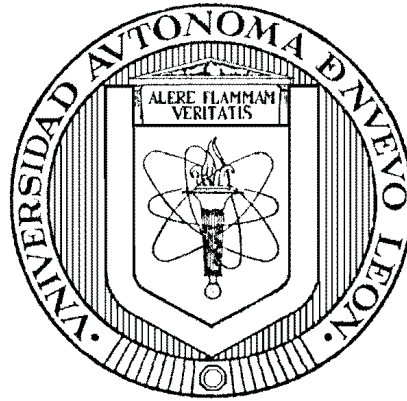


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



GENERACIÓN DE ALARMA ANTE OSCILACIONES MEDIANTE LA
TRANSFORMADA DIGITAL TAYLOR-FOURIER

POR

ING. DEMETRIO GARCÍA ALMAZÁN

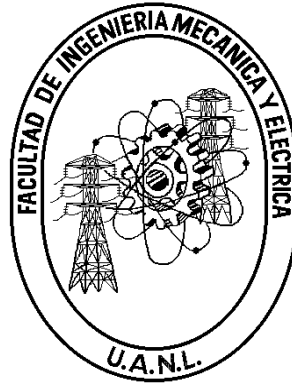
TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ORIENTACIÓN EN
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

CD. UNIVERSITARIA

SEPTIEMBRE DEL 2011

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



GENERACIÓN DE ALARMA ANTE OSCILACIONES MEDIANTE LA
TRANSFORMADA DIGITAL TAYLOR-FOURIER

POR

ING. DEMETRIO GARCÍA ALMAZÁN

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ORIENTACIÓN EN
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

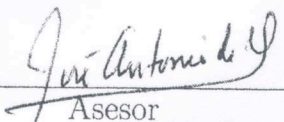
CD. UNIVERSITARIA

SEPTIEMBRE DEL 2011

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis
"GENERACIÓN DE ALARMA ANTE OSCILACIONES MEDIANTE
LA TRANSFORMADA DIGITAL TAYLOR-FOURIER" realizada por
el alumno **Ing. Demetrio García Almazán**, matrícula 1205956 sea aceptada
por su defensa como opción al grado de **Maestro en Ciencias** de la Ingeniería
Eléctrica con Orientación en Sistemas Eléctricos de Potencia.

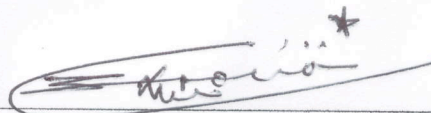
El Comité de Tesis



Asesor
Dr. José Antonio de la O Serna



Coasesor:
Dra. Gina María Idárraga Ospina



Coasesor:
Dr. Emilio Barocio Espejo



Vo. Bo.
Dr. Moisés Hinojosa Rivera
División de Estudios de Posgrado

Cd. Universitaria, a Septiembre del 2011

*Este trabajo se lo dedico a mi familia,
que al igual que yo, ha hecho grandes sacrificios
para que este trabajo haya salido adelante*

Agradecimientos

Quiero agradecer primeramente a Dios por estar conmigo en todo momento y a mi familia por haberme brindado el apoyo y el ánimo para haber logrado concluir esta etapa de mi vida como estudiante.

A los Ing. Enrique Martínez Martínez y Sadul Segundo Urbaz González por su valiosa colaboración en el desarrollo de este trabajo.

A mi asesor, el Dr. José Antonio de la O Serna, porque además de ser mi asesor de tesis, ha sido un gran guía tanto en el ámbito académico como en el ámbito humano, por sus consejos y por no dejarme caer aún en los momentos más duros del desarrollo de este trabajo, además de hacerme ver la importancia de la búsqueda de la verdad. Extiendo un agradecimiento también a la Dra. Gina María Idárraga Ospina y al Dr. Emilio Barocio Espejo por sus valiosos comentarios y sugerencias para lograr dar un buen acabado a este trabajo.

Al Dr. Manuel Antonio Andrade Soto por las sugerencias y el apoyo ofrecido durante el desarrollo de este trabajo.

A los doctores que también me impartieron cátedra durante mi período de estudios de maestría por compartir sus conocimientos que me permitieron tener una visión más amplia del área de ingeniería eléctrica.

Al Maestro Miguel Ángel Patlán Rodríguez por estar al pendiente de mí durante este tiempo que estuve en la maestría.

A la Srita. Briselda Hernández Bautista por haberme brindado su amistad y compañía, lo cual hizo mi estancia menos pesada en este tiempo.

A toda la gente del DIE con la que conviví estos dos años y que contribuyeron de una u otra forma con este trabajo.

A Jonathan Olán de la Rosa y Virgilio Rafael Palacios Salazar por haberme permitido morar con ellos este tiempo en la casa donde rentan, ya que esa casa me ha brindado cobijo en este período de trabajo.

A Zoila Arely Rodríguez Cervantes y Yessenia Judith Salas Valdez por sus visitas, sus porras y su apoyo brindado.

A la comunidad de la Parroquia San Jorge Mártir y demás vecinos por su hospitalidad durante mi estancia en esta ciudad.

A CONACYT por el apoyo otorgado para llevar a cabo mis estudios de maestría sin los cuales no hubiera sido posible realizar este trabajo.

“El hombre encuentra a Dios detrás de cada puerta que la ciencia logra abrir”

Albert Einstein

Demetrio García Almazán

Septiembre del 2011

RESUMEN

Publicación No. _____

Demetrio García Almazán, M. C. en Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León, 2011

Profesor Asesor: Dr. José Antonio de la O Serna

En el presente trabajo se desarrolla una aplicación de la Transformada Digital de Taylor-Fourier (DTFT) en la evaluación de estabilidad de Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP). Se muestra el desarrollo de la DTFT a partir de la Transformada Rápida de Fourier (FFT), y se describen brevemente los diferenciadores máximamente lisos mediante descomposición de Taylor por mínimos cuadrados (LS) y el modelo de la señal utilizado bajo oscilaciones de potencia.

Se llevan a cabo pruebas con dos casos distintos de oscilaciones en SEP con señales de campo para observar la efectividad de la DTFT sobre la FFT, así como también se lleva a cabo un análisis de Prony, el cual es un método empleado ampliamente en estudios de estabilidad de SEP y trabaja en una forma más directa con señales. Este análisis se efectúa sobre las señales del segundo caso para evaluar la estabilidad del SEP que produce dichas señales. También se implementa la DTFT en un algoritmo utilizado en relevadores digitales para la detección de oscilaciones de potencia y se evalúa si el comportamiento de la oscilación es estable o inestable. Se compara con el método de Prony tanto para evaluar el comportamiento de la oscilación, como para comprobar la factibilidad de su implementación en un relevador digital.

Se finaliza con la exposición de las conclusiones obtenidas a lo largo de la investigación y se proponen algunos trabajos futuros que sigan esta línea de investigación. Al final se anexan unos apéndices que ayudan a la comprensión de los fundamentos matemáticos del presente trabajo.

Índice General

Agradecimientos	IV
Resumen	VI
Índice General	VII
Índice de Tablas	XI
Índice de Figuras	XII
Acrónimos	XV
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del Problema	2
1.1.1. Antecedentes	2
1.1.2. Solución Propuesta	4
1.2. Objetivo	4
1.3. Estrategia propuesta	5
1.4. Estructura de la tesis	5

2. La Transformada Digital Taylor-Fourier	7
2.1. Introducción	7
2.2. Desarrollo de la DTFT a partir de la FFT	8
2.2.1. Transformada Digital de Fourier	8
2.2.2. Transformada Inversa de Taylor-Fourier	9
2.2.3. Transformada Digital Taylor-Fourier	11
2.2.4. La Pseudoinversa	12
2.3. Diferenciadores máximamente lisos mediante descomposición de Taylor LS . . .	14
2.4. Modelo de señal para oscilaciones de potencia	16
2.5. El método de Prony	18
2.6. Conclusiones	20
3. Resultados Numéricos	22
3.1. Introducción	22
3.2. Estimación Armónica por DTFT	23
3.2.1. Señal de voltaje	24
3.2.2. Señal de corriente	26
3.3. Análisis de la Envolvente de la Señal	29
3.3.1. Análisis por DTFT	31
3.3.2. Análisis por Método Prony	36
3.4. Conclusiones	44

4. Aplicación de la DTFT a Estabilidad de SEP	45
4.1. Introducción	45
4.2. Bases de teoría de control y la ecuación de oscilación	46
4.3. Desarrollo del algoritmo de oscilaciones de potencia	52
4.3.1. Detección de Oscilaciones de Potencia	53
4.3.2. Elemento de Disparo Out of Step (OOST)	53
4.4. Aplicación de la DTFT	55
4.5. Conclusiones	59
5. Conclusiones y trabajo futuro	61
5.1. Conclusiones	61
5.2. Trabajo futuro y recomendaciones	63
A. Herramientas matemáticas	64
A.1. Teorema del valor medio	64
A.2. Teorema de Taylor	65
A.3. Expansión en momentos	66
A.4. Producto punto	67
A.4.1. Señales análogas	67
A.4.2. Señales discretas	68
A.4.3. Ortogonalidad	69
A.4.4. Mínimos Cuadrados	69

B. Cálculo del vecindario en el cual se garantiza error menor a cierta cota	70
B.1. Procedimiento para calcular el tamaño del vecindario	70
C. Expansión de Taylor de la respuesta en frecuencia en $\omega = 0$	73
C.1. Error máximamente liso en $\omega = 0$	73
D. Matriz de Gram de un sistema de vectores	75
D.1. Introducción	75
D.2. Propiedades	76
D.3. Cálculo de la matriz de Gram en el caso de dimensión finita	77
D.4. Rango de una matriz de Gram	78
Bibliografía	79

Índice de Tablas

3.1. Modos de los primeros 275s de la señal de voltaje	37
3.2. Modos de 276 a 315s de la señal de voltaje	38
3.3. Modos de 316 a 438s de la señal de voltaje	39
3.4. Modos de los primeros 275s de la señal de $\Delta\delta$	41
3.5. Modos de 276 a 315s de la señal de $\Delta\delta$	42
3.6. Modos de 316 a 438s de la señal de $\Delta\delta$	43

Índice de Figuras

2.1. Respuesta en frecuencia del banco de filtros de la matriz pseudoinversa	13
2.2. Respuestas en frecuencia de diferenciadores obtenidos mediante LS con polinomios de Taylor de diferentes órdenes, $\kappa=2, 4, 6$ y 8	15
3.1. Señales de voltaje y corriente de entrada al estimador	23
3.2. Estimados armónicos del voltaje	24
3.3. Estimados armónicos del voltaje por FFT	25
3.4. Estimado de la amplitud del fasor de voltaje y sus dos derivadas	25
3.5. Estimado de la fase del fasor de voltaje y sus dos derivadas	26
3.6. Estimados armónicos de la corriente	27
3.7. Estimados armónicos de la corriente por FFT	28
3.8. Estimado de la amplitud del fasor de corriente y sus dos derivadas	28
3.9. Estimado de la fase del fasor de corriente y sus dos derivadas	29
3.10. Señales de voltaje y de ángulo a analizar	30
3.11. Estimados armónicos del voltaje	31

3.12. Detalle del estimado armónico de voltaje durante la oscilación más fuerte	32
3.13. Estimado de amplitud del fasor de voltaje y sus dos derivadas	32
3.14. Estimado de la fase del fasor de voltaje y sus dos derivadas	33
3.15. Estimados armónicos de la diferencia angular	34
3.16. Detalle del estimado armónico de la diferencia angular durante la oscilación más fuerte	34
3.17. Estimado de la amplitud del fasor de la diferencia angular y sus dos derivadas	35
3.18. Estimado de la fase del fasor de la diferencia angular y sus dos derivadas	36
3.19. Estimado de la señal de voltaje por el método Prony	37
3.20. Diagrama de polos y ceros de la señal de voltaje de 0 a 275s	38
3.21. Diagrama de polos y ceros de la señal de voltaje de 276 a 315s	39
3.22. Diagrama de polos y ceros de la señal de voltaje de 316 a 438s	40
3.23. Estimado de la señal $\Delta\delta$ mediante el método Prony	40
3.24. Diagrama de polos y ceros de $\Delta\delta$ en el intervalo de 0 a 275s	41
3.25. Diagrama de polos y ceros de $\Delta\delta$ en el intervalo de 276 a 315s	42
3.26. Diagrama de polos y ceros de $\Delta\delta$ en el intervalo de 316 a 438s	43
4.1. Modelo clásico de la máquina síncrona para estudios de estabilidad	46
4.2. Péndulo	47
4.3. Característica potencia-ángulo para un sistema de una máquina	48

4.4. Característica del elemento OOST que define la región de operación estable del sistema eléctrico de potencia	54
4.5. Señal de entrada al estimador	56
4.6. Estimado de la señal δ mediante descomposición de Taylor LS	57
4.7. Plano de fase aceleración <i>vs</i> frecuencia de la señal δ	57
4.8. Plano de fase de los primeros 315s de la oscilación	58
4.9. Plano de fase de la parte amotiguada de la oscilación	59

Acrónimos

DTFT	Transformada Digital Taylor-Fourier
SEP	Sistema Eléctrico de Potencia
FFT	Transformadas Rápida de Fourier
LS	Mínimos Cuadrados
DFT	Transformada Digital de Fourier
DC	Corriente Directa
RAT	Ringdown Analysis Tool
EMF	Fuerza Electromotriz
OOST	Out Of Step Tripping
OOS	Out Of Step
WLS	Mínimos Cuadrados Ponderados

Capítulo 1

Introducción

Desde su invención, el fasor ha sido considerado como un concepto de estado estable. Esta afirmación es tomada en cuenta en muchos de los algoritmos de estimación fasorial de hoy en día. Sin embargo, cuando la señal presenta condiciones oscilatorias, la amplitud y fase de la misma presentan cambios en el tiempo. Este trabajo explora una aplicación de la Transformada Digital de Taylor-Fourier (DTFT) presentada en [1] en la evaluación de estabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) el cual, es un tema de especial importancia, debido a que la demanda de energía eléctrica se ha ido incrementando tanto por los descubrimientos tecnológicos como por el incremento de la población.

La aplicación de la DTFT en la estimación fasorial y armónica enfatiza el cálculo de la envolvente compleja así como de sus derivadas en cada una de las frecuencias armónicas de las señales de corriente y de voltaje, para ofrecer estimaciones más precisas en condiciones oscilatorias.

Aquí se pretende prolongar el uso de la DTFT hasta el análisis de estabilidad, construyendo con las estimaciones fasoriales, estimaciones de la diferencia angular entre dos puntos del sistema y aplicando la DTFT en la frecuencia cero para estimar las primeras dos derivadas del ángulo que, como se verá en el Capítulo 4, son cruciales para determinar la condición de inestabilidad

del sistema de potencia.

1.1. Planteamiento del Problema

En los últimos años, los SEP han estado operando al límite de sus capacidades debido a que la demanda de energía eléctrica se ha incrementado considerablemente y la infraestructura del sistema eléctrico ha permanecido resagada. Estos incrementos en la demanda de energía han dado lugar a oscilaciones en los SEP llevándolos a condiciones de estrés, esto a causa de que dichas oscilaciones restringen la cantidad de potencia que puede ser transferida a través de las líneas de interconexión, además de repercutir en la operación económica del SEP. Si no se toman las acciones remediales necesarias, estas oscilaciones pueden provocar la separación del sistema o grandes apagones, por lo que es de gran importancia una temprana indicación para evitar la inestabilidad y prevenir cortes de energía mayores.

1.1.1. Antecedentes

La frecuencia del SEP está determinada por la velocidad angular de los generadores síncronos en el sistema. Cada excursión de la velocidad angular, es ocasionada por un desbalance entre potencia eléctrica y potencia mecánica en la flecha del generador. Se han hecho algunos trabajos que utilizan la frecuencia y su derivada como parámetros para calcular el déficit de potencia e implementar esquemas de desconexión de carga [2, 3]. Otros trabajos se han enfocado en enlazar mediciones fasoriales en tiempo real con el conocimiento preexistente obtenido de los resultados obtenidos mediante simulaciones en ordenador [4, 5, 6]. Otros investigadores han propuesto estimar la envolvente compleja de la señal en condiciones de oscilación utilizando el análisis de Hilbert [7], sin embargo, dicho método requiere de algoritmos adicionales para

reducir el error numérico y llevar a cabo su implementación. Otro trabajo utiliza el análisis modal mediante un método de Prony modificado [8] buscando tomar acciones remediales para mitigar las oscilaciones pero es vulnerable a transiciones no lineales, las cuales aumentan el error. En [9] se estima la frecuencia y el amortiguamiento del espectro de la señal mediante un análisis de Fourier, así como la estimación de los eigenvalores y eigenvectores que se presentan durante los disturbios ocurridos en el sistema; el problema de dicho método es que requiere de un gran número de muestras para poder llevar a cabo la estimación. Existe otro trabajo [10] que utiliza redes neuronales y funciones de base radial recurrente para estimar los ángulos y las velocidades angulares de los generadores, pero dichos estimados son imprecisos en condiciones inestables del sistema.

Debido al incremento de cargas no lineales como los dispositivos de electrónica de potencia, la contaminación armónica ha llegado a ser un problema serio. La estimación armónica en SEPs es muy importante, dado que las armónicas producen muchos efectos dañinos en la red [11, 12], por lo que deben ser monitoreadas lo más preciso posible. Debido a esto, las condiciones de oscilación tienen un impacto no solo en la componente fundamental de la frecuencia, sino que también en los armónicos presentes en la red [13].

Las oscilaciones de potencia conllevan una variación en amplitud, fase y frecuencia de las señales, las cuales pueden proporcionar información muy valiosa sobre la condición de operación del SEP. En aplicaciones tradicionales, las Unidades de Medición Fasorial (PMUs) se encargan de recabar dicha información y enviarla a los relevadores y centros de control. Con esta información es posible determinar si el SEP está al borde de la inestabilidad en tiempo real mediante el uso de sincrofasores [14, 15]. Esto es una gran ventaja, ya que la mayoría de los métodos para evaluar estabilidad son post-mortem o buscan predecir el comportamiento del sistema [16, 17]. La DTFT es una herramienta que puede llevar a cabo dicha tarea y se busca con ello mostrar una de las aplicaciones que puede tener dicho algoritmo en SEP. Es por ello, que con estos

antecedentes sea posible generar una alarma para prevenir la separación del sistema eléctrico mediante los estimados obtenidos con la DTFT.

1.1.2. Solución Propuesta

La DTFT tiene como idea básica expandir la base de la transformada de Fourier usando polinomios de Taylor de κ -ésimo orden, lo que involucra una estimación armónica con igual o menor error que la transformada de Fourier. Además de la estimación de la componente fundamental de la señal, la DTFT proporciona los estimados de las $\kappa - 1$ derivadas de dichos estimados. La DTFT también es de gran utilidad en el estimado de señales y sus derivadas, lo cual en aplicación particular de este trabajo representa el cálculo de frecuencia (velocidad angular) y la aceleración que hay entre dos puntos del SEP; con los que se puede construir un retrato de fases para poder generar una alarma confiable ante oscilaciones de potencia. Una descripción más detallada de la DTFT puede encontrarse en el capítulo 2 de esta tesis.

1.2. Objetivo

El objetivo que se persigue en el presente trabajo de tesis es establecer a las primeras dos derivadas de la diferencia angular (frecuencia y aceleración) entre dos puntos del SEP como un nuevo conjunto de parámetros a estimar para predecir la inestabilidad del SEP mediante las estimaciones armónicas y fasoriales obtenidas de las señales presentes en el SEP utilizando DTFT. Se pretende generar una alarma para prevenir condiciones de inestabilidad en el sistema así como la pérdida de sincronismo entre máquinas.

1.3. Estrategia propuesta

Para llevar a cabo dicho trabajo de tesis, se planteó una metodología a seguir, la cual comprendió lo siguiente:

- Llevar a cabo una revisión bibliográfica.
- Implementar la DTFT mediante la Transformada Rápida de Fourier (FFT).
- Crear un programa para llevar a cabo un análisis de señales mediante la DTFT.
- Conseguir muestras de señales bajo oscilaciones de potencia para su análisis mediante la DTFT y FFT y comparar los resultados.
- Generar un índice de colapso de SEP utilizando los parámetros estimados por la DTFT, el cual ayudará a determinar la estabilidad o inestabilidad del SEP.

