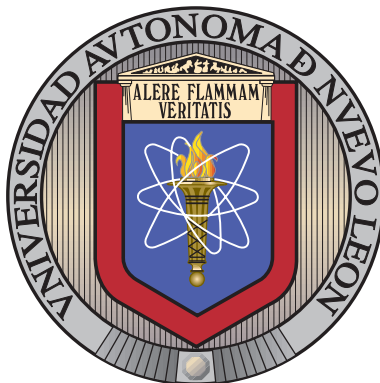


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



CONTROL DE FORMACIONES PARA VEHÍCULOS
AÉREOS NO TRIPULADOS MEDIANTE UN ANÁLISIS
DE RECHAZO DE PERTURBACIONES A PARTIR DE
UN ENFOQUE MULTIVARIABLE POR SEPARACIÓN
DE CANALES.

POR

LUIS GUSTAVO TAKANO DE LA CRUZ

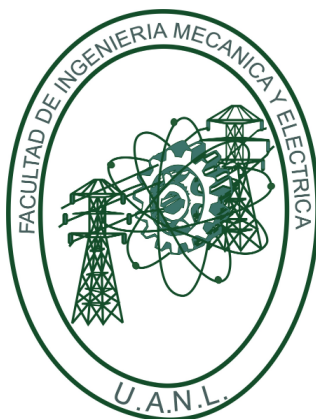
COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA

DICIEMBRE 2025

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



CONTROL DE FORMACIONES PARA VEHÍCULOS
AÉREOS NO TRIPULADOS MEDIANTE UN ANÁLISIS
DE RECHAZO DE PERTURBACIONES A PARTIR DE
UN ENFOQUE MULTIVARIABLE POR SEPARACIÓN
DE CANALES.

POR

LUIS GUSTAVO TAKANO DE LA CRUZ

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA

DICIEMBRE 2025

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Posgrado

Los miembros del Comité de Evaluación de Tesis recomendamos que la tesis "Control de formaciones para vehículos aéreos no tripulados mediante un análisis de rechazo de perturbaciones a partir de un enfoque multivariable por separación de canales", realizada por el estudiante Luis Gustavo Takano de la Cruz, con número de matrícula 1463615, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica.

El Comité de Evaluación de Tesis

Dr. Luis Antonio Amézquita Brooks
Director

Dr. Octavio García Salazar
Revisor

Dr. Carlos Antonio Santana Delgado
Revisor

Dr. Luis Arturo Reyes Osorio
Revisor

Dr. David Fernando Novella Rodríguez
Revisor

Dra. Diana Hernández Alcántara
Revisora

Vº. Bº.



Dr. Azael Martínez de la Cruz
Secretario de Estudios de Posgrado



SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

Institución	190001
Programa	557603
Acta núm.	379

Ciudad Universitaria, 28 de mayo de 2026.

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, diciembre 2025

A mis padres y hermanos

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	XXI
Resumen	XXIII
1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Antecedentes	5
1.3. Justificación	7
1.4. Hipótesis	8
1.5. Objetivo general	8
1.5.1. Objetivos específicos	9
2. Consenso y sistemas de Múltiples Agentes	10
2.1. Introducción a Consenso (teoría grafos)	10
2.1.1. Limitaciones en algoritmos de consensos	12
2.2. Ley de control de formación descentralizado	16
2.3. Algoritmo de consensos como problema de control multivariable . . .	17

2.3.1. Dinámica de los agentes	23
3. Control de formaciones como un problema multivariable	28
3.1. Introducción	28
3.1.1. Canal individual de posición del agente	32
3.1.2. Canal individual de distancia	34
3.2. Control de distancia de alto acoplamiento cruzado (consenso típico) .	35
3.3. Control de distancia mediante separación de ancho de banda	41
4. Escalabilidad hacia Formaciones de Gran Escala	47
4.1. Formaciones Lineales de N-Agentes (1-D)	48
4.1.1. Formación lineal de 3-Agentes	52
4.2. Formaciones arbitrarias	56
4.2.1. Ejemplo de formación de 7 agentes tipo “estrella”	59
5. Control de formaciones por Enfoque de Centroide–Distancias	65
5.0.1. Diseño de control de distancias k_d mediante K_c , K_δ	71
6. Validación y Resultados Experimentales	82
6.1. Configuración Experimental y Plataforma	83
6.2. Consenso clásico: diseño de control de distancias mediante sintoniza- ción PD	87
6.3. Control por Separación de Ancho de Banda	95

7. Conclusiones y trabajo futuro	103
7.1. Trabajo futuro	106
A. Modelo del agente	107
B. Diseño por canal individual (ICD)	113
B.1. Control multivariable de 2-entradas 2-salidas por ICD	113
C. Implementación en MATLAB	118
D. Divulgación científica	127

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1.	Efectos de una perturbación externa bajo diferentes esquemas de formación. Para cada caso: (fila 1) configuración inicial, (fila 2) desplazamiento máximo durante perturbación, (fila 3) recuperación del estado original. (a) Sin consenso (los agentes no están acoplados dinámicamente): riesgo de colisión; (b) Consenso con alto acoplamiento cruzado: la perturbación se distribuye a toda la formación; (c) Consenso con gestión adecuada del acoplamiento entre control individual y control de formación: la perturbación es absorbida por la formación.	16
2.2.	Topología de formación de 2 agentes.	18
2.3.	(a) Diagrama de bloques del algoritmo de consenso redefinido. Las referencias se relacionan con $d_d = h_1^d - h_2^d$, mientras que δu representa una posible perturbación que se utilizará más adelante. (b) Planta multivariable de lazo abierto equivalente.	20
2.4.	Esquema de control típico de dos capas de un cuádrirrotor individual. La dinámica en lazo cerrado se comporta como un sistema pasa-bajos con un ancho de banda determinado, y se utiliza como modelo del agente para el control de formación.	24
2.5.	(a) Respuesta en el tiempo del cuádrirrotor ante una señal tipo escalón como referencia. (b) Respuesta en frecuencia del sistema $LA(k_1q)$	26

2.6.	(a) Respuesta de posición del agente 1 con perturbaciones y del agente 2 sin perturbaciones. (b) Señal de perturbación en la entrada del agente 1; estas perturbaciones se estarán usando más adelante.	26
3.1.	Esquema de control descentralizado multivariable con partición (2×2) .	30
3.2.	(a) Respuesta en frecuencia del canal individual de posición del agente 1 $c_{h1}(s)$ con control de distancia $k_d(s)$, habilitado y deshabilitado. (b) Función de sensibilidad S y sensibilidad complementaria T . Se observa pérdida de desempeño y de rechazo a perturbaciones al introducir $k_d(s)$. . .	36
3.3.	(a) Respuesta en frecuencia del canal individual de distancia $C_d(s)$. (b) S : sensibilidad y T : sensibilidad complementaria del canal de distancia.	37
3.4.	Diagrama de Bode de la MSF, $\Gamma_{Cd}(s)$ (línea negra continua) que corresponde al canal individual de distancia $C_d(s)$. Si $\ \Gamma(j\omega_0)\ _{dB} \rightarrow 0$ dB indica bloqueo del canal individual. En este caso, el $C_d(s)$ tiende a ser bloqueado cuando los controles de posición de los agentes tienen alta ganancia en lazo abierto (línea negra discontinua).	38
3.5.	Diagrama de Bode de la MSF, $\Gamma_{Ch1}(s)$ (línea continua negra) que corresponde al canal individual de posición del agente 1 $C_{h1}(s)$. En este caso, el $C_{h1}(s)$ se bloquea (es decir, $\Gamma_{Ch1}(j\omega) \rightarrow 0$ dB) cuando el $C_d(s)$ y el canal individual de posición del agente 2 $C_{h2}(s)$, presentan alta ganancia en lazo abierto (ambas líneas discontinuas). Si solo uno de ellos tiene alta ganancia, entonces el $C_{h1}(s)$ se bloquea parcialmente.	39

- 3.6. (a) Análisis de rechazo de perturbaciones de los dos agentes con $k_d(s)$ de alto acoplamiento cruzado, ante una perturbación en la entrada del agente 1. (b) Respuesta en el tiempo de los dos agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. En este caso, debido a la alta ganancia del $k_d(s)$ en lazo abierto, el rechazo de perturbaciones de los dos agentes es muy similar, lo que indica que la perturbación se propaga a toda la formación. 40

- 3.7. Diagrama de Bode de la MSF, $\Gamma_{Ch1}(s)$ (línea negra continua) del $C_{h1}(s)$, y lazo abierto del $C_{h2}(s)$ y del $C_d(s)$ (ambos con líneas punteadas). La reducción del acoplamiento cruzado y del bloqueo previamente observado en $\Gamma_{Ch1}(s)$ en la sección anterior, se debe a que las frecuencias de alta ganancia de los canales individuales en lazo abierto no se superponen. . . . 42

- 3.8. (a) Respuesta en frecuencia del $C_{h1}(s)$ con $k_d(s)$ habilitado y deshabilitado. (b) S: función de sensibilidad y T: sensibilidad complementaria de $C_{h1}(s)$. Mediante separación de ancho de banda los agentes mantienen el mismo desempeño en formación (línea punteada) que con control individual (línea continua). Esta figura puede compararse con la Fig. 3.2. 43

- 3.9. (a) Respuesta en frecuencia del C_d con $k_d(s)$ habilitado y deshabilitado. (b) S: función de sensibilidad y T: sensibilidad complementaria del canal de distancia. 44

- 3.10. (a) Análisis de rechazo de perturbaciones de los dos agentes con $k_d(s)$ por separación de ancho de banda, ante una perturbación en la entrada del agente 1. (b) Respuesta en el tiempo de los dos agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. En este caso se muestra que la perturbación aplicada al agente 1 se atenúa conforme se propaga por la formación. 45

3.11. Respuesta escalón del $C_{h1}(s)$. Se observa el efecto de los distintos enfoques de de $k_d(s)$. Un adecuado manejo del acoplamiento cruzado en la formación permite preservar la respuesta nominal del agente individual incluso con $k_d(s)$ habilitado.	46
4.1. Topologia de formacion lineal de N-agentes.	49
4.2. (a) Diagrama de bloques de 3 agentes (b) Planta multivariable de lazo abierto de los 3 agentes.	52
4.3. (a) Análisis de rechazo de perturbaciones en los 3 agentes con control de distancias basado en separación de ancho de banda, ante una perturbación en la entrada del agente 1. (b) Respuesta en el tiempo de los 3 agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. En este caso, la respuesta del agente 2 se disipa parcialmente en comparación con la del agente 1, y la del agente 3 se disipa parcialmente respecto a la del agente 2, mostrando que la formación disipa la perturbación. . .	55
4.4. (a) Análisis de rechazo de perturbaciones en los 3 agentes con control de distancias altamente acoplado ante una perturbación en la entrada del agente 1. (b) Respuesta en el tiempo de los 3 agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. En este caso, debido a la alta ganancia del control de distancia en lazo abierto, el rechazo de perturbaciones de los tres agentes son muy similares, lo que indica que la perturbación se propaga a toda la formación.	56
4.5. Topología de 7 agentes	59
4.6. Topología de la formación con perturbación en dos escenarios diferentes	61

