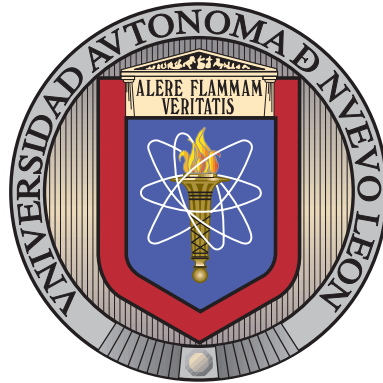


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



MODELOS Y ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN EN  
TIEMPO REAL DE SISTEMAS DE TRANSPORTE  
PÚBLICO BASADOS EN AUTOBUSES

POR

CITLALI MARYURI OLVERA TOSCANO

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

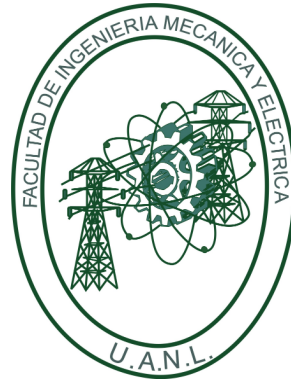
DOCTORA EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

AGOSTO 2023

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



MODELOS Y ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN EN  
TIEMPO REAL DE SISTEMAS DE TRANSPORTE  
PÚBLICO BASADOS EN AUTOBUSES

POR

CITLALI MARYURI OLVERA TOSCANO

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTORA EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

AGOSTO 2023

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**  
**Posgrado**

Los miembros del Comité de Evaluación de Tesis recomendamos que la Tesis “Modelos y algoritmos de optimización en tiempo real de sistemas de transporte público basado en autobuses”, realizada por la estudiante Citlali Maryuri Olvera Toscano, con número de matrícula 1880638, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Doctorado en Ingeniería de Sistemas.

**El Comité de Evaluación de Tesis**

Dr. Roger Z. Ríos Mercado  
Director

Dra. Yazmín Á. Ríos Solís  
Revisor

Dr. Omar Jorge Ibarra Rojas  
Revisor

Dr. Romeo Sánchez Nigenda  
Revisor

Dra. Diana Lucía Huerta Muñoz  
Revisor

Dra. Yajaira Cardona Valdés  
Revisor

Dr. Vincent André Lionel Boyer  
Revisor

Vo.Bó.

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Simón Martínez Martínez  
Subdirector de Estudios de Posgrado

Institución 190001

Programa 557620

Acta Núm. 330

*A mi esposo y familia, por su amor, paciencia  
y motivación en cada paso de esta aventura académica.*



# ÍNDICE GENERAL

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>XII</b>
<b>Resumen</b>	<b>XIV</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción del problema . . . . .	5
1.2. Hipótesis . . . . .	6
1.3. Objetivos . . . . .	7
1.4. Estructura de la tesis . . . . .	8
<b>2. Antecedentes</b>	<b>10</b>
2.1. Sistemas de transporte de autobuses de tránsito rápido . . . . .	10
2.2. Amontonamiento de autobuses . . . . .	15
2.3. Intervalo cuasi-regular . . . . .	18
2.4. Control en tiempo real . . . . .	21
2.5. Optimización combinatoria . . . . .	27
2.6. Métodos de optimización . . . . .	28

ÍNDICE GENERAL	VI
2.6.1. Métodos exactos . . . . .	29
2.6.2. Metaheurísticas . . . . .	35
2.7. Simulación . . . . .	38
<b>3. Revisión de literatura</b>	<b>41</b>
<b>4. Metodología</b>	<b>47</b>
4.1. Planteamiento del sistema de transporte de tránsito rápido . . . . .	49
4.2. Modelo matemático para el problema de amontonamiento de autobuses	51
4.3. Heurística beam search . . . . .	57
4.4. Modelo de programación con restricciones . . . . .	58
4.5. Fase de recolección de datos en tiempo real: simulación del BRT . . .	61
<b>5. Experimentación</b>	<b>67</b>
5.1. Cantidad de amontonamientos de autobuses . . . . .	68
5.2. Trayectorias espacio-temporales de los autobuses . . . . .	72
5.3. Tiempo de espera de los usuarios . . . . .	73
5.4. Carga de los autobuses . . . . .	77
5.5. Análisis de los tiempos de espera de los autobuses . . . . .	79
5.6. Optimización en cada estación . . . . .	81
5.7. Evaluación de la heurística <i>beam search</i> . . . . .	83
5.8. Desempeño del modelo de programación con restricciones . . . . .	86

---

**6. Conclusiones**

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

1.1. Interacción entre las etapas del proceso de planificación y las estrategias de control en tiempo real. (Tomado de Ibarra-Rojas et al. [2015]).	4
1.2. Corredor unidireccional de autobuses con $s$ estaciones y $b$ autobuses que brindan servicio. . . . .	6
2.1. Características de los sistemas BRT. . . . .	11
2.2. Mapa de Monterrey, México. El sistema de transporte de tránsito rápido Ecovía (rojo) se intersecta con la línea 1 (amarillo), la línea 2 (verde) y la línea 3 (azul) del sistema ferroviario de tránsito rápido subterráneo. . . . .	13
2.3. Estación Rangel Frias del sistema Ecovía. . . . .	14
2.4. Gran cantidad de usuarios en hora pico. . . . .	14
2.5. Obstrucción del carril exclusivo. . . . .	15
2.6. Causas del amontonamiento de autobuses (modificado de Ceder [2016]).	18
2.7. Ejemplificación de intervalo cuasi-regular y amontonamiento de autobuses. . . . .	20
2.8. Impacto de mantener intervalos cuasi-regulares. . . . .	21

---

2.9. Gráficas espacio temporales cuando: a) no se aplican tiempos de espera, b) se aplica un tiempo de espera al autobús 2, c) se aplican tiempos de espera al autobús 2 y al autobús 3. . . . .	25
2.10. Métodos de optimización clásicos. (Tomado de Talbi [2009]). . . . .	29
2.11. Dos criterios conflictivos que deben considerarse al diseñar una metaheurística: la exploración (diversificación) y la explotación (intensificación). En términos generales, las metaheurísticas básicas que se basan en una única solución tienden a enfocarse más en la explotación, mientras que aquellas que se basan en poblaciones están más orientadas hacia la exploración (Talbi [2009]). . . . .	36
4.1. Estructura diseñada para dar solución al BBP . . . . .	49
4.2. Corredor de autobuses con $s$ estaciones y cinco autobuses. . . . .	50
4.3. Los valores de penalización entre un par de autobuses en una estación determinada. . . . .	54
4.4. Ejemplo del enfoque <i>beam search</i> en un árbol de enumeración de B&B y $\varepsilon = 10$ . . . . .	59
4.5. Diagrama de flujo de la simulación del sistema BRT. . . . .	66
5.1. Proceso de obtención de soluciones . . . . .	68
5.2. Pares de amontonamientos de autobuses con respecto a la frecuencia del proceso de optimización $\Omega$ cuando los tiempos de subida y bajada del autobús son (a) uno, (b) dos y (c) tres segundos. . . . .	70

5.3. Trayectorias de los autobuses durante dos horas con tiempos de subida y bajada de usuarios iguales a dos segundos ( $\bar{U} = \underline{U} = 2$ ), frecuencia de salida de autobuses $F$ de dos minutos, y considerando diferentes frecuencias del proceso de optimización $\Omega$ : (a) cada cinco minutos, (b) cada diez minutos, (c) cada veinte minutos, y (d) sin proceso de optimización. . . . .	74
5.4. Tiempos medios de espera de los usuarios con respecto a la frecuencia del proceso de optimización $\Omega$ cuando los tiempos de subida y bajada del autobús son de (a) uno, (b) dos y (c) tres segundos. . . . .	76
5.5. Tiempos medios de espera de los usuarios con respecto a la frecuencia del proceso de optimización $\Omega = \emptyset$ (anillo interior) y $\Omega = 7$ (anillo exterior) con una frecuencia de autobuses de $F = 2$ , considerando tiempos de embarque y desembarque de $\bar{U} = \underline{U} = 2$ . . . . .	77
5.6. Carga de autobuses en cada estación cuando el proceso de optimización es $\Omega = \emptyset$ (viajes azules) y $\Omega = 5$ (viajes rojos) con $F = 2$ y $\bar{U} = \underline{U} = 2$ . . . . .	78
5.7. Valores de las variables de tiempo de espera de los autobuses obtenidos por H-BBP( $t_0$ ) cuando son (a) continuos, y (b) discretos. . . . .	80
5.8. Cantidad de ocasiones en las que se implementaron tiempos de espera en las distintas estaciones del sistema BRT. . . . .	82
5.9. Comparación entre la optimización cada 5 minutos y la optimización cada vez que un autobús llega a una estación en relación con (a) la cantidad de pares de autobuses agrupados, y (b) los tiempos medios de espera de los usuarios. . . . .	84
5.10. Tiempos de ejecución dado en segundos del modelo de programación lineal entero con restricciones cuadráticas (H-BPP( $t_0$ )) y el modelo de programación con restricciones (CP). . . . .	86

# ÍNDICE DE TABLAS

---

2.1. Sistemas BRT en México. . . . .	12
2.2. Funciones de programación con restricciones utilizadas en esta tesis. . .	35
3.1. Revisión de trabajos enfocados en la estrategia del tiempo de espera. . .	43
4.1. Parámetros utilizados en el modelo de optimización matemática. . . .	52
4.2. Variables utilizadas en el modelo de optimización matemática. . . . .	53
5.1. Tiempos de ejecución y número de nodos explorados utilizando las es- trategias: búsqueda en profundidad, búsqueda en amplitud y heurísti- cas internas. . . . .	85

# AGRADECIMIENTOS

---

Hoy, al finalizar este camino, quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que hicieron posible la culminación de esta tesis.

A mi amado esposo Juan Pablo, gracias por ser mi roca, mi motivación y mi sostén incondicional. Tu amor, comprensión y aliento constante fueron la fuerza que me impulsó a seguir adelante incluso en los momentos más difíciles. Este logro no habría sido posible sin ti. Te amo.

A mis Padres y mis hermanas, quienes siempre me han apoyado en mis metas. Gracias infinitas por su amor y paciencia. Gracias por estar a mi lado en todo momento y por nunca dejar de creer en mí.

A mis directores de tesis, la Dra. Yasmín Ríos Solís y el Dr. Roger Ríos Mercado, gracias por su orientación, sabiduría y experiencia. Sus consejos, críticas constructivas y retroalimentación constante fueron esenciales para la mejora de este trabajo y mi crecimiento académico y personal.

A mis revisores, Dra. Diana Huerta Muñoz, Dra. Yajaira Cardona Valdés, Dr. Omar Ibarra Rojas, Dr. Vincent Boyer y Dr. Romeo Sánchez Nigenda, quienes dedicaron su tiempo y esfuerzo en revisar y evaluar esta tesis de manera rigurosa y profesional. Sus comentarios y sugerencias fueron valiosos para mejorar y perfeccionar de este trabajo.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL), a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) y en especial al Posgrado de Ingeniería de



Sistemas (PISIS), por darme la oportunidad de realizar mis estudios de doctorado y brindarme las herramientas que fueron necesarias para llevar a cabo esta investigación.

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología (CONAHCYT), por otorgarme una beca de tiempo completo que me permitió continuar con mis estudios.

En definitiva, no puedo dejar de agradecer a todas aquellas personas que me brindaron su ayuda, apoyo y aliento en este camino, en especial a mis amigos yalmeros, del lado oscuro y del Tec. Esta tesis es también un reflejo de su esfuerzo y dedicación.

¡Gracias de corazón a todos!

# RESUMEN

---

Citlali Maryuri Olvera Toscano.

Candidato para obtener el grado de Doctora en Ingeniería de Sistemas.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: **MODELOS Y ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN EN TIEMPO REAL DE SISTEMAS DE TRANSPORTE PÚBLICO BASADOS EN AUTOBUSES.**

Número de páginas: 99.

**OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO:** El propósito de esta investigación consiste en analizar el problema de amontonamiento de autobuses en un sistema de transporte urbano, y desarrollar modelos y algoritmos que permitan responder de forma dinámica a los cambios imprevistos. El objetivo final es crear un plan de acción en tiempo real capaz de gestionar contingencias que puedan alterar los horarios originales. Este enfoque se centra en sistemas de autobuses de tránsito rápido que operan con una flota de autobuses que atienden estaciones en un carril exclusivo de tránsito.

El problema en estudio examina un corredor lineal que cuenta con un depósito inicial y final en los extremos, brindando servicio a un conjunto de paradas. El sistema dispone de una cantidad fija de autobuses en funcionamiento, los cuales tienen una capacidad limitada y se desplazan a una velocidad promedio. Además, se conoce la tasa de llegada de pasajeros en cada parada y la proporción de pasajeros que descienden en cada una. Los autobuses disponen de una única puerta, lo que significa que el tiempo de ascenso y descenso por pasajero es constante e igual para ambos casos. También se tiene conocimiento de la distancia entre estaciones consecutivas. El objetivo es determinar el tiempo adicional de retención de cada autobús en las estaciones restantes que deben visitar. Esto nos permitirá ajustar los horarios de salida de los autobuses, con el fin de regularizar la frecuencia de paso en las estaciones

y evitar la congestión. Como resultado, se espera reducir el tiempo total de espera de los usuarios.

Para abordar este problema, se han desarrollado tres métodos diferentes que permiten obtener los tiempos de espera de los autobuses en las estaciones. El primero de ellos es un modelo de programación entera con restricciones cuadráticas. El segundo es un modelo de programación con restricciones, y por último, se propuso una heurística basada en un método de ramificación y acotamiento truncado (*beam search*). Se llevó a cabo una simulación de eventos discretos de un sistema de autobuses de tránsito rápido para obtener datos precisos y relevantes para nuestro estudio, los cuales son utilizados como datos de entrada en cada uno de estos modelos. Esta simulación no solo nos permitió obtener los datos necesarios, sino que también fue útil para validar nuestros experimentos.

**CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES:** Las contribuciones de este estudio son las siguientes:

- Hemos desarrollado un nuevo modelo matemático para abordar el problema del amontonamiento de autobuses. A diferencia de la mayoría de los modelos existentes en la literatura, nuestro enfoque se distingue por incorporar una función objetivo lineal que busca minimizar las penalizaciones causadas por intervalos no cuasi-regulares y tener en cuenta la capacidad variable de los autobuses en cada parada. Además, hemos utilizado las tasas de llegada y salida de los usuarios en cada parada. Este enfoque se revela como una alternativa más eficiente y realista en comparación con las matrices origen-destino tradicionalmente utilizadas.
- Hemos desarrollado una microsimulación de eventos discretos de un sistema de autobuses de tránsito rápido que representa de manera efectiva las horas pico y nos ha permitido analizar el impacto de los tiempos de espera obtenidos por el modelo de optimización en diferentes escenarios. Esta simulación incluye componentes aleatorios en los tiempos de viaje y de llegada de los usuarios.
- Hemos creado una heurística *beam search* basada en nuestro modelo matemático para reducir el tiempo de solución computacional y resolver instancias mayores en tiempo real. Esta heurística utiliza diferentes estrategias de búsqueda y parámetros de brecha de optimalidad relativa.
- Hemos desarrollado un modelo de programación con restricciones para abordar el problema de amontonamiento de autobuses, que, hasta donde sabemos, es la primera vez que se realiza. Este modelo ofrece una alternativa adicional de solución para el problema, al mismo tiempo que proporciona una representación

más intuitiva. Asimismo, nos permite compararlo con los diferentes métodos de solución propuestos en este trabajo.

Realizamos una simulación de dos horas durante el horario pico con el objetivo de evaluar diversas medidas de desempeño en nuestro sistema de transporte. Estas medidas incluyeron la cantidad de amontonamientos de autobuses, los tiempos de espera de los usuarios en las estaciones y los tiempos de ejecución. Utilizando el modelo matemático, obtuvimos los tiempos de retención adicionales para cada autobús cada cinco minutos. Los resultados revelaron una reducción significativa de hasta un 45 % en la cantidad de amontonamientos de autobuses en comparación con el escenario sin ninguna intervención en el sistema. Esto, a su vez, se tradujo en una disminución del tiempo de ciclo.

En relación a los tiempos de espera de los usuarios, al evaluar el mismo escenario, descubrimos que cuando los tiempos de ascenso o descenso de los usuarios se reducían a uno o dos segundos por persona, los tiempos de espera promedio se reducían hasta en un 30 %. Estos hallazgos experimentales demuestran que el método propuesto puede ser una herramienta sumamente útil para mejorar los servicios de transporte. Además, se destaca que esta solución resulta ser una excelente alternativa para su implementación en tiempo real.

Mediante el uso de la heurística *beam search*, logramos obtener soluciones de alta calidad con una diferencia mínima del 5 % en menos de tres segundos, considerando el mismo escenario.

Nuestros resultados respaldan la eficacia de las medidas implementadas y su impacto positivo en el desempeño del sistema de transporte. Con esta información, podemos afirmar que nuestro enfoque constituye una solución prometedora para optimizar la eficiencia y calidad de los servicios de transporte público.



Firma del director: \_\_\_\_\_

Dr. Roger Z. Ríos Mercado

## CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN

---

El transporte público juega un papel muy importante en el desarrollo de las grandes ciudades. En una primera instancia, permite el acceso a servicios y oportunidades dentro de la ciudad, lo que es valioso para personas que no cuentan con un vehículo privado. Además, es una alternativa sostenible al transporte privado, utilizando menos combustible y reduciendo la huella de carbono. Un uso adecuado del transporte público disminuye la congestión del tráfico y mejora el flujo vehicular en las vías, reduciendo los tiempos de viaje. También es más accesible económicamente comparado con los vehículos particulares, y puede mejorar la inclusión social al brindar acceso a servicios y oportunidades a personas de diferentes orígenes socioeconómicos [Program, 2003, Koppiseti et al., 2018]. En resumen, el transporte público es un componente crucial para la vida en numerosas ciudades debido a su rol en la accesibilidad, sostenibilidad, reducción del tráfico, asequibilidad e inclusión social.

Por otra parte, los sistemas de transporte público a menudo carecen de un servicio de alta calidad<sup>1</sup>, lo que los hace poco atractivos para los usuarios [Transportation Research Board, 2013, He et al., 2020]. Las empresas de transporte público

---

<sup>1</sup>*Alta calidad* en el contexto del transporte público se refiere a un servicio que es confiable, eficiente, cómodo, seguro, accesible y que satisface las necesidades de los usuarios de manera satisfactoria.

tienen como uno de sus objetivos reducir la variabilidad de los tiempos de espera en las estaciones, con el fin de aumentar la satisfacción del servicio y atraer a más clientes. De hecho, existe una correlación positiva entre la calidad del servicio y la fiabilidad del sistema [Ceder, 2016, Prassas and Roess, 2020, Verbich et al., 2016]. La tecnología y la infraestructura del transporte permiten comunicarse mejor con los conductores de autobús y recopilar datos en tiempo real sobre flujos de usuarios, ocupación de autobuses, localización de vehículos y condiciones de las carreteras. Estos datos se utilizan para mejorar el sistema de control de los autobuses y así aumentar la satisfacción de los usuarios [Transportation Research Board, 2013, Ceder, 2016, Deng et al., 2020].

A pesar de la innegable importancia de lograr eficiencia en el transporte urbano, no se pueden subestimar los desafíos significativos que plantea el diseño, la gestión y el control de un sistema de transporte público. Este proceso involucra a diversos participantes con objetivos divergentes, como autoridades, usuarios y operadores, lo que añade una capa de complejidad a la planificación. Esta complejidad se desentraña en un proceso de planificación que aborda varios subproblemas, cada uno considerado en diferentes niveles de toma de decisiones [Desaulniers and Hickman, 2007, Ibarra-Rojas et al., 2015].

En primer lugar, están las decisiones estratégicas o a largo plazo, las cuales abarcan el diseño o rediseño de la infraestructura de transporte. Estas decisiones deben tener en cuenta factores cruciales como la infraestructura ya existente y la necesidad de una integración fluida entre diferentes modos de transporte [Larrain et al., 2016].

Luego, se encuentran las decisiones tácticas o de mediano plazo, donde se calculan las frecuencias de servicio para satisfacer la demanda y se diseñan horarios que optimicen medidas de nivel de servicio basadas en transbordos o en la coordinación de diferentes líneas en paradas comunes o zonas de conexión.

Asimismo, se toman decisiones operacionales basadas en problemas como la

asignación de autobuses y conductores a viajes programados, así como la generación de itinerarios para los conductores. En el nivel operacional, la reducción de costos para los proveedores del servicio es crucial, considerando elementos como las preferencias de los conductores, las regulaciones laborales, el tipo de vehículos y las condiciones operacionales, como la logística en los depósitos y las actividades de mantenimiento. Además, la adopción de nuevas tecnologías de electromovilidad destaca la necesidad de contar con herramientas de toma de decisiones que se adapten a las características operativas cambiantes.

Por último, se encuentran las estrategias de control en tiempo real, las cuales se implementan para garantizar el cumplimiento de la programación planificada y la recuperación de actividades en caso de imprevistos. Estas técnicas de control se han visto impulsadas recientemente debido al desarrollo de tecnologías de monitoreo, como los sistemas de localización automática de vehículos (AVL, por sus siglas en inglés) y el Sistema de Posicionamiento Global (GPS, por sus siglas en inglés).

Ibarra-Rojas et al. [2015] presentan un esquema detallado que examina la interacción entre los subproblemas de planificación y las estrategias de control en tiempo real en la red de tránsito. La figura 1.1 muestra la interdependencia entre los subproblemas de la planificación de la red de transporte. Por ejemplo, diferentes frecuencias de servicio pueden implicar horarios y tareas de conductores distintas, lo cual tiene un gran impacto en los costos operativos. Por tanto, se busca un enfoque integral que considere todas las decisiones para resolver la planificación de la red de transporte. Sin embargo, cada subproblema puede ser complejo de resolver, por lo que el enfoque común es aplicar metodologías secuenciales. Estos métodos son iterativos y resuelven uno o más subproblemas en cada iteración, utilizando las soluciones actuales obtenidas para subproblemas anteriores. En particular, este estudio se centra en la etapa final, es decir, el control en tiempo real.

En las empresas de transporte público se utilizan estrategias de control en tiempo real para ajustar los horarios de los autobuses según las condiciones del día. No

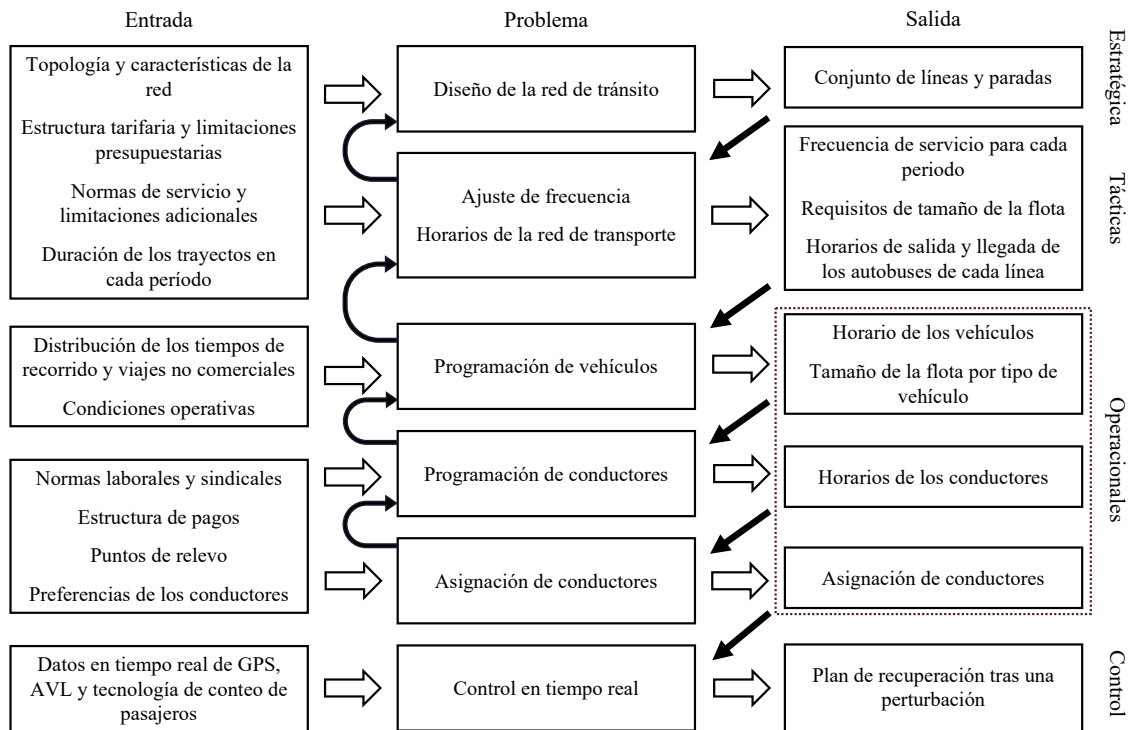


FIGURA 1.1: Interacción entre las etapas del proceso de planificación y las estrategias de control en tiempo real. (Tomado de Ibarra-Rojas et al. [2015]).

obstante, una pequeña desviación en la frecuencia puede provocar retrasos en muchos autobuses. Este trabajo se enfoca en mejorar la dinámica de los sistemas de transporte en tiempo real, centrándose en la diferencia de tiempo entre los viajes de los autobuses consecutivos en una estación, conocida como *intervalo*. Se aborda un problema de *amontonamiento de autobuses* que se produce cuando el valor del intervalo es igual a cero, o lo que es lo mismo, cuando los autobuses llegan simultáneamente a una estación. El amontonamiento de autobuses aumenta los tiempos de espera, los tiempos de viaje y genera tasas de ocupación desequilibradas. Este fenómeno suele ocurrir en las ciudades donde los usuarios suelen subir al primer autobús que llega a la estación al no tener información sobre la llegada del siguiente autobús.

Nuestra meta consiste en disminuir la frecuencia de situaciones en las que varios autobuses llegan juntos, manteniendo una regularidad en los intervalos entre cada pareja de autobuses, con el fin de reducir los tiempos de espera y los tiempos totales



de viaje para los usuarios en las estaciones. Para lograr esto, hemos implementado una estrategia de control que implica retener los autobuses por unos minutos en ciertas estaciones una vez que se ha completado el proceso de subida y bajada de usuarios. Existen otras estrategias de control, tales como saltar estaciones o regular la velocidad, sin embargo, según Verbich et al. [2016], la estrategia de retener los autobuses tiene un impacto crucial en la disminución del amontonamiento de autobuses y es fácil de implementar. Por lo tanto, nuestro objetivo es solucionar un *problema de amontonamiento de autobuses* (BBP, por sus siglas en inglés), el cual busca establecer un conjunto de tiempos de retención de autobuses en ciertas estaciones para minimizar la frecuencia de situaciones en las que los autobuses llegan juntos simultáneamente.

## 1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En esta investigación, se considera un sistema de transporte de autobuses unidireccional con una estación de inicio y final (terminales) ubicadas a los extremos de la línea. Las estaciones están numeradas, los autobuses siguen una secuencia fija de paradas y no se permite el rebase entre ellos. La velocidad media de los autobuses y su capacidad fija se organizan en una frecuencia ideal. El tiempo de viaje entre estaciones se asume conocido y constante. Los usuarios llegan a cada estación según una tasa de distribución de Poisson, y se tiene conocimiento del tiempo que tardan en subir y bajar del autobús (ver figura 1.2). Además, se sabe la proporción de usuarios que bajan en cada estación. Se ha establecido un tiempo máximo que se puede mantener retenido un autobús después del tiempo de ascenso y descenso de usuarios en cada estación para evitar la insatisfacción de los mismos.

En un momento específico, se recopila la información necesaria para determinar el tiempo adicional que los autobuses deben permanecer en las estaciones. Esto tiene como propósito garantizar que los autobuses mantengan una frecuencia de llegada adecuada a las estaciones, evitando inconvenientes. El desafío que abordamos es

conocido como el problema de amontonamiento de autobuses. En esencia, consiste en decidir el tiempo extra que cada autobús debe esperar en las estaciones, considerando cuándo deben partir, la cantidad de personas que desean abordar y la cantidad de personas que suben y bajan en cada parada.

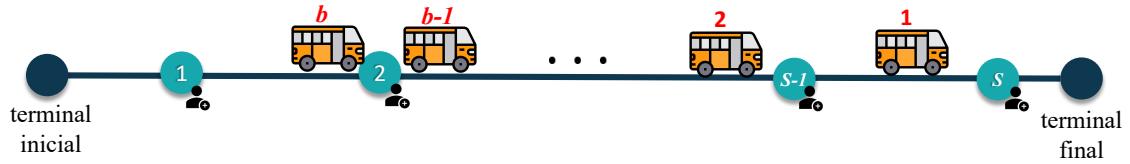


FIGURA 1.2: Corredor unidireccional de autobuses con  $s$  estaciones y  $b$  autobuses que brindan servicio.

## 1.2 HIPÓTESIS

Las hipótesis presentes en esta tesis se encuentran estrechamente vinculadas a las estrategias de control, la implementación de intervalos cuasi-regulares y la exploración de enfoques alternativos a las matrices origen-destino, todos ellos dirigidos a la optimización de los sistemas de transporte de tránsito rápido. A continuación, se detallan de manera estas hipótesis.

