Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas



Sistema Magnético de Bobinas de Cobre para el TRANSPORTE DEL HAZ DE ELECTRONES EN EL GIROTRÓN MEXICANO DE 60 GHZ

POR

JORGE ALBERTO GONZÁLEZ GUEVARA

TESIS

Doctor en Ingeniería Física Industrial

San Nicolás de los Garza, Nuevo León Noviembre del 2022

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN Facultad de Ciencias Físico Matemáticas Subdirección de Estudios de Posgrado



Sistema Magnético de Bobinas de Cobre para el Transporte del Haz de Electrones en el Girotrón Mexicano de 60 GHz

POR

Jorge Alberto González Guevara

en opción al grado de Doctor en Ingeniería Física Industrial con especialidad en Aceleradores Girotrones

San Nicolás de los Garza, Nuevo León

Noviembre del 2022

Universidad Autónoma de Nuevo León Facultad de Ciencias Físico Matemáticas Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis "Sistema Magnético de Bobinas de Cobre para el Transporte del Haz de Electrones en el Girotrón Mexicano de 60 GHz", realizada por el alumno Jorge Alberto González Guevara, con número de matrícula 0981550, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Doctor en Ingeniería Física Industrial con especialidad en Aceleradores Girotrones.

El Comité de Tesis andez Dr. lor Her Presidente José Rubén Morones Francisco Vi cente F es Báez Primer vocal Secretario Dr. Francisco Javier Almaguer Ma tínez Iartínez Segundo vocal Tercer vocal Vo. Bo. Dr. Álvaro Eduardo Cordero Franco Subdirección de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, Noviembre del 2022

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD

Declaro solemnemente que el documento que enseguida presento es fruto de mi propio trabajo, y hasta donde estoy enterado, no contiene material previamente publicado o escrito por alguien más, excepto aquellos materiales o ideas que por ser de otras personas les he dado el debido reconocimiento y los he citado cumplidamente en la bibliografía o las referencias.

Declaro además que tampoco contiene material que haya sido aceptado para el otorgamiento de cualquier otro grado o diploma de alguna universidad o institución.



A la memoria de mi padre

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos			XII	
Resumen			XIII	
1.	Intr	roducción		
	1.1.	Antecedentes	1	
	1.2.	Motivación	2	
	1.3.	Aportaciones	3	
	1.4.	Publicaciones	6	
	1.5.	Organización de la tesis	6	
2.	Física y Elementos de un Girotrón			
	2.1.	Máser en resonancia a la frecuencia ciclotrónica	8	
	2.2.	Condición de resonancia ciclotrónica	9	
	2.3.	Configuración de un girotrón	10	
	2.4.	Ecuaciones de Movimiento	11	
3.	\mathbf{Sist}	ema Magnético Externo del Girotrón	18	
	3.1.	Intensidad del Campo Magnético en Zona de Operación	19	
	3.2.	Corriente Máxima del Conductor en Tiempo de Corto Circuito	20	
	3.3.	Campo Magnético Fuera del Eje Axial Generado por una Espira Circular .	21	

3.4.	Campo Magnético Sobre el Eje Axial Generado por una Solera Circular de Área Transversal Rectangular	22
3.5.	Transferencia de Calor en una Solera Circular con Área Transversal Rec- tangular	25
3.6.	Longitud del Conductor para el Embobinado de una Bobina	28
3.7.	Fuerza Ejercida sobre una Espira Circular	28
3.8.	Campo Magnético Axial generado por una Solera Circular con Área Transversal Rectangular Hueco	30
3.9.	Transferencia de Calor en una Solera Circular con Área Transversal Rec- tangular Hueca	31
3.10.	Transferencia de Calor en una Solera Circular con Área Transversal Rec- tangular Hueca por Agua como Refrigerante	32
3.11.	Arreglo del Sistema Magnético Externo del Girotrón	34
	3.11.1. Diseño y configuración de un sistema magnético con cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas sólidas de cobre	35
	3.11.2. Transferencia de calor en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas sólidas de cobre	49
	3.11.3. Cálculo de esfuerzos mecánicos desarrollados en un sistema de cua- tro bobinas integradas por soleras sólidas de cobre	50
	3.11.4. Diseño y configuración de un sistema magnético con cuatro bobi- nas integradas por soleras cuadradas huecas de cobre con fines de refrigeración	54
	3.11.5. Transferencia de calor en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas huecas de cobre refrigeradas por agua	68
	3.11.6. Cálculo de esfuerzos mecánicos desarrollados en un sistema de cua- tro bobinas integradas por soleras huecas de cobre	69
Haz	de Electrones del Girotrón	74
4.1.	Ecuaciones Trade-Off	75
	4.1.1. Radio del haz r_g	76
	 3.4. 3.5. 3.6. 3.7. 3.8. 3.9. 3.10. 3.11. 	 3.4. Campo Magnético Sobre el Eje Axial Generado por una Solera Circular de Área Transversal Rectangular

6.	Tra	bajo F	uturo	89
5. Conclusiones			aes	87
	4.2.	Simula	ación de las Trayectorias Helicoidales del Haz de Electrones	82
		4.1.5.	Otros Parámetros	81
		4.1.4.	Radio del cátodo r_c	80
		4.1.3.	Ánodo de Control V_a	79
		4.1.2.	Radio de Larmor r_L	78

ÍNDICE DE FIGURAS

1.	Girodispositivos	2
2.	Fase de agrupamiento	10
3.	Elementos de un girotrón	11
4.	Solera de sección rectangular	23
5.	Media solera de sección rectangular	26
6.	Fuerza sobre una espira	29
7.	Solera hueca formada por cuatro regiones	31
8.	Corriente de una solera hueca	31
9.	Campo vectorial magnético	42
10.	Conformación de una bobina	48
11.	Perfil de campo magnético axial	49
12.	Campo vectorial magnético generado por conductor hueco	67
13.	Campo vectorial magnético generado por conductor hueco	68
14.	Elementos del Cañón de Inyección de Magnetrón	75
15.	Límites del radio del cátodo	81
16.	Trayectorias que dan forma al haz de electrones	83
17.	Beamlets simuladas por EGUN	83

ÍNDICE DE TABLAS

1.	Sistema magnético de conductores sólidos	35
2.	Resultados para las componentes de campo magnético en dirección z y r en la región del cátodo de $z = 10$ mm	40
3.	Resultados para las componentes de campo magnético en dirección z y r en la región de interacción onda-haz para $z = 138$ mm	41
4.	Resultados para la intensidad de campo magnético axial	47
5.	Transferencia de calor en sistema de conductores sólidos	50
6.	Fuerzas desarrolladas sobre un sistema de cuatro bobinas sólidas	54
7.	Sistema magnético de conductores huecos	55
8.	Resultados para la intensidad de campo magnético axial $(r = 0.001 \text{ mm})$ generado por un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras de área transversal cuadrada con un hueco cuadrado concéntrico	61
9.	Resultados para las componentes de campo magnético en dirección z y r en la región de interacción onda-haz para $z = 155$ mm	66
10.	Transferencia de calor en un sistema de conductores huecos	69
11.	Fuerzas desarrolladas sobre un sistema de cuatro bobinas con espiras $\ . \ .$	70
12.	Frecuencia de corte f_{corte} para algunos valores de m y p	76
13.	Parámetros de un MIG de 60 GHz	84

ÍNDICE DE CÓDIGOS

3.1.	Script para el cálculo de la corriente máxima soportada por un conductor	
	de cobre en un tiempo de corto circuito dado.	20
3.2.	Script para determinar las componentes totales de campo magnético en la	
	región del espacio que envuelve el sistema de 4 bobinas con 11 \times 9 espiras	
	circulares por las cuales circula una corriente estacionaria de 750 A. \ldots .	36
3.3.	Script para determinar el perfil de campo magnético sobre eje axial z debido	
	al sistema de 4 bobinas con 11 \times 9 soleras sólidas de cobre por las cuales	
	circula una corriente estacionaria de 750 A	43
3.4.	Función para determinar la transferencia de calor como resultado de la	
	corriente eléctrica al pasar por una solera circular con área transversal	
	rectangular.	49
3.5.	Script para el cálculo de esfuerzos mecánicos sobre una bobina debido a	
	la presencia de las bobinas vecinas formadas por un conjunto de 11 \times 9	
	espiras circulares de cobre por donde circula una corriente de 750 A	51
3.6.	Script para determinar el perfil de campo magnético sobre eje axial z debido	
	a un sistema de 4 bobinas con 3 \times 4 soleras huecas de cobre por las cuales	
	circula una corriente estacionaria de 8000 A	55
3.7.	Script para determinar las componentes totales de campo magnético en la	
	región del espacio que envuelve el sistema de 4 bobinas con 3 \times 4 espiras	
	circulares por las cuales circula una corriente estacionaria de 8000 A. \ldots	62
3.8.	Script para el cálculo de esfuerzos mecánicos sobre una bobina debido a la	
	presencia de las bobinas vecinas formadas por un conjunto de 3 \times 4 espiras	
	circulares de cobre por donde circula una corriente de 8000 A	70
4.1.	Script para la determinación de las raices $x_{m,p}$ para una frecuencia de corte	
	$f_{\rm corte}$ cercana a 60 GHz	77
4.2.	Script de entrada en el programa EGUN (IJAEM.egn) para cálculo numéri-	
	co de 11 trayectorias que dan forma al haz de electrones en presencia de	
	un perfil de campo magnético axial generado por un sistema de bobinas.	85

AGRADECIMIENTOS

Principalmente a mis amados padres por haberme dado la educación y los estudios para llegar hasta este éxito de mi vida profesional. Son para mi un ejemplo de esfuerzo diario y superación constante. Muchas gracias mamá, muchas gracias papá (QEPD).

A mi amigo y asesor de tesis, Dr. Max Salvador, quién siempre ha creído en mí como persona y como investigador científico. Gracias por siempre ofrecer tu apoyo incondicional cuando más lo necesité. Muchas gracias Max.

A mis compañeros y amigos, Alejandro Nieto Cuarenta y Máximo Solís Arredondo, por ofrecerme siempre su apoyo para llegar a ser mejor persona y científico. Muchas gracias Fory, muchas gracias Máximo.

Al Grupo de Investigación en Fusión, GIF, que me acogió como un miembro de su distinguido y selecto equipo de trabajo. Siempre dedicado a ser un grupo de gran calidez humana, compañerismo y un alto profesionalismo en cada uno de los objetivos que se propone. Gracias GIF, sin ustedes, esto no hubiese sido posible.

A todos los miembros que integran el programa del doctorado, en especial al Dr. Rubén Morones, por su apoyo y ejemplo; al Dr. Edgar Martínez, por su apoyo y animarme a culminar el doctorado. A cada uno de mis compañeros del DIFI, en especial a Sonia y Darío por animarme a terminar estos estudios.

Al CONACYT, la UANL y al GIF por su apoyo económico para llevar a cabo este trabajo.

A *Abba*, que, con la realización de éste trabajo, me ha concedido la oportunidad de conocer más a profundidad su maravillosa obra.

Soli Deo gloria Jorge Alberto González Guevara Noviembre del 2022

RESUMEN

En el presente trabajo de tesis se exponen los avances en el desarrollo de un girotrón mexicano de 60 GHz para fines de calentamiento de plasma dentro de la Plataforma Teórico Experimental de Fusión de la Universidad Autónoma de Nuevo León. En experimentos de fusión controlada, el girotrón es conocido como el sistema de calentamiento por resonancia a la frecuencia ciclotrónica del electrón, ECRH, por sus siglas en inglés. Un girotrón es un acelerador de partículas capaz de generar una gran potencia de radiación coherente por medio de la propagación de un haz de electrones y la interacción de éste con campos electromagnéticos, mismos que pueden ser establecidos por el propio haz o bien, por sistemas externos.

El arreglo y configuración del campo magnético externo del girotrón es uno de los esfuerzos principales de este trabajo. Para conseguir establecer este campo, se propone un sistema compuesto por un arreglo de bobinas solenoidales con material conductor de cobre que consigue alcanzar una intensidad de flujo magnético constante de 2.4 T en la región de interacción onda-haz, la cual es necesaria para lograr los 60 GHz de girofrecuencia. Para llevar a cabo la integración de estas bobinas de cobre que componen el sistema magnético propuesto del girotrón, se consideran dos disposiciones distintas para el conductor que conforma las propias bobinas y transporta la corriente eléctrica continua en un tiempo de corto circuito. Estas configuraciones definen variables del conductor tales como posición, longitud, perfil, intensidad de corriente, tiempo de corto circuito, esfuerzos mecánicos, transferencia de calor, entre otros. De esta forma, se distinguen dos modelos del sistema magnético externo del girotrón, en primera instancia, se presenta un arreglo de sistema magnético diseñado con un conductor sólido de cobre y perfil cuadrado que transporta una corriente eléctrica de 750 A en un tiempo de corto circuito de 300 ms. Luego, este modelo es reformado al implementar el sistema de enfriamiento requerido por el conductor de corriente eléctrica. Para conseguir esto último se considera un hueco concéntrico dentro del conductor por el cual se hace transitar un refrigerante. Se tiene así, un segundo modelo de conductor hueco de cobre y perfil cuadrado que transporta una corriente eléctrica de 8000 A en un tiempo de corto circuito de 700 ms y que está siendo enfriado con agua circulando en el interior del propio conductor a una velocidad de 1 m/s y a una temperatura inicial de 10 °C. Para fijar los parámetros anteriormente mencionados y que definen el sistema magnético externo del girotrón se estudia el perfil magnético axial que éste representa. Por consiguiente, en este trabajo se determina, a partir de la teoría de Biot-Savart, la expresión analítica que ayuda a establecer el perfil del campo magnético axial adecuado para cumplir con los requerimientos de razón de compresión magnética que demanda la región del cátodo y la región de operación en cada modelo propuesto de arreglo de bobinas. Finalmente, para cada arreglo, se contempla la aproximación del calor transferido y los esfuerzos mecánicos correspondientes e inherentes al paso de la corriente eléctrica en el conductor.

Otro esfuerzo desarrollado en este trabajo se enfoca en el estudio y determinación de los parámetros que definen el sistema de cañón de invección de magnetrón, MIG, por sus siglas en inglés. El sistema MIG está conformado por un cátodo, un ánodo (o más de uno) y un anillo emisor de electrones. Con base en las ecuaciones Trade-off se diseña, en este trabajo, un MIG tipo triodo, el cual posee la configuración necesaria para generar un haz de electrones con trayectorias helicoidales que se originan en la región del MIG y son guiados hasta la región de la cavidad por el flujo del campo magnético producido por el sistema de bobinas externo, consiguiendo, resonantemente, la interacción con la onda electromagnética presente en esta última región. Se tiene así, la presentación de un haz anular de electrones caracterizado, en la región de cavidad, por una razón de velocidades transversal-longitudinal de 1.175, un radio de haz de 3.31 mm y una energía de haz de 67.5 keV, y que es generado por un cañón de electrones, en la región del MIG, con un radio de cátodo de 13.5 mm y un campo eléctrico de 49.4 kV/cm. En conclusión, se muestra una simulación de las trayectorias recorridas por un número finito de electrones al ser guiados bajo la presencia del campo magnético estático generado por el modelo de sistema de bobinas de cobre. Esta simulación es llevada a cabo por el código 2D-EGUN, un software especializado y altamente reconocido en esta línea de investigación.

Este trabajo de tesis ha sido recientemente aceptado para su publicación en la *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* y está pendiente para su impresión.

Palabras clave: girotrón; sistema de campo magnético; sistema de inyección de magnetrón.

Capítulo 1 INTRODUCCIÓN

Un girotrón es una fuente de radiación electromagnética coherente con longitudes de onda en un rango milimétrico y frecuencias que oscilan desde los 28 hasta los 170 GHz [59]. El nombre de girotrón es acuñado en 1964 por la Academia Rusa de Ciencias y proviene de la unión de dos palabras en inglés, gyrating electron, las cuales describen acertadamente el movimiento del electrón que da forma al haz del girotrón. Este dispositivo tiene un gran número de aplicaciones y tecnologías, siendo de gran interés, aquellas que se encuentran orientadas a la física de plasmas, específicamente en el calentamiento del electrón en el plasma por medio de la resonancia a la frecuencia ciclotrónica del mismo (ECRH) en instalaciones de confinamiento magnético. Véase los trabajos de [47], [4], [35] y [28] para un enfoque histórico del girotrón.

Esta tesis presenta los avances en el desarrollo teórico de un girotrón de 60 GHz para fines de calentamiento electrónico de plasma en el reactor de fusión nuclear por confinamiento magnético Tokamak T que actualmente está en diseño bajo las direcciones de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León.

1.1 ANTECEDENTES

Un sistema girotrón pertenece a la extensa familia de los *tubos de microonda* o también llamados *dispositivos de vacío*. Los tubos de microondas son dispositivos electrónicos al vacío y su principal uso es la generación o amplificación de radiofrecuencia en un rango de frecuencia que va desde 1 hasta 100 GHz. En este trabajo se considera un sistema generador de radiofrecuencia, un girotrón de 60 GHz para la banda EHF (banda W) con una longitud de onda en el rango milimétrico.

Muchos tubos de microondas fueron inventados durante la segunda guerra mundial para aplicaciones de radar, otros, no encontraron aplicación alguna. De esta forma, hoy en día prevalecen cinco tubos de microondas, a saber, el klistrón, el tubo de onda progresiva (TWT), el magnetrón, el amplificador de campo cruzado y el girotrón. En general, los principios de operación son iguales en los tubos de microondas: hacer pasar un haz de electrones a través de un tubo (cavidad) en presencia de una onda electromagnética donde se lleva a cabo una interacción entre estos dos con la finalidad de producir una amplificación u oscilación.

Por otra parte, estos tubos de microondas se pueden dividir en tres grandes categorías, de haz lineal, de campo cruzado y de onda rápida. Véase por ejemplo la clasificación mostrada en la Figura 1 donde se destacan los dispositivos con haz lineal y helicoidal (de onda rápida). La distinción de los *girodispositivos* se basa exclusivamente en el mecanismo de agrupamiento de los electrones la cual depende de la frecuencia de estos.



Figura 1: Comparación entre los dispositivos de haz lineal y sus correspondientes girodispositivos. (Figura adaptada de: [16]).

1.2 Motivación

Los sistemas generadores de radiofrecuencia por microondas son parte esencial de los sistemas de calentamiento de plasma en reactores de fusión nuclear. Entre estos sistemas se puede mencionar el calentamiento del electrón por resonancia a la frecuencia ciclotrónica del electrón (ECRH), el sistema de calentamiento por resonancia a la frecuencia ciclotrónica del ion (ICRH) y el sistema de haz de partículas neutras (NBI) y representan una de las áreas más atractivas y desarrolladas de la física de plasmas. Esta generación de radiofrecuencia se utiliza ampliamente no sólo para pre-ionizar, calentar y eliminar las islas magnéticas en los plasmas de fusión, sino que también tiene aplicaciones en espectroscopia y diagnóstico. En la actualidad, estos sistemas de calentamiento se contemplan para ser un gran impacto en el Reactor Termonuclear Experimental Internacional (ITER), donde 24 girotrones pretenden garantizar las condiciones primarias de reacción nuclear en el año 2027 [71].

El desarrollo del presente sistema de girotrón está orientado al diseño global de un sistema de calentamiento por ECRH hacia plasmas confinados magnéticamente. Se pretende que este sistema girotrón consiga un pulso largo, del orden de los milisegundos, generando un haz de electrones que es transportado hacia una cavidad por la acción de un fuerte campo magnético externo donde la modificación de las trayectorias de los electrones da lugar a ondas de alta frecuencia para calentar un plasma de fusión. De manera general, la visión principal de este sistema girotrón es ser utilizado en la eliminación de islas magnéticas en el plasma, así como para el calentamiento del plasma flat-top en un tiempo de operación de 5 a 10 ms dentro del Tokamak T mexicano de baja razón de aspecto.

1.3 Aportaciones

A continuación, se presentan las aportaciones de esta tesis.

1 Determinación de la intensidad del campo magnético requerido para un girotrón de 60 GHz de frecuencia

La estructura de un girotrón dispone de una región donde se produce la interacción de un haz de electrones y una onda electromagnética. Siendo esta última reforzada por el haz de electrones al cumplirse una condición de resonancia y producir la radiación deseada. Un campo magnético externo da forma y guía al haz de electrones con trayectorias helicoidales y frecuencia angular cercana a la frecuencia de la onda electromagnética de interacción. Por consiguiente, en este trabajo se concluye que, para conseguir un girotrón de 60 GHz de frecuencia, se requiere una intensidad de campo magnético aproximada de 2.4 T en la región de interacción.

2 Determinación de la ecuación para perfil magnético axial de una solera circular con perfil rectangular

En un girotrón, es menester disponer de un sistema capaz de desarrollar un intenso campo magnético externo, el cual dará guía y forma al haz de electrones, transformando su energía en energía de radiación. De todo el campo magnético generado por el sistema de bobinas de cobre, el más importante es aquel determinado alrededor del eje axial, esto es, el perfil axial del campo magnético, el cual describe en su totalidad el comportamiento deseado del campo magnético para el transporte del haz de electrones. Este perfil, en forma de campana con perfil uniforme en la parte superior, es característico en los sistemas de campo externos para dispositivos generadores de radiación coherente. En este trabajo se presenta, con base en la geometría del conductor, una novedosa formulación para la determinación del perfil magnético generado por una única solera circular sólida y con sección transversal rectangular, por la cual se transporta una corriente eléctrica continua en un tiempo de corto circuito. La deducción de la intensidad de flujo magnético producido por una solera es parte de la composición del campo generado por un conjunto de soleras que integran el arreglo de bobinas.

3 Diseño y configuración de un sistema magnético con cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas sólidas de cobre

En este diseño se consigue establecer los parámetros que definen el arreglo de bobinas compuestas por soleras sólidas de cobre y sección transversal cuadrada. Se presenta un modelo de cuatro bobinas cada una de las cuales está integrada de 11×9 soleras de cobre y cada una de estas soleras tiene un área transversal cuadrada de 2×2 mm transportando una corriente de 750 A en un tiempo de corto circuito de 300 ms. Se muestra que, debido a la totalidad del conjunto de soleras, se alcanza una intensidad de campo de 2.4 T en la región de interacción.

4 Diseño y configuración de un sistema magnético con cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas huecas de cobre

En este diseño reformado se consigue establecer el arreglo de bobinas compuestas por soleras sólidas huecas y sección transversal cuadrada. Se presenta un modelo de cuatro bobinas cada una de las cuales está integrada de 3×4 soleras de cobre y cada una de estas soleras tiene un área transversal de 10×10 mm con un hueco concéntrico de 6×6 mm. Por el área efectiva se transporta una corriente de 8000 A en un tiempo de corto circuito de 700 ms. Aquí, igualmente se muestra que, debido a la totalidad del conjunto de soleras, se alcanza una intensidad de campo de 2.4 T en la región de interacción.

5 Transferencia de calor en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas sólidas de cobre

En este diseño de cuatro bobinas, donde cada una de ellas está representada por una matriz de 11×9 soleras sólidas de cobre y sección transversal cuadrado de 2×2 mm, se estudia la propagación del calor generado en dicho sistema de bobinas. Con base en la posición establecida en cada solera y la corriente de 750 A que conduce cada una de las mismas, se concluye un rango de 46.4 a 59.5 kW para la transferencia de calor de cada una de las cuatro bobinas que integran el sistema magnético del girotrón.

6 Transferencia de calor en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas huecas de cobre refrigeradas por agua En este diseño de cuatro bobinas, donde cada una de ellas está representada por una matriz de 3×4 soleras de cobre y sección transversal cuadrado de 10×10 mm con un hueco concéntrico de 6×6 mm, se estudia la propagación del calor generado en dicho sistema de bobinas. Con base en la posición establecida en cada solera y la corriente de 8000 A que conduce cada una de las mismas, se concluye un rango de 56.2 a 70.1 kW para la transferencia de calor de cada una de las cuatro bobinas que integran el sistema magnético del girotrón. El sistema de enfriamiento que contrarresta la energía calorífica transferida consiste en una corriente de agua circulando a través del hueco concéntrico del conductor a una velocidad de 1 m/s y una temperatura inicial de 10 °C. Se tiene así que, el rango mínimo de incremento de temperatura para el fluido está desde los 20.6 hasta los 28.3 °C; y el rango máximo va desde los 41.6 hasta los 49.3 °C. Se presenta, además, el intervalo de caída de presión del fluido, el cual se determinó en el rango de 438.3 a 1037.5 kPa.

7 Cálculo de esfuerzos mecánicos desarrollados en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras sólidas de cobre

Se presenta aquí, una solución de las fuerzas ejercidas debido al paso de la corriente eléctrica a través del conductor en presencia de un campo magnético. Se consideran exclusivamente las resultantes de las fuerzas en dirección radial y axial. Para deducir tal aproximación considérese una representación de la solera circular con sección transversal cuadrada por una simple espira circular. Tomándose en cuenta esto último, y aplicándose la teoría de campos fuera del eje axial, se concluye el intervalo de fuerzas radiales que soporta el conjunto de espiras que dan forma a cada bobina del sistema de arreglo magnético, siendo este de 16.09 hasta 16.21 kN. Nótese que las fuerzas axiales aquí involucradas poseen una resultante nula, esto es, se cancelan unas a otras como era de esperarse.

8 Cálculo de esfuerzos mecánicos desarrollados en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras huecas de cobre

Al igual que en el caso de soleras sólidas, se considera aquí la representación de una solera hueca por una espira pasando justo por su centroide de masa. Se concluye de esta forma un rango de fuerzas radiales que van desde los 24.9 hasta los 25.6 kN soportados por el conjunto de espiras que representa las bobinas con soleras sólidas.

9 Simulación de las trayectorias determinadas en el haz de electrones bajo el dominio del campo magnético generado por un sistema de cuatro bobinas compuestas por soleras cuadradas de cobre

En este trabajo se consigue reproducir las trayectorias que toman los electrones bajo la acción de un campo magnético externo. Se muestra un haz de once electrones con trayectorias helicoidales y en flujo laminar, emergiendo desde la región del cañón y propagándose hasta llegar a la región de la cavidad. Se tiene así, que la formación de este haz de electrones es resultado de un adecuado perfil de campo magnético axial cuasi homogéneo generado por el sistema de arreglo de bobinas de cobre y por un cañón MIG con parámetros de diseño bien establecidos. Se presenta pues, un haz de electrones que surge desde la región del MIG con un radio de cátodo igual a 13.5 mm, un potencial de 67.5 V en el ánodo; y que es formado y guiado hasta llegar a la región de interacción con un radio de haz de 3.33 mm, una relación de velocidades igual a 1.25 y una energía de 67.5 keV.