1.4. Estructura de la tesis

La estructura de la presente tesis es como sigue:

En el **Capítulo dos**, *La Transformada Digital Taylor-Fourier*, se da una breve descripción de cómo se desarrolla el método de la DTFT utilizando la FFT. Se describe el caso especial cuando se hace la estimación alrededor de $\omega = 0$ utilizando la descomposición de Taylor por mínimos cuadrados (LS). Posteriormente se describe el modelo de señal adoptado para oscilaciones de potencia y se describe el método de Prony, que es un método ampliamente utilizado en evaluación de estabilidad de oscilaciones electromecánicas y estudios de transitorios y es un método que trabaja de forma directa con señales. Por esta razón, se utiliza dicho método como

referencia ya que es una conocida herramienta para evaluar la estabilidad e inestabilidad de SEP.

En el **Capítulo tres**, *Resultados Números*, se lleva a cabo la aplicación de la DTFT a señales de campo obtenidas en distintos SEP, las cuales presentan casos distintos de oscilación. Se muestran los resultados obtenidos y se lleva a cabo una interpretación de los mismos, se hace una comparación con los estimados con la FFT y se lleva a cabo también una estimación de parámetros mediante el método de Prony usando el *Ringdown Analysis Tool* de MATLAB [18] para evaluar la estabilidad del sistema que produce las señales mostradas en la segunda mitad del capítulo, dichos resultados se utilizarán en el capítulo cuatro para corroborar el análisis llevado a cabo con la DTFT para evaluar la estabilidad del sistema. Se concluye que la DTFT requiere de mucho menos parámetros que los requeridos por el método de Prony para detectar situaciones de inestabilidad.

En el **Capítulo cuatro**, *Aplicación de la DTFT a estabilidad de SEP*, se aplica la DTFT utilizando la descomposición de Taylor LS para obtener los estimados de la primera y segunda derivada de la señal de ángulo para construir un plano de fase como el reportado en [14, 19]. Se comparan los resultados obtenidos con los del método de Prony para validar el comportamiento del SEP.

En el **Capítulo cinco**, *Conclusiones y trabajos futuros*, se exponen las conclusiones obtenidas de la investigación y se presentan sugerencias para trabajos futuros.

Apéndices, este trabajo cuenta con cuatro apéndices, los cuales contienen herramientas matemáticas que son necesarias a lo largo de este trabajo, además de fundamentar muchas de las afirmaciones expuestas en el mismo.

Capítulo 2

La Transformada Digital Taylor-Fourier

2.1. Introducción

En este capítulo se presenta el método propuesto para la estimación de armónicas dinámicas, así como también de la amplitud, la fase y sus primeras dos derivadas de una señal en condiciones oscilatorias, la DTFT, la cual relaciona los coeficientes constantes de Fourier en el modelo de la señal de la transformada de Fourier y las funciones de tiempo dadas por los polinomios de Taylor de un orden dado diferente de cero. Este modelo expandido da lugar a una mejora en el análisis de Fourier, expandiendo la base de la transformada de Fourier, agregando a cada uno de sus vectores armónicas más términos modulantes de Taylor que el término constante en la transformada de Fourier. De esta manera, los coeficientes de la transformada Taylor-Fourier incluirán, además de los valores instantáneos de cada fluctuación armónica, las derivadas en una aproximación de Taylor [13]. El capítulo comienza con el desarrollo de la DTFT a partir de la FFT, se da también una exposición sobre diferenciadores maximamente lisos usando una aproximación de Taylor por mínimos cuadrados (Taylor LS); posteriormente, se da una breve explicación del modelo de la señal que se maneja en casos donde existen oscilaciones de potencia.

Se dan a conocer las expresiones con las cuales se obtienen la amplitud y fase del fasor dinámico de la señal, así como sus primeras dos derivadas obteniendo estimados de mayor precisión y con menos susceptibilidad al ruido con respecto a otros métodos como en [20]. También se hará una descripción del método de Prony [21], el cual es un método paramétrico que estima, además de la amplitud, frecuencia y fase, el amortiguamiento de la señal analizada y sus resultados serán una referencia para el análisis de estabilidad que se llevará a cabo con la DTFT más adelante. Se menciona también la herramienta utilizada para llevar a cabo dicho análisis y como ésta nos ayuda a determinar la estabilidad del sistema.

2.2. Desarrollo de la DTFT a partir de la FFT

A continuación se muestra el desarrollo de la DTFT a partir de la FFT, dicho desarrollo fue tomado de [22].

2.2.1. Transformada Digital de Fourier

Supóngase que se desea observar N componentes espectrales de una secuencia de longitud N en \mathbf{x}_N . Entonces se requiere la siguiente composición:

$$\hat{\mathbf{x}}_N = \frac{1}{N} \mathbf{W}_N^H \hat{\mathbf{X}}_N \quad (2.2.1)$$

donde \mathbf{W}_N es la matriz de Fourier, la cual contiene en cada uno de sus vectores series consecutivas de las N -ésimas raíces de la unidad. Si $\omega_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ es la primera N -ésima raíz, la matriz

de Fourier está dada por [23]:

$$\mathbf{W}_N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega_N & \omega_N^2 & \dots & \omega_N^{N-1} \\ 1 & \omega_N^2 & \omega_N^4 & \dots & \omega_N^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega_N^{N-1} & \omega_N^{2(N-1)} & \dots & \omega_N^{(N-1)^2} \end{pmatrix} \quad (2.2.2)$$

Los mejores componentes espectrales de \mathbf{x}_N están dados por:

$$\widehat{\mathbf{X}}_N = \mathbf{W}_N \mathbf{x}_N \quad (2.2.3)$$

la cual es conocida como la ecuación de análisis de la Transformada Digital de Fourier (DFT) de \mathbf{x}_N . Cuando N es una potencia entera de dos, la DFT tiene propiedades simétricas y periódicas que ayudan a reducir los cálculos. En este caso, las DFT se convierte en la Transformada Rápida de Fourier (FFT).

2.2.2. Transformada Inversa de Taylor-Fourier

Se desea extender la DFT a la DTFT, como se puede ver en [22] modulando los vectores de la matriz de Fourier con polinomios de Taylor de K -ésimo orden, y tomando en cuenta la aplicabilidad de la FFT. Como cada término de Taylor agrega una matriz de Fourier modulada a la matriz base, esta necesita ser aumentada verticalmente (agregando un ciclo fundamental en duración), para evitar una matriz mal condicionada. Los términos de Taylor también necesitan simetría, por lo que un aumento vertical es deseado. Como los ordenes impares de Taylor requieren aumentos verticales, se restringirá el algoritmo a este caso. En particular, se desarrollará para $K = 3$ sin pérdida de generalidad, aumentándola a cuatro ciclos $C = K + 1 = 4$.

Si $L = CN$ es la longitud del intervalo de tiempo de observación de la transformada Taylor-Fourier en muestras, entonces se define una matriz diagonal \mathbf{T}_L de $L \times L$, que contiene la

secuencia de enteros $-L/2, \dots, L/2 - 1$. Entonces se tiene la siguiente ecuación de síntesis:

$$\widehat{\mathbf{x}}_{4N} = \frac{1}{N} \mathbf{B}_{4N} \widehat{\mathbf{X}}_{4N} = \frac{1}{N} \left(\mathbf{I}_{4N} \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \end{pmatrix} \mathbf{T}_{4N} \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \end{pmatrix} \mathbf{T}_{4N}^2 \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \end{pmatrix} \mathbf{T}_{4N}^3 \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \widehat{\mathbf{X}}_N \\ \widehat{\mathbf{X}}_N \\ \widehat{\mathbf{X}}_N \\ \widehat{\mathbf{X}}_N \\ \vdots \\ \widehat{\mathbf{X}}_N \end{pmatrix}. \quad (2.2.4)$$

El vector $\widehat{\mathbf{X}}_{4N}$ contiene los estimados de las derivadas del espectro de tiempo en el centro del intervalo de observación. Se puede ver fácilmente que la señal estimada $\widehat{\mathbf{x}}_{4N}$ es la superposición de una repetición cíclica de la transformada inversa de Fourier de $\widehat{\mathbf{X}}_N$, $\widehat{\dot{\mathbf{X}}}_N$, $\widehat{\ddot{\mathbf{X}}}_N$, y $\widehat{\overset{\cdot\cdot\cdot}{\mathbf{X}}}_N$, ventaneadas por términos sucesivos de Taylor. Si \mathbf{x}_0 , \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 , y \mathbf{x}_3 son sus transformadas inversas, entonces se tiene:

$$\widehat{\mathbf{x}}_{4N} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_0 \end{pmatrix} + \mathbf{T}_{4N} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_1 \end{pmatrix} + \mathbf{T}_{4N}^2 \begin{pmatrix} \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} + \mathbf{T}_{4N}^3 \begin{pmatrix} \mathbf{x}_3 \\ \mathbf{x}_3 \\ \mathbf{x}_3 \\ \mathbf{x}_3 \end{pmatrix}. \quad (2.2.5)$$

Sin olvidar que si \mathbf{x}_i , $i = 0, 1, 2, 3$ son calculadas con el comando *ifft* en MATLAB [24], es necesario multiplicar este resultado por N para compensar su división asimétrica por N . También se debe ver que el denominador de cada término de Taylor (el factorial y la potencia del tiempo de muestreo), fueron convertidos en coeficientes estimados para simplificar el algoritmo. Entonces, por ejemplo, en el vector $\widehat{\dot{\mathbf{X}}}_N$ se tiene $\widehat{\dot{\mathbf{X}}}_n(0)/(2!(NF_1)^2)$. Finalmente, para una duración de cuatro ciclos, los estimados de los polinomios de menor orden también pueden ser obtenidos ($K \leq 3$). Pero un grado mayor requerirá más ciclos para evitar tener una matriz mal condicionada.

2.2.3. Transformada Digital Taylor-Fourier

La DTFT esta dada por la solución de mínimos cuadrados:

$$\widehat{\mathbf{X}}_{4N} = (\mathbf{B}_{4N}^H \mathbf{B}_{4N})^{-1} \mathbf{B}_{4N}^H \mathbf{x}_{4N} \quad (2.2.6)$$

Si se resuelve para el segundo término ($\mathbf{B}_{4N}^H \mathbf{x}_{4N}$). Se tiene:

$$\mathbf{B}_{4N}^H \mathbf{x}_{4N} = \begin{pmatrix} (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{I}_{4N} \\ (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{T}_{4N} \\ (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{T}_{4N}^2 \\ (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{T}_{4N}^3 \end{pmatrix} \mathbf{x}_{4N} \quad (2.2.7)$$

Definiendo los vectores que contienen a la señal ventaneada por términos sucesivos de Taylor como:

$$\mathbf{v}_{4N}^k = \mathbf{T}_{4N}^k \mathbf{x}_{4N}, \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad (2.2.8)$$

y particionándolos en cuatro vectores, conteniendo las muestras de cada ciclo:

$$\mathbf{v}_{4N}^k = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0^k \\ \mathbf{v}_1^k \\ \mathbf{v}_2^k \\ \mathbf{v}_3^k \end{pmatrix}, \quad (2.2.9)$$

entonces se tiene:

$$\mathbf{B}_{4N}^H \mathbf{x}_{4N} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N (\sum_{c=0}^3 \mathbf{v}_c^0) \\ \mathbf{W}_N (\sum_{c=0}^3 \mathbf{v}_c^1) \\ \mathbf{W}_N (\sum_{c=0}^3 \mathbf{v}_c^2) \\ \mathbf{W}_N (\sum_{c=0}^3 \mathbf{v}_c^3) \end{pmatrix} \quad (2.2.10)$$

los cuales son el acomodo vertical de las FFTs de las sumas de los vectores particionados de cada término particular de Taylor.

Finalmente, para la matriz Gram se tiene:

$$\mathbf{B}_{4N}^H \mathbf{B}_{4N} = \begin{pmatrix} (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{I}_{4N} \\ (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{T}_{4N} \\ (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{T}_{4N}^2 \\ (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{T}_{4N}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{4N} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \end{pmatrix} \\ \mathbf{T}_{4N} \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \end{pmatrix} \\ \mathbf{T}_{4N}^2 \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \end{pmatrix} \\ \mathbf{T}_{4N}^3 \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N^H \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (2.2.11)$$

Entonces, definiendo la siguiente partición de la matriz diagonal k -ésima de Taylor como:

$$\mathbf{T}_{4N}^k = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{1,1}^k & & & \\ & \mathbf{T}_{2,2}^k & & \\ & & \mathbf{T}_{3,3}^k & \\ & & & \mathbf{T}_{4,4}^k \end{pmatrix} \quad (2.2.12)$$

se tiene la siguiente solución:

$$\mathbf{B}_{4N}^H \mathbf{B}_{4N} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N \Sigma^0 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^1 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^2 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^3 \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N \Sigma^1 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^2 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^3 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^4 \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N \Sigma^2 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^3 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^4 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^5 \mathbf{W}_N^H \\ \mathbf{W}_N \Sigma^3 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^4 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^5 \mathbf{W}_N^H & \mathbf{W}_N \Sigma^6 \mathbf{W}_N^H \end{pmatrix} \quad (2.2.13)$$

donde:

$$\Sigma^k = \sum_{c=0}^3 \mathbf{T}_{c,c}^k \quad (2.2.14)$$

Note que la matriz Gram es Hankel, y que

$$\mathbf{W}_N \Sigma^k \mathbf{W}_N^H = \text{fft}(\Sigma^k \mathbf{W}_N^H). \quad (2.2.15)$$

Note que es fácil introducir una ventana no rectangular por premultiplicar las matrices \mathbf{T}_{4N}^k por una matriz diagonal que contiene la función de ventana deseada.

2.2.4. La Pseudoinversa

La matriz pseudoinversa es

$$\mathbf{B}^\dagger = (\mathbf{B}_{4N}^H \mathbf{B}_{4N})^{-1} \mathbf{B}_{4N}^H \quad (2.2.16)$$

Esta matriz contiene las respuestas impulsionales del banco de filtros mostradas en la figura 2.1. Y también es de interés usar la FFT para abreviar sus cálculos. Se tiene:

$$\mathbf{B}_{4N}^H = \begin{pmatrix} (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{I}_{4N} \\ (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{T}_{4N} \\ (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{T}_{4N}^2 \\ (\mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N) & \mathbf{T}_{4N}^3 \end{pmatrix} \quad (2.2.17)$$

y entonces

$$\mathbf{B}_{4N}^H = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N & \mathbf{W}_N \\ \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{1,1} & \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{2,2} & \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{3,3} & \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{4,4} \\ \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{1,1}^2 & \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{2,2}^2 & \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{3,3}^2 & \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{4,4}^2 \\ \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{1,1}^3 & \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{2,2}^3 & \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{3,3}^3 & \mathbf{W}_N \mathbf{T}_{4,4}^3 \end{pmatrix} \quad (2.2.18)$$

los cuales son las FFT de $\mathbf{T}_{n,n}^k$, $k = 0, 1, 2, 3$.

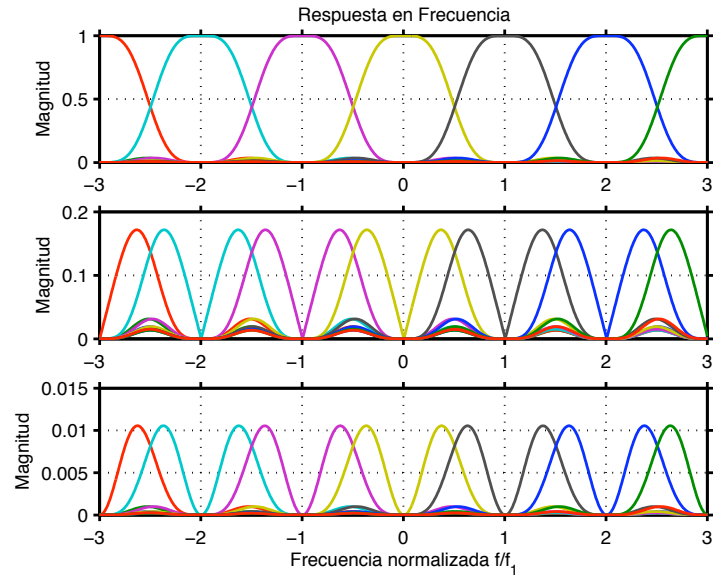


Figura 2.1: Respuesta en frecuencia del banco de filtros de la matriz pseudoinversa

2.3. Diferenciadores máximamente lisos mediante descomposición de Taylor LS

Cuando se busca llevar a cabo la estimación del espectro de la señal por un polinomio de Taylor de κ -ésimo orden en $\omega = 0$ se obtienen solamente coeficientes reales en la matriz de transformación \mathbf{B} , modificando de esta manera la matriz de Gram obteniendo un ajuste simultaneo en las representaciones temporal y espectral del modelo de la señal a las de la señal de entrada respectivamente, adaptando las ganancias de sus derivadores a las respuestas en frecuencia de derivadores ideales junto a la frecuencia nula, produciendo filtros máximamente lisos en la banda base [25].

La aproximación por mínimos cuadrados (LS) de un modelo de señal de Taylor, aproxima las primeras κ derivadas del espectro de la ventana con los correspondientes polinomios de Taylor de κ -ésimo orden, (y con error máximamente liso) en $\omega = 0$. Debido a que los primeros κ términos de la serie de Taylor de las primeras derivadas del espectro de la ventana se ajustan exactamente, las respuestas en frecuencia del banco de filtros serán dadas por una sucesión de series de Taylor en las cuales cada polinomio de κ -ésimo orden tendrá unicamente un único término no nulo en $\omega = 0$: el correspondiente a cada diferenciador ideal. El resto de la serie de Taylor será el residuo del polinomio de κ -ésimo orden, y por lo tanto será máximamente liso, como cualquier residuo de Taylor. En consecuencia el banco de filtros contendrá una sucesión de diferenciadores máximamente lisos.

Las respuestas en frecuencia del banco de diferenciadores se construyen con combinaciones lineales del espectro de la ventana y sus derivadas. La respuesta en frecuencia de los filtros de estimación es muy útil para evaluar su comportamiento en términos del contenido frecuencial de la señal y en particular su comportamiento ante el ruido.

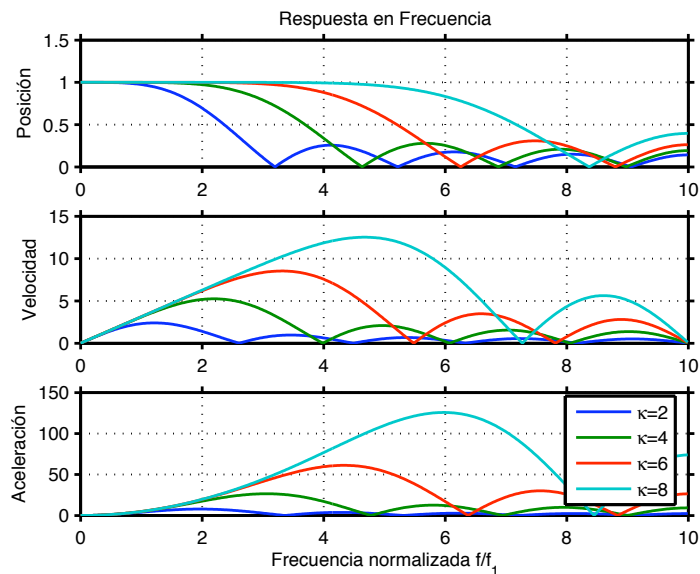


Figura 2.2: Respuestas en frecuencia de diferenciadores obtenidos mediante LS con polinomios de Taylor de diferentes órdenes, $\kappa=2, 4, 6$ y 8 .

La figura 2.2 muestra las respuestas en frecuencia de los primeros tres diferenciadores obtenidos con el algoritmo LS, y órdenes progresivos de aproximación $\kappa=2, 4, 6$ y 8 . Note que las ganancias ideales de diferenciación son alcanzadas en la banda base, y que el ancho de banda aumenta con el orden de aproximación. Para un mismo diferenciador, los órdenes impares tienen la misma respuesta en frecuencia que el orden precedente par.

Se debe tener en cuenta que conforme más suaves sean los segmentos de la señal, mejores serán los estimados de la misma, ya que el error se eleva cuando existen discontinuidades o transitorios en el intervalo de observación. En este caso, el espectro de señal se ensancha sobrepasando la banda frecuencial con las ganancias máximamente lisas.

2.4. Modelo de señal para oscilaciones de potencia

Las técnicas de estimación fasorial normalmente asumen un modelo de señal sinusoidal con amplitud y fase constantes:

$$s(t) = a_0 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_0), \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad (2.4.1)$$

con suposiciones de estado estable.

Sin embargo, en oscilaciones de potencia las oscilaciones de amplitud y de fase pueden ser modeladas de una mejor forma por una señal pasabanda de la forma

$$s(t) = a(t) \cos(2\pi f_1 t + \varphi(t)) \quad (2.4.2)$$

donde $a(t)$ es la amplitud y $\varphi(t)$ es la fase de la señal $s(t)$. Dichos parámetros son formas de onda reales. En una señal pasabanda, el contenido frecuencial está concentrado en una banda estrecha en la vecindad de la frecuencia fundamental f_1 , como en una oscilación de potencia.

