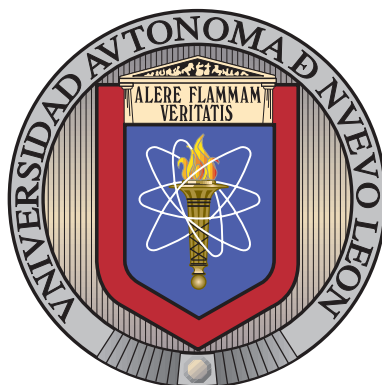


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS



ASIGNACIÓN DE VEHÍCULOS ELÉCTRICOS EN UN
SISTEMA DE TRANSPORTE URBANO CON
TECNOLOGÍA DE CARGA RÁPIDA.

POR

YULITZA YAZMÍN JACOBO ROMERO

EN OPCIÓN AL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS
CON ORIENTACIÓN EN MATEMÁTICAS

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JULIO 2022

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS



ASIGNACIÓN DE VEHÍCULOS ELÉCTRICOS EN UN
SISTEMA DE TRANSPORTE URBANO CON
TECNOLOGÍA DE CARGA RÁPIDA.

POR

YULITZA YAZMÍN JACOBO ROMERO

EN OPCIÓN AL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS
CON ORIENTACIÓN EN MATEMÁTICAS

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JULIO 2022

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “Asignación de vehículos eléctricos en un sistema de transporte urbano con tecnología de carga rápida.”, realizada por la alumna Yulitza Yazmín Jacobo Romero, con número de matrícula 1614694, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Ciencias con Orientación en Matemáticas.

El Comité de Tesis

Dr. Omar Jorge Ibarra Rojas
Director

Dra. Diana Lucia Huerta Muñoz
Revisor

Dr. José Fernando Camacho Vallejo
Revisor

Vo. Bo.

Dr. Omar Jorge Ibarra Rojas
Coordinar del Posgrado en Ciencias con
Orientación en Matemáticas

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, JULIO 2022

Dedicatoria

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	IX
Resumen	x
1. Introducción	1
1.1. Contexto	1
1.2. Objetivo	4
1.3. Descripción del problema y motivación	5
1.4. Estructura	6
2. Literatura Relacionada	7
2.1. Programación de vehículos con tecnología de carga lenta	7
2.2. Programación de vehículos con tecnología de carga rápida	9
3. Definición del Problema	12
3.1. Descripción del problema de optimización	12
3.2. Formulación matemática	14
4. Metodología de Solución	19
4.1. Métodos de linealización	19
4.1.1. Multiplicación de variables binarias	19
4.1.2. Multiplicación de variables binarias y continuas.	20

4.1.3. Linealización del modelo	21
4.2. Restricciones para eliminar simetrías	22
4.3. Programa entero-mixto lineal con simetrías reducidas para el VSP-FCH . .	25
5. Resultados Experimentales	28
5.1. Instancias	28
5.2. Eficiencia de solver comercial sobre el modelo	29
5.3. Análisis de las soluciones obtenidas	31
6. Conclusiones y Trabajo a Futuro	36

ÍNDICE DE FIGURAS

1.	Planificación de un sistema de transporte público (Diagrama extraído de Ibarra-Rojas et al. (2015))	2
2.	Autobús eléctrico realizando una carga rápida mediante pantógrafo en estación de recarga	4
3.	Línea circular.	5
4.	Línea circular, y parámetros de entrada relacionados con dicha línea de transporte.	13
5.	Solución para una instancia pequeña	15
6.	Solución factible para una instancia pequeña, en donde no son utilizados los buses 5 y 6.	24
7.	Solución factible para una instancia pequeña, en donde no son utilizados los buses 3 y 4.	24
8.	Tiempo promedio por viaje para todas las instancias y los distintos valores de α	32
9.	Recargas promedio por viaje para todas las instancias y los distintos valores de α	32
10.	Uso de las estaciones de carga con $\alpha = 5$	34
11.	Uso de las estaciones de carga con $\alpha = 10$	34

ÍNDICE DE TABLAS

1.	Estudios de interes en la revision de literatura.	11
2.	Instancias para experimentación computacional.	28
3.	GAP y tiempo promedio del solver CPLEX sobre nuestro modelo para los valores de α de 10 % y 5 %.	30
4.	Comparación de los valores objetivos alcanzados con el solver utilizando dos criterios de paro para las instancias intratables.	31

AGRADECIMIENTOS

Agradecimientos ...

RESUMEN

Como componente integral del ecosistema de transporte multimodal, los sistemas de autobuses públicos brindan a los pasajeros un modo de viaje económico y sostenible, y juegan un papel clave en la reducción de la congestión del tráfico y las emisiones de escape (Ibarra-Rojas et al., 2015). El uso de buses eléctricos en un sistema de transporte público brinda grandes beneficios al medio, además se debe destacar el impacto positivo que los buses eléctricos tienen en el usuario. Este tipo de vehículos, al no usar combustible fósil, disminuye las emisiones de dióxido de carbono en la atmósfera. En comparación con los motores que utilizan diésel, estos motores no emiten ruido ayudando así a la disminución de contaminación sonora, lo que es beneficioso para los usuarios del transporte público y todos los que transitan en zonas urbanas. Es importante considerar que los buses eléctricos necesitan realizar constantemente acciones de recarga para que se tenga una operación continua, lo que produce que se tenga un mayor número de decisiones a tomar y, por consecuencia, aumenta la complejidad de la planificación el sistema de transporte.

El proceso de planificación de una red de autobuses es complicado debido a la cantidad de decisiones que se deben de tomar de manera simultanea. Por lo tanto, a menudo se divide en varios subproblemas, como la planificación de líneas, la generación de horarios, la programación de autobuses y la programación de la tripulación (Ceder, 2007). Este estudio se centra en resolver el problema de la programación de vehículos, en la cual se decide el conjunto de viajes que cada uno de los buses debe de realizar. Para la realización de este proyecto se asume que se usan unidades que funcionan con tecnología “Opportunity charge” o simplemente, OppCharge. El estándar Oppcharge es un sistema de recarga abierta en corriente continua para autobuses eléctricos e híbridos. Estos cargadores funcionan mediante una conexión Wifi que conecta el autobús con la estación de carga, esta conexión se realiza mediante un pantógrafo que se coloca en el techo del bus.

Palabras clave: Buses eléctricos, Carga rápida, OppCharge, Sistema de transporte público, programación de viajes y vehículos, estaciones de carga.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 CONTEXTO

Cada vez son más las áreas urbanas con grandes poblaciones crecientes, esto conlleva a que se tengan más personas que diariamente se tienen que desplazar de un lugar a otro. En el año de 1950, en México, 43 % de la población vivía en localidades urbanas; en 1990 el porcentaje de personas que habitaban las ciudades era de 71 %; para 2020 el porcentaje de personas que se encontraban en zonas urbanas alcanzaba el 79 %.([INEGI, 2020](#)). La movilidad es la acción de desplazarse de un lugar a otro, y la disposición de los usos del suelo junto con los deseos de viajar de un lugar a otro, son los elementos básicos de la movilidad urbana ([Suárez et al., 2019](#)). El transporte público tiene como propósito mejorar la movilidad de las personas, brindándoles opciones más económicas para trasladarse y realizar actividades del día a día. Además de esto, el transporte público es de gran importancia en las grandes ciudades debido a que brindan a las ciudadanos alternativas de movilidad que son más amigables con el ambiente, debido que producen menos contaminación al trasladar a mas personas, sin mencionar que ayuda a reducir la congestión urbana. Otros beneficios se relacionaron con una disminución del número de lesiones de tránsito, ya que un sistema de transporte público bien desarrollado puede ayudar a reducir el número de vehículos en la carretera; además de beneficios para la salud, como una mayor actividad física ya que las personas con buen acceso al transporte público tienden a caminar más ([Chen and Hisham, 2016](#)).

Las grandes ciudades necesitan de un sistema de transporte público de excelencia, que garantice a los usuarios altos niveles de servicio, proporcionándoles métodos de traslado eficientes y accesibles a todo el público. Sin embargo, es muy común que el sistema de transporte público tenga problemas para garantizar un buen servicio ya que, a menudo, implica aumentos en los costos operacionales, lo que afecta a las operadores o dueños de los servicio de transporte urbano. La planificación de un sistema de transporte público es un serie de procesos que están relacionados entre sí que involucra a muchas personas, como el usuario, los operadores, las autoridades, etc, cada uno con un objetivo distinto.

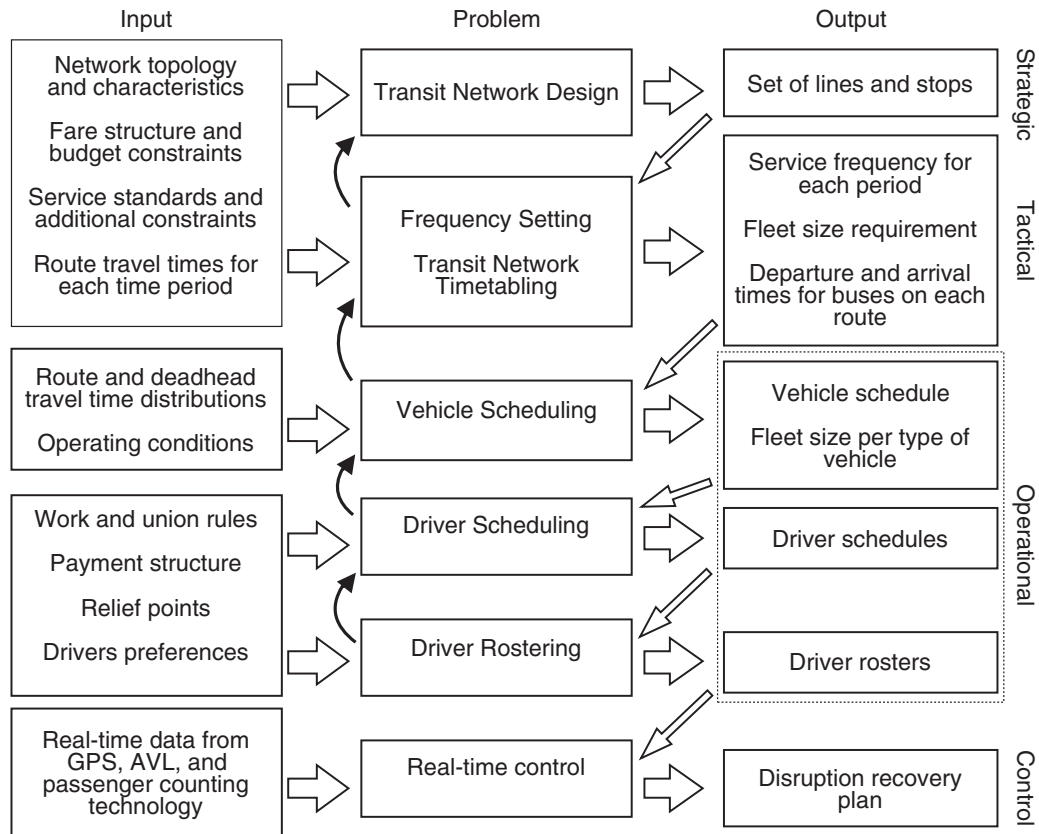


Figura 1: Planificación de un sistema de transporte público (Diagrama extraído de [Ibarra-Rojas et al. \(2015\)](#))

Debido a la gran cantidad de información que se tiene y a las múltiples decisiones que se deben de tomar, el proceso de planificación del sistema de transporte público suele dividirse en subproblemas, los cuales son más fáciles de resolver por sí solo. El proceso de planificación de operaciones de un sistema de transporte público comúnmente incluye cuatro actividades básicas, generalmente realizadas en secuencia: (1) diseño de red de rutas, (2) desarrollo de horarios, (3) programación de vehículos y (4) programación de tripulación ([Ceder and Wilson, 1986](#)). Estos problemas se dividen en tres niveles de decisión que son: estratégicos, tácticos y operacionales, los cuales se consideran a largo, mediano y corto plazo, respectivamente (vea [Ibarra-Rojas et al., 2015](#)). En la Figura 1 se muestra un diagrama de los diferentes subproblemas que abordan la planificación de un sistema de transporte. Dicho lo anterior, este trabajo de tesis tiene como objetivo abordar el subproblema de la asignación de vehículos, en el cual elige la secuencia de viajes programados que cada una de las unidades disponibles debe de realizar, tomando en cuenta que la flota que se tiene es de buses eléctricos, lo que limita su autonomía.