1.4 Publicaciones

Los resultados derivados de este trabajo de investigación se publicaron en:

J. A. González, M. Salvador, J. R. Morones, et al (2022); Copper Coil Magnetic System Study in a 60 GHz Gyrotron Design. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, IOS Press. DOI: 10.3233/JAE-220030.

J. A. González, M. Salvador, J. R. Morones, et al. 60 GHz-300 kW Gyrotron General Design for the Mexican Tokamak T. 26th Fusion Energy Conference. FEC 2016. Kyoto, Japan. 17-22 October.

1.5 Organización de la tesis

En el capítulo 2 se presenta una breve síntesis de los fundamentos que gobiernan un dispositivo girotrón, tales como el fenómeno de emisión máser; la condición de resonancia necesaria para la emisión de radiación electromagnética; los subsistemas que integran un girotrón y las ecuaciones de movimiento de haz de electrones. En el capítulo 3 se presenta el sistema guía del girotrón, es decir el sistema magnético externo. Se determina la intensidad de campo magnético necesario en la región de la cavidad para la generación de 60 GHz de potencia en radiación. Se determina la corriente eléctrica máxima soportada por el conductor de cobre en un tiempo de corto circuito y geometría especificada. Se presentan las componentes de campo magnético fuera del eje axial, esto es, el campo en todo el espacio circundante alrededor de una espira circular conductora de corriente eléctrica. De igual forma, se determina el perfil de campo magnético axial generado por una solera circular conductora de corriente eléctrica de continua. Además, para la misma solera, se encuentra la transferencia de calor a través del conductor como respuesta al paso de la corriente eléctrica. Así mismo, se especifica la longitud necesaria de solera de cobre para

conformar el arreglo de bobinas. La fuerza ejercida sobre una espira circular conductora de corriente y envuelta en un campo magnético es parte de la fuerza total ejercida por el conjunto de espiras que forman una bobina del arreglo de sistema magnético. Finalmente se tiene, en este capítulo, la presentación de los modelos constituidos por espiras, o por soleras sólidas o huecas, y que representan el sistema magnético externo que cumple con los requerimientos de campo en las regiones del cañón y la cavidad del girotrón. Modelos que son distinguidos por su posición, número de soleras, corriente eléctrica, tiempo de corto circuito, transferencia de calor, fuerzas mecánicas, entre otros. En el capítulo 4 se puede apreciar la resolución de los parámetros necesarios para la configuración del cañón MIG, generador del haz de electrones que es transportado por el campo magnético externo expuesto en el capítulo 3. Se da la resolución pues, al conjunto de ecuaciones lineales tradeoff que fija las variables de diseño del MIG bajo la acción del sistema magnético en la región de la cavidad resonante. Se muestra los resultados que permiten representar, con el código especializado EGUN, las travectorias helicoidales desde la región del cañón hasta la región de operación, confirmando con ello un equilibrado sistema de transporte magnético y cañón de electrones capaces de generar y formar el haz de electrones necesario en un girotrón de 60 GHz. En los capítulos 5 y 6 se presentan las conclusiones y trabajo futuro respectivamente.

Capítulo 2

FÍSICA Y ELEMENTOS DE UN GIROTRÓN

2.1 Máser en resonancia a la frecuencia ciclotrónica

Ya desde el año de 1898 se tiene conocimiento de la generación de ondas electromagnéticas debidas al movimiento circular de un electrón en torno a las líneas de algún campo magnético presente [41]. El término máser es el acrónimo del inglés microwave amplification by stimulated emission of radiation por su traducción al español amplificación de microondas por la emisión estimulada de radiación y hace referencia a cualquier dispositivo capaz de generar ondas electromagnéticas coherentes amplificando las mismas por medio de una emisión estimulada. Se basa en el principio de emisión estimulada propuesta por Albert Einstein en 1917, que afirma «cuando una onda electromagnética pasa cerca de una molécula o de un átomo, estando en un estado energético adecuado, le induce a este último otra radiación electromagnética que se suma a la onda de paso desencadenando una serie de fenómenos que aumentan por mucho la intensidad energética original». Éste dispositivo fue concebido en el año de 1954, en la Universidad de Columbia, Nueva York, en Estados Unidos de América por J. P. Gordon, y entre sus usos más comunes destacan el espectrómetro de microonda, el amplificador de microonda y el oscilador [22].

Un término más contemporáneo y más frecuentemente usado para referirse a la radiación inducida es el de máser en resonancia a la frecuencia ciclotrónica, traducción del inglés «cyclotron resonance maser», *CRM*, por sus siglas, siendo indistintamente usado para referirse tanto al fenómeno físico (mecanismo de inestabilidad), como al dispositivo generador de radiación coherente. Tendremos entonces, que en un CRM, un haz de electrones, el cuál tiene un movimiento circular dentro de un campo magnético externo homogéneo es capaz de producir radiación bremsstrahlung coherente debido a la dependencia relativista que tiene la frecuencia ciclotrónica electrónica sobre la energía del electrón. Para mayor información véase [46], [51], [70], [11], [18], [20], y [58]. Este mecanismo de inestabilidad fue primeramente reconocido por el astrofísico australiano R. Q. Twiss [63]. Después, en 1959, sin previo conocimiento del trabajo de Twiss, Jürgen Schneider de Alemania y A. Gaponov de Rusia, cada uno por separado, publicaron cálculos específicos donde se discute la emisión estimulada proveniente de electrones monoenergéticos relativistas; la aproximación de Schanaider fue desde un punto de vista de la mecánica cuántica, mientras que la aproximación de Gaponov lo fue desde la mecánica clásica [25].

En general, cualquier dispositivo capaz de transferir energía desde un haz de electrones hacia una onda electromagnética será llamado, indistintamente, con alguno de los siguientes términos: máser de resonancia ciclotrónica (cyclotron resonance maser, CRM), máser ciclotrónico electrónico (electron cyclotron maser, ECM), maser ciclotrónico relativista (relativistic cyclotron maser), girodispositivo (gyro-devices) o simplemente, como aquí frecuentemente es llamado, girotrón.

2.2 Condición de resonancia ciclotrónica

Un girotrón se basa en el mecanismo de radiación ciclotrónica coherente a partir de la energía cinética transversal de los electrones girando relativamente en un campo magnético constante e interactuando resonantemente con una onda electromagnética. Para que los electrones consigan alcanzar el fenómeno de radiación, se deberá cumplir con un mecanismo de *agrupamiento* de electrones en un plano perpendicular a la dirección del haz. En este mecanismo, los electrones chocan entre sí, entrando en una fase de desaceleración la cual extrae el momento orbital de los electrones induciendo con esto radiación electromagnética. La condición para que este mecanismo de agrupamiento se logre es satisfacer una condición de resonancia entre el movimiento de los electrones y la onda electromagnética en la zona de interacción, se dice entonces que, se debe cumplir con la *condición de resonancia ciclotrónica*:

$$\omega_{RF} - k_z v_z \approx s \,\omega_c, \quad s = 1, 2, \dots \tag{2.1}$$

donde ω_{RF} es la frecuencia angular de la onda electromagnética, k_z es el número de onda axial, esto es, en dirección del haz de electrones, v_z la velocidad axial, ω_c es la frecuencia de giro o frecuencia ciclotrónica de los electrones y s es el número harmónico.

En la Figura 2 (c) se puede observar este agrupamiento. Cuando la *girofrecuencia* inicial de los electrones supera la frecuencia de la onda ω , los electrones en desaceleración, los cuales aumentan su girofrecuencia, pronto pasan desde una fase de desaceleración a una

fase de aceleración. Al mismo tiempo, las inicialmente aceleradas partículas disminuyen ligeramente su girofrecuencia, permaneciendo en esta fase. Como resultado, cuando $\Omega_0 > \omega$, el agrupamiento se forma en la fase de aceleración. Por otro lado, cuando $\Omega_0 < \omega$, las partículas inicialmente desaceleradas disminuyen su girofrecuencia, lo cuál conduce al deslizamiento en la fase de de desaceleración. De aquí que, cuando $\Omega_0 < \omega$, el agrupamiento se forme en fase de desaceleración. Luego, la desaceleración conduce a la extracción del momento orbital de los electrones.



Figura 2: Movimiento circular relativo de electrones cercano a la resonancia ciclotrónica fundamental con una onda polarizada circularmente. La línea punteada denota la distribución inicial de los electrones: (a) modulación inicial, (b) agrupamiento electrónico, (c) desaceleración del agrupamiento. (Figura de: [48]).

2.3 Configuración de un girotrón

La Figura 3 ofrece un esquema general del diseño de un girotrón con una cavidad sencilla. Se muestra una visión general de los principales componentes que conforman un dispositivo girotrón básico. El cañón de inyección de magnetrón, MIG, por sus siglas en inglés está compuesto principalmente por un cátodo (A) y un ánodo (B). Acoplado al cátodo hay un anillo de tungsteno (C) de donde se emiten los electrones en un proceso de emisión termoiónica que opera a altas temperaturas ($\approx 1000 \text{ C}$) [19] y potenciales de cientos de kilovoltios. En girotrones modernos dichos cátodos están formados por estructuras matriciales complejas de tungsteno con varios tipos de impurezas. El resonador o cavidad (D) es una estructura de guía de ondas cilíndrica con una sección transversal ligeramente cónica a la entrada (y a la salida). Esta cavidad se encarga de proporcionar el entorno adecuado para la interacción eficiente entre el haz y la onda. La entrada del resonador es conocida como el túnel del haz y se encarga de evitar la excitación de modos parásitos. Véase [8], [72], [6], [65], [12], [36], [55], [68], [34], [33], [32] y [67] para profundizar

en el estudio del resonador y el túnel del haz. En la región de operación (G) los electrones circulan e interactúan con un campo electromagnético, cediendo su energía cinética transversal a la onda electromagnética. El colector de electrones (E) atrapa el haz después de la decadencia de su energía una vez interactuado con la onda electromagnética. En la ventana de salida (F) emerge la radiación producida, que después de pasar por un sistema convertidor de modos, se obtiene radiación en un modo Gaussiano [56]. Las etiquetas (I), (H) y (J) forman todas ellas el intenso campo magnético externo conformado por las bobinas del MIG, la cavidad y el colector respectivamente. El sistema magnético de un girotrón es fundamental para generar una radiación estimulada debido a la dependencia de la frecuencia de los electrones con la intensidad del campo magnético. Consúltese los trabajos de [9] y [44] donde se presenta los sistemas magnéticos de girotrones de 95 y 150 GHz respectivamente.



Figura 3: Una configuración típica de un girotrón está compuesta por: El MIG (A, B y C), la zona de operación (D y G) y el sistema magnético (H, I y J).

2.4 Ecuaciones de Movimiento

Se sigue el trabajo de [24] para exponer las ecuaciones que describen el movimiento de un electrón bajo la presencia de campos eléctricos y magnéticos estáticos para luego ser resueltas numéricamente por el código especializado EGUN. Entonces, considérese la ecuación de fuerza de Lorentz ([14], [62]) escrita en la forma

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \qquad (2.2)$$

donde e y v representan la carga y la velocidad del electrón en C y m/s, respectivamente; y E y B, el campo eléctrico y magnético, en V/m y T. Escríbase la velocidad \vec{v} en coordenadas cilíndricas de la forma

$$\vec{v} = u_z \dot{z} + u_r \dot{r} + u_\phi \dot{a}. \tag{2.3}$$

Aquí u_z , u_r y u_{ϕ} representan vectores unitarios y $\dot{a} = r\dot{\phi}$ la velocidad azimutal. Se expresa el lado izquierdo de (2.2) de la forma

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d}{dt} \left(m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \vec{v} \right)$$
(2.4)

donde m_0 representa la masa en reposo del electrón. Al diferenciar la ecuación (2.4) se tiene

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} \left[\frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt} \vec{v} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{d\vec{v}}{dt}\right]$$
(2.5)

donde

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = u_z \ddot{z} + u_r (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) + u_\phi (2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi})$$
(2.6)

la cual se convierte en

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = u_z \ddot{z} + u_r (\ddot{r} - \dot{a}^2/r) + u_\phi (\dot{r}\dot{a}/r + \ddot{a}).$$
(2.7)

A partir de la expresión

$$v = (\dot{z}^2 + \dot{r}^2 + \dot{a}^2)^{1/2}$$
(2.8)

donde v es la velocidad escalar. Se tiene luego

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{v}(\dot{z}\ddot{z} + \dot{r}\ddot{r} + \dot{a}\ddot{a}).$$
(2.9)

Sustituyendo las ecuaciones (2.7), (2.8) y (2.9) en (2.5) se llega a

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} \left[\frac{1}{c^2} (\dot{z}\ddot{z} + \dot{r}\ddot{r} + \dot{a}\ddot{a})(u_z\dot{z} + u_r\dot{r} + u_\phi\dot{a}) + \left\{1 - \frac{v^2}{c^2}\right\} \left\{ u_z\ddot{z} + u_r(\ddot{r} - \dot{a}^2/r) + u_\phi(\dot{r}\dot{a}/r + \ddot{a}) \right\} \right]$$
(2.10)

Agrupando y expandiendo de forma vectorial la ecuación (2.10)

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} \left[u_z \left\{ \frac{1}{c^2} \dot{z} (\dot{r}\ddot{r} + \dot{a}\ddot{a}) + \ddot{z}c \right\} \\
+ u_r \left\{ \frac{1}{c^2} \dot{r} (\dot{z}\ddot{z} + \dot{a}\ddot{a}) - \frac{\dot{a}^2}{r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + \ddot{r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{\dot{r}^2}{c^2}\right) \right\} \\
+ u_\phi \left\{ \frac{1}{c^2} \dot{a} (\dot{z}\ddot{z} + \dot{r}\ddot{r}) + \frac{\dot{r}\dot{a}}{r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + \ddot{a} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{\dot{a}^2}{c^2}\right) \right\} \right].$$
(2.11)

De igual forma se expande vectorialmente la parte derecha de (2.2)

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = -e \Big[u_z (E_z + \dot{r}B_\phi - \dot{a}B_r) + u_r (E_r + \dot{a}B_z - \dot{z}B_\phi) + u_\phi (E_\phi + \dot{z}B_r - \dot{r}B_z) \Big].$$
(2.12)

Igualando cada componente vectorial se tiene finalmente

$$m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} \left\{ \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{\dot{z}^2}{c^2}\right) \ddot{z} + \frac{1}{c^2} \dot{z} \dot{r} \ddot{r} + \frac{1}{c^2} \dot{z} \dot{a} \ddot{a} \right\}$$

$$= -e(E_z + \dot{r}B_\phi - \dot{a}B_r), \qquad (2.13)$$

$$m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} \left\{ \frac{1}{c^2} \dot{r} \dot{z} \ddot{z} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{\dot{r}^2}{c^2}\right) \ddot{r} + \frac{1}{c^2} \dot{r} \dot{a} \ddot{a} - \frac{\dot{a}^2}{r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \right\}$$

$$= -e(E_r - \dot{z}B_\phi + \dot{a}B_z), \qquad (2.14)$$

у

$$m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} \left\{ \frac{1}{c^2} \dot{a} \dot{z} \ddot{z} + \frac{1}{c^2} \dot{a} \dot{r} \ddot{r} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{\dot{a}^2}{c^2}\right) \ddot{a} + \frac{\dot{r} \dot{a}}{r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \right\}$$

= $-e(E_{\phi} + \dot{z}B_r - \dot{r}B_z).$ (2.15)

Para fines de programación, es conveniente normalizar las variables. Sea

$$z = \lambda Z, \qquad r = \lambda R, \qquad a = \lambda A, \quad y \quad ct = \lambda T.$$
 (2.16)

donde λ es una constante de proporcionalidad entre las coordenadas reales y las adimensionales, de tal forma que está en unidades de malla (longitud) dentro del programa EGUN [24]. Y diferenciando con respecto a $T = ct/\lambda$ se tiene

$$\dot{z} = c\dot{Z}, \qquad \ddot{z} = \frac{c^2\ddot{Z}}{\lambda},$$

$$\dot{r} = c\dot{R}, \qquad \ddot{r} = \frac{c^2\ddot{R}}{\lambda},$$

$$\dot{a} = c\dot{A}, \qquad \ddot{a} = \frac{c^2\ddot{A}}{\lambda}.$$
(2.17)

A partir de la definición de (2.17) se sigue que

$$\beta^2 = \frac{v^2}{c^2} = \dot{Z}^2 + \dot{R}^2 + \dot{A}^2.$$
(2.18)

Nótese que la normalización de las variables de desplazamiento Z, R y A son con respecto a $T = ct/\lambda$. Sustituyendo estas normalizaciones en (2.13), (2.14) y (2.18) se llega a

$$\frac{m_0 c^2}{\lambda (1 - \beta^2)^{3/2}} \Big[(1 - \beta^2 + \dot{Z}^2) \ddot{Z} + \dot{Z} \dot{R} \ddot{R} + \dot{Z} \dot{A} \ddot{A} \Big]
= -e \Big[E_z + c \dot{R} B_\phi - c \dot{A} B_r \Big],$$

$$\frac{m_0 c^2}{\lambda (1 - \beta^2)^{3/2}} \Big[\dot{R} \dot{Z} \ddot{Z} + (1 - \beta^2 + \dot{R}^2) \ddot{R} + \dot{R} \dot{A} \ddot{A} - \frac{\dot{A}^2}{R} (1 - \beta^2) \Big]
= -e \Big[E_r - c \dot{Z} B_\phi + c \dot{A} B_z \Big],$$
(2.19)
(2.20)

у

$$\frac{m_0 c^2}{\lambda (1 - \beta^2)^{3/2}} \Big[\dot{A} \dot{Z} \ddot{Z} + \dot{A} \dot{R} \ddot{R} + (1 - \beta^2 + \dot{A}^2) \ddot{A} + \frac{\dot{R} \dot{A}}{R} (1 - \beta^2) \Big] \\= -e \Big[E_{\phi} + c \dot{Z} B_r - c \dot{R} B_z \Big].$$
(2.21)

Aquí, se busca definir las ecuaciones de propagación en derivadas de segundo orden para cada una de las variables ortogonales. Para resolver estas ecuaciones, escríbanse de la forma

$$A_{1}\ddot{Z} + B_{1}\ddot{R} + C_{1}\ddot{A} = D_{1}$$

$$A_{2}\ddot{Z} + B_{2}\ddot{R} + C_{2}\ddot{A} = D_{2}$$

$$A_{3}\ddot{Z} + B_{3}\ddot{R} + C_{3}\ddot{A} = D_{3}$$
(2.22)

para luego aplicar el método del determinante estándar sobre las ecuaciones simultáneamente. Reescribiendo las ecuaciones (2.19), (2.20) y (2.21) en la forma (2.22) se tiene

$$(1 - \beta^2 + \dot{Z}^2)\ddot{Z} + \dot{Z}\dot{R}\ddot{R} + \dot{Z}\dot{A}\ddot{A} = \frac{-e\lambda}{m_0c^2}(1 - \beta^2)^{3/2}(E_z + c\dot{R}B_\phi - c\dot{A}B_r), \qquad (2.23)$$

$$\dot{R}\dot{Z}\ddot{Z} + (1 - \beta^2 + \dot{R}^2)\ddot{R} + \dot{R}\dot{A}\ddot{A} = (1 - \beta^2)\frac{\dot{A}^2}{R} - \frac{e\lambda}{m_0c^2}(1 - \beta^2)^{3/2}(E_r - c\dot{Z}B_\phi + c\dot{A}B_z), \qquad (2.24)$$

у

$$\dot{A}\dot{Z}\ddot{Z} + \dot{A}\dot{R}\ddot{R} + (1 - \beta^2 + \dot{A}^2)\ddot{A} = -(1 - \beta^2)\frac{\dot{R}\dot{A}}{R} - \frac{e\lambda}{m_0c^2}(1 - \beta^2)^{3/2}(E_{\phi} + c\dot{Z}B_r - c\dot{R}B_z).$$
(2.25)

El determinante del coeficiente es

$$\begin{split} \Delta &= (1 - \beta^2 + \dot{Z}^2) \Big[(1 - \beta^2 + \dot{R}^2) (1 - \beta^2 + \dot{A}^2) - \dot{A}^2 \dot{R}^2 \\ &+ \dot{Z} \dot{R} \Big[\dot{R} \dot{Z} \dot{A}^2 - \dot{Z} \dot{R} (1 - \beta^2 + \dot{A}^2) \Big] \\ &+ \dot{Z} \dot{A} \Big[\dot{Z} \dot{R}^2 \dot{A} - \dot{A} \dot{Z} (1 - \beta^2 + \dot{R}^2) \Big] \\ &= (1 - \beta^2 + \dot{Z}^2) (1 - \beta^2) (1 - \beta^2 + \dot{A}^2 + \dot{R}^2) \\ &- \dot{Z}^2 \dot{R}^2 (1 - \beta^2) - \dot{Z}^2 \dot{A}^2 (1 - \beta^2) \\ &= (1 - \beta^2)^2 (1 - \beta^2 + \dot{Z}^2 + \dot{R}^2 + \dot{A}^2) \end{split}$$

El cual es simplemente

$$\Delta = (1 - \beta^2)^2 \tag{2.26}$$

Por conveniencia, se
a $\alpha=e\lambda/m_0c^2.$ La aceleración axial \ddot{Z} está dada por

$$\Delta \ddot{Z} = D_1 (B_2 C_3 - C_2 B_3) + D_2 (C_1 B_3 - B_1 C_3) + D_3 (B_1 C_2 - C_1 B_2)$$

la cual se convierte en

$$(1 - \beta^{2})^{2} \ddot{Z} = \left[-\alpha(1 - \beta^{2})^{3/2}(E_{z} + c\dot{R}B_{\phi} - c\dot{A}B_{r}) \right] \\ \times \left[(1 - \beta^{2} + \dot{R}^{2})(1 - \beta^{2} + \dot{A}^{2}) - \dot{R}^{2}\dot{A}^{2} \right] \\ + \left[(1 - \beta^{2})\frac{\dot{A}^{2}}{R} - \alpha(1 - \beta^{2})^{3/2}(E_{r} - c\dot{Z}B_{\phi} + c\dot{A}B_{z}) \right] \\ \times \left[\dot{Z}\dot{R}\dot{A}^{2} - \dot{Z}\dot{R}(1 - \beta^{2} + \dot{A}^{2}) \right] \\ + \left[- (1 - \beta^{2})\frac{\dot{R}\dot{A}}{R} - \alpha(1 - \beta^{2})^{3/2}(E_{\phi} + c\dot{Z}B_{r} - c\dot{R}B_{z}) \right] \\ \times \left[\dot{Z}\dot{R}^{2}\dot{A} - (1 - \beta^{2} + \dot{R}^{2})\dot{Z}\dot{A} \right].$$

Simplificando la ecuación anterior se escribe

$$\ddot{Z} = \alpha (1 - \beta^2)^{1/2} \left[- (E_z + c\dot{R}B_\phi - c\dot{A}B_r)(1 - \beta^2 + \dot{R}^2 + \dot{A}^2) + (E_r - c\dot{Z}B_\phi + c\dot{A}B_z)\dot{Z}\dot{R} + (E_\phi + c\dot{Z}B_r - c\dot{R}B_z)\dot{Z}\dot{A} \right].$$

Girotrón Mexicano de 60 GHz

Nótese que $(1 - \beta^2 + \dot{R}^2 + \dot{A}^2) = 1 - \dot{Z}^2$, y se tiene finalmente

$$\ddot{Z} = \alpha (1 - \beta^2)^{1/2} \Big[-E_z (1 - \dot{Z}^2) + \dot{Z} \dot{R} E_r + \dot{Z} \dot{A} E_\phi - c \dot{R} B_\phi + c \dot{A} B_r) \Big].$$
(2.27)

La aceleración radial \ddot{R} está dada por

$$\Delta \ddot{R} = D_1 (A_3 C_2 - A_2 C_3) + D_2 (A_1 C_3 - A_3 C_1) + D_3 (A_2 C_1 - A_1 C_2)$$

La cual se escribe como

$$(1 - \beta^{2})^{2}\ddot{R} = \left[-\alpha(1 - \beta^{2})^{3/2}(E_{z} + c\dot{R}B_{\phi} - c\dot{A}B_{r}) \right] \\ \times \left[\dot{R}\dot{Z}\dot{A}^{2} - \dot{R}\dot{Z}(1 - \beta^{2} + \dot{A}^{2}) \right] \\ + \left[(1 - \beta^{2})\frac{\dot{A}^{2}}{R} - \alpha(1 - \beta^{2})^{3/2}(E_{r} - c\dot{Z}B_{\phi} + c\dot{A}B_{z}) \right] \\ \times \left[(1 - \beta^{2} + \dot{Z}^{2})(1 - \beta^{2} + \dot{A}^{2}) - \dot{Z}^{2}\dot{A}^{2} \right] \\ + \left[- (1 - \beta^{2})\frac{\dot{R}\dot{A}}{R} - \alpha(1 - \beta^{2})^{3/2}(E_{\phi} + c\dot{Z}B_{r} - c\dot{R}B_{z}) \right] \\ \times \left[\dot{Z}^{2}\dot{R}\dot{A} - \dot{R}\dot{A}(1 - \beta^{2} + \dot{Z}^{2}) \right].$$

Simplificando la ecuación anterior

$$\begin{split} \ddot{R} &= \alpha (1 - \beta^2)^{1/2} \big[(E_z + c\dot{R}B_\phi - c\dot{A}B_r) \dot{Z}\dot{R} \\ &- (E_r - c\dot{Z}B_\phi + c\dot{A}B_z)(1 - \beta^2 + \dot{Z}^2 + \dot{A}^2) \\ &+ (E_\phi + c\dot{Z}B_r - c\dot{R}B_z)\dot{R}\dot{A} \big] \\ &+ \frac{\dot{A}^2}{R} (1 - \beta^2 + \dot{Z}^2 + \dot{A}^2) + \frac{\dot{R}^2 \dot{A}^2}{R}. \end{split}$$

Notando que $(1 - \beta^2 + \dot{Z}^2 + \dot{A}^2) = (1 - \dot{R}^2)$, se tiene finalmente

$$\ddot{R} = \alpha (1 - \beta^2)^{1/2} \left[-E_r (1 - \dot{R}^2) + \dot{Z}\dot{R}E_z + \dot{R}\dot{A}E_\phi + c\dot{Z}B_\phi - c\dot{A}B_z \right] + \frac{\dot{A}^2}{R}.$$
 (2.28)

La aceleración azimutal \ddot{A} está dada por

$$\Delta \ddot{A} = D_1(A_2B_3 - A_3B_2) + D_2(A_3B_1 - A_1B_3) + D_3(A_1B_2 - A_2B_1)$$

la cual se hace

$$(1 - \beta^2)^2 \ddot{A} = \left[-\alpha (1 - \beta^2)^{3/2} (E_z + c\dot{R}B_\phi - c\dot{A}B_r) \right] \left[\dot{A}\dot{R}^2 \dot{Z} - \dot{Z}\dot{A}(1 - \beta^2 + \dot{R}^2) \right] + \left[(1 - \beta^2) \frac{\dot{A}^2}{R} - \alpha (1 - \beta^2)^{3/2} (E_r - c\dot{Z}B_\phi + c\dot{A}B_z) \right]$$

Girotrón Mexicano de 60 GHz

$$\times \left[\dot{A}\dot{Z}^{2}\dot{R} - \dot{A}\dot{R}(1 - \beta^{2} + \dot{Z}^{2}) \right] + \left[(1 - \beta^{2})\frac{\dot{R}\dot{A}}{R} - \alpha(1 - \beta^{2})^{3/2}(E_{\phi} + c\dot{Z}B_{r} - c\dot{R}B_{z}) \right] \times \left[(1 - \beta^{2} + \dot{Z}^{2})(1 - \beta^{2} + \dot{R}^{2}) - \dot{Z}^{2}\dot{R}^{2} \right].$$

Simplificando

$$\ddot{A} = \alpha (1 - \beta^2)^{1/2} \left[(E_z + c\dot{R}B_\phi - c\dot{A}B_r)\dot{Z}\dot{A} + (E_r - c\dot{Z}B_\phi + c\dot{A}B_z)\dot{A}\dot{R} - (E_\phi + c\dot{Z}B_r - c\dot{R}B_z)(1 - \beta^2 + \dot{Z}^2 + \dot{R}^2) \right] - \frac{\dot{R}\dot{A}}{R} (1 - \beta^2 + \dot{Z}^2 + \dot{R}^2) - \frac{\dot{A}^3\dot{R}^2}{R}.$$

Y notando que $(1 - \beta^2 + \dot{Z}^2 + \dot{R}^2) = (1 - \dot{A}^2)$, se tiene finalmente

$$\ddot{A} = \alpha (1 - \beta^2)^{1/2} \left[-E_{\phi} (1 - \dot{A}^2) + \dot{Z}\dot{A}E_z + \dot{A}\dot{R}E_r - c\dot{Z}B_r + c\dot{R}B_z) \right] - \frac{\dot{R}\dot{A}}{R}.$$
 (2.29)

Las ecuaciones de segundo orden (2.27), (2.28) y (2.29) son resueltas numéricamente por el programa EGUN [24] utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden.

