

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES**  
**SUBDIRECCIÓN DE POSGRADO**



**DESARROLLO DE UN SISTEMA BIOMÉTRICO PARA LA UMAFOR 19 - 01 SUR  
DE NUEVO LEÓN**

**POR:**

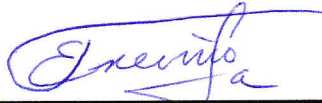
**ANGELINA BAUTISTA CRUZ**

**Como requisito parcial para obtener el grado de  
DOCTOR EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN EN MANEJO DE RECURSOS  
NATURALES**

**Diciembre, 2022**

DESARROLLO DE UN SISTEMA BIOMÉTRICO PARA LA UMAFOR 19 - 01 SUR  
DE NUEVO LEÓN

Aprobación de tesis



---

Dr. Eduardo Javier Treviño Garza

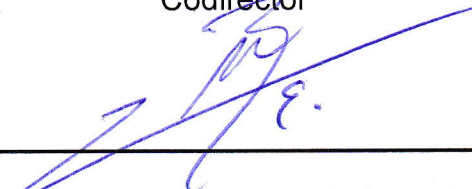
Director



---

Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón

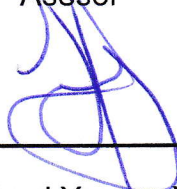
Codirector



---

Dr. Eduardo Alanís Rodríguez

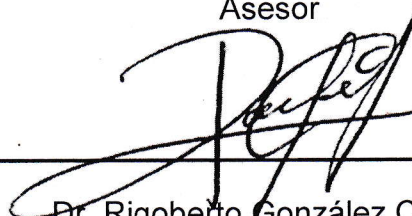
Asesor



---

Dr. José Israel Yerena Yamallel

Asesor



---

Dr. Rigoberto González Cubas

Director externo

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo de la beca de posgrado.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León por el financiamiento del trabajo de campo a través del proyecto CT1256-20 “Estimación del volumen y la biomasa aérea de comunidades boscosas en el centro-sur de Nuevo León” del Programa de Apoyo a la Investigación científica y tecnológica.

A la Facultad de Ciencias Forestales por aceptarme como alumno del programa de Posgrado de Doctorado en Ciencias con Orientación en Manejo de Recursos Naturales.

A la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR) por haber proporcionado información para la realización del primer capítulo de esta investigación.

Al Comité de Tesis conformado por Dr. Eduardo Javier Treviño Garza, Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón, Dr. Eduardo Alanís Rodríguez, Dr. José Israel Yerena Yamallel y Dr. Rigoberto González Cubas.

Al Técnico Humberto Alonso López Alejandro, Bulmaro Avendaño, Prudencia Caballero y demás personas que me apoyaron para la toma de datos en campo.

## DEDICATORIA

Dedico esta tesis:

A mis hijos Anthony y Santiago por alegrarme todos los días, ver su carita feliz me da motivos para seguir adelante a pesar de las adversidades que nos ha presentado la vida.

A mi esposo Rigoberto González Cubas, por su apoyo en este proceso de aprendizaje.

A mi querida Madre Señora Agustina Cruz que siempre me orienta con sus consejos y me enseña con el ejemplo.

A mi querido Padre Señor Celedonio Bautista Cisneros<sup>†</sup> que a pesar de que no está presente, me dejó buenos ejemplos que hasta ahora me sirven para continuar adelante.

A mis hermanos que siempre me apoyan moralmente.

## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>JUSTIFICACIÓN</b> .....	2
<b>HIPÓTESIS</b> .....	3
<b>OBJETIVO GENERAL</b> .....	3
<b>OBJETIVOS PARTICULARES</b> .....	4
<b>CAPITULO I. MODELACIÓN DE LA BIOMASA AÉREA EN BOSQUES TEMPLADOS SUBTROPICALES SECOS EN EL NORESTE DE MÉXICO</b> .....	4
Resumen.....	4
Palabras clave: .....	5
Abstract.....	5
Key words: .....	5
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	5
Objetivo.....	6
Materiales y Métodos .....	6
Resultados .....	11
Discusión .....	16
Conclusiones .....	17
Bibliografía .....	17
<b>CAPÍTULO II. MODELACIÓN DEL PERFIL FUSTAL DE ÁRBOLES DE <i>PINUS PSEUDOSTROBUS</i> LINDL. DEL SUR DEL ESTADO DE NUEVO LEÓN, USANDO MODELOS DE AHUSAMIENTO DE TIPO SEGMENTADO</b> .....	22
Resumen.....	22
Palabras clave: .....	23
Abstrac.....	23
Key words: .....	23
Introducción .....	24
Objetivo.....	25
Materiales y métodos .....	25
Cubicación .....	27
Análisis de los datos .....	28
Modelos de ahusamiento.....	28
Análisis estadístico .....	29
Resultados .....	30

Discusión .....	33
Conclusiones .....	34
Bibliografía .....	35
<b>CAPITULO III. SISTEMA DE CUBICACIÓN PARA ÁRBOLES DE <i>PINUS PSEUDOSTROBUS</i> LINDL. DEL SUR DEL ESTADO DE NUEVO LEÓN, A PARTIR DE UN MODELO DE AHUSAMIENTO DE TIPO SEGMENTADO.....</b>	<b>38</b>
Resumen.....	38
Palabras clave: .....	38
Abstrac.....	38
Key words .....	39
Introducción .....	39
Objetivo.....	41
Materiales y métodos .....	41
Tamaño de muestra.....	41
Técnicas de ajuste.....	41
Determinación de la técnica de ajuste .....	44
Resultados .....	44
Discusión .....	49
Conclusiones .....	50
Bibliografía .....	50
<b>CONCLUSIONES GENERALES .....</b>	<b>53</b>

## Índice de cuadros

Cuadro 1.1 Ecuaciones para estimar volumen rollo total a nivel especie para el estado de Nuevo León .....	8
Cuadro 1.2 Ecuaciones para estimar la biomasa para diferentes especies de coníferas y hojosas en bosques del Sur de Nuevo León .....	10
Cuadro 1.3 Resumen estadístico de volumen, biomasa aérea y carbono vivo total .....	12
Cuadro 1.4 Estimaciones de parámetros del modelo de la biomasa y carbono ( $p=0,05$ ) con NDVI como predictor .....	13
Cuadro 2.1 Estadísticos de las variables medidas en la muestra de árboles trabajada .....	27
Cuadro 2.2 Modelos de ahusamiento de tipo segmentado evaluados para describir el perfil fustal <i>P. pseudostrobus</i> .....	29
Cuadro 2.3 7 Estadísticos evaluados para la selección y comparación del modelo con mejor ajuste .....	30
Cuadro 2.4 Valores y significancia estadística de los coeficientes de los modelos ajustados para describir el perfil diamétrico de <i>P. pseudostrobus</i> .....	31
Cuadro 2.5 Estadísticas de bondad de ajuste de los seis modelos evaluados para describir el perfil diamétrico de <i>P. pseudostrobus</i> .....	32
Cuadro 3.1 Modelo de Fang et al. 2000 .....	41
Cuadro 3.2 Parámetros y estadísticos del sistema compatible ahusamiento y volumen comercial para <i>P. pseudostrobus</i> al ajustarlo simultáneamente usando NLS .....	45
Cuadro 3.3 Estadísticos del ajuste simultáneo del sistema y prueba de razón de verosimilitud al efectuarlo por NLS y por la técnica de MEM .....	46
Cuadro 3.4 Valores de los parámetros fijos y estadísticos de ajuste del sistema corregido por heterocedasticidad y autocorrelación (MEM-C).....	46
Cuadro 3.5 Parámetros aleatorios estimados del ajuste del modelo (MEM-C) .....	48

## Índice de figuras

Figura 1. Tipos de vegetación estudiados y puntos de localización de los sitios de muestreo, elaboración propia basada en la carta de uso de suelo y vegetación, escala 1:250000, Serie VI (Continuo Nacional). Instituto Nacional de Estadística y Geografía. México. ....	12
Figura 2. Distribución del volumen por hectárea de cada especie en el sur de Nuevo León, México .....	13
Figura 3. Gráficos de dispersión de la biomasa (A) y carbono (B) (Mg ha <sup>-1</sup> ) contra el NDVI, n = 57 .....	14
Figura 4. Mapa de densidad de biomasa y carbono vivo en los tipos de vegetación estudiados en el sur de Nuevo León, México.....	15
Figura 2.1 Mapa de ubicación del área de estudio.....	26
Figura 2.2 Comportamiento del diámetro y el volumen acumulado con respecto a la altura del fuste.....	28
Figura 2.3 Gráfica de residuales vs los valores predichos de diámetro del fuste (d) para los modelos a) Fang et al. (2000) y b) Max y Burkhart (1967). ....	33
Figura 3.1 Comportamiento de residuales del ahusamiento contra predichos (a y c) y contra HM (b y d) al realizar el ajuste por NLS y por MEM respectivamente .....	47



## RESUMEN GENERAL

El objetivo de la presente investigación fue contribuir al sistema biométrico con el ajuste de modelos matemáticos para *Pinus pseudostrobus*, especie de importancia comercial en la UMAFOR 19-01 del sur de Nuevo León. Como primera parte de la investigación se trabajó con información de los bosques templados de pino, encino, pino-encino y encino-pino de las Unidades de Manejo Forestal (UMAFOR) 19-01 y 19-02 en el sur del estado de Nuevo León México, con la finalidad de conocer el volumen maderable, la biomasa aérea y la cantidad de carbono almacenado de bosques mixtos con la presencia de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el sur del estado. Teniendo como resultado que el modelado y la estimación de biomasa ayudarán a estimar y detectar áreas con captura de carbono forestal bajo o alto.

Por otra parte, para determinar el modelo de ahusamiento de tipo segmentado para describir el perfil fustal y el sistema de cubicación de *P. pseudostrobus* se evaluaron cinco modelos los cuales fueron: Max y Burkhart (1976), Parresol *et al.* (1987), Zepeda y Domínguez (1997), Fang *et al.* (2000) y Zhang *et al.* (2002) para esto se trabajó con una muestra de 100 árboles correspondientes a la especie en mención, los cuales fueron medidos con el apoyo del dendrómetro electrónico Criterion™ RD 1000. El ajuste de los modelos se realizó por máxima verosimilitud con información completa (FIML), la evaluación y selección del mejor modelo se realizó comparando los valores de los estadísticos coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ), la raíz cuadrada media del error (REMC) el sesgo, el criterio de información de Akaike (AIC), se consideró la suma de cuadrado del error (SCE), el cuadrado medio del error (CME), el valor de verosimilitud (LogLik) y se generó un criterio de calificación que consistió en jerarquizar cada estadístico de cada modelo asignando valores consecutivos del uno al cinco en función al orden de importancia, teniendo como resultado que el modelo de Fang *et al.* 2000 es el que mejor describe el perfil fustal de la especie.

## ABSTRAC

The objective of this research was to contribute to the biometric system with the adjustment of mathematical models for *Pinus pseudostrobus*, a species of commercial importance in UMAFOR 19-01 in southern Nuevo León. As the first part of the research, information was used from the temperate pine, oak, pine-oak and oak-pine forests of the Forest Management Units (UMAFOR) 19-01 and 19-02 in the south of the state of Nuevo León, Mexico, in order to know the timber volume, aerial biomass and the amount of carbon stored in mixed forests with the presence of *Pinus pseudostrobus* Lindl. in the south of the state. As a result, biomass modeling and estimation will help estimate and detect areas with low or high forest carbon sequestration.

On the other hand, to determine the segmented type taper model to describe the stem profile and the cubing system of *P. pseudostrobus*, five models were evaluated which were: Max and Burkhart (1976), Parresol et al. (1987), Zepeda and Domínguez (1997), Fang et al. (2000) and Zhang et al. (2002) for this we worked with a sample of 100 trees corresponding to the species in question, which were measured with the support of the electronic dendrometer Criterion™ RD 1000. The adjustment of the models was carried out by maximum likelihood with complete information (FIML), the evaluation and selection of the best model was carried out by comparing the values of the adjusted coefficient of determination statistics ( $R^2_{adj}$ ), the mean square root of the error (REMC), the bias, the Akaike information criterion (AIC), the sum of the square of the error (SCE), the mean square of the error (CME), the likelihood value (LogLik) was considered and a qualification criterion was generated that consisted of rank each statistic of each model assigning consecutive values from one to five according to the order of importance, with the result that the model of Fang et al. 2000 is the one that best describes the stem profile of the species.

**Key words:** taper, volume, biomass, carbon, dendrometer models.

## INTRODUCCIÓN

La información sobre la biomasa y el volumen de madera de árboles son dos factores importantes que permiten determinar la sustentabilidad de los bosques, una de las razones técnicas que pueden ayudar a mejorar la producción forestal maderable de bosques naturales, se fundamenta en el hecho de utilizar mejores herramientas cuantitativas, las cuales permitan optimizar los procesos de planeación y lograr un seguimiento y control adecuado de las actividades de aprovechamiento forestal sustentable (Tamarit, 2013).

Conocer el volumen maderable de las especies con importancia comercial es un elemento indispensable de todo estudio de manejo forestal, mediante mediciones en sitios de muestreo para inventario de variables tales como el diámetro normal, la altura total de árboles individuales y el diámetro de copa se puede estimar el volumen de un rodal y conocer las existencias volumétricas actuales de un determinado bosque. En México se tiene registro de modelos de estudios de crecimiento forestal desde la década de 1970 (Garzón y Flores, 1977). No obstante, es necesario actualizar, validar y calibrar los sistemas biométricos existentes, pues de lo contrario podrían subestimarse o sobrestimarse volúmenes considerables de madera y programar intensidades de corta fuera del rango del potencial forestal de un sitio (Comisión Nacional Forestal [CONAFOR], 2014).

Aun que se han realizado diversos estudios encaminados a generar nuevas técnicas para lograr un manejo óptimo de los recursos forestales, como son los modelos de volumen, además de los de crecimiento y rendimiento (García, 1995), en México aún no son suficientes, por lo que se tiene la necesidad de continuar con el desarrollo de este tipo de herramientas, las cuales se han estudiado principalmente en las especies arbóreas de bosques templados, como son principalmente las coníferas.

El estado de Nuevo León, en relación con el manejo y aprovechamiento de los recursos forestales, los dueños y poseedores han tenido escasa participación en la implementación y evaluación de la planeación de las actividades del sector forestal. En relación con lo anterior se ha limitado su participación de manera directa en la

cadena productiva forestal y, consecuentemente, hacia un desarrollo forestal sustentable.

Debido a esto, resulta de vital importancia contar con herramientas solidadas como son los modelos del sistema volumétrico actualizados, con el fin de lograr un desarrollo forestal adecuado para el desarrollo económico y la conservación de los recursos naturales presentes en el estado.

## JUSTIFICACIÓN

*Pinus pseudostrobus* Lindl. es originario de Michoacán, tiene una amplia distribución, mayormente en el Eje Neovolcánico Transversal, aunque se extiende hasta Guatemala, Honduras y El Salvador, en México se encuentra en los estados de Chiapas, Chihuahua, Distrito federal, Guanajuato, Guerrero, Hidalgo, Jalisco, Estado de México, Michoacán, Morelos, Nuevo León, Oaxaca, Puebla, Querétaro, San Luis Potosí, Tamaulipas, Tlaxcala y Veracruz (Sígala et al., 2015; López, 2002).

Sáenz et al. (2011) menciona que esta especie es una de las que presenta mayor variación geográfica en la República Mexicana y parte de Centroamérica; se cree posible la cruce con las especies del grupo *Montezumae*.

Crece en climas templados y templado-cálidos en altitudes de los 1600 a 3250 m, con mejor calidad de estación a los 2500 msnm, en suelos volcánicos profundos (Rueda et al., 2013).

Presenta alturas que van desde 25 a 40 m, diámetro normal (1.30 m) de 40 a 80 cm, generalmente de fuste recto, con buena poda natural, moderadamente exigente a la luz (Rueda et al., 2013). La corteza es lisa durante mucho tiempo y en la vejez es áspera y agrietada. Las hojas se encuentran en grupos de 5, de 17 a 24 cm de longitud, muy delgadas, triangulares y flexibles, de color verde intenso.

Las vainas son persistentes, anilladas de 12 a 15 mm (a veces hasta 20), de color castaño oscuro; yemas oblongas cónicas de color anaranjado, conillos oblongos largamente pedunculados, oscuros, con gruesas escamas provistas de puntas romas. Los conos son ovoides de 8 a 10 cm, color café claro o amarillento, sobre pedúnculo de 10-15 mm de longitud, las escamas son delgadas pero duras,

desiguales, con ápice anguloso y umbo irregular. La semilla es vagamente triangular, de color oscuro, de unos 6 mm y ala de 23 mm de largo por 6 a 9 mm de ancho (Sáenz et al., 2011; Estrada et al., 2014).