Aunque el transporte público ayude a reducir la contaminación en las zonas urbanas, esto no es suficiente ya que la mayoría de los vehículos que se utilizan para el transporte público son operados con diésel y gas. Como consecuencia, se siguen generando grandes cantidades de contaminantes, lo que es inquietante ya que estos vehículos son utilizados en zonas donde se concentran grandes cantidades de personas. Debido a esto, en los últimos años los vehículos eléctricos han sido de gran interés gracias a que se consideran una alternativa más ecológica en comparación a los buses que operan con combustible fósil. Al utilizar este tipo de vehículos, se eliminan las emisiones de dióxido de carbono en la atmósfera, lo que contribuye al medio ambiente y a la disminución de enfermedades respiratorias. Por otro lado, los sistemas de transporte público eléctrico son menos ruidosos y proporcionan una conducción más suave que los motores de diésel, siendo considerado más “amigable con el vecindario” y proporcionando un viaje más satisfactorio para sus usuarios (Munoz et al., 2021). En los sistemas de transporte público se tienen grandes cantidades de recorridos que se realizan diariamente, por lo que la sustitución de vehículos convencionales a vehículos eléctricos puede traer reducción en los costos operacionales. Para optimizar el rendimiento de un sistema de transporte público es de gran importancia construir un marco de toma de decisiones, el cual proporciona estrategias de calidad para garantizar la demanda de carga de cada unidad de la flota sin ocasionar retrasos o congestiones (Wang et al., 2017).

Hoy en día existen diferentes tipos de vehículos eléctricos en el mercado. Uno de ellos son los buses de carga lenta, los cuales llevan baterías muy grandes las que son recargadas durante la noche con cargadores que se encuentran en los depósitos. También se tienen los vehículos de carga rápida, que son aquellos que llevan baterías pequeñas y les permite hacer acciones de carga en ruta. Una combinación de estos dos tipos de vehículos se le denomina de carga media, estos vehículos pueden realizar acciones de carga tanto en depósito como en ruta y el tamaño de la batería es moderado (Liu et al., 2019). Se ha mostrado que el uso de buses eléctricos con tecnología de carga rápida podría proporcionar un mejor nivel de servicio y disminuir los costos sociales en comparación a los buses de carga media (Nie and Ghamami, 2013). Este trabajo de investigación asume que las flotas disponibles utilizan tecnología Opportunity Charge, denotada como OppCharge. Esta tecnología se destaca por brindar cargas completas en tiempos muy pequeños. Estos sistemas de carga rápida cuentan con cargadores que, mediante Wifi, conectan la unidad con la estación de carga. Para dicha conexión se utiliza un pantógrafo que se posiciona en el techo del vehículo. La Figura 2 muestra un cargador que utiliza tecnología OppCharge en una ciudad de Suiza.



Figura 2: Autobús eléctrico realizando una carga rápida mediante pantógrafo en estación de recarga

Dicho lo anterior, este trabajo de tesis se enfoca en la planificación de un sistema de transporte público, en donde se utilizan flotas de vehículos eléctricos con tecnología de carga rápida. En las siguientes secciones se podrá ver el objetivo y el planteamiento del problema, así como una metodología de solución implementada y los resultados obtenidos.

1.2 OBJETIVO

Esta tesis tiene como objetivo general determinar una metodología de solución para tomar decisiones en la asignación de viajes-vehículos y la programación de eventos de recarga en un sistema de transporte público con buses eléctricos que utilizan tecnología OppCharge, esto a fin de minimizar los costos operacionales del sistema apoyándonos con técnicas y conceptos de investigación de operaciones. A continuación, se presentan los objetivos específicos:

- Analizar literatura relacionada con la programación de vehículos, así como revisar literatura en la que se trabaje con vehículos que funcionen usando tecnología de carga rápida.
- Implementar técnicas de programación matemática para modelar un problema de toma de decisiones que se ajuste a nuestro objetivo general.
- Plantear una formulación matemática para el problema de asignación viaje-vehículos, considerando cargas totales durante el viaje.

- Generar instancias y realizar las experimentaciones necesarias para concluir sobre la eficacia del modelo propuesto.

1.3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y MOTIVACIÓN

Tal como se ilustra en la Figura 3, se considera una sola línea circular constituida por una terminal donde comienzan y terminan cada uno de los viajes, y una cantidad fija de estaciones de recarga que están distribuidas a lo largo de la línea en las paradas de autobús. Se conoce la función de carga de las estaciones. Además, como información adicional se tiene, el consumo de carga y el tiempo que lleva hacer cada uno de los segmentos entre estaciones. Este proyecto tiene como objetivo tomar dos diferentes decisiones que se deben de realizar en conjunto, la primera es determinar las asignación viaje-vehículo, asegurando que se realicen todos los viajes programados; en segunda programar las acciones de recarga cuidando que las unidades tengan suficiente batería para realizar los recorridos y evitando los empalmes de buses en las estaciones de carga. Lo anterior con el propósito de minimizar el número de vehículos que se utilizan.

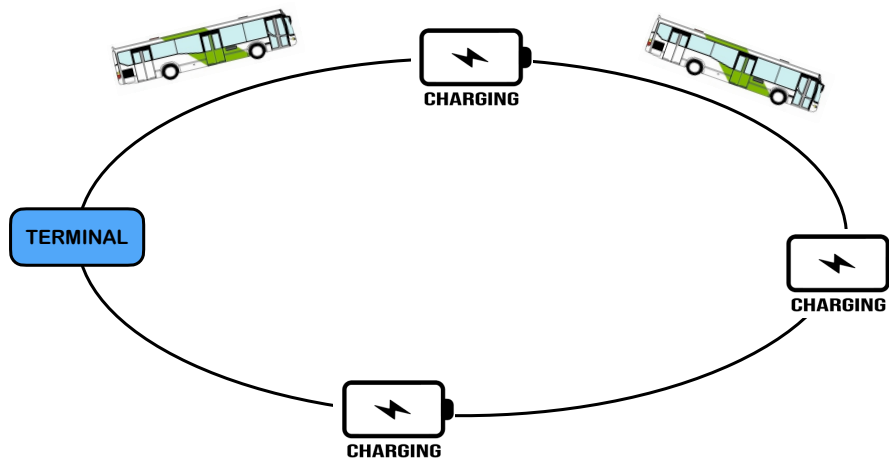


Figura 3: Línea circular.

Hoy en día, el uso de buses eléctricos en el sistema de transporte público es un tema de gran interés debido a que disminuyen las emisiones de CO_2 a la atmósfera. Sin embargo, en la literatura existen pocos artículos que abordan el problema de asignación viaje-vehículo utilizando flotas de unidades eléctricas. Por lo general, los problemas que se enfocan en la programación de buses eléctricos, asumen que las acciones de carga se realizan en la terminal o bien en el depósito (esto depende del tipo de batería que utiliza los buses). Este trabajo pretende considerar recargas en ruta, es decir que se tendrán estaciones de carga en diferentes paradas de autobús, en donde los vehículos podrán realizar

procedimiento de recarga de ser necesario. Esta motivación surge al percatarnos que en la actualidad diferentes ciudades, tales como Ginebra y Nantes, cuentan con sistemas de buses eléctricos como el que anteriormente se menciono. Por otra parte, para afrontar esta problemática se supone que se trabaja con cargas totales.

1.4 ESTRUCTURA

La estructura de esta tesis es la siguiente. En el Capítulo 2 se presenta una exhaustiva revisión de literatura que está relacionada con la programación de vehículos eléctricos, y se plantean los diferentes enfoques que se tienen. El Capítulo 3 se muestra una explicación detallada del problema de optimización con el cual se está trabajando, además de presentar una formulación matemática no lineal, además se emplean técnicas de linealización para lograr obtener una formulación lineal que se presenta en el Capítulo 4. El Capítulo 5 contiene los resultados experimentales que se obtuvieron de instancias que fueron generadas. Como parte final de este trabajo, se presentan en el Capítulo 6 las conclusiones obtenidas, así como el trabajo a futuro que se puede realizar de este proyecto.

CAPÍTULO 2

LITERATURA RELACIONADA

La inclusión de la electromovilidad abre la puerta a distintas preguntas de investigación en todos los niveles de decisión, es decir, decisiones a largo, mediano y corto plazo. Por ejemplo, existen estudios que se enfocan en el diseño de la red de recarga para líneas de transporte con vehículos eléctricos. Un ejemplo, es el estudio de [Nie and Ghamami \(2013\)](#), el cual propone un modelo de optimización que tiene como objetivo determinar el tamaño de batería y la capacidad de carga en cada estación. Es decir, busca establecer el número de estaciones de carga que se tendrán a lo largo de la ruta, así como la potencia de cada estación. Esto con el fin de minimizar los costos producidos por la fabricación de cargadores y la construcción de las estaciones de carga. Además, considera dos extensiones del modelo original, en la primera de ellas considerar el cambio de batería como una forma de carga, en la segunda variación del modelo se deja de asumir que la potencia de carga en las estaciones de carga es una variable continua.

Como se mencionó en la Sección 2, nosotros nos enfocamos en las decisiones a corto plazo, como lo son la programación de vehículos y la programación de conductores. Esta sección presenta un análisis de la literatura de programación de vehículos (vehicle scheduling en inglés), la cual ha surgido apenas durante la última década. Dividimos los estudios en base al tipo de tecnología, lo cual dictamina las características operacionales del sistema.

2.1 PROGRAMACIÓN DE VEHÍCULOS CON TECNOLOGÍA DE CARGA LENTA

La tecnología de carga lenta considera autobuses de 6 a 12 metros, que generalmente llevan baterías de gran tamaño que duran hasta 5 horas para alcanzar una carga total, lo cual implica limitar la capacidad de los autobuses por el espacio de baterías y los tiempos de recarga largos. Típicamente, dichas recargas se realizan en el depósito(s) de la línea. Por ejemplo, el estudio de [Janoveca and Kohánia \(2019\)](#) presenta un modelo

matemático lineal que resuelve la programación de buses eléctricos. Su modelo tiene como supuesto el uso de cargas parciales, es decir que al momento de cargar no necesitar cargar hasta llegar a un 100 % de batería, las cuales se pueden realizar tanto en el depósito como en distintas terminales seleccionadas. El objetivo de este trabajo es minimizar el número de vehículos que se utilizaran en la programación de los viajes. Para validar el modelo utilizo el solver Xpress IVE y se utilizaron datos reales de la ciudad de Zilina. También es importante mencionar que el modelo fue eficaz para problemas de tamaño real. Sin embargo, se observó que la complejidad del modelo aumenta considerablemente al aumentar el número de viajes que se deben de realizar. Otro ejemplo es el estudio de [Jahic et al. \(2019\)](#), el cual tiene como objetivo minimizar la carga máxima de los buses eléctricos, y propone dos algoritmos de solución para la programación de acciones de recarga, dichas acciones solo pueden suceder en el depósito y suceden a gran escala. El primer algoritmo intenta programar todas las tareas de carga respetando el límite de un número máximo de autobuses que se cargan simultáneamente, mientras que segundo algoritmo es una heurística que crea un programa de carga con el objetivo de minimizar la demanda máxima. Para probar las diferentes metodologías de solución se utilizó un simulador, el cual fue alimentado con datos reales de la estación de autobuses de Alsterdorf en Hamburgo, ya que esta ciudad busca cambiar su flota de buses que funcionan con diésel a una flota de buses eléctricos. Los algoritmos propuestos pudieron reducir la demanda máxima y aplanar la carga máxima en la estación de autobuses. . El programa heurístico en este caso logró una carga máxima aún menor y la redujo en 27.1 % en comparación con el pico de carga original.

