

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



SIMULACIÓN DE UNA LÍNEA DE ESPERA CON TASA DE
LLEGADAS DEPENDIENTE DEL ESTADO DEL SISTEMA

POR

VÍCTOR HUGO MARTÍNEZ REZA

EN OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS

EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JUNIO 2012

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



SIMULACIÓN DE UNA LÍNEA DE ESPERA CON TASA DE
LLEGADAS DEPENDIENTE DEL ESTADO DEL SISTEMA

POR

VÍCTOR HUGO MARTÍNEZ REZA

EN OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS

EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JUNIO 2012

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

División de Estudios de Posgrado

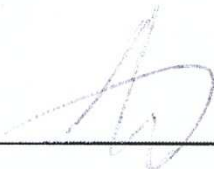
Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis « Simulación de una línea de espera con tasa de llegadas dependiente del estado del sistema», realizada por el alumno Víctor Hugo Martínez Reza, con número de matrícula 1541910, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis



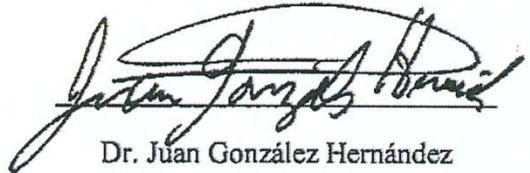
Dr. César Emilio Villarreal Rodríguez

Asesor



Dr. Fernando López Irragarri

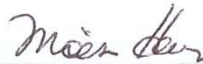
Revisor



Dr. Juan González Hernández

Revisor

Vo. Bo.



Dr. Moisés Hinojosa Rivera

Subdirector de Posgrado

División de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, junio 2012

Este logro está dedicado a:

Martina mi madre.

Andrea mi hermana.

Mi pueblo mis otros hermanos.

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	xi
Resumen	xii
1. Introducción	1
1.1 Objetivo general y específico.....	2
1.2 Justificación	2
1.3 Estructura de la tesis	3
2. Antecedentes	5
2.1 Revisión de la literatura de líneas de espera	5
3. Formulación del modelo	16
3.1 Modelo (M/M/c) : (PLPS/∞/∞) con tasa de llegadas dependientes del estado del sistema sin posibilidad de abandono por parte de los clientes en la fila.....	16
3.2 Modelo (M/M/c) : (PLPS/∞/∞) con tasa de llegadas dependientes del estado del sistema con posibilidad de abandono en la línea de espera	18

4. Metodología	20
4.1 Proceso básico y sus características	20
4.1.1 Naturaleza de las llegadas	21
4.1.2 Tasa de servicio.....	21
4.1.3 Disciplina de la fila	22
4.1.4 Comportamiento de los clientes	22
4.1.5 Atributos de los clientes	23
4.1.6 Capacidad del sistema	23
4.1.7 Mecanismo de servicio.....	24
4.1.8 Tamaño de la población	24
4.1.9 Visualización.....	24
4.1.10 Reportes	25
4.1.11 Otras consideraciones.....	27
4.2 Proceso de diseño y construcción	27
4.3 Prototipo de simulador LENHDES.....	35
5. Análisis de datos y recomendaciones	39
5.1 Validación por rastreo	39
5.2 Validación por análisis estadístico <i>MM1</i>	42
5.3 Validación por análisis estadístico <i>MM3</i>	46
5.4 Validación por análisis estadístico <i>MM17</i>	50
5.5. Hallazgos y recomendaciones	53

6. Conclusiones y trabajo futuro	55
6.1 Conclusiones	55
6.2 Trabajo futuro	56
6.2.1 Simulaciones	56
6.2.2 Simulador LENHDES	57
Apéndice A. Diseño del experimento	58
A.1 Identificación y enunciación del problema	58
A.2 Elección de los factores, los niveles y rangos	58
A.3 Selección de la variable de respuesta	59
A.4 Elección del diseño experimental.....	59
A.5 Realización del experimento	59
A.6 Análisis estadístico de los datos	59
A.7 Conclusiones y recomendaciones.....	60
Apéndice B. Diagrama de flujo	61
Apéndice C. Funcionamiento y uso del programa	68
Bibliografía	71
Ficha autobiográfica	73

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Modelo de decisión para línea de espera basado en costo	2
Figura 2.1 Estructura típica de una línea de espera.....	5
Figura 2.2 Red de una línea de espera con varias colas	6
Figura 2.3 Diagrama de transición en colas de Poisson.....	10
Figura 2.4 Red de un línea de espera con tasa de llegada y de servicio dependiente del estado del sistema.....	14
Figura 2.5 Red de una línea de espera con posibilidad de abandono del cliente con tasa de llegada y de servicio dependiente del estado del sistema.....	14
Figura 4.1 Sistema de línea de espera configuración mixta serie-paralelo	28
Figura 4.2 Sistema encapsulado como bloque de proceso	29
Figura 4.3 Sistema de línea de espera gobernado por el estado del sistema	29
Figura 4.4 Observación de un sistema de línea de espera en estado estable.....	30
Figura 4.5 Sistema de línea de espera gobernado por la tasa de llegada y la tasa de servicio dependientes del estado del sistema.....	31
Figura 4.6 Gráfica del número observado de clientes en el sistema	32
Figura 4.7 Diagrama de flujo de un sistema de líneas de espera básico	34
Figura 4.8 Interfaz gráfica simulador LENHDES gráfica Lq vs t	37
Figura 4.9 Interfaz gráfica simulador LENHDES gráfica Wq vs t	38

Figura 5.1 Prueba de normalidad para los datos de salida L_{SE} del prototipo	LENHDES
<i>MM1</i>	44
Figura 5.2 Prueba de normalidad para los datos de salida W_q del prototipo	
LENHDES <i>MM3</i>	46
Figura 5.3 Prueba de normalidad para los datos de salida W_q del prototipo	
LENHDES <i>MM17</i>	51
Figura A. 1 Proceso de diseño del experimento y análisis de datos.....	60
Figura B.1 El cliente ingresa a un servidor o a la cola y se actualiza el estado del sistema.	61
Figura B.2 Se monitorea el estado del sistema, se actualiza la tasa de llegada y se genera una llegada.	62
Figura B.3 Se verifica que existan menos clientes en el sistema que servidores si es así se genera una salida, si no, el sistema continua en el mismo estado.....	63
Figura B.4 El cliente abandona el sistema	64
Figura B.5 Se actualiza la tasa de llegada dependiendo del estado del sistema.....	65
Figura B.6 Se verifica que existan clientes en el sistema si es así se genera una salida, si no, se obliga al sistema a permitir una llegada.....	66
Figura C.1 Descripción de los apartados de la interfaz del simulador LENHDES 1/2.....	69
Figura C.2 Descripción de los apartados de la interfaz del simulador LENHDES 2/2.....	70

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 5.1 Tabla de rastreo del comportamiento del sistema LENHDES	41
Tabla 5.2 Datos de entrada para contrastación de hipótesis <i>MM1</i>	46
Tabla 5.3 Resumen de datos de salida contrastación de hipótesis de L_q y L_s <i>MM1</i>	46
Tabla 5.4.1 Variables de entrada para ingresar al sistema y observar la variable de salida W_q	47
Tabla 5.4.2 Datos de salida y tiempo de proceso de la simulación <i>MM3</i>	48
Tabla 5.5 Resumen de datos de salida contrastación de las hipótesis μ_d y σ_1^2, σ_2^2 <i>MM3</i>	50
Tabla 5.6.1 Variables de entrada para ingresar al sistema y observar la variable de salida W_q	52
Tabla 5.6.2 Datos de salida y tiempo de proceso de la simulación <i>MM17</i>	52
Tabla 5.7 Resumen de datos de salida contrastación de las hipótesis μ_d y σ_1^2, σ_2^2 <i>MM17</i> ...	53

AGRADECIMIENTOS

A mi pueblo que a través del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT me apoyaron con una beca para la realización de esta meta.

Al Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas (PISIS)

A la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL)

A la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) por el apoyo.

A los profesores PISIS que me orientaron.

A los estudiantes PISIS que me apoyaron.

A mi madre.

A mi hermana.

A mi familia.

Gracias.

RESUMEN

Víctor Hugo Martínez Reza.

Candidato para el grado de Maestro en Ciencias con especialidad en Ingeniería de Sistemas.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título de estudio:

**SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DE LÍNEA DE ESPERA
CON TASA DE LLEGADAS DEPENDIENTE
DEL ESTADO DEL SISTEMA**

Número de páginas: 87.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: El objetivo principal de este trabajo es diseñar y construir un simulador de sistemas de línea de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema, para ayudar a los administradores de sistemas a tomar las mejores decisiones y los sistemas de colas que puedan estudiarse a través de este simulador, trabajen en condiciones aceptables de servicio.

CONTRIBUCIÓN Y CONCLUSIONES: Se desarrolló y construyó un simulador de *sistemas de líneas de espera con tasa de llegadas dependiente del estado del sistema*, que permite al tomador de decisiones definir las variables de control obtenidas por el *método de la mejor conjetura*, para que el sistema trabaje en condiciones cercanas a las óptimas, además, se logró que el simulador funcione con *tasas de servicio dependientes del estado del sistema*.

El simulador puede trabajar con diferentes distribuciones de probabilidad, que le permiten simular situaciones más realistas.

Se logró diseñar y construir el simulador LENHDES como un simulador más veloz que el simulador ExtendSim8 en un factor de velocidad de por lo menos 168 a 1 en un sistema de líneas de espera con tasa dependiente del estado del sistema *MM3* y un factor de velocidad de hasta por lo menos 1875 en un sistema de líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema *MM17*.

Firma del asesor:



Dr. César Emilio Villarreal Rodríguez

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

La teoría de líneas de espera trata de cuantificar el fenómeno de esperar colas mediante medidas representativas de eficiencia, como longitud promedio de la cola, el tiempo promedio de espera de ella, y la utilización promedio de las instalaciones.

Se pueden analizar los resultados del estudio de líneas de espera en el contexto de un modelo de *optimización* de costos, en el que la suma de los costos de ofrecer el servicio y de esperar se reduzca al mínimo. La Figura 1.1 representa un modelo característico de costo (en unidades monetarias por unidad de tiempo), en el que el costo de servicio aumenta al incrementar el nivel de servicio. Al mismo tiempo, el costo de esperar disminuye al incrementar el nivel del servicio.

“El obstáculo principal para implementar los modelos de costo es que resulta difícil realizar un estimado fiable costo unitario de espera, en especial cuando el comportamiento humano influye sobre el funcionamiento del caso”. (Taha, 2004, p 580, 627 – 633). Para enfrentar estos obstáculos planteamos los siguientes objetivos generales y específicos.

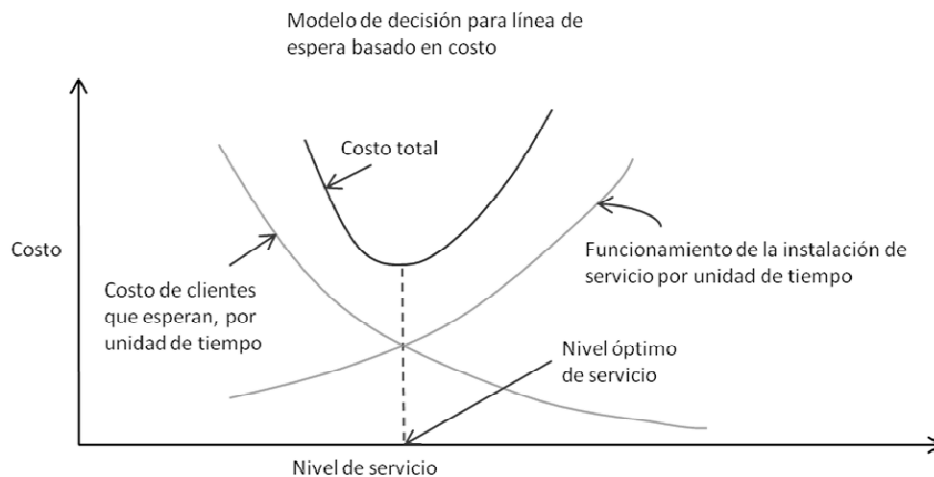


Figura 1.1 Modelo de decisión para línea de espera basado en costo.

1.1 OBJETIVO GENERAL Y ESPECÍFICO

Estudiar a profundidad sistemas específicos de líneas de espera cuya tasa de llegadas dependen del estado del sistema. Es decir determinar la función λ , donde $\lambda(n)$ es la tasa de llegadas cuando hay n clientes en el sistema.

Diseño y construcción de un programa de simulación para una línea de espera $G/M/c$, donde G representa el hecho de que la tasa de llegadas dependa del estado del sistema, M el hecho de que los tiempos de servicio tengan distribución exponencial y c es el número de servidores que se encuentran en paralelo.

La hipótesis.

Con la simulación de un sistema de líneas de espera $G/M/c$ se podrán estimar las variables de control, para así poder encontrar los parámetros del sistema que entreguen las mejores medidas del desempeño para que el sistema trabaje de manera óptima.

1.2 JUSTIFICACIÓN

En los sistemas de líneas de espera sencillos $M/M/c$ (con tasa de llegadas constante), donde M es el tiempo de llegada con distribución Markoviano, y tiempo de servicio Markoviano respectivamente, además de c servidores, existen métodos analíticos que nos permiten calcular

los parámetros de desempeño; situación que no ocurre cuando la tasa de servicio no es constante. Una alternativa para obtener los parámetros de desempeño es la estimación de los mismos mediante la simulación de un sistema de líneas de espera.

Determinar las variables de decisión como puede ser el número de servidores en el sistema es importante para controlar los parámetros de desempeño. El hacer simulaciones con diferentes escenarios de las variables de control nos ayuda a estimar los parámetros de desempeño cuya optimización es el *objetivo principal* de este proyecto.

El programa de simulación de sistemas de líneas de espera ayudará a resolver problemas de toma de decisiones en los casos donde la tasa de llegadas dependa del estado del sistema, por ejemplo cuando el cliente no está obligado a recibir el servicio, como pueden ser los casos de: cajas rápidas en establecimientos mercantiles, restaurantes, casillas electorales, servicios bancarios entre otros.

1.3 ESTRUCTURA DE LA TESIS

La estructura de la tesis está formada por seis capítulos, en el capítulo uno se describe la introducción donde se muestra la motivación de llevar a cabo esta investigación, los objetivos particulares y generales y como está ordenada la información en este trabajo.

En el capítulo dos están los antecedentes, se hace una revisión de la teoría existente en el campo de las líneas de espera y se presentan las *definiciones formales* del lenguaje de líneas de espera así como el cálculo de *las medidas de eficiencia o de desempeño*.

En la formulación del modelo presentado en el capítulo tres, se muestra como se obtiene un modelo científico o matemático que describe el comportamiento de una línea de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema, con tasa de servicio constante y variable, además un modelo matemático cuando la tasa de llegada cambia cuando hay abandono de clientes del sistema. Se describen los problemas que tiene este modelo para su resolución y la

complejidad de adaptarlo a sistemas de líneas de espera reales y la forma de paliar estos con un simulador.

El capítulo cuatro muestra la metodología donde se presentan las herramientas que se utilizaran para diseñar y construir un prototipo de simulador de líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema, aquí se muestra el lenguaje icónico que sirve como representación gráfica de los sistemas de línea de espera que utilizamos en este trabajo, el diagrama de flujo inicial que es el resultado de la *representación cognoscitiva* del modelo icónico, que sirve para iniciar la programación del sistema y finalmente se mostrará el diagrama de flujo final que es el resultado de la programación por medio de *estructuras de control* usados en la programación del lenguaje de alto nivel de Visual C#.

En el análisis de datos y recomendaciones del capítulo cinco se muestran los resultados del diseño experimental y del método estadístico que se utiliza para validar el prototipo de simulador con un simulador comercial. Se presentan recomendaciones para seguir con otras líneas de investigación de líneas de espera apoyándose en esta tesis, así como los hallazgos de este trabajo.

Las conclusiones y trabajo futuro se presentan en el capítulo seis, donde se da información concreta de los resultados de la tesis se presentan las conclusiones y logros de este trabajo además se dan ideas para seguir desarrollando este trabajo como la opción de diseñar, construir y programar un *optimizador* que ayude a encontrar la mejor combinación de variables de entrada del sistema que permita cumplir con los objetivos de “calidad” que la administración requiere.

Capítulo 2

ANTECEDENTES

2.1 REVISIÓN DE LA LITERATURA DE LÍNEAS DE ESPERA

Los actores principales en una línea de espera o cola son el *cliente* y el *servidor*. Los clientes se generan en una *fuentes*. Al llegar a la *instalación* pueden recibir servicio de inmediato, o esperar en una *cola* o línea de espera, si la instalación está ocupada. Cuando en una instalación se termina un servicio, en forma automática se “atrae” a un cliente que espera, si los hay, de la cola. Si la cola está vacía, la instalación se vuelve inactiva hasta que llega un cliente nuevo.

Desde el punto de vista del análisis de las colas, el proceso de llegada se representa con el *tiempo entre llegadas*, de los clientes sucesivos, y el servicio se describe con el *tiempo de servicio* por cada cliente. Por lo general, los tiempos entre llegadas y de servicio pueden ser probabilísticos, como en el funcionamiento de una oficina de correos, o determinísticos, como en la llegada de solicitantes a las entrevistas de trabajo. La Figura 2.1 presenta una estructura típica de una línea de espera.

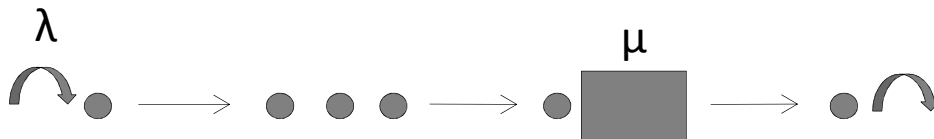


Figura 2.1 Estructura típica de una línea de espera.

El *tamaño de la cola* desempeña un papel en el análisis de las colas, y puede ser infinito, como en el área de reserva entre dos máquinas consecutivas, o puede ser finito, como en las instalaciones de pedidos de correo.

La *disciplina de la cola* desempeña un papel en el que se seleccionan los clientes de la cola, es un factor importante en el análisis de los modelos de cola. La disciplina más común es la de primero en llegar, primero en servirse (PLPS; también FCFS, del inglés *first come, first served*). Entre otras disciplinas están último en llegar, primero en servirse (ULPS; también LCFS de *last come, first served*), y de dar servicio en orden aleatorio (SEOA; también SIRO, de *service in random order*). También, los clientes se pueden seleccionar en la cola con base a cierto orden de *prioridad*. Por ejemplo, los trabajos urgentes en un taller se procesan antes que los trabajos normales.

El comportamiento de los clientes en espera juega un papel en el análisis de las líneas de espera. Los clientes “humanos” se pueden *saltar* de una cola a otra, tratando de reducir la espera. También pueden *rehusar* totalmente a la cola por haber esperado demasiado.

El diseño de la instalación de servicio puede comprender servidores en paralelo (por ejemplo, el funcionamiento de la oficina de correos). También los servidores pueden ordenarse en serie (por ejemplo, cuando los trabajos se procesan en máquinas sucesivas) o bien pueden formar una red (por ejemplo, los enrutadores en una red de computadoras). La Figura 2.2 muestra una representación de una red con varias colas.