Capítulo 3 SISTEMA MAGNÉTICO EXTERNO DEL GIROTRÓN

El sistema magnético de un girotrón es aquel encargado de generar un intenso campo magnético externo lo suficientemente homogéneo en aquellas regiones para las cuales se origina y extiende el haz de electrones, formando con ello trayectorias con órbitas helicoidales. Sirvan los trabajos en [44] y [66] como ejemplos de tales sistemas magnéticos dentro de un girotrón. Para llegar a desarrollar un buen sistema magnético que consiga generar la intensidad de campo requerido y de esta manera obtener la frecuencia ciclotrónica deseada de los electrones, es menester que en todo momento de la etapa de diseño se tenga en cuenta la variable de compresión magnética, la cual se define como la razón entre la intensidad del campo magnético en la región de operación y la intensidad de campo magnético en la región del cátodo, debiéndose mantener en un valor restrictivo y evitar así problemas de arco eléctrico [30]. Una vez encontrados los valores requeridos de intensidad magnética en las regiones ya mencionadas se dispone a proponer aquellos modelos consistentes en arreglos de bobinas que satisfagan los valores de campo.

En el presente trabajo de tesis, se consideran diversos modelos para el sistema magnético externo, el cual consiste, para cada uno de ellos, en un arreglo de cuatro bobinas con conductor de cobre y que operan con corriente directa. Se ha optado por diseñar las bobinas con este material conductor debido a la posibilidad de una operación continua y económica del dispositivo girotrón, tal como se sugiere en [9] y en [7]. La principal diferencia entre un modelo magnético y otro viene dado por la elección de parámetros que cumplan con los valores de campo magnético tales como el número total de soleras, las posiciones relativas de las bobinas, la corriente eléctrica fluyendo por el conductor, el área transversal de la solera, el uso de un refrigerante atravesando el conductor y el tiempo de corto circuito para el sistema. Se tiene entonces que para cada modelo presentado a continuación se establecen los análisis de tiempo de corto circuito, generación de campo magnético, transferencia de calor y esfuerzos mecánicos.

3.1 Intensidad del Campo Magnético en Zona de Operación

En un girotrón, el campo magnético externo B_o mantiene la frecuencia ciclotrónica ω_c cerca de la frecuencia angular ω_{RF} la cual se escribe generalmente como la radiofrecuencia f_{RF} . Siguiendo el trabajo de [48] y [62], el cual parte de la condición de resonancia ciclotrónica (Ecuación 2.1), se tiene:

$$s \omega_{c} = \omega_{RF} - k_{z} v_{z}$$

$$s \frac{eB_{o}}{m_{o} \gamma_{o}} = \frac{2\pi c}{\lambda_{RF}} - k_{z} v_{z}$$

$$B_{o} = \frac{m_{o} \gamma_{o}}{s e} \left(\frac{2\pi c}{\lambda_{RF}} - k_{z} v_{z}\right)$$

$$= \frac{m_{o} \gamma_{o}}{s e} c \frac{2\pi}{\lambda_{RF}} \left(\frac{2\pi c}{\lambda_{RF}} \frac{1}{c} \frac{\lambda_{RF}}{2\pi} - \frac{\lambda_{RF}}{2\pi} k_{z} \frac{1}{c} v_{z}\right)$$

$$B_{o} = \frac{2\pi m_{o} c}{e} \frac{\gamma_{o}}{s \lambda_{RF}} \left(1 - n\beta_{z}\right),$$
(3.1)

donde m_0 , $e \neq c$ son la masa en reposo del electrón, su carga y la velocidad de la luz respectivamente. El factor de Lorentz (también conocido como la energía normalizada del haz o factor de masa relativista) está dado por $\gamma_o = \frac{m}{m_0} = 1 + \frac{eV_o}{m_0c^2}$. Aquí $n = \frac{ck_z}{\omega_{RF}} = \frac{\lambda_{RF}k_z}{2\pi}$ es el índice de refracción de la onda electromagnética y $\beta_{z_o} = \frac{v_{z_o}}{c}$ es la velocidad axial normalizada del haz. Considerando una radiofrecuencia de diseño f_{RF} de 61.3 GHz con una longitud de onda λ_{RF} correspondiente a 4.9 mm, un haz de electrones con un voltaje V_b de 67.5 kV, y teniendo en cuenta que el número de onda axial $k_z \approx 0$ es un valor típico en un girotrón [3], nuestro valor de campo en zona de interacción (operación) onda-haz corresponde a un valor de:

$$B_o \approx 0.0107 \frac{\gamma_o}{\lambda_{RF}}$$
$$\approx 2.4802 \,\mathrm{T}.$$

Además, con base a la ecuación ciclotrónica de los electrones $\omega_c = 2\pi f_c = \frac{eB_o}{m_o \gamma_o}$ y considerando la no existencia del efecto relativista ($\gamma_0 = 1$) se tiene un valor de campo de la forma:

$$B_o = \frac{2\pi m_o}{e} f_c$$
$$\approx 2.1436 \,\mathrm{T}$$

En conclusión, el valor de campo en zona de operación está en un rango de 2.1436 $\leq B_o(T) \leq 2.4802.$

3.2 Corriente Máxima del Conductor en Tiempo de Corto Circuito

Consideremos la corriente máxima que soporta el material conductor que integra a las bobinas del sistema magnético. Recordando que en el presente estudio se considera un material conductor de cobre con área transversal rectangular (véase la Figura 4 de la solera). Con base en el tiempo de corto circuito dado t y la ecuación empírica derivada por la Asociación de Ingenieros de Cables Aislados (ICEA) [27], la cual se escribe como:

$$\frac{I^2}{A^2}t = 0.0297 \log_{10} \frac{T_2 + 234}{T_1 + 234}$$
(3.2)

se establece una aproximación para la corriente máxima soportada por el conductor I. Aquí, el área transversal A del conductor se mide en unidades de *circular mil* la cual es aproximadamente equivalente a $5.067 \times 10^4 \text{ mm}^2$. Además, se han fijado las temperaturas de operación mínima y máxima del cobre a $T_1 = 75^\circ$ y $T_2 = 150^\circ$ respectivamente. De esta forma, es fácil determinar la corriente máxima que soporta un conductor eléctrico de cobre con un área transversal específica en un tiempo de corto circuito específico. El código 3.1, de MATLAB, muestra el cálculo de la corriente máxima soportada por el conductor en los tiempos de 300, 500 y 700 ms.

```
1 % amp.m
2 % ICEA's equation
3 % copper electric current
4 % by GIF
5 % update: 30/01/2020
6
7 clear
8 close all
9 clc
10 format longG
11
^{12} A = 4;
                                 \% [sq mm] square coil (solera) of 2 x 2
13 Ac = A/5.0567e-04;
                                 % [circular mil]
14
15 t = 1e - 03 * [300 500 700];
                                % [s]
                                 % [deg C] maximum operating temperature
16 T1 = 75;
17 T2 = 150;
                                 % [deg C] maximum short circuit
                                 %
                                           temperature (recocido)
18
```

Girotrón Mexicano de 60 GHz

19
20 I = Ac*sqrt((0.0297*log10((T2 + 234)/(T1 + 234)))./t);
21 disp(I)

Código 3.1: Script para el cálculo de la corriente máxima soportada por un conductor de cobre en un tiempo de corto circuito dado.

3.3 Campo Magnético Fuera del Eje Axial Generado por una Espira Circular

El sistema magnético externo de un girotrón es fundamental para dar formación y guía al haz de electrones que emerge desde el anillo emisor, atravesando la región de operación hasta llegar a la región del colector donde éste es neutralizado. De esta forma, es menester el conocimiento del campo magnético espacial en regiones de importancia tales como la región del cátodo y el de la cavidad, donde se busca la homogeneidad del campo. Para generar el campo vectorial magnético en dichas regiones se siguió a [21] y a [64] para obtener las siguientes expresiones analíticas que determinan las componentes axial y radial del campo magnético fuera del eje axial z. Estas ecuaciones se basan en la bien conocida ley de Ampere, la cual afirma que, el paso de una corriente eléctrica a través de una espira circular genera como resultado un campo magnético con simetría axial. Este trabajo utiliza las integrales elípticas completas de primera y segunda especie $K \ y \ E$ respectivamente y representa un buen inicio en el diseño de una bobina del tipo solenoide.

Considérese que, en algún punto (r, z) la magnitud de las componentes magnéticas debido a una corriente I que transporta una espira circular de radio r_1 y centro en $(0, z_1)$ son:

$$B_r(r,z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{z - z_1}{r} \left(\frac{m}{r_1 r}\right)^{1/2} \left[\frac{2 - m}{2 - 2m} E - K\right]$$
(3.3)

$$B_z(r,z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{r} \left(\frac{m}{r_1 r}\right)^{1/2} \left[r K + \frac{r_1 m - (2-m) r}{2-2m} E \right]$$
(3.4)

donde,

$$m = \frac{4rr_1}{(r+r_1)^2 + (z-z_1)^2}$$
$$K(m) = \int_0^{\pi/2} \frac{\mathrm{d}\theta}{\left(1 - m\sin^2\theta\right)^{1/2}}$$

Girotrón Mexicano de 60 GHz

% [A]

$$E(m) = \int_0^{\pi/2} \left(1 - m \sin^2\theta\right)^{1/2} \mathrm{d}\theta$$

Aquí, I representa la cantidad de amperios circulando por dicha espira circular y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A es la constante de permeabilidad magnética en el vacío. K(m)es la integral elíptica de primer tipo, E(m) es la integral elíptica de segundo tipo, ambas dependiendo del parámetro adimensional 0 < m < 1. Obsérvese la sustitución de la variable z por $z - z_1$ en las ecuaciones B_r y m.

3.4 Campo Magnético Sobre el Eje Axial Generado por una Solera Circular de Área Transversal Rectangular

La intensidad de campo magnético sobre el eje axial del girotrón determina el perfil de campo magnético característico en el diseño global del arreglo del sistema magnético de un girotrón. Este perfil, en forma de campana, asciende desde la región del cañón de electrones, hasta llegar a la región de la cavidad. En esta región tiene lugar la interacción onda-haz y es donde el perfil de campo muestra una gran homogeneidad. Una vez superada la región de la cavidad el perfil magnético desciende hasta llegar a la región del colector donde nuevamente es afectado por el sistema magnético de dicha región (véanse las Figuras 11 y 13 del perfil magnético).

Obsérvese que en las Ecuaciones (3.3) y (3.4) no está definido el valor de r = 0, donde la intensidad de campo magnético es de gran interés. Por tal motivo, en este trabajo se formula una expresión analítica para determinar la intensidad de campo magnético sobre el eje en dirección axial.


Figura 4: Solera circular con área transversal rectangular transportando una densidad de corriente J.

Para determinar dicha función del campo magnético axial considérese una solera de cobre con área transversal rectangular sobre un sistema de coordenadas cilíndricas como se muestra en la Figura 4. Aquí se considera el paso de una densidad de corriente eléctrica estacionaria de la forma $\mathbf{J} = J\hat{\boldsymbol{\phi}} = \frac{I}{\Delta z \Delta r} \hat{\boldsymbol{\phi}}$ circulando por toda la solera circular y la cual cuenta con una altura $\Delta r = r_2 - r_1$ y un anchura $\Delta z = z_2 - z_1$. A partir de la Ley de Biot-Savart se tiene que, el diferencial de volumen de la forma $dV = r dr d\phi dz$ genera una intensidad de campo magnético de la forma $d\mathbf{B}$ sobre el punto z_0 , perteneciente al eje z. Aquí $\mathbf{R} = -r\hat{\mathbf{r}} + (z_0 - z)\hat{\mathbf{z}}$ es la posición relativa entre z_0 y dV. De tal forma que se tiene:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{R}}{R^3} dV$$

= $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{J}dV \times \mathbf{R}}{R^3}$
= $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\left[\frac{I}{A}\hat{\boldsymbol{\phi}}\right] r \, dr \, d\phi \, dz \, \times \left[-r\hat{\mathbf{r}} + (z_0 - z)\hat{\mathbf{z}}\right]}{\left[r^2 + (z_0 - z)^2\right]^{3/2}}$

Aquí es fácil ver que el módulo del vector \mathbf{R} es igual a $\sqrt{r^2 + (z_o - z)^2}$. Además, el campo magnético neto \mathbf{B} sobre el punto z_0 debido a una corriente estacionaria I circulando a través de una única solera rectangular toma la forma:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{I(r\,dr)\,d\phi\,dz\,\hat{\boldsymbol{\phi}} \times \left[-r\hat{\mathbf{r}} + (z_0 - z)\hat{\mathbf{z}}\right]}{\Delta z \Delta r \left[r^2 + (z_0 - z)^2\right]^{3/2}}$$

donde la multiplicación vectorial resulta en:

$$r \, dr \, d\phi \, dz \, \hat{\boldsymbol{\phi}} \times \begin{bmatrix} -r \hat{\mathbf{r}} + (z_0 - z) \hat{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{r}} & \hat{\boldsymbol{\phi}} & \hat{\mathbf{z}} \\ 0 & r \, dr \, d\phi \, dz & 0 \\ -r & 0 & z_0 - z \end{vmatrix}$$
$$= r \, dr \, d\phi \, dz \, (z_0 - z) \, \hat{\mathbf{r}} + r^2 \, dr \, d\phi \, dz \, \hat{\mathbf{z}}$$

cancelándose por simetría toroidal de la solera la componente en sentido $\hat{\mathbf{r}}.$ Luego, el campo neto se hace:

$$\begin{split} \mathbf{B} &= \frac{I\mu_0}{4\pi\Delta z\Delta r} \int_{r_1}^{r_2} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{r^2 \, dr \, d\phi \, dz}{\left[r^2 + (z_0 - z)^2\right]^{3/2}} \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{I\mu_0}{2\Delta z\Delta r} \int_{r_1}^{r_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{r^2 \, dr \, dz}{\left[r^2 + (z_0 - z)^2\right]^{3/2}} \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{I\mu_0}{2\Delta z\Delta r} \int_{r_1}^{r_2} r^2 \, dr \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\left[r^2 + (z_0 - z)^2\right]^{3/2}} \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{I\mu_0}{2\Delta z\Delta r} \int_{r_1}^{r_2} r^2 \, dr \left\{ -\frac{z_0 - z}{r^2\sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}} \right|_{z_1}^{z_2} \right\} \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{I\mu_0}{2\Delta z\Delta r} \int_{r_1}^{r_2} dr \left\{ \frac{z_0 - z_1}{\sqrt{r^2 + (z_0 - z_1)^2}} - \frac{z_0 - z_2}{\sqrt{r^2 + (z_0 - z_2)^2}} \right\} \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{I\mu_0}{2\Delta z\Delta r} \left\{ (z_0 - z_1) \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\sqrt{r^2 + (z_0 - z_1)^2}} - (z_0 - z_2) \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\sqrt{r^2 + (z_0 - z_2)^2}} \right\} \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{I\mu_0}{2\Delta z\Delta r} \left\{ (z_0 - z_1) \left[\ln \left(r + \sqrt{r^2 + (z_0 - z_1)^2} \right) \right|_{r_1}^{r_2} \right] \\ &- (z_0 - z_2) \left[\ln \left(r + \sqrt{r^2 + (z_0 - z_1)^2} \right) \right]_{r_1}^{r_2} \right\} \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{I\mu_0}{2\Delta z\Delta r} \left\{ \ln \left(\frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z_0 - z_1)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z_0 - z_1)^2}} \right)^{z_0 - z_1} - \ln \left(\frac{r_2 + \sqrt{r_1^2 + (z_0 - z_1)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z_0 - z_1)^2}} \right)^{z_0 - z_2} \right\} \hat{\mathbf{z}} \end{split}$$

Obsérvese el uso de las siguientes integrales

$$\int \frac{1}{\left[r^2 + (z_0 - z)^2\right]^{3/2}} dz = -\frac{z_0 - z}{r^2 \sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}}$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}} dr = \ln \left|r + \sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}\right|$$

Pudiéndose escribir el campo neto de la forma:

$$\mathbf{B} = \frac{I\mu_0}{2\Delta z\Delta r} \ln \frac{\left\{\frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z_0 - z_1)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z_0 - z_1)^2}}\right\}^{z_0 - z_1}}{\left\{\frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z_0 - z_2)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z_0 - z_2)^2}}\right\}^{z_0 - z_2}} \hat{\mathbf{z}}$$

Generalizando la ecuación anterior para cualquier valor z, se tiene que la función B(z)determina la intensidad del campo magnético sobre todo punto del eje en dirección axial. Esta función traza el perfil magnético generado por una única solera en forma toroidal con sección transversal rectangular de altura Δr y de anchura Δz al momento de transportar una corriente estacionaria I. Finalmente, esta función queda de la siguiente forma:

$$B(z) = \frac{I\mu_0}{2\Delta z \Delta r} \ln \frac{\left\{\frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z - z_1)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z - z_1)^2}}\right\}^{z - z_1}}{\left\{\frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z - z_2)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z - z_2)^2}}\right\}^{z - z_2}}$$
(3.5)

donde I es la corriente eléctrica estacionaria en A y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ TmA⁻¹ es la permeabilidad magnética en el vacío.

3.5 Transferencia de Calor en una Solera Circular con Área Transversal Rectangular

Se presenta aquí la transferencia de calor que produce una solera circular de área trasversal rectangular al conducir una corriente estacionaria I. Considérese, de forma general, la representación de un fragmento de solera circular como se muestra en la Figura 5 donde la diferencia de potencial colocada en los extremos $-\pi/2$ y $\pi/2$ está dada por:



Figura 5: Media solera circular de área transversal rectangular que disipa potencia térmica al conducir una corriente eléctrica estacionaria I.

$$V_a - V_b = \frac{W_{b \to a}}{q} = -\int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$
$$= -\int_{\pi/2}^{-\pi/2} \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \cdot d\mathbf{l}$$
$$= -\frac{1}{\sigma} \int_{\pi/2}^{-\pi/2} (J\hat{\boldsymbol{\phi}}) \cdot (dr\,\hat{\boldsymbol{r}} + rd\phi\,\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\,\hat{\boldsymbol{z}})$$
$$= -\frac{J}{\sigma} r \int_{\pi/2}^{-\pi/2} d\phi = \frac{\pi J r}{\sigma}$$

donde $\sigma = 5.998 \times 10^7$ AV⁻¹m⁻¹ es la conductividad eléctrica del cobre. Luego la densidad de corriente en la sección de solera circular es:

$$J = \frac{\sigma}{\pi} \frac{\left(V_a - V_b\right)}{r}$$

Además, la corriente eléctrica se puede escribir como:

$$I = \int_{S} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \left[\frac{\sigma}{\pi} \frac{(V_a - V_b)}{r} \hat{\boldsymbol{\phi}}\right] \cdot \left[dr \, dz \hat{\boldsymbol{\phi}}\right]$$
$$= \frac{\sigma}{\pi} (V_a - V_b) \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\sigma}{\pi} \left(V_a - V_b \right) \left(z_2 - z_1 \right) \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$$

Lo cual permite escribir la diferencia de potencial en términos geométricos de la solera como:

$$V_a - V_b = \frac{\pi}{\sigma} \frac{I}{\Delta z \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

y la densidad de corriente es:

$$J = \frac{I}{\Delta z \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \frac{1}{r}$$

De donde aquí, se determina ahora la potencia térmica por unidad de volumen disipada por media solera circular como:

$$\frac{dP}{dV} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \mathbf{J} \cdot \frac{\mathbf{J}}{\sigma} = \frac{J^2}{\sigma}$$

Por lo que se tiene

$$\frac{dP}{dV} = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{I}{(z_2 - z_1) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right]^2 \frac{1}{r^2}$$

Obsérvese que la dependencia de la disipación térmica es estrictamente radial. Por último, se tiene que la potencia térmica total generada por el paso de la corriente eléctrica en una solera circular entera de área rectangular queda:

$$P = \int_{V} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \, dV = \int_{V} J \hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \frac{J}{\sigma} \hat{\boldsymbol{\phi}} \, dV = \int_{V} \frac{J^2}{\sigma} \, dV$$
$$= \int_{V} \left\{ \frac{1}{\sigma} \left[\frac{I}{(z_2 - z_1) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right]^2 \frac{1}{r^2} \right\} r dr \, d\phi \, dz$$
$$= \frac{1}{\sigma} \left[\frac{I}{(z_2 - z_1) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right]^2 \int_{0}^{2\pi} d\phi \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{1}{\sigma} \left[\frac{I}{(z_2 - z_1) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right]^2 2\pi (z_2 - z_1) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Se tiene entonces que la potencia disipada P por una solera circular de área transversal rectangular con base $\Delta z = z_2 - z_1$ y altura $\Delta r = r_2 - r_1$ por la cual está presente el paso de una corriente eléctrica I está dado por:

$$P = \frac{2\pi}{\sigma} \frac{I^2}{\left(z_2 - z_1\right) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \tag{3.6}$$

3.6 Longitud del Conductor para el Embobinado de una Bobina

En este trabajo se considera un embobinado del tipo *pancake*, el cual consiste en una caída en forma de espiral con dirección radial hacia el centro para después subir radialmente en espiral hacia afuera (véase [13] para más tipos de embobinados), y cuya longitud de dicha trayectoria puede ser aproximada por:

$$L_c = 2\pi N_z \sum_{i=0}^{N_r - 1} \left\{ r_1 + \frac{1}{2}s + (s+c)i \right\}$$
(3.7)

donde r_1 representa el radio interno de la bobina, N_r y N_z el número de vueltas en dirección radial y axial respectivamente; s el espesor del conductor de corriente eléctrica y c el espesor del aislante eléctrico existente entre dos conductores vecinos, ambos en dirección radial.

3.7 Fuerza Ejercida sobre una Espira Circular

Considérese el diferencial de fuerza $d\mathbf{F}$ ejercido sobre el diferencial de volumen dV el cual pertenece a un conductor que transporta una densidad de corriente \mathbf{J} y se encuentra sumergido en un campo magnético \mathbf{B} y que cumple con:

$$d\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \, dV$$

Asúmase un conductor delgado donde se puede intercambiar $\mathbf{J}dV$ por $Id\mathbf{l}$. Y si, además, se tiene una espira circular de radio a como se ve en la Figura 6, entonces:

$$\mathbf{F}_{z} = \int_{V} \mathbf{J} \times \mathbf{B} \, dV$$
$$= \int_{V} J dV \hat{\boldsymbol{\phi}} \times B_{r} \hat{\boldsymbol{r}}$$
$$= -\int_{L} I B_{r} dl \hat{\boldsymbol{z}}$$
$$= -2\pi a I B_{r} \hat{\boldsymbol{z}}$$



Figura 6: Fuerza axial F_z sobre una espira circular debido al paso de la corriente I y en presencia del campo magnético radial B_r .