4.7. Análisis de la respuesta de la formación ante una perturbación aplicada al agente 1. (a) Bajo un diseño con alto acoplamiento cruzado (diseño con consenso clásico), la perturbación se propaga a todos los agentes casi por igual. (b) Con enfoque de separación de ancho de banda, la perturbación se disipa conforme aumenta la distancia topológica. (c,d) Esfuerzos de control requeridos por los agentes no perturbados directamente, evidenciando que un mayor acoplamiento implica mayor esfuerzo en toda la formación.	62
4.8. Análisis de la respuesta de la formación ante una perturbación aplicada al agente 4.	62
4.9. Simulación 3D de la formación de la Figura 4.5 siguiendo una trayectoria circular. En un momento dado, el agente 1 es perturbado (ver recuadro ampliado). (a) Con un enfoque de control altamente acoplado, la perturbación se propaga de forma casi uniforme entre todos los agentes. (b) Con control por separación de ancho de banda, los agentes no perturbados presentan una respuesta menor en comparación con el agente perturbado, reflejando un acoplamiento reducido en la formación. . .	63
5.1. Topología de 2 agentes con centroide y distancia.	65
5.2. diagrama de bloques de Centroide–Distancias para una formación de dos agentes.	66
5.3. Diagrama de bloques mediante las ecuaciones de centroide y distancias (5.13), (5.14)	70
5.4. mapeo de coordenadas en el enfoque de Centroide–Distancias	70

- 5.5. **(a)** Enfoque Centroide-Distancias. Lazo abierto de $K_c(s)q(s)$ comparado con el lazo abierto de $q(s)K_\delta(s)$. **(b)** Comparación de la diagonal del sistema multivariable de control de formaciones: $K(s)G(s)$ (Ecuaciones 4.3, 4.5, 2.21, 2.23); lazo abierto del agente con control de posición ($LA(k_q(s)G_h(s))$), y lazo abierto de $k_d\mathbf{G}_d(s)$, que corresponde al subsistema de distancias (ver 4.3). Se tiene $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.2, y $K_c(s) = k_q(s)$ 74
- 5.6. **(a)** Respuesta en frecuencia del $C_{h1}(s)$ con $k_d(s)$ habilitado y deshabilitado. **(b)** S : función de sensibilidad y T : sensibilidad complementaria de $C_{h1}(s)$. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.2, $K_c(s) = k_q(s)$ 74
- 5.7. **(a)** Respuesta en frecuencia del canal individual de distancia $C_d(s)$ con control de distancias $k_d(s)$. **(b)** S : sensibilidad y T : sensibilidad complementaria del canal de distancia. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.2, $K_c(s) = k_q(s)$ 75
- 5.8. Diagrama de Bode de la MSF del canal de posición del agente 1, $\Gamma_{Ch1}(s)$; de los lazos abiertos del canal de posición del agente 2 $C_{h2}(s)$ y del canal distancia $C_d(s)$. El acoplamiento cruzado y el bloqueo en la posición del agente 1 se han reducido, ya que las frecuencias donde hay alta ganancia de los lazos abiertos de los canales de posición y distancia (líneas punteadas) no se intersectan. 76
- 5.9. **(a)** Análisis de rechazo de perturbaciones de dos agentes ante una perturbación en la entrada en el agente 1, con $k_d(s)$ diseñado por la equivalencia Centroide-Distancias. **(b)** Respuesta en el tiempo de los dos agentes ante una serie de perturbaciones en la entrada del agente 1. En este caso se muestra que la perturbación aplicada al agente 1 se atenúa conforme se propaga por la formación. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.2, $K_c(s) = k_q(s)$ 76

5.10. (a) Respuesta en frecuencia del $C_{h1}(s)$ con $k_d(s)$ habilitado y deshabilitado. (b) S : función de sensibilidad y T : sensibilidad complementaria de $C_{h1}(s)$. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.3, $K_c(s) = k_q(s)$	79
5.11. (a) Respuesta en frecuencia del canal individual de distancia $C_d(s)$ con control de distancias $k_d(s)$. (b) S : sensibilidad y T : sensibilidad complementaria del canal de distancia. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.3, $K_c(s) = k_q(s)$	79
5.12. (a) Análisis de rechazo de perturbaciones de dos agentes ante una perturbación en la entrada en el agente 1, con $k_d(s)$ diseñado por la equivalencia Centroide-Distancias. (b) Respuesta en el tiempo de los dos agentes ante una serie de perturbaciones en la entrada del agente 1. Se observa que la perturbación se propaga a toda la formación. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.3, $K_c(s) = k_q(s)$	80
5.13. (a) Respuesta en el tiempo de dos agentes ante una serie de perturbaciones en la entrada del agente 1, con $k_d(s)$ diseñado mediante la equivalencia Centroide-Distancias. (b) Respuesta en el tiempo de dos agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. Se observa que la perturbación se transmite al segundo agente en este caso con un desplazamiento en sentido opuesto al agente 1 debido a $a > b$, con parámetros de diseño $a = 192$ y $b = 12$ para K_δ Ec. 5.16 y $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, $K_c(s) = k_q(s)$	80
6.1. Diagrama de comunicación	83
6.2. Drones Ryze/DJI Tello EDU como plataforma para experimentos	84

6.3.	Respuesta del dron 1 y 2 totalmente desacoplados. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); (d-e) Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y; (f-h) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; (j-k) Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y.	85
6.4.	Respuesta del dron 1 y 2 totalmente desacoplados. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); (d-f) Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; (j-k) Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y.	86
6.5.	Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la Configuración 1 de la Tabla 6.1. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); (d-f) Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; (j-k) Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; (l) acción de control de distancias (U_d)	89

6.6.	Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la Configuración 2 de la Tabla 6.1. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); (d-f) Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; (j-k) Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; (l) acción de control de distancias (U_d)	90
6.7.	Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la Configuración 2 de la Tabla 6.1. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); (d-f) Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; (j-k) Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; (l) acción de control de distancias (U_d)	91
6.8.	Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la Configuración 2 de la Tabla 6.1. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); (d-f) Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; (j-k) Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; (l) acción de control de distancias (U_d)	92

6.9.	Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la Configuración 2 de la Tabla 6.1. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); (d-f) Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; (j-k) Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; (l) acción de control de distancias (U_d)	93
6.10.	Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la Configuración 2 de la Tabla 6.1. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); (d-f) Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; (j-k) Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; (l) acción de control de distancias (U_d)	94
6.11.	Respuesta de la formación durante 27 segundos con control de diseño 1 de la Tabla 6.2. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); (d-e) Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); (f-h) Dron 2: posición estimada en eje Y; (j) acción de control de distancias (U_d).	96
6.12.	Respuesta de la formación durante 27 segundos con control de diseño 2 de la Tabla 6.2. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); (d-e) Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); (f-h) Dron 2: posición estimada en eje Y; (j) acción de control de distancias (U_d).	97

6.13. Respuesta de la formación durante 35 segundos con control de diseño 3 de la Tabla 6.2. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); (d-e) Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); (f-h) Dron 2: posición estimada en eje Y; (j) acción de control de distancias (U_d).	98
6.14. Respuesta de la formación durante 35 segundos con control de diseño 3 de la Tabla 6.2. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); (d-e) Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); (f-h) Dron 2: posición estimada en eje Y; (j) acción de control de distancias (U_d).	99
6.15. Respuesta de la formación durante 35 segundos con control de diseño 3 de la Tabla 6.2. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); (d-e) Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); (f-h) Dron 2: posición estimada en eje Y; (j) acción de control de distancias (U_d).	100
6.16. Respuesta de la formación durante 35 segundos con control de diseño 3 de la Tabla 6.2. (a-c) Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); (d-e) Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; (g-i) Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); (f-h) Dron 2: posición estimada en eje Y; (j) acción de control de distancias (U_d).	101
A.1. marco de referencia inercial y del cuadrirrotor.	108
B.1. Lazo cerrado de un esquema multivariable en forma de vector-matriz	113

B.2. Esquema multivariable 2x2 (2 entradas y 2 salidas) con control des- centralizado	115
B.3. Transmisión de señal de $r_1(s)$ a $y_1(s)$	115
B.4. Transmisión de señal de $r_1(s)$ a $y_1(s)$ con $\hat{u}$ a $\hat{y}$ de forma compacta .	116
B.5. Transmisión de señal de $r_1(s)$ a $y_1(s)$ con señal de perturbación de referencia cruzada	116
B.6. Canales individuales C_1 y C_2 en lazo cerrado con señal de perturbación de referencia cruzada	117
D.1. Portada del artículo <i>Formation control as a classical decentralized multi- variable problem: Performance, robustness, cross-coupling and perturbation rejection</i> [1], derivado de esta tesis.	128

ÍNDICE DE TABLAS

5.1. Propiedades de la transformación	71
5.2. Valores de a y b empleados en el diseño de $K_\delta(s)$ para k_d con rechazo de perturbaciones.	73
5.3. Valores de a y b empleados en el diseño de $K_\delta(s)$ para k_d con alto acoplamiento.	78
6.1. Configuraciones de control PD	88
6.2. Control de distancias continuo y discreto que se usaron	96
A.1. Parametros del cuadirrotor	110

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por haberme otorgado la beca de doctorado; gracias a su apoyo, generaciones de profesionistas pueden concluir sus proyectos académicos.

A la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León y al Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica por darme la oportunidad de formar parte del programa y por las instalaciones prestadas durante el doctorado.

Quisiera agradecer a mi asesor de tesis, el Dr. Luis Amézquita Brooks, por compartirme parte de sus conocimientos y sus enseñanzas durante el doctorado; sin su paciencia y guía no hubiera podido terminar este trabajo.

Al comité de tesis, formado por el Dr. Octavio García Salazar, el Dr. Luis Arturo Reyes Osorio, el Dr. Carlos Antonio Santana Delgado, la Dra. Diana Hernández Alcántara y el Dr. David Fernando Novella Rodríguez, por el tiempo que dedicaron a revisar este trabajo de tesis. Asimismo, al Dr. Octavio García Salazar por involucrarme en su equipo de trabajo.

Agradezco también al Dr. Edmundo Javier Ollervides Vázquez por facilitar el equipo necesario para la realización de las pruebas experimentales, lo cual contribuyó de manera significativa al desarrollo de este proyecto.

Así como a todos los docentes que me orientaron, formaron y apoyaron durante el doctorado y durante las clases impartidas.

A mis compañeros de laboratorio.

A mis padres, que durante todo mi trayecto de vida siempre han estado conmigo y me han encaminado en el sendero del bien.

RESUMEN

Luis Gustavo Takano de la Cruz.

Candidato para obtener el grado de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: CONTROL DE FORMACIONES PARA VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS MEDIANTE UN ANÁLISIS DE RECHAZO DE PERTURBACIONES A PARTIR DE UN ENFOQUE MULTIVARIABLE POR SEPARACIÓN DE CANALES.