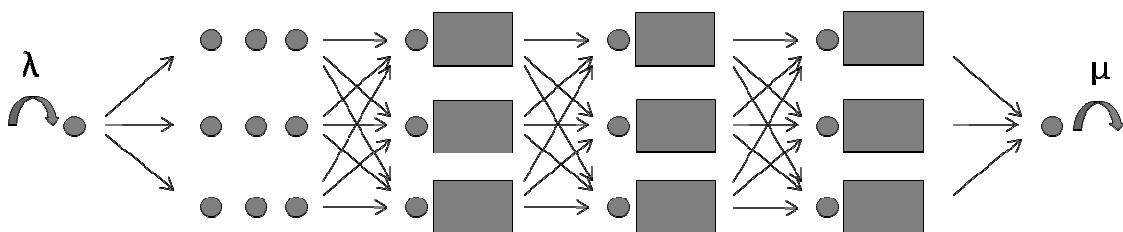


Figura 2.2 Red de una línea de espera con varias colas.

La fuente donde se generan los clientes puede ser finita o infinita. Una *fente finita* limita a los clientes que llegan al servicio (por ejemplo, las máquinas que piden el servicio de mantenimiento). También, una *fente infinita* es abundante por siempre (por ejemplo, las llamadas que tengan a una central telefónica)

Las variaciones de los elementos de un caso de colas dan lugar a diversos modelos de colas.

Una notación cómoda para resumir las características de la cola es la que tiene el siguiente formato:

$$(a/b/c):(d/e/f)$$

En donde

a = *Distribución de las llegadas*

b = *Distribución de las Salidas* (o del tiempo de servicio)

c = *Cantidad de servidores en paralelo* (= 1, 2, ..., ∞)

d = *Disciplina de la cola*

e = *Cantidad máxima* (finita o infinita) *admisibile en el sistema* (en la cola más en servicio)

f = *Tamaño de la fuente* (finito o infinito)

Las notaciones normales o estándar para representar las distribuciones de llegadas y de salidas (símbolos a y b) son:

M = *Distribución de Markov* (o de Poisson) de las llegadas o de las salidas (o lo que es igual, distribución exponencial del tiempo de servicio)

D =*Tiempo constante* (determinístico)

$E_k =$ *Distribución de Erlang* o gamma del tiempo (o bien, la suma de distribución exponenciales independientes)

$GI =$ *Distribución general del tiempo entre llegadas*

$G =$ *Distribución general del tiempo de servicio*

Entre la notación de disciplinas de cola (símbolo d) están:

$PLPS =$ *Primero en llegar, primero en ser servido*

$ULPS =$ *Último en llegar, primero en ser servido*

$SEOA =$ *Servicio en orden aleatorio*

$DG =$ *Disciplina en general* (es decir, cualquier tipo de disciplina)

Para ilustrar el empleo de la notación, el modelo $(M/D/10):(DG/20/\infty)$ usa llegadas de Poisson (o tiempo de llegadas exponencial), tiempo constante de servicio y 10 servidores en paralelo. La disciplina de la cola es DG y hay un límite de 20 clientes en todo el sistema. El tamaño de la fuente desde donde llegan los clientes es infinito.

Como nota histórica, los primeros tres elementos de la notación (a/b/c) fueron inventados por D.G. Kendall en 1953, y en las publicaciones se llaman notación Kendall. Después, en 1966, A. M. Lee agregó los símbolos d y e . Hamdy A. Taha agrega el último elemento, el símbolo f , en 1968.

Aquí se formula un modelo general de cola donde se combinan llegadas y salidas, basándose en la hipótesis de Poisson: los tiempos entre llegadas y servicios tienen una distribución exponencial. El modelo es la base para deducir el modelo de Poisson.

El desarrollo del modelo generalizado se basa en el comportamiento a largo plazo, o *de estado estable*, de la cola, que se alcanza después de que el sistema ha estado funcionando

durante un tiempo suficientemente largo. Esta clase de análisis contrasta con el comportamiento *transitorio* (de calentamiento) que prevalece durante el inicio del funcionamiento del sistema.

Una razón para no describir el comportamiento transitorio en su complejidad analítica. Otra es que el estudio de la mayor parte de los casos de líneas de espera sucede bajo condiciones de estado estable.

En el modelo generalizado supone que las frecuencias tanto de llegadas como de salida *dependen del estado del sistema*, y eso quiere decir que dependen de la cantidad de clientes en la instalación de servicio. Por ejemplo en la caseta de cobro de una autopista, los empleados tienden a acelerar el cobro durante las horas pico. Otro ejemplo se da en un taller, con determinada cantidad de máquinas, cuando disminuye la frecuencia de descomposturas, cuando aumenta la cantidad de máquinas descompuestas (porque sólo las máquinas que trabajan son capaces de generar descomposturas nuevas).

Se define lo siguiente:

n = Cantidad de clientes en el sistema (en la cola y en el servicio)

λ_n = Frecuencia de llegada cuando hay n clientes en el sistema

μ_n = Frecuencia de salida cuando hay n clientes en el sistema

p_n = Probabilidad de estado estable de que haya n clientes en el sistema

El modelo generalizado define a p_n como función de λ_n y μ_n . Después se usan esas probabilidades para determinar las medidas de funcionamiento del sistema, como la longitud promedio de la cola, el tiempo promedio de espera y la utilización promedio de la instalación.

Las probabilidades p_n se calculan usando el *diagrama de frecuencia de transición* (o “rapidez” o “tasa” de transición) de la Figura 2.3. El sistema de cola está en el estado n cuando la cantidad de clientes en él es n . La probabilidad de que suceda más de un evento durante un

intervalo pequeño h , tiende a cero cuando $h \rightarrow 0$. Eso quiere decir que para $n > 0$, el estado n sólo puede cambiar a dos estados posibles: $n - 1$ cuando hay una salida con frecuencia μ_n , y

$n + 1$ cuando hay una llegada con la frecuencia λ_0 . Observe que μ_0 no está definida, por lo que no puede haber salidas si el sistema está vacío.

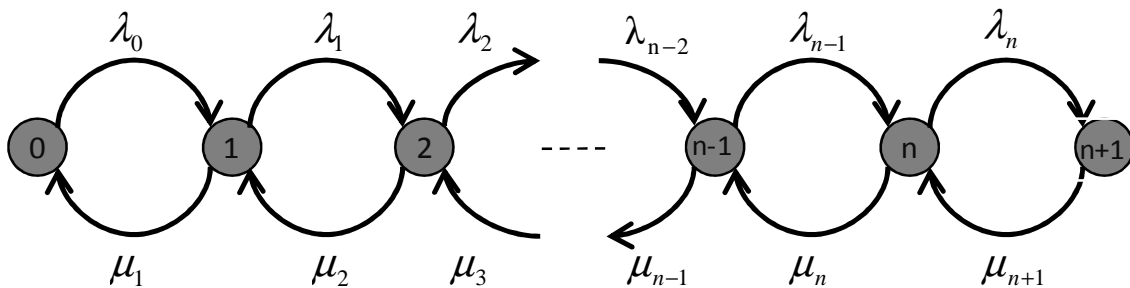


Figura 2.3 Diagrama de transición en colas de Poisson.

Bajo condiciones de estado estable, para $n > 0$, las tasas esperadas de flujo de entrada y salida del estado n deben ser iguales. Con base en el hecho de que en el estado n solo puede cambiar a los estados $n - 1$ y $n + 1$, se obtiene

$$\text{(Tasa esperada de flujo hacia el estado } n) = \lambda_{n-1} p_{n-1} + \mu_{n+1} p_{n+1}$$

De igual manera,

$$\text{(Tasa esperada de flujo que sale del estado } n) = (\lambda_n + \mu_n) p_n$$

Al igualar las frecuencias se obtiene ecuación de balance:

$$\lambda_{n-1} p_{n-1} + \mu_{n+1} p_{n+1} = (\lambda_n + \mu_n) p_n, \text{ para } n = 1, 2, \dots$$

En la Figura 2.3 se ve que la ecuación de balance asociada con $n = 0$ es

$$\lambda_0 p_0 = \mu_1 p_1$$

Las ecuaciones de balance se resuelven recursivamente en función de p_0 como sigue:

para $n=0$,

$$p_1 = \left(\frac{\lambda_0}{\mu_1} \right) p_0$$

Después, para $n=1$,

$$\lambda_0 p_0 + \mu_2 p_2 = (\lambda_1 + \mu_1) p_1$$

Se sustituye $p_1 = \left(\frac{\lambda_0}{\mu_1} \right) p_0$ y se simplifica, para obtener $p_2 = \left(\frac{\lambda_0 \lambda_1}{\mu_1 \mu_2} \right) p_0$

Se puede demostrar por inducción que, en general

$$p_n = \left(\frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \dots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \dots \mu_1} \right) p_0 \quad n = 1, 2, \dots$$

El valor de p_0 se determina con la ecuación

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$$

Antes de presentar el *problema de colas con tasa de llegada dependiente del estado del sistema* (una de las colas especializadas de Poisson) indicaremos cómo se pueden deducir las medidas de eficiencia en estado estable, para el caso de colas generalizadas, a partir de las probabilidades de estado estable p_n .

Las medidas de desempeño, eficiencia o funcionamiento de una cola son

L_s = Cantidad esperada de clientes en el *sistema*

L_q = Cantidad esperada de clientes en la *cola*

W_s = Tiempo esperado de espera en el *sistema*

W_q = Tiempo esperado de espera en la *cola*

\bar{c} = Cantidad esperada de servidores ocupados

El sistema abarca tanto a la *cola* como a la *instalación de servicio*.

Ahora indicaremos como se deducen (en forma directa o indirecta) esas medidas a partir de la probabilidad p_n de estado estable de que haya n clientes en el sistema. En forma específica.

$$L_s = \sum_{n=1}^{\infty} np_n$$

$$L_q = \sum_{n=c+1}^{\infty} (n-c)p_n$$

La relación entre L_s y W_s (también L_q y W_q) se llama **fórmula de Little**, y es la siguiente:

$$L_s = \lambda_{ef} W_s$$

$$L_q = \lambda_{ef} W_q$$

Estas relaciones son válidas bajo condiciones bastante generales. El parámetro λ_{ef} frecuencia *efectiva* de llegada al sistema. Es igual a la tasa (nominal) de llegada λ cuando todos los clientes que llegan se unen al sistema. En caso contrario, si algunos clientes no se pueden unir por que el sistema está lleno (por ejemplo, un estacionamiento), entonces $\lambda_{ef} < \lambda$.

También hay una relación directa entre W_s y W_q . Por definición

(Tiempo de espera en el sistema) = (Tiempo de espera promedio en la cola) + (Tiempo esperado de servicio)

Esto se traduce a

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Por definición, la diferencia entre la cantidad promedio en el sistema, L_s , y la cantidad promedio en la cola L_q , debe ser igual a la cantidad promedio de servidores ocupados, \bar{c} . Entonces.

$$\bar{c} = L_s - L_q = \frac{\lambda e f}{\mu}$$

Por lo anterior, entonces,

$$\text{Utilización de la instalación} = \frac{\bar{c}}{c}$$

Ahora se desprende el siguiente problema; existe una configuración de red de línea de espera donde la tasa de llegada se distribuye de manera exponencial los clientes llegan de tal manera en que se encuentran c servidores disponibles y en paralelo, los clientes reciben el servicio del servidor mas cercano a la cola y que se encuentre vacío. El cliente recibe el servicio con una tasa de servicio distribuida exponencialmente, cuando el cliente es despachado por el servidor este queda disponible y el cliente abandona el sistema. El sistema cuenta con un centinela que monitorea cuantos clientes se encuentran en el sistema y modifica la tasa de llegada y de servicio dependiendo el estado en que se encuentre el sistema, es decir, la tasa de llegada y de servicio cambian a saber de cuantos clientes se encuentren contenidos en el sistema. Se supone que la cola es infinita, por lo tanto el sistema también tiene una capacidad infinita de clientes pero no de servidores ya que estos están denotados por el parámetro c . La política de atención es, primero en llegar, primero en ser servido.

La notación Kendall que describe esta red de línea de espera es la siguiente:

$$(M/M/c) : (PLPS/\infty/\infty)$$

La Figura 2.4 muestra de la red que representa gráficamente la configuración de la línea de espera.

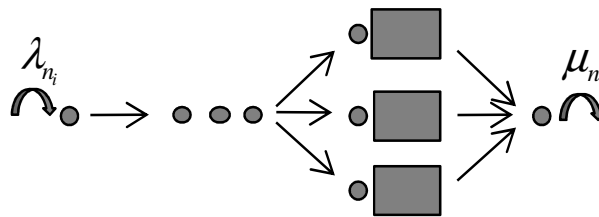


Figura 2.4 Red de una línea de espera con tasa de llegada y de servicio dependiente del estado del sistema.

Existe otra red parecida a la anterior que describe un comportamiento más realista de la línea de espera, aquí se toma en cuenta el efecto de tomar la decisión de abandonar el sistema si se ha llegado a saturar este con determinada cantidad de clientes dentro del sistema. La Figura 2.5 ilustra este hecho.

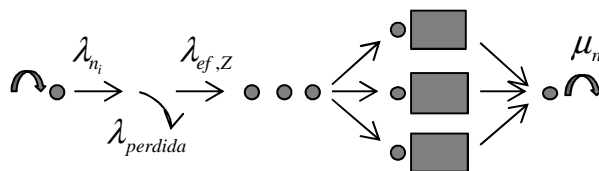


Figura 2.5 Red de línea de espera con posibilidad de abandono del cliente con tasa de llegada y de servicio dependiente del estado del sistema.

Así, con estos fenómenos de líneas de espera se requiere obtener las medidas de desempeño que nos ayuden a tomar decisiones de tipo económicas, de servicio de calidad, o la combinación de estas que nos ayuden a optimizar los sistemas de líneas de espera.

En primera estancia y como primer objetivo se diseñará un simulador que represente el comportamiento de una línea de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema.

Hasta aquí ya estamos en condiciones de presentar el *problema de colas con tasa de llegada dependiente del estado del sistema* en el capítulo siguiente.

Capítulo 3

FORMULACIÓN DEL MODELO

En este capítulo se presenta el modelo científico o matemático de un sistema de líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema se muestra la formulación y se determina la función de probabilidad p_{n_i} definida por partes y en consecuencia las múltiples funciones de transición y la complejidad de realizar los cálculos de la función de transición, justificando el hecho de simular el sistema para los diferentes cambios de las características del sistema.

3.1 MODELO $(M/M/c) : (PLPS/\infty/\infty)$ CON TASA DE LLEGADAS DEPENDIENTES DEL ESTADO DEL SISTEMA SIN POSIBILIDAD DE ABANDONO POR PARTE DE LOS CLIENTES EN LA FILA

A continuación se presenta el modelo científico que representa matemáticamente el comportamiento del sistema de línea de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema y servicio constante:

$$\lambda_{n_i} = \begin{cases} \lambda_{n_1}, & 0 \leq n_1 < l_1 \\ \lambda_{n_2}, & l_1 \leq n_2 < l_2 \\ \lambda_{n_3}, & l_2 \leq n_3 < l_3, \quad i=1,2,3,\dots,m \\ \vdots \\ \lambda_{n_m}, & l_{m-1} \leq n_m < l_m \end{cases} \quad \mu_{n_j} = \begin{cases} \mu_{n_1}, & 1 \leq n_1 < l'_1 \\ \mu_{n_2}, & l'_1 \leq n_2 < l'_2 \\ \mu_{n_3}, & l'_2 \leq n_3 < l'_3, \quad j=1,2,3,\dots,k \\ \vdots \\ \mu_{n_k}, & l'_{k-1} \leq n_k < l'_k \end{cases}$$

$$l_m \rightarrow \infty \quad \mu_{n_1} = \mu_{n_2} = \dots = \mu_{n_k} = cte$$

$$p_{n_i} = \begin{cases} \frac{\lambda_{n_1-1}\lambda_{n_1-2}\dots\lambda_0}{\mu_{n_1}\mu_{n_1-1}\dots\mu_1} p_0, & 0 \leq n_1 < l_1 \\ \frac{\lambda_{n_2-1}\lambda_{n_2-2}\dots\lambda_{n_1}}{\mu_{n_2}\mu_{n_2-1}\dots\mu_{n_1+1}} p_0, & l_1 \leq n_2 < l_2 \\ \frac{\lambda_{n_3-1}\lambda_{n_3-2}\dots\lambda_{n_2}}{\mu_{n_3}\mu_{n_3-1}\dots\mu_{n_2+1}} p_0, & l_2 \leq n_3 < l_3 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\lambda_{n_m-1}\lambda_{n_m-2}\dots\lambda_{n_{m-1}}}{\mu_{n_m}\mu_{n_m-1}\dots\mu_{n_{m-1}+1}} p_0, & l_{m-1} \leq n_m < l_m \end{cases}$$

$$L_s = \sum_{n_i=1}^{l_m} n p_{n_i} \quad W_{s,n_i} = \frac{L_s}{\lambda_{n_i}}$$

$$L_q = \sum_{n_i=c+1}^{\infty} (n_i - c) p_{n_i} \quad \bar{c} = L_s - L_q$$

$$W_{q,n_i} = \frac{L_q}{\lambda_{n_i}} \quad Utilización = \frac{\bar{c}}{c}$$

Dónde:

c = Número de servidores

l_m = Número de arribos hacia el sistema

m = Último límite de cambio para las tasas de llegada

l_i = Límites de cambio de la tasa de llegadas, $i=1,2,3,\dots,m$

i = i -ésimo rango de cambio de la tasa de llegada

l_j = Límites de cambio de la tasa de servicio, $j=1,2,3,\dots,k$

j = j -ésimo rango de cambio de la tasa de llegada

k = Último límite de cambio para las tasas de servicio

λ_{n_i} = Tasa de llegada en función de n_i

μ_{n_j} = Tasa de servicio en función de n_j

L_s = Cantidad esperada de clientes en el sistema

L_q = Cantidad esperada de clientes en la cola

W_{s,n_i} = Tiempo esperado de espera en el sistema cuando el sistema se encuentra entre n_i clientes

W_{q,n_i} = Tiempo esperado de espera en la cola cuando el sistema se encuentra entre n_i clientes

$W_{s,Z}$ = Tiempo de espera en el *sistema* cuando el sistema está saturado con Z clientes

$W_{q,Z}$ = Tiempo de espera en la *cola* cuando el sistema está saturado con Z clientes

Z = Número de clientes por el cual el sistema se satura

\bar{c} = Cantidad esperada de servidores ocupados

3.2 MODELO $(M/M/c) : (PLPS/\infty/\infty)$ CON TASA DE LLEGADAS DEPENDIENTES DEL ESTADO DEL SISTEMA CON POSIBILIDAD DE ABANDONO DE CLIENTES EN LA LÍNEA DE ESPERA

Aquí se presenta el mismo caso de la sección anterior con la excepción de que hay posibilidad de abandono de los clientes del sistema si este se encuentra saturado con Z clientes.