- Utilizar estrategias de control como la retención de autobuses, restauran la regularidad del servicio.
- Los intervalos cuasi-regulares disminuyen la cantidad de amontonamiento de autobuses, con lo cual se mejora el tiempo de espera de los usuarios. Además, mantienen una tasa de ocupación equilibrada en los autobuses.
- Las tasas de llegada de usuarios a estaciones y el porcentaje de descenso funcionan como alternativa a las matrices origen-destino para los sistemas de transporte de tránsito rápido.

## 1.3 OBJETIVOS

El objetivo de este proyecto es analizar el problema del amontonamiento de autobuses y desarrollar modelos y algoritmos para abordar dinámicamente los cambios en un sistema de transporte urbano. La finalidad es crear un plan de acción en tiempo real que responda a contingencias que puedan alterar los horarios originales. Este enfoque se centra específicamente en los sistemas de tránsito rápido, que cuentan con una flota de camiones que atienden estaciones en un carril de tránsito exclusivo.

Los objetivos específicos se detallan a continuación:

- Desarrollo e implementación de un nuevo modelo matemático para el BBP con restricciones cuadráticas, cuya función objetivo lineal busca minimizar las penalizaciones causadas por los intervalos no cuasi-regulares. Además, el modelo considera que la capacidad de los autobuses cambia en cada estación, lo que implica que los usuarios deben esperar al siguiente autobús si se alcanza la capacidad de éste. En lugar de las matrices origen-destino, se utilizan las tasas de llegada y salida de los usuarios en cada estación, lo que resulta más eficiente y realista.
- Elaboración de una microsimulación de eventos discretos de un sistema de autobuses de tránsito rápido que permite analizar el impacto de los tiempos de espera obtenidos por el modelo de optimización en diferentes escenarios, especialmente durante las horas punta. Esta simulación es estocástica y considera componentes aleatorios en los tiempos de viaje y la llegada de los usuarios.
- Realización de una heurística *beam search* basada en el modelo matemático para reducir el tiempo de solución computacional, lo que permite resolver instancias mayores en tiempo real.
- Desarrollo de un modelo de programación con restricciones para abordar el

problema del BBP, lo que permite la resolución y comparación de soluciones para el problema utilizando diferentes estrategias.

- Validación de nuestra metodología mediante la realización de un diseño de experimentos riguroso que nos permita obtener una visión más completa y detallada de los resultados de nuestra investigación.

Como consecuencia de esta tesis, se logró la generación de la siguiente publicación:

- Olvera-Toscano, C. M., Ríos-Solís, Y. Á., Ríos-Mercado, R. Z., & Sánchez Nigenda, R. (2023). Holding times to maintain quasi-regular headways and reduce real-time bus bunching. *Public Transport*, 1-34. <https://doi.org/10.1007/s12469-023-00326-7>

## 1.4 ESTRUCTURA DE LA TESIS

A continuación, se presenta una descripción detallada de la estructura de los siguientes capítulos de la tesis.

En el capítulo 2, se presentan los antecedentes del problema planteado en esta investigación. Se abordan los aspectos teóricos y empíricos más relevantes en el área de estudio, como lo son la caracterización de los sistemas de transporte de tránsito rápido, la exposición de las estrategias de control en tiempo real más utilizadas y la descripción básica de los métodos utilizados para obtener soluciones a nuestra problemática.

El capítulo 3 tiene como objetivo presentar una revisión exhaustiva y crítica de la literatura relacionada con el tema de investigación de esta tesis. Se examinan los estudios más recientes y relevantes que se han realizado en este campo, con el fin de identificar las principales tendencias y áreas de oportunidad en la investigación

actual relacionada con el control en tiempo real de sistemas de autobuses y el uso de diversas estrategias para disminuir el amontonamiento de autobuses.

En el capítulo 4, se describe detalladamente la metodología empleada en la realización de esta investigación. Se explican los pasos seguidos para la recolección y análisis de datos, así como las técnicas y algoritmos utilizados en este proceso, como lo son el modelo de programación lineal entera con restricciones cuadráticas, el modelo de programación con restricciones y la heurística *beam-search*. La metodología empleada en esta tesis fue diseñada para alcanzar los objetivos planteados y responder a las preguntas de investigación de manera rigurosa y sistemática. Además, se presentan las consideraciones que se tomaron en cuenta durante todo el proceso de investigación, así como las limitaciones y dificultades que se encontraron en el camino.

En el capítulo 5, se exponen los resultados experimentales obtenidos en el marco de la presente investigación. Mediante la simulación, se ha podido someter el sistema a situaciones límite, a fin de considerar los casos extremos de nuestro caso de estudio. Se presentan los hallazgos más relevantes y significativos, surgidos del análisis de los datos recolectados. Además, se realiza una comparación de los resultados obtenidos con los objetivos y preguntas de investigación planteados en la introducción de la tesis.

Finalmente, el capítulo 6 constituye el cierre de la presente tesis, en el cual se presentan las conclusiones derivadas de la investigación. Se realiza un análisis crítico de los resultados obtenidos, en relación con los objetivos y las preguntas de investigación planteadas. Se destacan las principales contribuciones y hallazgos alcanzados. Además, se discuten las implicaciones de los resultados obtenidos en términos de su relevancia teórica y práctica, así como las limitaciones del estudio y las posibles áreas de mejora para futuras investigaciones resaltando su importancia y su potencial impacto en el campo de estudio.

## CAPÍTULO 2

# ANTECEDENTES

---

### 2.1 SISTEMAS DE TRANSPORTE DE AUTOBUSES DE TRÁNSITO RÁPIDO

Los *sistemas de transporte de autobuses de tránsito rápido*, conocidos como BRT por sus siglas en inglés (*Bus Rapid Transit*), son un tipo de transporte público de alta capacidad que se ha vuelto cada vez más popular en muchas ciudades del mundo [Program, 2003]. El BRT se caracteriza por la utilización de autobuses de gran tamaño y alta capacidad, que circulan por carriles exclusivos y que generalmente disponen de sistemas de priorización de semáforos y de estaciones elevadas. Las estaciones suelen estar diseñadas para facilitar la entrada y salida de los usuarios y reducir el tiempo de espera. Además, el BRT también suele contar con sistemas de pago previo a la entrada en la estación y tecnologías de información en tiempo real para los usuarios. La figura 2.1 muestra las características y componentes básicos con los que suele contar este tipo de sistemas. Los sistemas BRT suelen ser más rápidos y más eficientes que los sistemas de autobuses convencionales, ya que se han diseñado para reducir los tiempos de viaje y aumentar la capacidad de transporte. También, pueden ser más económicos y más fáciles de implementar que otros sistemas de transporte de alta capacidad, como lo son los sistemas de metro o de tren ligero

[Program, 2003, Cleophas et al., 2019]. Sin embargo, a pesar de sus beneficios, el éxito del BRT depende de una serie de factores, como el diseño de las rutas, la planificación y el control del tráfico, el mantenimiento y la financiación adecuada. Por lo tanto, es importante abordar estos factores para maximizar la eficacia y la eficiencia de los sistemas de transporte BRT y así mejorar la calidad del servicio del transporte público en las ciudades [Ceder, 2016, Liu et al., 2016].

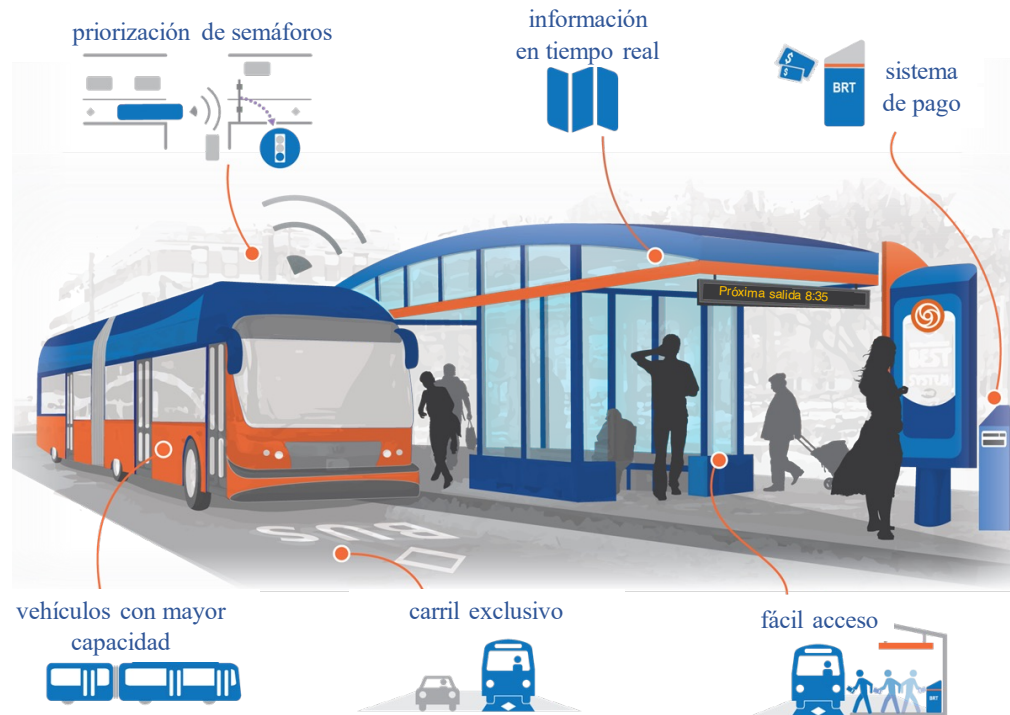


FIGURA 2.1: Características de los sistemas BRT.

En México, León fue la primera ciudad en implementar un sistema de transporte rápido de autobuses en 2003. Desde entonces, el BRT se ha convertido en una alternativa popular para mejorar el transporte público en muchas otras ciudades del país [Zamudio and Alvarado, 2015]. Actualmente, doce empresas ofrecen este tipo de servicio en diferentes estados de la República. En la tabla 2.1 se encuentran los detalles de los sistemas BRT en el país, incluyendo la ciudad donde se ubican, el año en que iniciaron operaciones, la longitud del sistema, la cantidad de estaciones y la cantidad de líneas que ofrecen.

TABLA 2.1: Sistemas BRT en México.

BRT	Ciudad	Año de inicio de operación	Longitud total del sistema	Cantidad de estaciones	Cantidad de líneas
Optibús	León	2003	65 km	78	10
Metrobús	Cd. de México	2005	175 km	283	7
Mi Macro	Guadalajara	2009	58 km	69	2
Mexibús	Edo. de México	2010	100 km	129	4
RUTA	Puebla	2013	48 km	104	3
Bowí	Chihuahua	2013	20 km	42	1
Juárez Bus	Cd. Juárez	2013	65 km	99	4
Ecovía	Monterrey	2014	30 km	40	1
Tuzobús	Pachuca	2015	17 km	31	1
Acabús	Acapulco	2016	36 km	20	3
SITT	Tijuana	2016	23 km	47	1
Qrobús	Querétaro	2017	32 km	20	2

El caso de estudio analizado en esta tesis contempla las horas pico de la mañana (6:00-8:00) de la Ecovía, un corredor BRT que presta servicio en la ciudad de Monterrey y su área metropolitana en México. El corredor cuenta con 40 estaciones bidireccionales, incluyendo dos estaciones terminales (Lincoln y Valle Soleado) situadas en los extremos de la línea, como se puede apreciar en la figura 2.2. Para nuestros fines, se considera el tramo de Lincoln a Valle Soleado, que tiene una longitud de 30,2 km. Es importante destacar que la ruta del BRT Ecovía cruza las tres líneas del sistema ferroviario de tránsito rápido subterráneo de la ciudad: la Línea 1 en la estación Mitras, la Línea 2 en la estación Regina y la Línea 3 en la estación Ruiz Cortines. La estación Mitras es especialmente crítica debido a que es la estación con mayor índice de llegadas y salidas de autobuses/metro (ver figura 2.4b). El BRT Ecovía dispone de tres tipos de vehículos que se distinguen por su capacidad, siendo estas de 80, 100 y 140 usuarios respectivamente.

La imagen que se muestra en la figura 2.3 ilustra la estructura general del



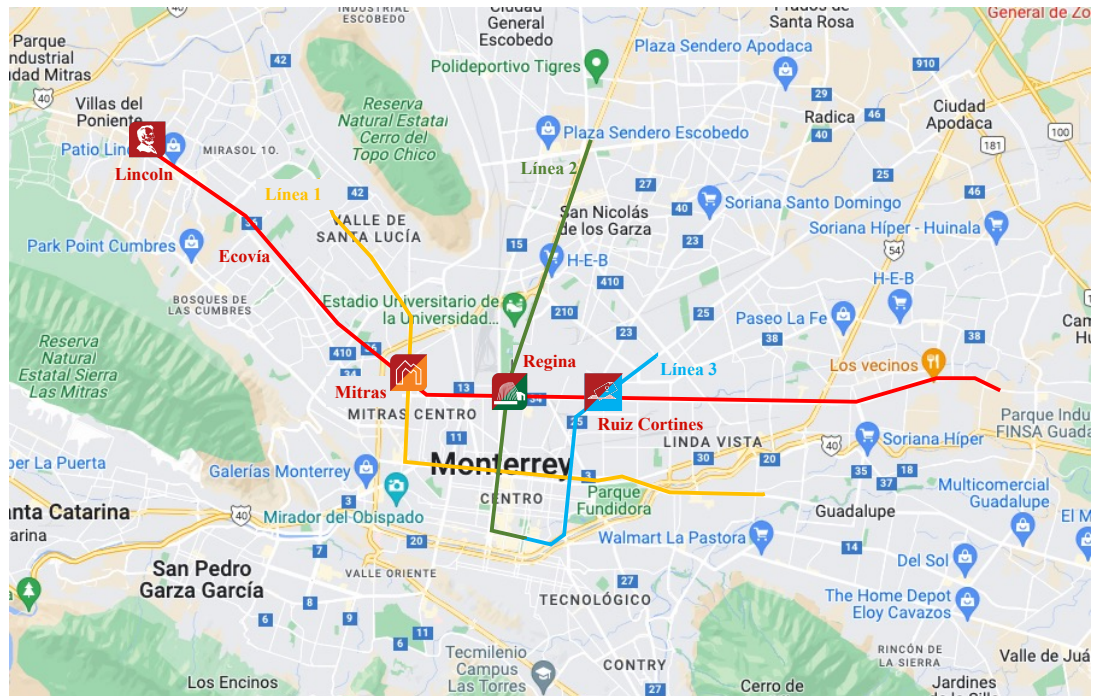


FIGURA 2.2: Mapa de Monterrey, México. El sistema de transporte de tránsito rápido Ecovía (rojo) se intersecta con la línea 1 (amarillo), la línea 2 (verde) y la línea 3 (azul) del sistema ferroviario de tránsito rápido subterráneo.

corredor de autobuses de la Ecovía. En particular, se presenta la estación Rangel Frías, donde se pueden observar los carriles exclusivos para el transporte público, la característica de bidireccionalidad del servicio y la señalización de los semáforos correspondientes. A pesar de que los sistemas BRT son una buena opción de transporte público en las grandes ciudades, en muchas ocasiones la afluencia de pasajeros durante las horas pico sobrepasa la capacidad del transporte disponible. La figura 2.4 muestra claramente cómo la cantidad de personas en las estaciones se incrementa considerablemente durante estos momentos críticos, ocasionando largas filas de espera entre los usuarios. Asimismo, las figuras 2.4a y 2.4b ilustran la situación en dos estaciones específicas: Valle Soleado y Mitras, respectivamente. Ambas estaciones presentan una alta afluencia en el sistema, debido a que la primera es una terminal y la segunda se conecta con el servicio de metro.

Un problema recurrente que enfrenta el sistema Ecovía es la obstrucción de su



FIGURA 2.3: Estación Rangel Frias del sistema Ecovia.



(a) Estación Valle Soleado.



(b) Estación Mitras.

FIGURA 2.4: Gran cantidad de usuarios en hora pico.

carril exclusivo, lo cual impide su circulación fluida. A pesar de que se cuenta con un carril dedicado, es común que ocurran percances que afectan su funcionamiento adecuado. Un ejemplo claro de ello se puede apreciar en la figura 2.5, donde la figura 2.5a ilustra cómo un automóvil invade el carril exclusivo, obstaculizando el tránsito del autobús. De igual forma, en la figura 2.5b se muestra cómo los peatones cruzan





(a) Automóvil obstruyendo el carril.

(b) Personas obstruyendo el carril.

FIGURA 2.5: Obstrucción del carril exclusivo.

la calle en lugares no permitidos, bloqueando el carril exclusivo.

## 2.2 AMONTONAMIENTO DE AUTOBUSES

El *amontonamiento de autobuses* (*bus bunching*, en inglés) es un fenómeno que se produce en el transporte público cuando dos o más autobuses que deberían seguir un intervalo regular, llegan casi al mismo tiempo a una estación, dejando a los usuarios esperando un largo tiempo antes de que llegue el siguiente autobús.

Este problema se debe a que el primer autobús se demora por alguna razón, lo que causa que el segundo autobús tenga que detenerse por un período prolongado en las estaciones para recoger a más usuarios, lo que a su vez retrasa aún más su llegada a las siguientes estaciones, creando un efecto de bola de nieve.

El fenómeno del amontonamiento de autobuses puede acarrear varios efectos adversos tanto para el sistema de transporte público como para la vivencia de los usuarios. Algunos de estos efectos comprenden [Verbich et al., 2016]:

- **Irregularidades en los horarios**

El amontonamiento de autobuses puede resultar en una falta de regularidad en los horarios de los autobuses, lo que hace que los usuarios tengan dificultades para prever cuándo llegará el siguiente autobús. Esto puede disminuir la confiabilidad del sistema de transporte y desanimar a los pasajeros a utilizarlo.

- **Congestión en las paradas**

Cuando varios autobuses llegan al mismo tiempo, las paradas pueden volverse caóticas y congestionadas. Los pasajeros pueden tener dificultades para abordar los autobuses debido a la gran cantidad de personas tratando de subir, lo que puede causar retrasos adicionales.

- **Sobrecarga de pasajeros**

El autobús que llega primero puede estar sobrecargado de pasajeros, mientras que los que vienen detrás pueden estar relativamente vacíos. Esto puede generar una mala experiencia para los pasajeros que deben viajar en un autobús lleno o verse obligados a esperar el siguiente autobús.

- **Ineficiencia en el uso de recursos**

El amontonamiento de autobuses puede llevar a una asignación ineficiente de recursos, ya que se pueden requerir más autobuses de los necesarios en ciertos momentos y menos en otros. Esto puede resultar en costos operativos más altos y una utilización subóptima de los autobuses y el personal.

- **Desincentivo para el uso del transporte público**

La falta de regularidad y confiabilidad en los horarios debido al amontonamiento de autobuses puede disuadir a las personas de utilizar el transporte público. Los pasajeros pueden optar por otros medios de transporte más predecibles, como automóviles particulares o servicios de transporte compartido.

- **Impacto ambiental**

La ineficiencia operativa causada por el amontonamiento de autobuses puede

resultar en un mayor consumo de combustible y emisiones contaminantes, lo que contribuye al cambio climático y a la mala calidad del aire.

- **Dificultades en la planificación del viaje**

El amontonamiento de autobuses hace que sea difícil para los pasajeros planificar sus viajes con anticipación, ya que los horarios de llegada pueden ser impredecibles. Esto puede afectar a aquellos que tienen compromisos o conexiones importantes después de usar el transporte público.

La figura 2.6 ilustra las principales causas del amontonamiento de autobuses en una misma línea, representando el tiempo en el eje horizontal y las estaciones en el eje vertical. La figura incluye tres viajes de autobús (rojo, azul y amarillo) programados para salir a las 7:00, 7:10 y 7:20 respectivamente. Cada gráfico muestra las trayectorias espacio-temporales de los tres viajes. En la figura 2.6a, los primeros dos viajes (rojo y azul) mantienen un intervalo de diez minutos en cualquier momento y lugar, tal como se había previsto. Sin embargo, el tercer viaje (línea amarilla sólida) sale cinco minutos antes de lo programado (la línea amarilla punteada es la ideal). Esto resulta en una cantidad de usuarios menor a los esperados en la primera estación, lo que acorta el tiempo de permanencia del autobús en dicha estación y, finalmente, ocasiona que se agrupe con el segundo autobús. Por otro lado, en la figura 2.6b, el segundo autobús (azul) encuentra más tráfico del habitual entre las estaciones 1 y 2, lo que provoca una mayor cantidad de personas en la estación 2. Como resultado, hay un mayor tiempo de permanencia en la estación 1. La línea azul recoge algunos usuarios que deberían haber tomado el tercer autobús (amarillo) en la estación 2, lo que resulta en que los autobuses 2 y 3 (líneas azul y amarilla) se agrupen al final. Un escenario similar se presenta cuando llega un mayor número de usuarios de lo previsto a una estación, como en el caso de un concierto o evento deportivo.

Abordar de manera efectiva la problemática del amontonamiento de autobuses en el transporte público se presenta como una necesidad urgente. Esta acción se

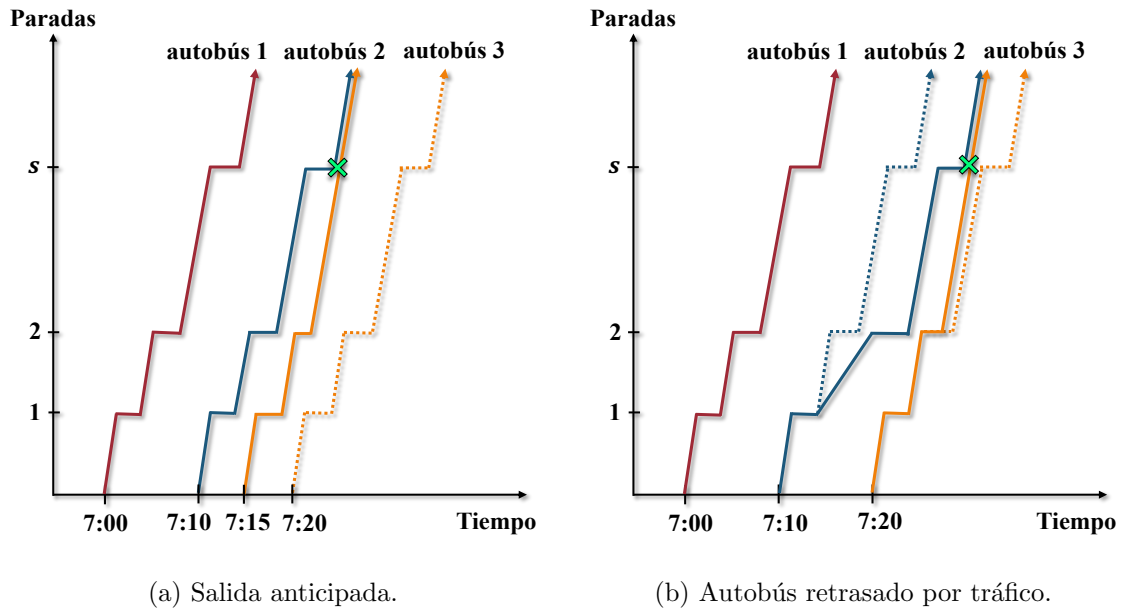


FIGURA 2.6: Causas del amontonamiento de autobuses (modificado de Ceder [2016]).

torna necesaria con el fin de contrarrestar los efectos negativos que inciden tanto en la operatividad eficiente del servicio como en el equilibrio medioambiental. Para afrontar este desafío, se hace inevitable la formulación y ejecución de estrategias que apunten a la optimización de la puntualidad y la frecuencia en la prestación del servicio de transporte público. Esta optimización, a su vez, generará una experiencia más satisfactoria para los usuarios y desembocará en una reducción del impacto medioambiental inherente a este sistema de transporte.

## 2.3 INTERVALO CUASI-REGULAR

Un *intervalo* entre vehículos en el contexto de un sistema de transporte hace referencia al tiempo transcurrido entre la llegada de un vehículo y el siguiente en una ruta específica. Un *intervalo regular* implica que este tiempo es idéntico al planeado. Es de gran importancia mantener un intervalo regular, dado que esto garantiza un servicio confiable y predecible para los usuarios del sistema de transporte.

Mantener intervalos regulares también ayuda a optimizar el uso de los recursos del sistema de transporte, incluyendo los vehículos y los conductores, y puede mejorar la eficiencia y rentabilidad del sistema en su conjunto. Esto puede permitir una mayor capacidad de transporte, lo que a su vez puede mejorar la accesibilidad y movilidad de la población en una ciudad o región determinada.

Cuando los intervalos son irregulares, los usuarios pueden enfrentar tiempos de espera prolongados o congestiones en las estaciones lo que puede dificultar su capacidad para llegar a tiempo a sus destinos y causar inconvenientes y frustración. Además, los intervalos irregulares también pueden complicar la planificación y coordinación de los viajes, lo que a su vez puede desalentar a las personas a utilizar el sistema de transporte en el futuro.

Aunque es difícil mantener intervalos regulares en el sistema de transporte a lo largo de la jornada laboral debido a las perturbaciones, existen alternativas prometedoras como los intervalos *cuasi-regulares*. Estos intervalos ofrecen cierta flexibilidad para desviarse un porcentaje del intervalo ideal, dentro de límites definidos.

De manera precisa, podemos establecer las definiciones formales de intervalo cuasi-regular y amontonamiento de autobuses de la siguiente manera.

*DEFINICIÓN 2.1 Consideremos  $F$  como el intervalo ideal, es decir, un intervalo regular, y tomemos un valor comprendido entre 0 y 1, representado por  $\kappa$ , que indica el porcentaje de desviación tolerado con respecto a  $F$ . De este modo, establecemos la condición  $\kappa F < F/2$ . Decimos que el intervalo entre dos autobuses es cuasi-regular si se encuentra dentro del rango  $[(1 - \kappa)F, (1 + \kappa)F]$ . Por tanto, se produce un evento de amontonamiento de autobuses en una estación cuando el intervalo entre dos autobuses está comprendido entre  $[0, (1 - \kappa)F]$ , o si supera el valor de  $(1 + \kappa)F$ .*

En la mayoría de la literatura relacionada, las definiciones de amontonamiento de autobuses e intervalo cuasi-regular han sido presentadas con escasa formalidad. Es por esta razón que en la definición 2.1 propuesta por nosotros hemos procurado

eliminar cualquier ambigüedad y falta de claridad.

Es importante destacar que hemos establecido una desviación tolerada respecto a  $F$  que es menor a  $F/2$ . Esta decisión se basa en evitar cualquier valor superior que implicaría una tolerancia mayor al 50%. Dicha tolerancia podría considerarse como una calidad insatisfactoria. Por tanto, al fijar este límite, aseguramos que los resultados obtenidos cumplirán con estándares aceptables y ofrecerán una mayor precisión en los análisis.

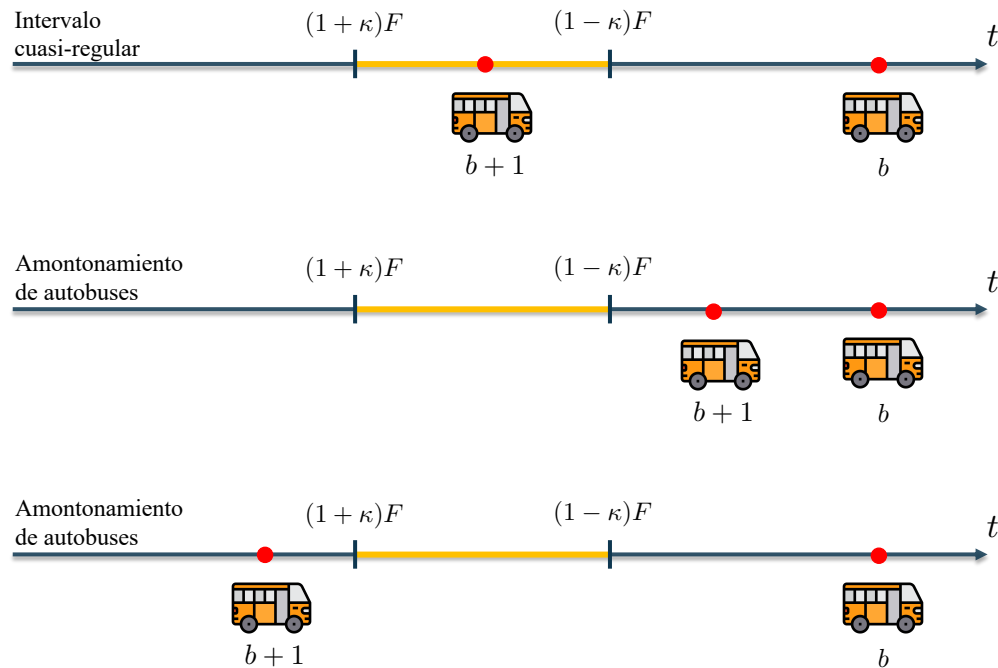


FIGURA 2.7: Ejemplificación de intervalo cuasi-regular y amontonamiento de autobuses.

Al mantener intervalos cuasi-regulares los usuarios pueden confiar en que habrá un autobús disponible en un lapso de tiempo razonable, lo que reduce la incertidumbre y el tiempo de espera. Al percibir una frecuencia constante o similar de llegada de autobuses, los usuarios pueden planificar sus desplazamientos de manera más eficiente. Además, los intervalos cuasi-regulares también tienen un impacto positivo en la cantidad de usuarios esperando en las estaciones. Al tener una previsión más clara de cuándo llegará el próximo autobús, se evita la acumulación masiva de pasajeros



en un solo momento, lo que puede generar aglomeraciones y molestias.