Generalizando, es fácil ver que las fuerzas F_z y F_r que soporta una espira circular de radio r como resultado de estar inmersa en un campo magnético con componentes B_z y B_r y conducir una corriente eléctrica I quedan determinadas por:

$$F_z = 2\pi r I B_r \tag{3.8}$$

$$F_r = 2\pi r I B_z \tag{3.9}$$

3.8 Campo Magnético Axial generado por una Solera Circular con Área Transversal Rectangular Hueco

Se desea ahora, determinar la intensidad del campo magnético axial generado por un conductor circular de área transversal rectangular con un canal hueco rectangular concéntrico. Para tal propósito téngase presente la Figura 7 donde se muestra la integración de cuatro regiones que forjan el perfil transversal de interés. Evocando la función que concierne al valor del campo magnético axial generado por una solera circular con área rectangular transversal sólida A, esto es, ateniendo la Ecuación (3.5) la cual se escribe como:

$$\frac{\mu_0 I_A}{2\Delta z \Delta r} \ln \frac{\left\{\frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z_0 - z_1)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z_0 - z_1)^2}}\right\}^{z_0 - z_1}}{\left\{\frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z_0 - z_2)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z_0 - z_2)^2}}\right\}^{z_0 - z_2}} = B_z^A(z_0, z_1, z_2, r_1, r_2, I_A)$$

Entonces, la intensidad de campo magnético axial B_z^{SH} , valuada en un punto z_0 , generado por un conductor de recorrido circular, con área transversal rectangular de dimensiones $s_z \times s_r$, con un espacio hueco en su centro de dimensiones $h_z \times h_r$, y transportando una corriente eléctrica I_{SH} , está dado por:

$$B_{z}^{SH} = B_{z}^{A}(z_{0}, z_{1}, z_{2}, r_{1}, r_{4}, I_{A}) + B_{z}^{B}(z_{0}, z_{3}, z_{4}, r_{1}, r_{4}, I_{B}) + B_{z}^{C}(z_{0}, z_{2}, z_{3}, r_{1}, r_{2}, I_{C}) + B_{z}^{D}(z_{0}, z_{2}, z_{3}, r_{3}, r_{4}, I_{D}) = B_{z}^{S}(z_{0}, z_{1}, z_{4}, r_{1}, r_{4}, I_{S}) - B_{z}^{H}(z_{0}, z_{2}, z_{3}, r_{2}, r_{3}, I_{H}) = \frac{\mu_{0}I_{S}}{2\Delta z\Delta r} \ln \frac{\left\{\frac{r_{4} + \sqrt{r_{4}^{2} + (z_{0} - z_{1})^{2}}}{r_{1} + \sqrt{r_{1}^{2} + (z_{0} - z_{1})^{2}}}\right\}^{z_{0} - z_{1}}}{\left\{\frac{r_{4} + \sqrt{r_{4}^{2} + (z_{0} - z_{4})^{2}}}{r_{1} + \sqrt{r_{1}^{2} + (z_{0} - z_{4})^{2}}}\right\}^{z_{0} - z_{4}}} - \frac{\mu_{0}I_{H}}{2\Delta z\Delta r} \ln \frac{\left\{\frac{r_{3} + \sqrt{r_{3}^{2} + (z_{0} - z_{2})^{2}}}{r_{2} + \sqrt{r_{2}^{2} + (z_{0} - z_{3})^{2}}}\right\}^{z_{0} - z_{3}}}{\left\{\frac{r_{3} + \sqrt{r_{3}^{2} + (z_{0} - z_{3})^{2}}}{r_{2} + \sqrt{r_{2}^{2} + (z_{0} - z_{3})^{2}}}\right\}^{z_{0} - z_{3}}}$$
(3.10)

donde $I_S = I_A + I_B + I_C + I_D + I_H$ se establece como la corriente eléctrica que traspasa la región transversal sólida S, además, conviniendo I_H como la corriente ficticia que de igual forma traspasa ahora la región transversal H, se cumple con la relación de la corriente que traspasa la región transversal de la solera hueca SH, escribiéndose esta como $I_{SH} = I_S - I_H$. Se puede, entonces, alegar que la determinación del valor del campo

magnético axial generado por un conductor hueco bajo las condiciones ya mencionadas se consigue aplicando la teoría que rodea la Ecuación (3.5) sobre una región sólida y una región ficticia (hueco) con sus respectivas corrientes eléctricas para posteriormente aplicar la diferencia (véase la Figura 8).



Figura 7: Perfil transversal de una solera hueca modelada por cuatro regiones sólidas.



Figura 8: Conveniencia de corriente eléctrica para un área transversal SH en una solera hueca.

3.9 Transferencia de Calor en una Solera Circular con Área Transversal Rectangular Hueca

Se sigue entonces, un procedimiento similar en la determinación de la transferencia de calor producida por un conductor circular de área transversal rectangular con un canal hueco rectangular concéntrico. Luego, para una solera circular con área transversal rectangular sólida S, se escribe la Ecuación (3.6) de la forma:

$$\frac{2\pi}{\sigma} \frac{I_S^2}{(z_2 - z_1) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = P^S(z_1, z_2, r_1, r_2, I_S)$$

de donde la potencia térmica generada por un conductor circular con área transversal de dimensiones $s_z \times s_r$, con un espacio hueco rectangular concéntrico de dimensiones $h_z \times h_r$, y transportando una corriente eléctrica $I_{SH} = I_S - I_H$, está dado por:

$$P^{SH} = P^{S}(z_{1}, z_{4}, r_{1}, r_{4}, I_{S}) - P^{H}(z_{2}, z_{3}, r_{2}, r_{3}, I_{H})$$

$$= \frac{2\pi}{\sigma} \frac{I_{S}^{2}}{(z_{4} - z_{1}) \ln\left(\frac{r_{4}}{r_{1}}\right)} - \frac{2\pi}{\sigma} \frac{I_{H}^{2}}{(z_{3} - z_{2}) \ln\left(\frac{r_{3}}{r_{2}}\right)}$$
(3.11)

donde las coordenadas z_1, z_2, z_3 y z_4 se definen como en la Figura 7, las corrientes $I_S \in I_H$ como en la Figura 8 y $\sigma = 5.998 \times 10^7 \text{ AV}^{-1} \text{m}^{-1}$ es la conductividad eléctrica del cobre.

3.10 Transferencia de Calor en una Solera Circular con Área Transversal Rectangular Hueca por Agua como Refrigerante

Atiéndase ahora la necesidad de remover la potencia térmica generada por una solera circular con área transversal rectangular y con un hueco rectangular concéntrico, esto es, la potencia determinada por la Ecuación (3.11). Se sigue, pues, un enfriamiento por agua fluyendo dentro del canal hueco rectangular de la solera circular donde la energía térmica Q suministrada al refrigerante de masa m e incremento de temperatura ΔT es:

$$Q = mc\Delta T$$

Estableciendo la razón de esta energía por unidad de tiempo y recordando la definición de densidad $\rho = m/V$, y gasto volumétrico dV/dt = Au, se tiene que la potencia térmica P removida por el agua refrigerante queda determinada por:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dm}{dt}c\Delta T = \left(\rho\frac{dV}{dt}\right)c\Delta T$$

$$P = c\rho\Delta TAu \qquad (3.12)$$

donde $c = 4,182 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ representa el calor específico del agua y $\rho = 998 \text{ kg m}^{-3}$ su densidad. Igualando las Ecuaciones (3.11) y (3.12) se logra resolver el incremento de la temperatura ΔT en el agua refrigerante fluyendo a velocidad u, al disipar la potencia térmica P, generada por una solera circular con un canal hueco de área transversal A. Se tiene entonces:

$$\Delta T = \frac{P}{c\rho A u} = \frac{2\pi}{c\sigma\rho A u} \Biggl\{ \frac{I_S^2}{(z_4 - z_1) \ln\left(\frac{r_4}{r_1}\right)} - \frac{I_H^2}{(z_3 - z_2) \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \Biggr\}$$
(3.13)

Debe tenerse en cuenta la recomendación de agua desionizada como refrigerante, esto con la finalidad de prevenir el deposito de minerales en los canales de refrigeración implicando con ello la reducción del área transversal del mismo. De igual forma, se puede establecer la caída de presión Δp presente en el canal del refrigerante, con longitud L_c y diámetro D, por la expresión:

$$\Delta p = \frac{fL_c\rho u^2}{2D} \tag{3.14}$$

donde $f = 0.184/\text{Re}^{0.2}$ representa el factor de fricción para un flujo turbulento con viscosidad dinámica μ y número de Reynolds Re $= Du\rho/\mu$ [13]. De aquí que, la potencia de bombeo necesaria para contrarrestar esta caída de presión es:

$$p_B = \frac{\Delta p(dV/dt)}{\eta} \tag{3.15}$$

donde η es la eficiencia de la bomba.

3.11 Arreglo del Sistema Magnético Externo del Girotrón

La noción en la magnitud de campo magnético requerido en zona de operación determinado por la Ecuación (3.1) es necesario para establecer la configuración que define el arreglo de bobinas encargado de producir el campo magnético que envuelve en su totalidad la cavidad del girotrón y que da guía al haz de electrones. Se tiene entonces que el valor de B_o cercano a 2.45 T debe conservar su homogeneidad sobre el eje del resonador cilíndrico, esto es, en la zona de operación. Ateniendo este hecho, se explora a continuación distintas configuraciones de bobinas de cobre cuyos diseños dependen del número de soleras requeridas, la corriente que fluye a través de ellas, y las ubicaciones relativas de las mismas, entre otros parámetros que se estudian más adelante. Cada uno de estos arreglos de bobinas de cobre debe atender imprescindiblemente la intensidad y la homogeneidad ya establecida, recordando que esto define la frecuencia nominal ciclotrónica requerida de 60 GHz de potencia entregada por el girotrón. De igual forma, se considera en este trabajo, aquel arreglo de bobinas que tienen en su diseño un conductor hueco, esto para considerar el sistema de enfriamiento por agua y poder cubrir los efectos de calor disipado por el conductor al paso de la corriente eléctrica. Es también de gran importancia incluir para cada arreglo de bobinas considerado, un estudio correspondiente de los esfuerzos mecánicos a los cuales están sometidos cada uno de los conductores de cobre que integran las bobinas. Abajo se presenta en orden cada diseño de arreglo de bobinas de cobre que cumple con los requerimientos de intensidad de campo magnético, de calor disipado y esfuerzo mecánico.

La Ecuación (3.5) mide la magnitud de la intensidad magnética sobre un punto perteneciente a un eje, esta aproximación se debe a una solera circular con área transversal de forma rectangular conductora de corriente que atraviesa perpendicularmente dicho eje. Esta ecuación puede ser extendida para calcular el perfil de campo magnético axial para la totalidad de puntos sobre el eje aplicándose a un conjunto de soleras circulares rectangulares conductoras cada una de ellas con una corriente eléctrica continua I. Para la realización de cada uno de los diseños presentados en este trabajo se usaron bobinas integradas cada una de ellas por un conjunto de soleras circulares, de tal forma que esta ecuación se aplica a la totalidad de soleras que integran todas las bobinas del sistema resultando en un perfil total axial característico que cumple con el diseño del perfil magnético externo de un girotrón de 60 GHz.

3.11.1 DISEÑO Y CONFIGURACIÓN DE UN SISTEMA MAGNÉTICO CON CUATRO BOBINAS INTEGRADAS POR SOLERAS CUADRADAS SÓLIDAS DE COBRE

Esta aproximación al sistema magnético externo que cumple con los requerimientos de magnitud de campo en zonas estratégicas internas en un dispositivo girotrón considera un arreglo de cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas sólidas de cobre ubicadas como se muestra en la Tabla 1. Aquí, cada bobina será identificada por p_n , donde n=1,2,3,4. Cada una de estas bobinas consiste en un arreglo de 11×9 soleras de cobre y cada una de estas soleras tiene un área transversal cuadrada de 2×2 mm transportando una corriente de $I_S = 750$ A en un tiempo de corto circuito de t = 300 ms según se obtiene de la Ecuación (3.2) de la ICEA. Se muestra, además, la posición inferior izquierda de cada una de estas bobinas en un sistema cilíndrico de coordenadas. Esto es, los valores z_1 y r_1 indican la coordenada de la esquina inferior izquierda de la solera ubicada a su vez en la esquina inferior izquierda de la bobina p_n . Nótese que la ubicación de las bobinas en dirección r ayuda a conseguir el obligado campo homogéneo en zona de operación, esto es, un valor de $B_o = 2.4$ T constante en un espacio suficiente para lograr la interacción entre la onda electromagnética y el haz de electrones.

Bobina	$z_1 (\mathrm{mm})$	$r_1 (\mathrm{mm})$	Soleras Totales	I_S (A)
p1	81	22	11×9	750
p2	111	31	11×9	750
p3	141	31	11×9	750
p4	171	22	11×9	750

Tabla 1: Arreglo de cuatro bobinas integradas por 11×9 soleras con área transversal cuadrada de 2 mm y 750 A de corriente continua.

El Código 3.2 muestra el script de MATLAB utilizado para calcular el campo magnético vectorial externo en una región del espacio como consecuencia del sistema de cuatro bobinas integradas por espiras circulares transportando una corriente eléctrica continua y estacionaria. En este código se considera una región de espacio de $-20 \leq z$ (mm) ≤ 280 y $0.001 \leq$ r (mm) ≤ 100 con paso de mallado de 1 mm. La función definida como *swc* utiliza la teoría descrita para el campo magnético vectorial de [21]. Esta función calcula el campo magnético en un punto (z, r) del espacio debido a una espira circular perpendicular al eje z y que pasa por el punto (z_1, r_1) transportando una corriente eléctrica estacionaria $I_S=750$ A. El uso de la función nativa *ellipke* determina las integrales elípticas completas de primera y segunda especie K y E respectivamente. La función definida *mwc* calcula el campo magnético para todos los puntos en la región del espacio debido al conjunto de espiras circulares que forman la posición de las cuatro bobinas del sistema magnético. Debido al bajo calibre de 2 mm del conductor de perfil cuadrado se puede considerar una buena aproximación el sistema de espiras con el sistema de soleras al colocar cada espira en el centro de cada solera cuadrada. También se considera en esta función el parámetro de la capa aislante existente entre una solera y otra, es decir, el parámetro c y que está fijado a 0.2 mm.

```
1 % ZRsys.m
2 % Good's equations
3 % spatial magnetic field system
4 % by GIF
5 % update: 04/11/2020
7 clear
8 close all
9 clc
10 format longG
11
       = 750;
12 I
                            % [A]
                                   see amp.m
13 dz
        = 5;
                            % [mm] grid step
_{14} liz = -20;
                            % [mm] z-axis lower limit
15 \, lsz = 280;
                            % [mm] z-axis upper limit
16 lir = 1e - 03;
                            % [mm] r-axis lower limit
        = 100;
17 lsr
                            % [mm] r-axis upper limit
18
19 [z,r] = meshgrid(liz:dz:lsz, lir:dz:lsr);
20 [m,n] = size(r);
21
22 [BZ1, BR1] = mwc(z,r,81,22,11,9,750,2,0.2);
23 [BZ2,BR2] = mwc(z,r,111,31,11,9,750,2,0.2);
24 [BZ3,BR3] = mwc(z,r,141,31,11,9,750,2,0.2);
  [BZ4,BR4] = mwc(z,r,171,22,11,9,750,2,0.2);
25
26
27 BZT = BZ1 + BZ2 + BZ3 + BZ4; % [T] net components in z direction
28 BRT = BR1 + BR2 + BR3 + BR4; % [T] net components in r direction
29
 %%%% vectorial and contour plotting %%%%
30
31
  quiver (z(1:2:end,1:2:end),r(1:2:end,1:2:end),BZT(1:2:end,1:2:end),...
32
       BRT(1:2:end,1:2:end));
33
34
35 data1 = [reshape(z,[1 m*n]);reshape(r,[1 m*n]);reshape(BZT,[1 m*n]);...
          reshape(BRT,[1 m*n]);reshape(sqrt(BZT.^2 + BRT.^2),[1 m*n]);...
36
          reshape(atand(BRT./BZT),[1 m*n]) ];
37
38
39 % data1 = [reshape(z,[1 m*n]);reshape(r,[1 m*n]);...
```

```
reshape(0.0001*BZT,[1 m*n]);reshape(0.0001*BRT,[1 m*n])];
40 %
41
42
43 data2 = [reshape(z,[1 m*n]);reshape(r,[1 m*n]);...
         reshape(0.0001*sqrt(BZT.^2 + BRT.^2),[1 m*n])];
44
45
46 archivo = fopen('vector.txt','w');
47 fprintf(archivo, '#z[mm] r[mm] Bz[G] Br[G] BR[G] angle[deg] \n');
48 fprintf(archivo,'%4.0f %4.3f %8.3f %8.3f %8.3f \n', data1);
49 fclose(archivo);
50 type vector.txt
51
52 archivo = fopen('vector01.dat','w');
53 fprintf(archivo, '#z[mm] r[mm] Bz[T] Br[T] \n');
54 fprintf(archivo,'%4.1f %4.1f %8.2f \n', data1);
55 fclose(archivo);
56 type vector01.dat
57
58
59 archivo = fopen('contour.txt','w');
60 fprintf(archivo, '#z[mm] r[mm] BR[T] \n');
61 fprintf(archivo,'%4.1f %4.1f %8.2f \n', data2);
62 fclose(archivo);
63 type contour.txt
64
65 figure
66 BT = 0.0001*sqrt(BZT.^2 + BRT.^2);
                                         % [T]
67 contour (z,r,BT,15, 'ShowText', 'on')
68
69 %%%% Bz plotting %%%%
70
71 data3 = [z(1,:); BZT(1,:)]; % [mm,T]
72 archivo = fopen('perfil-teslas.dat','w');
73
74 fprintf(archivo, '# z[mm] Bz[G] \n');
75 fprintf(archivo, '%4.0f %4.4f \n',data3);
76 fclose(archivo);
77 type perfil-teslas.dat
78
79 figure
80 plot(z(1,:),0.0001*BZT(1,:))
                                          % [T]
81
82 function [BZT, BRT] = mwc(z,r,z1,r1,nz,nr,I,s,c)
83
84 %%% function mwc (multi wire coil) %%%
85
```

```
[mm] z-point field value
87 % Z:
88 % r:
       [mm] r-point field value
89 % z1: [mm] z-coordiante of circular loop
90 % r1: [mm] r-coordinate of circular loop radius
            with center at (0,z1)
91 %
92 % nz: [1] number of turn coils in z direction
93 % nr: [1] number of turn coils in r direction
94 % I: [A] current, see amp.m
95 % s:
       [mm] square coil (solera) of 2 x 2
96 % C: [mm] insulating layer
97 % miu0: [G-mm/A] permeability, miu0/4*p1 = 1
99
100 [m,n] = size(r);
     = zeros(m,n);
101 BZT
102 BRT
     = zeros(m,n);
104 r1p = r1 + s/2;
105 for i = 1:1:nr
    z1p = z1 + s/2;
106
     for j = 1:1:nz
107
         [Bz1,Br1] = swc(z,r,z1p,r1p,I);
108
         BZT
                = BZT + Bz1;
109
         BRT
                = BRT + Br1;
         z1p
                = z1p + s + c;
111
     end
112
     r1p = r1p + s + c;
113
114 end
116 end
117
118
119 function [BZ, BR] = swc(z, r, z1, r1, I)
120
121 %%% function swc (single wire coil) %%%
124 % z: [mm] z-point field value
        [mm] r-point field value
125 % r:
126 % z1: [mm] z-coordiante of circular loop
127 % r1: [mm] r-coordinate of circular loop
             radius with center at (0,z1)
128 %
129 % I:
       [A] current
130 % miu0: [G-mm/A] permeability, miu0/4*p1 = 1
```

```
= 4*r1*r./((r+r1).^2 + (z-z1).^2);
133 m
  [K,E] = ellipke(m);
134
     = I*(1./r).*((m./(r1*r)).^(1/2)).*(r.*K + ((r1*m-r.*(2-m))...
135 BZ
           ./(2-2*m)).*E); % [G]
136
     = I*((z-z1)./r).*((m./(r1*r)).^(1/2)).*(((2-m)./(2-2*m)).*E - K);%[G
137 BR
      ٦
138
139 hold on
140 plot(z1,r1,'ro','markersize',5,'markeredgecolor','r','markerfacecolor','
      r')
  daspect([1 1 1])
141
142
143 end
```

Código 3.2: Script para determinar las componentes totales de campo magnético en la región del espacio que envuelve el sistema de 4 bobinas con 11×9 espiras circulares por las cuales circula una corriente estacionaria de 750 A.

El Código 3.2 proporciona, entre sus resultados de salida, el archivo nombrado como vector.txt. En este archivo se proporciona, para algún punto (z, r) del espacio de trabajo, la magnitud de las componentes vectoriales para la intensidad de campo magnético en dirección z y r, esto es, los valores $B_z(z,r)$ y $B_r(z,r)$ definidos por las funciones (3.3) y (3.4). Además, se añade la resultante de estas dos componentes de campo magnético, es decir, la magnitud de la intensidad de campo magnético vectorial $B_R = \sqrt{B_z^2 + B_r^2}$ al lado del ángulo $\phi = \tan^{-1}(B_r/B_z)$ de inclinación con respecto al eje axial z. Como anteriormente se ha señalado en este trabajo, dos espacios de interés en el diseño del sistema magnético externo para un girotrón son la región del cátodo y la región de interacción onda-haz, el primero es fijado en z = 10 mm (Véase el capitulo referente al cañón de electrones), y el segundo es puesto en z = 138 mm al corresponder con un valor de campo magnético $B_o = 2.4$ T en el perfil dibujado por el campo magnético sobre el eje axial.

En las Tablas 2 y 3 se muestra los resultados de densidad de flujo magnético, en unidades de Gauss, para los valores de cátodo en z =10 mm y de zona de operación en z = 138 mm respectivamente, ambas para los valores de $0.001 \leq r \text{ (mm)} \leq 95.001$ en pasos de 5 mm. Obsérvese el valor inferior de r = 0.001 mm muy cercano al eje axial z. También se debe hacer notar el valor de la componente de campo en dirección radial $B_r = 0$ para la zona de operación z = 138 mm indicando la homogeneidad necesaria y deseada circundante en dicha región. Los resultados de todas las componentes vectoriales en dirección radial y axial se pueden observar en la Figura 9 la cual muestra todo el campo vectorial en el espacio de trabajo, además se muestra el sistema magnético externo del girotrón, la cavidad y el cañón de electrones *CIM*. Nótese la posición relativa de las

bobinas p_2 y p_3 con respecto a las bobinas p_1 y p_4 , lo cual permite la homogeneidad ya
mencionada alrededor de la región de operación. El perfil de la cavidad mostrado aquí
será detallado en el capítulo referente al cañón de electrones.

$z \ (\mathrm{mm})$	$r \ (\mathrm{mm})$	$B_z(z,r)$ (G)	$B_r(z,r)$ (G)	$B_R(z,r)$ (G)	ϕ (deg)
10	0.001	1484.383	-0.019	1484.383	-0.001
10	5.001	1475.866	-96.812	1479.038	-3.753
10	10.001	1450.673	-190.854	1463.174	-7.495
10	15.001	1409.834	-279.563	1437.285	-11.216
10	20.001	1354.983	-360.668	1402.163	-14.905
10	25.001	1288.245	-432.341	1358.857	-18.552
10	30.001	1212.082	-493.281	1308.613	-22.145
10	35.001	1129.127	-542.76	1252.803	-25.673
10	40.001	1042.012	-580.614	1192.854	-29.127
10	45.001	953.21	-607.187	1130.17	-32.497
10	50.001	864.912	-623.241	1066.068	-35.776
10	55.001	778.947	-629.845	1001.73	-38.958
10	60.001	696.744	-628.253	938.165	-42.041
10	65.001	619.33	-619.796	876.194	-45.022
10	70.001	547.368	-605.79	816.452	-47.9
10	75.001	481.207	-587.472	759.397	-50.679
10	80.001	420.944	-565.953	705.334	-53.359
10	85.001	366.482	-542.199	654.438	-55.945
10	90.001	317.587	-517.024	606.775	-58.439
10	95.001	273.935	-491.099	562.333	-60.847

Tabla 2: Resultados para las componentes de campo magnético en dirección z y r en la región del cátodo de $z=10~{\rm mm}.$

z (mm)	r (mm)	$B_z(z,r)$ (G)	$B_r(z,r)$ (G)	$B_R(z,r)$ (G)	ϕ (deg)
138	0.001	24531.962	0	24531.962	0
138	5.001	24532.611	0	24532.611	0
138	10.001	24532.865	0	24532.865	0
138	15.001	24522.61	0	24522.61	0
138	20.001	24459.107	0	24459.107	0
138	25.001	24168.458	0	24168.458	0
138	30.001	22766.753	0	22766.753	0
138	35.001	17789.928	0	17789.928	0
138	40.001	11085.806	0	11085.806	0
138	45.001	4372.098	0	4372.098	0
138	50.001	-1146.946	0	1146.946	0
138	55.001	-2947.032	0	2947.032	0
138	60.001	-2955.515	0	2955.515	0
138	65.001	-2655.159	0	2655.159	0
138	70.001	-2316.299	0	2316.299	0
138	75.001	-2004.038	0	2004.038	0
138	80.001	-1732.961	0	1732.961	0
138	85.001	-1502.532	0	1502.532	0
138	90.001	-1307.902	0	1307.902	0
138	95.001	-1143.525	0	1143.525	0

Tabla 3: Resultados para las componentes de campo magnético en dirección z y r en la región de interacción onda-haz para z = 138 mm.



Figura 9: Campo vectorial magnético externo generado por un sistema de cuatro bobinas. Se muestra la homogeneidad magnética en la región de la cavidad (zona de operación z = 138 mm).

