangente a la trayectoria como se muestra en la Fig. 7.8.



(a) Vector Hacia Adelante.



(b) Vector Normal.



(c) Vector Binormal.

FIGURA 7.7: Componentes de los vectores Hacia Adelante, Normal y Binormal para la trayectoria experimental circular.

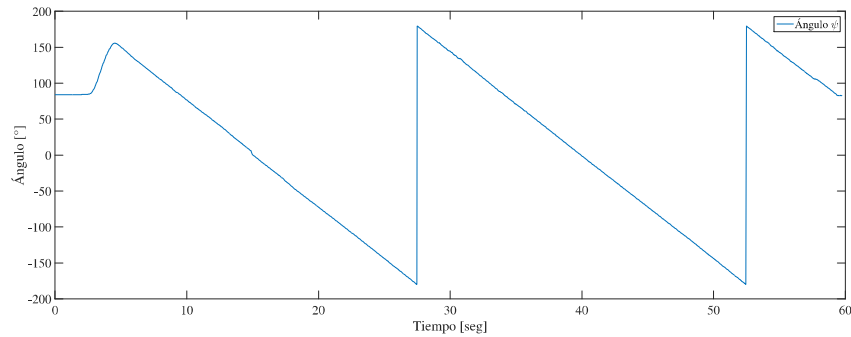


FIGURA 7.8: Ángulo ψ seguido por la aeronave durante la trayectoria experimental sin perturbaciones.

Con el motivo de validar el esquema frente a condiciones de vuelo agresivas, se realizó también una trayectoria frente a una perturbación turbulenta de viento. Los datos de la trayectoria son similares a la prueba anterior, teniendo como principal referencia la perturbación de viento proveniente de un ventilador industrial ubicado en coordenadas $X = 0mm$, $Y = 3600mm$ y $Z = 1500mm$ con ráfagas medidas de hasta $6 m/s$ o $21.6 km/hr$. En la Figura 7.9 se muestra la trayectoria realizada por la aeronave donde es notorio observar el hecho de que a pesar de que la perturbación sea súbita y relativamente turbulenta, la aeronave tiene la capacidad de sobrellevarla y regresar a su trayectoria de manera satisfactoria.

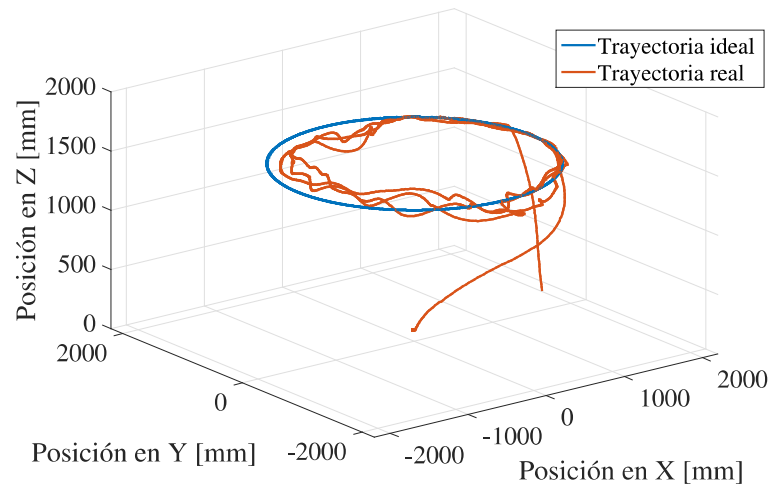


FIGURA 7.9: Trayectoria experimental XYZ para una trayectoria circular con perturbaciones.

De forma separada las componentes de posición separadas por eje se puede observar en la Figura 7.10. Es notorio observar que el eje Y mostrado en la Figura 7.10b es quien se ve más afectado por la perturbación, esto principalmente por ser la componente con quien está alineada la fuente de viento.

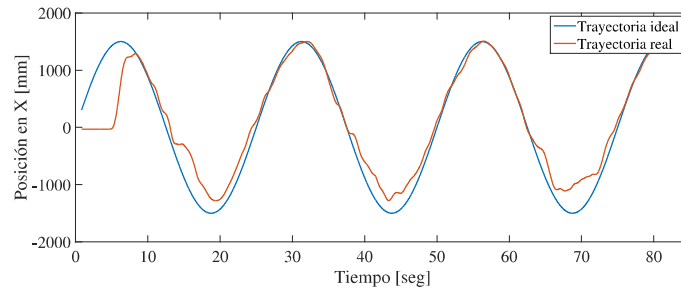
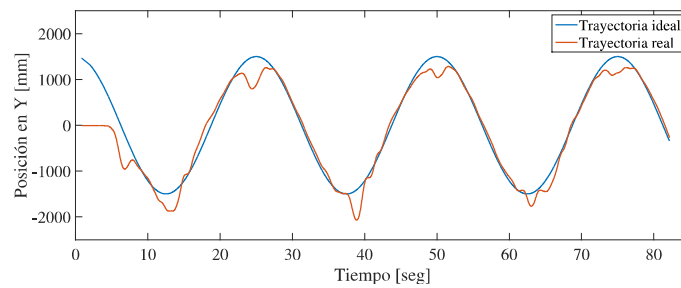
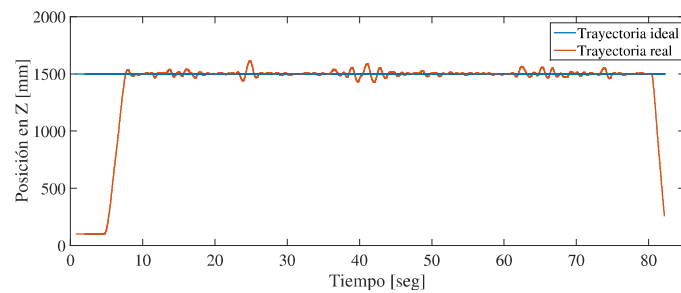
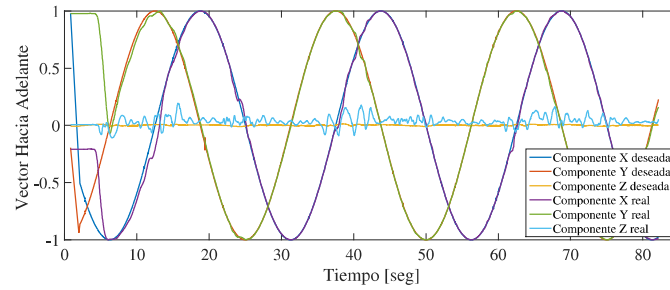
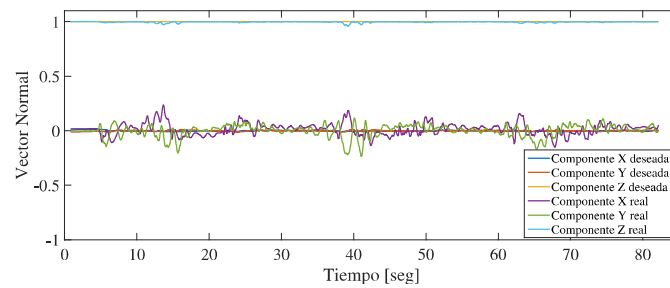
(a) Componente X .(b) Componente Y .(c) Componente Z .

FIGURA 7.10: Componentes individuales XYZ de la trayectoria experimental circular con perturbaciones.

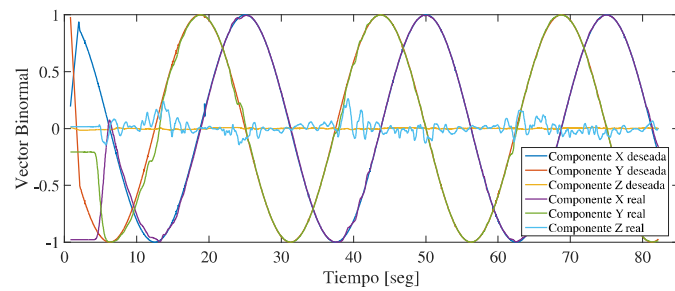
Similarmente, los vectores que forman la matriz de rotación deseada, así como sus contrapartes resultantes, se muestran en 7.11, teniendo de la misma manera una alineación tangente del eje x_B de la aeronave con la trayectoria como es mostrado en 7.12.



(a) Vector Hacia Adelante.



(b) Vector Normal.



(c) Vector Binormal.

FIGURA 7.11: Componentes de los vectores Hacia Adelante, Normal y Binormal para la trayectoria experimental circular con perturbaciones.

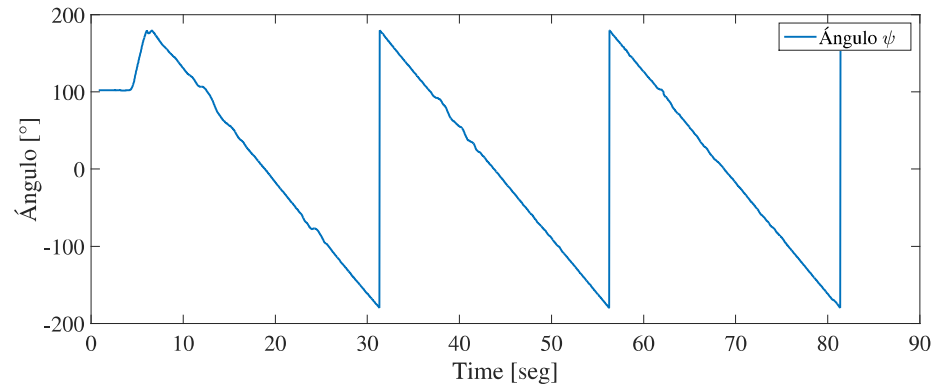


FIGURA 7.12: Ángulo ψ seguido por la aeronave durante la trayectoria experimental con perturbaciones.

7.3 VALIDACIÓN DE VUELO EN FORMACIÓN

Habiendo establecido que el esquema de *GNC* tiene la capacidad de realizar el seguimiento de una trayectoria de manera satisfactoria, incluso frente a perturbaciones externas, resulta posible realizar la validación del esquema general de coordinación. Como primer aproximación es necesario definir las funciones de pertenencia que establecerán el modo en el que el sistema difuso realiza la adaptación de ganancias, para ello se establecen los rangos de errores de posición y velocidad considerados como *altos-bajos*, teniendo como resultado las funciones de pertenencia establecidas según lo visto en el capítulo 2.

Para las funciones de pertenencia tomando como entrada el error de posición, se consideran las formas mostradas en la Figura 7.13, siendo la Figura 7.14 las correspondientes para los errores de velocidad. Cabe destacar que estos errores corresponden a los *Errores de Consensus*, es decir, los errores de coordinación para garantizar que las aeronaves lleguen a un valor común independientemente de sus condiciones de vuelo.

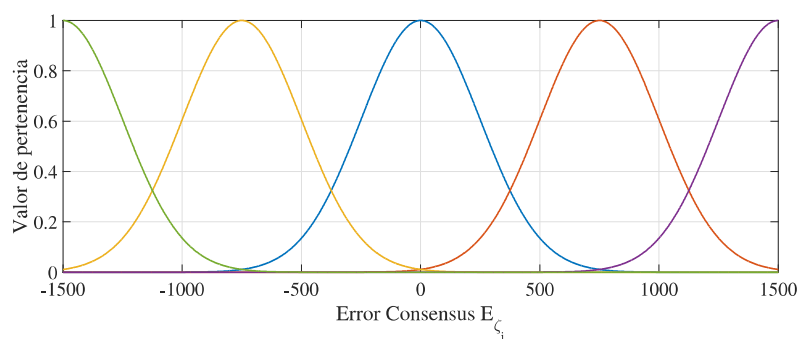


FIGURA 7.13: Funciones de pertenencia de entrada para el error de posición.

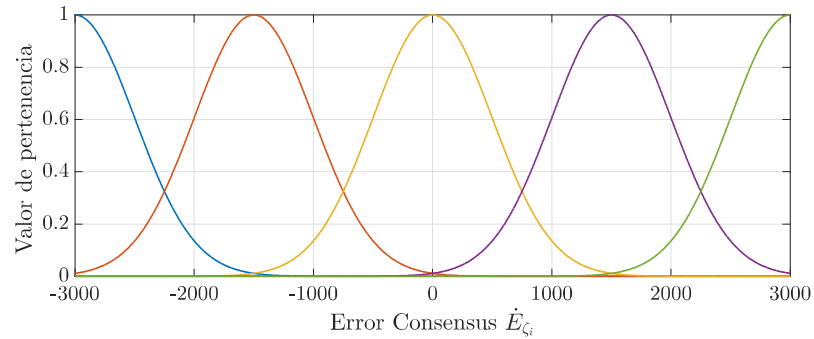


FIGURA 7.14: Funciones de pertenencia de entrada para el error de velocidad.

Tomando en cuenta que las ganancias del *Manager Consensus* son aquellas que serán modificadas, estas se establecen en rangos de variación calculados en diferentes pruebas las cuales fueron realizadas tomando en cuenta los tiempos de respuesta, velocidad de reacción, amortiguamiento y sobretiro frente a perturbaciones o cambios de referencia súbitos. Estas pruebas tuvieron como resultado el establecimiento de los rangos de ganancias como se muestra en la Figura 7.15 para la ganancia de posición, y para la ganancia de velocidad en la Figura 7.16.

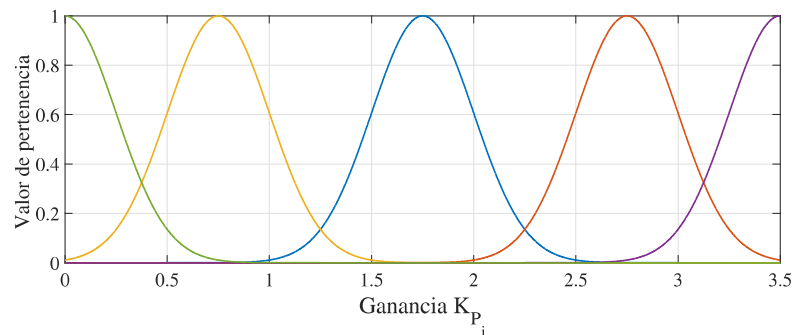


FIGURA 7.15: Funciones de pertenencia de salida para la ganancia de posición.

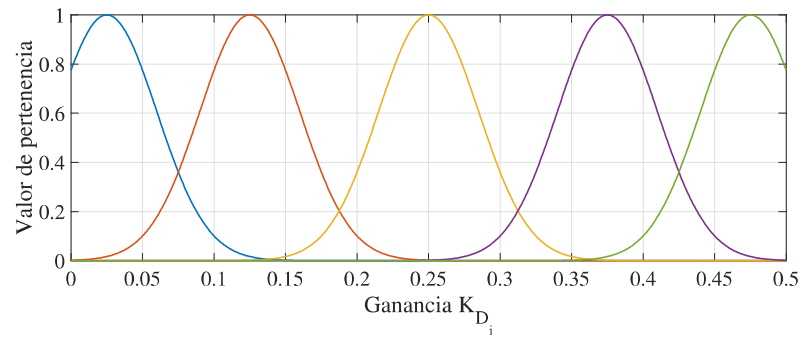


FIGURA 7.16: Funciones de pertenencia de salida para la ganancia de velocidad.

Como resultado del sistema difuso, las ganancias establecen un espacio de variación el cual está descrito para la ganancia de posición por la superficie mostrada en la Figura 7.17, mientras que para la ganancia de velocidad en la Figura 7.18.

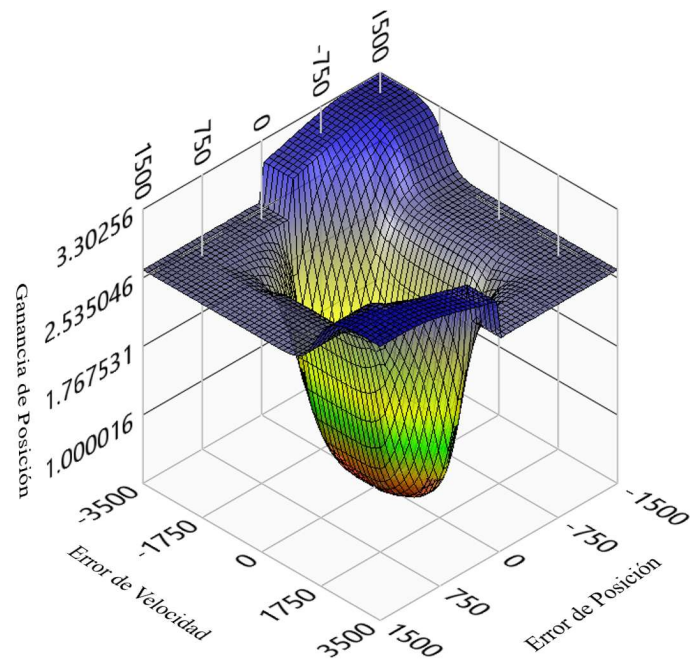


FIGURA 7.17: Superficie de variación para la ganancia de posición del Manager Consensus.

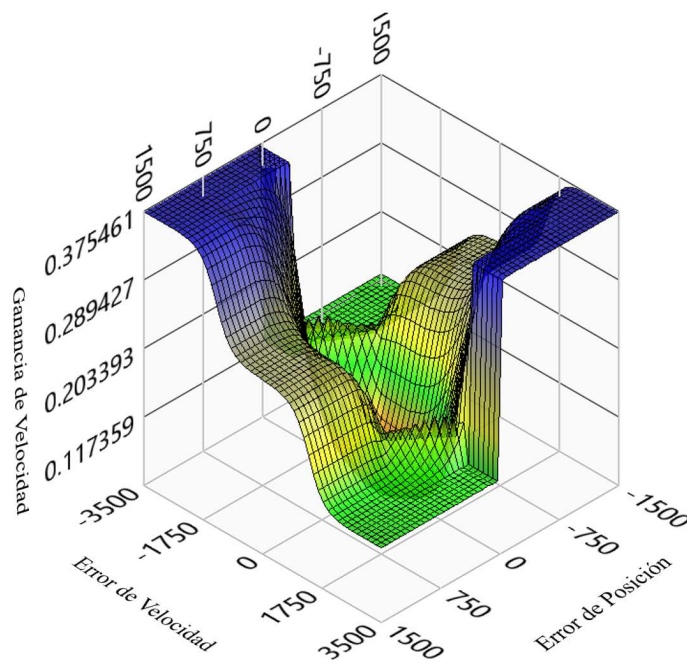


FIGURA 7.18: Superficie de variación para la ganancia de velocidad del Manager Consensus.

7.3.1 CÍRCULO CON GANANCIAS FIJAS

Para realizar una verificación de la eficiencia del esquema de calendarización de ganancias propuesto, se realiza una comparación del vuelo en formación de 2 Agentes en configuración de *persecución*⁵, siguiendo una trayectoria circular. Como primer aproximación, se establecen las ganancias del *Manager Consensus* fijas, sin ningún tipo de adaptación o cambio. El resultado de la trayectoria coordinada se puede ver en la Figura 7.19, donde es posible notar que aunque las ganancias no varíen, ambas aeronaves llegan a la coordinación, realizando la trayectoria de manera satisfactoria.