El modelo matemático es el siguiente.

$$\lambda_{n_i} = \begin{cases} \lambda_{n_1}, & 0 \leq n_1 < l_1 \\ \lambda_{n_2}, & l_1 \leq n_2 < l_2 \\ \lambda_{n_3}, & l_2 \leq n_3 < l_3, \quad i=1,2,3,\dots,m \\ \vdots \\ \lambda_{n_m}, & l_{m-1} \leq n_m < l_m \end{cases} \quad \mu_{n_j} = \begin{cases} \mu_{n_1}, & 1 \leq n_1 < l'_1 \\ \mu_{n_2}, & l'_1 \leq n_2 < l'_2 \\ \mu_{n_3}, & l'_2 \leq n_3 < l'_3, \quad j=1,2,3,\dots,k \\ \vdots \\ \mu_{n_k}, & l'_{k-1} \leq n_k < l'_k \end{cases}$$

$$l_m \rightarrow \infty \quad \mu_{n_1} = \mu_{n_2} = \dots = \mu_{n_k} = cte$$

$$p_{n_i} = \begin{cases} \frac{\lambda_{n_1-1} \lambda_{n_1-2} \dots \lambda_0}{\mu_{n_1} \mu_{n_1-1} \dots \mu_1} p_0, & 0 \leq n_1 < l_1 \\ \frac{\lambda_{n_2-1} \lambda_{n_2-2} \dots \lambda_{n_1}}{\mu_{n_2} \mu_{n_2-1} \dots \mu_{n_1+1}} p_0, & l_1 \leq n_2 < l_2 \\ \frac{\lambda_{n_3-1} \lambda_{n_3-2} \dots \lambda_{n_2}}{\mu_{n_3} \mu_{n_3-1} \dots \mu_{n_2+1}} p_0, & l_2 \leq n_3 < l_3 \\ \vdots \\ \frac{\lambda_{n_m-1} \lambda_{n_m-2} \dots \lambda_{n_{m-1}}}{\mu_{n_m} \mu_{n_m-1} \dots \mu_{n_{m-1}+1}} p_0, & l_{m-1} \leq n_m < l_m \end{cases}$$

$$L_s = \sum_{n_i=1}^{l_m} n p_{n_i} \quad \bar{c} = L_s - L_q$$

$$L_q = \sum_{n_i=c+1}^{\infty} (n_i - c) p_{n_i} \quad Utilización = \frac{\bar{c}}{c}$$

Cuando $l_i \geq Z$

$$\lambda_{ef,Z} = \lambda_{n_i} - \lambda_{perdida}; \quad \lambda_{perdida} = \lambda_{n_i} p_Z; \quad \lambda_{ef,Z} = (1 - p_Z) \lambda_{n_i}; \quad W_{s,Z} = \frac{L_s}{\lambda_{ef,Z}}; \quad W_{q,Z} = \frac{L_q}{\lambda_{ef,Z}}$$

En este modelo se puede observar lo siguiente:

La salida del sistema es la probabilidad de que haya n clientes en el sistema

$$P(n) = p_{n_i}$$

Su función de transición

$$H(n) = \frac{\lambda_{n_m-1} \lambda_{n_m-2} \dots \lambda_{n_m-1}}{\mu_{n_m} \mu_{n_m-1} \dots \mu_{n_m-1+1}}$$

y su entrada

$$P_0(n) = p_0$$

Los problemas encontrados en este modelo matemático se enlistan a continuación:

- Obtener la función de transición $H(n)$ (por ejemplo $m=1000$) requeriría un millón de cálculos
- Obtener p_0 requiere cálculos recursivos complejos.
- Si cambia un parámetro se tienen que realizar los cálculos de la función de transición y de p_0
- No muestra factibilidad ni utilidad al obtener solo respuestas en el estado estable ya que se tienen tomar decisiones inmediatas en la vida real y la mayoría de estos sistemas rara vez llegan al estado estable y siempre se puede observar el estado transitorio

Una manera de paliar estos problemas es simular el sistema por medio de un simulador de líneas de espera.

La metodología, el diseño y la construcción del prototipo de simulador denominado LENHDES se muestra en los siguientes capítulos.

Capítulo 4

METODOLOGÍA

En este capítulo se presentan las características de un simulador de líneas de espera y se especifican las que se incluirán en el prototipo de simulador, además, se expone el proceso de diseño y construcción que se siguió para el obtener el prototipo de simulador LENHDES.

La definición de las características de una línea de espera servirá para describir el comportamiento de la mayoría de los sistemas de líneas de espera que el prototipo de simulador tendrá que representar.

El proceso de diseño y construcción se describe como referencia para desarrollar simulaciones de líneas de mayor o menor complejidad y con otras políticas de comportamiento que la simulada en esta tesis.

4.1 PROCESO BÁSICO Y SUS CARACTERÍSTICAS

El proceso básico supuesto por la mayoría de los modelos es el siguiente: Los clientes que requieren servicio se generan en el tiempo en una *f fuente de entrada*. Luego entran al sistema con una *t tasa de llegada* y se unen a la *cola*. A continuación, se lleva a cabo el *servicio* que el cliente requiere mediante una regla conocida como *disciplina de la cola* y por último el cliente sale del sistema de colas quedando determinado el número de clientes en el sistema llamado en el lenguaje formal de sistemas de líneas de espera como *estado del sistema*. En la Figura 1.2 se describe este proceso.

Las palabras en cursiva del párrafo anterior representan las características que debe cumplir una línea de espera básica para describir su comportamiento. A continuación se describen estas y algunas otras que se tomarán en cuenta para el diseño y simulación de nuestra línea de espera L_{ENHDES}.

4.1.1 NATURALEZA DE LAS LLEGADAS

La distribución de llegada que se incluye en el simulador de líneas de espera L_{ENHDES} es exponencial, además esta tasa cambia dependiendo de cuantos clientes existan en el sistema. Pero existen distribuciones que son usadas con frecuencia para definir los tiempos entre llegadas de los clientes al sistema y quedan como propuesta para incluirse en esta plataforma. Son:

- Exponencial, Erlang,
- Binomial,
- Determinista,
- Constante,
- General.

Considerar también llegadas de varios clientes al sistema de manera simultánea (en grupo).

4.1.2 TASA DE SERVICIO

La tasa de servicio usada en el simulador L_{ENHDES} se considera que es de tipo exponencial y no cambia a medida que cambia el tiempo de simulación. Las otras distribuciones quedan como propuesta para que se incluyan en esta plataforma. Son:

- Exponencial, Erlang,
- Binomial,
- Determinista,
- Constante, General.

4.1.3 DISCIPLINA DE LA FILA

La disciplina de la fila se refiere al criterio que se utiliza para determinar cuál es el siguiente cliente que será atendido por el servidor una vez que esté desocupado.

Los más frecuentes son:

- FIFO, es decir, los clientes se atienden en el mismo orden que llegaron al sistema.
- LIFO, en el cual los clientes se atienden en el orden inverso al que llegaron al sistema.
- Pr, Asignando prioridades a los clientes.
- SIRO, Servir en orden aleatorio.
- SPT, Servir primero a los que toma menos tiempo en servir.
- SIM, Servir a todos los clientes de manera simultánea.
- BATCH, Servir a los clientes por grupos.

Se sugiere se incluyan al menos estas disciplinas de la fila para permitir una amplia gama de posibilidades para los administradores de los sistemas de líneas de espera. Sin embargo el simulador LENHDES sigue una disciplina de tipo FIFO para la simulación de esta tesis.

4.1.4 COMPORTAMIENTO DE LOS CLIENTES

El comportamiento de los clientes dentro del sistema o justo antes de entrar puede afectar de una manera importante los parámetros de desempeño del sistema. El comportamiento de los clientes dentro del sistema LENHDES es de tal manera que no se les permite salir del sistema una vez que ingresaron excepto cuando se les ha terminado de proporcionar el servicio. Además los clientes permanecen en una única fila con disciplina FIFO hasta que les toque el turno de pasar a los servidores que se encuentran en paralelo, una vez que entraron al área de servicio no se les permite cambiar de servidor.

Se sugiere que se incluyan en la plataforma los comportamientos siguientes:

- Si decide entrar o no al sistema, dependiendo del estado del mismo y/o de su capacidad.
- Si se permite o no salirse del sistema después de esperar un rato en la fila.
- Si se permite o no cambiar de fila.

4.1.5 ATRIBUTOS DE LOS CLIENTES

Dependiendo del sistema, un cliente puede tener diferentes atributos.

Por ejemplo, en un supermercado, el número de productos que compra, en el área de emergencias de un hospital, la gravedad del paciente, etc.

La distribución de cada una de estos atributos puede en algunos casos ser conocida y el administrador puede querer incluirla en la simulación de su sistema.

Las que se pueden incluir en estos casos son:

- General,
- Determinista,
- Constante.

4.1.6 CAPACIDAD DEL SISTEMA

El sistema se debe considerar con capacidad finita cuando el número de clientes que pueden estar dentro de él es constante y conocido.

Cuando el número de clientes que pueden estar en el sistema puede crecer tanto como se requiera, entonces el sistema se modelará como un sistema con capacidad infinita. El simulador LENHDES es de capacidad infinita pero se debe permitir cambiar con facilidad a cualquiera de los dos casos.

4.1.7 MECANISMO DE SERVICIO

El mecanismo de servicio se refiere a la forma como se acomodan los servidores en el sistema para atender a los clientes.

Es posible encontrar sistemas con un único servidor, sistemas con varios servidores arreglados en paralelo, como ocurre en los supermercados o en los bancos, un único arreglo de servidores en serie como en las oficinas de gobierno al tramitar una licencia de conducir, o un arreglo de servidores de p servidores en paralelo y s en serie. El simulador LENHDES toma en cuenta que el arreglo de servidores p es en paralelo siguiendo una política igual a la de las “cajas rápidas” de los supermercados.

4.1.8 TAMAÑO DE LA POBLACIÓN

El sistema se debe considerar con capacidad finita cuando el número de clientes que pueden estar dentro de él es constante y conocido.

Cuando el número de clientes que pueden estar en el sistema puede crecer tanto como se requiera, entonces el sistema se modelará como un sistema con capacidad infinita.

El simulador debe permitir la simulación de sistemas que trabajen en cualquiera de estos casos.

4.1.9 VISUALIZACIÓN

El simulador está dividido en partes ordenadas de tal manera que se visualice el área disponible para ingresar los datos de entrada como son el límite superior de número de clientes donde cambiará la tasa de llegada dependiendo del cambio en el estado del sistema, una zona donde se ingresa el valor de cambio de la tasa de llegada o servicio y un espacio reservado para visualizar todos los datos que se vayan incluyendo en la configuración del sistema de línea de espera, también debe haber un espacio para ingresar los límites de cambio de tasa de servicio que

dependen del estado del sistema por si se requiere que el sistema sea simulado como una línea de espera con tasa de llegada o de servicio dependiendo del estado del sistema.

Debe existir un apartado donde se visualice, en tiempo de simulación, el proceso de llegadas, servicio y salidas y como van cambiando las medidas de desempeño para que el tomador de decisiones obtenga de manera instantánea datos que le puedan ayudar a tomar decisiones con criterio; tales como, si es suficiente el tiempo de la corrida o los datos son útiles en ese instante desde un punto de vista estadístico, o se deben cambiar los parámetros de entrada para corregir la configuración inicial y la simulación se realice de manera correcta. Otros datos como el tiempo de simulación, el tiempo real de proceso van en este apartado.

Deberá haber un espacio donde se visualicen las medidas de desempeño que el tomador de decisiones juzgue necesario obtener del sistema que se está simulando. Estas medidas se describen en la sección siguiente de este capítulo.

Por último se debe visualizar en el software de simulación, una gráfica de línea que presente las medidas de desempeño contra el tiempo, para poder obtener información del comportamiento del sistema a medida que transcurre el tiempo de simulación.

4.1.10 REPORTE

Diferentes administradores están interesados en distintos aspectos de su sistema. En el caso del simulador LENHDES se requieren las siguientes medidas de desempeño:

- Número promedio de clientes en el sistema
- Número promedio de clientes en la cola
- Número promedio de clientes en los servidores
- Número de clientes promedio en la sistema máximo y la hora a la que ocurrió
- Número de clientes promedio en el cola máximo y la hora a la que ocurrió
- Número de clientes promedio en los servidores y la hora a la que ocurrió
- Tiempo promedio de espera en fila del cliente

- Tiempo promedio de un cliente en el sistema
- Tiempo promedio de espera en la fila del cliente y la hora a la que ocurrió
- Tiempo promedio de espera en el sistema del cliente y la hora en la que ocurrió
- La utilización
- La utilización máxima en el sistema y la hora en la que ocurrió
- El tiempo total de operación del sistema de acuerdo a la simulación.
- El tiempo total que se requirió para que el simulador hiciera el procesamiento.

El simulador debe dar una amplia gama de posibilidades de reportes. El usuario debe poder indicar qué variables incluir en el reporte final de la simulación.

Entre las variables y estimadores que el administrador pudiera requerir están:

- Fracción del tiempo que el servidor está ocioso
- Fracción del tiempo que el número de clientes en el sistema es 0, 1, 2, etc. (sistemas con un único servidor)
- Gráfica de la distribución del número de clientes en el sistema (sistemas con varios servidores).
- Fracción del tiempo en que la fila promedio en el sistema es mayor a un valor $k \in N$, dado.
- El tiempo promedio entre arribos calculado a partir de los valores de los tiempos entre llegadas generado por el simulador.
- Fracción de los clientes que abandona el sistema debido a que alcanzó el nivel máximo de molestia.
- Fracción de los clientes que se pierden debido a la capacidad del sistema.
- Fracción de los clientes que deciden no entrar al sistema debido a su estado a la hora a la que llegan al mismo.

4.1.11 OTRAS CONSIDERACIONES

Cada reporte debe incluir los datos del sistema: número de servidores y cómo están arreglados, disciplina de la fila, los rangos del número de clientes la tasa en función del estado del sistema $\lambda(n)$, capacidad del sistema, etc.

Para facilitar la simulación de sistemas reales el simulador debe permitir la visualización de los parámetros de entrada y poder modificarlos a consideración del administrador de sistemas además en el reporte se debe de considerar la opción de visualizar las graficas de línea de las medidas de desempeño para tener de manera inmediata información general de como se comportó el sistema durante la simulación.

El prototipo de simulador debe considerar la opción de poder ingresar tasas de llegada y tasas de servicio diferentes al estado del sistema es decir las tasas del sistema deben poder cambiarse a medida de las necesidades del administrador. Se podrían ingresar las siguientes tasas.

- Tasa de llegada dependiente del tiempo¹ $\lambda(t)$.
- Tasa de servicio dependiente del tiempo $\mu(t)$.

4.2 PROCESO DE DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN

La *primera fase* es representar en lenguaje icónico un sistema de líneas de espera general que contenga los elementos básicos; fuente, cola, servidores en serie – paralelo y un sumidero de clientes. La Figura 4.1 representa este primer paso para el diseño.

¹ Efraín Soto, Apolinar. (2010). **Simulación de una Línea de espera no homogénea**, Tesis de Maestría, México: Universidad Autónoma de Nuevo León.

En el proceso de diseño y construcción se usan los bloques de los sistemas de control de la teoría de control moderna como herramienta de análisis para representar nuestro sistema de líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema $\lambda(n_i)$.

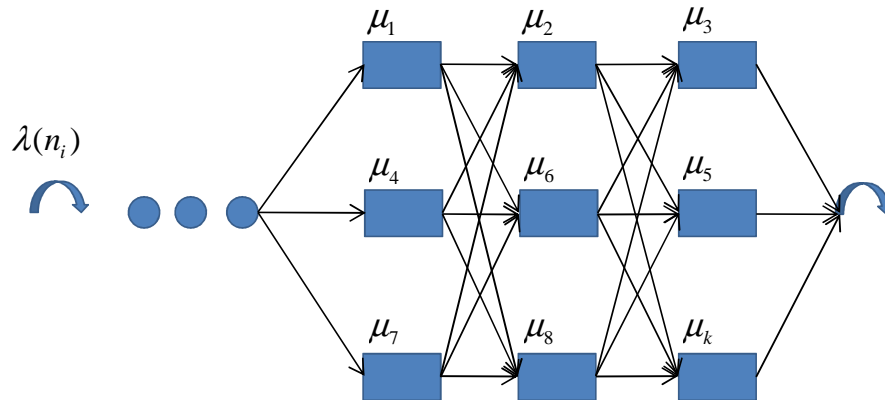


Figura 4. 1 Sistema de línea de espera configuración mixta serie-paralelo.

Después se generaliza este sistema, se abstrae y encapsula como un solo bloque de control, para que se admitan “señales de consigna” que representan las entradas o los estímulos para que el sistema reaccione. Son la tasa de llegada y el estado del sistema. La Figura 4.2 muestra los puntos sumadores que comparan los datos o señales de entrada con el estado actual del sistema el punto sumador que se encuentra antes de la fuente, compara la señales de entrada que es el i -ésimo límite de cambio para la tasa de llegada l_i hacia el sistema, con el número de clientes n dentro del sistema y manda una señal actualizada hacia la fuente con la nueva tasa de llegada.

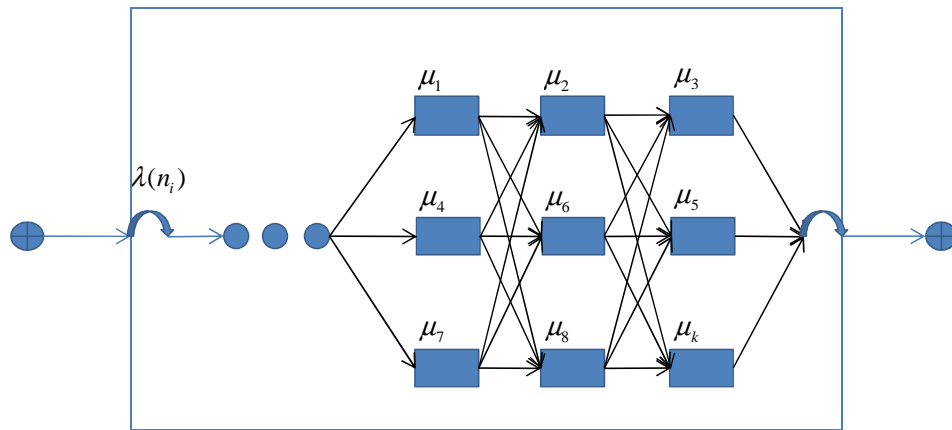


Figura 4. 2. Sistema encapsulado como bloque de proceso.

El punto sumador que se encuentra después del sumidero verifica que haya salido un cliente del sistema y actualiza los datos salida de manera instantánea. Manda de regreso al primer sumador, información de la tasa de llegada $\lambda(n_i)$, tasa de servicio $\mu(n_j)$ y número de clientes en el sistema n , además proporciona información estadística al administrador del sistema. La Figura 4.3 muestra como lo hace.

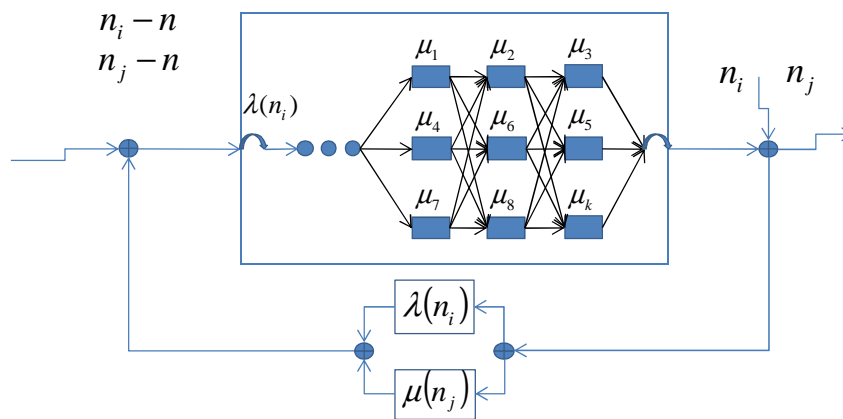


Figura 4. 3 Sistema de línea de espera gobernado por el estado del sistema.