#### Importancia y usos de la especie

En buenas condiciones de sitio, *P. pseudostrobus* es una especie de rápido crecimiento, aproximadamente 1 m de altura al año (López, 2002), por ello, ha sido utilizada en plantaciones forestales y programas de mejoramiento genético, tanto en México como en otros países (Cambrón et al., 2013). Esta especie es buena productora de resina, la cual es explotada en los estados del centro y sur de México. La madera es de buena calidad y sus largos fustes limpios permiten el uso en aserrío. Así mismo, es muy apreciada en artesanías, ebanistería y muebles finos (mesas, butacas, bancos, etc.), en las zonas rurales tiene varios usos domésticos (Sáenz, 2011).

### HIPÓTESIS

1. Existe una alta relación entre la modelación de biomasa y la obtenida mediante la percepción remota en los bosques del Sur de Nuevo León.
2. Los fustes de *P. pseudostrobus* están conformados por tres cuerpos dendrométricos, neiloide en la parte basal, paraboloides en la central y cono en la punta los cuales podrán ser identificados y modelados utilizando un modelo de ahusamiento de tipo segmentado que indiquen los puntos de cambio como una proporción con respecto a la altura total.
3. El modelo de ahusamiento de tipo segmentado que describa mejor el perfil fustal de *P. pseudostrobus*, permitirá generar un sistema de cubicación a nivel árbol individual.

### OBJETIVO GENERAL

Contribuir al sistema biométrico con el ajuste de modelos matemáticos para *Pinus pseudostrobus*, especie de importancia comercial en la UMAFOR 19-01 del sur de Nuevo León.

## OBJETIVOS PARTICULARES

- I. Calcular el volumen maderable, la biomasa aérea y la cantidad de carbono almacenado de bosques mixtos con la presencia de *Pinus pseudostrabus* Lindl. en el sur del estado Nuevo León, México.
- II. Evaluar el ajuste estadístico de cinco modelos de ahusamiento de tipo segmentado y seleccionar el que mejor describa el perfil fustal de *P. pseudostrabus*.
- III. Generar a partir del mejor modelo de ahusamiento de tipo segmentado un sistema de cubicación para *Pinus pseudostrabus* Lindl., que sea aplicable a los predios forestales de la UMAFOR 1901 del estado Nuevo León, México.

## CAPITULO I. MODELACIÓN DE LA BIOMASA AÉREA EN BOSQUES TEMPLADOS SUBTROPICALES SECOS EN EL NORESTE DE MÉXICO.

### Resumen

La información sobre la biomasa y el volumen de madera de árboles son dos factores importantes que permiten determinar la sustentabilidad de los bosques. El objetivo fue calcular la biomasa aérea, cantidad de carbón y el volumen maderable de bosques templados subtropicales secos en el noreste de México. Para definir este proceso se utilizaron datos de campo que correspondieron a 57 sitios de muestreo de los cuales 28 son Sitios Permanentes de Investigación Forestal y 29 conglomerados del Inventario Nacional Forestal y de Suelo, a partir de los cuales se calculó la biomasa, carbono y volumen mediante el uso de ecuaciones alométricas. Los datos espectrales (NDVI tradicional -bandas roja e infrarroja del espectro electromagnético) se derivaron de una imagen Landsat 8 del año 2020. Mediante los resultados de la relación lineal entre la biomasa-carbono y el NDVI se obtuvo una correlación positiva con los datos espectrales de las imágenes Landsat para el incremento de biomasa y captura de carbono en los bosques de coníferas del estado de Nuevo León. Con los resultados presentados, es decir, el modelado y la estimación de biomasa ayudarán a detectar áreas con captura de carbono forestal bajo o alto.

**Palabras clave:** volumen, carbono, ecuaciones alométricas, NDVI, abundancia de especies

### **Abstract**

Information on biomass and wood volume of trees are two important factors that allow determining the sustainability of forests. The objective was to calculate the aerial biomass, amount of carbon and the timber volume of dry subtropical temperate forests in northeastern Mexico. To define this process, field data corresponding to 57 sampling sites were used, of which 28 are Permanent Forest Research Sites and 29 clusters of the National Forest and Soil Inventory, from which biomass, carbon and volume were calculated. by using allometric equations. The spectral data (traditional NDVI -red and infrared bands of the electromagnetic spectrum) were derived from a Landsat 8 image of the year 2020. Through the results of the linear relationship between biomass-carbon and the NDVI, a positive correlation with the spectral data was obtained. of Landsat images for the increase in biomass and carbon sequestration in the coniferous forests of the state of Nuevo León. With the results presented, that is, the modeling and the estimation of biomass will help to detect areas with low or high forest carbon sequestration.

**Key words:** volume, carbon, allometric equations, NDVI, species abundance

### **INTRODUCCIÓN**

La distribución de las especies en el planeta está determinada por factores como la heterogeneidad ambiental, la historia evolutiva, las relaciones de las especies, la dinámica de dispersión y los patrones espaciales de las perturbaciones ambientales naturales y provocadas por el hombre, los ecosistemas cumplen una función importante en el ciclo del carbono en la atmosfera, mediante la fotosíntesis lo capturan y lo almacenan convirtiéndolo en biomasa, de la misma manera son parte fundamental en la regulación del ciclo de nutrientes, del ciclo del agua y otros servicios ecosistémicos (Sayre *et al.* 2020). Se estima que el 30% de la superficie terrestre son bosques; a pesar de reducirse la tasa de deforestación se ha reducido desde la década de los 90, durante el periodo de 2010-2020 la pérdida neta de

superficie forestal fue de 4.7 millones de hectáreas al año, a causa de factores como el aprovechamiento excesivo de los recursos forestales y el cambio de uso de suelo (FAO y PNUMA 2020).

México enfrenta el reto de detener y revertir el deterioro ambiental para conservar la biodiversidad y los recursos naturales. Mantener las superficies ocupadas por los bosques es un medio para mitigar las emisiones de gases de efecto invernadero, causantes del cambio climático. Anualmente las áreas forestales almacenan carbono al incrementar su biomasa, cuantificarla permite entender el funcionamiento y dinámica de los ecosistemas forestales (Chávez *et al.* 2016). La capacidad que tiene los bosques para almacenar carbono está determinada por la composición florística, la edad y la densidad de la masa arbolada (Fonseca 2017).

El volumen de las existencias reales en el bosque disponible para abastecimiento de madera constituye un indicador importante sobre el potencial económico del bosque (FAO 2004).

### **Objetivo**

Calcular el volumen maderable, la biomasa aérea y la cantidad de carbono almacenado de bosques mixtos con la presencia de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el sur del estado Nuevo León, México.

### **Materiales y Métodos**

El estudio se realizó en los bosques templados de pino, encino, pino-encino y encino-pino de las Unidades de Manejo Forestal (UMAFOR) 19-01 y 19-02 en el sur del estado de Nuevo León México. Estos bosques se localizan dentro de la provincia fisiográfica Sierra Madre Oriental, entre las coordenadas de 23°42' y 25° 30' de latitud norte y los 96° 30' y 100° 48' de longitud oeste (figura 1). El intervalo altitudinal varía de 1.000 hasta los 3. 600 m, la temperatura medio anual oscila entre 7 y 22 °C, y la precipitación media anual de 411 a 1.058 mm (Cuervo *et al.* 2014).

Datos de Landsat 8 y variables espectrales para modelar biomasa. Para la valoración de biomasa aérea de bosques de coníferas mixtas de *P. pseudostrobus*, se seleccionaron vegetación de Pino, Encino, Pino-Encino y Encino-Pino del sur del



estado de Nuevo León, de acuerdo con de la clasificación de la carta de uso de suelo y vegetación, escala 1:250000, Serie VI (Continuo Nacional). Instituto Nacional de Estadística y Geografía. México (INEGI 2016). Posteriormente se adquirieron tres escenas de imágenes satelitales del año 2020 para cubrir toda el área objetivo (Path 27 / Row 43, Path 28 / Row 43 y Path 28 / Row 42). Las imágenes se obtuvieron en el siguiente enlace: <http://earthexplorer.usgs.gov/> (Landsat 8), donde, se seleccionaron únicamente escenas con cobertura de nubosidad menor al 30% para el área de estudio. Para minimizar el efecto estacional sobre la vegetación en las imágenes se obtuvieron en un rango temporal entre los 12 meses del año 2020.

Para el análisis de la biomasa se empleó la técnica estandarizada del Índice de Vegetación de Diferencia Normalizada (NDVI, por sus siglas en inglés). Este índice describió la dinámica de la estructura de la vegetación, examinando el vigor, crecimiento, salud y la biomasa de la vegetación. Con el NDVI se obtuvo la biomasa relativa empleando los valores espectrales correspondientes a la región de la luz visible roja (R) (0,6–0,7  $\mu\text{m}$ ) y la luz infrarrojo cercano (IRC) (0,7–1,3  $\mu\text{m}$ ):

$$NDVI = \frac{IRC-R}{IRC+R} \quad [1]$$

La clasificación de los valores del NDVI son para la nubosidad y agua valores menores a 0,01; para un suelo sin vegetación de un rango de entre 0,01 – 0,2; para una vegetación ligera (pastizales) de entre 0,1 – 0,3; para una vegetación mediana entre 0,3 – 0,5; para vegetación en desarrollo de 0,5 – 0,8; y de 0,8 a 1, para vegetación sana, vigorosa y densa (López *et al.* 2015).

Diseño de muestreo y datos de inventario de campo. Los datos del inventario de campo provienen de 57 sitios de muestreo (figura 1), de los cuales 28 son Sitios Permanentes de Investigación Forestal (SPIF) de 2.500 m<sup>2</sup>, y 29 conglomerados del Inventario Nacional Forestal y de Suelo (INFyS) de 1.600 m<sup>2</sup>, distribuidos homogéneamente en el área bajo estudio. Los SPIF se establecieron originalmente

en el año 2014 y remedidos en 2018, para formar un sistema de monitoreo forestal de la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León México. Los conglomerados del INFyS se establecieron entre 2016 y 2017 como parte del Sistema Nacional de Información y Gestión Forestal en México de la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). Se registró información para las especies arbóreas mayores de 7,5 cm de diámetro; las variables dasométricas fueron: especie, número de árboles, diámetro normal (DN), altura total (HT) y diámetro de copa (DC).

Volumen individual. Para cada una de las especies se determinó su volumen mediante la ecuación de Modelo de la Variable combinada, utilizada en el Inventario Estatal Forestal y de Suelos de Nuevo León 2014 (CONAFOR 2014), la cual se utiliza para estimar el volumen de las principales especies arbóreas en la Sierra Madre Oriental (cuadro 1).

Cuadro 1. Ecuaciones para estimar volumen rollo total a nivel especie para el estado de Nuevo León

<b>Especie</b>	<b>Ecuación</b>
<i>Abies religiosa</i> (Kunth) Schldt. & Cham.	$V = \exp(9,87472826 + 1,87766305 * \text{LN}(\text{DN}) + 1,0093322 * \text{LN}(\text{H}))$ [2]
<i>Abies vejarii</i> Martínez	
<i>Alnus oblongifolia</i> Torr.	
<i>Arbutus arizonica</i> (A. Gray) Sarg.	
<i>Arbutus glandulosa</i> M. Martens & Galeotti	
<i>Arbutus xalapensis</i> Kunth.	
<i>Juniperus deppeana</i> Steud.	
<i>Juniperus monosperma</i> (Engelm.) Sarg.	
<i>Populus mexicana</i> Wesm. ex DC.	
<i>Pseudotsuga menziesii</i> (Mirb.) Franco	
<i>Quercus acutifolia</i> Née	$V = \exp(9,82944377 + 1,9060093 * \text{LN}(\text{DN}) + 1,04047533 * \text{LN}(\text{H}))$ [3]
<i>Quercus affinis</i> Scheidw.	
<i>Quercus canbyi</i> Trel.	
<i>Quercus crassifolia</i> Bonpl.	
<i>Quercus durifolia</i> Seemen	
<i>Quercus filiformis</i> C.H. Mull.	
<i>Quercus fusiformis</i> Small	
<i>Quercus glaucoides</i> M. Martens & Galeotti	
<i>Quercus greggii</i> Trel.	
<i>Quercus laeta</i> Liebm	
<i>Quercus laurina</i> Bonpl.	
<i>Quercus mexicana</i> Humb. & Bonpl.	

<i>Quercus obtusata</i> Bonpl.		
<i>Quercus oleoides</i> Schltld. & Cham.		
<i>Quercus polymorpha</i> Schltld. & Cham.		
<i>Quercus pungens</i> Liebm.		
<i>Quercus rubescens</i> Trel.		
<i>Quercus rugosa</i> Née		
<i>Quercus rysophylla</i> Weath.		
<i>Quercus sebifera</i> Trel.		
<i>Quercus vaseyana</i> Buckley		
<i>Quercus virginiana</i> Mill.		
<i>Juglans mollis</i> Engelm. ex Hemsl.	$V=\exp(9,48686252+1,82408096*\text{LN}(\text{DN})+0,9689263$ $9*\text{LN}(\text{H}))$	[4]
<i>Pinus arizonica</i> Engelm.	$V=\exp(9,55262477+1,79669337*\text{LN}(\text{DN})+1,1295505$ $5*\text{LN}(\text{H}))$	[5]
<i>Pinus ayacahuite</i> C. Ehrenb. ex Schltld.		
<i>Pinus pseudostrobus</i> Lindl.	$V=\exp(9,4786656+1,77975727*\text{LN}(\text{DN})+1,07182675*$ $\text{LN}(\text{H}))$	[6]
<i>Pinus strobiformis</i> Engelm.		
<i>Pinus cembroides</i> Zucc	$V=\exp(9,8207876+1,89180185*\text{LN}(\text{DN})+1,08048365*$ $\text{LN}(\text{H}))$	[7]
<i>Pinus teocote</i> Schiede ex Schltld.	$V=\exp$ $(8,72641434+1,43032994*\text{LN}(\text{DN})+1,19541675*\text{LN}(\text{H}$ $))$	[8]

V: volumen (m<sup>3</sup>), LN; logaritmo natural, DN; diámetro normal (cm), H; altura total (m).

Biomasa aérea. Para la cuantificación la biomasa a nivel de especie se utilizaron las ecuaciones alométricas desarrolladas por diferentes autores (cuadro 2). Sin embargo, cuando la especie no contaron con alguna ecuación para estimar biomasa, se empleó la siguiente ecuación general (9) sugerida por (Chave *et al.* 2014).

$$B=0,0673*(\rho*DN^2*H)^{0,976} \quad [9]$$

Donde B es biomasa en Kg,  $\rho$  densidad de la madera en g/cm<sup>3</sup>, DN es diámetro normal en cm y H es la altura en m. La densidad específica de la madera fue a nivel de especie reportada en la base de Datos Globales de Densidad de la Madera (Zanne *et al.* 2009).

Cuadro 2. Ecuaciones para estimar la biomasa para diferentes especies de coníferas y hojosas en bosques del Sur de Nuevo León

Especie	Ecuación		Autor
<i>Abies religiosa</i>	$B = (0,0173) * (DN^{2,7459})$	[10]	Flores <i>et al.</i> 2011
<i>Pinus arizonica</i>	$B = (\text{Exp} (-3,573) * (DN^{2,746}))$	[11]	Návar 2010
<i>Pinus ayacahuite</i>	$B = (\text{Exp} (-3,066) * (DN^{2,646}))$	[12]	Návar 2010
<i>Pinus pseudostrabus</i>	$B = (0,35179) * (DN^2)$	[13]	Aguirre y Jiménez 2011
<i>Pinus teocote</i>	$B = (0,40196) * (DN^2)$	[14]	Aguirre y Jiménez 2011
<i>Pseudotsuga menziesii</i>	$B = (0,1354) * (DN^{2,3033})$	[15]	Návar 2009
<i>Quercus canbyi</i>	$B = (\text{Exp} (-2,3112) * (DN^{2,4497}))$	[16]	Rodríguez <i>et al.</i> 2007
<i>Quercus rugosa</i>	$B = (0,0890) * (DN^{2,5226})$	[17]	Návar 2009
<i>Quercus spp.</i>	$B = (0,45534) * (DN^2)$	[18]	Aguirre y Jiménez 2011
<i>Pinus spp.</i> , <i>Abies spp.</i>	$B = (0,1229) * (DN^{2,3964})$	[19]	Návar 2010

Donde: B= biomasa total aérea (kg), DN = diámetro normal (cm); H = altura total (m).

Contenido de carbono. Se estimó mediante un factor de conversión de biomasa (B) a carbono (C) en los fustes de las especies, considerando que el contenido de carbono promedio para *Pinus* es del 50% y *Quercus spp.* 48% (Yerena *et al.* 2012). Este factor representa la concentración de carbono promedio para coníferas y hojosas de acuerdo con las directrices del IPCC para los inventarios de gases de efecto invernadero (IPCC 2006).