⁵En el vuelo en formación en persecución, los agentes van uno detrás del otro respetando la trayectoria del líder, por lo que pueden considerarse como trayectorias con desfase angular.

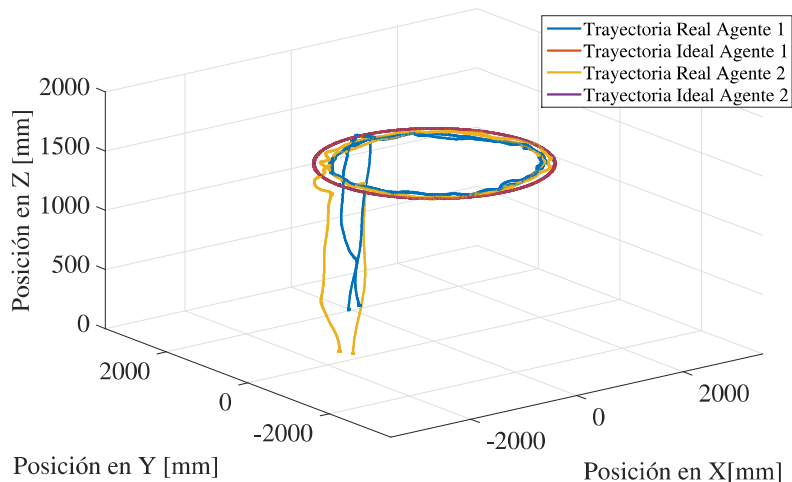
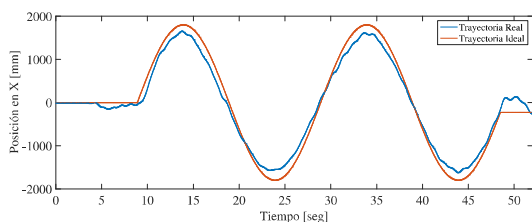
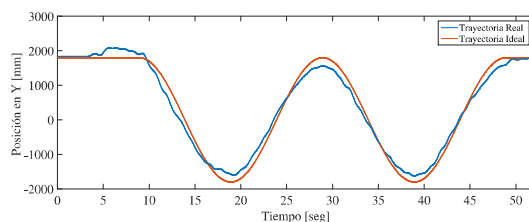


FIGURA 7.19: Trayectorias en el espacio inercial para ambos agentes con coordinación de ganancias fijas.

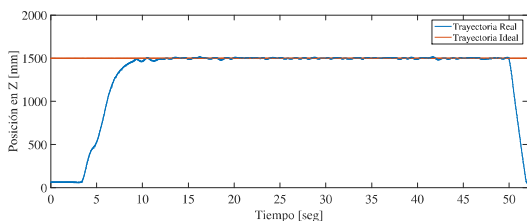
En la Figura 7.20 se muestran las componentes individuales de cada eje de movimiento para el Agente 1, así como el ángulo ψ , el cual es tangente a la trayectoria seguida.



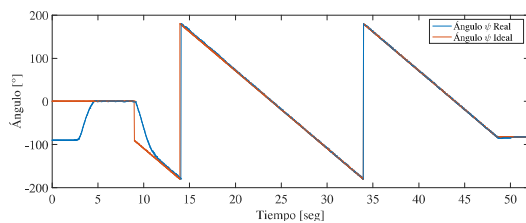
(a) Componente X.



(b) Componente Y.



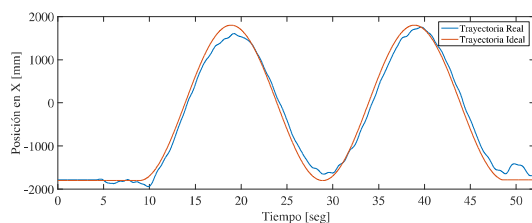
(c) Componente Z.



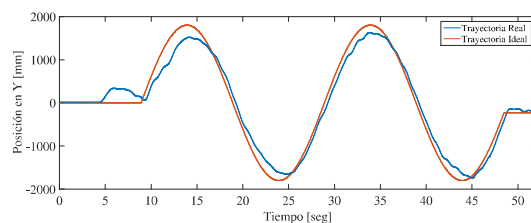
(d) Ángulo ψ .

FIGURA 7.20: Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 1.

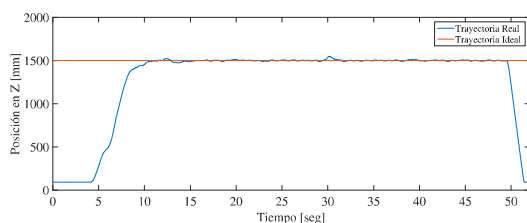
De igual manera en la Figura 7.21 se muestran las componentes individuales de cada eje de movimiento y el ángulo ψ para el Agente 2.



(a) Componente X.



(b) Componente Y.



(c) Componente Z.

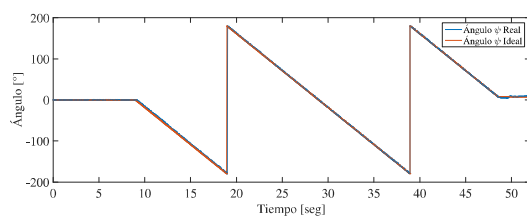
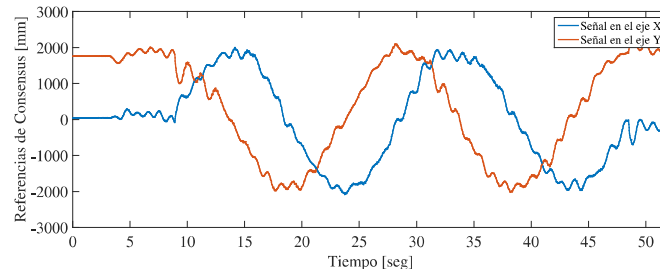
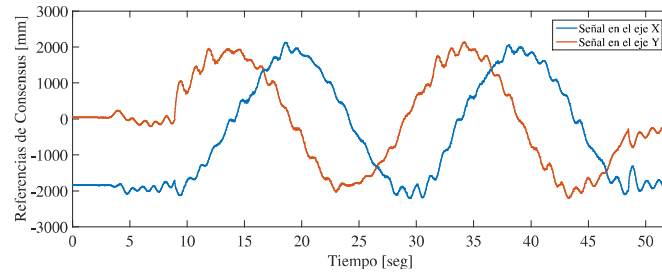
(d) Ángulo ψ .

FIGURA 7.21: Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 2.

El comportamiento expuesto por los agentes es resultado del esquema de *GNC* siguiendo una referencia, la cual proviene del *Manager Consensus*, quien tomando en cuenta la configuración expuesta en el capítulo 2, utiliza los estados de la aeronave y la trayectoria general, dando como resultado las referencias corregidas frente a desviaciones en la coordinación, las cuales pueden ser vistas en la Figura. 7.22.



(a) Referencias para el Agente 1.



(b) Referencias para el Agente 2.

FIGURA 7.22: Referencias generadas por el *Manager Consensus*.

Es posible notar ciertas variaciones y oscilaciones en las referencias que el *Manager Consensus* genera, esto sucede debido a dos principales razones, la primera siendo la consecuencia de los pequeños ajustes que realiza el coordinador para que las aeronaves mantengan igual distancia entre ellas, velocidad y respondan de la misma manera a los cambios de la trayectoria; mientras que la segunda es que debido a que los términos del coordinador son constantes, no es posible responder de diferente manera a distintos estímulos de entrada de las aeronaves, por lo que perturbaciones suaves son absorbidas de manera similar a cambios más fuertes y súbitos, traduciéndose en cierta *amplificación* del ruido de comunicación.

7.3.2 CIRCULO CON GANANCIAS ADAPTABLES

Como ya fue expuesto anteriormente en este documento, la solución más viable para resolver este tipo de problemáticas es la adaptación durante ejecución de los paráme-

tros del coordinador, es decir, el esquema del *Gestor Consensus* con modificación de ganancias por lógica difusa. Para probar el funcionamiento del esquema completo se realizó la misma prueba en condiciones similares que con los parámetros fijos obteniendo como resultado la trayectoria mostrada en la Figura 7.23.

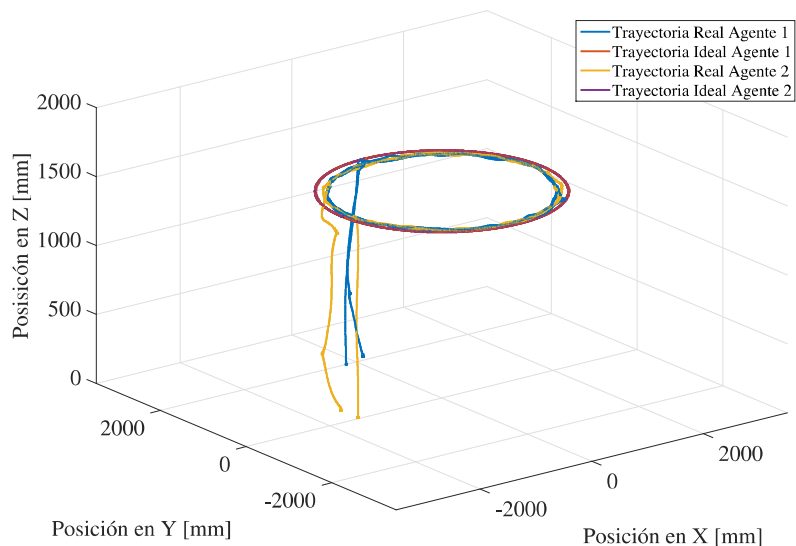
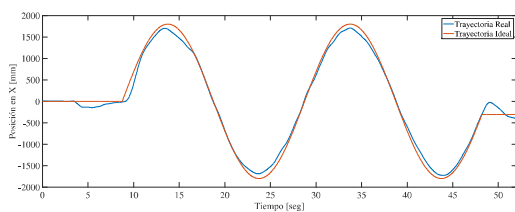
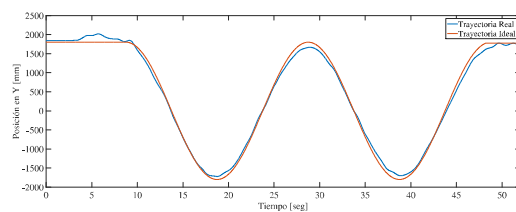


FIGURA 7.23: Trayectorias en el espacio inercial para ambos agentes con coordinación de ganancias adaptables.

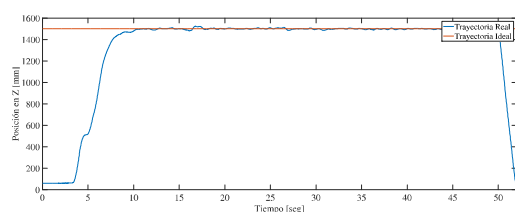
Es posible notar la mejora general en el comportamiento de los agentes, teniendo un seguimiento de la trayectoria más preciso, como es posible observar de manera específica en la Figura 7.24, la cual corresponde a las trayectorias en los ejes inerciales individuales y el ángulo ψ , para el Agente 1. En comparación con el coordinador de ganancias fijas, la respuesta y seguimiento se hace de manera más cercana a la referencia, y se eliminan algunas de las oscilaciones ocasionadas principalmente por la amplificación del ruido.



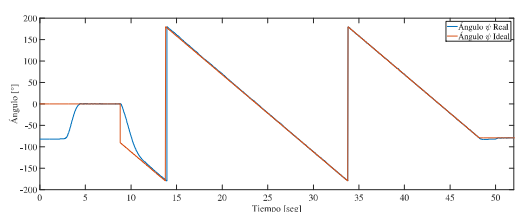
(a) Componente X .



(b) Componente Y .



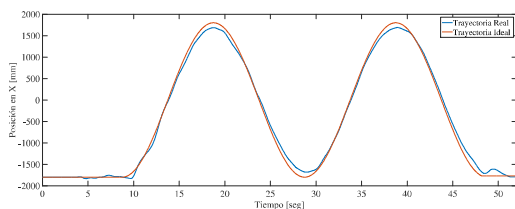
(c) Componente Z .



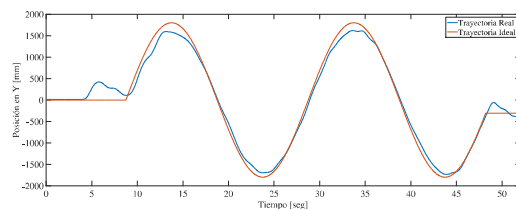
(d) Ángulo ψ .

FIGURA 7.24: Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 1.

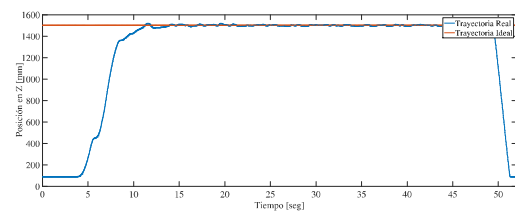
Las trayectorias del Agente 2 se muestran en la Figura 7.25, donde de igual manera es notoria la mejora en comparación del experimento anterior.



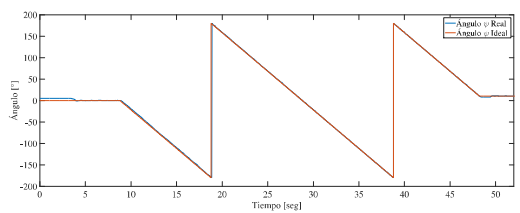
(a) Componente X .



(b) Componente Y .



(c) Componente Z .

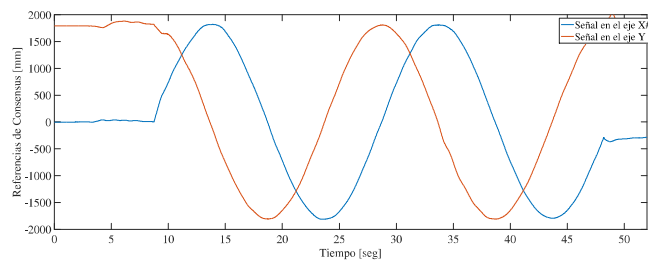


(d) Ángulo ψ .

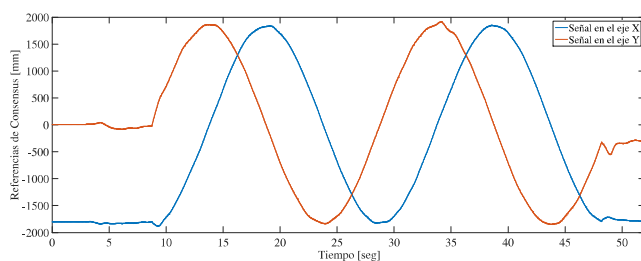
FIGURA 7.25: Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 2.

Lo anterior es resultado de la mejora en la coordinación por parte del *Manager*

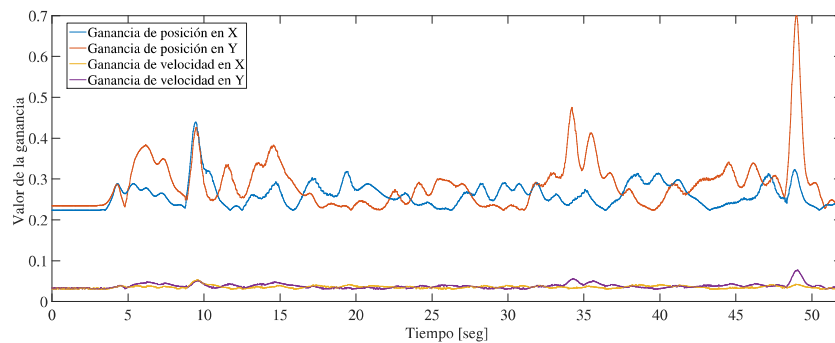
Consensus, cuyas referencias generadas para los agentes se pueden observar en la Figura 7.26, notando que el ruido presente en el coordinador de ganancias fijas es de menor magnitud, lo que ocasiona un mejor seguimiento y coordinación en las trayectorias realizadas. Esto es posible gracias al cambio dinámico de las ganancias del coordinador, que para el caso de esta prueba, su variación fue de acuerdo a lo mostrado en la Figura 7.27.



(a) Referencias para el Agente 1.



(b) Referencias para el Agente 2.

FIGURA 7.26: Referencias generadas por el *Manager Consensus*.FIGURA 7.27: Adaptación de las ganancias del *Manager Consensus* a lo largo de la duración de la trayectoria.

7.3.3 TRAYECTORIA EN FORMA DE RECTÁNGULO REDONDEADO CON PERTURBACIONES DE VIENTO Y GANANCIAS ADAPTABLES

Uno de los casos típicos donde un algoritmo de coordinación cumple su función plenamente, es en un escenario no ideal donde perturbaciones externas, y no consideradas en el esquema de control, se hacen presentes y alteran el funcionamiento de toda la formación. Para poner a prueba los algoritmos implementados, se realizó un vuelo en formación, en configuración de *persecución*, tomando en cuenta perturbaciones de viento. La trayectoria seleccionada es un rectángulo con esquinas redondeadas y de altura variable; lo anterior permitió configurar la formación de tal manera que solo una de las aeronaves estuviera afectada por la perturbación de viento, y de esta manera observar el comportamiento del otro agente y su respuesta al seguimiento de la formación. La perturbación de viento fue de 2 m/s de intensidad, concentrada en un radio de disparo de 10 cm , cuya fuente fue ubicada en coordenadas $X = 0$, $Y = -4200$ y $Z = 1000$.

Es posible observar las trayectorias generales en la Figura 7.28, donde en la esquina superior izquierda de la trayectoria se puede ver una desviación del agente correspondiente; esto se presenta en el momento en el que el agente vecino comienza a ser perturbado, por lo que el primero trata de mantener la distancia de la formación.

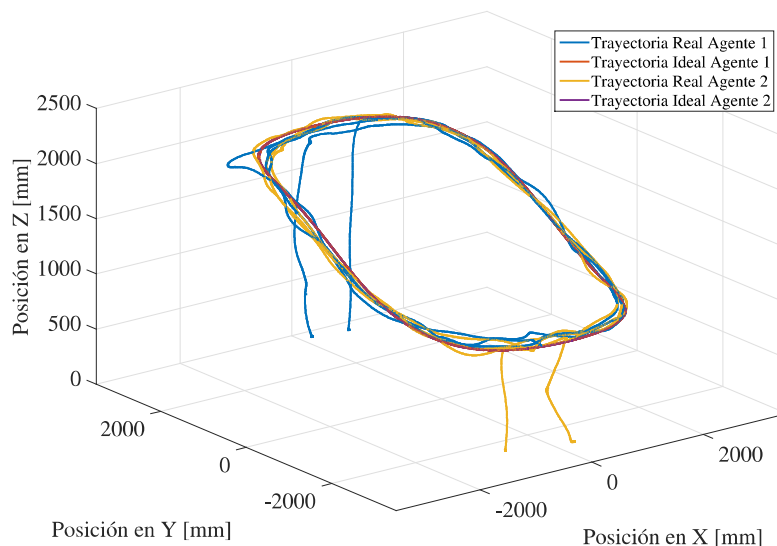


FIGURA 7.28: Trayectorias en el espacio inercial para ambos agentes con coordinación de ganancias adaptables y perturbaciones de viento.