En la literatura nos encontramos con autores que trabaja con más de un problema a la vez, tal es el caso de [Li et al. \(2020\)](#), los autores en este trabajo proponen un modelo el cual busca optimizar tanto la programación de buses eléctricos, como la distribución de cargadores estacionarios en las diferentes estaciones de carga ya establecidas. Esto con el fin de minimizar el costo general de construcción y operación de un sistema de tránsito con vehículos eléctricos. Por tanto, en esta investigación se deben de tomar cuatro importantes decisiones, las cuales son: tamaño de la flota de vehículos eléctricos, la asignación de viajes a los buses eléctricos , la hora de inicio y la duración de las tareas de carga, y la asignación del número de cargadores en las estaciones. Como metodología de solución, se diseña un Algoritmo Genético Adaptativo (AGA), y se utilizó información de la red de tránsito de la ciudad de Anting Town, Shanghái. Dicha red esta compuesta por 8 líneas y cuenta con 867 viajes que se deben de realizar diariamente. Como resultado, se obtiene que la metodología propuesta ayuda a la utilización de los vehículos eléctricos, ya que programa acciones de recarga de mayor duración cuando se tiene tiempo de ocio. Además, encontró que en comparación a la programación separada de una sola línea, este modelo puede llegar a generar un ahorro de hasta 3 millones de RMB.

2.2 PROGRAMACIÓN DE VEHÍCULOS CON TECNOLOGÍA DE CARGA RÁPIDA

Los vehículos eléctricos que funcionan con tecnología de carga rápida han sido utilizados, por ejemplo, en ciudades como Ginebra en Suiza y Nantes en Francia. Este tipo de vehículos proporcionan cargas completas en corto tiempo, además de que permite que los vehículos puedan trasladar a más personas debido a que el tamaño de la batería suele ser menor. Estas características permiten que se puedan hacer recargas durante la operación de los vehículos. Aunque recalcamos que las recargas durante un viaje implican una afectación al usuario al hacer más largos los recorridos.

Como se menciona en el Capítulo 1, uno de los aspectos importantes en la planificación de la electromovilidad, es la adopción de la tecnología sin detener la operación. Para esto, un supuesto relevante puede ser asumir una transición a la operación de una flota homogénea. Por ejemplo, [He et al. \(2020\)](#) propone un modelo de optimización para la programación y gestión de acciones de carga. En este trabajo los autores buscan determinar cuando es que un vehículo eléctrico va a cargar, además de establecer de manera estratégica? la potencia de la carga, esto con el fin de minimizar los costos totales de electricidad. Los autores comienzan presentando un modelo no lineal convexo con variables continuas, que después por medio de técnicas de linealización lo reescriben como un modelo lineal, el cual es fácil de resolver en algún solver comercial. Para determinar la eficacia del modelo se realizaron dos diferentes experimentaciones, en la primera se tiene como datos de entrada una parte de la red de tránsito del centro de Salt Lake City, Utah, Estados Unidos, la cual cuenta con 6 líneas. En la segunda experimentación se tiene una red de autobuses de 36 líneas. Esta información fue utilizada en dos diferentes solvers los cuales son: GAMS y CPLEX. Como resultado se mostró que el modelo puede disminuir de manera significativa los costos de electricidad en comparación a una programación de carga no controlada. Además de asumir una flota homogénea, también puede incluirse en la toma de decisiones, la elección del tipo de flota e infraestructura de carga. En particular, [Wang et al. \(2017\)](#) que además de decidir las acciones de carga, busca determinar el número de cargadores que se necesitan en las terminales ya establecidas. Para esto realiza un modelo de optimización de programación de enteros mixtos, el cual tiene como objetivo minimizar los costos operacionales al año. Dicho modelo fue validado con datos de una red de tránsito en la ciudad de Davis California. Se realizó un análisis de sensibilidad para observar como es que ciertas acciones influyen en los costos anuales, estas acciones son: la duración de la carga, el tiempo de conducción del vehículo, la carga inicial de los vehículos, entre otras. Gracias a dicho análisis, se puede observar que el número total de actividades de recarga disminuyó rápidamente con un aumento de la autonomía máxima

del autobús eléctrico y de la duración de la recarga, mientras que el número de cargadores necesarios vario dependiendo del rango y la duración de las acciones de recarga. También de mostró que el uso de buses eléctricos es mas económico y ecológico que los buses operados con diésel. Otro ejemplo, es el estudio de [Liu et al. \(2019\)](#) el cual hace un análisis económico sobre la implementación de cargadores con tecnología de carga rápida, por lo que propone un modelo de optimización el cual determinan la programación de recargas de los buses eléctricos al mismo tiempo que establece el tamaño de batería y el tipo de cargador que utilizaran los vehículos. Para el análisis a realizar se propone utilizar datos reales de una de la ciudad de Salt Lake, Utah en E.U.A, donde toma la información de 10 líneas de autobuses distintas, además de una ruta de autobús general con diferentes parámetros. Se implementó el modelo en GAMS y fue resuelto con el solver comercial CPLEX. En los resultados se pudo observar que en todas las instancias probadas era más económico incluir en las estaciones tecnología de carga rápida.

Una de los supuestos que pueden complicar la planificación de líneas con vehículos eléctricos, es contar con una flota heterogénea ya que se puede requerir diferente tipo de infraestructura de carga (tipos de cargadores, potencia de carga, cambio de batería, etc.). Por ejemplo, el estudio de [Yao et al. \(2020\)](#) que introduce un problema de programación de vehículos con diferentes tipos de vehículos en el transporte público, y se establece un modelo de optimización que busca minimizar costos anuales. Los autores proponen un procedimiento heurístico para encontrar la solución óptima considerando los viajes para realizar acciones de recarga y la el cambio de viajes entre los tipos de vehículos eléctricos, el cual se probará con datos de la ciudad de Beijing. La programación de la heurística utilizada de realizo en Python. Se realiza comparación de la eficacia del método propuesto con el método convencional demostrando la eficacia de la metodología propuesta. En el análisis incluido en este artículo, se observa que la metodología implementada para la sustitución entre tipos de vehículos eléctricos reduce los costos de programación totales anuales en un 15,93 % en comparación con el método convencional. Más recientemente, [Huang and Wang \(2022\)](#) propone un modelo para la programación de carga para buses eléctricos los cuales pueden ser enchufables o bien de intercambio de batería. Formula el problema como un programa estocástico de dos etapas. En la primera de ellas busca determinan el inventario de baterías. Mientras que en una segunda etapa decide el modo de carga y la programaciones de las acciones de recarga, es decir cuando, dónde y cuánto va a recargar. Para la validación del modelo, se llevó a cabo una experimentación de un caso de estudio con datos de la ciudad de Nanjing, China. El algoritmo está codificado en Python .

En la Tabla 1 contiene diferentes características que nos interesan destacar de cada uno de los artículos que se presentaron en esta sección.

Estudio	Recarga en Ruta	Tiempo de carga variable	Tipo de Carga	Flota homogénea	Objetivo
Janoveca and Kohánia (2019)		✓	Lenta	✓	Minimiza número de vehículos utilizados
Jahic et al. (2019)		✓	Lenta	✓	Minimizar la carga máxima de buses eléctricos.
Li et al. (2020)		✓	Lenta	✓	Minimizar costos totales de inversión
He et al. (2020)		✓	Rápida	✓	Minimizar costos totales de electricidad
Wang et al. (2017)			Rápida	✓	Minimizar los costos anuales
Liu et al. (2019)		✓	Rápida	✓	Minimizar costos totales del sistema
Yao et al. (2020)		✓	Rápida		Minimizar costos anuales
Huang and Wang (2022)		✓	Ambas		Minimiza el costo total de carga de todos los modos de carga
Nuestro trabajo	✓	✓	Rápida	✓	Minimizar los costos por unidad utilizada.

Tabla 1: Estudios de interes en la revision de literatura.

En resumen, a diferencias de los estudios antes mencionados, nuestro problema permite a los vehículos realizar acciones de recarga en ruta, es decir que se pueden cargar en estaciones que se encuentran ya establecidas en distintos paraderos de la línea circular. Es importante recordar que estas recargas en rutas tienen un impacto hacia el usuario, ya que al momento de que se realizan estas acciones los buses cuentan con pasajeros a bordo. Nuestra metodología de solución es similar a la propuesta por [He et al. \(2020\)](#), ya que a partir de un modelo no lineal, se obtiene un modelo lineal el cual puede ser resuelto en algún solver comercial.

En la siguiente sección se describirá de manera detallada el problema de optimización, así como la formulación matemática propuesta.

CAPÍTULO 3

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El capítulo que se presenta a continuación contiene una descripción detallada del problema de optimización que se trabajo en este proyecto de tesis, también presenta una formulación no lineal entera mixta para nuestro problema. En la primer sección de este capitulo se encuentra una completa explicación del problema de optimización que se busca resolver, además de los elementos del modelo matemático de nuestro trabajo de investigación, los cuales nos servirán para definir una formulación matemática, (ver Sección 3.2).

3.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

Una de las aportaciones más importante de este proyecto, es que permite a las acciones de recarga de los buses eléctricos realizarse en ruta. Esto quiere decir que si a largo del recorrido que sigue el bus eléctrico, si este se queda sin suficiente batería para seguir el recorrido, podrá detenerse en los paraderos establecidos que cuenten con cargadores con la tecnología OppCharge. Es importante considerar que debido que las acciones de recarga se realizan en ruta, es muy probable que durante estas paradas los buses eléctricos tengan usuarios a bordo. Cada vez que se realice una acción de recarga El tiempo que dura el viaje incrementara, por lo que esto tiene un impacto significativo hacia el usuario.

Para la definición de nuestro problema de optimización, consideramos un sistema de transporte público de una sola línea, circular, esto quiere decir que siguen una ruta cerrada donde todos los viajes van en la misma dirección, y comienzan y terminan en el mismo lugar (el cual llamaremos terminal). En este sistema de transporte público se considera que existe un conjunto de viajes a realizar de los cuales solo se conoce la hora de salida de cada uno. Dichos viajes deben de ser asignados a un conjunto de buses eléctricos. Se cuenta con un depósito en donde los buses eléctricos son guardados durante las noches y por la mañana al comenzar su turno deben de salir con una carga del **100 %** de nivel de

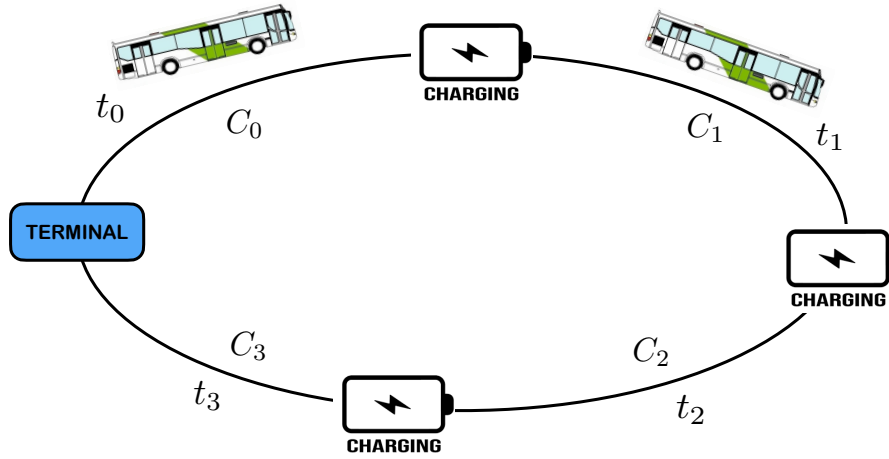


Figura 4: Línea circular, y parámetros de entrada relacionados con dicha línea de transporte.

batería. A lo largo de la ruta circular, se encuentran estaciones de carga $\mathbf{S}$, con tecnología Opportunity Charge donde los vehículos pueden re-establecer su carga eléctrica. La Figura 4 muestra una representación de la línea de transito con las que se estará trabajando en este proyecto.