El estudio de la líneas de espera trata de cuantificar el fenómeno de esperar formando colas, mediante las medidas representativas de eficiencia, como la longitud promedio de la cola L_q , el tiempo promedio de espera en ella W_q , la utilización promedio \bar{c} , etc. Estas medidas de eficiencia se pueden calcular con un modelo teórico como se vio en el capítulo 3 cuando se formuló el modelo matemático, sin embargo representa un problema de cálculo y de

reformulación del modelo cuando el sistema de líneas de espera tiene cambios en su política de comportamiento ya que cambian las características del sistema como pueden ser, una cambio en la disciplina de la fila, agregar o quitar servidores, la capacidad del sistema entre otros cambios que redefinen las características de la línea de espera.

Existe otro problema más complicado de resolver y es el hecho de que las medidas de desempeño están dadas en el estado estable y la mayoría de los sistemas de líneas de espera no llegan al estado estable por lo que se hace muy difícil si no imposible predecir su comportamiento, entonces es cuando se toma la decisión de simular para observar el comportamiento del sistema en estado inestable o en estado de transición y en su etapa estable.

La Figura 4.4 muestra el estado de transición desde tiempo 0 hasta el tiempo 1500 donde el sistema se empieza a estabilizar.

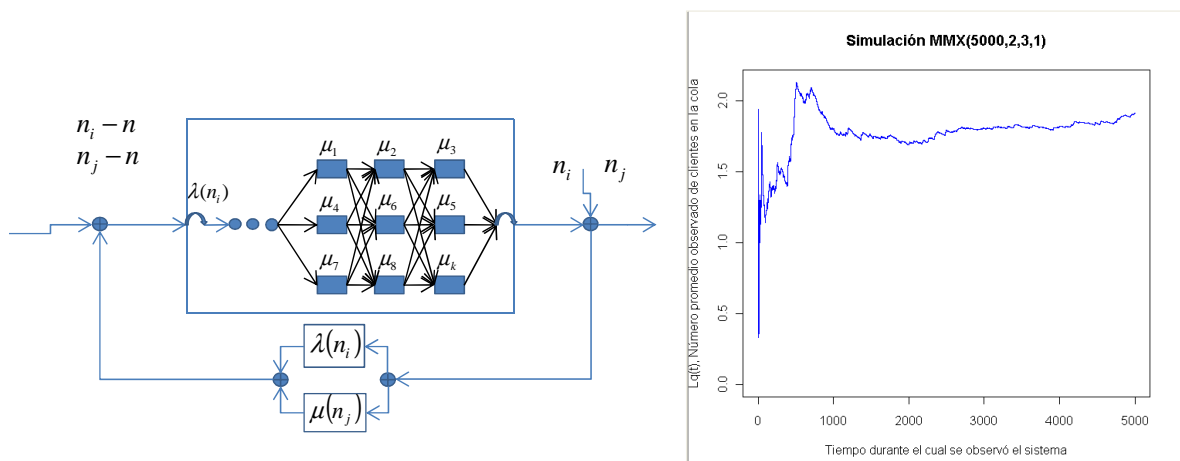


Figura 4.4 Observación de un sistema de línea de espera en estado estable.

Nuestro prototipo de simulador LENHDES simulará sistemas de líneas de espera con tasa de llegadas y de servicio dependientes del estado del sistema. La Figura 4.5 representa el modelo icónico final para terminar la *primera fase* de diseño.

El prototipo de simulador requiere de las siguientes entradas.

- EL número de rangos m definidos
- por los límites de cambio de tasa cambio l_i

- hasta el límite de cambio l_m
- para la tasa de llegada $\lambda(n_i)$

De manera opcional se pueden ingresar las siguientes entradas.

- EL número de rangos k definidos
- por los límites de cambio de tasa cambio l_j
- hasta el límite de cambio l_k
- para la tasa de servicio $\mu(n_j)$

La otra alternativa es configurar una tasa de servicio igual para todos los servidores, es decir que no dependa del estado del sistema, matemáticamente se diferencian de la siguiente manera:

$$\mu = cte \text{ y } \mu(n_j) = \text{variable que depende del estado del sistema.}$$

Un sistema de una línea de espera diseñada como un sistema de control donde se observa la señal de consigna, y dos sensores que monitorean de manera constante el estado del sistema se muestra en la siguiente Figura.

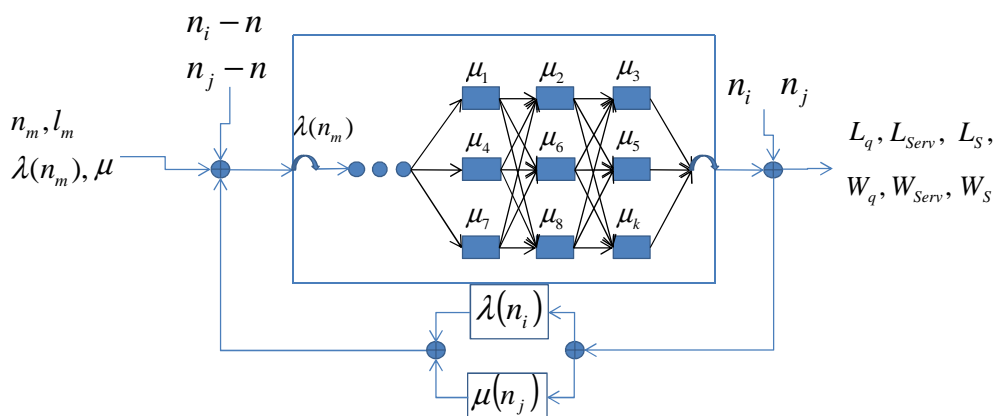


Figura 4.5. Sistema de línea de espera gobernado por la tasa de llegada y la tasa de servicio dependientes del estado del sistema.

La *segunda fase* consiste en cotejar el *modelo icónico* y el *modelo teórico* para poder obtener todos los actores principales y definidos para diseñar un diagrama de flujo que permita obtener el algoritmo del prototipo de simulador LENHDES . De esta manera se observa lo siguiente.

1. El modelo icónico sugiere que se monitoree el estado del sistema n por cada salida de clientes y se actualice.
2. Que se actualicen las variables de salida $L_q, L_s, L_{s_{erv}}, W_q, W_s, W_{s_{erv}}, \bar{c}$, para cada cliente que sale del sistema.
3. El modelo teórico sugiere que se calcule la probabilidad de que haya n_i clientes en el sistema p_{n_i} y se
4. obtenga una *estructura cognoscitiva* que se materialice en
5. un *diagrama de flujo*.

Para obtener la probabilidad de que haya n clientes en el sistema p_{n_i} se suman los fragmentos donde existen 1, 2, 3,... ..., ∞ clientes en el sistema y se dividen entre el *tiempo de simulación* T . La Figura 4.6 muestra como se obtiene esta probabilidad.

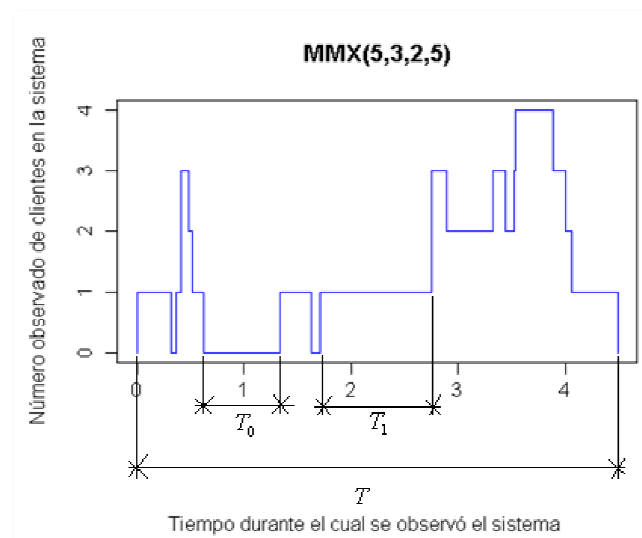


Figura 4.6. Gráfica del número observado de clientes en el sistema.

La gráfica 4.6, es de utilidad para calcular la probabilidad de que se encuentren n número de clientes en el sistema. Gráficas con comportamiento similar sirven para calcular las probabilidades para el número de clientes en los servidores y en la cola. La ecuación para obtener p_{n_i} es la siguiente:

$$p_{n_i} = \sum_{n_i=0}^{n_i=\infty} \frac{T_{n_i}}{T}$$

Donde:

p_{n_i} = Probabilidad de que se encuentren n_i clientes en el sistema

T_{n_i} = Tiempo en que se encuentran n_i clientes en el sistema

T = Tiempo de simulación.

El diagrama de flujo que se obtiene para iniciar la programación del prototipo del simulador LENHDES es el que se muestra en la Figura 4.7 y de esta manera se termina la *segunda fase* de diseño.

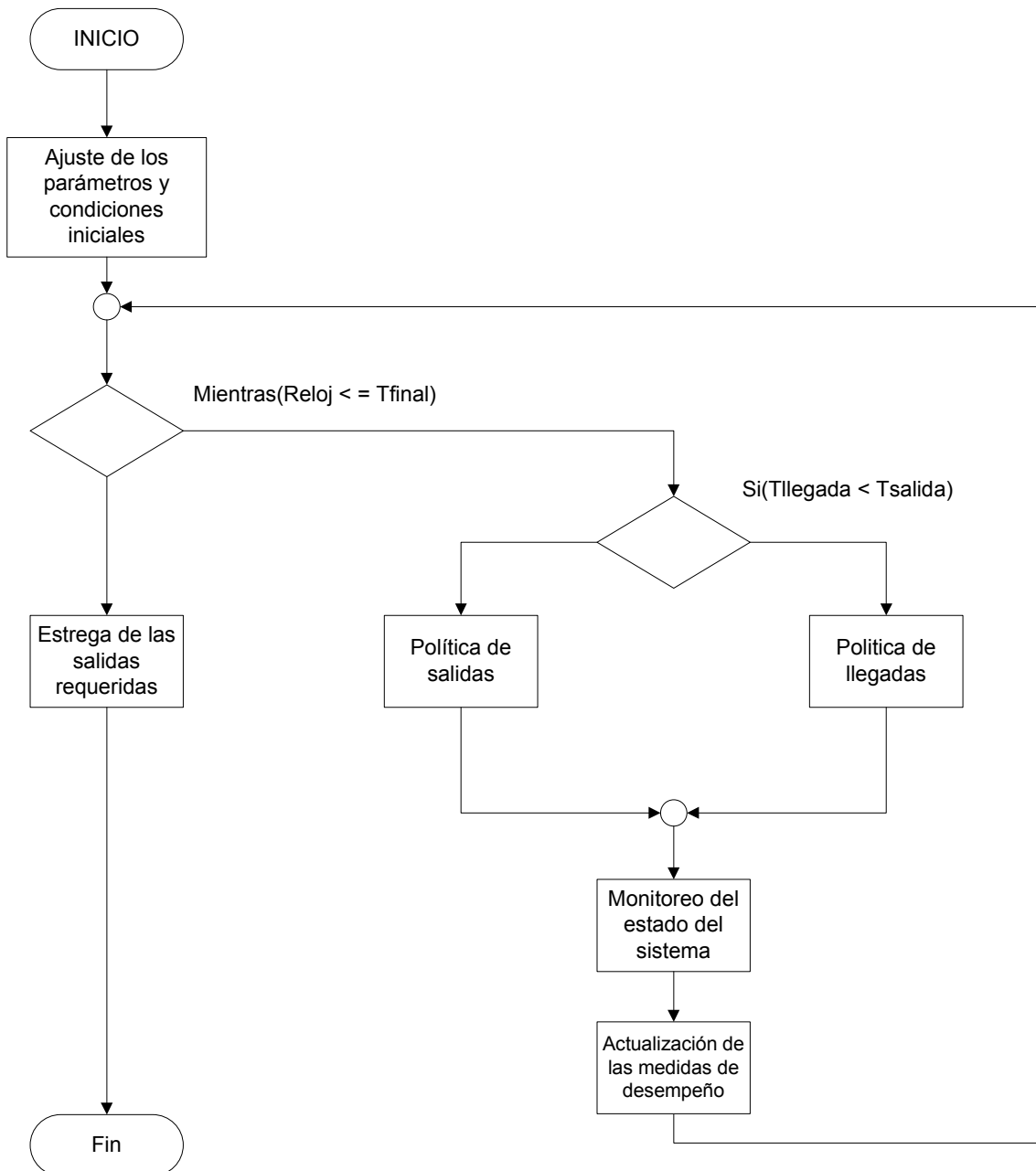


Figura 4.7. Diagrama de flujo de un sistema de líneas de espera básico.

La *tercera fase* y última consiste en diseñar el programa que represente la política de comportamiento definida con las características de la sección 4.1 a la sección 4.1.11, con la plataforma de programación orientada a objetos, *Visual C#*. El diagrama de flujo junto con su código se muestra en el apéndice B.

4.3 PROTOTIPO DE SIMULADOR LENHDES

Esta sección describe el trabajo que se realizó para construir el simulador el cual le hemos estado llamando LENHDES.

El prototipo simula líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema $\lambda(n_i)$ donde λ representa la tasa de llegadas y los tiempos entre llegada es una variable aleatoria distribuida de manera exponencial, n es una variable que representa número de clientes que existen dentro del sistema y es llamada estado del sistema.

El prototipo trabaja con c servidores arreglados en paralelo, el tiempo de servicio t es una variable aleatoria distribuida de manera exponencial con parámetro constante y conocido μ .

El prototipo LENHDES incluye la opción de simular el sistema con tasa de servicio dependiente del estado del sistema, es decir, que el parámetro μ no sea constante pero si conocido ya que se ingresa como parámetro de entrada en el prototipo, denominando al sistema como: “Línea de espera no homogénea con tasa de servicio dependiente del estado del sistema $\mu(n_j)$ ”.

Cuando el cliente ingresa al sistema desde la fuente se forma en la única fila que hay en el sistema. La disciplina de la fila es de tipo FIFO, es decir, el cliente que ingresa primero al sistema es el primer cliente que ingresa a los servidores. El cliente que parte de la fila e ingresa al área de servidores lo hace de tal manera que llega al servidor disponible más cercano a la fila. El sistema simulado tiene capacidad infinita. La cantidad de clientes potenciales que pueden llegar al sistema se forman en la fila con capacidad infinita.

Para utilizar el servidor se deben ingresar los datos descritos anteriormente, además:

- *límite superior de la tasa de llegada l_i ,*
- *límite superior de la tasa deservicio l_j*
- *Número de servidores,*
- *Tiempo final de la simulación,*
- *Longitud del tiempo a mostrar en la gráfica*

Y las opciones para graficar:

- *L_q vs t*
- *L_s vs t*
- *L_{serv} vs t*
- *W_q vs t*
- *W_s vs t*
- *W_{serv} vs t*
- *C_{Barra} vs t*
- *utilización vs t*

La Figura 4.8 muestra la interfaz gráfica del simulador diseñado y construido completamente en la plataforma de software de desarrollo Visual C# de Microsoft ©, la corrida simulada es con 100 tasas de llegada dependientes del estado del sistema conocidas y 200 tasas de servicio dependientes del estado del sistema conocidas, además muestra la gráfica L_q vs t .

La Figura 4.9 muestra la interfaz con la misma corrida de la Figura anterior con la gráfica W_q vs t .

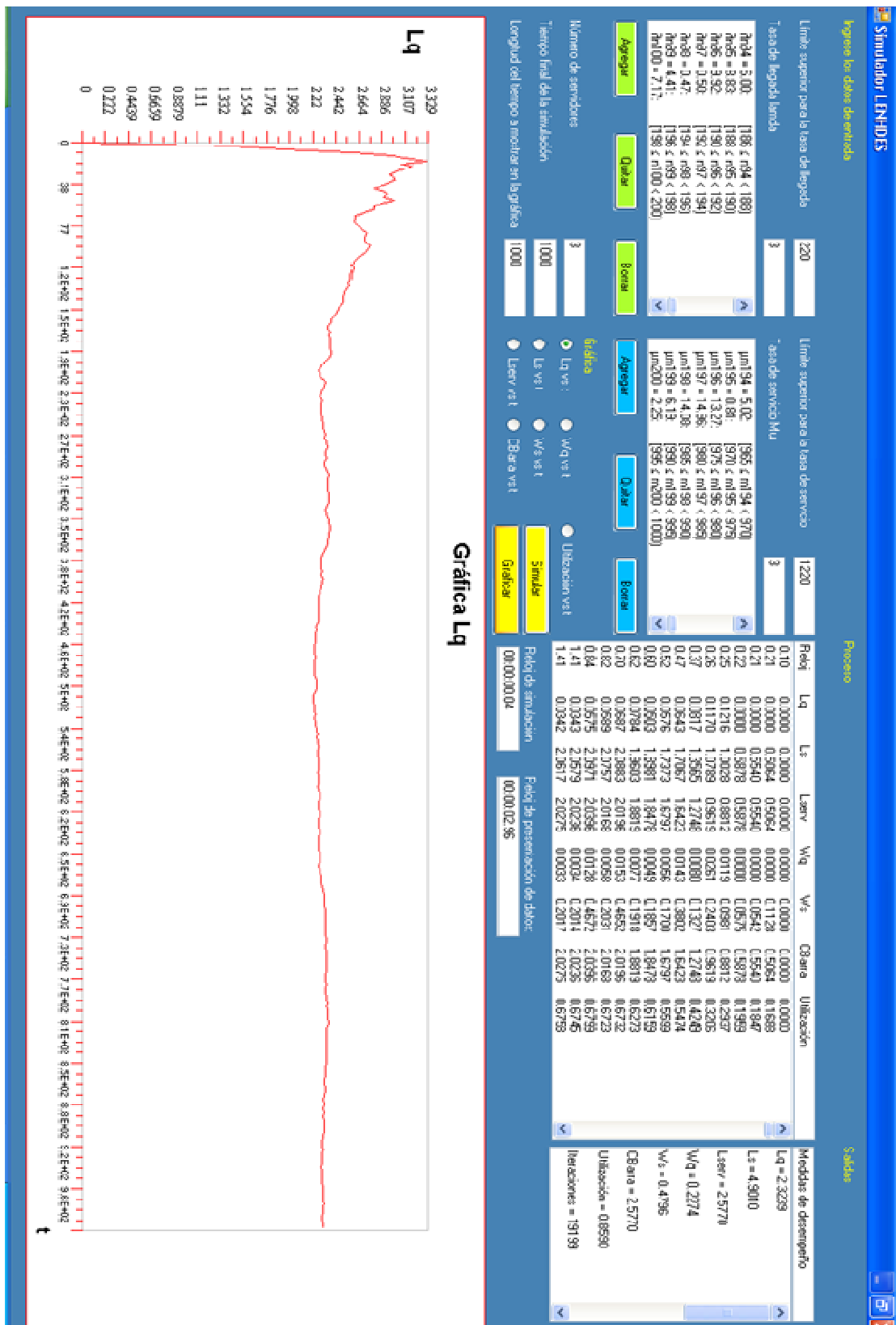


Figura 4.8 Interfaz gráfica simulador LENCHDES gráfica L_q vs t .