De manera más específica, en la Figura 7.29 se muestran las componentes de movimiento individuales para el Agente 1, quien a su vez fue la primer aeronave a ser perturbada. En la subfigura 7.29b se muestra el eje Y de movimiento de la aeronave, donde además es el eje con quien se alinea la perturbación de viento concentrada. Es posible visualizar que en los puntos mínimos se presentan alteraciones súbitas, correspondiendo a los ciclos en los que la aeronave pasa específicamente por la perturbación; mientras que en los puntos máximos se pueden notar ligeras desviaciones de similar forma, correspondiendo esta vez a las correcciones para mantener la trayectoria cuando el Agente 2 es quien es perturbado.

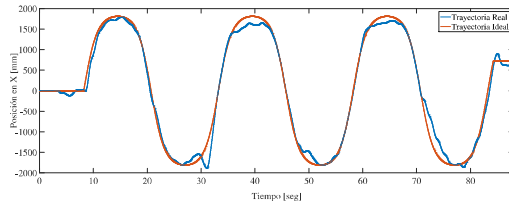
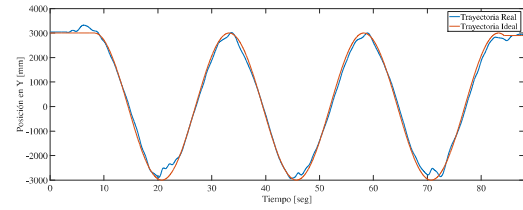
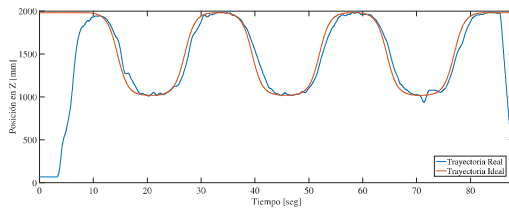
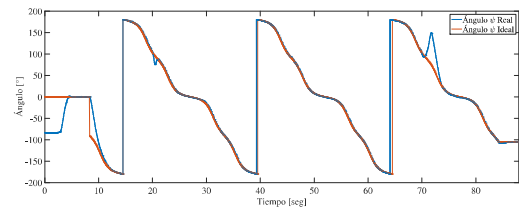
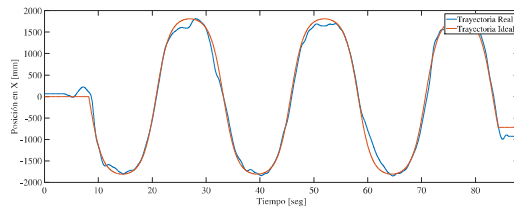
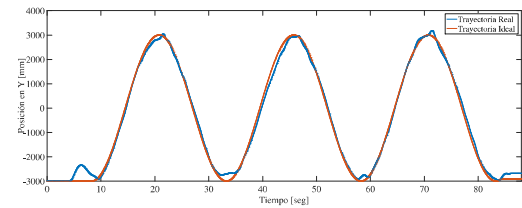
(a) Componente X .(b) Componente Y .(c) Componente Z .(d) Ángulo ψ .

FIGURA 7.29: Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 1, para la trayectoria rectangular con perturbaciones.

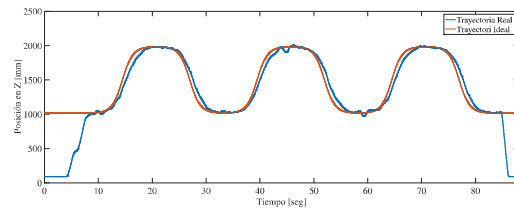
De manera similar en la Figura 7.30 se observa el comportamiento del Agente 2, haciendo énfasis en la subfigura 7.30b donde al igual que el Agente 1, los puntos mínimos representan la perturbación por el flujo de viento, mientras que los puntos máximos, el seguimiento del agente vecino que en ese momento fue perturbado.



(a) Componente X.



(b) Componente Y.



(c) Componente Z.

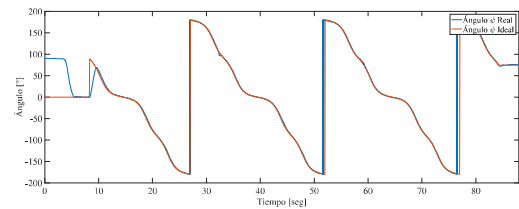
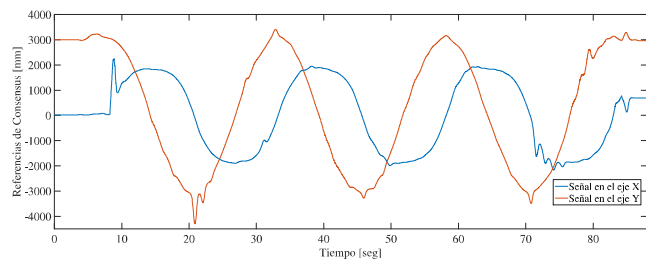
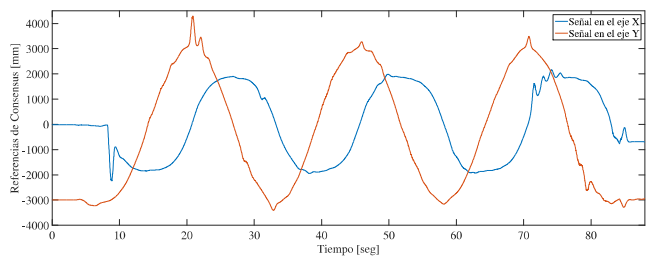
(d) Ángulo ψ .

FIGURA 7.30: Componentes individuales XYZ y ángulo ψ del Agente 2, para la trayectoria rectangular con perturbaciones.

Este comportamiento es propiciado gracias al *Manager Consensus* quien se encarga de alimentar las referencias necesarias para que las aeronaves mantengan la formación; comportamiento que es mostrado en la Figura 7.31, cuyas ganancias variables de acuerdo al estado de la formación y los factores ya descritos se observan en la Figura 7.32.



(a) Referencias para el Agente 1.



(b) Referencias para el Agente 2.

FIGURA 7.31: Referencias generadas por el *Manager Consensus* para la trayectoria rectangular.

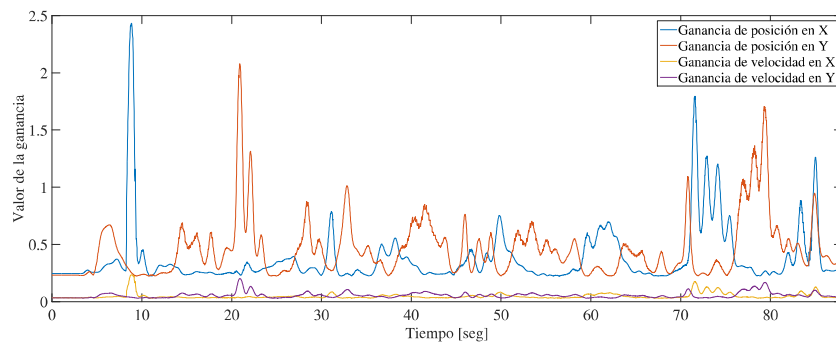


FIGURA 7.32: Adaptación de las ganancias del *Manager Consensus* a lo largo de la duración de la trayectoria rectangular.

7.4 SIMULACIONES DEL PLANEADOR DE TRAYECTORIAS

Como fue expuesto en el Capítulo 5, el generador de trayectorias desarrollado tiene la capacidad de calcular funciones paramétricas a tramos, que con la coordinación adecuada, permiten tener un control de velocidad de avance, así como una continuidad a lo largo de la trayectoria resultante.

Para poner a prueba el algoritmo se probaron una serie de puntos de navegación, tomando en cuenta condiciones típicas y tareas regulares que haría una aeronave del tipo cuadrirrotor, como los ya utilizados y mencionados en pruebas anteriores. En la Tabla 7.3 se muestran los puntos de navegación seleccionados de manera aleatoria, y sin una relación aparente, cuya única restricción está en los límites del área de trabajo, definida como un cuadrado de 5000 *mm* de lado.

Puntos de Navegación	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
0	0
1500	1600
0	2500
-1700	-1000
-3500	1500
-1000	3000
-500	4800

TABLA 7.3: Puntos de navegación utilizados para la generación de trayectorias.

Además, se seleccionó un radio de giro de 1000 *mm*, y un tiempo de ejecución de trayectoria de 10 *s*; lo anterior permitiendo simular un caso de misión real, donde

los radios de giro permitidos no son necesariamente cerrados.

Como primer caso de prueba se utilizan solamente los primeros 3 puntos de navegación para la generación de la trayectoria, es decir, el primer punto como punto de inicio, el segundo como punto único de navegación, y el tercero como punto de llegada. En la Figura 7.33 se despliega la trayectoria resultante así como los puntos de navegación originales. Es necesario mencionar que la trayectoria generada conserva tangencia a lo largo de su longitud de arco, y solo está compuesta por 3 ecuaciones paramétricas; una línea recta de inicio, una circunferencia de giro, y una línea recta final.

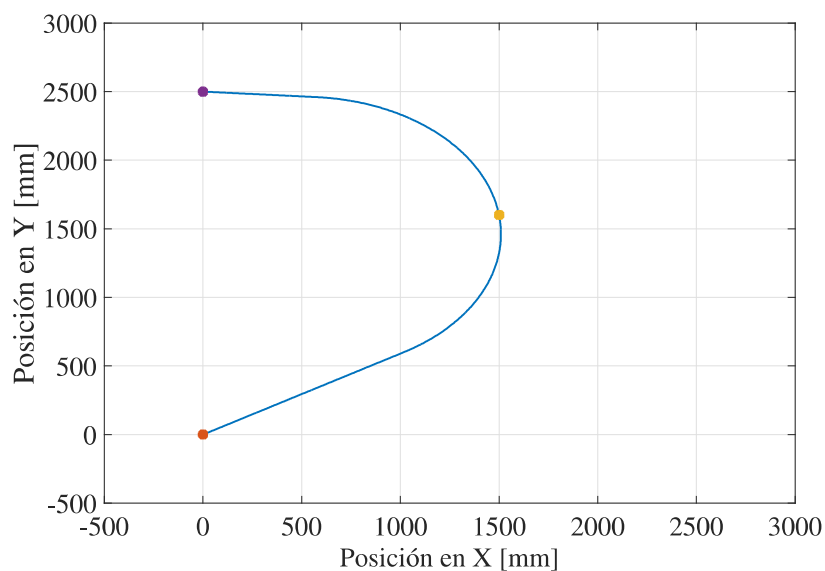


FIGURA 7.33: Trayectoria generada utilizando los primeros 3 puntos de navegación.

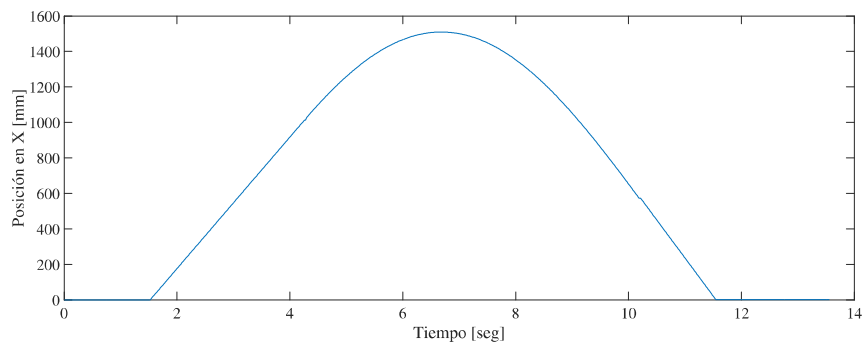
Para poder lograr esta trayectoria, el *Planeador* generó un centro de circunferencia de giro, y un par de puntos donde de manera tangente se unen las líneas rectas con el círculo, siendo estos mostrados en la Tabla 7.4.

En la Figura 7.34 se presentan las componentes por eje de la trayectoria generada, donde es posible observar la continuidad a lo largo del tiempo para ambos casos.

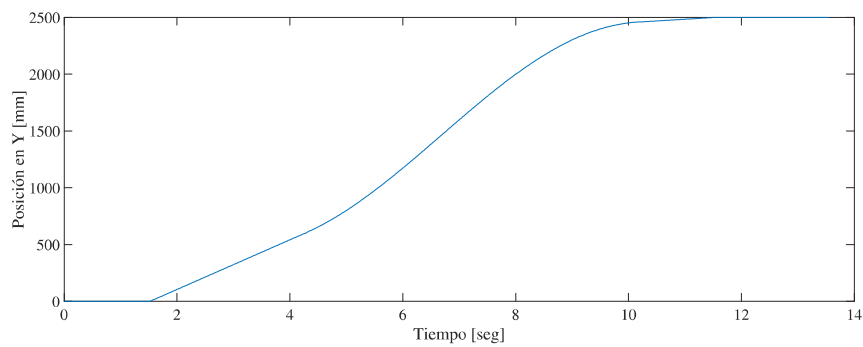
Puntos Tangentes Trayectoria 3 Puntos	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
1017.8	600.596
579.508	2459.38
Centros de Círculos Trayectoria 3 Puntos	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
509.591	1461.83

TABLA 7.4: Puntos tangentes y centros de círculos de giro para la trayectoria de 3

puntos.



(a) Componente X.



(b) Componente Y.

FIGURA 7.34: Componentes individuales XY de la trayectoria de 3 puntos.

El segundo caso de prueba corresponde a la adición de un punto adicional a los ya anteriormente tomados en cuenta, quedando la trayectoria de tal manera como se muestra en la Figura 7.35.

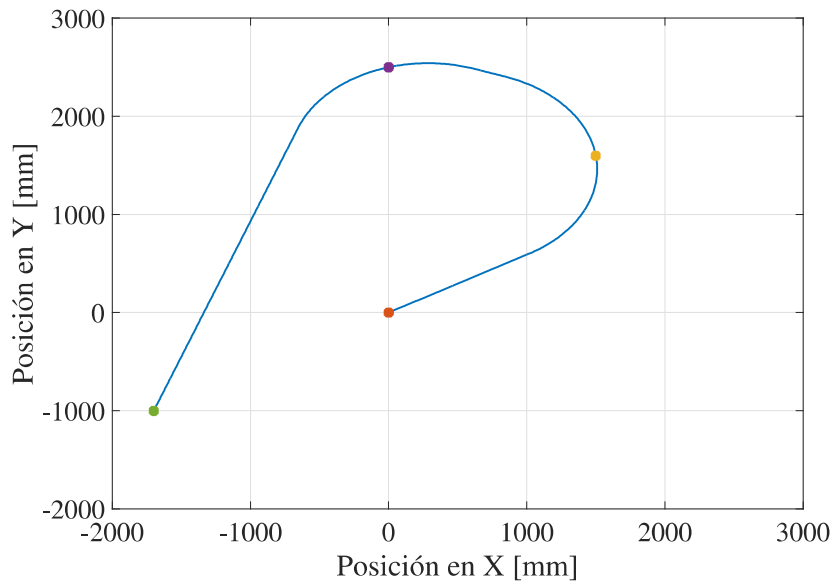


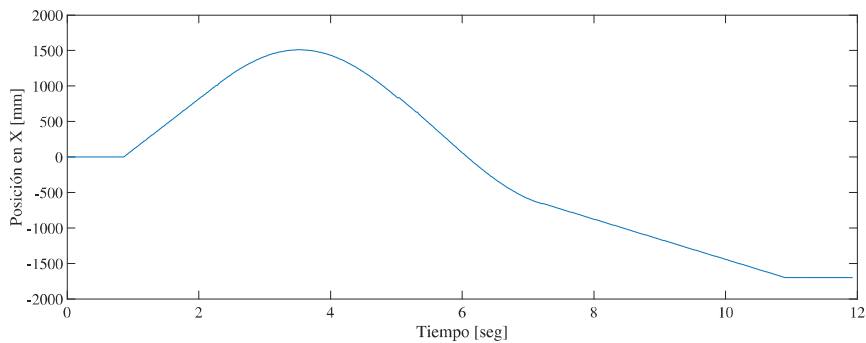
FIGURA 7.35: Trayectoria generada utilizando los primeros 4 puntos de navegación.

Es claro notar que debido al nuevo punto de navegación añadido, el punto anteriormente considerado como fin de la trayectoria pasa a ser un punto de navegación intermedio, generando un círculo de giro para poder terminar en el nuevo punto. Esto también llevó a la modificación de algunos de los puntos tangentes, así como a la generación de nuevas circunferencias de giro tal y como se muestra en la Tabla 7.5.

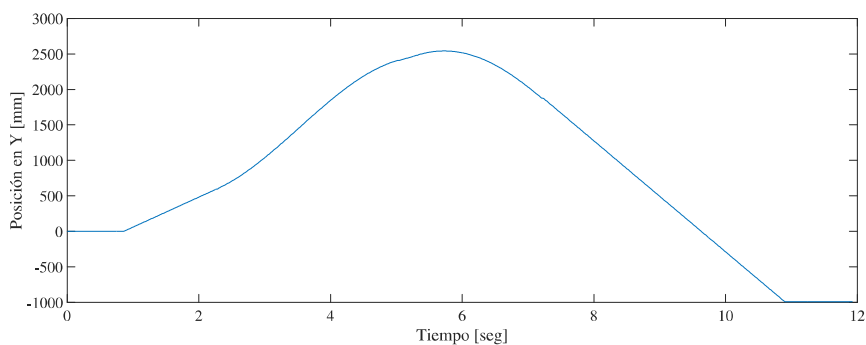
Puntos Tangentes Trayectoria 4 Puntos	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
1017.8	600.596
844.053	2404.24
619.562	2483.91
-655.022	1882.34
Centros de Círculos Trayectoria 4 Puntos	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
509.591	1461.83
285.101	1541.5

TABLA 7.5: Puntos tangentes y centros de círculos de giro para la trayectoria de 4 puntos.

Las componentes individuales a lo largo del tiempo se despliegan en la Figura 7.36.



(a) Componente X.



(b) Componente Y.

FIGURA 7.36: Componentes individuales XY de la trayectoria de 4 puntos.

Finalmente se realizó una prueba con todos los puntos de navegación incluidos originalmente en la Tabla 7.3, mostrándose la trayectoria resultante en la Figura 7.37. Al igual que en la trayectoria anterior, los puntos de giro e intermedios pasaron a tomar otro papel en la nueva trayectoria; es posible notar que antes de llegar la cuarto punto, la trayectoria comienza a realizar una curvatura, lo que sugiere que se está alineando con un nuevo punto, no presente anteriormente; este fenómeno alteró los puntos de tangencia y el círculo anteriormente calculado quedando ahora como se indica en la Tabla 7.6.