Generación del Modelo. Para examinar la relación entre la Biomasa-Carbono y el Índice de Vegetación de Diferencia Normalizada (NDVI), se calculó el coeficiente de correlación de Pearson ( $\rho$ ), así como un análisis visual de los gráficos de dispersión de la relación de variables contra las variables espectrales. Las variables espectrales del NDVI se correlacionaron significativamente con la biomasa y carbono ( $p < 0,05$ ). Los diagramas de dispersión de biomasa y carbono contra los valores espectrales del NDVI fueron mejor descritos por un modelo lineal (20).

$$Y = B_0 + B_1X_1 + \dots + B_dX_d \quad [20]$$

Donde Y es la variable dependiente (Biomasa-Carbono), X la variable espectral independiente del NDVI. Los coeficientes  $B_0$  y  $B_1$  representan la intersección y la

pendiente de la parte fija del modelo, donde utilizó el 70% de los sitios y el 30% fue para su validación.

Posteriormente se aplicó el modelo lineal a las tres imágenes compuestas NDVI que cubren el área de estudio para construir un mapa de biomasa y carbono con una resolución de 30 m. Finalmente se construyó un mapa de estimación de existencias de biomasa y carbono local en 12 tipos de vegetación asociados con la distribución de *P. pseudostrobus* para el estado de Nuevo León. Cabe mencionar que el modelo se desarrolló específicamente para las áreas boscosas, sin embargo, existe una asociación con la vegetación secundaria, por lo que se extrapolo el modelo para estas áreas.

## **Resultados**

La superficie total bajo estudio fue de 502.582 hectáreas, de los cuales el: 36 % corresponde a bosque de pino-encino (BPQ), 20% bosque de pino (BP), 15% vegetación secundaria arbustiva de bosque de pino (VSa/BP), 14% bosque de encino (BQ), 11% bosque de encino-pino (BQP), 2% vegetación secundaria arbustiva de bosque de pino-encino (VSa/BPQ) y el 2% restante lo conforman la Vegetación secundaria arbustiva de bosque de encino (VSa/BQ), Vegetación Secundaria arbustiva de Bosque de Encino-Pino (VSa/BQP; 3.173 ha), Vegetación Secundaria arbustiva de Bosque de Ayarín (VSa/BS), Bosque de Ayarín (BS), Vegetación Secundaria arbustiva de Bosque de Oyamel (VSa/BA) y Vegetación Secundaria arbórea de Bosque de Pino (VSA/BP) (figura 1).

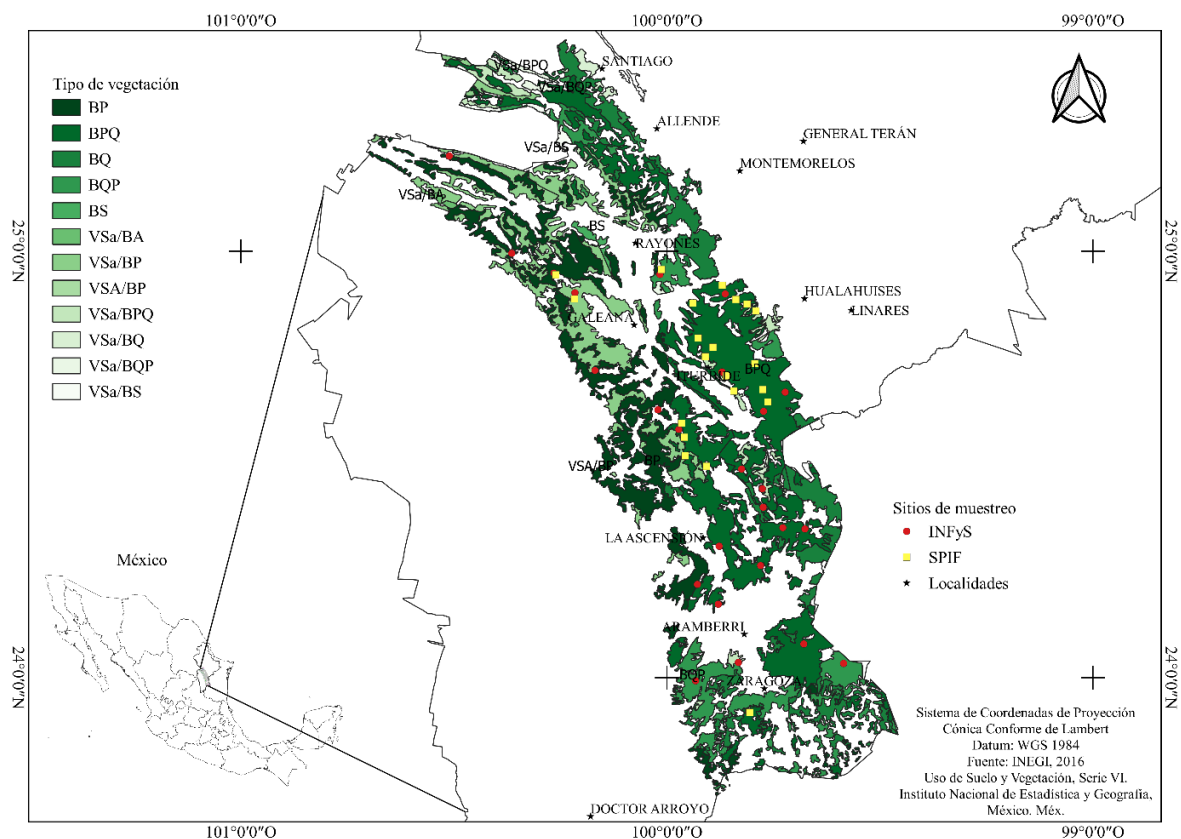


Figura 1. Tipos de vegetación estudiados y puntos de localización de los sitios de muestreo, elaboración propia basada en la carta de uso de suelo y vegetación, escala 1:250000, Serie VI (Continuo Nacional). Instituto Nacional de Estadística y Geografía. México.

En el cuadro 3 se presentan las estadísticas descriptivas de las variables de volumen, biomasa y carbono a nivel por hectárea.

Cuadro 3. Resumen estadístico de volumen, biomasa aérea y carbono vivo total

Variable	Mínimo	Media	Desv. Est	Máximo
Volumen ( $m^3/ha^{-1}$ )	23,81	112,7	73,47	325,36
Biomasa aérea ( $Mg ha^{-1}$ )	44,91	88,79	34,54	195,68
Carbono aéreo ( $Mg ha^{-1}$ )	38,95	60,89	17,27	114,34

Los valores se basan en mediciones dasométricas de los sitios (n = 57)

Volumen. La zona boscosa presentó un volumen total de  $177,19 m^3 ha^{-1}$ , con un intervalo de confianza del 95% de  $\pm 19 m^3 ha^{-1}$ . Sin embargo, el volumen para el bosque de Pino es de  $60.47 m^3 h^{-1}$  y para el bosque de Pino-encino es de  $133.82 m^3 h^{-1}$  en contraste con el bosque de Encino que presenta un volumen de  $32.96 m^3 h^{-1}$  y el bosque de encino- pino con un volumen de  $86.35 m^3 h^{-1}$ , donde la especie

*P. pseudostrobus* obtuvo el mayor volumen con 46 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> (33%), seguida por *Q. polymorpha* con 19 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> (26%) y *Q. laeta* con 11 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> (21%) (figura 2).

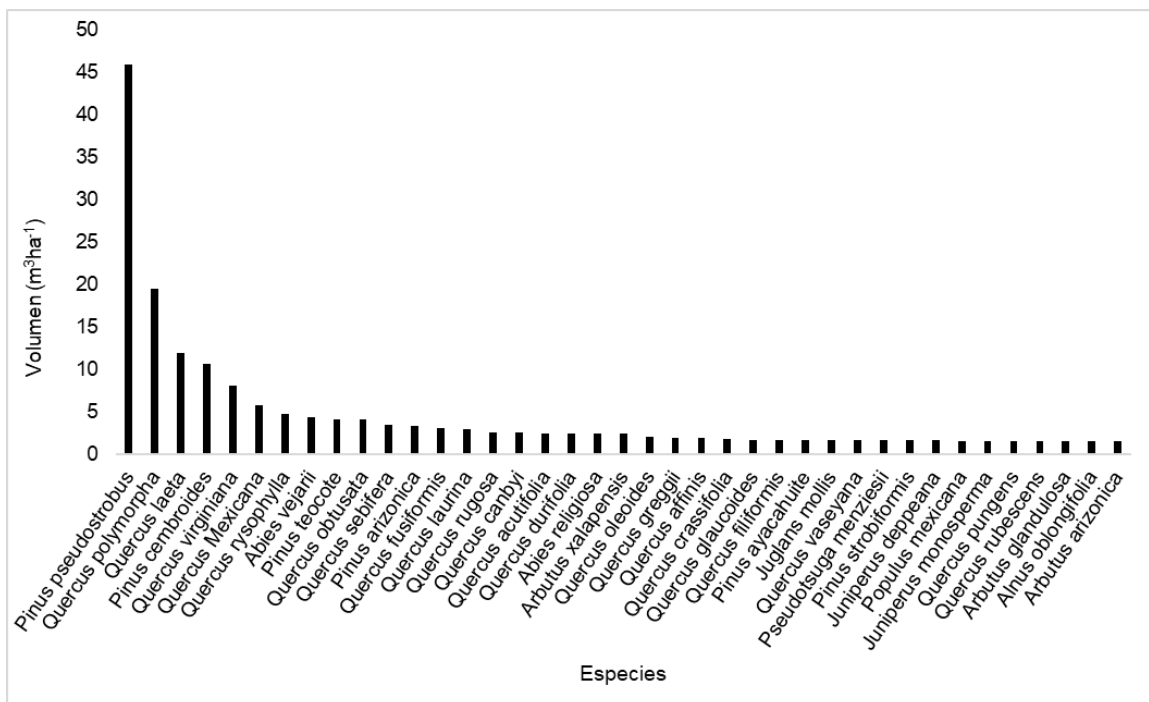


Figura 2. Distribución del volumen por hectárea de cada especie en el sur de Nuevo León, México

Relación NDVI vs Biomasa. La correlación de Pearson ( $\rho$ ) entre la variable espectral del NDVI y la biomasa se correlacionaron significativamente entre sí ( $p < 0,05$ ). Por lo tanto, este índice es un predictor útil en el modelo. El gráfico de dispersión del NDVI con respecto a la biomasa (figura 3), mostró una tendencia lineal observada. Las estimaciones de los parámetros y las estadísticas asociadas del modelo lineal se presentan en el cuadro 4, junto con las estadísticas de ajuste.

Cuadro 4. Estimaciones de parámetros del modelo de la biomasa y carbono ( $p=0,05$ ) con NDVI como predictor

	Intercepción ( $B_0$ )	Pendiente ( $B_1$ )
Modelo Biomasa	-55,31	205,35
Error estándar	51,8848	73,6273
p valor	0,095	0,007
Modelo Carbono	-11,16	102,67

Error estándar	25,9424	36,8136
P valor	0,095	0,007

---

La relación lineal entre la biomasa-carbono y el NDVI tuvo una correlación positiva con los datos espectrales de las imágenes Landsat para el secuestro de biomasa y carbono en los bosques de coníferas del estado de Nuevo León.

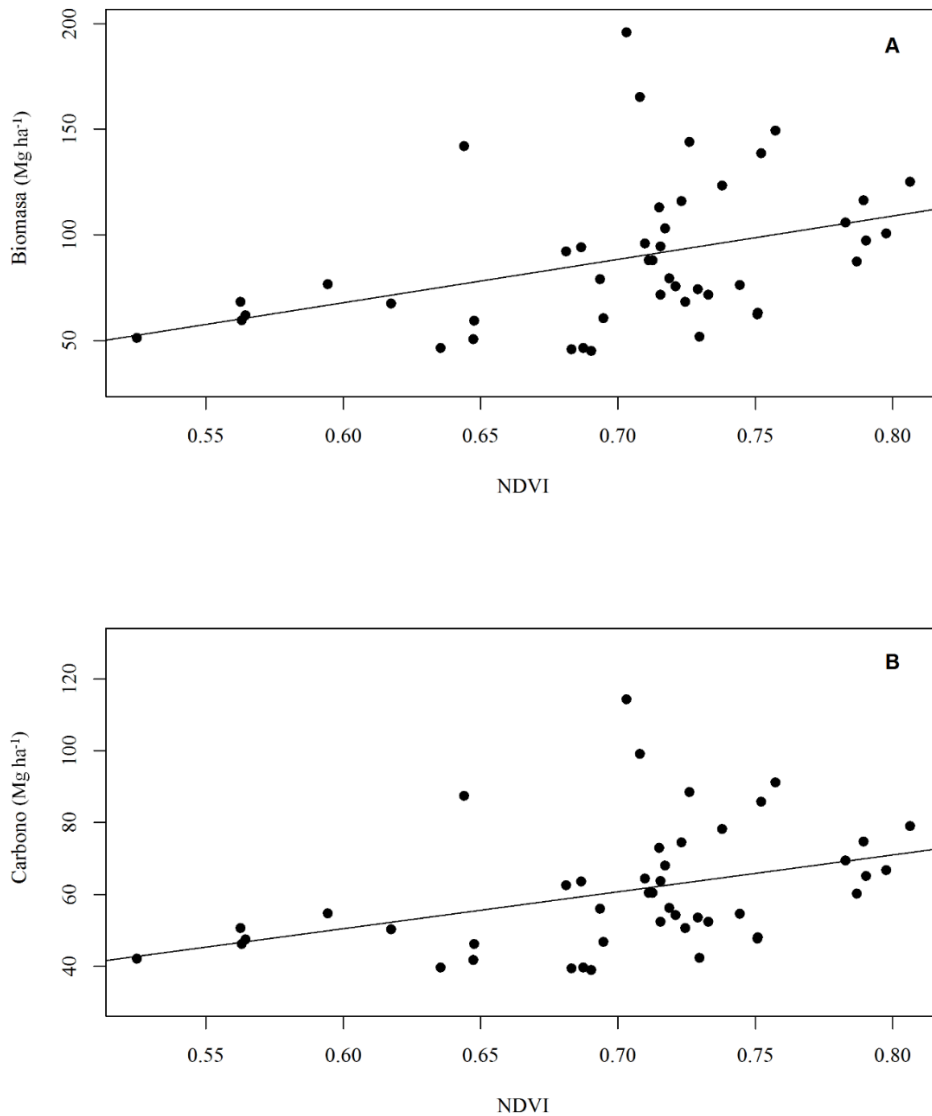


Figura 3. Gráficos de dispersión de la biomasa (A) y carbono (B) (Mg ha<sup>-1</sup>) contra el NDVI, n = 57



Biomasa y carbono. La densidad de biomasa viva total media estimada para el área de estudio fue de  $89,6 \text{ Mg ha}^{-1}$  con un intervalo de confianza del 95% de  $\pm 9,8 \text{ Mg ha}^{-1}$ . Se utilizó el mapa de carbono, desarrollado en base al modelo de la Biomasa, para estimar el carbono almacenado por tipo de vegetación y visualizar el patrón de distribución de carbono entre 12 tipos de vegetación asociadas con *P. pseudostrobus* para el año 2020 (figura 4), el carbono medio varió considerablemente entre los 12 con un rango de 8 a  $77 \text{ Mg ha}^{-1}$ . Las vegetaciones secundarias del mapa presentaron densidades de carbono menores a  $42 \text{ Mg ha}^{-1}$  (V<sub>Sa</sub>/B<sub>A</sub>; V<sub>Sa</sub>/B<sub>P</sub>; V<sub>Sa</sub>/B<sub>P</sub>). En contraste, bosques puros de encino-pino y pino-encino tienen densidades de carbono de  $60\text{--}77 \text{ Mg ha}^{-1}$ . La estimación de carbono en las áreas de asentamiento y las tierras de cultivo presentaron las tasas más bajas, y las áreas de color verde oscuro que representan bosques puros presentan valores más altos.