La elección de los valores z_1 y r_1 vistos en la Tabla 1 resulta al trazar el perfil magnético axial característico de un girotrón. Ellos han sido seleccionados de tal forma que dicho perfil magnético satisface las intensidades de campo externo en las regiones del cátodo y zona de operación. El Código 3.3 permite dibujar y manipular este perfil magnético alimentando los parámetros característicos del sistema de cuatro bobinas mostrados en la Tabla 1. El espacio de trabajo aquí está dado solo para los valores de $-20 \leq$ $z \text{ (mm)} \leq 280$. En este script se define dos funciones, stc y mtc. El primero de ellos es la aplicación directa de la Ecuación (3.5), por consiguiente, la función stc da como resultado la intensidad de campo magnético B_z sobre algún punto z_0 sobre el eje axial z generado por una solera circular de sección transversal rectangular $\Delta z \times \Delta r$ que transporta una corriente eléctrica estacionara I. Luego, la función stc se extiende a la función mtcaplicándose $n_z \times n_r = 11 \times 9$ veces, una por cada solera trasportando cada una de ellas una corriente estacionaria I = 750 A y finalmente a cada bobina p_n , es decir la función mtc usa la función stc, $n_z \times n_r \times n = 11 \times 9 \times 4$ veces para el sistema magnético de la Tabla 1. La función *mtc* también considera los parámetros de entrada espaciales, es decir ubica las posiciones r_1 y z_1 como las coordenadas del punto que coincide con la esquina inferior izquierda de la solera ubicada en la esquina inferior izquierda de la bobina p_n , $n = 1, 2, 3 \neq 4$. Así también se proporcionan las variables $s = 2 \mod v = 0.2 \mod c$ calibre de la solera y el de la capa aislante, respectivamente.

```
1 % Zsys.m
2 % GIF' equation
3 % axial magnetic field system
4 % by GIF
5 % update: 03/11/2020
6
7 clear
8 close all
9 clc
10 format shortG
11
_{12} zi = -20;
                          % [mm] initial z-point
                          % [mm] final z-point
13 zf = 280;
14 dz = 1;
                           % [mm] step
15 z = zi:dz:zf;
                          % [mm]
16
17 [B1,P1,L1] = mtc(z,81,22,11,9,750,2,0.2);
18 [B2, P2, L2] = mtc(z, 111, 31, 11, 9, 750, 2, 0.2);
19 [B3, P3, L3] = mtc(z, 141, 31, 11, 9, 750, 2, 0.2);
20 [B4,P4,L4] = mtc(z,171,22,11,9,750,2,0.2);
21
22 BT = B1 + B2 + B3 + B4;
         = P1 + P2 + P3 + P4;
23 P
         = L1 + L2 + L3 + L4;
24 L
25
26 %%% Bz plotting %%%%
27
28 figure
29 plot(z,0.0001*BT)
30
31 %%% plotting data %%%
32
33 dat = [z; 0.0001*BT];
                                                        % [mm,T]
34
35 archivo1 = fopen('dat-e.txt','w');
                                                       % EGUN input
36 archivo2 = fopen('dat-gp-teslas.txt','w');
                                                       % GNUplot input
37
38 fprintf(archivo2, '# z
                                      Bz\n');
39 fprintf(archivo2, '%f %f\n',dat);
40
41 fprintf(archivo1, '%f,\n',BT);
                                                        % [Gauss]
42 fclose(archivo1);
43 fclose(archivo2);
44
45 type dat-e.txt
46 type dat-gp-teslas.txt
```

```
47
48 function [B,P,L] = mtc(z,iiz,iir,nz,nr,I,s,c)
49
50 %%% function: mtc (multi turn coil)%%%
51
[mm] array for axis z
53 % z:
54 % iiz: [mm] z1 of the single coil in the lower left corner
55 % iir: [mm] r1 of the single coil in the lower left corner
56 % nz: [1] number of single coils in z direction
57 % nr: [1] number of single coils in r direction
58 % I: [A] current, see amp.m
59 % s: [mm] square coil (solera) of 2 x 2
60 % c: [mm] insulating layer
62
      = size(z,2);
63 p
64 B
      = zeros(1,p);
65 P
     = 0;
66 L
     = 0;
67
68 zini = iiz;
69 zfin = zini + s;
70 rini = iir;
71 rfin = rini + s;
72 for j = 1:1:nr
     for i = 1:1:nz
73
        b = stc(z,zini,zfin,rini,rfin,I);
74
         w = cpw(zini,zfin,rini,rfin,I);
75
        L = L + 2*pi*(rini+s/2);
76
        B = B + b;
77
        P = P + w;
78
         zini = zfin + c;
79
80
         zfin = zini + s;
    end
81
     zini = iiz;
82
     zfin = zini + s;
83
     rini = rfin + c;
84
     rfin = rini + s;
85
86 end
87
88 end
89
90 function [Bz] = stc(z,z1,z2,r1,r2,i)
91
92 %%% function: stc (single turn coil) %%%
```

```
03
95 % z :
       [mm] z-point field value
       [mm] coil initial z-coordinate
96 % z1:
97 % z2: [mm] coil end z-coordinate
98 % r1: [mm] coil initial r-coordinate
99 % r2: [mm] coil end r-coordinate
100 % i:
       [A] current
101 % muO: [G*mm/A] permeability
= 4*pi;
                                 % [G*mm/A]
104 muO
105 dz
       = z2 - z1;
      = r2 - r1;
106 dr
107 CO
       = (mu0*i)/(2*dz*dr);
       = z - z1;
108 zz1
109 zz2
      = z - z2;
      = r2 + sqrt(r2.^2 + zz1.^2);
110 r2z1
111 r2z2 = r2 + sqrt(r2.^2 + zz2.^2);
112 r1z1 = r1 + sqrt(r1.^2 + zz1.^2);
113 r1z2 = r1 + sqrt(r1.^2 + zz2.^2);
      = \log(r2z1) - \log(r1z1);
114 c1
       = \log(r2z2) - \log(r1z2);
115 c2
116
    = c0.*(zz1.*c1 - zz2.*c2); % [G]
117 Bz
118
119 hold on
120 plot(z1,r1,'.r',z1,r2,'.r',z2,r1,'.r',z2,r2,'.r')
121 daspect([1 1 1])
123 end
126 function [P] = cpw(z1, z2, r1, r2, i)
127
128 %%% function: cpw (coil power) %%%
129
131 % z1: [mm] coil initial z-coordinate
132 % z2: [mm] coil end z-coordinate
133 % r1: [mm] coil initial r-coordinate
134 % r2: [mm] coil end r-coordinate
135 % i: [A] current
136 % sigma: [A/(V*m)] copper electrical conductivity
138
```

```
139 sigma = 5.998e7;
140 dz = 1e-03*(z2 - z1); % [m]
141 c0 = (2*pi)/sigma;
142
143 P = c0*((i^2)/(dz*log(r2/r1))); % [W]
144
145 end
```

Código 3.3: Script para determinar el perfil de campo magnético sobre eje axial z debido al sistema de 4 bobinas con 11 × 9 soleras sólidas de cobre por las cuales circula una corriente estacionaria de 750 A.

Uno de los resultados proporcionado por el Código 3.3 se despliega en la Tabla 4 mostrando, desde z = -20 mm hasta z=280 mm, las magnitudes de campo magnético B_z sobre el eje axial z. Obsérvese el valor en z = 10 mm con una intensidad de $B_z = B_c = 1$ 484.38 G, contra el valor en z = 138 mm con $B_z = B_o = 24$ 531.71 G (no mostrado en la Tabla) para satisfacer, de esta manera, el parámetro de compresión magnética $F_m = B_o/B_c \approx 16.72$ definido en la Ecuación (4.13) y el que cumple con las restricciones de diseño mencionadas en [30].

z (mm)	$B_z(z)$ (G)	z (mm)	$B_z(z)$ (G)	z (mm)	$B_z(z)$ (G)
-20	740.3311	90	21705.4773	200	14885.4182
-15	822.198	95	23237.4013	205	12341.0676
-10	916.7613	100	24126.5151	210	10102.2991
-5	1026.594	105	24497.0444	215	8236.1674
0	1154.9167	110	24567.3003	220	6727.8102
5	1305.7918	115	24539.0495	225	5526.3779
10	1484.383	120	24517.3869	230	4573.6573
15	1697.3059	125	24518.8831	235	3816.8711
20	1953.0994	130	24527.0927	240	3212.5626
25	2262.8618	135	24531.396	245	2726.5446
30	2641.0999	140	24531.7173	250	2332.4957
35	3106.8408	145	24528.3612	255	2010.3254
40	3685.0316	150	24520.5302	260	1744.7213
45	4408.1567	155	24516.2377	265	1523.979
50	5317.7465	160	24532.704	270	1339.1045
55	6464.8447	165	24564.5639	275	1183.1401
60	7907.2219	170	24527.6868	280	1050.6629
65	9698.887	175	24235.8491		
70	11865.1265	180	23464.7408		
75	14359.3048	185	22064.1074		
80	17018.1006	190	20035.0088		
85	19566.0031	195	17546.5745		

Tabla 4: Resultados para la intensidad de campo magnético axial.

Con la finalidad de hacer un análisis de comparación entre las dos aproximaciones de perfil de campo magnético axial se despliegan los resultados sobre un mismo espacio de trabajo. La primera aproximación, que como ya se mencionó arriba, usa la bien conocida teoría de Good, la cual se basa en el uso de las integrales elípticas completas de primera y segunda especie K y E y que puede ser bien expresada con las Ecuaciones (3.3) y (3.4) las cuales calculan las magnitudes de las componentes vectoriales de campo magnético en todo punto dentro de una región espacial de dos dimensiones en torno al sistema de bobinas. Es decir, esta aproximación calcula el campo magnético en todo punto de la región Fuera del Eje Axial, nombrado aquí como la aproximación FEA. En esta aproximación se ha tomado al punto central de la solera cuadrada de $\Delta z \times \Delta r = 2 \times 2$ mm como punto por el cual se hace pasar la espira para cada una de las soleras que integran la totalidad del arreglo magnético externo. Esto es, cada solera con un área transversal de 4 mm² fue representada y aproximada por una espira que pasa por el centro de esta. En la Figura 10 se especifica el punto central (z, r) de la solera $N_{i,j}$ de la bobina p_n . Luego, con el uso del Código 3.2 (véase archivo nombrado perfil-teslas.dat) se determina las intensidades de

campo magnético sobre un eje lo suficientemente cerca al eje axial, aquí se usó el eje r = 0.001 mm, obteniéndose de esta forma el perfil de campo magnético que integra el arreglo del sistema de cuatro bobinas.



Figura 10: Representación de una bobina exponiendo una solera cuadrada con la espira en el punto central.

La segunda aproximación se basa en el estudio realizado en este trabajo y está bien expresada por la Ecuación (3.5). Recordando que aquí se calcula la intensidad de campo magnético para cada punto sobre el eje axial (r = 0) de tal forma que se obtiene un perfil de campo. Es decir, que en esta aproximación se calcula el campo magnético Sobre el Eje Axial, nombrado aquí como la aproximación *SEA*. La Figura 11 muestra las dos aproximaciones de perfil *SEA* y *FEA* puestas sobre una región del espacio que va desde z = -20 mm hasta z = 280 mm y desde r = 0 mm hasta r = 100 mm, logrando un gran acercamiento entre ellas, más aún, nótese que, conforme r, Δz y Δr se aproximan a cero, se tendrá una mejor aproximación entre los perfiles de campo *SEA* y *FEA*. Véase además las ubicaciones relativas de las cuatro bobinas p_1 a p_4 que consiguen dibujar una buena homogeneidad desde aproximadamente z = 100 mm hasta z = 180 mm lo que implica un campo cuasi constante en 80 mm de zona de operación.



Figura 11: Comparación de perfiles de campo magnético axial externo conseguidas por las aproximaciones Fuera del Eje Axial (FEA), derivada por las Ecuaciones (3.3) y (3.4); y Sobre el Eje Axial (SEA), derivada de la Ecuación (3.5) para un sistema de cuatro bobinas integradas por 11×9 espiras (soleras) conduciendo 750 A en un tiempo de corto circuito de 300 ms.

3.11.2 Transferencia de calor en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas sólidas de cobre

Se presenta ahora el análisis que se enfoca en el calor transferido por el sistema de bobinas, esto es, la estimación del calor disipado por el conductor de cobre al paso de la corriente eléctrica estacionaria I. Para llevar a cabo dicha tarea es menester el uso de la Ecuación (3.6) sobre todas y cada una de las soleras con área transversal rectangular que componen cada una de las cuatro bobinas p_n del sistema mostrado en la Tabla 1. La aplicación de dicha ecuación se puede ver en el script del Código 3.4, el cual es parte y se ejecuta a su vez en el código principal 3.3. Este script consiste en la función cpw cuyos datos de entrada son los parámetros geométricos de la solera (z_1, z_2, r_1, r_2) y la corriente eléctrica I que la atraviesa. Los resultados de los cálculos elaborados para la transferencia de calor en cada una de las cuatro bobinas se proporcionan en la Tabla 5.

```
% z1:
         [mm] coil initial z-coordinate
 % z2:
         [mm] coil end z-coordinate
8 % r1:
         [mm] coil initial r-coordinate
 % r2:
         [mm] coil end r-coordinate5
9
10 % i:
         [A] current
11 % sigma:[A/(V*m)] copper electrical conductivity
13
14 sigma = 5.998e7;
        = 1e - 03 * (z2 - z1);
                                      % [m]
15 dz
        = (2*pi)/sigma;
16 CO
17
        = c0*((i^2)/(dz*log(r2/r1)));
                                      % [W]
18 P
19
20 end
```

Código 3.4: Función para determinar la transferencia de calor como resultado de la corriente eléctrica al pasar por una solera circular con área transversal rectangular.

Véase, de igual forma, los valores que atañen a la longitud necesaria del conductor para la realización del embobinado. Dicha longitud está bien aproximada por la Ecuación (3.7) aplicada sobre una bobina del tipo *pancake*. De esta forma, se deben considerar longitudes del conductor que van desde los 19.8 hasta los 25.4 m para el diseño de las diferentes bobinas y con una totalidad de 90.3 m para el arreglo de bobinas necesarias en el sistema de la Tabla 1.

Bobina	$z_1 (\mathrm{mm})$	$r_1 (\mathrm{mm})$	Soleras Totales	P (kW)	L_c (m)
p1	81	22	11×9	46.4	19.8
p2	111	31	11×9	59.5	25.8
p3	141	31	11×9	59.5	25.8
p4	171	22	11×9	46.4	19.8

Tabla 5: Transferencia de calor en un arreglo de cuatro bobinas integradas por 11×9 soleras de cobre cuadradas de 2 mm de área transversal.

3.11.3 Cálculo de esfuerzos mecánicos desarrollados en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras sólidas de cobre

Para el presente estudio de esfuerzos mecánicos desarrollados por la interacción de la corriente eléctrica, que transporta el sistema magnético externo de cuatro bobinas integradas por soleras sólidas de área transversal cuadrada, y el campo magnético generado por las mismas, se considera la simplificación de la mencionada área de la solera a un único punto central. Esto es, el sistema de bobinas constituidas por un conductor sólido cuadrado de cobre queda representado por un sistema de bobinas integradas por un alambre conductor de cobre (véase la Figura 10). Luego, se consideran los componentes de campo magnético $B_z(z,r)$ y $B_r(z,r)$ de las Ecuaciones (3.3) y (3.4) obligadas para el cálculo de las fuerzas axial F_z y radial F_r ejercidas sobre cada una de las bobinas p_n . Las referencias a estas fuerzas se disponen en el Código 3.5 por medio de la aplicación de las Ecuaciones (3.8) y (3.9) para la deducción de las fuerzas ejercidas a cada una de las espiras que conforman el arreglo magnético como consecuencia de la corriente eléctrica y del mismo campo magnético generado por las espiras vecinas dentro del sistema. Véase de nuevo la aplicación de la función *swc* para la determinación de las componentes de campo fuera del eje axial.

```
1 % ZsysForce.m
_2 % force system for multiturn of 11 x 9, I = 750 A
3 % by GIF
4 % update: 16/11/2021
6 clear
7 close all
8 clc
9 format longG
10
11 I = 750; % [A] see amp.m
12
_{13} FzT1 = 0;
14 \text{ FrT1} = 0;
16 \text{ BZT1} = 0; \text{ BZT2} = 0; \text{ BZT3} = 0; \text{ BZT4} = 0;
17 BRT1 = 0; BRT2 = 0; BRT3 = 0; BRT4 = 0;
18
19 BZT = 0;
20 BRT = 0;
21
_{22} s = 2; c = 0.2; % [mm] square solera and layer
23 Nz = 11; Nr = 9; % [1] number de soelras in z and r direction
24 rI = 22; rII = 31; % [mm] bottom left corner of solera in r direction
25 zI = 81; zII = 111; zIII = 141; zIV = 171;
26
27 \text{ rX} = \text{rI};
                      % multiturn Px = P1
z_8 zX = zI;
29
30 for rx = (rX+s/2) : (s+c) : (rX+s/2+(Nr-1)*(s+c))
  for zx = (zX+s/2) : (s+c) : (zX+s/2+(Nz-1)*(s+c))
```

```
32
           %%% first multiturn
33
           for r1 = (rI+s/2) : (s+c) : (rI+s/2+(Nr-1)*(s+c))
34
               for z1 = (zI+s/2) : (s+c) : (zI+s/2+(Nz-1)*(s+c))
35
                    [BZ1,BR1] = swc(zx,rx,z1,r1,I);
36
                   BZT1 = BZT1 + BZ1;
37
                   BRT1 = BRT1 + BR1;
38
               end
39
           end
40
           %%% second multiturn
41
           for r2 = (rII+s/2) : (s+c) : (rII+s/2+(Nr-1)*(s+c))
42
               for z2 = (zII+s/2) : (s+c) : (zII+s/2+(Nz-1)*(s+c))
43
                    [BZ2, BR2] = swc(zx, rx, z2, r2, I);
44
                   BZT2 = BZT2 + BZ2;
45
                   BRT2 = BRT2 + BR2;
46
               end
47
           end
48
           %%% third multiturn
49
          for r3 = (rII+s/2) : (s+c) : (rII+s/2+(Nr-1)*(s+c))
50
               for z3 = (zIII+s/2) : (s+c) : (zIII+s/2+(Nz-1)*(s+c))
51
                    [BZ3, BR3] = swc(zx, rx, z3, r3, I);
52
                   BZT3 = BZT3 + BZ3;
53
                   BRT3 = BRT3 + BR3;
54
               end
           end
56
           %%% fourth multiturn
57
           for r4 = (rI+s/2) : (s+c) : (rI+s/2+(Nr-1)*(s+c))
58
               for z4 = (zIV+s/2) : (s+c) : (zIV+s/2+(Nz-1)*(s+c))
59
                    [BZ4, BR4]
                               = swc(zx, rx, z4, r4, I);
60
                   BZT4 = BZT4 + BZ4;
61
                   BRT4 = BRT4 + BR4;
62
               end
63
          end
64
65
          BZT = BZT1 + BZT2 + BZT3 + BZT4; % [G] z-Net magnetic field
66
          BRT = BRT1 + BRT2 + BRT3 + BRT4; % [G] r-Net magnetic field
67
          Fz = 1e - 07 * 2 * pi * rx * I * BRT;
                                           % [N]
68
          Fr = 1e-07*2*pi*rx*I*BZT;
                                          % [N]
69
          FzT1 = FzT1 + Fz;
                                           % [N] z-Net force over multiturn-x
70
          FrT1 = FrT1 + Fr;
                                           % [N] r-Net force over multiturn-x
71
72
          BZT1 = 0;
73
          BRT1 = 0;
74
          BZT2 = 0;
75
           BRT2 = 0;
           BZT3 = 0;
```

```
BRT3 = 0;
78
         BZT4 = 0;
79
         BRT4 = 0;
80
81
82
     end
83 end
84
85 display(FzT1)
86 display(FrT1)
87
88 function [BZ, BR] = swc(z, r, z1, r1, I)
89
90 %%% function swc (single wire coil) %%%
91
93 % z: [mm] z-point field value
94 % r:
        [mm] r-point field value
95 % z1: [mm] z-coordiante of circular loop
96 % r1: [mm] r-coordinate of circular loop radius
97 %
             with center at (0, z1)
98 % I: [A] current
99 % miu0: [G-mm/A] permeability, miu0/4*p1 = 1
102 if (z == z1) && (r == r1)
     BZ = 0;
103
     BR = 0;
104
     return
105
106 else
     m = 4*r1*r./((r+r1).^{2} + (z-z1).^{2});
108
     [K,E] = ellipke(m);
109
     BZ = I*(1./r).*((m./(r1*r)).^{(1/2)}).*(r.*K + ((r1*m-r.*(2-m))...
                        % [G]
         ./(2-2*m)).*E);
111
     BR = I*((z-z1)./r).*((m./(r1*r)).^(1/2)).*(((2-m)./(2-2*m)).*E - K);
112
                              % [G]
113
114 end
115
116 hold on
plot(z1,r1,'ro','markersize',5,'markeredgecolor','r','markerfacecolor','
    r')
118 daspect([1 1 1])
119
```

120 **end**

Código 3.5: Script para el cálculo de esfuerzos mecánicos sobre una bobina debido a la presencia de las bobinas vecinas formadas por un conjunto de 11×9 espiras circulares de cobre por donde circula una corriente de 750 A.

Los resultados derivados del Código 3.5 pueden verse dispuestos en la Tabla 6. Los datos muestran las coordenadas (z_1^C, r_1^C) indicando la ubicación de la primera espira inferior izquierda de cada bobina, el número total de espiras en ambas direcciones, $z \ge r$, las fuerzas axiales F_z y radiales F_r que soportan cada una de las bobinas en la presencia de las bobinas adjuntas. Obsérvese la resultante nula de las fuerzas axiales ejercidas en la totalidad del arreglo de las cuatro bobinas del sistema. De igual forma debe señalarse el equilibrio presente en las fuerzas radiales bajo el diseño simétrico circular de la bobina.

Bobina	$z_1^C (\mathrm{mm})$	$r_1^C (\mathrm{mm})$	Espiras Totales	F_z (kN)	F_r (kN)
p1	82	23	11×9	-6.87	16.21
p2	112	32	11×9	-3.23	16.09
p3	142	32	11×9	3.23	16.09
p4	172	23	11×9	6.87	16.21

Tabla 6: Fuerzas mecánicas ejercidas sobre un arreglo de cuatro bobinas integradas por 11×9 espiras de cobre.

3.11.4 DISEÑO Y CONFIGURACIÓN DE UN SISTEMA MAGNÉTICO CON CUATRO BOBINAS INTEGRADAS POR SOLERAS CUADRADAS HUECAS DE COBRE CON FINES DE REFRIGERACIÓN

Se presenta ahora una configuración mejorada para el arreglo del sistema magnético externo necesario para la dirección y enfoque del haz de electrones dentro del girotrón de 60 GHz. Este sistema garantiza la intensidad de campo en zona de operación (z.o.), así como su relación con ella en torno a la región del cátodo, tendiendo en consideración la ya mencionada relación de compresión magnética F_m . En el actual arreglo de bobinas se agregan las medidas necesarias para considerar el sistema de enfriamiento que debe atenuar la energía calorífica generada por el paso de la corriente eléctrica en el conductor de cobre, es decir, contrarrestar el efecto Joule presente en cada una de las soleras que componen el sistema de bobinas. Téngase, entonces, un diseño de solera de cobre con área transversal cuadrada con un espacio hueco cuadrado concéntrico en su centro (véase la Figura 8). La Tabla 7 muestra las coordenadas iniciales z_1 y r_1 que indican la esquina inferior izquierda de la primera solera situada, a su vez, en la equina inferior izquierda de cada una de las bobinas p_n que integran este sistema. Luego, cada bobina está compuesta por $n_z \times n_r = 3 \times 4$ soleras de cobre con una superficie transversal cuadrada de 10 mm de lado, con un hueco cuadrado concéntrico central de 6 mm de lado, lo que resulta en una superficie efectiva de SH de 64 mm² por la cual se transporta una corriente eléctrica continua I_{SH} de 8000 A según se puede verificar con la Ecuación (3.2) en un tiempo de corto circuito de t = 700 ms.

Bobina	$z_1 (\mathrm{mm})$	$r_1 (\mathrm{mm})$	Soleras Totales	I_{SH} (A)
p1	82	25	3×4	8000
p2	120	36	3×4	8000
p3	160	36	3×4	8000
p4	198	25	3×4	8000

Tabla 7: Arreglo de cuatro bobinas integradas por 3×4 soleras con área transversal cuadrada de 10 mm, un hueco de 6 mm y 8000 A de corriente continua.