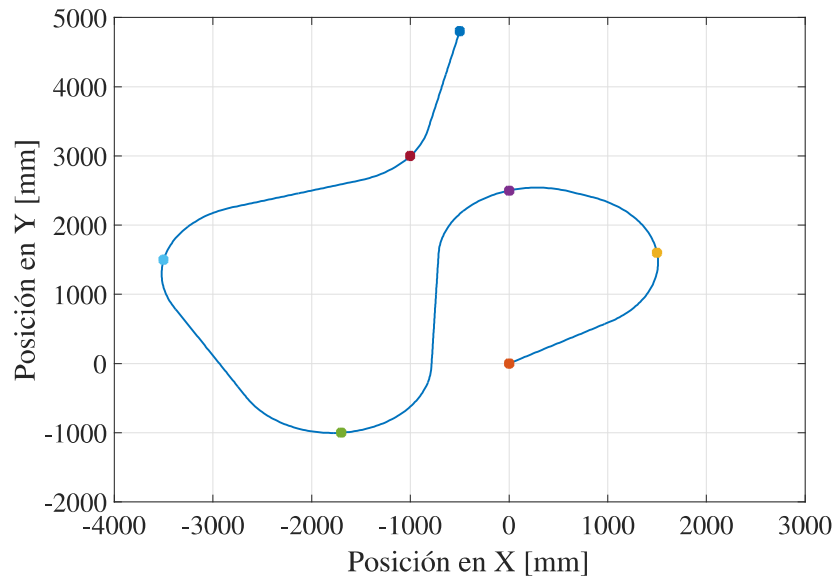
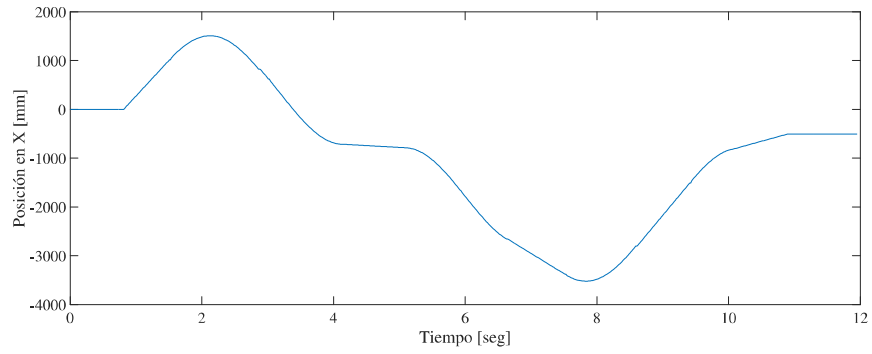
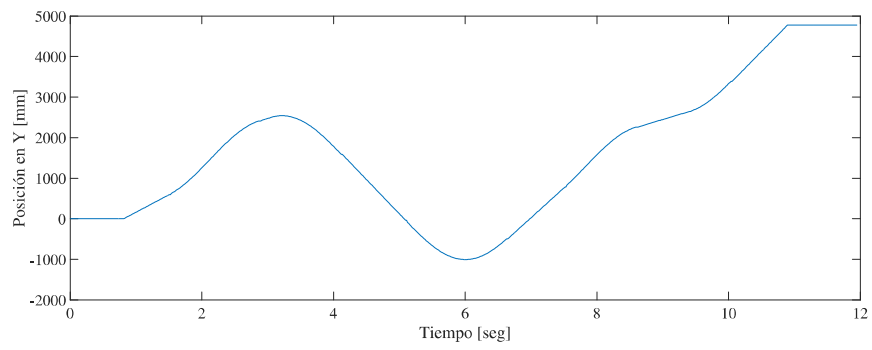


FIGURA 7.37: Trayectoria generada utilizando los 7 puntos de navegación.

En la Figura 7.38 se grafica la evolución de la trayectoria en sus componentes individuales XY .



(a) Componente X.



(b) Componente Y.

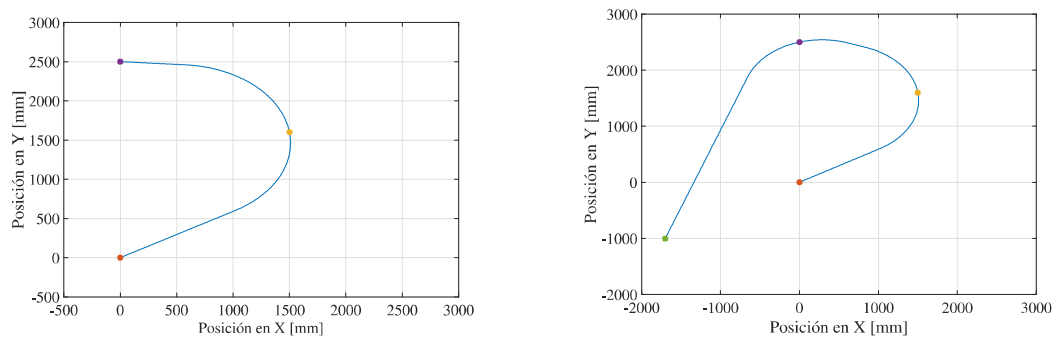
FIGURA 7.38: Componentes individuales XY de la trayectoria de 7 puntos.

Puntos Tangentes Trayectoria 7 Puntos	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
1017.8	600.596
844.053	2404.24
619.562	2483.91
-713.906	1586.07
-786.823	-48.2616
-2656.71	-495.179
-3391.45	806.729
-2809.25	2255.64
-1507.01	2648.29
-820.365	3384.91
Centros de Círculos Trayectoria 7 Puntos	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
509.591	1461.83
285.101	1541.5
-1785.83	-3.69011
-2520.57	1298.22
-1795.68	3605.71

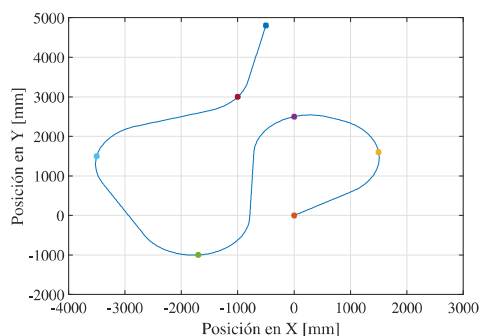
TABLA 7.6: Puntos tangentes y centros de círculos de giro para la trayectoria de 7 puntos.

Finalmente en la Figura 7.39 se muestra una comparativa entre las tres trayectorias generadas. Es posible notar que en la subfigura 7.39a, al tener solo 3 puntos de navegación, una trayectoria simple con una sola curva se genera; mientras que al expandirla a 4 puntos, una segunda curva de giro es generada, modificando la trayectoria anterior, y por lo tanto el posicionamiento del segundo punto tangente

que pasa de ser para la unión de un círculo a un punto final, a ser la unión entre dos círculos. El mismo comportamiento se observa en la subfigura 7.39c, donde al agregar 3 nuevos puntos, la circunferencia de giro inmediata anterior se ve alterada debido a la nueva serie de puntos a unir, los cuales añaden más puntos de giro.



(a) Trayectoria de 3 puntos de navegación. (b) Trayectoria de 4 puntos de navegación.



(c) Trayectoria de 7 puntos de navegación.

FIGURA 7.39: Comparativa entre las trayectorias generadas.

7.5 SIMULACIONES DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS

Una de las situaciones expuestas en el Capítulo 6, es la posibilidad de tener diferentes metodologías o técnicas para la evasión de obstáculos, sobre todo en las situaciones donde la trayectoria puede definirse antes de emprender la misión de la formación. Para el caso de obstáculos estáticos se definieron dos mecanismos para

evitar colisiones; el primero utilizando el *Planeador de Trayectorias* alimentado por puntos clave de los obstáculos, siendo una aproximación práctica y sin un grado de complejidad elevado, pero con la desventaja de no poder ser aplicado en presencia de puntos de navegación independientes. El segundo mecanismo está basado en el cálculo *inteligente* de puntos de navegación por medio de la técnica de *Optimización de enjambre de partículas*, el cual presenta la ventaja de generar una trayectoria óptima, a costo de un considerable gasto de potencia computacional. En vista de esta situación, el camino lógico resultaría ser la aplicación de ambos algoritmos en aquellas situaciones donde presenten ventaja; en otras palabras, si la misión no involucra el paso por puntos específicos, solo ir de un punto inicial al final, el esquema de generación de trayectoria único sería adecuado; si la misión requiere pasar por puntos de navegación específicos, y aparte esquivar obstáculos de manera puntual, una combinación de ambos esquemas sería la adecuada.

A lo largo de esta sección se estarán presentando ejemplos de evaluación para todos los esquemas de manera individual, y posteriormente un caso de trabajo en conjunto.

7.5.1 REPLANEACIÓN DE TRAYECTORIA

Previamente se estableció que la replaneación de la trayectoria puede abordarse de dos posibles maneras, sin tener que introducir los puntos de navegación manualmente, y realizar una *inserción* de datos directamente en el algoritmo, esto es, las posiciones de aquellos obstáculos que atraviesan la línea que une al punto de partida y al punto de destino, y de esta manera que el planeador calcule directamente la trayectoria. Por otro lado, otra aproximación propuesta fue la de introducir directamente los puntos de navegación calculados por medio de una relación angular de los obstáculos y el eje horizontal.

Establecido esto, se prueban ambos esquemas. Para la aproximación donde el planea-

dor ve directamente los centros de los obstáculos, se utiliza un par cuyo diámetro⁶ se establece en 2 m, además, en la Tabla 7.7 se muestran las coordenadas de los obstáculos, los puntos de inicio y destino, así como los puntos que automáticamente genera el planeador de trayectorias.

Coordenadas de los obstáculos	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
0	0
1000	2000
Punto de salida	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
0	-2000
Punto de destino	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
1000	4000
Punto de giro generados automáticamente	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
1000	0
0	2000

TABLA 7.7: Puntos y coordenadas para el primer caso de evasión por replaneación de trayectoria.

En la Figura 7.40 se muestra la trayectoria resultante. Es necesario puntualizar que, a pesar de que la trayectoria parezca correcta, se tiene un potencial caso de error de generación, esto debido a que, como fue establecido previamente en el Capítulo 6, para asegurar la correcta generación de funciones paramétricas utilizando la circun-

⁶Este diámetro puede no ser necesariamente el diámetro físico de un obstáculo, sino de una *zona de seguridad*.

ferencia para el posicionamiento del punto de giro, es necesario que el mismo esté en el lado contrario relativo a donde se realiza el cruce por el vector que une los puntos inicial y final; para este primer caso se omite esta restricción, que a pesar de haber logrado una trayectoria satisfactoria, fallará en condiciones de giros cerrados.

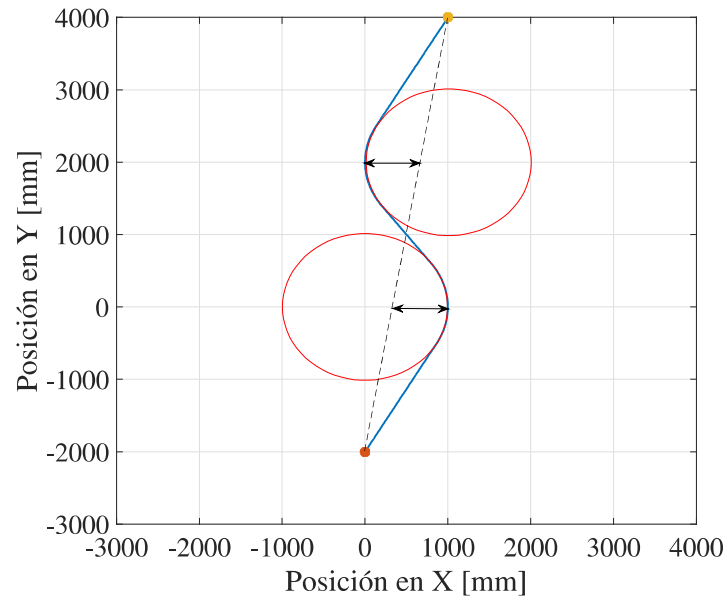


FIGURA 7.40: Trayectoria generada sin la corrección de dirección de giro.

Tomando ahora en cuenta la restricción en la ubicación de los puntos de giro, una nueva trayectoria fue generada, mostrándose en la Tabla 7.8 los datos de puntos de navegación generados.

Coordenadas de los obstáculos	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
0	0
1000	2000
Punto de salida	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
0	-2000
Punto de destino	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
1000	4000
Punto de giro generados automáticamente	
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]
-950	350
2000	1650

TABLA 7.8: Puntos y coordenadas para el segundo caso de evasión por replaneación de trayectoria.

Es claro observar que la trayectoria *corregida*, mostrada en la Figura 7.41 cumple de igual manera la evasión y el recorrido especificado, pero a costa de una mayor distancia para que se garantice que no habrá singularidades en el cálculo, es decir, intersecciones entre las funciones componentes de la trayectoria.

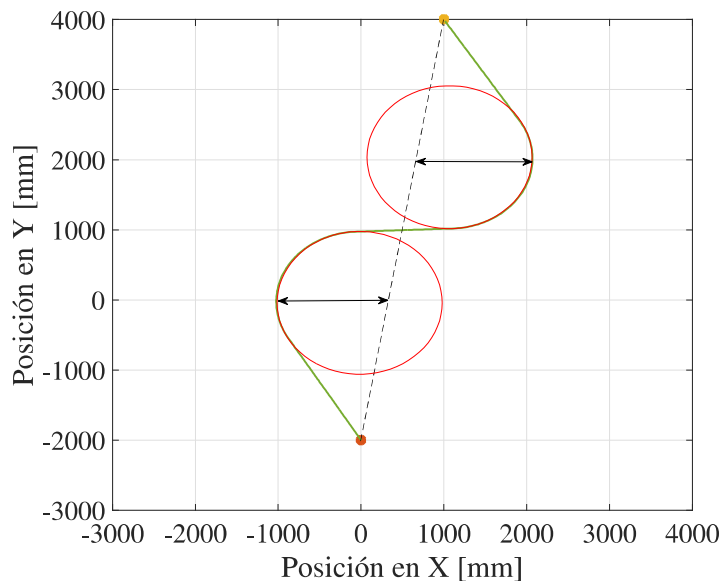


FIGURA 7.41: Trayectoria generada utilizando la corrección de dirección de giro.

7.5.2 GENERACIÓN AUTOMÁTICA DE PUNTOS DE NAVEGACIÓN POR PSO

Es posible vislumbrar situaciones donde el uso de la evasión por medio de los obstáculos pudiera no ser la solución. Una situación típica se presenta cuando se tiene un gran número de obstáculos en la dirección que une al punto inicial y final de la trayectoria, dado que esto ocasionaría múltiples giros a modo de trayectoria de *vaivén*. Esta situación puede ser resuelta con el diseño de una trayectoria que tenga la capacidad de evadir los obstáculos, pero sin tener que usarlos como puntos de giro; en otras palabras, es necesario encontrar este punto de giro por otros métodos, que para el caso de este trabajo, y como fue propuesto en la sección 6.1.2, se realizó por medio de la metodología de *optimización de enjambre de partículas*.

Para poner a prueba el esquema se realizó una serie de escenarios con obstáculos fijos, en los cuales el algoritmo solo conoce los puntos inicial y final, así como el centro del obstáculo; de esta manera se generaron los puntos de navegación pertinentes

para realizar la trayectoria evadiendo el obstáculo. En todos los casos se utilizó una configuración de 1000 partículas de población inicial, con ganancia de cognición $w_c = 2$ y de pertenencia social de $w_s = 2$, además, para garantizar una convergencia, la ganancia de inercia w_I fue siendo reducida de manera lineal a lo largo de las iteraciones, llegando a 0.4 después de 50.

El primer escenario consiste en un obstáculo posicionado en coordenadas $X_o = 0mm$ y $Y_o = 0mm$, teniendo un radio de seguridad de $1500mm$. Además, se comandó el inicio de la trayectoria en coordenadas $X_i = 0mm$, $Y_i = -2000mm$, siendo el punto de llegada $X_f = 0mm$, $Y_f = 3500mm$. Con estos datos el algoritmo convergió a un valor constante de penalización después de las 4 iteraciones; además, en tiempo computacional, cada iteración lleva un tiempo aproximado de $0.5s$ lo que significa que el algoritmo encontró el mejor punto de navegación a los $2s$ transcurridos desde el inicio.

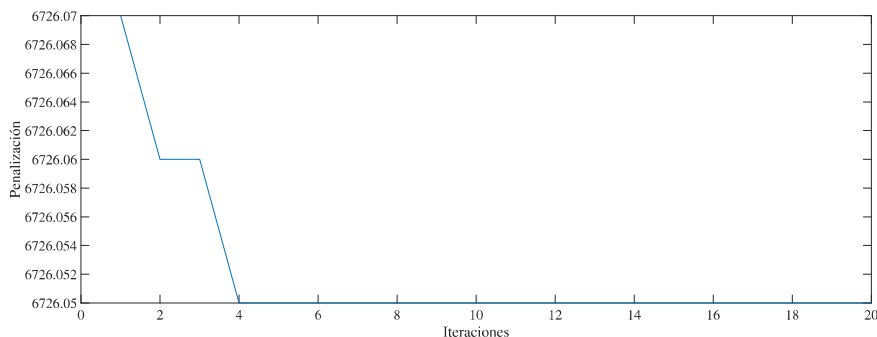
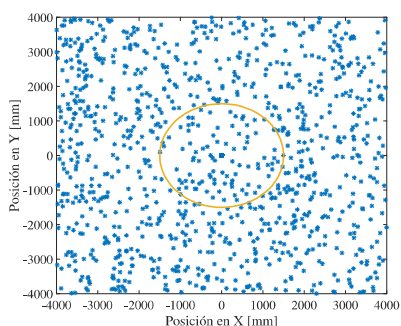


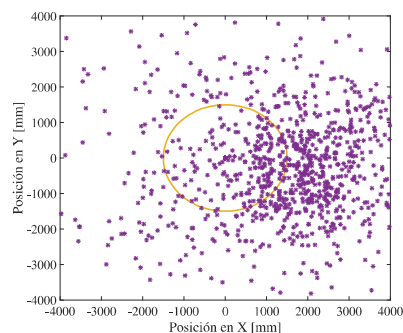
FIGURA 7.42: Evolución de la mejor penalización a lo largo de las iteraciones para un obstáculo.

El comportamiento específico de la población de soluciones candidatas es visto en la Figura 7.43, mostrando su evolución a lo largo de las iteraciones. Es necesario resaltar, que a pesar de lo visto en la Figura 7.42, donde se encontró una solución a las 4 iteraciones, el resto de soluciones convergieron a ese mismo punto hasta pasadas las 20 iteraciones. Lo anterior significa que es posible utilizar una solución encontrada de manera prematura, tomando en cuenta cierto grado de incertidumbre, o en su

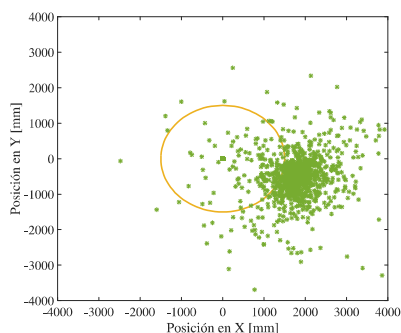
defecto, tomar como parámetro de finalización la convergencia de un porcentaje importante de las partículas de la población.