La figura 2.8 ejemplifica de manera gráfica los beneficios de mantener estos intervalos. Se puede observar cómo, en comparación con un escenario sin intervalos regulares (amontonamiento de autobuses), el tiempo de espera se reduce considerablemente y la cantidad de usuarios esperando en las estaciones se mantiene en niveles más equilibrados.

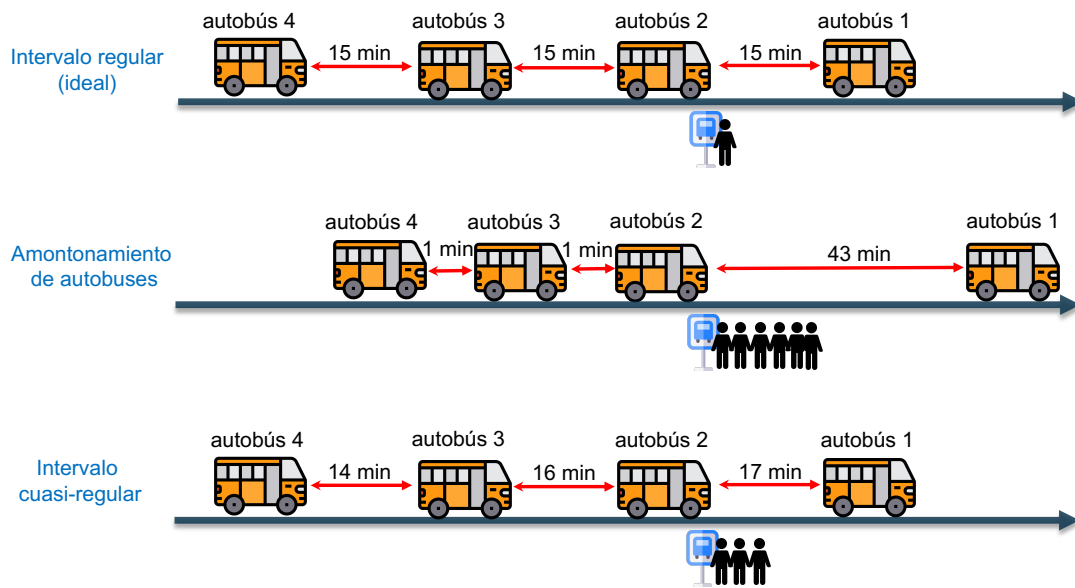


FIGURA 2.8: Impacto de mantener intervalos cuasi-regulares.

## 2.4 CONTROL EN TIEMPO REAL

El transporte público abarca una amplia gama de modalidades, desde autobuses y trenes hasta tranvías, metros, ferries e incluso sistemas de transporte aéreo. Cada tipo de transporte público ofrece ventajas específicas en términos de capacidad, velocidad, cobertura geográfica y sostenibilidad. Sin embargo, más allá de estas diferencias, existe un denominador común: la necesidad ineludible de una planificación, operación y control efectivos [Larrain et al., 2016, Ibarra-Rojas et al., 2015].

La planificación se erige como el pilar fundamental en el desarrollo del trans-

porte público, independientemente de su modalidad. Implica la identificación de las demandas de movilidad de la población, la determinación de las rutas más eficientes y el diseño de una red integral que maximice la conectividad y accesibilidad. Al considerar los aspectos socioeconómicos y urbanísticos, la planificación busca anticiparse a las necesidades futuras y garantizar una distribución equitativa de los servicios de transporte público. La operación, por su parte, engloba todas las actividades necesarias para llevar a cabo el servicio de transporte público de manera eficiente y segura. Desde la gestión de flotas y personal, hasta el mantenimiento de infraestructuras y vehículos, cada detalle debe ser meticulosamente coordinado. Además, se debe garantizar la regularidad y puntualidad de los servicios, así como la comodidad y seguridad de los pasajeros. La operación eficaz del transporte público no solo depende de una ejecución fluida, sino también de la capacidad de adaptarse a circunstancias imprevistas y optimizar continuamente los recursos disponibles. El control, último componente esencial, permite supervisar y evaluar el desempeño del transporte público en todos sus aspectos. A través del monitoreo constante de indicadores clave, se pueden identificar oportunidades de mejora y corregir posibles deficiencias. El control implica la recopilación y análisis de datos operativos y de satisfacción de los usuarios, con el fin de tomar decisiones informadas y realizar ajustes estratégicos que optimicen la calidad del servicio. Además, el control contribuye a garantizar el cumplimiento de normativas y regulaciones, promoviendo estándares de seguridad y eficiencia en el transporte público.

Por su parte, las estrategias de control en tiempo real se utilizan en el transporte público para ofrecer un servicio más eficaz y fiable. Estas estrategias utilizan los datos recogidos de las condiciones actuales del tráfico y del servicio para ajustar los niveles de servicio con el fin de mejorar la experiencia de los usuarios, reducir los retrasos y ahorrar costos [Ceder, 2016, Cleophas et al., 2019]. Comúnmente, los datos son obtenidos a través de sensores, sistema de posicionamiento global (GPS, por sus siglas en inglés) y herramientas de análisis de datos para controlar el flujo de tráfico e identificar posibles problemas. Las estrategias de control en tiempo real

pueden incluir el ajuste de la frecuencia, la velocidad y la ruta de autobuses, trenes y otros servicios de transporte público. Estas estrategias también pueden utilizarse para proporcionar información a los usuarios sobre tiempos de espera, retrasos y otras actualizaciones del servicio. Las estrategias de control en tiempo real son cada vez más populares, ya que permiten a los sistemas de transporte público ajustarse a las condiciones cambiantes y ofrecer un mejor servicio [Liu et al., 2016].

Dentro de las estrategias de control más frecuentemente utilizadas, se destacan los tiempos de espera en las estaciones, el salto de estaciones, la aplicación de límites de usuarios para el embarque, la regulación de la velocidad de los vehículos y la priorización de las señales de tráfico. A continuación, analizaremos cada una de estas estrategias de manera detallada, basándonos en las definiciones proporcionadas por Ibarra-Rojas et al. [2015].

- **Tiempos de espera**

Esta estrategia consiste en retrasar un autobús que se encuentre circulando con anticipación en un punto específico de la ruta, con el objetivo de que arribe a la siguiente estación según el horario establecido o para mantener una regularidad en el intervalo de los autobuses. Este procedimiento se lleva a cabo usualmente al hacer que el conductor del autobús espere durante un lapso de tiempo previamente determinado en una estación designada a lo largo de la ruta. La retención del autobús puede ser provechosa en situaciones de congestión vehicular, construcción de carreteras u otros factores que puedan provocar que el autobús llegue a una estación demasiado pronto. Al usar esta estrategia, la agencia de transporte puede asegurar que el autobús se mantenga en su horario o intervalo para el resto de su recorrido.

Un ejemplo concreto del éxito de la estrategia de tiempos de espera para restablecer intervalos regulares se puede observar en la figura 2.9. En la figura 2.9a, se puede notar que debido a que el autobús 1 salió tarde de la estación  $s - 1$  los autobuses 1 y 2 se agrupan en la parada  $s$ , lo cual genera un amontonamiento. Sin embargo, no se aplica ninguna estrategia para solucionar el problema.

En contraste, en la figura 2.9b, se implementa un tiempo de espera para el autobús 2 en la parada  $s - 1$ , lo cual evita el amontonamiento original. Cabe destacar que, aunque retener un solo autobús puede parecer suficiente, esto no soluciona el problema a largo plazo, ya que los autobuses 2 y 3 se amontonan en la parada  $s$ .

Por lo tanto, la implementación de una táctica global que aplique tiempos de espera a varios autobuses simultáneamente (como se muestra en la figura 2.9c) resulta una estrategia más efectiva en tiempo real.

Esta es la estrategia utilizada en esta tesis para evitar el amontonamiento de autobuses y lograr una distribución más uniforme de los mismos a lo largo de la ruta. La implementación de esta estrategia se basa en la recopilación y análisis de datos en tiempo real, lo que permite tomar decisiones precisas y eficaces en la gestión del tráfico de transporte público.

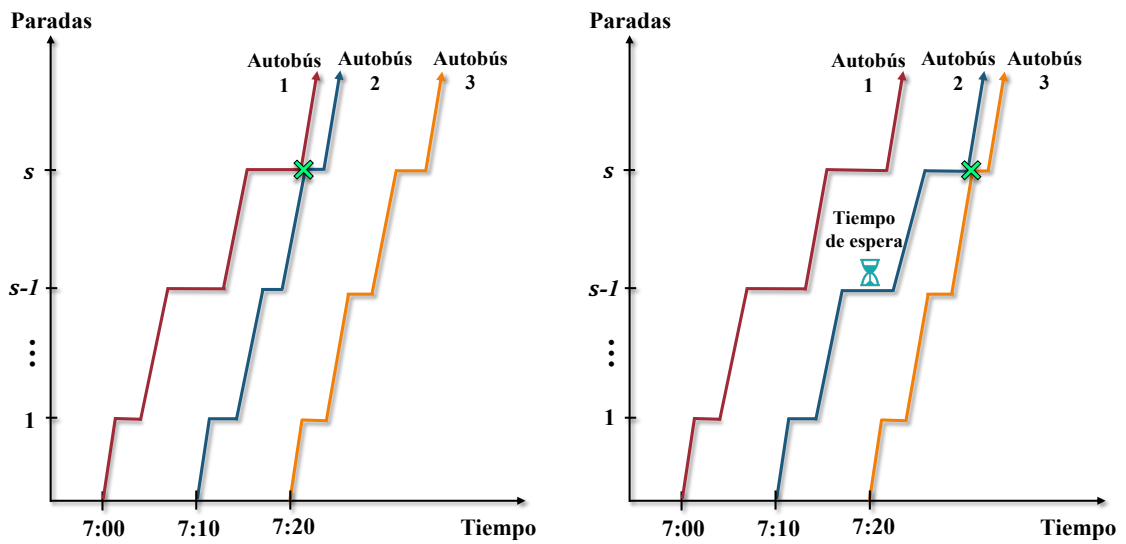
- **Salto de estaciones**

El salto de estaciones hace referencia a la situación en la que un autobús omite intencionalmente una o varias estaciones de su ruta. Esta práctica puede ser llevada a cabo con el fin de reducir el tiempo de viaje, mejorar la puntualidad del servicio o aliviar la sobrecarga en los vehículos. No obstante, cabe destacar que el salto de estaciones puede generar frustración en los usuarios del servicio que dependen de estaciones específicas para llegar a sus destinos. Si las estaciones son omitidas sin la debida antelación o explicación, los usuarios podrían verse afectados por confusión, incomodidades o incluso pérdida de conexiones.

- **Límites de embarque**

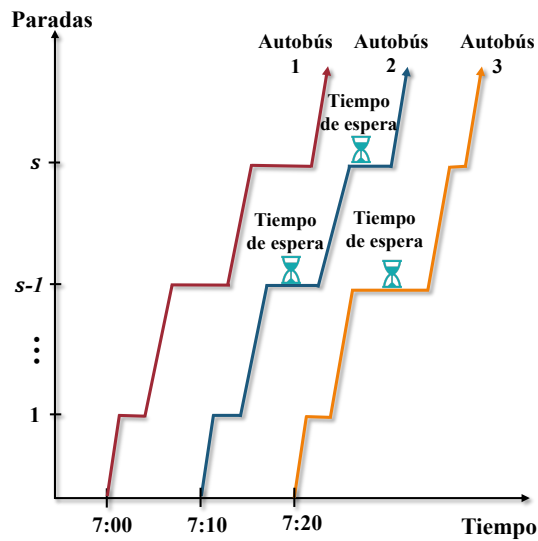
La estrategia de límites de embarque es un método utilizado para regular el número de usuarios en los vehículos durante los horarios de mayor demanda del transporte público. Durante estos períodos, la cantidad de usuarios puede superar la capacidad de los vehículos, lo que resulta en aglomeraciones y condiciones incómodas para los usuarios.

La implementación de la estrategia de límites de embarque implica establecer



(a) Sin tiempos de espera.

(b) Incorporando un tiempo de espera.



(c) Incorporando dos tiempos de espera.

FIGURA 2.9: Gráficas espacio temporales cuando: a) no se aplican tiempos de espera, b) se aplica un tiempo de espera al autobús 2, c) se aplican tiempos de espera al autobús 2 y al autobús 3.

una capacidad máxima para cada autobús y regular el número de usuarios que pueden abordar en cada estación. Este control puede ser llevado a cabo por el personal de la estación o por el personal a bordo, quienes supervisan el número de usuarios que ingresan y salen del vehículo en cada estación.

Cuando se alcanza la capacidad máxima, se suspende temporalmente el embarque hasta que hayan desembarcado suficientes usuarios, lo que ayuda a garantizar la seguridad y comodidad de los usuarios. Sin embargo, la aplicación de límites de embarque puede ser una tarea desafiante, especialmente durante las horas pico, cuando la demanda es alta.

#### ■ **Regulación de velocidad**

La estrategia de regulación de la velocidad de los autobuses consiste en el control de la velocidad de dichos vehículos, con el fin de mejorar tanto la seguridad como la eficiencia en las carreteras. Esta práctica implica la aplicación de diversas medidas, como límites de velocidad, sistemas de gestión del tráfico y programas de formación de conductores, a fin de garantizar que los autobuses circulen a velocidades seguras y apropiadas.

El propósito de la regulación de la velocidad de los autobuses es reducir la probabilidad de accidentes y mejorar la fiabilidad y calidad del transporte público en general. Al mantener los autobuses a velocidades constantes y seguras, esta estrategia también puede contribuir a reducir la congestión del tráfico, disminuir los tiempos de viaje y mejorar la experiencia global de los usuarios.

#### ■ **Prioridad en las señales de tráfico**

Esta estrategia funciona al otorgar prioridad a los autobuses en los semáforos, permitiéndoles avanzar con mayor rapidez a través de las intersecciones y reduciendo la cantidad de tiempo que pasan detenidos. Las estrategias de prioridad en las señales de tráfico puede implementarse mediante diversos medios, como la prelación, la extensión o la rotación de fases, que otorgan preferencia a los autobuses en función de su ubicación, horario o capacidad.

## 2.5 OPTIMIZACIÓN COMBINATORIA

La optimización combinatoria es un campo de la optimización matemática que se enfoca en la selección óptima de elementos dentro de un conjunto finito. Esta disciplina es fundamental en diversas áreas de la industria y la ciencia, desde la ingeniería y la informática hasta la biología y la física [Applegate et al., 2011].

En términos generales, la optimización combinatoria se utiliza para encontrar la mejor solución posible para problemas que involucran la selección de elementos de un conjunto limitado. Estos problemas pueden ser muy diversos, desde problemas de asignación de recursos en una empresa hasta la planificación de rutas de transporte o la selección de los mejores genes para una determinada tarea en biología [Korte and Vygen, 2011, Applegate et al., 2011].

Una de las razones por las que la optimización combinatoria es tan importante es que ofrece una manera de resolver problemas que no tienen una solución obvia o fácil. Por ejemplo, en el ámbito de la ingeniería, la optimización combinatoria se aplica en el diseño y la planificación de sistemas y procesos complejos. Para resolver problemas de optimización combinatoria, se utilizan diversas técnicas matemáticas avanzadas, como la programación lineal, la teoría de grafos, la teoría de juegos, entre otras. Estas técnicas permiten analizar la complejidad del problema, reducir el número de opciones viables y encontrar la mejor solución posible [Korte and Vygen, 2011].

Un problema de optimización combinatoria se puede representar a través de un modelo matemático que utiliza variables, objetivos y restricciones para especificar el problema. A continuación, se describe de manera general cada uno de estos elementos.

- Variables: son las incógnitas que se deben determinar para resolver el problema de optimización. En un problema de optimización combinatoria, las variables

pueden representar decisiones binarias (sí/no) o la selección de elementos de un conjunto discreto.

- **Función objetivo:** es la expresión matemática que se debe maximizar o minimizar en el problema de optimización. En un problema de optimización combinatoria, la función objetivo a menudo se expresa como una suma ponderada de las variables de decisión.
- **Restricciones:** son las condiciones que deben cumplirse para que la solución sea factible y satisfactoria. En un problema de optimización combinatoria, las restricciones pueden incluir límites en la cantidad de elementos que se pueden seleccionar, restricciones en la asignación de elementos a grupos o limitaciones en la combinación de elementos seleccionados.

En conclusión, la optimización combinatoria es una herramienta fundamental en la resolución de problemas complejos en diversos campos de la ciencia y la industria. Sus técnicas matemáticas avanzadas permiten encontrar la mejor solución posible para problemas que involucran la selección de elementos de un conjunto finito, y su aplicación en la ingeniería, la informática, la biología y la física ha permitido grandes avances en estos campos.

Para obtener mayor información sobre este tema, le sugerimos que consulte las siguientes referencias las cuales pueden brindarle una visión más amplia y detallada del tema de la optimización combinatoria y las técnicas de resolución utilizadas en este campo: Applegate et al. [2011], Wolsey [2021], Korte and Vygen [2011].

## 2.6 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN

La resolución de problemas puede abordarse mediante dos enfoques principales: los métodos exactos y los métodos aproximados (ver figura 2.10). Los *métodos exactos*, como su nombre lo indica, tienen la capacidad de obtener soluciones ópti-



mas y garantizar su optimalidad. Esto significa que estos métodos son capaces de encontrar la mejor solución posible para un problema dado. Sin embargo, es relevante mencionar que, en el caso de los problemas NP-completos, los algoritmos exactos son considerados como algoritmos de tiempo polinomial no determinista, a menos que se cumpla la conjetura de que  $P$  es igual a  $NP$  [Cormen et al., 2022].

Por otro lado, los *métodos aproximados*, también conocidos como heurísticos, se centran en generar soluciones de alta calidad en un tiempo razonable para su aplicación práctica. A diferencia de los métodos exactos, los métodos aproximados no pueden garantizar la obtención de una solución óptima global. Sin embargo, su enfoque radica en proporcionar soluciones cercanas a la óptima en un tiempo eficiente, lo que resulta beneficioso en muchas situaciones prácticas [Talbi, 2009, Glover and Kochenberger, 2006].

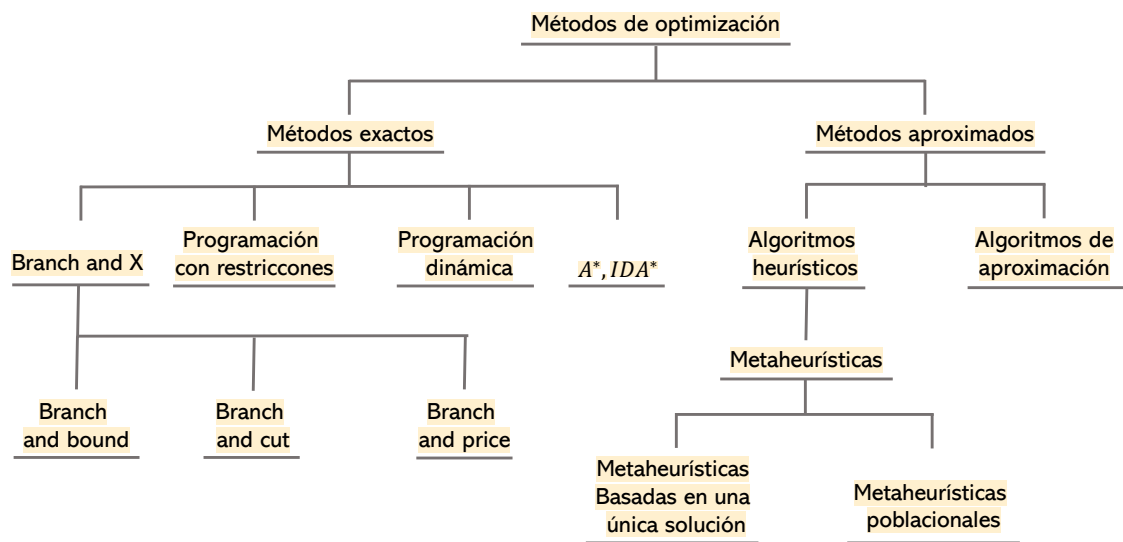


FIGURA 2.10: Métodos de optimización clásicos. (Tomado de Talbi [2009]).

## 2.6.1 MÉTODOS EXACTOS

Dentro de la clase de métodos exactos, se pueden identificar varios algoritmos clásicos que han demostrado ser efectivos en la resolución de problemas. Entre ellos

se encuentran la programación dinámica, los algoritmos de la familia *branch and X*, la programación de restricciones y los algoritmos de búsqueda de la familia  $A^*$ . Estos métodos enumerativos pueden considerarse como algoritmos de búsqueda en árbol, donde la búsqueda se realiza en todo el espacio de búsqueda relevante para el problema en cuestión.

La *programación dinámica* se basa en la división recursiva de un problema en subproblemas más sencillos. Este enfoque se sustenta en el principio de Bellman, el cual establece que “la subpolítica de una política óptima es en sí misma óptima” [Bellman, 1957]. Mediante la resolución de decisiones parciales, se logra un proceso de optimización por etapas. La programación dinámica evita una enumeración exhaustiva del espacio de búsqueda al podar secuencias de decisiones parciales que no pueden conducir a la solución óptima.

Los algoritmos de la familia *branch and X*, tales como ramificación y acotamiento, ramificación y corte, y ramificación y precio (*branch and bound*, *branch and cut*, y *branch and price*, en inglés), se basan en la división del problema original en subproblemas más simples, realizando búsquedas exhaustivas en el espacio de soluciones y utilizando técnicas de poda para evitar explorar áreas innecesarias. Este enfoque ha sido ampliamente utilizado en la resolución de problemas de optimización combinatoria.

Por su parte, los algoritmos de búsqueda de la familia  $A^*$ , incluyendo  $A^*$  y IDA\* (algoritmos de profundización iterativa), han sido desarrollados en la comunidad de inteligencia artificial. Estos algoritmos se basan en la búsqueda informada, utilizando funciones de evaluación heurísticas para determinar qué nodos deben ser explorados en primer lugar. Esto permite una búsqueda más eficiente en el espacio de soluciones.

Por otro lado, la *programación de restricciones* se enfoca en la descripción de un problema en términos de variables, dominios y restricciones, y utiliza técnicas de búsqueda para encontrar una solución que satisfaga todas las restricciones establecidas. Este enfoque es especialmente útil cuando se trata de problemas con múltiples

restricciones complejas.

Los métodos exactos son adecuados para abordar problemas difíciles en instancias de tamaño reducido. Sin embargo, la dificultad de un problema no se determina únicamente por el tamaño de la instancia, sino también por su estructura. Es posible que algunas instancias pequeñas no puedan resolverse de manera exacta, mientras que instancias más grandes pueden ser resueltas con precisión utilizando los métodos de optimización exacta más avanzados disponibles. En consecuencia, tanto el tamaño como la estructura del problema son factores a considerar al evaluar la viabilidad de los métodos exactos en su aplicación.

En las secciones subsiguientes, se proporcionará una exposición más detallada acerca del algoritmo branch and bound y la programación con restricciones. Estas dos metodologías representan herramientas fundamentales empleadas en el desarrollo de la presente tesis.

#### 2.6.1.1 ALGORITMO DE RAMIFICACIÓN Y ACOTAMIENTO

El algoritmo de ramificación y acotamiento (*Branch and Bound* [B&B], en inglés) se utiliza para abordar problemas de programación entera con variables de decisión enteras. Su enfoque se basa en dos ideas fundamentales. En primer lugar, al eliminar una restricción de integralidad, se obtiene un programa lineal modificado que puede resolverse fácilmente y proporciona una cota inferior para la solución óptima. En segundo lugar, al fijar una variable entera en un valor factible, se obtiene un programa modificado que proporciona una cota superior para la solución óptima, en caso de tratarse de un problema de minimización.

El algoritmo B&B emplea una estrategia de *dividir y conquistar*. Consiste en resolver relajaciones lineales del problema original y fijar variables enteras para actualizar las cotas inferiores, encontrar soluciones factibles y obtener cotas superiores. El proceso se repite hasta que la mejor cota inferior obtenida mediante las relajacio-

nes lineales sea igual a la mejor cota superior relacionada con las soluciones factibles, lo que indica que se ha encontrado la solución óptima.

En cada iteración del algoritmo, se selecciona un problema específico y se resuelve su relajación lineal, es decir, se relajan las restricciones de integralidad para las variables enteras no fijadas. A partir de la solución óptima obtenida y el valor objetivo correspondiente, se toman decisiones. Si la cota superior actual es menor o igual que la mejor cota superior conocida, se descarta el problema, ya que el valor objetivo obtenido es una cota inferior para todas las soluciones enteras en esa rama del árbol. Si la cota superior es mayor, se selecciona una variable cuya solución óptima sea fraccional y se generan dos problemas adicionales, uno con la restricción de que la variable sea menor o igual que su parte entera inferior y otro con la restricción de que sea mayor o igual que su parte entera superior.

Es fundamental resaltar que, a pesar de ser una herramienta genérica para resolver problemas, el algoritmo B&B no puede abordar todas las categorías de problemas existentes. La teoría de la complejidad computacional establece que determinados problemas demandan un esfuerzo computacional considerable y no pueden ser resueltos de manera eficiente. Estos problemas se encuentran en la clase NP-difícil, lo cual implica que no existe un algoritmo eficiente para encontrar una solución exacta en todos los casos. No obstante, gracias a la aplicación de herramientas matemáticas, es posible hallar soluciones precisas para problemas clasificados como NP-difíciles. Estas herramientas utilizan estrategias inteligentes y técnicas de optimización para explorar de manera eficiente el espacio de soluciones y proporcionar resultados cercanos a la óptima. Aunque la resolución exacta puede no ser viable en términos de tiempo y recursos para problemas NP-difíciles, estas aproximaciones se convierten en una alternativa valiosa y efectiva para obtener soluciones aceptables en la práctica.

Para obtener una comprensión más profunda del algoritmo de ramificación y acotamiento, y encontrar ejemplos detallados, se recomienda consultar los siguientes libros Wolsey [2021], Taha [2012], Hiller and Lieberman [2010]. Estas referencias

proporcionan una explicación clara y ejemplos prácticos del algoritmo B&B en el contexto de la programación entera y la Investigación de Operaciones.

### 2.6.1.2 PROGRAMACIÓN CON RESTRICCIONES

La programación con restricciones es una metodología altamente efectiva para abordar problemas complejos de programación y optimización combinatoria. A diferencia de la programación matemática, que utiliza álgebra lineal numérica, la programación con restricciones se basa en principios fundamentales de la informática, como la programación lógica y la teoría de grafos [Rossi et al., 2006, IBM ILOG CPLEX Optimization, 2017].

Esta técnica resulta especialmente valiosa al enfrentarse a la complejidad de problemas de secuenciación y programación en entornos del mundo real. Ya sea que estemos programando personas, máquinas o tareas de procesos, la programación con restricciones se vuelve necesaria cuando hay relaciones lógicas y aritméticas complejas entre las variables de decisión, las actividades y los recursos involucrados en el problema [Krzysztof, 2003].

Un modelo de programación con restricciones se define mediante una especificación declarativa que utiliza componentes clave como variables de decisión, restricciones y, en ocasiones, objetivos a minimizar o maximizar, similar a la programación matemática. Sin embargo, la programación con restricciones se destaca por su capacidad para reducir el conjunto de valores posibles de las variables de decisión que cumplen con todas las restricciones impuestas. Para lograr esto, se utilizan argumentos lógicos, teoría de grafos, operaciones aritméticas y otras técnicas relevantes. La información sobre los valores no factibles se propaga a través de las restricciones, lo que permite realizar deducciones posteriores y refinar el conjunto de soluciones posibles. Se aplican diversas estrategias de búsqueda hasta que cada variable de decisión recibe un valor, es decir, hasta que se encuentra una solución factible [Krzysztof,

2003, Rossi et al., 2006].

Una vez que se obtiene una solución inicial, se puede seguir explorando el espacio de soluciones en busca de valores objetivo aún mejores. Los solucionadores de programación con restricciones implementan algoritmos de búsqueda inteligentes y técnicas heurísticas para mejorar la eficiencia y descubrir soluciones óptimas o cercanas a lo óptimo [Krzysztof, 2003, Rossi et al., 2006].

Además de las ventajas y características mencionadas anteriormente, es importante destacar que un modelo de programación con restricciones consta de tres componentes principales: variables, restricciones y objetivo. Las variables representan las entidades o atributos del problema que deben ser asignados o determinados. Las restricciones establecen las reglas o condiciones que limitan las combinaciones válidas de los valores de las variables. Y el objetivo define la medida de calidad o el criterio que se busca optimizar, ya sea minimizando o maximizando una función objetivo. Es importante tener en cuenta que en algunos casos, no es necesario contar con una función objetivo específica [Rossi et al., 2006].

Los problemas de secuenciación y programación de tareas se fundamentan en los intervalos de tiempo y las restricciones entre ellos. Estos elementos son esenciales para planificar y organizar actividades en un periodo determinado. En este contexto, las *variables de decisión de intervalo* desempeñan un papel clave. Estas variables representan actividades con una hora de inicio y una hora de finalización definidas. Al utilizar estas variables, es posible establecer restricciones que limiten las posibles posiciones de una actividad, establecer relaciones de precedencia entre distintas actividades y relacionar la posición de una actividad con otras del conjunto. Estas herramientas de modelado permiten representar de forma clara y eficiente la programación en el tiempo, garantizando una planificación óptima y cumpliendo con todas las restricciones establecidas [IBM ILOG CPLEX Optimization, 2017].