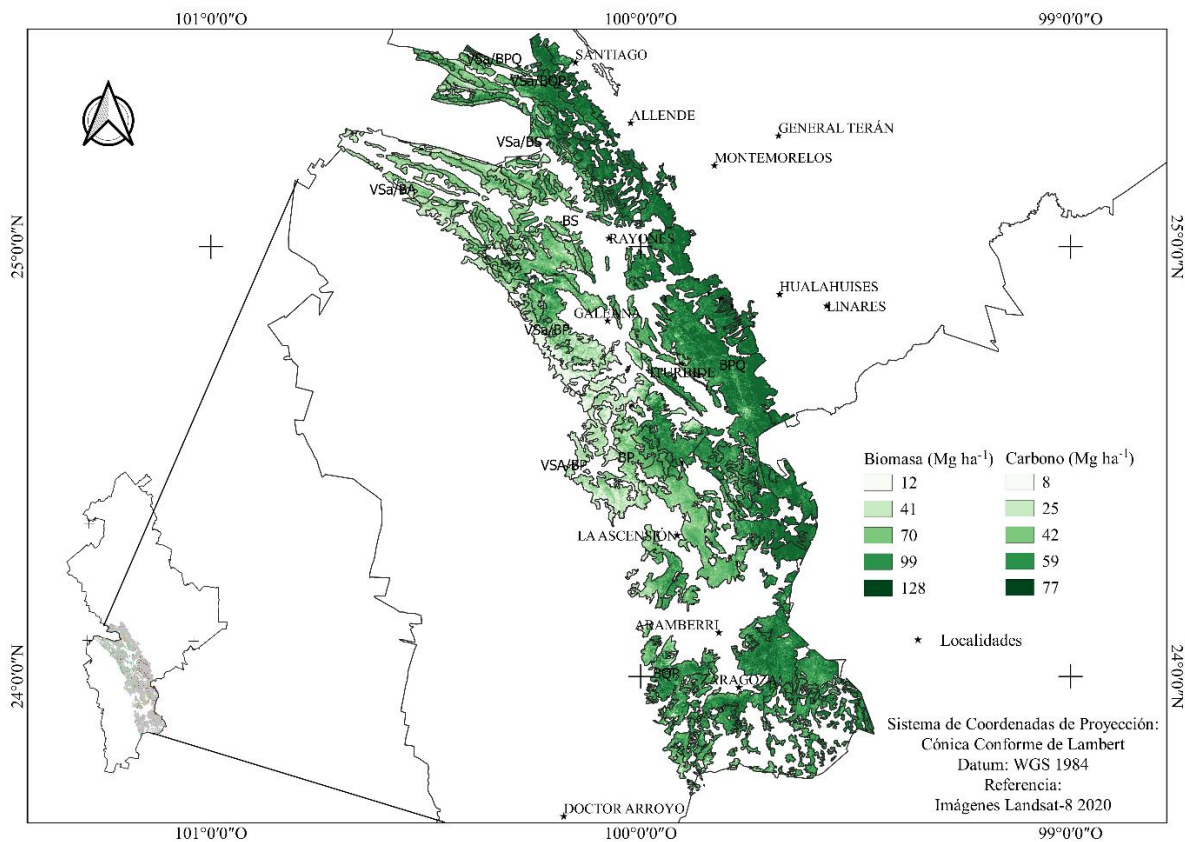


Figura 4. Mapa de densidad de biomasa y carbono vivo en los tipos de vegetación estudiados en el sur de Nuevo León, México

## Discusión

Volumen. La existencia de volumen estimado es alta en comparación con los 115 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> de volumen registrado por Nívar (2010) para los bosques templados del estado de Nuevo León, México, caso contrario para el volumen estimado por Graciano Ávila *et al.* (2019) para el bosque templado-frío de Durango, México donde el volumen es de 207,36 m<sup>3</sup>ha<sup>-1</sup>. Según Nívar y González (2009), la productividad o incremento en volumen aumenta con el índice de mezcla de pinos y encinos y por el aumento en la densidad.

La relación NDVI comparando con la Biomasa en un estudio similar en bosques templados de Durango encontró una correlación lineal múltiple significativa ( $R^2 = 0,62$ ) entre NDVI y biomasa y el carbono (Martínez Barrón *et al.* 2016), en comparación con otros estudios realizados mediante imágenes satelitales de mediana resolución en bosques de coníferas y latifoliadas presentaron una  $R^2 > 0,90$  ajustada (Liu *et al.* 2017; Reyes Cárdenas *et al.* 2019). La variabilidad en la estimación de biomasa suele depender a las condiciones del terreno (topografía, altitud, pendiente, precipitación y temperatura), como lo indican (Olthoff *et al.* 2016).

Considerando la relación de la biomasa y el carbono. Los resultados obtenidos en este estudio son similares a los obtenidos por Domínguez *et al.* (2009), donde estimaron que los valores de biomasa oscilan entre 13,34 – 99,24 Mg ha<sup>-1</sup> para bosques de encino-pino y el de pino-encino presentó un mínimo de 7,78 y un máximo de 79,11 Mg ha<sup>-1</sup> en el Sur de Nuevo León, sin embargo, son bajos en comparación con los obtenidos por (Graciano Ávila *et al.* 2019) donde estimaron 130,28 Mg ha<sup>-1</sup> de biomasa y 65,14 Mg ha<sup>-1</sup> de carbono. En un estudio realizado por Nívar (2009), encontró que el contenido de biomasa en la zona centro sur de la sierra Madre Occidental de Durango, México era de 130 Mg ha<sup>-1</sup>, un valor alto en comparación con la densidad de biomasa obtenida y la reportada por Navar (2010) para los bosques del estado de Nuevo León. La variación en los valores estimados del contenido de carbono para los 12 tipos de vegetación dependió en la composición de cada uno, la literatura reporta que el contenido de carbono en coníferas es más alto que en latifoliadas (Nívar 2009).

## Conclusiones

El rango temporal del NDVI entre los 12 meses del año 2020 de las imágenes Landsat 8 proporcionó datos adecuados para el monitoreo de la biomasa forestal y el carbono en los bosques asociados a *Pinus pseudostrobus*. Estos valores facilitaron el desarrollo de un modelo lineal simple que proporciona la base para mapear el carbono forestal y detectar su distribución espacial. Los resultados presentados aquí, es decir, el modelado y la estimación de biomasa ayudarán a estimar y detectar áreas con captura de carbono forestal bajo o alto.

## Bibliografía

- Aguirre Calderón OA, J Jiménez Pérez. 2011. Evaluación de contenido de carbono en bosques del sur de Nuevo León. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 2(6): 74-84. DOI: <https://10.29298/rmcf.v2i6.575>
- Cambrón, V. H., Suzán, H., Vargas, J. J., Sánchez, N. M. y Sáenz-Romero, C. 2013. Estrategias de crecimiento y distribución de biomasa en *Pinus pseudostrobus* bajo diferentes condiciones de competencia. *Revista Fitotecnia Mexicana* 36(1): 71-79.
- Chave J, M Réjou Méchain, A Búrquez, E Chidumayo, MS Colgan, WB Delitti, G Vieilledent. 2014. Improved allometric models to estimate the aboveground biomass of tropical trees. *Global change biology* 20(10): 3177-3190. DOI: <https://doi.org/10.1111/gcb.12629>
- Chávez Aguilar G, G Ángeles Pérez, MÁ Pérez Suárez, E López, M García Moya, C Wayson. 2016. Distribución de biomasa aérea en un bosque de *Pinus patula* bajo gestión forestal en Zacualtipán, Hidalgo, México. *Madera y bosques* 22(3): 23-36. DOI: <http://dx.doi.org/10.21829/myb.2016.2231454>
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). (2014). Estrategia nacional de manejo forestal sustentable para el incremento a la producción y productividad. México: Autor. Retrieved from [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/80220/Plan\\_acion\\_ENAIPROS\\_2013-2018.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/80220/Plan_acion_ENAIPROS_2013-2018.pdf)

- CONAFOR (Comisión Nacional Forestal, MX). 2014. Inventario Estatal Forestal y de Suelos - Nuevo León 2014. Zapopan, Jalisco, 156 p.
- Corral Rivas S, JJ Návar, FS Fernández. 1999. Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco pináceas de la región de El Salto, Durango. *Madera y Bosques* 5:53-65. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.1999.521347>
- Cuervo Robayo AP, O Téllez Valdés, MA Gómez Albores, CS Venegas Barrera, J Manjarrez, E Martínez Meyer. 2014. An update of high-resolution monthly climate surfaces for Mexico. *International Journal of Climatology* 34(7): 2427-2437. DOI: <https://doi.org/10.1002/joc.3848>
- Domínguez Cabrera G, OA Aguirre Calderón, J Jiménez Pérez, R Rodríguez Laguna, JA Díaz Balderas. 2009. Biomasa aérea y factores de expansión de especies arbóreas en bosques del sur de Nuevo León. *Revista Chapingo. Serie ciencias forestales y del ambiente* 15(1): 59-64.
- Estrada, C. A. E., Villareal, Q. J. A., Salinas, R. M. M., Encina, D. J. A., Cantú, A. C. M., González, R. H. & Jiménez, P. J. 2014. Coníferas de Nuevo León, México, libro técnico, primera edición, Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias Forestales. ISBN: 978-607-27-0348-3. pp. 108-124.
- FAO (Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura, IT), PNUMA (Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente, IT) 2020. El estado de los bosques del mundo 2020. Los bosques, la biodiversidad y las personas. Roma. DOI: <https://doi.org/10.4060/ca8642es>
- Flores Nieves P, ML López, GÁ Pérez, MDL de la Isla Serrano, GC Vásquez. 2011. Modelos para estimación y distribución de biomasa de *Abies religiosa* (Kunth) Schlttdl. et Cham: En proceso de declinación. *Revista mexicana de ciencias forestales* 2(8): 9-20.

- Fonseca González W. 2017 Revisión de métodos para el monitoreo de biomasa y carbono vegetal en ecosistemas forestales tropicales. *Revista de Ciencias Ambientales* 51:91-109. DOI: <http://dx.doi.org/10.15359/rca.51-2.5>
- García, O. 1995. Apuntes de Mensura Forestal I. Estática. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Chile. 65 p.
- Garzón, R. G. J. C., y Flores, R. L. J. (1977). Tabla normal de producción para *Pinus hartwegii* Lind. en la estación experimental Zoquiapan, México. *Chapingo*, 3, 3–13.
- Graciano Ávila G, E Alanís Rodríguez, OA Aguirre Calderón, MA González Tagle, EJ Treviño Garza, A Mora Olivo, E Buendía Rodríguez. 2019. Estimación de volumen, biomasa y contenido de carbono en un bosque de clima templado-frío de Durango, México. *Revista fitotecnía mexicana* 42(2):119-127.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía, MX). 2016. Uso de suelo y vegetación, escala 1:250000, serie VI (continuo nacional). Consultado el 20 de sep. 2020. Disponible en [http://www.conabio.gob.mx/informacion/metadatos/gis/usv250s6gw.xml?\\_htptcache=yes&\\_xsl=/db/metadatos/xsl/fgdc\\_html.xsl&\\_indent=no](http://www.conabio.gob.mx/informacion/metadatos/gis/usv250s6gw.xml?_htptcache=yes&_xsl=/db/metadatos/xsl/fgdc_html.xsl&_indent=no)
- IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change, IT). 2006. Capítulo 4: Tierras forestales. Directrices del IPCC de 2006 para los inventarios nacionales de gases de efecto invernadero. 93 p.
- Liu K, J Wang, W Zeng, J Song. 2017. Comparison and evaluation of three methods for estimating forest above ground biomass using TM and GLAS data. *Remote Sensing* 9(4). DOI: <https://doi.org/10.3390/rs9040341>
- López Pérez A, MR Martínez Menes, DS Fernández Reynoso. 2015. Priorización de áreas de intervención mediante análisis morfométrico e índice de vegetación. *Tecnología y ciencias del agua* 6(1): 121-137.

- López-Upton, J. 2002. *Pinus pseudostrobus* Lindl. In: Vozzo, J. A. (ed). Tropical Tree. Seed Manual. United States Department of Agriculture. Forest Service. USA. pp: 636-637.
- Martínez Barrón RA, OA Aguirre Calderón, B Vargas Larreta, J Jiménez Pérez, E J Treviño Garza, JI Yamallel. 2016. Modelación de biomasa y carbono arbóreo aéreo en bosques del estado de Durango. *Revista mexicana de ciencias forestales* 7(35): 91-105. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v7i35.77>
- Návar Cháidez JJ, S González Elizondo. 2009. Diversidad, estructura y productividad de bosques templados de Durango, México. *Polibotánica* 27:71-87.
- Návar JJ. 2009 Allometric equations for tree species and carbon stocks for forests of northwestern Mexico. *Forest Ecology and Management* 257:427-434: DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2008.09.028>
- Návar JJ. 2010. Los bosques templados del estado de Nuevo León: el manejo sustentable para bienes y servicios ambientales. *Madera y Bosques* 16:51-69. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2010.1611179>
- Olthoff AE, C Martínez Ruiz, JG Alday. 2016. Patrones de distribución de especies arbustivas respecto a arbóreas a lo largo de un gradiente ambiental atlántico-mediterráneo: una aproximación a partir de datos del tercer Inventario Forestal Nacional. *Ecosistemas* 25(3): 22-34. DOI: [10.7818/ECOS.2016.25-3.03](https://doi.org/10.7818/ECOS.2016.25-3.03)
- Reyes Cárdenas O, EJ Treviño Garza, J Jiménez Pérez, OA Aguirre Calderón, LG Cuéllar Rodríguez, JG Flores Garnica, A Cárdenas Tristán. 2019. Modeling forest aboveground biomass using deterministic and stochastic techniques. *Madera y Bosques* 25(1): 1-10. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2019.2511622>

- Rodríguez LR, JJ Pérez, OA Calderón, EJ Ybarra. 2007. Ecuaciones alométricas para estimar biomasa aérea en especies de encino y pino en Iturbide, N. L. *Ciencia Forestal en México* 32 (101): 39-56.
- Rueda, S. A. Ramírez, O. G., Ruiz, C. J. A., Moreno, S. F., González, H. A., Martínez, B. O. U., Sáenz, R. J. T., Muñoz. F. H. J., Molina, C. A., & Jiménez, E. V. M. 2013. Requerimientos agroecológicos de especies forestales. Libro técnico Núm. 4. INIFAP, Campo Experimental, Centros Altos de Jalisco. Tepatitlán de Morelos, Jalisco, Méx. ISBN: 978-607-37-0157-0. pp. 87-95.
- Sáenz, R. J. T., Muñoz F. H. J. y Rueda S. A. 2011. Especies Promisorias de Clima Templado para Plantaciones Forestales Comerciales en Michoacán. Libro Técnico Núm. 10. SAGARPA-INIFAP-CIRPAC. Campo Experimental Uruapan. Uruapan, Michoacán, México. 213 p.
- Sayre R, M Martin, D Karagulle, C Frye, S Breyer, D Wright, K Butler, K VanGraafeiland, T Boucher, J McGowan, J Touval, NH Wolff, L Sotomayor, ET Game, H Possingham. 2020. World Terrestrial Ecosystems. *Encyclopedia of the World's Biomes* 31-34. DOI: <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-409548-9.12474-1>
- Sígala, R. J. Á., González, T. M. A., & Prieto, R. J. Á. 2015. Supervivencia en plantaciones de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en función del sistema de producción y preacondicionamiento en vivero. *Revista mexicana de ciencias forestales*, 6(30): 20-31.
- Tamarit U., J. C. 2013. Cubicación, crecimiento y rendimiento maderable e inventario operativo para *Tectona grandis* en el sureste de México. Tesis Doctoral. Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo, Estado de México, México. 95 p.
- Yerena Yamallel JI, J Jiménez Pérez, OA Aguirre Calderón, EJ Treviño Garza, E Alanís Rodríguez. 2012. Concentración de carbono en el fuste de 21 especies de coníferas del noreste de México. *Revista mexicana de ciencias forestales* 3(13): 49-56. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v3i13.488>

Zanne AE, G Lopez Gonzalez, DA Coomes, J Ilic, S Jansen, SL Lewis. 2009. Data from: Towards a worldwide wood economics spectrum. Dryad Digital Repository. DOI: <https://doi.org/10.5061/dryad.234>

## **CAPÍTULO II. MODELACIÓN DEL PERFIL FUSTAL DE ÁRBOLES DE *PINUS PSEUDOSTROBUS* LINDL. DEL SUR DEL ESTADO DE NUEVO LEÓN, USANDO MODELOS DE AHUSAMIENTO DE TIPO SEGMENTADO**

### **Resumen**

Las ecuaciones de ahusamiento permiten describir el perfil fustal, diámetros y alturas para estimar el volumen a cualquier sección del árbol, y clasificar los productos de acuerdo con su dimensión, esto es útil para la toma de decisiones en el manejo forestal. El objetivo del presente trabajo fue evaluar el ajuste estadístico de cinco modelos de ahusamiento y seleccionar el que mejor describa el perfil fustal de *P. pseudostrobus* de la Unidad de Manejo Forestal 1901 en el sur del Estado de Nuevo León, México, la muestra consistió en 100 árboles de diferentes categorías de diámetro y altura obtenida de las áreas de aprovechamiento forestal mediante muestreo dirigido. Los árboles fueron seleccionados a través de un muestreo dirigido, los fustes de cada árbol se midieron a diferentes alturas de forma indirecta por el método no destructivo con el apoyo del dendrómetro electrónico Criterion™ RD 1000. El ajuste de los modelos se realizó por máxima verosimilitud con información completa (FIML), la evaluación y selección del mejor modelo se realizó comparando los valores de los estadísticos coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ), la raíz cuadrada media del error (REMC) el sesgo, el criterio de información de Akaike (AIC), se consideró la suma de cuadrado del error (SCE), el cuadrado medio del error (CME), el valor de verosimilitud (LogLik) y se generó un criterio de calificación que consistió en jerarquizar cada estadístico de cada modelo asignando valores consecutivos del uno al cinco en función al orden de importancia, siendo el mejor el que presentó el valor más bajo en la calificación total. Como resultado el modelo de Fang *et al.* (2000) es el mejor, por presentar la mayor precisión, el menor sesgo y por describir el ahusamiento del fuste observado de manera adecuada.