El modelo (2.4.2) puede ser escrito de una forma exponencial como sigue

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2} (p(t)e^{j2\pi f_1 t} + \bar{p}(t)e^{-j2\pi f_1 t}) \\ &= \Re\{p(t)e^{j2\pi f_1 t}\}, \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

donde $p(t) = a(t)e^{j\varphi(t)}$ es la envolvente compleja de la señal pasabanda $s(t)$ y es llamada *fasor dinámico* de la oscilación. Esta es una función compleja expresada en forma polar, donde $a(t)$ y $\varphi(t)$ son las modulaciones en amplitud y fase de $s(t)$ [26].

El modelo de fasor puede aproximarse en cada intervalo de tamaño T mediante un polinomio de Taylor de segundo orden

$$p^{(2)}(t) = p_0(t) + p_1(t)t + p_2(t)t^2, \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad (2.4.4)$$

alrededor del centro del intervalo $t_0 = 0$. En (2.4.4), p_0, p_1 y $p_2 \in \mathcal{C}$ y $t \in \mathcal{R}$. Los coeficientes de la serie son las derivadas del fasor dinámico en el centro del intervalo: $p_0 = p(0)$, $p_1 = p'(0)$ y $p_2 = p''(0)/2$.

De esta forma, la aproximación del polinomio de Taylor segundo orden a la señal pasabanda alrededor del centro de cualquier intervalo de observación está dada por:

$$s^{(2)}(t) = \Re\{p^{(2)}(t)e^{j2\pi f_1 t}\}. \quad (2.4.5)$$

Este modelo reducido puede aplicarse a cualquier intervalo de tiempo de tamaño T alrededor de su centro t_0 .

El vector de estimación $\hat{\mathbf{p}}$ que contiene las cantidades \hat{p}_0, \hat{p}_1 y \hat{p}_2 está dado por (2.2.6) donde $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{X}}_{4N}$. Una vez calculados dichos estimados, se puede obtener el estimado de las amplitudes y fases del fasor así como sus derivadas por medio de las siguientes relaciones [26]:

$$\begin{aligned} \hat{a}(\ell T) &= 2|\hat{p}_0| \\ \hat{\varphi}(\ell T) &= \angle \hat{p}_0 \\ \hat{a}'(\ell T) &= 2\Re\{\hat{p}_1 e^{-j\hat{\varphi}(\ell T)}\} \\ \hat{\varphi}'(\ell T) &= \frac{2}{\hat{a}(\ell T)} \Im\{\hat{p}_1 e^{-j\hat{\varphi}(\ell T)}\} \\ \hat{a}''(\ell T) &= 4\Re\{\hat{p}_2 e^{-j\hat{\varphi}(\ell T)}\} + \hat{a}(\ell T)[\hat{\varphi}'(\ell T)]^2 \\ \hat{\varphi}''(\ell T) &= \frac{4\Im\{\hat{p}_2 e^{-j\hat{\varphi}(\ell T)}\} - 2\hat{a}'(\ell T)\hat{\varphi}'(\ell T)}{\hat{a}(\ell T)} \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

Con estos estimados se pueden apreciar las primeras dos derivadas tanto de la amplitud del fasor como las de la fase, las cuales contienen la frecuencia y su aceleración. Dichos parámetros serán útiles en la determinación de un índice de estabilidad del sistema eléctrico de potencia.

2.5. El método de Prony

El método de Prony fue desarrollado en 1795 en la École Polytechnique por le Baron de Prony, quien estudiaba los efectos de la presión del vapor de alcohol. Entre ellos estaba la propiedad de que las combinaciones lineales de exponenciales complejas obedecen recursiones lineales homogéneas. Este método fue introducido a aplicaciones en sistemas eléctricos de potencia en 1990 y se ha usado en estudios de transitorios y oscilaciones electromecánicas en sistemas de potencia [27].

El método de Prony es un método paramétrico que, además de estimar la amplitud, frecuencia y fase de una señal, estima el coeficiente de amortiguamiento de una señal que consiste en un modelo exponencial de señales de datos de series de tiempo resolviendo un conjunto de ecuaciones lineales. Dicho modelo es el siguiente [21]:

$$y_t = \sum_{i=1}^p c_i z_i^t; \quad t = 0, 1, \dots, 2p - 1 \quad (2.5.1)$$

o en su forma matricial

$$\mathbf{y} = \mathbf{V}\mathbf{c} \quad (2.5.2)$$

donde

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{2p-1} & z_2^{2p-1} & \dots & z_p^{2p-1} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_p \end{pmatrix}$$

Estas ecuaciones de síntesis pueden ser reducidas con una matriz predictor \mathbf{A}^T , dada una \mathbf{A}^T seleccionada adecuadamente. Esto es

$$\mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{0} \quad (2.5.3)$$

donde

$$\mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} a_p & \dots & a_1 & 1 & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & a_p & \dots & a_1 \end{pmatrix}$$

Resolviendo estas ecuaciones lineales para los coeficientes a_i , éstos pueden usarse como coeficientes en el siguiente polinomio predictor

$$A(z) = \sum_{n=0}^p a_n z^{-n} = \prod_{n=1}^p (1 - z_n z^{-1}); \quad a_0 = 1; \quad A(z_n) = 0 \quad (2.5.4)$$

Los ceros z_n son precisamente las raíces de la matriz Vandermonde. Esto es, $\mathbf{A}^T \mathbf{V} = \mathbf{0}$ cuando z_n es un cero de $A(z)$.

En resumen, el método Prony escribe la ecuación $\mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{0}$ como

$$\mathbf{z} = -\mathbf{Y}\mathbf{a}; \quad (2.5.5)$$

donde

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} y_p \\ y_{p+1} \\ \vdots \\ y_{2p-1} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_{p-1} \\ y_1 & y_2 & \dots & y_p \\ \vdots & & & \vdots \\ y_{p-1} & \dots & & y_{2p-2} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_p \\ \vdots \\ a_1 \end{pmatrix}$$

y se resuelve para \mathbf{a} . Se construye el polinomio $A(z)$ es establecido por z_i y la matriz de Vandermonde, \mathbf{V} .

Las raíces del polinomio $A(z)$ determinan las frecuencias y los factores de amortiguamiento asociados de los polos $z_i = \rho_i e^{j2\pi f_i T}$ del sistema. Si los modos en sí son deseados, entonces una rutina para encontrar raíces debe usarse para calcular las raíces del polinomio $A(z)$. La magnitud y fase de los parámetros B_i pueden entonces ser calculados por escribir la ecuación

modal $\mathbf{y} = \mathbf{V}\mathbf{B}$ y resolviendo los siguientes sistemas Vandermonde de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{p-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_p \\ z_1^2 & z_2^2 & \dots & z_p^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{p-1} & z_2^{p-1} & \dots & z_p^{p-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \vdots \\ B_p \end{pmatrix} \quad (2.5.6)$$

Este sistema tiene p ecuaciones y p incógnitas. Los parámetros del modelo de Prony se determinan de las relaciones [28]

$$\begin{aligned} A_i &= |B_i| & \sigma_i &= \ln \frac{|z_i|}{\Delta t} \\ \phi_i &= \tan^{-1} \left(\frac{\Im[B_i]}{\Re[B_i]} \right) & f_i &= \tan^{-1} \left(\frac{1}{2\pi\Delta t} \frac{\Im[z_i]}{\Re[z_i]} \right) \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

donde A_i es la amplitud, ϕ_i la fase, σ_i el coeficiente de amortiguamiento, f_i la frecuencia y Δt representa los intervalos de tiempo entre muestras. Teniendo estos datos en cuenta, se puede construir un diagrama de polos y ceros para determinar la estabilidad del sistema.

En el caso de este trabajo de tesis, el análisis Prony se llevará a cabo mediante el *Ringdown Analysis Tool* de MATLAB [18], el cual nos entrega, además de los parámetros antes mencionados, los diagramas de polos y ceros y la gráfica de respuesta en el tiempo del sistema analizado, entre otras cosas más [29].

2.6. Conclusiones

En este capítulo se ha descrito brevemente el método de estimación armónica propuesto para su aplicación en análisis de señales, así como también se mencionaron las relaciones establecidas entre la amplitud y fase del fasor y sus primeras derivadas, con los estimados de Taylor-Fourier. También se exploró el caso que se presenta cuando los estimados se hacen alrededor de una

frecuencia $\omega = 0$, para lo cual se utilizan diferenciadores máximamente lisos mediante la descomposición de Taylor LS. Además, se llevó a cabo una descripción del método de Prony el cual estima parámetros de amplitud, frecuencia, fase y amortiguamiento. Dicho método es una alternativa para el análisis de estabilidad ya que proporciona información para construir un diagrama de polos y ceros, además de trabajar directamente con señales del sistema y los resultados obtenidos con este método son una buena referencia para el análisis que se llevará a cabo mediante la DTFT. Se ha hecho mención también de la herramienta que se utilizará para llevar a cabo el análisis de señales vía Prony.

Capítulo 3

Resultados Números

3.1. Introducción

En este capítulo se presentan dos casos de análisis con señales de SEP reales. En primera instancia se analizará un caso donde se proporciona la oscilografía de las corrientes y voltajes de un sistema eléctrico de Sudamérica, para las cuales se estimará la amplitud del fasor, su fase, así como la fluctuación de frecuencia y su derivada. En el segundo caso, se hará un análisis de una señal de voltaje y de la diferencia angular medidos en un sistema eléctrico de un país norteamericano. A dichas señales, además de estimar la amplitud y fase del fasor, se les hará un plano de fase usando los parámetros de frecuencia y aceleración y con base a dicho plano se establecerá un índice que indique cuando el SEP está al borde del colapso. Los resultados obtenidos al aplicar la DTFT sobre una señal de voltaje y la señal de la diferencia angular δ . También se expondrán los resultados obtenidos por medio del análisis Prony mediante un diagrama de polos y ceros del sistema los cuales servirán como referencia a los resultados obtenidos en la aplicación de la DTFT en el análisis de estabilidad del capítulo siguiente.

3.2. Estimación Armónica por DTFT

En esta sección se tratará el primer caso, el cual se refiere al análisis armónico de dos señales, una de voltaje y otra de corriente, del sistema eléctrico sudamericano, así como sus estimaciones fasoriales. En este análisis se cuenta con las oscilografías de las señales, las cuales fueron muestreadas a una tasa de 16 muestras por ciclo. Dichas oscilografías se muestran a continuación:

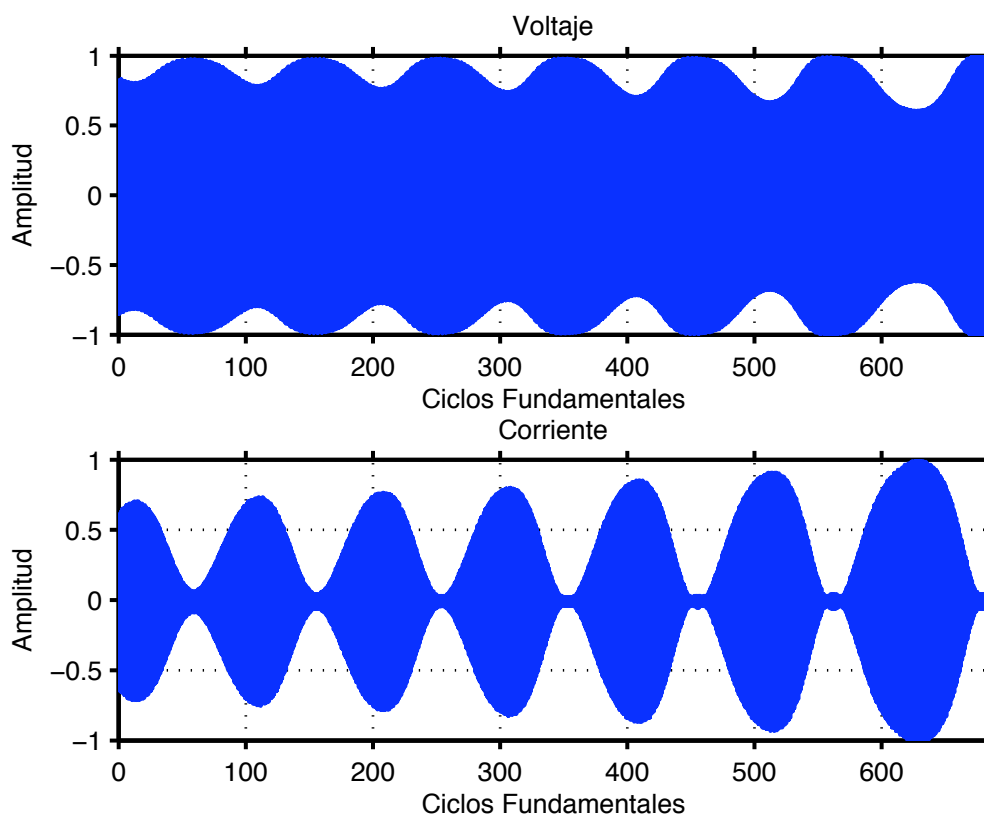


Figura 3.1: Señales de voltaje y corriente de entrada al estimador

A simple vista, se ve que la amplitud de la envolvente de las señales cambia a través del tiempo, como se confirmará al hacer la estimación armónica de dichas señales, la cual, al estimar la magnitud de la armónica fundamental, dará como resultado la envolvente de la señal analizada.

3.2.1. Señal de voltaje

Al hacer el análisis por DTFT de la señal de voltaje se observa que no hay componentes armónicas en la señal, como puede apreciarse en la figura 3.2a.

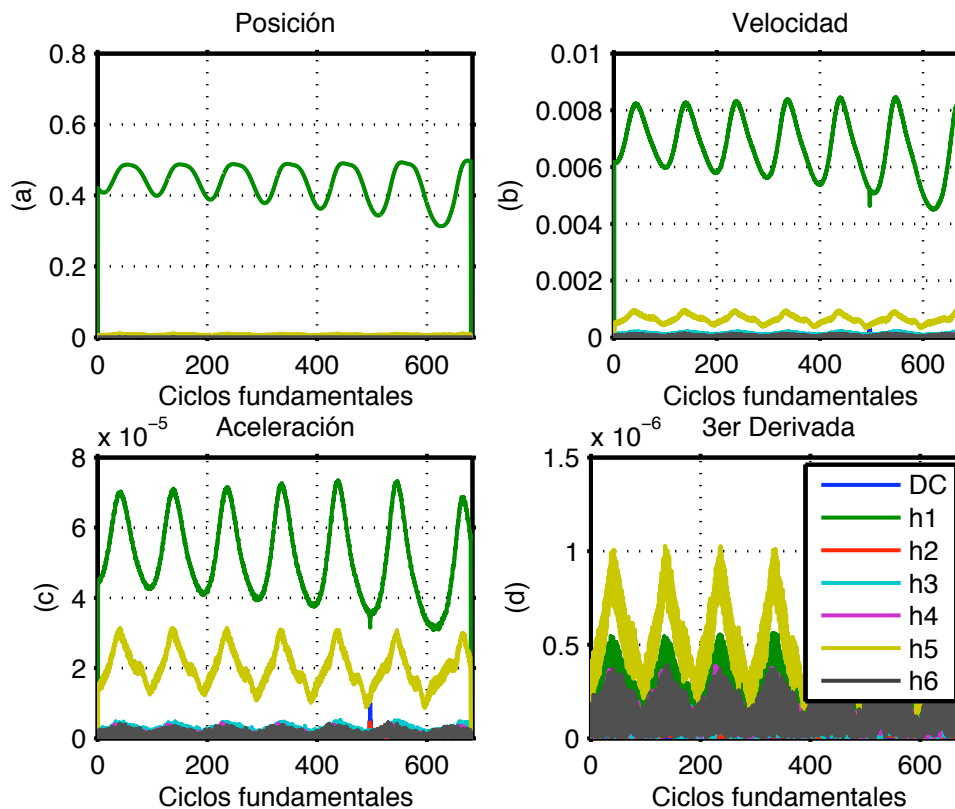


Figura 3.2: Estimados armónicos del voltaje

Como se puede ver, la fluctuación de voltaje es más grande conforme transcurre el tiempo, ya que los valles son más profundos, mientras que las crestas se mantienen casi al mismo nivel, nótese también que el estimado armónico de voltaje es más fino que el estimado obtenido por FFT, el cual se muestra en la figura 3.3 donde los estimados armónicos poseen mayor contenido de ruido.

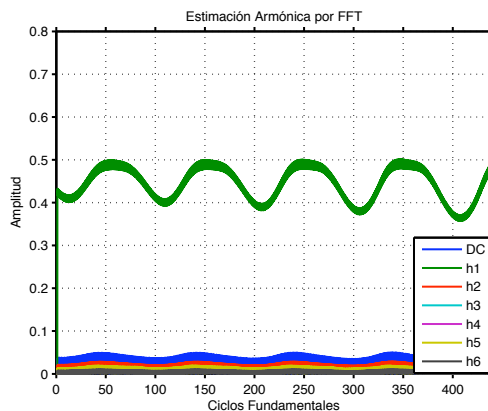


Figura 3.3: Estimados armónicos del voltaje por FFT

Además del ruido, los estimados armónicos presentan infiltración armónica de la componente de DC, de la segunda y quinta armónicas, lo cual ocasiona errores en los estimados. Dicho fenómeno de infiltración armónica se explica en [13]. Usando las expresiones dadas en (2.4.6) se obtienen los estimados de amplitud y fase del fasor, así como sus primeras dos derivadas, los cuales se muestran en las figuras 3.4 y 3.5.

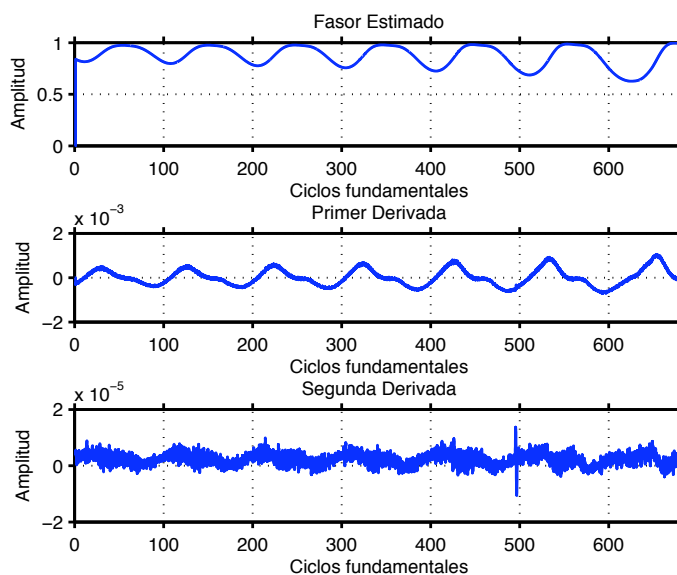


Figura 3.4: Estimado de la amplitud del fasor de voltaje y sus dos derivadas

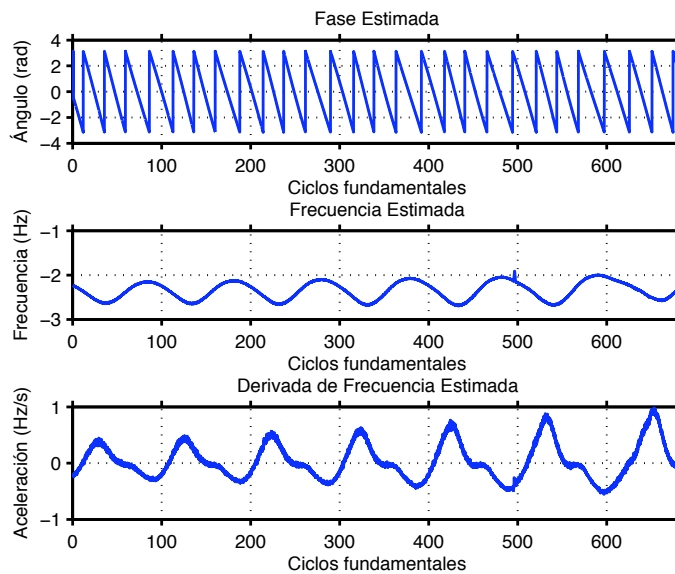


Figura 3.5: Estimado de la fase del fasor de voltaje y sus dos derivadas

De la figura 3.4 se observa que existe una fluctuación en la amplitud del fasor y que dicha fluctuación es mayor conforme se avanza en el tiempo, lo cual se ve reflejado en las derivadas. Sin embargo, en las estimaciones de fase (figura 3.5) se puede observar que la fase del voltaje no decae en forma uniforme conforme va transcurriendo en el tiempo, esto indica fluctuaciones en la frecuencia, las cuales ocurren alrededor de -2.5Hz , además de que la aceleración de la fase (derivada de la frecuencia) se va incrementando conforme transcurre el tiempo, siendo este un comportamiento similar al de la amplitud del fasor. Nótese también que los estimados de frecuencia, no son susceptibles al ruido como lo son los obtenidos mediante el algoritmo descrito en [20].