En la programación con restricciones, además de las variables de intervalo, se cuenta con una amplia gama de funciones que facilitan el modelado. En la tabla 2.2

TABLA 2.2: Funciones de programación con restricciones utilizadas en esta tesis.

Función	Descripción
$Abs(x)$	Valor absoluto de $x$
$Size\ of(x)$	Longitud de la variable de intervalo $x$
$End\ of(x)$	Establece el final de la actividad o evento $x$
$Start\ of(x)$	Establece el inicio de la actividad o evento $x$
$endBeforeEnd(x, y, a)$	Obliga a que entre el final de $x$ y el final de $y$ transcurra al menos el retardo $a$ . Impone la desigualdad $End\ of(x) + a \leq End\ of(y)$
$endBeforeStart(x, y, a)$	Obliga a que entre el final de $x$ y el inicio de $y$ transcurra al menos el retardo $a$ . Impone la desigualdad $End\ of(x) + a \leq Start\ of(y)$

se presenta una lista de las funciones que serán utilizadas en esta tesis (ver sección 4.4), junto con sus descripciones.

Para obtener información más detallada sobre programación con restricciones, incluyendo las funciones y su aplicación, se recomienda revisar los siguientes libros Rossi et al. [2006], Krzysztof [2003], IBM ILOG CPLEX Optimization [2017]. Estos textos proporcionarán un mayor nivel de comprensión sobre el tema.

## 2.6.2 METAHEURÍSTICAS

Dentro de los métodos aproximados existen dos subclases de algoritmos: aproximación y heurística. Los *algoritmos de aproximación* proporcionan soluciones con calidad demostrable y límites de tiempo bien definidos, ofreciendo un rendimiento aceptable y asequible para diversos problemas. En contraste, *las heurísticas*, tanto específicas como *metaheurísticas*, no garantizan la calidad de las soluciones y se utilizan como guías en el diseño de heurísticas subyacentes [Talbi, 2009, Glover and

Kochenberger, 2006]. Los algoritmos de aproximación buscan encontrar límites ajustados en el peor de los casos, brindando información valiosa sobre la dificultad del problema y apoyando el diseño de heurísticas eficientes. Sin embargo, es importante destacar que su aplicabilidad se restringe al problema de optimización objetivo y, en la práctica, las aproximaciones suelen estar alejadas de la solución óptima global, limitando su utilidad en aplicaciones del mundo real [Talbi, 2009].

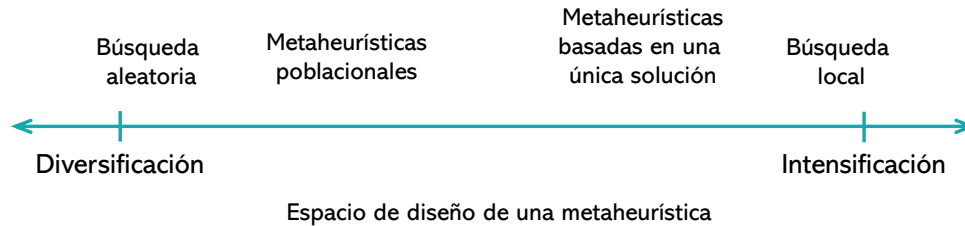


FIGURA 2.11: Dos criterios conflictivos que deben considerarse al diseñar una metaheurística: la exploración (diversificación) y la explotación (intensificación). En términos generales, las metaheurísticas básicas que se basan en una única solución tienden a enfocarse más en la explotación, mientras que aquellas que se basan en poblaciones están más orientadas hacia la exploración (Talbi [2009]).

Las metaheurísticas han ganado popularidad en los últimos años como una familia de técnicas de optimización aproximada que brindan soluciones “aceptables” en un tiempo razonable para abordar problemas de optimización intratables. Estas técnicas representan una alternativa efectiva cuando los algoritmos de optimización exactos no son viables debido a la complejidad del problema. A diferencia de los algoritmos exactos, las metaheurísticas no garantizan la optimalidad de las soluciones obtenidas, pero ofrecen la ventaja de resolver problemas difíciles y complejos en campos como la ciencia e ingeniería.

Cuando se diseña una metaheurística, es crucial tener en cuenta dos criterios contradictorios: la exploración del espacio de búsqueda (diversificación) y la explotación de las mejores soluciones encontradas (intensificación). La diversificación busca explorar todas las regiones del espacio de búsqueda de manera uniforme, evitando la limitación de la búsqueda a un número reducido de regiones. Por otro lado, la in-



tensificación se enfoca en explorar en profundidad las regiones prometedoras con la esperanza de encontrar soluciones aún mejores. En el diseño de una metaheurística, se busca un equilibrio entre estos dos criterios para obtener resultados óptimos (ver figura 2.11).

Es importante considerar el contexto en el que se aplicarán las metaheurísticas. La complejidad del problema, el tamaño de las instancias de entrada, la estructura de las instancias y el tiempo de búsqueda requerido son factores cruciales en la selección de un algoritmo de optimización. Si un problema puede resolverse mediante un enfoque exacto eficiente, no es aconsejable utilizar metaheurísticas. Sin embargo, en situaciones en las que los recursos son limitados, el tiempo es crítico o el problema es demasiado complejo para ser resuelto con una solución exacta, las metaheurísticas se vuelven una opción valiosa.

Entre las metaheurísticas estructuradas más utilizadas se encuentran la búsqueda de vecindarios variables (VNS por sus siglas en inglés, *variable neighborhood search*), el recocido simulado, la búsqueda tabú, los procedimientos de búsqueda ávida adaptativa aleatoria (GRASP por sus siglas en inglés, *greedy randomized adaptive search procedure*), entre otras. Estas heurísticas han sido empleadas con éxito en una amplia variedad de situaciones y son una buena opción para aquellos que buscan resolver problemas complejos de manera eficiente. Para obtener una comprensión más detallada sobre el diseño e implementación de algoritmos heurísticos, se recomienda consultar: Talbi [2009], Glover and Kochenberger [2006], Dréo et al. [2006]. Dichas referencias proporcionan información relevante sobre las técnicas y estrategias más efectivas utilizadas en la resolución de problemas complejos mediante algoritmos heurísticos.

En esta tesis, vamos a emplear el algoritmo B&B del solucionador comercial Gurobi para resolver de manera exacta el problema BBP. Además, hemos adaptado una versión truncada de este algoritmo para crear una heurística *beam search*, la cual nos permitirá obtener soluciones aproximadas en menos tiempo.

También hemos desarrollado un modelo de programación con restricciones para el BBP. Los detalles acerca de cada uno de estos modelos y algoritmos, así como su rendimiento, están explicados de manera exhaustiva en las secciones 4 y 5.

## 2.7 SIMULACIÓN

En el contexto actual, la simulación ha emergido como una herramienta esencial, desplegando su capacidad para replicar la operación de sistemas y procesos mediante el uso de tecnología computacional avanzada [Himmelblau and Bischoff, 2021]. En situaciones donde la experimentación con sistemas reales resulta peligrosa, costosa o temporalmente ineficiente, esta técnica ofrece un recurso valioso.

Dentro del mundo de la simulación, dos enfoques prevalecen: la simulación de eventos discretos y la simulación continua. Mientras que la primera se centra en cambios instantáneos en el estado del sistema en puntos aleatorios del tiempo debido a eventos discretos [Hiller and Lieberman, 2010]. Este tipo de modelo se utiliza comúnmente en el análisis de líneas de espera para determinar medidas como el tiempo de espera promedio y la longitud de la cola. Por otro lado, en la simulación continua, el comportamiento del sistema cambia de manera continua a lo largo del tiempo, y se emplean ecuaciones diferenciales para describir la tasa de cambio de las variables de estado del sistema [Taha, 2012].

Esta tesis, persigue una representación fiel del sistema BRT a través de la simulación de eventos discretos, como se detalla en el capítulo de Metodología. En la práctica, esta técnica informática sirve como un medio para simular el comportamiento del sistema en respuesta a eventos específicos a lo largo del tiempo. Este enfoque es ampliamente aplicado en la simulación de sistemas del mundo real, como las redes de fabricación, transporte y comunicación [Himmelblau and Bischoff, 2021, Ríos Insua et al., 2009, Banks, 1998].

Una de las ventajas destacadas de la simulación de eventos discretos es su capa-

cidad para generar predicciones sobre el rendimiento futuro del sistema en diferentes condiciones. Esta cualidad otorga un entendimiento más profundo del comportamiento del sistema, permitiendo la toma de decisiones fundamentadas en aras de mejoras. Por ejemplo, resulta posible simular diferentes escenarios de demanda de pasajeros, horarios de operación y modificaciones en la infraestructura del sistema BRT para evaluar su influencia en el rendimiento.

De manera adicional, la simulación de eventos discretos se revela como una herramienta especialmente beneficiosa en entornos donde la experimentación en tiempo real resultaría riesgosa, costosa o ineficiente. Al simular el sistema en un entorno computacional, es posible observar su conducta y realizar experimentos virtuales sin poner en juego recursos ni vidas humanas. En el caso particular del transporte masivo, como el sistema BRT, donde los cambios en la operación real podrían conllevar consecuencias significativas y potencialmente negativas, este enfoque se torna crítico.

La simulación de eventos discretos involucra el uso de diversos elementos. Los eventos específicos que ocurren en el sistema se modelan como puntos de cambio de estado, y se definen reglas para la secuencia de eventos y las condiciones que los desencadenan. Además, se registran y analizan variables de interés, como tiempos de espera promedio y longitudes de colas, para evaluar el rendimiento del sistema en diferentes momentos y situaciones.

En esta tesis, se ha forjado una sólida elección al emplear la simulación de eventos discretos, incluso más allá: se ha incorporado una microsimulación. La microsimulación, una herramienta de modelado meticulosa, se ha implementado con el propósito de analizar en detalle y prever cómo individuos o elementos específicos operan dentro del sistema [Alam and Habib, 2019]. Este enfoque se traduce en una representación más precisa de las interacciones individuales, como aquellas entre vehículos y peatones en el transporte urbano.

En contraposición, una macrosimulación se enfoca en modelar las tendencias y comportamientos generales del sistema en su totalidad. En el caso del transporte, una

simulación típica podría considerar el flujo promedio de vehículos a lo largo de una ruta en un día, sin inmiscuirse en los detalles intrínsecos de cada vehículo. En otras palabras, mientras que la microsimulación centra su atención en las interacciones y particularidades específicas, la macrosimulación se concentra en las características generales y las tendencias globales del sistema.

Esta tesis ha adoptado una microsimulación de eventos discretos destinada a representar y evaluar el sistema BRT. Al elegir esta combinación, se han fusionado la capacidad de capturar detalles individuales y las interacciones específicas con la habilidad de analizar las tendencias y el comportamiento general del sistema. Para una profundización en este tema, recomendamos que consulte las referencias bibliográficas Himmelblau and Bischoff [2021], Ríos Insua et al. [2009], Banks [1998], Alam and Habib [2019].

## CAPÍTULO 3

# REVISIÓN DE LITERATURA

---

En este capítulo, exploraremos estrategias de control en tiempo real para abordar el problema del amontonamiento de autobuses en sistemas de transporte público. Nos centraremos en estrategias como ajuste dinámico de tiempos de espera, saltos de paradas, regulación de velocidad y prioridad de señales. Analizaremos estudios que consideran la capacidad de los vehículos, tipos de puntos de control, funciones objetivo, modelos matemáticos y métodos de solución. También discutiremos enfoques recientes, incluida nuestra propuesta de integrar simulación y optimización para reducir amontonamientos y tiempos de espera.

Se han realizado diversos esfuerzos para abordar el problema del BBP mediante estrategias de control en tiempo real, las cuales se pueden clasificar en *control entre estaciones* y *control de estaciones* [Ibarra-Rojas et al., 2015]. Las estrategias de control entre estaciones se refieren a aquellas en las que las decisiones se toman en algunas estaciones de la línea de autobuses, como por ejemplo los tiempos de espera [Wang and Sun, 2020, Daganzo, 2009, Xuan et al., 2011], salto de paradas [Sun and Hickman, 2005, Fu et al., 2003, Cortés et al., 2010] y los límites de tiempo de embarque [Delgado et al., 2012, Barnett, 1974, Delgado et al., 2009]. Por otro lado, las estrategias de control de estaciones se refieren a la regulación de la velocidad de los autobuses [He, 2015, Daganzo and Pilachowski, 2011, He et al., 2019], o la prioridad de las señales de tráfico [Estrada et al., 2016, Liu et al., 2003, Ling and

Shalaby, 2004].

De todas las estrategias, la más utilizada y menos molesta para los usuarios es la estrategia de tiempo de espera. En la tabla 3.1 se muestran diversos estudios relacionados con esta estrategia (no se incluyen las estrategias híbridas). La primera columna muestra la referencia (Autor). La segunda columna indica si se ha considerado o no la capacidad de los vehículos (Cap). La tercera columna indica los distintos tipos de puntos de control que se han considerado en el sistema, tales como puntos de control de preajuste único (SPCP, por sus siglas en inglés), puntos de control de preajuste múltiple (MPCP, por sus siglas en inglés) o puntos de control múltiple (MCP, por sus siglas en inglés) definidos por la estrategia de solución. La columna Descenso indica cómo los usuarios abandonan el sistema de transporte en la propuesta de solución: bien mediante una proporción de los usuarios a bordo o bien determinada por una matriz origen-destino (OD). Las columnas quinta y sexta indican la función objetivo considerada y el tipo de modelo, respectivamente (QP es para un programa entero cuadrático, MIQCP es para un programa lineal entero cuadráticamente restringido). El método de solución se indica en la columna 7 (método) (B&B es para el algoritmo de ramificación y acotamiento), mientras que la columna 8 (Sim) indica si el método se analiza mediante simulación. Finalmente, la última columna informa si se ha probado un caso práctico.

La tabla 3.1 refleja la diversidad y amplitud de la investigación en el campo, resaltando diferentes enfoques, modelos, métodos de solución y evaluaciones utilizados para abordar el problema del tiempo de espera y el amontonamiento de autobuses en sistemas de transporte público. En relación a la consideración de la capacidad de los vehículos en los modelos, son pocos los estudios (como los de Delgado et al. [2012], Sánchez-Martínez et al. [2016], y nuestro enfoque) que consideran la capacidad de los vehículos en sus modelos. Esto refleja una comprensión más realista de cómo la ocupación de los autobuses puede afectar los tiempos de espera y la regularidad del servicio. Por otro lado, se aprecia una observación significativa respecto a la inclusión de casos prácticos en las evaluaciones. Aunque muchos estudios implementan simu-

TABLA 3.1: Revisión de trabajos enfocados en la estrategia del tiempo de espera.

Autor	Cap	Puntos de control	Descenso	Función obj.	Tipo de modelo	Método	Sim	Caso de estudio
Eberlein et al. [2001]	no	SPCP	proporción de usuarios a bordo	minimizar el tiempo de espera	QP	búsqueda local	sí	sí
Hickman [2001]	no	SPCP (un autobús)	matriz OD	minimizar la varianza de los intervalos	QP (estocástico)	búsqueda de gradiente	no	no
Sun and Hickman [2008]	no	MPCP	proporción de usuarios a bordo	minimizar el tiempo de espera	QP	heurística	no	no
Xuan et al. [2011]	no	MPCP	matriz OD	cumplimiento de los horarios y regularidad de los intervalos	QP	búsqueda local del gradiente	no	no
Delgado et al. [2012]	sí	MPCP	matriz OD	minimizar el tiempo de espera	QP	gradiente reducido	sí	no
Hernández-Landa et al. [2015]	sí	MCP	matriz OD	regularidad de los intervalos	MILP	B&B	sí	sí
Sánchez-Martínez et al. [2016]	sí	MCP	matriz OD	minimizar el tiempo de espera	QP	aproximación cuadrática iterativa	sí	no
Wang and Sun [2020]	no	MCP	matriz OD	reducir la media y la varianza de los intervalos	QP	sistema multiagente	sí	no
Nuestro enfoque	sí	MCP	proporción de usuarios a bordo	regularidad de los intervalos	MIQCP	B&B	sí	sí

laciones, la incorporación de casos prácticos en la evaluación sigue siendo limitada. Esto podría indicar un área en la que se necesita más investigación y validación.

En el estudio de Argote-Cabanero et al. [2015], se utilizó una combinación de tiempos de espera dinámicos y guía del conductor en ruta para mejorar la puntualidad en la llegada a las estaciones. Para evaluar la efectividad de este método, se realizaron simulaciones en un sistema real de BRT. Hall et al. [2001], por su parte, desarrollaron modelos analíticos para determinar los tiempos de espera óptimos en las estaciones de transferencia. Estos modelos se basaron en datos reales de la red de

transporte de Los Ángeles. Daganzo [2009] propuso un esquema de control adaptativo que determina dinámicamente los tiempos de espera en las estaciones. El objetivo de este esquema es proporcionar tiempos de espera cuasi-regulares en situaciones de pequeñas perturbaciones. Chen et al. [2013] presentan un modelo de optimización no convexa con restricciones lineales para minimizar el tiempo de espera del usuario. El modelo asume una tasa uniforme de llegada de usuarios y que los autobuses tienen capacidad suficiente para recoger a todos los usuarios en una estación. Para resolver el modelo, se utilizó un algoritmo heurístico adecuado para situaciones en tiempo real.

En estudios recientes, se han propuesto varios métodos para mejorar el control de tiempos de espera en sistemas de autobuses de tránsito rápido. Gkiotsalitis and Cats [2019] proponen un método de control periódico del tiempo de espera, en el que se calculan los tiempos de espera de todos los viajes en marcha simultáneamente dentro de cada periodo de optimización. Su modelo discretiza el problema de optimización no lineal del BRT. He et al. [2020] desarrollan una estrategia de espera dinámica basada en el objetivo de tiempo de espera. Su experimento muestra que el tiempo medio total de espera aumenta al principio, pero disminuye con el tiempo, lo que es el comportamiento deseado. Delgado et al. [2012] incorporan dos estrategias: tiempo de espera y límites de embarque, y proponen un modelo de programación matemática que minimiza los retrasos totales con una función cuadrática evaluada en un entorno de simulación. Sin embargo, su simulación considera tiempos de espera muy cortos y sólo utiliza el valor del tiempo de espera para la estación actual, descartando los demás valores.

Liang et al. [2019] combinan los tiempos de espera de los autobuses y los saltos de estación para igualar automáticamente los tiempos de espera de los autobuses en una única línea. Su enfoque muestra buen rendimiento en un escenario simplificado en el que no se considera la capacidad de los autobuses. Sun and Schmöcker [2018] consideran la elección de los usuarios y el adelantamiento de autobuses con autobuses no capacitados; cuando se produce un retraso en alguno de los autobuses, se calculan



los tiempos de salida de todos los autobuses utilizando un conjunto de ecuaciones de estado discretas. Drabicki et al. [2023] consideran que los usuarios disponen de información sobre la llegada del siguiente par de autobuses, y desarrollan un modelo de elección de embarque implementado en un marco de simulación.

Por otro lado, Wang and Sun [2020] incorporan la coordinación global y la operación a largo plazo en tiempo de espera con un marco de aprendizaje de refuerzo profundo multiagente, sin embargo, su modelo no considera la capacidad del autobús. Sánchez-Martínez et al. [2016] presentan un modelo cuadrático para calcular los costes medios de los tiempos de espera de los usuarios y obtener por separado los tiempos de espera. Sin embargo, su simulación sólo considera diez autobuses y tasas de llegada iguales para todos los pares origen-destino. Li and Li [2022] presentan un modelo de predicción probabilístico para clasificar los tiempos de espera y decidir qué estrategia de control es adecuada utilizar (espera, ajuste de velocidad o salto de estación) para minimizar la desviación del tiempo de espera. No obstante, sus experimentos consideran la misma tasa de llegada a todas las estaciones, un tiempo de semáforo fijo, y la tasa de bajada en las estaciones intermedias es un número aleatorio entre 0 y 1.

El artículo de Tian et al. [2022] presenta un modelo que emplea la estrategia de giro corto para reprogramar los viajes en un esfuerzo por minimizar la desviación respecto al horario original. Ellos consideran que es importante conocer la hora prevista de llegada de los autobuses a las estaciones y que la capacidad de los autobuses es suficiente para atender la demanda de los usuarios. En contraste, Laskaris et al. [2019] coordinan diferentes líneas de autobús utilizando la retención de autobuses para minimizar los tiempos de viaje de los usuarios, pero no tienen en cuenta la capacidad de los vehículos y utilizan matrices OD. Sajikumar and Bijulal [2022] proponen un modelo para una red con múltiples orígenes que utiliza una estrategia de control de holguras basada en el horario para reducir la aglomeración de autobuses y establecer un programa de rutas de rediseño, sin embargo, no consideran la capacidad del autobús. Liang et al. [2021] presentan un trabajo similar al nuestro, aunque

más simple. Su algoritmo determina los tiempos de espera óptimos para resolver el problema de optimización no lineal, pero la solución obtenida es local, ya que el modelo solo considera el autobús que llegó a la estación y su autobús delantero y trasero en el punto de control.

En la literatura se han aplicado técnicas de aprendizaje de máquina para el problema. Por ejemplo, Yu et al. [2016] utilizan técnicas de aprendizaje supervisado con máquinas de vectores de soporte y datos de tarjetas inteligentes de transporte para predecir los horarios de los autobuses y el amontonamiento de autobuses. Shi et al. [2022] proponen un aprendizaje profundo de refuerzo distribuido para resolver el problema del amontonamiento de autobuses manteniendo el cumplimiento de los horarios y la regularidad de las estaciones. Degeler et al. [2021] demuestran que es posible extraer y detectar casos individuales de amontonamiento de autobuses utilizando técnicas totalmente no supervisadas.

En nuestra investigación, hemos integrado la simulación y la optimización con el propósito de mitigar la ocurrencia de situaciones de amontonamiento de autobuses, con un efecto indirecto en la reducción de los tiempos de espera totales para los usuarios. Para lograr esto, en primer lugar, hemos desarrollado una microsimulación de eventos discretos aplicada a un sistema BRT. Además, hemos formulado un modelo de optimización matemática que presenta restricciones cuadráticas; no obstante, su función objetivo se mantiene lineal. Esta elección se basa en la agilidad y la simplicidad inherente de las funciones objetivo lineales en comparación con las cuadráticas, lo que facilita su implementación en una variedad de contextos más allá del BRT. Nuestra metodología resalta su capacidad para ser aplicada en una variedad de configuraciones de sistemas de transporte, extendiéndose más allá del contexto exclusivo del BRT.

## CAPÍTULO 4

# METODOLOGÍA

---

En este trabajo, utilizamos técnicas de optimización y simulación de datos en tiempo real para resolver el problema del amontonamiento de autobuses durante la jornada laboral. En la fase de optimización, determinamos los tiempos de espera precisos de los autobuses en las estaciones, lo que nos permite ajustar los horarios de salida de los autobuses y evitar amontonamientos. Para lograr esto, podemos utilizar métodos exactos, como un modelo matemático con restricciones cuadráticas, o un modelo de programación con restricciones, o algún algoritmo heurístico como *beam search*.

En la figura 4.1 se puede apreciar que nuestra propuesta de solución para el problema de amontonamiento de autobuses consta de dos procesos principales. El primero es una etapa de optimización que determina los tiempos de espera de cada autobús en cada estación, considerando la información actual a lo largo de la línea de autobuses y prediciendo los eventos futuros en la ruta, tales como la cantidad de personas en cada estación, los tiempos de ascenso y descenso de usuarios, y la capacidad disponible de cada uno de los autobuses. Esta etapa es modelada a través de un programa de programación lineal entera con restricciones cuadráticas, que al ser resuelto entrega los tiempos de espera de los autobuses, que se comunican inmediatamente a los conductores para mantener intervalos cuasi-regulares entre ellos. Cabe destacar que este modelo es una de las principales contribuciones de

nuestro trabajo.

A diferencia de la mayoría de los estudios relacionados que se enfocan en una función objetivo no lineal que minimiza el tiempo total de espera de los usuarios en la etapa de optimización (consulte el resumen de Ibarra-Rojas et al. [2015]), nuestra metodología BBP utiliza una función objetivo lineal para acelerar el tiempo computacional. La principal ventaja de nuestro modelo es que incluye la predicción de los tiempos de salida, subida y bajada de cada autobús en cada estación futura, lo cual no se considera en trabajos previos [Delgado et al., 2012, Hernández-Landa et al., 2015]. Asimismo, nuestro modelo también tiene en cuenta la capacidad del autobús en cada cálculo de los tiempos de espera durante el proceso de simulación, lo cual es una característica significativa.

Otro aspecto importante de nuestro modelo es que no utiliza matrices origen-destino como la mayoría de los otros enfoques [Delgado et al., 2009, Hernández-Landa et al., 2015, Sánchez-Martínez et al., 2016, Wang and Sun, 2020, Xuan et al., 2011], lo que afecta a su eficiencia. En su lugar, utilizamos la tasa de llegada de usuarios y las proporciones de usuarios que bajan en las estaciones. Nuestro modelo de programación entera puede resolverse a través de softwares de optimización que utilizan métodos exactos, como B&B, o mediante una heurística para acelerar el esfuerzo computacional.

El otro proceso de nuestra metodología, que se ilustra en la figura 4.1, se enfoca en la recolección de datos en tiempo real, incluyendo la posición de los autobuses, el número actual de usuarios esperando en cada estación y el número actual de usuarios dentro de cada autobús. Estos datos se utilizan como entrada para la etapa de optimización, la cual se aplica periódicamente junto con el proceso de recolección de datos a lo largo de la jornada laboral con el objetivo de mantener intervalos cuasi-regulares entre cada par de autobuses. A fin de simular la recopilación de datos reales y someter el sistema de tránsito a diferentes parámetros, hemos desarrollado un programa de simulación de eventos discretos que representa un sistema de autobuses

de tránsito rápido. A través de esta simulación, podemos recuperar datos simulados en tiempo real del sistema y validar la efectividad de nuestro modelo matemático. El programa de simulación toma como entrada los tiempos de espera obtenidos en la etapa de optimización y evoluciona en el tiempo, devolviendo su estado real en cada momento, lo cual a su vez es utilizado como entrada para la etapa de optimización.

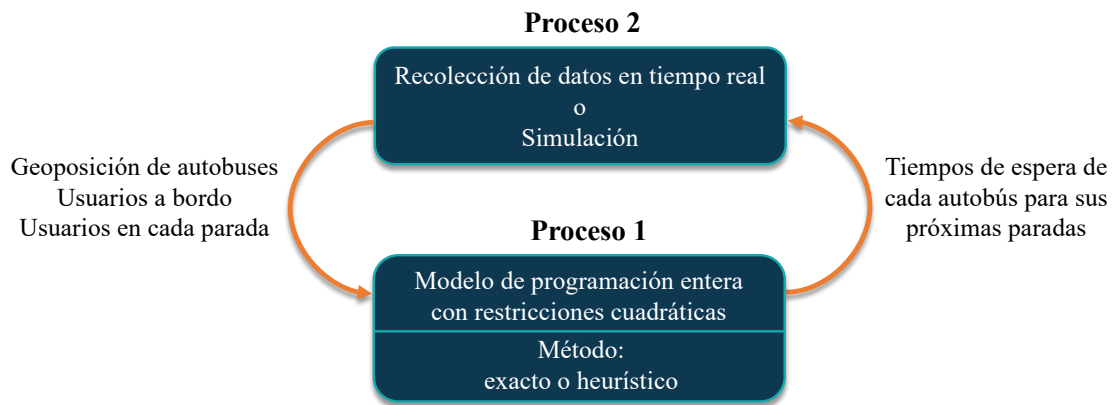


FIGURA 4.1: Estructura diseñada para dar solución al BBP

## 4.1 PLANTEAMIENTO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE DE TRÁNSITO RÁPIDO

Consideramos un corredor unidireccional de autobuses con un conjunto  $S$  de estaciones, junto con una terminal (depósito) denominada como 0, tal como mostramos en la figura 4.2. Este corredor es operado por un servicio de autobús de alta frecuencia, el cual está compuesto por un conjunto de  $B$  autobuses con capacidad  $C_b$  para cada  $b \in B$ , y una velocidad media  $V$ . Cada autobús comienza su viaje en el depósito con una frecuencia de salida de  $F$  minutos, representando el intervalo ideal. Cada autobús  $b \in B$  visita de manera secuencial todas las estaciones del corredor, siendo numerados en orden ascendente. Es decir, el autobús  $b + 1$  sale del depósito después del autobús  $b$ , para  $b \in B \setminus \{|B| - 1\}$ , y no es permitido el rebase de los autobuses. Cuando un autobús  $b$  llega a la última estación, todos los usuarios del

autobús deben bajar y el autobús regresa al depósito. Además, el tiempo de viaje entre un par de estaciones  $(s-1, s)$  se denomina  $d_s$ , para  $s \in S$ . Debemos tener en cuenta que  $d_1$  corresponde a la distancia entre la estación 1 y el depósito. El tiempo que tardan las puertas del autobús en abrirse y cerrarse es  $G$ , y asumimos que los usuarios llegan a cada estación  $s$  en función de una tasa de distribución de Poisson  $\lambda_s$ . El tiempo de subida y bajada de cada usuario es  $\bar{U}$  y  $\underline{U}$ , respectivamente. Suponemos que el número de usuarios que bajan en la estación  $s$  es una proporción  $\gamma^s$  del número de usuarios que suben en el autobús  $b$ . Además, establecimos un tiempo de espera máximo  $H$  en cada estación para evitar la insatisfacción de los usuarios. En el tiempo  $t_0$ , recolectamos los datos reales necesarios para calcular las decisiones necesarias para recuperar una frecuencia cuasi-regular. Para cada autobús  $b$ , registramos la distancia entre el autobús  $b$  y sus siguientes estaciones, denotada como  $m_b^s$ , el número de usuarios a bordo  $q_b$ , y la última estación visitada por el autobús  $b$ ,  $l_b$ . Recolectamos también el número de usuarios esperando en cada estación  $s$ , denotado como  $w_s$ .

