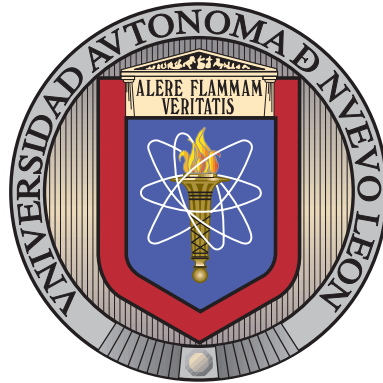


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



CONTROL TOLERANTE A FALLAS LIBRE DE  
MODELO EXPLÍCITO

POR

M.C. IVON ELENA LEAL LEAL

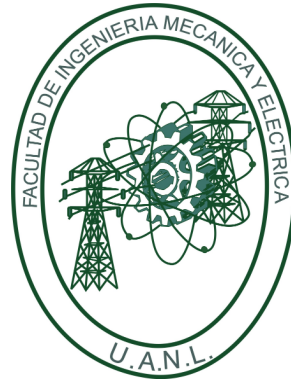
COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTORADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

MARZO 2023

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



CONTROL TOLERANTE A FALLAS LIBRE DE  
MODELO EXPLÍCITO

POR

M.C. IVON ELENA LEAL LEAL

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTORADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

MARZO 2023

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**  
**Posgrado**

Los miembros del Comité de Evaluación de Tesis recomendamos que la Tesis "Control Tolerante a Fallas Libre de Modelo Explícito", realizada por la estudiante Ivon Elena Leal Leal, con número de matrícula 1457032, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Doctor en Ingeniería Eléctrica.

**El Comité de Evaluación de Tesis**

**Dr. Efraín Alcorta García**

Director

**Dr. Miguel Ángel Platas Garza**

Revisor

**Dr. David Alejandro Díaz Romero**

Revisor

**Dr. César Elizondo González**

Revisor

**Dr. Luis Humberto Rodríguez Alfaro**

Revisor

**Gerardo Romero Galván**

Revisor

Vo.Bo.



**Dr. Simón Martínez Martínez**  
Subdirector de Estudios de Posgrado

Institución 190001

Programa 514601

Acta Núm. 320

Ciudad Universitaria, a 16 de marzo 2023.

# ÍNDICE GENERAL

---

<b>Lista de Acrónimos</b>	<b>IX</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>x</b>
<b>Resumen</b>	<b>XI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del arte . . . . .	1
1.2. Motivación y Justificación . . . . .	4
1.3. Planteamiento del problema . . . . .	5
1.4. Hipótesis . . . . .	6
1.5. Objetivo . . . . .	6
1.6. Metodología . . . . .	7
1.7. Alcances y limitaciones . . . . .	7
1.8. Organización de capítulos . . . . .	8
<b>2. Preliminares</b>	<b>10</b>

---

2.1. Control basado en observadores GPI . . . . .	10
2.1.1. Generalidades del controlador . . . . .	10
2.1.2. Control basado en observadores GPI para sistemas EL . . . . .	14
2.2. Control tolerante a fallas (FTC) . . . . .	19
2.2.1. Conceptos básicos sobre el FTC . . . . .	20
2.2.2. Estrategias de FTC . . . . .	25
2.2.3. Enfoque cascada para el FTC . . . . .	28
<b>3. Control tolerante a fallas libre de modelo explícito</b>	<b>30</b>
3.1. Tipos de fallas . . . . .	31
3.2. Esquema propuesto . . . . .	32
3.2.1. Características del esquema propuesto . . . . .	35
3.2.2. Análisis de estabilidad en presencia de fallas . . . . .	37
<b>4. Simulaciones</b>	<b>40</b>
4.1. Péndulo simple . . . . .	40
4.1.1. Descripción del sistema . . . . .	40
4.1.2. Esquema propuesto para el FTC . . . . .	42
4.2. Robot de 2gdl . . . . .	50
4.2.1. Descripción del sistema . . . . .	50
4.2.2. Esquema propuesto para el FTC . . . . .	53

---

<b>5. Conclusiones</b>	<b>66</b>
<b>A. Sistemas Euler-Lagrange (EL)</b>	<b>68</b>
A.1. Sistemas no lineales . . . . .	68
A.2. Representación Euler Lagrange . . . . .	72

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

2.1. Regiones del desempeño requerido y degradado . . . . .	23
2.2. Sistema en lazo cerrado . . . . .	24
2.3. Esquema básico de FTC . . . . .	25
2.4. Áreas de investigación del control tolerante a fallas . . . . .	27
2.5. Esquema de FTC pasivo . . . . .	27
2.6. Esquema de FTC activo . . . . .	28
2.7. Estructura cascada para el FTC . . . . .	29
3.1. Esquema de FTC que permite tener fallas recuperables . . . . .	33
3.2. Observador GPI . . . . .	35
3.3. Esquema de FTC propuesto . . . . .	35
4.1. Diagrama del péndulo . . . . .	41
4.2. Desplazamiento angular deseado ( $y_d$ ) . . . . .	43
4.3. Esquema del FTC propuesto aplicado al péndulo (con control nominal PD+) . . . . .	45
4.4. Error de seguimiento (Sistema nominal) . . . . .	47

---

4.5. Error de seguimiento ( $f_1$ ). . . . .	48
4.6. Polinomio incierto ( $f_1$ ). . . . .	48
4.7. Error de seguimiento ( $f_2$ ). . . . .	49
4.8. Polinomio incierto ( $f_2$ ). . . . .	50
4.9. Diagrama del robot de 2gdl . . . . .	51
4.10. Posición articular deseada ( $y_d$ ) . . . . .	54
4.11. Esquema del FTC propuesto aplicado al robot de 2 gdl (control no- minal CTC) . . . . .	55
4.12. Sistema nominal en lazo cerrado . . . . .	57
4.13. Agregando el FTC al sistema nominal en lazo cerrado . . . . .	58
4.14. Sistema en lazo cerrado con falla, $f_1$ . . . . .	60
4.15. Agregando el FTC al sistema en lazo cerrado con falla, $f_1$ . . . . .	61
4.16. Polinomio incierto . . . . .	62
4.17. Sistema en lazo cerrado con falla, $f_2$ . . . . .	63
4.18. Agregando el FTC al sistema en lazo cerrado con falla, $f_2$ . . . . .	64
4.19. Polinomio incierto . . . . .	65



# ÍNDICE DE TABLAS

---

4.1. Parámetros del péndulo . . . . .	41
4.2. Sistema nominal con perturbaciones . . . . .	45
4.3. Sistema con falla en el actuador . . . . .	46
4.4. Sistema con falla debida a un aumento de masa . . . . .	46
4.5. Parámetros del robot de 2gdl . . . . .	51
4.6. Sistema nominal . . . . .	55
4.7. Sistema con falla debida a un aumento de masa en la articulación 2 .	59
4.8. Sistema con falla en el sensor 2 . . . . .	62

# LISTA DE ACRÓNIMOS

---

**GPI** : Proportional Integral Generalized (Proporcional Integral Generalizado).

**FTC** : Fault Tolerant Control (Control Tolerante a Fallas).

**EL** : Euler-Lagrange.

**ADRC** : Active Disturbance Rejection Control (Control por Rechazo Activo de Perturbaciones).

**gdl** : Grados de libertad.

**CTC** : Computed-torque Control (Control Par Calculado).

# AGRADECIMIENTOS

---

A Dios por protegerme y darme fuerzas para superar obstáculos y dificultades a lo largo de toda mi vida.

A mi asesor de tesis, quien con su experiencia, conocimiento y motivación me orientó en la investigación.

A toda mi familia por el apoyo incondicional, por siempre impulsarme a ser mejor y lograr con éxito mi carrera.

A Luis Galván, por acompañarme durante todo este tiempo y compartir conmigo alegrías y fracasos.

A la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME-UANL) por haberme brindado tantas oportunidades y enriquecerme en conocimiento.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico para la realización de mis estudios.

A todos los que me apoyaron para escribir y concluir esta tesis.

# RESUMEN

---

M.C. Ivon Elena Leal Leal.

Candidato para obtener el grado de Doctorado en Ingeniería Eléctrica.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: CONTROL TOLERANTE A FALLAS LIBRE DE MODELO EXPLÍCITO.

Número de páginas:79.

**OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO:** El presente trabajo tiene como objetivo proponer y desarrollar un esquema de control tolerante a fallas. La idea es lograr el objetivo con un mínimo de información sobre el sistema en lazo cerrado, utilizando un esquema cascada para compensar el efecto de fallas. El trabajo está orientado a una amplia clase de sistemas no lineales que admitan una representación Euler-Lagrange.

El punto de partida es realizar una revisión bibliográfica referente a la teoría de control tolerante a fallas para sistemas no lineales. Posteriormente se propone y desarrolla un esquema de control tolerante a fallas eficiente y confiable. Se busca un esquema que requiera un mínimo de información sobre el sistema en lazo cerrado, es decir, de la ley de control nominal y del modelo de la planta. Después, se realizan simulaciones para mostrar el incremento de tolerancia a fallas, que se permite tener con el esquema propuesto, en el sistema en lazo cerrado.

**CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES:** Los sistemas en lazo cerrado, gracias a su robustez, presentan cierto nivel de tolerancia a fallas. En este trabajo se propone un esquema de control tolerante a fallas (FTC) libre de modelo explícito para sistemas

no lineales que permite incrementar el tamaño de falla que puede ser tolerado por estos sistemas. La principal característica del esquema propuesto para el FTC es que no requiere conocer el modelo del sistema en lazo cerrado (la ley de control nominal y el modelo de la planta), solo requiere conocer mediciones de posición y que el sistema en lazo cerrado tenga una estructura Euler-Lagrange (EL). Actualmente, esto representa una ventaja cuando se quiere trabajar con sistemas complejos.

El enfoque propuesto utiliza un esquema cascada para compensar el efecto de las fallas, como lazo interno se tiene el sistema en lazo cerrado, formado por el control nominal y la planta. En el lazo externo se agrega un control basado en observadores proporcionales integrales generalizados (GPI), el cual actúa como FTC. Este controlador cuenta con un observador que estima de manera conjunta fallas, perturbaciones y términos inciertos y después cancela su efecto en la etapa de control. Las principales ventajas del esquema propuesto son que permite conservar la ley de control nominal sin alteraciones y que es libre de modelo explícito (para la implementación no se requiere conocer el modelo del sistema sin embargo, para su diseño se requiere que cuente con una estructura EL). Para mostrar la eficiencia del FTC propuesto se realizaron simulaciones en un péndulo y en un robot de 2gdl, en donde los resultados obtenidos nos permiten afirmar que el incremento de tolerancia a fallas es satisfactorio.

Se demostró que es posible incrementar el nivel de tolerancia a fallas mediante la utilización de un control tolerante a fallas libre de modelo explícito, Y gracias a los resultados de investigación que arrojó este tema de tesis se realizó la redacción de dos artículos: *“Increased fault tolerance through generalized PI control”* que fue publicado en el Número Especial 2020 de la Revista Digital Memorias del Congreso Nacional de Control Automático. Y *“An efficient Fault Tolerant Control scheme for Euler-Lagrange systems”* aceptado en la revista International Journal of applied mathematics and computer science (AMCS).

Firma del asesor: \_\_\_\_\_  
Dr. Efraín Alcorta García

## CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN

---

### 1.1 ESTADO DEL ARTE

Una falla debe ser entendida como un cambio indeseable en el sistema, que tiende a degradar el desempeño del mismo. El objetivo del FTC es compensar el efecto de las fallas que se producen en una o más de las unidades funcionales del sistema, así como evitar que la falla se propague y mantener el desempeño del sistema con falla lo más cercano o en el mejor de los casos igual al desempeño del sistema nominal, Blanke *et al.* (2006a).

El requerimiento de fiabilidad en los procesos industriales exige, cada vez más, que los algoritmos de control utilizados puedan lidiar con fallas en sus componentes, sensores y actuadores. Como respuesta, en la literatura de control se tiene una gran variedad de enfoques de FTC, como puede ser apreciado en Benosman (2011); Blanke *et al.* (2006b,c); Isermann (2006); Noura *et al.* (2009); Alwi *et al.* (2011); Ding (2014). Algunos de los métodos más utilizados se describen en los artículos de estudio: Yu y Jiang (2015) y Gao *et al.* (2015) (y en sus referencias). Sin embargo, la mayoría de estos enfoques de FTC son para sistemas lineales y requieren de un modelo matemático exacto. Por lo tanto, se necesita desarrollar nuevos enfoques de FTC que puedan aplicarse a una amplia gama de sistemas no lineales y que actúen de manera

eficiente y confiable en sistemas complejos. Además, la mayoría de los enfoques de FTC requieren modificar el sistema en lazo cerrado para poder lograr que sean tolerantes a fallas. Entonces, el problema de la FTC ha comenzado a atraer una atención cada vez mayor en una amplia gama de procesos industriales, debido a las crecientes demandas de seguridad y confiabilidad. Muchos trabajos de investigación se han ocupado del diseño de FTC para una variedad de aplicaciones complejas (Hamayun *et al.* (2015), Li *et al.* (2018), Salazar *et al.* (2020), Mejdí *et al.* (2020)).

En algunos procesos industriales es difícil o imposible modificar el sistema en lazo cerrado nominal para agregar un sistema de FTC. Por ejemplo, en los sistemas de control de vuelo es más eficiente usar un FTC diseñado independientemente del control de vuelo nominal existente, es decir, la ley de control se reconfigura agregando un lazo de FTC externo para compensar las fallas. Este es un aspecto interesante del esquema de diseño, porque el esquema en general garantiza un rendimiento de vuelo nominal especificado en situaciones libres de fallas (p. ej., Cieslak *et al.*, 2008; Cieslak *et al.*, 2010). Por lo tanto, tener un esquema de FTC que mantenga el sistema en lazo cerrado nominal sin cambios sería una ventaja importante. Con esto en mente en Rodríguez-Alfaro *et al.* (2012) se propone un esquema cascada para la compensación del efecto de las fallas, el cual utiliza un lazo de control adicional y un nuevo controlador. Por un lado el control nominal queda sin alteración después de hacer la reconfiguración y por otro, cuando el sistema bajo estudio satisface la representación Hamiltoniana, la ley de control para la reconfiguración es relativamente sencilla. Sin embargo, el enfoque de Rodríguez-Alfaro *et al.* (2012) requiere para su diseño conocer el modelo de la planta y la ley de control nominal.

El uso de controladores robustos diseñados con la menor cantidad posible de información sobre el sistema a controlar, representa un problema desafiante cuando se está trabajando con sistemas complejos (presentan un gran número de variables y no linealidades). Estrategias robustas que implican el uso de observadores para estimar y rechazar de manera conjunta y aproximada perturbaciones internas y externas del sistema han sido la base del llamado control por rechazo activo de per-

turbaciones (ADRC) Sira-Ramirez *et al.* (2018). El control basado en observadores GPI se diseña a partir del contexto del ADRC, el cual utiliza modelos simplificados de los sistemas. Los observadores GPI son observadores lineales que incluyen de manera natural y embebida un modelo polinomial en el tiempo que es de actualización automática, de las perturbaciones no lineales dependientes del estado y de las perturbaciones exógenas sin estructura alguna. La principal aplicación del observador GPI es cuando se usa en línea con su controlador (esquema controlador-observador), Sira-Ramírez *et al.* (2010). Recientemente, el control basado en el observador GPI se ha utilizado para el seguimiento de trayectoria en robots manipuladores Giles *et al.* (2016). Este controlador, utiliza las propiedades de energía (pasividad) de los sistemas Euler-Lagrange, por lo que se requiere poco conocimiento del modelo matemático del sistema. Por otro lado, el enfoque de FTC presentado por Bonivento *et al.* (2004) aborda el caso en el que las fallas que afectan al sistema también pueden modelarse como funciones dependientes del tiempo dentro de una familia finamente parametrizada. Y diseña un controlador que incorpora un modelo interno de esta familia, cuyo propósito es generar una acción de control suplementaria que compense la presencia de cualquier fallo. Para desarrollar el enfoque propuesto se seleccionó el control basado en observadores GPI como FTC, el cual estima también fallas (es robusto a perturbaciones y tolerante a fallas) y genera una acción de control suplementaria para compensar su efecto. Al ser agregado mediante un esquema cascada va a utilizar un mínimo de información sobre el sistema en lazo cerrado.

El FTC generalmente se realiza mediante dos estrategias de control (Amin y Hasan (2019)): estrategia de control pasivo y estrategia de control activo. La estrategia de control pasivo consiste en incluir en el diseño del control nominal la compensación de posibles fallas, es decir, es robusto a fallas en todo momento (incluso cuando no se presentan fallas), lo que puede llegar a comprometer la eficiencia del sistema. Sin embargo, el control pasivo todavía se usa ampliamente (Merheb *et al.* (2015) y Amin y Mahmood-ul Hasan (2021)). Y la estrategia de control activo consiste en utilizar un módulo de diagnóstico de fallas, que obtiene información



de la falla, para activar un mecanismo de reconfiguración que modifica el control nominal una vez que la falla se presenta en el sistema. El enfoque activo, al contar con un módulo de diagnóstico y con un mecanismo de reconfiguración requiere de un mayor esfuerzo para su implementación en tiempo real, esto se debe a que necesita modificar la ley de control nominal para realizar la compensación de las fallas. Sin embargo, dado que puede cubrir una amplia gama de fallas, es una estrategia muy ventajosa, Qi *et al.* (2017) y Amin y Mahmood-ul Hasan (2019a). Recientemente, algunos resultados muestran los beneficios de tener una estrategia híbrida (Rotondo *et al.* (2015) y Amin y Mahmood-ul Hasan (2019b)). La estrategia híbrida puede diseñarse teniendo ventajas de ambas estrategias (pasiva y activa) y puede reducir sus respectivos inconvenientes.

En este trabajo se propone un esquema de FTC para compensar el efecto de fallas aditivas y multiplicativas en componentes, sensores y actuadores. El enfoque propuesto combina las ventajas de las dos estrategias de FTC existentes en la literatura, el control pasivo (presente en todo momento) y el control activo (agregado como un control externo de reconfiguración). Para lograr el incremento de tolerancia a fallas se seleccionó un esquema cascada, en donde se propone un nuevo lazo de control retroalimentando mediciones de posición y haciendo la diferencia con la posición nominal. Como control externo se utiliza un controlador basado en observadores GPI. La “planta“ para este nuevo lazo corresponde al sistema original en lazo cerrado.

## 1.2 MOTIVACIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Con la aparición de procesos industriales cada vez más complejos, debido a, por ejemplo, el gran número de variables y a las no linealidades presentes, existe una mayor probabilidad de operación indeseable del sistema y en consecuencia la aparición de fallas. Además, la mayor parte de las técnicas existentes en la literatura para el FTC son para sistemas lineales y necesitan un modelo matemático exacto,

obtener dicho modelo puede ser una tarea difícil, esto se debe a que incluyen un análisis matemático que presenta considerable complejidad. Por lo tanto, es indispensable diseñar nuevos esquemas de FTC que actúen de forma eficiente y confiable en sistemas complejos.

### 1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un controlador robusto diseñado para un sistema nominal generalmente funciona bien para el sistema perturbado, pero si en el sistema hay presencia de falla el controlador ya no funciona correctamente y no alcanza los objetivos de desempeño deseados, pudiendo causar avería en el sistema o en el peor de los casos una catástrofe. Por eso, para evitar estas situaciones se incorporan en los sistemas en lazo cerrado sistemas de FTC que permiten que el proceso actúe de manera eficiente y confiable aun en presencia de fallas.

