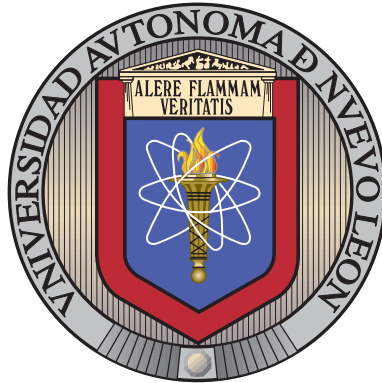


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



PROBLEMA INTEGRAL DE ASIGNACIÓN DE
VEHÍCULOS Y CONDUCTORES CONSIDERANDO
LÍNEAS BI-DIRECCIONALES Y AUTOBUSES
ELÉCTRICOS

POR

SCARLETT ORTIZ ORTIZ

EN OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN EN
MATEMÁTICAS

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JUNIO 2022

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



PROBLEMA INTEGRAL DE ASIGNACIÓN DE
VEHÍCULOS Y CONDUCTORES CONSIDERANDO
LÍNEAS BI-DIRECCIONALES Y AUTOBUSES
ELÉCTRICOS

POR

SCARLETT ORTIZ ORTIZ

EN OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS

CON ORIENTACIÓN EN MATEMÁTICAS

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JUNIO 2022

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas
División de estudios de posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “PROBLEMA INTEGRAL DE ASIGNACIÓN DE VEHÍCULOS Y CONDUCTORES CONSIDERANDO LÍNEAS BI-DIRECCIONALES Y AUTOBUSES ELÉCTRICOS”, realizada por el alumno Scarlett Ortiz Ortiz, con número de matrícula 1627990, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Ciencias con Orientación en Matemáticas.

El Comité de Tesis

Dr. Omar Jorge Ibarra Rojas
Director

Dr. Vincent Boyer
Revisor

Dr. José Fernando Camacho Vallejo
Revisor

Vo. Bo.

Dr. Omar Jorge Ibarra Rojas
División de estudios de posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, Junio 2022

DEDICATORIA

Para familia, pareja y perritas.

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	ix
1. Introducción	1
1.1. Contexto	1
1.2. Objetivo general	3
1.3. Descripción de la problemática y motivación	4
2. Literatura relacionada	5
2.1. Asignación de vehículos eléctricos en transporte público	5
2.2. Integrando VSP con otros problemas en la planificación de sistemas de transporte	6
3. Descripción del problema	9
3.1. Input del Problema	10
3.2. Decisiones y restricciones del problema	11
3.3. Ejemplo de una solución	13
4. Metodología	15
4.1. Operadores	16
4.1.1. Movimiento de inserción	16
4.1.2. Movimiento de eliminación:	18
4.2. Algoritmo constructivo	19

4.3. Búsqueda Local	21
5. Resultados Experimentales	23
5.1. Generación de instancias	23
5.2. Función de carga de autobuses eléctricos	24
5.3. Comparación de Greedy+LS vs GRASP	25
5.4. Algoritmo híbrido	26
5.5. Comparación de LSGRASP vs Greedy del Sistema Real	31
6. Conclusiones	36
Anexo: programación matemática	37

ÍNDICE DE FIGURAS

1.	Subproblemas en la planificación de sistemas de transporte urbano (extraída de Ibarra-Rojas et al., 2015).	2
2.	Representación de movimientos que se realizan durante la operación de una línea de transporte urbano.	10
3.	Ejemplo de solución de nuestro problema de optimización.	13
4.	Ejemplo de movimiento de eliminación.	19
5.	Función de carga de batería en autobuses eléctricos según las características técnicas de los vehículos.	25
6.	Resultados de los valores objetivos obtenidos en las instancias <i>A</i> , <i>B</i> y <i>C</i>	29
7.	Tiempos obtenidos por todas las variantes del LSGRASP en todas las instancias generadas.	30
8.	Mejora relativa y ahorro monetario en cada una de las instancias de la etapa experimental.	32
9.	Tiempos obtenidos.	34
10.	Movimientos de secuencia válida para cubrir un viaje con un conductor.	41

ÍNDICE DE TABLAS

1.	Revisión de literatura de estudios relacionados.	8
2.	Tipos de instancias con distintos tamaños de red de transporte.	23
3.	Mejora relativa promedio de GRASP sobre Greedy+LS.	26
4.	Porcentaje de instancias en que mejora GRASP sobre Greedy+LS.	26
5.	Mejora relativa promedio de GRASP sobre Greedy+LS solo en las instancias de la tabla anterior.	26
6.	Combinaciones de parámetros de nuestro algoritmo LSGRASP.	27
7.	Gap promedio para cada tipo de instancia y cada variante de nuestro LSGRASP en base a las 9 combinaciones de parámetros utilizadas.	27
8.	Tiempo de ejecución promedio de cada variante del LSGRASP para todas las instancias.	27
9.	Comparación entre LSGRASP vs Greedy.	31
10.	Comparación entre LSGRASP* vs Greedy.	33

AGRADECIMIENTOS

Esta tesis está dedicada a mis padres Humberto Ortiz y Graciela Ortiz quienes siempre han estado para apoyarme, quienes me han enseñado que con la palabra de Dios puedo enfrentar cualquier adversidad. A mi hermana Ruth Ortiz por estar cada momento de mi vida, por hacer esos días difíciles más ligeros.

A mi pareja Antonio Gómez quien me ha apoyado en todo momento, por la paciencia que ha tenido y ayudarme en confiarme en mí. Y no podría faltar nuestras perritas Gorda y Krshna quienes alegran nuestros días.

De igual manera al Dr. Omar Ibarra quien en todo momento me ha apoyado, me ha aconsejado y me ayudo aclarar hacia donde quería dirigir mi investigación. Al Dr. Jose Camacho y al Dr. Vincent Boyer quienes con sus consejos tan puntuales me ayudaron a entender muchas cosas y por lo cual pude abordar de mejor manera esta investigación.

Finalmente quiero agradecer a mi equipo de investigación, quienes han prestado su tiempo para escucharme y con sus consejos me han ayudado a mejorar.

Mi profundo agradecimiento a todas las autoridades y personal de la Maestría en Ciencias con Orientación en Matemáticas por confiar en mí como estudiante y dejarme llevar a cabo la investigación, agradezco a CONACYT por apoyar en todo mi tiempo de estudio.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 CONTEXTO

La movilidad sustentable en el transportes públicos ha adquirido un valor fundamental para el crecimiento urbano y la tasa de contaminación, en donde se toma diferentes medidas para disminuir el uso de vehículos personales. Por lo cual, es necesario una operación eficiente del transporte público, que cumpla con las necesidades de las personas al quererse trasladar de un lugar a otro con una buena experiencia. Además, de que invertir en transporte público y en tecnologías emergentes como la electro-movilidad, trae beneficios en los sectores de productividad, ambiental, económico, financiero, equidad y salud. (vea [Tumlin, 2012](#)).

En particular, el proceso de diseño y planificación en los sistemas de transporte público considera decisiones importantes relacionadas con la solución de los siguientes subproblemas (representados en la Figura 1): diseño de red, ajuste de frecuencia, programación de horarios, asignación de vehículos y asignación de conductores (vea revisión de literatura de [Ibarra-Rojas et al., 2015](#)). Comúnmente, esta planificación se realiza de forma secuencial, por ejemplo, en las últimas dos etapas de la planificación primero se resuelve el problema de asignación de vehículos (VSP por las siglas en inglés de *Vehicle Scheduling Problem*) para obtener la secuencia de viajes que realizará cada vehículo. Después, el problema de asignación de conductores (CSP por las siglas en inglés *Crew Scheduling Problem*) asocia cada conductor a algún vehículo, cumpliendo las regulaciones laborales del sistema. Este tipo de enfoques secuenciales puede limitar la calidad de las soluciones de los últimos problemas por resolver, debido a que se tiene que respetar las condiciones dictadas por soluciones de problemas previamente resueltos. En respuesta, esta tesis se enfoca en una metodología de optimización integral para el VSP y el CSP, para determinar las decisiones de ambos problemas de manera simultánea (es decir, viaje-vehículo-conductor), a fin de minimizar los costos operacionales del uso de vehículos y las jornadas de trabajo de los conductores, y cumpliendo con las regulaciones laborales de los

chóferes. Además, la contribución más importante de nuestra metodología es la inclusión del supuesto de contar con vehículos eléctricos.

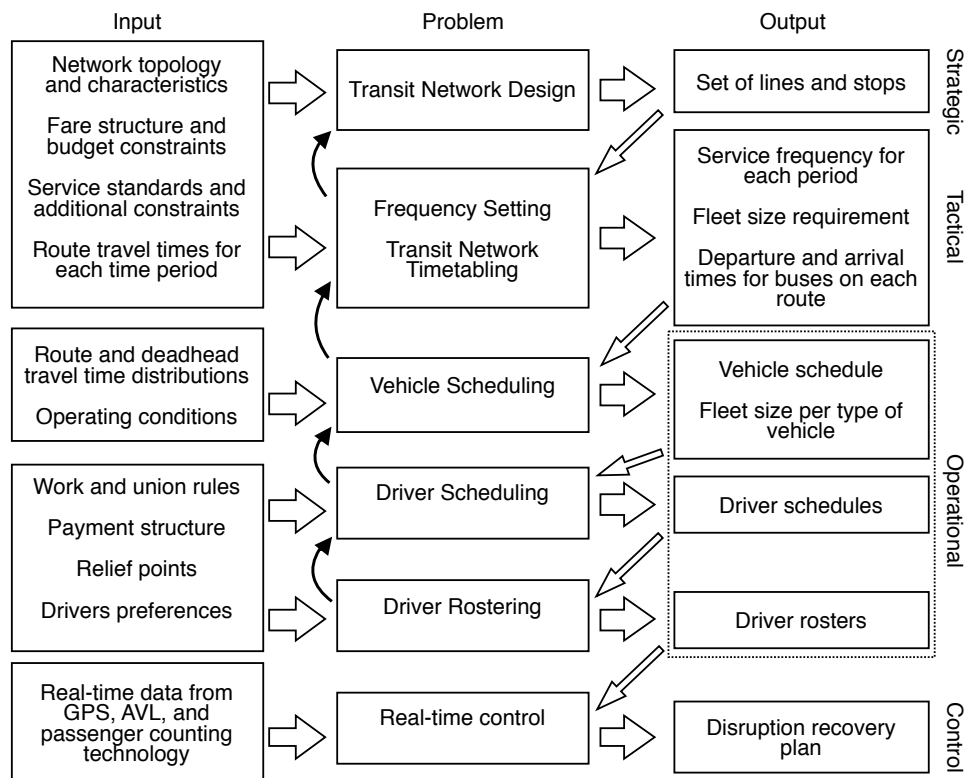


Figura 1: Subproblemas en la planificación de sistemas de transporte urbano (extraída de Ibarra-Rojas et al., 2015).

En general, el uso de autobuses eléctricos en el sistema transporte publico es deseable a fin de reducir la emisión de contaminantes. El uso de vehículos eléctricos en los sistemas de transporte urbano conlleva múltiples beneficios, principalmente desde la perspectiva medioambiental, debido a las emisiones nulas o reducidas para vehículos totalmente eléctricos o híbridos. Las emisiones de los vehículos con motor de combustión degradan la calidad del aire provocando efectos adversos en la salud principalmente respiratorios como el asma, de la población cercana, esto es preocupante ya que tienden a ser utilizados en áreas con alta concentración de personas. Otro de los beneficios en los sistemas de transporte público eléctrico es ser más silenciosos y brindan mayor fluidez que los de motores de combustión, siendo considerados más “amigables con el uso de suelo” y proporcionando un paseo más satisfactorio para los usuarios. Finalmente, siempre que la fuente de energía no sea de combustibles fósiles, esta tecnología también elimina sus emisiones de carbono a escala global.

Desde la perspectiva de los operadores, el costo de mantenimiento de los vehículos puede reducirse debido al número de componentes de los motores eléctricos. Además, las pérdidas de energía del motor eléctrico son significativamente menores que las del motor diésel, por lo que el costo de viaje con un vehículo eléctrico es aproximadamente un tercio más económico a comparación de un vehículo de diésel (vea [Munoz et al., 2021](#)).

Debido a todo lo anterior, es de nuestro interés una planificación operacional en sistemas de transporte urbano considerando la tecnología de autobuses eléctricos. Desde el punto de vista operacional, uno de los problemas retadores es la asignación de vehículos con distintas variantes del problema en dependencia de la tecnología implementada en el sistema, tal como estaciones de carga lenta, carga rápida durante el recorrido, carga inalámbrica, intercambio de baterías (vea descripción de las distintas tecnologías en [Li, 2016](#); [Chen et al., 2018](#); [Häll et al., 2019](#)). Además, se vuelve relevante la modelación de la recarga de las baterías en función del tiempo (vea [Bie et al., 2021](#)). En particular, este trabajo aborda el escenario de tecnología de carga lenta en depósito para una línea bi-direccional, las cuales son utilizadas comúnmente en algunas ciudades en América Latina. En general, la ventaja de las líneas bi-direccionales es que la gestión de los viajes se hace en dos puntos, permitiendo una mejor racionalización de la oferta al definir una mayor cantidad de viajes en el sentido que sea más requerido por los pasajeros en los distintos periodos del día.

1.2 OBJETIVO GENERAL

El objetivo general de esta tesis, es definir una metodología de apoyo a toma de decisiones en la operación de sistemas de transporte urbano con líneas bi-direccionales y autobuses eléctricos, la cual permita disminuir los costos operacionales mediante la implementación de conceptos de investigación de operaciones que lleven a una asignación eficiente de viajes programados, a vehículos y conductores.

- Revisar literatura relacionada con problemas de Vehicle Scheduling Problem (VSP), Crew Scheduling Problem (CSP) y la operación de buses eléctricos en sistemas de transporte urbano.
- Definir un problema de toma de decisiones pertinente para nuestro objetivo general.
- Definir e implementar una metodología de solución basada en metaheurísticas para obtener soluciones de calidad en un tiempo de cómputo razonable.
- Buscar la forma de definir una formulación matemática para el problema propuesto.