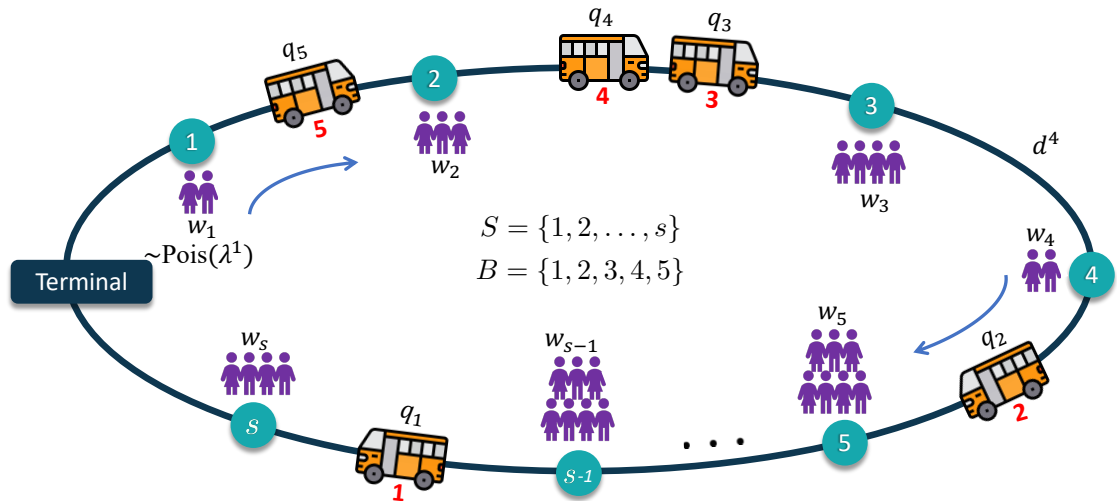


FIGURA 4.2: Corredor de autobuses con  $s$  estaciones y cinco autobuses.

Resulta poco práctico mantener una frecuencia ideal a lo largo del corredor de autobuses. Por ello, los intervalos cuasi-regulares emergen como una alternativa favorable. En este contexto, se incorpora un porcentaje de desviación aceptable,

denotado como  $\kappa$ , en relación a la frecuencia ideal  $F$ , tal y como se ha establecido en la Definición 2.1 del Capítulo 2. Dicha definición precisa el concepto de intervalo cuasi-regular.

Mantener intervalos cuasi-regulares en una línea de tránsito asegura un servicio confiable para los usuarios, reduciendo la variación en la frecuencia de los autobuses en cada estación y mejorando la confiabilidad del tiempo de viaje. Esta estrategia es especialmente útil en ciudades en las que los usuarios no tienen acceso a la programación exacta de los autobuses, lo que es común en sistemas de transporte en países en desarrollo [Hernández-Landa et al., 2015].

Considerando toda la información anterior, el problema de amontonamiento de autobuses se define como la determinación del tiempo de espera adicional de cada autobús en cada una de sus estaciones futuras. De esta manera, se puede calcular la hora de salida de cada autobús en cada estación, el número de usuarios que pretenden subir al autobús, así como el número de usuarios que subirán y bajarán del autobús. El objetivo es minimizar las penalizaciones que se producen cuando los intervalos no son cuasi-regulares.

## 4.2 MODELO MATEMÁTICO PARA EL PROBLEMA DE AMONTONAMIENTO DE AUTOBUSES

En la formulación del programa lineal entero con restricciones cuadráticas para el BBP, las variables principales son  $h_b^s$ , las cuales indican el tiempo de espera del autobús  $b \in B$  en todas las estaciones futuras  $s = l_b + 1, \dots, |S|$  que el autobús debe visitar. Con la información de la posición de los autobuses en el tiempo  $t_0$  y las variables de tiempo de espera, podemos calcular las variables restantes de cada autobús  $b \in B$  en la estación  $s = l_b + 1, \dots, |S|$ . Las variables  $t_b^s$  representan la hora de salida del autobús  $b$  de la estación  $s$ , lo que nos permite determinar el número de usuarios que quieren subir al autobús  $b$  en la estación  $s$ , el número de

usuarios que efectivamente suben al autobús y el número de personas que bajan del mismo. Estas variables se denotan como  $z_b^s$ ,  $x_b^s$ , e  $y_b^s$ , respectivamente, para  $b \in B$  y  $s = l_b + 1, \dots, |S|$ . Las tablas 4.1 y 4.2 resumen los parámetros y variables del modelo de optimización matemática, respectivamente.

TABLA 4.1: Parámetros utilizados en el modelo de optimización matemática.

Parámetros	
$B$	Conjunto de autobuses ( $b \in B$ )
$S$	Conjunto de estaciones ( $s \in S$ )
$C$	Capacidad de autobuses
$F$	Intervalo ideal en cada estación
$V$	Velocidad media de los autobuses
$\bar{U}, \underline{U}$	Tiempo de ascenso y descenso por usuario
$G$	Tiempo que tardan las puertas del autobús en abrirse y cerrarse en cada estación
$H$	Valor máximo del tiempo de espera
$\kappa$	Porcentaje de desviación de la frecuencia ideal $F$
$d^s$	Distancia entre las estaciones $s - 1$ y $s$ , $s \in S$
$\lambda^s$	Tasa de llegada de usuarios a la estación $s$ , $s \in S$
$\gamma^s$	Proporción de usuarios que bajan del autobús $b$ en la estación $s$ , $s \in S$
$t_0$	Momento en el que obtenemos la información
$l_b$	Última estación visitada por el autobús $b$ al tiempo $t_0$ , $b \in B$
$w^s$	Usuarios esperando en la estación $s$ al tiempo $t_0$ , $s \in S$
$q_b$	Número de usuarios a bordo del autobús $b$ al tiempo $t_0$ , $b \in B$
$m_b^s$	Distancia entre el autobús $b$ y su próxima estación $s$ en el momento $t_0$ , $s \in S$ , $b \in B$

El intervalo entre el par de autobuses  $(b, b + 1)$  la calculamos como la diferencia entre sus tiempos de salida en una estación  $s$ :  $t_b^s - t_{b+1}^s$ , para  $s \in S$ . Definimos la variable  $p_b^s$  como la penalización relacionada con el intervalo entre dos autobuses para  $b \in B$  y  $s \in S$ .

$$p_b^s = \begin{cases} 0, & \text{si } t_{b+1}^s - t_b^s \in [(1 - \kappa)F, (1 + \kappa)F] \\ t_b^s - t_{b+1}^s + (1 - \kappa)F, & \text{si } t_{b+1}^s - t_b^s \in [0, (1 - \kappa)F) \\ t_{b+1}^s - t_b^s - (1 + \kappa)F, & \text{si } t_{b+1}^s - t_b^s > (1 + \kappa)F \end{cases}$$



TABLA 4.2: Variables utilizadas en el modelo de optimización matemática.

<b>Variables</b> (para $s \in S, b \in B$ )	
$t_b^s$	Hora de salida del autobús $b$ de la estación $s$
$z_b^s$	Número de usuarios que quieren subir al autobús $b$ en la estación $s$
$x_b^s$	Número de usuarios que suben al autobús $b$ en la estación $s$
$y_b^s$	Número de personas que descienden del autobús $b$ en la estación $s$
$h_b^s$	Tiempo de espera del autobús $b$ en la estación $s$
$p_b^s$	Penalización de intervalo entre los autobuses $b$ y $b + 1$ en la estación $s$
$n_b^s$	1 si $x_b^s \leq C$ para el autobús $b$ en la estación $s$ , 0 en otro caso
$r_b^s$	1 si $x_b^s > C$ para el autobús $b$ en la estación $s$ , 0 en otro caso

La figura 4.3 muestra el valor del intervalo entre un par de autobuses en cualquier estación fija en su eje horizontal, mientras que el eje vertical representa los valores de penalización cuando el intervalo no es cuasi-regular. Dado que los autobuses no pueden adelantarse entre sí, esta diferencia es siempre positiva. Con el propósito de incluir el valor de penalización del autobús  $b$  en la estación  $l_b + 1$  en la función objetivo, empleamos las restricciones (4.1) y (4.2). Tomemos en cuenta que las variables  $p_b^s$  son siempre positivas.

$$p_b^s \geq t_b^s - t_{b+1}^s + (1 - \kappa)F, \quad b \in B, s = l_b + 1, \quad (4.1)$$

$$p_b^s \geq t_{b+1}^s - t_b^s - (1 + \kappa)F, \quad b \in B, s = l_b + 1. \quad (4.2)$$

Modificar las pendientes del lado derecho de las restricciones (4.1) y (4.2) tendría como resultado la asignación de una importancia desigual a cada caso. Aquí, hemos utilizado las mismas pendientes para ambos casos. De esta manera, formulamos la función objetivo (4.3) que minimiza las penalizaciones de amontonamiento de autobuses para cada par de vehículos, y mantiene intervalos cuasi-regulares entre ellos. La expresión de dicha función objetivo es la siguiente:

$$\text{minimizar } \sum_{b \in B} \sum_{s=l_b+1}^{|S|-1} p_b^s. \quad (4.3)$$

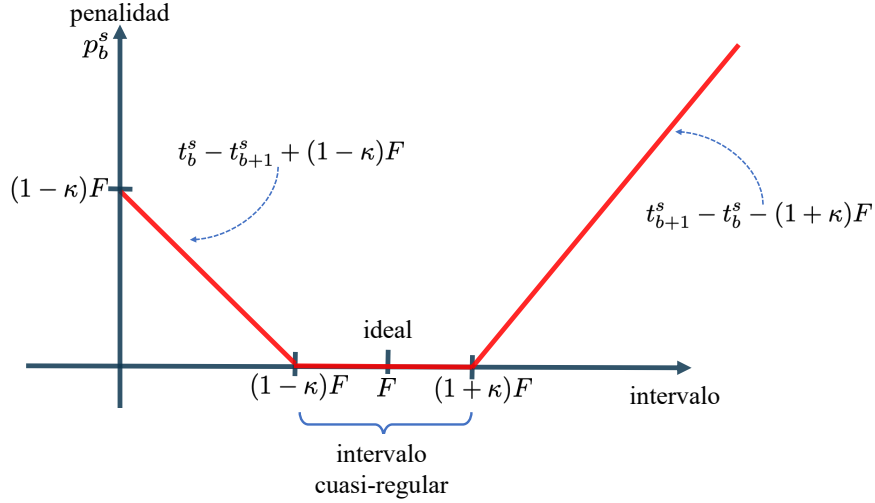


FIGURA 4.3: Los valores de penalización entre un par de autobuses en una estación determinada.

Al minimizar los casos de amontonamiento de autobuses y el número de autobuses muy alejados, pretendemos acercarnos a los intervalos cuasi-regulares e, indirectamente, reducir los tiempos de espera de los usuarios, como lo demostraremos empíricamente en la sección 5.3.

Existen dos situaciones para determinar los horarios de salida de los autobuses en cada estación futura que visitarán después del tiempo  $t_0$ . Para abordar la primera situación, utilizamos las restricciones (4.4), las cuales establecen que la hora de salida del autobús  $b$  en la estación  $l_b + 1$  será el tiempo  $t_0$  sumado al tiempo restante para llegar a la estación  $l_b + 1$ , más los tiempos de subida y bajada de usuarios, el tiempo de espera y la apertura y cierre de las puertas del autobús. Para la segunda situación, empleamos las restricciones (4.5), las cuales definen el tiempo de salida del autobús  $b$  de la estación  $s = l_b + 2, \dots, |S|$ . Las restricciones (4.6) impiden que un autobús salga de una estación antes que su predecesor, asegurando que el rebase entre autobuses sea imposible. Las restricciones (4.7) aseguran que los tiempos de espera no excedan el valor máximo permitido. Todas estas restricciones también fueron incorporadas en el modelo de Hernández-Landa et al. [2015].

$$t_b^s = t_0 + \frac{m_b^s}{V} + \bar{U}x_b^s + \underline{U}y_b^s + h_b^s + G, \quad b \in B, s = l_b + 1, \quad (4.4)$$

$$t_b^s = t_b^{s-1} + \frac{d^s}{V} + \bar{U}x_b^s + \underline{U}y_b^s + h_b^s + G, \quad b \in B, s = l_b + 2, \dots, |S|, \quad (4.5)$$

$$t_b^s \geq t_{b-1}^s, \quad b \in B, s = l_b + 1, \quad (4.6)$$

$$h_b^s \leq H, \quad b \in B, s = l_b + 1. \quad (4.7)$$

Para establecer el número de usuarios de la estación  $s$  que esperan subir al autobús  $b$ , utilizamos las restricciones (4.8). Estas restricciones consideran a las personas  $w^s$  que ya se encuentran en la estación en el momento  $t_0$ , así como a aquellas que llegan con una tasa de Poisson durante el tiempo que tarda el autobús en llegar a la estación  $s$ .

$$z_b^s = w^s + \lambda^s \left( \frac{m_b^s}{V} \right), \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|. \quad (4.8)$$

Es importante tener en cuenta que no todos los usuarios  $z_b^s$  que esperan en la estación  $s$  podrán subir al autobús  $b$ , ya que la capacidad del autobús es finita. Las restricciones (4.9) establecen el número de usuarios que bajan del autobús  $b$  en la estación  $s$ . Para ello, consideramos el número de usuarios que han subido y bajado en estaciones anteriores  $s' < s$ , multiplicado por la proporción estimada  $\gamma^s$  de usuarios que bajan en esta estación  $s \in S$ .

$$y_b^s = \gamma^s \left( q_b + \sum_{s'=l_b+1}^{s-1} x_b^{s'} - y_b^{s'} \right), \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|. \quad (4.9)$$

El embarque de usuarios en la estación  $s$  la determinamos con la siguiente restricción (4.10), para  $b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|$ :

$$x_b^s = \min \left\{ C_b - q_b - \sum_{s'=l_b+1}^s x_b^{s'} + \sum_{s'=l_b+1}^s y_b^{s'}, \quad z_b^s - \sum_{b'=0}^{b-1} x_{b'}^s \right\}. \quad (4.10)$$

En el mínimo que estamos considerando, el lado derecho se refiere a la situación en la que hay menos usuarios esperando en la estación  $s$  que la capacidad del autobús. En este caso, todos los usuarios suben al autobús excepto aquellos que ya lo han hecho en un viaje anterior. Por otro lado, el lado izquierdo del mínimo limita la cantidad de usuarios que pueden subir al autobús a su capacidad actual, restando los usuarios que ya han subido en viajes previos.

Las restricciones (4.10) no son lineales, pero no podemos aplicar una linealización clásica [Williams, 2013] al mínimo en este caso. Esto se debe a que la función objetivo (4.3) incluye la diferencia de  $t_b^s - t_{b+1}^s$ , que podría dar como resultado un número negativo. Por esto, introducimos dos variables binarias indicadoras para  $b \in B$  y  $s = l_b + 1, \dots, |S|$ . La primera variable,  $n_b^s$ , es igual a 1 si hay menos usuarios esperando el autobús  $b$  en la estación  $s$  que su capacidad real, y 0 en caso contrario. La segunda variable,  $r_b^s$ , es igual a 1 si la capacidad disponible del autobús es menor que el número de usuarios esperando el autobús  $b$  en la estación  $s$ , y 0 en caso contrario.

Usando estas dos variables binarias, podemos reemplazar la ecuación (4.10) con las restricciones lineales (4.11) y (4.12), para  $b \in B$  and  $s = l_b + 1, \dots, |S|$ :

$$1 = n_b^s + r_b^s, \quad (4.11)$$

$$x_b^s = n_b^s \left( z_b^s - \sum_{b'=0}^{b-1} x_{b'}^s \right) + r_b^s \left( C - q_b - \sum_{s'=l_b+1}^s x_b^{s'} + \sum_{s'=l_b+1}^s y_b^{s'} \right). \quad (4.12)$$

Las restricciones (4.11) indican que solo existe una posibilidad. Es decir, o bien todos los usuarios que esperan en la estación  $s$  subirán al autobús  $b$ , lo que se traduce en  $n_b^s = 1$ , o algunos de ellos esperarán al siguiente autobús  $b+1$ , lo que implica  $r_b^s = 1$ . Al agregar las restricciones (4.12), elegimos explícitamente entre estas dos opciones y asignamos el valor apropiado a la variable de embarque  $x_b^s$ .

Además, hemos añadido dos familias de desigualdades válidas para reforzar el modelo matemático. Las restricciones (4.13) y (4.14) limitan la variable de usuarios embarcados  $x_b^s$  por los usuarios de la estación o la capacidad restante del autobús  $b$ , respectivamente. Estas restricciones no son necesarias para que el modelo sea correcto, pero fortalecen el casco convexo del espacio de soluciones discretas, lo que reduce el tiempo de resolución del modelo matemático [Wolsey, 2021].

$$x_b^s \leq z_b^s - \sum_{b'=0}^{b-1} x_{b'}^s, \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|, \quad (4.13)$$

$$x_b^s \leq C_b - q_b - \sum_{s'=l_b+1}^s x_b^{s'} + \sum_{s'=l_b+1}^s y_b^{s'}, \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|. \quad (4.14)$$

En síntesis, el modelo matemático con función objetivo descrita en la ecuación (4.3) y las restricciones (4.4),(4.5), (4.6), (4.7), (4.8), (4.9), (4.11), (4.12), (4.13), y (4.14) permiten determinar los tiempos de espera óptimos para los autobuses en sus estaciones futuras en el momento  $t_0$ . Dicho modelo lo nombraremos H-BPP( $t_0$ ).

### 4.3 HEURÍSTICA BEAM SEARCH

A pesar de que los métodos exactos pueden resolver instancias de tamaño moderado con rapidez, las soluciones a problemas de mayor magnitud requieren un tiempo de cálculo significativamente mayor. En estos casos, los métodos heurísticos se vuelven esenciales debido a su capacidad de brindar soluciones rápidas y de alta calidad. En este estudio, examinamos el algoritmo *beam search*, un método heurístico clásico que ha demostrado ser muy efectivo en diversos problemas de optimización combinatoria [Akeb et al., 2009, Bennell et al., 2018].

El concepto de *beam search* se utiliza en el contexto del enfoque del algoritmo B&B, donde se identifican los nodos más prometedores con base a determinados criterios y se consideran para su expansión en cada nivel, mientras que los demás nodos son descartados de manera permanente. En otras palabras, se trata de una versión truncada del B&B en la que no puede garantizarse la optimalidad, pero que requiere un esfuerzo computacional considerablemente menor.

Tamannaie and Irandoost [2019] abordaron un problema relacionado con vehículos compartidos, y lograron resolverlo con éxito mediante el uso de la heurística *beam search*. Por su parte, Yavuz [2017] enfrentó un problema de ruteo de vehículos, y utilizó un enfoque *beam search* para abordarlo. Los resultados demuestran que los métodos utilizados por estos autores son eficientes en términos de tiempo computacional, y permiten encontrar soluciones prácticamente óptimas para instancias a gran escala.

En cuanto al transporte público, Islam et al. [2019] desarrollaron un algoritmo

estocástico de *beam search* para abordar un problema multicriterio relacionado con el diseño de rutas en una red de tránsito. Sus investigaciones demuestran su capacidad para encontrar soluciones eficientes en términos de tiempo computacional.

Nuestra heurística *beam search* funciona de la siguiente manera. Dado un parámetro de optimalidad relativa gap  $\varepsilon$ , descartamos nodos (correspondientes a subproblemas) cuyo mejor valor de función objetivo cae más allá de  $\varepsilon$  por ciento del óptimo global. Es decir, si  $LB$  es el valor de relajación de programación lineal de un nodo dado, lo descartamos si  $LB + \frac{\varepsilon}{100} > UB$ , donde  $UB$  es el mejor límite superior conocido (para un problema de minimización). Procediendo de esta manera, el algoritmo elimina muchos nodos del árbol de enumeración. En última instancia, encuentra una solución que garantiza tener un gap  $\varepsilon$  como máximo. Naturalmente, el esfuerzo computacional y la calidad de la solución dependen de  $\varepsilon$ . Cuanto menor sea el valor de  $\varepsilon$ , mejor será la solución con un esfuerzo computacional mayor. Este compromiso se evalúa empíricamente en la sección 5.7. Otra cuestión crítica en la heurística de *beam search* es la estrategia de búsqueda. Los nodos pueden explorarse mediante estrategias de búsqueda en profundidad o utilizando alguna heurística para mejorar la solución actual. Esta cuestión también la investigamos en la sección 5.7.

La figura 4.4 muestra algunos nodos dentro del árbol de enumeración del B&B cuando se aplica un enfoque de *beam search*. En *beam search* sólo se tienen en cuenta los nodos de color verde azulado. Por el contrario, los nodos amarillos se descartan del árbol porque sus mejores soluciones tienen un gap mayor que el porcentaje  $\varepsilon = 10$ .

## 4.4 MODELO DE PROGRAMACIÓN CON RESTRICCIONES

En esta sección, se presenta un modelo de programación con restricciones para el problema BBP. Hasta donde tenemos conocimiento, no se ha propuesto un modelo de este tipo para abordar este problema. Dentro de este marco, se introducirá un

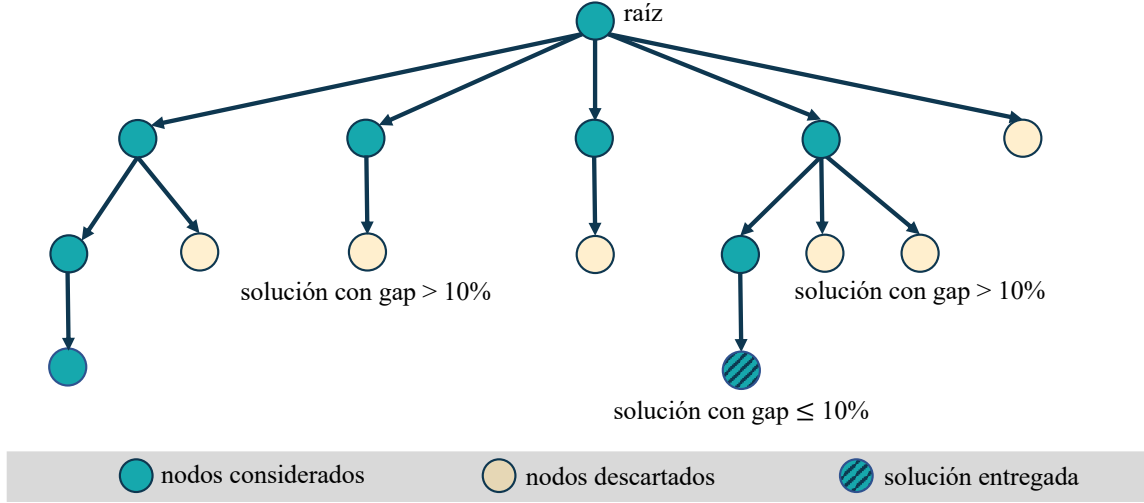


FIGURA 4.4: Ejemplo del enfoque *beam search* en un árbol de enumeración de B&B y  $\varepsilon = 10$ .

modelo que utiliza los mismos parámetros mencionados en la sección 4.2. Además, se emplearán las variables  $z_b^s$ ,  $x_b^s$ ,  $y_b^s$  y  $h_b^s$ , que se detallan en la tabla 4.1.

Adicionalmente, incluimos una nueva variable denominada  $T_b^s$ , que representa el intervalo de tiempo en el que el autobús  $b$  permanecerá en la estación  $s$ , excluyendo el tiempo de espera adicional asignado. A continuación, presentamos el modelo de programación con restricciones utilizado.

$$\text{minimizar } \sum_{b \in B} \sum_{s=l_b+1}^{|S|-1} \text{Abs}(\text{End of}(T_b^s) - \text{End of}(T_{b+1}^s) + (1 - \kappa)F), \quad (4.15)$$

$$\bar{U}x_b^s + \underline{U}y_b^s + G \leq \text{Size of}(T_b^s), \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|, \quad (4.16)$$

$$\text{Size of}(T_b^s) \leq \bar{U}x_b^s + \underline{U}y_b^s + G + H, \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|, \quad (4.17)$$

$$h_b^s = \text{Size of}(T_b^s) - \bar{U}x_b^s - \underline{U}y_b^s - G, \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|, \quad (4.18)$$

$$\text{endBeforeEnd}(T_b^s, T_{b+1}^s, 0), \quad b \in B \setminus \{|B|\}, s = l_b + 1, \dots, |S|, \quad (4.19)$$

$$\text{endBeforeStart}(T_b^{s-1}, T_b^s, \frac{d^s}{V}), \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S| - 1, \quad (4.20)$$

$$z_b^s = w^s + \lambda^s \left( \frac{m_b^s}{V} \right) - \sum_{b'=0}^{b-1} x_{b'}^s, \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|, \quad (4.21)$$

$$y_b^s = \gamma^s \left( q_b + \sum_{s'=l_b+1}^{s-1} x_b^{s'} - y_b^{s'} \right), \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|, \quad (4.22)$$

$$x_b^s = \min \left( z_b^s, C - q_b - \sum_{s'=l_b+1}^s x_b^{s'} + \sum_{s'=l_b+1}^s y_b^{s'} \right), \quad b \in B, s = l_b + 1, \dots, |S|. \quad (4.23)$$

Como se explicó en la sección 4.2, la función objetivo se representa gráficamente como una función de valor absoluto desplazada desde el origen (centrada en  $F$ ) y truncada (ver figura 4.3). Con el fin de incorporar este comportamiento en el modelo de programación matemática, fue necesario introducir las variables  $p_b^s$ . En este contexto, aprovechamos la flexibilidad de la programación con restricciones y utilizamos directamente la función de valor absoluto para calcular las penalizaciones cuando el intervalo no es cuasi-regular.

Las restricciones (4.16) y (4.17) se utilizan para determinar la duración del autobús en la estación. Esta duración se representa mediante la variable de intervalo  $T_b^s$ . El tamaño o la longitud de  $T_b^s$  debe cumplir dos condiciones. En primer lugar, su longitud debe ser igual o mayor al tiempo necesario para el abordaje y desembarque de los usuarios, además del tiempo requerido para abrir y cerrar las puertas (4.16). En segundo lugar, su longitud debe ser igual o menor a la suma mencionada anteriormente, más el tiempo máximo establecido para el tiempo de espera. La expresión (4.18) se utiliza para calcular el tiempo de espera adicional asignado a los autobuses en cada una de las estaciones. Por otro lado, las restricciones (4.19) garantizan que no haya rebase entre los autobuses. Para lograr esto, aprovechamos las funciones relacionadas con el secuenciamiento de tareas, de modo que la finalización de la tarea  $T_b^s$  ocurra antes que la finalización de la tarea  $T_{b+1}^s$ . En otras palabras, aseguramos que el autobús  $b + 1$  siempre siga al autobús  $b$  en cualquier estación  $s$ . Por su parte, las restricciones (4.20) garantizan que todas las estaciones sean visitadas de forma consecutiva y que se cumpla el tiempo de viaje entre estaciones. Es decir, se requiere que la tarea  $T_b^{s-1}$  se complete antes de comenzar la tarea  $T_b^s$ , teniendo en cuenta la duración del tiempo de viaje entre el final e inicio de estas tareas.

Finalmente, las restricciones (4.21) a (4.23) se utilizan para determinar el



número de usuarios que esperan en la estación, el número de usuarios que descienden del autobús en la estación y el número de usuarios que se suben al autobús, respectivamente. Estas últimas restricciones se han heredado del modelo presentado en la sección 4.2.

En el capítulo 5.8 mostramos los resultados obtenidos con la implementación de este modelo. Además, realizamos una comparación de desempeño con respecto a los otros diferentes métodos propuestos en esta investigación.

## 4.5 FASE DE RECOLECCIÓN DE DATOS EN TIEMPO REAL: SIMULACIÓN DEL BRT

Nuestra metodología requiere la recolección de datos en tiempo real. Estos datos se pueden obtener mediante el uso de sistemas de posicionamiento global o de localización automática de vehículos para cada autobús en el sistema BRT. Sin embargo, estos datos no siempre están disponibles, por lo que hemos desarrollado una microsimulación de eventos discretos que simula una situación en tiempo real. Además, con nuestra simulación, podemos analizar el impacto del modelo de optimización en diferentes escenarios y evaluar su eficacia.

Nuestro modelo de simulación de eventos discretos es estocástico, lo que significa que tiene componentes aleatorios en los tiempos de viaje y llegada de los usuarios. Sin embargo, no es dinámico, ya que el tiempo no es variable [Leemis and Park, 2006, Sokolowski and Banks, 2011]. En realidad, nuestra microsimulación solo simula un único periodo de hora pico. El estado del sistema consta de cuatro etapas que proporcionan información suficiente para describir la evolución del sistema de transporte a lo largo del tiempo. Estas etapas son: liberar autobuses, generar usuarios, mover autobuses, y, ascender y descender usuarios. Cada etapa se basa en la utilización de tres estructuras de datos clave: `autobuses`, `estaciones` y `t.espera`. A continuación, se describe cada paso de la simulación, destacando los puntos clave

de los textos proporcionados.