La incorporación de un sistema de FTC generalmente requiere modificar el sistema en lazo cerrado, ya sea agregando elementos o reconfigurando el control nominal del sistema, lo cual en algunos procesos no es posible realizar. Es por ello, que en este trabajo se pretende compensar el efecto de las fallas sin necesidad de modificar el sistema en lazo cerrado. Para esto, el sistema de FTC se agrega mediante un esquema cascada el cual permite respetar por completo el sistema en lazo cerrado. Además, cuando se esta trabajando con sistemas complejos es difícil obtener el modelo matemático del sistema en lazo cerrado. Por lo tanto, para no necesitar conocimiento de la ley de control nominal ni del modelo de la planta, se seleccionó un control basado en observadores proporcionales integrales generalizados (GPI).

## 1.4 HIPÓTESIS

Las propiedades de pasividad de los sistemas Euler-Lagrange permiten desarrollar un esquema de control tolerante a fallas que no requiere conocer el modelo matemático del sistema.

## 1.5 OBJETIVO

*Proponer y desarrollar un enfoque de control tolerante a fallas que requiera un mínimo de información sobre el sistema en lazo cerrado, utilizando un esquema cascada para compensar el efecto de fallas en sistemas no lineales que admitan una representación Euler-Lagrange.*

Particulares

- Seleccionar un enfoque de control adecuado para lograr la tolerancia a fallas en sistemas no lineales que admitan una representación Euler-Lagrange.
- Seleccionar un esquema de control tolerante a fallas que no modifique el sistema en lazo cerrado.
- Proponer un enfoque de control tolerante a fallas que requiera un mínimo de información sobre el sistema en lazo cerrado.
- Desarrollar un esquema de control tolerante a fallas libre de modelo explícito.
- Validar el esquema propuesto, mediante simulaciones.

## 1.6 METODOLOGÍA

La metodología propuesta para alcanzar el objetivo general (y los objetivos particulares) es la siguiente:

1. Revisión bibliográfica.
2. Formulación del problema.
3. Reconfigurabilidad y formalización del esquema cascada.
  - Tamaño de falla admisible.
  - Medida de tolerancia.
  - Posibles acciones de control.
4. Propuesta de soluciones para el control tolerante de fallas libre de modelo explícito.
  - Construir soluciones para ejemplos específicos.
  - Analizar y detallar diseño en caso general.
5. Aplicaciones y simulaciones.

## 1.7 ALCANCES Y LIMITACIONES

En este trabajo se considera el desarrollo de un esquema de control tolerante a fallas libre de modelo explícito para una clase de sistemas no lineales que admiten una representación Euler-Lagrange, cuyo objetivo de control consiste en hacer que la trayectoria del sistema con falla siga a la correspondiente del sistema nominal. Se propone un esquema que permite incrementar el tamaño de falla que puede ser

tolerado por los sistemas en lazo cerrado. Este esquema es sencillo de implementar ya que no requiere información del modelo matemático del sistema, no requiere de un módulo de diagnóstico de fallas para obtener información de la falla y no requiere conocer la ley de control nominal. Sólo se requiere contar con mediciones de posición de la salida del sistema.

Para la implementación del enfoque propuesto no se requiere conocer explícitamente el modelo matemático del sistema pero para su diseño si se requiere que el sistema pueda ser modelado mediante el formalismo EL y se requiere de un aproximado del orden del sistema. Generalmente, la salida nominal del sistema se tiene que obtener mediante un sistema de simulación. Al no contar con un proceso físico solo se realizaron simulaciones, por lo que no se realizó una implementación práctica del controlador propuesto.

## 1.8 ORGANIZACIÓN DE CAPÍTULOS

La tesis se ha organizado de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se presentan los preliminares. Se presenta la estructura y propiedades de los sistemas EL, el desarrollo matemático del control basado en observadores GPI, los conceptos básicos de tolerancia a fallas y la teoría de control tolerante a fallas.

En el capítulo 3 se presenta y justifica el esquema propuesto para el control tolerante a fallas libre de modelo explícito que permite, mediante una compensación del efecto de las fallas, incrementar el nivel de tolerancia a fallas en los sistemas en lazo cerrado.

En el capítulo 4 se presentan los resultados de simulación obtenidos al aplicar el esquema propuesto en un péndulo y en un robot de 2gdl descritos en Sira-Ramírez *et al.* (2010) y Kelly *et al.* (2006) respectivamente. Los resultados obtenidos muestran

---

un incremento de tolerancia a fallas satisfactorio.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones de la tesis.

## CAPÍTULO 2

# PRELIMINARES

---

## 2.1 CONTROL BASADO EN OBSERVADORES GPI

### 2.1.1 GENERALIDADES DEL CONTROLADOR

Los observadores Proporcionales Integrales Generalizados (GPI) son observadores de alta ganancia que se caracterizan por su eficiencia para estimar perturbaciones, lo cual representa una importante ventaja cuando se realiza el diseño de sistemas de control. La principal aplicación del observador GPI es cuando es usado en línea con su controlador (integra tanto observador como controlador en un mismo algoritmo). El control basado en observadores GPI se ha establecido como una técnica de control lineal eficiente que presenta robustez frente a perturbaciones clásicas. También se ha utilizado este controlador en una gran variedad de sistemas no lineales, por ejemplo para lograr el seguimiento de trayectoria en sistemas mecánicos no lineales, Sira-Ramirez et al. (2010). Para esto, la no linealidad aditiva y posiblemente dependiente del estado que influye en la entrada y salida del sistema, en términos de la dinámica del error, es modelada como una perturbación de entrada desconocida, variable en el tiempo y acotada. En efecto, el control basado en Observadores GPI incluye de manera natural y embebida un modelo interno de la función de perturba-

ción que constituye una aproximación polinomial en el tiempo, autoactualizable, lo que permite aproximaciones arbitrariamente cercanas de las perturbaciones desconocidas. El objetivo de control basado en observadores GPI es lograr la cancelación de las perturbaciones aditivas y al mismo tiempo imponer una dinámica lineal en lazo cerrado mediante la realimentación de estados estimados, los cuales se obtienen directamente del mismo observador lineal propuesto, Sira-Ramirez et al. (2010). Estos controladores se diseñan desde el contexto del control por rechazo activo de perturbaciones (ADRC, por sus siglas en inglés), el cual usa modelos simplificados de los sistemas y estima y rechaza de manera conjunta dinámicas no modeladas y perturbaciones internas y externas, Sira-Ramirez et al. (2018).

El control basado en observadores GPI se aplica de forma natural a sistemas no lineales diferencialmente planos, las no linealidades, dependientes del estado o de naturaleza exógena, son consideradas como perturbaciones desconocidas, variables en el tiempo y acotadas. Estas perturbaciones son algebraicamente observables, permitiendo su determinación aproximada mediante observadores lineales (Observadores GPI). El diseño del controlador se reduce a lograr la cancelación de las perturbaciones e imponer una dinámica lineal en lazo cerrado mediante la realimentación de estados estimados, los cuales se obtienen directamente del observador propuesto. La planitud diferencial es una propiedad de los sistemas de dinámica controlada que ofrece varias características únicas que contribuyen a simplificar la tarea de diseño del controlador. Un sistema se dice que es plano si se puede encontrar un conjunto de variables igual al número de entradas, que son llamadas salidas planas, tal que las entradas y los estados del sistema se puedan expresar en términos de éstas y sus derivadas Fliess *et al.* (1995).

Los controladores GPI rechazan de manera efectiva términos aditivos de la dinámica existente entre la entrada del sistema y la salida de este. La metodología primero establece el modelo dinámico entrada-salida plana simplificándolo a un modelo que solamente considera como elementos clave para el diseño del controlador el orden de integración del sistema y el factor de ganancia de entrada. Considere el



siguiente sistema no lineal, perturbado y suave, Sira-Ramirez *et al.* (2010),

$$y^{(n)} = \psi(t, y, \dot{y}, \dots, y^{n-1}) + \phi(t, y)u + \zeta(t). \quad (2.1)$$

El sistema (2.1), no perturbado ( $\zeta(t) \equiv 0$ ), es diferencialmente plano dado que todas las variables del sistema, incluyendo  $u$ , se pueden expresar en términos de funciones diferenciales de la salida plana,  $y$ , y de un número finito de sus derivadas temporales. Donde  $\zeta(t)$  es la perturbación exógena (uniformemente absolutamente acotada, es decir, es una función escalar  $L_\infty$ ),  $\psi(t, y, \dot{y}, \dots, y^{n-1})$  es la perturbación endógena (vista como una señal variante en el tiempo, es uniformemente absolutamente acotada) y  $\phi(t, y)$  es una función no lineal de ganancia (es  $L_\infty$  y suficientemente alejada de cero).

Se propone una ley de control para el sistema (2.1) de tal forma que tenga una convergencia suficientemente cercana de la salida plana,  $y$ , hacia la señal de referencia,  $y^*$ , a pesar de los efectos de las perturbaciones. Esto implica que el error de seguimiento  $e = y - y^*$ , y sus primeras  $n$  derivadas con respecto al tiempo, convergen asintóticamente exponencialmente a una vecindad tan pequeña como se requiera del origen en el espacio de fases del error de seguimiento. La solución a este problema se puede llevar a cabo en un contexto totalmente lineal, si se considera el modelo no lineal (2.1) como un sistema lineal perturbado

$$y^{(n)} = v + \xi(t), \quad (2.2)$$

donde  $v = \phi(t, y)u$  y  $\xi(t) = \psi(t, y, \dot{y}, \dots, y^{n-1}) + \zeta(t)$  es una función de tiempo completamente desconocida, esta función en la dinámica simplificada del sistema (2.2), es algebraicamente observable en el sentido de Diop y Fliess (1991). Es decir,  $\xi(t)$  puede expresarse en términos de la entrada de control  $u$ , de la salida,  $y$ , y de un número finito de sus derivadas,

$$\xi(t) = y^{(n)} - v = y^{(n)} - \phi(t, y)u. \quad (2.3)$$

Esto significa que la entrada de perturbación puede modelarse localmente como un polinomio en el tiempo de grado  $p - 1$  más un término residual,  $r(t)$ ,

$$\xi(t) = z_1 + r(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \dots + \alpha_{p-1} t^{p-1} + r(t), \quad \forall t. \quad (2.4)$$

Decimos que  $z_1$  define una familia de polinomios de Taylor de grado  $p - 1$  a coeficientes reales arbitrarios. Consideremos a  $z_1$  como el modelo interno de la perturbación aditiva desconocida representado localmente por  $z_1^p = 0$ , Johnson (1971). El modelo de la perturbación adquiere la característica de ser de actualización automática cuando se incorpora como parte de un observador lineal asintótico cuyo error de estimación es forzado a converger uniformemente a una pequeña vecindad de cero. En consecuencia podemos suponer que la función residual  $r(t)$ , y sus derivadas con respecto al tiempo,  $r^p(t)$ , se tornan uniformemente absolutamente acotadas y son también de actualización automática. Para precisar esto, designamos mediante  $y_j$  a una estimación de  $y^{(j-1)}$  para  $j = 1, \dots, n$ . se tiene el siguiente resultado

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\phi(t, y)} \left[ [y^*]^n - \sum_{j=0}^{n-1} (\kappa_j [y_{j+1} - (y^*)^j]) - \hat{\xi}(t) \right], \\ \hat{\xi}(t) &= z_1, \\ \dot{y}_1 &= y_2 + \lambda_{p+n-1}(y - y_1), \\ \dot{y}_2 &= y_3 + \lambda_{p+n-2}(y - y_1), \\ &\vdots \\ \dot{y}_n &= v + z_1 + \lambda_p(y - y_1), \\ \dot{z}_1 &= z_2 + \lambda_{p-1}(y - y_1), \\ \dot{z}_2 &= z_3 + \lambda_{p-2}(y - y_1), \\ &\vdots \\ \dot{z}_{p-1} &= z_p + \lambda_1(y - y_1), \\ \dot{z}_p &= \lambda_0(y - y_1). \end{aligned} \quad (2.5)$$

El error de seguimiento de la salida plana en lazo cerrado,  $e_y = y - y^*$ , debe satisfacer:

$$e_y^{(n)} + \kappa_{n-1}e_y^{(n-1)} + \dots + \kappa_0 e_y = (\xi(t) - \hat{\xi}(t)) + \sum_{k=0}^{n-1} \kappa_k e_y^{(k)} \quad (2.6)$$

para que pueda converger asintóticamente y exponencialmente a una vecindad suficientemente pequeña del origen en el espacio de estado del error de seguimiento. La vecindad puede ser tan pequeña como se desee de acuerdo a una selección apropiada de los parámetros de ganancia del controlador  $\{\kappa_0, \dots, \kappa_{n-1}\}$  escogidos de forma que el siguiente polinomio sea Hurwitz (con raíces suficientemente alejadas en el plano complejo),

$$p_{cl}(s) = s^n + \kappa_{n-1}s^{n-1} + \dots + \kappa_1 s + \kappa_0. \quad (2.7)$$

El error de seguimiento del error de estimación,  $\tilde{e}$ , debe satisfacer

$$\tilde{e}^{n+p} + \lambda_{n+p-1}\tilde{e}^{n+p-1} + \dots + \lambda_0 = r^{(p)}(t) \quad (2.8)$$

para que pueda converger asintóticamente y exponencialmente a una vecindad suficientemente pequeña del origen del error de reconstrucción de estado, la cual puede ser suficientemente pequeña gracias a la selección adecuada de los parámetros  $\{\lambda_0, \dots, \lambda_{n+p-1}\}$  escogidos de forma que el siguiente polinomio sea Hurwitz,

$$p_{obs}(s) = s^{n+p} + \lambda_{n+p-1}s^{n+p-1} + \dots + \lambda_1 s + \lambda_0. \quad (2.9)$$

### 2.1.2 CONTROL BASADO EN OBSERVADORES GPI PARA SISTEMAS EL

Muchos de los procesos industriales son de naturaleza no lineal, lo que motiva a trabajar con este tipo de sistemas. En esta tesis se van a considerar sistemas no lineales con estructura Euler-Lagrange (descritos en el apéndice A), dicha representación está en un contexto energético y las propiedades que requiere son fáciles de cumplir.

La dinámica del sistema en representación EL está dada por:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + g(q) = \tau, \quad (2.10)$$

donde  $q \in \mathbb{R}^n$  es el vector de coordenadas generalizadas,  $H(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de inercia, definida positiva,  $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis,  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz diagonal semidefinida positiva que contiene los coeficientes de fricción viscosa,  $g(q) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de torques debidos a la gravedad y  $\tau \in \mathbb{R}^n$  es el vector de los torques que actúan en las articulaciones.

### 2.1.2.1 CONOCIENDO LA MATRIZ DE INERCIA

Existen trabajos en donde se han utilizado los observadores GPI para el control de robots manipuladores Giles *et al.* (2016), donde el controlador tiene la ventaja de no requerir el conocimiento exacto de todo el modelo (solo un aproximado de la matriz de inercia).

El diseño básico de un controlador basado en observadores GPI puede llevarse a cabo con sólo el conocimiento del vector de posición,  $q$ , y la matriz de inercia,  $H(q)$ . El objetivo de este diseño es calcular estimaciones para los términos inciertos,  $z(t)$ , y para la dinámica de error,  $\dot{e}$ . Para lograr lo anterior,  $z(t) \in \mathbb{R}^n$  se expresa como

$$z(t) = \sum_{i=0}^{p-1} a_i t^i + r(t), \quad (2.11)$$

donde  $a_i$  es un vector de coeficientes constantes, para  $i = 0, \dots, p-1$  y  $r(t)$  es un término residual, por lo menos las primeras  $p$  derivadas con respecto al tiempo están acotadas para cada trayectoria  $q(t)$ .

El control basado en el observador GPI se basa en reconstructores integrales,

y viene dado por el siguiente esquema controlador-observador:

$$\begin{aligned}
\tau &= H(q) \left[ -2\zeta\omega_n\hat{e} - \omega_n^2 e - \hat{z}(t) \right], \\
\dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 + \lambda_{p+1}\tilde{e}, \\
\dot{\hat{e}}_2 &= H^{-1}(q)\tau + \hat{z}_1 + \lambda_p\tilde{e}, \\
\dot{\hat{z}}_1 &= \hat{z}_2 + \lambda_{p-1}\tilde{e}, \\
&\vdots \\
\dot{\hat{z}}_{p-1} &= \hat{z}_p + \lambda_1\tilde{e}, \\
\dot{\hat{z}}_p &= \lambda_0\tilde{e},
\end{aligned} \tag{2.12}$$

donde  $\hat{z} = \hat{z}_1$  y  $\hat{e} = \hat{e}_2$  llevan global y asintóticamente a los errores,  $\tilde{e} = e - \hat{e}_1$ , y su derivada temporal,  $\dot{\tilde{e}} = \dot{e} - \dot{\hat{e}}_2$ , a una vecindad arbitrariamente pequeña del origen,  $\tilde{e}, \dot{\tilde{e}} = (0, 0)$ , siempre y cuando las matrices diagonales  $\{\lambda_0, \dots, \lambda_{p+n-1}\}$  sean elegidas de forma que el siguiente polinomio sea Hurwitz

$$p_o(s) = s^{p+2}I + \lambda_{p+1}s^{p+1} + \dots + \lambda_1 + \lambda_0. \tag{2.13}$$

En el diseño del control,  $\zeta \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $\omega_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son escogidos de forma que los elementos de la matriz diagonal

$$p_c(s) = s^2I_n + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \tag{2.14}$$

sean polinomios Hurwitz de segundo grado.

### 2.1.2.2 CON DESCONOCIMIENTO DE LA MATRIZ DE INERCIA

El diseño estándar de controladores basados en observadores GPI requiere conocer la matriz de ganancia del sistema (matriz de inercia, para los sistemas en representación EL), Sira-Ramirez *et al.* (2010). Esto se debe a que el diseño del

controlador está basado en la linealización por retroalimentación aplicada directamente al modelo. Para hacer innecesario el conocimiento de la matriz de inercia existe un paradigma alternativo en Arteaga-Pérez y Gutiérrez-Giles (2014), donde se utilizan las propiedades de energía del modelo dinámico del robot, empleando el llamado algoritmo *Slotine-Li*, propuesto por Slotine y Li (1987). Se pretende tomar tal resultado para desarrollar el esquema de control tolerante a fallas libre de modelo explícito. Para aplicar dicho algoritmo considérese las variables definidas como

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda e, \quad (2.15)$$

$$s = \dot{q} - \dot{q}_r = \dot{e} + \Lambda e, \quad (2.16)$$

donde  $\Lambda \in \mathbb{R}^n$  es una matriz diagonal definida positiva,  $q_d$  es el vector que contiene la posición deseada,  $e = q - q_d$  es el error de seguimiento. Primero para evitar la linealización consideremos disponibles el modelo del sistema y la medición de velocidad. La ley de control nominal es:

$$\tau = H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + D\dot{q}_r + g(q) - K_v s, \quad (2.17)$$

donde  $K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz diagonal definida positiva. En lazo cerrado tenemos:

$$H(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s + K_{Dv}s = \Psi, \quad (2.18)$$

donde  $K_{Dv} = D + K_v$  y

$$\Psi = \tau - (H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + D\dot{q}_r + g(q)) + K_v s \quad (2.19)$$

define un mapeo pasivo  $\Sigma : \Psi \rightarrow s$  con función de almacenamiento

$$V(q, s) = \frac{1}{2} s^T H(q) s. \quad (2.20)$$

Entonces el sistema puede ser estabilizado en  $s = 0$ , y por lo tanto  $(e, \dot{e}) \rightarrow (0, 0)$  logrando el objetivo de control. Aplicando la técnica de control PI generalizado se tiene que

$$\ddot{e} = -\Lambda \dot{e} + H^{-1}(q)(\tau - C(q, \dot{q})s) + z, \quad (2.21)$$

comó es usual en el diseño de algoritmos de control basado en observadores GPI, se propone un modelo interno para el término desconocido  $z$ .