Para la realización de este trabajo es importante conocer cierta información de entrada, uno de los parámetros que necesitamos es t_s el cual representa el tiempo de ir de una estación a otra y tenemos el parámetro C_s que representa el consumo de carga por segmento de viaje de la estación s a $s+1$. Cada uno de los viajes tiene una hora de inicio, la cual está denotada por dt_i . Para alimentar los autobuses eléctricos, las estaciones de carga establecidas cuentan uno o dos cargadores OppCharge, de los cuales conocemos su función de carga representada por $f(\cdot)$. Por lo general, las funciones de carga suelen aproximarse a una curva exponencial, pero debido a que el tiempo de carga de estos cargadores es muy pequeño, podemos asumir que f es una función lineal de la forma $f(x) = mx$. Para realizar una acción de carga, es necesario que el pantógrafo se conecte al bus eléctrico, este proceso tiene su tiempo; es por eso que contamos con el parámetro λ el cual considera un tiempo fijo cada que se realice un recarga. También se sabe el costo de utilizar un autobús al día, el cual está representado por el parámetro ζ . Además, se tiene el parámetro α , el cual nos ayuda a controlar el impacto que las acciones de carga pueden tener en el usuario. Para definir la formulación matemática, consideramos un viaje auxiliar el cual se denotara como el viaje 0, el cual nos ayudará a definir el inicio y final de la secuencia de viajes de cada uno de los vehículos. Entonces, el conjunto de los viajes incluido este viaje auxiliar estará denotado por I_0 . Por ultimo tenemos el parámetro β el cual es

una cota mínima para el nivel de batería del bus eléctrico durante la operación del sistema.

Con el objetivo de minimizar los costos operacionales, y conociendo la información de entrada que anteriormente se menciono, este trabajo de investigación debe de tomar dos importantes decisiones, las cuales son:

- ¿Qué vehículo se le asigna a un determinado viaje?
- ¿Cómo se pueden programar los autobuses eléctricos para garantizar la recarga sin retrasos o congestión en la estación de carga?

Antes de comenzar a tomar estas decisiones, demos de tener en cuando que se deben de seguir los siguientes supuestos:

1. Todos los viajes deben ser asignados a un autobús.
2. No se permite empalme de viajes en los buses.
3. El tiempo de carga no es fijo, depende del porcentaje de batería con el que llega el vehículo a la estación.
4. Está prohibido los empalmes en las estaciones de carga.
5. El bus cuenta con un buffer de seguridad del 30.
6. Los viajes deben ser asignados a un único autobús.

La Figura 5 muestra como seria una solución para un problema pequeño

3.2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Dado lo anterior, nuestro problema de programación de vehículos con carga rápida, o VSP-FCH por sus siglas, determina el vehículo que se asignara a cada viaje $i \in I$, y las estaciones donde se realizaran las cargas para cada pareja viaje vehículo asignada. Lo anterior, minimizando el costo al utilizar los autobuses y cumpliendo que todos los viajes estén asignados, respetar capacidad de estaciones de carga, y no exceder el buffer de seguridad de carga en la batería.

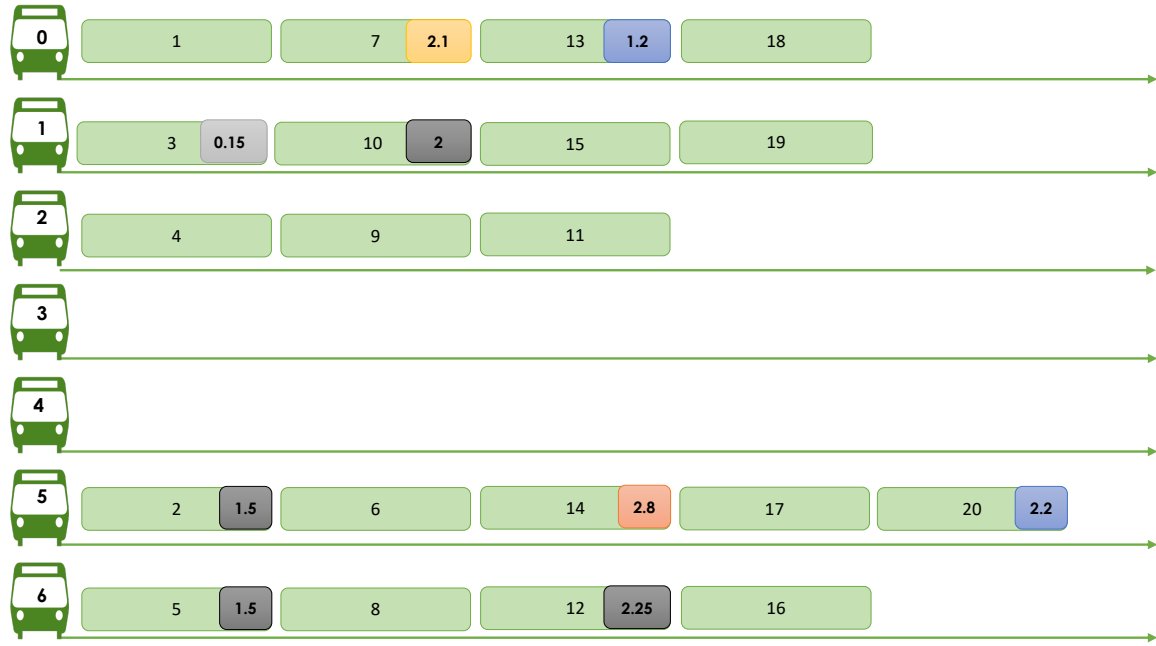


Figura 5: Solución para una instancia pequeña

Para el diseño de la formulación matemática se proponemos las siguientes variables de decisión.

- $x_{i'i}^v = \begin{cases} 1 & \text{si el viaje } i' \text{ se realiza justo antes que } i \text{ en el vehículo } v \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$
- $y_{is}^v = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } v \text{ carga en la estación } s \text{ durante el viaje } i \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$
- $z_i^v = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el viaje } i \text{ al vehículo } v \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$
- $w^v = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } v \text{ se utiliza en la operación} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$
- $g_{i'is} = \begin{cases} 1 & \text{si el viaje } i' \text{ llega a la estación } s \text{ antes que } i \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

- $tc_{is}^v = \frac{100 - ca_{is}^v}{m}$: Tiempo necesario de carga del vehículo v en la estación s para lograr una carga total, el cual se define en términos de la carga actual del vehículo en las estaciones.
- $et_i = dt_i + \sum_{s \in S} t_s + \sum_{s \in S} \sum_{v \in V} y_{is}^v (tc_{is}^v + \lambda)$: Tiempo de fiscalización del viaje $i \in I$, el cual se calcula como el tiempo de inicio del viaje, más el tiempo que se requiere para recorrer cada uno de los segmentos, más el tiempo que se tarda hacer una acción de carga si es que la hizo.
- $u_{is} = dt_i + \sum_{s'=0}^{s-1} \left(t_{s'} + \sum_{v \in V} y_{is'}^v (tc_{is'}^v + \lambda) \right)$: Tiempo en el que llegar a la estación s el viaje i , el cual está dado por la suma del tiempo en el que comienza el viaje, más los tiempo de recorrer los segmentos previos a la estación s , más el tiempo que lleva hacer las acciones de recargas en las estaciones previas a s
- $ic_i^v = 100x_{0i}^v + \sum_{i' \in I} x_{i'i}^v \left(ca_{i',|S|}^v \left(1 - y_{i',|S|}^v \right) + 100y_{i',|S|}^v - C_{|S|} \right)$: Carga del vehículo v al iniciar el viaje i , la cual depende de la carga con la que termina el viaje que se realiza justo antes que i , y de si realiza una acción de recarga al final del viaje previo i' .
- $ca_{is}^v = ca_{i,s-1}^v \left(1 - y_{i,s-1}^v \right) + 100y_{i,s-1}^v - C_{s-1}$: Carga del vehículo v al llegar a la estación s durante el viaje i , la cual está dada por la carga con la que el viaje i sale de la estación previa menos el consumo de carga del segmento C_{s-1}

A continuación, presentamos nuestra formulación matemática para nuestro problema.

$$\min \sum_{v \in V} \zeta w_v \tag{3.1}$$

sujeto a:

$$\sum_{v \in V} z_i^v = 1 \quad \forall i \in I \quad (3.2)$$

$$\sum_{v \in V} w^v \leq |V| \quad (3.3)$$

$$z_i^v \leq w^v \quad \forall v \in V, i \in I_0 \quad (3.4)$$

$$g_{ii's} + g_{i'is} \leq 1 \quad \forall i, i' \in I, s \quad (3.5)$$

$$u_{i's} + \sum_{v \in V} y_{i's}^v (tc_{i's}^v + \lambda) \leq u_{is} + M \left(3 - \sum_{v \in V} y_{is}^v - \sum_{v \in V} y_{i's}^v - g_{i'is} \right) \quad \forall i, i' \in I, s \quad (3.6)$$

$$\sum_{s \in S} y_{is}^v \leq |S| z_i^v \quad \forall i \in I_0, v \in V \quad (3.7)$$

$$et_{i'} \leq dt_i + M \left(1 - \sum_{v \in V} x_{i'i}^v \right) \quad \forall i' \in I_0, i \in I \quad (3.8)$$

$$x_{ii'}^v + x_{i'i}^v \leq \frac{1}{2} (z_i^v + z_{i'}^v) \quad \forall i, i' \in I, v \in V \quad (3.9)$$

$$(1 - y_{is}^v) ca_{is}^v + 100 y_{is}^v - C_s \geq \beta - 100(1 - z_i^v) \quad \forall s, v, i \in I \quad (3.10)$$

$$\sum_{i' \in I_0 - \{i\}} x_{i'i}^v = z_i^v \quad \forall i \in I, v \in V \quad (3.11)$$

$$\sum_{i' \in I_0 - \{i\}} x_{i'i}^v - \sum_{i' \in I_0 - \{i\}} x_{ii'}^v = 0 \quad \forall i \in I_0, v \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in I} x_{0i}^v = w_v \quad \forall v \quad (3.13)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{s \in S} (tc_{is}^v + \lambda) y_{is}^v \leq \alpha \quad \forall i \in I \quad (3.14)$$

$$x_{i'i}^v, y_{is}^v, z_i^v, w^v \in \{0, 1\} \quad \forall i, i', s, v \quad (3.15)$$

$$tc_{is}^v, et_i, u_{is}, ic_i^v, ca_{is}^v \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad \forall i \quad (3.16)$$

La función objetivo (3.1) minimiza el costo total que se produce por cada unidad que se utiliza de la flota homogénea de buses eléctricos. La restricción (3.2) garantiza que todos los viajes programados se asignen a un vehículo, y que dicha asignación sea única. Las restricciones (3.3) asegura que los vehículos utilizados no excedan el tamaño de flota. Las restricciones (3.4) asegura que si el vehículo v no ha sido utilizado, entonces no se le pueden asignar viajes. Las restricciones (3.5) asegura qué dados dos viajes, solo uno puede llegar antes que el otro a una determinada estación. Las restricciones (3.6) asegura que no se tenga empalme de vehículos en una determinada estación de carga en

cierto tiempo. Las restricciones (3.7) garantiza que si el viaje i no es asignado al vehículo v , entonces no se puede cargar en ninguna estación el vehículo v durante el viaje i . Las restricciones (3.8) garantiza que no se empalmen dos viajes en el algún vehículo v . Las restricciones (3.9) garantiza que si dos viajes son asignados al vehículo v entonces uno se asigna antes que el otro. Las restricciones (3.10) asegura que se tenga suficiente carga para realizar el segmento s durante el viaje i en el vehículo v . Las restricciones (3.11) aseguran que dado el viaje i solo existe un viaje que se realiza justo antes. Las restricciones (3.12) garantiza el balance de flujo en la red. El conjunto de restricciones (3.13) aseguran que todo vehículo que se utilice en la operación, tiene un viaje inicial. Las restricciones (3.14) acotan superiormente el tiempo total de recarga de batería para cada uno de los viajes en la tabla de horarios a fin de controlar la afectación a los pasajeros en el sistema. Las restricciones (3.15) y (3.16) describen la naturaleza de las variables.