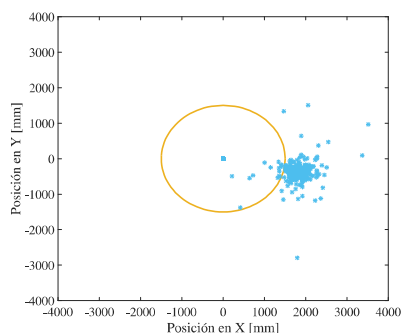
(a) Condiciones Iniciales.



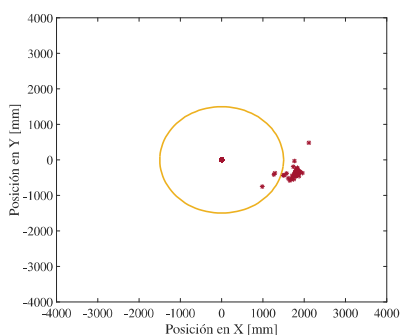
(b) Iteración 1.



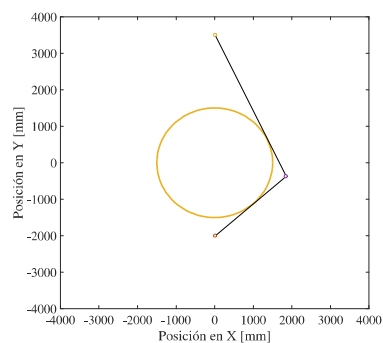
(c) Interación 5.



(d) Iteración 10.



(e) Iteración 20.



(f) Punto de navegación final.

FIGURA 7.43: Evasión de 1 obstáculo fijo por medio de PSO.

Otro de los casos típicos en la navegación de aeronaves autónomas es la evasión de una *barrera*, esto es, un conjunto de obstáculos que no permiten el paso a través

de una zona amplia, pero que no forman un obstáculo radial conjunto. Para esto se diseñó un escenario donde se posicionaron 3 diferentes obstáculos de tal manera que formaran una barrera que se interpusiera en el camino de las aeronaves, pero no dejando espacios entre los mismos, para establecer un escenario con mayor dificultad de resolución. Los obstáculos elegidos presentan los datos vistos en la Tabla 7.9.

Coordenadas de los obstáculos		
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]	radio [mm]
-2000	1000	1100
0	1500	1000
1800	1800	800

TABLA 7.9: Puntos y coordenadas para la evasión de 3 obstáculos por medio de PSO.

El mejor punto se encontró a las 6 iteraciones, es decir, a los 3s, como es mostrado en la Figura 7.44, sin embargo, como ya fue establecido, la convergencia de todas las partículas de la población se da hasta pasadas las 20 iteraciones.

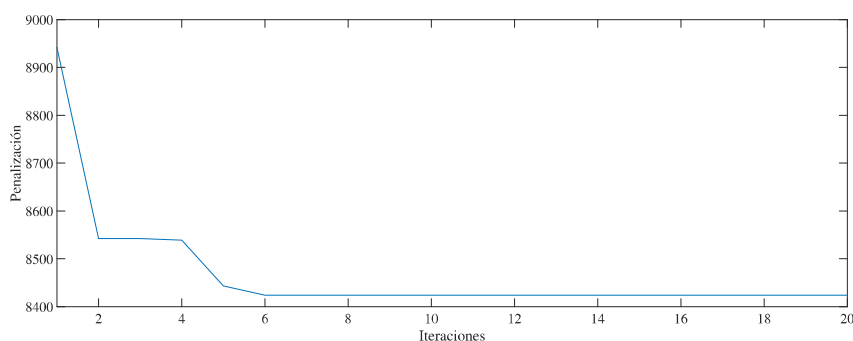
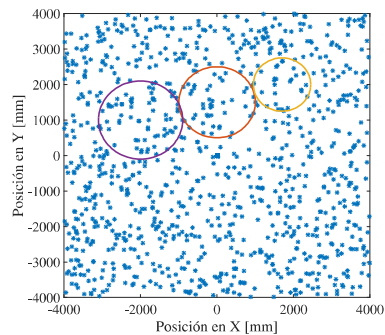


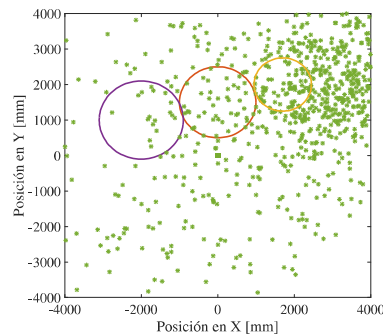
FIGURA 7.44: Evolución de la mejor penalización a lo largo de las iteraciones para 3 obstáculos.

En la Figura 7.45 se muestra la evolución de las soluciones candidatas a lo largo

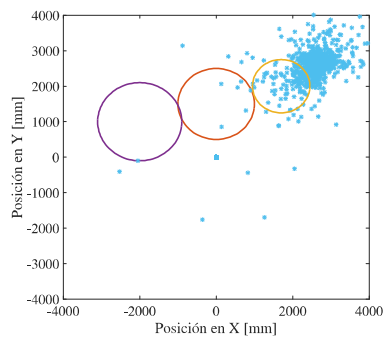
de las iteraciones, donde es posible notar la convergencia de toda la población a la solución encontrada en las primeras iteraciones, confirmando de esta manera la mejor solución posible.



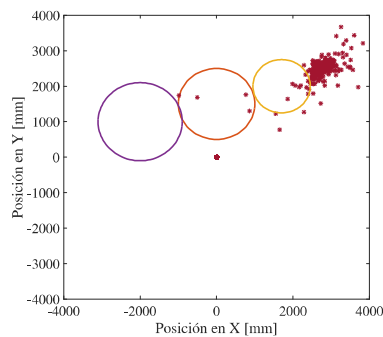
(a) Condiciones Iniciales.



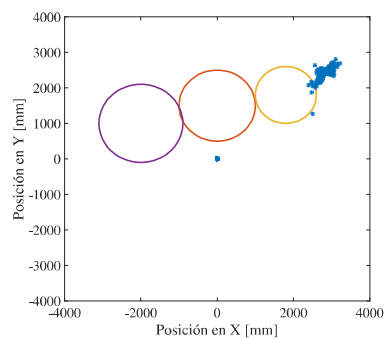
(b) Iteración 1.



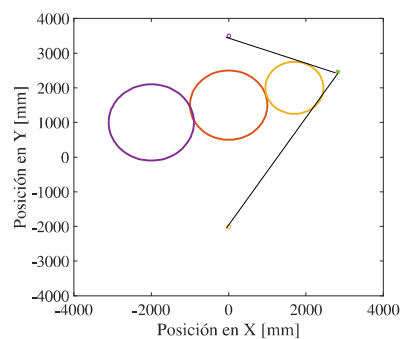
(c) Interacción 5.



(d) Iteración 10.



(e) Iteración 20.



(f) Punto de navegación final.

FIGURA 7.45: Evasión de 3 obstáculos fijos por medio de PSO.

Finalmente se realizó un escenario con 6 obstáculos, los cuales no tienen una relación

específica en su posicionamiento o dimension, siendo estas presentadas en la Tabla 7.10.

Coordenadas de los obstáculos		
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]	radio [mm]
0	0	1500
2500	2500	800
-3000	-1000	1100
3500	-1000	2000
-3000	4000	1500
-1000	2500	200

TABLA 7.10: Puntos y coordenadas para la evasión de 6 obstáculos por medio de PSO.

Dada la mayor cantidad de obstáculos, y la complejidad de resolución de la trayectoria, se encontró la solución hasta las 8 iteraciones, lo que es lo mismo que a los 4s, como es mostrado en la Figura 7.46.

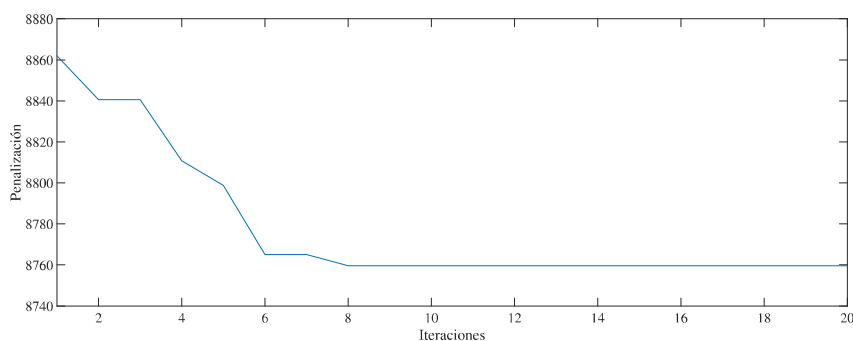
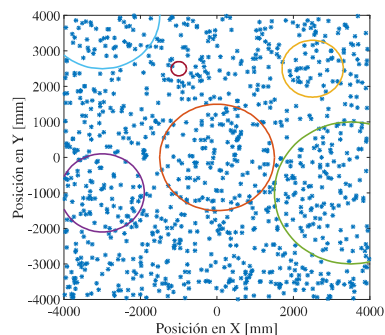


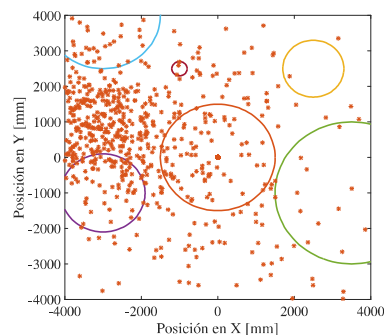
FIGURA 7.46: Evolución de la mejor penalización a lo largo de las iteraciones para 6 obstáculos.

De igual manera, la evolución y tendencia de las soluciones de la población se presenta

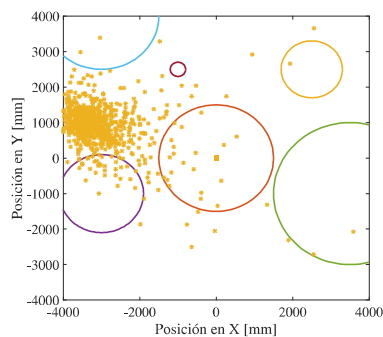
en la Figura 7.47. Resulta notorio visualizar que la trayectoria generada es bastante específica y no da pie a múltiples soluciones, esto debido a la complejidad en el arreglo de los obstáculos. Lo anterior funciona como validación de que, a pesar de presentarse escenarios complejos, el algoritmo tiene la capacidad de encontrar puntos de ruta válidos.



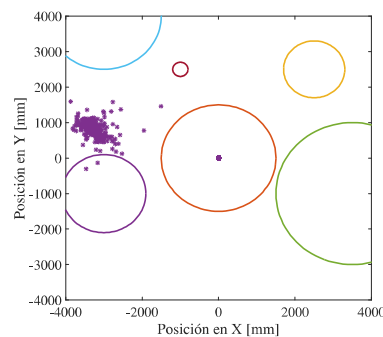
(a) Condiciones Iniciales.



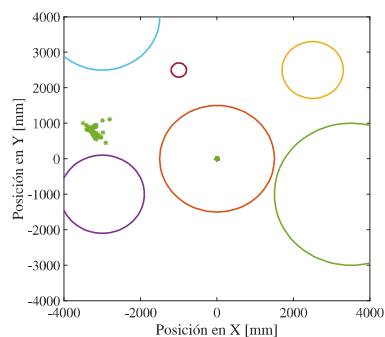
(b) Iteración 1.



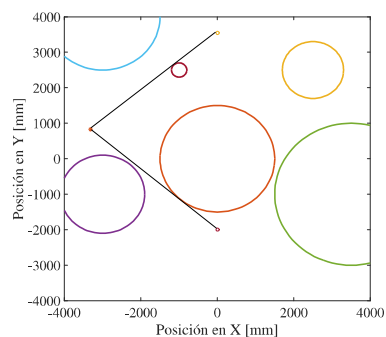
(c) Interación 5.



(d) Iteración 10.



(e) Iteración 20.



(f) Punto de navegación final.

FIGURA 7.47: Evasión de 6 obstáculos fijos por medio de PSO.

7.5.3 CAMPO DE VECTORES DE VELOCIDAD

La mayoría de escenarios en los que se puede desempeñar el vuelo en formación están previamente planificados, de tal manera que las condiciones de la misión se establecen tomando en cuenta las capacidades de la formación de aeronaves, así como el entorno en el que se realizará la misión. Un claro ejemplo de ello se presenta en la sección inmediata anterior donde se contempló la presencia de obstáculos en el entorno de la misión, por lo que el algoritmo generador de trayectorias se encargó de diseñar el mejor camino posible para cumplir con el objetivo. De manera no ideal, muchos factores pueden alterar el funcionamiento de la formación durante la realización de la misión. Algunos de estos elementos como perturbaciones externas, no consideradas directamente en las dinámicas de las aeronaves, pueden ser compensadas por los términos de compensación de perturbaciones de los respectivos controladores, o en su defecto, tener un cierto grado de robustez desde la etapa de diseño. Por otro lado, el cambio en las condiciones de operación, y sobre todo en el entorno de vuelo, resulta realmente desafiante desde el punto de vista de la navegación. Visto lo anterior, aquellos agentes externos a la formación, considerados como *obstáculos móviles* representan un reto a la hora de cumplir la misión, si estos no son debidamente considerados en los algoritmos.

Como ya fue expuesto en pasadas secciones, el *Gestor Consensus* considera los obstáculos móviles, y con esto altera las referencias de la formación para evadir posibles colisiones. Para realizar la validación del esquema se presentan dos situaciones, una donde una de las aeronaves se simuló en vuelo estacionario con un obstáculo aproximándose a esta, mientras que la segunda corresponde a ambas partes en movimiento.

Para el primer escenario se considera la aeronave en el origen en vuelo estacionario. De la misma manera, un obstáculo móvil se comienza a mover en una línea constante en $X = 50mm$ y con una velocidad en el eje Y de $200mm/s$. Además, se consideró un radio de acción efectivo del obstáculo de $500mm$ teniendo como magnitud del

campo vectorial por eje de 20mm/s . Siendo que se utilizó una sola aeronave para realizar la prueba, se definió una configuración de *líder virtual-seguidor*, donde el líder virtual corresponde a las coordenadas fijas, mientras que el seguidor es la aeronave en vuelo. En la Figura 7.48 es posible observar el comportamiento que tuvo la aeronave frente a este escenario. Tomando como referencia dos instantes de tiempo, marcados en la Figura con los colores rojo y verde tanto para el obstáculo como para el agente, se puede observar que a medida que el obstáculo se aproxima, la aeronave, a consecuencia de la interacción del obstáculo y el *Gestor Consensus*, comienza a desplazarse a una posición donde se evada la colisión. Es necesario resaltar que una vez en la zona de acción del obstáculo ya no está en contacto con la aeronave, la última regresa paulatinamente a su posición original.

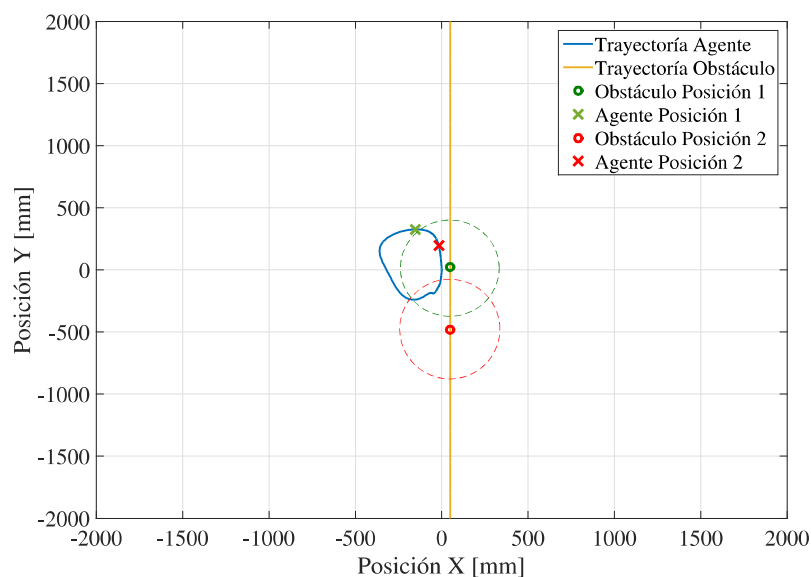
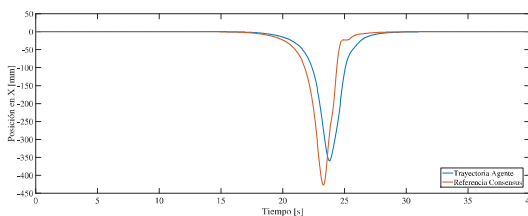


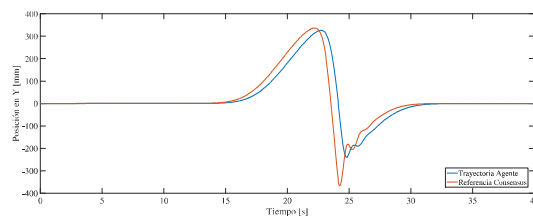
FIGURA 7.48: Movimiento del agente en vuelo estacionario al evadir colisión de obstáculo móvil.

La respuesta del *Gestor Consensus* a la interacción con el obstáculo móvil da como resultado un cambio en las referencias que se alimentan a la aeronave, suscitando que se de la evasión. Estas referencias, en comparación con el movimiento de la aeronave se presentan en la Figura 7.49, además, el movimiento del obstáculo que ocasionó

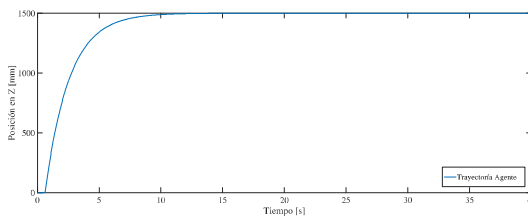
los cambios en la referencia se despliegan en la Figura 7.50.



(a) Trayectoria en el eje X.



(b) Trayectoria en el eje Y.



(c) Trayectoria en el eje Z.

FIGURA 7.49: Trayectorias individuales del agente en vuelo estacionario en comparación con la referencia del *Gestor Consensus*.

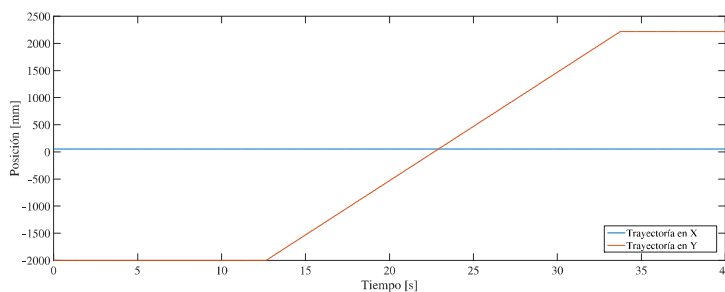


FIGURA 7.50: Trayectoria del obstáculo móvil con el agente en vuelo estacionario.