Número de páginas: 137.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO:

Objetivo general:

Realizar un control de formaciones para múltiples VANTs que involucre un análisis de rechazo de perturbaciones en el sentido clásico (análisis en dominio de frecuencia) para todo eje traslacional de los VANTs utilizando el análisis para sistemas multivariados por canal individual.

Objetivos específicos:

- Desarrollar herramientas de análisis teóricas basadas en canales individuales para definir las propiedades de rechazo perturbaciones del esquema de control propuesto.
- Involucrar las dinámicas de traslación en los ejes longitudinal, transversal y vertical, con la finalidad de tener un control de formación completo en espacio tridimensional.
- Realizar un mapeo de posiciones de referencias de los VANT's a un centroide del grafo, coordinando así el movimiento colectivo de la formación.
- Evaluar los resultados del esquema propuesto utilizando simulaciones digitales y por medio de experimentos, con el objetivo de validar su desempeño y capacidad de rechazo de perturbaciones en condiciones reales.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES:

Contribuciones:

- Se propuso un marco de análisis y diseño para formaciones multiagente basado en el enfoque de Análisis y Diseño por Canales Individuales (ICD), permitiendo considerar explícitamente los acoplamientos dinámicos en la planta multivariable $G(s)$.
- Se estableció un criterio de diseño por separación de ancho de banda que garantiza que los lazos de control local y los de formación operen en regiones de frecuencia distintas, preservando los márgenes de robustez requeridos en aplicaciones aeronáuticas.
- Se desarrolló la formulación geométrica Centroide–Distancias, que permite decomponer el comportamiento colectivo y sintetizar el control de formación mediante un conjunto reducido de parámetros.
- Se generalizó el análisis a configuraciones con múltiples agentes y se validó el esquema mediante simulaciones y experimentos en plataformas reales, mostrando mejoras en rechazo de perturbaciones respecto a técnicas tradicionales.
- Se identificó la posibilidad de extender el enfoque Centroide–Distancias hacia

arquitecturas jerárquicas multi-nivel, donde flotas completas puedan representarse mediante un centroide que interactúe con otros centroides de formaciones adyacentes, abriendo la puerta al estudio de sistemas cooperativos escalables.

Conclusiones:

El trabajo mostró que el control de formaciones multiagente puede abordarse de manera efectiva como un problema de control multivariable utilizando el enfoque ICD, lo que permite analizar la interacción entre los lazos locales de cada agente y el control de formaciones. Se evidenció que los métodos tradicionales de consenso pueden degradar los márgenes de robustez, mientras que el diseño por separación de ancho de banda evita interferencias entre lazos y preserva el comportamiento individual de cada agente.

Asimismo, la formulación Centroide-Distancias permitió sintetizar el control de formación mediante parámetros bien definidos, facilitando su implementación en configuraciones con múltiples agentes. Las simulaciones y los experimentos confirmaron una reducción significativa en la propagación de perturbaciones y una operación estable incluso bajo limitaciones sensoriales, demostrando la aplicabilidad del enfoque para formaciones aéreas cooperativas y sentando bases para futuras extensiones hacia topologías dinámicas y arquitecturas jerárquicas.

Firma del asesor: _____

Dr. Luis Antonio Amezcuita brooks

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN

El uso de vehículos aéreos no tripulados (VANTs) ha evolucionado drásticamente en las últimas décadas, pasando de ser una herramienta emergente a un componente clave en aplicaciones tanto civiles como industriales y militares. Su capacidad para operar en entornos hostiles, ejecutar misiones complejas y realizar tareas específicas con precisión los ha convertido en una tecnología estratégica en sectores como la logística, la vigilancia, la agricultura de precisión y la respuesta a emergencias [2]. Un aspecto crítico en el desarrollo de sistemas avanzados de VANTs radica en la coordinación de múltiples vehículos en formaciones dinámicas, donde es necesario garantizar la sincronización, estabilidad y desempeño colectivo de todos los agentes involucrados [3]. A diferencia de operaciones independientes, la ejecución en formación requiere mantener relaciones geométricas específicas y gestionar interacciones dinámicas entre los vehículos, lo que introduce retos asociados con la robustez, la estabilidad y el rechazo a perturbaciones externas [4], [5]. Si bien el control de formaciones ha sido abordado mediante enfoques tradicionales como algoritmos de sincronización o algoritmos de consenso, estructuras virtuales y esquemas líder-seguidor [6], [7], [8], en años recientes se han desarrollado estrategias más avanzadas que buscan integrar simultáneamente criterios de seguridad y esta-

bilidad en el control de formaciones de VANTs. Por ejemplo, se ha propuesto el uso de control distribuido basado en funciones de Lyapunov y funciones tipo barrera, que permite garantizar estabilidad y evitar colisiones entre VANTs dentro de una formación [9]. También se han desarrollado métodos de control basados en campos potenciales artificiales mejorados, que permiten a los VANTs mantener formaciones precisas mientras evitan obstáculos de forma autónoma. Estos enfoques introducen factores de deformación para adaptarse a condiciones complejas, como vuelos a alta velocidad, manteniendo la precisión de la trayectoria [10]. También se han implementado estrategias avanzadas como control predictivo deslizante tolerante a fallos, que permite la modificación de trayectorias ante perturbaciones externas o fallas en actuadores, además de que considera simultáneamente restricciones ya sea computacionales, físicas y dinámicas [11]. Sin embargo, aunque estos métodos representan avances importantes para la robustez y seguridad del sistema, ninguno de ellos aborda de manera explícita la estructura multivariable del sistema de formación en general, ni gestiona acoplamientos dinámicos complejos entre canales de control (acoplamientos entre entradas y salidas de los agentes o VANTs) dentro de formaciones extensas. Tampoco contemplan la integración con los controles individuales preexistentes de cada agente, lo cual limita su aplicación en sistemas más escalables. Por tanto, los problemas de sensibilidad a perturbaciones, así como las limitaciones de desempeño dinámico, persisten como obstáculos en la implementación práctica para estos sistemas [12], [13].

Ante estas limitaciones, surge la necesidad de desarrollar marcos de control que no solo garanticen estabilidad y seguridad en formaciones dinámicas de VANTs, sino que también consideren explícitamente la naturaleza multivariable de los sistemas de formación, gestionen de manera eficiente los acoplamientos dinámicos entre canales y permitan la integración flexible de controles de formación con controles individuales ya preexistentes. Este trabajo se centra en redefinir el control de formaciones desde una perspectiva multivariable, integrando herramientas como Análisis y Diseño por Canales Individuales (ICD, por sus siglas en inglés). Aunque recientemente se han

reportado avances en estrategias de control multivariable, como adaptativo y cooperativo para VANTs [14–17], dichos enfoques se enfocan principalmente en mejorar la respuesta de la formación frente a perturbaciones externas o cambios de entorno. Sin embargo, estos trabajos limitan su análisis al comportamiento global de la formación o a estabilizar estados colectivos (posición, velocidad, orientación, etc.). En otras palabras, no abordan de forma explícita y directa la estructura interna multicanal del sistema de formación, ni realizan un análisis de los acoplamientos dinámicos entre los agentes. Además, los enfoques mencionados no consideran la compatibilidad con arquitecturas y enfoques de control ya existentes en cada agente, lo que restringe su aplicación en sistemas de forma más heterogénea o en plataformas donde los controles locales o internos son críticos para la operación individual. Por tanto, persiste la necesidad de metodologías que permitan desacoplar dinámicamente los canales de control, analizar y diseñar el comportamiento de la formación en el dominio de la frecuencia, y garantizar la integración entre controles locales y algoritmos de formación de forma global. El enfoque propuesto en esta tesis a través de ICD responde directamente a estas limitaciones, ofreciendo una metodología generalizable para poder ser usada en el análisis y diseño de sistemas de formación robustos, escalables y adaptables en entornos complejos. Este enfoque permite abordar cuestiones importantes y fundamentales, y hasta ahora insuficientemente exploradas en la literatura, tales como:

1. Integración de controles individuales preexistentes con el algoritmo de control de formación, sin comprometer las especificaciones de cada agente.
2. Análisis y diseño de la formación en el dominio de la frecuencia, permitiendo evaluar la estabilidad, robustez y rechazo a perturbaciones de una manera más formal.
3. Gestión de acoplamientos dinámicos a través de la separación de ancho de banda, disipando la propagación de perturbaciones entre los agentes y mejorando la respuesta general del sistema.

Una contribución destacada de este trabajo es la caracterización de las formaciones como sistemas multivariables descentralizados, lo que facilita el diseño y análisis de topologías más complejas con herramientas de control clásico. Este marco teórico se valida mediante simulaciones numéricas y experimentos con cuadrirotors. Esta aeronave sirve como un sistema representativo y es ampliamente utilizada en investigación [17], [18]. Además, los resultados son lo suficientemente generales para ser aplicados a una variedad de plataformas y escenarios. A diferencia de enfoques previos, esta tesis no se limita a problemas de sincronización o diseño local de controles, sino que se propone un marco de diseño, análisis y validación en formaciones cooperativas de VANTs. Reconociendo que los acoplamientos dinámicos entre agentes y canales de control pueden afectar la estabilidad y el desempeño global si no se gestionan adecuadamente, se adopta una perspectiva multivariable que permite identificar y tratar esas interacciones, siguiendo los principios establecidos por Khalil [19, pp. 509–521], quien menciona que en sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas es esencial considerar los acoplamientos o las interacciones cruzadas entre canales, garantizar estabilidad y mantener robustez frente a perturbaciones e incertidumbre [19, pp. 339–372]. De esta forma, los aportes de este trabajo amplían la comprensión del control de formaciones y abren nuevas posibilidades para diseñar sistemas cooperativos más robustos y escalables. El **Capítulo 2** presenta los fundamentos teóricos sobre sistemas de múltiples agentes, consenso y su aplicación en formaciones de VANTs. El **Capítulo 3** desarrolla el control de formaciones como problema multivariable, introduciendo el análisis por canal individual (ICD). El **Capítulo 4** aborda la escalabilidad hacia formaciones con mayor número de agentes, considerando diferentes topologías. En el **Capítulo 5** se propone un enfoque novedoso de centroide y distancias para el diseño de control de formaciones. Finalmente, el **Capítulo 6** presenta la validación experimental mediante plataformas de drones DJI Tello EDU, con análisis comparativo de resultados.

1.2 ANTECEDENTES

La teoría de grafos se establece en 1736, cuando Leonhard Euler resuelve el problema de los puentes de Königsberg, considerado el primer teorema en esta rama de las matemáticas. Euler planteó un método para determinar si era posible recorrer todos los puentes de la ciudad de Königsberg una sola vez sin repetir ninguno, representando puntos (vértices) y conexiones (aristas) como un modelo matemático [20]. Con ello se marcó el inicio de la teoría de grafos como un área formal de estudio, cuyo objetivo es establecer relaciones entre entidades a través de estructuras llamadas grafos. Después, en [21], [22] se consolidó su definición moderna y se sentaron las bases para su aplicación en diversas disciplinas.