En el Código 3.6 se exponen los criterios paramétricos de diseño para fijar el perfil característico del campo magnético externo deducidos sobre el eje axial z del girotrón y generado por la acción del sistema de cuatro bobinas detalladas en la Tabla 7. Sea de especial detalle la definición de las corrientes $I_S = 12500$ A e $I_H = 4500$ A resultando en una corriente efectiva $I_{SH} = 8\ 000$ A (véase la Figura 8) con una densidad de corriente sobre el área transversal del conductor de 125 A mm². Considérese, en este código, el arreglo z en dirección axial constituido desde z = -20 mm hasta z = 320 mm con un paso dz = 1 mm y para el cual se le aplica la función stc para cada una de las $n_z \times n_r = 3$ \times 4 soleras de área transversal cuadrada de $S = 100 \text{ mm}^2$ con corriente $I_S = 12500 \text{ A}$, donde a su vez, se aplica la función mtc en cada una de las bobinas p_n que componen el sistema magnético. Luego, esta maniobra de aplicación de las funciones stc y mtc se repite para un área transversal cuadrada ficticia de $H = 36 \text{ mm}^2$ y corriente ficticia I_H = 4500 A, para finalmente indicar la diferencia entre los campos totales en estos dos procesos y determinar el campo total generado por la agrupación total de las soleras de área transversal $SH = 64 \text{ mm}^2$ consecuencia de quitar el espacio hueco cuadrado concéntrico. Préstese atención sobre el archivo de salida datPlotBzMS4348.txt el cual se muestra en la Tabla 8 4 proporciona la intensidad de campo magnético B_z determinado en cada punto del eje axial z con pasos de dz = 5 mm.

```
1 % ZsysHollow.m
2 % GIF' equation
3 % axial magnetic field system
4 % turn of 10 X 10 mm, hallow 6 X 6 mm, 8 kA, (125 A/mm<sup>2</sup>)
5 % by GIF
6 % update: 27/02/2022
7
```

```
8 clear
9 close all
10 clc
11 format longG
12
_{13} zi = -20;
                            % [mm] initial z-point
_{14} zf = 320;
                            % [mm] final z-point
15 \, dz = 5;
                            % [mm] step
16 z = zi:dz:zf;
                            % [mm]
17
18 [B1,P1,L1,T1,DP1] = mtc(z,82,25,84,27,3,4,12500,4500,10,6,0,4,1);
19 [B2,P2,L2,T2,DP2] = mtc(z,120,36,122,38,3,4,12500,4500,10,6,0,4,1);
20 [B3,P3,L3,T3,DP3] = mtc(z,160,36,162,38,3,4,12500,4500,10,6,0,4,1);
21 [B4,P4,L4,T4,DP4] = mtc(z,198,25,200,27,3,4,12500,4500,10,6,0,4,1);
22
_{23} B = B1 + B2 + B3 + B4;
_{24} Aw = 36e-06;
25
26 %%% Bz plotting %%%%
27
28 figure
29 plot(z,0.0001*B)
30
31 %%% plotting data %%%
32
33 dat
          = [z;B];
                                                        % [mm,T]
34
35 archivo1 = fopen('datEGUNMS4348.txt','w'); % EGUN input
36 archivo2 = fopen('datPlotBzMS4348.txt','w');
                                                       % GNUplot input
37
38 fprintf(archivo2, '# z
                                        Bz∖n');
39 fprintf(archivo2, '%f %f\n',dat);
40
41 fprintf(archivo1, '%f,\n',B);
                                                        % [Gauss]
42 fclose(archivo1);
43 fclose(archivo2);
44
45 type datEGUNMS4348.txt
46 type datPlotBzMS4348.txt
47
48 %%% coil p1 %%%
49
50 \text{ P1kW} = \text{sum}(\text{sum}(\text{P1}))/1000;
                                                % [kW]
51 DT1min = \min(\min(T1));
                                                % [K = C] arise water
                                                % [K = C] arise water
52 DT1max = max(max(T1));
_{53} Lc1 = sum(sum(L1))/1000;
                                                % [m] single pancake length
```

```
54 DP1min = \min(\min(DP1))/1000;
                                 % [kPa] Pressure drop (20D9)
55 DP1max = max(max(DP1))/1000;
56 \text{ PB1} = \text{sum}(\text{sum}(\text{DP1})) * \text{Aw}/0.80;
                                    % [W] (20D10)
57
58 unit1 = ["Lc (m)","P (kW)","DTmin (degC)","DTmax (degC)","DPmin (kPa)
    ",...
          "DPmax (kPa)","PB (W)"];
      = [Lc1,P1kW,DT1min,DT1max,DP1min,DP1max,PB1];
60 D1
61 P1D = [unit1;D1];
62 display(P1D')
63
64 % %%% coil p2 %%%
65
66 P2kW = sum(sum(P2))/1000;
                                           % [kW]
67 DT2min = \min(\min(T2));
                                            % [K = C] arise water
                                           % [K = C] arise water
68 DT2max = max(max(T2));
69 Lc2 = sum(sum(L2))/1000;
                                           % [m] single pancake length
                                    % [kPa] Pressure drop (20D9)
70 DP2min = \min(\min(DP2))/1000;
71 DP2max = max(max(DP2))/1000;
72 PB2 = sum(sum(DP2)) * Aw/0.80;
                                    % [W] (20D10)
73
74 unit2 = ["Lc (m)","P (kW)","DTmin (degC)","DTmax (degC)","DPmin (kPa)
  ",...
          "DPmax (kPa)", "PB (W)"];
75
      = [Lc2, P2kW, DT2min, DT2max, DP2min, DP2max, PB2];
76 D2
77 P2D = [unit2; D2];
78 display(P2D')
79
80 % %%% coil p3 %%%
81
82 P3kW = sum(sum(P3))/1000;
                                            % [kW]
                                           % [K = C] arise water
83 DT3min = \min(\min(T3));
84 DT3max = max(max(T3));
                                           % [K = C] arise water
85 Lc3 = sum(sum(L3))/1000;
                                           % [m] single pancake length
                                      % [kPa] Pressure drop (20D9)
86 DP3min = \min(\min(DP3))/1000;
87 DP3max = max(max(DP3))/1000;
                                    % [W] (20D10)
88 PB3 = sum(sum(DP3)) * Aw/0.80;
89
90 unit3 = ["Lc (m)","P (kW)","DTmin (degC)","DTmax (degC)","DPmin (kPa)
   ",...
          "DPmax (kPa)","PB (W)"];
      = [Lc3,P3kW,DT3min,DT3max,DP3min,DP3max,PB3];
92 D3
93 P3D = [unit3;D3];
94 display(P3D')
95
96 % %%% coil p4 %%%
```

```
97
         = sum(sum(P4))/1000;
98 P4kW
                                             % [kW]
99 DT4min = \min(\min(T4));
                                             % [K = C] arise water
100 DT4max = max(max(T4));
                                             % [K = C] arise water
101 Lc4 = sum(sum(L4))/1000;
                                            % [m] single pancake length
102 DP4min = \min(\min(DP4))/1000;
                                            % [kPa] Pressure drop (20D9)
103 \text{ DP4max} = \max(\max(\text{DP4}))/1000;
        = sum(sum(DP4)) * Aw/0.80;
104 PB4
                                            % [W] (20D10)
106 unit4 = ["Lc (m)","P (kW)","DTmin (degC)","DTmax (degC)","DPmin (kPa)
     ",...
           "DPmax (kPa)", "PB (W)"];
        = [Lc4,P4kW,DT4min,DT4max,DP4min,DP4max,PB4];
108 D4
109 P4D = [unit4;D4];
110 display(P4D')
112 function [B,P,L,T,DP] = mtc(z,iiz,iir,iizH,iirH,nz,nr,IS,IH,s,sH,c,cH,u)
113
114 %%% function: mtc (multi turn coil)%%%
115
117 % z :
              [mm] array for axis z
118 % iiz, iizH: [mm] lower left corner point z-coord. (conductor and channel)
119 % iir, iirH: [mm] lower left corner point r-coord.(conductor and channel)
          [1] number of single coils in z direction
120 % nz:
121 % nr:
              [1] number of single coils in r direction
122 % I, IH:
              [A] current (conductor and channel), see amp.m
123 % s,sH:
              [mm] square coil (solera) of 2 x 2 (conductor and channel)
124 % c, cH:
              [mm] separation distances layers (conductor and channel)
              [m/s] water velocity in channel
125 % u :
127
128 %%% data for water in channel %%%
129
       = 4182;
                               % J/(Kg*K)
130 C
_{131} rhom = 998;
                               % Kg/m^3
132 \text{ mu} = 0.001002;
                               % Pa*s
     = 1e-06*sH^2;
                               % [m^2]
133 Aw
       = sqrt((4*Aw)/pi); % [m] diameter
134 D
       = D*u*rhom/mu;
                              % [1] (20D8)
135 Re
       = 0.184/\text{Re}^{0.2};
                              % [1] turbulent flow (f = 0.184/R^{0.2})
136 f
137
138 p
       = size(z,2);
139 B
      = zeros(1,p);
       = zeros(nz,nr);
140 P
     = zeros(nz,nr);
141 L
```
```
= zeros(nz,nr);
142 T
143 DP = zeros(nz,nr);
144
                  zinih = iizH;
145 zini = iiz;
146 zfin = zini + s; zfinh = zinih + sH;
147 rini = iir;
                 rinih = iirH;
148 rfin = rini + s; rfinh = rinih + sH;
149 for j = 1:1:nr
      for i = 1:1:nz
          b = stc(z,zini,zfin,rini,rfin,IS)-stc(z,zinih,zfinh,rinih,...
              rfinh,IH);
                            % [G]
          w = cpw(zini,zfin,rini,rfin,IS)-cpw(zinih,zfinh,rinih,...
153
              rfinh,IH);
                           % [W]
154
155
          B = B + b;
156
          L(i,j) = 2*pi*(rini+s/2);
157
                                   % [mm]
          P(i,j) = w;
158
          T = P/(C*rhom*Aw*u);
                                    % [degC] water arise ...
159
                                    % temperature for each hollow channel
          DP(i,j) = (f*L(i,j)*rhom*u^2)/(2*D); % [Pa] water arise ...
161
                                    % pression for each hollow channel
162
          zini = zfin + c; zinih = zfinh + cH;
164
          zfin = zini + s; zfinh = zinih + sH;
165
      end
166
      zini = iiz;
                     zinih = iizH;
167
      zfin = zini + s; zfinh = zinih + sH;
168
      rini = rfin + c; rinih = rfinh + cH;
169
      rfin = rini + s; rfinh = rinih + sH;
170
171 end
172
173 end
174
175 function [Bz] = stc(z,z1,z2,r1,r2,i)
176
177 %%% function: stc (single turn coil) %%%
178
180 % z:
        [mm] z-point field value
         [mm] coil initial z-coordinate
181 % z1:
182 % z2: [mm] coil end z-coordinate
183 % r1: [mm] coil initial r-coordinate
184 % r2:
         [mm] coil end r-coordinate
185 % i:
          [A] current
186 % muO: [G*mm/A] permeability
```

```
188
                                      % [G*mm/A]
189 muO
        = 4*pi;
190 dz
        = z2 - z1;
        = r2 - r1;
191 dr
        = (mu0*i)/(2*dz*dr);
192 CO
        = z - z1;
193 zz1
       = z - z2;
194 zz2
195 r2z1
        = r2 + sqrt(r2.^{2} + zz1.^{2});
196 r2z2 = r2 + sqrt(r2.^2 + zz2.^2);
197 r1z1 = r1 + sqrt(r1.^2 + zz1.^2);
198 r1z2 = r1 + sqrt(r1.^2 + zz2.^2);
        = \log(r2z1) - \log(r1z1);
199 c1
        = \log(r2z2) - \log(r1z2);
200 c2
201
202 Bz
       = c0.*(zz1.*c1 - zz2.*c2); % [G]
203
204 hold on
205 plot(z1,r1,'.r',z1,r2,'.r',z2,r1,'.r',z2,r2,'.r')
206 daspect([1 1 1])
207
208 end
209
210
211 function [P] = cpw(z1,z2,r1,r2,i)
212
213 %%% function: cpw (coil power) %%%
214
216 % z1: [mm] coil initial z-coordinate
217 % z2: [mm] coil end z-coordinate
218 % r1: [mm] coil initial r-coordinate
219 % r2: [mm] coil end r-coordinate
220 % i:
        [A] current
221 % sigma: [A/(V*m)] copper electrical conductivity
223
224 sigma = 5.998e7;
225 dz
       = 1e - 03 * (z2 - z1);
                                        % [m]
        = (2*pi)/sigma;
226 CO
227
        = c0*((i^2)/(dz*log(r2/r1)));
                                        % [W]
228 P
229
```

230 **end**

Código 3.6: Script para determinar el perfil de campo magnético sobre eje axial z debido a un sistema de 4 bobinas con 3 × 4 soleras huecas de cobre por las cuales circula una corriente estacionaria de 8000 A.

z (mm)	$B_z(z)$ (G)	$z \ (\mathrm{mm})$	$B_z(z)$ (G)	z (mm)	$B_z(z)$ (G)
-20	1405.274	100	22814.933	220	20329.783
-15	1543.106	105	23505.674	225	18600.905
-10	1699.472	110	23884.168	230	16686.184
-5	1877.523	115	24046.525	235	14726.926
0	2081.045	120	24095.566	240	12848.738
5	2314.603	125	24106.278	245	11134.196
10	2583.709	130	24112.396	250	9620.188
15	2895.041	135	24117.742	255	8310.697
20	3256.689	140	24116.396	260	7191.525
25	3678.455	145	24106.796	265	6240.813
30	4172.180	150	24095.012	270	5435.064
35	4752.084	155	24089.744	275	4752.084
40	5435.064	160	24095.012	280	4172.180
45	6240.813	165	24106.796	285	3678.455
50	7191.525	170	24116.396	290	3256.689
55	8310.697	175	24117.742	295	2895.041
60	9620.188	180	24112.396	300	2583.709
65	11134.196	185	24106.278	305	2314.603
70	12848.738	190	24095.566	310	2081.045
75	14726.926	195	24046.525	315	1877.523
80	16686.184	200	23884.168	320	1699.472
85	18600.905	205	23505.674		
90	20329.783	210	22814.933		
95	21755.769	215	21755.769		

Tabla 8: Resultados para la intensidad de campo magnético axial (r = 0.001 mm) generado por un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras de área transversal cuadrada con un hueco cuadrado concéntrico.

Téngase ahora, el estudio del sistema que genera el campo magnético vectorial presente fuera del eje axial. Siguiendo la misma metodología expuesta en el modelo anterior del sistema magnético compuesto por soleras con área transversal sólida, se aplica, en este modelo de soleras huecas, una aproximación haciendo uso de espiras circulares colocadas en el centro del área de la solera hueca, esto es, por medio de la teoría expuesta por [21] se deduce las componentes B_z y B_r que proporcionan la intensidad de campo magnético en cualquier punto (z, r) presente fuera del eje axial z generado por un conjunto de espiras

62

circulares, que conducen una corriente continua I = 8000 A y que, en su totalidad, sustituyen y constituyen el sistema de bobinas expuesto en la Tabla 7. El Código 3.7 muestra los parámetros geométricos para fijar este sistema, entre ellos se puede mencionar los límites para el eje axial que va desde z = -20 mm hasta z = 320 mm y, de gran conveniencia, los límites del eje radial que está especificado desde r = 0.003 mm hasta r = 100 mm. Puesto el límite inferior muy próximo al eje r = 0 para evitar problemas de no definición en las Ecuaciones (3.3) y (3.4). Atiéndase la implementación de las funciones swc y mwc, donde la primera determina la intensidad de campo magnético (en unidades de Gauss) generado por una única espira circular y la segunda considera la totalidad del conjunto de espiras que forman el sistema de bobinas y determinar el campo magnético resultante. La función swc hace uso del argumento de entrada (z, r, z_1, r_1, I) , siendo los dos primeros valores z y r la representación de cualquier punto del espacio fuera del eje axial z, los valores z_1 y r_1 constituyen el punto de ubicación en el mismo espacio bidimensional de una espira circular y por último el argumento I proporciona el total de corriente estacionaria que circula por ella. En el argumento de entrada $(z, r, z_1, r_1, n_z, n_r, I, s, c)$ de la función mwc, los primeros cuatro valores corresponden como en la función swc, incluyéndose el argumento I, luego, los argumentos n_z y n_r representan el número de espiras en dirección $z \neq r$, respectivamente, esto es, el número de columnas y filas que constituyen el arreglo $n_z \times n_r$ de la bobina p_n (véase la Figura 10). Finalmente, los argumentos s y c indican el espesor de la solera cuadrada y el aislante presente entre cada conductor, respectivamente. Obsérvese, en este modelo de conductor hueco, el argumento s = 10 mm que parte de centro a centro entre los huecos cuadrados concéntricos en el área transversal de dos conductores adjuntos.

```
1 % ZRsysHollow.m
2 % Good's equations
3 % spatial magnetic field system
4 % by GIF
5 % update: 11/09/2021, turn of 10 X 10 mm, hallow 6 X 6 mm, 8 kA,
6 % (125 A/mm<sup>2</sup>)
8 clear
9 close all
10 clc
11 format longG
12
        = 8000;
                              % [A]
13 I
                                      see amp.m
        = 5;
                              % [mm] grid step
14 dz
        = -20;
                              % [mm] z-axis lower limit
15 liz
16 lsz
        = 320;
                              % [mm] z-axis upper limit
        = 1e - 03;
                              % [mm] r-axis lower limit
17 lir
        = 100;
18 lsr
                              % [mm] r-axis upper limit
```

Girotrón Mexicano de 60 GHz

```
19
20 [z,r] = meshgrid(liz:dz:lsz, lir:dz:lsr);
21 [m,n] = size(r);
23 [BZ1, BR1] = mwc(z,r,82,25,3,4,8000,10,0);
24 [BZ2, BR2] = mwc(z,r,120,36,3,4,8000,10,0);
_{25} [BZ3, BR3] = mwc(z,r, 160, 36, 3, 4, 8000, 10, 0);
_{26} [BZ4, BR4] = mwc(z,r, 198, 25, 3, 4, 8000, 10, 0);
27
_{28} BZT = BZ1 + BZ2 + BZ3 + BZ4;
                                  % [T] neta components in z direction
29 BRT = BR1 + BR2 + BR3 + BR4; % [T] neta components in r direction
30
31 %%%% vectorial and contour plotting %%%%
32
33 quiver (z(1:2: end, 1:2: end), r(1:2: end, 1:2: end), BZT (1:2: end, 1:2: end), ...
       BRT(1:2:end,1:2:end));
34
35
  data1L = [reshape(z,[1 m*n]);reshape(r,[1 m*n]);reshape(BZT,[1 m*n]);...
36
          reshape(BRT,[1 m*n]);reshape(sqrt(BZT.^2 + BRT.^2),[1 m*n]);...
37
          reshape(atand(BRT./BZT),[1 m*n]) ];
38
39
40 data1S = [reshape(z,[1 m*n]);reshape(r,[1 m*n]);...
           reshape(0.0001*BZT,[1 m*n]);reshape(0.0001*BRT,[1 m*n])];
41
42
43 %%% for contour plot
44
45 data2 = [reshape(z,[1 m*n]);reshape(r,[1 m*n]);...
          reshape(0.0001*sqrt(BZT.^2 + BRT.^2),[1 m*n])];
46
47
48 %%%
49
50 archivo = fopen('vectorLargeMS4348.txt','w');
51 fprintf(archivo, '#z[mm] r[mm] Bz[T] Br[T] BR[T] angle[deg] \n');
                                                   %8.2f %8.2f \n',data1L)
<sup>52</sup> fprintf(archivo,'%4.1f %4.3f %8.3f %8.3f
     ;
53 fclose(archivo);
54 type vectorLargeMS4348.txt
55
56 archivo = fopen('vectorShortMS4348.txt','w');
57 fprintf(archivo,'#z[mm] r[mm] Bz[T] Br[T]
                                                        \n');
58 fprintf(archivo,'%4.1f %4.1f %8.2f \n', data1S);
59 fclose(archivo);
60 type vectorShortMS4348.txt
61
62
63 archivo = fopen('contourMS4348.txt','w');
```

Girotrón Mexicano de 60 GHz

```
64 fprintf(archivo, '#z[mm] r[mm] BR[T] \n');
65 fprintf(archivo,'%4.1f %4.1f %8.2f \n', data2);
66 fclose(archivo);
67 type contourMS4348.txt
68
69 figure
                                  % [T]
70 BT = 0.0001*sqrt(BZT.^2 + BRT.^2);
71 contour(z,r,BT,15,'ShowText','on')
72
73 %%%% Bz plotting %%%%
74
          = [z(1,:);0.0001*BZT(1,:)]; % [mm,T]
75 data3
76 archivo = fopen('perfilBzrMS4348.txt','w');
77
78 fprintf(archivo, '# z[mm] Bz[G] \n');
79 fprintf(archivo, '%4.1f %4.2f \n',data3);
80 fclose(archivo);
81 type perfilBzrMS4348.txt
82
83 figure
84 plot(z(1,:),0.0001*BZT(1,:))
                                       % [T]
85
86 function [BZT, BRT] = mwc(z,r,z1,r1,nz,nr,I,s,c)
87
88 %%% function mwc (multi wire coil) %%%
91 % z: [mm] z-point field value
92 % r:
        [mm] r-point field value
93 % z1: [mm] z-coordiante of circular loop
94 % r1: [mm] r-coordinate of circular loop radius
95 %
             with center at (0,z1)
96 % nz: [1] number of turn coils in z direction
97 % nr: [1] number of turn coils in r direction
98 % I: [A] current, see amp.m
99 % s:
        [mm] square coil (solera) of 2 x 2
        [mm] insulating layer
100 % c:
101 % miu0: [G-mm/A] permeability, miu0/4*p1 = 1
104 [m,n] = size(r);
105 BZT = zeros(m,n);
106 BRT = zeros(m,n);
107
108 r1p = r1 + s/2;
109 for i = 1:1:nr
```

```
z1p = z1 + s/2;
      for j = 1:1:nz
111
          [Bz1,Br1] = swc(z,r,z1p,r1p,I);
112
          BZT
                    = BZT + Bz1;
113
          BRT
                   = BRT + Br1;
114
                   = z1p + s + c;
          z1p
      end
116
      r1p = r1p + s + c;
117
  end
118
119
120 end
121
123 function [BZ, BR] = swc(z, r, z1, r1, I)
124
  %%% function swc (single wire coil) %%%
125
126
128 % z: [mm] z-point field value
129 % r:
         [mm] r-point field value
130 % z1: [mm] z-coordiante of circular loop
131 % r1: [mm] r-coordinate of circular loop radius
               with center at (0, z1)
132 %
         [A] current
133 % I:
  % miu0: [G-mm/A] permeability, miu0/4*p1 = 1
134
  135
136
        = 4*r1*r./((r+r1).^2 + (z-z1).^2);
137 m
138 [K,E] = ellipke(m);
139 \text{ BZ} = \text{I} * (1./r) . * ((m./(r1*r)) . (1/2)) . * (r.*K + ((r1*m-r.*(2-m)) . . . . )
          ./(2-2*m)).*E);
                                 % [G]
140
141 BR = I*((z-z1)./r).*((m./(r1*r)).^(1/2)).*(((2-m)./(2-2*m)).*E - K); %[G
     ٦
142
143 hold on
144 plot(z1,r1,'ro','markersize',5,'markeredgecolor','r','markerfacecolor','
     r')
145 daspect([1 1 1])
146
147 end
```

Código 3.7: Script para determinar las componentes totales de campo magnético en la región del espacio que envuelve el sistema de 4 bobinas con 3×4 espiras circulares por las cuales circula una corriente estacionaria de 8000 A.

Entre los resultados de salida suministrados por el Código 3.7 se cuenta con el archivo vectorLargeMS4348.txt, el cual presenta, para cada punto (z, r) fuera del eje axial z, las componentes que determinan las intensidades de campo magnético B_z y B_r en dirección axial z y radial r, respectivamente. Además, se indica la resultante de campo $B_R(z,r) = \sqrt{B_z^2 + B_r^2}$ acompañado de su ángulo de inclinación $\phi = \tan^{-1}(B_r/B_z)$. Téngase en cuenta, que los datos registrados (se muestra solamente los datos en zona de operación z = 155 mm) en la Tabla 9 corresponden a las intensidades de campo magnético resultante generadas por el conjunto total de espiras que representan las cuatro bobinas de cobre que integran el sistema magnético detallado paramétricamente en la Tabla 7. Luego, la Figura 12 expone, de manera gráfica, los datos de la Tabla 9 trazando el campo magnético vectorial que envuelve en su totalidad el sistema magnético con bobinas de cobre, al cañón de electrones (CIM) y la cavidad misma.

z (mm)	$r (\mathrm{mm})$	$B_z(z,r)$ (G)	$B_r(z,r)$ (G)	$B_R(z,r)$ (G)	ϕ (deg)
155	0.001	24095.123	0	24095.12	0
155	5.001	24092.003	0	24092	0
155	10.001	24080.593	0	24080.59	0
155	15.001	24053.057	0	24053.06	0
155	20.001	23989.125	0	23989.12	0
155	25.001	23837.056	0	23837.06	0
155	30.001	23456.019	0	23456.02	0
155	35.001	22456.206	0	22456.21	0
155	40.001	20190.073	0	20190.07	0
155	45.001	17081.15	0	17081.15	0
155	50.001	13807.693	0	13807.69	0
155	55.001	10406.237	0	10406.24	0
155	60.001	7115.09	0	7115.09	0
155	65.001	3845.459	0	3845.46	0
155	70.001	901.126	0	901.13	0
155	75.001	-1492.729	0	1492.73	0
155	80.001	-2505.723	0	2505.72	0
155	85.001	-2686.886	0	2686.89	0
155	90.001	-2578.944	0	2578.94	0
155	95.001	-2382.464	0	2382.46	0

Tabla 9: Resultados para las componentes de campo magnético en dirección z y r en la región de interacción onda-haz para z = 155 mm.



Figura 12: Campo vectorial magnético externo generado por un sistema de cuatro bobinas integradas por espiras. Se muestra la homogeneidad magnética en la región de la cavidad (zona de operación z = 155 mm).

Recuérdese la maniobra llevada a cabo en este trabajo al representar una solera circular con área transversal rectangular por una espira circular con área transversal puntual situada en el centro de la primera. Debido a las reducidas dimensiones fijadas en el perfil transversal cuadrado de las soleras, tanto sólidas como huecas, este recurso representa una gran aproximación, que se incrementa conforme esas dimensiones se aproximan a cero. Esto se puede apreciar al observar los dos perfiles de campo magnético axial dispuestos en la Figura 13. El perfil SEA, Sobre el Eje Axial, se consigue al aplicar la Ecuación (3.10), definido en el Código 3.6, sobre la totalidad del conjunto de soleras huecas que compone las bobinas del sistema magnético detallado en la Tabla 7. El perfil FEA, Fuera del Eje Axial, se consigue al aplicar las Ecuaciones (3.3) y (3.4), definidas en el Código 8, sobre la totalidad del conjunto de espiras que componen las bobinas del mismo sistema de la Tabla 7, esto se logra considerándose el valor r = 0.001 mm, el cual resulta estar muy próximo al eje axial y satisfacer, de esta forma, tales ecuaciones. Atiéndase la zona de operación fijada en z = 155 mm con un valor correspondiente de campo $B_o = 24\ 095.12$ G, el cual, al tener presente el valor de la compresión magnética $F_m = 16.72$ (véase la Ecuación 4.13, se deriva el valor de campo en la zona del cátodo $B_c = 1$ 441.09 G, el cual ubica esta región en z = -20 mm. De igual forma, obsérvese en La Figura 13, la homogeneidad suficiente y necesaria en zona de operación, que particularmente en este diseño, tiene una dimensión de 80 mm situándose desde z = 115 hasta z = 195 mm.



Figura 13: Comparación de perfiles de campo magnético axial externo conseguidas por las aproximaciones *Fuera del Eje Axial (FEA)*, derivada de las Ecuaciones (3.3) y (3.4), y *Sobre el Eje Axial (SEA)*, derivada de la Ecuación (3.5), para un sistema de cuatro bobinas integradas por 3×4 espiras (soleras huecas) conduciendo 8000 A en un tiempo de corto circuito de 700 ms.

3.11.5 Transferencia de calor en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras cuadradas huecas de cobre refrigeradas por agua

En el presente estudio se sigue la integración de un sistema de enfriamiento con la finalidad de disipar el calor generado por un sistema de cuatro bobinas compuestas por soleras de área transversal cuadrada con un canal hueco concéntrico por el cual circula el refrigerante. En este trabajo se considera agua desionizada como fluido de refrigeración a 273 K el cual se caracteriza por un calor específico $c=4182 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, una densidad $\rho=998 \text{ kg m}^{-3}$ y una viscosidad dinámica $\mu=0.001002 \text{ Pa}$ s, este fluido transita a través de un canal con perfil cuadrado de 6 mm de lado a una velocidad u = 1 m/s y con un correspondiente número de Reynolds Re = 6743.24. Se determina entonces, la transferencia de calor total para cada bobina aplicando la Ecuación (3.12) a cada elemento del conjunto de soleras que la forman. De aquí que, la energía térmica en cada bobina al paso de una corriente eléctrica $I_{SH} = 8000 \text{ A}$ tenga un rango desde 56.2 a 70.12 kW. Esta potencia librada por cada solera de cobre es aquella misma que recibe el agua refrigerante, de tal

forma, que el incremento de su temperatura ΔT_f , dentro del canal de cada solera hueca, está dado por la Ecuación (3.13). Luego, el rango de incremento de temperatura está entre 20.65 y 49.38 °C para la velocidad del fluido señalada. También, para cada solera, se determina la caída de presión que sufre el refrigerante dentro del canal y la potencia de bombeo necesaria para compensar dicha pérdida por medio de las Ecuaciones (3.14) y (3.15) respectivamente. Téngase en cuenta que la caída de presión está en función de la longitud L_c de la solera circular, ocasionando con esto un rango que va desde 438.36 hasta 1037.5 kPa (44.7 hasta 105.8 gf/mm²). Los datos concluyentes para cada una de las cuatro bobinas proyectadas con un diseño con conductor de cobre hueco para refrigeración, y las cuales integran el sistema magnético externo del girotrón, se pueden apreciar con mayor detalle en la Tabla 10.