- Hacer experimentación para establecer ventajas y desventajas de la metodología propuesta, así como hacer conclusiones que puedan servir a los tomadores de decisiones.

1.3 DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA Y MOTIVACIÓN

Asumimos el caso de una línea bi-direccional en un sistema de transporte urbano con vehículos eléctricos de carga lenta. Entonces, cada línea de transporte se caracteriza por el sentido de los viajes entre dos terminales, que son los puntos extremos de la línea donde se gestiona la operación. Para estas líneas, se tiene un horario de viajes programados que hay que ofertar a fin de satisfacer la demanda de los pasajeros. En general, nos interesa asignar cada viaje programado a una pareja de vehículo-conductor, pero cumpliendo con las regulaciones laborales y respetando la autonomía de los vehículos, a fin de reducir los costos operacionales en términos de la cantidad de vehículos, kilómetros recorridos, jornadas laborales y recargas realizadas.

La motivación de atacar la problemática antes descrita es que, el uso de autobuses eléctricos es un tema emergente en la literatura de planificación y operación de sistemas de transporte urbano debido a los potenciales beneficios ecológicos y de salud pública. En particular, existen pocos estudios de los problemas de asignación de vehículos y conductores considerando el supuesto de electro-movilidad. Desde el punto de vista de los retos de este tipo de proyecto, podemos mencionar que a diferencia del uso de autobuses de combustibles fósiles, la autonomía limitada de los vehículos eléctricos implica dificultades logísticas que impiden una operación continua de dichas unidades, complicando la toma de decisiones en la planificación.

La estructura de la tesis es como sigue. En el Capítulo 2 se presenta una descripción detallada de la literatura sobre la asignación de vehículos eléctricos (E-VSP) y el problema integral de asignación de vehículos y conductores (VCSP), mostrando una comparación de como se aborda con diferentes supuestos. En el Capítulo 3 se describe de manera detallada el problema y las restricciones de operación para los vehículos eléctricos y conductores consideradas en este estudio. Después en el Capítulo 4 se describe la metaheurística propuesta, mostrando los resultados en el Capítulo 5, en este capítulo se analiza diferentes tipos de instancias. Por último en el Capítulo 6 se concluye y aborda las futuras direcciones de la investigación.

CAPÍTULO 2

LITERATURA RELACIONADA

Como se mencionó anteriormente, el problema de asignación de vehículos eléctricos (E-VSP) es una extensión de la versión clásica donde se considera una autonomía limitada de los vehículos, así como acciones de recarga parcial o total. En particular, es importante enfatizar en el tipo de tecnología de recarga, así como en la modelación de las funciones de recarga en terminos del tiempo (vea [Yao et al., 2020](#)), y de los costos del consumo energético (ver [van Kooten Niekerk et al., 2017](#)). Todas estas características llevan a distintas variantes del E-VSP a fin de apoyar en la toma de decisiones. En esta sección, presentamos literatura del E-VSP relacionada con nuestro contexto de planificación en sistemas de transporte público.

2.1 ASIGNACIÓN DE VEHÍCULOS ELÉCTRICOS EN TRANSPORTE PÚBLICO

El uso de vehículos eléctricos implica el considerar la autónoma a fin de desarrollar enfoques de planificación eficientes, dado que los tiempos de recarga de baterías ya no son despreciables comparados con los tiempos de recarga de combustibles fósiles. En general, se definen distintos problemas del VSP con buses eléctricos en dependencia de las características operacionales y el tipo de tecnología en las recargas de baterías. Por ejemplo, [Posthoorn \(2016\)](#) presenta un problema de asignación de vehículos eléctricos, en el que busca minimizar la cantidad de vehículos a utilizar para poder reducir costos. Una de las restricciones a considerar es el consumo de la batería, esta no debe exceder el 80 % debido a que unos viajes pueden consumir más batería de lo esperado. Con el fin de solucionar este problema, se implementaron dos modelos; un modelo de carga continua y un modelo de carga discreta. El modelo de carga continua es útil para instancias pequeñas, mientras que para el modelo de carga discreta, fue necesario hacer uso de generación de columnas a fin de resolver problemas más grandes, esto es útil debido que para la ciudad es necesario planificar muchos viajes. Uno de los costos que se considera para los

vehículos eléctricos son los costos de recarga, estas acciones se llevan a cabo en cargadores estacionarios. Por lo cual se podría buscar minimizar vehículos y la cantidad de cargadores como lo propone [Liu and Ceder \(2020\)](#). En particular, los autores definen un problema bi-objetivo para el cual se desarrollaron dos métodos de solución, uno basado en el método lexicográfico, y un algoritmo de flujo aumentante para una formulación de flujo máximo. La etapa experimental se enfoca en una implementación práctica en una red de Singapore, alcanzando soluciones con un valor óptimo en el número de cargadores y un tamaño de flota aceptable.

Los vehículos eléctricos no solo generan costos por asignación, otro de los costos que se consideran son los costos de compra, cargadores, viajes y deadheadings. Estos costos se pueden considerar anualmente como el caso de estudio de [Yao et al. \(2020\)](#) donde desarrolla un algoritmo heurístico con una solución inicial generada por un algoritmo genético donde se permite hacer viajes durante el día con vehículos de diferentes características (autonomía y tiempo de recarga). Para determinar la cantidad de autobuses necesarios de cada tipo, los viajes a realizar, además de determinar la cantidad de cargadores a utilizar. Con este algoritmo se mostró un ahorro del 15,93 % anual en comparación con el método tradicional. Otra metodología de solución para este tipo de problemas es por medio de un modelo de optimización de programación entera mixta como lo maneja [Wang et al. \(2017\)](#). Los autores consideran los tiempos de recarga fijos y muestran que el deterioro de las baterías juega un papel importante en los costos anuales, debido a que estos costos aumentaban de manera constante cuando aumentaba la tasa de deterioro de la batería. Como se evidencia en [Bie et al. \(2021\)](#), el tener un buen manejo de la carga a realizar por los vehículos ayudará a prolongar el ciclo de vida de las baterías. En particular, los autores determinan la función de distribución de probabilidad del consumo de energía de los viajes, por medio de un modelo que describe la volatilidad estocástica. Además, proponen la estrategia de carga para los vehículos durante los tiempos de inactividad, con el supuesto de contar con cargadores suficientes. Los resultados indican que puede reducir el consumo de energía y prolongar el ciclo de vida de la batería teniendo un impacto en los costos para la programación de asignación de vehículos.

2.2 INTEGRANDO VSP CON OTROS PROBLEMAS EN LA PLANIFICACIÓN DE SISTEMAS DE TRANSPORTE

Tal como se plantea en este estudio, se puede definir un problema integral entre el VSP y otros subproblemas de la planificación en sistemas de transporte, los cuales determinen las decisiones de los problemas integrados de forma simultánea. En general,

el impacto de los enfoques integrales es encontrar mejores soluciones comparados con enfoques secuenciales, pero a expensas de mayor complejidad tanto en la modelación, como en la implementación de los algoritmos de solución. Por ejemplo, el estudio de [Teng et al. \(2020\)](#) integra un VSP con decisiones de diseño de horarios, desarrolla un modelo multiobjetivo el cual busca satisfacer la demanda de los pasajeros con el menor coste operativo y maximizando los beneficios sociales. Las acciones de recargas de batería que se realicen durante el día son hasta alcanzar la carga completa y no se pueden realizar en horas pico, dado que en algunos lugares como Shinghái, China no está permitido elaborar estas actividades a esas horas (además de generar un alto costo). Para este problema se implementó un algoritmo de enjambre de partículas multiobjetivo, se mostró que en comparación con el horario existente, la solución propuesta puede reducir efectivamente el número de vehículos y la carga total, y los períodos de carga del vehículo están bien distribuidos durante el día evitando horas pico. Por otro lado, [He et al. \(2020\)](#) estudia un problema de asignación de vehículos para determinar las acciones de recarga, pero determinando también la potencia de carga en un sistema de transporte con tecnología de carga rápida. El objetivo es minimizar el costo total en términos de la electricidad consumida en las acciones de recarga y cargos relacionados a la infraestructura (basándose en tarifas time-of-use, TOU), mientras se respetan restricciones de horarios de consumo de energía y tamaño de flota. Los autores proponen un modelo de optimización no lineal no convexo con variables continuas en el tiempo, que es difícil de resolver con solver comercial. El modelo es reformulado como un programa lineal discreto, el cual es manejable por solver comercial para instancias de hasta 16 líneas. Los resultados muestran que una mayor capacidad de la batería puede reducir los costos totales de carga mediante una mayor flexibilidad en el programa de carga. Sin embargo, la reducción en los costos de carga a través del aumento de la capacidad de la batería es limitado.

En el caso de la integración con el CSP, tal como proponemos en este trabajo, solo encontramos el estudio de [Perumal et al. \(2021\)](#) quien muestra la eficiencia en sistema de transportes cuando se es considerado simultáneamente la programación de vehículos eléctricos y conductores, a diferencia de un enfoque secuencial. Se hizo una búsqueda adaptativa de vecindarios grandes considerando regulaciones tanto para los vehículos eléctricos como para los conductores. En el cual se contemplan los tiempos de recarga y autonomía para el vehículo, y para el conductor se debe respetar las horas de conducción consecutiva y tiempos de descanso. El objetivo es minimizar costos operacionales y costos relacionados con las actividades de recarga. Resultados experimentales muestran que el método de solución propuesto encuentra mejoras en el rango de 1.17% a 4.37% en promedio comparado contra el enfoque secuencial. También se mostró que el costo se ve afectado por la autonomía del vehículo, ya que a mayor autonomía menos acciones de recargas.

La Tabla 1, muestra las características de los trabajos presentados en nuestra revisión de literatura. Nótese, que no encontramos un estudio en la literatura que tenga todas las características de nuestro enfoque de optimización. En particular, el trabajo más parecido, es el propuesto por [Perumal et al. \(2021\)](#), donde las principales diferencias es que nosotros consideramos la posibilidad de hacer cargas parciales y utilizamos una función de carga lineal por tramos a fin de tener una mayor precisión en la medición de la recarga de las baterías en base al tiempo. Además, consideramos más elementos a optimizar en la función objetivo.

Estudio	Integración con CSP	Cargas parciales	Tipo de carga	Función carga	Objetivo
Posthoorn (2016)		✓	Carga rápida	Lineal	Cantidad de vehículos
Liu and Ceder (2020)		✓	Carga rápida	No-lineal y lineal	Bi-objetivo: cantidad de vehículos y cantidad de cargadores.
Yao et al. (2020)			Carga rápida	Lineal	Costos anuales de compra (EV's y cargadores) y operativos.
Wang et al. (2017)			Carga rápida	Lineal	Costo total de operación
Bie et al. (2021)		✓	Carga lenta	Lineal	Costos de adquisición de vehículos, valor esperado del consumo energético y fiabilidad del horario
Teng et al. (2020)			Carga lenta	Lineal	Cantidad de vehículos y costo total de recarga.
He et al. (2020)			Carga rápida	Lineal	Costo de recarga y uso de infraestructura
Perumal et al. (2021)	✓		Carga lenta	Lineal	Costo de cantidad de vehículos/conductores, costos de recarga y jornadas laborales.
Nuestro estudio	✓	✓	Carga lenta	Lineal por tramos	Costos la cantidad de vehículos, kilómetros recorridos, jornadas laborales y recargas realizadas.

Tabla 1: Revisión de literatura de estudios relacionados.

La siguiente sección muestra la descripción detallada de nuestro problema de optimización, donde ilustramos un ejemplo de una solución. Mientras que una propuesta de formulación matemática se muestra como apéndice.

CAPÍTULO 3

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Como se mencionó en el Capítulo 1, el objetivo de nuestro problema de optimización es la asignación de viajes para cada vehículo, así como la jornada laboral asignada a cada conductor (viaje-vehículo-conductor) teniendo en cuenta las políticas de regulación de jornada laboral, con el fin de reducir los costos operacionales de una línea bidireccional.

En el nivel operacional, la parte más importante es la reducción de costos, debido que para el proveedor del transporte los recursos económicos van destinados al uso de los vehículos y las jornadas laborales (ver [Boyer et al., 2018](#)). Estos costos operacionales se definen en términos de los siguientes elementos (vea [Li, 2014](#)), los cuales usaremos en nuestro objetivo a optimizar.

- Cantidad de conductores.
- Costo de la jornada laboral de los conductores, que puede ser de tiempo completo o medio tiempo, incluso considerar horas extra.
- Costo del tamaño de flota vehículos.
- Costo de recarga de los vehículos eléctricos.
- Costo del kilometraje recorrido por los vehículos.

Antes de la operación, los vehículos suelen estar almacenados en uno o más depósitos, mientras que los viajes deben iniciar en terminales, que son los puntos extremos del recorrido de una línea. Más aún, nosotros estamos considerando el caso de una línea bi-direccional donde se tienen dos puntos de gestión para esa misma línea. Entonces, de manera general, los movimientos involucrados en la operación son, depósito-terminal, terminal-terminal (ya sean viajes de ida, vuelta e incluso viajes no comerciales), terminal-depósito. La Figura 2 muestra estos movimientos, para el caso de una línea bi-direccional.