**Palabras clave:** Ahusamiento, diámetro normal, altura comercial, cuerpos dendrométricos.

### **Abstrac**

The taper equations allow describing the stem profile, diameters and heights to estimate the volume of any section of the tree, and classify the products according to their dimension, this is useful for decision making in forest management. The objective of this work was to evaluate the statistical adjustment of five taper models and select the one that best describes the stem profile of *P. pseudostrobus* from the Forest Management Units 1901 and 1902 in the south of the State of Nuevo León, Mexico, the sample consisted of 100 trees of different categories of diameter and height obtained from the areas of forest use through directed sampling. The trees were selected through directed sampling, the stems of each tree were indirectly measured at different heights by the non-destructive method with the support of the Criterion™ RD 1000 electronic dendrometer. The adjustment of the models was carried out by maximum likelihood with complete information (FIML), the evaluation and selection of the best model was carried out by comparing the values of the adjusted coefficient of determination statistics ( $R^2_{adj}$ ), the mean square root of the error (REMC), the bias, the Akaike information criterion (AIC), the sum of the square of the error (SCE), the mean square of the error (CME), the likelihood value (LogLik) was considered and a qualification criterion was generated that consisted of rank each statistic of each model assigning consecutive values from one to five according to the order of importance, the best being the one that presented the lowest value in the total score. As a result, the model of Fang et al. (2000) is the best, for presenting the highest precision, the least bias and for describing the observed shaft taper adequately.

**Key words:** Taper, normal diameter, commercial height, dendrometric bodies.

## Introducción

Las variaciones que se tienen a lo largo del fuste del árbol, a causa de las condiciones ambientales, topográficas y al tipo de manejo aplicado para su aprovechamiento, hace difícil crear modelos que se apliquen a una especie en general y en áreas grandes, inclusive, resulta difícil aplicar un solo modelo a todos los fustes de un solo rodal, es por ello que, Larson (1963) sugiere elaborar modelos que describan el perfil fustal para especies en específico y para pequeñas áreas, ya que el crecimiento es diferente entre especies y de un lugar a otro.

La información obtenida a partir de los modelos es de gran importancia en el manejo forestal; sin embargo, su aplicación se basa en verificaciones y validaciones cuantitativas y cualitativas del comportamiento del modelo, lo que caracteriza su complejidad (Salas y Real, 2013).

Las funciones de ahusamiento que describen el perfil del fuste representan una alternativa en la estimación precisa de las dimensiones y los volúmenes maderables comerciales de cualquier sección del fuste (Lopez et al., 2016). En el pasado, generalmente el volumen total de árboles individuales fue estimado con ecuaciones compactas o con tablas volumétricas y los volúmenes comerciales fueron estimados con ecuaciones volumétricas calibradas por medio de índices sencillos (Lynch et al., 2017; Clutter, 1983).

La descripción del perfil fustal de un árbol mediante un modelo matemático resulta útil cuando se está interesado en cuantificar secciones a lo largo del fuste y diámetros variables, debido a la dificultad práctica que presenta la medición de estos atributos en árboles en pie.

El volumen comercial, puede estimarse con una ecuación de proporción del volumen total que puede estar en función de la forma del fuste (Honer, 1964), una forma alternativa de estimar tal volumen o diámetros de cualquier sección del fuste es a través de ecuaciones de ahusamiento caracterizados por funciones matemáticas (Kosak et al., 1969; Ormerod, 1973; Max y Burkhart, 1976).

Definida la ecuación de ahusamiento es posible, mediante su integración matemática, obtener estimaciones del volumen total o parcial del fuste a cualquier longitud o diámetro mínimo deseado, siendo el ahusamiento el coeficiente de estrechamiento del diámetro a lo largo del fuste. Es posible estimar directamente mediante una ecuación el diámetro a cualquier altura o la altura a cualquier diámetro (Lynch et al., 1992; Torres et al., 1993).

La ventaja de modelar todo el fuste a través de una expresión única es que los modelos resultantes son fáciles de ajustar y usar; habitualmente se integran con facilidad para transformarlos en ecuaciones de volumen, pueden en muchos casos reordenarse para el cálculo de alturas comerciales (Prodan et al., 1997).

La generación de este tipo de herramientas para aplicar silvicultura cuantitativa es pieza clave en el proceso de toma de decisiones técnicas y en las actividades de planeación, manejo, evaluación y aprovechamiento de los recursos forestales de la UMAFOR 1901.

### **Objetivo**

Evaluar el ajuste estadístico de cinco modelos de ahusamiento de tipo segmentado y seleccionar el que mejor describa el perfil fustal de *P. pseudostrobus*.

### **Materiales y métodos**

El estudio se realizó en los Bosques Templados de Pino, Encino, Pino-Encino y Encino-Pino de las Unidades de Manejo Forestal (UMAFOR) con clave 1901 y 1902 en el sur del estado de Nuevo León México, entre las coordenadas de 23°42' y 25° 30' de latitud norte y los 96° 30' y 100° 48' de longitud oeste (Figura 1). El intervalo altitudinal varía de 1000 hasta los 3 600 m, la temperatura medio anual oscila entre 7 y 22 °C, y la precipitación media anual de 411 a 1058 mm (Cuervo-Robayo et al., 2014).

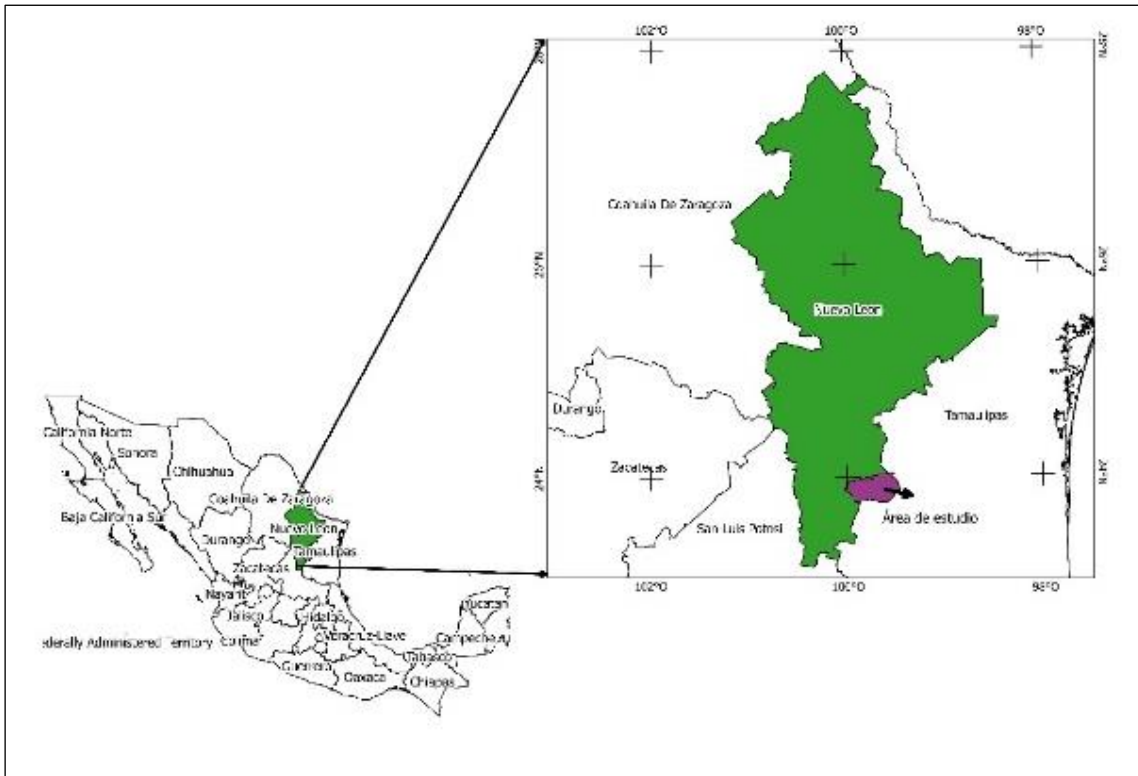


Figura 1. Mapa de ubicación del área de estudio

Los árboles utilizados para generar la base de datos fueron obtenidos de las UMAFORES 1901 y 1902 pertenecientes al sur del estado de Nuevo León México. La muestra consistió en 100 árboles de *Pinus pseudostrobus* de diferentes categorías de diámetro y altura, obtenida de las áreas de aprovechamiento forestal tomando como criterio para establecer el número de la muestra una distribución cercana a una normal estándar. Los árboles fueron seleccionados a través de un muestreo dirigido, los fustes de cada árbol se midieron a diferentes alturas de forma indirecta por el método no destructivo con el apoyo del dendrómetro electrónico Criterion™ RD 1000, las variables medidas fueron: diámetro con corteza (d) y alturas (HM) en cada sección y se midieron las siguientes variables: diámetro normal (D, en cm), altura total (H, en m), diámetro de todas las ramas mayores a los 5 cm en diámetro a la base. Se colectaron 1,535 pares de observaciones diámetro-altura distribuidos a lo largo de los fustes. En el cuadro 1 se presentan las estadísticas básicas descriptivas de las variables analizadas de la muestra de árboles.

En el Cuadro 1 se presentan las estadísticas básicas descriptivas de las variables analizadas de la muestra de árboles.

Cuadro 1. Estadísticos de las variables medidas en la muestra de árboles trabajada

<b>Variable</b>	<b>Máximo</b>	<b>Medio</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Desviación estándar</b>
Diámetro normal (cm)	80.8	39.65	19.6	12.52
Altura total H (m)	20.8	15.31	7	2.89
Altura HM de la sección a partir del tocón (m)	20.8	6.56	0.3	5.29
Diámetro d con corteza (cm) a la altura HM	86.1	27.95	0	16.93
Volumen acumulado con corteza (m <sup>3</sup> ) VAC	4.74	0.94	0	1.06

### **Cubicación**

La cubicación de las secciones de las trozas se calculó con la fórmula de Smalian y para cubicar la punta del fuste y las ramas se usó la fórmula del raberón o cono.

Formula de Smalian:

$$V_{troza} = \frac{\pi}{4} \left( \frac{d_{inf}^2 + d_{sup}^2}{2} \right) l$$

Formula del Raberón (Cono)

$$v_{raberón} = \frac{1}{3} \frac{\pi}{4} d_{inf}^2 l$$

Donde:

*d*: diámetro

*l*: longitud

## Análisis de los datos

La información de las variables del ahusamiento y del volumen acumulado para cada árbol muestreado fue observada en forma gráfica, esto permitió corregir y depurar la base de datos hasta obtener los comportamientos y tendencias lógicas como se muestra en la Figura 2.

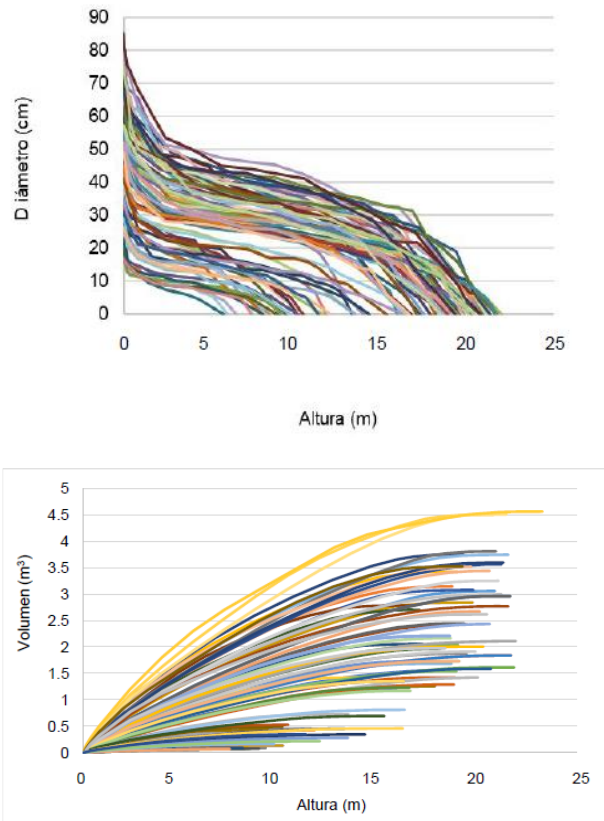


Figura 2. Comportamiento del diámetro y el volumen acumulado con respecto a la altura del fuste

## Modelos de ahusamiento

Los modelos de ahusamiento de tipo segmentado evaluados para describir el perfil fustal de los árboles fueron los desarrollados por por Max y Burkhart (1976), Parresol *et al.* (1987), Zepeda y Domínguez (1997), Fang *et al.* (2000) y Zhang *et al.* (2002) (1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente) que se presentan en el cuadro 2.

Cuadro 2. Modelos de ahusamiento de tipo segmentado evaluados para describir el perfil fustal *P. pseudostrobus*

Modelo	Función
1	$d = D [\beta_1(q - 1) + \beta_2(q^2 - 1) + \beta_3(P_1 - q)^2 I_1 + \beta_4(P_2 - q)^2 I_2]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; \text{ de lo contrario } 0$ $I_2 = 1 \text{ si } q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0$
2	$d = D[z^2(\beta_1 + \beta_2 z) + (z - p_1)^2 (B_3 + B_4(z + 2p_1))] I_1^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } z \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0$
3	$d = D[B_1 X + B_2 X^2 + B_3(p_1 - X) I_1 + B_4(p_2 - X)^2 I_2]$ $I_1 = 1 \text{ si } X \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0$
4	$d = c_1 \left[ H^{\frac{K-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0$ $I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0$
5	$d = DH^{(k_1-B_1)/2B_1} [a^{I_1} (1-q)^{(k_1-B_1)^{1-I_1} B_2^{I_1}} / (B_1^{1-I_1} B_2^{I_1})]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } q > p_1 \text{ y } 0 \text{ si } q \leq p_1$

Donde:

D = diámetro normal (m), d = diámetro superior (cm) a la altura h (m) desde el nivel del tocón y H = altura total de los árboles (m).

$$a = (1 - p_1)^{k(B_2 - B_1)/B_1 B_2}, H' = H/(H - 1.3), k = \pi/40000, k_1 = \pi/8$$

$$q = HM/H, r_0 = (1 - hb/H)^{K/B_1}, r_1 = (1 - p_1)^{k/B_1}, r_2 = (1 - p_2)^{k/B_2}$$

$$X = (H - HM)/(H - 1.3), z = (H - HM)/H$$

$$c_1 = (a_0 D^{a_1} H^{a_2 - \frac{k}{B_1}} / B_1 (r_0 - r_1) + B_2 (r_1 - \alpha_1 r_2) + B_3 \alpha_1 r_2)^{1/2}$$

$$\alpha_1 = (1 - p_1)^{k(B_2 - B_1)/B_1 B_2}, \alpha_2 = (1 - p_2)^{k(B_3 - B_2)/B_2 B_3}, \beta = B_1^{1-(I_1+I_2)} B_2^{I_1} B_3^{I_2}$$

$a_0$ - $a_2$ ,  $B_1$ - $B_4$ ,  $c_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  parámetros a ser estimados.

$I_1, I_2$ : Son variables indicadoras sobre el cambio del cuerpo dendrómico del fuste.

### Análisis estadístico

El ajuste de los modelos se realizó por máxima verosimilitud con información completa (FIML) utilizando el procedimiento MODEL del paquete estadístico SAS/ETS® (Statistical Analysis System Institute, v9.0). La evaluación y selección del mejor modelo se realizó comparando los valores de los estadísticos coeficiente de

determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ), la raíz cuadrada media del error (REMC) el sesgo, y el criterio de información de Akaike (AIC) calculados como se muestra en el cuadro 3.

Cuadro 3. Estadísticos evaluados para la selección y comparación del modelo con mejor ajuste

Estadístico	Ecuación
Coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ )	$R^2_{adj} = 1 - \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-p) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$
Raíz cuadrada media del error (REMC)	$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}}$
Sesgo	$Sesgo = \sum_{i=1}^n \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{n}$
Criterio de información Akaike (AIC)	$AIC = 2p + n \ln \left( \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \right)$

Donde  $Y_i, \hat{Y}_i$  y  $\bar{Y}_i$  son los valores observados, estimados y promedios del ahusamiento,  $n$  = número total de observaciones,  $p$  = número de parámetros del modelo.