CAPÍTULO 4

METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

En este capítulo se presentan los métodos implementados para poder generar soluciones de buena calidad a nuestro problema de optimización. Como se mencionó en la sección previa, se diseñó una formulación no lineal, para la cual no se puede garantizar optimalidad implementando un solver comercial. En respuesta, nuestra metodología de solución consiste primeramente en usar técnicas de linealización para garantizar dicha optimalidad. Además, usamos desigualdades que reduzcan la multiplicidad de soluciones óptimas a fin de reducir el espacio de soluciones y acelerar la convergencia del solver. Presentamos dichas técnicas de programación matemática en las secciones 4.1 y 4.2.

4.1 MÉTODOS DE LINEALIZACIÓN

En esta sección se presentan estrategias para poder linealizar el producto de variables, las cuales son de diferentes naturaleza. Dichos productos aparecen en la nuestra formulación.

4.1.1 MULTIPLICACIÓN DE VARIABLES BINARIAS

Supongamos que tenemos un conjunto variables binarias $x_1, x_2, \dots, x_n$. y que en la función objetivo o en alguna de las restricciones se presenta expresiones no lineales del tipo $\prod_{i=1}^n x_i$. Para definir una estrategia de linealización, es necesario sustituir la expresión no lineal por una variable binaria α , y agregar un conjunto de restricciones al modelo que aseguren lo siguiente:

$$x_1 = 0 \vee x_2 = 0 \vee \dots \vee x_n = 0 \iff \alpha = 0 \quad (4.1)$$

$$x_1 = 1 \wedge x_2 = 1 \wedge \dots \wedge x_n = 1 \iff \alpha = 1 \quad (4.2)$$

MirHassani (2019) menciona que basta con satisfacer las implicaciones hacia adelante de las proposiciones (4.1) y (4.2). Es decir, que es suficiente si se tiene restricciones que cumplan lo siguiente:

$$x_1 = 0 \vee x_2 = 0 \vee \cdots \vee x_n = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \quad (4.3)$$

$$x_1 = 1 \wedge x_2 = 1 \wedge \cdots \wedge x_n = 1 \Rightarrow \alpha = 1 \quad (4.4)$$

Ahora, observemos que (4.3) se cumple cuando se tiene el siguiente conjunto de restricciones:

$$\alpha \leq x_i \quad \forall i = 1, \dots, n. \quad (4.5)$$

Para satisfacer (4.4), usamos la restricción que se presenta a continuación:

$$\alpha \geq \sum_{i=1}^n x_i - (n - 1) \quad (4.6)$$

Entonces, para linealizar el producto de dos variables binarias se necesitan tener una variable binaria, la cual representa la expresión no lineal, y agregar las restricciones (4.5) y (4.6).

4.1.2 MULTIPLICACIÓN DE VARIABLES BINARIAS Y CONTINUAS.

Asuma que se en el modelo se tiene un producto de las variables $x_1, x_2, \dots, x_n$ y z , donde x_i es una variable binaria para $i = 1 \dots n$ y la variable z es real con cota superior M . Para comenzar con el proceso de linealización, remplazaremos el producto de estas variables por una variable γ , la cual será una variable real con M como cota superior. También se deben de agregar restricciones que garanticen las siguientes proposiciones:

$$x_1 = 0 \vee x_2 = 0 \vee \cdots \vee x_n = 0 \Rightarrow \gamma = 0 \quad (4.7)$$

$$x_1 = 1 \wedge x_2 = 1 \wedge \cdots \wedge x_n = 1 \Rightarrow \gamma = z \quad (4.8)$$

Las restricciones que garantizan (4.7) son las siguientes:

$$\gamma \leq Mx_i \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.9)$$

$$\gamma \geq 0 \quad (4.10)$$

Para satisfacer (4.8) son necesarias las restricciones que se presentan a continuación:

$$\gamma \leq z \quad (4.11)$$

$$\gamma \geq z - M \left(n - \sum_{i=1}^n x_i \right) \quad (4.12)$$

Por lo tanto para llevar a cabo el proceso de linealización cuando se tiene una expresión de la forma $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot z$, donde $x_1, \dots, x_n \in \{0, 1\}$ y $z \in [0, M]$, necesitamos remplazar la expresión no lineal por una variables γ real no negativa y con cota superior M , y agregar las restricciones (4.9) - (4.12) .

4.1.3 LINEALIZACIÓN DEL MODELO

Como se menciona anteriormente, el programa definido por (3.1)-(3.16) es un modelo no lineal, ya que múltiples productos de variables aparecen tanto en variables auxiliares como en las restricciones. Para definir un programa entero-mixto lineal, implementamos técnicas estándar de linealización, que se vieron anteriormente, que definen nuevas variables de decisión para representar el valor de los productos que tenemos en nuestro modelo no lineal, y modeladas a través de desigualdades. En particular, agregamos las siguientes variables de decisión.

- o_{is}^v : que representa $y_{is}^v \cdot ca_{is}^v$.
- p_{is}^v : definido por $y_{is}^v \cdot tc_{is}^v$.
- $q_{i's}^v$: toma el valor de $y_{i's}^v \cdot ca_{i's}^v \cdot x_{i'i}^v$.
- $r_{i's}^v$: linealiza el producto $y_{i's}^v \cdot x_{i'i}^v$.
- $t_{i's}^v$: representa $x_{i'i}^v \cdot ca_{i's}^v$.

Las desigualdades para definir a estas nuevas variables son las siguientes:

$$o_{is}^v \leq 100y_{is}^v \quad \forall i, s, v \quad (4.13)$$

$$o_{is}^v \leq ca_{is}^v \quad \forall i, s, v \quad (4.14)$$

$$o_{is}^v \geq ca_{is}^v - 100(1 - y_{is}^v) \quad \forall i, s, v \quad (4.15)$$

$$p_{is}^v \leq My_{is}^v \quad \forall i, s, v \quad (4.16)$$

$$p_{is}^v \leq tc_{is}^v \quad \forall i, s, v \quad (4.17)$$

$$p_{is}^v \geq tc_{is}^v - M(1 - y_{is}^v) \quad \forall i, s, v \quad (4.18)$$

$$q_{i'is}^v \leq 100y_{is}^v \quad \forall i', i, s, v \quad (4.19)$$

$$q_{i'is}^v \leq 100x_{i'i}^v \quad \forall i', i, s, v \quad (4.20)$$

$$q_{i'is}^v \leq ca_{is}^v \quad \forall i', i, s, v \quad (4.21)$$

$$q_{i'is}^v \geq ca_{is}^v - 100(2 - y_{is}^v - x_{i'i}^v) \quad \forall i', i, s, v \quad (4.22)$$

$$r_{i'is}^v \leq y_{is}^v \quad \forall i', i, s, v \quad (4.23)$$

$$r_{i'is}^v \leq x_{i'i}^v \quad \forall i', i, s, v \quad (4.24)$$

$$r_{i'is}^v \geq y_{is}^v + x_{i'i}^v - 1 \quad \forall i', i, s, v \quad (4.25)$$

$$t_{i'is}^v \leq 100x_{i'i}^v \quad \forall i', i, s, v \quad (4.26)$$

$$t_{i'is}^v \leq ca_{is}^v \quad \forall i', i, s, v \quad (4.27)$$

$$t_{i'is}^v \geq ca_{is}^v - 100(1 - x_{i'i}^v) \quad \forall i', i, s, v \quad (4.28)$$

4.2 RESTRICCIONES PARA ELIMINAR SIMETRÍAS

Las simetrías en las soluciones ocasiona problemas computacionales al momento de querer eliminar soluciones idénticas de manera eficiente. El eliminar soluciones idénticas ayuda a reducir el espacio de solución de nuestro problema, lo que mejora los tiempos computacionales. El problema de simetrías pueden ser eliminados agregando algunas restricciones al modelo. Sin embargo, en ocasiones el proceso es más complicado. En nuestro modelo aparecen algunas simetrías. Supongamos que tenemos un conjunto de 20 viajes que deben de ser asignados en 7 autobuses diferentes. La Figura 6 muestra a una solución al problema en donde se utilizan los vehículos 0, 1, 2, 3 y 4. La Figura 7 nos da una solución donde no se utilizan los vehículos 3 y 4. Observemos que en ambas soluciones se utilizan las

misma cantidad de vehículos, ambas cargan en las mismas estaciones en el mismo tiempo y los viajes se asignan de la misma forma. Dado que se utiliza una flota de vehículos homonajea, podemos decir que las soluciones son idénticas.

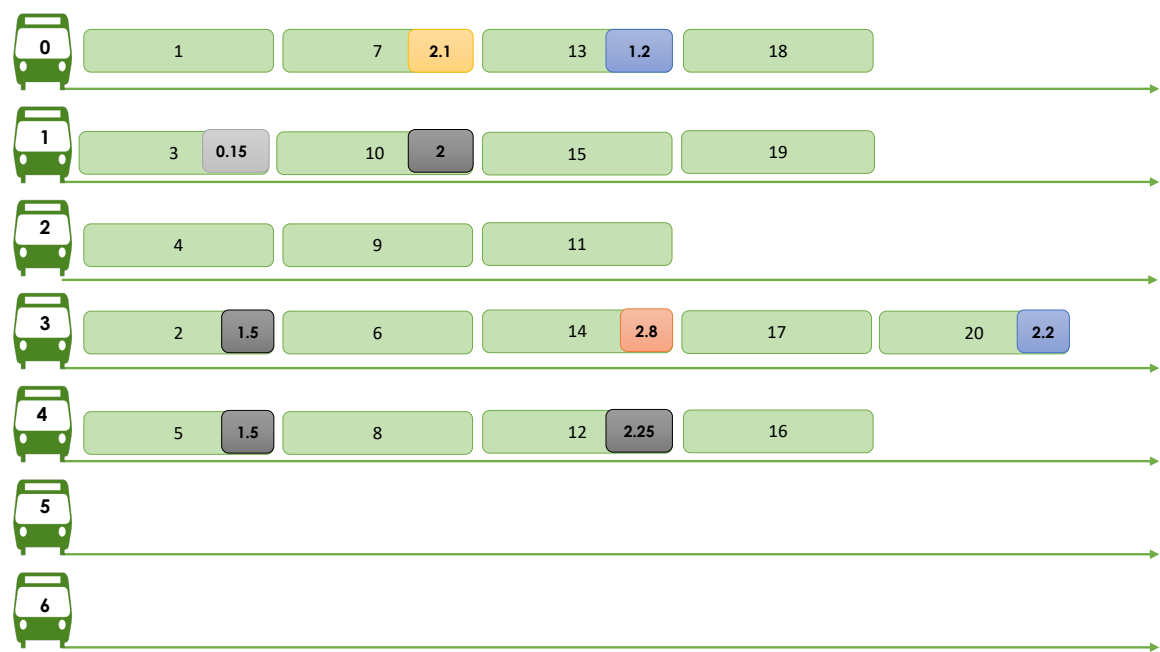


Figura 6: Solución factible para una instancia pequeña, en donde no son utilizados los buses 5 y 6.