Como segundo escenario de validación, se utilizó una trayectoria cuadrada con esquinas redondeadas, la cual tiene por lado 2500mm , y se realizó a una velocidad de 0.2rad/s . El resto parámetros se mantuvo similar, con la excepción de la velocidad del obstáculo, la cual cambió a 100mm/s , con la finalidad de observar de manera más notoria el comportamiento de la aeronave. El resultado de esta validación se presenta en la Figura 7.51, donde es necesario remarcar que el obstáculo interfiere

con la aeronave solamente una ocasión, y esto se da aproximadamente al completar medio ciclo. Es posible notar que, a pesar de que la referencia comanda atravesar la zona de seguridad del obstáculo, el *Gestor Consensus* comanda un cambio en la referencia, teniendo como resultado la evasión.

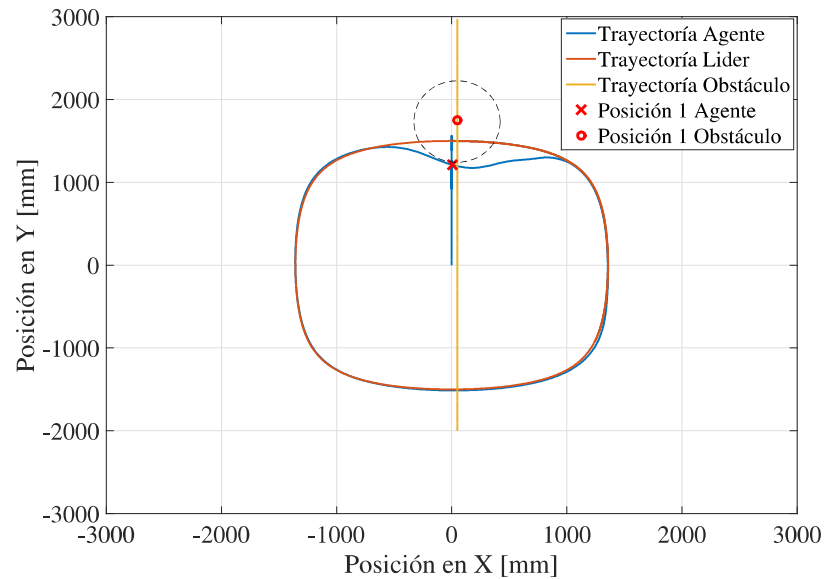
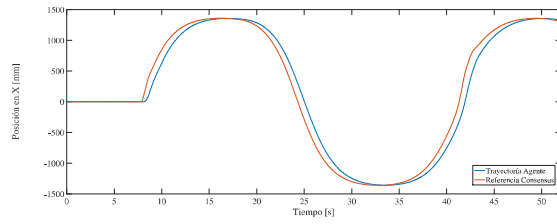
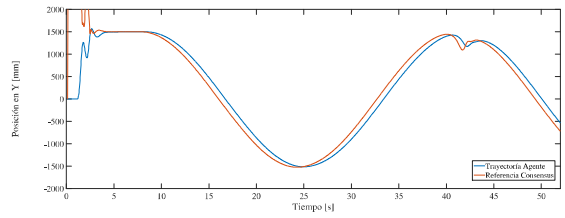


FIGURA 7.51: Movimiento del agente en trayectoria cuadrada con esquinas redondeadas, evadiendo la colisión con el obstáculo móvil.

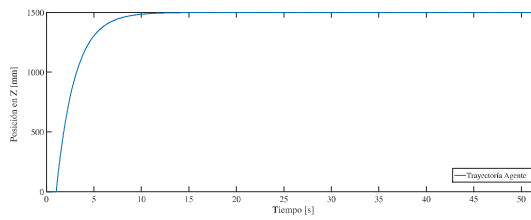
El comportamiento individual por eje, en comparación con las referencias del gestor se muestra en la Figura 7.52, mientras que la trayectoria del obstáculo móvil en la Figura 7.53.



(a) Trayectoria en el eje X .



(b) Trayectoria en el eje Y .



(c) Trayectoria en el eje Z .

FIGURA 7.52: Trayectorias individuales del agente móvil en comparación con la referencia del *Gestor Consensus*.

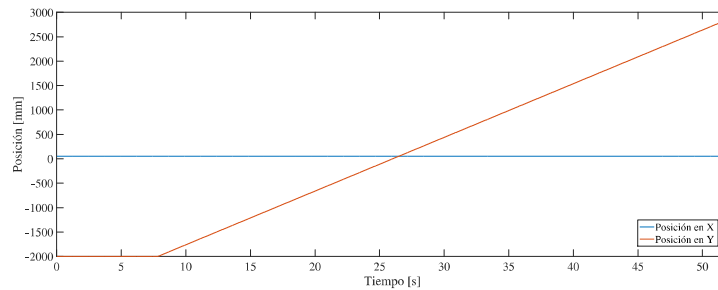


FIGURA 7.53: Trayectoria del obstáculo móvil en presencia del agente en movimiento.

7.6 VALIDACIÓN DEL ESQUEMA COMPLETO

Para finalizar la validación de cada uno de los algoritmos y esquemas presentados a lo largo de este documento, se realiza una simulación numérica que combina el funcionamiento de todos los elementos presentados. Para esto se diseña una misión en la cual una formación de 5 aeronaves, en configuración de seguimiento de líder virtual, deberán de cumplir el objetivo de alcanzar un punto de control, y posteriormente dirigirse a sus coordenadas finales, esto en presencia de obstáculos fijos y un obstáculo móvil. Además a lo anterior, como datos de entrada solo se asignarán el tiempo en el que se tiene que completar la misión, el punto de control que se tiene que alcanzar, así como la configuración de la formación, limitando de esta manera los radios de giro que el generador de trayectorias puede utilizar.

En primera instancia, la formación se define en configuración geométrica como se muestra en la Figura 7.54.

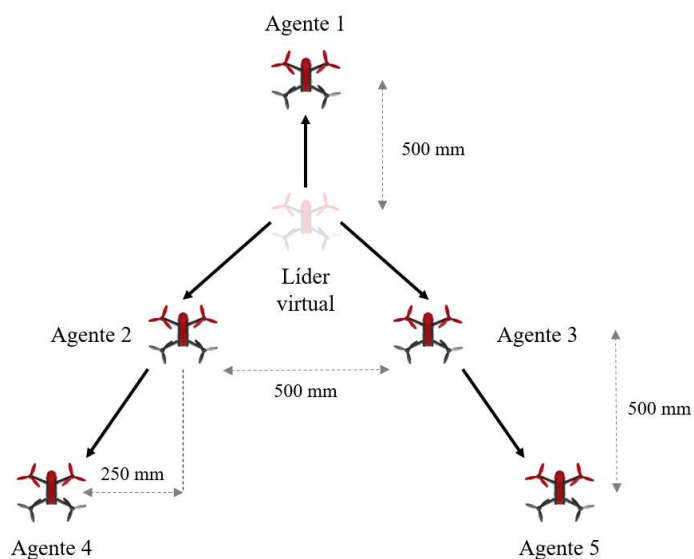


FIGURA 7.54: Configuración de las 5 aeronaves que actuarán como agentes de la formación. Las líneas dirigidas representan la comunicación de información para la coordinación *Consensus*.

Las aeronaves se encuentran a $500mm$ de distancia de su vecino más cercano, teniendo al líder virtual, quien es quien recibe la referencia fuera del *Gestor Consensus*, en el centro de la formación. El líder virtual comparte información directamente con sus vecinos circundantes, esto es, el Agente 1, Agente 2, y Agente 3; mientras que el Agente 4 recibe información del Agente 2, y el Agente 5 del Agente 3.

Como escenario de prueba, se definen los parámetros mostrados en la Tabla 7.11.

Coordenadas de los obstáculos		
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]	Radio [mm]
0	0	1000
2500	2500	800
-3500	-1500	600
3500	-1000	1000
-3000	4000	1000
Punto de salida		
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]	Coordenada Z [mm]
0	-3500	1500
Punto de control		
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]	Coordenada Z [mm]
0	3500	1500
Punto de destino		
Coordenada X [mm]	Coordenada Y [mm]	Coordenada Z [mm]
3500	2000	1500

TABLA 7.11: Parámetros del entorno y misión para la formación de 5 aeronaves.

Finalmente, se comandó que la misión se cumpliera en $40s$. Como datos adicionales es necesario puntualizar ciertas restricciones en la misión; los agentes permanecieron en todo momento de acuerdo al *vector hacia adelante* generado por el líder virtual,

por lo tanto las trayectorias son únicas para cada aeronave; de igual manera, para la obtención de los puntos de navegación, se consideró un añadido al radio de los obstáculos de $500mm$ sobre su radio existente, con la finalidad de considerar la geometría de la formación y evitar que la trayectoria generada no generara colisiones con los obstáculos fijos. En conjunto con lo anterior, un obstáculo móvil se introdujo al entorno, teniendo un radio de acción de $500mm$, magnitud del campo vectorial por eje de $20mm/s$, y avanzando a una velocidad de $100mm/s$.

El resultado de las condiciones anteriores se muestra en los tres ejes coordenados en la Figura 7.55.

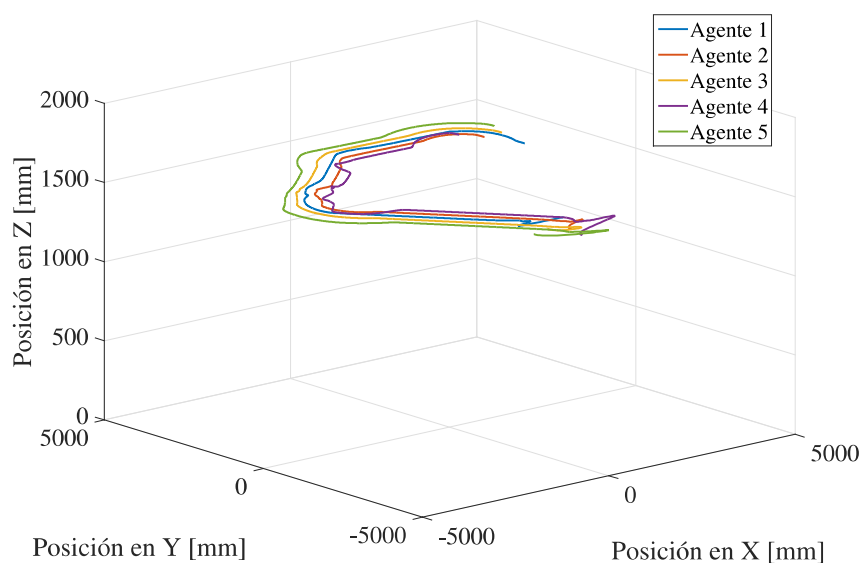


FIGURA 7.55: Trayectorias realizadas por la formación de 5 aeronaves.

Para mayor claridad en la visualización, en la Figura 7.56 se despliega el mismo resultado solo en los ejes $X - Y$. Es necesario notar que ninguna de las aeronaves que forman la trayectoria colisionaron con los obstáculos fijos, esto como resultado de la trayectoria generada, la cual tomó en cuenta los puntos de evasión generados, en este caso por la aproximación del algoritmo PSO, los cuales fueron $X_1 = -2970.02mm$, $Y_1 = 571.816$ y $X_2 = 3098.34mm$, $Y_2 = 3255.07$.

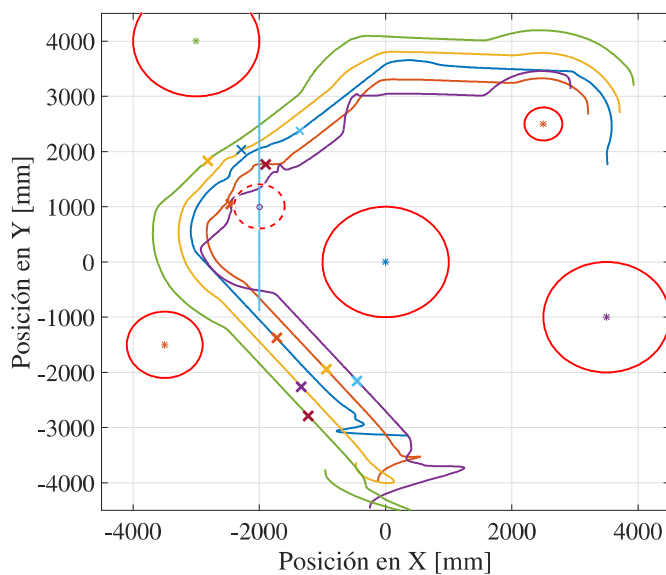


FIGURA 7.56: Trayectorias realizadas por la formación de 5 aeronaves, y visualización de obstáculos y evasión.

El obstáculo móvil comenzó su trayectoria en coordenadas $X = -2000\text{mm}$ y $Y = 3000\text{mm}$, por lo que a la hora de interceptar a la formación, afectó de manera más significativa al Agente 1, Agente 3, y Agente 5; esto resulta evidente en la manera en que sus trayectorias se curvaron para evadir la colisión, siendo esto de manera más notoria en el Agente 5, el cual aparte de haber sido afectado por el obstáculo, estaba en *Consensus* con el Agente 3, mismo que seguía aún en zona de colisión.

Las componentes de manera individual de la trayectoria generada, y alimentada al líder virtual son las presentadas en la Figura 7.57.

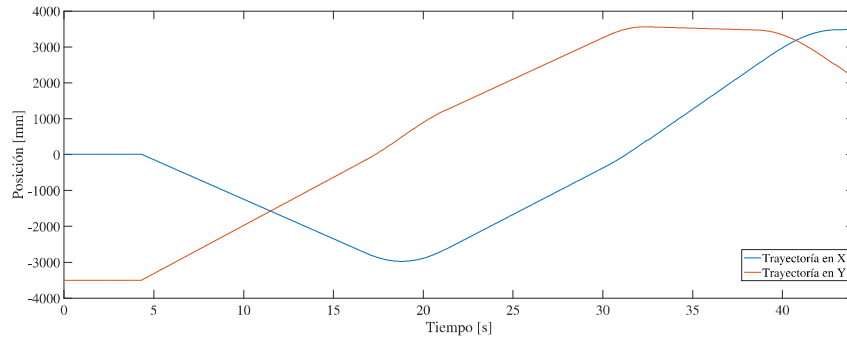


FIGURA 7.57: Componentes obtenidas por el generador de trayectorias para la realización de la misión, tomando en cuenta los obstáculos en el entorno.

Esto llevó a que la respuesta de cada aeronave de la formación tuviera su propia geometría para respetar la formación, pero siempre siguiendo al líder en la trayectoria ideal. Las componentes de posición de los agentes de la formación son mostradas en la Figura 7.58. Es posible notar que la evasión del obstáculo en movimiento se dio aproximadamente a los 25s, lo que en comparación con la trayectoria ideal, representa una desviación, sin embargo, dado que esto proviene directamente del *Gestor Consensus*, no le presenta ningún inconveniente a la capa de *Guiado, Navegación y Control*. Además de lo anterior, se puede notar un movimiento súbito al inicio de la trayectoria, siendo la principal razón que el gestor comandó referencias relativamente elevadas debido a que las aeronaves no comenzaron en su posición de formación, lo que obligó a tener una respuesta rápida.

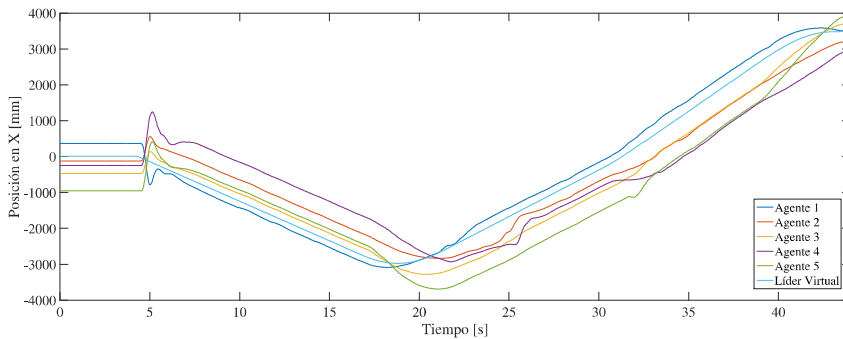
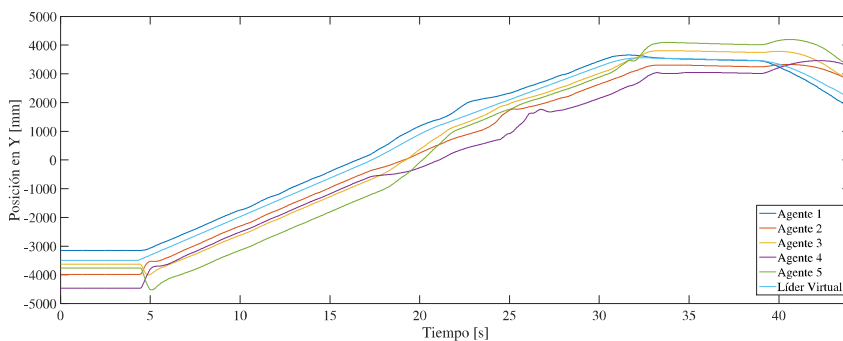
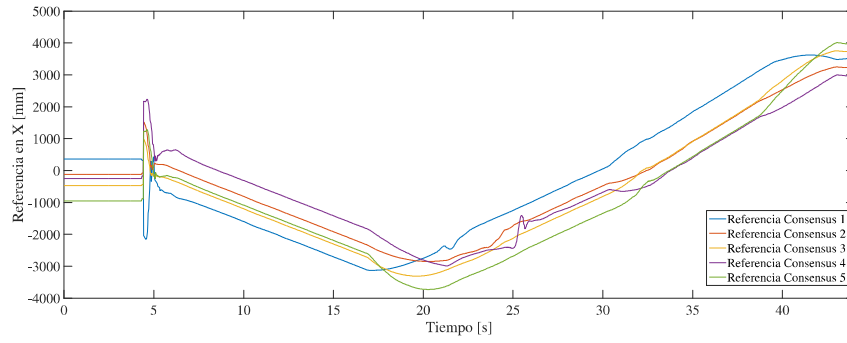
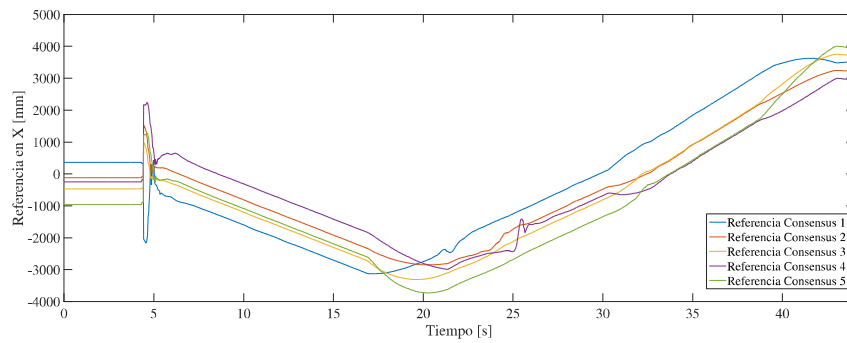
(a) Trayectoria en el eje X .(b) Trayectoria en el eje Y .