Suponemos ahora que  $H(q)$  es desconocida. Sin embargo, cómo es necesario un valor nominal para la implementación, se tiene que

$$H(q) = I \implies C(q, \dot{q})s = 0.$$

La última relación es válida ya que  $C(q, \dot{q})$  se calcula utilizando los símbolos de Christoffels, Siciliano *et al.* (2010). La dinámica del error está dada por:

$$\dot{e}_1 = e_2, \quad (2.22)$$

$$\dot{e}_2 = H^{-1}(q)(\tau - C(q, \dot{q})s) - \Lambda \dot{e} + H^{-1}(q)w(t),$$

donde  $e_1 \triangleq e$  y la ley de control es:

$$\tau = -K_v(\dot{e} + \Lambda e) - \tilde{z} = -K_v s + K_v \dot{\tilde{e}} - \hat{z}. \quad (2.23)$$

En lazo cerrado con la ecuación (2.21), se obtiene

$$H(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s + K_v s = K_v \dot{\tilde{e}} - \hat{z}. \quad (2.24)$$

Esta última ecuación pone de manifiesto que  $\hat{w}$  intenta compensar  $H(q)z$  en lugar de  $z$  solo. Por esta razón es más conveniente definir

$$w(t) \triangleq H(q)z \implies z = H^{-1}(q)w. \quad (2.25)$$

El término  $w$  puede ser localmente modelado como un vector de polinomios de Taylor dependientes del tiempo, de grado  $p - 1$ , más un término residual

$$w(t) = \sum_{i=0}^{p-1} a_i t^i + r(t). \quad (2.26)$$

Esquema Controlador-Observador.

$$\tau = -K_v(\dot{\tilde{e}} + \Lambda \tilde{e}) - \hat{w} = -K_v s + K_v \dot{\tilde{e}} - \hat{w}, \quad (2.27)$$

$$\dot{\hat{e}}_1 = \hat{e}_2 - \Lambda \hat{e} + (\lambda_{p+1} - \Lambda)\tilde{e},$$

$$\dot{\hat{e}}_2 = \lambda_p \tilde{e},$$

$$\dot{\hat{w}}_1 = \hat{w}_2 + \lambda_{p-1} \tilde{e},$$

$\vdots$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{w}}_{p-1} &= \hat{w}_p + \lambda_1 \tilde{e}, \\ \dot{\hat{w}}_p &= \lambda_0 \tilde{e},\end{aligned}$$

donde  $\hat{w} = \hat{w}_1$ ,  $\hat{e} = \hat{e}_2$  y  $\tilde{e} = e - \hat{e}_1$ . Las ganancias del observador  $\{\lambda_0, \dots, \lambda_{p+n-1}\}$  son elegidas como en el polinomio de la ecuación 2.13.

Note que  $\dot{q}$  no se requiere en ningún momento y que  $\tau$  y  $\hat{w}_1$  no se emplean en la ecuación del observador, esto se debe a que no pueden cancelarse exactamente y, por lo tanto, su introducción no representa ninguna ventaja.

**Teorema 1** (*Sira-Ramírez et al. (2010)*) Considérese una trayectoria deseada  $x_d$  acotada con al menos sus primeras  $p+2$  derivadas con respecto al tiempo acotadas. Defínase una región  $D \in \mathfrak{R}^{n(p+1)}$  como

$$D \triangleq x \in \mathfrak{R}^{n(p+1)} \mid \|x\| \leq x_{max}, \quad (2.28)$$

donde  $x_{max}$  es una constante arbitrariamente grande. Entonces, se puede encontrar una combinación en las raíces del polinomio (2.9) para hacer que las variables deslizantes ( $s, \dot{s}$ ), los errores de seguimiento ( $e, \dot{e}, \ddot{e}$ ) y los errores de observación ( $\tilde{e} \dots \tilde{e}^{(p+1)}$ ) tiendan a una vecindad arbitrariamente pequeña alrededor del origen.

□

## 2.2 CONTROL TOLERANTE A FALLAS (FTC)

La finalidad de esta sección es introducir los conceptos básicos de tolerancia a fallas y presentar todos los elementos necesarios para estar en condiciones de analizar las técnicas y estrategias de control tolerante a fallas (FTC). Una de las líneas de investigación del FTC es restablecer el comportamiento nominal del sistema (tanto como sea posible) una vez que una falla admisible, falla que puede ser considerada y compensada (de acuerdo a Steffen (2005)), ocurre. Esta línea de investigación nace a finales de la década de los 70's con aplicaciones en la aeronáutica y sus avances utilizando el regulador cuadrático lineal (LQR), Montgomery y Price (1976); Chizeck



y Willsky (1979). Más tarde, en 1991 tuvo lugar el primer congreso del IFAC SAFE-PROCESS con el objetivo de crear una comunidad científica de diagnóstico y control tolerante a fallas, en donde se establecieron la mayoría de los conceptos relacionados con el FTC. Los conceptos utilizados en esta sección pueden ser encontrados en los libros de Blanke *et al.* (2006a); Isermann (2006); Lan y Patton (2020).

### 2.2.1 CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE EL FTC

La **tolerancia a fallas** consiste en hacer que el sistema siga funcionando a pesar de que se presenten fallas. Los conceptos de tolerancia a fallas son cada vez más importantes; esto se debe a que los procesos industriales incrementan su complejidad, es decir, incrementa el número de variables y las no linealidades presentes, lo que implica que aumente la probabilidad de que se presenten fallas. Además, en algunas aplicaciones, en donde la seguridad es crítica, la tolerancia a fallas resulta ser extremadamente importante para protegerlos de potenciales fallas. Por ejemplo, en aplicaciones donde un funcionamiento incorrecto del sistema podría resultar catastrófico: plantas nucleares, aviones, plantas químicas, entre otras.

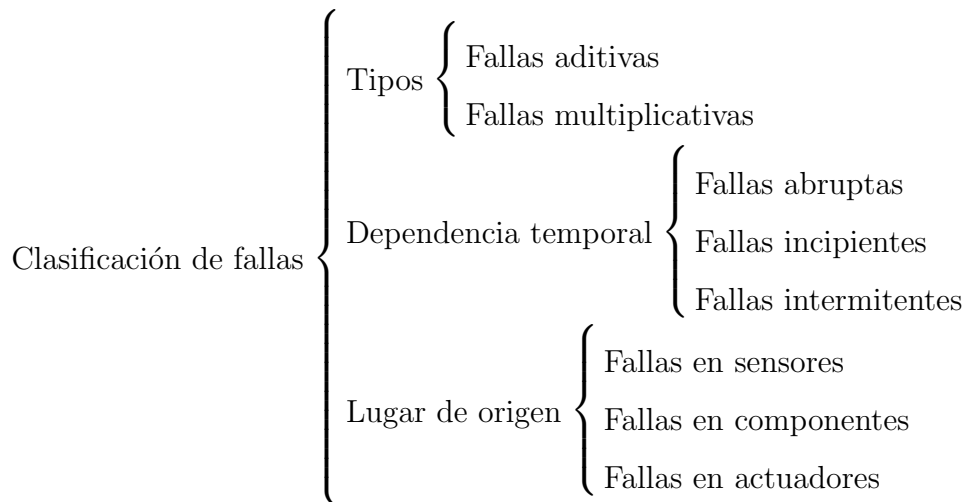
Los conceptos fundamentalmente usados en el contexto de seguridad son los siguientes:

- Una **falla** se define como una desviación no permitida de, al menos, una propiedad característica o parámetro de un sistema de su condición aceptable, usual o estándar.
- Una **avería** se define como una interrupción permanente de la capacidad de un sistema para realizar una función requerida bajo las condiciones de operación especificadas.
- Una **disfunción** se define como una irregularidad intermitente en el cumplimiento de una función deseada del sistema.

Las fallas pueden clasificarse de acuerdo a los siguientes criterios:

- En cuanto a como se modelan, las fallas se dividen en dos tipos: **aditivas**, estas fallas se manifiestan como un cambio repentino y suelen estar representadas como señales externas adicionales; y **multiplicativas**, estas fallas se representan como desviaciones de los parámetros nominales del sistema, se modelan mediante un término que está multiplicando al estado o a la entrada.
- En cuanto a su dependencia temporal las fallas pueden ser: **abruptas**, estas fallas se manifiestan como un cambio repentino, se modelan como una función tipo escalón; **incipientes**, estas fallas van aumentando su nivel paulatinamente en el tiempo, se modelan como una función rampa; o **intermitentes**, estas fallas aparecen y desaparecen sin un patrón determinado.
- El lugar de origen de las fallas especifica la parte del sistema que falla, se pueden presentar fallas en: **actuadores**, estas fallas causan cambios en el actuador; en **componentes** estas fallas se usan para indicar un mal funcionamiento en los componentes internos del proceso; o en **sensores**, estas fallas actúan directamente sobre las mediciones del proceso.

La clasificación de fallas pueden verse resumida en el siguiente esquema:



Los sistemas tolerantes a fallas cuentan con las siguientes propiedades:

- La **seguridad** describe la ausencia de peligro. Un sistema de seguridad es una parte del equipo de control que protege al sistema de daño permanente. Permite un apagado controlado, el cual lleva al proceso a un estado seguro.
- La **confiabilidad** es la probabilidad de que un sistema lleve a cabo su función prevista para un período de tiempo especificado en condiciones normales. Los estudios de confiabilidad evalúan la frecuencia con la que el sistema entra en estado de falla, pero no pueden decir nada sobre el estado de falla actual. El FTC no puede cambiar la confiabilidad de los componentes de la planta, pero mejora la confiabilidad del sistema en general, porque con un FTC, el sistema general permanece operativo después de la aparición de fallas.
- La **disponibilidad** es la probabilidad de que un sistema entre en operación cuando sea necesario. Al igual que la confiabilidad, la disponibilidad también depende de las políticas de mantenimiento que se aplican a los componentes del sistema.

**Seguridad versus tolerancia a fallas.** Suponga que el desempeño del sistema se puede describir mediante dos variables ( $y_1$  y  $y_2$ ). La relación entre seguridad y tolerancia a fallas puede verse en la figura 2.1, la cual muestra que el sistema de seguridad y el FTC trabajan en regiones separadas del espacio de la señal y satisfacen objetivos complementarios .

En la **región de desempeño requerido**, el sistema satisface su función, es decir, es la región donde el sistema debe permanecer durante su tiempo de operación. Las fallas llevan al sistema de la región de desempeño requerido a la **región de desempeño degradado**, en esta región el desempeño puede degradarse considerablemente. Un FTC debe poder iniciar acciones de recuperación que eviten una mayor degradación del desempeño hacia la región de desempeño inaceptable o peligrosa y debe mover el sistema de regreso a la región de desempeño requerido. Un sistema de seguridad interrumpe el funcionamiento de todo el sistema para evitar daños en

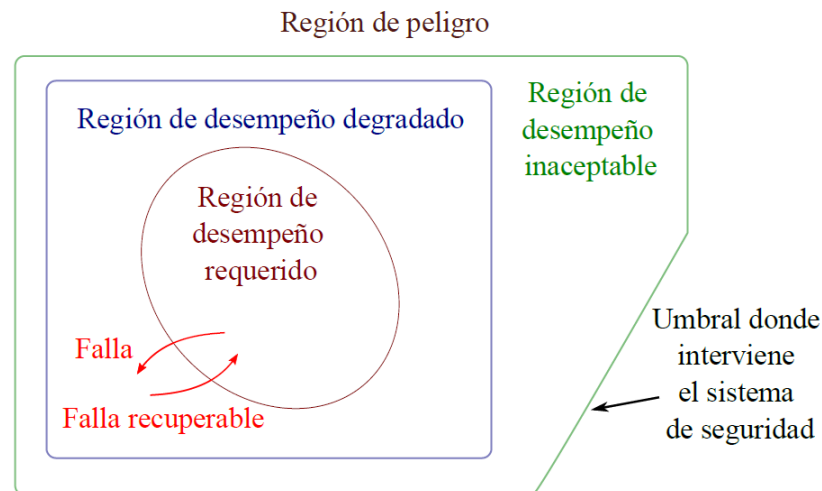


FIGURA 2.1: Regiones del desempeño requerido y degradado

el sistema y en su entorno, se invoca si se excede el límite exterior de la **región de desempeño inaceptable**.

#### 2.2.1.1 ELEMENTOS DEL FTC

El hecho de que los procesos funcionen automáticamente, es decir, que cuenten con controladores que garanticen un buen desempeño (permanezca en la región de desempeño requerido), confiabilidad en la operación y estabilidad en el sistema, ha sido uno de los objetivos más buscados en las últimas décadas. Para lograr que un proceso funcione automáticamente se requiere de un sistema en lazo cerrado, ver Figura 2.2, compuesto de: **sensores**, que brindan información (datos del proceso) del estado actual del sistema; de un **controlador** que recibe esa información, la procesa y ordena a los **actuadores** a ejecutar una acción final que modifica algunas variables de la planta para cambiar su comportamiento.

Sin embargo, los sistemas en lazo cerrado formados por controladores estándares son incapaces de mantener un desempeño deseado cuando están sujetos a fallas (situaciones externas al sistema que modifican su respuesta). Dependiendo de la aplicación y complejidad del sistema, estas fallas pueden tolerarse o de lo contrario

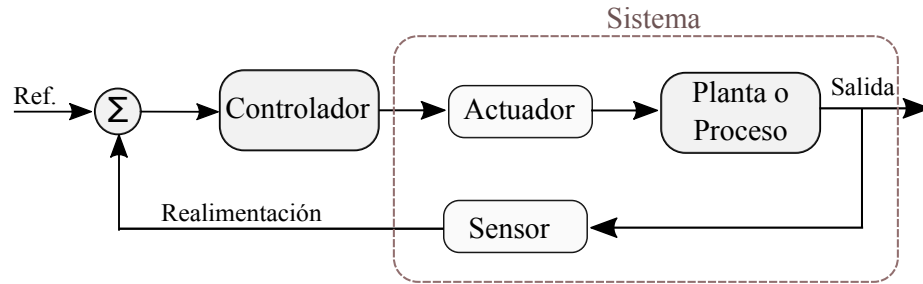


FIGURA 2.2: Sistema en lazo cerrado

pueden llevar al sistema a la inestabilidad, produciendo averías en el sistema o en el peor de los casos una catástrofe que ponga en riesgo la vida humana.

Debido a los problemas críticos de seguridad y operatividad que pueden presentar los procesos industriales actuales es necesario que la capacidad de tolerar fallas se incremente. Por lo tanto, es indispensable incorporar mecanismos de FTC en el sistema en lazo cerrado que garanticen un funcionamiento aceptable del sistema ante la presencia de fallas en todo momento. Un **FTC** tiene la capacidad de reaccionar ante la existencia de la falla ajustando sus actividades al comportamiento defectuoso de la planta.

El esquema básico de FTC se muestra en la figura 2.3. En el **nivel de ejecución** se encuentra el sistema en lazo cerrado, mostrado en la figura 2.2, que se compone de un controlador de retroalimentación estándar (control nominal) que asegura que la salida de la planta,  $y$ , siga la señal de referencia y atenúa las perturbaciones,  $d$ . Si ocurre la falla  $f$  el **nivel de supervisión** hace que el sistema en lazo cerrado sea tolerante a fallas. El nivel de supervisión incluye:

- Un **módulo de diagnóstico de fallas (FDI)**: utiliza mediciones de entrada-salida y prueba su coherencia con el modelo de la planta. Su resultado es una caracterización de la falla con suficiente precisión para la reconfiguración del controlador.
- Un **mecanismo de reconfiguración**: utiliza información de la falla para ajustar el controlador a la situación de falla.

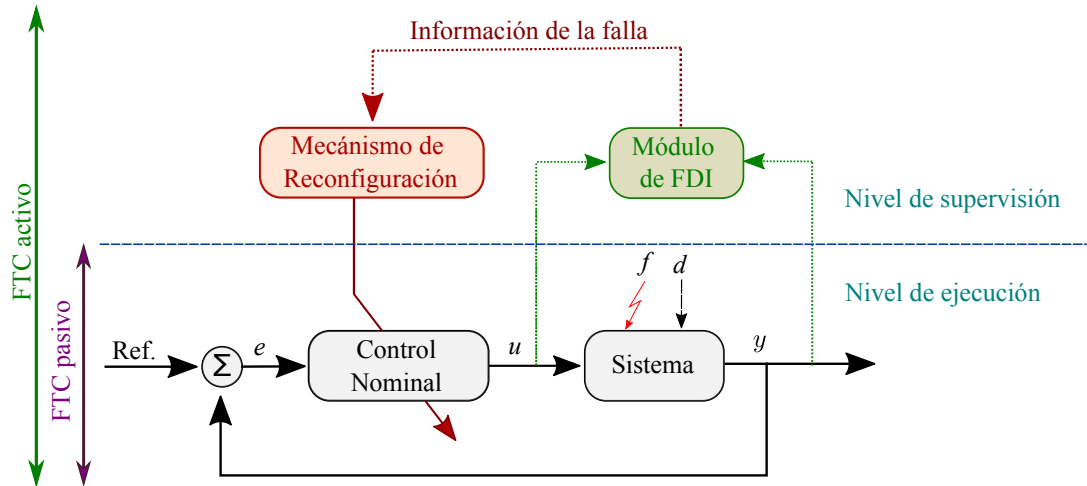


FIGURA 2.3: Esquema básico de FTC

La **reconfiguración** se define como el cambio en las entradas y/o salidas del controlador a través de un cambio en la estructura del controlador y sus parámetros. Para esto, se pretende alcanzar los objetivos de control, aunque el desempeño se puede degradar.

En la figura 2.3, la entrada ( $u$ ) de la planta incluye todas las señales que pueden ser influenciadas por las unidades de control.

### 2.2.2 ESTRATEGIAS DE FTC

En las últimas décadas, el FTC se ha visto como una combinación de tres áreas de investigación:

- Diagnóstico de fallas (FDI):** se define como un procedimiento para obtener información de las fallas (ubicación, tiempo de ocurrencia y/o magnitud) utilizada para el diseño del FTC y el mantenimiento programado del sistema, es decir, el diagnóstico de fallas consiste en:

- **Detectar la falla** nos dice si ocurrió la falla y, de ser así, el tiempo en el que ocurrió.
  - **Localizar la falla**, consiste en ubicar donde ocurrió la falla (actuador, componente o sensor).
  - **Identificar la falla**, se determina el tamaño, tipo o naturaleza de la falla.
- **Control robusto:** Se diseña un controlador fijo que tolera cambios en la dinámica de la planta. La tolerancia a fallas se obtiene sin cambiar los parámetros del controlador (tolerancia a fallas pasiva). Sin embargo, la teoría del control robusto ha demostrado que los controladores robustos solo existen para una clase restringida de cambios del comportamiento de la planta que pueden ser causados por fallos. Además, un controlador robusto funciona de forma subóptima para la planta nominal, ya que sus parámetros se fijan para obtener un equilibrio entre el rendimiento y la robustez.
  - **Control reconfigurable:** La tolerancia a fallas se obtiene mediante la reconfiguración del controlador nominal, generalmente modifica su estructura cuando ocurre la falla (tolerancia activa). El objetivo de control es que el sistema en lazo cerrado siga operando a pesar de que se presenten fallas. Para esto, se calculan las acciones de control aplicables a la planta (nivel de ejecución), se detectan las fallas y se reconfiguran las estrategias (nivel de supervisión), como se puede ver en la figura 2.3.

Éstas combinaciones son definidas en Patton Ron (1997), ver figura 2.4.

En esta tesis se va a estar trabajando en el control reconfigurable para lograr el Control tolerante a fallas. Sin embargo, el control tolerante a fallas se puede ver como una herramienta, junto con el diagnóstico de fallas, a integrar en el sistema en lazo cerrado para aumentar la confiabilidad en presencia de fallas. Las estrategias para la implementación el FTC propuestas pueden clasificarse en pasivas (Benosman (2011)) y activas (Blanke *et al.* (2006b)).