- **Etapa 1: Liberar autobuses**

En esta etapa, se liberan nuevos autobuses en el sistema en intervalos regulares de tiempo. La función `LiberarBus(paso, F)` (ver algoritmo 1) se encarga de esta tarea, verificando si el paso de la simulación coincide con el horario de salida del siguiente autobús del depósito. La información relevante de cada autobús, como su posición, capacidad actual, tiempo de espera adicional y horario de llegada a cada estación, se almacena en la estructura `autobuses`.

---

**Algoritmo 1** `LiberarBus(paso, F)`

---

```

si mod(paso, F) = 0 hacer
    Activar autobús
    Número de autobuses = Número de autobuses +1
fin

```

---

- **Etapa 2: Generar usuarios**

En esta etapa, se generan usuarios aleatorios en cada estación utilizando la función `GenerarUsuarios(paso, s,  $\lambda^s$ )` (ver algoritmo 2). Para cada estación, se utiliza una distribución de Poisson con una tasa de llegada específica para generar la cantidad de usuarios en cada paso de la simulación. La estructura `t.espera` se actualiza con la información de los usuarios generados, incluyendo su hora de llegada a la estación y la estación en la que llegaron.

---

**Algoritmo 2** `GenerarUsuarios(paso, s,  $\lambda^s$ ,  $w^s$ )`

---

```

para cada estación  $s$  hacer
    Nuevos usuarios = Poi( $\lambda^s$ )
    Horario de llegada de nuevos usuarios = paso
     $w^s = w^s +$  Nuevos usuarios (usuarios esperando en  $s$ )
fin

```

---

- **Etapa 3: Mover autobuses**

En esta etapa, se actualiza la posición de los autobuses en el corredor utilizando la función `MoverBus(s, b, lb)` (ver algoritmo 3). Los autobuses avanzan una posición en cada paso de la simulación, a menos que deban permanecer en una estación debido a un tiempo de espera adicional. La estructura `autobuses` se actualiza para reflejar el avance de cada autobús, incrementando su posición en una unidad.

---

**Algoritmo 3** `MoverBus(s, b, lb)`


---


$$s' \leftarrow l_b + 1$$

**mientras** el autobús  $b$  no se encuentre en  $s$  **hacer**

Aproxima el autobús  $b$  una unidad hacia la estación  $s'$  durante  $m_b^s/V$  unidades de tiempo

En la estación  $s'$ , mantén al autobús  $b$  durante  $\bar{U}x_b^{s'} + \underline{U}y_b^{s'} + h_b^{s'} + G$  unidades de tiempo

$$s' \leftarrow s' + 1$$

**fin**

---

- **Etapa 4: Ascender y descender usuarios**

En esta etapa, se realiza el proceso de ascenso y descenso de usuarios en cada estación en la que un autobús se encuentra. La función que se encarga de este proceso es `AscenderDescender(s, γs, qb, ws, paso)`, y se puede consultar en el algoritmo 4. Primero, se realiza el descenso de usuarios en función de la tasa de descenso de la estación. La cantidad de usuarios a descender es un porcentaje de los usuarios a bordo del autobús, y se actualiza la capacidad del autobús en la estructura `autobuses`. Luego, se verifica la capacidad disponible en el autobús para determinar cuántos usuarios pueden ascender. Si la capacidad es suficiente, todos los usuarios esperando en la estación abordan el autobús. En caso contrario, solo los usuarios que no excedan la capacidad disponible pueden subir. Tanto el ascenso como el descenso de usuarios se registran en la

estructura `autobuses` y se actualiza la estructura `t.espera` con el horario de ascenso de cada usuario. Además, se registra el tiempo de ascenso y descenso de usuarios en la estructura `autobuses`, lo que determina el tiempo que el autobús permanece en la estación. La figura 4.5 muestra un diagrama de flujo que representa a detalle cada paso de la simulación.

---

**Algoritmo 4** `AscenderDescender( $s, \gamma^s, q_b, w^s, \text{paso}$ )`

---

**para** cada autobús  $b$  **hacer**

**si** el autobús  $b$  esta en una estación  $s$  **hacer**

$$y_b^s = \lfloor q_b \cdot \gamma^s \rfloor \quad (\text{usuarios que bajan en } s)$$

$$q_b = q_b - y_b^s \quad (\text{actualiza capacidad de } b)$$

$$x_b^s = \min\{w^s, q_b\} \quad (\text{suben usuarios a } b)$$

$$q_b = q_b + x_b^s \quad (\text{actualiza capacidad de } b)$$

Horario de salida de los usuarios = `paso`

$$\text{Tiempo de espera de } b \text{ en } s = \bar{U}x_b^{s'} + \underline{U}y_b^s$$

**fin si**

**fin para**

---

#### ■ Etapa 5: Optimización

Dentro de nuestra metodología, se encuentra un proceso de notable interés que permite retroalimentar la simulación utilizando la información relativa al tiempo de retención de los autobuses en las estaciones, en caso de que así se requiera. Este procedimiento se efectúa mediante la función de `Optimización( $\Omega, \text{paso}$ )`, como se describe en el Algoritmo 5.

En dicha función, el parámetro  $\Omega$  denota la frecuencia, expresada en minutos, con la que se desea obtener la información sobre la retención de autobuses. En consecuencia, el proceso inicial consiste en verificar si es necesario recopilar los tiempos de retención. En caso afirmativo, se procede a obtener la información actual del sistema, que incluye la posición de los autobuses, la cantidad de usuarios a bordo y en las estaciones.

Esta información constituye la entrada para nuestro modelo H-BBP( $t_0$ ), el cual se comunica con el optimizador comercial con el fin de determinar los tiempos de espera óptimos para los autobuses en las estaciones. Estos tiempos son luego recopilados nuevamente por la simulación, lo que permite actualizar los tiempos de permanencia de los autobuses de acuerdo con esta nueva información.

La simulación se realiza utilizando las estructuras y funciones mencionadas anteriormente, y se pueden obtener diversas métricas de eficacia (MDE, por sus siglas en inglés) que reflejan las estadísticas de rendimiento del sistema. Entre las MDE que se pueden calcular se encuentran el tiempo total de espera de los usuarios para abordar un autobús, el tiempo total de viaje de los usuarios y el número de eventos de amontonamiento de autobuses.

En el estado inicial de la simulación, tenemos  $B = \lfloor \frac{S}{2} \rfloor$  autobuses activos en el corredor, distribuidos uniformemente entre las estaciones. El tiempo total de ejecución de la simulación representa un periodo de alta demanda de  $T_{\text{máx}}$  minutos. Para el cálculo de los tiempos de espera, utilizamos el modelo H-BBP( $t_0$ ) con una frecuencia  $\Omega$ , donde  $t_0$  se distribuye uniformemente en el intervalo  $[10\%T_{\text{máx}}, 90\%T_{\text{max}}]$ . El primer 10% del tiempo de simulación se utiliza para alcanzar un punto estacionario, mientras que el último 10% se destina principalmente a que los usuarios bajen de los autobuses, por lo que ya no es de mucho interés calcular los tiempos de espera al final del periodo.

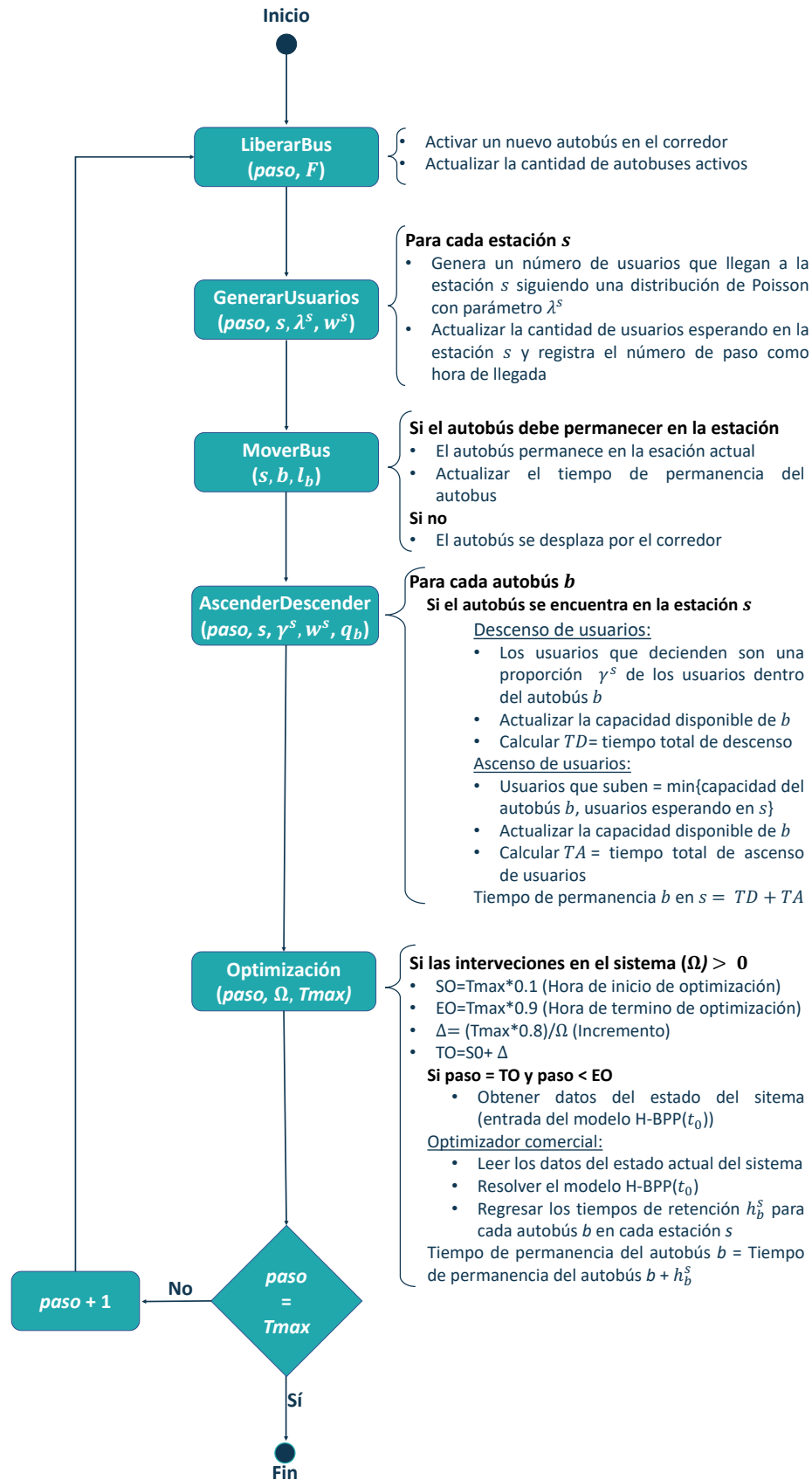


FIGURA 4.5: Diagrama de flujo de la simulación del sistema BRT.

## CAPÍTULO 5

# EXPERIMENTACIÓN

---

El modelo matemático fue programado usando el lenguaje C++ y lo resolvimos con el programa optimizador comercial Gurobi, versión 8.11. Un programa optimizador comercial es un programa que se utiliza para resolver problemas de optimización matemática. Sin embargo, como nuestro problema requería resultados en tiempo real, también desarrollamos otros métodos para encontrar soluciones de calidad más rápidamente. Por ejemplo, creamos un modelo de programación con restricciones en C++ y lo resolvimos usando el optimizador comercial CP Optimizer de CPLEX, versión 20.1.0. Durante la fase de obtención de datos en tiempo real, creamos una simulación de un sistema BRT utilizando el lenguaje R. Esta simulación nos permitió obtener datos precisos y relevantes para nuestro estudio. En la figura 5.1 se presenta un diagrama de flujo que ilustra de manera detallada el proceso para obtener una solución propuesta al problema BBP.

A pesar de que el BRT Ecovía cuenta con tres tipos de autobuses con distintas capacidades, el 80 % de los vehículos son de una misma clase. Por esta razón, nuestros experimentos se llevarán a cabo con autobuses que tienen una capacidad máxima de 80 personas. Realizamos todos nuestros experimentos en una computadora macOS con un procesador de 3 GHz Octa-core Intel Xeon E5, memoria de 16 GB y sistema operativo Catalina 10.15.5. Todas las instancias y el código del modelo matemático están disponibles en <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.16688770.v1>.

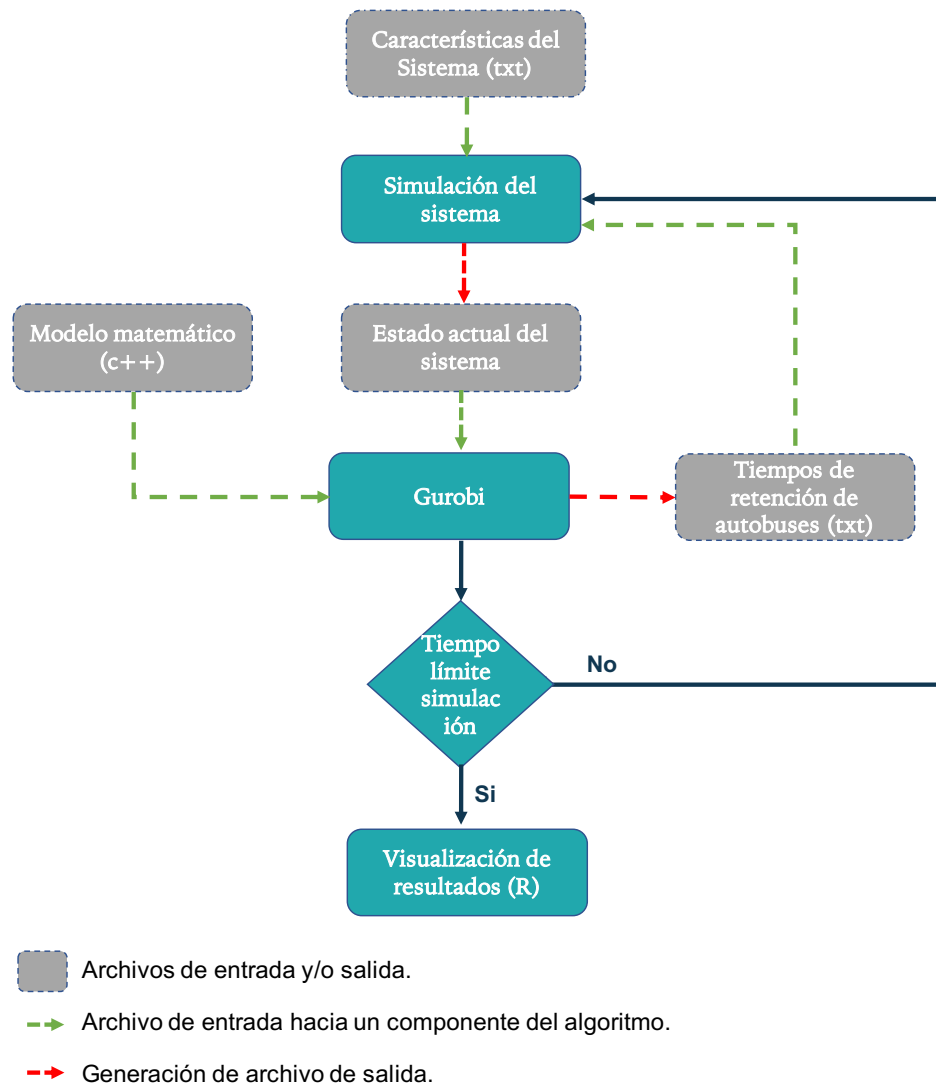


FIGURA 5.1: Proceso de obtención de soluciones

## 5.1 CANTIDAD DE AMONTONAMIENTOS DE AUTOBUSES

El objetivo principal del modelo H-BBP( $t_0$ ) es evitar la formación de pares de autobuses amontonados. Con este fin, hemos aplicado nuestra metodología BBP a diferentes escenarios con tiempos de embarque y desembarque  $\underline{U} = \bar{U}$  de 1, 2 y 3 segundos por persona, los cuales se corresponden con los tres gráficos de caja que se

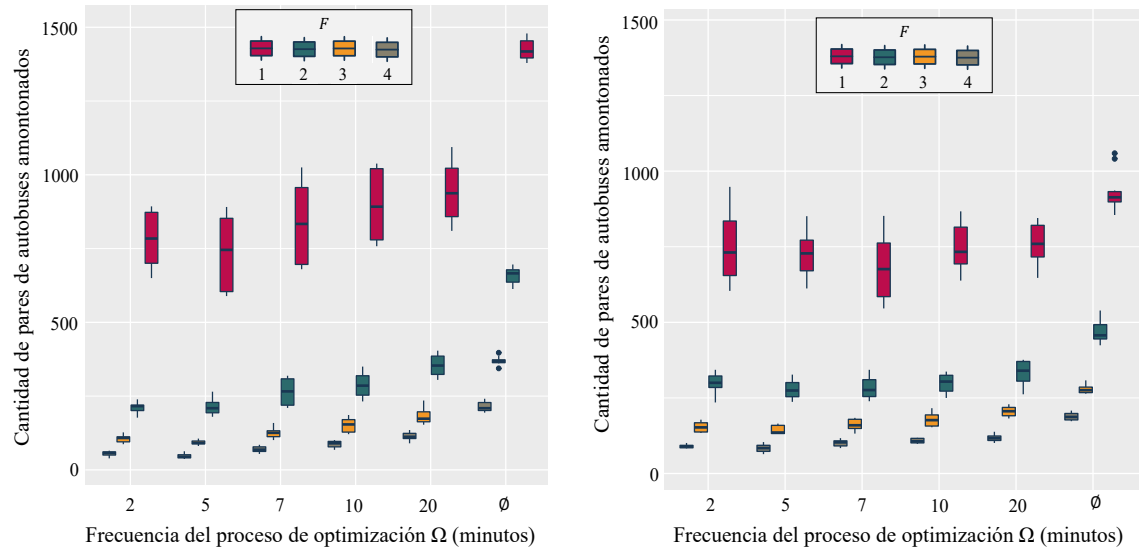


muestran en la Figura 7. El eje vertical en dicha figura representa el número total de pares de autobuses amontonados durante un periodo de dos horas. Cabe destacar que, cuando hay cuatro autobuses en una estación, se producen tres amontonamientos de autobuses. Por su parte, el eje horizontal indica la frecuencia  $\Omega$  del proceso de optimización y los cuatro tipos diferentes de cajas representan las distintas frecuencias  $F$  que se han utilizado en el estudio.

La aplicación de nuestra metodología ha demostrado una reducción significativa en el número de pares de autobuses amontonados en los escenarios de evaluación, lo que a su vez resultará en una percepción de servicio más fiable por parte de los usuarios. Cabe destacar que generar tiempos de espera con mayor frecuencia ( $\Omega < 2$ ) no siempre implica una mayor reducción en la cantidad de autobuses amontonados. Es recomendable utilizar periodos de  $\Omega = 5$  o  $\Omega = 7$  minutos para obtener los mejores resultados, evitando sobrecargar a los conductores con solicitudes frecuentes de espera en las estaciones.

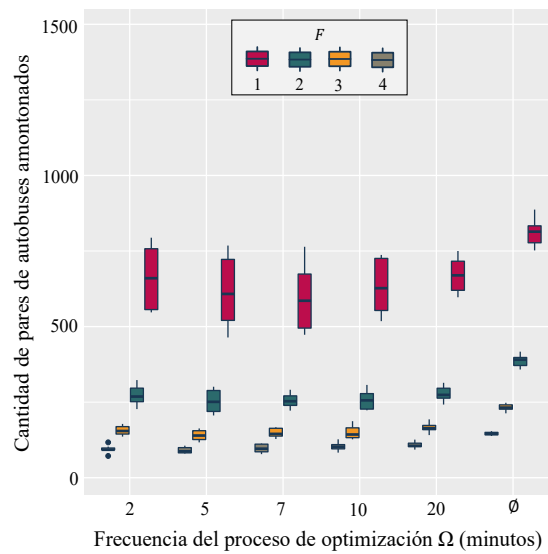
En cuanto a los tiempos de embarque de los usuarios, específicamente cuando  $\bar{U} = \underline{U}$  es de 2 o 3 segundos (figuras 5.2b y 5.2c), se ha observado que la menor cantidad de pares de amontonamiento de autobuses se produce cuando el proceso de optimización  $\Omega = 7$ . Por otro lado, en la figura 5.2a, donde el tiempo de embarque de los usuarios  $\bar{U} = \underline{U}$  es de 1 segundo, se recomienda que la fase de optimización se ejecute cada 5 minutos.

En sistemas con una frecuencia de autobuses baja  $F = 4$ , la reducción de los amontonamientos de autobuses no es tan drástica como en aquellos con frecuencia alta  $F = 1$  minuto. Nuestro caso de estudio se ilustra en la figura 5.2b con una frecuencia de autobús de  $F = 2$  sin estrategia de tiempos de espera de autobuses, donde se observan alrededor de 470 pares de amontonamientos. Con una intervención cada  $\Omega = 5$  minutos, podríamos reducir los pares de amontonamiento de autobuses en un 45%. Es importante destacar que cuanto más rápidos sean los tiempos de embarque y desembarque de los usuarios, mayor será la reducción en la cantidad de



(a)  $\underline{U} = \bar{U} = 1.$

(b)  $\underline{U} = \bar{U} = 2.$



(c)  $\underline{U} = \bar{U} = 3.$

FIGURA 5.2: Pares de amontonamientos de autobuses con respecto a la frecuencia del proceso de optimización  $\Omega$  cuando los tiempos de subida y bajada del autobús son (a) uno, (b) dos y (c) tres segundos.

amontonamientos de autobuses obtenida mediante la metodología que utilizamos.

Durante la pandemia de COVID-19, la mayoría de la población se quedó en sus hogares. Las empresas indicaron a los trabajadores en grupos de riesgo quedarse en casa, manteniendo en la labor solo a quienes no presentaban riesgos. El transporte público, al ser esencial, siguió funcionando con ajustes: algunas estaciones cerraron, se estableció distancia entre pasajeros y se desinfectaron unidades.

Este periodo se caracterizó por la presencia de menos personal en los espacios públicos y una disminución notable en la cantidad de usuarios en tránsito. Como resultado, la frecuencia de los servicios de transporte experimentó una alteración significativa respecto a sus parámetros habituales. De manera específica, los autobuses adaptaron su programación operativa, prolongando los intervalos de salida desde las terminales. Esta reconfiguración condujo a un aumento en el valor de la frecuencia de las líneas, generando una disposición más espaciada de los vehículos en circulación. Este escenario se ilustra en la figura 5.2c, donde se evidencia que los tiempos de abordaje y descenso contribuyen al agrupamiento de los autobuses.

En el modelo H-BBP( $t_0$ ) se establecen las restricciones (4.7) para limitar los tiempos de espera en  $H$  minutos. En la experimentación anterior, cuyos resultados se muestran en la figura 5.2 se empleó  $H = 5$ , aunque también se llevaron a cabo otros experimentos sin este límite, obteniéndose resultados similares en cuanto a la reducción del amontonamiento de autobuses. No obstante, es importante tener en cuenta que un aumento en los tiempos de espera de los autobuses en las estaciones podría afectar negativamente la experiencia del usuario.

En nuestro estudio el sistema de transporte BRT Ecovía, la distancia entre estaciones es relativamente corta (aproximadamente 700 metros) y la frecuencia de salidas de autobuses en hora pico es muy alta. Esto conlleva a un sistema sobrecargado y poca flexibilidad en su movilidad, lo que propicia naturalmente la formación de amontonamientos. A pesar de que existen opciones para reducir el número de casos de amontonamientos, tales como el rediseño de la red o las estaciones, nues-

tros experimentos han demostrado que nuestros métodos también pueden contribuir significativamente a la reducción del amontonamiento de autobuses y los tiempos de espera de los usuarios, como se muestra en la figura 5.2.

## 5.2 TRAYECTORIAS ESPACIO-TEMPORALES DE LOS AUTOBUSES

Los diagramas espacio-temporales que trazan las trayectorias de los autobuses ofrecen una clara representación visual de los casos de amontonamiento de autobuses que emergen cuando se intersectan dos o más líneas. En la figura 5.3, se exhiben cuatro gráficos análogos a los de la sección 2.2, donde cada línea corresponde a un viaje de autobús. El eje horizontal denota el tiempo en minutos, mientras que la posición de los autobuses se despliega en el eje vertical.

Concretamente, la figura 5.3 captura los resultados derivados del caso de estudio, considerando tiempos de ascenso y descenso de usuarios iguales a 2 segundos, y una frecuencia de salida de autobuses cada 2 minutos. En la figura 5.3d, se presenta la simulación sin de la incorporación de tiempos de espera ( $\Omega = \emptyset$ ). Observamos una gran cantidad de pares de autobuses amontonados y prolongados intervalos sin autobuses en las estaciones, especialmente después del kilómetro 10. La etapa de optimización se realiza cada veinte y diez minutos, respectivamente, en los gráficos espacio-temporales 5.3c y 5.3b.

Se puede observar un cambio significativo en la distribución de los autobuses, ya que se reduce la presencia de casos de amontonamiento de autobuses en comparación con la simulación sin tiempos de espera. En efecto, los viajes tienden a distanciarse de manera más uniforme, lo que resulta en una menor cantidad de intervalos prolongados sin autobuses. La mejor solución se logra cuando  $\Omega = 5$  minutos, como se muestra en el figura 5.3a. Mediante esta adaptación, se reduce la cantidad de amontonamientos de autobuses aproximadamente en un 30 % en comparación con

el primer escenario.

Además, es relevante destacar que los tiempos de ciclo también experimentan una reducción apreciable. Al observar la figura 5.3d, se puede discernir que las líneas exhiben pendientes más horizontales, lo que denota una velocidad más lenta. En este sentido, al analizar los diagramas presentes en la figura 5.3, se evidencia una mayor rapidez en la operación del sistema. Esta aceleración operativa resulta en un incremento de la capacidad de la línea.

### 5.3 TIEMPO DE ESPERA DE LOS USUARIOS

El modelo H-BBP( $t_0$ ) tiene como función objetivo mantener intervalos cuasiregulares con el fin de reducir la cantidad de pares de autobuses amontonados. La principal cuestión a considerar es si esta estrategia se correlaciona positivamente con una reducción en los tiempos de espera de los usuarios, lo cual es una característica fundamental de la calidad en un sistema de transporte público [Ben-Akiva and Lerman, 2018, Eberlein et al., 2001].

En la metodología que hemos desarrollado, se ha observado que la minimización de los pares de autobuses amontonados se traduce en una reducción en los tiempos de espera de los usuarios, como se muestra en la figura 5.4. En dicha figura, se presentan gráficas de cajas donde el eje vertical corresponde al tiempo medio de espera de los usuarios para subir al primer autobús, considerando todas las estaciones del sistema y a partir de datos reales. Por su parte, el eje horizontal representa la frecuencia  $\Omega$  del proceso de optimización. Tal y como se hizo en las gráficas de caja de la figura 5.2, se varió la frecuencia de salida de autobuses  $F$  y los tiempos de subida y bajada de los usuarios  $\bar{U} = \underline{U}$  en 1, 2 y 3 segundos.