3.2.2. Señal de corriente

Se lleva a cabo el mismo análisis para la señal de corriente, donde se puede apreciar que tampoco hay componentes armónicas presentes en dicha señal.

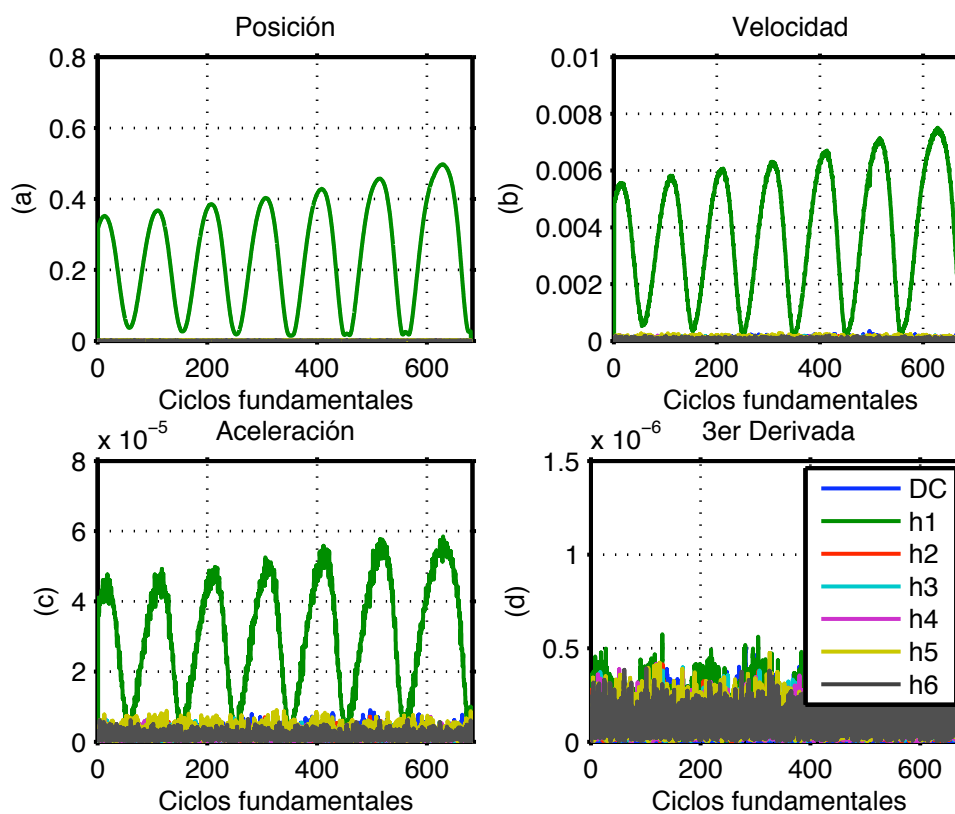


Figura 3.6: Estimados armónicos de la corriente

En los estimados de posición (figura 3.6a) se observa que la fluctuación de corriente se va haciendo cada vez más grande. Tal y como ocurrió con la señal de voltaje, la estimación armónica de la corriente mediante la FFT (figura 3.7), presenta estimados con mayor cantidad de ruido e infiltración armónica, en este caso, de la componente de DC, y de la segunda y tercera armónica.

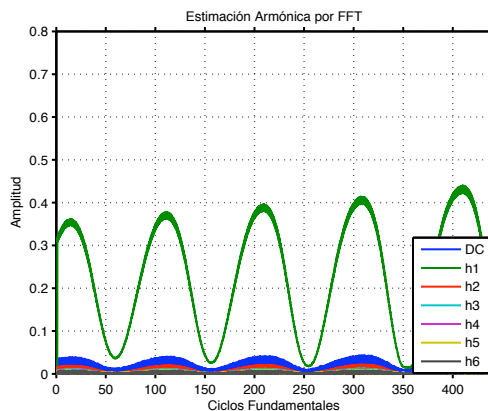


Figura 3.7: Estimados armónicos de la corriente por FFT

Los estimados de la amplitud y fase, así como sus primeras dos derivadas se muestran en las figuras 3.8 y 3.9 respectivamente.

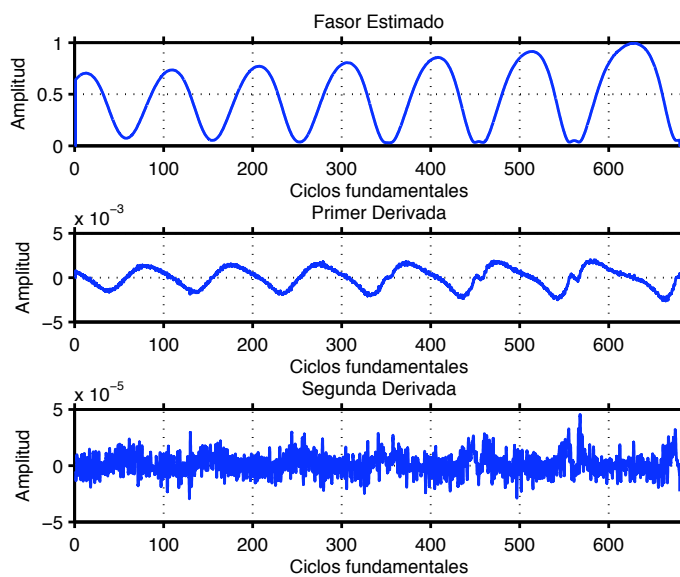


Figura 3.8: Estimado de la amplitud del fasor de corriente y sus dos derivadas

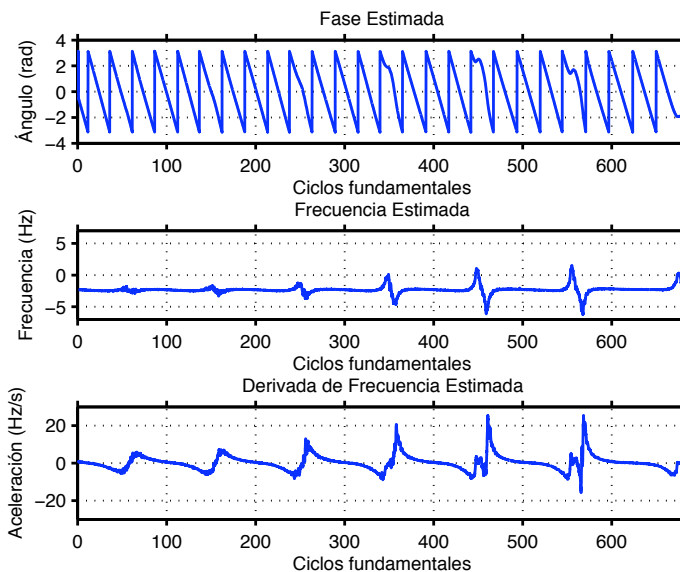


Figura 3.9: Estimado de la fase del fasor de corriente y sus dos derivadas

En los estimados de amplitud fasorial, se observa como las fluctuaciones se vuelven más pronunciadas reflejándose esto, en las derivadas de la amplitud. En el estimado de fase se observa que en algunos tramos, la fase no disminuye uniformemente, esto se refleja en las fluctuaciones de frecuencia, las cuales se manifiestan alrededor de un nivel de aproximadamente -2.5Hz , saliendo así del límite que establece [30]. Conforme es más irregular la disminución de la fase, mas pronunciadas son las fluctuaciones de frecuencia y de su derivada.

3.3. Análisis de la Envolvente de la Señal

En esta sección se analizará la envolvente de la señal de 60Hz obtenida en el sistema eléctrico norteamericano. Se cuenta con una señal de voltaje, así como con la señal de la diferencia angular obtenida entre dos puntos de medición. A dichas señales, además de aplicarles la DTFT, se les analizará por el método de Prony utilizando el toolbox de MATLAB *Ringdown Analysis*

Tool (RAT) [18] para obtener, además de sus parámetros de amplitud, fase y frecuencia, el amortiguamiento de la señal y sus modos de oscilación. También se busca obtener un diagrama de polos y ceros de la señal para determinar la estabilidad del sistema que produce dichas señales.

La frecuencia de las señales, es de aproximadamente 0.89Hz y fueron muestreadas a una tasa de 20 muestras por ciclo. Sin embargo, cabe mencionar que un ciclo de estas señales contiene 60 ciclos de la portadora de 60Hz y por ende, contiene 1200 muestras por ciclo de la portadora, por lo que se submuestran dichas señales tomando una muestra en cada ciclo quedando una señal con la finalidad de poder observar los estimados fasoriales de una forma más clara, ya que el número elevado de muestras de la portadora provoca que la evolución de la fase del fasor sea imperceptible. Las señales resultantes poseen una frecuencia de aproximadamente 0.09Hz y se muestran en la figura 3.10.

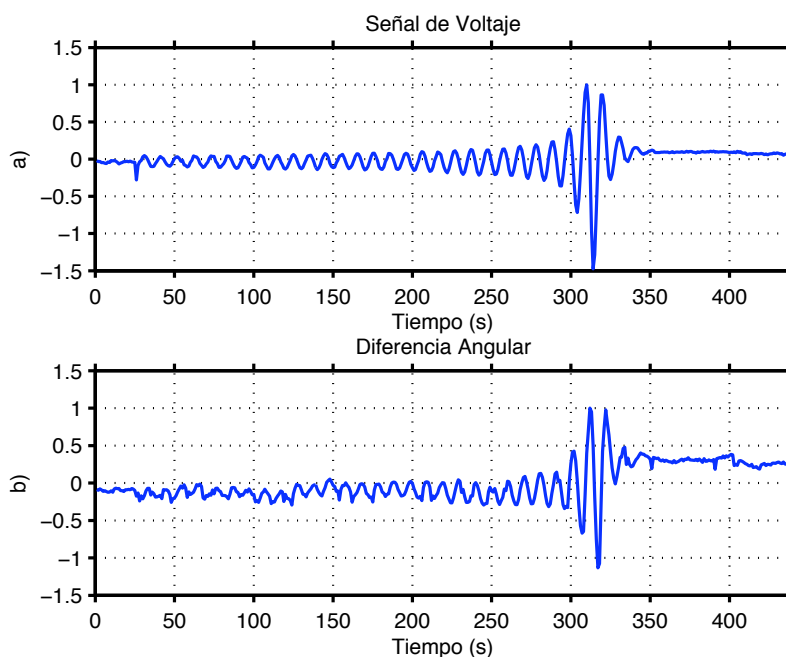


Figura 3.10: Señales de voltaje y de ángulo a analizar

Estas señales se introducen en el estimador a fin de llevar a cabo su análisis por DTFT, así como también se introducirán en el RAT para llevar a cabo el análisis mediante el método Prony.

3.3.1. Análisis por DTFT

Se aplica la DTFT a ambas señales obteniendo sus componentes armónicas. La figura 3.11 muestra el estimado armónico de voltaje.

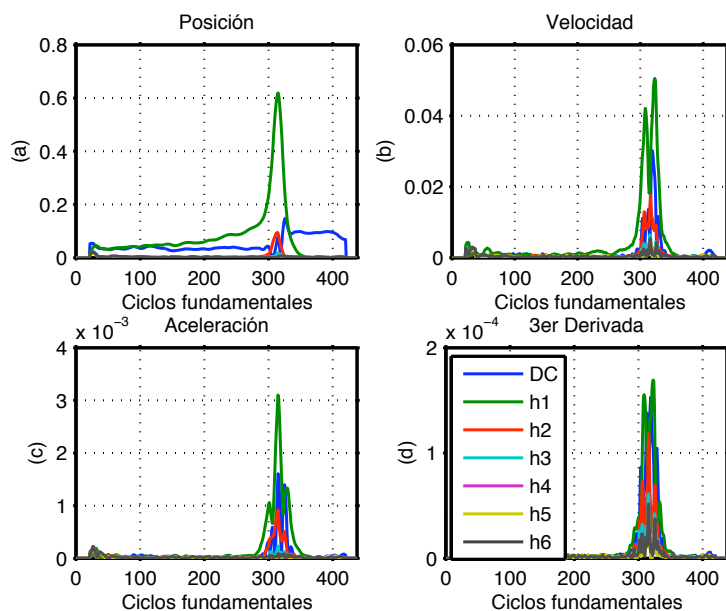


Figura 3.11: Estimados armónicos del voltaje

Como se puede apreciar, en la figura 3.11, la señal de voltaje presenta una componente de la segunda armónica en el momento que se presenta la oscilación más fuerte, lo cual se aprecia a mejor detalle en la figura 3.12, mientras que cuando la oscilación es pequeña, dicha componente no aparece.

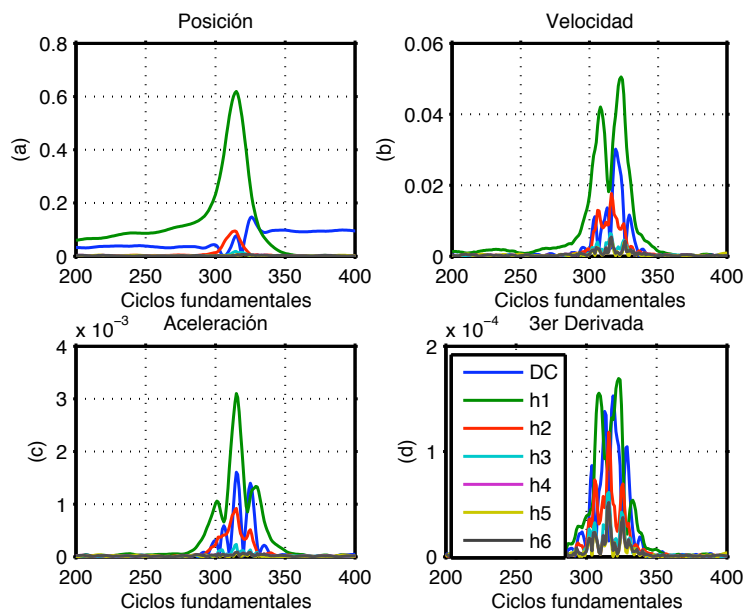


Figura 3.12: Detalle del estimado armónico de voltaje durante la oscilación más fuerte

Su estimado de amplitud se muestra a continuación.

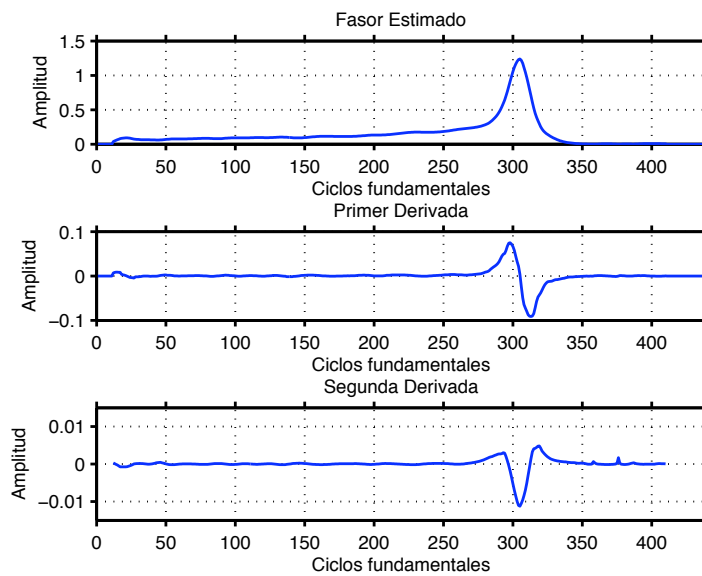


Figura 3.13: Estimado de amplitud del fasor de voltaje y sus dos derivadas

Tal y como indican las derivadas, la amplitud del fasor presenta una pendiente negativa cuando decae la oscilación, lo cual también representa un amortiguamiento de la oscilación de la señal. El estimado de fase se muestra en la figura 3.14.

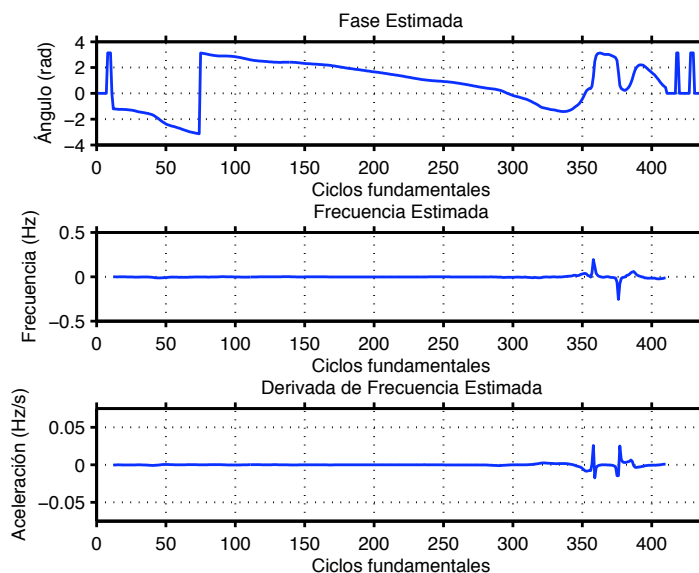


Figura 3.14: Estimado de la fase del fasor de voltaje y sus dos derivadas

En la figura 3.14 la fase del voltaje decae lentamente, presentando una recuperación cuando la oscilación de la señal de voltaje se atenúa. Dado el lento decaimiento que ocurre, la frecuencia, así como su derivada, presentan fluctuaciones muy pequeñas, las cuales ocurren cuando hay fluctuaciones de fase.

En la figura 3.15 se muestra el estimado armónico de la diferencia angular. En esa figura se observa que no intervienen componentes armónicas de forma significativa.

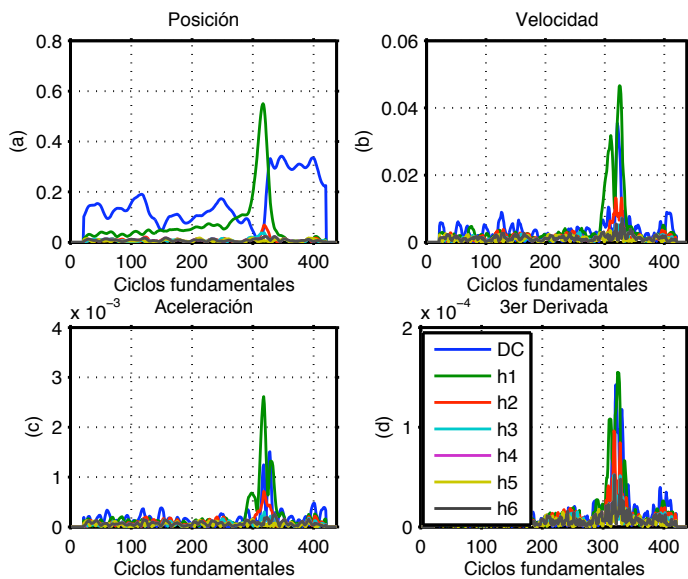


Figura 3.15: Estimados armónicos de la diferencia angular

Además de lo anterior, se puede observar que el comportamiento de la armónica fundamental es similar al de la componente fundamental del voltaje, como se detalla en la figura 3.16.

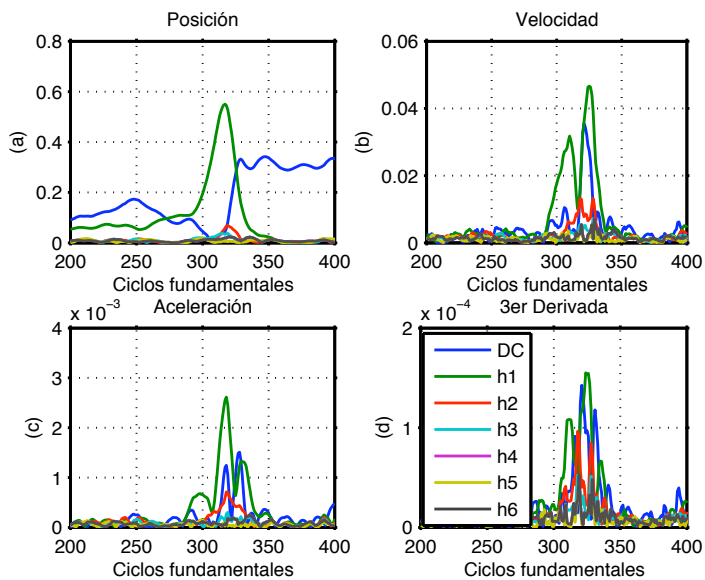


Figura 3.16: Detalle del estimado armónico de la diferencia angular durante la oscilación más fuerte

Del mismo modo, el comportamiento de la amplitud del fasor es similar al que presenta la amplitud de la señal de voltaje como se muestra en la figura 3.17.