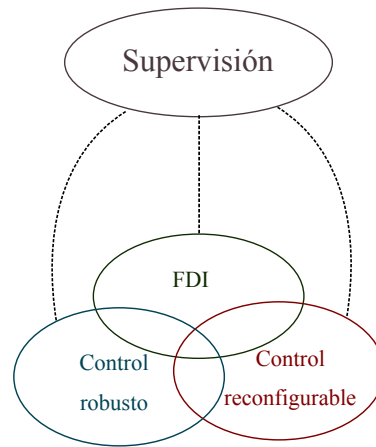


FIGURA 2.4: Áreas de investigación del control tolerante a fallas

### 2.2.2.1 ESTRATEGIA DE CONTROL PASIVO

La estrategia de control pasivo, cuyo esquema se puede ver en 2.5, tiene una estructura y parámetros fijos de control. El controlador se encuentra de tal manera que la estabilidad y el desempeño del sistema en lazo cerrado se conserven incluso en presencia de fallas. Es decir, consiste en un diseño robusto del controlador para hacerlo inmune a fallas en componentes, sensores y actuadores en cualquier momento.

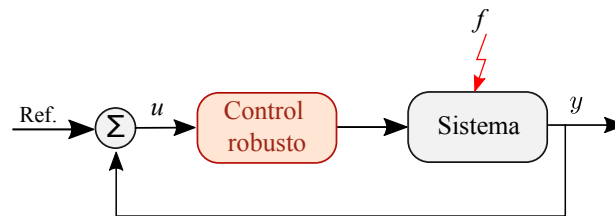


FIGURA 2.5: Esquema de FTC pasivo

Sin embargo, una de las principales desventajas de esta estrategia es que el controlador funciona de manera robusta aún cuando las fallas no están presentes, llegando a comprometer la eficiencia del sistema cuando éste no sufre fallas.



### 2.2.2.2 ESTRATEGIA DE CONTROL ACTIVO

La estrategia de control activo, cuyo esquema se puede ver en la figura 2.6, se basa en la reconfiguración de la estructura/parámetro de control. La estrategia consiste en el diagnóstico de fallas en línea para obtener información de la misma y, a partir de dicha información, activar algún mecanismo de reconfiguración del control nominal o incluso dependiendo de la gravedad de la falla, el paro del sistema.

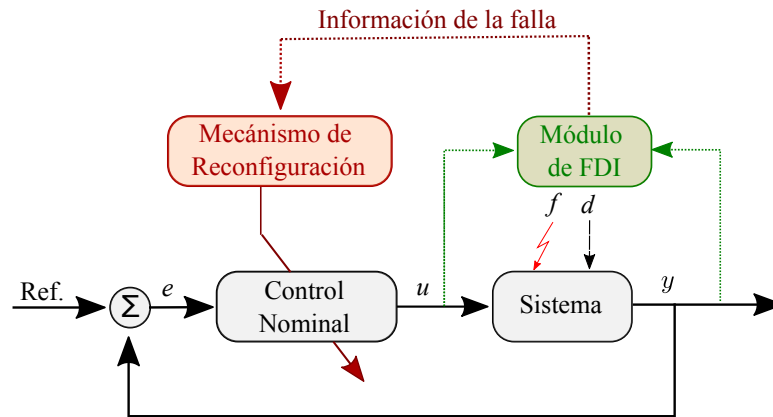


FIGURA 2.6: Esquema de FTC activo

Sin embargo, esta estrategia supone un mayor costo de implementación al necesitar un módulo de diagnóstico y un mecanismo de reconfiguración, pero ofrece una mejor solución para fallas específicas.

### 2.2.3 ENFOQUE CASCADA PARA EL FTC

Los enfoques de FTC tienen el objetivo de eliminar el efecto de las fallas en la salida del sistema en lazo cerrado, manteniendo una operación segura y continua del sistema, Noura *et al.* (2009). Dos de los principales enfoques basados en la idea de seguir la trayectoria del sistema nominal para lograr el FTC son: el enfoque de seguimiento de trayectoria nominal (modifica la ley de control nominal) y el enfoque de actuador virtual (modifica el lazo cerrado al interactuar con un actuador/sensor virtual), descritos en Staroswiecki y Cazaurang (2008) y Lunze y Steffen (2006)

respectivamente. Sin embargo, modificar el sistema en lazo cerrado que ya está en uso limita la tolerancia a fallas en los sistemas complejos actuales, por lo que se requiere diseñar nuevos enfoques que no modifiquen este lazo.

El enfoque cascada para el FTC, propuesto en Acosta-Santana *et al.* (2013) utiliza una estructura cascada para compensar el efecto de las fallas en el sistema en lazo cerrado y su finalidad es garantizar un desempeño aceptable del sistema, Rodríguez Alfaro (2014) y Krokavec *et al.* (2016). El objetivo de control consiste en hacer que la trayectoria del sistema con falla siga la trayectoria del sistema nominal. La principal características del enfoque cascada es que no modifica la ley de control nominal, lo cual puede llegar a ser de gran utilidad en la implementación.

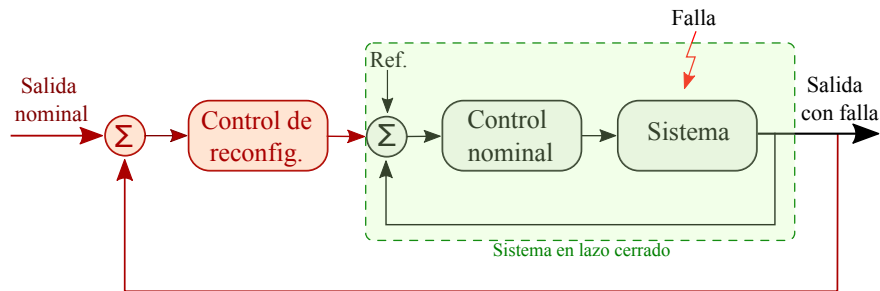


FIGURA 2.7: Estructura cascada para el FTC

La estructura cascada de la figura 2.7 se compone de un lazo interno formado por el sistema en lazo cerrado y un lazo externo formado por el control de reconfiguración. Para lograr la tolerancia a fallas, se usa la salida del sistema nominal como referencia a seguir cuando ocurre la falla, es decir, el error de estimación (usado para la corrección), se obtiene mediante la diferencia entre la salida actual (medida) y la salida nominal (se obtiene del modelo sin falla).

## CAPÍTULO 3

# CONTROL TOLERANTE A FALLAS LIBRE DE MODELO EXPLÍCITO

---

La idea principal es diseñar un esquema de control, que se denomina control tolerante a fallas, que permita aumentar el tamaño de la magnitud de la falla que puede tolerar el sistema en lazo cerrado. Es importante recordar que una falla se entiende en general como el cambio de un parámetro fuera de los límites de tolerancia permitidos. En el contexto de esta tesis, solo se están considerando fallas recuperables, es decir, fallas para las cuales es posible diseñar un FTC que genere una acción de control que reconfigure el sistema en lazo cerrado y así poder preservar el desempeño y la estabilidad deseados en presencia de fallas. El esquema propuesto permite compensar el efecto de las fallas, su característica principal es que para su implementación no se requiere conocer el modelo matemático del sistema, lo cual puede llegar a ser de gran utilidad cuando se quiera trabajar con sistemas complejos.

### 3.1 TIPOS DE FALLAS

La representación en el espacio de estados del sistema de la ecuación 2.10 se expresa como:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= H^{-1}(x_1, \alpha)(\tau - C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1)) + \Delta d,\end{aligned}\quad (3.1)$$

donde  $H(x_1, \alpha) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de inercia,  $C(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis,  $g(x_1) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de torques debidos a la gravedad y  $\tau \in \mathbb{R}^n$  es el vector de los torques que actúan en las articulaciones,  $\Delta d$  representa las incertidumbres, la dinámica no modelada y las perturbaciones en el sistema,  $d$ . El vector  $x = [x_1 \ x_2] = [q \ \dot{q}] \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados del sistema, donde  $q = [q_1 \cdots q_n]^T \in \mathbb{R}^n$  es el vector de coordenadas generalizadas y  $\dot{q} = [\dot{q}_1 \cdots \dot{q}_n]^T \in \mathbb{R}^n$  es el vector de velocidades generalizadas.

El esquema de FTC propuesto en esta tesis va a considerar fallas aditivas y multiplicativas en sensores, componentes y actuadores. Y se asume que la falla ocurre en un tiempo  $t_f$ .

Las fallas aditivas, en sensores y actuadores, se modelan como:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ F(x) + \Delta d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G(x) \end{bmatrix} (\tau + f_a), \\ y &= Cx + D_f f_s,\end{aligned}\quad (3.2)$$

donde  $y \in \mathbb{R}^n$  es el vector de salida,  $f_a \in \mathbb{R}^m$  y  $f_s \in \mathbb{R}^q$  son fallas en actuador y en el sensor respectivamente,  $D_f \in \mathbb{R}^{n \times q}$  denota la matriz de distribución de fallas del sensor.  $F(x) = H^{-1}(x_1, \alpha)(-C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1)) \in \mathbb{R}^n$  y  $G(x) = H^{-1}(x_1, \alpha) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .

Las fallas multiplicativas se expresan como variaciones en los parámetros de la siguiente manera:

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha, \quad (3.4)$$

donde  $\alpha$  es el valor de cualquier parámetro del sistema,  $\alpha_0$  es el parámetro nominal y  $\Delta\alpha$  denota la falla multiplicativa.

Además, las fallas, las incertidumbres, la dinámica no modelada y las perturbaciones son desconocidas pero están acotadas, es decir,  $\|f_a\| < \bar{f}_a$ ,  $\|f_s\| < \bar{f}_s$ ,  $\|\Delta\alpha\| < \bar{\Delta}\alpha$  y  $\|\Delta d\| < \bar{\Delta}_d$ ,  $\forall t$ .

## 3.2 ESQUEMA PROPUESTO

El objetivo del esquema de FTC propuesto es reducir el error entre la trayectoria del sistema con falla y la trayectoria del sistema nominal. Mediante un cambio de referencia interno se elimina el efecto de la falla y se busca que el desempeño del sistema con falla sea muy cercano al desempeño del sistema nominal, esto siempre y cuando lo permitan las condiciones físicas del sistema con falla.

Consideramos las siguientes definiciones:

**Definition. 1 (*Tolerancia a fallas*)** Dado un sistema Euler-Lagrange en lazo cerrado y una falla  $f_i(t)$ . Este sistema se denomina tolerante a la falla  $f_i(t)$  si en presencia de esta falla se satisface lo siguiente:

1. El sistema de retroalimentación de Euler-Lagrange permanece estable.
2. La salida del sistema permanece dentro de un margen de tolerancia admisible con respecto a la salida nominal.
3. La ley de control nominal  $\tau(t)$  se mantiene limitada y físicamente realizable.

La última definición nos da un criterio para saber si un sistema tolera una falla determinada. Se debe tener en cuenta que debido a las propiedades de robustez que nos permite tener el control nominal, casi todos los sistemas tienen un nivel de

tolerancia con respecto a una falla determinada. En esta tesis se utiliza la siguiente definición para dar un marco para los resultados.

**Definición. 2:**(falla recuperable) Una falla  $f_i(t)$  que hace que el sistema nominal (en lazo cerrado) no sea tolerante a fallas, se denomina recuperable si existe un esfuerzo de control suplementario ( $\tau_{FTC}(t)$ ) que cuando se aplica en forma de un nuevo lazo de control, el lazo cerrado resultante es tolerante a fallas con respecto a la falla considerada.

El enfoque propuesto se basa en una estructura clásica: la estructura de control en cascada, la cual no es nueva en general pero no se ha utilizado de forma intensiva en el FTC. Primero se forma un nuevo lazo tomando la salida (posición) medida y comparándola con la nominal. El error resultante es usado por un control externo de reconfiguración para compensar el efecto de las fallas. Como control externo se seleccionó un control basado en observadores GPI. La “planta” para este nuevo lazo corresponde al sistema original en lazo cerrado, es decir, la salida del control basado en observaciones GPI representa la entrada de corrección ( $\tau_{FTC}$ ) al control nominal, como se muestra en la figura 3.1.

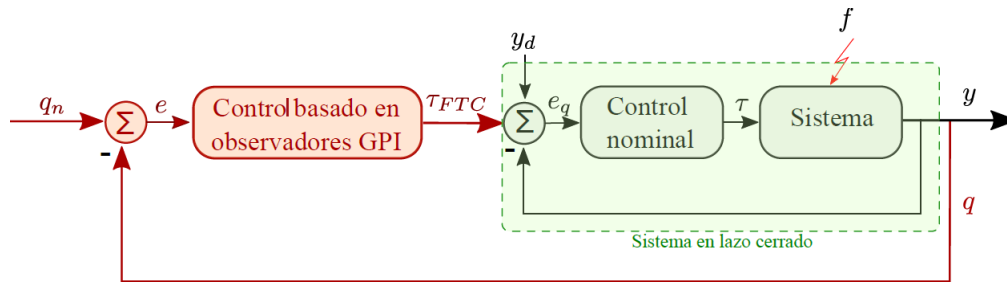


FIGURA 3.1: Esquema de FTC que permite tener fallas recuperables

donde  $q_n$  es la posición nominal,  $y_d$  es la salida deseada,  $q$  es la posición medida y  $y$  es la salida real que contiene posiciones ( $q$ ), velocidades ( $\dot{q}$ ) y aceleraciones ( $\ddot{q}$ ). Cuando la salida real solo contiene posiciones  $q = y$ .

El error del lazo de control en cascada es utilizado para compensar el efecto de las fallas sin cambiar directamente (sólo de forma indirecta) el control nominal,

viene dado por

$$e = q - q_n. \quad (3.5)$$

El error del lazo de control nominal,  $e_q$ , ahora se actualiza mediante la entrada de corrección de la siguiente manera:

$$e_q = \tau_{FTC} + y_d - y. \quad (3.6)$$

El esquema (controlador-observador) propuesto para el FTC es:

$$\tau_{FTC} = -K_v(\dot{\hat{e}} + \Lambda e) - \hat{w}, \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 - \Lambda \hat{e}_1 + (\lambda_{p+1} - \Lambda) \tilde{e}, \\ \dot{\hat{e}}_2 &= \lambda_p \tilde{e}, \\ \dot{\hat{w}}_1 &= \hat{w}_2 + \lambda_{p-1} \tilde{e}, \\ &\vdots \\ \dot{\hat{w}}_{p-1} &= \hat{w}_p + \lambda_1 \tilde{e}, \\ \dot{\hat{w}}_p &= \lambda_0 \tilde{e}, \end{aligned}$$

donde  $\hat{w} = \hat{w}_1$ ,  $\hat{e} = \hat{e}_2$  y  $\tilde{e} = e - \hat{e}_1$ .  $\Lambda \in \mathbb{R}^n$  y  $K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son matrices diagonales definidas positivas.

Las salidas del observador GPI, mostradas en la Figura 3.2, son la dinámica de error y el polinomio incierto, denotados por  $\hat{e}$  y  $\hat{w}_1$  respectivamente. Estas salidas son usadas por el controlador para suprimir también el efecto de fallas y no sólo el de las perturbaciones como lo hace comúnmente. Entonces, el polinomio incierto va a agrupar los efectos de perturbaciones, fallas y términos desconocidos, es decir, el esquema controlador-observador de la ecuación 3.7 es robusto a perturbaciones y tolerante a fallas.

En este trabajo se utiliza el polinomio incierto para detectar fallas. Para lograrlo, se grafica el polinomio incierto y se establece un umbral fijo (según el criterio

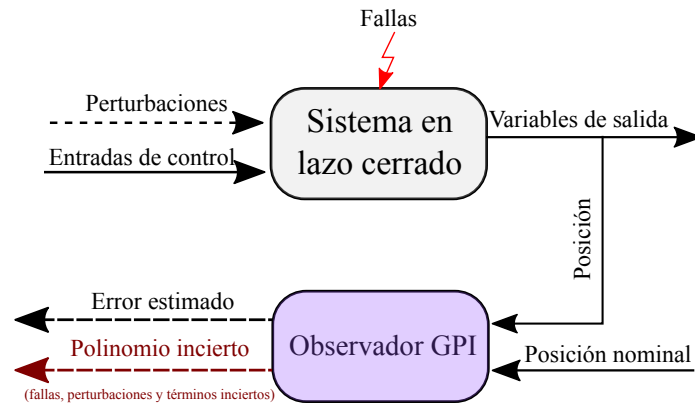


FIGURA 3.2: Observador GPI

del diseñador). Una vez que la señal sobrepase el umbral, se estará detectando la presencia de una falla en el sistema en lazo cerrado (mediante una alarma).

### 3.2.1 CARACTERÍSTICAS DEL ESQUEMA PROPUESTO

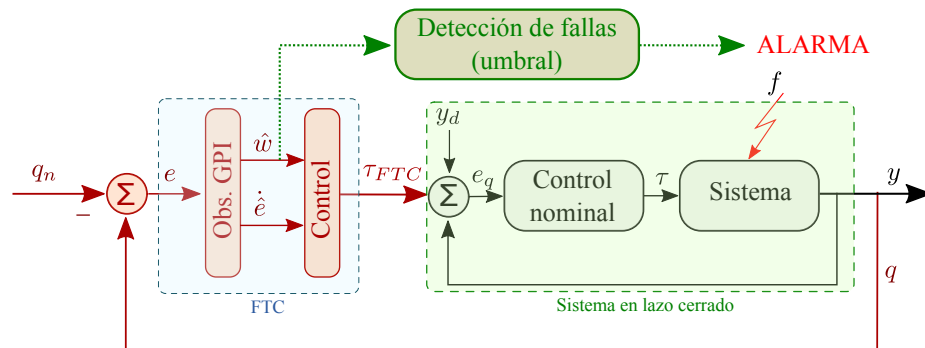


FIGURA 3.3: Esquema de FTC propuesto

Con la finalidad de garantizar un funcionamiento aceptable del sistema bajo condiciones de falla se ha desarrollado un esquema de FTC, mostrado en la Figura 3.3, el cual utiliza las mediciones en tiempo real para compensar el efecto de las fallas y cuenta con las siguientes características:

- Para su implementación no necesita conocer explícitamente el sistema en lazo cerrado (modelo matemático, leyes de control, salidas deseadas ( $y_d$ )) del sis-



tema. Sin embargo, para su diseño se requiere que el sistema en lazo cerrado pueda ser representado mediante las ecuaciones de EL.

- No requiere uso explícito de algoritmos de diagnóstico de fallas (módulo de diagnóstico). Por el contrario, el esquema propuesto hace una estimación del efecto de la falla en el sistema en lazo cerrado y lo usa para compensarla.
- Reacciona a una falla cuando está presente, ya que el esquema para compensar el efecto de la falla está conectado todo el tiempo.
- Mantiene el control nominal sin cambios, esto representa una característica importante en aplicaciones prácticas.
- Para su implementación sólo necesita mediciones de la salida de posición real y de la salida de posición nominal. La salida nominal se puede obtener mediante redes neuronales dinámicas, Poznyak *et al.* (2001) y Sanchez y Alanis (2006), la red tiene que ser entrenada con datos sin falla.

Supuestos relacionados con la solución propuesta:

- *Considere sólo sistemas con estructura Euler-Lagrange.*
- *Las entradas de control están acotadas.*
- *Las fallas consideradas son reconfigurables en el sentido de que existe una acción de control que compensa el efecto de las fallas (fallas recuperables).*
- *Acciones de control dentro de los límites permitidos.*
- *Fijar un error máximo antes de paro.*

- Al ocurrir la falla, en algunas ocasiones, el error presenta un pequeño transitorio el cual se desprecia.