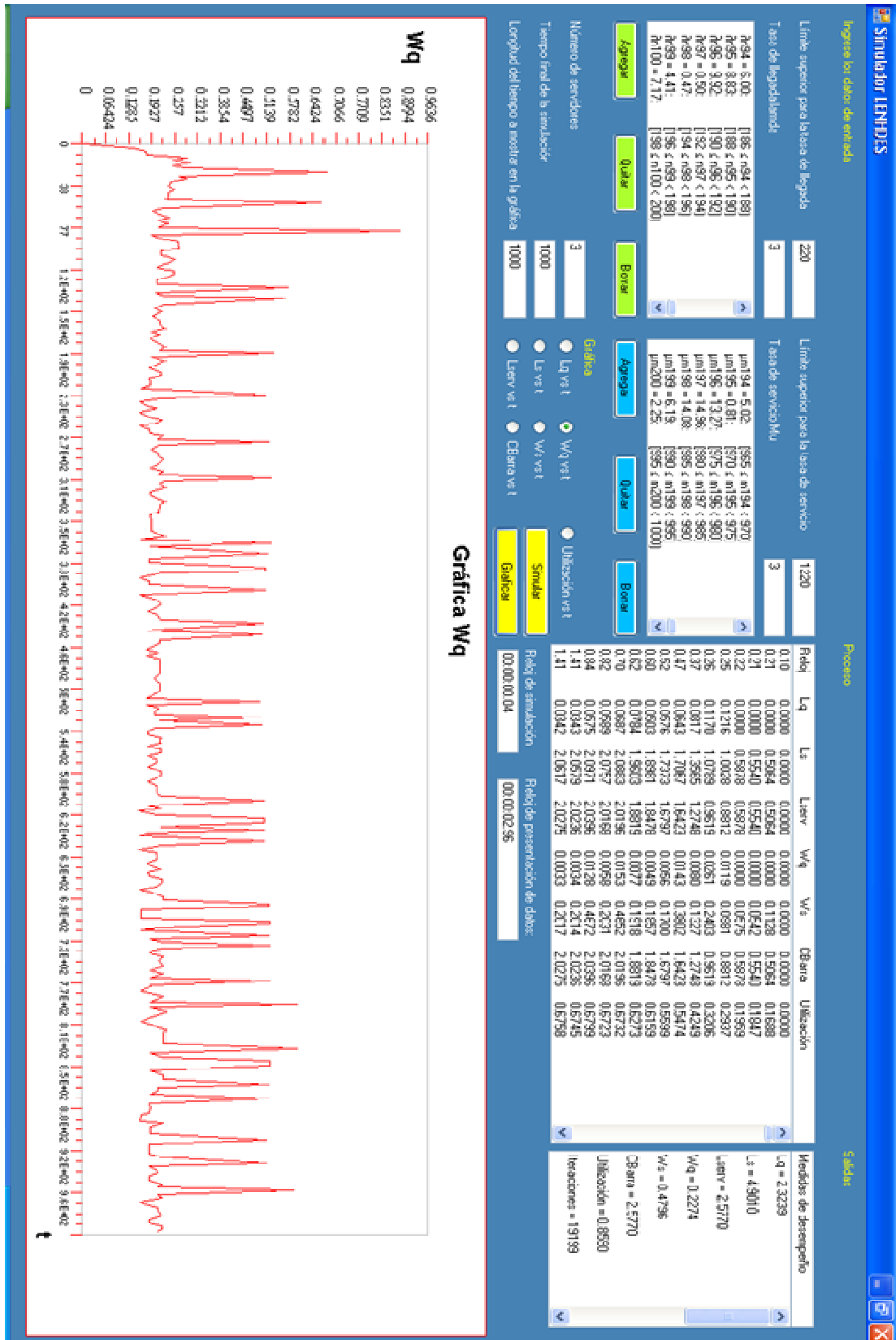


Figura 4.9 Interfaz gráfica simulador LENDHDES gráfica Wq vs t .

Capítulo 5

ANÁLISIS DE DATOS Y RECOMENDACIONES

En este capítulo se lleva a cabo la validación del modelo por el método de rastreo y aplicando un diseño experimental que implica dos aspectos, el diseño del experimento y el análisis estadístico de los datos². El método de rastreo consiste en verificar el correcto funcionamiento del sistema, analizando el comportamiento así como la interacción entre los elementos que integran el sistema, estos son; *la fuente, los clientes, la fila, los servidores y el sumidero*.

El diseño experimental se lleva a cabo con el fin de validar estadísticamente el *prototipo* LENHDES con el objetivo de obtener un criterio cuantitativo para validarlo como *simulador* LENHDES y abandone el estado de prototipo.

5.1 VALIDACIÓN POR RASTREO

Hay diferentes situaciones en que un sistema de líneas de espera con tasa de llegadas dependiente del estado del sistema puede encontrarse y para verificar que el sistema funcione de manera correcta se realiza un *rastreo* del sistema para revisar todas las situaciones en que este puede encontrarse.

Validar el prototipo del simulador por el *método de rastreo* lleva a una conclusión de carácter cualitativo del sistema y su comportamiento, esto se hace observando si los elementos que lo integran están trabajando de manera correcta en diferentes momentos a medida que se van generando la actividades dentro del sistema, es decir, si la reacción de los elementos a

² Para más detalles del diseño experimental ver el Apéndice A.

ciertos estímulos de entrada es la esperada, por ejemplo si el sistema se encuentra vacío quiere decir que tanto los servidores como la fila se encuentran sin clientes, luego llega el primer cliente a solicitar un servicio el cliente no tiene que esperar en la fila ya que todos los servidores están disponibles, aun mas, el cliente debe ingresar al servidor más cercano a la fila y no a los otros aunque estos se encuentren disponibles.

A continuación se muestran todas las situaciones previstas detectadas en el *rastreo*, su detección y correcto funcionamiento se entrega en un reporte disponible en la Tabla 5.1.

- *Sistema vacío*

Primer cliente ingresa al sistema no se forma en la fila y llega a ser servido por el servidor *S1* (eventos 1 – 2, 12 – 13, 20 – 21, 26 – 27, 32 – 33 y 38 de la columna *Count*).

- *Sistema en proceso de llenado de manera ordenada*

Los clientes siguen ingresando al sistema hasta llenarlo en este punto pueden presentarse dos situaciones:

1. Los servidores se llenan y hay un *desborde de clientes* que se recibirán en la fila *C* (eventos 2 → 4).
2. Los servidores se llenan pero no hay desborde de clientes y se vuelve a vaciar por lo menos un servidor (eventos 22 → 24, 28 → 30 y 34 → 36).

- *Fila del sistema creciendo con capacidad infinita*

El área de servicio se llena con todos los servidores dando servicio y los clientes se ven obligados a formarse en la fila (eventos 5 → 6).

[]	Count	C	S1	S2	S3	NCliSer	NCliSis	VTE	VTI	VTSS1	VTSS2	VTSS3
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0
1	2	0	1	0	0	1	1	0.1	0.2	0.5	0	0
2	3	0	1	1	0	2	2	0.2	0.3	0.5	0.6	0
3	4	0	1	1	1	3	3	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
4	5	1	1	1	1	3	4	0.4	0.45	0.5	0.6	0.7
5	6	2	1	1	1	3	5	0.45	1	0.5	0.6	0.7
6	7	1	1	1	1	3	4	0.5	1.1	0.8	0.6	0.7
7	8	0	1	1	1	3	3	0.6	1.5	0.8	0.9	0.7
8	9	0	1	1	0	2	2	0.7	1.6	0.8	0.9	0
9	10	0	0	1	0	1	1	0.8	1.65	0	0.9	0
10	11	0	0	0	0	0	0	0.9	1.71	0	0	0
11	12	0	1	0	0	1	1	1	1.72	1.05	0	0
12	13	0	0	0	0	0	0	1.05	1.73	0	0	0
13	14	0	1	0	0	1	1	1.1	1.77	1.7	0	0
14	15	0	1	1	0	2	2	1.5	1.78	1.7	1.55	0
15	16	0	1	0	0	1	1	1.55	1.79	1.7	0	0
16	17	0	1	1	0	2	2	1.6	1.84	1.7	1.68	0
17	18	0	1	1	1	3	3	1.65	1.85	1.7	1.68	1.67
18	19	0	1	1	0	2	2	1.67	1.86	1.7	1.68	0
19	20	0	1	0	0	1	1	1.68	1.9	1.7	0	0
20	21	0	0	0	0	0	0	1.7	-	0	0	0
21	22	0	1	0	0	1	1	1.71	-	1.74	0	0
22	23	0	1	1	0	2	2	1.72	-	1.74	1.75	0
23	24	0	1	1	1	3	3	1.73	-	1.74	1.75	1.76
24	25	0	0	1	1	2	2	1.74	-	0	1.75	1.76
25	26	0	0	0	1	1	1	1.75	-	0	0	1.76
26	27	0	0	0	0	0	0	1.76	-	0	0	0
27	28	0	1	0	0	1	1	1.77	-	1.82	0	0
28	29	0	1	1	0	2	2	1.78	-	1.82	1.81	0
29	30	0	1	1	1	3	3	1.79	-	1.82	1.81	1.83
30	31	0	1	0	1	2	2	1.81	-	1.82	0	1.83
31	32	0	0	0	1	1	1	1.82	-	0	0	1.83
32	33	0	0	0	0	0	0	1.83	-	0	0	0
33	34	0	1	0	0	1	1	1.84	-	1.89	0	0
34	35	0	1	1	0	2	2	1.85	-	1.89	1.87	0
35	36	0	1	1	1	3	3	1.86	-	1.89	1.87	1.88
36	37	0	1	0	1	2	2	1.87	-	1.89	0	1.88
37	38	0	1	0	0	1	1	1.88	-	1.89	0	0
38	39	0	0	0	0	0	0	1.89	-	0	0	0

Tabla 5.1 Tabla de rastreo del comportamiento del sistema LENHDES.

- *Sistema en proceso de vaciado de manera aleatoria*

El sistema se vacía cuando los clientes terminan el servicio de manera aleatoria y salen del sistema (eventos $7 \rightarrow 11$, $30 \rightarrow 33$ y $36 \rightarrow 39$).

- *Sistema en proceso de llenado y vaciado de manera aleatoria*

Existen llegadas y salidas al sistema sin que se pueda definir si está lleno o vacío.

Eventos 11 → 18.

- *Sistema en proceso de vaciado de manera ordenada*

Los servidores se van vaciando de manera decreciente o creciente con respecto al número de etiqueta (eventos 18 → 21, 24 → 27).

El rastreo observado indica un buen funcionamiento de los elementos que lo componen, como son la fuente, la fila y los tres servidores, por lo tanto, el sistema de líneas de espera con tasa dependiente del estado del sistema funciona correctamente.

Las secciones siguientes presentan la validación de forma cuantitativa por el método experimental y análisis de los datos.

5.2 VALIDACIÓN POR ANÁLISIS ESTADÍSTICO MM1

La validación estadística del prototipo LENHDES inicia con el sistema básico de líneas de espera que contemplan *la fuente, una fila, un servidor y el sumidero*.

Por la naturaleza de la información disponible, el método análisis estadístico es por comparaciones simples, particularmente comparación de una sola media con un valor especificado. Este dato o datos específicos son los valores teóricos del modelo *MM1* que son el *tiempo promedio que un cliente espera en la cola* L_{qT} y el *tiempo promedio que un cliente espera en el sistema* L_{ST} .

$$L_{qT} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_{ST} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

Se tiene que el valor de λ es 2 y el valor de μ es 3 entonces:

$$L_{qT} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{2^2}{3(3-1)} = \frac{4}{3} = 1.33$$

Además:

$$L_{ST} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{2}{3-2} = 2.0$$

De esta manera se obtienen los valores fijos para proponer la siguiente hipótesis.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Donde se plantea que:

$$\mu \approx L_{qE}, \mu_0 = L_{qT} \quad \text{ó} \quad \mu \approx L_{SE}, \mu_0 = L_{ST}$$

Hasta aquí tenemos los valores fijos L_{qT} y L_{ST} . Además se planteó la hipótesis que queremos contrastar, para llevar a cabo dicha contrastación se plantea el siguiente estadístico de prueba

$$t_0 = \frac{\bar{y} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

Donde \bar{y} es el valor promedio experimental de la muestra L_{qE} ó L_{SE} y S es la varianza de la muestras generadas respectivamente. Entonces podemos definir el siguiente criterio de rechazo de la *hipótesis nula*

$$|t_0| > t_{\alpha/2, n-1}$$

Donde $n - 1$ en este representa los *grados de libertad* con un *nivel de significancia* α .
 Luego entonces podemos tener un *intervalo de confianza* para poder predecir con grado de confianza de $1 - \alpha$ que los datos obtenidos en las simulaciones caerán en este intervalo.

$$\bar{y} - t_{\alpha/2, n-1} S / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{y} + t_{\alpha/2, n-1} S / \sqrt{n}$$

La contrastación de la hipótesis se realizó con tres réplicas del experimento suponiendo que los datos de salida siguen una distribución normal (Ver Figura 5.1) para obtener tres muestras con una tamaño de 225 observaciones cada una, se hizo con un tiempo de simulación de 15000, 1000 y 500 unidades de tiempo, cada simulación si realizó con un servidor y una fila en el sistema.

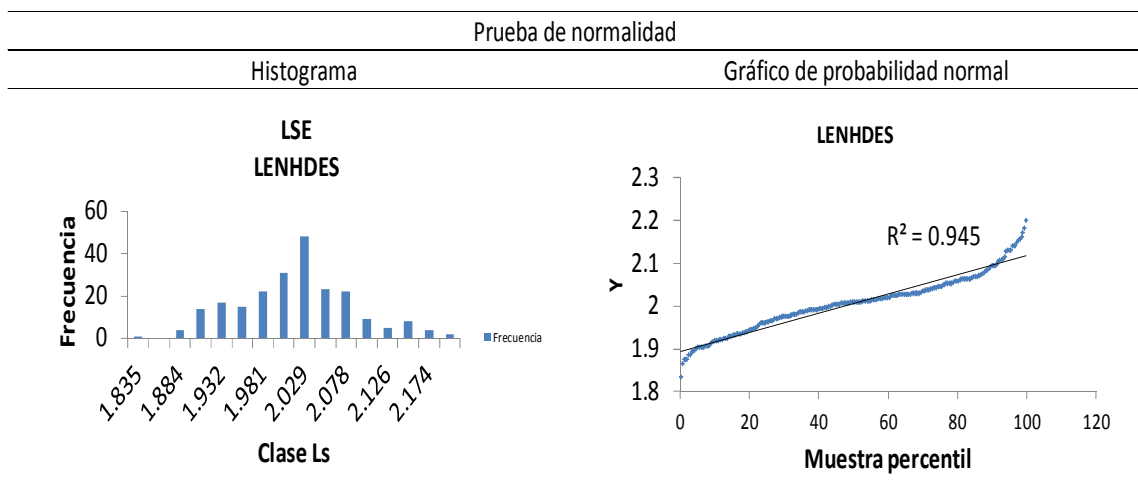


Figura 5.1 Prueba de normalidad para los datos de salida L_{SE} del prototipo LENHDES.

Con $\lambda = 2$ y $\mu=3$ se obtuvieron los siguientes datos:

$$\mu_0 = L_{ST} = 2.0$$

$$\mu_0 = L_{qT} = 1.33$$

Dichos datos siguieren el planteamiento de dos hipótesis para cada muestra una para L_{qE} y otra para L_{SE} , la Tabla 5.2 resume los datos de estrada para la contrastación de la hipótesis.

Prueba de hipótesis para las medias					
	Muestra			Hipótesis	
	1	2	3	L_q	L_s
Eventos	13500611	901871	450064	$H_0 : L_{qE} = L_{qT}$	$H_0 : L_{sE} = L_{sT}$
Tiempo Final	15000	1000	500	$H_1 : L_{qE} \neq L_{qT}$	$H_1 : L_{sE} \neq L_{sT}$
λ	2	2	2	Criterio de rechazo	
μ	3	3	3		
Tamaño de la muestra	225	225	225	$t_0 > t_{\alpha/2, n-1}$	
Número de servidores	1	1	1		

Tabla 5.2 Datos de entrada para contrastación de hipótesis *MM1*.

La Tabla 5.3 muestra los datos de salida del análisis estadístico por medio de la prueba de hipótesis, en esta Tabla se observan los siguientes aspectos; para la muestra 1 se muestra un valor L_{qT} de 1.33, un valor L_{qE} de 1.34 donde se observa por conjetura que los valores están cerrados, de la misma manera, con los datos de L_{sT} y L_{sE} que tienen valores de 2.000 y 2.006 se muestra que estos están cerrados con 3 milésimas de unidad, esto se ve reflejado en el estadístico de prueba $|t_0|$ que presenta un valor de 007 y 006 para L_q y L_s respectivamente con respecto al valor comparado para aplicar el criterio de rechazo $t_{\alpha/2, n-1} = 3.334$ este es muy pequeño, por lo tanto la hipótesis no se rechaza.

En la muestra 2 y 3 se observan estadísticos de prueba más pequeños, con respecto al criterio de rechazo, entonces se observa que no hay evidencia estadística para decir que la hipótesis H_0 se rechace con un grado de confianza del 99.9 % y que nuestro simulador prototipo LENHDES encontrará el valor de correcto de L_q y L_s en 999 ocasiones (que se tomen muestras de 225 observaciones o corridas) de cada 1000 para el sistema *MM1*.

Muestra	Alfa = 001	Valor Teórico	Valor experimental	t_0	$t_{\alpha/2, n-1}$	L_{inf}	L_{sup}	Resultado
1	Lq	1.333	1.340	0.007	3.334	1.326	1.354	No se rechaza Ho
	Ls	2.000	2.006	0.006	3.334	1.992	2.021	No se rechaza Ho
2	Lq	1.333	1.326	-0.002	3.334	1.275	1.377	No se rechaza Ho
	Ls	2.000	1.994	-0.002	3.334	1.939	2.049	No se rechaza Ho
3	Lq	1.333	1.320	-0.003	3.334	1.248	1.392	No se rechaza Ho
	Ls	2.000	1.987	-0.003	3.334	1.910	2.063	No se rechaza Ho

Tabla 5.3 Resumen de datos de salida contrastación de hipótesis de L_q y L_s *MM1*.

5.3 VALIDACIÓN POR ANÁLISIS ESTADÍSTICO MM3

El problema experimental cubre dos aspectos el primero es el diseño experimental y el otro el análisis estadístico de los datos, el primero se contempla en el Apéndice A de esta tesis, el segundo aspecto se resuelve con un método estadístico para el análisis de los datos, en este caso por tener el objetivo de validar el prototipo LENHDES con el simulador ExtedSim8 y en consecuencia dos tratamientos que se quieren comparar, aplicaremos la metodología que se sigue en los experimentos comparativos simples.