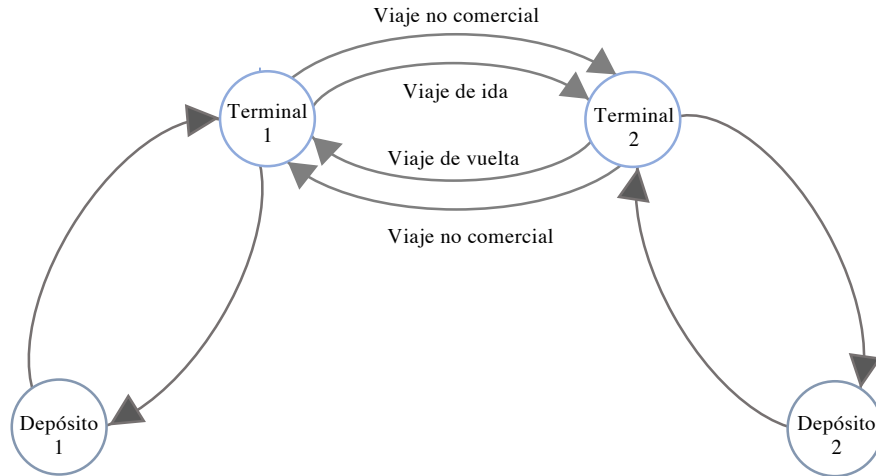


Figura 2: Representación de movimientos que se realizan durante la operación de una línea de transporte urbano.

3.1 INPUT DEL PROBLEMA

En base a lo anterior, es necesario identificar todos los tipos de movimientos que realiza un vehículo/conductor, así como las acciones de recarga de baterías y descanso de los conductores, a fin de modelar el costo operacional. Entonces, para definir nuestro problema, consideramos la siguiente información de entrada representada como conjuntos y parámetros.

- O : Conjunto de depósitos.
- I : Conjunto de viajes por asignar.
- V : Conjunto de vehículos en el sistema.
- D : Conjunto de conductores.
- o_i : El depósito más cercano a la terminal donde inicia el viaje i , al cual llamaremos depósito asociado al viaje i .
- dT_i : Tiempo de inicio del viaje $i \in I$.
- eT_i : Tiempo de terminación del viaje $i \in I$.
- bT_o : Tiempo de ir del depósito $o \in O$ a la terminal más cercana (y viceversa).
- c_i : Consumo de carga del viaje $i \in I$, es decir, el porcentaje de batería que consume el recorrido de i .

- cdh_{ij} : Consumo de carga del recorrido no comercial desde el punto final del viaje i hacia punto inicial de viaje j .
- cbT_o : Consumo de carga de batería por ir del depósito $o \in O$ a terminal más cercana (y viceversa).
- ct : Tiempo mínimo de realizar actividad de recarga para cada vehículo.
- $carga(t, c_v)$: Carga de batería del vehículo v después de hacer una recarga de t minutos, cuando el vehículo tenía una carga c_v (función de recarga).
- $buffer$: Carga de batería que se reserva como respaldo a lo largo de toda la operación (buffer de seguridad).
- rS^d : Duración de la jornada laboral regular del conductor $d \in D$.
- rE^d : Duración de la jornada laboral en tiempo extra del conductor $d \in D$.
- rT : Tiempo de descanso para todos los conductores.
- mT : Máximo tiempo de conducción sin descanso.
- $Cost(V)$: Costo fijo por vehículo utilizado (este costo se refiere al mantenimiento).
- $Cost(D)$: Costo fijo por conductor utilizado.
- $Cost(C)$: Costo promedio del consumo de electricidad (USD/kWh).
- $Cost(J)$: Costo por jornada laborada regular para un conductor.
- $Cost(E)$: Costo por hora de tiempo extra por conductor.
- $Cost(K)$: El costo por kilómetro recorrido de un vehículo.

3.2 DECISIONES Y RESTRICCIONES DEL PROBLEMA

Con base en lo anterior, nuestro problema integral de asignación de vehículos y conductores considerando líneas bidireccionales y autobuses eléctricos (VCSP-BE) *determina la asignación viaje-vehículo-conductor y de las actividades de recarga de los vehículos eléctricos*, a fin de minimizar los costos operacionales del sistema de transporte. Se tiene las siguientes limitantes para el problema::

- Cada vehículo y conductor deben iniciar y finalizar en el depósito asociado a al primer viaje realizado.

- El conductor tiene un tiempo máximo de conducción consecutiva antes de realizar un descanso o finalizar su jornada.
- Existe una duración máxima de la jornada laboral, la cual se calcula en términos del tiempo de salida y llegada del conductor al depósito asignado.
- Un vehículo puede ser asociado a más de un conductor durante el día, pero no viceversa
- Se tiene que respetar un “buffer” de seguridad del 20 % de la batería del vehículo.

En la literatura, este tipo de problemas se modela típicamente mediante formulaciones de cobertura y partición de conjuntos. En particular, se define la siguiente información. Dado que se tiene un conjunto de viajes para el cual se conoce su hora de inicio y fin. Se tiene un conjunto \mathcal{A} de las secuencias factibles que puede realizar un vehículo, del mismo modo se tiene secuencias factibles para los conjuntos, a lo cual le llamaremos conjunto \mathcal{B} . Entonces, cada viaje i debe estar cubierto por una secuencia $\alpha \in \mathcal{A}$ que contenga a dicho viaje (eso se representa con un parámetro $a_{i\alpha} = 1$), de igual forma, cada viaje i debe estar cubierto por una secuencia $\beta \in \mathcal{B}$ que incluya a dicho viaje (esto se representa con un parámetro $a_{i\beta} = 1$). El costo por cada secuencia de viajes que se pueden asignar a un vehículo y conductor, esta dado por $cost_\alpha$ y $cost_\beta$, respectivamente. La decisión en estos modelos es determinar cuales secuencias α y β formarán parte de la solución. Para esto, se define una variable binaria x_α el cual toma el valor de 1 si se toma la secuencia α , y 0 en otro caso. De manera análoga, se define la variable binaria x_β , y el problema se formula de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}
\text{mín} \quad & \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} cost_\alpha x_\alpha \quad + \quad \sum_{\beta \in \mathcal{B}} cost_\beta y_\beta \\
& \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} a_{i\alpha} x_\alpha = 1, \quad i \in \mathcal{I} \\
& \sum_{\beta \in \mathcal{B}} a_{i\beta} y_\beta = 1, \quad i \in \mathcal{I} \\
& \text{Relacion}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\
& x_\alpha \in \{0, 1\}, \quad x_\beta \in \{0, 1\}
\end{aligned}$$

Una de las desventajas que tienen estos modelos, es el pre proceso que debe realizarse para determinar todas las secuencias factibles en los conjuntos \mathcal{A} y \mathcal{B} , además de modelar la relación entre dichas secuencias.

Alternativamente, se pueden usar formulaciones de flujo en redes, como la propuesta por [Boyer et al. \(2018\)](#), la cual considera todos nuestros supuestos del problema, excepto

los autobuses eléctricos. Sin embargo, incluso para dicha versión del problema, resultados preliminares con una instancia de 14 viajes de ida y 14 viajes de vuelta muestran que el solver comercial de CPLEX 20.1 encuentra una solución con un gap 30 % en 5 horas de tiempo computacional. En respuesta, se propone una metaheurística para nuestro problema, donde resultados experimental muestran que se puede obtener ahorros significativos al compararse con enfoques que implementados en el sistema real. Adicionalmente, extendemos la formulación de [Boyer et al. \(2018\)](#) para nuestro problema, y lo presentamos como solo un resultado teórico en el apéndice, debido a la intratabilidad de la formulación utilizando un solver comercial con la tecnología de cómputo actual.

3.3 EJEMPLO DE UNA SOLUCIÓN

A continuación, se presenta un ejemplo de la representación gráfica de una solución. En la Figura 7 se muestra lo que se quiere lograr. Se tiene un conjunto de viajes en ambas direcciones de una línea, y se conoce el tiempo de inicio y finalización de dichos viajes. Entonces, podemos definir para cada vehículo las actividades a realizar.

Viajes asociados al depósito o_1

Viaje	1	22	30	37	44
Tiempo de inicio	25	336	435	608	800
Tiempo de finalización	42	373	473	664	838

Viajes asociados al depósito o_2

Viaje	54	58	68	76	92	98
Tiempo de inicio	71	144	214	393	675	841
Tiempo de finalización	102	194	270	428	721	877

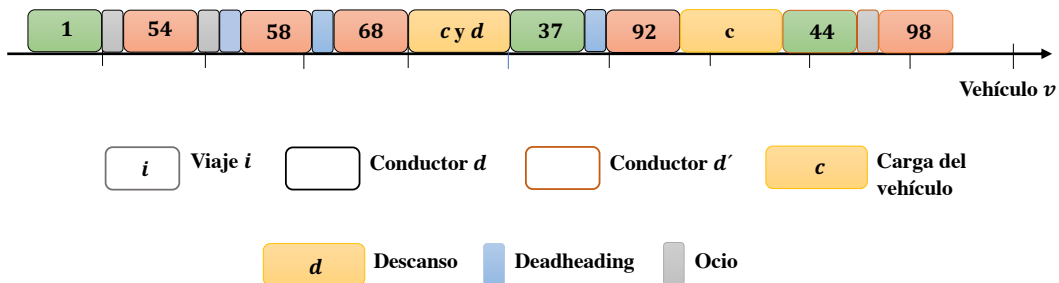


Figura 3: Ejemplo de solución de nuestro problema de optimización.

En el diagrama se tiene un vehículo v para el cual su secuencia está dada por el viaje inicial 1 (asociado al depósito 1) con el conductor d , para después llevar a cabo el viaje 54 (asociado al depósito 2), como su tercer viaje está asociado al mismo depósito (tiene el mismo sentido que 54), será necesario un deadheading para situar al vehículo y conductor en la terminal deseada. Una vez que realiza su cuarto viaje, será necesario que el conductor d tome un descanso dado que ya habrá pasado el tiempo máximo de conducción consecutiva. Este tiempo es aprovechado para cargar el vehículo (ver bloque “c y d”), y se continúa con la operación del vehículo y la jornada laboral. El último viaje efectuado por el conductor d es el 92, antes de seguir siendo utilizado el vehículo por un conductor d' se realiza una actividad de carga de ser necesario, para esta carga no es necesario que un conductor este presente. Al finalizar es operado por el conductor d' , el cual realiza el viaje 44 y 98 para finalizar la operación de v .

CAPÍTULO 4

METODOLOGÍA

Con el fin de obtener buenas soluciones en poco tiempo de cómputo, se implementa un algoritmo metaheurístico, el cual será comparado con un algoritmo greedy basado en lo que realiza el planificador en el sistema real, a fin de establecer ventajas y desventajas del algoritmo propuesto. Nuestro método de solución, es un algoritmo que complementa una búsqueda local, con un algoritmo GRASP (por las siglas en inglés de *Greedy Randomized Adaptative Search Procedure*).

En particular, un algoritmo de búsqueda local parte de una solución dada y mediante un procedimiento iterativo, explora diferentes soluciones vecinas (cercanas) de la solución actual, eligiendo aquella que mejore la función objetivo (vea [Michiels et al., 2007](#)). Para implementar este algoritmo es necesario definir tres aspectos: escoger la solución inicial, determinar las soluciones vecinas de una solución y elegir alguna regla que mejore la solución vecina. El criterio de paro típico es iterar hasta que no sea posible mejorar la solución (optimalidad local).

Una forma de construir la solución inicial es mediante un algoritmo greedy, el cual se inicia con una solución vacía y se va completando añadiendo la mejor tarea de las aún no elegidas (llámese “mejor” a aquella tarea que mejore la función objetivo en el momento), esta tarea es incluida en la solución actual, este proceso continúa hasta que sean cumplidas todas las tareas. Una manera en la que se puede tomar soluciones vecinas es por el intercambio de tareas. Quedándose con aquella solución que mejore la función objetivo, este proceso termina con cierto criterio de paro (primera mejora, número de iteraciones, tiempo de proceso, etc.).

El procedimiento anterior garantiza optimalidad local respecto a un vecindario, y se vuelve necesario diversificar la búsqueda para “escapar” de dichos óptimos locales. En este sentido, un algoritmo GRASP consta de un procedimiento iterativo, que implementa un algoritmo greedy-aleatorizado, mediante la implementación de una lista restringida de candidatos (por cardinalidad, calidad, u otro criterio) en cada iteración del algoritmo constructivo (vea [Talbi, 2009](#)). Lo anterior permite generar diferentes soluciones en dis-

tintos llamados al algoritmo constructivo, para luego implementar una búsqueda local. Es decir, cada iteración del GRASP permite explorar distintos óptimos locales, y se reporta el mejor de ellos a lo largo de todo el procedimiento (llamado incumbente).

Algorithm 1: GRASP($k, IterLimit$)

Result: Incumbente s^*

```

1  $Iter = 0;$ 
2 while ( $Iter < IterLimit$ ) do
3    $s \leftarrow GreedyRandomized(k) ;$ 
4    $s \leftarrow LocalSearch(s) ;$ 
5   if  $f(s) < f(s^*)$  then
6      $s^* \leftarrow s ;$ 
7   end
8    $Iter \leftarrow Iter + 1;$ 
9 end

```

Todos los componentes de nuestra metaheurística, se basan en los operadores descritos a continuación.

4.1 OPERADORES

Para este problema se utilizarán diferentes movimientos. Cada viaje tiene cierta información como: la hora de inicio y de fin del viaje, donde inicia el viaje, así como la carga que es necesaria para poder llevarlo a cabo. En esta sección se describen dos movimientos, los cuales se podrán determinar, siempre y cuando se cumplan ciertas condiciones.

4.1.1 MOVIMIENTO DE INSERCIÓN

Este movimiento se describe en el algoritmo 2, el cual tiene por objetivo asignar un viaje i a una pareja de conductor d y vehículo v en una solución parcial (denotada por s). En general, nuestro movimiento de inserción distingue distintos casos en los cuales es posible asignar el viaje i a la pareja (d, v) .