Bobina	z_1	r_1	Soleras	L_c	P_T	$\Delta T_{\rm min,f}$	$\Delta T_{\rm max,f}$	$\Delta p_{\min,f}$	$\Delta p_{\rm max,f}$	P_B
	(mm)	(mm)	Totales	(m)	(kW)	$(^{\circ}C)$	$(^{\circ}C)$	(kPa)	(kPa)	(W)
p1	82	25	3×4	3.39	56.227	20.65	41.69	438.36	876.73	355.07
p2	120	36	3×4	4.22	70.129	28.39	49.38	599.10	1037.5	441.87
p3	160	36	3×4	4.22	70.129	28.39	49.38	599.10	1037.5	441.87
p4	198	25	3×4	3.39	56.227	20.65	41.69	438.36	876.73	355.07

Tabla 10: Transferencia de calor en un arreglo de cuatro bobinas integradas por 3×4 soleras de cobre cuadradas de 10 mm de área transversal con un hueco cuadrado concéntrico de 6 mm.

Tómese en cuenta la modificación de la función *mtc* presente en el Código 3.6 cuyo argumento de entrada contempla, entre otras, las coordenadas rectangulares de la esquina inferior izquierda puestas sobre el área transversal del conductor y el canal del refrigerante $(ii_z, ii_r, ii_{zH}, ii_{rH})$, las corrientes eléctricas circulando por el perfil sólido y vacío del conductor (I_S, I_H) , las longitudes de estos perfiles cuadrados (s, sH), las distancias que separan las esquinas vecinas entre conductores y canales de fluidos (c, cH) y, por último, la velocidad del refrigerante (u).

3.11.6 Cálculo de esfuerzos mecánicos desarrollados en un sistema de cuatro bobinas integradas por soleras huecas de cobre

Siguiendo la estrategia presentada en el sistema magnético externo constituido por conductores sólidos para la determinación de los esfuerzos mecánicos generados por el paso de la corriente y los campos magnéticos que esta produce. De esta forma, considérese el centro geométrico de un cuadrado de 6 mm de lado que sirve de canal refrigerante dentro de una solera circular de área transversal cuadrada de 10 mm de lado, esto es, el área $SH = 64 \text{ mm}^2$ queda representado por un único punto central sobre el área H de la Figura 8. Luego, sobre este punto, colóquese una espira circular y hágase pasar una corriente eléctrica estacionaria I = 8000 A. Con la determinación de las componentes de campo magnético $B_z(z,r)$ y $B_r(z,r)$ dados por las Ecuaciones (3.4) y (3.3) se resuelven los esfuerzos mecánicos, generados y ejercidos, por y para cada una de las espiras que agrupan las bobinas p_n del sistema magnético externo, esto se logra con la implementación de las Ecuaciones (3.8) y (3.9) en el Código 3.8. Los esfuerzos resultantes en las direcciones axial y radial a los cuales están sometidos cada una de las bobinas se muestra en la Tabla 11.

Bobina	$z_1^C (\mathrm{mm})$	$r_1^C (\mathrm{mm})$	Espiras Totales	F_z (kN)	F_r (kN)
p1	87	30	3×4	-12.355	24.949
p2	125	41	3×4	-4.187	25.667
p3	165	41	3×4	4.187	25.667
p4	203	30	3×4	12.355	24.949

Tabla 11: Fuerzas mecánicas ejercidas sobre un arreglo de cuatro bobinas integradas por 3×4 espiras de cobre conduciendo una corriente de 8000 A.

```
1 % ZsysForceHollow.m
_2 % force system for multiturn of 3x4, I = 8000 A
3 % by GIF
4 % update: 16/11/2021
5
6 clear
7 close all
8 clc
9 format longG
11 I = 8000; % [A] see amp.m
12
13 FzT1 = 0;
14 \text{ FrT1} = 0;
_{16} BZT1 = 0; BZT2 = 0; BZT3 = 0; BZT4 = 0;
17 BRT1 = 0; BRT2 = 0; BRT3 = 0; BRT4 = 0;
18
19 BZT = 0;
20 BRT = 0;
21
_{22} s = 10; c = 0; % [mm] square solera and layer
23 Nz = 3; Nr = 4; % [1] number de soelras in z and r direction
24 rI = 25; rII = 36; % [mm] bottom left corner of solera in r direction
25 zI = 82; zII = 120; zIII = 160; zIV = 198;
```

Girotrón Mexicano de 60 GHz

```
26
27 rX = rI;
                         % multiturn Px = P1
_{28} zX = zI;
20
  for rx = (rX+s/2) : (s+c) : (rX+s/2+(Nr-1)*(s+c))
30
      for zx = (zX+s/2) : (s+c) : (zX+s/2+(Nz-1)*(s+c))
31
32
          %%% first multiturn
33
          for r1 = (rI+s/2) : (s+c) : (rI+s/2+(Nr-1)*(s+c))
34
              for z1 = (zI+s/2) : (s+c) : (zI+s/2+(Nz-1)*(s+c))
35
                   [BZ1,BR1] = swc(zx,rx,z1,r1,I);
36
                   BZT1 = BZT1 + BZ1;
37
                   BRT1 = BRT1 + BR1;
38
               end
39
          end
40
          %% second multiturn
41
          for r2 = (rII+s/2) : (s+c) : (rII+s/2+(Nr-1)*(s+c))
42
               for z_2 = (zII+s/2) : (s+c) : (zII+s/2+(Nz-1)*(s+c))
43
                   [BZ2, BR2] = swc(zx, rx, z2, r2, I);
44
                   BZT2 = BZT2 + BZ2;
45
                   BRT2 = BRT2 + BR2;
46
47
               end
          end
48
          %%% third multiturn
49
          for r3 = (rII+s/2) : (s+c) : (rII+s/2+(Nr-1)*(s+c))
50
               for z3 = (zIII+s/2) : (s+c) : (zIII+s/2+(Nz-1)*(s+c))
51
                   [BZ3,BR3]
                             = swc(zx,rx,z3,r3,I);
                   BZT3 = BZT3 + BZ3;
53
                   BRT3 = BRT3 + BR3;
54
               end
          end
56
          %%% fourth multiturn
57
          for r4 = (rI+s/2) : (s+c) : (rI+s/2+(Nr-1)*(s+c))
58
               for z4 = (zIV+s/2) : (s+c) : (zIV+s/2+(Nz-1)*(s+c))
59
                   [BZ4, BR4] = swc(zx, rx, z4, r4, I);
60
                   BZT4 = BZT4 + BZ4;
61
                   BRT4 = BRT4 + BR4;
62
               end
63
          end
64
65
          BZT = BZT1 + BZT2 + BZT3 + BZT4; % [G] z-Net magnetic field
66
          BRT = BRT1 + BRT2 + BRT3 + BRT4; % [G] r-Net magnetic field
67
          Fz = 1e-07*2*pi*rx*I*BRT;
                                         % [N]
68
          Fr = 1e-07*2*pi*rx*I*BZT;
                                         % [N]
69
          FzT1 = FzT1 + Fz;
                                         % [N] z-Net force over multiturn-x
                                   % [N] r-Net force over multiturn-x
          FrT1 = FrT1 + Fr;
71
```

Girotrón Mexicano de 60 GHz

```
72
         BZT1 = 0;
73
         BRT1 = 0;
74
         BZT2 = 0;
75
         BRT2 = 0;
76
         BZT3 = 0;
77
         BRT3 = 0;
78
         BZT4 = 0;
79
         BRT4 = 0;
80
81
     end
82
83 end
84
85 display(FzT1)
86 display(FrT1)
87
88 function [BZ, BR] = swc(z, r, z1, r1, I)
89
90 %%% function swc (single wire coil) %%%
91
93 % z: [mm] z-point field value
94 % r:
        [mm] r-point field value
95 % z1: [mm] z-coordiante of circular loop
96 % r1: [mm] r-coordinate of circular loop radius with
97 %
             center at (0,z1)
98 % I: [A] current
99 % miu0: [G-mm/A] permeability, miu0/4*p1 = 1
102 if (z == z1) && (r == r1)
     BZ = 0;
103
      BR = 0;
105
      return
106 else
107
      m = 4*r1*r./((r+r1).^{2} + (z-z1).^{2});
108
      [K,E] = ellipke(m);
109
      BZ = I*(1./r).*((m./(r1*r)).^(1/2)).*(r.*K + ((r1*m-r.*(2-m))...
         ./(2-2*m)).*E);
                                 % [G]
111
      BR = I*((z-z1)./r).*((m./(r1*r)).^(1/2)).*(((2-m)./(2-2*m)).*E - K);
112
                                 %[G]
113
114 end
115
116 hold on
```

```
plot(z1,r1,'ro','markersize',5,'markeredgecolor','r','markerfacecolor','
r')
daspect([1 1 1])
end
```

Código 3.8: Script para el cálculo de esfuerzos mecánicos sobre una bobina debido a la presencia de las bobinas vecinas formadas por un conjunto de 3×4 espiras circulares de cobre por donde circula una corriente de 8000 A.

Capítulo 4

HAZ DE ELECTRONES DEL GIROTRÓN

Un cañón de inyección de magnetrón (MIG, por sus siglas en inglés) está compuesto, básicamente, por dos electrodos principales, el cátodo y el ánodo, además de un anillo de emisión de electrones. Este cañón está diseñado con una geometría tal, que permite la generación de un haz de electrones anular. Para ello se basa en la disposición relativa de los electrodos puestos en un ángulo determinado de inclinación con respecto al eje del cañón. Además, la optimización en el diseño de un MIG depende, en gran medida, de simulaciones numéricas, que tienen como objetivo principal la determinación de un haz de electrones hueco de alto rendimiento, véase por ejemplo los trabajos de [10], [52], [31], [26], [50], [53], [37] y [49]. Sin embargo, una primera aproximación a un diseño óptimo del MIG se determina con la aplicación de las ecuaciones algebraicas *trade-off* desarrolladas en el trabajo de [5]. Estas ecuaciones relacionan parámetros característicos del cañón de electrones y el haz en zona de operación. Al mismo tiempo, suponen que dichas trayectorias del haz de electrones utilizan los principios de conservación del momento angular, procesos adiabáticos y efectos de baja carga espacial. En [69], [40], [17] y [23] se muestran algunos diseños de MIG usando la teoría trade-off.

Se tiene entonces, que en las ecuaciones trade off, los parámetros fundamentales definidos en la zona de operación onda-haz $(V_o, I_o, v_{\perp_o}, v_{z_o}, B_o, r_{g_o}, r_{L_o})$, se emplean, a su vez, para establecer los parámetros en la zona de región del cátodo $(r_c, \phi_c, D_f, J_c/J_L)$ con el fin de obtener el diseño de un MIG apropiado, como se muestra en la Figura 14. Téngase en cuenta los parámetros E_c y J_c/J_L , donde el primero simboliza el campo eléctrico en la región del cátodo, y el segundo indica la relación entre la densidad de corriente catódica limitada por la temperatura J_c , y la densidad de corriente limitada por la carga espacial de Langmuir J_L . Ambos parámetros son de alta relevancia en el diseño de un MIG con valores de restricción bien conocidos, a saber, 100 kV/cm y 20 a 30 % respectivamente; como se indica en [38] y [48]. En este trabajo se considera un MIG del tipo triodo, esto significa que se tiene la incorporación de un ánodo de control entre la región del cátodo y el ánodo en la configuración del MIG (En la literatura especializada también se le suele llamar primer y segundo ánodo). Este ánodo extra permite la modulación de la potencia en el haz de electrones variando la corriente de este y manteniendo la una velocidad constante de los electrones. Por otro lado, debe recordarse que, la velocidad transversal es transcendental para producir haces de electrones huecos en los girotrones y una de las principales ventajas del diseño de un MIG triodo reside en el hecho de que la velocidad transversal puede ser variada por el nivel de voltaje sin afectar al consumo total de energía (véase [15], [60], [61], [43] y [2]).



Figura 14: Se presentan los parámetros principales del sistema MIG triodo necesarios para conducir un haz de electrones con trayectorias helicoidales.

4.1 Ecuaciones Trade-Off

Estas ecuaciones de compromiso publicadas por [5] representan el punto de partida en el diseño y simulación de un MIG. Estas ecuaciones se basan en los principios físicos que constituyen y gobiernan los haces electrónicos en las regiones del cátodo y de operación, utilizan una aproximación adiabática basada en la suposición de que las variaciones de los campos eléctricos y magnéticos son mínimas en las regiones cercanas a las orbitas del electrón. La aproximación adiabática permite representar las trayectorias de los electrones como una superposición de círculos distribuidos alrededor del espesor del haz anular de electrones (véase la Figura 14). Estos círculos se denominan beamlets y tienen un radio característico de Larmor definido por $r_{L_o} = v_{\perp_o}/\omega_c$. Cuando los campos que interactúan son casi homogéneos, el valor del momento orbital de los electrones obedece a la ecuación $p_{\perp}^2/B = \text{constant}$. Esto significa que, al aumentar la intensidad del campo magnético, se genera una compresión del haz, produciendo, como resultado, el correspondiente incremento en el momento orbital de los electrones. Como es fácil ver, en una compresión adiabática sobre el eje z circundante, se puede considerar que se cumplen los siguientes parámetros $B_z(r, z) = B_z(z)$.

4.1.1 Radio del haz r_g

En el interior de un girotrón, la radiación generada tiene lugar en el resonador circular de radio constante r_R . El objetivo principal de la configuración geométrica del resonador es extraer la mayor cantidad de energía posible del haz de electrones. Es importante tener en cuenta que el radio del resonador determina la frecuencia de corte f_{corte} para cualquier modo TE (transversal eléctrico). Además, se desea que, dentro del resonador de un girotrón solo exista un modo transversal eléctrico TE_{m,p} con una frecuencia de operación f_{RF} mayor que la frecuencia de corte f_{corte} . Esta última viene dada por:

$$f_{\rm corte} = \frac{c \, x_{m,p}}{2\pi r_R} \tag{4.1}$$

donde $x_{m,p}$ es la raíz *p*-ésima de la derivada de Bessel d/dx J(x), *m* es el índice azimutal, *p* es el índice radial y *c* es la velocidad de la luz. Para lograr una fase de desaceleración (donde el electrón pierde su energía cinética que se transfiere al campo electromagnético) la frecuencia ciclotrónica f_c debe estar sintonizada a un valor ligeramente menor que la frecuencia de operación f_{RF} , que a su vez debe ser ligeramente superior a la frecuencia de corte del resonador f_{corte} . En esta tesis se considera un resonador de radio $r_R = 10$ mm con un valor correspondiente de $x_{4,3} = 12.6819$ en el modo de operación TE_{4,3} con una frecuencia de corte de $f_{corte} = 60.35$ GHz, la cual se verifica menor a la frecuencia ciclotrónica de $f_{c_o} = 61.28$ GHz.

m	n	$x_{m,p}$	$f_{\rm corte}$
5	2	10.51986	50.06121
9	1	10.71143	50.97285
3	3	11.34592	53.99222
1	4	11.706	55.70575
6	2	11.73494	55.84342
10	1	11.77088	56.01446
4	3	12.68191	60.34981
7	2	12.93239	61.54177
2	4	13.17037	62.67428
0	4	13.32369	63.40389
5	3	13.98719	66.56129
8	2	14.11552	67.17198
3	4	14.58585	69.41015
1	5	14.86359	70.73185

Tabla 12: Frecuencia de corte f_{corte} para algunos valores de m y p.

Esto se puede apreciar mejor en la Tabla 12, la cual muestra las raíces de Bessel $x_{m,p}$ estimadas por la función *BessDerivZerosBisect2(m,n,1e-12)* desarrollada por [57] e implementada en el código 4.1.

```
1 % Calculo de frecuencias para algun EMmn
2 % parametro de diseno. Ro: radio de cavidad.
3 % by GIF
4 % update: 26/07/2018
5
6 clear
7 clc
8 format shortG
9
10 c = 2.99E08;
11 Ro=10; %mm. parametro de diseno
12
13 maxm = 10;
14 maxn = 10;
15
16 emes=zeros(maxm*maxn,1);
17 enes=zeros(maxm*maxn,1);
18 frecuencias=zeros(maxm*maxn,1);
19 equis=zeros(maxm*maxn,1);
20 j=1;
21 for m=0:maxm
      for n=1:maxn
22
          Xmn=BessDerivZerosBisect2(m,n,1e-12);
23
          f=1E-06*(Xmn.*c)./(2*pi.*Ro);
24
           enes(j)=n;
25
           emes(j)=m;
26
           equis(j)=Xmn;
27
          frecuencias(j)=f;
28
           j=j+1;
29
      end
30
31 end
32
33
34 titulo=["m" "n" "Xmn" "f(GHz)"];
35 data=[emes enes equis frecuencias];
36 tabla=[titulo;sortrows(data,3)];
37 disp(tabla);
```

Código 4.1: Script para la determinación de las raices $x_{m,p}$ para una frecuencia de corte f_{corte} cercana a 60 GHz.

El radio del haz r_{g_o} representa el radio promedio del guía central de los *beamlets* que interactúan en la zona de operación y se puede determinar mediante la ecuación:

$$r_{g_o} = \frac{c \, x_{m-1,1}}{2\pi f_{\text{corte}}} \tag{4.2}$$

al usar el valor de $x_{3,1} = 4.2012$, obtenido de [1], se puede obtener un radio de haz de $r_{g_o} = 3.3127$ mm.

4.1.2 Radio de Larmor r_L

El girotrón es un dispositivo que generalmente utiliza un haz de electrones débilmente relativista con un voltaje inferior a 100 kV [29]. Tomando en cuenta esta limitación de voltaje, se consideró un rango de $50 \leq V_o$ (kV) ≤ 100 para calcular la energía normalizada del electrón entrando en un rango de $1.0984 \leq \gamma_o \leq 1.1967$. Como se definió previamente, la energía normalizada del electrón viene dada por la ecuación:

$$\gamma_o = 1 + \frac{eV_o}{m_o c^2} \tag{4.3}$$

Debido al movimiento helicoidal de los electrones, que están sujetos a un campo magnético casi homogéneo en la zona de operación, la frecuencia ciclotrónica f_c se puede escribir en su forma de radianes como:

$$\omega_c = 2\pi f_c \tag{4.4}$$

donde los electrones tendrán las siguientes velocidades en la zona de operación:

$$v_o = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_o^2}} \tag{4.5}$$

$$v_{\perp_o} = v_o \frac{\alpha_o}{\sqrt{1 + \alpha_o^2}} \tag{4.6}$$

$$v_{z_o} = v_o \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_o^2}} \tag{4.7}$$

Estas velocidades son importantes para determinar el parámetro $\alpha = v_{\perp}/v_z$ que relaciona la velocidad con dirección azimutal v_{\perp} con la velocidad en dirección axial del electrón v_z . El parámetro α define el conocido factor de inclinación que caracteriza el ángulo de la curva helicoidal en la trayectoria del electrón. El radio de Larmor pertenece a la trayectoria circular que describe un electrón al formar un haz (*beamlet*). Este radio se define, en zona de operación, como:

$$r_{L_o} = \frac{v_{\perp_o}}{\omega_c} \tag{4.8}$$

A medida que los haces resultantes ingresan al campo magnético homogéneo en la zona de operación, comienzan a moverse a una velocidad constante y forman una trayectoria helicoidal con un radio constante r_{L_o} . Si, el rango en el que puede operar α_o se define como $1.0 \leq \alpha_o \leq 1.5$ y es un valor de rango común para los girotrones [29]. Relacionando (4.3), (4.4), (4.5), 4.6) y (4.7) es posible definir un valor para r_{L_o} , el cual oscila entre $0.2271 \leq r_{Lo}(\text{mm}) \leq 0.3549$.

4.1.3 Ánodo de Control V_a

El parámetro de cilindricidad está definido por [42] como:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r_{g_o}}{r_{L_o}}\right)^2 - 1}}\tag{4.9}$$

En el presente estudio, se tiene un valor para el radio del haz de $r_{g_o} = 3.31$ mm a partir de (4.2) y del rango de valores para el radio de Larmor r_{L_o} se puede obtener un nuevo rango con valor de $0.0687 \le \mu \le 0.1078$ para la cilindricidad usando la Ecuación (4.9), este es un rango aceptable para un diseño estable con un valor de cilindricidad entre $0.07 \le \mu \le 0.2$ según lo recomendado por [38].

En la fuente de electrones, el voltaje del ánodo de control V_a está definido por:

$$\frac{eV_a}{m_oc^2} = \frac{\ln(1+D_f\mu)}{\ln(1+2\mu)} \left\{ \left[1 + \frac{4}{\mu^2} \left(\frac{1+\mu}{1+2\mu} \right)^2 \left(\frac{\gamma_o^2 - 1}{R_c^2 \cos^2 \phi_c} \right) \left(\frac{\alpha_o^2}{\alpha_o^2 + 1} \right) \right]^{1/2} - 1 \right\}$$
(4.10)

aquí el radio de cátodo medio normalizado se define como $R_c = r_c/r_{L_o}$ y el factor de separación ánodo-cátodo normalizado como $D_f = d_{ac}/r_{L_c}$. Para el factor de espaciamiento se tomó un valor de $3 \leq D_f \leq 7$ siguiendo [38]. El ángulo de inclinación del emisor ϕ_c , requerido para generar un haz laminar y minimizar la velocidad de propagación transversal, tiene un rango de valores de $20 \leq \phi_c$ (deg) ≤ 50 según lo recomendado por [45]. A partir de los valores de rango mencionados anteriormente, se obtiene un rango de voltaje del ánodo de control de $20.42 \leq V_a$ (kV) ≤ 42.20 a partir de la Ecuación (4.10).

4.1.4 Radio del cátodo r_c

Basándose en los rangos de valores anteriores para los parámetros μ , D_f , V_a , ϕ_c y r_{Lo} , se puede establecer un nuevo rango de valores para el campo eléctrico en la región del cátodo E_c . Para un sistema de pulsos cortos (~ 1 μ s) este campo eléctrico debe ser inferior a 100 kV/cm [39]. La relación entre la densidad de corriente del cátodo limitada por la temperatura J_c y la densidad de corriente limitada por la carga espacial de Langmuir J_L suele ser inferior a 15 % para evitar problemas de carga espacial en la región del cátodo y del ánodo de control [38]. Sin embargo, las simulaciones y experimentos en [48] han mostrado una buena calidad del haz cuando la densidad de corriente en los cátodos termoiónicos no excede de 20 a 30 % de la densidad de corriente limitada por la carga espacial. Ambos parámetros son de gran importancia en el diseño del MIG.

Con los parámetros presentados anteriormente, el campo eléctrico alrededor del cátodo viene dado por:

$$E_c = \left(\frac{m_o c^2/e}{r_{L_o}}\right) \left(\frac{\Phi_a \cos \phi_c}{\ln(1 + D_f \mu)}\right) \left(\frac{1}{R_c}\right) \tag{4.11}$$

y siendo la relación de densidades:

$$\frac{J_c}{J_L} = \left(\frac{2\pi r_{L_o}^2 J_c (1+D_f \mu) \beta^2}{14.66 \times 10^{-6} (m_o c^2/e)^{3/2} \cos^2 \phi_c}\right) \left(\frac{R_c^2}{\Phi_a^{3/2}}\right)$$
(4.12)

donde

$$\beta = \left(\zeta + \frac{1}{10}\zeta^2 + \frac{5}{300}\zeta^3 + \frac{24}{9900}\zeta^4 + \cdots\right)e^{-\zeta/2}$$

$$\zeta = \ln(1 + D_f \mu)$$

y $\Phi_a = eV_a/(m_oc^2)$ representa el voltaje del ánodo de control normalizado. En el presente diseño, se seleccionó un rango de valores para la densidad de corriente catódica limitada por temperatura de $4 \leq J_c$ (A/cm²) ≤ 6 con base a [29]. Teniendo en cuenta los rangos de valores resultantes de (4.11) y (4.12) y un rango de valores óptimo de $10 \leq r_c$ (mm) ≤ 20 para el radio del cátodo se obtuvo la gráfica de la Figura 15. Se establecieron dos límites en $E_c = 65$ kV/cm y $J_c/J_L = 25$ %, considerando que ambos valores se encuentran dentro de los rangos aceptables previamente definidos. Al implementar estos límites, el rango de valores del radio del cátodo se redujo a $12 \leq r_c$ (mm) ≤ 15 , con un valor promedio de r_c = 13.5 mm.



Figura 15: Radio del cátodo seleccionado de acuerdo con los límites $E_c = 65 \text{ kV/cm y}$ $J_c/J_L = 25 \%$.

4.1.5 Otros Parámetros

Los parámetros restantes de las ecuaciones de trade off son la compresión magnética, el espacio entre el cátodo y el ánodo y el espesor del anillo en el cátodo. La compresión magnética F_m se define como la relación entre los campos magnéticos de la cavidad y el cátodo, y está dado por:

$$F_m = \frac{B_o}{B_c} = (\mu R_c)^2$$
(4.13)

El espacio cátodo-ánodo d_{ac} es la distancia normal entre la superficie cátodo-ánodo, definida por:

$$d_{ac} = \left(\frac{D_f \,\mu}{\cos \phi_c}\right) r_c \tag{4.14}$$

Finalmente, la longitud del emisor l_s es el grosor necesario del anillo emisor de electrones para producir un haz de electrones que cumpla con la corriente especificada I_o y la densidad de corriente del cátodo J_c , como se muestra a continuación:

$$l_s = \left(\frac{I_o}{2\pi J_c}\right) \left(\frac{1}{r_c}\right) \tag{4.15}$$

Al elegir el valor promedio del radio del cátodo, es posible establecer todos los demás parámetros en un solo punto al volver a calcular las ecuaciones de compensación para μ , D_f , V_a , etc. (consulte la Tabla 13).