La teoría de grafos evolucionó de modelos teóricos a herramientas matemáticas para representar relaciones en sistemas reales. En el siglo XX, se empezó a usar en aplicaciones como redes de comunicación, transporte, sistemas de distribución de energía y posteriormente en usos actuales en entornos digitales y físicos [23]. Debido a que la teoría de grafos fue aplicada a sistemas complejos, surgió el interés de estudiar no solo la estructura, sino también las dinámicas que ocurren en ellos. Esto dio origen a los algoritmos de consenso, donde múltiples agentes autónomos buscan alcanzar un acuerdo común mediante interacciones locales definidas por un grafo [3]. La teoría de grafos bajo estos métodos ha demostrado su eficacia en tareas de coordinación de vehículos y control cooperativo, entre otras.

Además, los algoritmos de consenso han sido empleados en sistemas biológicos [24] y también se han extendido a aplicaciones digitales actuales, como computación distribuida, ciberseguridad, criptomonedas y sistemas de inteligencia artificial [25]. También se han implementado ampliamente en sistemas físicos como robots móviles, vehículos terrestres, acuáticos, aéreos y aplicaciones aeroespaciales [2], [4]. Este cúmulo de desarrollos sentó las bases para abordar problemas de control cooperativo en sistemas autónomos distribuidos, como formaciones de vehículos aéreos

no tripulados, que requieren métodos robustos, de comunicación y adaptativos para operar en entornos dinámicos.

Los algoritmos de consenso han evolucionado significativamente, adaptándose a necesidades específicas de los VANTs o aplicaciones. Por ejemplo, se han desarrollado métodos de control de formación basados en campos potenciales artificiales que permiten una formación y mantenimiento eficientes de grupos de VANTs [26].

Aplicaciones e investigaciones como el esquema líder-seguidor han seguido siendo tema de estudio, con avances como el seguimiento de líderes virtuales. Por ejemplo, en [27] se implementa un esquema de navegación basado en un protocolo de consenso líder-seguidor con referencia a un líder virtual, integrando detección de obstáculos. El sistema se organiza en tres capas de control: planificación de referencia (considerando obstáculos), navegación y orientación.

De igual forma, se han desarrollado protocolos de consenso adaptativos para controlar grupos de VANTs idénticos ante variaciones dinámicas [28]. Asimismo, se ha propuesto un marco de planificación de búsqueda distribuida en entornos tridimensionales (por ejemplo, para búsqueda y rescate o reconocimiento) con un número dinámico de agentes, utilizando control predictivo basado en modelos para generar trayectorias cooperativas [29].

Otra línea de trabajo con avances significativos es el estudio del cambio de topología o geometría de la formación para evadir obstáculos. Por ejemplo, [30] propone un control de formación en forma de V auto-reconfigurable para VANTs que navegan en espacios estrechos con obstáculos densos, demostrando adaptabilidad y eficacia en escenarios complejos. En [31] se integra aprendizaje profundo por refuerzo y transformaciones de formación, permitiendo reorganizar la geometría de vuelo en entornos con obstáculos. De forma similar, en [32] se integran técnicas de aprendizaje por refuerzo profundo para estrategias de control cooperativo en formaciones de múltiples VANTs. En [33] se emplean algoritmos probabilísticos para estimar la ubicación de obstáculos en entornos 3D y realizar maniobras de evasión mediante

campos potenciales.

A pesar de los avances recientes en algoritmos de consenso para formaciones de VANTs [26–33], la mayoría de las propuestas encontradas en la literatura se enfocan en estados colectivos como posición y velocidad, o en la mejora de la estabilidad global de la formación. Aunque algunos trabajos integran técnicas modernas como aprendizaje reforzado o modificación de topologías, su alcance se limita al comportamiento global del sistema, sin considerar la estructura multivariable ni los acoplamientos dinámicos internos entre agentes.

Asimismo, estos enfoques no ofrecen mecanismos que permitan un diseño e integración formal de controles de consenso considerando controles locales ya existentes, aspecto crítico en entornos donde cada agente puede operar bajo diferentes arquitecturas internas. De igual forma, carecen de análisis en el dominio de la frecuencia, indispensable para evaluar de manera rigurosa la estabilidad, robustez, desempeño y perturbaciones.

Estas limitaciones motivan la necesidad de metodologías multivariadas como la propuesta en este trabajo, basada en Análisis y Diseño por Canal Individual (ICD), que permita desacoplar dinámicamente los canales de control, gestionar las interacciones entre agentes y garantizar diseños de control compatibles con controles preexistentes.

1.3 JUSTIFICACIÓN

Existe una necesidad para poder analizar y diseñar esquemas de control para formaciones en términos de sus propiedades de rechazo a perturbaciones. En la literatura actual, si bien se han presentado múltiples trabajos relacionados con control de formaciones, estos se centran mayormente en aspectos generales como la sincronización o la estabilidad en estado estacionario, sin realizar un análisis profundo de los acoplamientos dinámicos entre agentes, análisis en el dominio de frecuencia o

rechazo de perturbaciones en el sentido clásico. Por lo tanto, este enfoque no ha sido estudiado. Por lo que, es necesario desarrollar un análisis y diseño en el dominio de la frecuencia que permita estudiar el control de formaciones, partiendo desde una herramienta matemática para sistemas multivariables, separando las interacciones en canales individuales de entrada y salida. Este enfoque permitirá avanzar en el diseño de controles más flexibles para control de formaciones, cubriendo una brecha importante en el estado del arte.

1.4 HIPÓTESIS

El control de formaciones acopla dinámicamente a los “agentes”, por lo que la formación se vuelve un sistema multivariable altamente acoplado. Utilizando una herramienta matemática para sistemas multivariables que permita separar las interacciones en canales individuales de entrada y salida, es posible hacer uso de herramientas en el dominio de la frecuencia para analizar y comprender la naturaleza de este acoplamiento dinámico. Un diseño de control de formaciones para múltiples VANTs a partir del dominio de la frecuencia permitirá realizar un análisis de rechazo de perturbaciones, de forma que permita atenuar de manera adecuada las perturbaciones externas presentes en la formación conforme el efecto de la perturbación se propague a los demás VANTs.

1.5 OBJETIVO GENERAL

Realizar un control de formaciones para múltiples VANTs que involucre un análisis de rechazo de perturbaciones en el sentido clásico (análisis en dominio de frecuencia) para todo eje traslacional de los VANTs, utilizando el análisis para sistemas multivariables por canal individual.

1.5.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desarrollar herramientas de análisis teóricas basadas en canales individuales para definir las propiedades de rechazo perturbaciones del esquema de control propuesto.
- Involucrar las dinámicas de traslación en los ejes longitudinal, transversal y vertical, con la finalidad de tener un control de formación completo en espacio tridimensional.
- Realizar un mapeo de posiciones de referencias de los VANT's a un centroide del grafo, coordinando así el movimiento colectivo de la formación.
- Evaluar los resultados del esquema propuesto utilizando simulaciones digitales y por medio de experimentos, con el objetivo de validar su desempeño y capacidad de rechazo de perturbaciones en condiciones reales.

CAPÍTULO 2

CONSENSO Y SISTEMAS DE MÚLTIPLES AGENTES

En entornos de sistemas cooperativos, como en formaciones de vehículos aéreos no tripulados (VANTs), robots móviles, sistemas digitales o redes de sensores distribuidos, resulta fundamental establecer algoritmos que aseguren que todas las unidades involucradas logren mantener una formación deseada, incluso una asignación de tarea o una estimación compartida de algún parámetro. Esto se consigue mediante algoritmos llamados consenso, que operan sobre una topología de comunicación.

2.1 INTRODUCCIÓN A CONSENSO (TEORÍA GRAFOS)

Se puede definir un agente como cualquier entidad autónoma capaz de percibir su entorno, procesar información, tomar decisiones y actuar en consecuencia. Como ejemplo de agentes se tiene vehículos autónomos, robots móviles, nodos de red, sensores, etc.

Los sistemas de múltiples agentes han cobrado especial relevancia en las últimas décadas gracias a su capacidad para resolver tareas complejas de manera cooperativa, distribuyendo responsabilidades entre agentes autónomos que trabajan hacia objeti-

vos comunes. La coordinación en estos sistemas se basa principalmente en esquemas de sincronización, como algoritmos de consenso, los cuales permiten a los agentes alcanzar o converger en un valor definido sobre alguna o varias variables físicas, tales como posición, velocidad o también algún estado global; esto se logra con interacciones locales con sus vecinos adyacentes mediante intercambio de información de estados físicos.

Para modelar formalmente las relaciones de comunicación entre agentes se recurre a la teoría de grafos, donde cada agente se representa como un nodo y las conexiones de comunicación entre ellos como aristas o arcos. Las propiedades topológicas del grafo, como la conectividad y el peso o ponderación de las conexiones, influyen directamente en la dinámica colectiva del sistema y determinan aspectos como la viabilidad para alcanzar la convergencia en un estado físico que se desea por algún algoritmo de consenso.

Como se presenta en [3], [34], matemáticamente un grafo se define como $G = (V, E)$, donde V representa el conjunto de nodos o vértices, tal que $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. En el contexto de sistemas de múltiples agentes, estos nodos corresponden a los agentes que interactúan entre sí. Por su parte, E representa el conjunto de aristas o arcos definidos como subconjuntos de pares ordenados del producto cartesiano de los nodos; es decir, $E \subseteq V \times V$. Un arco $(v_i, v_j) \in E$ indica la existencia de un canal de comunicación desde el nodo v_i hacia el nodo v_j .

A cada arco se le puede asociar un peso a_{ij} que representa la importancia, intensidad o capacidad del canal de comunicación. Esta relación puede organizarse en una matriz de adyacencia $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$, donde $a_{ij} > 0$ si existe una conexión de v_i hacia v_j y $a_{ij} = 0$ si no existe tal conexión.

En un grafo dirigido, la comunicación entre dos nodos no necesariamente es bidireccional; es decir, puede ocurrir que $a_{ij} \neq a_{ji}$. Por el contrario, en un grafo no dirigido la relación es simétrica y se cumple $a_{ij} = a_{ji}$, $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$. Mientras que el conjunto de vecinos o nodos adyacentes de v_i , es decir, aquellos nodos con

los que el nodo v_i envía información o con los que tiene una conexión saliente, se representa como:

$$\mathcal{N}_i = \{v_j \in V \mid (v_i, v_j) \in E\} \quad (2.1)$$

Además de la matriz de adyacencia, es común definir la matriz Laplaciana del grafo. Esta se define como $L = D - A$, donde $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz diagonal que contiene los grados de salida de cada nodo; esto es, $D_{ii} = \sum_{j=1}^n a_{ij}$. La matriz Laplaciana representa topológicamente la influencia de cada nodo en la red y resulta útil en el análisis de consenso, sincronización y análisis de estabilidad de sistemas multiagente.