FIGURA 7.58: Componentes individuales de la trayectoria de cada agente, así como del líder virtual.

En la Figura 7.59 se muestran las referencias generadas por el *Gestor Consensus*, lo cual ocasionó el comportamiento ya descrito. Es necesario notar que estas referencias fueron generadas tomando en cuenta la trayectoria ideal del líder virtual, la coordinación según las direcciones de comunicación, así como la afectación del obstáculo móvil.

(a) Referencia en el eje X .(b) Referencia en el eje Y .FIGURA 7.59: Componentes individuales de las referencias generadas por el *Gestor Consensus*.

CAPÍTULO 8

CONCLUSIONES Y DISCUSIONES

Este Capítulo final presenta una recapitulación sobre los desarrollos realizados en este trabajo de investigación. Adicionalmente se incluyen conclusiones sobre las contribuciones obtenidas y el cómo estas contribuyen a la validación de la hipótesis inicial a modo de discusiones de resultados. Finalmente se presenta las posibles líneas de investigación similares y desarrollos posteriores que se pueden desprender de lo realizado.

8.1 RECAPITULACIÓN

A lo largo de este documento se presentaron una serie de desarrollos los cuales involucran la resolución gradual de una problemática; el movimiento coordinado de múltiples VANT.

De manera estructurada se definieron varias problemáticas a solventar de manera individual, para posteriormente lograr su trabajo conjunto y coordinado. Estos elementos se pueden exponer como:

1. Esquema distribuido de coordinación de agentes, con capacidad de adaptación a condiciones de operación.

2. Guiado, navegación y control distribuido de aeronaves consideradas agentes de una formación.
3. Algoritmo para el diseño y planeación de trayectorias basadas en requisitos de misión.
4. Sistema de evasión de obstáculos en conjunción con el diseño de trayectorias y el vuelo en formación.

Cada uno de estos elementos fue expuesto de manera individual y aislada, para posteriormente ser integrado en un sistema general distribuido, donde los componentes pueden realizar modificaciones a su comportamiento debido al resto de elementos. Esto puede verse de la siguiente manera:

1. Se diseña una trayectoria general la cual considera los requisitos de misión y obstáculos previamente conocidos.
2. El esquema de coordinación distribuida se encarga de coordinar las aeronaves, considerando la trayectoria de referencia y retroalimentación con cada agente de la formación.
3. Los controladores de *GNC* distribuidos de cada agente, se encargan de realizar el seguimiento de las consignas del esquema de coordinación y envían su información de regreso.
4. En base a los estados de cada agente, así como el de elementos externos como obstáculos, el sistema de evasión, basado en un campo virtual de velocidades, informa al coordinador que es necesario desviar la trayectoria ideal para evitar la colisión.
5. El coordinador de la formación realiza los ajustes necesarios para que no ocurra la colisión, pero para que al mismo tiempo se mantenga la formación entre los agentes.

Este proceso se diseñó a modo de garantizar el éxito de la misión y para ello en cada Capítulo referente a los elementos individuales, se exponen las particularidades de diseño e implementación.

8.2 CONCLUSIONES

Múltiples conclusiones se presentan como resultado de la investigación, dado que a lo largo del documento se presentan los distintos desarrollos, e incluso antes de la validación general, algunos elementos prueban su funcionalidad en estructura.

A modo general es posible concluir que, para garantizar el éxito de una misión en una formación de VANTs, resulta imperativo garantizar el funcionamiento conjunto, pero a la vez también individual, de cada uno de los componentes de funcionamiento. Previamente se mencionaron estos elementos y su propósito general, y tomando en cuenta los resultados logrados para cada uno, y de manera general, expuestos en el Capítulo 7, se puede llegar a establecer que se cumplió con el objetivo general propuesto. Además, de manera individual, conclusiones sobre puntos específicos pueden ser expuestas como:

- La utilización de un sistema de coordinación distribuida permite gestionar de manera eficiente el cómo se coordinan los VANT, dado que, al centralizar el gestor de la formación, resulta posible tomar decisiones sin la necesidad de afectar a la aeronave de manera individual.
- La estrategia de *GNC* basada en navegación en $SE(3)$ logró controlar la aeronave de manera eficiente, y debido al uso de la matriz de rotación deseada, la cual es compuesta por vectores definidos acorde a la referencia, no fue necesario diseñar los ángulos de guiado, debido a que el mismo algoritmo lo desarrolla.
- La planeación de trayectorias juega un papel primordial en el vuelo coordinado; el camino diseñado puede cumplir con los requisitos adecuados para la

navegación de una sola aeronave, como radios de giro adecuados, y vectores de velocidad realizables por el VANT, considerando efectos Coriolis y giroscópicos; sin embargo, resulta aún más importante considerar que esto no necesariamente cumple para un grupo de aeronaves. Si la trayectoria es diseñada tomando en cuenta una sola aeronave con restricciones de movimiento lateral, como un ala-fija, las sub-trayectorias pueden no cumplir con la misma restricción si es que no se toman en cuenta radios de giro mínimos, desde el punto de vista del giro de la formación como un todo.

- El uso de trayectorias continuas a tramos presenta la ventaja de poder *cruzar* la trayectoria; en otras palabras, existe la posibilidad de tener múltiples puntos coordinados similares en diferentes instantes de tiempo en las ecuaciones paramétricas, lo que brinda versatilidad y flexibilidad en la misión.
- Resulta posible solucionar la problemática de la evasión de obstáculos estáticos y dinámicos al mismo tiempo con algoritmos de campos vectoriales; sin embargo resulta más eficiente, y permite cierto grado de optimización, el diseño de la trayectoria de misión, considerando desde el principio los obstáculos estáticos.
- Desde el punto de vista de la evasión de obstáculos estática, el algoritmo de optimización PSO resulta más práctico que el uso de los obstáculos como punto de giro. Esto principalmente a la generación de un camino localmente óptimo, con menor cantidad de giros en la mayoría de las ocasiones.
- Es imperativo definir las capacidades de reacción del VANT al diseñar el campo de vectores de velocidad añadida; dado que, a pesar de que pudiera definirse de manera suficientemente grande, si la aeronave no presenta respuestas al cambio de referencias suficientemente rápidas, se pueden producir oscilaciones indeseadas. En otras palabras, la magnitud del campo vectorial debe de estar acorde con los tiempos de establecimiento dictados por el controlador del VANT.
- La implementación del algoritmo para la adaptación de ganancias en el *Gestor*

Consensus, representa uno de los puntos fuertes en la validación realizada, dado que, a pesar de haber realizado los experimentos en tiempo real en condiciones controladas, la acción de perturbaciones externas, como ráfagas de viento ocasionadas por los mismos agentes de la formación, representa un cambio en las condiciones ideales. Sin la presencia del sistema difuso, el coordinador no hubiera tenido la capacidad de adaptarse a estas perturbaciones, lo que resulta evidente al de observar las correspondientes gráficas del cambio de ganancias, cuyos picos representan ajustes rápidos, como consecuencia de una interacción en la formación.

- La arquitectura propuesta para el *Gestor Consensus*, la cual genera referencias corregidas para los controladores distribuidos e independientes de cada VANT, brinda la ventaja de la separación de algoritmos. Dicho en otras palabras, sería posible extender la aplicación de este trabajo, a otros esquemas de control o incluso distintas configuraciones de aeronaves, tomando en cuenta solamente sus parámetros de funcionamiento específicos, como radios máximos de giro, y velocidades de respuesta.

8.3 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A lo largo de la investigación, múltiples elementos fueron desarrollados; partiendo desde el esquema general para la coordinación de agentes de segundo orden, y pasando por las particularidades del GNC para VANTs tipo quadrirrotor. Además elementos como el planeador de trayectorias, y ambos esquemas de evasión de obstáculos, fueron presentados.

Lo anterior permite discutir de manera individual algunos elementos puntuales, comenzando por el núcleo fundamental de una formación de VANTs; esto es, el esquema de GNC. Se realizaron una serie de simulaciones y validaciones en tiempo real, obteniendo como resultado efectivo la correcta generación de la matriz de rotación

deseada, diseñada acorde a la trayectoria y la arquitectura de control del VANT multirroto. Las trayectorias obtenidas en simulación para las diferentes condiciones consideradas, como vuelo ideal, con perturbación Gaussiana y perturbación intermitente, permiten visualizar la efectividad del esquema; sin embargo, la obtención de las componentes de los vectores Hacia Adelante, Normal y Binormal es lo que permite validar el correcto funcionamiento del esquema; dada la trayectoria como circunferencia, se puede visualizar la generación de cada vector unitario, en la dirección adecuada. Además, en la sección experimental, donde se realiza la misma trayectoria, pero en condiciones de vuelo real, con interacciones aerodinámicas y efecto tierra, se puede comprobar el mismo resultado. Es necesario mencionar, que gracias a la generación de los vectores que forman la matriz de rotación deseada, se pudo realizar el guiado tangente a la trayectoria alimentada; donde no fue necesario realizar el diseño individual de esta señal, lo que permite generar un vector de seguimiento, independientemente de la trayectoria deseada, mientras se cumpla la continuidad.

Establecido el GNC, las pruebas de la coordinación de aeronaves con ganancias variables, puede ser evaluada de una manera específica, si se observan las gráficas de las referencias que generan los *Gestores Consensus* para el caso de comparación de ganancias fijas, contra el esquema de adaptación. Es posible notar como el esquema fijo genera ciertas oscilaciones, que son producto de la amplificación de las pequeñas perturbaciones, a través de los canales de comunicación. Una solución sería modificar el ancho de banda en el que actúa el gestor, y de esta manera no transmitir estas perturbaciones, sin embargo esto afectaría el desempeño del esquema; dado que la modificación no puede ser absoluta, el gestor de ganancias variables se encarga de modificar las ganancias en tiempo real, y en sus respectivas gráficas de salida, se observa una señal más adecuada, pero manteniendo las características responsivas ante cambios súbitos. Resulta necesario justificar que los picos de cambio de ganancia se dan especialmente cuando las aeronaves interaccionan entre si, siendo el aterrizaje el punto más prominente.

Refiriéndose ahora al generador de trayectorias, se puede establecer que, teniendo en cuenta las limitantes de giro, es decir, considerando que los giros no deben de ser menores a la sección de unión para evitar singularidades, el comportamiento resulta suficientemente adecuado para su utilización en VANT de ala rotativa, pero puede extenderse a ala fija si se toman en cuentas sus capacidades específicas. Además, al ser un algoritmo independiente, se presenta la posibilidad de ser utilizado en conjunto con otros esquemas, como el de evasión estática con el seguimiento de la circunferencia del obstáculo.

Con el planeador funcionando de manera adecuada, la generación de los puntos de navegación que garanticen la evasión, también puede ser llevada a cabo por el algoritmo de optimización PSO. En su respectiva sección se presentan varios casos de generación de puntos, donde es necesario mencionar que, a pesar de que la totalidad de partículas convergen a un punto común después de más de 20 iteraciones, el mejor punto se encontró por lo general pasadas las 5 iteraciones, que en tiempo real, y para el hardware utilizado, no son más de 2 segundos. Resulta claro que la implementación en tiempo-real, como un optimizador continuo, no pudiera realizarse en las condiciones de operación actuales, dado que un muestreo de $0.5Hz$ resultaría ajustado para los controladores de navegación; sin embargo, para el propósito perseguido, el objetivo es cumplido.

Finalmente, analizando los resultados de la validación del esquema completo, en la cual se utilizan la totalidad de los algoritmos, se obtuvo un resultado satisfactorio, el cual cumplió con la misión comandada. Se evadieron los obstáculos necesarios, además que la formación, de manera independiente por agente, lograron evitar la colisión con el obstáculo móvil. En las gráficas de referencias del gestor de coordinación, se observan algunos picos o cambios súbitos de la referencia, ocasionados justamente por la acción de evasión a través del vector de velocidades añadidas.

8.4 TRABAJO FUTURO

Algunos aspectos desarrollados a lo largo de esta investigación pueden ser extendidos, mejorados o complementados, de acuerdo a diferentes necesidades de aplicación. De manera general, los siguientes puntos resumen en qué contexto y cuáles elementos pueden seguir siendo desarrollados:

1. El esquema *Guiado, Navegación y Control* puede ser extendido para su utilización con un sistema de rotación basada en cuaterniones de seguimiento, reemplazando la matriz de rotación tradicional. Esto brindaría el beneficio de la eliminación de singularidades de orientación, lo que permite la realización de maniobras más agresivas.
2. El *Gestor Consensus* puede ser extendido de dos maneras:
 - Topología de comunicación variable: una de las metodologías que permite minimizar la amplificación de ruido por comunicación, así como decidir el cómo los agentes se siguen entre si, es por medio de la variación en las topologías de comunicación de los agentes. Con la implementación de un sistema que tenga la capacidad de interconectar agentes de acuerdo a necesidades específicas, como respuestas a perturbaciones, se puede reducir el coste computacional, así como la suavidad en la señal de salida.
 - Implementación de sistema de predicción: uno de los esquemas que actualmente ha ganado gran interés es el control predictivo, el cual tiene la capacidad de estimar la respuesta del sistema en un horizonte de tiempo definido, lo que le permite tomar acciones previas a que el sistema real actúe. Esto puede ser implementado en el gestor de coordinación a modo que este pueda alterar las referencias de respuesta de los agentes, antes de que una perturbación termine de ejercer su acción sobre el agente afectado. Esto resultaría en una coordinación más rápida, lo que a su vez ayudaría a mantener la geometría de la formación de mejor manera.

3. El generador de trayectorias continuas a tramos puede ser extendido para trabajar en 3 dimensiones y no solo en un plano. Actualmente es posible variar la altura de manera externa; sin embargo es posible considerar la generación de trayectorias paramétricas para sub-planos cartesianos utilizando el mismo concepto, y en base a su unión por proyección, generar la curva resultante.
4. De la misma manera, es posible adaptar el generador de trayectorias para su uso en N aeronaves, siendo el principio de equidistancia la aproximación utilizada para la coordinación geométrica de la formación.
5. La evasión de obstáculos dinámicos puede realizarse a nivel de control de navegación, que removería las ventajas de modularidad al estar implementado en el gestor de coordinación, pero presentaría ventajas de robustez y rapidez en la respuesta transitoria.

APÉNDICE A

PUBLICACIONES REALIZADAS

A.1 PUBLICACIONES EN REVISTAS INDEXADAS

- *Hopf Bifurcation for UAV Path Planning in Autonomous Surveillance and Landing on an UGV*, Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2021.
- *A sectorial fuzzy consensus algorithm for the formation flight of multiple quadrotor unmanned aerial vehicles*, International Journal of Micro Air Vehicles, 2020.
- *Robust Geometric Navigation of a Quadrotor UAV on $SE(3)$* , Robotica, 2019.
- *Robust Consensus-Based Formation Flight for Multiple Quadrotors*, Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2019.
- *Differential Game-based Formation Flight for Quadrotors*, International Journal of Control Automation and Systems, 2018.

A.2 PUBLICACIONES EN CONGRESOS

- *Analysis of the effects of an amorphous structure on a fixed-wing unmanned aerial vehicle*, XXIX International Materials Research Congress (IMRC 2021), 2021.
- *Optimization of the structural loads on a UAV wing using evolutionary algorithms*, XXIX International Materials Research Congress (IMRC 2021), 2021.
- *Two-layer saturated PID controller for the trajectory tracking of a quadrotor UAV*, 2020 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE 2020), 2020.
- *Diseño y desarrollo de un efector final para un cuadirrotor*, 4th RTNA International Conference on Aeronautics (ICA 2020), 2020.
- *Wing parameters self-design: an evolutionary algorithm to reach the elliptical load distribution*, 4th RTNA International Conference on Aeronautics (ICA 2020), 2020.
- *Collision-free path planning based on a genetic algorithm for quadrotor UAVs*, 2020 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2020), 2020.
- *Coordinated motion of an unmanned ground and aerial vehicle system*, 3rd International Conference on Aeronautics (ICA 2019), 2019.
- *Comparison of coordination algorithms for the formation flight of multiple UAVs*, XXVIII International Materials Research Congress (IMRC 2019), 2019.
- *A fuzzy gain scheduling control algorithm for formation flight of multi-UAVs*, 2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2019), 2019.

-
- *Simulación del Efecto Tierra como Perturbación en el Vuelo de un Cuadrirrotor*, 2nd RTNA International Conference on Aeronautics (ICA 2018), 2018.
 - *Efectos de perturbaciones de viento en el vuelo en formación de múltiples vehículos aéreos no tripulados*, 2nd RTNA International Conference on Aeronautics (ICA 2018), 2018.
 - *Utilización de Sistemas de Captura de Movimiento como Herramienta en el Estudio del Ciclo de Marcha y Desempeño Deportivo*, XLI Congreso Nacional de Ingeniería Biomédica (CNIB 2018), 2018.
 - *A Kinect-based natural interface for formation flight of quadrotors*, 2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2018), 2018.

APÉNDICE B

ANÁLISIS DE ORTOGONALIDAD

Estableciendo $T_T > 0$ y $u_n \in \mathbb{R}^3$, pueden ser escritos como una combinación lineal de los vectores $\{e_1, e_2, e_3\}$. Esto lleva a establecer como verdadero lo siguiente:

1. $u_n \neq ge_3$
2. n_g es un vector unitario definido.
3. f_g es un vector unitario definido.
4. $\{f_g, b_g, n_g\}$ es ortonormal y la matriz $R_d = \begin{bmatrix} f_g & b_g & n_g \end{bmatrix}$ es ortogonal.

1. Realizando la demostración por contradicción. Suponiendo $u_n = ge_3$. Entonces de la ecuación (4.5) resulta

$$mge_3 = mge_3 - T_T Re_{b_3} \Rightarrow Re_{b_3} = 0$$

dado que $T_T > 0$. Esto lleva a que, e_{b_3} no sea una solución de la ecuación homogénea $Re_{b_3} = 0$ porque $e_{b_3} \neq 0$ y R es no singular, lo que significa que $Re_{b_3} \neq 0$. Esto es una contradicción. Por lo tanto $u_n \neq ge_3$.

2. Del enunciado 1, se establece que $\|ge_3 - u_n\| \neq 0$. Por lo tanto n_g es definido.

3. Además, se puede probar por contradicción. Siendo $u_n = ae_1 + be_2 + ce_3$ para algunos $a, b, c \in \mathbb{R}$. Suponiendo que f_g no es definido, esto es, $\|n_g \times e_1\| = 0 \Rightarrow n_g \times e_1 = 0$. De la ecuación (4.8), la condición puede expresarse como

$$\frac{(ge_3 - u_n) \times e_1}{\|ge_3 - u_n\|} = \frac{g(e_3 \times e_1) - a(e_1 \times e_1) - b(e_2 \times e_1) - c(e_3 \times e_1)}{\|ge_3 - u_n\|} = 0$$

lo que lleva a

$$(g - c)e_2 + be_3 = 0$$

esto implica que $c = g$ y $b = 0$ dado que e_1 y e_2 son linealmente independientes.