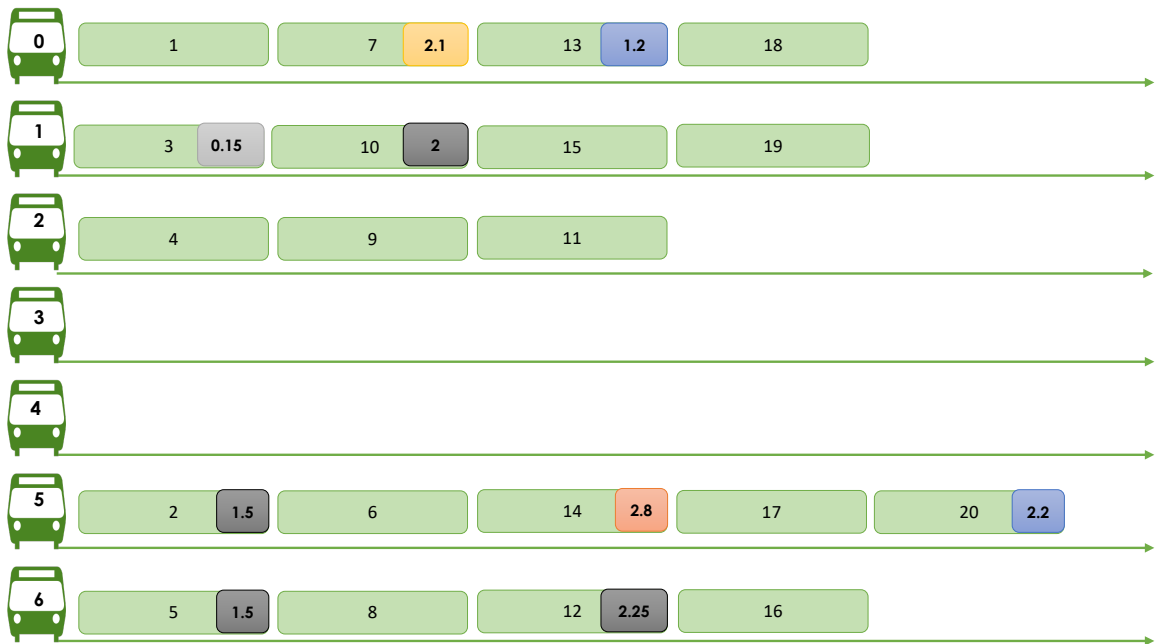


Figura 7: Solución factible para una instancia pequeña, en donde no son utilizados los buses 3 y 4.

Para eliminar este tipo de simetrías agregaremos algunas restricciones con las cuales se garantice que los vehículos se utilizara en orden. A continuación, se muestra dichas restricciones.

$$\sum_{m=0}^{m=v-1} w^m \leq vw^v \quad \forall v \in V \quad (4.29)$$

$$\sum_{m=v+1}^{m=|V|} w^m \geq (|V|-v)w^v \quad \forall v \in V \quad (4.30)$$

Las restricciones (4.29) aseguran que si un vehículo m se utiliza en la operación, entonces los vehículos anteriores también se utilizan. Las restricciones (4.30) aseguran que si el vehículo v no ha sido requerido en la operación entonces los vehículos posteriores no puede ser utilizados.

4.3 PROGRAMA ENTERO-MIXTO LINEAL CON SIMETRÍAS REDUCIDAS PARA EL VSP-FCH

Implementando las técnicas antes descritas, nuestro programa entero-mixto lineal se define como sigue.

$$\min \sum_{v \in V} \sum_{s \in S} \sum_{i \in I} \zeta w_v \quad (4.31)$$

sujeto a:

$$\sum_{v \in V} z_i^v = 1 \quad \forall i \in I \quad (4.32)$$

$$\sum_{v \in V} w^v \leq |V| \quad (4.33)$$

$$z_i^v \leq w^v \quad \forall i \in I_0, v \in V \quad (4.34)$$

$$g_{ii's} + g_{i'is} \leq 1 \quad \forall i, i' \in I, s \quad (4.35)$$

$$u_{i's} + \sum_{v \in V} p_{i's}^v + y_{i's}^v \lambda \leq u_{is} + M(3 - \sum_{v \in V} y_{is}^v - \sum_{v \in V} y_{i's}^v - g_{i'is}) \quad \forall i, i' \in I, s \quad (4.36)$$

$$\sum_{s \in S} y_{is}^v \leq |S| z_i^v \quad \forall i \in I_0, v \quad (4.37)$$

$$et_{i'} \leq dt_i + M \left(1 - \sum_{v \in V} x_{i'i}^v \right) \quad \forall i' \in I_0, i \in I \quad (4.38)$$

$$x_{ii'}^v - x_{i'i}^v \leq \frac{1}{2}(z_i^v + z_{i'}^v) \quad \forall i, i' \in I, v \quad (4.39)$$

$$ca_{is}^v - o_{is}^v + 100y_{is}^v - C_s \geq \beta - 100(1 - z_i^v) \quad \forall s, v, i \in I \quad (4.40)$$

$$\sum_{i' \in I_0 - \{i\}} x_{ii'}^v = z_i^v \quad \forall i \in I, v \in V \quad (4.41)$$

$$\sum_{i' \in I_0 - \{i\}} x_{i'i}^v - \sum_{i' \in I_0 - \{i\}} x_{ii'}^v = 0 \quad \forall i \in I_0, v \in V \quad (4.42)$$

$$\sum_{i \in I} x_{0i}^v = w_v \quad \forall v \quad (4.43)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{s \in S} (p_{is}^v + y_{is}^v \lambda) \leq \alpha \quad \forall i \in I \quad (4.44)$$

$$\sum_{m=0}^{m=v-1} w^m \leq vw^v \quad \forall v \in V \quad (4.45)$$

$$\sum_{m=v+1}^{m=|V|} w^m \geq (|V| - v)w^v \quad \forall v \in V \quad (4.46)$$

$$(4.13) - (4.28) \quad (4.47)$$

$$x_{ii'}^v, y_{is}^v, z_i^v, w^v, r_{i'is}^v \in \{0, 1\} \quad \forall i, i', s, v \quad (4.48)$$

$$tc_{is}^v, et_i, u_{is}, ic_i^v, ca_{is}^v o_{is}^v, p_{is}^v, q_{i'is}^v, t_{i'is}^v \in \mathbb{R}^+ \cup 0 \quad \forall i, i', s, v \quad (4.49)$$

La función objetivo (4.31) minimiza el costo total que se produce por cada unidad que se utiliza de la flota homogénea de buses eléctricos. La restricción (4.32) garantiza que todos los viajes programados se asignen a un vehículo, y que dicha asignación sea única. Las restricciones (4.33) asegura que los vehículos utilizados no excedan el tamaño de flota. Las restricciones (4.34) asegura que si el vehículo v no ha sido utilizado, entonces no se le pueden asignar viajes. Las restricciones (4.35) asegura qué dados dos viajes, solo uno puede llegar antes que el otro a una determinada estación. Las restricciones (4.36) asegura que no se tenga empalme de vehículos en una determinada estación de carga en cierto tiempo. Las restricciones (4.37) garantiza que si el viaje i no es asignado al vehículo v , entonces no se puede cargar en ninguna estación el vehículo v durante el viaje i . Las restricciones (4.38) garantiza que no se empalmen dos viajes en el algún vehículo v . Las restricciones (4.39) garantiza que si dos viajes son asignados al vehículo v entonces uno se asigna antes que el otro. Las restricciones (4.40) asegura que se tenga suficiente carga para realizar el segmento s durante el viaje i en el vehículo v . Las restricciones (4.41) aseguran que dado el viaje i solo existe un viaje que se realiza justo antes. Las restricciones (4.42) garantiza el balance de flujo en la red. El conjunto de restricciones (4.43) aseguran que todo vehículo que se utilice en la operación, tiene un viaje inicial. Las restricciones (4.44) acotan superiormente el tiempo total de recarga de batería para cada

uno de los viajes en la tabla de horarios a fin de controlar la afectación a los pasajeros en el sistema (esto pudiera considerarse también en la función objetivo llevando a un problema bi-objective). Las restricciones (4.29) y (4.30) ayudan a romper simetrías. Las restricciones (4.13)-(4.28) establezcan el valor de las variables que representan un producto de variables. Las restricciones (4.48) y (4.49) describen la naturaleza de las variables.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Este capítulo comienza presentando las instancias que se utilizaron para realizar la experimentación computacional con el problema VSP-FCH, Además, se muestran los resultados experimentales que se obtuvieron, al implementar un solver comercial sobre nuestro modelo matemático.

5.1 INSTANCIAS

Para la validación de la formulación matemática propuesta para el problema VSP-FCH, se creó un generador de instancias, el cual nos permite obtener datos que simulan un sistema de transporte público con una sola línea circular. Para esta experimentación se generaron 6 tipos diferentes de instancias, A, B, C, D, E y F; las cuales cuentan con 25, 30, 35, 40, 45 y 50 viajes, respectivamente.

La hora de inicio de cada viaje, para cada una de las instancias, es generadas aleatoriamente, y la diferente en la hora de inicio entre viajes consecutivos es de 15 a 30 minutos. Para los 6 tipos de instancias se tienen 4 estaciones de carga que están distribuidas aleatoriamente en la línea circular. La longitud de la línea en cada una de las instancias es obtenida de manera aleatoria. En la Tabla 2 se muestra una descripción de los tipos de instancias con las que se estará trabajando.

Instancias	Viajes	Estaciones	Longitud
A	25	4	[15,40]
B	30		
C	35		
D	40		
E	45		
F	50		

Tabla 2: Instancias para experimentación computacional.

En una pequeña experimentación preliminar, se observó que el tener una tamaño de flota muy grande aumenta de manera significativa el tiempo computacional. Para esto, se optó por generar cotas para el número de vehículos que se necesitan para realizar todos los viajes programados. Estas cotas dependen de dos cosas, la primera es el headway, que es el tiempo entre salidas de viajes. En segunda tenemos el tiempo del ciclo, el cual es el tiempo que me lleva hacer todo un viaje asumiendo que se carga en todas las estaciones de carga. Dicho lo anterior las cotas superior e inferior se definen de la siguiente manera:

$$cota_{min} = \frac{tiempo\ de\ ciclo}{headway\ max} \quad (5.1)$$

$$cota_{max} = \frac{tiempo\ de\ ciclo}{headway\ min} \quad (5.2)$$

Entonces, para cada una de las diferentes instancias se utilizó la cota máxima como tamaño de flota. Existen otros parámetros necesarios para la experimentación, Estos son información técnica acerca del funcionamiento de los vehículos eléctricos, todas las instancias comparten la misma información. Ver

Ahora, hablaremos del parámetro α , el cual nos ayuda a controlar el impacto que las acciones de recarga tiene en el usuario. Este parámetro es un porcentaje del tiempo de duración del viaje asumiendo que realiza una acción de recarga en todas las estaciones, es decir si tengo un viaje al cual le toma 80 minutos recorrer toda la línea circular haciendo recarga en cada uno de los paraderos, y yo quiero un α que equivalga al 10 %, entonces en este caso $\alpha = 8$.