El algoritmo estándar de consenso de primer orden para cada agente se describe como:

$$\dot{x}_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \quad (2.2)$$

Esto representa el cambio de estado de un agente i , basado en las diferencias con sus vecinos j y ponderado por a_{ij} de las conexiones.

Mientras que la forma vectorial del algoritmo de consenso se puede escribir mediante la matriz Laplaciana como:

$$\dot{x}(t) = -Lx(t) \quad (2.3)$$

donde $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ es el vector de estados de todos los agentes.

2.1.1 LIMITACIONES EN ALGORITMOS DE CONSENSOS

Aunque los algoritmos de consenso han sido ampliamente adoptados para la coordinación de sistemas multiagente, presentan diversas limitaciones cuando se consideran desde una perspectiva de diseño de control clásico y despliegue físico real. Algunas restricciones o limitaciones del enfoque de consenso puro se pueden definir a continuación:

1. **Vulnerabilidad a retrasos y dinámica de red:** Los algoritmos de sincronización como consensos son sensibles a los retardos de comunicación, así como al tiempo de cálculo computacional, retardos en los actuadores y al ruido en los sensores, así como retrasos generados por la ejecución de instrucciones afectadas por estos factores, los cuales son inevitables cuando se hacen implementaciones físicas [35]. La presencia de retardos en el sistema o en la convergencia puede afectar el desempeño o incluso inestabilizar el sistema en su totalidad [6]. A pesar de que existen agentes físicos e individuales donde su electrónica es confiable y tienen sensores con muy alta resolución, tolerantes a ciertos errores de medición que ayudan a disminuir ruido y retardos de comunicación, en topologías más densas donde un mayor número de agentes intercambian información simultáneamente, los retardos acumulados pueden inducir oscilaciones, pérdida de sincronización o incluso inestabilidad global en el sistema [36]. Para algoritmos de sincronización de consenso, se pueden describir los retardos mediante

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_j(t - \tau_{ij}) - x_i(t - \tau_{ij}))$$

donde τ_{ij} es el retardo de comunicación entre agentes i y j [6], [37], [38].

2. **Diseño e implementación de algoritmo de consenso sin alineación con la dinámica de los controles locales:** El diseño tradicional de consenso no considera de forma explícita la dinámica interna de los agentes ni los controles locales ya existentes (por ejemplo, los controles de navegación en drones) [3], [39]. Habitualmente, el diseño de consenso se implementa como una capa superior de interacción basada en variables globales o estados compartidos, sin contemplar el acoplamiento dinámico entre canales de control o las interacciones MIMO con los subsistemas individuales [39], [40]. Esto limita la capacidad de realizar un análisis formal de rechazo de perturbaciones y también la posibilidad de aplicar técnicas de análisis en el dominio de la frecuencia para poder diseñar considerando el control local y garantizar especificaciones de robustez como márgenes de ganancia y de fase, los cuales son requeridos

en aplicaciones críticas como las aeronáuticas, donde normas como la MIL-F-8785C [41], MIL-F-9490D [42] y la MIL-STD-1797 [43] establecen criterios de estabilidad y robustez para sistemas de control.

3. **Diseño empírico de ganancias:** Aunque se utiliza la matriz laplaciana para análisis de estabilidad de la topología, haciendo uso del cálculo de autovalores $\det(L - \lambda I)$, donde $\lambda_1 = 0$ con autovector $1 = [1, \dots, 1]^T$ que indica el estado del consenso o un consenso a un valor en común, y $\lambda_2 > 0$ indica que hay conectividad en el grafo [34], [44]. Sabiendo que en algoritmos de consenso se puede extender el uso de esta matriz laplaciana haciendo uso de $\dot{x} = -kLx$ [6], [15]. Esta forma presenta un comportamiento análogo a una retroalimentación de estados, en cuanto a que el valor de k permite desplazar los autovalores de $-kL$ en el eje real, afectando la velocidad de convergencia [15], [44]. Sin embargo, a diferencia del diseño clásico de control, en la práctica las ganancias se determinan empíricamente. Por ejemplo, en algoritmos de consenso típico de segundo orden aplicado a vehículos aéreos no tripulados, la ley de control se establece comúnmente como:

$$u_i = -k_p \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (x_i - x_j) - k_d \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (v_i - v_j) \quad (2.4)$$

Por lo tanto, las ganancias de acoplamiento k_p y k_d para que exista una convergencia en posición y velocidad entre agentes suelen seleccionarse mediante heurísticas o prueba y error, por ejemplo, en [45], donde se emplean algoritmos genéticos para optimizarlas en cuadrirrotores; o en [46], donde se seleccionan valores de ganancias según criterios numéricos vinculados al muestreo y la topología; y en [47], [48], donde se basan en ajustes previos y sintonización, sin una metodología formal. Por lo tanto, según lo reportado en la literatura y en aplicaciones reales, un diseño de control para algoritmos de consenso típico no tiene un ajuste formal o metodología sistemática basada en criterios clásicos de control. Aunque algebraicamente es posible obtener valores adecuados para estas ganancias mediante técnicas como ubicación de polos o un enfoque LQR, en la literatura la atención suele centrarse principalmente en garantizar

estabilidad o convergencia, sin profundizar en cómo dichas elecciones afectan el rechazo de perturbaciones o el mantenimiento de distancias entre agentes. Esto limita la capacidad de garantizar una convergencia robusta y uniforme ante perturbaciones o cambios en la topología.

En otras palabras, en la implementación práctica de algoritmos de consenso se pueden presentar dos problemas importantes:

- **Interferencia con controles existentes:** Los controles de formación diseñados sin un criterio claro bajo especificaciones particulares pueden afectar a los controles individuales de cada agente, comprometiendo su estabilidad y desempeño al introducir altos acoplamientos entre agentes en la formación, lo cual conduce a efectos no deseados tales como:
- **Propagación no deseada de perturbaciones:** Las perturbaciones locales a solo algunos agentes se distribuyen globalmente a través del control de consenso, generando dinámicas no deseadas que degradan el comportamiento de la formación.

Estas limitaciones justifican el desarrollo de esquemas que permitan un balance entre cooperación y autonomía individual. Estos efectos se ilustran en la Figura 2.1, donde se muestran diferentes patrones de propagación de perturbaciones en una formación.

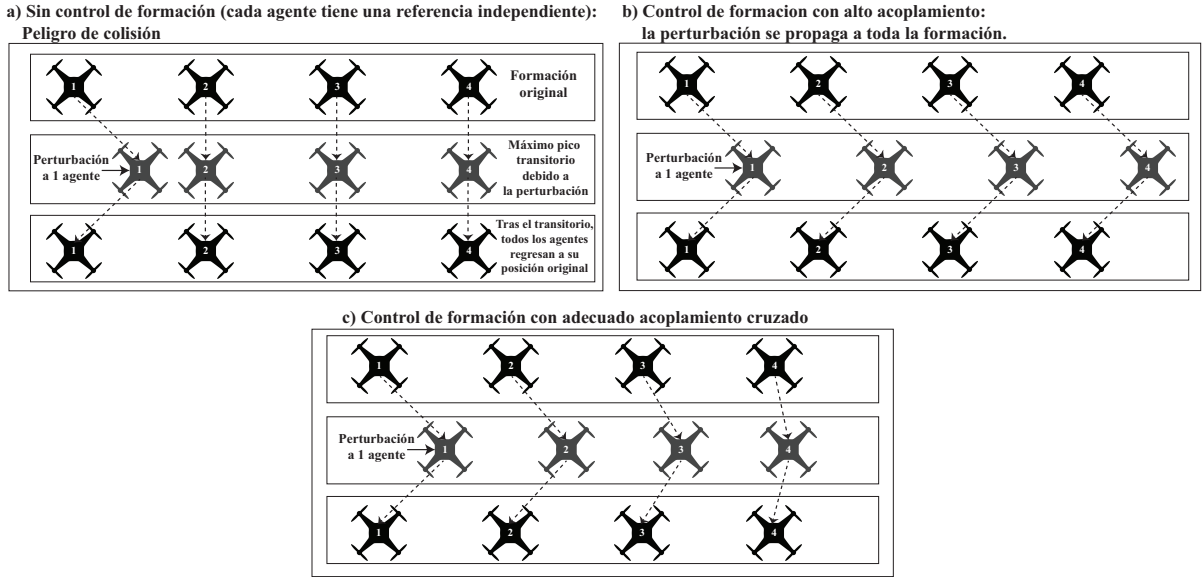


Figura 2.1: Efectos de una perturbación externa bajo diferentes esquemas de formación. Para cada caso: (fila 1) configuración inicial, (fila 2) desplazamiento máximo durante perturbación, (fila 3) recuperación del estado original. **(a)** Sin consenso (los agentes no están acoplados dinámicamente): riesgo de colisión; **(b)** Consenso con alto acoplamiento cruzado: la perturbación se distribuye a toda la formación; **(c)** Consenso con gestión adecuada del acoplamiento entre control individual y control de formación: la perturbación es absorbida por la formación.

2.2 LEY DE CONTROL DE FORMACIÓN DESCENTRALIZADO

Los algoritmos de consenso pueden ser aplicados para ejecutar maniobras de formación descentralizadas, como en escenarios donde se desea mantener una configuración predeterminada de formación, incluso durante vuelos o ante la presencia de perturbaciones externas. En [3] (p. 19), se estudian maniobras de formación y agrupamiento, así como una ley de control de formaciones, donde la posición deseada $h_i^d(t)$ de cada agente es preprogramada o bien comunicada por una entidad central. En estos casos, cuando un agente realiza alguna maniobra, los demás deben ajustar su comportamiento para conservar la forma de la formación.

La ley de control de formaciones considerada en ese contexto está dada por:

$$u_i = -K_g(\tilde{h}_i) - D_g(\dot{\tilde{h}}_i) - K_f \sum_{j=1}^n a_{ij}(\tilde{h}_i - \tilde{h}_j) - D_f \sum_{j=1}^n a_{ij}(\dot{\tilde{h}}_i - \dot{\tilde{h}}_j) \quad (2.5)$$

donde “ $\sim$ ” indica desviación de la variable respecto a su referencia deseada en otras palabras $\tilde{h}_i = h_i - h_i^d$ representa el error de posición respecto al punto deseado h_i^d . Las matrices K_g y D_g son diagonales y definidas positivas, y determinan la convergencia individual de cada agente hacia su punto de referencia. K_f y D_f son matrices semi-definidas positivas simétricas que permiten sincronización entre agentes. a_{ij} indica los elementos de la matriz de adyacencia, define la conectividad de los agentes.

De la ecuación 2.5, los primeros dos términos buscan garantizar que cada agente alcance su posición deseada, mientras que los últimos dos términos aseguran la sincronización con los vecinos, preservando la formación deseada.

Esta ecuación es relevante, ya que servirá como base para desarrollos posteriores en este trabajo. A continuación, se reescribirá esta ecuación separando los componentes de control en términos de la posición y del error de posición, lo que permitirá realizar un análisis estructurado del comportamiento dinámico de la formación a partir de las variables de posición.