Se realizaron inferencias para la media y la varianza de dos muestras con el supuesto de que los datos obtenidos W_q siguen una distribución normal, esto se verifica fácilmente graficando los datos en un *histograma* y obteniendo la grafica de *probabilidad normal* donde se observa que el *coeficiente de determinación* R^2 es igual a 0.9112 y esto indica que los datos siguen una distribución normal ya que dicho coeficiente es cercano a uno. Ver Figura 5.2.

Validación 1ª Réplica

Prueba de normalidad

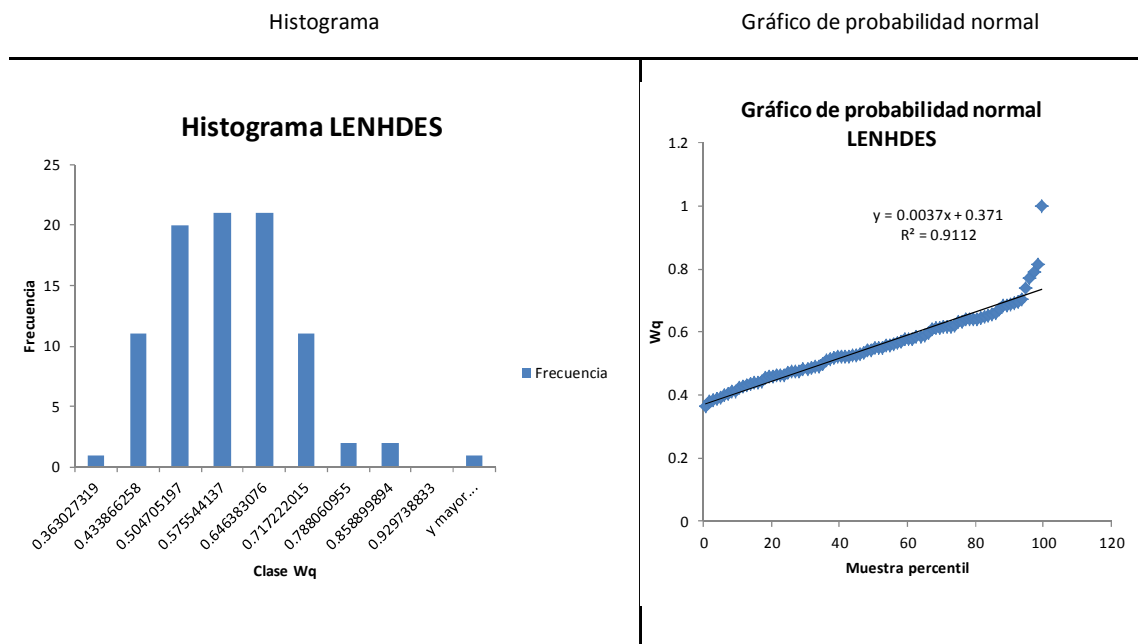


Figura 5.2 Prueba de normalidad para los datos de salida W_q del prototipo LENHDES MM3.

El experimento quedó propuesto como lo sugiere la Tabla 5.4.1. Se tienen 5 rangos donde se deslizará el número del clientes dentro del sistema, es decir, cuando hay 0 clientes y hasta 1 la tasa de llegada será de 2.5 clientes/unidad de tiempo, de 1 a 2 la tasa será de 2.6 así sucesivamente hasta llegar al rango cinco donde este indica que si hay 4 ó 5 clientes en el sistema la tasa de llegada será de 2 clientes/unidad de tiempo.

La tasa de servicio se mantiene constante con un valor de 1 cliente/unidad de tiempo, para realizar el servicio en 3 servidores con arreglo en paralelo, el tiempo entre servicios sigue una *distribución exponencial*.

El *tiempo de simulación* será de 1000 unidades de tiempo por cada *corrida simulada*. Finalmente el número de corridas u observaciones para obtener la muestra de la 1ª réplica, es de 90.

# de rangos	Tasa de llegada Lamda	Límite superior para la tasa de llegada	Tasa de servicio Mu	Límite superior para la tasa de servicio	Número de servidores	Tiempo final de la simulación
1	2.5	1	1	1	3	1000
2	2.6	2				
3	2.7	3				
4	2.4	4				
5	2	5				

Tabla 5.4.1 Variables de entrada para ingresar al sistema y observar la variable de salida W_q

La Tabla 5.4.2 muestra el número aproximado de eventos que el simulador realiza en las 90 corridas también se observa que el prototipo de simulador LENHDES tarda 1.07 segundos en realizar 90 corridas, una gran diferencia con el simulador ExtedSim8, que tarda 168 segundos en realizar el mismo trabajo.

Número aproximado de eventos	Número de corridas	Tiempo de proceso simulador [seg]	
		LENHDES	ExtendSim8
12,578,292	90	1.07	168

Tabla 5.4.2 Datos de salida y tiempo de proceso de la simulación MM3.

En el experimento se observó la salida W_q del prototipo LENHDES y del simulador ExtedSim8, después se realizó la inferencia estadística de la relación de las siguientes medias y varianzas:

Media del tratamiento 1

$$\mu_1 = \overline{W_{qLENHDES}}$$

Media del tratamiento 2

$$\mu_2 = \overline{W_{qExtendSim8}}$$

Varianza del tratamiento 1

$$S_1^2 = SW_{qLENHDES}$$

Varianza del tratamiento 2

$$S_2^2 = SW_{qExtendSim8}$$

El análisis estadístico que se llevo a cabo, fue el de inferencia de las medias de comparaciones pareadas donde la hipótesis que se plantea esta expresada como sigue.

$$H_0 : \mu_d = 0$$

$$H_1 : \mu_d \neq 0$$

Donde $\mu_d = \mu_1 - \mu_2$, con el estadístico de prueba $t_0 = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}}$ y el siguiente criterio

de rechazo $|t_0| > t_{\alpha/2, n-1}$.

Por otro lado el análisis que se llevo a cabo para comparar la varianza fue la inferencia de las varianzas de distribuciones normales se expresa de la siguiente manera.

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Con el estadístico de prueba $F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$, con el siguiente criterio de rechazo

$$F_0 > F_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1} \text{ ó } F_0 < F_{1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1}.$$

La Tabla 5.5 muestra un resumen de los datos de salida para la contrastación de la hipótesis de comparaciones pareadas para la media y la contrastación de la hipótesis para comparaciones pareadas para la varianza.

Hipótesis	Estadístico de prueba	Intervalo de confianza	Datos y resultados	Criterio de rechazo
$H_0 : \mu d = 0$ $H_1 : \mu d \neq 0$	$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_j$ $S_d = \left[\frac{\sum_{j=1}^n d_j^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{j=1}^n d_j \right)^2}{n-1} \right]^{1/2}$ $t_0 = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}}$	$\bar{d} - t_{0.025,89} S_d / \sqrt{n} \leq \mu d \leq \bar{d} + t_{0.025,89} S_d / \sqrt{n}$	alfa = 0.05 $\bar{d} = -0.0096$ $S_d = 0.1436$ $t_0 = -0.6342$ $t_{0.025,89} = 1.9870$ $\mu d_{inf} = -0.0397$ $\mu d_{sup} = 0.0205$	$ t_0 > t_{0.025,89}$
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} F_{1-\alpha/2, n_2-1, n_1-1} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2} F_{\alpha/2, n_2-1, n_1-1}$	alfa = 0.05 $F_0 = 1.3646$ $F_{0.05/2,89,89} = 1.5192$ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}_{inf} = 0.8982$ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}_{sup} = 2.0731$	$F_0 > F_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$

Tabla 5.5 Resumen de datos de salida contrastación de las hipótesis μ_d y σ_1^2, σ_2^2 MM3.

En la columna de *datos y resultados* se puede observar que el estadístico de prueba $|t_0|$ tiene un valor de 0.6342 y es menor al valor $t_{0.025,89} = 1.9870$ obtenido en tablas, por lo tanto se concluye que **no hay evidencia suficiente con un nivel de confianza del 95% para decir que las medias que proporciona el prototipo de simulador LENHDES es diferente al que proporciona el simulador ExtedSim8**. Por otro lado el estadístico de prueba F_0 tiene un valor de 1.3646 y es menor al valor de prueba $F_{0.05,89,89} = 1.5192$, por lo que se concluye que **no hay evidencia para decir que la varianza que otorga el prototipo de simulador LENHDES es diferente a la que otorga el simulador ExtedSim8 con un nivel de confianza del 95%**

5.4 VALIDACIÓN POR ANÁLISIS ESTADÍSTICO MM17

Se realizaron inferencias para la media y la varianza de dos muestras con el supuesto de que los datos obtenidos siguen una distribución normal, esto se verifica fácilmente graficando los datos W_q en un *histograma* y obteniendo la grafica de *probabilidad normal* donde se observa que el

coeficiente de determinación R^2 es igual a 0.9327 y esto indica que los datos siguen una distribución normal ya que dicho coeficiente es cercano a uno. Ver Figura 5.3.

Validación 2ª Réplica

Prueba de normalidad

Histograma

Gráfico de probabilidad normal

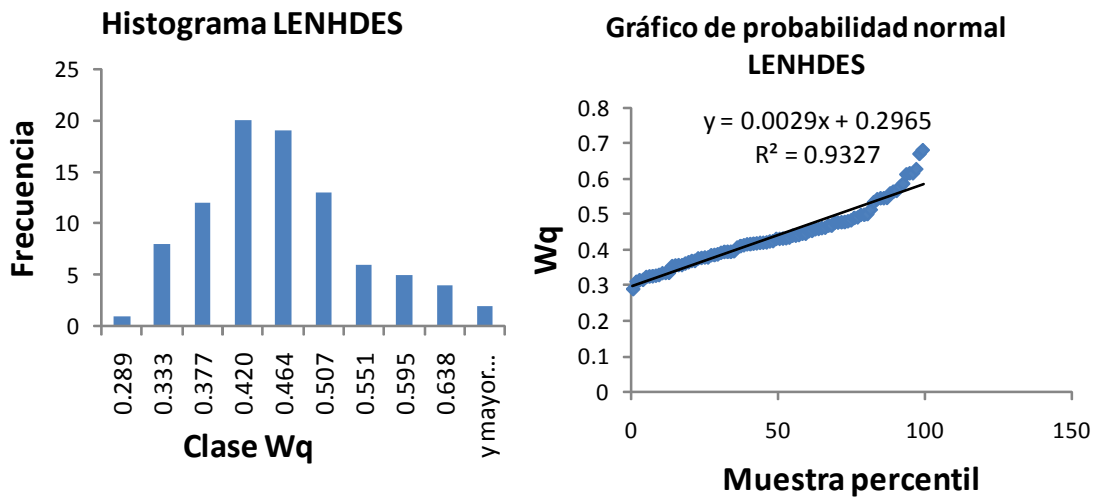


Figura 5.3 Prueba de normalidad para los datos de salida W_q del prototipo LENHDES.

El experimento quedó propuesto como lo sugiere la Tabla 5.6.1. Se tienen 5 rangos donde se deslizará el número del clientes dentro del sistema, es decir, cuando hay 0 clientes y hasta 5 la tasa de llegada será de 16 clientes/unidad de tiempo, de 5 a 10 la tasa será de 16.1 así sucesivamente hasta llegar al rango cinco donde este indica que si hay de 20 a 25 clientes en el sistema la tasa de llegada será de 15.5 clientes/unidad de tiempo.

La tasa de servicio se mantiene constante con un valor de 1 cliente/unidad de tiempo, para realizar el servicio en 17 servidores con arreglo en paralelo, donde el tiempo ente servicio sigue una *distribución exponencial*.

El tiempo de simulación será de 2000 unidades de tiempo por cada *corrida simulada*. Finalmente el número de corridas u observaciones para obtener la muestra de la 2ª réplica, es de 90.

# de rangos	Tasa de llegada Lamda	Límite superior para la tasa de llegada	Tasa de servicio Mu	Límite superior para la tasa de servicio	Número de servidores	Tiempo final de la simulación
1	16	5	1	5	17	2000
2	16.1	10				
3	16.2	15				
4	15.8	20				
5	15.5	25				

Tabla 5.6.1 Variables de entrada para ingresar al sistema y observar la variable de salida W_q

La Tabla 5.6.2 muestra el número aproximado de eventos que el simulador realiza en 90 corridas, también se observa que el prototipo de simulador LENHDES tarda 57.6 segundos en realizar 90 corridas, una gran diferencia con el simulador ExtedSim8, que tarda 108025 segundos en realizar el mismo trabajo.

Número aproximado de eventos	Número de corridas	Tiempo de proceso simulador [seg]	
		LENHDES	ExtedSim8
17,126,446	90	57.6	108025

Tabla 5.6.2 Datos de salida y tiempo de proceso de la simulación *MM17*.

En la Tabla 5.7 se muestra el análisis de datos para comparaciones pareadas para la media y la varianza del sistema *MM17*.

En la columna de *datos y resultados* se puede observar que el estadístico de prueba $|t_0|$ tiene un valor de 0.3035 y es menor al valor $t_{0.025,89} = 1.9870$ obtenido en tablas, por lo tanto se concluye que **no hay evidencia suficiente con un nivel de confianza del 95% para decir que las medias que proporciona el prototipo de simulador LENHDES es diferente al que proporciona el simulador ExtedSim8**. Por otro lado el estadístico de prueba F_0 tiene un valor de 1.2207 y es menor al valor de prueba $F_{0.05,89,89} = 1.5192$, por lo que se concluye que **no**

hay evidencia para decir que la varianza que otorga el prototipo de simulador LENHDES es diferente a la que otorga el simulador ExtedSim8 con un nivel de confianza del 95%.

Hipótesis	Estadístico de prueba	Intervalo de confianza	Datos y resultados	Criterio de rechazo
$H_0 : \mu d = 0$ $H_1 : \mu d \neq 0$	$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_j$ $S_d = \left[\frac{\sum_{j=1}^n d_j^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{j=1}^n d_j \right)^2}{n-1} \right]^{1/2}$ $t_0 = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}}$	$\bar{d} - t_{0.025,89} S_d / \sqrt{n} \leq \mu d \leq \bar{d} + t_{0.025,89} S_d / \sqrt{n}$	alfa = 0.05 $\bar{d} = -0.00390$ $S_d = 0.12192$ $t_0 = -0.3035$ $t_{0.025,89} = 1.9870$ $\mu d_{inf} = -0.0294$ $\mu d_{sup} = 0.0216$	$ t_0 > t_{0.025,89}$
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} F_{1-\alpha/2, n_2-1, n_1-1} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2} F_{\alpha/2, n_2-1, n_1-1}$	alfa = 0.05 $F_0 = 1.2207$ $F_{0.05/2,89,89} = 1.5192$ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} inf = 0.8035$ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} sup = 1.8545$	$F_0 > F_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$

Tabla 5.7 Resumen de datos de salida contrastación de las hipótesis μ_d y σ_1^2, σ_2^2 MM17.

5.5 HALLAZGOS Y RECOMENDACIONES

El resultado que arroja el análisis de datos es contundente, el prototipo de simulador LENHDES trabaja de manera eficiente y eficaz con respecto al simulador ExtendSim8 se comprobó que con una nivel de confianza del 95% para el experimento MM3 y MM17 y del 99% para el experimento MMI el simulador proporciona medidas de desempeño correctas y cercanas a la realidad.

Un hallazgo importante es que el tiempo de respuesta del prototipo LENHDES es 168 veces más rápido para simular un sistema de líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema MM3 y 1875 veces más rápido en simular el sistema MM17 que el simulador ExtedSim8.

El diseño y construcción del prototipo de simulador LENHDES representa una plataforma sólida para desarrollo de simulaciones de líneas de espera con otras características,

es por esto que se recomienda no “reinventar la rueda”, esta plataforma de desarrollo permite al investigador de operaciones de líneas de espera desarrollar sistemas con mayor o menor complejidad que la presentada en este trabajo y simularlos, basta con analizar el diagrama de flujo principal, romper los lazos y programar los bloques de control donde se requiera modificar alguna característica de comportamiento de la línea. Simular la línea de espera con tasa de llegada y tasa de servicio dependiente del sistema solo requirió de 4 niveles de anidamiento en las estructuras de control. Líneas de espera pueden requerir menos o mas niveles de anidamiento según la complejidad de la línea que se quiera simular.

Capítulo 6

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

El objetivo de inicial de este trabajo era el diseño y construcción de un simulador de líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema, los objetivos particulares eran el estudio de estos sistemas por medio del simulador esto se logra con el diseño del experimento descrito en el Apéndice A. En este capítulo se dan las conclusiones de este objetivo general y de los objetivos particulares.

6.1 CONCLUSIONES

En el proceso de experimentación se trataron los aspectos sobre el comportamiento de la línea de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema con el diseño del experimento con el sistema de una cola y 3 servidores y el sistema de una cola y 17 servidores.

Llegando a las siguientes conclusiones:

- El prototipo de simulador *LENHDES* proporciona datos con la misma confiabilidad que un sistema de líneas de espera con tasa dependiente del estado del sistema corrido en un simulador *ExtendSim8* con un nivel de confianza de 99% para el sistema *MM3* y un nivel de confianza de 95% para un sistema *MM17*.
- El simulador *LENHDES* es más rápido en por lo menos 168 veces y hasta por lo menos 1875 veces que el simulador *ExtendSim8*.

- Por lo tanto se concluye que el prototipo diseñado y construido LENHDES cumple con los requisitos necesarios para ser un simulador de líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema logrando con esto el objetivo de este trabajo que es el diseño y construcción de un simulador de líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema.
- El simulador LENHDES también es un simulador de líneas de espera con tasa de servicio dependiente del estado del sistema.
- Con respecto a la determinación de los parámetros de desempeño o medidas de desempeño para lograr la optimización del sistema, solo se logra con el *método de la mejor conjetura* a través de ir ajustando los parámetros de entrada del sistema en el simulador LENHDES hasta observar un comportamiento cercano al óptimo según el criterio de “calidad” que el administrador desee del sistema.
- Los parámetros de desempeño no se pueden obtener de manera exacta, ya que el proceso de simular solo entrega datos aproximados de estos parámetros, sin embargo, si se pueden entregar aproximaciones más cercanas al óptimo si se diseña, programa y construye un *optimizador* que sale del alcance de este trabajo.

6.2 TRABAJO FUTURO

En esta sección se plantean ideas que fueron surgiendo a medida que avanzó la investigación y que pueden servir como nuevas líneas de investigación de trabajo científico.

6.2.1 SIMULACIONES

En la industria de servicio y transformación surgen muchas problemas de líneas de espera por lo que el proceso de toma de decisiones obliga adaptarse rápidamente a los cambios que surgen en estos sectores, se propone diseñar un simulador que cumpla con el objetivo de diseñar la mayor cantidad de líneas de espera que se puedan aplicar en la industria como son:

- Arreglos de estaciones de servicio, en serie, en paralelo, mixtas, en células de manufactura con múltiples líneas de espera con tasa dependientes del tiempo del servicio, de nivel de satisfacción del cliente, etc.
- Colas o filas que se encuentren entre las estaciones de servicio.
- Clientes que lleguen en lote y se fragmenten a diferentes servidores.

6.2.2 SIMULADOR LENHDES

Con respecto al simulador LENHDES se propone seguir el desarrollo diseñando, programando y construyendo un optimizador que por medio de determinadas corridas de simulación, busque la combinación de parámetros de entrada que estén cerca del óptimo según el criterio “calidad” que el administrador desee del sistema.