Con el objetivo de validar la formulación matemática se resolvió el problema de optimización para cada una de las 60 instancias obtenidas. La experimentación se realizó en el solver comercial CPLEX 12.7, usando como criterio de paro 0 % de GAP o 12 horas de tiempo transcurrido. El uso de este solver se llevó a cabo con una computadora Mac Pro (Late 2013), con procesador Intel Xeon E5 de seis núcleos y memoria de 16 GB.

5.2 EFICIENCIA DE SOLVER COMERCIAL SOBRE EL MODELO

Es de nuestro interés disminuir el impacto que las acciones de carga que se realizan durante los viajes tiene en los usuarios de transporte público. Sin embargo, incluir este impacto en nuestra función objetivo provocaba que nuestro modelo no respondiera. Es por esto, que la afectación al usuario se modela como una restricción, donde el tiempo total de recarga en cada viaje está acotado por α . En este trabajo se desea analizar que tanto

se puede reducir el porcentaje del parámetro α , con el objetivo de disminuir el impacto negativo que las acciones de carga pudiesen tener en el usuario. Es por esto, que el modelo fue ejecutado para distintos valores de α , para cada una de las 60 instancias que se tienen.

La Tabla 3 muestra, para cada tipo de instancia, los tiempos y GAP promedios que se obtuvieron en la experimentación realizado con valores de $\alpha = 5\%$ y $\alpha = 10\%$. Es importante mencionar que estos datos son resultado de una experimentación que tiene como criterio de para GAP de 0% o 1.5 horas de ejecución. En esta tabla se puede notar que para todas las instancias del tipo A y B, sin importar el valor de α que se usó en la experimentación, el solver logró encontrar la solución óptima de nuestro modelo propuesto. Lo que cambia para las instancias C, D y E, el GAP promedio obtenido con valor de α que corresponde al 5% fue mayor en comparación a las resultados con un $\alpha = 10\%$. Mientras que para instancias del tipo F el GAP promedio fue igual para ambas experimentaciones. Además se podemos ver que para todos los tipos de instancias, el tiempo computacional es mayor cuando el valor del parámetro de afectación al usuario disminuye. Entonces, podemos decir que al tratar de disminuir el valor del parámetro α provocamos que nuestro modelo se vuelva más intratable por el solver comercial, es decir, hacemos que los tiempos computacionales sean mayores y nos arriesgamos a que el solver no logre encontrar el valor optimo de la función objetivo de nuestro modelo.

Instancia	$\alpha = 10\%$		$\alpha = 5\%$	
	GAP	TIEMPO	GAP	TIEMPO
A	0	84.5	0	125.1
B	0	279.1	0	384.3
C	0	728.4	1.6 %	1124.9
D	1.18 %	1301.4	3.5 %	2216.4
E	3.11 %	2141.7	6.5 %	2536.2
F	6.6 %	2420.2	6.6 %	2594.7

Tabla 3: GAP y tiempo promedio del solver CPLEX sobre nuestro modelo para los valores de α de 10% y 5%.

Ahora analizaremos las soluciones en las cuales no alcanzamos optimalidad al implementar el solver de CPLEX. La Tabla 4 muestra el valor objetivo de las soluciones encontradas con el solver utilizando dos criterios de paro, 1.5 horas (ver columna “FnObj1”) y 12 horas (ver columna “FnObj2”) de tiempo computacional, además del tiempo reportado por el solver con el segundo criterio de paro (columna “Tiempo”). Lo anterior, a fin de verificar si las soluciones reportadas en la Tabla 3 se encontraban cerca de soluciones óptimas, recordando que un GAP alto puede deberse a una mala solución factible o una mala cota dual. Note que la mayoría de la instancias en las que no se garantizó optimalidad en 1.5 horas, el solver alcanza un GAP de 0% en menos de 6 horas y los valores de

las funciones objetivos son distintos. Resaltamos que las instancia C10 y D15 no se llega a optimalidad inclusive con el criterio de paro de 12 horas.

Instancia	α	FnObj1	FnObj2	Tiempo
D15	10 %	11	10	43200
E9	10 %	10	8	11090
E15	10 %	9	8	5546
F7	10 %	9	7	15271
F9	10 %	10	8	7802
F10	10 %	9	8	16240
F15	10 %	8	7	12856
C10	5 %	6	6	43200
D3	5 %	6	5	84 46
D15	5 %	11	10	43200
E3	5 %	6	5	20606
E7	5 %	6	5	10646
E9	5 %	10	8	6419
E15	5 %	9	8	14643
F7	5 %	9	7	15611
F9	5 %	10	8	10045
F10	5 %	9	8	15139
F15	5 %	8	7	13902

Tabla 4: Comparación de los valores objetivos alcanzados con el solver utilizando dos criterios de paro para las instancias intratables.

Después de analizar la eficiencia del solver comercial de CPLEX sobre nuestro modelo de optimización, los resultados experimentales muestran que la metodología propuesta es una herramienta eficiente en el apoyo en la toma de decisiones en la planificación del transporte público, ya que es posible obtener soluciones cercanas a optimalidad en una cantidad razonable de tiempo computacional dado que tenemos un problema de planificación operacional con decisiones que se determinan día a día. Más aún, el parámetro α desempeña un papel fundamental para el tomador de decisiones, ya que permite al planificador “calibrar” el nivel de afectación de los pasajeros en el sistema.

5.3 ANÁLISIS DE LAS SOLUCIONES OBTENIDAS

Además de analizar la eficiencia de los resultados obtenidos mediante la experimentación realizada con el solver CPLEX, proponemos dos indicadores para medir el impacto negativo que tienen las acciones de recarga en los pasajeros. El primero de estos indicadores es el tiempo promedio de recarga de batería por viaje en el sistema. La Figura

8 muestra una gráfica del compartimento de este indicador para valores de α de 5 % y 10 %. Además de saber cuanto tiempo se recarga por viaje, nos interesa saber como se distribuía ese tiempo en las estaciones de carga, ya que no solo el tiempo de espera es un aspecto negativo en los usuarios, sino que también las veces que se detiene el autobús. Entonces, proponemos el indicador de promedio de veces que el autobús se detienen a realizar acciones de recarga de batería, el cual se reporta en la Figura 9.

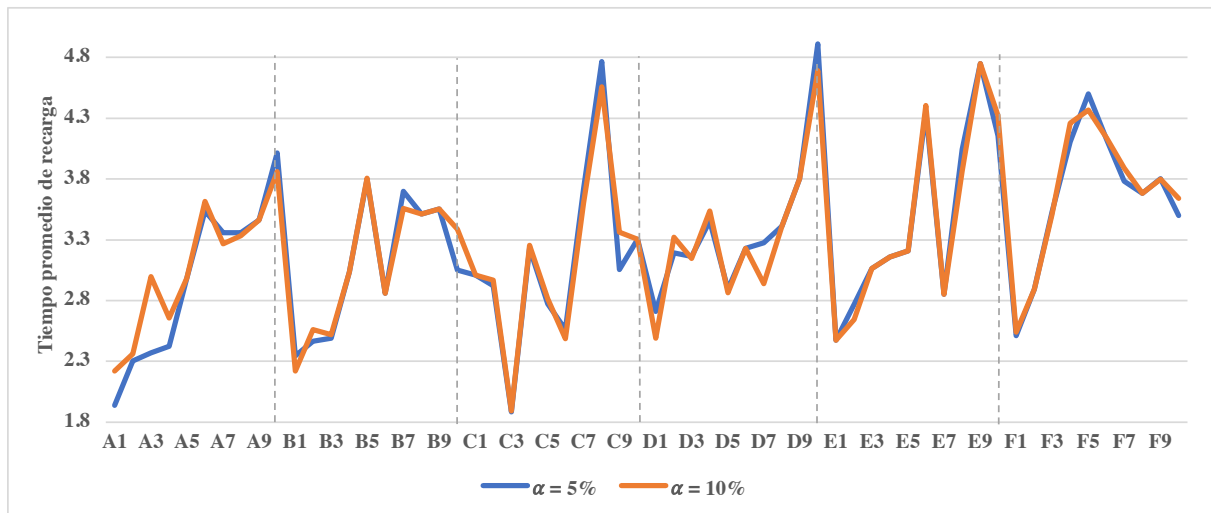


Figura 8: Tiempo promedio por viaje para todas las instancias y los distintos valores de α .

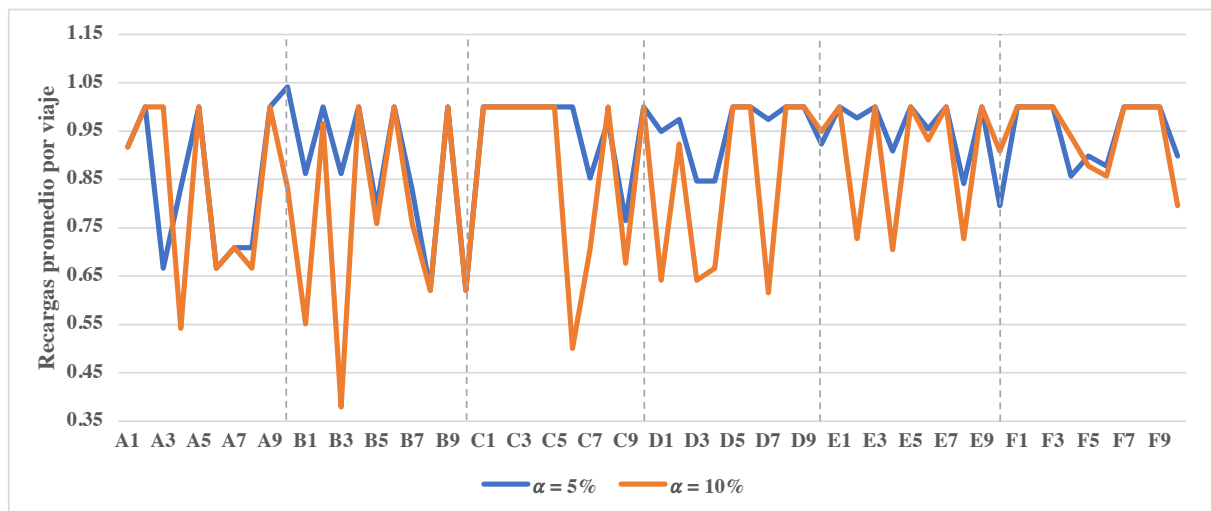
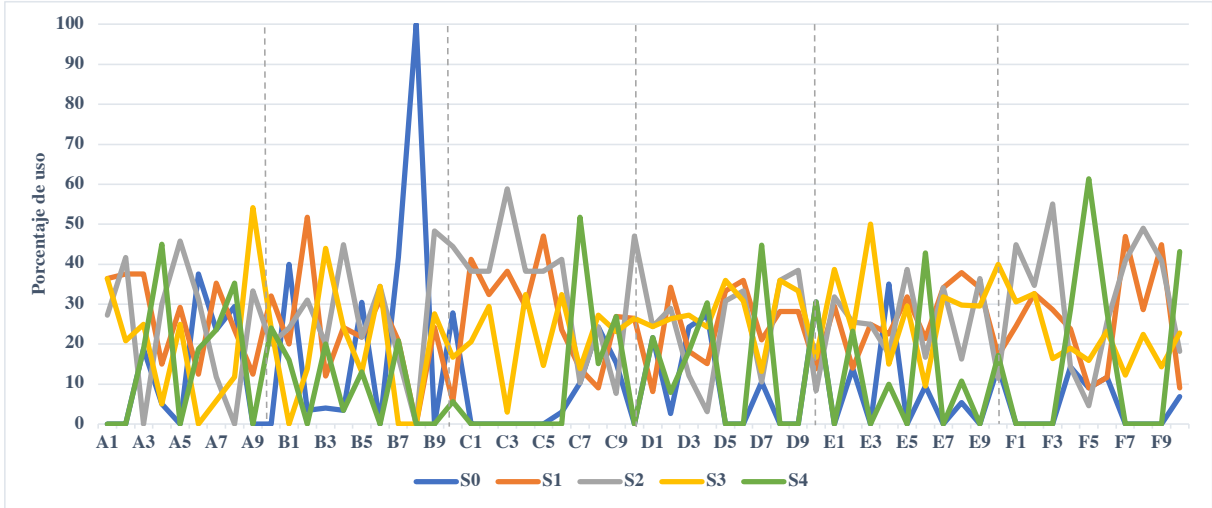
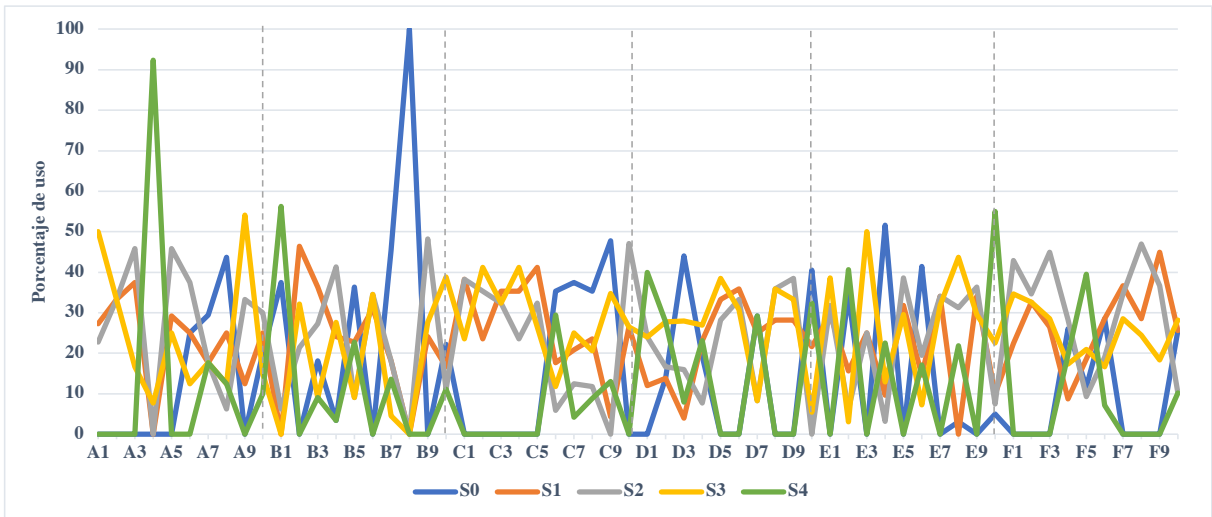