Algorithm 2: *Insert(s, v, d, i)***Result:** Solucion factible s

```

1 Sea  $c_v$  la carga actual del vehículo  $v$ ;
2 if (  $x_d = 0 \wedge c_v - cbt_{o_i} - c_i - (cdh_{i,o_d} + cbt_{o_i}) \geq buffer$  ) then
3   | Asigna  $i$  a  $v$  y actualiza  $c_v = c_v - c_i$ ,  $rT_d = bT_{o_i} + (eT_i - dT_i)$  y
   |    $x_d = bT_{o_i} + (eT_i - dT_i)$  ;
4 end
5 if (  $x_d > 0$  ) then
6   | Sea  $i^*$  el primer viaje de  $d$ ,  $c_v$  carga de  $v$ ;
7   |  $\bar{t} = dT_i^* - (eT_i + dh_{ii^*}) - 2bt_{o_i}$ ,  $\bar{c}_v = c_v - cbt_{o_i} - c_i - cdh_{ii^*} - cbt_{o_i}$  y
   |    $\bar{x}_d = x_d + (dT_i^* - dT_i)$  ;
8   | if (  $\bar{t} \geq t_{min} \wedge carga(\bar{c}_v, \bar{t}) \geq 100 \wedge \bar{x}_d \leq rSd$  ) then
9   |   | Asigna  $i$  a  $v$  y actualiza  $x_d = x_d + (dT_i^* - dT_i)$ ;
10  | end
11  | Sea  $i^*$  el último viaje de  $d$  ;
12  |  $\bar{c}_v = c_v - cdh_{i^*,i} - c_i - cdh_{i,o_d} - cbt_{o_d}$  y  $\bar{x}_d = x_d - dh_{i^*,o_d} + (eT_i - eT_i^*) + dh_{i,o_d}$  ;
13  | if (  $\bar{c}_v \geq buffer \wedge \bar{x}_d \leq rSd$  ) then
14  |   | Sea  $rT_d$  el tiempo de conducción después del último break ;
15  |   | if (  $rT_d + (eT_i + dh_{i,o_d} + bT_{o_d} - eT_i^*) < mT$  ) then
16  |   |   | Actualiza  $c_v = c_v - cdh_{i^*,i} - c_i$  y  $rT_d = rT_d + (eT_i - eT_i^*)$ ;
17  |   | else
18  |   |   | Actualiza  $c_v = c_v - cdh_{i^*,i} - c_i - 2cbt_{o_i}$  y  $rT_d = bT_{o_i} + (eT_i - dT_i)$ ;
19  |   | end
20  |   |  $x_d = x_d + (eT_i - eT_i^*)$ ;
21  | end
22  |  $\bar{t} = dT_i - dT_i^* - dh_{ii^*} - 2bt_{o_i}$  y  $\bar{c}_v = c_v - cdh_{i^*,i} - cbt_{o_i}$  ;
23  | if (  $\bar{t} \geq t_{min} \wedge carga(\bar{t}, \bar{c}_v) - cbt_{o_i} - c_i - cdh_{i,o_d} - cbt_{o_d} \geq buffer \wedge \bar{x}_d \leq rSd$  )
   | then
24  |   | Actualiza  $c_v = carga(\bar{t}, \bar{c}_v) - cbt_{o_i} - c_i$ ,  $rT_d = bT_{o_i} + (eT_i - dT_i)$  y
   |   |    $x_d = x_d + (eT_i - eT_i^*)$  ;
25  | end
26 end
```

Primeramente, en las líneas 2-4 se representa el caso de asignar el viaje i cuando el conductor va a iniciar su jornada ($x_d = 0$) y la carga actual del vehículo c_v sea suficiente para realizarlo sin exceder el buffer de seguridad, considerando la carga consumida de salir del depósito a terminal de inicio de i (cbt_{o_i}), el consumo del mismo viaje i (c_i), y el consumo del regreso al depósito ($cdh_{i,o_d} + cbt_{o_i}$) dado que es el último viaje asignado a d hasta el momento (esto último siempre se verifica al insertar viajes al final de la

jornada). Es decir, el viaje i se asigna para un conductor sin carga cuando se cumpla $c_v - cbt_{o_i} - c_i - (cdh_{i,o_d} + cbt_{o_i}) \geq buffer$.

En las líneas 5 a 26 se representa los distintos de asignar el viaje i a un conductor con trabajo ya asignado ($x_d > 0$). En particular, en la línea 6 se identifica al primer viaje i^* del conductor d , y en la línea 7 se calcula el tiempo efectivo de recarga \bar{t} que se tuviera en caso de asignar a i como primer viaje de d , la carga \bar{c}_v con la que llegaría el vehículo al depósito después de realizar el viaje i y la duración de la jornada laboral del conductor x_d en caso de asignar el viaje i como su primer tarea. Note que la condición en la línea 8 indica que el viaje se asigna solo cuando realmente se puede realizar una recarga y el nivel de batería $carga(\bar{c}_v, \bar{t})$ después de dicha recarga alcanza el 100 % (para no afectar lo que se había programado cuando i^* era el primer viaje), y se respeta la jornada laboral. Análogamente, podemos intentar asignar el viaje i al final de la jornada actual del conductor d . Esto a su vez deriva dos casos, cuando es posible realizar el viaje i sin hacer recarga de batería (ver líneas 13 a 21) considerando hacer o no descansos para respetar el tiempo máximo de conducción consecutiva mT (líneas 15 a 19); y el caso donde se asigna como último viaje pero realizando una recarga previamente (ver líneas 22 a 25).

4.1.2 MOVIMIENTO DE ELIMINACIÓN:

Si se desea quitar un viaje en la secuencia del conductor y vehículo, es necesario modificar la información correspondiente, el cual involucra tiempo, carga y jornada laboral. Para el tiempo como se eliminara un viaje hay que ver si realizo un deadheading o no, en caso de haberlo realizado se tendrá que eliminar, una vez de haber echo este análisis, se contara con tiempo de inactividad para la dupla vehículo-conductor. Para la carga del vehículo, se le quita la carga que fue necesaria para el viaje eliminado. Y para el conductor se revisa en que parte del día se elimina el viaje para modificar el tiempo de conducción consecutiva. En la Figura 4 se muestra lo que sucedería si es eliminado un viaje, para este ejemplo se tomo el viaje 58. Una vez seleccionado el viaje se revisa el depósito asociado del viaje anterior y posterior (en caso de que existan), en este caso ambos viajes son del depósito o_2 para lo cual es necesario realizar un deadheading, por lo tanto a la solución inicial a parte de eliminar el viaje se eliminará un deadheading.

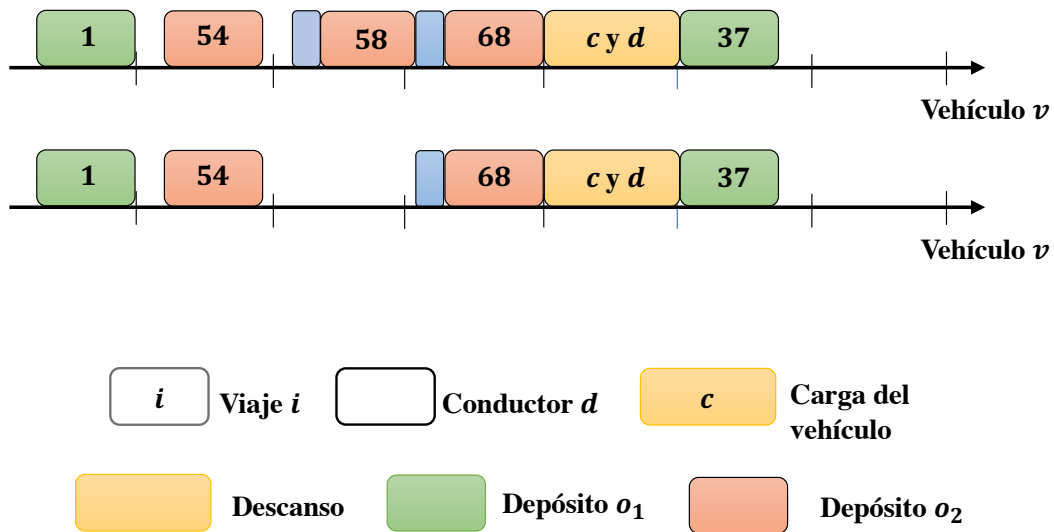


Figura 4: Ejemplo de movimiento de eliminación.

4.2 ALGORITMO CONSTRUCTIVO

La idea general es construir una solución de forma greedy, representando lo que haría un planificador si se tuviese esta situación. Donde el viaje y vehículo, lo asigna según el orden en que llegue, es decir, si un vehículo con su respectivo conductor que no a finalizado su jornada laboral, haga el viaje inmediato después de llegar a la terminal, de caso contrario, si ya finalizó su jornada se le asigna a otro conductor.

El objetivo de este algoritmo greedy es utilizar el menor número de autobuses. Una vez que se toma un autobús asociarle un conductor el cual haga el mayor número de viajes. Con ayuda del operador movimiento de inserción construimos nuestra solución inicial.

En el algoritmo 3 se muestra como fue construida nuestra solución inicial, la cual se considera como si un planificador la realizará. Se considera el conjunto de vehículos y conductores que pueden realizar actividades durante el día y los viajes no asignados. Una vez tomado un vehículo v , un conductor d y un viaje i utilizamos el algoritmo de inserción (ver líneas 1-18), si el viaje se realiza, es eliminado del conjunto de vehículos. En las líneas 9 - 15 se establece que si un vehículo y conductor tienen asignada su jornada laboral, debe ser actualizada al momento de que el conductor termine la jornada laboral.

Algorithm 3: Greedy()

Result: Incumbente Solución s con asignación
viaje-vehículo-conductor

Input: Definimos I' como los viajes ordenados con respecto dT_i
no asignados, D' conductores no asignados y V'
vehículos no asignados.

```

1 for  $v \in V'$  do
2   for  $d \in D'$  do
3     for  $i \in I'$  do
4        $s \leftarrow \text{Insert}(s, v, d, i)$ ;
5       if viaje  $i$  asignado then
6          $I' \leftarrow I' - \{i\}$ 
7       end
8     end
9     if jornada del vehículo then
10       $V' \leftarrow V' - \{v\}$ 
11    end
12    else
13       $D' \leftarrow D' - \{d\}$ ;
14      Regresa vehículo  $v$  y conductor  $d$  al depósito  $o_d$ ;
15      Actualiza  $x_d$  y  $c_v$ ;
16    end
17  end
18 end

```

Para el algoritmo GRASP se considera una lista restringida esta lista se obtiene una vez que se ordenan los viajes según la hora de salida se tiene un parámetro k el cual determina la cantidad de elemento a tomar en la lista restringida, además se define *IterLimit* el cual indica número de iteraciones que se llevara a cabo el GRASP.

La lista restringida nos ayuda al momento de construir la solución inicial, se toma un Greedy aleatorizado es decir de el parámetro $k \geq 2$ se toma de manera aleatoria cualquier viaje una vez que es asignado se elimina del conjunto de viajes, se repite este proceso hasta asignar todos.

4.3 BÚSQUEDA LOCAL

En el Algoritmo 4 se tiene el intercambio de dos viajes, el cual consta en seleccionar dos tripletas de la solución. En cada una se tiene un viaje asignado y se busca intercambiar ese viaje para el cual es necesario el movimiento de eliminación líneas 1 y 2, una vez efectuado este paso se manda a llamar al movimiento de inserción (línea 3 y 4) por último en las líneas 5 a la 10 se verifica si la nueva solución es factible en caso de ser lo, será la nueva solución.

Algorithm 4: 2-opt()

Result: Solución s con asignación
viaje-vehículo-conductor

Input: $s, (v, d, i), (v', d', i')$

```

1  $s \leftarrow \text{Remove}(s, v, d, i)$ ;
2  $s \leftarrow \text{Remove}(s, v', d', i')$ ;
3  $s \leftarrow \text{Insert}(s, v, d, i')$ ;
4  $s \leftarrow \text{Insert}(s, v', d', i)$ ;
5 if viajes  $i$  e  $i'$  fueron asignados then
6 |   return  $s$ ;
7 else
8 |   Alerta operador infactible;
9 end
```

En base al operador del algoritmo 4, implementamos una búsqueda local (Algoritmo 5), en donde se considera cualquier dos tripletas de vehículo-conductor-viaje con el fin de intercambiar viajes. Se actualiza el incumbente cuando se encuentra la primer mejora en nuestra función objetivo (líneas 3 a 6).

Algorithm 5: LocalSearch(s)

Input: Solución factible s

- 1 Sea \mathcal{SEQ} el conjunto de tuplas (v, d, i) asignados en la solución s ;
- 2 **for** *all* $(v, d, i), (v', d', i') \in \mathcal{SEQ}$ **do**
- 3 $s' = 2\text{-opt}(s, (v, d, i), (v', d', i'))$;
- 4 **if** $f(s') < f(s)$ **then**
- 5 $s \leftarrow s'$, actualiza \mathcal{SEQ} ;
- 6 **break for**;
- 7 **end**
- 8 **end**

En la siguiente sección definimos nuestra etapa experimental para analizar la eficiencia de la metodología de solución propuesta.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

5.1 GENERACIÓN DE INSTANCIAS

Para la experimentación computacional, consideramos tres tamaños de instancias en términos del número de viajes, vehículos, y conductores, así como la cantidad de periodos en que se divide el día. La Tabla 5.1 muestra las características que diferencian a cada tipo de instancia, para las cuales se generaron aleatoriamente 40 instancias, resultando en un total de 120 instancias. Se experimento en una computadora iMac con procesador 2,3 GHz Intel Core i5 de dos núcleos, teniendo un tiempo de computo para el algoritmo constructivo de 0.14 segundos y de 7.48 segundos para el GRASP.

Tabla 2: Tipos de instancias con distintos tamaños de red de transporte.