### 3.2.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN PRESENCIA DE FALLAS

El esquema propuesto aprovecha la estructura Euler-Lagrange del modelo del sistema, de manera que el controlador basado en el observador GPI pueda ser formulado con un conocimiento reducido del modelo nominal del sistema.

Para el análisis de estabilidad se evocarán los resultados de Sira-Ramírez *et al.* (2010). En este punto, por simplicidad, el control nominal de los sistemas está restringido a tener una estructura de Euler-Lagrange, por lo que el sistema de retroalimentación nominal resulta también en un sistema en lazo cerrado de Euler-Lagrange, ver Ortega *et al.* (1998). En este caso, si las fallas son absolutamente uniformemente acotadas, entonces la estabilidad de todo el esquema está garantizada por los resultados dados en Arteaga-Pérez y Gutiérrez-Giles (2014). La prueba de estabilidad es tomada del trabajo de Sira-Ramírez *et al.* (2010). Por lo que no hay contribución en este trabajo con respecto a esta prueba.

**PRUEBA** Sea el vector de error de posición definido por  $e_1(t) = q(t) - q_n(t)$ . Sea  $e_2$  el error de seguimiento de la velocidad, es decir,  $e_2(t) = \dot{q}(t) - \dot{q}_n(t)$ . La dinámica del error de seguimiento junto con el modelo polinomial en el tiempo de la señal de entrada de perturbación,  $z(t)$ , se convierten, de acuerdo con la ecuación 2.11, en

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_1(t) &= e_2(t), \\
 \dot{e}_2(t) &= H^{-1}(q(t))\tau_{FTC}(t) + z_1(t), \\
 \dot{z}_1(t) &= z_2(t), \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_{p-1}(t) &= z_p(t), \\
 \dot{z}_p(t) &= r^p(t).
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Sean  $\tilde{z}_j = z_j - \hat{z}_j$ , con  $j = 1, 2, \dots, p$ . Los vectores de error de reconstrucción del observador,  $\tilde{e}_j$ , asociados a los vectores generalizados del error de seguimiento de posición y velocidad  $e, \dot{e}$ . Se observa que satisfacen la siguiente, predominantemente lineal, dinámica perturbada:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{e}}_1(t) &= \tilde{e}_2(t) - \lambda_{p+1}\tilde{e}_1, \\
 \dot{\tilde{e}}_2(t) &= \tilde{z}_1(t) - \lambda_p\tilde{e}_1(t), \\
 \dot{\tilde{z}}_1(t) &= \tilde{z}_2(t) - \lambda_{p-1}\tilde{e}_1, \\
 &\vdots \\
 \dot{\tilde{z}}_{p-1}(t) &= \tilde{z}_p(t) - \lambda_1\tilde{e}_1, \\
 \dot{\tilde{z}}_p(t) &= r^p(t)\lambda_0\tilde{e}_1.
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Eliminando las variables  $\tilde{z}(t)$ , se obtiene,

$$\tilde{e}^{(p+2)}(t) + \lambda_{p+1}\tilde{e}^{(p+1)}(t) + \dots + \lambda_0\tilde{e} = r^p(t) = \frac{d^p}{dt^p}z(t). \tag{3.10}$$

Gracias a: a) nuestras suposiciones sobre el acotamiento de los componentes del vector de perturbación de entrada,  $z(t) \in R^n$ , b) el acotamiento del continuamente actualizable término residual,  $r(t)$ , en la aproximación local del polinomio de Taylor de la señal  $z(t)$ , y c) los resultados bien conocidos sobre la teoría de estabilidad de entrada acotada-salida acotada para sistemas lineales, es bien sabido, que si el conjunto de coeficientes de la matriz,  $\{\lambda_{p+1}, \dots, \lambda_0\}$  de la dinámica del error de seguimiento lineal perturbado 3.9, sean elegidas de forma que el siguiente polinomio

$$p(s) = s^{p+2}I + \lambda_{p+1}s^{p+1} + \dots + \lambda_1s + \lambda_0 \tag{3.11}$$

sea Hurwitz, con raíces ubicadas lo suficientemente lejos del eje imaginario en la mitad izquierda del plano complejo, entonces las respuestas de tiempo en la ecuación 3.10 estarán asintóticamente, exponencialmente, limitadas en última instancia por una vecindad alrededor del origen del espacio de fase del error de reconstrucción del observador de seguimiento,  $\tilde{e} = \dot{\tilde{e}} = \dots = \tilde{e}^{p+1} = 0$ . Como consecuencia de la convergencia se tiende a una vecindad arbitrariamente pequeña alrededor de cero

del error de reconstrucción del observador para el modelo del sistema de error de seguimiento perturbado, los estados del observador  $n$ -dimensional,  $\hat{z}_1$ , se convierten en estimaciones arbitrariamente cercanas de las funciones de entrada de perturbación que comprenden el vector  $z(t)$ . Además, las derivadas temporales consecutivas del vector de señales,  $z(t)$ , i.e.  $z^j(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots$  también se estiman aproximadamente a través de las correspondientes variables vectoriales del observador,  $\hat{z}_{j+1}(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots$

□

## CAPÍTULO 4

# SIMULACIONES

---

Como se ha mencionado, en esta tesis se realizaron simulaciones para comprobar la eficiencia del esquema propuesto. Para realizar las simulaciones se utilizó el programa SciLab.

El esquema propuesto es agregado a un péndulo simple y a un robot de 2gdl con la finalidad de observar la magnitud de falla que se puede tolerar y de esta manera determinar su eficiencia. Es importante mencionar que los parámetros del modelo y las leyes de control nominal fueron utilizados en esta tesis para llevar a cabo la simulación, sin embargo, para la implementación del esquema de FTC en un sistema físico no se requieren conocer.

## 4.1 PÉNDULO SIMPLE

### 4.1.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El esquema propuesto se implementa en un péndulo simple.

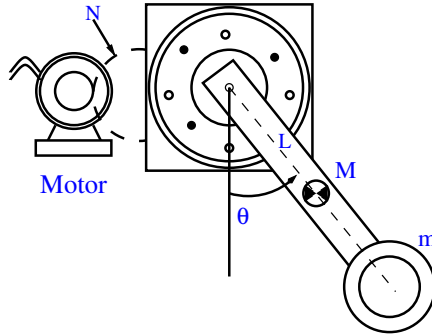


FIGURA 4.1: Diagrama del péndulo

Donde  $M$  es la masa de la barra,  $m$  es una masa extra,  $L$  es la longitud de la barra,  $\theta$  es el desplazamiento angular,  $N$  es la relación de transmisión,  $J$  es el momento de inercia y  $g$  es la gravedad.

Parámetro	Valor
$M$	0.0883 kg
$m$	0.05 kg
$L$	0.24 m
$N$	26
$J$	0.0079 kgm <sup>2</sup>
$g$	9.8 m/s <sup>2</sup>

TABLA 4.1: Parámetros del péndulo

El modelo no lineal del péndulo es:

$$\underbrace{\left[ J + \frac{L^2}{N^2} \left( \frac{M}{3} + m \right) \right]}_H \ddot{\theta} + \underbrace{\frac{1}{N} \left( \frac{M}{2} + m \right) g L \text{Sen}(\theta)}_G + B\dot{\theta} + F_c \text{sign}(\dot{\theta}) = \tau, \quad (4.1)$$

donde  $B$  es el coeficiente de fricción viscosa y  $F_c$  es la fricción de Coulomb

Además, se considera el sistema del péndulo en lazo cerrado con 2 tipos de control nominal: el primero es un control basado en observador GPI, control robusto que no requiere conocer el modelo del sistema, descrito en la ecuación 2.27. Y el

segundo es un control proporcional derivativo con compensación PD+, control de movimiento comúnmente utilizado en robots, cuya ley de control viene descrita por:

$$\tau = K_p \tilde{q} + K_v \dot{\tilde{q}} + H(q) \ddot{q}_d + C(q, \dot{q}) \dot{q}_d + g(q). \quad (4.2)$$

Considerando el modelo del péndulo de la ecuación 4.1, la ley de control nominal es

$$\tau = K_p \tilde{q} + K_v \dot{\tilde{q}} + H(q) \ddot{q}_d + G(q) \text{Sen}(q). \quad (4.3)$$

## 4.1.2 ESQUEMA PROPUESTO PARA EL FTC

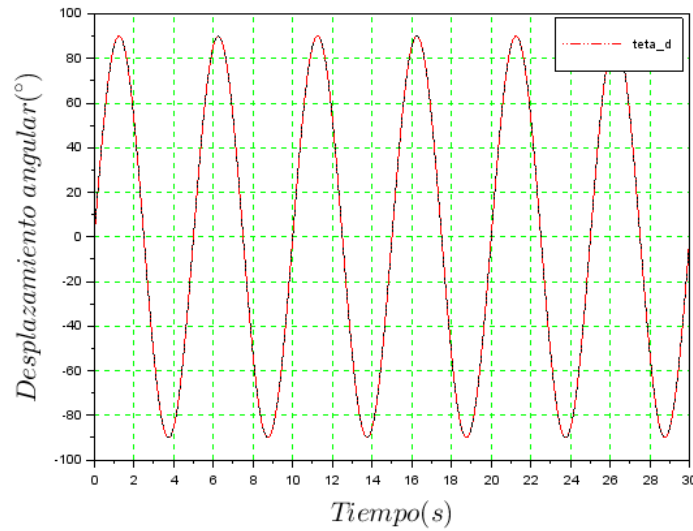
### 4.1.2.1 SIMULACIONES

Para la implementación del esquema controlador-observador representado en la ecuación 3.7 se seleccionaron ganancias de forma heurística. El orden del polinomio incierto se seleccionó como  $p = 3$ , las ganancias del controlador se seleccionaron como:  $K_v = 0.1$ ,  $\Lambda = 10$  y las ganancias del observador se seleccionaron como:  $\lambda_0 = 1$ ,  $\lambda_1 = 2$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 4$ ,  $\lambda_4 = 5$ .

El FTC resultante es:

$$\begin{aligned} \tau_{FTC}(t) &= H(q) \left[ -2\zeta\omega_n \hat{e}_2(t) - \omega_n^2 e(t) - \hat{z}_1(t) \right], \\ \dot{\hat{e}}_1(t) &= \hat{e}_2(t) + \lambda_4 \tilde{e}(t), \\ \dot{\hat{e}}_2(t) &= H^{-1}(q) \tau(t) + \hat{z}_1(t) + \lambda_3 \tilde{e}(t), \\ \dot{\hat{z}}_1(t) &= \hat{z}_2(t) + \lambda_2 \tilde{e}(t), \\ \dot{\hat{z}}_2(t) &= \hat{z}_3(t) + \lambda_1 \tilde{e}(t), \\ \dot{\hat{z}}_3(t) &= \lambda_0 \tilde{e}(t). \end{aligned} \quad (4.4)$$

El objetivo de control es seguir la trayectoria deseada mostrada en la figura 4.2. Para este ejemplo, la trayectoria deseada es igual a la posición deseada ( $y_d = q_n$ ).

FIGURA 4.2: Desplazamiento angular deseado ( $y_d$ )

#### 4.1.2.2 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Primero se analizó el comportamiento del péndulo en lazo cerrado del con dos tipos de control nominal.

1. El primer control nominal es el control basado en observadores GPI ( $C_{n1}$ ), este control se seleccionó para comparar su comportamiento cuando actúa como control nominal en el lazo interno y como FTC en el lazo externo.
2. El segundo control nominal es el control PD+ ( $C_{n2}$ ), este control se seleccionó porque es ampliamente utilizado en robótica.

Después se agregó mediante un lazo externo de control el FTC basado en observadores GPI, de la ecuación 4.4, al sistema en lazo cerrado (lazo interno), cuyo control nominal es un control PD+ ( $C_{n2}$ ). Con la finalidad de demostrar el incremento a la tolerancia a fallas que permite tener el esquema de FTC propuesto se analizaron tres casos de simulación:



- *Caso 1:* Sistema en condiciones nominales de operación.
- *Caso 2:* Sistema con presencia de falla aditiva en el actuador,  $f_1$ .
- *Caso 3:* Sistema con presencia de falla multiplicativa,  $f_2$ , debida a un aumento de masa.

En las tablas 4.2, 4.3 y 4.4 se tienen los resultados numéricos obtenidos en cada uno de los casos de simulación, en ellas se analizó el comportamiento del péndulo con los dos tipos de control nominal ( $C_{n1}$  y  $C_{n2}$ ) y con el resultado obtenido al agregar el FTC al sistema en lazo cerrado que tiene el segundo control nominal ( $FTC_{C_{n2}}$ ). Por último, se comparan valores numéricos obtenidos para demostrar la eficiencia del esquema propuesto.

La eficiencia se nota al observar que se pueden tolerar una magnitud de falla suficientemente grande. La magnitud de falla que puede ser tolerada nos indica la capacidad de un sistema para resistir a una falla sin poner en riesgo la seguridad y la funcionalidad del sistema en su conjunto, así como la capacidad del sistema para cumplir sus objetivos. La magnitud de falla tolerada varía según el tipo de sistema y su propósito. En algunos sistemas, incluso una pequeña falla puede tener consecuencias graves, como en sistemas de aviación o de transporte. En otros sistemas, como en algunos equipos industriales, la magnitud de falla tolerada puede ser más alta, lo que significa que el sistema puede seguir funcionando con éxito incluso si algunos componentes fallan.

El FTC propuesto es un control basado en observadores GPI agregado en el lazo externo como se puede ver en la figura 4.3. Para el control nominal PD+ ( $C_{n2}$ ), que se encuentra en el lazo interno, se seleccionaron de forma heurística los parámetros de diseño como:  $K_p = 100$  y  $K_v = 50$ . Además, suponemos que tenemos las siguientes restricciones: el par máximo que puede ser aplicado es 4.48Nm ( $\|T\| \leq 4.48$ ) y la aplicación física del sistema no permiten tener un error de seguimiento mayor a  $2^\circ$  ( $\|e\| \leq 2$ ). También, se consideró un umbral entre los valores  $\pm 0.01$  para la detección de fallas.

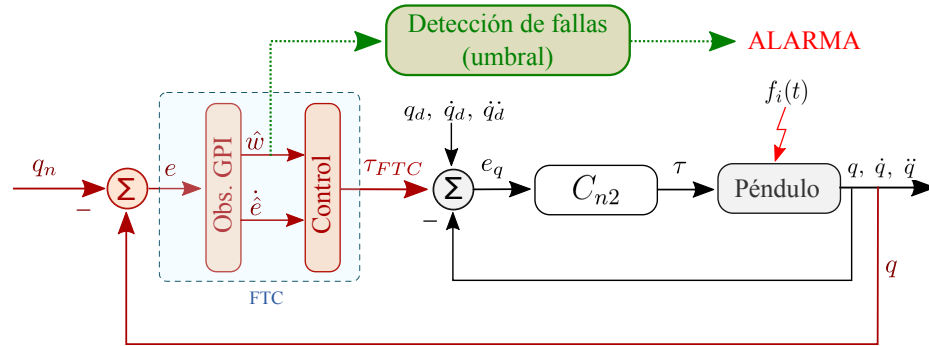


FIGURA 4.3: Esquema del FTC propuesto aplicado al péndulo (con control nominal PD+)

**Caso 1:** Condiciones nominales de operación.

	$\ T\ $ (Nm)	$\ e\ $ (°)
$C_{n1}$	0.082	0.912
$C_{n2}$	0.059	0.031
$FTC_{C_{n2}}$	0.060	0.005

TABLA 4.2: Sistema nominal con perturbaciones

En la Tabla 4.2, se puede observar que con los controles nominales ( $C_{n1}$  y  $C_{n2}$ ), el sistema en lazo cerrado presenta un pequeño error el cual puede ser causado por perturbaciones, dinámicas no modeladas, una mala sintonización de las ganancias del controlador, entre otros. Al agregar el FTC al sistema en lazo cerrado que utiliza el  $C_{n2}$ , el error disminuye porque la acción de FTC está presente en todo momento y no solo cuando ocurre la falla. Se puede concluir que agregar el FTC propuesto mediante un lazo externo no afecta el comportamiento nominal del sistema.

**Caso 2:** Presencia de falla aditiva en el actuador,  $f_1$ .

	$\ T\ $ (Nm)	$\ e\ $ (°)	$ f_1 $ (Nm)
$C_{n1}$	<b>4.480</b>	0.911	4.412
$C_{n2}$	3.496	<b>2.000</b>	3.436
$FTC_{C_{n2}}$	<b>4.480</b>	0.005	4.419

TABLA 4.3: Sistema con falla en el actuador

En la Tabla 4.3 se puede observar que al agregar FTC se puede tolerar casi la misma magnitud de falla que tolera el sistema en lazo cerrado con el primer control nominal ( $C_{n1}$ ), sin embargo, el error es menor. Recordemos que el control nominal ( $C_{n1}$ ) es un control basado en Observadores GPI que se caracteriza por su robustez y es el mismo control que utilizamos para tolerar la falla en un lazo externo, por eso es importante demostrar que al agregarlo como FTC funciona mejor que como un simple control nominal. También se puede observar que el FTC puede tolerar una magnitud de falla mayor que la que tolera el sistema en lazo cerrado con el segundo control nominal ( $C_{n2}$ ).

**Caso 3:** Presencia de falla multiplicativa,  $f_2$ , debida a un aumento de masa.

	$\ T\ $ (Nm)	$\ e\ $ (°)	$ f_2 $ (Kg)
$C_{n1}$	0.332	<b>2.000</b>	3.339
$C_{n2}$	3.879	<b>2.000</b>	26.220
$FTC_{C_{n2}}$	<b>4.480</b>	0.247	49.230

TABLA 4.4: Sistema con falla debida a un aumento de masa

En la Tabla 4.4, se puede observar que al agregar el FTC se puede tolerar una magnitud de falla mayor que la que toleran los controles nominales ( $C_{n1}$  y  $C_{n2}$ ), demostrando su eficiencia. Todo esto siempre y cuando la acción de control esté dentro

de los límites permitidos.

A continuación, se presentan resultados gráficos para cada uno de los casos, donde solo se utilizó el control PD+ como control nominal ( $C_{n2}$ ).

CASO 1: el sistema esta en condiciones nominales de operación (sin falla), se tiene el error de seguimiento de la la figura 4.4.