Los resultados de las figuras 5.4a y 5.4b indican que a medida que aumenta la frecuencia de intervención para optimizar, se reducen más los tiempos medios de espera de los usuarios. Por ejemplo, para el caso de estudio presentado en la figura

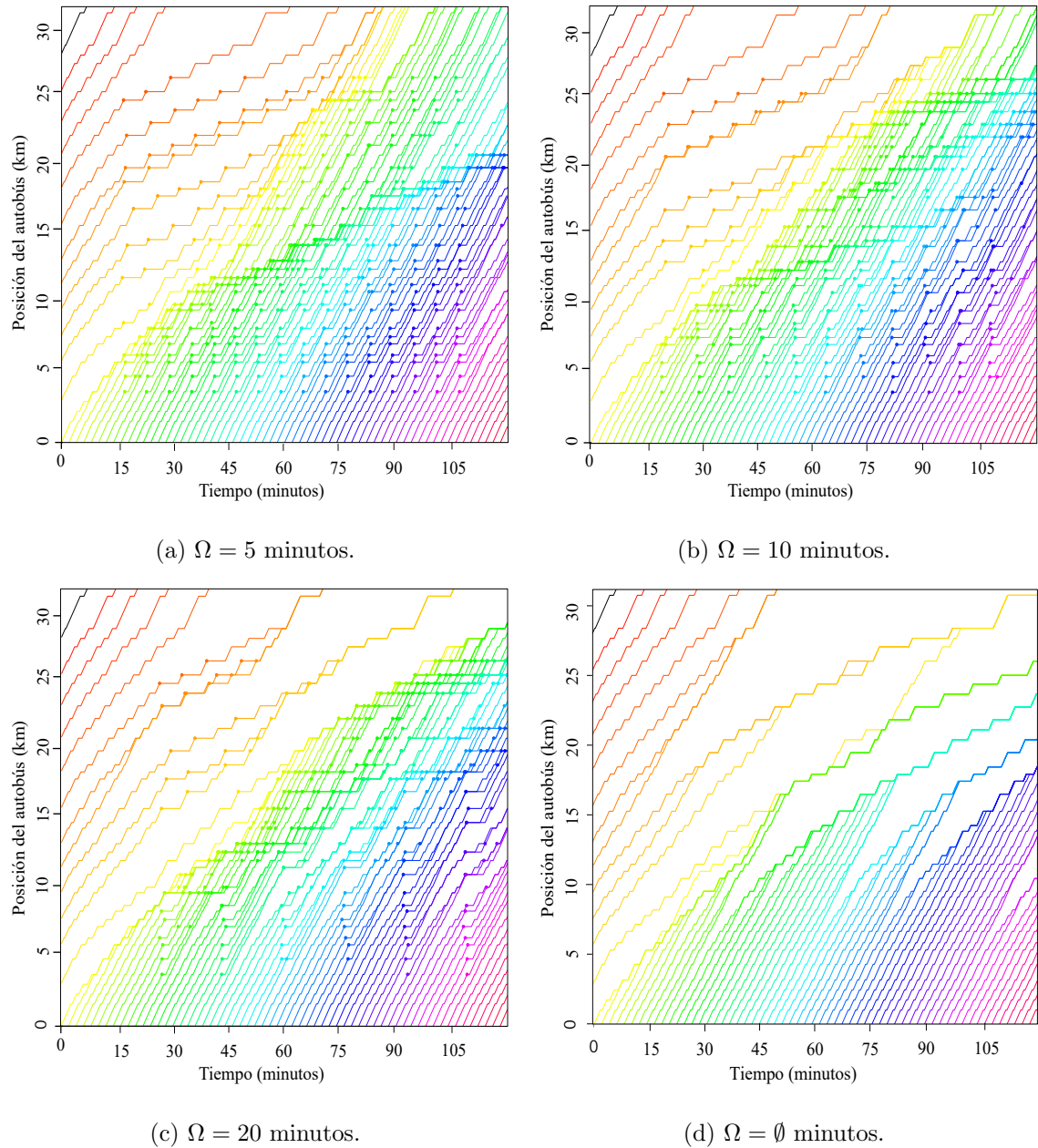


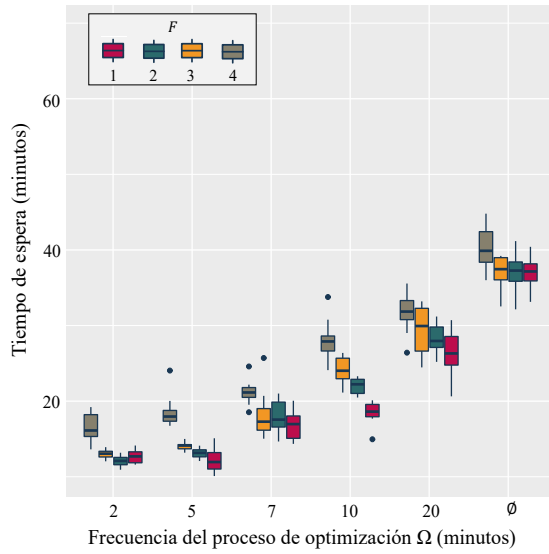
FIGURA 5.3: Trayectorias de los autobuses durante dos horas con tiempos de subida y bajada de usuarios iguales a dos segundos ( $\bar{U} = \underline{U} = 2$ ), frecuencia de salida de autobuses  $F$  de dos minutos, y considerando diferentes frecuencias del proceso de optimización  $\Omega$ : (a) cada cinco minutos, (b) cada diez minutos, (c) cada veinte minutos, y (d) sin proceso de optimización.

5.4b con  $F = 2$ , se observó una reducción del 30 % en los tiempos medios de espera para  $\Omega = 5$  minutos. En cuanto a la gráfica de cajas presentado en la figura 5.4c, que muestra el caso donde los tiempos de subida y bajada son de 3 segundos, se observó que los tiempos de espera solo se reducen cuando la frecuencia de optimización  $\Omega$  es pequeña, para frecuencias de autobuses de 2 y 3 minutos. Además, se observó un incremento en la varianza de los tiempos de espera medios a medida que  $\bar{U} = \underline{U}$  aumentan, tal como se muestra en la figura 5.4a para  $\bar{U} = \underline{U} = 1$  segundo.

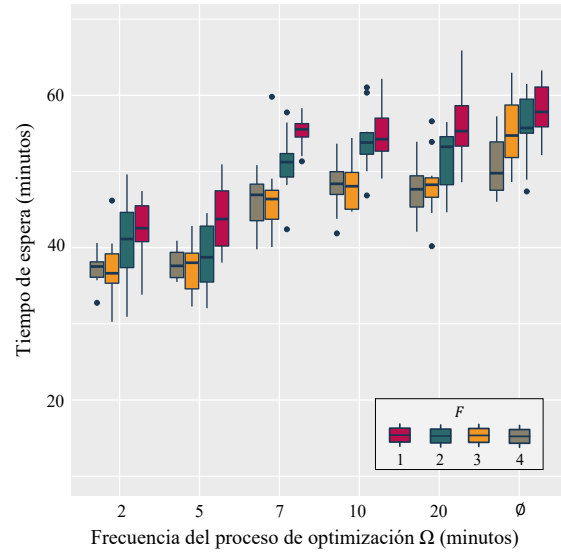
La figura 5.5 nos permite analizar detalladamente los tiempos medios de espera de los usuarios al utilizar nuestra metodología. En la figura, se presentan dos gráficos de anillos porcentuales. Ambos gráficos tienen una frecuencia de autobuses de  $F = 2$ , y los tiempos de espera de subida y bajada de los usuarios  $\bar{U} = \underline{U} = 2$ , corresponden al caso de estudio.

El anillo interior de la figura representa el sistema real sin intervección de nuestro proceso de optimización ( $\Omega = \emptyset$ ), mientras que el anillo exterior presenta una frecuencia de obtención de tiempos de espera de  $\Omega = 7$  minutos. Los tiempos de espera de los usuarios se clasifican en cinco categorías: 0-5 minutos, 5-10 minutos, 10-15 minutos, 15-20 minutos y más de 20 minutos.

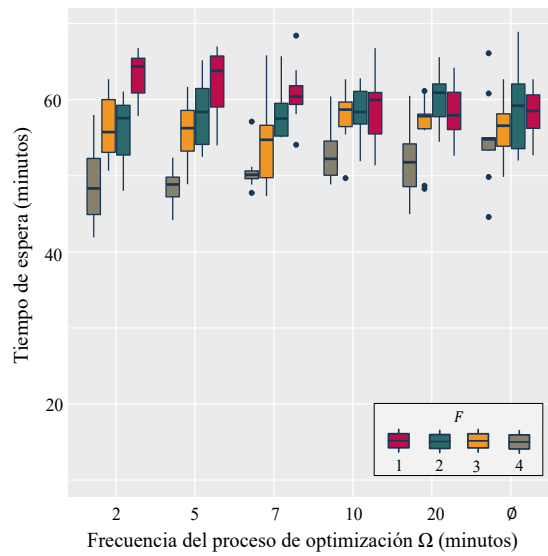
Al analizar la figura 5.5, se observa que el cálculo de los tiempos de espera a través de nuestro modelo matemático cada  $\Omega = 7$  minutos influye de manera positiva en los tiempos de espera de los usuarios. De hecho, se mejoró el tiempo medio de espera del 15 % de los usuarios. Sin embargo, es importante mencionar que el problema de amontonamiento de autobuses no se puede erradicar con nuestro método BBP, pero ahora sólo el 11 % de los usuarios esperan más de 20 minutos para subir a un autobús.



(a)  $\underline{U} = \bar{U} = 1.$



(b)  $\underline{U} = \bar{U} = 2.$



(c)  $\underline{U} = \bar{U} = 3.$

FIGURA 5.4: Tiempos medios de espera de los usuarios con respecto a la frecuencia del proceso de optimización  $\Omega$  cuando los tiempos de subida y bajada del autobús son de (a) uno, (b) dos y (c) tres segundos.



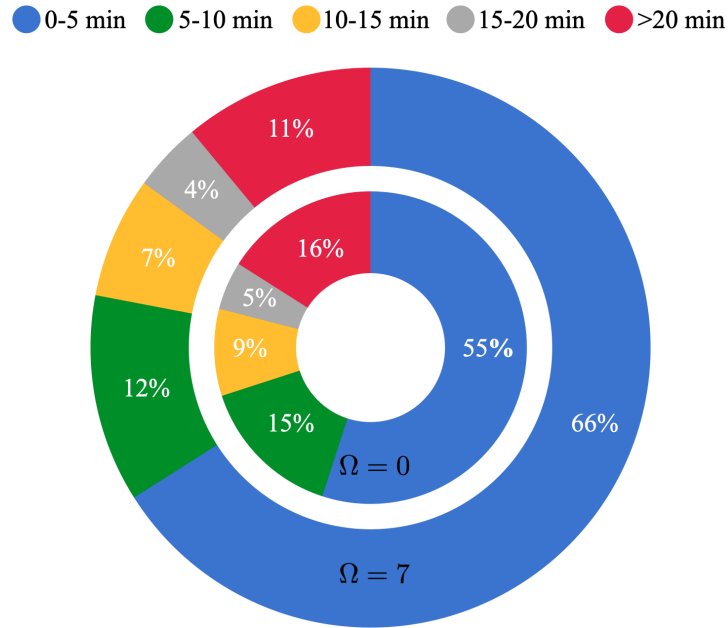


FIGURA 5.5: Tiempos medios de espera de los usuarios con respecto a la frecuencia del proceso de optimización  $\Omega = \emptyset$  (anillo interior) y  $\Omega = 7$  (anillo exterior) con una frecuencia de autobuses de  $F = 2$ , considerando tiempos de embarque y desembarque de  $\bar{U} = \underline{U} = 2$ .

## 5.4 CARGA DE LOS AUTOBUSES

Cuando dos autobuses arriban simultáneamente a una estación, suele ocurrir que la mayoría de los usuarios que esperan optan por subir al primer autobús disponible. Este comportamiento resulta en una sobrecarga del primer autobús y en una menor ocupación del segundo, lo que genera un desequilibrio en las tasas de ocupación de los autobuses que operan en el sistema. Esta desigualdad en la distribución de usuarios puede generar una percepción negativa de la calidad del servicio por parte de los usuarios, quienes pueden sentirse incómodos en un autobús abarrotado.

La figura 5.6 muestra la carga de cada autobús desde la estación inicial (Lincoln) hasta la estación final (Valle Soleado), en un entorno con una frecuencia de salida de  $F = 2$  y unos tiempos de espera de subida y bajada de  $\bar{U} = \underline{U} = 2$ . Los viajes azules no aplican los tiempos de espera calculados por nuestro modelo

( $\Omega = \emptyset$ ), mientras que los viajes rojos sí lo hacen cada  $\Omega = 5$  minutos.

Al analizar la figura 5.6, podemos observar que cuando no se aplica un proceso de optimización (viajes en líneas de color azul), existe una mayor variabilidad en las cargas de los autobuses, en comparación con el caso en que se realiza una optimización cada 5 minutos (viajes en líneas de color rojo). Por lo tanto, al minimizar el amontonamiento de los autobuses, también obtenemos una distribución más equilibrada de la carga de los mismos, lo que se traduce en una mejora en la calidad del servicio ofrecido y en una menor variabilidad en las tasas de ocupación de los autobuses.

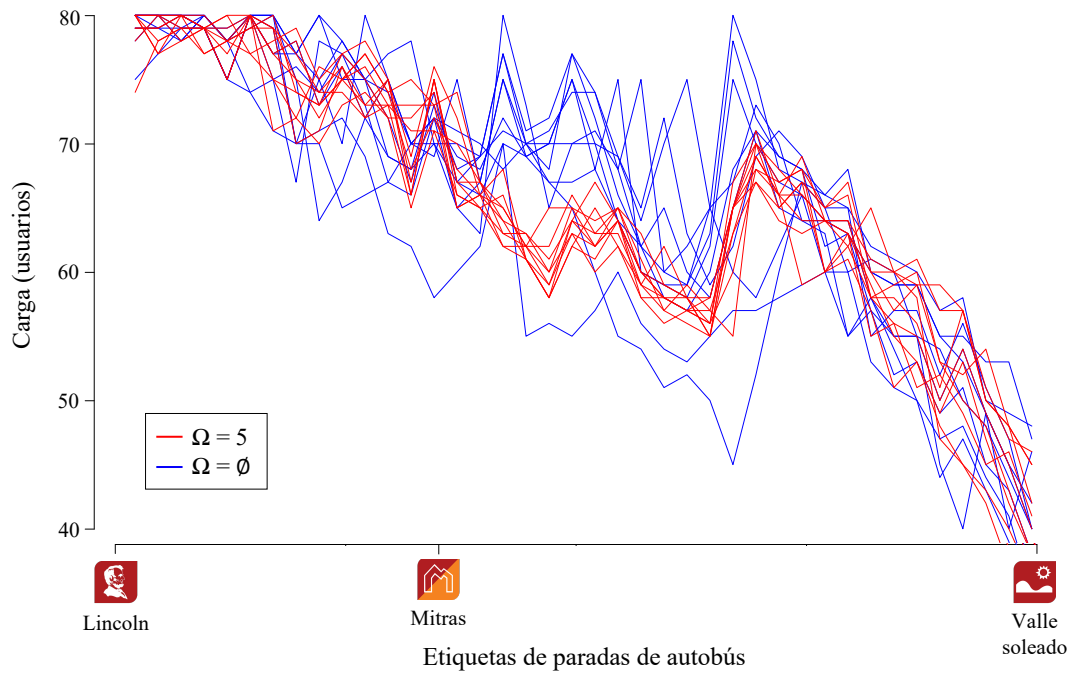


FIGURA 5.6: Carga de autobuses en cada estación cuando el proceso de optimización es  $\Omega = \emptyset$  (viajes azules) y  $\Omega = 5$  (viajes rojos) con  $F = 2$  y  $\bar{U} = \underline{U} = 2$ .

## 5.5 ANÁLISIS DE LOS TIEMPOS DE ESPERA DE LOS AUTOBUSES

En esta sección, se llevó a cabo un análisis para determinar si existen consecuencias en considerar tiempos de espera enteros en lugar de valores continuos, lo que podría resultar en una mayor facilidad de comunicación con los conductores. Para ello, se empleó el modelo H-BBP( $t_0$ ), evaluando los tiempos de espera en ambas modalidades, ya sean enteros o continuos, mediante la figura 5.7.

En la figura 5.7a, se agruparon los valores de los tiempos de espera en cinco vértices, donde los vértices  $i = 1, \dots, 4$  representan los valores acumulados en el intervalo  $[i-1, i)$ , mientras que el vértice 5 agrupa los valores de los tiempos de espera en el intervalo  $[4, 5]$ . Cada pentágono de color representa el número de apariciones de un tipo de valor de retención diferenciado por las distintas frecuencias de salida de autobuses  $F$ . Por otro lado, la figura 5.7b representa los mismos valores, pero considerando únicamente valores enteros para los tiempos de espera.

Los resultados indican que los tiempos de espera de los autobuses enteros se aplican menos que los valores continuos, lo cual supone una ventaja práctica en la implementación de la metodología. Además, se observó que el valor de cinco minutos es el de mayor recurrencia independientemente de la frecuencia de servicio.

Se llevó a cabo una comparación en cuanto al tiempo de resolución del modelo H-BBP( $t_0$ ) para ambos casos, discreto y continuo, no encontrando una diferencia significativa en el tiempo de ejecución. El tiempo promedio de ejecución para ambos casos fue de 15 segundos. Asimismo, se analizó el impacto en el número de pares de amontonamiento de autobuses al considerar valores enteros o continuos para las variables de espera de autobuses en las estaciones, sin encontrar diferencias significativas. Finalmente, se evaluó el tiempo de ejecución del modelo matemático con y sin desigualdades válidas ((4.13) y (4.14)), considerando variables de tiempo de es-

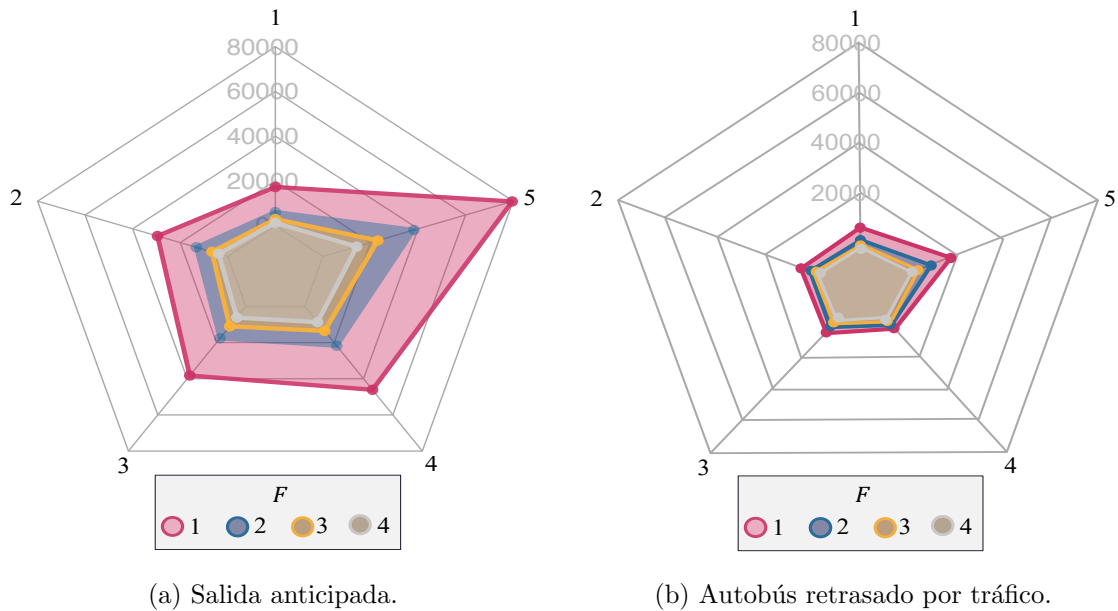


FIGURA 5.7: Valores de las variables de tiempo de espera de los autobuses obtenidos por H-BBP( $t_0$ ) cuando son (a) continuos, y (b) discretos.

pera discretas o continuas, observándose una ligera mejora en el tiempo de ejecución cuando se utilizan desigualdades válidas, especialmente con variables de espera de autobuses discretas.

Otra situación interesante de analizar es la frecuencia de tiempos de espera en diferentes estaciones, con esta información se puede determinar si es necesario aplicar tiempos de espera en todas las estaciones o solo en algunas de ellas. La figura 5.8 muestra 12 histogramas que representan el número de veces que se necesitaron tiempos de espera en diferentes estaciones (la estación 14 se refiere a Mitras). En el eje horizontal se encuentran las estaciones y en el eje vertical se representa el número de veces que se necesitaron tiempos de espera. Se consideran diferentes frecuencias de autobuses (1, 2, 3 y 4 minutos) y diferentes tiempos de subida y bajada (1, 2 y 3 segundos). Los colores en la figura representan las diferentes frecuencias de optimización. En el caso de estudio de la figura 5.8, se observa que cuando la frecuencia del autobús es de 2 minutos y los tiempos de subida y bajada son de 2 segundos, se necesita un mayor número de casos que involucran tiempo de espera antes de que

el autobús llegue a la estación de Mitras. Este comportamiento se mantiene cuando  $\bar{U} = \underline{U} = 2$  y cuando la frecuencia del autobús es de 2 y 3 minutos. Sin embargo, cuando los tiempos de subida y bajada son cortos ( $\bar{U} = \underline{U} = 1$  segundo), los tiempos de espera son más uniformes en todas las estaciones.

En resumen, se puede concluir que el BRT Ecovía se ve afectado por los tiempos de subida y bajada de los usuarios y los intervalos ideales en todas las estaciones. Cuando los tiempos de subida y bajada son iguales a 2 o 3 segundos, la tendencia es retener los autobuses sólo en la primera mitad de las estaciones. Estos resultados pueden ser de utilidad para la implementación de medidas que mejoren la eficiencia del transporte público.

## 5.6 OPTIMIZACIÓN EN CADA ESTACIÓN

Esta sección, pretende comparar nuestra metodología con otros enfoques de la literatura que calculan los tiempos de espera cada vez que un autobús llega a una estación, como en Delgado et al. [2009, 2012] y Sánchez-Martínez et al. [2016]. En el estudio de Delgado et al. [2012], se calculan los tiempos de espera de todos los autobuses en todas las estaciones futuras, pero sólo se conserva el valor del tiempo de espera que afecta al autobús que llega a la estación, descartando el resto de valores encontrados por el modelo.

En comparación con nuestro enfoque, que realiza la etapa de optimización cada cinco minutos, nuestra comparación se refiere únicamente al número de veces que se llama a la etapa de optimización. Aunque reducimos implícitamente la cantidad de amontonamiento de autobuses para disminuir los tiempos de espera de los usuarios, el modelo de Delgado et al. [2012] minimiza directamente los tiempos de espera de los usuarios, utilizando una función objetivo cuadrática cuya resolución requiere más tiempo.

La comparación entre las dos políticas se muestra en la figura 5.9, donde la

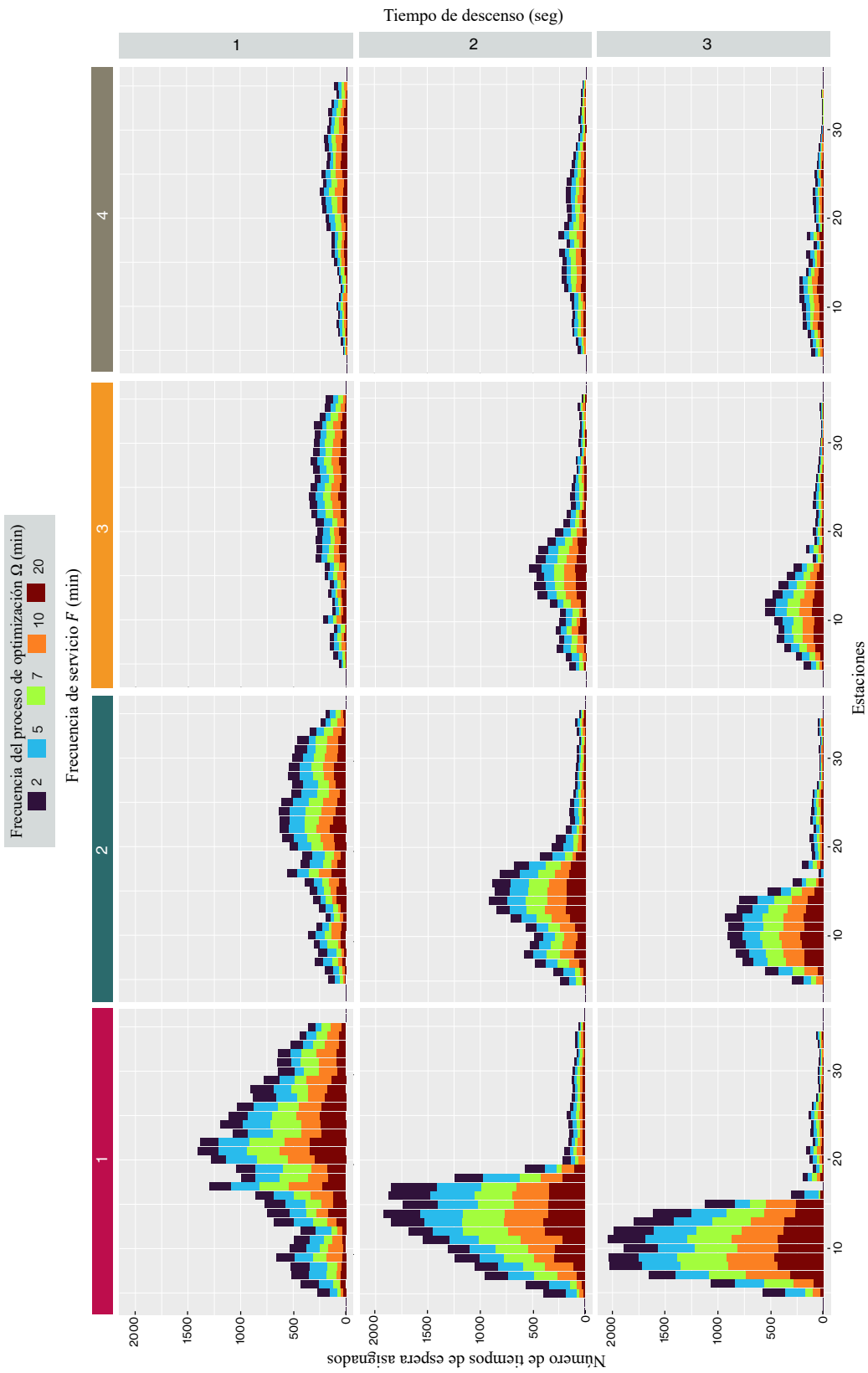


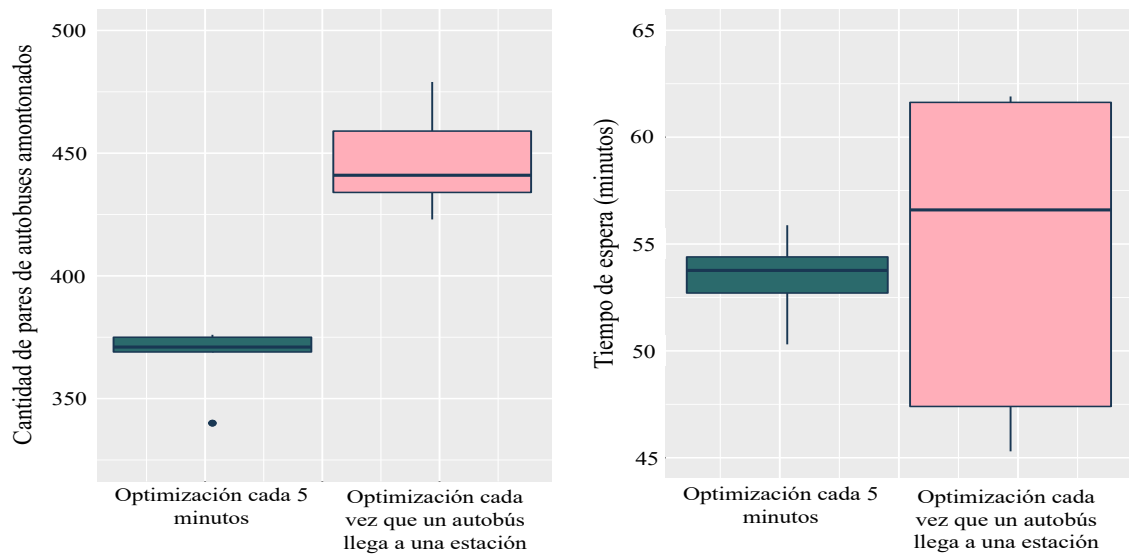
FIGURA 5.8: Cantidad de ocasiones en las que se implementaron tiempos de espera en las distintas estaciones del sistema BRT.

figura 5.9a muestra los eventos de amontonamiento de autobuses y la figura 5.9b muestra los tiempos de espera de los usuarios durante un periodo de dos horas. Para resolver nuestro modelo para ambas políticas, utilizamos nuestra heurística *beam search* con un gap del 5%. A partir de la figura 5.9a, observamos que la media para  $\Omega = 5$  está justo por debajo de 375 pares de amontonamiento de autobuses, mientras que para el otro caso, la media está cerca de 435.

En términos de eventos de amontonamiento de autobuses, hacer menos llamadas de optimización es mejor que hacer llamadas de optimización casi cada 10 segundos (optimización cada vez que un autobús llega a una estación). A partir de la figura 5.9b, podemos observar que el tiempo medio de espera de los usuarios se sitúa entre 52 y 55 minutos para  $\Omega = 5$ , que ya es un tiempo considerablemente largo (hemos validado este tiempo en la Ecovía). Cuando el proceso de optimización se realiza cada vez que un autobús llega a una estación, hay valores de tiempo medio de espera inferiores a 50 minutos, pero también hay valores superiores a 60, lo que implica un servicio menos fiable y una mayor varianza.

## 5.7 EVALUACIÓN DE LA HEURÍSTICA *beam search*

En la sección 4.3 se hace referencia a una correspondencia entre el tiempo de ejecución y la calidad de la solución, el cual está determinado por el parámetro de brecha de optimalidad relativa  $\varepsilon$  y la estrategia de búsqueda empleada. Para evaluar esta correspondencia, se llevó a cabo un experimento basado en un caso real que involucra una frecuencia  $F$  de 2, tiempos de embarque y desembarque de  $\bar{U} = \underline{U} = 2$ , y 40 estaciones. En este experimento se utilizó la heurística *beam search* basada en el algoritmo B&B de Gurobi. Además, se consideraron los valores de  $\varepsilon \in \{0.2, 0.1, 0.05, 0.01, 1 \times 10^{-5}\}$ , y tres estrategias diferentes de exploración de nodos: (i) la búsqueda en profundidad que elige el nodo creado más recientemente y explora lo más lejos posible a lo largo de cada rama antes de retroceder, (ii) la búsqueda en amplitud, que explora cada nodo por niveles, y (iii) una familia de



(a) Pares de amontonamiento de autobuses.

(b) Tiempo medio de espera de los usuarios.

FIGURA 5.9: Comparación entre la optimización cada 5 minutos y la optimización cada vez que un autobús llega a una estación en relación con (a) la cantidad de pares de autobuses agrupados, y (b) los tiempos medios de espera de los usuarios.

heurísticas internas para mejorar la búsqueda de nodos.