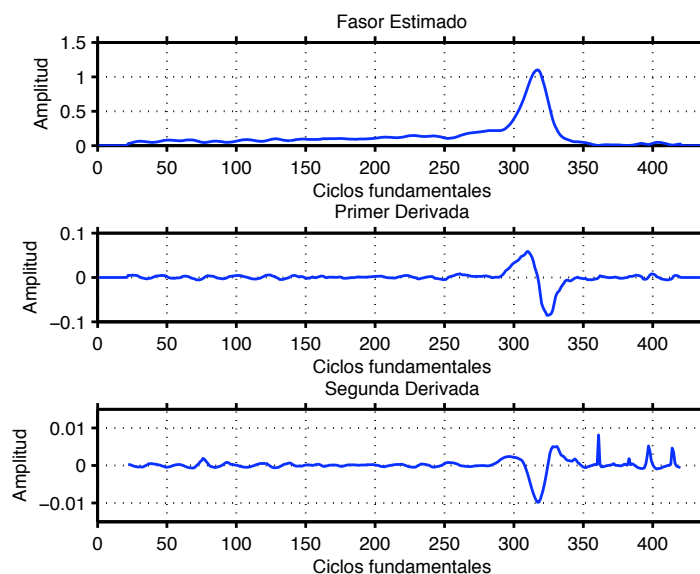


Figura 3.17: Estimado de la amplitud del fasor de la diferencia angular y sus dos derivadas

A diferencia de las derivadas de amplitud de la señal de voltaje, las derivadas de la amplitud de la diferencia angular presentan fluctuaciones debido a que la diferencia angular presenta más fluctuaciones que la de voltaje como se aprecia en la figura 3.10. Sin embargo, la similitud en el comportamiento de la componente armónica fundamental, la amplitud fasorial, así como de la fase, radica en la naturaleza del fenómeno que ocurre en el punto donde se tomaron las señales. En la figura 3.18, se muestra el estimado de fase y sus dos derivadas.

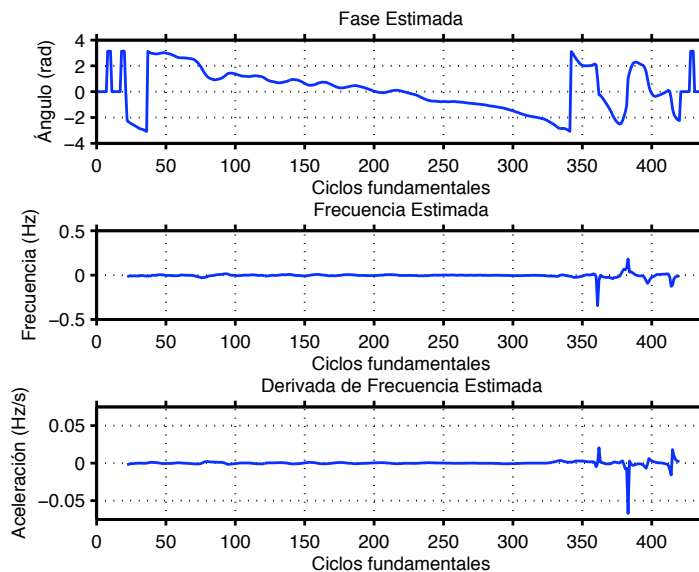


Figura 3.18: Estimado de la fase del fasor de la diferencia angular y sus dos derivadas

Como se puede ver en la figura 3.18, nuevamente la fase va decayendo lentamente, de forma similar a como ocurre con la fase de la señal de voltaje, con la diferencia de que las fluctuaciones son un poco más pronunciadas en la fase del ángulo, pero las fluctuaciones de frecuencia y de su derivada, se mantienen al mismo nivel que en el caso del voltaje.

Una vez obtenidos los estimados fasoriales, se procede a analizar dichas señales mediante el método Prony empleando el RAT.

3.3.2. Análisis por Método Prony

Dada la forma no regular de las señales, se le aplica el método Prony a las señales en 3 intervalos distintos: el primero de 275s, que es donde se presenta un incremento en la amplitud de la oscilación más suave; el segundo de 39s donde el incremento de la amplitud de la oscilación es mas fuerte; y el tercero de 124s que es donde la oscilación se amortigua. Esto se hace con la

finalidad de obtener buenos estimados. Se analiza en primera instancia la señal de voltaje y se hace una comparación de los 3 estimados con la señal de voltaje.

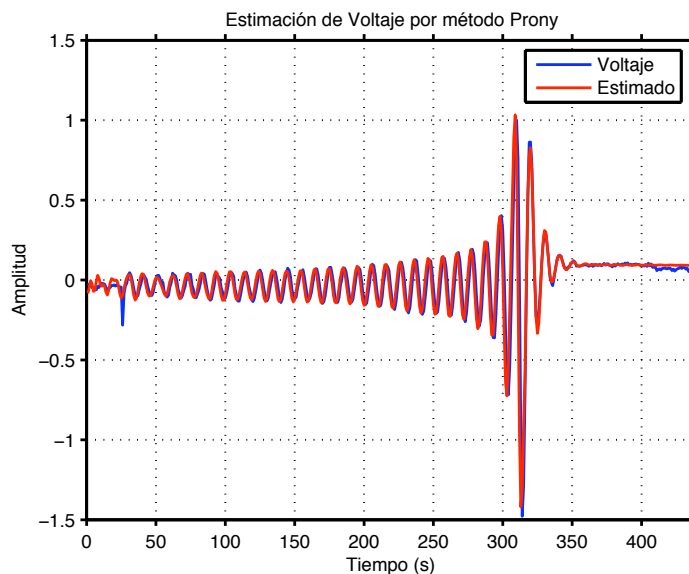


Figura 3.19: Estimado de la señal de voltaje por el método Prony

Se observa que el método de Prony da una buena aproximación de la señal de voltaje, donde los modos que dan la mejor aproximación de la señal se enlistan en la tablas 3.1, 3.2 y 3.3.

Modo	Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento $\left(\frac{\sigma}{2\pi}\right)$	Amplitud	Fase ($^{\circ}$)
1	0	-0.000103	0.039392	180
2	0	-0.006635	0.011747	0
3	0.09212	-0.002209	0.0653	132.935282
4	0.09785	0.00096	0.039792	-34.734403
5	0.104458	-0.0004	0.013051	-1.449931
6	0.112804	-0.003765	0.02624	-144.092076
7	0.127162	-0.001681	0.015236	-14.047716
8	0.186051	-0.001665	0.005079	-65.7967
9	0.195489	0.00087	0.000941	179.065163
10	0.204656	-0.000052	0.001946	47.125895
11	0.212808	-0.010505	0.063298	106.633238
12	0.220395	-0.001343	0.005074	-80.824747

Tabla 3.1: Modos de los primeros 275s de la señal de voltaje

Como puede verse en la tabla 3.1, existen algunos modos oscilatorios inestables aunque la magnitud de σ y la amplitud de los modos inestables son menores que para los modos estables, siendo ésta la causa del porqué el incremento de la amplitud de la oscilación de la señal no es tan pronunciado. Esto puede verse de mejor forma en un diagrama de polos y ceros mostrado en la figura 3.20.

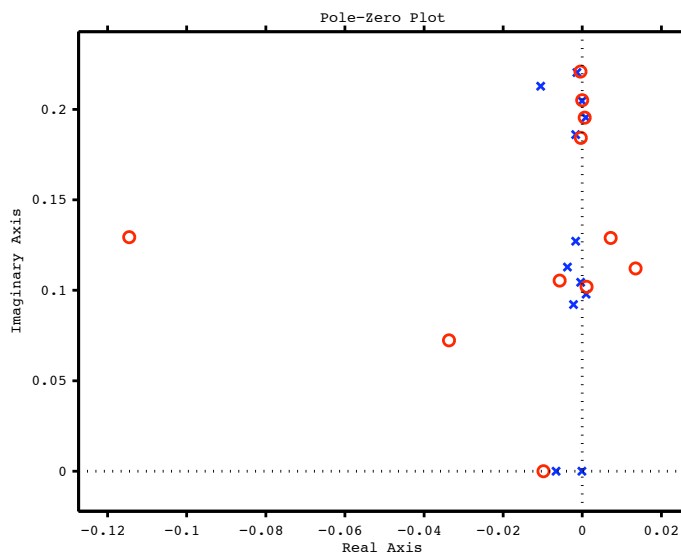


Figura 3.20: Diagrama de polos y ceros de la señal de voltaje de 0 a 275s

Como se puede observar, los modos inestables corresponden a valores de σ muy pequeños por lo que su contribución es despreciable aún en intervalos grandes de tiempo [31].

Modo	Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento $\left(\frac{\sigma}{2\pi}\right)$	Amplitud	Fase ($^{\circ}$)
1	0	-0.000775	0.030713	180
2	0.07254	0.004797	0.06848	-77.816159
3	0.092594	0.008015	0.180047	-38.051961
4	0.125422	-0.05642	0.088499	155.88413
5	0.197027	0.021564	0.001464	59.899504

Tabla 3.2: Modos de 276 a 315s de la señal de voltaje

En este intervalo, la mayoría de los modos son inestables y poseen una amplitud mayor que la de los modos estables. Esto provoca que el incremento de la amplitud de la oscilación

crezca de gran manera con respecto al primer intervalo. El diagrama de polos y ceros para dicho intervalo se muestra en la figura 3.21.

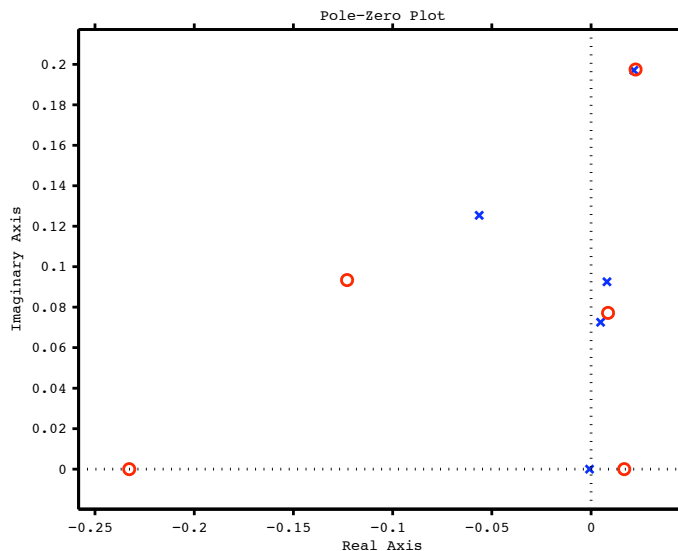


Figura 3.21: Diagrama de polos y ceros de la señal de voltaje de 276 a 315s

Finalmente, en el intervalo de 316 a 438s ocurre un amortiguamiento en la señal, los modos que aparecen son modos estables y se enlistan a continuación:

Modo	Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento $\left(\frac{\sigma}{2\pi}\right)$	Amplitud	Fase ($^{\circ}$)
1	0	-0.00009	0.098425	0
2	0.094487	-0.029538	2.723329	-101.950585
3	0.102102	-0.023326	2.237233	104.877495
4	0.127235	-0.00355	0.010953	164.025276
5	0.209641	-0.031831	0.072257	-170.409952
6	0.216623	-0.007737	0.007624	60.102246

Tabla 3.3: Modos de 316 a 438s de la señal de voltaje

Los valores de σ negativos hacen que estos modos sean estables y que se amortigue la oscilación de la señal. Ya que dichos valores colocan a los polos del lado izquierdo del eje imaginario en el diagrama de polos y ceros [16, 32], como se muestra en la figura 3.22.

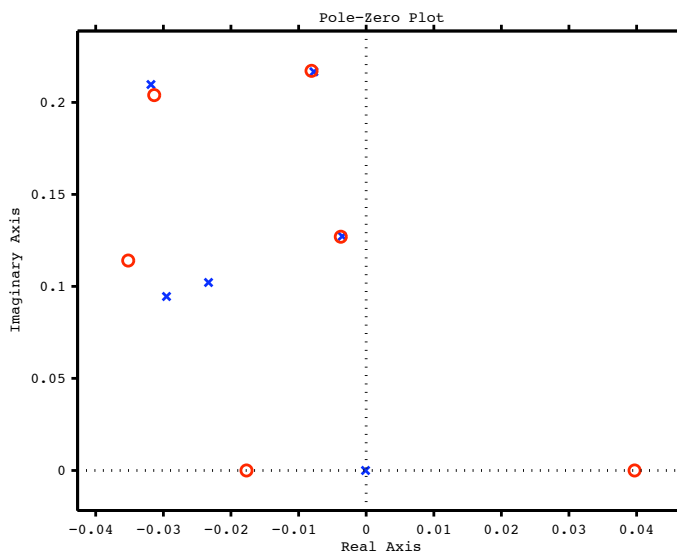


Figura 3.22: Diagrama de polos y ceros de la señal de voltaje de 316 a 438s

Del mismo modo, se lleva a cabo el análisis por el método Prony, sobre la señal de diferencia angular ($\Delta\delta$). Utilizando el RAT, se obtiene, el estimado mostrado en la figura 3.23.

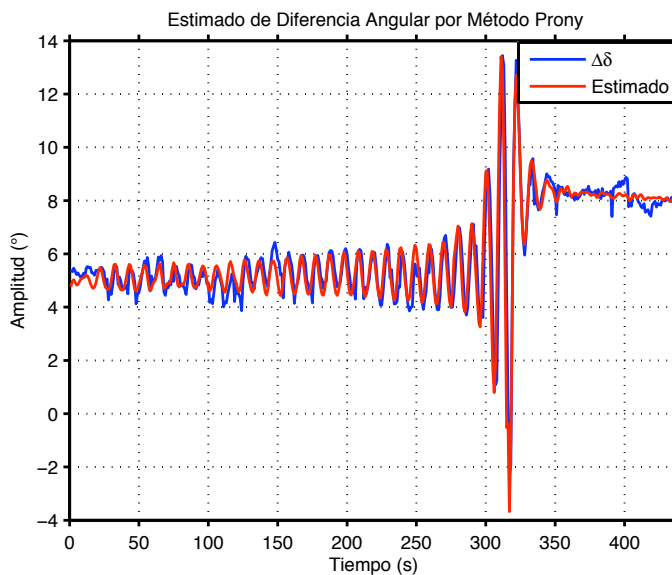


Figura 3.23: Estimado de la señal $\Delta\delta$ mediante el método Prony

Al igual que como se procedió con la señal de voltaje, se analizó la señal por intervalos de

0 a 275s, de 276 a 315s y de 316 a 438s. Los modos obtenidos en el primer tramo se muestran en la tabla 3.4

Modo	Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento $\left(\frac{\sigma}{2\pi}\right)$	Amplitud	Fase ($^{\circ}$)
1	0	0.000029	5.018607	0
2	0	-0.080987	0.120404	180
3	0.090656	-0.003773	0.583695	71.708585
4	0.097701	0.000886	0.271392	-120.695533
5	0.104289	-0.001224	0.204644	-124.907035
6	0.170722	-0.000091	0.040412	122.453194
7	0.179344	-0.001466	0.12431	139.404564
8	0.187598	-0.001991	0.116658	-87.238649
9	0.192876	-0.039007	0.312031	85.156914
10	0.196293	-0.000749	0.076307	114.685857
11	0.203288	-0.001005	0.080595	-134.482472
12	0.21568	0.000306	0.017586	-34.66729

Tabla 3.4: Modos de los primeros 275s de la señal de $\Delta\delta$

Como se puede apreciar en la tabla 3.4, existen tres modos inestables, pero con una σ pequeña, comparada con la de los demás modos, provocando que el incremento en la amplitud de la oscilación no sea muy pronunciado. A continuación, se muestra el diagrama de polos y ceros para dicho intervalo.

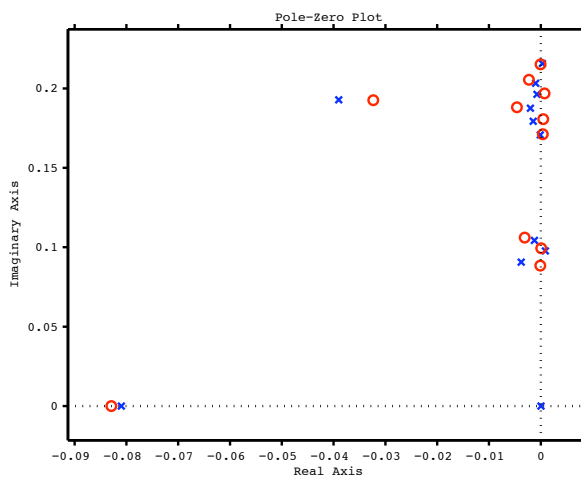


Figura 3.24: Diagrama de polos y ceros de $\Delta\delta$ en el intervalo de 0 a 275s

El análisis llevado a cabo en el intervalo de 276 a 315s, arroja menos modos de oscilación, los cuales se enlistan en la tabla 3.5.

Modo	Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento $\left(\frac{\sigma}{2\pi}\right)$	Amplitud	Fase ($^{\circ}$)
1	0	0.001049	4.908782	0
2	0.07391	-0.043409	4.823698	-132.710552
3	0.094639	0.011301	0.568651	-148.535266
4	0.166795	-0.020943	0.91513	-53.35607
5	0.211723	-0.000691	0.179549	-33.066494

Tabla 3.5: Modos de 276 a 315s de la señal de $\Delta\delta$

Existen dos modos inestables, donde la σ y la amplitud de los mismos es de un valor mayor a los presentados en la tabla anterior para los modos inestables, por lo que el incremento de la amplitud de la oscilación es mayor. El diagrama de polos y ceros para este intervalo se muestra en la figura 3.25.

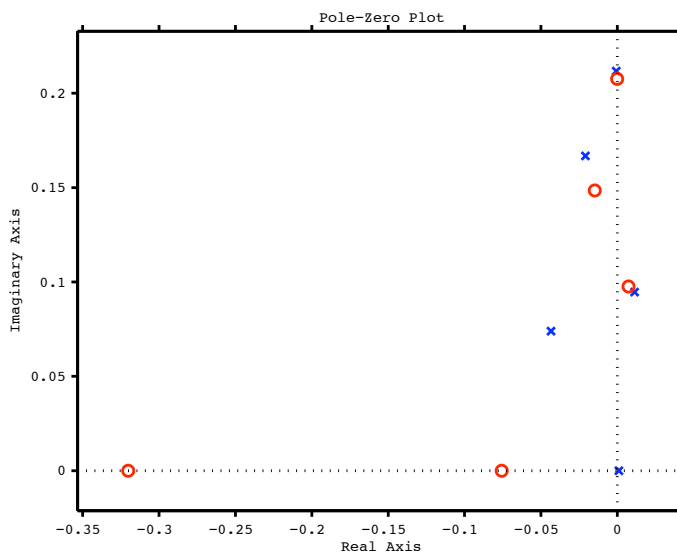


Figura 3.25: Diagrama de polos y ceros de $\Delta\delta$ en el intervalo de 276 a 315s

En el diagrama de polos y ceros puede verse que uno de los modos inestables se presenta a un valor de frecuencia alrededor de la frecuencia fundamental, reafirmando así la inestabilidad

de la oscilación de la señal en ese intervalo [32].

Finalmente, para el último intervalo de la señal de $\Delta\delta$ se obtienen los siguientes modos:

Modo	Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento $\left(\frac{\sigma}{2\pi}\right)$	Amplitud	Fase ($^\circ$)
1	0	-0.000065	8.453001	0
2	0.07708	-0.003211	0.297069	-131.068489
3	0.09235	-0.020081	9.366473	105.031311
4	0.095654	-0.002313	0.07751	28.58914
5	0.111912	-0.076696	16.085906	65.602759
6	0.17023	-0.000535	0.061806	142.688819
7	0.190322	-0.003212	0.127961	-115.466039
8	0.209097	-0.001069	0.068825	-64.524707

Tabla 3.6: Modos de 316 a 438s de la señal de $\Delta\delta$

En la tabla 3.6 se observa que todos los modos son estables, lo cual indica el amortiguamiento y la estabilidad de la señal. A continuación se muestra el diagrama de polos y ceros para dicho intervalo de análisis.