Instancia	$ I $	$ V $	$ D $	Períodos
A	100	50	50	3
B	200	100	100	5
C	400	200	200	5

Los viajes están distribuidos a lo largo del día laboral que comprende un horario de 4:30 a.m a 12:00 a.m. (1,170 minutos). Para las instancias tipo A, el día se divide en tres periodos de planificación de la misma longitud. En el caso de las instancias B y C, el día está dividido en 5 periodos, donde los periodos punta son de 6:30 a.m a 9:00, y de 5:00 p.m a 8:30 p.m. En estos periodos punta se generan aproximadamente el 15% más viajes que en los otros periodos del día. El tiempo de despacho dt_{i^*} para el primer viaje i^* en cada sentido se genera aleatoriamente entre $[10, 16]$, donde el instante de tiempo 0, denota el inicio del día laboral. Para el resto de los viajes i , el minuto de inicio está dado por $dT_i = dt_{i-1} + r$, donde r se genera aleatoriamente entre $[h - \delta, h + \delta]$, para lo cual, h denota el intervalo de la línea, es decir la longitud del periodo de planificación entre la cantidad de viajes a ofertar. Para calcular el tiempo de finalización eT_i de un cada viaje i , se genera un tiempo de recorrido aleatorio entre 30 y 35 minutos para cualquier periodo

a excepción de los periodos punta donde la duración del viaje en este periodo es entre 45 y 60 minutos.

Para todas las instancias, se consideran los siguientes parámetros fijos. La duración de la jornada laboral regular es de $rS^d = 8$ horas, mientras que la duración de la jornada extra es de $rE^d = 2$ horas. El máximo tiempo de conducción consecutivo para un conductor es de $mT = 4$ horas y el tiempo de descanso es de $rT = 1$ hora. Los tiempos de viaje desde cada depósito a la terminal más cercana (y viceversa) se fija como $bT_{o_1} = 5$ y $bT_{o_2} = 6$ minutos para o_1 y o_2 , respectivamente. Tomamos los costos de vehículo ($Cost(V) = 3,3$ USD/día) y del kilometraje ($Cost(K) = 0,661$ USD) de Li (2014). En cuanto a los costos de la jornada laboral, usamos la información de Salary Expert (2022) para definir el costo de jornada regular y jornada extra como $Cost(J) = Cost(E) = 8,8$ USD/hora. Además, se considero un costo fijo de $Cost(D) = 4$ USD por conductor necesario para realizar los viajes y los costos de consumo de electricidad son de $Cost(C) = 0,27$ USD/hora en las recargas Wu et al. (2022). Los parámetros de consumo de carga de batería se fijaron como sigue: $cdh_{ij} = 9\%$ para los recorridos no comerciales en ambos sentidos; $cbT_{o_1} = 1\%$ ($cbT_{o_2} = 2\%$, resp.) para los recorridos de depósito o_1 (o_2 , resp.) a terminal más cercana y viceversa; $c_i = 0,333(eT_i - dT_i)\%$ para los viajes i (proporcional al tiempo de recorrido). Finalmente, el tiempo mínimo de recarga de batería se define como $ct = 1$ hora, por tratarse de autobuses de carga lenta.

A continuación, se detalla la modelación del consumo de carga y acciones de recarga.

5.2 FUNCIÓN DE CARGA DE AUTOBUSES ELÉCTRICOS

Recordemos que en el input de nuestro problema, consideramos la función $carga(t, c_v)$ que representa la carga de batería del vehículo v después de hacer una recarga de t minutos, cuando el vehículo tenía una carga de c_v . Obviamente, esta función depende de las características técnicas y de infraestructura de la red de transporte.

En caso de los vehículos eléctricos, se caracterizan por dos cosas, su autonomía y el tiempo de recarga. Para esta experimentación, se usaron vehículos eléctricos de carga lenta con una duración de 4 horas para la carga total, teniendo una autonomía de 150km, en base al consumo de 1.4 kWh y una velocidad de recorrido entre los 15 y 20 kilómetros por hora (como se ejemplifica en Shen et al., 2019).

Además de las características técnicas de los vehículos antes descritas, nos basamos en el estudio de Montoya et al. (2017) para definir la función $carga(t, c_v)$. El cual tiene un comportamiento lineal por partes, para estimar la carga después de una actividad de

carga, se necesita de dos datos; la carga que se tiene al momento de que el vehículo llega al depósito y el tiempo que se da para realizar dicha acción, una vez establecidos estos valores se procede a calcular la carga del vehículo. Un ejemplo de lo que realiza dicha función apoyándonos de la figura 5 es si nosotros decidimos realizar una actividad de cargar y se llega con un nivel de batería del 72% y con una hora para realizar dicha acción, entonces se toma parte de la primera y segunda función lineal que son las correspondientes entre la hora dos (el estado en que llega el vehículo) y la tercer hora (la hora de recarga) dando una finalización del 93% de la batería.

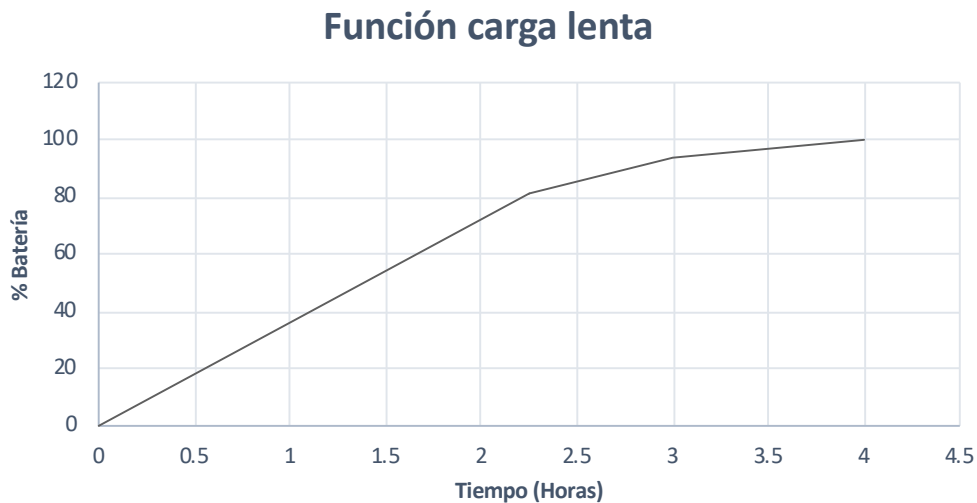


Figura 5: Función de carga de batería en autobuses eléctricos según las características técnicas de los vehículos.

Cabe mencionar, que los parámetros de consumo de carga se definieron en función del kilometraje recorrido por cada desplazamiento de un vehículo.

5.3 COMPARACIÓN DE GREEDY+LS vs GRASP

En la tabla 3 se muestra la mejora relativa del GRASP sobre el GREEDY+LS, donde para las instancias con una lista restringida de dos candidatos y cincuenta iteraciones se tiene una mejora por parte del GRASP, fuera de esta combinación, pocos casos presentan una mejoría. Lo anterior no significa que el GRASP no se lleva acabo, sino que del conjunto de instancias donde fue probado (40 instancias de cada tipo) la mejora obtenida no es superior a lo obtenido con el GREEDY+LS. A continuación, se presentará esta información mas desglosada.

	L02-I50	L03-I50	L05-I50	L02-I100	L03-I100	L05-I100	L02-I200	L03-I200	L05-I200
A	0.03193545	0.00309865	-0.0539332	0.02920414	-0.0053169	-0.0593529	0.02892926	0.00213161	-0.0584218
B	-0.0068165	-0.0309458	-0.0746329	-0.012956	-0.0243809	-0.0834166	-0.0172083	-0.0328239	-0.0687368
C	-0.0007234	-0.013159	-0.0217995	0.00768996	-0.0030325	-0.0218316	0.00769161	-0.006681	-0.0175606

Tabla 3: Mejora relativa promedio de GRASP sobre Greedy+LS.

En la tabla 4 se puede observar que el GRASP funciona mejor para instancias con una lista restringida de dos candidatos. Además en cada combinación se tiene una mejoría de al menos 4 instancias. Con una mejora relativa para estas instancias, entre el ,98 %y el 4,48 %, véase tabla 5

	L02-I50	L03-I50	L05-I50	L02-I100	L03-I100	L05-I100	L02-I200	L03-I200	L05-I200
A	72.50%	55.00%	20.00%	65.00%	45.00%	20.00%	77.50%	55.00%	20.00%
B	37.50%	30.00%	10.00%	50.00%	27.50%	5.00%	40.00%	17.50%	10.00%
C	52.50%	27.50%	17.50%	57.50%	50.00%	27.50%	57.50%	42.50%	27.50%

Tabla 4: Porcentaje de instancias en que mejora GRASP sobre Greedy+LS.

	L02-I50	L03-I50	L05-I50	L02-I100	L03-I100	L05-I100	L02-I200	L03-I200	L05-I200
A	4.29%	3.01%	0.65%	4.12%	2.42%	1.26%	4.48%	2.66%	0.65%
B	1.62%	0.52%	0.17%	1.58%	0.89%	0.09%	0.98%	0.64%	0.24%
C	1.52%	0.78%	0.36%	1.64%	1.13%	0.75%	1.79%	1.17%	0.96%

Tabla 5: Mejora relativa promedio de GRASP sobre Greedy+LS solo en las instancias de la tabla anterior.

5.4 ALGORITMO HÍBRIDO

Proponemos la combinación de Greedy+LS y GRASP para definir un algoritmo híbrido llamado LSGRASP el cual conserva la mejor solución de los dos antes mencionado. La razón de complementar el algoritmo GRASP con una búsqueda local, es que en la práctica se observaba que no siempre el GRASP obtenía un mejor óptimo local comparado con implementar solamente Greedy + LS.

Note que nuestro LSGRASP depende de dos parámetros principales, el número de iteraciones y el tamaño de la lista restringida de candidatos que se toma para construir la solución inicial. Se toman 50, 100 y 200 iteraciones para las listas restringida de candidatos, mientras que para el caso del tamaño de la lista restringida utilizamos valores de 2, 3 y 5 viajes. Cada una de estas combinaciones se implementa para todas las instancias A, B y C,

con 100, 200 y 400 viajes, respectivamente. En la Tabla 6 se muestra las 9 combinaciones para cada una de las instancias donde L hace referencias al tamaño de la lista restringida de candidatos, e I representa la cantidad de iteraciones.

L02-I50	L03-I50	L05-I50
L02-I100	L03-I100	L05-I100
L02-I200	L03-I200	L05-I200

Tabla 6: Combinaciones de parámetros de nuestro algoritmo LSGRASP.

A continuación, presentamos la comparación de las distintas variantes de nuestro algoritmo de solución. Las Tabla 7 muestra la desviación relativa promedio (llamada gap) entre cada variante de nuestro algoritmo y la mejor solución obtenida entre todas las variantes para cada tipo de instancia (este valor aparece subrayado). De manera análoga la Tabla 8 muestra el tiempo promedio. Notese, que no existe dominancia de ninguna de las variantes propuestas de nuestro algoritmo. Sin embargo, para cuando se tiene una lista restringida de dos elementos se tiene mejores soluciones (vea primer columna). Con respecto al tiempo para las instancias del grupo A y B , se tiene menor tiempo de ejecución cuando se realizan 50 iteraciones, a diferencia de las instancias tipo C , donde el mejor tiempo se da con 100 iteraciones. Sin importar el número de iteraciones, el mejor tiempo se da cuando se considera una lista restringida de 5 candidatos (ver valores subrayados en la Figura 8).

	L02-I50	L03-I50	L05-I50	L02-I100	L03-I100	L05-I100	L02-I200	L03-I200	L05-I200
A	0.03696402	0.06735528	0.1295254	0.03990538	0.0767947	0.13372698	0.0398195	0.06965547	0.13342904
B	0.03477997	0.05991585	0.10465749	0.04091576	0.05339143	0.11322671	0.04564305	0.06135231	0.09848608
C	0.03897953	0.03941459	0.05486343	0.03619865	0.04871061	0.06383953	0.03083616	0.04374002	0.0584319

Tabla 7: Gap promedio para cada tipo de instancia y cada variante de nuestro LSGRASP en base a las 9 combinaciones de parámetros utilizadas.

	L02-I50	L03-I50	L05-I50	L02-I100	L03-I100	L05-I100	L02-I200	L03-I200	L05-I200
A	0.02012086	0.02907591	0.0127612	1.07260361	1.05863199	1.0374131	3.10075049	3.08246475	3.02287797
B	0.09109886	0.05362514	0	1.166918	1.08466761	0.98872982	3.35799224	3.19915692	2.99799318
C	4.10985346	4.11000498	4.14814731	1.244148	1.27801641	1.22947281	3.7454008	5.4240012	2.86475335

Tabla 8: Tiempo de ejecución promedio de cada variante del LSGRASP para todas las instancias.

Note que la inserción de viajes en la búsqueda local solo se da al inicio o final de la jornada laboral de los conductores modificados por dicho operador. Lo anterior, puede

provocar que se tenga largos periodos de inactividad para el conductor, y aún así se encuentran beneficios comparados con el criterio greedy.

Dado que las Tablas 7 muestra información promedio, presentamos el detalle de el valor objetivo obtenido con todas las variantes de nuestro algoritmo para todas las instancias.