Los resultados del experimento, presentados en la tabla 5.1 indican los tiempos de ejecución. La primera columna muestra la estrategia de exploración que utiliza la heurística *beam search*. DFS, BFS y HEU denotan búsqueda en profundidad, búsqueda en amplitud y heurísticas internas, respectivamente. La segunda indica el valor  $\varepsilon$  utilizado. Las columnas restantes muestran los tiempos de ejecución y el número de nodos explorados para instancias con 20, 30, 40, 50 y 60 autobuses. Cada valor es la media de 10 instancias. El símbolo “-” indica que se ha alcanzado el límite de tiempo (10800 segundos).

A partir de los resultados presentados en la tabla 5.1 podemos inferir varias observaciones interesantes. La primera de ellas es que a medida que el valor de  $\varepsilon$  disminuye, aumenta el esfuerzo computacional requerido para alcanzar una solución, aunque el incremento de tiempo es marginal. Para las instancias con 20 y 30 au-



tobuses, la estrategia de exploración de nodos de heurísticas internas se desempeñó ligeramente mejor que las otras dos, mientras que para los casos de 40, 50 y 60 autobuses, la estrategia de búsqueda en profundidad ofreció los mejores resultados.

Es importante destacar que, al comparar los tiempos de ejecución obtenidos por las distintas versiones del *beam search* con el método exacto (correspondiente a  $\varepsilon$  igual a  $1 \times 10^{-5}$ ), se observó que bajo la estrategia de búsqueda en profundidad, hubo tres casos en los que el algoritmo fue incapaz de resolver óptimamente el problema antes de alcanzar el límite de tiempo de 10800 segundos.

En general, se encontró que los tiempos de ejecución disminuyen cuando se tienen más autobuses, posiblemente debido a que hay menos flexibilidad en los valores de las variables de decisión. En particular, para instancias con 60 autobuses, se encontraron soluciones de excelente calidad en menos de 5 segundos, y la estrategia de heurísticas internas ofreció el mejor rendimiento en este caso.

TABLA 5.1: Tiempos de ejecución y número de nodos explorados utilizando las estrategias: búsqueda en profundidad, búsqueda en amplitud y heurísticas internas.

Búsqueda	$\varepsilon$	Cantidad de autobuses en servicio									
		20		30		40		50		60	
		Tiempo	Nodos	Tiempo	Nodos	Tiempo	Nodos	Tiempo	Nodos	Tiempo	Nodos
DFS	20	32.7	1	7.8	1	3.6	1	3.2	1	2.1	1
	10	37.3	56	15.0	1	7.1	6	9.6	1	2.1	1
	5	38.0	88	21.9	7	7.3	12	10.1	7	7.2	1
	1	42.5	139	23.4	190	10.1	114	12.7	82	7.2	1
	$1 \times 10^{-5}$	44.4	152	–	10591108	10.0	126	–	9851332	–	7720914
BFS	20	23.6	1	8.9	1	4.0	1	3.6	1	2.6	1
	10	24.4	1	20.7	1	5.9	1	12.2	1	2.6	1
	5	38.2	29	20.7	1	10.7	1	15.0	68	2.7	1
	1	33.7	185	24.7	1	12.9	213	16.6	1243	7.0	1485
	$1 \times 10^{-5}$	31.9	1815	29.2	10	13.2	1070	29.2	2169	7.0	1485
HEU	20	29.3	1	7.36	1	6.4	374	3.1	1	2.3	1
	10	27.1	1	14.2	1	6.1	374	8.3	26	2.2	1
	5	33.5	88	14.0	1	6.1	374	13.9	292	4.3	194
	1	32.0	183	29.7	1581	10.1	1761	15.0	1612	5.4	1770
	$1 \times 10^{-5}$	34.4	229	30.8	2007	10.8	1923	24.1	3304	5.6	2027

## 5.8 DESEMPEÑO DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN CON RESTRICCIONES

La presente sección se centra en la evaluación del rendimiento del modelo de programación con restricciones expuesto en la sección 4.4, en comparación con el modelo H-BBP( $t_0$ ), el cual es un modelo de programación lineal entero con restricciones cuadráticas. El objetivo principal de esta comparativa es medir el tiempo de ejecución, ya que el problema BBP requiere soluciones de alta calidad en un tiempo muy limitado debido a su naturaleza en tiempo real.

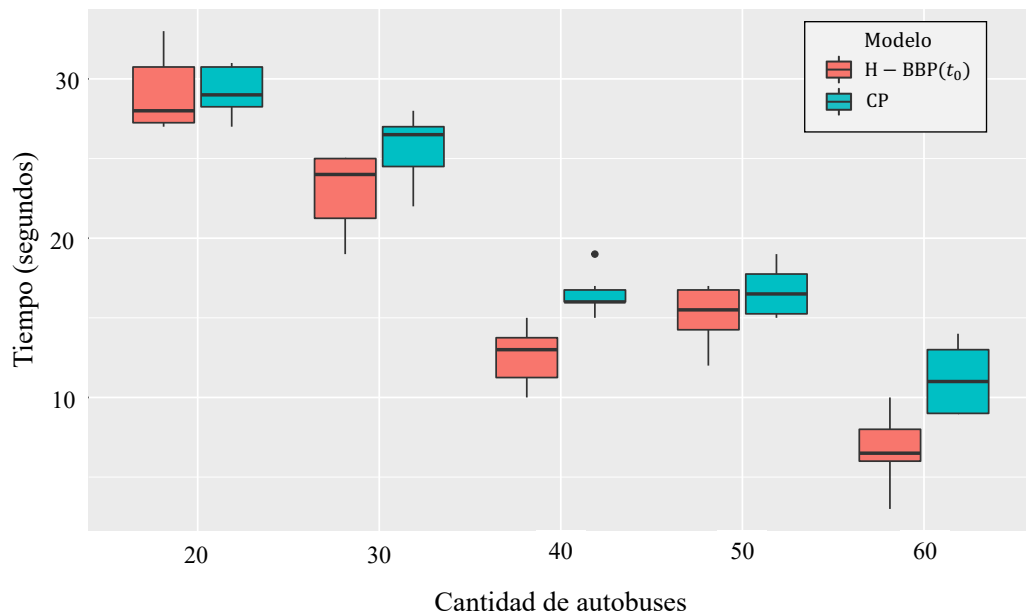


FIGURA 5.10: Tiempos de ejecución dado en segundos del modelo de programación lineal entero con restricciones cuadráticas (H-BPP( $t_0$ )) y el modelo de programación con restricciones (CP).

En la figura 5.10 se presentan los tiempos de ejecución de ambos modelos. En el eje horizontal se muestra la cantidad de autobuses que prestan servicio en el sistema, mientras que en el eje vertical se indica el tiempo de ejecución en segundos. Se puede observar que, en todos los casos, el modelo de programación con restricciones muestra tiempos de ejecución iguales o mayores que el modelo H-BBP( $t_0$ ). Uno de los peores

desempeños que tuvo el modelo de programación con restricciones es en el caso con 60 autobuses, en el cual el tiempo medio de ejecución es superior a los 11 segundos, mientras que el modelo H-BBP( $t_0$ ) logra resolver esas instancias en un tiempo medio de 6 segundos.

Aunque la programación con restricciones ha demostrado ser altamente efectiva en la resolución de diversos problemas, como el secuenciamiento de tareas, su desempeño particular en el caso de estas instancias no fue el más favorable. Es importante aclarar que los experimentos realizados se limitaron únicamente al tiempo de ejecución y se llevaron a cabo utilizando los parámetros predeterminados del CP Optimizer, en comparación con estudios más exhaustivos realizados con los diferentes parámetros del optimizador Gurobi en el modelo H-BBP( $t_0$ ).

Además, debemos tener en cuenta que CP Optimizer no está diseñado para proporcionar optimización en todos los casos. Por lo tanto, resulta interesante analizar la calidad de las soluciones obtenidas en esta configuración particular. Otra cuestión interesante es llevar a cabo pruebas con instancias de mayor tamaño, que comprendan una mayor cantidad de estaciones y autobuses, para así evaluar el comportamiento del modelo de programación con restricciones en escenarios más complejos.

Mediante estos análisis, podremos obtener una visión más completa del rendimiento del CP Optimizer y su aptitud para resolver problemas de amontonamiento de autobuses e intervalos cuasi-regular en un contexto más amplio y realista. Esto proporcionará una base sólida para futuras investigaciones y mejoras en el campo de la programación con restricciones aplicada a este tipo de desafíos.

## CAPÍTULO 6

# CONCLUSIONES

---

Un evento de amontonamiento de autobuses ocurre cuando varios autobuses de una misma ruta llegan juntos a una estación debido a desfases por tráfico o problemas operativos. Esto causa irregularidades en horarios, congestión en paradas y sobrecarga en algunos vehículos, desalentando el uso del transporte público y generando ineficiencias en recursos y un impacto ambiental negativo. Además, dificulta la planificación de viajes para los usuarios. Para mitigar estos efectos, se requieren estrategias de gestión y programación efectivas. Con la metodología que empleamos, nuestra meta radica en la reducción tanto de la frecuencia de eventos de amontonamiento de autobuses como de las repercusiones negativas asociadas a los mismos.

Nuestro enfoque incluye una etapa de optimización que determina los tiempos de espera de cada autobús en las estaciones, utilizando información real y predicciones futuras del sistema de autobuses. Esta etapa utiliza un modelo de programación lineal entera con restricciones cuadráticas, que proporciona los tiempos de espera que se comunican inmediatamente a los conductores para lograr intervalos cuasi-regulares entre los autobuses. También hemos desarrollado un programa de simulación de eventos discretos que representa el sistema de autobuses de tránsito rápido, lo que nos permite validar la eficacia de nuestro modelo matemático.

Los resultados experimentales sobre el caso de estudio demuestran que nuestra

metodología reduce el amontonamiento de autobuses en un 45 %, especialmente en escenarios de alta frecuencia de autobuses. Esto, a su vez, se traduce en una disminución del tiempo de ciclo. Además, los tiempos de espera de los usuarios disminuyen significativamente en escenarios con tiempos de subida y bajada cortos, reduciéndose hasta en un 30 %. Recomendamos calcular los tiempos de espera cada cinco minutos para lograr los mejores intervalos cuasi-regulares entre los autobuses y una carga equilibrada.

A diferencia de muchos trabajos anteriores, nuestra metodología ofrece un servicio de transporte más fiable al optimizar los tiempos de espera en lugar de hacerlo solo cuando un autobús llega a una estación. Además, utilizamos una heurística *beam search* que produce soluciones para instancias de hasta 60 autobuses en menos de 3 segundos.

Aunque nuestra metodología fue evaluada en el sistema de la Ecovía de Monterrey, su adaptabilidad se extiende a diversos sistemas BRT y, en un sentido más amplio, a distintos tipos de transporte. En nuestro caso de estudio, solo hay una puerta para el embarque y desembarque, y el comportamiento simultáneo solo afecta los parámetros del modelo y la simulación correspondientes. El impacto de los valores, como la tolerancia del intervalo con respecto al ideal, la importancia de los eventos de amontonamiento de autobuses y los vehículos separados, puede ser objeto de investigación adicional.

A pesar de que la programación con restricciones, en general, ha demostrado ser eficaz en la resolución de diversos problemas, su rendimiento en esta investigación fue menos favorable. Esto puede deberse a que los experimentos se centraron en el tiempo de ejecución y utilizaron los parámetros estándar del CP Optimizer, en contraste con investigaciones más detalladas que emplearon diferentes ajustes del optimizador Gurobi en el modelo H-BBP( $t_0$ ). Además, es importante señalar que el CP Optimizer no está diseñado para proporcionar optimalidad. Por lo tanto, es necesario examinar la calidad de las soluciones obtenidas en este contexto y explorar

escenarios más complejos con instancias más grandes que involucren más estaciones y autobuses. Estos análisis proporcionarán una comprensión más completa del rendimiento del CP Optimizer en la resolución de problemas de amontonamiento de autobuses e intervalos cuasi-regulares, sentando así las bases para futuras investigaciones y mejoras en este campo.

En el futuro, se pueden considerar una serie de estrategias adicionales con el objetivo de mejorar la eficiencia y la calidad del servicio en sistemas de transporte público. Estas estrategias incluyen la inserción estratégica de autobuses en estaciones con un alto flujo de usuarios, la aplicación de límites de embarque en las estaciones y la regulación de la velocidad de los vehículos.

En relación a la inserción de autobuses en las estaciones, es posible implementar un sistema que detecte de manera automática la cantidad de pasajeros esperando en cada estación. Con base en esta información, se puede desarrollar un modelo de optimización matemática que determine cuándo y dónde será necesario agregar un autobús adicional para satisfacer la demanda en tiempo real. Esta medida ayudaría a reducir los tiempos de espera de los usuarios y a disminuir la congestión en las estaciones más concurridas.

Por otro lado, la aplicación de límites de embarque en las estaciones implica establecer un máximo de pasajeros permitidos en cada autobús. Esto garantizaría una distribución equitativa de los usuarios en los vehículos y evitaría situaciones de superpoblación, lo que a su vez mejoraría la comodidad y la seguridad de los pasajeros.

Además, se pueden aplicar metaheurísticas para determinar los tiempos de espera en sistemas BRT de mayor tamaño. Estos métodos tendrían en cuenta la incertidumbre asociada a los tiempos de viaje y llegada del usuario, así como la velocidad de los autobuses y posibles escenarios de accidentes o averías. Mediante la utilización de modelos estocásticos, se podrían generar estimaciones más precisas de los tiempos de espera, lo que permitiría una mejor planificación y gestión de los

recursos del sistema.

Adicionalmente, se podrían considerar variaciones del problema que involucren múltiples líneas de autobuses, incluyendo estaciones de transbordo o incluso tramos compartidos en el corredor. Esto implicaría un mayor esfuerzo computacional, ya que sería necesario coordinar y optimizar los tiempos de espera de los autobuses de diferentes líneas, con el fin de garantizar una cobertura eficiente y equitativa de las áreas de servicio. La implementación de algoritmos avanzados de optimización y planificación sería fundamental para lograr un sistema integrado y sincronizado.

Finalmente, sería posible implementar tecnología en las estaciones que brinde a los usuarios información sobre el tiempo estimado de llegada de los vehículos. Esto proporcionaría a los pasajeros datos en tiempo real, permitiéndoles tomar decisiones más informadas, como determinar si abordar el primer autobús disponible, incluso si está lleno, o esperar al siguiente. Para llevar a cabo esta variación del problema, se requeriría la instalación de sistemas de comunicación y monitoreo en tiempo real, así como realizar modificaciones relevantes en el modelo matemático y en la simulación del sistema.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] H. Akeb, M. Hifi, and R. M'Hallah. A beam search algorithm for the circular packing problem. *Computers & Operations Research*, 36(5):1513–1528, 2009.
- [2] M.D. J. Alam and M. A. Habib. Mass evacuation of halifax, canada: A dynamic traffic microsimulation modeling approach. *Procedia Computer Science*, 151: 535–542, 2019. ISSN 1877-0509.
- [3] D. L. Applegate, R. E. Bixby, V. Chvátal, and W. J. Cook. *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton University Press, Princeton, EUA, 2011.
- [4] J. Argote-Cabanero, C. F. Daganzo, and J. W. Lynn. Dynamic control of complex transit systems. *Transportation Research Part B: Methodological*, 81: 146–160, 2015.
- [5] J. Banks. *Handbook Of Simulation: Principles, Methodology, Advances, Applications, And Practice*. Wiley, New York, EUA, 1998.
- [6] A. Barnett. On controlling randomness in transit operations. *Transportation Science*, 8(2):102–116, 1974.
- [7] R. Bellman. *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, EUA, 1957.
- [8] M. Ben-Akiva and S. R. Lerman. *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. Transportation Studies. MIT Press, Cambridge, EUA, 2018.



- 
- [9] J. A. Bennell, M. Cabo, and A. Martinez-Sykora. A beam search approach to solve the convex irregular bin packing problem with guillotine cuts. *European Journal of Operational Research*, 270(1):89–102, 2018.
- [10] A. Ceder. *Public Transit Planning and Operation: Modeling, Practice and Behavior*. CRC Press, Boca Raton, EUA, 2a edition, 2016.
- [11] Q. Chen, E. Adida, and J. Lin. Implementation of an iterative headway-based bus holding strategy with real-time information. *Public Transport*, 4(3):165–186, 2013.
- [12] C. Cleophas, C. Cottrill, J. F. Ehmke, and K. Tierney. Collaborative urban transportation: Recent advances in theory and practice. *European Journal of Operational Research*, 273(3):801–816, 2019. ISSN 0377-2217.
- [13] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein. *Introduction to Algorithms*. MIT press, Cambridge, EUA, 2022.
- [14] C. E. Cortés, D. Sáez, F. Milla, A. Núñez, and M. Riquelme. Hybrid predictive control for real-time optimization of public transport systems’ operations based on evolutionary multi-objective optimization. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 18(5):757–769, 2010.
- [15] C. F. Daganzo. A headway-based approach to eliminate bus bunching: Systematic analysis and comparisons. *Transportation Research Part B: Methodological*, 43(10):913–921, 2009.
- [16] C. F. Daganzo and J. Pilachowski. Reducing bunching with bus-to-bus cooperation. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(1):267–277, 2011.
- [17] V. Degeler, L. Heydenrijk-Ottens, D. Luo, N. Van Oort, and H. Van Lint. Un-supervised approach towards analysing the public transport bunching swings formation phenomenon. *Public Transport*, 13(3):533–555, 2021.

- 
- [18] F. Delgado, J. C. Muñoz, R. Giesen, and A. Cipriano. Real-time control of buses in a transit corridor based on vehicle holding and boarding limits. *Transportation Research Record*, 2090(1):59–67, 2009.
- [19] F. Delgado, J. C. Muñoz, and R. Giesen. How much can holding and/or limiting boarding improve transit performance? *Transportation Research Part B: Methodological*, 46(9):1202–1217, 2012.
- [20] Y.-J. Deng, X.-H. Liu, X. Hu, and M. Zhang. Reduce bus bunching with a real-time speed control algorithm considering heterogeneous roadway conditions and intersection delays. *Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems*, 146(7):1–16, 2020.
- [21] G. Desaulniers and M. D. Hickman. Public transit. In *Handbooks in Operations Research and Management Science*, chapter 2, pages 69–127. Elsevier, Amsterdam, Países Bajos, 2007.
- [22] A. Drabicki, R. Kucharski, and O. Cats. Mitigating bus bunching with real-time crowding information. *Transportation*, 50:1003–1030, 2023.
- [23] J. Dréo, A. Pétrowski, P. Siarry, and E. Taillard. *Metaheuristics For Hard Optimization: Methods And Case Studies*. Springer-Verlag, Berlin, Alemania, 2006.
- [24] X. J. Eberlein, N. H. M. Wilson, and D. Bernstein. The holding problem with real-time information available. *Transportation Science*, 35(1):1–18, 2001.
- [25] M. Estrada, J. Mensión, J. M. Aymamí, and L. Torres. Bus control strategies in corridors with signalized intersections. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 71:500–520, 2016.
- [26] L. Fu, Q. Liu, and P. Calamai. Real-time optimization model for dynamic scheduling of transit operations. *Transportation Research Record*, 1857(1):48–55, 2003.

- 
- [27] K. Gkiotsalitis and O. Cats. Multi-constrained bus holding control in time windows with branch and bound and alternating minimization. *Transportmetrica B: Transport Dynamics*, 7(1):1258–1285, 2019.
- [28] F. W. Glover and G. A. Kochenberger, editors. *Handbook Of Metaheuristics*, volume 57 of *International Series in Operations Research Management Science*. Springer, New York, EUA, 2006.
- [29] R. Hall, M. Dessouky, and Q. Lu. Optimal holding times at transfer stations. *Computers & Industrial Engineering*, 40(4):379–397, 2001.
- [30] S.-X. He. An anti-bunching strategy to improve bus schedule and headway reliability by making use of the available accurate information. *Computers & Industrial Engineering*, 85:17–32, 2015.
- [31] S.-X. He, J. Dong, S.-D. Liang, and P.-C. Yuan. An approach to improve the operational stability of a bus line by adjusting bus speeds on the dedicated bus lanes. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 107:54–69, 2019.
- [32] S.-X. He, S.-D. Liang, J. Dong, D. Zhang, J.-J. He, and P.-C. Yuan. A holding strategy to resist bus bunching with dynamic target headway. *Computers & Industrial Engineering*, 140:106237, 2020.
- [33] L. G. Hernández-Landa, M. L. Morales-Marroquín, R. Sánchez-Nigenda, and Y. Á Ríos-Solís. Linear bus holding model for real-time traffic network control. In Miguel Mujica Mota and Idalia Flores De La Mota Daniel Guimarans Serrano, editors, *Applied Simulation and Optimization*, pages 303–319. Springer, Cham, Suiza, 2015.
- [34] M. D. Hickman. An analytic stochastic model for the transit vehicle holding problem. *Transportation Science*, 35(3):215–237, 2001.
- [35] F. S. Hiller and G. J. Lieberman. *Introduction To Operations Research*. Wiley Internacional, New York, EUA, 2010.

- 
- [36] D. M. Himmelblau and K. B. Bischoff. *Análisis Y Simulación De Procesos*. Reverté, Barcelona, España, 2021.
- [37] O. J. Ibarra-Rojas, F. Delgado, R. Giesen, and J. C. Muñoz. Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B: Methodological*, 77:38–75, 2015.
- [38] IBM Corp. IBM ILOG CPLEX Optimization. CP optimizer user’s manual, 2017.
- [39] K. Islam, I. M. Moosa, J. Mobin, M. A. Nayeem, and M. S. Rahman. A heuristic aided stochastic beam search algorithm for solving the transit network design problem. *Swarm and Evolutionary Computation*, 46:154–170, 2019.
- [40] M. V. Koppiseti, V. Kavitha, and U. Ayesta. Bus schedule for optimal bus bunching and waiting times. In *2018 10th International Conference on Communication Systems & Networks (COMSNETS)*, pages 607–612, Bengaluru, India, 2018. IEEE.
- [41] B. Korte and J. Vygen. *Combinatorial Optimization*, volume 21. Springer-Verlag, Berlin, Alemania, 2011.
- [42] A. Krzysztof. *Principles of Constraint Programming*. Cambridge University Press, Cambridge, Reino Unido, 2003.
- [43] H. Larrain, O. Ibarra-Rojas, J. C. Munoz, and C. Mulley. Designing a brt-based network under integrated operations. In *Restructuring Public Transport through Bus Rapid Transit*, pages 281–298. Policy Press, 2016.
- [44] G. Laskaris, O. Cats, E. Jenelius, M. Rinaldi, and F. Viti. Multiline holding based control for lines merging to a shared transit corridor. *Transportmetrica B: Transport Dynamics*, 7(1):1062–1095, 2019.
- [45] L. M. Leemis and S. K. Park. *Discrete-Event Simulation: A First Course*. Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, EUA, 2006.

- [46] M. Li and Y. Li. Bus predictive-control method considering the impact of traffic lights. *Journal of Advanced Transportation*, 2022:5280109, 2022.
- [47] S. Liang, M. Ma, S. He, H. Zhang, and P. Yuan. Coordinated control method to self-equalize bus headways: an analytical method. *Transportmetrica B: Transport Dynamics*, 7(1):1175–1202, 2019.
- [48] S. Liang, S. He, H. Zhang, and M. Ma. Optimal holding time calculation algorithm to improve the reliability of high frequency bus route considering the bus capacity constraint. *Reliability Engineering & System Safety*, 212:107632, 2021.
- [49] K. Ling and A. Shalaby. Automated transit headway control via adaptive signal priority. *Journal of Advanced Transportation*, 38(1):45–67, 2004.
- [50] H. Liu, A. Skabardonis, and W.-B. Zhang. A dynamic model for tive bus signal priority. In *Proceedings of the 82nd Transportation Research Board Annual Meeting*, Washington, EUA, 2003.
- [51] T. Liu, A. Ceder, R. Bologna, and B. Cabantous. Commuting by customized bus: a comparative analysis with private car and conventional public transport in two cities. *Journal of Public Transportation*, 19(2):55–74, 2016.
- [52] E. S. Prassas and R. P. Roess. The highway capacity manual and the committee on highway capacity and quality of service. In *The Highway Capacity Manual: A Conceptual and Research History, Volume 2*, volume 12 of *Springer Tracts on Transportation and Traffic*, pages 1–16. Springer, Cham, Suiza, 2020.
- [53] Transit Cooperative Research Program. Transit capacity and quality of service manual, 2003.
- [54] D. Ríos Insua, S. Ríos Insua, J. Martín Jiménez, and A. Jiménez Martín. *Simulación Métodos Y Aplicaciones*. Alfaomega, Ciudad de México, México, 2009.
- [55] F. Rossi, P. Van Beek, and T. Walsh. *Handbook Of Constraint Programming*. Elsevier, Amsterdam, Países Bajos, 2006.

- 
- [56] S. Sajikumar and D. Bijulal. Zero bunching solution for a local public transport system with multiple-origins bus operation. *Public Transport*, 14:655–681, 2022.
- [57] G. E. Sánchez-Martínez, H. N. Koutsopoulos, and N. H. M. Wilson. Real-time holding control for high-frequency transit with dynamics. *Transportation Research Part B: Methodological*, 83:1–19, 2016.
- [58] H. Shi, Q. Nie, S. Fu, X. Wang, Y. Zhou, and B. Ran. A distributed deep reinforcement learning–based integrated dynamic bus control system in a connected environment. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 37(15):2016–2032, 2022.
- [59] J. A. Sokolowski and C. M. Banks. *Principles of Modeling and Simulation: A Multidisciplinary Approach*. Wiley, New York, EUA, 2011.
- [60] A. Sun and M. Hickman. The real-time stop-skipping problem. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 9(2):91–109, 2005.
- [61] A. Sun and M. Hickman. The holding problem at multiple holding stations. In *Computer-aided Systems in Public Transport*, volume 600 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, pages 339–359. Springer, Berlin, Alemania, 2008.
- [62] W. Sun and J. Schmöcker. Considering passenger choices and overtaking in the bus bunching problem. *Transportmetrica B: Transport Dynamics*, 6(2):151–168, 2018.
- [63] H. A. Taha. *Investigación De Operaciones*. Pearson Educación, Ciudad de México, México, 2012.
- [64] E. Talbi. *Metaheuristics: From Design To Implementation*. Wiley, New York, EUA, 2009.
- [65] M. Tamannaei and I. Irandoost. Carpooling problem: A new mathematical model, branch-and-bound, and heuristic beam search algorithm. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 23(3):203–215, 2019.

- 
- [66] S. Tian, X. Li, J. Liu, H. Ma, and H. Yu. A short-turning strategy to alleviate bus bunching. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 13(1):117–128, 2022.
- [67] Transportation Research Board. Transit capacity and quality of service manual. TCRP Report 165, URL: <http://www.trb.org/Main/Blurbs/169437.aspx>, 2013.
- [68] D. Verbich, E. Diab, and A. El-Geneidy. Have they bunched yet? an exploratory study of the impacts of bus bunching on dwell and running times. *Public Transport*, 8:225–242, 2016.
- [69] J. Wang and L. Sun. Dynamic holding control to avoid bus bunching: A multi-agent deep reinforcement learning framework. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 116:102661, 2020.
- [70] H. P. Williams. *Model Building in Mathematical Programming*. Wiley, New York, EUA, 5a. edition, 2013.
- [71] L. A. Wolsey. *Integer Programming*. Wiley, New York, EUA, 2021.
- [72] Y. Xuan, J. Argote, and C. F. Daganzo. Dynamic bus holding strategies for schedule reliability: Optimal linear control and performance analysis. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(10):1831–1845, 2011.
- [73] M. Yavuz. An iterated beam search algorithm for the green vehicle routing problem. *Networks*, 69(3):317–328, 2017.
- [74] H. Yu, D. Chen, Z. Wu, X. Ma, and Y. Wang. Headway-based bus bunching prediction using transit smart card data. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 72:45–59, 2016.
- [75] D. Zamudio and V. Alvarado. Ranking nacional de los sistemas BRT: Evaluación técnica, desde el punto de vista de los usuarios. Technical report, México, México, 2015. URL [https://elpoderdelconsumidor.org/wp-content/uploads/2015/09/Estudio\\_Ranking\\_Nacional\\_Sistemas\\_BRT.pdf](https://elpoderdelconsumidor.org/wp-content/uploads/2015/09/Estudio_Ranking_Nacional_Sistemas_BRT.pdf).

# RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

---

Citlali Maryuri Olvera Toscano



Candidata para obtener el grado de  
Doctora en Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

**MODELOS Y ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN EN TIEMPO REAL  
DE SISTEMAS DE TRANSPORTE PÚBLICO BASADOS EN AUTOBUSES**

Nací el 30 de julio de 1993 en Tula, Tamaulipas. En el año 2016, obtuve el título de Licenciada en Matemáticas por parte de la Universidad Autónoma de Zacatecas. Realicé mis estudios de maestría en la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL), donde obtuve el grado de Maestra en Ciencias en Ingeniería de Sistemas en el año 2018. Profesionalmente, he trabajado en el área de análisis y diseño de algoritmos de una empresa regiomontana. También, he sido profesora en el Tecnológico de Monterrey y en la Facultad de Ciencias Químicas de la UANL. Actualmente, formo parte del Grupo de Movilidad Urbana UANL-Tec, un equipo de investigadores y estudiantes de la UANL y el Tecnológico de Monterrey, que busca soluciones innovadoras para los desafíos de la movilidad y el transporte urbano.