El simulador LENHDES trabaja como un simulador con tasa de servicio dependiente del estado del sistema para comprobar tal hecho se sigue compararlo con algún simulador y realizar un diseño experimental.

Apéndice A

DISEÑO DEL EXPERIMENTO

Pautas generales seguidas en el diseño de nuestro experimento.

A.1 IDENTIFICACIÓN Y ENUNCIACIÓN DEL PROBLEMA

Se realizará un experimento para determinar si el prototipo de simulador LENHDES se comporta igual que el sistema de líneas de espera con tasa de llegada dependiente del estado del sistema simulado en ExtendSim8, llamaremos *tratamiento uno* al sistema LENHDES y *tratamiento dos* al sistema simulado ExtendSim8

A.2 ELECCIÓN DE LOS FACTORES, LOS NIVELES Y LOS RANGOS

Los factores a considerar que comparte los dos sistemas son:

- λ_i = Tasa de salida por *i-ésimo* límite de clientes para la tasa de llegada
- μ_i = Tasa de salida para el *i-ésimo* límite de clientes para la tasa de servicio
- l_i = *i-ésimo* límite de cambio para el número de clientes
- X_1 = Tiempo que tarda el simulador LENHDES en entregar las respuestas
- X_2 = Tiempo que tarda el simulador ExtendSim8 en entregar las respuestas
- X_3 = Número de servidores disponible en el prototipo del simulador LENHDES

Muy grande depende de las características técnicas de la máquina que procesa los datos.

- Z_1 = Velocidad de procesamiento de la máquina en que se lleva a cabo la experimentación (2 GHz)
- Z_2 = Capacidad de memoria de acceso aleatorio RAM (2 Gb en RAM)
- Z_3 = Número de servidores máximos disponibles en el simulador ExtendSim8 (17 servidores como máximo ya que es una versión de demostración).

A.3 SELECCIÓN DE LA VARIABLE DE RESPUESTA

La variable de respuesta a considerar en los dos *tratamientos* es:

W_q = Tiempo promedio de espera de un cliente en la cola.

A.4 ELECCIÓN DEL DISEÑO EXPERIMENTAL

El diseño se llevará a cabo con dos réplicas, cada una con dos muestras de 90 observaciones

A.5 REALIZACIÓN DEL EXPERIMENTO

El experimento se realiza fijando los factores de entrada y controlables una vez que se programó el prototipo LENHDES y el simulador ExtendSim8 para entregar 90 corridas por simulador, de esta manera obtenemos las dos muestras con la variable de salida W_q que posteriormente será sometida a un análisis estadístico.

A.6 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS

El experimento es comparativo simple por lo tanto se utiliza un análisis estadístico donde se hacen inferencias de la media y la varianza de la variable de salida W_q utilizando la prueba de hipótesis de la diferencia de las medias y la prueba de hipótesis para la varianza de dos muestras, en particular verificaremos por medio de inferencias de la media y la varianza si la media y la varianza son iguales o si son diferentes con un nivel de certeza del 99 y 95 por ciento. Ver capítulo 5 secciones 5.3 y 5.4.

A.7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se presentan en el capítulo 6.

En la Figura A.1 se muestra en un diagrama de bloques de control de proceso la manera en que se llevó a cabo el experimento.

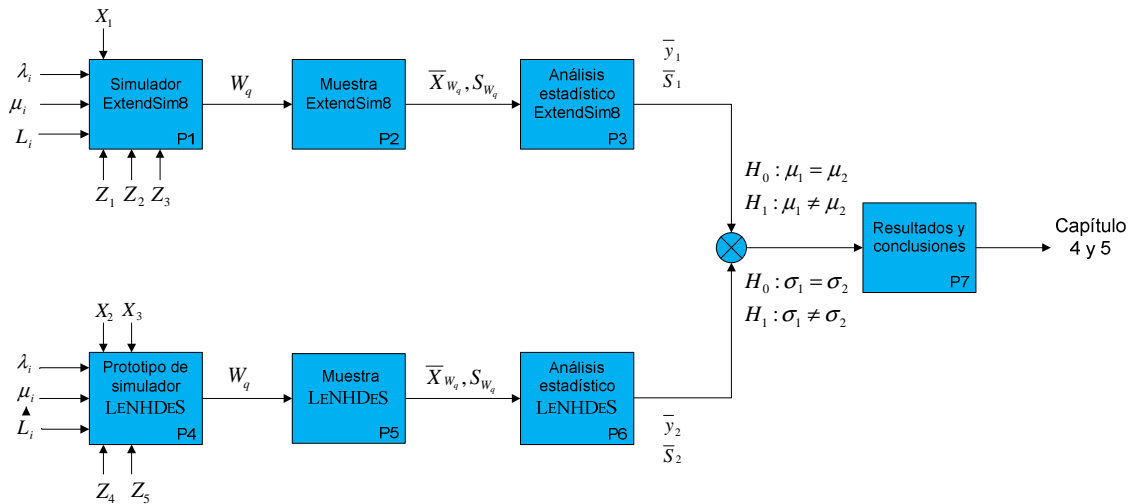


Figura A. 1. Proceso de diseño del experimento y análisis de datos.

Apéndice B

DIAGRAMA DE FLUJO

Aquí se presenta el diagrama de flujo de manera general con cuatro niveles de anidamiento, no se alcanzan a observar los detalles de programación pero se describen los siguientes aspectos de los bloques estructurados enmarcados en los recuadros³.

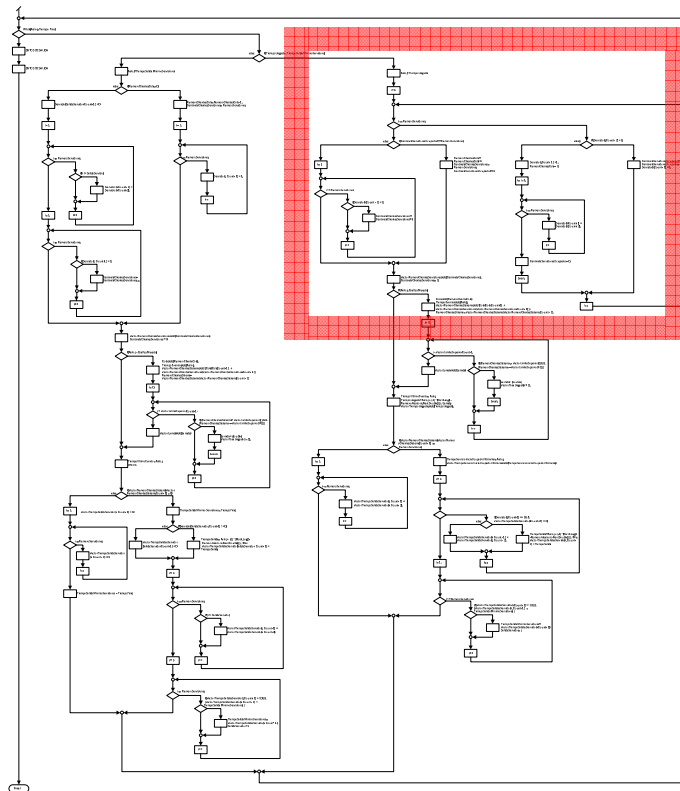


Figura B.1. El cliente ingresa a un servidor o a la cola y se actualiza el estado del sistema.

1. El cliente ingresa a un servidor o a la cola y se actualiza el estado del sistema

³ Para ver detalles del diagrama de flujo y su programación revise el archivo con extensión .vsd en el CD

El sistema verifica si existen servidores disponibles para la llegada generada, si es así manda al cliente al servidor más cercano disponible si no manda al cliente al final de la fila.

Ver Figura B.1.

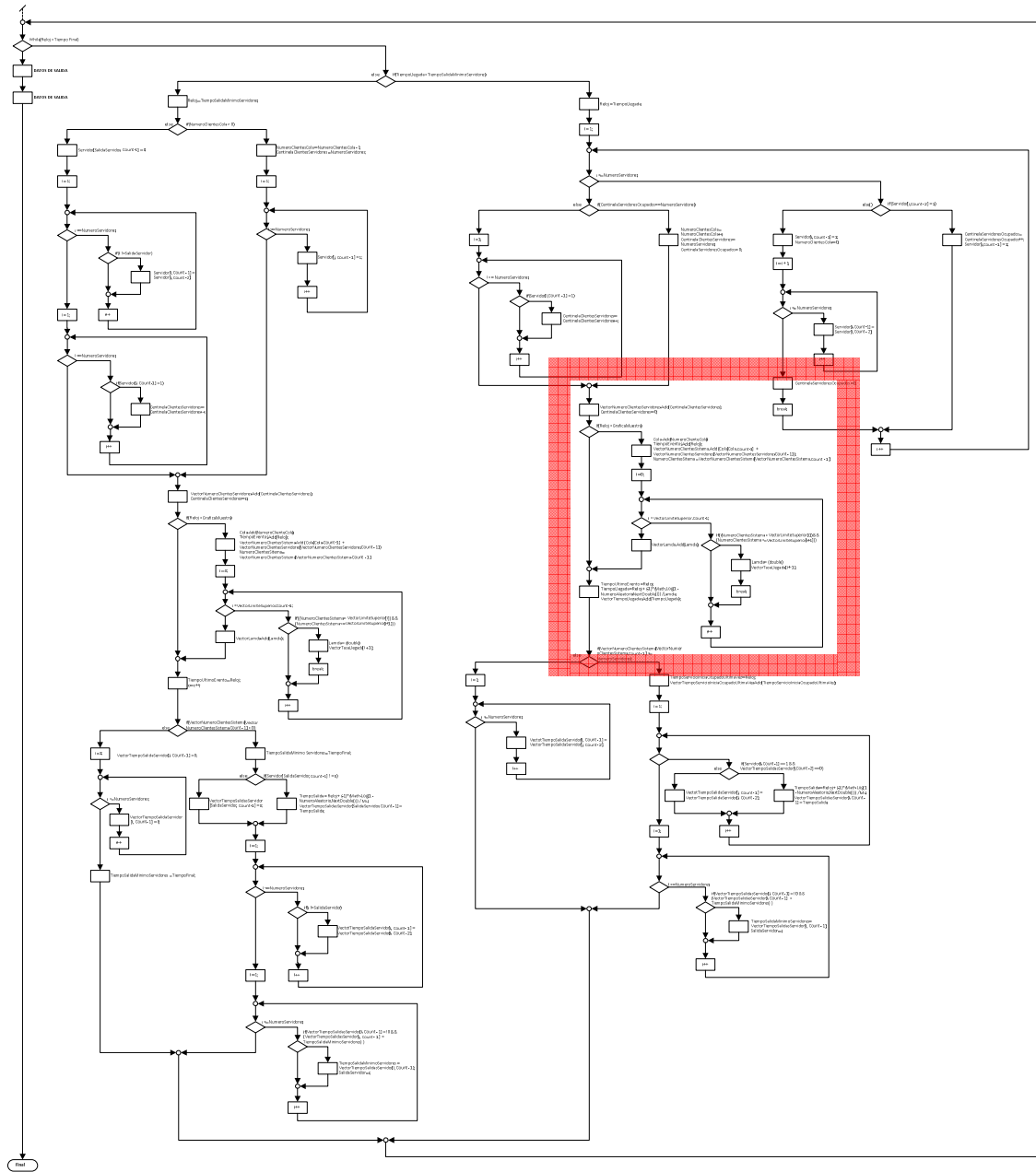


Figura B.2. Se monitorea el estado del sistema, se actualiza la tasa de llegada y se genera una llegada.

2. Se monitorea el estado del sistema, se actualiza la tasa de llegada y se genera una llegada

Se actualiza el estado del sistema y se compara el límite superior para la tasa de llegada, si el estado del sistema sigue un cambio en la tasa de llegada esta se modifica y se genera una nueva llegada en caso contrario solo se genera la nueva llegada con la tasa de llegada vigente. Ver Figura B.2.

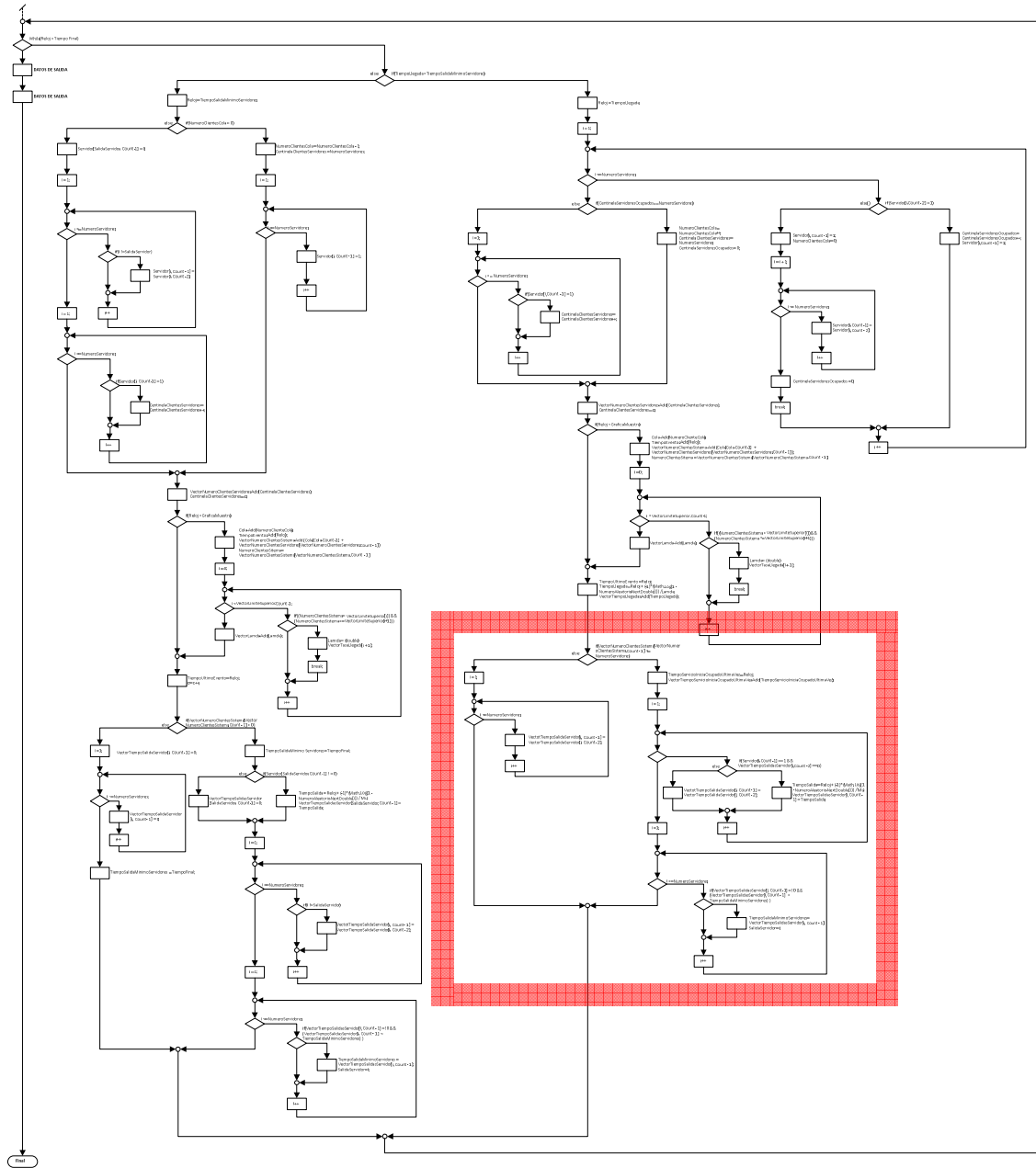


Figura B.3. Se verifica que existan menos clientes en el sistema que servidores si es así se genera una salida, si no, el sistema continua en el mismo estado.

- Se verifica que existan menos clientes en el sistema que servidores si es así se genera una salida, si no, el sistema continua en el mismo estado

El sistema verifica que existan servidores desocupados, si no hay, se genera un tiempo de salida al último servidor que se ocupó, en caso contrario se asigna las salidas del estado anterior. Ver Figura B.3.

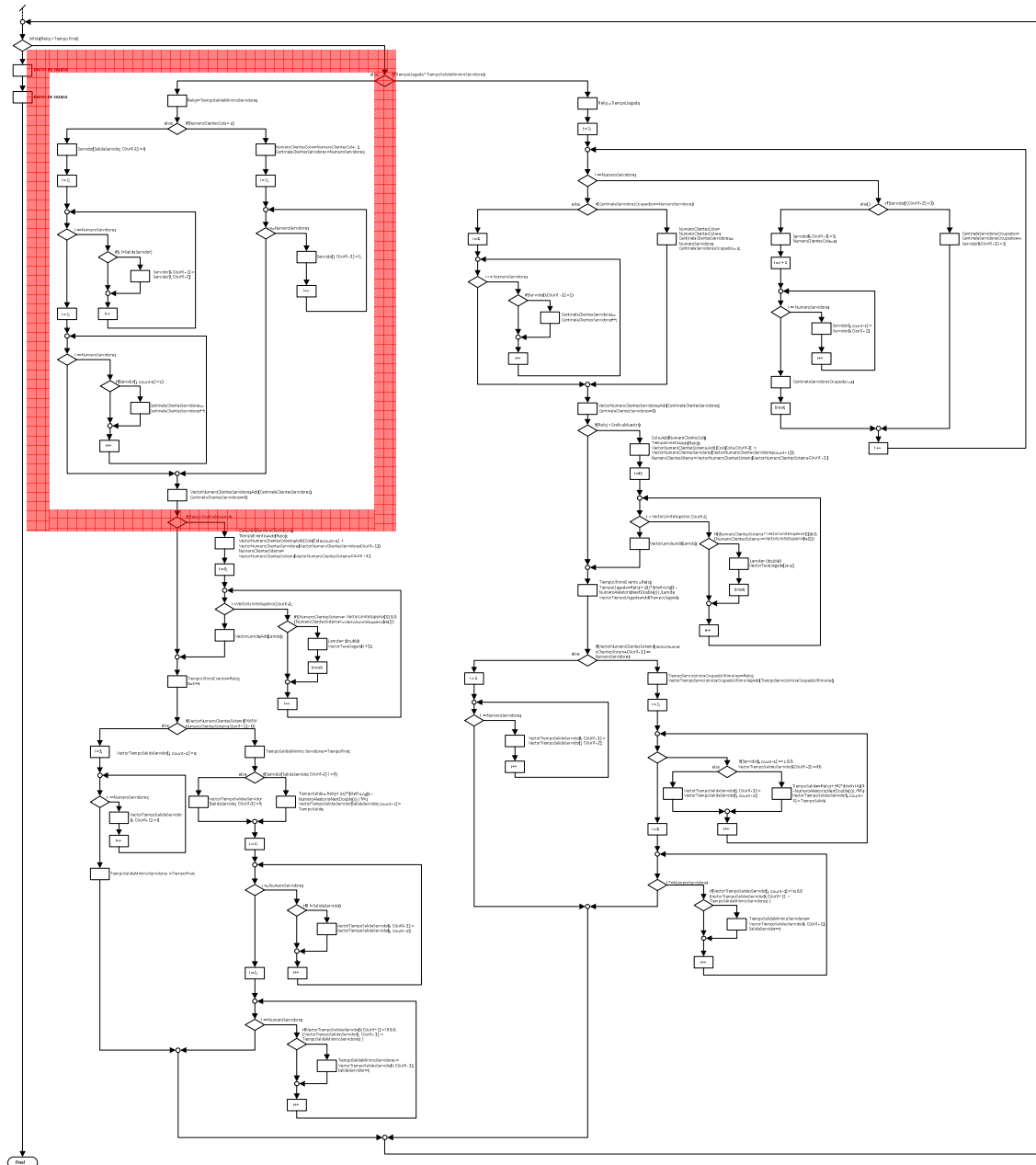


Figura B.4. El cliente abandona el sistema.