2.3 ALGORITMO DE CONSENSOS COMO PROBLEMA DE CONTROL MULTIVARIABLE

A partir de la ecuación de consenso de formación definida en la expresión (2.5), se realizará una reformulación que permita expresar dicha ley de control en términos explícitos de posición y errores de posición. Este desarrollo no solo facilita el análisis estructural del sistema, sino que además permitirá representar su dinámica como un sistema multivariable.

Para simplificar el análisis y facilitar la reformulación de la ley de control, se

considera una topología básica conformada por dos agentes, en este caso representados por vehículos aéreos no tripulados (VANTs), específicamente cuadirrotores. Esta representación es generalizable, por lo que en las secciones posteriores se empleará el término *agente* para referirse a los nodos dentro de la red de formación, mientras que en simulaciones y experimentos se puede utilizar el término *cuadirrotor* o, de igual forma, *agente*, ya que el análisis permanece válido para cualquier entidad dentro de la topología.

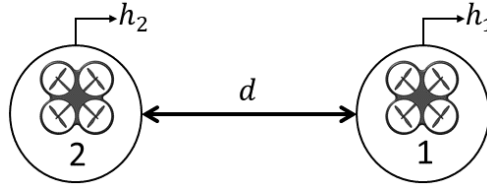


Figura 2.2: Topología de formación de 2 agentes.

La topología de interconexión entre los dos agentes se muestra en la Figura 2.2. Este tipo de topología se considera como un grafo no dirigido y su matriz de adyacencia está dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Expresando las variables en función de posiciones deseadas h_i^d , posiciones reales h_i y en términos de error, se obtiene:

$$e_i = h_i^d - h_i \quad (2.7)$$

$$d = h_1 - h_2 \quad (2.8)$$

$$d_d = h_1^d - h_2^d \quad (2.9)$$

$$e_d = d_d - d \quad (2.10)$$

$$\tilde{h}_i = h_i - h_i^d \quad (2.11)$$

Donde e_i es el error individual de posición del agente i , e_d es el error de consenso o error de distancia entre agentes, d representa la distancia entre ambos agentes. Esta representación permite reescribir la ecuación de consenso (2.5) en términos de

variables físicas medibles, abriendo paso a una interpretación más clara desde el punto de vista del diseño multivariable y facilitando su posterior desarrollo como planta multivariable $G(s)$.

Para el caso de dos agentes con matriz de adyacencia $a_{12} = a_{21} = 1$, inicialmente se evalúa para el primer agente $i = 1$, seguido del agente $i = 2$. Aun así, en las expresiones siguientes se mantiene la notación con el índice i , que representa al i -ésimo agente, esto para conservar la generalidad de la formulación:

$$K_f \sum_{j=1}^2 a_{ij}(\tilde{h}_i - \tilde{h}_j) = a_{i1}(\tilde{h}_i - \tilde{h}_1) + a_{i2}(\tilde{h}_i - \tilde{h}_2) \quad (2.12)$$

$$D_f \sum_{j=1}^2 a_{ij}(\dot{h}_i - \dot{h}_j) = a_{i1}(\dot{h}_i - \dot{h}_1) + a_{i2}(\dot{h}_i - \dot{h}_2) \quad (2.13)$$

Sustituyendo la ecuación 2.11 en las ecuaciones 2.12 y 2.13 queda:

$$u_1 = -K_g(h_1 - h_1^d) - D_g(\dot{h}_1 - \dot{h}_1^d) - K_f(a_{12}(h_1 - h_1^d - h_2 + h_2^d)) - D_f(a_{12}(\dot{h}_1 - \dot{h}_1^d - \dot{h}_2 + \dot{h}_2^d)) \quad (2.14)$$

Teniendo las siguientes relaciones entre posiciones reales y deseadas:

$$h_1 - h_1^d = -e_1 \quad (2.15)$$

$$\dot{h}_1 - \dot{h}_1^d = -\dot{e}_1 \quad (2.16)$$

$$h_1 - h_1^d - h_2 + h_2^d = -(d - d_d) = e_d \quad (2.17)$$

La ecuación 2.14 puede expresarse como:

$$u_1 = K_g e_1 - D_g \dot{e}_1 - K_f(d - d_d) - D_f(\dot{d} - \dot{d}_d) \quad (2.18)$$

Sustituyendo las relaciones de error y de igual forma considerando el agente 2 para obtener u_2 :

$$\begin{aligned} u_1 &= K_g e_1 + D_g \dot{e}_1 + K_f e_d + D_f \dot{e}_d \\ u_2 &= K_g e_2 + D_g \dot{e}_2 - K_f e_d - D_f \dot{e}_d \end{aligned} \quad (2.19)$$

A partir de las ecuaciones (2.19) se observa que los dos primeros términos corresponden a un control proporcional-derivativo (PD) aplicado al error de posición individual de cada agente, mientras que los dos últimos términos corresponden a un control PD sobre el error de distancia. Estas ecuaciones resultan equivalentes a la ecuación original dada en (2.5) para referencias arbitrarias $h_i^d(t)$. Nótese que en el caso particular de referencias constantes ($\dot{h}_i^d = 0$), se tiene $\dot{e}_i = -\dot{h}_i$ y $\dot{e}_d = -(\dot{h}_1 - \dot{h}_2)$, por lo que los términos derivativos actúan directamente sobre las velocidades medidas de los agentes. En tal caso, si además se desactivan los controles individuales ($K_g = D_g = 0$), la expresión se reduce a $u_1 = K_f e_d - D_f(\dot{h}_1 - \dot{h}_2)$, recuperando así la formulación clásica de consenso basada en diferencias de posiciones y velocidades entre agentes adyacentes (ver ecuación 2.4). Esto permite entender que la formulación clásica $u_1 = K_f e_d - D_f(\dot{h}_1 - \dot{h}_2)$ no incorpora de manera estructurada los controles individuales preexistentes ($K_g e_1 + D_g \dot{e}_1$). En contraste, la formulación obtenida en (2.19) separa explícitamente el control individual ($K_g e_i + D_g \dot{e}_i$) del control de formación ($K_f e_d + D_f \dot{e}_d$), lo que posteriormente permitirá analizar cómo interactúan ambos controles, facilitar el diseño por separación de ancho de banda y generalizar el esquema de consenso tanto para referencias variables como constantes.

Cabe destacar también que las referencias de distancia y posición están relacionadas directamente con la expresión $d_d = h_1^d - h_2^d$.

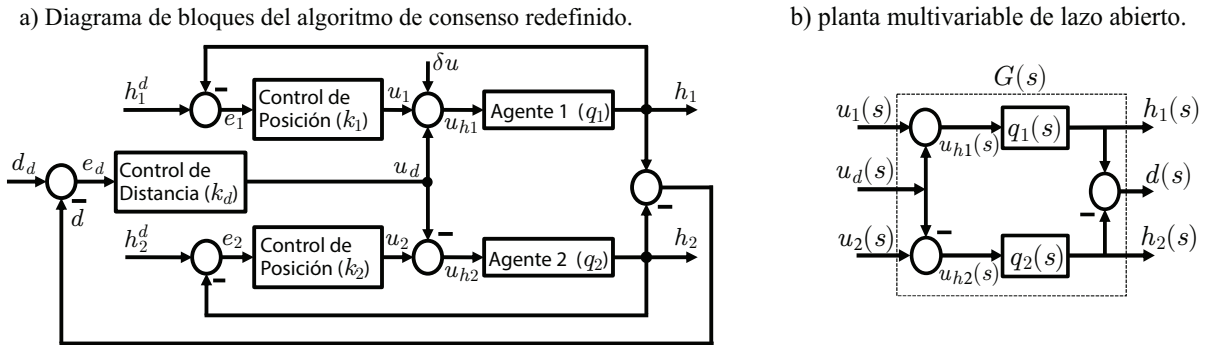


Figura 2.3: **(a)** Diagrama de bloques del algoritmo de consenso redefinido. Las referencias se relacionan con $d_d = h_1^d - h_2^d$, mientras que δu representa una posible perturbación que se utilizará más adelante. **(b)** Planta multivariable de lazo abierto equivalente.

A partir de las ecuaciones (2.19), puede definirse un esquema generalizado de control de formaciones basado en consenso, como se muestra en la Figura 2.3a. Aunque este esquema está inspirado a algoritmos de consenso, permite la incorporación de controles arbitrarios, sin restringirse a estructuras de control como proporcional-derivativa (PD).

En las secciones posteriores, el control para la parte de consenso de las ecuaciones (2.19) se denominará *control de distancias*, definido como $k_d(s)$, como se muestra en la Figura 2.3a, ya que su formulación está basada en errores relativos de posición entre agentes, lo cual permite mantener la geometría deseada de la formación.

Cabe destacar que el control de distancias $k_d(s)$ no actúa directamente sobre la orientación de los agentes, sino que regula exclusivamente las distancias relativas entre ellos, preservando así la formación. La orientación de cada agente se maneja en su dinámica interna $q_i(s)$; en otras palabras, la dinámica y los controles de navegación internos del vehículo (representados en $q(s)$) garantizan la estabilidad de actitud. Mientras que $k_i(s)$ son los controles de posición del i -ésimo agente como capa exterior para el seguimiento de trayectorias, como se muestra en la Figura 2.3a.

Cabe recalcar que este planteamiento es consistente con la literatura en control de formaciones, donde los esquemas de coordinación pueden implementarse ya sea mediante alguna especificación explícita de orientación en la ley de formación (como en [49], que además emplea una arquitectura jerárquica por capas con controles locales) o asumiendo que la estabilidad de actitud es garantizada por los controles locales de cada agente (como en enfoques de consenso clásicos [3]).

También la ley de control (2.19) es analizada desde una perspectiva de realimentación de salida (*entrada-salida*); pero en la práctica, esta suele implementarse como control por realimentación de estados, en la cual los controles PD son parte de un esquema más amplio basado en observadores.

La Figura 2.3b indica que la ley de control de consenso generalizada para dos agentes puede representarse como un sistema multivariable descentralizado de

3×3 . Este sistema es modelado mediante una planta equivalente $G(s)$, en la cual los modelos individuales de los agentes están definidos como $q_1(s)$ y $q_2(s)$. Al definir las entradas y salidas del sistema es posible reorganizar el sistema completo como una representación multivariable en lazo abierto. Se consideran como entradas u_1 , u_2 , asociadas al control de posición de cada agente, y u_d , asociada al control de la distancia entre agentes. Las salidas corresponden a la posición de cada agente h_1 , h_2 , y a la distancia entre ellos $d = h_1 - h_2$. Por lo que se obtiene:

$$\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_d \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

La expresión matricial anterior puede expandirse como en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} h_1 &= g_{11}u_1 + g_{12}u_2 + g_{13}u_d \\ h_2 &= g_{21}u_1 + g_{22}u_2 + g_{23}u_d \\ d &= g_{31}u_1 + g_{32}u_2 + g_{33}u_d \end{aligned}$$

La obtención de cada término g_{ij} en la matriz multivariable de la (2.20) puede realizarse directamente a partir del diagrama de bloques de la planta. Para esto, se debe identificar la trayectoria que conecta la entrada u_i o u_d con la salida $y \in \{h_1, h_2, d\}$, considerando los bloques que afectan la señal (como ganancias o dinámicas asociadas a cada agente; en este ejemplo, las dinámicas individuales de cada agente, como q_1 , q_2).