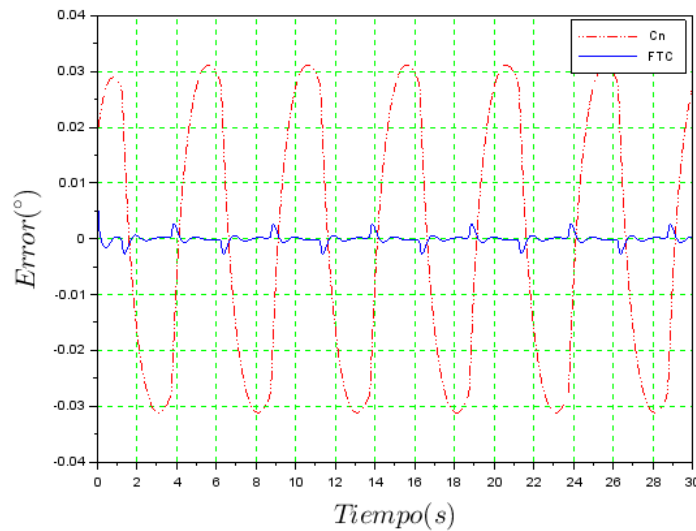
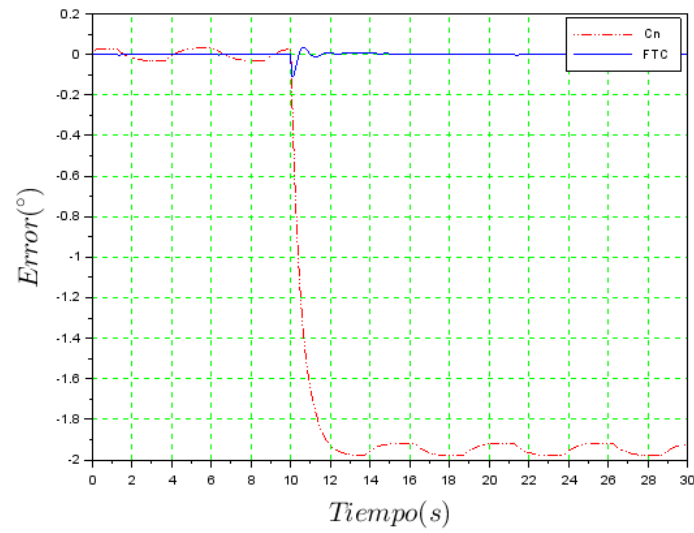


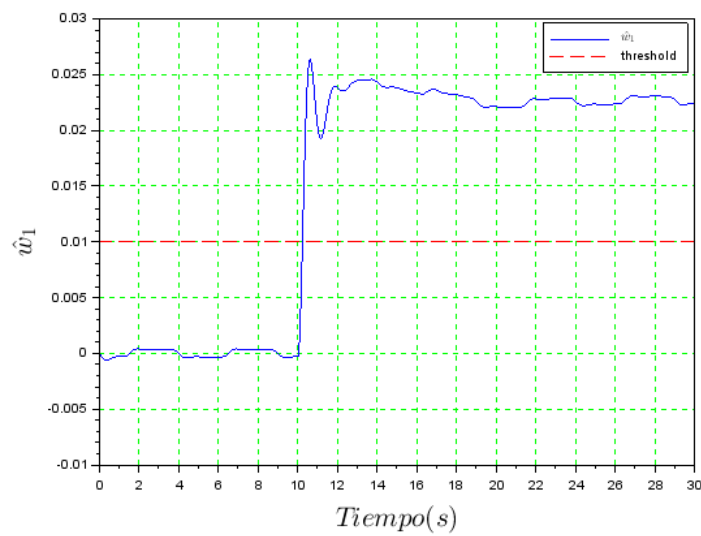
FIGURA 4.4: Error de seguimiento (Sistema nominal)

En la Figura 4.4, se puede apreciar que al agregar el FTC al sistema sin falla, el error disminuye un poco más (es casi cero), comprobando los resultados vistos en la Tabla 4.2.. Por lo que, agregar el FTC mediante un lazo externo que está compensando todo el tiempo no compromete la eficiencia del control nominal.

CASO 2: la falla  $f_1$  se presenta debido a que el actuador entrega  $3.4Nm$  más de lo que debería y ocurre a los 10s ( $t_f = 10$ ).

FIGURA 4.5: Error de seguimiento ( $f_1$ ).

En la Figura 4.5, se puede ver que con el control nominal se alcanza el error máximo permitido de  $2^\circ$ . Y cuando agregamos el FTC, el efecto de falla se compensa, logrando el objetivo de FTC.

FIGURA 4.6: Polinomio incierto ( $f_1$ ).

Para poder detectar la presencia de una falla se gráfica el polinomio incierto,  $\hat{w}_1$ , que estimamos con el observador. En la Figura 4.6, se puede ver que la detección de fallas ocurre cuando la señal sobrepasa el umbral propuesto. Aun que no necesitamos de un modulo de diagnóstico de fallas para poder activar el FTC propuesto y compensar la falla, es importante detectar la falla porque si no solo se estará compensando su efecto, y al no repararlo puede ocurrir una avería.

CASO 3: la falla  $f_2$  es debida a un aumento de masa de 26kg y ocurre a los 10s ( $t_f = 10$ ).

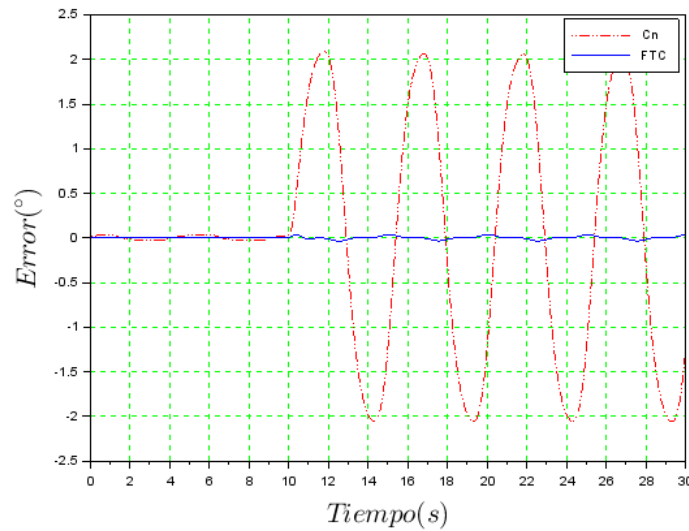
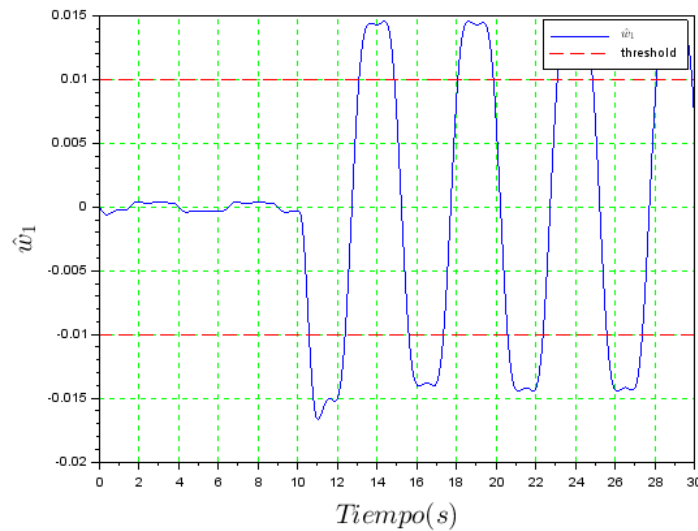


FIGURA 4.7: Error de seguimiento ( $f_2$ ).

En la Figura 4.7, también se puede ver que con el control nominal se alcanza el error máximo permitido de  $2^\circ$ . Y cuando agregamos el FTC, el efecto de falla se compensa, logrando nuevamente el objetivo de FTC.

FIGURA 4.8: Polinomio incierto ( $f_2$ ).

En la Figura 4.8, se puede ver nuevamente que la detección de fallas ocurre cuando la señal sobrepasa el umbral propuesto.

Con los resultados de la simulación se observó que el objetivo es mantener la trayectoria dentro de un intervalo, mientras se mantenga dentro de esta zona vamos a decir que se está tolerando la falla.

## 4.2 ROBOT DE 2GDL

### 4.2.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El esquema propuesto se implementa en un robot de 2 grados de libertad (2gdl), descrito en Kelly *et al.* (2006).

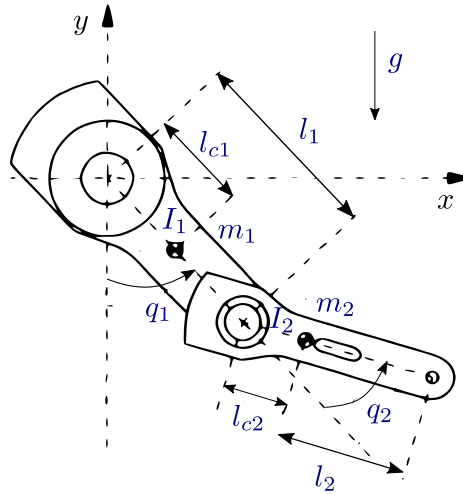


FIGURA 4.9: Diagrama del robot de 2gdl

Donde  $l_1$  es la longitud del eslabón 1,  $l_2$  es la longitud del eslabón 1,  $l_{c1}$  es la distancia al centro de masa del eslabón 1,  $l_{c2}$  es la distancia al centro de masa del eslabón 2,  $m_1$  es la masa del eslabón 1,  $m_2$  es la masa del eslabón 2,  $I_1$  es la inercia del eslabón 1,  $I_2$  es la inercia del eslabón 2, y  $g$  es la gravedad.

Parámetro	Valor
$l_1$	0.450 m
$l_2$	0.450 m
$l_{c1}$	0.091 m
$l_{c2}$	0.048 m
$m_1$	23.902 kg
$m_2$	3.880 kg
$I_1$	1.266 kgm <sup>2</sup>
$I_2$	0.093 kgm <sup>2</sup>
$g$	9.81 m/s <sup>2</sup>

TABLA 4.5: Parámetros del robot de 2gdl



El modelo no lineal del robot de 2gdl es:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) \\ M_{21}(q) & M_{22}(q) \end{bmatrix}}_{H(q)} \ddot{q} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_{11}(q, \dot{q}) & C_{12}(q, \dot{q}) \\ C_{21}(q, \dot{q}) & C_{22}(q, \dot{q}) \end{bmatrix}}_{C(q, \dot{q})} \dot{q} + \underbrace{\begin{bmatrix} g_1(q) \\ g_2(q) \end{bmatrix}}_{g(q)} = \tau, \quad (4.5)$$

donde

$$\begin{aligned} M_{11}(q) &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 [l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \text{Cos}(q_2)] + I_1 + I_2, \\ M_{12}(q) &= m_2 [l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \text{Cos}(q_2)] + I_2, \\ M_{21}(q) &= m_2 [l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \text{Cos}(q_2)] + I_2, \\ M_{22}(q) &= m_2 l_{c2}^2 + I_2, \\ C_{11}(q, \dot{q}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \text{Sen}(q_2) \dot{q}_2, \\ C_{12}(q, \dot{q}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \text{Sen}(q_2) \dot{q}_2, [\dot{q}_1 + \dot{q}_2], \\ C_{21}(q, \dot{q}) &= m_2 l_1 l_{c2} \text{Sen}(q_2) \dot{q}_1, \\ C_{22}(q, \dot{q}) &= 0, \\ g_1(q) &= [m_1 l_{c1} + m_2 l_1] g \text{Sen}(q_1) + m_2 l_{c2} g \text{Sen}(l_1 + q_2), \\ g_2(q) &= m_2 l_{c2} g \text{Sen}(l_1 + q_2). \end{aligned}$$

Además, se considera que el sistema del robot de 2gdl en lazo cerrado tiene como control nominal un control por calculado (CTC), cuya ley de control viene descrita por:

$$\tau = H(q)[\ddot{q}_d + k_v \dot{\tilde{q}} + k_p \tilde{q}] + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q). \quad (4.6)$$

Los parámetros del modelo y las leyes de control nominal fueron utilizadas en esta tesis para llevar a cabo la simulación, sin embargo, para la implementación del esquema de FTC en un sistema físico no se requieren conocer.

## 4.2.2 ESQUEMA PROPUESTO PARA EL FTC

### 4.2.2.1 SIMULACIONES

Para la implementación del esquema controlador-observador representado en la ecuación 3.7, se seleccionaron de forma heurística los parámetros de diseño. El orden del polinomio incierto se seleccionó como:  $p = 4$ . Las ganancias del controlador se seleccionaron como:  $K_v = 50$  y  $\Lambda = 10$ . Y las ganancias del observador se seleccionaron como:  $\lambda_0 = 1$ ,  $\lambda_1 = 2$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 4$ ,  $\lambda_4 = 5$  y  $\lambda_5 = 6$ .

El FTC resultante es:

$$\tau_{FTC} = -K_v(\hat{e}_2 + \Lambda e) - \dot{\hat{w}}_1, \quad (4.7)$$

$$\dot{\hat{e}}_1 = \hat{e}_2 - \Lambda \hat{e}_1 + (\lambda_5 - \Lambda)(e - \hat{e}_1),$$

$$\dot{\hat{e}}_2 = \lambda_4(e - \hat{e}_1),$$

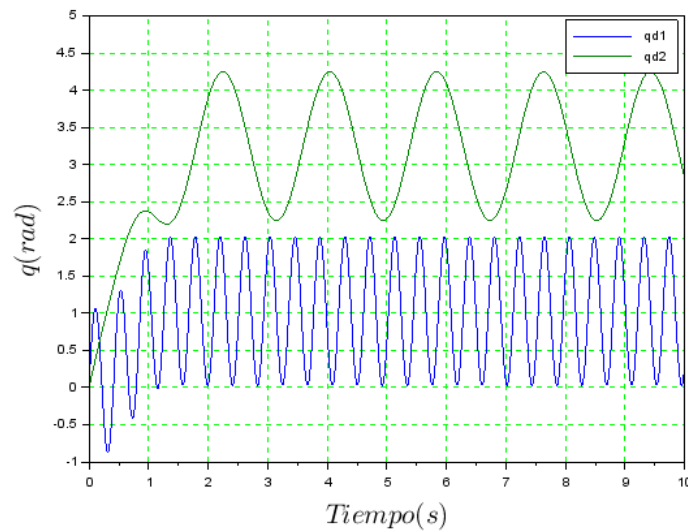
$$\dot{\hat{w}}_1 = \hat{w}_2 + \lambda_3(e - \hat{e}_1),$$

$$\dot{\hat{w}}_2 = \hat{w}_3 + \lambda_2(e - \hat{e}_1),$$

$$\dot{\hat{w}}_3 = \hat{w}_4 + \lambda_1(e - \hat{e}_1),$$

$$\dot{\hat{w}}_4 = \lambda_0(e - \hat{e}_1).$$

El objetivo del control es seguir la trayectoria deseada mostrada en la figura 4.10. Para este ejemplo, la trayectoria deseada también es la posición nominal ( $y_d = q_n$ ).

FIGURA 4.10: Posición articular deseada ( $y_d$ )

#### 4.2.2.2 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con la finalidad de demostrar el incremento a la tolerancia a fallas que permite tener el esquema de FTC propuesto se analizaron tres casos de simulación. En las tablas 4.6, 4.7 y 4.8 se tienen los resultados numéricos obtenidos, en ellas se analiza el comportamiento del robot de 2gdl en lazo cerrado con el control nominal Par calculado (CTC). Después se comparan con los resultados obtenidos al agregar en cascada el FTC propuesto (lazo externo) de la ecuación 4.7 en el sistema en lazo cerrado (lazo interno) del robot de 2gdl.

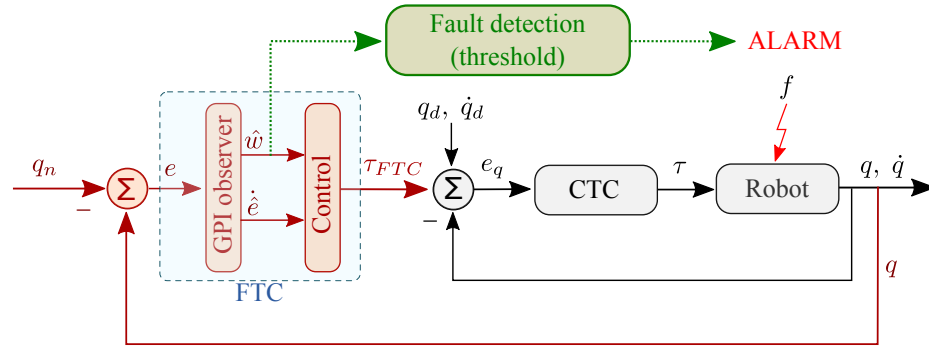


FIGURA 4.11: Esquema del FTC propuesto aplicado al robot de 2 gdl (control nominal CTC)

El FTC es un control basado en observadores GPI agregado en el lazo externo como se puede ver en la figura 4.11. Para el control nominal ( $C_n$ ) se tomaron las ganancias de Kelly *et al.* (2006):  $K_p = 900$  y  $K_v = 35$ . Además, suponemos que tenemos las siguientes restricciones: el par máximo que puede ser aplicado es de 1200Nm por el actuador 1 ( $\|T_1\| \leq 1200$ ) y de 150Nm por el actuador 2 ( $\|T_2\| \leq 150$ ). Y la aplicación física del sistema no permiten tener un error de seguimiento mayor a 0.5rad ( $\|e_2\| \leq 0.5$ ).

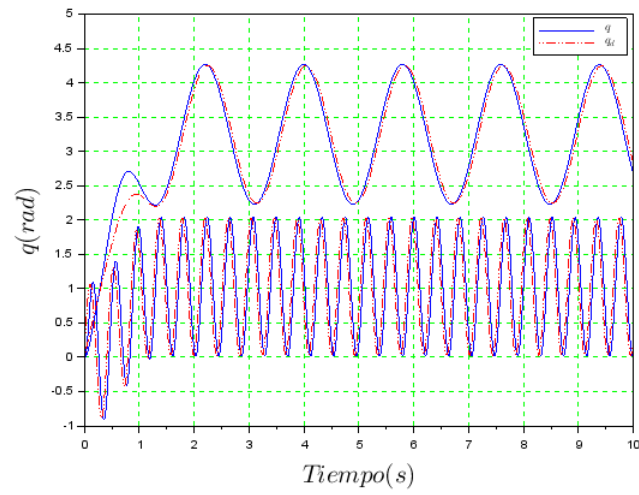
**Caso 1:** Condiciones nominales de operación.

	$\ T\ $ (Nm)	$\ e\ $ (rad)
$C_n$	$\ T_1\  = 516.07$	$\ e_1\  = 0.5531$
	$\ T_2\  = 22.915$	$\ e_2\  = 0.1624$
$FTC$	$\ T_1\  = 1017.1$	$\ e_1\  = 0.0010$
	$\ T_2\  = 50.559$	$\ e_2\  = 0.0003$

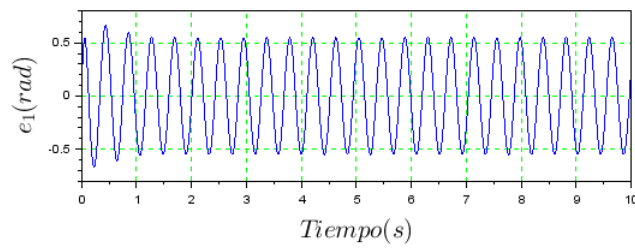
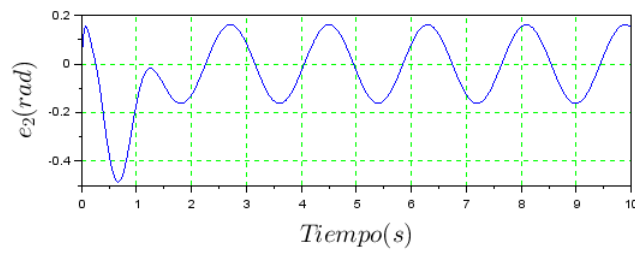
TABLA 4.6: Sistema nominal

En la Tabla 4.6, se puede observar el comportamiento del sistema en condicio-

nes nominales de operación (sin falla). Cuando el robot solo cuenta con el control nominal ( $C_n$ ) el sistema en lazo cerrado presenta un pequeño error el cual puede ser causado por perturbaciones, dinámicas no modeladas, una mala sintonización de las ganancias del controlador, entre otros. Al agregar el FTC, el error disminuye, esto se debe a que la acción de FTC está presente en todo momento y no sólo cuando ocurre la falla. Se puede concluir que agregar el FTC propuesto mediante un lazo externo no afecta el comportamiento nominal del sistema.