También se consideró la suma de cuadrado del error (SCE), el cuadrado medio del error (CME), el valor de verosimilitud (LogLik). Aunado a esto se generó un criterio de calificación que de acuerdo con Sakici *et al.* (2008) consistió en jerarquizar cada estadístico de cada modelo asignando valores consecutivos del uno al cinco en función al orden de importancia (uno al mejor valor del estadístico y cinco al valor más pobre), la sumatoria de los valores determino la calificación total a cada modelo y por comparación se identificó el mejor modelo, siendo el mejor el que presentó el valor más bajo en la calificación total y también se realizó un comparativo gráfico de los residuales.

## Resultados

Los modelos 1, 3 y 4 tienen la característica de presentar dos puntos de inflexión ( $p_1$  y  $p_2$ ) sobre la altura relativa del fuste. En el Cuadro 4 se presentan los valores de los parámetros de los modelos ajustados, todos resultaron altamente significativos, excepto  $B_3$  y  $B_4$  para el modelo 2 y  $p_1$  para el modelo 5. El modelo 1



el primer punto de inflexión lo estima al 6% y el segundo punto de inflexión al 91%. el modelo 3 estima el  $p_1$  al 34 % y el  $p_2$  fue fijado al 88 % y el modelo 4 indica que el primer punto de inflexión en donde ocurre el cambio de neiloide a paraboloides es al 6% de la altura total, mientras que el segundo punto de inflexión en donde ocurre el cambio de paraboloides a cono lo estima al 80%, estos resultados sugieren que los fustes de esta especie se conforman de tres cuerpos dendrométricos (neiloide, paraboloides y cono), en tanto que los modelos 2 y 5 presenta un punto de inflexión el cual fue fijado al 81% y 1% para lograr la convergencia.

Cuadro 4. Valores y significancia estadística de los coeficientes de los modelos ajustados para describir el perfil diamétrico de *P. pseudostrobus*

Modelo	Parámetros de los modelos ajustados					
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$P_1$	$P_2$
1	-12.3962	6.11187	113.899	-6.56891	0.06896	0.91611
$\epsilon$	2.05	1.791	8.7635	1.5896	0.00351	0.0146
$\infty$	<.0001	0.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
2	2.075012	-0.97384	-217.359	89.3972	0.8124	
$\epsilon$	0.0723	0.1068	145.3	58.7052	0.0854	
$\infty$	<.0001	<.0001	0.1631	0.1334	<.0001	
3	2.52413	-3.1922	3.02561	13.9454	0.34132	0.88796
$\epsilon$	0.0504	0.1762	0.1671	0.8425	0.0194	0.00712
$\infty$	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
4*	0.000057	0.000041	0.000026		0.061529	0.80674
$\epsilon$	1.466E-07	3.39E-07	8.09E-07		0.00182	0.00667
$\infty$	<.0001	<.0001	<.0001		<.0001	<.0001
5	0.090161	0.154330			0.01977	
$\epsilon$	0.0130	0.0012			0.0203	
$\infty$	<.0001	<.0001			0.3305	

$\epsilon$ : error estándar de los parámetros;  $\infty$ : nivel de significancia de los parámetros

\*valores de los parámetros  $a_0, a_1, a_2$  de 0.000063, 1.706496 y 1.07213 respectivamente.

Con base a los criterios de bondad de ajuste y el sistema de calificación implementado que se muestra en el Cuadro 5, se observa que el modelo 4 correspondiente a Fang et al. (2000) tiene mejor calidad de ajuste respecto a los otros modelos al presentar una calificación más baja, y por presentar el valor más alto en la  $R^2_{adj}$ , que es indicativo que el modelo explica en mayor grado la variabilidad total presente en la variable dependiente, la segunda más alta precisión en las estimaciones mostrando valores menores en la SCE, CME, RECM y verosimilitud, además de una alta significancia en cada uno de sus parámetros, por

lo que se considera como el apropiado para describir el perfil diamétrico para los árboles de *P. pseudostrobus* en función del diámetro normal, la altura del tocón y altura total. El segundo mejor modelo fue el modelo 1 que corresponde al de Max y Burkhart (1976).

Cuadro 5. Estadísticas de bondad de ajuste de los seis modelos evaluados para describir el perfil diamétrico de *P. pseudostrobus*

Modelo	Estadísticos de ajuste y calificaciones respectivas							Calif total
	SCE	CME	RCME	R <sup>2</sup> <sub>adj</sub>	Sesgo	AIC	LogLik	
1	1424.7 (2)	8.24 (2)	2.87 (2)	0.97 (2)	0.29 (4)	3683.4 (2)	-4284 (2)	16
2	4132.9 (5)	23.91 (5)	4.88 (5)	0.92 (5)	1.21 (5)	5547.2 (5)	-5207 (5)	35
3	1487.2 (3)	8.60 (3)	2.93 (3)	0.97 (3)	0.02 (2)	3758.2 (3)	-4321 (3)	20
4	1228.6 (1)	7.12 (1)	2.66 (1)	0.97 (1)	-0.00 (1)	3428.1 (1)	-4156 (1)	7
5	4035.1 (4)	23.32 (4)	4.82 (4)	0.93 (4)	0.22 (3)	5501.6 (4)	-5186 (4)	27

Al graficar los residuales contra los valores predichos del ahusamiento para los modelos 1 y 4 (figura 3), se observa que el modelo de Fang et al. (2000) es el mejor y más sobresaliente, ya que presenta una mejor distribución aleatoria en los residuales, además de que la escala de distribución es comparativamente menor, lo que indica menor sesgo en las estimaciones.

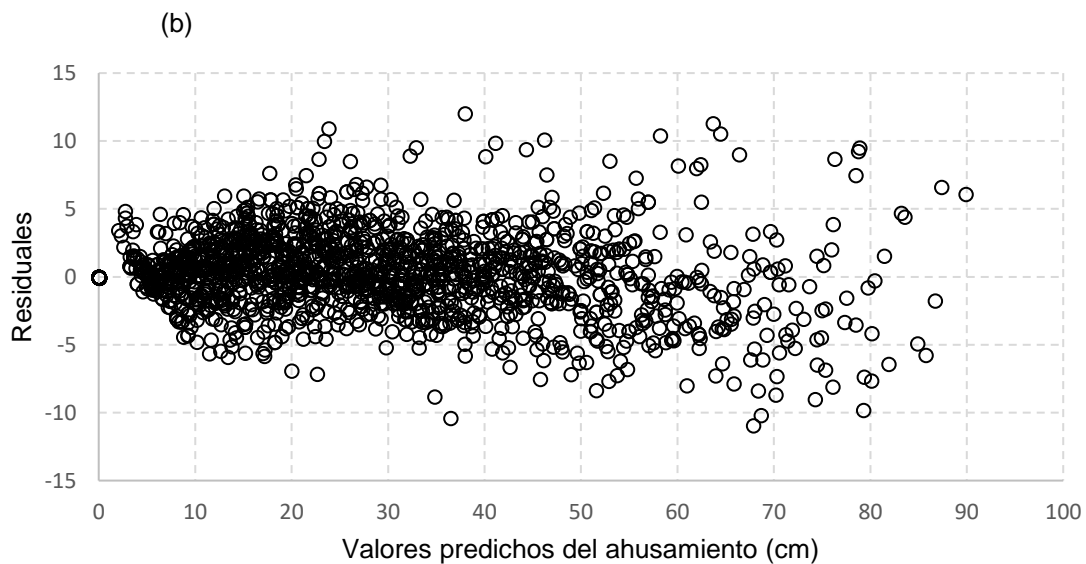
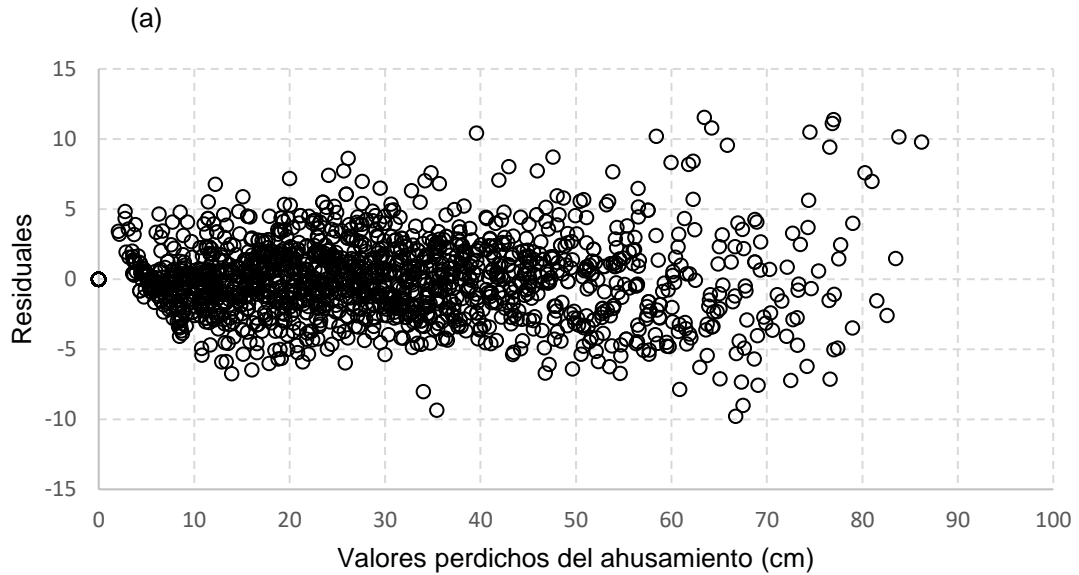


Figura 3. Gráfica de residuales vs los valores predichos de diámetro del fuste (d) para los modelos a) Fang et al. (2000) y b) Max y Burkhart (1967).

## Discusión

En los sistemas 1, 3 y 4 los puntos de inflexión no se relacionan. Resultados similares fueron reportados por Garcia (2019) para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* que se desarrollan en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán donde muestra que el sistema 1 estima el primer punto de inflexión en donde ocurre el cambio de neiloide a paraboloides es al 8% de la altura total, el segundo punto en

el que sucede el cambio de paraboloides a cono ocurre al 82%. El sistema 2 estima el  $p_1$  al 10 %, el  $p_2$  fue fijado al 88 %. El sistema 3 presenta un punto de inflexión el cual fue fijado al 54% para lograr la convergencia en comparación con los resultados obtenidos en los modelos 2 y 5 de este trabajo, y el modelo 4 estima el  $p_1$  al 25 % de la altura total, el  $p_2$  a 91 %, mientras que Hernández et al. (2013) determinan para *P. patula* que crece en Zacualtipán, Hidalgo que los puntos de inflexión para el modelo de Fang et al. (2000) ocurren a 1.34% de la altura del árbol, cerca de la base, y a 82.3% de la altura relativa sobre el fuste, en tanto que para el modelo de Max y Burkhart (1976), los puntos de cambio de cuerpo dendrométrico ocurren a 10.7 y 88.3% de altura relativa por su parte, Diéguez et al. (2006) para *P. sylvestris* L. en el noreste de España, quienes determinan que tales puntos ocurren al 10.3 y 60.7% para el modelo de Fang et al. (2000) en la altura relativa del fuste y para el sistema de Max y Burkhart (1976) al 14 y 70% de altura relativa.

Por otra parte los resultados obtenidos son similares a los reportados por Li y Weiskittel (2010) para árboles de *Abies balsamea*, *Picea rubens* y *P. strobus* localizados en bosques naturales en la región Acadian de Norte América en todos los casos  $p_1$  se estima por abajo del 10 % de la altura total y  $p_2$  entre el 54 - 89 %, lo que adicionalmente revela que el modelo de Fang et al. (2000) es lo suficientemente flexible para aplicarlo en la descripción del ahusamiento del fuste tanto de árboles de especies latifoliadas como de coníferas de diferentes regiones ecológicas.

En relación con los criterios de ajuste, los resultados se asemejan a los reportados por Tamarit et al. (2014) en donde evaluaron la capacidad de ajuste de seis modelos donde muestran que el modelo de Fang et al. (2000) fue superior a los otros por presentar la calificación más baja según el criterio de jerarquización Sakici et al. (2008), el segundo mejor modelo fue el de Max y Burkhart (1976).

## **Conclusiones**

De los cinco modelos de ahusamiento de tipo segmentado evaluados para describir el perfil fustal de los árboles de *P. pseudostrobus* se determinó que el modelo de

Fang *et al.* (2000) tuvo la mejor calidad de ajuste ya que comparativamente tuvo la más alta precisión, el menor sesgo y la mejor calidad de parámetros.

Habiendo calculado con nuestros datos de campo el segundo punto de inflexión por arriba del 80% de proporción de  $h/H$ , da pie a sugerir la posibilidad que un modelo segmentado con un solo punto de inflexión sea más adecuado para modelar este tipo de árboles. Si se toma en cuenta que los datos usados en el estudio corresponden a árboles provenientes de un bosque natural.

Con el modelo de ahusamiento seleccionado para esta especie, se da a los encargados del manejo técnico una herramienta más eficiente para modelar y describir el perfil fustal y con ello derivar un sistema de cubicación que permita estimar el volumen total y comercial por tipo de producto.

## **Bibliografía**

Clutter, J. L., Forston J. C., Pienaar L.V., Brister G. H., and Bailey R. L. 1983. Timber Management a Quantitative Approach. John Wiley & Sons Inc. USA. 333 p.

Cuervo Robayo A. P., Téllez Valdés O., Gómez Albores M. A., Venegas Barrera C. S., Manjarrez J., Martínez Meyer E. 2014. An update of high-resolution monthly climate surfaces for Mexico. International Journal of Climatology 34(7): 2427-2437. DOI: <https://doi.org/10.1002/joc.3848>

Diéguez, A. U., Grandas A. J. A., Álvarez, G. J. G. and Gadow K. V. 2006. Site quality curves for birch stands in north-western Spain. Silva Fennica vol. 40 no. 4 article id 319.

Fang, Z., Borders B. E. and Bailey R. L. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. For. Sci. 46: 1-12.

García-Espinoza, G. G., Aguirre-Calderón, O. A., Vargas-Larreta, B., Martínez-Ángel, L., García-Magaña, J. J., & Hernández-Ramos, J. (2019). Sistema Compatible de Ahusamiento y Volumen Comercial de *Pinus Pseudostrobus* Lindl. En Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. Agrociencia, 53(1), 115-131.

- Hernández D, De los Santos HM, Ángeles G, Valdez JR, Volke, V.H. 2013. Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* schltl. et cham. En Zacualtipán, Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 4(16): 35-45 p.
- Honer, T. G. 1964. The use of height and squared diameter ratios for the estimation of cubic foot volumen. *For. Chron.* 40: 324-331.
- Kozak, A., Munro D.D. and Smith J. H. G., 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chron* 45: 278-283.
- Larson, P. R. 1963. Stem Form Development of Forest Trees, *Forest Science* , Volumen 9, Edición suppl\_2, junio, 1963, pp. 01–42, Doi: <https://doi.org/10.1093/forestscience/9.s2.a0001>
- Li, R. and Weiskittel A. R. 2010. Comparison of model forms for estimating for stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. *Ann. For. Sci.* 67(3): 302.
- López-Sánchez, C. A., Rodríguez-Soalleiro, R., Castedo-Dorado, F., CorralRivas, S., & Álvarez-González, J. G. (2016). A taper function for *Pseudotsuga menziesii* plantations in Spain. *Southern Forests: a Journal of Forest Science*, 78(2), 131-135. Doi:10.2989/20702620.2015.1136505
- Lynch, T. B., Chang T. S., and Chandler P. J. 1992. Estimation of individual tree volume by importance sampling and antithetic variates from the cylindrical shells integral. *Can. J. For. Res.* 22: 326-335.
- Lynch, T. B., Zhao, D., Harges, W., & McTague, J. P. (2017). Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. *Canadian Journal of Forest Research*, 47(10), 1424-1431. Doi:10.1139/cjfr-2017-0108
- Max, T. A. and Burkhart H. E. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.* 22: 283-289.
- Ormerod, D. W. 1973. A simple bole model. *For. Chron.* 49: 136-138.

- Parresol, B., Hotvedt J. and Cao Q. 1987. A volume and taper prediction system for bald cypress. *Can. J. For. Res.* 17(3): 250-259.
- Prodan, M., Peters R., Cox F. and Real P. 1997. *Mesura Forestal*. Instituto Interamericano de Cooperación para la agricultura (IICA), Costa Rica. 561 p.
- Sakici, O. E., Misira N., Yavuz H. and Misira M. 2008. Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research* 23(6): 522-533.
- Salas, C. y Real, P. 2013. Biometría de los bosques naturales de Chile: estado del arte. In P. Donoso & A. Promis (Eds.), *Silvicultura en los bosques nativos: avances en la investigación en Chile, Argentina y Nueva Zelanda*. pp. 109–151.
- Tamarit J C, De los Santos HM, Aldrete A, Valdez JR, Ramírez H y Guerra V. 2014. Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento–volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5(21):58-74.
- Torres, R. J. M., Magaña T. O. S. y Valles G G. A. 1993. Funciones de ahusamiento para 8 especies forestales del Estado de México. I Congreso Mexicano de Recursos Forestales, Resumen de Ponencias. Saltillo, Coahuila. 109 p.
- Zepeda, B. E. M. y Domínguez P. A. 1997. Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino, del ejido El Largo, Chihuahua. In: *Memoria de resúmenes de ponencias*. III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Linares, NL. pp: 43.
- Zhang, Y., Borders B. E. and Bailey R. L. 2002. Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing loblolly pine. *For. Sci.* 48(3): 595-607.