Por ejemplo, para calcular g_{32} , se analiza cómo la entrada u_2 afecta a la salida d . Esta trayectoria pasa por un signo negativo y además por el bloque q_2 (que representa la dinámica del cuádrirrotor 2); entonces se concluye que $g_{32} = -q_2$. De este modo, es posible construir la matriz multivariable completa mostrando cada ruta del diagrama. La matriz multivariable para este caso sería:

$$G(s) = \begin{bmatrix} q_1(s) & 0 & q_1(s) \\ 0 & q_2(s) & -q_2(s) \\ q_1(s) & -q_2(s) & q_1(s) + q_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\begin{bmatrix} h_1(s) \\ h_2(s) \\ d(s) \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \\ u_d(s) \end{bmatrix} \quad G(s) = \begin{bmatrix} q_1(s) & 0 & q_1(s) \\ 0 & q_2(s) & -q_2(s) \\ q_1(s) & -q_2(s) & q_1(s) + q_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

La matriz de control descentralizada correspondiente para (2.20) está dada por:

$$\begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \\ u_d(s) \end{bmatrix} = K(s) \begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \\ e_d(s) \end{bmatrix} \quad K(s) = \begin{bmatrix} k_1(s) & 0 & 0 \\ 0 & k_2(s) & 0 \\ 0 & 0 & k_d(s) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Donde los controles $k_1(s)$ y $k_2(s)$ corresponden a controles de posición individuales para cada agente, y $k_d(s)$ es el control de distancias (control que regula la distancia entre los agentes). Bajo la ecuación de consenso dada en (2.5), los controles $k_1(s)$, $k_2(s)$ y $k_d(s)$ son típicamente de tipo PD. Para propósitos de generalidad y análisis multivariable, se consideran aquí controles lineales arbitrarios basados en realimentación de salida.

2.3.1 DINÁMICA DE LOS AGENTES

Cada agente dentro de la formación (en este caso se considera el agente como un cuadirrotor) posee una dinámica propia que se debe de controlar o regular para garantizar la navegación individual antes de considerar algoritmos de consenso. Para esto se puede considerar un esquema de control de dos capas: una interna para orientación (actitud) y otra externa para posición (ver Fig. 2.4). Este tipo de control permite asegurar estabilidad y seguimiento de trayectorias. Para visualizar las variables físicas de orientación y posición $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$, consúltese el esquema 3D del

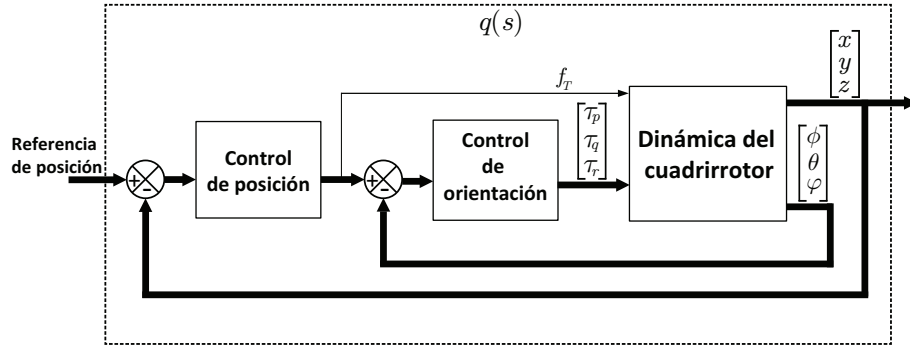


Figura 2.4: Esquema de control típico de dos capas de un cuadrirrotor individual. La dinámica en lazo cerrado se comporta como un sistema pasa-bajos con un ancho de banda determinado, y se utiliza como modelo del agente para el control de formación.

cuadrirrotor en la Fig. A.1. Es importante señalar que el diseño detallado y la implementación del control de navegación individual de cada cuadrirrotor están fuera del alcance de este estudio. Sin embargo, el modelo de agente individual es importante para la parte de control de formación, por lo que se realiza el modelo matemático del cuadrirrotor a partir de las ecuaciones de movimiento de Newton-Euler; el desarrollo del modelo completo se presenta en el **Apéndice A**.

Un esquema del modelo de un agente tipo cuadrirrotor con el enfoque de control de dos capas se muestra en la Figura 2.4. El modelo del agente individual se define por la función de transferencia:

$$q(s) = \frac{2.2929 \times 10^7 (s + 37.42)(s + 30)(s + 0.07)}{(s + 794.4)(s + 330.4)(s + 16.9)(s + 0.0701)(s^2 + 98s + 5804)} \quad (2.24)$$

La Ecuación 2.24 modela la dinámica en lazo cerrado para el desplazamiento en uno de los ejes de navegación del cuadrirrotor. Para lograr navegación tridimensional, se emplea el mismo esquema para los ejes x y y , y una versión ajustada en ganancia y ancho de banda para el eje z . En este trabajo se asume como modelo lineal del agente, pero esta simplificación no afecta su aplicabilidad, ya que resultados basados en dinámicas tipo pasa-bajas pueden extenderse a modelos lineales generales. Además, la representación con funciones de transferencia facilita el análisis en frecuencia. También, como el modelo del agente describe la dinámica en lazo

cerrado, puede derivarse de vehículos y controles no lineales que generen respuestas aproximadamente lineales. Incluso en casos no linealizables, es posible inducir un comportamiento lineal mediante pre-filtros adecuados.

En los siguientes análisis de formación se considera que cada cuadrirrotor tiene una dinámica de posición en lazo cerrado modelada por una función de transferencia $q(s)$. Por tanto, los resultados pueden adaptarse a distintos agentes reemplazando $q(s)$ por el modelo correspondiente.

2.3.1.1 CONTROL LOCAL SIN ALGORITMO DE CONSENSO

Para el control de posición se usó control proporcional-integral (PI), diseñado en el dominio de la frecuencia con un ancho de banda de 20 rad/s, un margen de fase superior a 60° y un margen de ganancia mayor a 15 dB. Una observación es que, al utilizar especificaciones en el dominio de la frecuencia, estas pueden alinearse con certificaciones aeronáuticas vigentes, ya que especificaciones también se encuentran en este dominio [50, 51].

Con ganancias $P = 0.35666$ e $I = 21.3996$, se obtuvo un ancho de banda adecuado, con márgenes de fase y ganancia de aproximadamente 95° y 31 dB respectivamente. Aunque la ley de control de consenso en 2.19 considera controles PD, se optó por un PI para mejorar el error en estado estacionario de la posición individual de los agentes. Este esquema se utilizará en los ejemplos siguientes. La Figura 2.5a muestra la respuesta en el tiempo del sistema en lazo cerrado $LC(k_1(s)q(s))$ de un cudrirrotor con $q(s)$ como planta y el control proporcional-integral (PI) de posición ($k_1(s)$) descrito anteriormente. Usando una señal escalón como referencia, se observa un comportamiento estable, sin un error de estado estacionario y con seguimiento de referencia.

Posteriormente, se simula un escenario ahora con dos agentes que operan de manera independiente, es decir, sin la aplicación de un algoritmo de consenso para

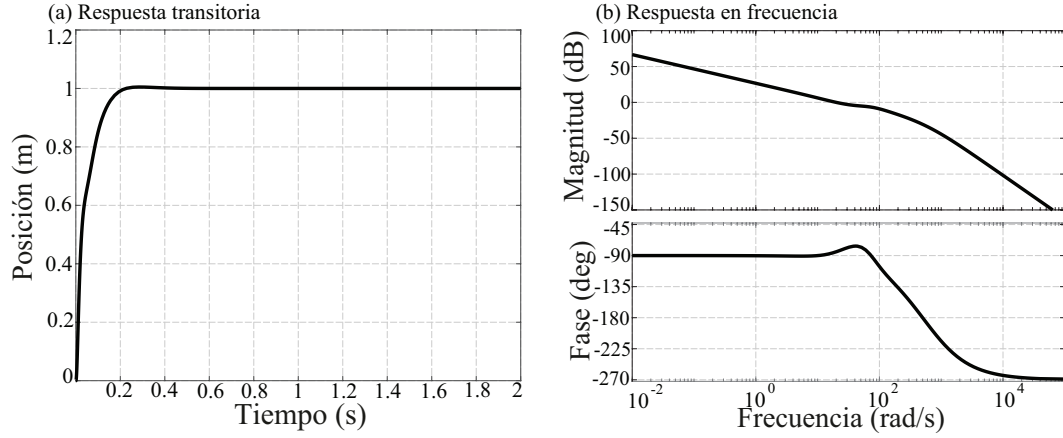


Figura 2.5: **(a)** Respuesta en el tiempo del cuadrirrotor ante una señal tipo escalón como referencia. **(b)** Respuesta en frecuencia del sistema $LA(k_1q)$.

el control de formación; en otras palabras, considérase la Figura 2.1a. Se introduce una perturbación en la entrada del agente 1, mientras que el agente 2 permanece sin perturbaciones.

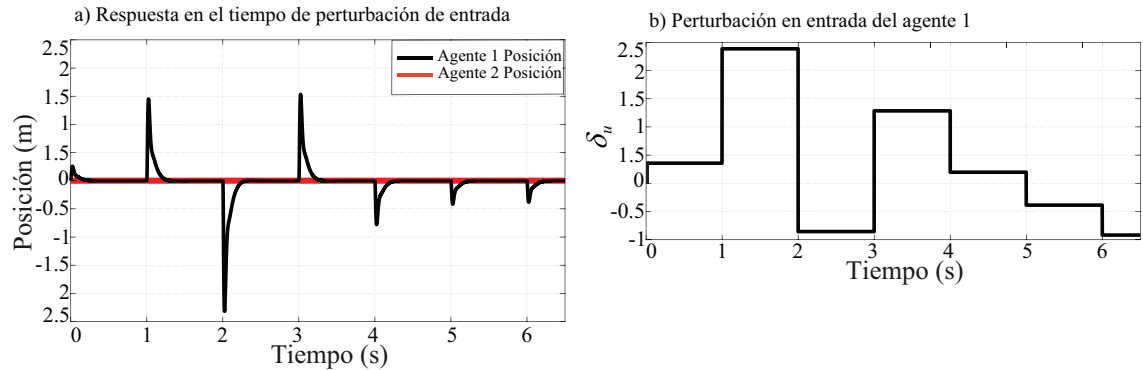


Figura 2.6: **(a)** Respuesta de posición del agente 1 con perturbaciones y del agente 2 sin perturbaciones. **(b)** Señal de perturbación en la entrada del agente 1; estas perturbaciones se estarán usando más adelante.