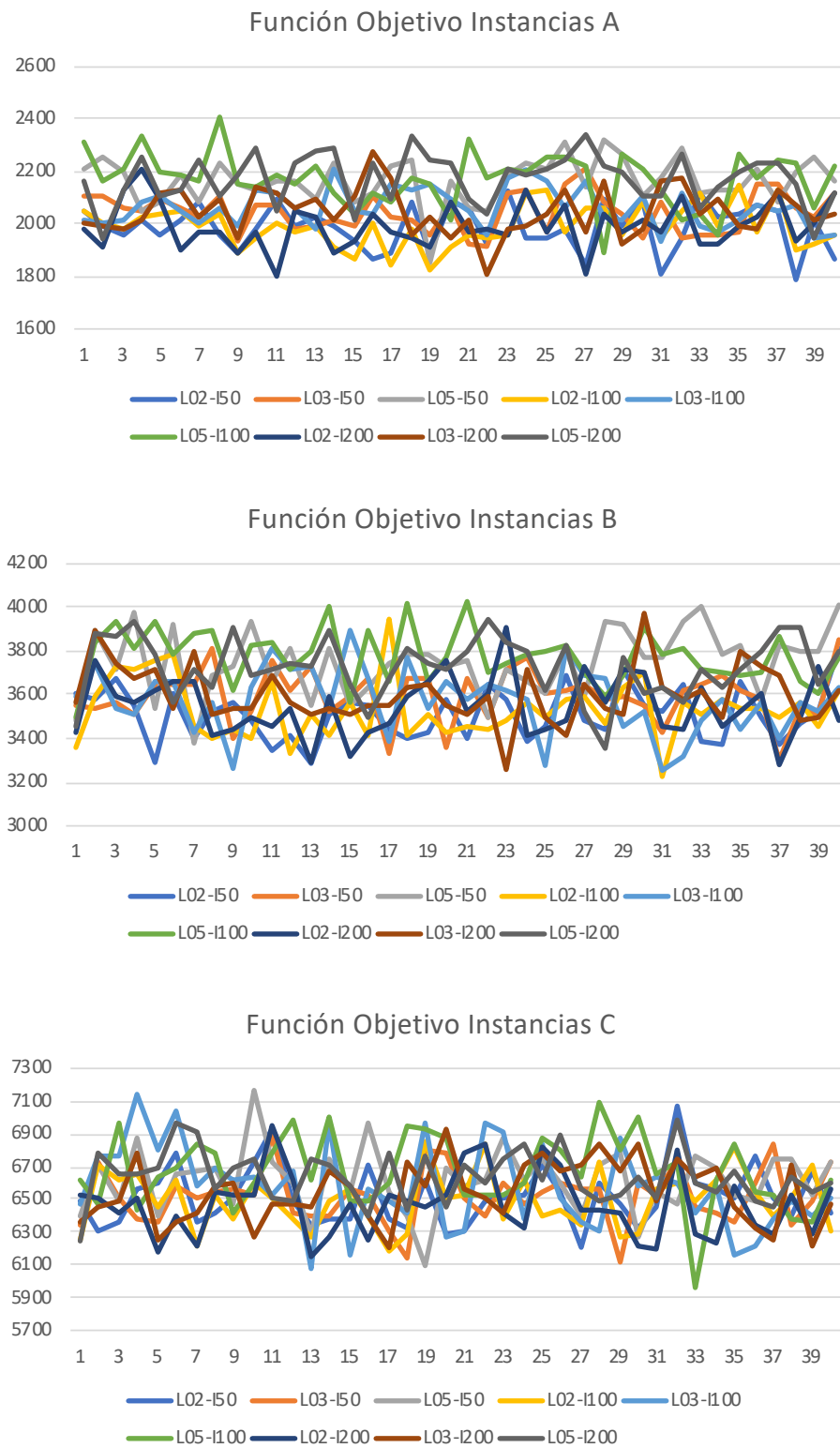


Figura 6: Resultados de los valores objetivos obtenidos en las instancias *A*, *B* y *C*.

En esta Figura 6 es más evidente que no existe dominancia entre los algoritmos al no poder identificar a simple vista un algoritmo que tenga un menor valor en la función objetivo para todas las instancias. Sin embargo, como se puede observar que en las instancias tipo *A*, los mejores valores obtenidos en la función objetivos son los que están dados por la lista restringida de candidatos de 2 y 3 elementos (vea líneas L02-I50, L03-I50, L02-I00, L03-I00, L02-I200 y L03-I200 del primer gráfico de la figura). Lo anterior, es un indicio que es más conveniente usar nuestro algoritmo LSGRASP con tamaños pequeños en la lista restringida de candidatos.

Similarmente, presentamos el tiempo de ejecución de nuestras 9 variantes del LSGRASP para cada una de las instancias. Note que el tiempo de ejecución aumenta significativamente dependiendo del numero de iteraciones, entre mas iteraciones mayor es el tiempo para el caso de las instancias de *A* y *B*. *Por revisar resultados con 50 iteraciones.

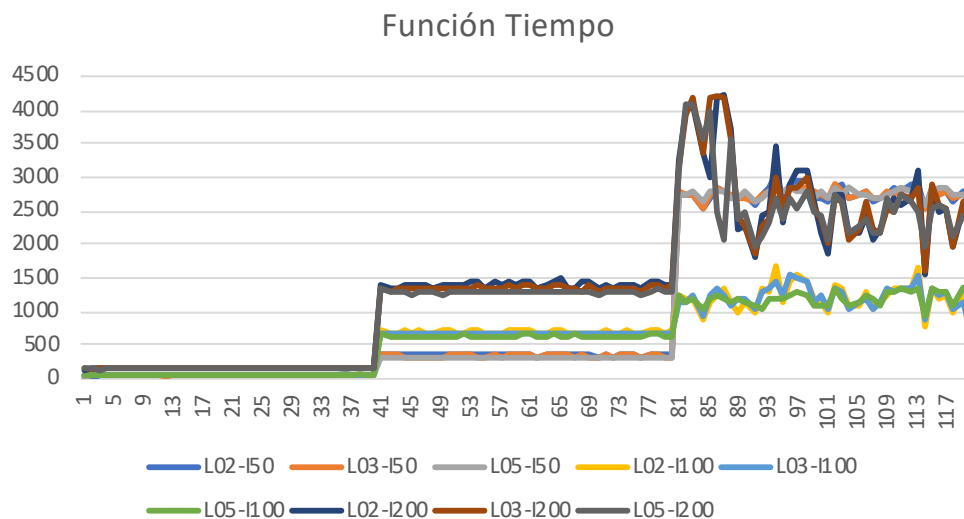


Figura 7: Tiempos obtenidos por todas las variantes del LSGRASP en todas las instancias generadas.

En base a los resultados anteriores, decidimos seleccionar la variante del algoritmo con lista restringida de dos candidatos y 50 iteraciones, la cual obtiene buena calidad promedio, aún que sea más tardada la convergencia del algoritmo.

5.5 COMPARACIÓN DE LSGRASP VS GREEDY DEL SISTEMA REAL

Para evaluar nuestro algoritmo LSGRASP con lista restringida de dos candidatos y 50 iteraciones, utilizamos el algoritmo constructivo Greedy propuesto en la Sección 4. En realidad, nuestro algoritmo greedy utiliza la idea típica para definir soluciones en el sistema real, es decir, se asignan los viajes a los vehículos conforme se liberan los vehículos de viajes previos. En la Tabla 9, se detalla la comparación mostrando la mejora relativa promedio (denotada como “gap_avrg”) del LSGRASP sobre el Greedy para todos los tipos de instancia, la desviación estándar de dicha mejora relativa (representada con “gap_stdev”), y el ahorro promedio en USD por día.

Tabla 9: Comparación entre LSGRASP vs Greedy.

Instancia	gap_avrg	gap_stdev	Ahorro_avrg (USD/día)
A	4.7 %	4.27	100.99
B	2.38 %	2.51	85.54
C	2.26 %	2.41	151.35

Notemos de la Tabla anterior que el algoritmo LSGRASP obtuvo una mayor mejora relativa para las instancias pequeñas. Sin embargo, aunque en las instancias tipo C (las más grandes) se obtuvo la menor mejora relativa de 2.26 %, esto implica un mayor ahorro monetario que en las instancias pequeñas. De manera general, los ahorros promedio diarios por cada tipo de instancias implican un beneficio mensual de al menos 2,200 USD, lo cual ya es significativo si nuestro enfoque se implementa de forma recurrente.

Dado que en la Tabla 9 mostramos resultados promedios, en la Figura 8 muestra el detalle de la mejora relativa promedio (panel superior) y del ahorro en dolares (panel inferior) para todas las instancias de nuestra experimentación computacional.

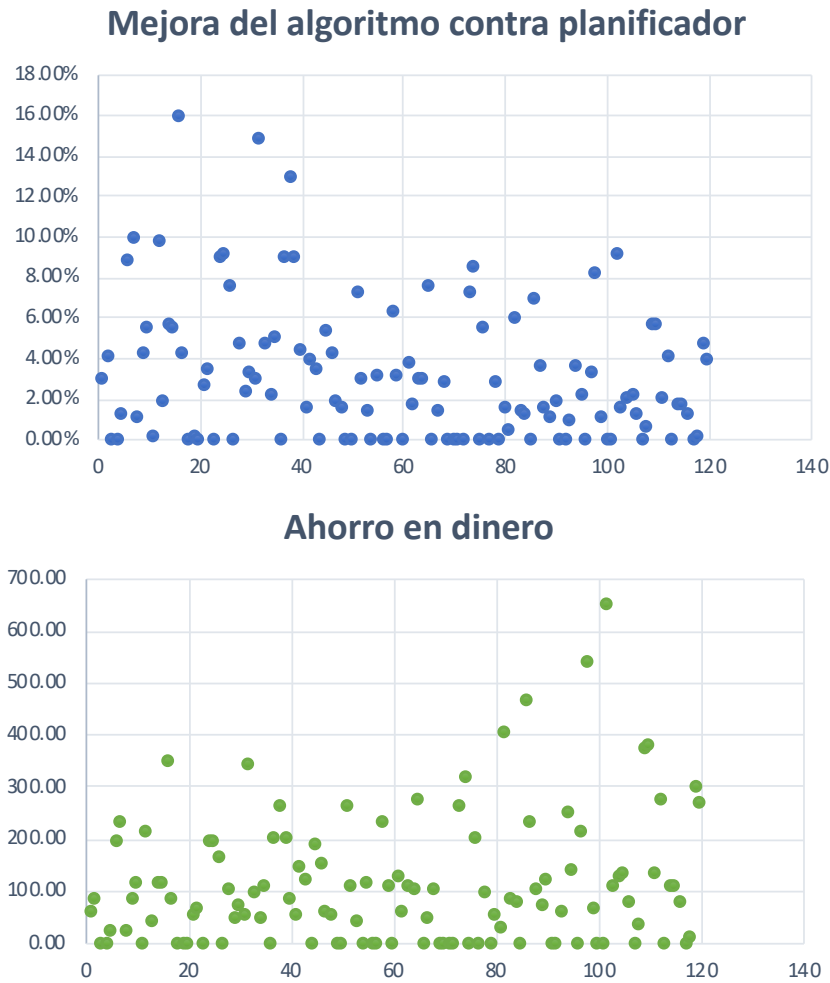


Figura 8: Mejora relativa y ahorro monetario en cada una de las instancias de la etapa experimental.

En la Figura 8 en el panel superior donde el eje x representa las instancias: de 1 a 40 son las chicas, de 41 a 80 las medianas y las grandes de 81 a 120. Se puede observar que entre más grande sea la instancia menos margen de mejora hay, y en el panel inferior se puede notar que se ahorra más dinero en las instancias grandes. Esto se puede esperar debido a que en las instancias chicas existe una cantidad de viajes menor, lo que implica que la disponibilidad que se tiene para realizar el intercambio de viajes (búsqueda local) se incrementa, dado que entre el inicio de un viaje a otro hay más tiempo de diferencia. Como observación particular del LSGRASP, el módulo GRASP de dicho algoritmo mejoró el 37.5% de las soluciones obtenidas por la búsqueda local considerando todas las instancias.

Recordemos que en la Sección anterior, se mostró una calibración de parámetros donde no existía una dominancia de ninguna variante de nuestro LSGRASP, respecto a

la calidad de las soluciones, por lo que se seleccionó la variante que tiene mejor calidad promedio para la mayoría de los tipos de instancias. Más aún, los resultados experimentales mostraron que en algunos casos, en lo modulo GRASP de la variante seleccionada del LSGRASP no mejora la calidad obtenida por una búsqueda local por si sola. Entonces, en caso de que contemos con mayor tiempo para generar una solución de buena calidad, podemos tomar la mejor variante del LSGRASP de entre las nueve propuestas para cada instancia, lo cual denotaremos como LSGRASP*. Lo anterior, claramente permite mejorar más aún la calidad de la solución a expensas de un mayor tiempo computacional. La Tabla 10 muestra los resultados de comparar LSGRASP* contra el algoritmo Greedy.

Tabla 10: Comparación entre LSGRASP* vs Greedy.

Instancia	gap_avrg	gap_stdev	Ahorro_avrg (USD/día)
A	7.21 %	4.54	154.92
B	4.03 %	2.91	145.87
C	4.34 %	2.58	291.35

Note que para el LSGRASP* se tiene una mejora significativa en las instancias a comparación del LSGRASP con una lista restringida de dos y 50 iteraciones. En particular, se obtiene aproximadamente el doble de ahorro monetario para las instancias B y C, y en el caso de las instancias tipo A, se tiene casi el doble en la mejora relativa promedio. En la Figura 9 se detallan estos resultados para todas las instancias.

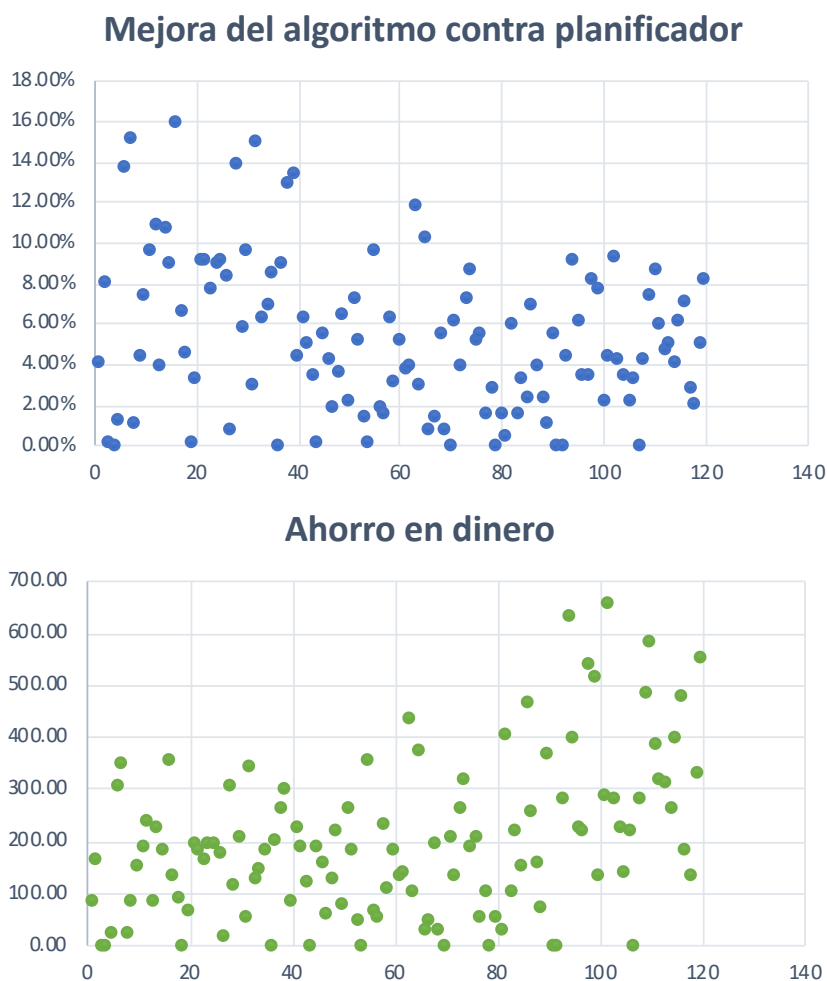


Figura 9: Tiempos obtenidos.