Figura 9: Recargas promedio por viaje para todas las instancias y los distintos valores de α .

La Figura 8 evidencia que los valores del indicador de recarga promedio por viaje son muy parecidos para la mayoría de las instancias y los diferentes valores de α . Sin embargo, esto cambia para nuestro segundo indicador en la Figura 9. En particular, se observa que para un $\alpha = 10\%$, se tiene una menor cantidad de recargas por viajes (véase instancias B1, B3, C6, D7). En general, los tiempos de recarga para un valor de $\alpha = 5\%$ están distribuidos en más estaciones de carga, comparados con los viajes que satisfacen un $\alpha = 10\%$. Es importante mencionar que los tiempos que se registran en la Figura 8 no incluyen los tiempos fijos por acciones de recarga, por lo que al tener más recargas la duración del viaje sería mayor.

Dado que no conocemos la afluencia de pasajeros a lo largo de toda la línea, es difícil escoger en que estaciones disminuir la cantidad/tiempo de recarga de los autobuses a fin de afectar a una menor cantidad de personas en el sistema. Es decir, que para soluciones con una mayor cantidad de recargas o tiempos de espera más largos, no podemos identificar si ocurren en paraderos donde el autobús tiene pasajeros abordo, y por ende, es difícil asegurar cual valor de α es mejor o peor para el usuario. En realidad, si tuviéramos información de afluencia de pasajeros nuestro problema puede adaptarse de manera directa minimizando una suma ponderada de las acciones de recarga a lo largo de las distintas estaciones.

Finalmente, otro indicador que nos gustaría analizar, es el nivel de utilización de cada unas de las diferentes estaciones de recarga de batería, lo cual es importante para evaluar la cantidad/ubicación de las estaciones de recarga. Es importante destacar que la ubicación de las estaciones de recarga se determina aleatoriamente. Entonces, proponemos el indicador de porcentaje de uso de las estaciones de carga para cada instancia y usando un $\alpha = 5\%$ (vea Figura 10), y un $\alpha = 10\%$ (vea Figura 11).

Figura 10: Uso de las estaciones de carga con $\alpha = 5$ Figura 11: Uso de las estaciones de carga con $\alpha = 10$

Notemos que para ambos valores de α , las estaciones S0 y S4 no presentan acciones de recarga (0%) para una mayor cantidad de instancias. Sin embargo, todos los viajes en la instancia B8, hacen sus acciones de recarga en la estación 0 para ambos valores de α . También observemos que las estaciones más utilizadas son las estaciones S1, S2 y S3, las cuales están relativamente al centro de la línea (por como se generaron las ubicaciones de las estaciones). Finalmente, la estación S1 se utiliza en la mayoría de las instancias para ambos valores de α (vea línea color naranja), mientras que la estación S3 se usa en todas las instancias de tipo C, D, E y F para ambos valores de α (vea línea color amarilla).

Este tipo de análisis puede complementar las decisiones estratégicas de la planificación del sistema que se orientan a diseñar la infraestructura de carga, es decir, tipos de cargadores, cantidad y ubicación de los mismos. En general, nuestro problema de optimización pudiera integrar decisiones estratégicas además de determinar la programación de vehículos, lo cual es una de interés a futuro.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

En este trabajo de tesis se aborda un problema de programación de vehículos (VS por sus siglas en inglés) en un sistema de transporte público con tecnología de carga rápida, el cual busca determinar la secuencia de viajes que cada vehículo tiene que realizar. Dado que se tiene una flota de vehículos eléctricos y se tiene que cuidar su autonomía, este problema también se encarga de determinar la programaciones de las acciones de recarga, es decir dónde, cuándo y cuánto el vehículo estará haciendo las acciones de recargas. Lo anterior con el objetivo de minimizar los costos que se producen por utilizar los vehículos. Se propone el uso de OppCharge, ya que este sistema proporciona recargas completas en tiempos pequeños. Lo cual nos beneficia, dado que se asume que los vehículos pueden hacer recargas en estaciones que se encuentran a lo largo de la línea circular, lo que implica que al realizar estas acciones de recarga los vehículos cuentan con pasajeros, lo que provoca que al tener tiempos grandes de recarga, los usuarios tienen mayor tiempo de espera, lo que impactaría de forma negativa. Para resolver este problema se propone un modelo no lineal de enteros-mixtos, en el cual se implementan técnicas de linealización para obtener un modelo lineal de enteros-mixtos. Con el fin de validar la formulación matemática propuesta, se realizó una experimentación en CPLEX, en donde se corrieron 60 instancias para diferentes valores del parámetro α , el cual nos ayuda a controlar la afectación al usuario. Gracias a los resultados obtenidos se observa que se cuenta con una metodología de solución eficiente, con la que se pueden obtener buenas soluciones en tiempos razonables, sin embargo, se destaca que el tener valores pequeños de α implica que los tiempos computacionales crecen y se encuentran más soluciones que no alcanzan la optimalidad. Además se consideran diversos indicadores, los cuales son de interés. Algunos de los indicadores son el **tiempo de recarga promedio por viaje** y **las recargas promedio por viaje**, los resultados muestran que sin considerar el valor del parámetro α se obtiene datos similares para los tiempos promedio de recarga por viaje, sin embargo, se encontró que con $\alpha = 10$ el número de recargas promedio por viaje disminuyen. Esto implica que con valores menores de α el tiempo total que se generan por las acciones de recarga durante un viaje se distribuye en más estaciones de recarga. Además se analizó el uso de las estaciones de recarga que se tiene durante la ruta, esto con el fin de determinar

si se pueden hacer cambios en las ubicaciones de las estaciones de recarga. Los resultados arrojaron que las estaciones menos utilizadas se situaban en el comenzar la línea.

Es importante reconocer que nuestro trabajo cuenta con limitaciones, es por eso que se propone diversas áreas de trabajo a futuro. En particular, la afectación del usuario se contarla mediante restricciones en nuestro problema. Una alternativa diferente es incluyendo una medida de afectación de los pasajeros en la función objetivo, pero es importante mencionar que al realizar este proceso, nuestro modelo es intratable, por lo que se propone el uso de algoritmos metaheurísticos como métodos de solución. Por otra parte, en este proyecto se trabaja con una sola línea, y en los sistemas de transporte público su presentan múltiples líneas, por lo que es importante considerar esta variante. Por ultimo, a nuestro problema se le puede agregar la toma de decisiones estratégicas, es decir, determinar el número de estaciones de recarga, las ubicaciones, el número de cargadores, etc.

BIBLIOGRAFÍA

- Ceder, A. (2007). *Public transit planning and operation: Modeling, practice and behavior*. Elsevier, Butterworth-Heinemann.
- Ceder, A. and Wilson, N. H. (1986). Bus network design. *Transportation Research Part B: Methodological*, 20(4):331 – 344.
- Chen, S. and Hisham, J. (2016). A review on co-benefits of mass public transportation in climate change mitigation. *Sustain Cities Soc.*, 22:11–18.
- He, Y., Liu, Z., and Song, Z. (2020). Optimal charging scheduling and management for a fast-charging battery electric bus system. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 142:102056.
- Huang, D. and Wang, S. (2022). A two-stage stochastic programming model of coordinated electric bus charging scheduling for a hybrid charging scheme. *Multimodal Transportation*, 1:100006.
- Ibarra-Rojas, O., Delgado, F., Giesen, R., and Muñoz, J. (2015). Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B*, 77:38–75.
- INEGI (2020). Catálogo único de claves de áreas geoestadísticas estatales, municipales y localidades. <https://www.inegi.org.mx/app/ageeml/>.
- Jahic, A., Eskander, M., and Schulz, D. (2019). Charging schedule for load peak minimization on large-scale electric bus depots. *Applied Sciences*, 9:1748.
- Janoveca, M. and Kohánia, M. (2019). Exact approach to the electric bus fleet scheduling. *Transportation Research Procedia*, 40:1380?1387.
- Li, X., Wang, T., Li, L., Feng, F., Wang, W., and Cheng, C. (2020). Joint optimization of regular charging electric bus transit network schedule and stationary charger deployment considering partial charging policy and time-of-use electricity prices. *Journal of Advanced Transportation*, 2020:1–16.

- Liu, Z., Song, Z., and He, Y. (2019). Economic analysis of on-route fast charging for battery electric buses: Case study in utah. *Transportation Research Record*, 2673:119–130.
- Munoz, J. C., Giesen, R., Delgado, F., and Ibarra-Rojas, O. (2021). *Aces technologies and public transport operations and control*. Edward Elgar Publishing.
- Nie, Y. and Ghamami, M. (2013). A corridor-centric approach to planning electric vehicle charging infrastructure. *Transportation Research Part B*, 57:172–190.
- Suárez, M., Galindo, C., and Reyes, V. (2019). *Cómo nos movemos en la ciudad de México*. Biblioteca Jurídica Virtual.
- Wang, Y., Huang, Y., Xu, J., and Barclay, N. (2017). Optimal recharging scheduling for urban electric buses: A case study in davis. *Transportation Research Part E*, 100:115–132.
- Yao, E., Liu, T., Lu, T., and Yang, Y. (2020). Optimization of electric vehicle scheduling with multiple vehicle types in public transport. *Sustainable Cities and Society*, 52:101862.