### **CAPITULO III. SISTEMA DE CUBICACIÓN PARA ÁRBOLES DE *PINUS PSEUDOSTROBUS* LINDL. DEL SUR DEL ESTADO DE NUEVO LEÓN, A PARTIR DE UN MODELO DE AHUSAMIENTO DE TIPO SEGMENTADO.**

#### **Resumen**

Las funciones de ahusamiento y volumen que describen el perfil fustal representan una alternativa en la estimación de las dimensiones y los volúmenes maderables comerciales de cualquier sección del fuste. Este trabajo tiene como objetivo generar a partir del mejor modelo de ahusamiento de tipo segmentado un sistema de cubicación para *Pinus ppseudostrobus* Lindl., que sea aplicable a los predios forestales de la UMAFOR 1901 del estado Nuevo León, México. Para generar el sistema de cubicación, se ajustó el modelo de Fang et al. (2000) en forma simultánea con su respectiva función de volumen comercial, se procesaron datos de ahusamiento y de volumen comercial de una muestra de 100 árboles colectada en la UMAFOR 1901 perteneciente al sur del estado de Nuevo León. Previo al ajuste se conformó una base de datos con estructura bi-variada (ahusamiento-volumen comercial). Se evaluó el ajuste usando mínimos cuadrados no lineales (NLS) y la técnica de modelo de efectos mixtos (MEM). Como resultado se obtuvo que la mejor técnica de ajuste es la de Modelos de efectos mixtos ya que la calidad de ajuste fue superior y la ganancia en eficiencia al calificar los puntos de inflexión, lográndose una reducción de 4% en el error estándar para  $p_1$  y de 16% en  $p_2$ .

**Palabras clave:** Modelo de ahusamiento, perfil fustal, sistema de cubicación, criterios estadísticos

#### **Abstrac**

The taper and volume functions that describe the stem profile represent an alternative in estimating the dimensions and commercial timber volumes of any section of the stem. This work aims to generate from the best segmented type taper model a cubing system for *Pinus ppseudostrobus* Lindl., Which is applicable to the forest estates of UMAFOR 1901 in the state of Nuevo León, Mexico. To generate the cubing system, the model of Fang et al. (2000) simultaneously with their respective commercial volume function, taper and commercial volume data were



processed from a sample of 100 trees collected at UMAFOR 1901 belonging to the south of the state of Nuevo León. Prior to the adjustment, a database with a bi-varied structure (taper-commercial volume) was created. The fit was evaluated using nonlinear least squares (NLS) and the mixed effects model (MEM) technique. As a result, it was obtained that the best adjustment technique is that of Mixed Effects Models since the quality of adjustment was superior and the efficiency gain when qualifying the inflection points, achieving a 4% reduction in the standard error for  $p_1$  and of 16% in  $p_2$ .

**Key words:** Taper model, shaft profile, cubing system, statistical criteria

## **Introducción**

La estimación de las existencias maderables que puede proporcionar una masa forestal es una de las actividades más importantes para el gestor. Derivado de esto, resulta necesario conocer, el volumen total de madera procedente de bosques naturales o plantaciones forestales, parte de dicho volumen puede dirigirse a los diferentes destinos comerciales (Corral-Rivas et al., 2017; Diéguez et al., 2009). En la actualidad existe un profundo interés por los métodos no destructivos en el ámbito forestal, tanto para la evaluación de las propiedades de los productos como para su cuantificación (García et al. 2019; Rodríguez y Fernández, 2009).

El primer modelo biométrico fue propuesto por Cotta en 1804 (Spurr, 1952). Desde entonces han surgido modelos para las diversas condiciones existentes de clima, pendiente, exposición o tipos de suelo. Estos modelos se han ido adaptando con la adición de nuevos parámetros para describir y explicar los factores que influyen en el comportamiento biológico de los árboles, lo que ha permitido desarrollar y validar modelos por especie para usos regionales y locales (Tang et al., 2016; Corral et al. 2007).

Kozak (1988) introdujo los modelos de exponente variable, que asumen que la forma del tronco varía continuamente a lo largo de su altura y describen el perfil mediante una única ecuación en la que el exponente varía desde la base hasta el ápice, eliminando así la necesidad de desarrollar funciones para diferentes partes del tronco.

Se han generado metodologías con el objetivo de estimar el volumen total y comercial para los productos aserrados que se ofrecen en el mercado y la simulación con modelos matemáticos es una herramienta básica para la toma de decisiones en el manejo forestal sustentable (Tapia y Návar, 2011).

Cao et al. (1980) señalan que un modelo de ahusamiento complejo como los de tipo segmentado proporciona una mejor descripción del perfil fustal que una de ahusamiento simple. El ajuste de este tipo de modelos consiste en el ajuste por mínimos cuadrados ordinarios (NLS, por sus siglas en inglés) (Cruz et al., 2008). Si dos ecuaciones son compatibles, implica que están relacionadas y, por tanto, los componentes del error están correlacionados; en este caso, el ajuste por MCO producirá estimadores teóricos robustos, pero se ignoran los errores que suceden de manera simultánea a lo largo del fuste entre el ahusamiento y el volumen comercial, por lo que es importante recurrir a otras técnicas y estrategias de ajuste más modernas y potentes.

La teoría econométrica ofrece solución a ese problema a través del ajuste, de forma conjunta, del sistema compatible ahusamiento-volumen comercial con ecuaciones aparentemente no correlacionadas o bien utilizando máxima verosimilitud con información completa (SUR y FIML, respectivamente por sus siglas en inglés), donde como resultado del ajuste simultáneo los estimadores de los parámetros son además de consistentes, eficientes, lo cual representa una ventaja comparativamente contra lo que ofrece NLS (Borders, 1989; Fang et al., 2000 y Cruz et al., 2008).

Por otra parte, el ajuste como un sistema de ecuaciones simultáneas puede complementarse con la adición de efectos aleatorios bajo el enfoque de modelos de efectos mixtos (MEM). En los sistemas compatibles ahusamiento – volumen, el análisis a través de MEM permite no sólo un uso más eficiente de los datos al controlar la variación aleatoria individual y minimizar los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación, también es posible utilizar estimaciones de los efectos aleatorios para tener predicciones más precisas (Fang y Bailey, 2001).

## Objetivo

Generar a partir del mejor modelo de ahusamiento de tipo segmentado un sistema de cubicación para *Pinus pseudostrobus* Lindl., que sea aplicable a los predios forestales de la UMAFOR 1901 del estado Nuevo León, México.

## Materiales y métodos

Una vez determinado que el modelo de Fang et al. (2000) es el mejor para describir el perfil fustal de *P. pseudostrobus* (capítulo II), esto por la compatibilidad que existe entre este modelo con su respectiva expresión de volumen comercial (Vm) (cuadro 1), se ajustó este sistema en forma simultánea por NLS y MEM.

Cuadro 1. Modelo de Fang et al. 2000

Función de ahusamiento	Función de volumen comercial
$d = c_1 \left[ H^{\frac{K-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$ <p>donde <math>\begin{cases} I_1 = 1 &amp; \text{si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 &amp; \text{si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}</math></p> $R_0 = (1 - H_B/H)^{K/\beta_1} R_1 = (1 - P_1)^{K/\beta_1}$ $R_2 = (1 - P_2)^{K/\beta_2} \beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$	$C_1 = \left( \frac{\alpha^0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1(R_0 - R_1) + \beta_2(R_1 - \alpha_1 R_2) + \beta_3 \alpha_1 R_2} \right)^{1/2}$ $\alpha_1 = (1 - p_1) \frac{K(\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 \beta_2} \quad \alpha_2 = (1 - p_2) \frac{K(\beta_3 - \beta_2)}{\beta_2 \beta_3}$ $V_c = C_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[ \beta_1 R_0 + (I_1 + I_2) + (\beta_2 - \beta_1) R_1 + I_2 (\beta_3 - \beta_2) \alpha_1 R_2 - \beta (1 - q)^{\frac{k}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]$

## Tamaño de muestra

Se trabajó con una muestra de 100 árboles obtenida de las UMAFOR 1901 del sur de Nuevo León. Para ello y con el propósito de comparación, se probaron dos técnicas de ajuste.

## Técnicas de ajuste

El ajuste simultáneo del sistema se realizó mediante mínimos cuadrados no lineales (NLS) y para propósitos de comparación del mismo sistema se ajustó mediante la técnica de modelos de efectos mixtos (MEM), la cual en su formulación incluye los parámetros fijos comunes a toda la muestra y un parámetro aleatorio específico de cada unidad de muestreo.

Al usar el MEM se mejora la calidad de los parámetros fijos haciéndolos más eficientes, ya que su varianza es menor debido a que sus errores son bajos, por lo tanto, los estimadores son más eficientes, precisos y confiables; por lo que es posible hacer estimaciones promedio de las variables de interés (De los Santos-Posadas et al. 2006).

Para ese propósito se conformó una base de datos con las variables de interés como una estructura bi-variada que de acuerdo con Hall y Clutter (2004) permite incluir efectos aleatorios a la estructura matemática del sistema compatible ahusamiento de tipo segmentado referido. El sistema de ahusamiento- volumen quedo expresado de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} d_i \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(D_i, H_i, hb_i, HM_{ij}; p) \\ 0 \quad g(k, D_i, H_i, hb_i, HM_{ij}; p) \end{pmatrix} + e_i$$

Donde:

$d_i$ : es el vector de observaciones de ahusamiento en el  $i$ -ésimo árbol

$V_i$ : es el vector de observaciones de volumen comercial en el  $i$ -ésimo árbol

$f(\cdot)$ : función que define la estructura del modelo de ahusamiento

$g(\cdot)$ : función que define la estructura de la expresión de volumen comercial

$p$ : es el vector de parámetros a estimar del sistema

El efecto aleatorio se definió e incluyo solo en el parámetro  $B_1$ , esto con la finalidad de controlar la variación específica a nivel de árbol y con ello evitar tener una sobre parametrización, para no hacer un sobreajuste al modelo y que los parámetros fijos no pierdan sensibilidad ya que sobre estos se realizan las interferencias.

El efecto aleatorio quedó expresado como:

$$p = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_{2i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = a_2 + a_{2i}$$

Donde:

$a_2$ : parámetro con efectos mixtos

$a_i$ : parámetro con efectos aleatorios.

Los efectos aleatorios del modelo quedaron definidos como:

$$e_i \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}) \text{ y } a_{2i} \sim N(0, \varphi^2)$$

De esta forma se tiene un solo parámetro con efectos mixtos de la forma  $a_2 + a_{2i}$  y la estructura de  $e_i$  hasta este punto se asume homocedástica ( $\sigma^2 \mathbf{I}$ ), pero puede flexibilizarse a nivel de componente (ahusamiento o volumen) para modelar tanto heterocedasticidad como autocorrelación por componente.

Ambos ajustes se realizaron usando el paquete NLME del programa estadístico R, versión 3.5.1 (<https://www.rstudio.com/products/rstudio/download/#download>). Para compensar posibles pérdidas en grados de libertad y lograr una convergencia más rápida y estable, para el ajuste del sistema por MEM se utilizó máxima verosimilitud con información completa (FIML, por sus siglas en inglés) optimiza la predicción de los parámetros de ahusamiento y volumen comercial, además de ser significativos, minimiza los errores de manera conjunta. Se corrigieron los problemas de heterocedasticidad y de autocorrelación, lo que permite llevar a cabo las pruebas de hipótesis habituales sobre los parámetros; además de estimar intervalos de confianza más realistas (Zimmerman y Núñez, 2001).

La corrección por heterocedasticidad se efectuó modelando y ponderando la varianza de los errores usando la función exponencial ( $e$ ), el factor de ponderación

fue sobre HM sólo para el ahusamiento ( $d_i$ ) y dejando constante el volumen comercial ( $V_i$ ) la función quedó estructurada como:

$$w(HM, d_i, V_i, \Phi) = e^{\Phi(HM*(1-f)+f)}$$

Siendo:

$\Phi$ : parámetro por ser estimado

$f$ : una variable indicadora que toma el valor de 1 para el ahusamiento y 0 para el volumen comercial.

La corrección por autocorrelación se realizó modelando el término de error  $e_{ij}$  utilizando una estructura continua autoregresiva de primer orden (AR(1)) quedando expresada como:

$$e_{ij} = \psi_1 p_1^{t_{ij}-t_{ij-1}} e_{ij-1} + \varepsilon_{ij}$$

Donde:

$e_{ij}$  es el  $j$ -ésimo residuo ordinario en el  $i$ -ésimo árbol

$\psi_1 = 1$  para  $j > k$  y es cero para  $j=1$

$p_1$  es el parámetro autorregresivo de orden 1 a ser estimado

$t_{ij}-t_{ij-1}$  es la distancia que separa a las observaciones  $j$  y  $j-1$  dentro de cada árbol.

$\varepsilon_{ij}$  es el término del error bajo la condición de independencia.

### **Determinación de la técnica de ajuste**

Para determinar la mejor técnica de ajuste del modelo, se basó en los valores numéricos del criterio de información de Akaike (AIC), en el criterio de información Bayesiano (BIC), así como el valor en la verosimilitud (logLik) y la representación grafica de los residuales del ahusamiento contra predichos y contra HM.

### **Resultados**

Los valores de los parámetros del ajuste simultaneo del sistema de ahusamiento-volumen comercial por MEM para el modelo de Fang et al. (2000) resultaron significativos. En el cuadro 2 se presentan los valores de los parámetros y

estadísticos del ajuste simultáneo del sistema de ahusamiento y volumen comercial al usar NLS.

Cuadro 2. Parámetros y estadísticos del sistema compatible ahusamiento y volumen comercial para *P. pseudostrobis* al ajustarlo simultáneamente usando NLS

Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de t	Significancia
$a_0$	0.0000597	0.0000028	20.54	<.0001
$a_1$	1.7880000	0.0150200	127.70	<.0001
$a_2$	1.0810000	0.0219000	49.60	<.0001
$B_1$	0.0000057	0.0000001	53.56	<.0001
$B_2$	0.0000428	0.0000005	167.13	<.0001
$B_3$	0.0000285	0.0000007	54.6	<.0001
$p_1$	0.0619510	0.0012460	51.19	<.0001
$p_2$	0.8097000	0.0059370	139.50	<.0001

En el cuadro 3 se muestran el resultado de la prueba de razón de verosimilitud que compara los diferentes ajustes probados. Se observa que el ajuste del sistema al usar MEM aún sin corregir por heterocedasticidad y autocorrelación (MEM-A) versus NLS la prueba resultó significativa ( $p < .0001$ ), siendo de mejor calidad el ajuste al usar MEM, dados los menores valores en el criterio de información de Akaike (AIC) y en el criterio de información Bayesiano (BIC), así como el mayor valor en la verosimilitud (logLik). Al igual, en el cuadro 3 se muestra en base los valores de los estadísticos AIC, BIC, logLik y prueba de razón de verosimilitud, el sistema identificado como MEM-C que corresponde al que se corrigió tanto por heterocedasticidad como por autocorrelación es estadísticamente superior comparado con el sistema en el que solo se corrigió la heterocedasticidad (MEM-B), y este a su vez resultó mejor que cuando no se realizó corrección alguna (MEM-A).

Cuadro 3. Estadísticos del ajuste simultáneo del sistema y prueba de razón de verosimilitud al efectuarlo por NLS y por la técnica de MEM

Modelo	gl*	AIC	BIC	logLik	Prueba	R. d e v.**	Valor de p
2 MEM-A	10	14494.49	14555.96	-6837.240			
1 NLS	9	15359.32	15414.68	-7221.66	1 vs 2	786.8625	<.0001
2 MEM-A	10	14494.49	14555.96	-6837.240			
3 MEM-B	11	9082.43	9150.08	-4580.215	2 vs 3	4616.053	<.0001
4 MEM-C	12	8008.21	8081.02	-3591.101	3 vs 4	2078.226	<.0001

\*grados de libertad, \*\*Razón de Verosimilitud

En el cuadro 4 se presentan los valores de los parámetros, la bondad del ajuste y los intervalos para los parámetros con efectos fijos resultado del ajuste del sistema MEM-C. Comparando con el método de ajuste usando NLS (cuadro 2), se observa que se gana eficiencia al calificar los puntos de inflexión, siendo que se logra una reducción de 4 % en el error estándar para  $p_1$  y de 16 % en  $p_2$ . Aun cuando en el resto de los parámetros se reduce su eficiencia ya que sus errores estándar son mayores, esto no afecta a las pruebas de hipótesis, ni la escala de los parámetros estimados tanto para la forma del fuste como para el volumen.