Lo que podemos observar, es que aproximadamente el 60% de instancias que estaba cerca del cero en la Figura 9, ya no encuentran en este lugar. Además, de que varias instancias se mejoraron. Donde lo anterior tiene un impacto monetario, vea panel inferior de la Figura 9.

En resumen, nuestros resultados experimentales muestran que definimos una herramienta a la toma de decisiones que permite generar ahorros significativos comparado con un constructivo comúnmente implementado en el sistema real. Al generar ahorros, se puede destinar este dinero a mejora de instalaciones o bien en reducir los costos para los pasajeros. Además, dichos resultados son para una sola línea bidireccional, recordando que una empresa operadora en transporte urbano (o gobierno) puede contar con más líneas dentro de su operación. Incluso, si los vehículos son compartidos por distintas líneas (in-

terlineado), se pudieran generar nuevos enfoques, que por definición, conducen a mayores ahorros que nuestra propuesta actual.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

En este trabajo se aborda un problema de asignación de vehículos y conductores considerando vehículos eléctricos. Teniendo como fin determinar la asignación de vehículo y conductor a cada viaje programado, con el objetivo de optimizar costos operacionales que involucran a los vehículos y conductores. Para su solución se propuso un algoritmo LSGRAP, para este algoritmo es necesario de dos parámetros la cantidad de viajes a seleccionar y el número de veces a repetir el GRASP. En la experimentación se propusieron diferentes combinaciones donde pudimos observar que entre grande sea la cantidad de viajes por seleccionar se tiene menos ahorro. Y si tuviese el tiempo necesario para ejecutar todas las variantes propuestas y quedarnos con la mejor se tendrían mejores resultados que el LSGRAP.

Como trabajo a futuro se podría identificar el costo que genera cada variable, para conocer cuál tiene mayor impacto en la función objetivo, y proponer una búsqueda local relacionada con esta variable. Si se sigue con la búsqueda local propuesta podríamos tomar diferentes criterios de paro como número de iteraciones sin mejora, ya que esto tendría un impacto en el tiempo de ejecución del algoritmo.

ANEXO: PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA

Haciendo uso de los conjuntos y parámetros descritos en el problema, se tiene una propuesta del modelo. Las variables de decisión que se consideran para la formulación son las siguientes.

- $s^{vd} = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor } d \text{ es asignado al vehículo } v. \\ 0 & \text{de otro modo.} \end{cases}$
- $w_{ij}^d = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor } d \text{ realiza el viaje } (i, j). \\ 0 & \text{de otro modo.} \end{cases}$
- $w_{ij}^v = \begin{cases} 1 & \text{si el viaje } (i, j) \text{ es asignado al vehículo } v. \\ 0 & \text{de otro modo.} \end{cases}$
- $r_j^d = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor } d \text{ toma un descanso antes de realizar el viaje } j. \\ 0 & \text{de otro modo.} \end{cases}$
- $y^d = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor } d \text{ trabaja horas extra.} \\ 0 & \text{de otro modo.} \end{cases}$
- $r_i^v = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } v \text{ carga antes del viaje } i. \\ 0 & \text{de otro modo.} \end{cases}$
- x^d : duración de la jornada laboral del conductor d .
- h_j^d : tiempo de ocio del conductor d antes de realizar el viaje j .
- h_j^v : tiempo de ocio del vehículo v antes de realizar el viaje i .
- p_j^d : tiempo consecutivo de conducción d antes de realizar el viaje j .
- γ_i^v : tiempo que el vehículo v carga la batería antes del viaje i .

A continuación se presenta las restricciones:

- Asignación vehículo - depósito.

$$\sum_{i \in I} w_{oi}^v \leq 1 \quad \forall v \in V \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I: o_i = o} w_{oi}^v = \sum_{i \in I} w_{io}^v \quad \forall v \in V, o \in O \quad (2)$$

El primer viaje realizado por cada vehículo utilizado debe de salir del depósito asociado al viaje. Además, el vehículo debe terminar en el depósito que salio para realizar el primer viaje.

- Asignación conductor - depósito.

$$\sum_{i \in I} w_{oi}^d \leq 1 \quad \forall d \in D \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I: o_i = o} w_{oi}^d = \sum_{i \in I} w_{io}^d \quad \forall d \in D, o \in O \quad (4)$$

El primer viaje realizado por cada conductor debe salir del depósito asociado al viaje. Además, el conductor debe terminar en el depósito asociado a su primer viaje.

- Asignación conductor - vehículo.

$$\sum_{v \in V} s^{vd} \leq 1 \quad \forall d \in D \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} w_{oi}^d = \sum_{v \in V} s^{vd} \quad \forall d \in D \quad (6)$$

Cada conductor debe ser asignado a un vehículo, éste debe iniciar en el depósito asociado a su primer viaje.

- Duración de la jornada laboral de un conductor.

$$x^d = \sum_{o \in O} \left(\sum_{i: o_i = o} w_{io}^d (eT_i + dh_i + bT_o^1) + \sum_{i: o_i \neq o} (eT_i + bT_o^1) - \sum_i w_{io}^d (dT_i - bT_{o_i}^2) \right) \quad \forall d \in D \quad (7)$$

$$x^d \leq rS^d \sum_{v \in V} s^{vd} + eS^d y^d \quad \forall d \in D \quad (8)$$

$$y^d \leq \sum_{v \in V} s^{vd} \quad \forall d \in D \quad (9)$$

La duración de la jornada laboral del conductor es igual a la diferencia de dejar el vehículo en el depósito asociado al primer viaje (si el último viaje realizado por el conductor termina en un depósito distinto al depósito asociado al primer viaje, el conductor deberá realizar un deadhedding para situarse en el depósito deseado) y tomar el vehículo en el depósito asociado al primer viaje por realizar. La jornada laboral para cada conductor debe de ser menor o igual al tiempo completo de una jornada laboral más el tiempo máximo de horas extras que puede realizar un conductor. Y por ultimo si el conductor realiza horas extras debe estar asociado a un vehículo.

- Restricción de flujo.

$$w_{o_i}^v + \sum_{j \in I} w_{j_i}^v = \sum_{o \in O} w_{io}^v + \sum_{j \in I} w_{ij}^v \quad \forall v \in V, i \in I \quad (10)$$

$$w_{o_i}^d + \sum_{j \in I} w_{j_i}^d = \sum_{o \in O} w_{io}^d + \sum_{j \in I} w_{ij}^d \quad \forall d \in D, i \in I \quad (11)$$

Dado que la formulación esta basado en flujo en redes, se debe considerar la conservación de flujo en cada nodo tanto para conductores como para vehículos.

- Cubrir un viaje con un conductor.

$$\sum_{d \in D} (w_{o_i}^d + \sum_{j \in I} w_{j_i}^d) = 1 \quad \forall i \in I \quad (12)$$

Todo viaje i debe ser cubierto por un conductor. Este puede ser un primer viaje o un viaje seguido de otro viaje.

- Cubrir un viaje con un conductor d y un vehículo v es decir $s^{vd} = 1$.

$$w_{ij}^d + s^{vd} - 1 \leq w_{ij}^v \quad \forall (d, v), (i, j) \quad (13)$$

$$w_{o_i}^d + s^{vd} - 1 \leq \tilde{q}_i^{vd} + \sum_{d' \neq d} \sum_{j \in J_I} q_{ij}^{vdd'} \quad \forall v, d, i \quad (14)$$

$$\tilde{q}_i^{vd} \leq w_{o_i}^v \quad \forall v, d, i \quad (15)$$

$$3q_{ij}^{vdd'} \leq s^{vd'} + w_{j_i}^v + w_{j_o_i}^{d'} \quad \forall v, d, i, i', d', j \in J_i \quad (16)$$

$$w_{io}^d + s^{vd} - 1 \leq \tilde{q}_{io}^{vd} + \sum_{d' \neq d} \sum_{j \in J_{io}} q_{ij}^{vdd'} \quad \forall v, d, i, o \quad (17)$$

$$\tilde{q}_{io}^{vd} \leq w_{io}^v \quad \forall v, d, i, o \quad (18)$$

$$3q_{ij}^{vdd'} \leq s^{vd'} + w_{ji}^v + w_{oj}^{d'} \quad \forall v, d, i, i, d', j \in J_{io} \quad (19)$$

Donde J_i es el conjunto de viajes tales que $eT_j + dh_j + bT_{o_i}^1 \leq dT_i - bT_{o_i}^2$ si $o_j = o_i$ or $eT_j + bT_{o_i}^1 \leq dT_i - bT_{o_i}^2$ si $o_j \neq o_i$. De forma similar, J_{io} define los viajes j con $o_j = o$ donde $eT_i + dh_i + bT_o^1 \leq dT_j - bT_o^2$ si $o_i = o$ o $eT_i + bT_o^1 \leq dT_j - bT_o^2$ si $o_i \neq o$.

El viaje i puede ser el primer viaje, el último viaje o un viaje diferente para el conductor y el vehículo. Si i es el primer viaje del vehículo y el conductor entonces la variable s^{vd} debe activarse cuando $w_{o_i i}^d$ y $w_{o_i i}^v$ están activas. Por otro lado, cuando es algún otro viaje y éste está asignado al vehículo y es el primer viaje para el conductor, significa que ese vehículo hizo otro viaje j antes con otro conductor d' , es decir, $s^{vd'} = 1$ y $w_{ji}^v = 1$ y $w_{oj}^{d'} = 1$ entonces $s^{vd} = 1$ y $w_{o_i i}^v = 1$. Para representar estas restricciones se consideran solo los viajes para los cuales se cumple que: Si los viajes i y j pertenecen al mismo depósito entonces, el tiempo de terminación del viaje i más el tiempo que tarda en ir de la terminal al depósito más el deadheading debe ser menor o igual que el instante de tiempo en el que se inicia el viaje más el tiempo de ir del depósito a la terminal. Por otro lado, si los viajes pertenecen a depósitos diferentes, el tiempo de terminación del viaje i más el tiempo que tarda en ir de la terminal al depósito debe ser menor o igual que el instante de tiempo en el que se inicia el viaje más el tiempo de ir del depósito a la terminal. De manera similar se definen las restricciones condicionales para el último viaje, agregando que se debe identificar el depósito al que pertenecen los viajes. Es decir, se debe considerar que el viaje i es el último viaje para el vehículo o si éste puede realizar más viajes. La Figura 10 muestra los movimientos que se deben considerar para establecer las restricciones asociadas a la secuencia de viajes.

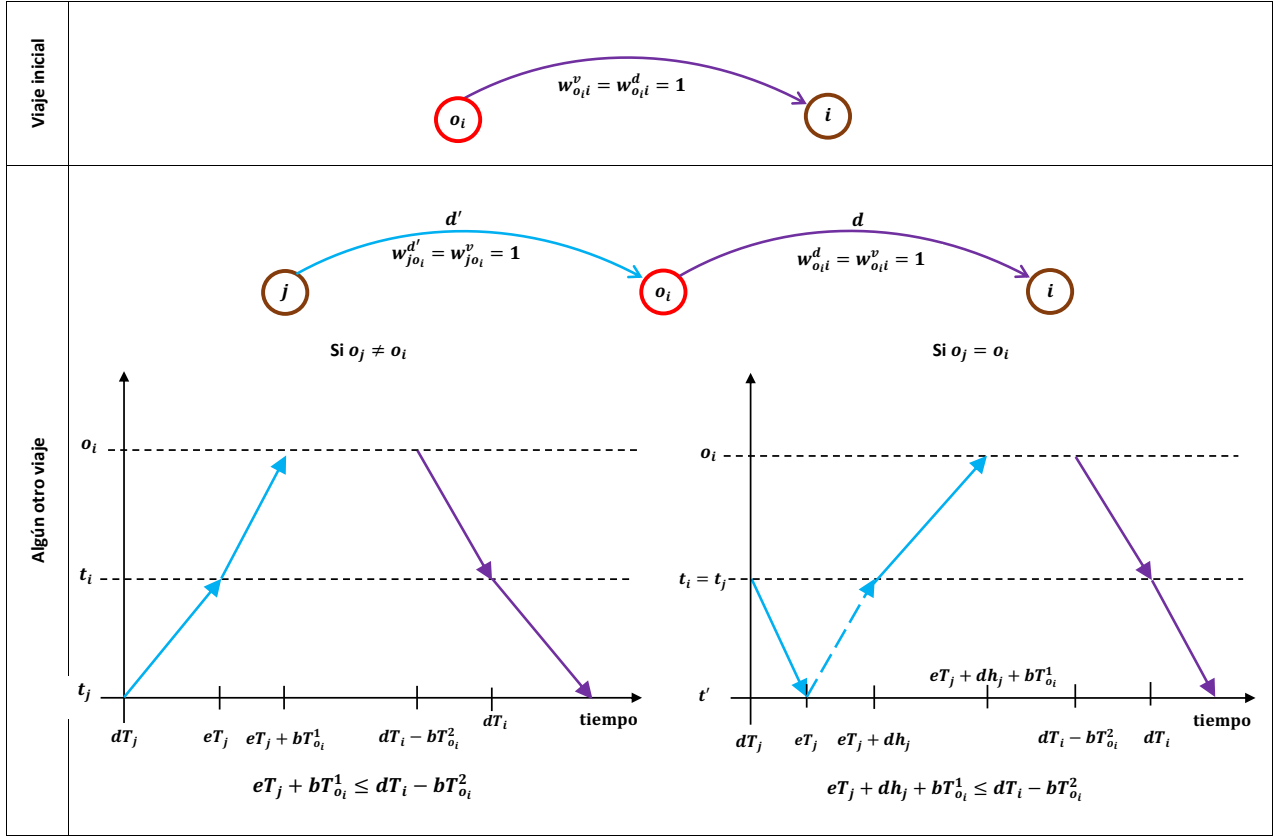


Figura 10: Movimientos de secuencia válida para cubrir un viaje con un conductor.