4. El cliente abandona el sistema

Si hay clientes en la fila el cliente mas próximo a servir ingresa al servidor que se desocupa y se actualiza estado de los servidores en caso contrario se pone disponible el servidor que se desocupa, se actualiza el estado de los servidores y se monitorea cuantos clientes hay en los servidores por medio de un centinela. Ver Figura B.4.

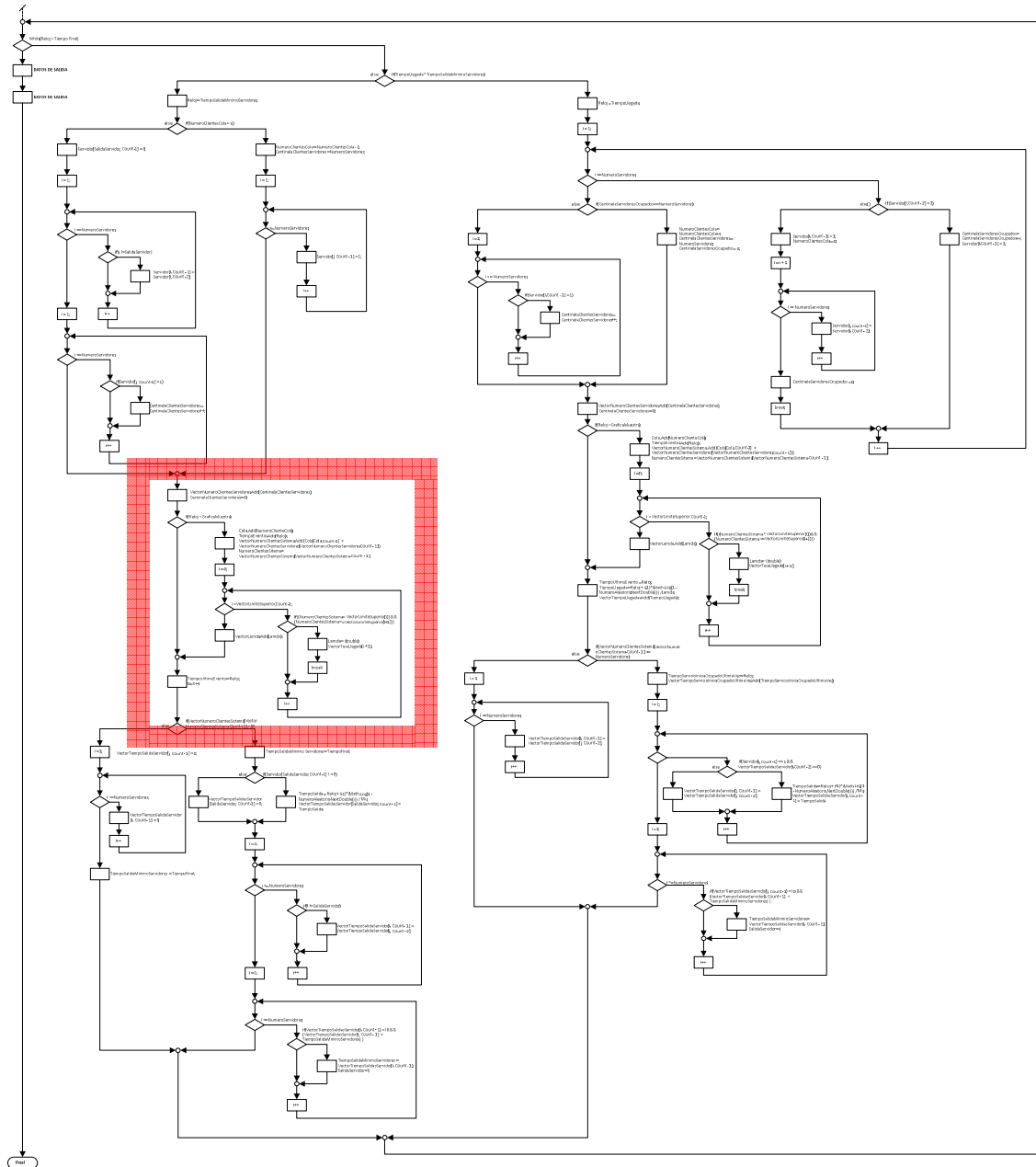


Figura B.5. Se actualiza la tasa de llegada dependiendo del estado del sistema.

5. Se actualiza la tasa de llegada dependiendo del estado del sistema

Se monitorea el estado del sistema verificando cuantos clientes hay en la fila, cuantos hay en los servidores, si el estado del sistema se encuentra entre los límite superior de la tasa de servicio que le corresponde la tasa de servicio cambia para el próximo servicio en el servidor determinado. Ver Figura B.5.

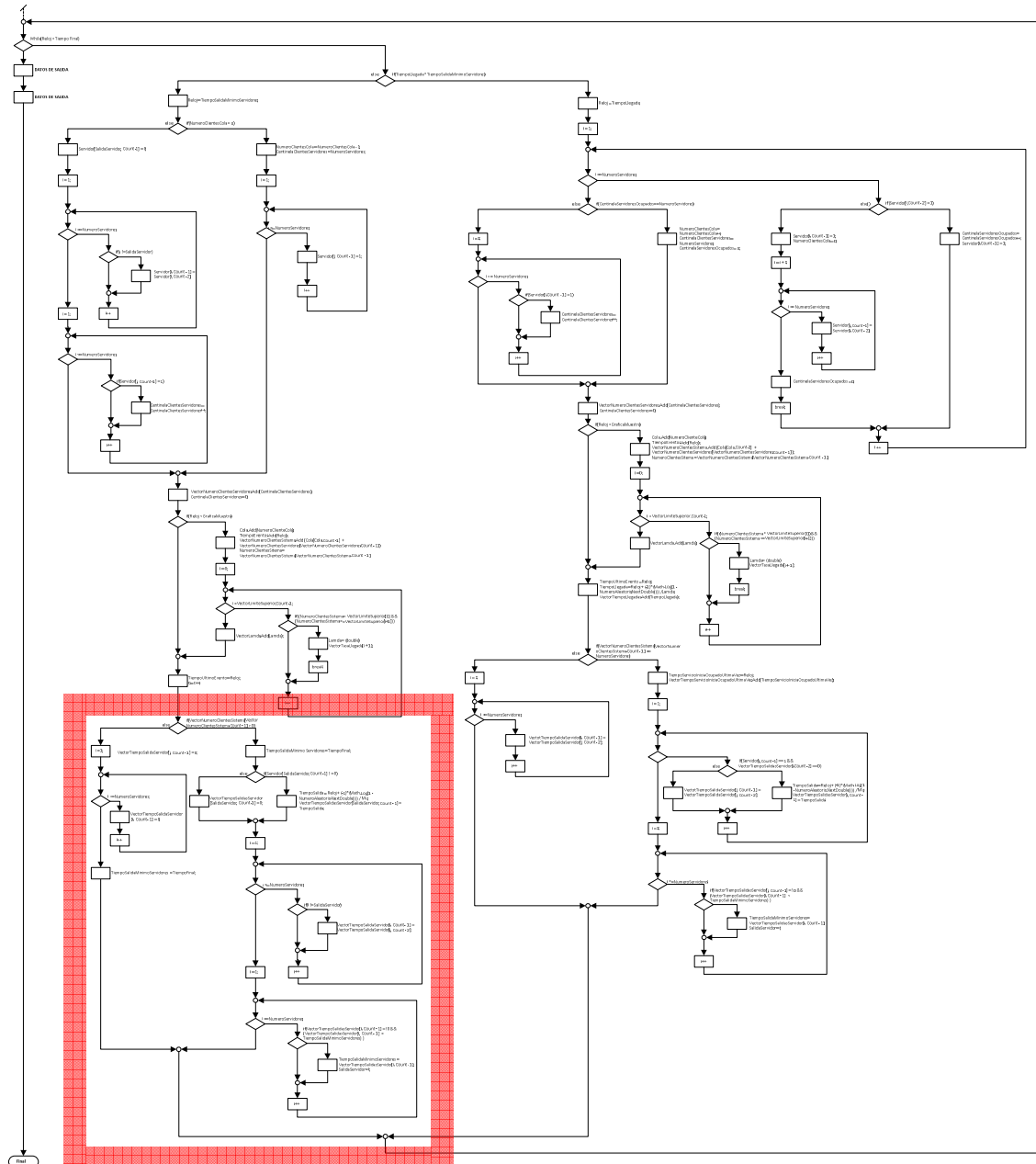


Figura B.6. Se verifica que existan clientes en el sistema si es así se genera una salida, si no, se obliga al sistema a permitir una llegada.

6. Se verifica que existan clientes en el sistema si es así se genera una salida, si no, se obliga al sistema a permitir una llegada

Si hay clientes en el sistema el cliente próximo a ser servido ingresa al servidor que se desocupo y se le asigna un tiempo de llegada, en caso contrario, se pide al sistema a esperar a un nuevo cliente para que ingrese a la fila. Ver Figura B.6.

Apéndice C

FUNCIONAMIENTO Y USO DEL PROGRAMA

El programa funciona por medio de una plataforma de simulación diseñada con el enfoque de programación estructurada y programación orientada a objetos de otra plataforma de desarrollo de software para aplicaciones con interfaz gráfica, esta es, Visual C# de Microsoft.

La tarea de diseñar y programar el sistema LENHDES con programación estructurada se realizó usando las estructuras de control *if*, *if else*, *for*, *while*, *do While*, y *secuencia*. Usamos los métodos y clases del lenguaje Visual C#. La programación se muestra con todos los anidamientos en el diagrama de flujo de la sección siguiente.

Para diseñar y construir la interfaz gráfica de usuario del simulador LENHDES fue necesario programar los objetos⁴ representados como “botones, controles, cajas de texto, etc” que proporciona Visual C# también llamados “Forms”.

El simulador LENHDES reproduce el comportamiento de líneas de espera donde la tasa de llegada o de servicio dependen del estado del sistema, para esta empresa se necesitan ingresar datos o *parámetros de entrada*, donde el simulador los enviará a un *proceso* por medio de un programa descrito en las secciones anteriores para entregar en una o varias corridas de simulación las *variables salida* o medidas de desempeño útiles al administrador del sistema. La Figura 4.16 muestra una descripción de la manera que se usa el simulador.

El software cuenta con la *programación de excepciones*, de esta manera el software va indicando al usuario como se van tecleando los parámetros de entrada de manera correcta, por

⁴ Para ver detalles de la programación revise el archivo con extensión .cs incluido en el CD de esta tesis

ejemplo, si la memoria es insuficiente para el procesamiento de los datos la *excepción* indica un *desbordamiento de memoria*.

Parámetros de entrada (a).

Se ingresan los conjuntos de intervalos y la **tasa de llegada** donde esta es dependiente del estado del sistema

Parámetros de entrada (b).

Se ingresan los conjuntos de intervalos y la **tasa de servicio** donde esta es dependiente del estado del sistema

Proceso (a).

Se muestran las iteraciones que va disparando el proceso donde se observa el cálculo de las medidas de desempeño y el tiempo del evento donde fueron calculadas.

Parámetros de entrada (c).

En este apartado se ingresan el número de servidores y se ajusta el reloj del sistema que se quiere simular. Se introduce además el tiempo que se quiere observar en la gráfica.

Proceso (b).

Se presenta la gráfica de las medidas de desempeño como una visión general del comportamiento del sistema.

Salidas.

Las medidas de desempeño se muestran en este apartado de la interfaz algunas de estas son:

Lq, Ls, Lserv, Wq, Ws, CBarra, Utilización, entre otras medidas.

Figura C.1. Descripción de los apartados de la interfaz del simulador LENHDES 1/2.

Una vez que se configuró el sistema con las características deseadas se pueden modificar con los botones *agregar*, *quitar* y *borrar* para la reconfiguración hasta que el sistema quede definido completamente con sus rangos y tasas de cambio tanto de las llegadas como de servicios.

El software LENHDES cuenta con un apartado donde se puede seleccionar el tipo de medida de desempeño vs el tiempo y pueda ser graficada para que el usuario tenga información inmediata sobre el comportamiento del sistema, tal como, el tiempo que tarda el sistema en estar en el estado transitorio, el tiempo que el sistema está en estado resonante o el tiempo que tarda el sistema en llegar al estado estacionario.

Otro reporte que entrega el simulador, es el tiempo de procesamiento de datos y el tiempo que tarda en proporcionar las salidas como diagnóstico de la corrida simulada. La Figura 4.17 describe como se ejecuta la simulación por medio del botón de disparo *Simular* y como se

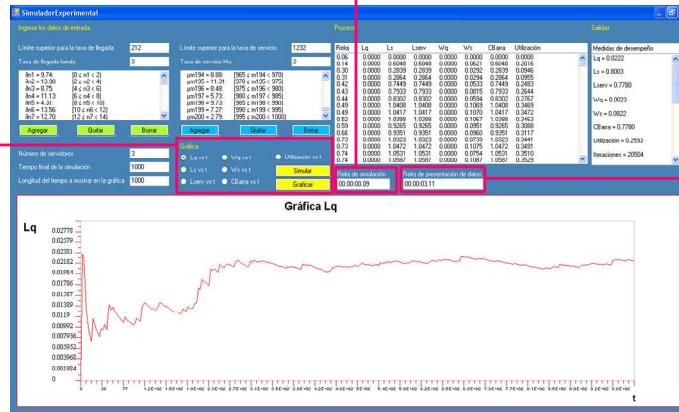
ejecuta la grafica por medio del botón *Graficar*, además de como se entrega el tiempo de diagnóstico de la simulación.

Diagnóstico (a).

Se presenta un reloj de diagnóstico para observar el tiempo de ejecución de la simulación.

Ajuste y disparo de la corrida.

Se selecciona la gráfica que se quiere observar al terminar la simulación y se ordena la ejecución de la corrida.



Diagnóstico (b).

Aquí se observa el tiempo que tarda la interfaz gráfica del simulador en dar los resultados, desde el inicio de la ejecución del programa hasta la presentación de las medidas de desempeño.

Figura C.2. Descripción de los apartados de la interfaz del simulador LENDHDES 2/2.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Averill M.Law, W.David Kelton, *Simulation Modeling and Analysis*, Mac Graw Hill, Third Edition, 2000.
- [2] Sheldon M. Ross, *Simulación*, Prentice Hall, 2ª edición, 1999.
- [3] Efraín Soto, Apolinar. *Simulación de una Línea de espera no homogénea*, Tesis de Maestría, 2010, México: Universidad Autónoma de Nuevo León.
- [4] Donald Gross, John F. Shortle, James M. Thompson, Carl M.Harris, *Fundamentals of Queueing Theory*, WILEY, Fourth Edition, 2008.
- [5] Hamdy A. Taha, *Investigación de operaciones*, PEARSON, 7ª edición, 2004.
- [6] Hiller, Frederick S.; Lieberman, Gerald J. *Introducción to operation research*, 7th, McGraw-Hill, EE.UU, 2001.
- [7] Harvey M. Deitel y Paul J. Deitel, *Cómo programar C#*, 2ª edición, Pearson, 2007.
- [8] Harvey M. Deitel y Paul J. Deitel, *C++ Cómo programar*, 6ª edición, Pearson, 2007.

-
- [9] Baase, Van Gelder, *Algoritmos Computacionales, Análisis y diseño*, 3ª edición, Addison Wesley, 2002.
- [10] Montgomery , *Diseño y análisis de experimentos*, LIMUSA WILEY, 2ª edición, 2010.
- [11] Heinz Dieterich, *Nueva guía para la investigación científica*, Orfila, 2011.

FICHA AUTOBIOGRÁFICA

Víctor Hugo Martínez Reza

Candidato para el grado de Maestro en Ciencias

con especialidad en Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

SIMULACIÓN DE UNA LÍNEA DE ESPERA

CON TASA DE LLEGADA

DEPENDIENTE DEL ESTADO DEL SISTEMA

Sencillo.

Nací el 16 de enero de 1981 en la delegación Gustavo A. Madero, DF, Ciudad de México en una familia de clase baja por lo que había pocos recursos para estudiar en otras escuelas que no fueran los centros de educación públicos.

Mi educación en las instituciones públicas inició en el año de 1987 cuando ingresé a la escuela primaria Club de Leones de la Villa No 4 en el Distrito Federal mi estancia en esa escuela fue de contrastes, pero al final recuerdo mucho más, lo feliz que fui los seis años que me realice allí.

Pasé a la escuela Secundaria Diurna No 216 Alfredo Nobel en el año 1993, con muchas ilusiones de hacer bien las cosas y por las nuevas personas que conocería, fui muy feliz los

tres años, era un entorno duro, de marginación, competencia desleal y falta de ética por parte de la mayoría que integraban la comunidad estudiantil.

Salí de la secundaria en el año de 1996 y ese mismo año ingresé con nuevos objetivos e ilusiones a la educación media superior mi nuevo hogar escolar fue la Preparatoria Oficial No 107 Acolman en el Estado de México. Cuando egresé de la preparatoria mi paso a la universidad no sucedió de manera automática fueron días difíciles y de incertidumbre, ya que en el periodo natural de ingreso no fui aceptado en las Universidades que ofertaban lugares, me coloqué en el comercio informal para ganar un poco de dinero y de esta manera pagar algunos cursos de regularización mi “sueño” de juventud era convertirme en Ingeniero Mecánico por lo que estaba dispuesto a ser lo posible por ingresar a un centro de nivel Superior de prestigio.

Sucedió, después de mucho estudió de manera autodidacta y recibiendo clases particulares por algunas semanas sucedió, fui aceptado en los tres principales centros de educación superior pero en diferentes carreras incluyendo la de Ingeniería Mecánica, pero no elegí esta, mi nueva aventura empezó cuando ingresé a estudiar en el año 2000 la carrera de Ingeniería Industrial en la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco. Fui muy feliz, me titulé de Ingeniero Industrial con especialidad en tecnologías para la manufactura. Terminé en el año 2008.

Durante el año 2009 crisis económica mundial afectando a México, hay pocas vacantes demasiada demanda de empleo quiero insertarme al campo laboral. No lo logro.

Finales del año 2009 aplico para ingresar a la Maestría en Ciencias de la Ingeniería de Sistemas en la Universidad Autónoma de Nuevo León: Vuelve a suceder soy aceptado e ingreso a principio de enero del año 2010 con beca CONACYT.

Mes de mayo del año 2012, estoy aquí escribiendo un poco de mi cuando preferiría hablar de todos, de él, de ellos, de ella, de ellas, de todos los que me hicieron y me hacen mejor profesionista, mejor hijo, mejor hermano, mejor papá, en fin, mejor persona. El mérito es de ellos los que quiero mucho porque me han mantenido vivo y feliz. Mi pueblo.