Cuadro 4. Valores de los parámetros fijos y estadísticos de ajuste del sistema corregido por heterocedasticidad y autocorrelación (MEM-C)

Parámetro	Valor de los parámetros				Intervalo	
	Estimador	Error estándar	Valor de t	Significancia	Inferior	Superior
$a_0$	0.0001007	0.0000126	8.25986	<.0001	0.000078	0.000126
$a_1$	2.1771937	0.0464331	47.7951	<.0001	2.086537	2.260954
$a_2$	0.502760	0.0576061	8.73288	<.0001	0.398926	0.625498
$B_1$	0.0000069	0.0000001	54.98749	<.0001	0.000008	0.000008
$B_2$	0.0000432	0.0000003	247.0992	<.0001	0.000043	0.000043
$B_3$	0.0000382	0.0000005	63.38953	<.0001	0.000028	0.000030



$p_1$	0.0662378	0.0011994	55.26446	<.0001	0.064090	0.069676
$p_2$	0.8041237	0.0042580	190.387	<.0001	0.805897	0.822433

En la figura 1 se muestra el comportamiento gráfico de los residuales contra los predichos de los ajustes del sistema por NLS y MEM corregido que corresponden al ahusamiento, en donde se observa una mejor distribución que tiende a ser aleatoria alrededor de cero en el ajuste por MEM.

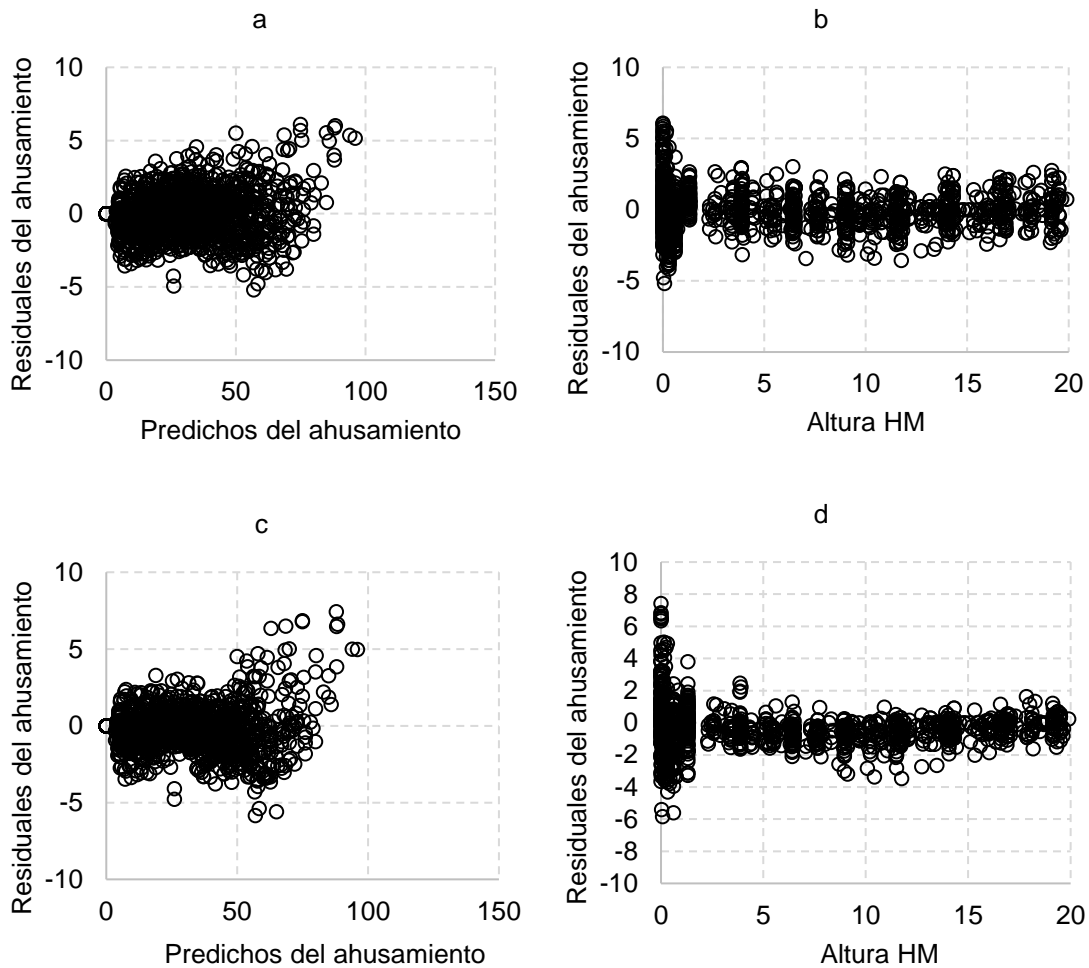


Figura 1. Comportamiento de residuales del ahusamiento contra predichos (a y c) y contra HM (b y d) al realizar el ajuste por NLS y por MEM respectivamente

Con los valores de los parámetros aleatorios ( $a_2, \Phi$ , y  $p_1$ ) a nivel de árbol que se presenta en el cuadro 5, como lo menciona Fang y Bailey (2001), al usar MEM es

posible realizar predicciones de volumen comercial más precisas en árboles con valor económico sin que se modifique la estructura del modelo al incluir observaciones adicionales. Para ello, se estiman los efectos aleatorios específicos de los árboles de interés y se incorporan de manera directa en la predicción.

Cuadro 5. Parámetros aleatorios estimados del ajuste del modelo (MEM-C)

Estadístico	Valor Estimado	Límite inferior	Límite superior
Desviación estándar de $a_2$	0.0391506	0.0326830	0.04696470
Error estándar dentro del grupo de $a_2$	1.995405	1.934212	2.054508
Función de ponderación de varianza ( $\Phi$ )	-1.41244	-1.433122	-1.390650
Estructura de correlación de $p_1$	0.69589312	0.6751014	0.7160990

El modelo de volumen comercial junto con la expresión de ahusamiento para *Pinus pseudostrobus* (modelo de Fang et al. (2000)) queda conformado como se muestra a continuación, en donde es posible estimar el volumen total o bien el volumen comercial a un diámetro o altura mínimo requerido, así como estimar el diámetro mínimo a una determinada altura comercial y viceversa.

Función de ahusamiento

$$d = DH^{(k_1 - B_1)/2B_1} [a^{I_1} (1 - q)^{(k_1 - B_1^{1-I_1} B_2^{I_1}) / (B_1^{1-I_1} B_2^{I_1})}]^{1/2}$$

Volumen comercial

$$Vc = c_1^2 H^{k/B_1} \left[ B_1 r_0 + (I_1 + I_2)(B_2 - B_1)r_1 + I_2(B_3 - B_2)\alpha_1 r_2 - \beta(-q)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]$$

Altura comercial

$$HM = H \left[ 1 - \left( (d^2 / (c_1^2 H^{k-B_1/B_1} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}))^\beta / (k-\beta) \right) \right]$$

Volumen total

$$V = a_0 D^{a_1} H^{a_2}$$

## Discusión

*Parámetros estimados.* Diéguez *et al.* (2009) señalan que, al estimar todos los parámetros del sistema de manera simultánea, se optimiza la suma de cuadrados de los errores, logrando así minimizar los errores de predicción tanto del diámetro a diferentes alturas como del volumen.

*Valores de  $p_1, p_2$ .* Los resultados respecto a los puntos de inflexión ( $p_1, p_2$ ) son muy similares a los reportados por Fang *et al.* (2000) para árboles de *Pinus taeda* y *P. elliottii* establecidos en plantaciones en la costa atlántica de Estados Unidos, a los encontrados por Corral *et al.* (2009) para árboles de cinco especies de *Pinus* en bosques naturales de Durango, México, a los obtenidos por Diéguez *et al.* (2006) para *Pinus sylvestris* L. en el noreste de España, a los obtenidos por Hernández *et al.* (2013) para *Pinus patula* en el estado de Hidalgo, México y similares a los reportados por García *et al.* (2019) para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus montezumae* que se desarrollan en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán

*Técnicas de ajuste.* Si bien Cruz *et al.* (2008) refieren que en ciertos casos el solo hecho de adicionar parámetros específicos permite un uso más eficiente de los datos y minimiza los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación, sin tener que recurrir a la corrección explícita de estas condiciones; sin embargo, para su completa corrección y de acuerdo con Garber y Maguire (2003) es necesario recurrir al procedimiento antes referido.

En este sentido Fang y Bailey (2001) y Li y Weiskittel (2011) señalan que bajo el enfoque MEM es posible mejorar las características de los parámetros al compensar por el efecto de variables tomadas en una misma unidad experimental, añaden que este enfoque considera la correlación contemporánea lo que ayuda a reducir considerablemente el error estándar de los parámetros del modelo y a que los valores por componente se relacionen.

*Determinación del modelo.* Cruz *et al.* (2008) y Tamarit *et al.* (2017), menciona que este tipo de modelos permiten distribuir de forma porcentual el volumen por productos y eliminar las discrepancias existentes en la cubicación del volumen total

y comercial ajustados de manera separada. Las características anteriores hacen ideal a la expresión para el procesamiento de inventarios forestales, ya que son flexibles en su aplicación y no presentan cruces ilógicos en las estimaciones conjuntas de volúmenes hasta diferentes diámetros límites de utilización comercial (Higuera, 1994).

## **Conclusiones**

El ajuste simultáneo del sistema ahusamiento - volumen comercial mediante la técnica de modelos de efectos mixtos fue estadísticamente mejor que al usar mínimos cuadrados no lineales, lo que otorga estimaciones más precisas y consistentes tanto de diámetros mínimos comerciales a diferentes alturas del fuste como del volumen comercial y total.

El modelo de Fang et al. (2000) presenta la ventaja adicional de tener de forma explícita una ecuación de volumen total que corresponde al modelo de Schumacher-Hall, además tiene en forma implícita una ecuación de volumen comercial que al obtenerla mediante la integración analítica resulta compatible con la función de ahusamiento, por lo que forman un sistema que puede ajustarse de manera simultánea. Dada la solidez estadística del modelo, constituye una herramienta fundamental para su aplicación en los inventarios forestales en las Umafores y en la región de estudio debido a que ha mostrado buenos resultados y es capaz de adaptarse a diferentes especies y tipos de masas.

## **Bibliografía**

- Borders, B. E. (1989). Systems of equations in forest stand modeling. *For. Sci.* 35: 548-556.
- Cao, Q. V., H. Burkhart, and T. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic volume prediction for loblolly pine to any merchantable limit. *For. Sci.* 26: 71-80.
- Species. *Forests*, 8(11), 417. doi:10.3390/f8110417
- Corral J J, Barrio A M, Aguirre C O A y Diéguez A U. 2007. Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volume for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forestry*, 80(1), 29–40.

- Corral-Rivas, J. J., Diéguez-Aranda, U., Rivas, S. C., & Dorado, F. C. (2007). A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management*, 238(1-3), 118-129.
- Corral-Rivas, J., Vega-Nieva, D., Rodríguez-Soalleiro, R., López-Sánchez, C., Wehenkel, C., Vargas-Larreta, B., . . . Ruiz-González, A. (2017). Compatible System for Predicting Total and Merchantable Stem Volume 57 over and under Bark, Branch Volume and Whole-Tree Volume of Pine.
- Cruz, C. F., De los Santos P. H. M. y Valdez L. J. R. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42: 473-485.
- De los Santos-Posadas, H. M., Montero Mata, M., & Kaninnen, M. (2006). Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica.
- Diéguez, A. U., Rojo A. A., Castedo D. F., Álvarez G. J. G., Barrio A. M., Campo F. C., González G. J. M., Pérez C. C., Rodríguez S. R., López S. C. A., Balboa M. M. Á., Gorgoso V. J. J. y Sánchez R. F. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Universidad de Santiago de Compostela. Galicia, España. 259 p.
- Fang, Z., Bailey R. L. and Shiver B. D. 2001. A Multivariate simultaneous prediction system for stand growth and yield with fixed and random effects. *For. Sci.* 47: 550-562.
- Fang, Z., Borders B. E. and Bailey R. L. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46: 1-12.
- Garber, S. M. and Maguire D. A. 2003. Modelling stem taper of three central Oregon species using mixed effects models and autoregressive error structures. *For. Ecol. Manage.* 179: 507-522.

- García-Espinoza, G. G., Aguirre-Calderón, O. A., Vargas-Larreta, B., Martínez-Ángel, L., García-Magaña, J. J., & Hernández-Ramos, J. (2019). Sistema Compatible de Ahusamiento y Volumen Comercial de *Pinus Pseudostrobus* Lindl. En Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. *Agrociencia*, 53(1), 115-131.
- Hall, D. B. and Clutter J. L. 2004. Multivariate multilevel nonlinear mixed effects models for timber yield predictions. *Biometrics* 60(1): 16-24.
- Hernández, P. D., De los Santos P. H. M., Ángeles P. G., Valdez L. J. R., Haller V. y Hugo V. 2013. Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en Zacualtipán, Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 4(16), 35-45.
- Higuera, C. 1994. Funciones de volumen y ahusamiento para Roble (*Nothofagus obliqua*) y Hualo (*Nothofagus alessandri*). Tesis de Ingeniería. For. Valdivia. Universidad Austral de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. 74 p.
- Kozak, A., Munro, D.D. and Smith, J. H. G., 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chron* 45: 278-283.
- Li, R., & Weiskittel, A. R. (2011). Estimating and predicting bark thickness for seven conifer species in the Acadian Region of North America using a mixed-effects modeling approach: comparison of model forms and subsampling strategies. *European Journal of Forest Research*, 130(2), 219-233.
- Rodríguez, F. y Fernández, A. 2009. Herramientas de cubicación sin necesidad de apeo de árboles. 5º Congreso Forestal Español. Valladolid, España. 83-88 p.
- Spurr, S. H. 1952. *Forest inventory*. Ney York, USA: Ronald Press.
- Tamarit Urias, J. C., Rojas Díaz, E., Quiñonez Barraza, G., Ordoñez Prado, C., & Monárrez González, J. C. (2017). Sistema de cubicación para árboles individuales de *Quercus* sp. en bosques bajo manejo de Puebla, México. *Revista mexicana de ciencias forestales*, 8(40), 69-88.

- Tang, X., Pérez-Cruzado, C., Fehrmann, L., Álvarez-González, J. G., Lu, Y., & Kleinn, C. (2016). Development of a compatible taper function and standlevel merchantable volume model for Chinese fir plantations. *PloS one*, 11(1), e0147610. Doi: 10.1371/journal.pone.0147610
- Tapia, J. y Návar, J. 2011. Ajuste de modelos de volumen y funciones de ahusamiento para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Bosques de pino de la Sierra Madre Oriental de Nuevo León, México. *Foresta Veracruzana* 13(2):19-28.
- Zimmerman, D. L., Núñez-Antón, V., Gregoire, T. G., Schabenberger, O., Hart, J. D., Kenward, M. G. & Zimmerman, D. L. (2001). Parametric modelling of growth curve data: An overview. *Test*, 10(1), 1-73.

## **CONCLUSIONES GENERALES**

Resulta indispensable que las investigaciones proporcionen una comprensión completa sobre la estimación de biomasa, captura de carbono y el volumen maderable de las especies forestales, la eficiencia de la aplicación de los modelos de ahusamiento de tipo segmentado para la estimación del volumen maderable con objetivos de comercialización, considerando la sustentabilidad y tomando en cuenta las tendencias sobre cambio climático.

Las metodologías y los modelos utilizados en los capítulos que componen la presente investigación permiten obtener estimaciones de biomasa, captura de carbono para los bosques templados de pino, encino, pino-encino y encino-pino de las Unidades de Manejo Forestal (UMAFOR) 19-01 y 19-02 en el sur del estado de Nuevo León México, al igual que volumen maderable para *P. pseudostrobus* con los modelos de ahusamiento de tipo segmentado. La generación de herramientas biométricas es relevante para el manejo de los bosques con fines de aprovechamiento, debido a que los modelos utilizados para la estimación de volumen total, volumen comercial, volumen de ramas, alturas y diámetros fueron desarrollados para condiciones de bosque natural.

El conjunto de herramientas cuantitativas generadas es fundamental para aprovechar el potencial productivo, esto con el fin de maximizar la rentabilidad de los bosques naturales de la región de estudio. Además, la información obtenida constituye una base sólida para futuras investigaciones sobre el aprovechamiento maderable, lo cual proporcionará mayores elementos para una adecuada toma de decisiones en el aprovechamiento forestal de los bosques naturales.