4.2 Simulación de las Trayectorias Helicoidales del Haz de Electrones

Para validar los parámetros presentados en la Tabla 13 y generar las trayectorias de los electrones desde el emisor del cañón hasta la zona de interacción haz-onda, se utilizó el código 2-D EGUN. Este código es un programa bien conocido que se utiliza para calcular las trayectorias de partículas cargadas impulsadas por campos electromagnéticos estáticos [24] y es validado en los siguientes trabajos [39], [17], [53] y [54]. La Fig. 16 muestra las trayectorias de electrones generadas a partir de un MIG tipo triodo con el emisor configurado en $z_c = 10 \text{ mm}$ y la zona de operación configurada en $z_o = 138 \text{ mm}$, con las trayectorias moviéndose alrededor de esta región. Adicionalmente, se pueden observar líneas equipotenciales de tensión que van desde 6.178 kV hasta 23.476 kV en la región de z = 17.25 mm a z = 23.61 mm. El perfil del campo magnético axial en la Figura 16 se modeló utilizando 3.5 y los datos de la matriz de bobinas de la Tabla 1, con las entradas para los potenciales dados como 0 kV en el cátodo, 25.71 kV en el ánodo de control y 67.5 kV en el ánodo principal. El haz de electrones anular formado en z = 138 mm, en la región de campo magnético uniforme, tiene un promedio energía de $\varepsilon = 67.509$ keV con una relación de velocidad promedio de $\alpha_o = 1.25$ sobre un radio promedio en $r_{g_o} = 3.33$ mm y un radio de Larmor promedio en $r_{L_o} = 0.288$ mm. La Fig. 17 presenta un primer plano de las trayectorias de los electrones hasta z = 25 mm, aquí se pueden ver once haces de electrones formando un flujo laminar claro. Los haces de electrones se emiten perpendicularmente al emisor y tienen una energía cinética inicial cercana a cero.



Figura 16: Simulación numérica de las trayectorias trazadas por los electrones en presencia de un campo magnético ascendente desde la región del MIG hasta la región de la cavidad (se muestra el perfil de estas regiones en mm). El eje vertical derecho indica la intensidad magnética axial producida por el sistema de bobinas



Figura 17: Mayor detalle de las once trayectorias que forman el haz de electrones en la región del MIG.

Los valores de los parámetros nominales finalmente obtenidos para dar tamaño y forma al cañón de electrones junto con aquellos que determinan la geometría de la región de interacción y el haz de electrones dentro de la cavidad se muestran en la Tabla 13. La determinación de estos valores se consigue resolviendo el conjunto de ecuaciones tradeoff presentados en la sección anterior. Obsérvese también los valores de referencia que guían y limitan los valores nominales mencionados. Algunos de estos valores nominales son parte del archivo de entrada en el código EGUN, como, por ejemplo; los voltajes de los ánodos de control y cavidad (V_a y V_o); los parámetros geométricos del cañón, estos son, el radio del cátodo (r_c), el ángulo de inclinación del cátodo (ϕ_c), la distancia existente entre ánodo y cátodo (d_{ac}), y el espesor del anillo emisor de electrones (l_s). Véase la Figura 14 para mayores detalles. De igual forma, otros valores nominales, aquellos que dan forma al haz de electrones, están en acuerdo en magnitud con la salida que ofrece EGUN y que pueden ser fácilmente observados en la Figura 16. Entre estas variables de la región de interacción tenemos, el radio del haz (r_{g_o}), el radio de Larmor (r_{L_o}), la razón de velocidades orbital-longitudinal (α_o) y la energía del haz (γ_o).

Parámetros	Valores	Referencias	
Voltaje del haz en cavidad	Vo	67.5 kV	< 100 kV
Voltaje en el ánodo control	V_a	24.7 kV	$< V_o$
Corriente del haz en cavidad	I_b	10.05 A	
Campo magnético en cavidad	B_o	2.44 T	
Radio del haz en cavidad	r_{g_o}	$3.31 \mathrm{mm}$	
Radio de Larmor en cavidad	r_{L_o}	0.282 mm	$\ll r_{g_o}$
Razón de velocidades en cavidad	α_o	1.175	> 1
Energía normalizada en cavidad	γ_o	1.1328	< 1.2
Compresión magnética	F_m	16.72	< 50
Campo eléctrico en cátodo	E_c	49.4 kV/cm	< 100 kV/cm
Ángulo de inclinación en cátodo	ϕ_c	30.5°	$20 - 45^{\circ}$
Distancia entre cátodo y ánodo	d_{ac}	$5.9 \mathrm{mm}$	
Radio del cátodo	r_c	$13.5 \mathrm{mm}$	
Espesor del emisor	l_s	$2.52 \mathrm{~mm}$	
Razón de densidades de corriente	J_c/J_L	13.86%	20 - 30 %

Tabla 13: Parámetros nominales de diseño para el cañón de electrones de 60 GHz.

El código 4.2 muestra los datos necesarios para simular las trayectorias de la Figura 16. En este script se fijan los parámetros de entrada, de los cuales se puede mencionar los siguientes: los límites de las coordenadas (RLIM y ZLIM), el número de potenciales (POTN), el valor de dichos potenciales en las fronteras (POT), los controles de impresión (MI), el arreglo numérico que define el perfil de campo magnético axial (BZA), las líneas de código de potencial junto con las coordenadas para la geometría (POT, R, Z, DELTAR, DELTAZ), el código para el tipo de cátodo a utilizar (START), las unidades dimensionales (UNIT), el número de iteraciones (NS), los pasos de la simulación (STEP), la carga espacial inicial (SPC), y finalmente; las líneas de código para las partículas cargadas, esto es, el número de rayo, la masa, las coordenadas en el cátodo, la energía inicial, el ángulo de salida, la corriente, el ángulo transversal y la posición transversal inicial (RAY NUMBER, MASS, R, Z, ENERGY, ANGLE, CURRENT, TRANSVERSE ANGLE, PHI). Véase el final del código 4.2.

```
UANL-MEXICO
MIG
 &INPUT1
 RLIM=25, ZLIM=138, POTN=6, POT=0.0, 24712.0, 0.0, 0.0, 0.0, 67500, MAGSEG=-1,
 MI=2,LSTPOT=2,TYME=10,CSYS=2,SCALE='YES',SY=6,SX=10,
 &END
 &INPUT3
 BZA =
1003.490865,
1026.827767,
1050.901742,
1075.742165,
1101.379812,
1127.846941,
1155.177369,
. . .
24526.780879,
24528.054445,
24529.116352,
24529.968524,
24530.624273,
24531.103188,
24531.426298,
24531.611897,
 &END
    4
          0
            16
                         0.00
                                     -.80
    4
         1
                         2.00
                                     -.80
              16
         2
                                     -.80
    4
              16
                         2.00
    4
         5
              16
                         2.00
                                     -.80
    4
         9
              16
                         2.00
                                     -.80
        10
                         -.21
    4
              15
                                     -.12
    4
        11
              15
                         2.00
                                     -.76
    . . .
         9
             125
                         0.98
                                    2.00
    6
```

6 9 138 0.98 0.00 138 2.00 0.00 0 5 0 138 0.00 0.00 0 0 0 21 0.00 2.00 0 0.00 2.00 0 17 99 &INPUT5 START='CARDS', UNIT=0.001, NS=15, STEP=.1, SPC=0.5, ERROR=0.1, LSTRH=5, IPHI=5, IRAT=1, IZSAV1=108, IZSAV2=138, IZSAVS=10, &END 1 0.0 14.139 08.914 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 2 0.0 14.012 09.131 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 3 0.0 13.884 09.349 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 4 0.0 13.756 09.566 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 5 0.0 13.628 09.783 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 6 0.0 13.500 10.000 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 7 0.0 13.372 10.217 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 8 0.0 13.244 10.434 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 9 0.0 13.116 10.651 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 10 0.0 12.988 10.869 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 11 0.0 12.861 11.086 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0 99 0.0 12.861 11.086 1. 1.0385 0.1 0.0 0.0

Código 4.2: Script de entrada en el programa EGUN (IJAEM.egn) para cálculo numérico de 11 trayectorias que dan forma al haz de electrones en presencia de un perfil de campo magnético axial generado por un sistema de bobinas.

Capítulo 5 CONCLUSIONES

Este trabajo de tesis doctoral presenta los avances en el diseño de un girotrón generador de radiación electromagnética coherente con una frecuencia de 60 GHz para fines de calentamiento de plasma en la instalación experimental de baja razón de aspecto Tokamak T de la UANL. Por consiguiente, en este desarrollo se establecen dos sistemas esenciales del girotrón; el sistema magnético externo y el sistema de cañón de electrones. El primero, el sistema magnético, consiste en un arreglo de cuatro bobinas de cobre y es el encargado de dar forma y transporte al haz de electrones, generado en el segundo sistema, el cañón de electrones.

En este trabajo se presentan dos candidatos para conseguir el transporte del haz, un sistema de arreglo de soleras sólidas de cobre y un segundo sistema de arreglo de soleras huecas por donde fluye un refrigerante. Se tiene entonces, 1) un sistema magnético externo dispuesto por cuatro bobinas integradas por soleras sólidas de cobre transportando una corriente eléctrica estacionaria de 750 A en un tiempo de corto circuito de 300 ms, y 2) un sistema magnético externo conformado por soleras huecas de cobre transportando una corriente eléctrica estacionaria de 8000 A en un tiempo de corto circuito de 700 ms. Para ambos modelos magnéticos externos se concluyen los parámetros que los definen, tales como, la posición, la cantidad de soleras, la cantidad de corriente eléctrica, el tiempo de corto circuito, la transferencia de calor y los esfuerzos mecánicos involucrados. De igual forma, para ambos modelos magnéticos se consigue un perfil de campo magnético axial cuasi-homogéneo de 2.44 T en la zona de la cavidad, esto es, la región donde se produce la interacción requerida del haz de electrones con una onda electromagnética. En esta tesis, se define una formulación novedosa de la ecuación lineal del perfil del campo magnético axial, la cual se deriva de la geometría de las bobinas y permite una manipulación óptima del proceso iterativo necesario para fijar el perfil del campo magnético, y cuyos resultados son confirmados por la literatura especializada. Con esta intensidad de campo magnético concluida, se consigue que un haz de electrones en la zona de interacción tenga una frecuencia de funcionamiento cercana a los 60 GHz y, en consecuencia, se genere la radiación necesaria para el calentamiento del plasma.

Para el segundo sistema esencial del girotrón, se presenta un cañón de inyección de magnetrón del tipo triodo. Este MIG cuenta con un radio de cátodo de 13.5 mm y es capaz de producir un haz de electrones con trayectorias helicoidales y laminares. Con base en la teoría lineal trade-off se considera la conservación del momento angular en estas trayectorias, un proceso de transporte adiabático y bajos efectos de carga espacial provenientes del haz de electrones mismo. Las simulaciones muestran trayectorias helicoidales las cuales dan forma al haz de electrones con una razón de velocidades axial-radial de 1.17 y una energía de 67.5 keV. Los resultados aquí mostrados fueron llevados a cabo mediante el uso del código altamente especializado EGUN. De esta forma se consiguen los parámetros que definen las trayectorias del haz de electrones bajo la presencia de un campo magnético estático generado por un sistema de bobinas de cobre y que integra el girotrón mexicano de 60 GHz.

El trabajo presentado en esta tesis doctoral representa un esfuerzo nacional por desarrollar tecnología en el área de aceleradores no lineales de partículas orientados a la generación de alta radiación estimulada coherente. Este diseño de girotrón y su futura fase de experimentación, se considera parte esencial del sistema principal de calentamiento por resonancia a la frecuencia ciclotrónica de los electrones dentro de la Plataforma Teórico-Experimental de Fusión en el Programa de Alto Campo Magnético de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL).

Capítulo 6 TRABAJO FUTURO

En el presente desarrollo de diseño para un girotrón de 60 GHz se considera principalmente el avance de los sistemas esenciales para la generación y transporte de un haz de electrones. Para contemplar el sistema total de calentamiento de plasma por radiación electromagnética en instalaciones de confinamiento magnético es necesario considerar sistemas adicionales. Entre estos sistemas se puede mencionar, el sistema de espejos para dar enfoque al haz, el sistema de enfriamiento para disipar el calor producido por el conductor, el sistema colector para la recepción del haz de electrones una vez haya pasado por la zona de cavidad, el sistema de guía de onda para dirigir la radiación al plasma; entre otros. Por consiguiente, se contempla, en la siguiente fase de diseño, cubrir el sistema total que representa un mecanismo generador de alta potencia de radiación con fines de calentamiento electrónico.

BIBLIOGRAFÍA

- M. Abramowitz and I.A. Stegun. Handbook of Mathematical Functions. National Bureau of Standards, 9 edition, 1964.
- [2] Alejandro David Martiínez Amariz. Simulación de aceleración auto-resonante de un electrón por la onda te113 de 2.45 ghz. 2013.
- [3] James P. Anderson. Experimental study of a 1.5 MW, 110 GHz gyrotron oscillator. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- [4] A.A. Andronov, V.A. Flyagin, A.V. Gaponov, et al. The gyrotron: High-power source of millimetre and submillimetre waves. *Infrared Physics*, 18, 1978.
- [5] J.M. Baird and W. Lawson. Magnetron injection gun design for gyrotron applications. Int. J. Electronics, 6:953–967, 1986.
- [6] Joaquim José Barroso, Andres Montes, and G. O. Ludwig. Rf field profiles in weakly irregular open resonators. *International Journal of Electronics*, 61:771–794, 1986.
- [7] Francis Bitter. Water cooled magnets. *Review of Scientific Instruments*, 33:342–349, 1962.
- [8] Edith Borie and Olgierd Dumbrajs. Calculation of eigenmodes of tapered gyrotron resonators. *International Journal of Electronics*, 60:143–154, 1986.
- [9] Dmitri Borodin et al. Design of 95 ghz gyrotron based on continuous operation copper solenoid with water cooling. *Review of Scientific Instruments*, 85, 07 2014.
- [10] Mordechai Botton, Thomas M. Antonsen, Baruch Levush, Khanh Tuan Nguyen, and Alexander N. Vlasov. Magy: a time-dependent code for simulation of slow and fast microwave sources. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 26:882–892, 1998.
- [11] K. R. Chu. Theory of electron cyclotron maser interaction in a cavity at the harmonic frequencies. *Physics of Fluids*, 21:2354–2364, 1978.

- [12] Pedro José de Castro, Joaquim José Barroso, and Rafael A. Corréa. Experimental study of a ka-band cylindrical open resonator. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 21:633–645, 2000.
- [13] Thomas James Dolan. Fusion research: principles, experiments and technology. Pergamon, 2 edition, 1982.
- [14] Albert Septier (Eds.). Focusing of Charged Particles part 1. Academic Press Inc., U.S, 1967.
- [15] John M. Finn, Arne W. Fliflet, and Wallace M. Manheimer. One dimensional models for relativistic electron beam diode design. *International Journal of Electronics*, 61(6):985–1003, 1986.
- [16] V.A. Flyagin, A.V. Gaponov, I. Petelin, and V.K. Yulpatov. The gyrotron. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 25, 1977.
- [17] Wenjie Fu, Yang Yan, and Shenggang Liu. Study on a 60 kv-5 a magnetron injection gun for 200 ghz electron cyclotron master. Frontiers of Electrical and Electronic Engineering in China, 4:440–445, 2009.
- [18] Aleksei V. Gaponov, Michael I. Petelin, and V. K. Yulpatov. The induced radiation of excited classical oscillators and its use in high-frequency electronics. *Radiophysics* and Quantum Electronics, 10:794–813, 1967.
- [19] A.S. Gilmour. Klystrons, Traveling Wave Tubes, Magnetrons, Crossed-Field Amplifiers, and Gyrotrons. Artech House, 2 edition, 2011.
- [20] A. L. Goldenberg, Gregory G. Denisov, Vladimir Zapevalov, Aleksandr Grigorievich Litvak, and V. A. Flyagin. Cyclotron resonance masers: State of the art. *Radiophysics* and Quantum Electronics, 39:423–446, 1996.
- [21] R.H. Good. Elliptic integrals, the forgotten functions. European Journal of Physics, 22(2):119–126, feb 2001.
- [22] J. P. Gordon, H. J. Zeiger, and C. H. Townes. The maser new type of microwave amplifier, frequency standard, and spectrometer. *Physical Review*, 99(4):1264–1274, August 1955.
- [23] Kenneth J. Harker. Electrode design for axially symmetric electron guns. Journal of Applied Physics, 33:1861–1863, 1962.
- [24] W.B. Herrmannsfeldt. Egun an electron optics and gun design program. Technical report, Stanford Linear Accelerator Center, Stanford, California, 1988.

- [25] J. L. Hirshfield and V. L. Granatstein. The electron cyclotron maser an historical survey. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, MTT-25(6):522– 527, June 1977.
- [26] Stanley Humphries. Numerical modeling of space-charge-limited charged-particle emission on a conformal triangular mesh. *Journal of Computational Physics*, 125:488– 497, 1996.
- [27] ICEA. Short circuit characteristics of insulated cable. White Paper, apr 1999.
- [28] Santanu Karmakar. Gyrotron-device-new generation tubes for high power at millimeter waves. 2009.
- [29] M.V. Kartikeyan. Gyrotrons high power microwave and millimeter wave technology. Springer, Germany, 2004.
- [30] T. Kimura. Experimental study of a 1MW 170 GHz gyrotron oscillator. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- [31] P. V. Krivosheev, V. K. Lygin, Vladimir N. Manuilov, and Sh. E. Tsimring. Numerical simulation models of forming systems of intense gyrotron helical electron beams. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 22:1119–1145, 2001.
- [32] Nitin Kumar, Mukesh Kumar Alaria, Udaybir Singh, Anirban Bera, Thakur Praveen Singh, and Ashok Kumar Sinha. Design of beam tunnel for 42 ghz, 200 kw gyrotron. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, 31:601–607, 2010.
- [33] Nitin Kumar, Udaybir Singh, Thakur Praveen Singh, and Ashok Kumar Sinha. Analysis of parasitic oscillations in 42 ghz gyrotron beam tunnel. *International Jour*nal of Electronics, 98:271 – 277, 2011.
- [34] Nitin Kumar, Udaybir Singh, Thakur Praveen Singh, and Ashok Kumar Sinha. Suppression criteria of parasitic mode oscillations in a gyrotron beam tunnel. *Physics of Plasmas*, 18:022507, 2011.
- [35] A. Kupiszewski. Gyrotron: A high-frequency microwave amplifier. 1979.
- [36] George P. Latsas, Zisis C. Ioannidis, and Ioannis G. Tigelis. Dependence of parasitic modes on geometry and attenuation in gyrotron beam tunnels. *IEEE Transactions* on Plasma Science, 40:1538–1544, 2012.
- [37] Y.Y Lau, P.J. Christenson, and D. Chernin. Limiting current in a crossed-field gap. *Phys. Fluids B*, 5(12), 1993.

- [38] W. Lawson, J. Calame, V. L. Granatstein, et al. The design of a high peak power relativistic magnetron injection gun. *International Journal of Electronics*, 61, 12 1986.
- [39] W. Lawson and V. Specht. Design comparison of single-anode and double-anode 300-mw magnetron injection gun. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 40, 1993.
- [40] W. J. Lawson. Magnetron injection gun scaling. IEEE Transactions on Plasma Science, 16:290–295, 1988.
- [41] V Lineard. Champ Électrique et magnétique produit par une charge Électrique concentrée en un point et animée d'un mouvement quelconque. L'Éclairage Électrique, XVI(27):5–14, Juillet 1898.
- [42] V.N. Manuilov and S.E. Tsimring. Synthesis of axially symmetrical systems for shaping helical electron beams. *Radiotekhnika i Elektronika*, 23:1486–1495, 1978.
- [43] Alejandro Martínez, Valeri D. Dougar Jabon, and A. M. Umnov. Simulacion de aceleracion de electrones por la onda te113 de 2.45 ghz. 2006.
- [44] W. Maurer, Bernhard Piosczyk, Markus Dr Forster, Detlef Krischel, and H. Peschel. Magnets for 150 ghz gyrotrons. *IEEE Transactions on Magnetics*, 25:1549–1553, 1989.
- [45] K.T. Nguyen, B.G. Danly, B. Levush, et al. Electron gun and collector design for 94 ghz gyro-amplifiers. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 26, 1998.
- [46] Nusinovich, Latham, and Dumbrajs. Theory of relativistic cyclotron masers. Physical review. E, Statistical physics, plasmas, fluids, and related interdisciplinary topics, 52 1:998–1012, 1995.
- [47] Gregory S. Nusinovich, M. K. A. Thumm, and Mikhail Petelin. The gyrotron at 50: Historical overview. Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, 35:325– 381, 2014.
- [48] G.S. Nusinovich. Introduction to the physics of girotrons. The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland 21218-4363, 2004.
- [49] Erenesto E. Prudencio, Arno Candel, Lixin Ge, Andreas C. Kabel, Kwok Ko, Lie-Quan Lee, Zenghai Li, Cho Ng, and Greg Schussman. Parallel 3d finite element numerical modelling of dc electron guns. 2008.
- [50] A. D. Romanenko. On numerical modeling of a space-charge limited beam in the self-consistent field. *Information Technology Journal*, 1:218–227, 2002.

- [51] Kevin Ronald, Adrian W. Cross, Alan D. R. Phelps, and Wenlong He. Observations of dynamic behaviour in an electron cyclotron maser oscillator. *Journal of Physics* D, 2001.
- [52] Svilen Petrov Sabchevski, Georgi Mladenov, A. Titov, and I. Barbarich. Modelling and simulation of beam formation in electron guns. Nuclear Instruments & Methods in Physics Research Section A-accelerators Spectrometers Detectors and Associated Equipment, 381:185–193, 1996.
- [53] Udaybir Singh, Anirban Bera, Narendra Kumar, L. P. Purohit, and Ashok Kumar Sinha. Three-dimensional simulation of mig for 42 ghz 200 kw gyrotron. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 38:1546–1550, 2010.
- [54] Udaybir Singh, Narendra Kumar, Nitin Kumar, Anirban Bera, L. P. Purohit, and Anil Kumar Sinha. Comparative egun and trak simulation studies on the design of the magnetron injection gun of a 200 kw, 42 ghz gyrotron. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 34:99–107, 2010.
- [55] Udaybir Singh, Nitin Kumar, L. P. Purohit, and Ashok Kumar Sinha. Improved design of beam tunnel for 42 ghz gyrotron. *Journal of Fusion Energy*, 30:180–183, 2011.
- [56] Udaybir Singh, Nitin Kumar, and A.K. Sinha. Gyrotron and its electron beam source: A review. *Journal of Fusion Energy*, 31, 10 2012.
- [57] Carey Smith. Bessel derivative zeros. Technical report, MATLAB Central File Exchange.
- [58] Phillip Sprangle, Victor L. Granatstein, and Adam Thomas Drobot. The electron cyclotron maser instability. *Journal De Physique Iv*, 1977.
- [59] M. Thumm. State of the art of high power gyro devices. report, Karlsruhe Institute of Technology, 2013.
- [60] Sh. E. Tsimring. On the spread of velocities in helical electron beams. *Radiophysics* and *Quantum Electronics*, 15:952–961, 1972.
- [61] Sh. E. Tsimring. Gyrotron electron beams: Velocity and energy spread and beam instabilities. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 22:1433–1468, 2001.
- [62] Shulim E. Tsimring. *Electron beams and microwave vacuum electronics*. Wiley series in microwave and optical engineering. Wiley-Interscience, 1 edition, 2007.
- [63] R. Q. Twiss. Radiation transfer and the possibility of negative absortion in radio astronomy. CSIRO Australia, pages 564–579, July 1958.
- [64] J. Rodney Vaughan. Representation of axisymmetric magnetic fields in computer programs. *IEEE Transactions on Electron Devices*, Ed-19(2):144-151, February 1972.
- [65] S. N. Vlasov, Grigori Zhislin, I. M. Orlova, Michael I. Petelin, and G. G. Rogacheva. Irregular waveguides as open resonators. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 12:972–978, 1969.
- [66] Qiuliang Wang, Yinming Dai, Baozhi Zhao, Xinning Hu, Houseng Wang, Yuanzhong Lei, and Luguang Yan. Design and test of conduction-cooled high homogenous magnetic field superconducting magnet for gyrotron. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 17:2319–2322, 2007.
- [67] David Whaley and M. Q. Tran. Equilibrium and space-charge wave analysis of electron beams in conducting and absorbing gyrotron beam tunnels. *International Journal of Electronics*, 74:771–791, 1993.
- [68] Jiao Yu, Thomas M. Antonsen, and Gregory S. Nusinovich. Excitation of backward waves in beam tunnels of high-power gyrotrons. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 38:1193–1199, 2010.
- [69] C. P. Yuan, Tsun-Hsu Chang, N. C. Chen, and Yi Sheng Yeh. Magnetron injection gun for a broadband gyrotron backward-wave oscillator. *Physics of Plasmas*, 16:073109, 2009.
- [70] V. K. Yulpatov. Nonlinear theory of the interaction between a periodic electron beam and an electromagnetic wave. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 10:471–476, 1967.
- [71] V. E. Zapevalov et al. Development of 170 ghz 1 mw russian gyrotron for iter. Fusion Engineering and Design, 53, 2001.
- [72] G. I. Zarudneva, Yuriy K. Kalynov, and S. A. Malygin. Radiation mode composition of open resonators in the form of axisymmetric, weakly irregular waveguides. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 31:254–257, 1988.

Autobiografía

Jorge Alberto González Guevara

Candidato para el grado de Doctor en Ingeniería Física Industrial con especialidad en Aceleradores Girotrones

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

tesis:

Sistema Magnético de Bobinas de Cobre para el Transporte del Haz de Electrones en el Girotrón Mexicano de 60 GHz

Nació el 22 de noviembre de 1981 en San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México. Hijo de Ma Irene Guevara Alvarado y José Cutberto González Carrizal (QEPD).

Graduado como Ingeniero Mecánico Administrador por la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León en el 2004.

Nombramiento definitivo como maestro de Física por la Secretaría de Educación Pública en el 2015