- Calcular el tiempo de ocio de un conductor antes de realizar el viaje j y decidir si es conveniente realizar un descanso.

$$h_j^d = \sum_{i:o_i=o_j} w_{ij}^d (dT_j - (eT_i + dh_i)) + \sum_{i:o_i \neq o_j} w_{ij}^d (dT_j - eT_i) \quad \forall d \in D, j \in I \quad (20)$$

$$h_j^d - (rT + bT_{oj}^1 + bT_{oj}^2) \leq M_1 r_j^d \quad \forall d \in D, j \in I \quad (21)$$

$$rT + bT_{oj}^1 + bT_{oj}^2 h_j^d \leq M_1 (1 - r_j^d) \quad \forall d \in D, j \in I \quad (22)$$

El tiempo de ocio está dado por el intervalo de tiempo que existe entre dos viajes consecutivos (i, j) que realiza el conductor sin considerar los viajes no comerciales (deadheading), es decir el instante de tiempo en el que inicia el viaje j menos el instante de tiempo en el que finaliza el viaje i , considerando si se realiza un deadheading no eso dependerá del sentido de los viajes. Es conveniente considerar siempre el tiempo de ocio sea estrictamente mayor al tiempo de descanso ya que para realizar el descanso sera necesario de ir al deposito asociado al viaje j .

- Calcular el tiempo consecutivo de conducción (p_j^d) dependiendo de secuencia y descansos.

$$\sum_{i \in I} w_{ij}^d (p_i^d + dT_j - dT_i) \leq M_2(r_j^d + w_{o_j j}^d) + p_j^d \quad \forall d \in D, j \in I \quad (23)$$

$$bT_{oj}^2 - M_2(1 - r_j^d) \leq p_j^d \leq bT_{oj}^2 + M_2(1 - r_j^d) \quad \forall d \in D, j \in I \quad (24)$$

$$bT_{oj}^2 - M_2(1 - w_{o_j j}^d) \leq p_j^d \leq bT_{oj}^2 + M_2(1 + w_{o_j j}^d) \quad \forall d \in D, j \in I \quad (25)$$

$$p_j^d + w_{j o_j}^d (eT_j - dT_j + dh_j + bT_{o_j j}^1) + w_{j \bar{o}_i}^d (eT_j - dT_j + dh_j + bT_{\bar{o}_i}^1) \leq mT \quad \forall d, j \quad (26)$$

$$p_j^d + \sum_{i: o_i \neq o_j} w_{ji}^d r_i^d (eT_j - dT_j + rest_{o_i}) + \sum_{i: o_i = o_j} w_{ji}^d r_i^d (eT_j - dT_j + dh_j + rest_{o_i}) \leq mT \quad \forall d, j \quad (27)$$

$$p_j^d \sum_{i \in I} w_{ji}^d (1 - r_i^d) (dT_i - dT_j) \leq mT \quad \forall d, j \quad (28)$$

Note que si conductor d realiza el viaje j y dicho viaje es el primero, o hay un descanso antes de él, el tiempo de conducción acumulado p_j^d es cero (ver (24) y (25)). En otro caso, la desigualdad (23) define a p_j^d como el tiempo acumulado de conducción hasta hacer el viaje j considerando el viaje previo i . Finalmente, las desigualdades (26), (27) y (28) prohíben exceder el máximo tiempo de conducción mT en base a si j es el último viaje, un viaje intermedio antes de un descanso y un viaje intermedio sin descanso después de él, respectivamente.

- Secuencia valida para viajes (i, j) para un conductor con descanso entre estos viajes.

$$eT_i + bT_{o_j}^1 + rT + bT_{o_j}^2 \leq dT_j + M(2 - r_j^d - w_{ij}^d) \quad \forall d, i, j : o_i \neq o_j \quad (29)$$

$$eT_i + dh_i + bT_{o_j}^1 + rT + bT_{o_j}^2 \leq dT_j + M(2 - r_j^d - w_{ij}^d) \quad \forall d, i, j : o_i = o_j \quad (30)$$

Si se asigna un descanso para el conductor antes de realizar el viaje j , dado que la secuencia (i, j) la realiza el conductor ($w_{ij}^d = 1$), este debe regresar al depósito para realizar el descanso y luego iniciar el viaje j . Por tanto el viaje j debe comenzar en el instante de tiempo dado por el tiempo de terminar el viaje i más el tiempo que dura el descanso más el tiempo que tarda en ir a la terminal y luego al depósito.

Recordar que si el depósito asociado al viaje j es el mismo que el depósito asociado al viaje i se debe agregar el tiempo que tarda en hacer el deadheading.

- Secuencia valida para viajes (i, j) para un conductor sin descanso entre estos viajes.

$$dT_j - eT_i \leq pT + M(1 + r_j^d - w_{ij}^d) \quad \forall d \in D, i, j \in I, o_i \neq o_j \quad (31)$$

$$dT_j - (eT_i + dh_i) \leq pT + M(1 + r_j^d - w_{ij}^d) \quad \forall d \in D, i, j \in I, o_i = o_j \quad (32)$$

De manera similar se define la secuencia válida sin descanso. Considerando que el vehículo puede estar estacionado en algún punto del trayecto, por tanto dentro de la secuencia se debe contemplar el tiempo máximo de estacionamiento.

- Autonomía de autobuses

$$h_j^v + \gamma_j^v = \sum_{i \in I} w_{ij}^v (dT_j - (eT_i + dh_{ij})) \quad \forall v, j \quad (33)$$

$$\gamma_j^v \leq Mr_j^v \quad \forall v, j \quad (34)$$

$$\gamma_j^v \leq 1 - w_{oj}^v \quad \forall v, j \quad (35)$$

$$\gamma_j^v \geq -M(1 - r_j^v) + MinTCarga + bT_{oj}^1 + bT_{oj}^2 \quad \forall v, j \quad (36)$$

$$\gamma_j^v \leq M(1 - r_j^v) + MaxTCarga + bT_{oj}^1 + bT_{oj}^2 \quad \forall v, j \quad (37)$$

$$r_j^v \leq M(w_{oj}^v + \sum_{i \in I} w_{ij}^v) \quad \forall v, j \quad (38)$$

$$p_j^v \leq w_{oj}^v (p_o^v - carga(j)) + \sum_{i \in I} w_{ij}^v (p_i^v - carga(dh_{ij}) + carga(\gamma_j^v) - carga(j)) \quad \forall v, j \quad (39)$$

$$p_j^v - \sum_{i \in I} w_{ji}^v carga(dh_{ji}) - w_{jo}^v \left(\sum_{i \in I} w_{oi}^v carga(dh_{io_i}) \right) \geq \beta - \beta \left(1 - w_{oj}^v - \sum_{i \in I} w_{ij}^v \right) \quad \forall v, j \quad (40)$$

Las restricciones (33)–(40) modelan las acciones de recarga para respetar la autonomía de los autobuses y el buffer de seguridad. La restricción (33) asegura que el tiempo entre dos viajes consecutivo se divida como tiempo de ocio y recarga para un vehículo. Las restricciones (34) y (35) permiten activar las variables de tiempo

de recarga, únicamente el vehículo hace una recarga ($\gamma_j^v = 1$) y cuando se tiene un viaje intermedio, respectivamente. El tiempo de carga se acota por las restricciones (36) y (37), mientras que la restricción (38) permite una acción de recarga para un vehículo v antes de realizar el viaje j , solo cuando realmente se cubra dicho viaje con v en la solución. Las desigualdades, (39) definen la carga del vehículo v después de realizar el viaje j (p_j^v), en términos de el viaje anterior inmediato i (en caso de existir), el tiempo de recarga γ_j^v antes de realizar j y el consumo de carga de dicho viaje j . Finalmente, (40) se aseguran de respetar el buffer de seguridad a lo largo del uso del vehículo v .

La función objetivo consiste en minimizar los costos operativos asociados a los conductores y su jornada laboral, los vehículos y los kilómetros recorridos y se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{mín } & \alpha_1 \sum_{(v,d)} s^{vd} + \alpha_2 \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} w_{oi}^v + \alpha_3 \sum_{d \in D} x^d \\ & + \sum_{v \in V} \left(\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_{ij} w_{ij}^v + \sum_{j \in I} a_{oj} w_{oj}^v + \sum_{i \in I} a_{io} w_{io}^v \right) + \alpha_4 \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} \gamma_i^v \quad (41) \end{aligned}$$

El primer y segundo termino corresponde a la cantidad de conductores y vehículos, respectivamente, necesarios para cubrir los viajes que se realizan durante la planificación del día. El tercer término define la cantidad de horas laboradas por el conductor, incluyendo horas extra. El último término en la función objetivo contabiliza los kilómetros recorridos en total por todos los vehículos. Las constantes α_1, α_2 representan los costos fijos por conductores y vehículos para las constantes, α_3 y α_4 se tiene la jornada laboral para cada conductor y la carga realizada para cada vehículo, por último las constantes a_j, a_{ij}, a_j y a_{io} representan el costo individual de cada término.

BIBLIOGRAFÍA

- Bie, Y., Ji, J., Wang, X., and Qu, X. (2021). Optimization of electric bus scheduling considering stochastic volatilities in trip travel time and energy consumption. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*.
- Boyer, V., Ibarra-Rojas, O. J., and Ríos-Solís, Y. Á. (2018). Vehicle and crew scheduling for flexible bus transportation systems. *Transportation Research Part B: Methodological*, 112:216–229.
- Chen, Z., Yin, Y., and Song, Z. (2018). A cost-competitiveness analysis of charging infrastructure for electric bus operations. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 93:351–366.
- Häll, C. H., Ceder, A., Ekström, J., and Quttineh, N.-H. (2019). Adjustments of public transit operations planning process for the use of electric buses. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 23(3):216–230.
- He, Y., Liu, Z., and Song, Z. (2020). Optimal charging scheduling and management for a fast-charging battery electric bus system. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 142:102056.
- Ibarra-Rojas, O. J., Delgado, F., Giesen, R., and Muñoz, J. C. (2015). Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B: Methodological*, 77:38–75.
- Li, J.-Q. (2014). Transit bus scheduling with limited energy. *Transportation Science*, 48(4):521–539.
- Li, J.-Q. (2016). Battery-electric transit bus developments and operations: A review. *International Journal of Sustainable Transportation*, 10(3):157–169.
- Liu, T. and Ceder, A. A. (2020). Battery-electric transit vehicle scheduling with optimal number of stationary chargers. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 114:118–139.

- Michiels, W., Aarts, E. H., and Korst, J. (2007). *Theoretical aspects of local search*, volume 13. Springer.
- Montoya, A., Guéret, C., Mendoza, J. E., and Villegas, J. G. (2017). The electric vehicle routing problem with nonlinear charging function. *Transportation Research Part B: Methodological*, 103:87–110.
- Munoz, J. C., Giesen, R., Delgado, F., and Ibarra-Rojas, O. (2021). Aces technologies and public transport operations and control. In *Handbook of Public Transport Research*. Edward Elgar Publishing.
- Perumal, S. S., Dollevoet, T., Huisman, D., Lusby, R. M., Larsen, J., and Riis, M. (2021). Solution approaches for integrated vehicle and crew scheduling with electric buses. Technical report.
- Posthoorn, C. (2016). Vehicle scheduling of electric city buses: A column generation approach.
- Salary Expert (2022). <https://www.salaryexpert.com/salary/job/bus-driver/china>.
- Shen, Z.-J. M., Feng, B., Mao, C., and Ran, L. (2019). Optimization models for electric vehicle service operations: A literature review. *Transportation Research Part B: Methodological*, 128:462–477.
- Talbi, E.-G. (2009). *Metaheuristics: From Design to Implementation*. WILEY.
- Teng, J., Chen, T., and Fan, W. D. (2020). Integrated approach to vehicle scheduling and bus timetabling for an electric bus line. *Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems*, 146(2):04019073.
- Tumlin, J. (2012). *Sustainable Transportation Planning: Tools for Creating Vibrant, Healthy, and Resilient Communities*. Wiley and Sons, Inc.
- van Kooten Niekerk, M. E., Van den Akker, J., and Hoogeveen, J. (2017). Scheduling electric vehicles. *Public Transport*, 9(1):155–176.
- Wang, Y., Huang, Y., Xu, J., and Barclay, N. (2017). Optimal recharging scheduling for urban electric buses: A case study in davis. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 100:115–132.
- Wu, W., Lin, Y., Liu, R., and Jin, W. (2022). The multi-depot electric vehicle scheduling problem with power grid characteristics. *Transportation Research Part B: Methodological*, 155:322–347.

-
- Yao, E., Liu, T., Lu, T., and Yang, Y. (2020). Optimization of electric vehicle scheduling with multiple vehicle types in public transport. *Sustainable Cities and Society*, 52:101862.