Entonces u_n está dado por

$$u_n = ae_1 + ge_3$$

De la ecuación (4.5), resulta

$$ae_1 + \frac{T_T}{m} Re_{b_3} = R \left(ae_{b_1} + \frac{T_T}{m} e_{b_3} \right) = 0 \Rightarrow ae_{b_1} + \frac{T_T}{m} e_{b_3} = 0$$

dado que R es no singular. Esto implica que $a = 0$ y $\frac{T_T}{m} = 0$ dado que e_{b_1} y e_{b_3} son linealmente independientes, lo que a su vez conlleva que $u_n = ge_3$. Recordando que $T_T > 0$ y $u_n \neq ge_3$ del enunciado 1, lo que resulta contradictorio, por lo tanto $\|n_g \times e_1\| \neq 0$, lo que a su vez significa que f_g es definido.

4. Un cálculo directo muestra que $\{f_g, b_g, n_g\}$ es ortonormal y $R_d = \begin{bmatrix} f_g & b_g & n_g \end{bmatrix}$ es ortogonal. De hecho, se vuelve evidente que la magnitud de ambos n_g y f_g es 1. Por lo tanto $n_g^T n_g = f_g^T f_g = 1$. De la misma manera,

$$n_g^T f_g = \frac{n_g^T (n_g \times e_1)}{\|n_g \times e_1\|} = \frac{e_1^T (n_g \times n_g)}{\|n_g \times e_1\|} = 0$$

lo que implica que f_g es ortonormal a n_g . Entonces,

$$b_g^T b_g = \|f_g \times n_g\|^2 = 1$$

dado que $\|f_g \times n_g\| = \|f_g\| \|n_g\| = 1$. Además,

$$n_g^T b_g = -n_g^T (f_g \times n_g) = -f_g^T (n_g \times n_g) = 0$$

$$f_g^T b_g = -f_g^T (f_g \times n_g) = -n_g^T (f_g \times f_g) = 0$$

En consecuencia, $\{f_g, b_g, n_g\}$ es ortonormal. Finalmente,

$$R_d^T R_d = \begin{bmatrix} f_g^T f_g & f_g^T b_g & f_g^T n_g \\ b_g^T f_g & b_g^T b_g & b_g^T n_g \\ n_g^T f_g & n_g^T b_g & n_g^T n_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

y R_d es no singular dado que $\{f_g, b_g, n_g\}$ es linealmente independiente. Esto implica que $R_d^{-1} = R_d^T$, por tanto $R_d R_d^{-1} = R_d R_d^T = I$. Por lo tanto, R_d es ortogonal.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] L. F. Luque Vega, E. Lopez-Neri, C. A. Arellano-Muro, L. E. González-Jiménez, J. Ghommam, and R. Carrasco-Navarro, “Uav flight instructional design for industry 4.0 based on the framework of educational mechatronics,” in *IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 2020, pp. 2313–2318.
- [2] Y. Zeng, J. Lyu, and R. Zhang, “Cellular-connected uav: Potential, challenges, and promising technologies,” *IEEE Wireless Communications*, vol. 26, no. 1, pp. 120–127, 2019.
- [3] P.-J. Bristeau, P. Martin, E. Salaün, and N. Petit, “The role of propeller aerodynamics in the model of a quadrotor uav,” in *2009 European Control Conference (ECC)*, 2009, pp. 683–688.
- [4] A. Mairaj, A. I. Baba, and A. Y. Javaid, “Application specific drone simulators: Recent advances and challenges,” *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 94, pp. 100–117, 2019.
- [5] P. J. Springer, *Military robots and drones: a reference handbook*. ABC-CLIO, 2013.
- [6] D. Gregory, “From a view to a kill: Drones and late modern war,” *Theory, culture & society*, vol. 28, no. 7-8, pp. 188–215, 2011.
- [7] H. P. Lepore, “The coming of age: the role of the helicopter in the vietnam war,” *Army History*, no. 29, pp. 29–36, 1994.

-
- [8] S. Bouabdallah, P. Murrieri, and R. Siegwart, “Design and control of an indoor micro quadrotor,” in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA ’04. 2004*, vol. 5. IEEE, 2004, pp. 4393–4398.
- [9] S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor,” in *Proceedings of the 2005 IEEE international conference on robotics and automation*. IEEE, 2005, pp. 2247–2252.
- [10] D. Tezza and M. Andujar, “The state-of-the-art of human–drone interaction: A survey,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 167 438–167 454, 2019.
- [11] M. Campion, P. Ranganathan, and S. Faruque, “A review and future directions of uav swarm communication architectures.” in *EIT*, 2018, pp. 903–908.
- [12] G. Chmaj and H. Selvaraj, “Distributed processing applications for uav/drones: a survey,” in *Progress in Systems Engineering*. Springer, 2015, pp. 449–454.
- [13] S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Design and control of a miniature quadrotor,” in *Advances in unmanned aerial vehicles*. Springer, 2007, pp. 171–210.
- [14] P. E. I. Pounds *et al.*, “Design, construction and control of a large quadrotor micro air vehicle,” 2007.
- [15] P. Pounds, R. Mahony, and P. Corke, “Modelling and control of a quad-rotor robot,” in *Proceedings of the 2006 Australasian Conference on Robotics and Automation*. The Australian Robotics and Automation Association Inc., 2006, pp. 1–10.
- [16] A. Tayebi and S. McGilvray, “Attitude stabilization of a vtol quadrotor aircraft,” *IEEE Transactions on control systems technology*, vol. 14, no. 3, pp. 562–571, 2006.
- [17] Z. Dydek, A. Annaswamy, and E. Lavretsky, “Combined/composite adaptive control of a quadrotor uav in the presence of actuator uncertainty,” in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2010, p. 7575.

-
- [18] J. Farrell, M. Sharma, and M. Polycarpou, “Backstepping-based flight control with adaptive function approximation,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 28, no. 6, pp. 1089–1102, 2005.
- [19] M. Labbadi and M. Cherkaoui, “Robust adaptive backstepping fast terminal sliding mode controller for uncertain quadrotor uav,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 93, p. 105306, 2019.
- [20] M. Santos, V. Lopez, and F. Morata, “Intelligent fuzzy controller of a quadrotor,” in *2010 IEEE international conference on intelligent systems and knowledge engineering*. IEEE, 2010, pp. 141–146.
- [21] A. Rabhi, M. Chadli, and C. Pégard, “Robust fuzzy control for stabilization of a quadrotor,” in *2011 15th International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*. IEEE, 2011, pp. 471–475.
- [22] B. Erginer and E. Altuğ, “Design and implementation of a hybrid fuzzy logic controller for a quadrotor vtol vehicle,” *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 61–70, 2012.
- [23] P. Bhatkhande and T. C. Havens, “Real time fuzzy controller for quadrotor stability control,” in *2014 IEEE international conference on fuzzy systems (FUZZ-IEEE)*. IEEE, 2014, pp. 913–919.
- [24] S. V. Drakunov and V. I. Utkin, “Sliding mode control in dynamic systems,” *International Journal of Control*, vol. 55, no. 4, pp. 1029–1037, 1992.
- [25] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman, A. Levant *et al.*, *Sliding mode control and observation*. Springer, 2014, vol. 10.
- [26] C. Edwards and S. Spurgeon, *Sliding mode control: theory and applications*. Crc Press, 1998.
- [27] H. Ramirez-Rodriguez, V. Parra-Vega, A. Sanchez-Orta, and O. Garcia-Salazar, “Robust backstepping control based on integral sliding modes for tracking of

- quadrotors,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 73, no. 1, pp. 51–66, 2014.
- [28] E.-H. Zheng, J.-J. Xiong, and J.-L. Luo, “Second order sliding mode control for a quadrotor uav,” *ISA transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1350–1356, 2014.
- [29] R. Seeber, M. Horn, and L. Fridman, “A novel method to estimate the reaching time of the super-twisting algorithm,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 63, no. 12, pp. 4301–4308, 2018.
- [30] L. Derafa, A. Benallegue, and L. Fridman, “Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors uav,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 685–699, 2012.
- [31] I. Gonzalez-Hernandez, F. M. Palacios, S. S. Cruz, E. S. E. Quesada, and R. L. Leal, “Real-time altitude control for a quadrotor helicopter using a super-twisting controller based on high-order sliding mode observer,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 14, no. 1, p. 1729881416687113, 2017.
- [32] S. Bansal, A. K. Akametalu, F. J. Jiang, F. Laine, and C. J. Tomlin, “Learning quadrotor dynamics using neural network for flight control,” in *2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE, 2016, pp. 4653–4660.
- [33] J. Hwangbo, I. Sa, R. Siegwart, and M. Hutter, “Control of a quadrotor with reinforcement learning,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 2, no. 4, pp. 2096–2103, 2017.
- [34] J. Colorado, A. Barrientos, A. Martinez, B. Lafaverge, and J. Valente, “Mini-quadrotor attitude control based on hybrid backstepping & frenet-serret theory,” in *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2010, pp. 1617–1622.
- [35] A. Tsourdos, B. White, and M. Shanmugavel, *Cooperative path planning of unmanned aerial vehicles*. John Wiley & Sons, 2010, vol. 32.

-
- [36] L. Yang, J. Qi, J. Xiao, and X. Yong, “A literature review of uav 3d path planning,” in *Proceeding of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation*. IEEE, 2014, pp. 2376–2381.
- [37] G. Vanegas, F. Samaniego, V. Girbes, L. Armesto, and S. Garcia-Nieto, “Smooth 3d path planning for non-holonomic uavs,” in *2018 7th International Conference on Systems and Control (ICSC)*. IEEE, 2018, pp. 1–6.
- [38] Y. Bestaoui and R. Slim, “Maneuvers for a quad-rotor autonomous helicopter,” in *AIAA Infotech@ Aerospace 2007 Conference and Exhibit*, 2007, p. 2728.
- [39] L. V. Santana, A. S. Brandao, and M. Sarcinelli-Filho, “Outdoor waypoint navigation with the ar. drone quadrotor,” in *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE, 2015, pp. 303–311.
- [40] Y. Liu, S. Rajappa, J. M. Montenbruck, P. Stegagno, H. Bühlhoff, F. Allgöwer, and A. Zell, “Robust nonlinear control approach to nontrivial maneuvers and obstacle avoidance for quadrotor uav under disturbances,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 98, pp. 317–332, 2017.
- [41] P. Foehn, A. Romero, and D. Scaramuzza, “Time-optimal planning for quadrotor waypoint flight,” *Science Robotics*, vol. 6, no. 56, p. eabh1221, 2021.
- [42] A. Lakshmanan, “Piecewise bézier curve trajectory generation and control for quadrotors,” 2016.
- [43] X. Zong, Q. Sun, D. Yao, W. Du, and Y. Tang, “Trajectory planning in 3d dynamic environment with non-cooperative agents via fast marching and bézier curve,” *Cyber-Physical Systems*, vol. 5, no. 2, pp. 119–143, 2019.
- [44] Y. Bouktir, M. Haddad, and T. Chettibi, “Trajectory planning for a quadrotor helicopter,” in *2008 16th mediterranean conference on control and automation*. Ieee, 2008, pp. 1258–1263.

-
- [45] A. Yassine, S. Fawzi, M. Khalil *et al.*, “A robust synergetic controller for quadrotor obstacle avoidance using bézier curve versus b-spline trajectory generation,” *Intelligent Service Robotics*, pp. 1–10, 2022.
- [46] J. Yu, Z. Cai, and Y. Wang, “Minimum jerk trajectory generation of a quadrotor based on the differential flatness,” in *Proceedings of 2014 IEEE Chinese guidance, navigation and control conference*. IEEE, 2014, pp. 832–837.
- [47] J. Yu., Z. Cai, and Y. Wang, “Optimal trajectory generation of a quadrotor based on the differential flatness,” in *2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. IEEE, 2016, pp. 678–683.
- [48] Y. Zu, W. Zhang, and J. Shan, “A trajectory design method for quadrotor based on dmoc method and dubins path algorithm,” in *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE, 2017, pp. 2528–2533.
- [49] C. A. Cárdenas R, V. Landero, R. E. González, P. Ariza-Colpas, E. De-la Hoz-Franco, and C. A. Collazos-Morales, “Path planning approach for a quadrotor unmanned aerial vehicle,” in *International Conference on Computational Science and Its Applications*. Springer, 2021, pp. 426–439.
- [50] L. Dubins, “On Curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents ,” *American Journal of Mathematics*, vol. 79, no. 3, 1957.
- [51] Y. Lin and S. Saripalli, “Path planning using 3d dubins curve for unmanned aerial vehicles,” in *2014 international conference on unmanned aircraft systems (ICUAS)*. IEEE, 2014, pp. 296–304.
- [52] A. Bry, C. Richter, A. Bachrach, and N. Roy, “Aggressive flight of fixed-wing and quadrotor aircraft in dense indoor environments,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 34, no. 7, pp. 969–1002, 2015.
- [53] R. A. Krishnan, V. Jisha, and K. Gokulnath, “Path planning of an autonomous quadcopter based delivery system,” in *2018 International Conference on*

- Emerging Trends and Innovations In Engineering And Technological Research (ICETIETR)*. IEEE, 2018, pp. 1–5.
- [54] S. Bhandari and T. Srinivasan, “Path-planning around obstacles for a quadrotor uav using the rrt algorithm for indoor environments,” in *AIAA Infotech@Aerospace*, 2016, p. 2196.
- [55] R. L. Galvez, E. P. Dadios, and A. A. Bandala, “Path planning for quadrotor uav using genetic algorithm,” in *2014 International Conference on Humanoid, Nanotechnology, Information Technology, Communication and Control, Environment and Management (HNICEM)*. IEEE, 2014, pp. 1–6.
- [56] E. Abbasi, M. Ghayour, M. Danesh, and M. H. Yoosefian, “Optimal path tracking of a quadrotor in the presence of obstacle using the league championship algorithm,” in *2018 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (IcRoM)*. IEEE, 2018, pp. 236–242.
- [57] R. E. Allen and M. Pavone, “A real-time framework for kinodynamic planning in dynamic environments with application to quadrotor obstacle avoidance,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 115, pp. 174–193, 2019.
- [58] A. Ma’Arif, W. Rahmaniari, M. A. M. Vera, A. A. Nuryono, R. Majdoubi, and A. Çakan, “Artificial potential field algorithm for obstacle avoidance in uav quadrotor for dynamic environment,” in *2021 IEEE International Conference on Communication, Networks and Satellite (COMNETSAT)*. IEEE, 2021, pp. 184–189.
- [59] A.-J. Muñoz-Vázquez, V. Parra-Vega, A. Sanchez, and H. Ramirez-Rodriguez, “A passive velocity field for navigation of quadrotors with model-free integral sliding mode control,” in *2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE, 2013, pp. 49–58.
- [60] J. Rascón-Enríquez, L. A. García-Delgado, J. R. Noriega, A. García-Juárez, and E. S. Espinoza, “Tracking control for quad-rotor using velocity field and

- obstacle avoidance based on hydrodynamics,” *Electronics*, vol. 9, no. 2, p. 233, 2020.
- [61] M. Chen, “Formation and flight control of affordable quad-rotor unmanned air vehicles,” Ph.D. dissertation, University of British Columbia, 2003.
- [62] W. Ren and R. W. Beard, “Decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 27, no. 1, pp. 73–82, 2004.
- [63] W. Ren, R. W. Beard, and E. M. Atkins, “A survey of consensus problems in multi-agent coordination,” in *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005*. IEEE, 2005, pp. 1859–1864.
- [64] W. Ren and E. Atkins, “Second-order consensus protocols in multiple vehicle systems with local interactions,” in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2005, p. 6238.
- [65] J. Wang and M. Xin, “Integrated optimal formation control of multiple unmanned aerial vehicles,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 21, no. 5, pp. 1731–1744, 2012.
- [66] D. Bauso, L. Giarré, and R. Pesenti, “Non-linear protocols for optimal distributed consensus in networks of dynamic agents,” *Systems & Control Letters*, vol. 55, no. 11, pp. 918–928, 2006.
- [67] N. Franks, *Dog Fight: Aerial Tactics of the Aces of World War I*. UK: Pen and Sword, 2003.
- [68] J. Guerrero and R. Lozano, *Formation Flight Control*. USA: Wiley, 2012.
- [69] J. T. Emlen, “Flocking Behavior in Birds,” *The Auk*, vol. 69, no. 2, 1952.
- [70] P. Lissaman and C. Shollenberger, “Formation Flight of Birds,” *Science*, vol. 168, 1961.

-
- [71] W. Thompson, I. Vertinsky, and J. Kerbs, “The Survival Value of Flocking in Birds: A Simulation Model,” *The Journal of Animal Ecology*, 43(3), 785. doi:10.2307/3537, vol. 43, 1974.
- [72] F. L. Lewis, H. Zhang, K. Hengster-Movric, and A. Das, *Cooperative Control of Multi-Agent Systems*. New York: Springer, 2014.
- [73] R. F. Stengel, *Flight Dynamics*. USA: Princeton University Press, 2004.
- [74] R. Lozano, *Unmanned Aerial Vehicles Embedded Control*. USA: John Wiley-ISTE Ltd, 2010.
- [75] J. G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*. USA: Cambridge University Press, 2006.
- [76] A. Sanchez, V. Parra-Vega, C. Izaguirre, and O. Garcia, “Position-Yaw Tracking of Quadrotors,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 137, 2015.

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Erik Gilberto Rojo Rodríguez

Candidato para obtener el grado de
Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

DISEÑO DE MOVIMIENTO COORDINADO PARA EL VUELO EN
FORMACIÓN DE MÚLTIPLES VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS
EN UN SISTEMA DE MULTI-AGENTES

El M.I. Erik Gilberto Rojo Rodríguez nació el 4 de Junio de 1993 en la ciudad de Monterrey, Nuevo León, México. Hijo de Gilberto Rojo Guerrero y María de la Luz Rodríguez Díaz.

Inició sus estudios de licenciatura en *Ingeniería en Mecatrónica*, en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, de la misma universidad, en el año 2010.

Laboró para la Empresa *Conmet* como asistente de mantenimiento, donde se desarrolló profesionalmente en los ámbitos de la electrónica y el control industrial.

Durante el periodo 2014-2015 fue miembro del Laboratorio de Manufactura Avanzada del Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica de la FIME-

UANL, donde desarrolló distintos proyectos y recibió certificaciones de operación de equipo de medición de alta precisión.

Finalizó satisfactoriamente sus estudios de licenciatura en el año 2015, y recibió el Título de Ingeniero en Mecatrónica a principios de 2016.

Del periodo comprendido de Agosto de 2015 a Julio de 2017, cursó un posgrado de maestría recibiendo el título de *Maestría en Ingeniería en Aeronáutica con Orientación en Dinámica de Vuelo*, por parte de la Universidad Autónoma de Nuevo León.

Actualmente se desempeña como Jefe del Programa Educativo de Ingeniero en Aeronáutica, de la FIME-UANL, teniendo entre sus cursos impartidos Aerodinámica, Dinámica de Vuelo y Aviónica.