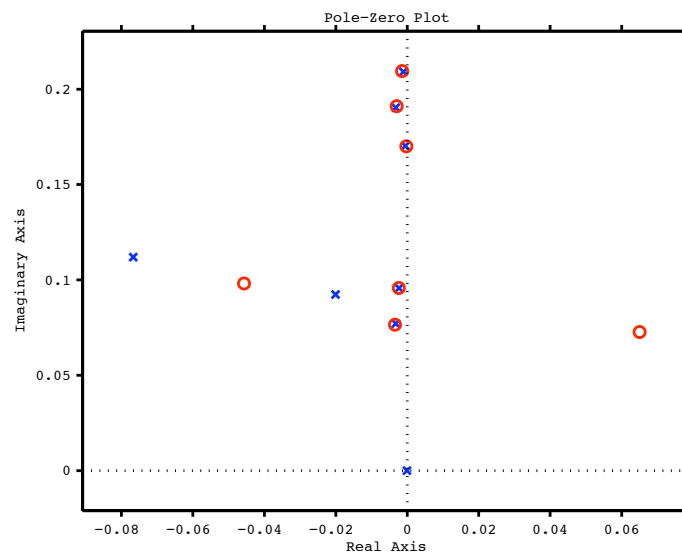


Figura 3.26: Diagrama de polos y ceros de $\Delta\delta$ en el intervalo de 316 a 438s

Se puede apreciar que el aproximado de Prony no tuvo en cuenta la fluctuación que ocurre al final de la señal, la cual podría estar dada por un modo inestable pero con un valor muy

pequeño en comparación con los modos estables. En el siguiente capítulo se verá la comparación entre los resultados en la aplicación de la DTFT con los obtenidos mediante análisis Prony a estas señales.

3.4. Conclusiones

En este capítulo se han analizado dos casos de señales bajo oscilaciones. En primera instancia se analizó la “portadora” de 60Hz de señales de voltaje y corriente para estimar su contenido armónico, la amplitud y fase del fasor así como sus derivadas. Como segundo caso, se analizó la “envolvente” de señal de los parámetros de voltaje y diferencia angular ($\Delta\delta$) para llevar a cabo un estimado armónico y fasorial mediante DTFT. Además, se llevó a cabo un análisis modal de las “envolventes” para observar el comportamiento del sistema así como sus condiciones de operación (estable o inestable) mediante el método de Prony. Dichos resultados, serán útiles para comparar con los resultados obtenidos en la aplicación de la DTFT a estas mismas señales en el siguiente capítulo. Cabe destacar que la DTFT requiere mucho menos parámetros que los requeridos por el método de Prony para detectar situaciones de inestabilidad.

Capítulo 4

Aplicación de la DTFT a Estabilidad de SEP

4.1. Introducción

En este capítulo se presentan las bases teóricas de los criterios de estabilidad basados en la diferencia angular y sus primeras dos derivadas para construir un plano de fase que nos permita generar una alarma que indique cuando el SEP está operando en condiciones inestables y tomar acciones remediales necesarias para proteger el sistema.

A diferencia de las estimaciones sugeridas en [14, 19, 33] se aplicará la DTFT para obtener las estimaciones de las derivadas de la diferencia angular que nos permite vigilar el desempeño estable o inestable del SEP. Los resultados serán comparados con los obtenidos por el método de Prony.

4.2. Bases de teoría de control y la ecuación de oscilación

Las dinámicas de interés para la estabilidad del SEP dependen de las ecuaciones de energía mecánica para las máquinas, y de las ecuaciones de intercambio de potencia eléctrica para la red que interconecta las máquinas. La figura 4.1 muestra una máquina síncrona simple conectada a un bus infinito. El voltaje del bus es E_2 a un ángulo de referencia de cero grados. El modelo de la máquina síncrona consiste en una fuente interna de Fuerza Electromotriz (EMF), E_1 en un ángulo δ . La reactancia X combina la reactancia de interconexión y la reactancia interna de la máquina.

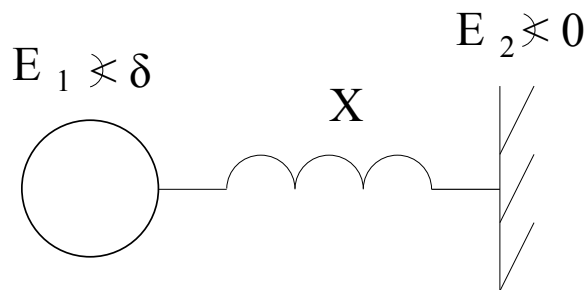


Figura 4.1: Modelo clásico de la máquina síncrona para estudios de estabilidad

La potencia eléctrica de transferencia entre la máquina y el bus infinito están dadas por la siguiente ecuación:

$$P_e = \frac{|E_1 E_2|}{X} \sin \delta \quad (4.2.1)$$

La potencia de transferencia viene de un primo motor como potencia mecánica, P_m . En condiciones de operación en estado estable, las potencias eléctrica y mecánica son iguales, despreciando las pérdidas de conversión de energía. La máxima potencia que se puede transferir se obtiene cuando $\delta = \pi/2$ [16, 17].

Sin embargo, cuando ocurren fallas, maniobras o cualquier otro disturbio, las potencias eléctrica y mecánica son diferentes. El exceso de potencia mecánica provoca que el rotor se

acelere, dando origen a un par acelerante dado por:

$$P_a = P_m - P_e \quad (4.2.2)$$

La relación entre el par acelerante y el movimiento de la máquina se obtiene diferenciando la energía cinética del rotor. Dando lugar así, a la ecuación de oscilación.

$$\ddot{\delta} = \left(\frac{1}{2H_0} \right) \omega_0 P_a = \left(\frac{1}{2H_0} \right) \omega_0 \left(P_m - \frac{|E_1 E_2|}{2H_0 X} \sin \delta \right) \quad (4.2.3)$$

Si existe un valor de equilibrio estable para δ , entonces debe ser el valor del ángulo de potencia para el cual las potencias eléctrica y mecánica sean iguales, es decir, con un par acelerante igual a cero. Sea δ_0 el ángulo de equilibrio estable, si este existe. Entonces se encuentra que:

$$P_m = \frac{|E_1 E_2|}{X} \sin \delta_0 \quad (4.2.4)$$

La ecuación de oscilación, en términos de δ_0 , queda de la siguiente forma.

$$\ddot{\delta} = \left[\frac{|E_1 E_2| \omega_0}{2H_0 X} \right] (\sin \delta_0 - \sin \delta) \quad (4.2.5)$$

Esta es la ecuación del péndulo sin amortiguamiento, mostrado en la figura 4.2.

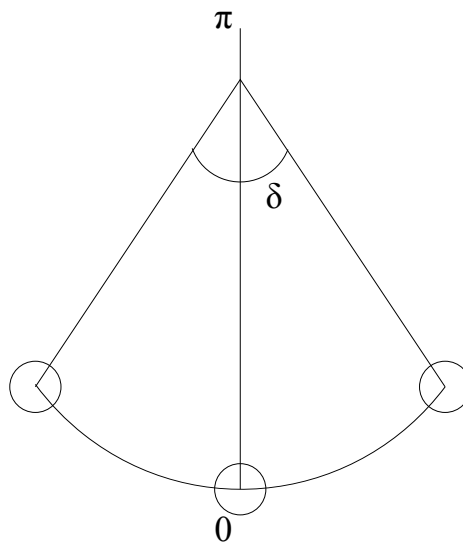


Figura 4.2: Péndulo

El término entre corchetes es el cuadrado de la frecuencia natural de oscilación del sistema:

$$\omega_n^2 = \frac{|E_1 E_2| \omega_0}{2H_0 X} \quad (4.2.6)$$

Quedando la ecuación de oscilación de la siguiente forma:

$$\ddot{\delta} = \omega_n^2 (\sin \delta_0 - \sin \delta) \quad (4.2.7)$$

La gráfica de (4.2.1) se muestra en la figura 4.3. La intersección de la curva y la línea junto al eje P en δ_0 es un punto de equilibrio estable para el sistema. Este es un punto de equilibrio porque la potencia mecánica y la potencia eléctrica son iguales. Es estable, dado que la aceleración produce una fuerza restauradora. Para corroborar esto, refiérase a la ecuación (4.2.5), y suponga que existe una aceleración positiva. El ángulo de potencia δ se incrementa desde su valor en estado estable de δ_0 , provocando que $\sin \delta$ se incremente por encima de $\sin \delta_0$, y resultando en una aceleración negativa, la cual compensa el disturbio original.

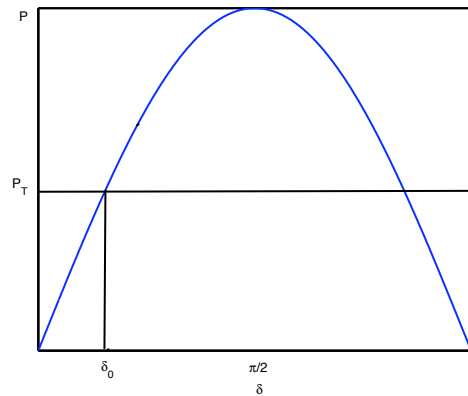


Figura 4.3: Característica potencia-ángulo para un sistema de una máquina

Hay otro punto de equilibrio en la intersección de la curva y la línea de potencia mecánica, justo después de los $\pi/2$ radianes. Este punto de equilibrio es inestable, dado que una pequeña $\ddot{\delta}$ positiva causa que δ se incremente, y la potencia eléctrica disminuya, dejando una potencia acelerante en la red, lo cual agrava la pequeña $\ddot{\delta}$ inicial positiva. Dada la simetría de la curva

y que la potencia mecánica es constante con respecto a δ , los puntos de equilibrio estable e inestable son simétricos alrededor de $\pi/2$ radianes. Con el punto de equilibrio estable en δ_0 y el punto de equilibrio inestable en $\pi - \delta_0$.

En la ecuación del péndulo (oscilación), se puede tener un sistema conservativo, es decir, sin disipación de energía. La energía en dicha ecuación es la energía cinética más la energía potencial. En términos de la ecuación de oscilación se tiene:

$$L = \dot{\delta}^2 + 2\omega_n^2 \int_{\delta_0}^{\delta} (\sin \delta - \sin \delta_0) d\delta \quad (4.2.8)$$

Para que el sistema sea conservativo, L debe ser constante y su derivada con respecto al tiempo debe ser cero. Integrando (4.2.8) se produce:

$$L = \dot{\delta}^2 + 2\omega_n^2 [\cos \delta_0 - \cos \delta - (\delta - \delta_0) \sin \delta_0] \quad (4.2.9)$$

Derivando con respecto al tiempo se obtiene:

$$\dot{L} = 2\dot{\delta} \left[\ddot{\delta} - \omega_n^2 (\sin \delta_0 - \sin \delta) \right] \quad (4.2.10)$$

Sustituyendo $\ddot{\delta}$ de (4.2.7) se tiene que \dot{L} es cero, por lo que L es constante y el sistema es conservativo [34].

Considere ahora un plano de fase del ángulo de potencia δ contra su primer derivada $\dot{\delta}$. Si no hay amortiguamiento, la oscilación produce una trayectoria cerrada (centro) en este plano de fase. De (4.2.9) se puede ver que, para un sistema dado (con una ω_n conocida), y un punto de equilibrio estable conocido δ_0 , L es fija para algún punto $(\delta, \dot{\delta}_0)$ en la trayectoria del plano de fase.

Los lazos formados en los planos de fase son pequeños para disturbios suaves, y grandes para disturbios más severos. Estos lazos rodean el punto de equilibrio estable $(\delta_0, 0)$. Si se incluye

amortiguamiento (fricción en el caso del péndulo), la trayectoria del plano de fase sería una espiral hacia el punto de equilibrio estable (foco estable).

Existe un límite para el tamaño de los lazos de los planos de fase. El límite puede verse fácilmente al observar la analogía del péndulo. Si el péndulo tiene la suficiente energía para oscilar desde su posición vertical inestable (hacia arriba), hacia abajo y regresar a su posición vertical estable sin rebasar dicha posición. Este es el límite de estabilidad, ya que la amplitud de la oscilación es máxima y se mantiene constante.

Usando este atributo limitante, se puede encontrar el valor de L que corresponde a este límite máximo de estabilidad, dado que el punto de equilibrio inestable está localizado en $\pi - \delta_0$ radianes, y dado que un punto es lo que se requiere para establecer una trayectoria. Haciendo $\delta = \pi - \delta_0$ en (4.2.9), y $\dot{\delta} = 0$. Las condiciones posteriores dicen que el movimiento se detiene cuando se alcanza la posición de equilibrio inestable, correspondiendo a la condición “hacia arriba” para el péndulo. L es proporcional a la máxima energía que el péndulo puede tener sin girar más allá de la parte superior.

Sustituyendo para el punto de equilibrio inestable en (4.2.9) se obtiene:

$$L_m = 2\omega_n^2 [2 \cos \delta_0 - (\pi - 2\delta_0) \sin \delta_0] \quad (4.2.11)$$

donde el subíndice m indica que es el máximo valor que puede tomar L si el sistema es estable.

Si se tiene conocimiento del valor de equilibrio estable del ángulo de potencia, δ_0 , se puede usar (4.2.9) como un punto de prueba de estabilidad, la aproximación sería una medición de δ y $\dot{\delta}$, y probarlos en (4.2.9) comparando el resultado con L_m por lo que el sistema es inestable o de otro modo, estable. Dicha prueba es la siguiente:

$$\dot{\delta}^2 > 2\omega_n^2 [\cos \delta_0 + (\delta_0 + \delta - \pi) \sin \delta_0 + \cos \delta] \quad (4.2.12)$$

Esto es, dadas ω_n y δ_0 (la frecuencia natural del sistema y el punto de equilibrio post-disturbio, respectivamente), y las mediciones de δ y $\dot{\delta}$ se puede usar (4.2.12) para probar el valor medido de $\dot{\delta}$ contra el límite de estabilidad dado por la ecuación.

El valor máximo que puede tener $\dot{\delta}$ corresponde al punto en la oscilación donde el ángulo del rotor es igual al ángulo de equilibrio, lo cual es equivalente a un péndulo pasando a través de su posición hacia abajo. En esa posición, toda su energía es cinética, por lo que la oscilación debe ser máxima. Usando $\delta = \delta_0$ en (4.2.12) se obtiene la máxima tasa de oscilación:

$$\left(\dot{\delta}_M\right)^2 = 2\omega_n^2 [2 \cos \delta_0 + (2\delta_0 - \pi) \sin \delta_0] \quad (4.2.13)$$

Examinando (4.2.13) en los valores de equilibrio extremos se observa lo siguiente:

1. Cuando $\delta_0 = 0$, $\dot{\delta}_M = 2\omega_n$, la cual es la máxima tasa estable para todas las δ_0 posibles.
2. Cuando $\delta_0 = \pi/2$, $\dot{\delta}_M = 0$, lo cual satisface la intuición de que cualquier movimiento (energía cinética) que exista cuando el punto de equilibrio está en el punto de máxima restricción (donde los puntos de equilibrio estable e inestable son los mismos) el sistema será inestable.

La relación dada en (4.2.12) proporciona una relación de la cual se puede obtener un valor limitante de δ_0 , que corresponde a la trayectoria estable más larga que pasa por el punto medido $(\delta, \dot{\delta})$. Si no hay solución, entonces no hay un valor estable de δ_0 , lo cual significa que la línea de potencia mecánica nunca se intersecta con la curva de potencia eléctrica. Si lo hace, entonces se pueden utilizar los valores de δ y $\dot{\delta}$ en la ecuación de oscilación (4.2.7) para encontrar una tasa de aceleración máxima aceptable, $\ddot{\delta}_M$.

Con base en lo anterior, el criterio de estabilidad se convierte ahora en:

Si $\dot{\delta} > 0$ y $\ddot{\delta} > \delta_M''$ o si $\dot{\delta} < 0$ y $\ddot{\delta} < -\delta_M''$ entonces el sistema es inestable; de lo contrario es estable.

En otras palabras, si la velocidad medida es positiva y la aceleración medida excede un límite, o si la velocidad medida es negativa y la aceleración está por debajo de ese límite negativo, entonces el sistema estará fuera de sincronismo, de otra forma no lo estará.

En resumen, si podemos representar el sistema con una o dos máquinas y su frecuencia natural es conocida, entonces se podrá evaluar su estabilidad midiendo y probando δ , $\dot{\delta}$, y $\ddot{\delta}$.

4.3. Desarrollo del algoritmo de oscilaciones de potencia

Las decisiones acerca de la remedialidad de una oscilación deben ser hechas en ángulos críticos de tal forma que las acciones de mejora de estabilidad puedan ser tomadas antes de que sea muy tarde y la separación del sistema, si es necesaria, se lleve a cabo en un ángulo seguro para los interruptores.

Si la oscilación es declarada como remediable, entonces se descarta la desconexión de generación, y posiblemente la oscilación se relaje a un nuevo punto de equilibrio. En otra instancia, si la oscilación es declarada no remediable, entonces el relevador debe ordenar dicha desconexión. Con menos generación, la reactancia de la fuente en el lado de generación se incrementa, y el relevador debe reconocer la nueva configuración del sistema. Si la acción de desconexión de generación es exitosa, entonces el sistema se recupera posicionándose en un nuevo punto de equilibrio. De lo contrario, la próxima acción es proteger el sistema abriendo interruptores.

La estabilidad no se puede evaluar solamente inspeccionando el ángulo y su razón de cambio, dado que no se conoce δ_0 , el nuevo ángulo de equilibrio. Debe tenerse en cuenta que las

oscilaciones estables para este punto de equilibrio las trayectorias son convergentes, y las inestables son divergentes [34, 35]. Si no se conoce δ_0 , se debe considerar el comportamiento de las trayectorias de otras oscilaciones relacionadas a diferentes valores de δ_0 .

4.3.1. Detección de Oscilaciones de Potencia

Un plano de fases δ - $\dot{\delta}$ puede dar información de cuándo debe aplicarse la decisión de remediabilidad, pero dicho plano no nos dice cómo decidir. A excepción de que $\dot{\delta}$ sobrepase el valor de $2\omega_n$ el cual es la tasa máxima de oscilación.

Lo que se necesita es un criterio de decisión de estabilidad para aplicar en el instante mencionado previamente. Este algoritmo involucra a la diferencia angular, la frecuencia (primera derivada) y su aceleración (segunda derivada) [14]. Este método monitorea la frecuencia (S_{fk}) y su derivada (A_{fk}) entre dos puntos de un sistema de potencia en intervalos constantes, comenzando el cálculo de S_{fk} y A_{fk} cuando se cumplen ciertas condiciones de operación existen.

4.3.2. Elemento de Disparo Out of Step (OOST)

S_{fk} y A_{fk} se pueden emplear combinándolos en un plano de fase. En estado estable S_{fk} y A_{fk} son cero y (0,0) es el punto de operación. Cuando una fuente se separa del resto del SEP, S_{fk} y A_{fk} toman un valor. La magnitud de cada uno puede impulsar la cantidad operativa en la región de operación de la característica OOST. Este algoritmo se implementa en los relevadores digitales que detectan oscilaciones de potencia (relevador 78) [33].

Los cálculos de los parámetros necesarios para establecer la condición de operación del sistema son los siguientes [14]:

$$\delta_k = V_{1Ang_k}^{Relevador 1} - V_{1Ang_k}^{Relevador 2} \quad (4.3.1)$$

$$S_{fk} = \frac{\delta_k - \delta_{k-1}}{360} M_{Tasa} \quad (4.3.2)$$

$$A_{fk} = (S_{fk} - S_{fk-1}) \cdot M_{Tasa} \quad (4.3.3)$$

donde:

$V_{1Ang_k}^{Relevador 1}$ es el ángulo del voltaje de secuencia positiva del relevador 1 en el k -ésimo intervalo de procesamiento.

$V_{1Ang_k}^{Relevador 2}$ es el ángulo del voltaje de secuencia positiva del relevador 2 en el k -ésimo intervalo de procesamiento.

S_{fk} es la frecuencia de desplazamiento en el k -ésimo intervalo de procesamiento.

A_{fk} es la aceleración en el k -ésimo intervalo de procesamiento.

M_{Tasa} es la tasa de muestreo de los sincrofasores.

Una característica S_{fk} vs A_{fk} puede definir regiones en casos donde ocurren bajas y altas frecuencias simultáneamente con altas o bajas razones de cambio de frecuencia. A continuación se muestra la característica empleada para la detección de oscilaciones inestables en [14, 33].