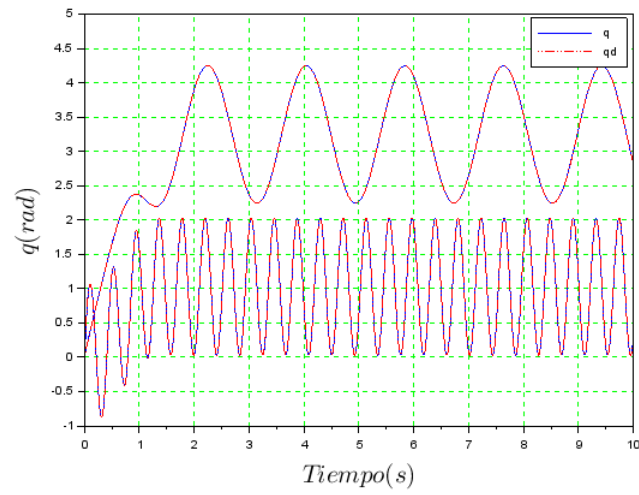
(a) Posicion



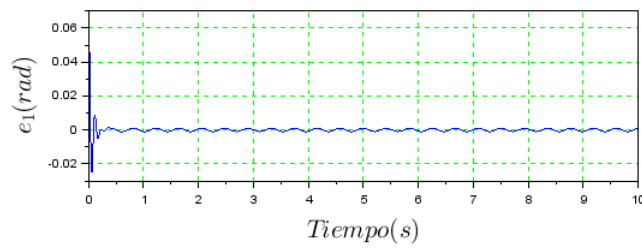
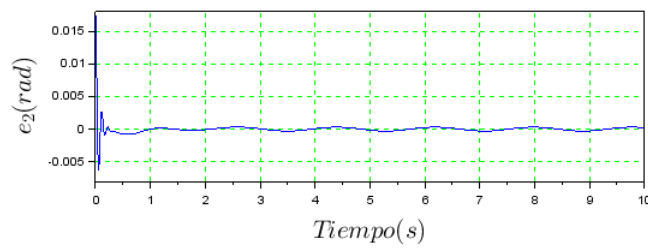
(b) Error de seguimiento

FIGURA 4.12: Sistema nominal en lazo cerrado

En la Figura 4.12, se puede ver que con el control nominal el sistema presenta un pequeño error ( $\|e_2\| = 0.1624\text{rad}$ , según la Tabla 4.6).



(a) Posición



(b) Error de seguimiento

FIGURA 4.13: Agregando el FTC al sistema nominal en lazo cerrado

En la Figura 4.13, se puede ver que al agregar el lazo de FTC el error disminuye ( $\|e_2\| = 0.0003\text{rad}$ , según la tabla 4.6), es casi cero.

**Caso 2:** Presencia de falla multiplicativa, ( $f_1$ ), debida a un aumento de masa en la articulación 2.

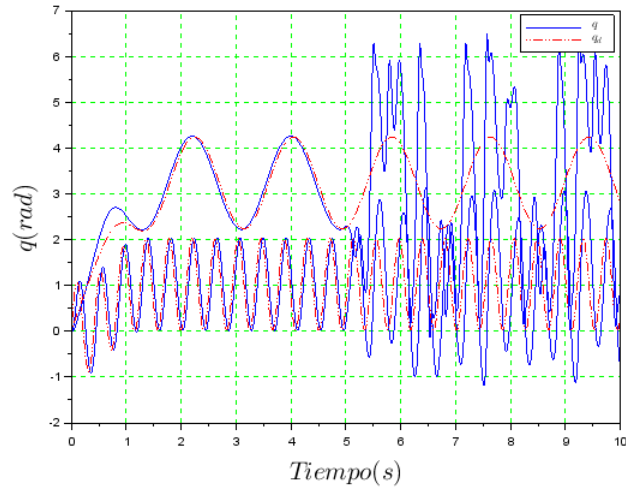
	$\ T\ $ ( $Nm$ )	$\ e\ $ ( $rad$ )	$ f_1 $ ( $kg$ )
$C_n$	$\ T_1\  = 849.52$ $\ T_2\  = 67.848$	$\ e_1\  = 0.6771$ $\ e_2\  = \mathbf{0.5000}$	9.26
$FTC$	$\ T_1\  = \mathbf{1200.0}$ $\ T_2\  = 134.68$	$\ e_1\  = 0.0564$ $\ e_2\  = 0.1940$	715

TABLA 4.7: Sistema con falla debida a un aumento de masa en la articulación 2

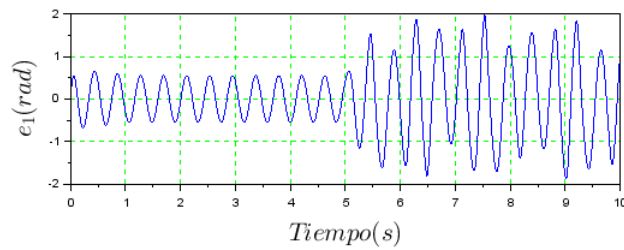
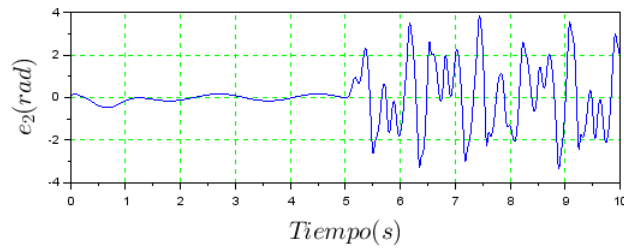
En la Tabla 4.7, se puede observar que con el control nominal se puede tolerar una magnitud de falla de hasta  $|f_1| = 9.26$  para cuando ocurre el error máximo permitido de ( $e_2 = 0.5$  rad). Al agregar el FTC se puede tolerar una magnitud de falla mucho mayor ( $|f_1| = 715$ ) que la que tolera el control nominal. Se puede tolerar hasta esta magnitud de falla ya que existen entradas de control acotadas, es decir, se alcanza el máximo par que puede ser aplicado por el actuador 1 ( $\|T_1\| = 1200Nm$ ). La magnitud de falla que puede ser tolerada es mucho mayor, lo que demuestra la eficiencia del esquema propuesto.



A continuación se presenta un ejemplo gráfico. La magnitud de la falla es  $|f_1| = 30$  y ocurre en  $t_f = 5s$ .

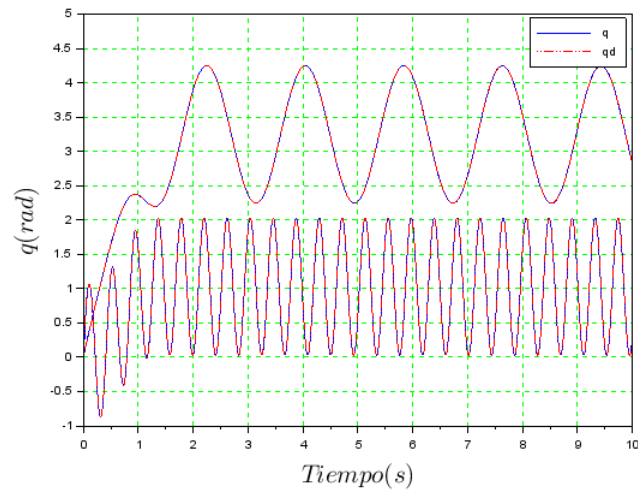


(a) Posición

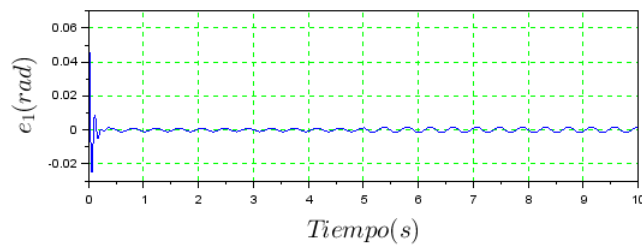
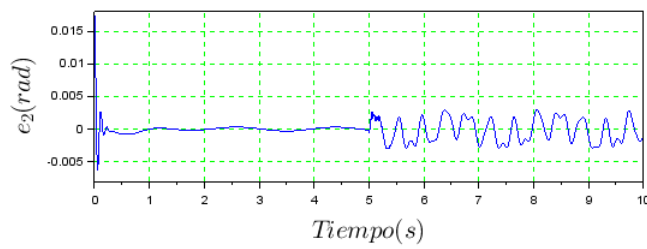


(b) Error de seguimiento

FIGURA 4.14: Sistema en lazo cerrado con falla,  $f_1$ .



(a) Posición



(b) Error de seguimiento

FIGURA 4.15: Agregando el FTC al sistema en lazo cerrado con falla,  $f_1$ .

En la Figura 4.15, se puede ver que cuando agregamos el lazo de FTC, se compensa el efecto de falla que ocurre en  $t_f = 5s$ , logrando el objetivo de FTC.

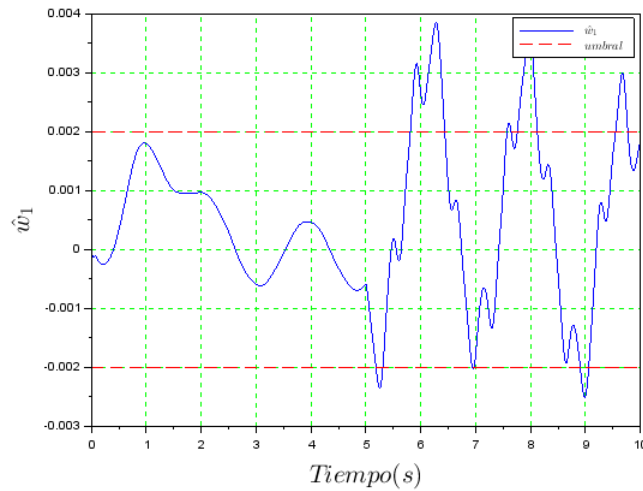


FIGURA 4.16: Polinomio incierto

En la Figura 4.16, se puede ver que la detección de fallas ocurre cuando la señal sobrepasa el umbral propuesto. Es importante detectar la falla porque si no solo se estará compensando su efecto, y al no repararla puede producirse una avería.

**Caso 3:** Presencia de falla aditiva ( $f_2$ ), debida a un offset en el sensor.

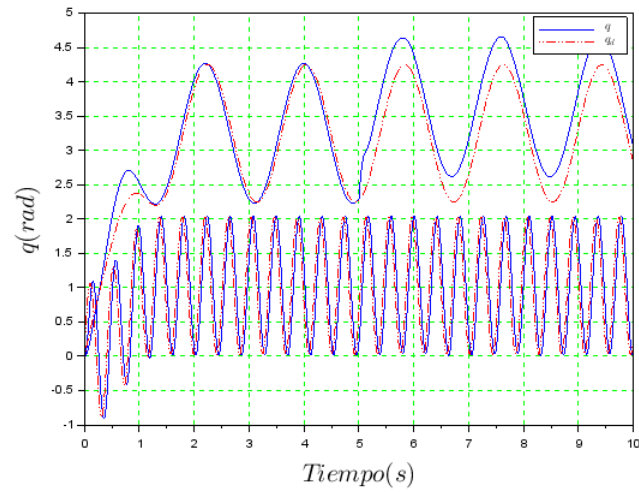
	$\ T\ $ (Nm)	$\ e\ $ (rad)	$ f_2 $ (rad)
$C_n$	$\ T_1\  = 518.23$ $\ T_2\  = 26.434$	$\ e_1\  = 0.5685$ $\ e_2\  = \mathbf{0.5000}$	8.67
$FTC$	$\ T_1\  = \mathbf{1200.0}$ $\ T_2\  = 139.95$	$\ e_1\  = 0.0012$ $\ e_2\  = 0.0271$	27.8

TABLA 4.8: Sistema con falla en el sensor 2

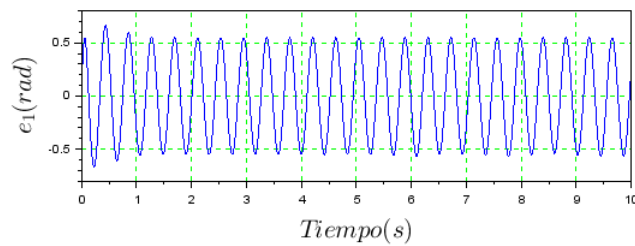
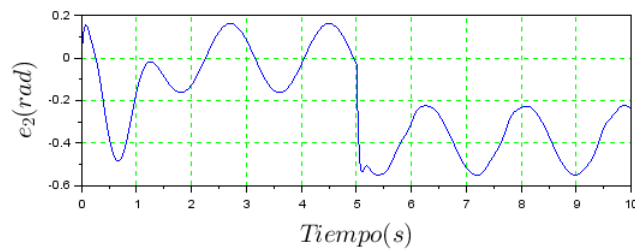
En la Tabla 4.8, también se puede ver que con el control nominal se puede tolerar una magnitud de falla de hasta  $|f_2| = 8.67$  para cuando ocurre el error máximo permitido ( $e_2 = 0.5\text{rad}$ ). Al agregar el FTC se puede tolerar una magnitud de falla mayor ( $|f_2| = 27.8$ ) que la que tolera el control nominal. Todo esto siempre

y cuando la acción de control esté dentro de los límites permitidos.

A continuación se presenta un ejemplo gráfico. La magnitud de la falla es  $|f_2| = 10$  y ocurre en  $t_f = 5s$ .

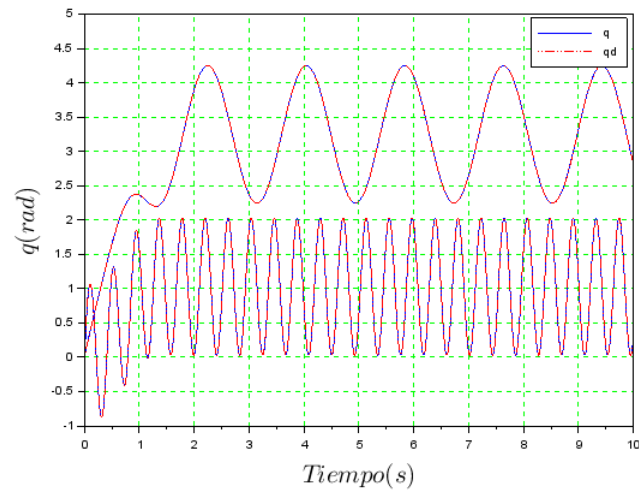


(a) Posición

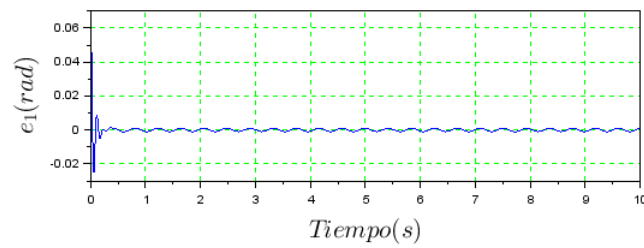
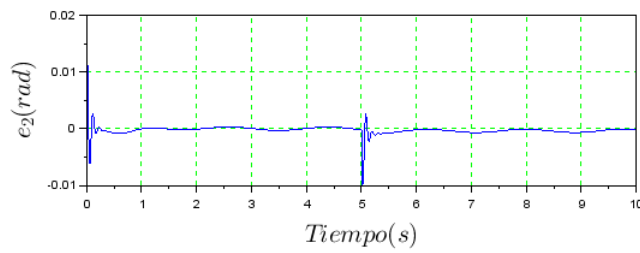


(b) Error de seguimiento

FIGURA 4.17: Sistema en lazo cerrado con falla,  $f_2$ .



(a) Posición



(b) Error de seguimiento

FIGURA 4.18: Agregando el FTC al sistema en lazo cerrado con falla,  $f_2$ .

En la Figura 4.18, se puede ver que cuando agregamos el lazo de FTC, se compensa el efecto de la falla.

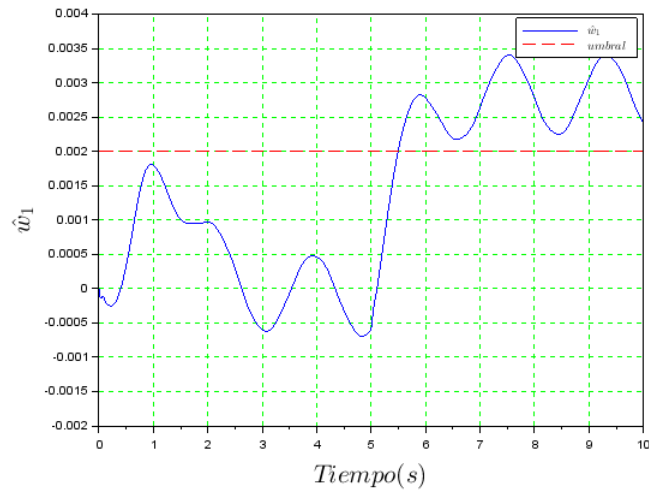


FIGURA 4.19: Polinomio incierto

En la Figura 4.19, se puede ver que la detección de fallas ocurre cuando la señal sobrepasa el umbral propuesto.

Nuevamente, con los resultados de la simulación se observó que el objetivo es mantener la trayectoria dentro de un intervalo, mientras se mantenga dentro de esta zona vamos a decir que se está tolerando la falla.

## CAPÍTULO 5

# CONCLUSIONES

---

En esta tesis se propone un esquema de FTC eficiente cuya finalidad es incrementar el tamaño de la magnitud de la falla que puede ser tolerado por el sistema en lazo cerrado y de esta manera preservar el desempeño del sistema cuando ocurre una falla. Todo esto siempre y cuando las condiciones físicas de operación lo permitan.

La principal ventaja del esquema propuesto es que utiliza un lazo de control adicional (estructura de control en cascada), que permite mantener sin cambio la ley de control nominal (del sistema en lazo cerrado). Además, no requiere información explícita del modelo matemático del sistema, por lo que es fácil de implementar. Actualmente, esto representa una ventaja cuando se quiere trabajar con sistemas complejos.

Una característica sobresaliente del esquema propuesto es que integra los beneficios del control basado en observadores GPI, que es un control robusto que estima perturbaciones y términos inciertos, al ser utilizado como control externo en el esquema propuesto se convierte en FTC por lo que también va a estimar fallas, es decir, es robusto a perturbaciones y tolerante a fallas.

El esquema propuesto combina las ventajas de las dos estrategias de FTC existentes en la literatura (activa y pasiva). La acción de FTC está presente en todo momento como en la estrategia pasiva (y no sólo cuando ocurre la falla como en la

estrategia activa) y no requiere de un módulo de diagnóstico, como en la estrategia activa, para obtener información de la falla (en su lugar, la falla es estimada por el observador GPI). El error del lazo adicional es utilizado para reconfigurar de forma indirecta el control nominal, es decir, no requiere modificar la ley de control nominal como en la estrategia activa ni requiere hacer el control nominal robusto a fallas (lo que puede comprometer la eficiencia del sistema) como en la estrategia pasiva. Por el contrario, el esquema propuesto permite generar una acción de control suplementaria que compensa el efecto de las fallas en actuadores, componentes y sensores.

El objetivo de control del esquema propuesto es el seguimiento de trayectoria deseada en sistemas Euler-Lagrange. En general, el esquema propuesto no requiere de una formalidad de Euler-Lagrange, pero en este trabajo se aprovecha la estructura del modelo del sistema, de modo que se puede formular el controlador basado en observador GPI sin necesidad de conocer el modelo del sistema ni la ley de control nominal.

Con la finalidad de mostrar la eficiencia del esquema propuesto de FTC, éste se aplicó a dos ejemplos de simulación: un péndulo y un robot de 2gdl. Los resultados de simulación demuestran el incremento de tolerancia a perturbaciones y fallas que permite tener el esquema propuesto en condiciones normales (robustez ante perturbaciones) y en condiciones de falla (compensación de fallas). Además, con los resultados obtenidos se concluye que el objetivo es mantener la trayectoria dentro de un intervalo, mientras se mantenga dentro de esta zona vamos a decir que se esta tolerando la falla. Por lo tanto, se logro desarrollar un esquema de FTC que se puede aplicar a una amplia gama de sistemas no lineales y actuar de manera eficiente y confiable.