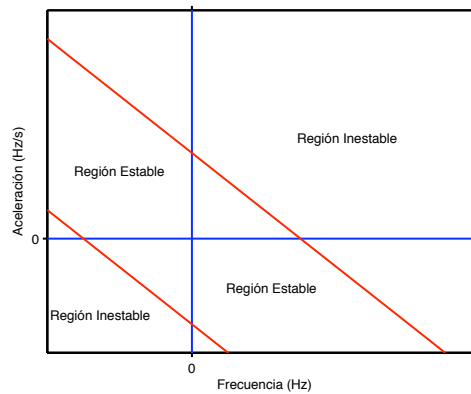


Figura 4.4: Característica del elemento OOST que define la región de operación estable del sistema eléctrico de potencia

La característica mostrada en la figura 4.4 también se utiliza para detectar condiciones de formación de islas eléctricas [15, 36]. Para ello, la región que permanece dentro de las cotas es la región de operación normal, mientras que la región fuera de ellas es la región de aislamiento.

La característica del elemento OOST en la figura 4.4 usa la ecuación (4.3.4) para definir la región inestable. Esta característica fue desarrollada en [19] e identifica oscilaciones inestables antes de que la condición OOS ocurra, dando lugar al esquema de protección del sistema para tomar acciones remediales inmediatas [33].

$$A_{fk} > 78_{Pendiente} \cdot S_{fk} + A_{Desv} \quad (4.3.4)$$

La ventaja de este algoritmo es que no se requiere saber los parámetros de la red del SEP ni la información acerca de la topología de la red para calcular la diferencia angular, la frecuencia y su aceleración.

4.4. Aplicación de la DTFT

Como se mencionó en la sección anterior, los parámetros de frecuencia y aceleración (segunda derivada) de la diferencia angular son indispensables para elaborar un plano de fases y con ello determinar si el SEP presenta una operación estable o inestable. Por lo tanto, se buscará trabajar con la diferencia angular entre dos puntos del SEP, una vez obtenida dicha señal, se procede a determinar los parámetros necesarios para construir el plano de fases utilizando la DTFT en lugar de las ecuaciones (4.3.1)-(4.3.3), las cuales ofrecen estimaciones susceptibles al ruido por estar basadas en ecuaciones en diferencias finitas.

La señal utilizada aquí ya fue analizada en el capítulo anterior mediante DTFT, con la diferencia de que en el capítulo anterior se le sustrajo la media aritmética y se normalizó para la estimación armónica. A diferencia del capítulo anterior, se utilizará la señal tal y como es

obtenida de los PMUs, es decir, sin restarle la media aritmetica ni normalizarla. Dicha señal, se muestra a continuación.

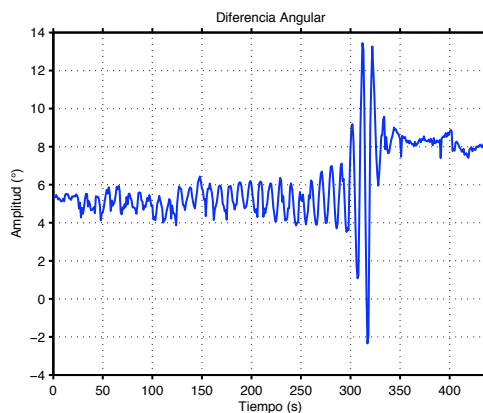


Figura 4.5: Señal de entrada al estimador

Dado que ya se cuenta con la diferencia angular, utilizaremos el algoritmo de diferenciadores máximamente lisos mediante descomposición de Taylor LS para estimar las primeras dos derivadas de la señal y así construir el plano de fases de la señal. Dado que la señal presenta una segunda armónica, se usa un polinomio de Taylor de orden $\kappa = 4$ para que sus componentes frecuenciales estén dentro de la banda de paso de los diferenciadores y la estimación de la señal como de sus derivadas sea más precisa.

Enseguida se muestra el estimado de la señal usando un polinomio de Taylor de orden $\kappa = 4$. Como puede observarse, el estimado es muy preciso y el ruido de la señal es atenuado por el filtro del diferenciador de orden 0.

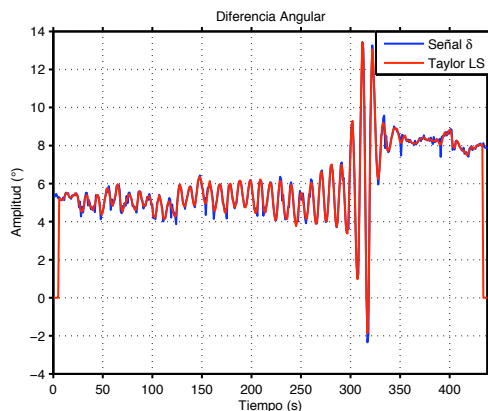


Figura 4.6: Estimado de la señal δ mediante descomposición de Taylor LS

Tomando la ecuación (4.3.4) y asignándole valores de $A_{Desv} = \pm 10$ y $78_{Pendiente} = -15$ se establecen las regiones estables e inestables, obteniendo el plano de fase mostrado a continuación:

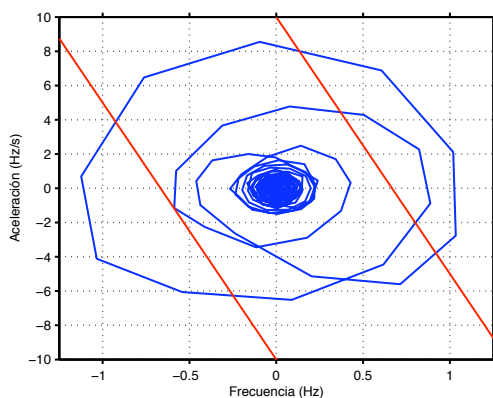


Figura 4.7: Plano de fase aceleración *vs* frecuencia de la señal δ

Como se puede observar en el plano de fase, las oscilaciones producidas en la señal δ sobrepasan el margen de estabilidad puesto por el criterio usado en [14] por lo que el sistema está operando en una condición de inestabilidad lo cual concuerda con lo observado en los modos de oscilación y los diagramas de polos y ceros obtenidos mediante el método de Prony, los cuales fueron mostrados en el capítulo anterior.

Tomando los primeros 315s de la señal δ se traza su plano de fase y se observa la dinámica de la oscilación, la cual esta dada por las flechas en la figura 4.8.

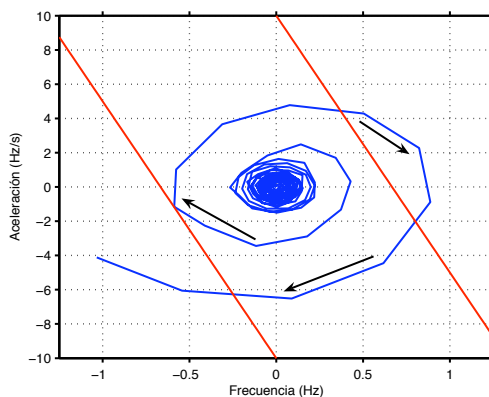


Figura 4.8: Plano de fase de los primeros 315s de la oscilación

La gráfica mostrada en el plano de fases de la figura 4.8 es conocida como foco inestable ya que la trayectoria de la espiral es una trayectoria divergente indicando la inestabilidad de la oscilación. Esto coincide con los resultados obtenidos con Prony para los primeros dos intervalos y que fueron mostrados en las figuras 3.24 y 3.25, y en las tablas 3.4 y 3.5.

Al tomar los últimos 123s de la señal y trazar su plano de fase, se obtiene lo mostrado en la figura 4.9.

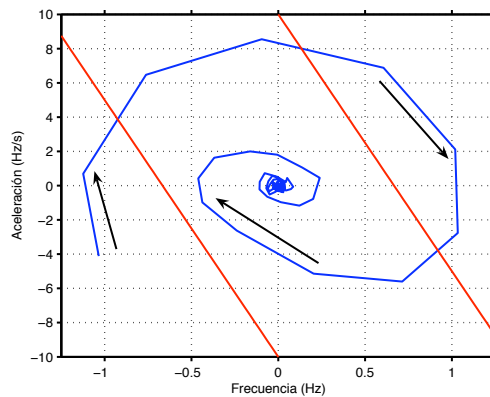


Figura 4.9: Plano de fase de la parte amotiguada de la oscilación

La gráfica mostrada en el plano de fases de la figura 4.9 es conocida como foco estable ya que su trayectoria, al contrario del foco inestable, es convergente indicando la estabilidad de la oscilación, la cual llega a un punto de equilibrio. Se puede apreciar en la figura que la espiral presenta partes de su trayectoria fuera del margen propuesto. Sin embargo, la trayectoria no está muy alejada del margen y termina por llegar a un punto de equilibrio dentro del mismo. Esto coincide con los resultados obtenidos mediante el método de Prony para este intervalo, donde también hay un modo inestable, pero de valor muy pequeño y que por lo tanto, no afecta la trayectoria del foco en forma significativa, llegando así, a un punto de equilibrio estable. Estos resultados se muestran en la figura 3.26 y en la tabla 3.6.

4.5. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado la aplicación de la DTFT a la estabilidad de SEP mediante el uso de un algoritmo usado en algunos relevadores digitales para la detección de oscilaciones estables e inestables. Dicho algoritmo toma en cuenta los parámetros de velocidad y aceleración para determinar la estabilidad del SEP. Estos parámetros son calculados de una forma muy

precisa por la DTFT y se logra obtener un buen plano de fase que determina el momento en el cual una oscilación se torna inestable o estable para efectos de determinar cuando se debe generar una alarma ante un comportamiento que pueda provocar el colapso del SEP. Los resultados obtenidos en la aplicación de la DTFT a este algoritmo coinciden con los resultados obtenidos mediante el método de Prony por lo que la aplicación de la DTFT representa una alternativa mucho más simple para detectar oscilaciones estables e inestables, esto debido a que depende solamente de las estimaciones de velocidad y aceleración de la diferencia angular.

La implementación de la DTFT a este algoritmo puede proveer seguridad adicional contra separaciones no deseadas, además del análisis post-evento y reportar de forma sofisticada el evento ocurrido. Como se puede ver, el criterio de estabilidad se reduce a un juego de umbrales en la velocidad y aceleración. La implementación de la DTFT también puede ayudar en el monitoreo de oscilaciones y al control del equipo y prácticas para la mejora de la estabilidad.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

5.1. Conclusiones

En este trabajo de investigación se ha descrito el algoritmo de la transformada digital de Taylor-Fourier (DTFT) la cual trabaja sobre un modelo de señal que maneja amplitud y fase variables, lo cual es algo más cercano a lo que ocurre en una oscilación de potencia en la vida real.

Se ha presentado una aplicación de la DTFT a la estabilidad de SEP, mediante un algoritmo que involucra la diferencia angular entre dos puntos del sistema y sus primeras dos derivadas utilizado en algunos relevadores digitales. Así como también se vieron algunos resultados numéricos obtenidos al efectuar estimaciones armónicas y fasoriales de señales de campo reales. Dichos resultados son útiles para establecer un orden adecuado del polinomio de Taylor que se usará en los diferenciadores máximamente lisos aplicados a la señal de ángulo. Estos resultados fueron comparados por los obtenidos usando el método de Prony, el cual se usó como referencia en el análisis de estabilidad del SEP dado que es un método que trabaja en una forma más directa con señales.

A diferencia del método de Prony, el cual asume una descomposición de señal en señales retrasadas consecutivamente de la entrada y la salida, asumiendo señales causales con origen en cero; la descomposición de señal de Taylor-Fourier asume segmentos de señal simétricos en el tiempo de $-T$ a T y puede ser utilizada para estimar la envolvente compleja de cualquier armónica dinámica o un conjunto de ellas.

La ventaja que proporciona el uso de la DTFT como estimador radica en la precisión lograda en los estimados tanto armónicos como fasoriales y es un algoritmo que puede utilizarse en la detección de oscilaciones estables e inestables ya que proporciona no solo un estimado de la amplitud y fase de la señal, sino que también proporciona muy buenos estimados de las derivadas de estos parámetros así como de la señal misma cuando se trabaja con diferenciadores máximamente lisos mediante Taylor LS en $\omega = 0$ a condición de que el espectro de la señal de entrada caiga bajo las ganancias de diferenciación ideales, estos estimados son más robustos al ruido si se les compara con los estimadores basados en ecuaciones de diferencias finitas. En particular los estimados de frecuencia instantánea bajo oscilaciones son bastante aproximados. Cabe mencionar que la DTFT presenta la limitante de un retraso de dos ciclos, por lo que no es un método aplicable a protecciones digitales, ya que los dispositivos de hoy en día llevan a cabo las estimaciones con un retraso de un ciclo [37]. Sin embargo, se cuenta con otra alternativa la cual puede llevar a cabo estimaciones instantáneas [38]. Otra limitante es que el error de los estimados se incrementa cuando hay discontinuidades o transitorios en el intervalo de observación. En este caso, el espectro de la señal se ensancha sobrepasando la banda frecuencial con las ganancias máximamente lisas.

Dicha aplicación mostrada tiene la ventaja de que no se requiere conocer la configuración que posee el SEP. Además, se llevó a cabo una comparación de los resultados obtenidos mediante el método de Prony, pudiéndose apreciar la similitud que hay entre los resultados arrojados por ambos métodos, por lo cual la DTFT es una herramienta que bien puede utilizarse para

llevar a cabo la detección de oscilaciones de potencia así como también hacer una evaluación de la estabilidad del SEP. La precisión de los estimados que se logran con la DTFT hace posible contar con una alarma confiable en el caso de que se presente una oscilación inestable en el SEP.

5.2. Trabajo futuro y recomendaciones

Con base a los resultados obtenidos en este trabajo de Tesis y las conclusiones obtenidas, se proponen los siguientes aspectos como trabajos futuros sobre esta línea de investigación:

- Mejorar la aproximación de los estimados para el caso donde $\omega = 0$ mediante la descomposición de Taylor WLS el cual reduce significativamente la sensibilidad al ruido fuera de banda inventaneando el error de aproximación.
- Utilizar la herramienta de los filtros Taylor^K-Kalman-Fourier, la cual nos proporciona muy buenos estimados con la ventaja de que estos estimados son instantáneos.
- Utilizar los parámetros obtenidos con la DTFT para evaluar los flujos de potencia en un área amplia.

Los atributos que posee la DTFT la convierten en una herramienta que puede ser de gran utilidad en otras aplicaciones además de la estimación del fasor dinámico y de la generación de alarma ante oscilaciones de potencia descrita en el presente trabajo de tesis.

Apéndice A

Herramientas matemáticas

El objetivo de este apéndice es proveer de algunas herramientas que ayuden a una mejor comprensión del trabajo desarrollado en esta tesis, la mayoría de estas demostraciones fueron tomadas de [39] con excepción del teorema del valor medio y del teorema de Taylor que se tomaron de [40].

A.1. Teorema del valor medio

Teorema A.1.1. *Si f es una función continua real sobre $[a, b]$ la cual es diferenciable en (a, b) , entonces existe un punto $x \in (a, b)$ en el cual*

$$f(b) - f(a) = (b - a)f'(x) \tag{A.1.1}$$

Demostración. Se construye la función

$$h(t) = [f(b) - f(a)]t - (b - a)f(t) \tag{A.1.2}$$

La cual es continua en $[a, b]$ y diferenciable en (a, b) . Observe de (A.1.2) que $h(a) = af(b) - bf(a) = h(b)$.

Se obtiene la primera derivada de $h(t)$

$$h'(t) = [f(b) - f(a)] - (b - a)f'(t) \quad (\text{A.1.3})$$

Para probar el teorema es necesario demostrar que $h'(x) = 0$ para algún $x \in (a, b)$.

Si h es constante esto se cumple para toda x en (a, b) , si $h(t) > h(a)$ para algún $t \in (a, b)$ entonces existe un punto x en el cual la función h alcanza su máximo y en este punto $h'(x) = 0$. La misma conclusión aplica para el caso en que $h(t) < h(a)$, solo que en este caso la función alcanza un mínimo. \square

A.2. Teorema de Taylor

Teorema A.2.1. *Supóngase que f es una función real sobre $[a, b]$, n es un entero real positivo, $f^{(n-1)}$ es continua sobre $[a, b]$ y $f^{(n)}$ existe $\forall t \in (a, b)$. Sean α y β puntos distintos de (a, b) , y sea $P(t)$ definida por*

$$P(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(\alpha)}{k!} (t - \alpha)^k \quad (\text{A.2.1})$$

Entonces existe un punto x entre α y β tal que:

$$f(\beta) = P(\beta) + \frac{f^{(n)}(x)}{n!} (\beta - \alpha)^n \quad (\text{A.2.2})$$

Demostración. Sea M el número definido por

$$f(\beta) = P(\beta) + M(\beta - \alpha)^n \quad (\text{A.2.3})$$

La prueba consiste en demostrar que $n!M = f^{(n)}(x)$ para un punto x entre α y β , para esto se crea la función

$$g(t) = f(t) - P(t) - M(t - \alpha)^n \quad a \leq t \leq b \quad (\text{A.2.4})$$

donde, dado que $P^{(k)}(t) = 0$ para $k \geq n$, la n -ésima derivada de $g(t)$ esta dada por

$$g^{(n)}(t) = f^{(n)}(t) - n!M \quad a \leq t \leq b \quad (\text{A.2.5})$$

Ahora, el mostrar que $n!M = f^{(n)}(x)$ para algún x entre α y β es equivalente a mostrar que $g^{(n)}(x) = 0$ para algún x entre α y β , esto se realiza a través del teorema del valor medio.

Primero observe que $P^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\alpha)$ para $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ entonces de (A.2.4) se tiene que

$$g(\alpha) = g'(\alpha) = g''(\alpha) = \dots = g^{(n-1)}(\alpha) = 0 \quad (\text{A.2.6})$$

Ahora observe que de (A.2.4) que $g(\beta) = 0$ entonces por el teorema del valor medio, existe un punto x_1 entre α y β en el cual $g'(x_1) = 0$, y ya que $g'(\alpha) = 0$ existe un punto x_2 entre x_1 y α en el cual $g'(x_2) = 0$, al seguir recursivamente se llega a la conclusión de que $g^{(n)}(x_n) = 0$ donde x_n es un punto entre x_{n-1} y α el cual a su vez esta incluido entre α y β . \square

A.3. Expansión en momentos

Teorema A.3.1. Sean

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} t^n f(t) dt \quad (\text{A.3.1})$$

los momentos de $f(t)$, sea $F(\omega)$ la transformada de Fourier de $f(t)$, y $F^{(n)}(0)$ la n -ésima derivada de $F(\omega)$ evaluada en $\omega = 0$, entonces:

$$F^{(n)}(0) = (-j)^n m_n \quad (\text{A.3.2})$$

Demostración. La transformada $F(\omega)$ de $f(t)$ está dada por:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{A.3.3})$$

Usando

$$e^{-j\omega t} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-j\omega t)^k}{k!} \quad (\text{A.3.4})$$

Se tiene que (A.3.3) se convierte en:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-j\omega t)^k}{k!} \right] dt \quad (\text{A.3.5})$$

Usando (A.3.1) en (A.3.5)

$$F(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} (-j)^k m_k \frac{\omega^k}{k!} \quad (\text{A.3.6})$$

Desarrollando $F(\omega)$ en su serie de Taylor

$$F(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} F^{(k)}(0) \frac{\omega^k}{k!} \quad (\text{A.3.7})$$

Comparando (A.3.6) con (A.3.7) se llega a (A.3.2), con esto concluimos la prueba. \square

A.4. Producto punto

A.4.1. Señales análogas

Definición A.4.1. El producto punto (producto interno) de dos funciones en el dominio del tiempo $x(t)$ y $y(t)$ está dado por:

$$\langle x, y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \bar{y}(t) dt \quad (\text{A.4.1})$$

Definición A.4.2. Sean $X(\omega)$ y $Y(\omega)$ las transformadas de Fourier de $x(t)$ y $y(t)$ respectivamente, el producto interno en el dominio de la frecuencia está definido por:

$$\langle X, Y \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \bar{Y}(\omega) d\omega \quad (\text{A.4.2})$$

Lema A.4.1. *El producto interno de dos señales en el dominio del tiempo es idéntico al producto punto de sus espectros en el dominio de la frecuencia, i. e. $\langle x, y \rangle = \langle X, Y \rangle$*

Demostración. La prueba es directa de la fórmula de Parseval

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\bar{y}(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\bar{Y}(\omega)d\omega \quad (\text{A.4.3})$$

□

A.4.2. Señales discretas

Definición A.4.3. El producto punto de dos secuencias en el dominio del tiempo $x(nT_m)$ y $y(nT_m)$ está dado por:

$$\langle x, y \rangle = \sum_{-\infty}^{\infty} x(nT_m)\bar{y}(nT_m) \quad (\text{A.4.4})$$

Definición A.4.4. Sean $X(\theta)$ y $Y(\theta)$ las transformadas de Fourier de $x(nT_m)$ y $y(nT_m)$ respectivamente, el producto interno en el dominio de la frecuencia está definido por:

$$\langle X, Y \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\theta)\bar{Y}(\theta)d\theta \quad (\text{A.4.5})$$

Lema A.4.2. *El producto punto de dos señales discretas en el dominio del tiempo es idéntico al producto punto de sus espectros en el dominio de la frecuencia, i. e. $\langle x, y \rangle = \langle X, Y \rangle$*

Demostración. La prueba es directa de la fórmula de Parseval

$$\sum_{-\infty}^{\infty} x(nT_m)\bar{y}(nT_m) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\theta)\bar{Y}(\theta)d\theta \quad (\text{A.4.6})$$

□

A.4.3. Ortogonalidad

Definición A.4.5. Se dice que dos funciones $x(t)$ y $y(t)$ (o secuencias $x(nT_m)$ y $y(nT_m)$ en el caso discreto) son ortogonales si su producto interno es cero.

$$\langle x, y \rangle = \langle X, Y \rangle = 0 \quad (\text{A.4.7})$$

A.4.4. Mínimos Cuadrados

Teorema A.4.1. Sean $f(t)$ una señal real perteneciente a $(-\infty, \infty)$, y $\hat{f}(t)$ la aproximación a $f(t)$ dada por:

$$\hat{f}(t) = \sum_{k=1}^n a_k y_k(t) \quad (\text{A.4.8})$$

la cual esta construida por una combinación lineal de n señales $y_k(t)$ las cuales son linealmente independientes.