## APÉNDICE A

# SISTEMAS EULER-LAGRANGE (EL)

---

### A.1 SISTEMAS NO LINEALES

La mayoría de sistemas físicos son de naturaleza no lineal. Los sistemas no lineales pueden ser modelados mediante un número finito de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden como una ecuación diferencial vectorial de dimensión  $n$  dentro de una vecindad, Khalil (2002).

$$\dot{x} = f(x, t). \tag{A.1}$$

Aunque la ecuación A.1 no incluye explícitamente la entrada de control como una variable, se puede aplicar a sistemas retroalimentados, ya que la entrada de control será función del estado  $x \in \mathbb{R}^n$ , y del tiempo  $t$ , es decir:

$$\dot{x} = f(x, u, t), \tag{A.2}$$

$$u = g(x, t), \tag{A.3}$$

sustituyendo la ecuación A.3 en A.2 tendremos una dinámica en lazo cerrado dada por:

$$\dot{x} = f(x, g(x, t), t). \quad (\text{A.4})$$

Los sistemas no lineales pueden tener varios puntos de equilibrio, y la convergencia a uno estable depende del estado inicial.

**Definición A.1** (*Puntos de equilibrio*) *Un punto  $x = x^*$  en el espacio de estados es un punto de equilibrio del sistema  $\dot{x} = f(x)$  si  $f(x^*) = 0$ , es decir, una vez que  $x(t)$  ha alcanzado al estado  $x^*$ , permanece en dicho estado para todo tiempo futuro.*

La estabilidad es una de las características más importantes de los sistemas dinámicos. Es por ello que, resulta importante estudiar la estabilidad de los diferentes puntos de equilibrio con lo cual se logra un mejor entendimiento del comportamiento del mismo.

**Definición A.2** (*Estabilidad*) *el punto de equilibrio  $x^*$  del sistema  $\dot{x} = f(x)$  es*

- *Estable, si para cada  $\epsilon > 0$  existe un  $\delta = \delta(\epsilon)$  tal que*

$$\|x(0)\| < \delta \implies \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0.$$

- *Inestable, si no es estable.*
- *Asintóticamente estable, si es estable y  $\delta$  puede elegirse tal que*

$$\|x(0)\| < \delta \implies \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0.$$

Los teoremas de estabilidad de Lyapunov dan condiciones suficientes para el estudio de la estabilidad de sistemas no lineales, donde la idea principal se basa en que si la energía total de un sistema es continuamente disipada, entonces el sistema acabará convergiendo hacia un punto de equilibrio. De este modo, se puede deducir

la estabilidad del sistema examinando la variación de una función escalar representativa de su estado energético.

**Teorema A.1** (*Teorema de Lyapunov*) Sea el origen  $x = 0$  un punto de equilibrio del sistema  $\dot{x} = f(x)$  y sea  $D \subset \mathbb{R}^n$  un dominio que contiene el origen. Sea  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  una función continuamente diferenciable tal que

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \quad \text{y} \quad V(x) > 0 \quad \text{en} \quad D - \{0\}, \\ \dot{V}(x) &\leq 0 \quad \text{en} \quad D. \end{aligned}$$

Entonces  $x = 0$  es estable. Más aún, si

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \text{en} \quad D - \{0\}.$$

Entonces  $x = 0$  es asintóticamente estable.

El teorema A.2 da una condición suficiente para estabilidad asintótica uniforme en términos de la existencia de una función de Lyapunov.

**Teorema A.2** (*Estabilidad asintótica uniforme*) Sea  $x = 0$  un punto de equilibrio del sistema  $\dot{x} = f(x, t)$  y sea  $D \subset \mathbb{R}^n$  un dominio que contiene el origen. Sea  $V : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}$  una función continuamente diferenciable tal que

$$\begin{aligned} W_1(x) &\leq V(t, x) \leq W_2(x), \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(t, x) &\leq -W_3(x), \end{aligned}$$

$\forall t \geq 0, \forall x \in D$ , donde  $W_i(x)$  son funciones continuas definidas positivas en  $D$ . Entonces  $x = 0$  es uniformemente asintóticamente estable

El teorema A.3 garantiza la existencia de funciones de Lyapunov adecuadas cuando el sistema es exponencialmente estable.

**Teorema A.3** (*Teorema de Lyapunov converso*) sea  $x = 0$  un punto de equilibrio del sistema no lineal  $\dot{x} = f(x, t)$  donde  $f : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}^n$  es continuamente diferenciable,  $D = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| < r\}$ , y la matriz Jacobiana  $\frac{\partial f}{\partial x}$  es acotada en  $D$ , uniformemente en  $t$ . Sean  $k$ ,  $\gamma$  y  $r_0$  constantes positivas con  $r_0 < r/k$ . Sea  $D_0 \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| < r_0\}$  Supongamos que las trayectorias del sistema satisfacen

$$\|x(t)\| \leq k\|x(t_0)\|e^{-\gamma(t-t_0)}, \quad \forall x(t_0) \in D_0, \quad \forall t \geq t_0 \geq 0. \quad (\text{A.5})$$

Entonces existe una función  $V : [0, \infty) \times D_0 \rightarrow \mathbb{R}$  que satisface las desigualdades

$$\begin{aligned} c_1\|x\|^2 &\leq V(t, x) \leq c_2\|x\|^2, \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}f(t, x) &\leq -c_3\|x\|^2, \\ \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\| &\leq c_4\|x\|, \end{aligned}$$

para ciertas constantes positivas  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  y  $c_4$ . Más aún, si  $r = \infty$  y el origen es globalmente exponencialmente estable, entonces  $V(t, x)$  está definida y satisface las desigualdades de arriba en todo  $\mathbb{R}^n$ .

Uno de los conceptos fundamentales en el análisis de la estabilidad de los sistemas no lineales es el de pasividad. Los sistemas pasivos, Van der Schaft (2017), poseen propiedades de estabilidad deseables. Consideremos un sistemas no lineal afín (la entrada de control aparece linealmente)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u, \\ y &= h(x). \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Se dice que el sistema de la ecuación A.6 es pasivo si existe una función diferenciable no negativa, llamada función de almacenamiento,  $V$ , con  $V(0) = 0$ , y una función continua no negativa  $H$ , con  $H(0) = 0$ , tal que, para todas las entradas admisibles y condiciones iniciales  $x(0) = x_0$ , se cumple la siguiente desigualdad

$$\dot{V}(x, u) \leq y^T u - H(x). \quad (\text{A.7})$$

## A.2 REPRESENTACIÓN EULER LAGRANGE

Una gran cantidad de sistemas no lineales, generalmente sistemas eléctricos y mecánicos, pueden ser representados mediante la formulación EL, de aquí el interés de trabajar con esta representación. Las ecuaciones de EL , Ortega *et al.* (1998), son

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}(q, \dot{q}) = \tau, \quad (\text{A.8})$$

donde  $q \in \mathbb{R}^n$  es el vector de coordenadas generalizadas,  $\dot{q} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de velocidades generalizadas,  $\tau \in \mathbb{R}^n$  es el vector de las entradas de control y  $\mathcal{L}(q, \dot{q})$  es el Lagrangiano, una función suave que tiene la forma

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \mathcal{T}(q, \dot{q}) - \mathcal{V}(q), \quad (\text{A.9})$$

donde  $\mathcal{T}(q, \dot{q})$  es la función de energía cinética y  $\mathcal{V}(q)$  es la función de la energía potencial. En el caso de los sistemas eléctricos,  $\mathcal{T}(q, \dot{q})$  es la suma de las coenergías magnéticas de los elementos inductivos en términos de las corrientes a través de los inductores, mientras que  $\mathcal{V}(q)$  está dada por la suma de las energías del campo eléctrico de los elementos capacitivos en términos de las cargas de los condensadores. En el caso de los sistemas mecánicos,  $\mathcal{T}(q, \dot{q})$  es la suma de las energías cinéticas

$$\mathcal{T}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q}, \quad (\text{A.10})$$

donde  $H(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de inercia y se supone que es simétrica y definida positiva ( $H(q) = H(q)^T > 0$ ).

Sustituyendo A.9 en A.8 se obtiene el modelo en representación EL dado por:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + g(q) = \tau, \quad (\text{A.11})$$

donde  $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis,  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz diagonal semidefinida positiva que contiene los coeficientes de fricción viscosa,  $g(q) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de torques debidos a la gravedad .

El modelo de la ecuación (A.11), tiene las siguientes propiedades:

**Propiedad 1:**  $H(q)$  es una matriz simétrica definida positiva y satisface

$$\lambda_{\min}(H(q))\|x\|^2 \leq x^T H(q)x \leq \lambda_{\max}(H(q))\|x\|^2 \quad \forall q, x \in \mathbb{R}^n. \quad (\text{A.12})$$

**Propiedad 2:** Si se calcula  $C(q, \dot{q})$  utilizando los símbolos de Christoffel de primer tipo, se cumple que la matriz  $\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})$  es antisimétrica, es decir,

$$x^T (\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q}))x = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n. \quad (\text{A.13})$$

**Propiedad 3:** La matriz  $C(q, \dot{q})$  está acotada en  $q$  y es lineal en  $\dot{q}$

$$C(q, \dot{q})x = C(q, x)\dot{q}, \quad (\text{A.14})$$

$$|C(q, \dot{q})| \leq k_c |\dot{q}|, \quad (\text{A.15})$$

$\forall x \in \mathbb{R}^n$  y alguna constante positiva  $k_c$ .

**Propiedad 4:** Sea  $q_r \in \mathbb{R}^n$  un vector arbitrario. Existe una parametrización lineal para los modelos EL de la forma

$$H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) = \Upsilon(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\theta, \quad (\text{A.16})$$

donde  $\Upsilon$  es una matriz regresora de funciones conocidas y  $\theta$  es un vector que contiene los parámetros del sistema EL.

**Propiedad 5:** El sistema (2.10) es pasivo si  $\Sigma : \tau \rightarrow \dot{q}$ ,

Energía entregada al sistema

$$\langle \dot{q}, \tau \rangle = \int_0^t \dot{q}^T(s)\tau(s)ds \geq -V(q(0), \dot{q}(0)). \quad (\text{A.17})$$

Energía total del sistema

$$V(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T H(q)\dot{q} + P(q). \quad (\text{A.18})$$

donde  $P(q)$  es la energía potencial.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- ACOSTA-SANTANA, P., L. RODRIGUEZ-ALFARO y E. ALCORTA-GARCIA (2013), «A cascade structure approach to control reconfiguration», en *2013 Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*, IEEE, págs. 347–352.
- ALWI, H., C. EDWARDS y C. P. TAN (2011), *Fault Detection and Fault Tolerant Control Using Sliding Modes*, Springer.
- AMIN, A. A. y K. M. HASAN (2019), «A review of fault tolerant control systems: advancements and applications», *Measurement*, **143**, págs. 58–68.
- AMIN, A. A. y K. MAHMOOD-UL HASAN (2019a), «Hybrid fault tolerant control for air–fuel ratio control of internal combustion gasoline engine using Kalman filters with advanced redundancy», *Measurement and Control*, **52**(5–6), págs. 473–492.
- AMIN, A. A. y K. MAHMOOD-UL HASAN (2019b), «Hybrid fault tolerant control for air–fuel ratio control of internal combustion gasoline engine using Kalman filters with advanced redundancy», *Measurement and Control*, **52**(5–6), págs. 473–492.
- AMIN, A. A. y K. MAHMOOD-UL HASAN (2021), «Robust Passive Fault Tolerant Control for Air Fuel Ratio Control of Internal Combustion Gasoline Engine for Sensor and Actuator Faults», *IETE Journal of Research*, págs. 1–16.
- ARTEAGA-PÉREZ, M. A. y A. GUTIÉRREZ-GILES (2014), «On the GPI approach with unknown inertia matrix in robot manipulators», *International Journal of Control*, **87**(4), págs. 844–860.

- BENOSMAN, M. (2011), «Passive fault tolerant control», *Robust Control Theory Appl.*
- BLANKE, M., M. KINNAERT, J. LUNZE, M. STAROSWIECKI y J. SCHRÖDER (2006a), *Diagnosis and fault-tolerant control*, tomo 691, Springer.
- BLANKE, M., M. KINNAERT, J. LUNZE, M. STAROSWIECKI y J. SCHRÖDER (2006b), *Diagnosis and fault-tolerant control*, tomo 2, Springer.
- BLANKE, M., M. KINNAERT y J. L. M. STAROSWIECKI (2006c), *Diagnosis and fault-tolerant control*, segunda edición, Springer, Berlin Germany.
- BONIVENTO, C., A. ISIDORI, L. MARCONI y A. PAOLI (2004), «Implicit fault-tolerant control: application to induction motors», *Automatica*, **40**(3), págs. 355–371.
- CHIZECK, H. J. y A. S. WILLSKY (1979), «Towards fault-tolerant optimal control», en *1978 IEEE Conference on Decision and Control including the 17th Symposium on Adaptive Processes*, IEEE, págs. 19–20.
- DING, S. X. (2014), *Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems*, Advances in Industrial Control, Springer, London.
- DIOP, S. y M. FLIESS (1991), «Nonlinear observability, identifiability, and persistent trajectories», en *Decision and Control, 1991., Proceedings of the 30th IEEE Conference on*, IEEE, págs. 714–719.
- FLIESS, M., J. LÉVINE, P. MARTIN y P. ROUCHON (1995), «Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples», *International journal of control*, **61**(6), págs. 1327–1361.
- GAO, Z., C. CECATI y S. X. DING (2015), «A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques part I: Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches», *IEEE transactions on industrial electronics*, **62**(6), págs. 3757–3767.



- GILES, A. G., M. A. A. PÉREZ y H. S. RAMÍREZ (2016), «Control de Fuerza de Robots Manipuladores Basado en Observadores Proporcionales Integrales Generalizados», *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, **13**(2), págs. 238–246.
- HAMAYUN, M. T., C. EDWARDS y H. ALWI (2015), «A fault tolerant direct control allocation scheme with integral sliding modes», *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, **25**(1), págs. 93–102, DOI: 10.1515/amcs-2015-0007.
- ISERMANN, R. (2006), *Fault-diagnosis systems: An introduction from fault detection to fault tolerance*, primera edición, Springer.
- JOHNSON, C. (1971), «Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems», *IEEE Transactions on automatic control*, **16**(6), págs. 635–644.
- KELLY, R., V. S. DAVILA y J. A. L. PEREZ (2006), *Control of robot manipulators in joint space*, Springer Science & Business Media.
- KHALIL, H. K. (2002), *Nonlinear systems*, Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ.
- KROKAVEC, D., A. FILASOVÁ y P. LIŠČINSKÝ (2016), «LMI-based design of cascade reconfiguration control structures», en *2016 3rd Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*, IEEE, págs. 605–610.
- LAN, J. y R. J. PATTON (2020), «Robust Integration of Model-Based Fault Estimation and Fault-Tolerant Control», .
- LI, S., H. WANG, A. AITOUCHE, Y. TIAN y N. CHRISTOV (2018), «Active fault tolerance control of a wind turbine system using an unknown input observer with an actuator fault», *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, **28**(1), págs. 69–81, DOI: 10.2478/amcs-2018-0005.

- LUNZE, J. y T. STEFFEN (2006), «Control reconfiguration after actuator failures using disturbance decoupling methods», *IEEE Transactions on Automatic Control*, **51**(10), págs. 1590–1601.
- MEJDI, S., A. MESSAOUD y R. BEN ABDENNOUR (2020), «Fault tolerant multi-controllers for nonlinear systems: A real validation on a chemical process», *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, **30**(1), págs. 61–74, doi: 10.34768/amcs-2020-0005.
- MERHEB, A.-R., H. NOURA y F. BATEMAN (2015), «Design of passive fault-tolerant controllers of a quadrotor based on sliding mode theory», *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, **25**(3), págs. 561–576, doi: 10.1515/amcs-2015-0042.
- MONTGOMERY, R. C. y D. B. PRICE (1976), «Failure accommodation in digital flight control systems accounting for nonlinear aircraft dynamics», *Journal of Aircraft*, **13**(2), págs. 76–82.
- NOURA, H., D. THEILLIOL, J. C. PONSART y A. CHAMSEDDINE (2009), *Fault-tolerant Control Systems: Design and Practical Applications*, Springer, London.
- ORTEGA, R., A. LORIA, P. J. NICKLASSON y H. SIRA RAMIREZ (1998), *Passivity based Control of Euler Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*, Springer.
- PATTON RON, J. (1997), «Fault Tolerant Control Systems: The1997 situation», *The University of Hull*.
- POZNYAK, A. S., E. N. SANCHEZ y W. YU (2001), *Differential neural networks for robust nonlinear control: identification, state estimation and trajectory tracking*, World Scientific.
- QI, X., D. THEILLIOL, Y. HE y J. HAN (2017), «An active fault-tolerant control framework against actuator stuck failures under input saturations», *International*

- Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, **27**(4), págs. 749–761, DOI: 10.1515/amcs-2017-0052.
- RODRÍGUEZ ALFARO, L. H. (2014), *Active fault tolerant control of Hamiltonian convergent systems (in spanish)*, Tesis Doctoral, Autonomous University of Nuevo Leon.
- RODRIGUEZ-ALFARO, L. H., E. ALCORTA-GARCIA y C. P. CASTILLO (2012), «Diagnóstico de fallas en sistemas Hamiltonianos», *Memorias del Congreso Nacional de Control Automático 2012*.
- ROTONDO, D., F. NEJJARI y V. PUIG (2015), «Robust quasi-LPV model reference FTC of a quadrotor UAV subject to actuator faults», *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, **25**(1), págs. 7–22, DOI: 10.1515/amcs-2015-0001.
- SALAZAR, J. C., A. SANJUAN GÓMEZ, F. NEJJARI AKHI-ELARAB y R. SARRATE ESTRUCH (2020), «Health-aware and fault-tolerant control of an octo-rotor UAV system based on actuator reliability», *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, **30**(1), págs. 47–59, DOI: 10.34768/amcs-2020-0004.
- SANCHEZ, E. N. y A. Y. ALANIS (2006), «Redes neuronales: conceptos fundamentales y aplicaciones a control automático», *Cinvestav Unidad Guadalajara. Editorial Prentice Hall*.
- SICILIANO, B., L. SCIavicco, L. VILLANI y G. ORIOLO (2010), *Robotics: modeling, planning and control*, Springer Science & Business Media.
- SIRA-RAMIREZ, H., A. LUVIANO-JUÁREZ y J. CORTÉS-ROMERO (2010), «Control lineal robusto de sistemas no lineales diferencialmente planos», *Revista iberoamericana de automática e informática industrial*, **8**(1), págs. 14–28.

- SIRA-RAMÍREZ, H., A. LUVIANO-JUÁREZ, M. RAMÍREZ-NERIA y E. W. ZURITA-BUSTAMANTE (2018), *Active disturbance rejection control of dynamic systems: a flatness based approach*, Butterworth-Heinemann.
- SIRA-RAMÍREZ, H., M. RAMÍREZ-NERIA y A. RODRÍGUEZ-ANGELES (2010), «On the linear control of nonlinear mechanical systems», en *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, IEEE, págs. 1999–2004.
- SLOTINE, J.-J. E. y W. LI (1987), «On the adaptive control of robot manipulators», *The international journal of robotics research*, **6**(3), págs. 49–59.
- STAROSWIECKI, M. y F. CAZAURANG (2008), «Fault recovery by nominal trajectory tracking», en *American Control Conference*, Seattle, Washington, USA, págs. 1070–1075.
- STEFFEN, T. (2005), *Control reconfiguration of dynamical systems: linear approaches and structural tests*, Springer, Berlin, Germany.
- VAN DER SCHAFT, A. (2017), *L2-gain and passivity techniques in nonlinear control*, Springer.
- YU, X. y J. JIANG (2015), «A survey of fault-tolerant controllers based on safety-related issues», *Annual Reviews in Control*, **39**, págs. 46–57.