Los coeficientes óptimos de \hat{a}_k que minimizan el criterio

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t) - \sum_{k=1}^n a_k y_k(t)|^2 \quad (\text{A.4.9})$$

son tal que el error es ortogonal a las señales $y_k(t)$:

$$\langle f - \hat{f}, y_i \rangle = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.4.10})$$

Demostración. El criterio es mínimo si:

$$\frac{\partial J}{\partial a_i} = -2 \int_{-\infty}^{\infty} \left[f(t) - \sum_{k=1}^n a_k y_k(t) \right] y_i(t) dt = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.4.11})$$

□

Apéndice B

Cálculo del vecindario en el cual se garantiza error menor a cierta cota

Algo muy importante para nuestra aplicación, es hacer el cálculo del tamaño del vecindario en el que se va a aproximar la envolvente compleja con su serie de Taylor para garantizar que el error entre la señal real y su aproximación no sobrepase cierta cota.

B.1. Procedimiento para calcular el tamaño del vecindario

Usando el teorema de Taylor podemos expresar a $f(t)$ de la siguiente manera:

$$f(t) = f(t_0) + f'(t_0)(t - t_0) + \frac{f''(t_0)(t - t_0)^2}{2!} + \dots + \frac{f^{(n)}(t_0)(t - t_0)^n}{n!} + R_n \quad (\text{B.1.1})$$

donde el residuo está dado por:

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(c)(t - t_0)^{n+1}}{(n + 1)!} \quad (\text{B.1.2})$$

donde c es un punto dentro de (a, b) , por lo general c es desconocido. Tomando la magnitud del residuo y aplicando la desigualdad del triángulo

$$|R_n| \leq |f^{(n+1)}(c)| \left| \frac{(t - t_0)^{n+1}}{(n + 1)!} \right| \quad (\text{B.1.3})$$

Suponiendo que $|f^{(n+1)}(c)|$ está acotada por una constante real positiva Ω para cualquier c en el intervalo, i. e. $|f^{(n+1)}(c)| \leq \Omega \forall c \in (a, b)$, (B.1.3) se simplifica a:

$$|R_n| \leq \Omega \left| \frac{(t - t_0)^{n+1}}{(n+1)!} \right| \quad (\text{B.1.4})$$

donde no conocemos el residuo con exactitud, sabemos que tiene como cota superior a una función de orden $(n+1)$. Obsérvese que el residuo puede alcanzar valores máximos en los extremos del intervalo de aproximación, y conforme $t \rightarrow t_0$, $R_n \rightarrow 0$, debido a que los términos de menor orden dominan a los de orden superior alrededor de ciertos vecindarios sobre el punto de operación.

Ahora si necesitamos que la magnitud del error entre $f(t)$ y su aproximación del n -ésimo orden sea menor a cierta constante real positiva γ .

$$|R_n| \leq \Omega \left| \frac{(t - t_0)^{n+1}}{(n+1)!} \right| \leq \gamma \quad (\text{B.1.5})$$

Hacemos $t = t_0 + \Delta$

$$|R_n| \leq \Omega \left| \frac{(\Delta)^{n+1}}{(n+1)!} \right| \leq \gamma \quad (\text{B.1.6})$$

donde (B.1.6) es estrictamente creciente con respecto a Δ y estrictamente decreciente con respecto a n .

Obtenemos la solución para Δ

$$\Delta \leq \sqrt[n+1]{\frac{\gamma(n+1)!}{\Omega}} \quad (\text{B.1.7})$$

De aquí podemos fijar n y resolver para Δ con el fin de conocer el tamaño del vecindario (a, b) donde $a = t_0 - \Delta$ y $b = t_0 + \Delta$ en el cual el residuo sea menor a la cota impuesta, o también podemos fijar Δ y conocer hasta que orden n debemos truncar la serie para obtener un error menor a la cota γ dada en el intervalo dado.

Es importante recalcar, que debido a que estamos utilizando el peor caso al tomar la cota de $|f^{(n+1)}(c)|$ se está siendo conservadores, y pueden existir intervalos (o órdenes) más altos para los cuales se siga cumpliendo que el residuo es menor a γ .

Apéndice C

Expansión de Taylor de la respuesta en frecuencia en $\omega = 0$

C.1. Error máximamente liso en $\omega = 0$

La expansión de Taylor de una respuesta en frecuencia $Q(\omega)$ alrededor de $\omega = 0$ está dada por

$$Q_{\kappa}(\omega) = Q(0) + Q'(0)\omega + Q''(0)\frac{\omega^2}{2!} + \dots + Q^{(\kappa)}(0)\frac{\omega^{\kappa}}{\kappa!} \quad (\text{C.1.1})$$

Para $k = 0, 1, \dots, \kappa$ y $Q(\omega)$ tenemos

$$Q^{(k)}(0) = (-j)^k \mathcal{Q}_k, \quad (\text{C.1.2})$$

donde \mathcal{Q}_k es el k -ésimo momento de $q(t)$:

$$\mathcal{Q}_k = \int_{-\infty}^{\infty} t^k q(t) dt \quad (\text{C.1.3})$$

Entonces, en términos de $q(t)$, también tenemos:

$$Q_k(\omega) = \mathcal{Q}_0 + \mathcal{Q}_1(-j\omega) + \mathcal{Q}_2\frac{(-j\omega)^2}{2!} + \dots + \mathcal{Q}_{\kappa}\frac{(-j\omega)^{\kappa}}{\kappa!}, \quad (\text{C.1.4})$$

y de esta manera:

$$\bar{Q}_k(\omega) = Q_0 + Q_1(j\omega) + Q_2 \frac{(j\omega)^2}{2!} + \dots + Q_\kappa \frac{(j\omega)^\kappa}{\kappa!} \quad (\text{C.1.5})$$

El error de Taylor (o residuo)

$$E_k(\omega) = Q(\omega) - \bar{Q}_k(\omega) \quad (\text{C.1.6})$$

es máximamente liso alrededor de $\omega = 0$, i. e. sus primeras κ derivadas son nulas en $\omega = 0$.

Apéndice D

Matriz de Gram de un sistema de vectores

D.1. Introducción

En este apéndice se definirá a la matriz de Gram de un sistema de vectores en un espacio con producto interno y se conocerán sus propiedades básicas, dicha información fue extraída de [41, 42].

Definición D.1.1. Sean V un espacio vectorial con producto interno, y $\mathcal{A} = (a_1, \dots, a_m)$ un sistema de vectores en V . La *matriz de Gram* del sistema \mathcal{A} es la matriz de todos los productos internos de los vectores del sistema:

$$G(a_1, \dots, a_m) = (\langle a_i, a_j \rangle)_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq m}} \quad (\text{D.1.1})$$

Ejemplo D.1.1. En el espacio $\text{Pol}(\mathcal{R})$ con el producto interno

$$\langle f, g \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$$

consideremos el sistema de vectores e_0, e_1, e_2 donde

$$e_0(x) = 1, \quad e_1(x) = x, \quad e_2(x) = x^2$$

Calculemos los productos internos:

$$\begin{aligned}\langle e_0, e_0 \rangle &= 1, & \langle e_0, e_1 \rangle &= 0, & \langle e_0, e_2 \rangle &= \frac{1}{3}, \\ \langle e_1, e_0 \rangle &= 0, & \langle e_1, e_1 \rangle &= \frac{1}{3}, & \langle e_1, e_2 \rangle &= 0, \\ \langle e_2, e_0 \rangle &= \frac{1}{3}, & \langle e_2, e_1 \rangle &= 0, & \langle e_2, e_2 \rangle &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

De allí

$$G(e_0, e_1, e_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

D.2. Propiedades

Las propiedades de la matriz de Gram se enlistan a continuación:

1. En el caso real, la matriz de Gram es simétrica:

$$G(a_1, \dots, a_m)^T = G(a_1, \dots, a_m) \tag{D.2.1}$$

2. En el caso complejo, la matriz de Gram es hermitiana, es decir,

$$G(a_1, \dots, a_m)^H = G(a_1, \dots, a_m) \tag{D.2.2}$$

3. Un sistema de vectores es ortogonal \Leftrightarrow su matriz de Gram es diagonal.
4. Un sistema de vectores es ortonormal \Leftrightarrow su matriz de Gram es la matriz identidad.

D.3. Cálculo de la matriz de Gram en el caso de dimensión finita

Sean V un espacio vectorial de dimensión finita n , \mathcal{E} una base ortonormal, $\mathcal{A} = (a_1, \dots, a_m)$ un sistema de vectores en V . Denotemos por A la matriz del sistema \mathcal{A} en la base \mathcal{E} . Es decir, las columnas de A son $(a_1)_{\mathcal{E}}, \dots, (a_m)_{\mathcal{E}}$. Entonces

$$G(\mathcal{A}) = A^T A \quad (\text{D.3.1})$$

Ejemplo D.3.1. En el espacio \mathcal{R}^4 consideremos el sistema de vectores

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

En este caso la matriz del sistema $\mathcal{A} = (a_1 a_2 a_3)$ es

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

y la matriz de Gram es

$$G(\mathcal{A}) = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & -2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 11 & -22 \\ 11 & 14 & -1 \\ -22 & -1 & 61 \end{pmatrix}$$

D.4. Rango de una matriz de Gram

Teorema D.4.1. *Sea \mathcal{A} un sistema de vectores en un espacio vectorial con producto interno, V un espacio vectorial con dimensión finita n , \mathcal{E} una base ortonormal de V y A la matriz de vectores del sistema \mathcal{A} en la base \mathcal{E} . Entonces*

$$\rho(G(\mathcal{A})) = \rho(\mathcal{A}) \quad (\text{D.4.1})$$

Demostración. Puesto que $A^T A$ es de $n \times n$, tiene el mismo número de columnas que A . El teorema del rango nos dice entonces que

$$\rho(A) + \nu(A) = n = \rho(A^T A) + \nu(A^T A) \quad (\text{D.4.2})$$

Por consiguiente, para demostrar que $\rho(G(\mathcal{A})) = \rho(\mathcal{A})$, es suficiente comprobar que $\nu(A) = \nu(A^T A)$. Lo haremos después de establecer que los espacios nulos de A y $A^T A$ son los mismos.

Para este fin, sea \mathbf{x} un elemento de $\text{nu}(A)$, así que $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Entonces $A^T A\mathbf{x} = A^T \mathbf{0} = \mathbf{0}$, y de esta manera \mathbf{x} está en $\text{nu}(A^T A)$. A la inversa, sea \mathbf{x} un elemento de $\text{nu}(A^T A)$. Entonces $A^T A\mathbf{x} = \mathbf{0}$, de modo que $\mathbf{x}^T A^T A\mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{0} = \mathbf{0}$. Pero entonces

$$(A\mathbf{x}) \cdot (A\mathbf{x}) = (A\mathbf{x})^T (A\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A^T A\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (\text{D.4.3})$$

y por consiguiente $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Por lo tanto \mathbf{x} se encuentra en $\text{nu}(A)$, así que $\text{nu}(A) = \text{nu}(A^T A)$, como se requería. \square

Bibliografía

- [1] M. A. Platas. *Una Extensión a la Transformada de Fourier, la Transformada Taylor-Fourier*, Tesis de Doctorado, 2011.
- [2] P. M. Anderson, M. Mirheydar. *An Adaptive Method for Setting Underfrequency Load-Shedding Relays*, IEEE Trans. on Power Systems. Vol. 7 No. 2, May 1992, pp. 647-655.
- [3] U. Rudez, R. Mihalic. *Monitoring the First Frequency Derivative to Improve Adaptive Underfrequency Load-Shedding Schemes*, IEEE Trans. on Power Systems. Vol. 26 No. 2, May 2011, pp. 839-846.
- [4] K. Sun, S. Likhate, V. Vittal, V. S. Kolluri, S. Mandal. *An Online Dynamic Security Assessment Scheme Using Phasor Measurements and Decision Trees*, IEEE Trans. on Power Systems. Vol. 22 No. 4, December 2007, pp. 1935-1943.
- [5] R. Diao, V. Vittal, N. Logic. *Design of a Real-Time Security Assessment Tool for Situational Awareness Enhancement in Modern Power Systems*, IEEE Trans. on Power Systems. Vol. 25 No. 2, May 2010, pp. 957-965.
- [6] A. D. Rajapakse, F. Gómez, K. Nanayakkara, P. A. Crossley, V. V. Terzija. *Rotor Angle Instability Prediction Using Post-Disturbance Voltage Trajectories*, IEEE Trans. on Power Systems. Vol. 25 No. 2, May 2010, pp. 947-956.
- [7] A. R. Messina, V. Vittal, D. Ruiz, G. Enríquez. *Interpretation and Visualization of Wide-Area PMU Measurements Using Hilbert Analysis*, IEEE Trans. on Power Systems. Vol. 21 No. 4, November 2006, pp. 1763-1771.
- [8] Y. Gong, A. Guzmán. *Synchrophasor-Based Online Modal Analysis to Mitigate Power System Interarea Oscillation*, in 2009 Distributech Conference Proceedings.
- [9] N. Kakimoto, M. Sugumi, T. Makino, K. Tomiyama. *Monitoring of Interarea Oscillation Mode by Synchronized Phasor Measurement*, IEEE Trans. on Power Systems. Vol. 21 No. 1, February 2006, pp. 260-268.

- [10] A. G. Bahbah, A. A. Girgis. *New Method for Generator's Angles and Angular Velocities Prediction for Transient Stability Assessment of Multimachine Power Systems Using Recurrent Artificial Neural Network*, IEEE Trans. on Power Systems. Vol. 19 No. 2, May 2004, pp. 1015-1022.
- [11] M. Uzunoglu, C. Kocatepe, R. Yumurtaci, K. Gulez. *The Effects of Harmonics on Voltage Stability*, IEEEJ Trans. Inst. Elect. Eng. Jpn. B122: 616-621.
- [12] R. C. Dugan, M. F. Granaghan, S. Santoso, H. W. Beaty. *Electrical Power Systems Quality*, McGraw Hill, 2nd. Edition, 2004.
- [13] M. A. Platas, J de la O. *Dynamic Harmonic Analysis Through Taylor-Fourier Transform*, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement. Vol. 60 No. 6, March 2011, pp. 804-813.
- [14] E. O. Schweitzer III, D. Whitehead, A. Guzmán, Y. Gong, M. Donolo. *Advanced Real-Time Synchrophasors Applications*, Proceedings of the 35th Annual Western Protective Relay Conference, Spokane, WA, October 2008.
- [15] E. O. Schweitzer III, A. Guzmán, H. J. Altuve, D. A. Tziouvaras. *Real-Time Synchrophasor Applications for Wide-Area Protection, Control, and Monitoring*. Available at <http://www.selinc.com/WorkArea/DownloadAsset.aspx?id=6388>. May 2011.
- [16] Prabha S. Kundur. *Power System Stability and Control*, McGraw Hill, 1994.
- [17] P. M. Anderson, A. A. Fouad. *Power System Control and Stability*, IEEE Press, 2nd Edition, 2003.
- [18] John Hauer, Louis Scharf, Dan Trudnowski, Jeff Johnson and Ning Zhou. *DSI Toolbox: PSM Tool and Ringdown Analysis Tool*, Available for free at <http://www.naspi.org/resources/pitt/pittresources.stm>, November 2010.
- [19] E. O. Schweitzer III, Timothy T. Newton, Richard A. Baker. *Power Swing Relay Also Records Disturbances*, Proceedings of the 13th Annual Western Protective Relay Conference, Spokane, WA, October 1986.
- [20] Jun-Zhe Yang, Chih-Wen Liu. *A Precise Calculation of Power System Frequency and Phasor*, IEEE Trans. on Power Delivery. Vol. 15 No. 2, April 2000, pp. 494-499.
- [21] L. Scharf. *Statistical Signal Processing: Detection, Estimation and Time Series Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, 1991, pp. 484-513.
- [22] J. de la O. *Calculating Taylor-Fourier Transform with FFT*, Reporte interno, Mayo 2010.
- [23] John G. Proakis, Dimitris Manolakis. *Tratamiento Digital de Señales*, Prentice Hall. 4ta. Edición, 2008.
- [24] D. Báez. *MATLAB con Aplicaciones a la Ingeniería, Física y Finanzas*, Alfaomega, 2006.
- [25] J. de la O, M. A. Platas. *Maximally Flat Differentiators Through WLS Taylor Decomposition*, Elsevier, Digital Signal Process, 21(2), March 2011.

- [26] J. de la O. *Dynamic Phasor Estimates for Power System Oscillations*, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement. Vol. 56, No. 5, October 2007, pp. 1648-1657.
- [27] Li Qi, Lewei Qian, Stephen Woodruff, David Cartes. *Prony Analysis for Power System Transient Harmonics*, EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. Vol. 2007, Article ID 48406, 2007.
- [28] Manuel Antonio Andrade Soto. *Aplicación de los Métodos de Identificación de Hilbert y Prony al Estudio de Fenómenos Oscilatorios en Sistemas Eléctricos de Potencia*, Tesis de Maestría, 2002, pp. 25.
- [29] Jeffrey M. Johnson, Daniel Trudnowski. *DSITools Ringdown Analysis Tool Users Manual*, Battelle Memorial Institute. Vol. 2, 1995-1998.
- [30] *IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems*, IEEE Std. C37.118-2005, 2006.
- [31] F. Aboytes, G. Arroyo, R. Ramírez, F. Sanchez, A. Celaya. *Estabilidad Transitoria para Operadores*, CFE-CENACE, Mérida, Yucatán, 23-27 Marzo 2009.
- [32] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de Control Moderna*, Prentice Hall. 4ta. Edición, 2003.
- [33] A. Guzmán, V. Mynam, G. Zweigle. *Backup Transmission Line Protection for Ground Faults and Power Swing Detection Using Synchrophasors*, Proceedings of the 34th Annual Western Protective Relay Conference, Spokane, WA, October 2007.
- [34] Hassan K. Khalil. *Non Linear Systems*, Prentice Hall, 3rd Edition, 2002.
- [35] Dennis G. Zill, Michael R. Cullen. *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería, Vol. 1 Ecuaciones Diferenciales*, McGraw Hill, Tercera Edición, 2008.
- [36] J. Mulhausen, J. Schaefer, M. Mynam, A. Guzmán, M. Donolo. *Anti-Islanding Today, Successful Islanding in the Future*, 63rd Annual Conference for Protective Relay Engineers, March-April 2010.
- [37] E. O. Schweitzer III, D. E. Whitehead. *Real-Time Power System Control Using Synchrophasors*, in 2007 34th Annual Western Protective Relay Conference Proceedings.
- [38] Johnny Rodríguez Maldonado. *Instantaneous Estimation of Oscillating Phasors with Taylor^K-Kalman-Fourier Filters*, Tesis de Doctorado, 2011.
- [39] Walter Rudin. *Análisis Real*, 2da Edición, McGraw Hill, 1999.
- [40] Athanasios Papoulis. *Signal Analysis*, McGraw Hill, 1977.
- [41] Egor Maximenko. *Matriz de Gram para un Sistema de Vectores*, available at http://esfm.egormaximenko.com/linalg/Gram_matrix.pdf, June 2011.
- [42] David Poole. *Álgebra Lineal. Una Introducción Moderna*, Cengage Learning, 2da Edición, 2007.