La Figura 2.6 muestra la respuesta en el tiempo de ambos agentes, con una referencia de posición igual a cero, pero con una perturbación en la entrada únicamente en el agente 1, y sin que exista coordinación entre ellos. Se observa que cada agente mantiene la estabilidad en su posición individual gracias a su control de posición. Por ejemplo, el agente 1 se estabiliza a pesar de las perturbaciones, alcanzando una

posición de *hover*, mientras que el agente 2 permanece en *hover* debido a que: (1) no presenta perturbaciones en la entrada; (2) no está acoplado dinámicamente, ya que en este ejemplo los agentes no cuentan con control de consenso; y (3) la posición de referencia para este agente 2 es igual a cero.

Este comportamiento valida el control de posición descrito anteriormente y resalta la necesidad de que los algoritmos de consenso sean diseñados de tal forma que puedan mitigar perturbaciones presentes en algunos agentes. Debido a la naturaleza del acoplamiento, estas perturbaciones pueden propagarse a toda la formación, lo cual se busca evitar. Todo esto con el objetivo de lograr una sincronización adecuada entre los agentes en entornos que requieren formaciones cooperativas.

CAPÍTULO 3

CONTROL DE FORMACIONES COMO UN PROBLEMA MULTIVARIABLE

3.1 INTRODUCCIÓN

El enfoque de *Análisis y Diseño por Canal Individual* (Individual Channel Design, ICD) fue propuesto por J. O'Reilly y E. Leithead en la década de 1990 como una herramienta para el estudio de sistemas multivariantes [52, 53] con n -entradas y con n -salidas ($n \times n$). Este método permite descomponer un sistema multivariable en canales equivalentes de una sola entrada y una sola salida (SISO, *single-input, single-output*), sin pérdida de estructura, facilitando el uso de técnicas de control clásico como diagramas de Bode y Nyquist.

El enfoque ICD proporciona una representación clara y flexible del sistema multivariable, lo que permite evaluar explícitamente las interacciones o acoplamientos cruzados entre entradas y salidas, y darle significado directo, como medir qué tan acopladas están dichas variables. Esto facilita el diseño en cuanto a requerimientos o especificaciones de control, tanto en el dominio del tiempo como en frecuencia, al identificar las interacciones críticas dentro del sistema multivariable y proponer emparejamientos adecuados entre entradas y salidas.

En este trabajo de tesis se usa el enfoque de ICD, ya que sirve como base para resolver un problema no abordado en su formulación original: la integración de controles locales preexistentes (control de navegación de VANTs) con integración de estrategias de coordinación global, tales como algoritmos de consenso o control de formaciones. Por lo que, en este enfoque de control de formaciones, ICD no solo sirve como una herramienta de diseño, sino como un puente metodológico entre el control clásico y las necesidades en sistemas multiagente modernos, ya que permite especificar requerimientos por canal individual. Por ejemplo, diseño de control de formaciones o incluso control de navegación en términos de desempeño, velocidad de convergencia en formación, nivel de acoplamiento o rechazo a perturbaciones.

Los canales individuales se pueden interpretar como $C_i : u_i \rightarrow y_i$, donde C_i es el canal individual y u_i es la entrada para controlar la salida y_i , pero también se pueden definir u_i y y_i como vectores.

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad U(s) = K(s)E(s) \quad E(s) = R(s) - Y(s) \quad (3.1)$$

De las Ecuaciones 3.1 se describe un sistema de control multivariable en dominio de Laplace. $\mathbf{Y}(s)$ representa el vector de salidas del sistema, $\mathbf{U}(s)$ es el vector de señal de entrada de control, $\mathbf{R}(s)$ corresponde al vector de referencias. Vector de error $\mathbf{E}(s)$: diferencia de la referencia y salida. La matriz $\mathbf{G}(s)$ indica la planta del sistema multivariable ($n \times n$) y corresponde a funciones de transferencia de forma matricial donde se involucran dinámicas y acoplamientos, y $\mathbf{K}(s)$ es el control descentralizado diagonal. Esta formulación permite expresar de manera compacta la dinámica del sistema en lazo cerrado, expresada como:

$$Y(s) = G(s)K(s)(I + G(s)K(s))^{-1}R(s) = H(s)R(s) \quad (3.2)$$

En sistemas multivariabiles ($n \times n$), es posible descomponer el sistema en *multicanales*, de dimensión mayor a uno, donde cada canal individual $C_i(s)$ asocia un subconjunto de entradas $R_i \subseteq R$ a salidas $Y_i \subseteq Y$. En este contexto, los canales individuales dejan de ser escalares y pasan a tener dimensión mayor a uno. Multicanales

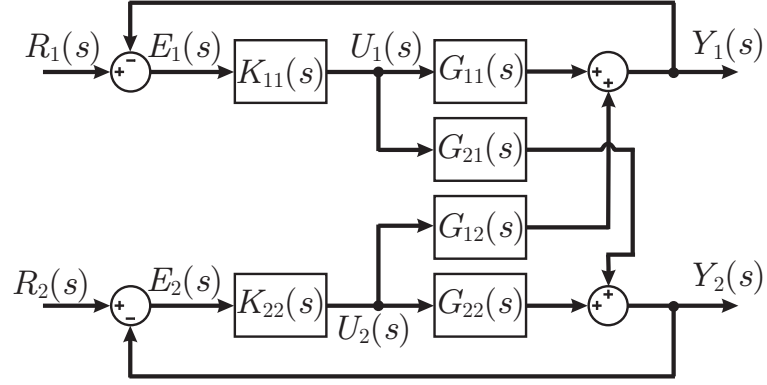


Figura 3.1: Esquema de control descentralizado multivariable con partición (2×2) .

arbitrarios $C_i(s) : U_i(s) \rightarrow Y_i(s)$, con $i = 1, 2$, pueden ser definidos como se ilustra en la Figura 3.1, utilizando las siguientes particiones vectoriales:

$$Y(s) = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ \hdashline Y_2(s) \end{bmatrix} \quad U(s) = \begin{bmatrix} U_1(s) \\ \hdashline U_2(s) \end{bmatrix} \quad R(s) = \begin{bmatrix} R_1(s) \\ \hdashline R_2(s) \end{bmatrix} \quad E(s) = \begin{bmatrix} E_1(s) \\ \hdashline E_2(s) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Esto también implica una partición de la matriz de transferencia del sistema y del control de la siguiente manera:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ \hdashline G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad K(s) = \begin{bmatrix} K_{11}(s) & 0 \\ \hdashline 0 & K_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Donde $G_{ii}(s)$ corresponde a la dinámica directa de la planta, $G_{ij}(s)$ indica las dinámicas de acoplamiento cruzado, y $K_{ii}(s)$ es el control asociado al multicanal $C_i(s)$, con $i = 1, 2$. Usando las relaciones de las ecuaciones 3.1 y la descomposición mostrada en la Figura 3.1, la ecuación multicanal está definida como:

$$Y_i(s) = C_i(s)E_i(s) \quad C_i(s) = (I - \Gamma_i(s)) G_{ii}(s) K_{ii}(s) \quad (3.5)$$

Donde $\Gamma_i(s)$ representa la *función de estructura multivariable* (MSF, por sus siglas en inglés) y H_j representa el $LC(k_{jj}(s)G_{jj}(s))$. La principal ventaja del enfoque

ICD radica en que, a diferencia del diseño basado únicamente en $G_{ii}(s)$, la ecuación del canal individual 3.5 considera explícitamente los acoplamientos cruzados $G_{ij}(s)$ y los ceros de transmisión del sistema completo, permitiendo un diseño robusto que preserva el desempeño multivariable.

$$\Gamma_i(s) = G_{ij}(s)G_{jj}(s)^{-1}H_j(s)G_{ji}(s)G_{ii}(s)^{-1} \quad (3.6)$$

$$H_j = G_{jj}K_{jj}(I + G_{jj}K_{jj})^{-1} \quad (3.7)$$

La *función de estructura multivariable* (MSF) permite analizar sistemas de control multivariable preservando la estructura de sus interacciones internas [54]. Un aspecto importante es la medida del acoplamiento cruzado entre canales individuales, medido por la MSF. Cuando la magnitud de la MSF en escala lineal satisface $\|\Gamma(j\omega_0)\| \rightarrow 0$ en una frecuencia ω_0 , se puede considerar que no hay acoplamiento cruzado entre canales individuales en ese punto, y el caso contrario, $\|\Gamma(j\omega_0)\| \rightarrow 1$, o equivalentemente $\|\Gamma(j\omega_0)\|_{dB} = 0$ dB, indica un alto acoplamiento cruzado en ese punto.

Considerando $H(s) = I$ en la Ecuación 3.6, se pueden evaluar propiedades estructurales importantes del sistema. En particular, la condición de frontera de fase mínima del sistema $G(s)$ se da cuando $\|\Gamma(j\omega_0)\| = 1$ con $H(s) = I$. De hecho, si $\|\Gamma(j\omega_0)\| = 1$, entonces el sistema $G(s)$ presentará ceros de transmisión o bloqueo dinámico sobre el eje imaginario en la frecuencia ω_0 .

En la Ecuación 3.5, si $\Gamma(j\omega_0) = \text{diag}\{1, 1, \dots, 1\}$, indica un efecto de bloqueo dinámico a la frecuencia ω_0 debido al acoplamiento cruzado. Esto implica que el sistema se vuelve subactuado en dicha frecuencia, perdiendo grados de libertad en su vector de salida y limitando la capacidad de control independiente de cada canal.

Si los canales individuales son escalares, los controles K_{ii} pueden diseñarse utilizando herramientas SISO tradicionales, garantizando robustez y desempeño. Una

ventaja clave del ICD es que, a diferencia de usar solo $G_{ii}(s)$, ICD considera explícitamente los acoplamientos cruzados y ceros de transmisión del sistema multivariable completo mediante la Ecuación 3.5, proporcionando una base sólida para el diseño de controles en sistemas de formaciones de VANTs.

El desarrollo detallado de la formulación ICD, incluyendo la derivación completa de las ecuaciones 3.5 y 3.6, se presenta en el **Apéndice B**.

3.1.1 CANAL INDIVIDUAL DE POSICIÓN DEL AGENTE

De las ecuaciones (2.21) y (2.23), se pueden definir los canales individuales principales como:

$$C_{h1} : u_1 \rightarrow h_1 \quad C_{h2} : u_2 \rightarrow h_2 \quad C_d : u_d \rightarrow d \quad (3.8)$$

Es decir, C_{h1} y C_{h2} corresponden a los canales individuales de posición de cada agente, mientras que C_d representa el canal individual de distancia.

La ecuación de canal individual para el primer agente se obtiene definiendo:

$$Y_1(s) = h_1(s) \quad Y_2(s) = \begin{bmatrix} h_2(s) \\ d(s) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Para su cálculo, es necesario particionar las matrices de planta y control como:

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} q_1(s) & 0 & q_1(s) \\ \hline 0 & q_2(s) & -q_2(s) \\ \hline q_1(s) & -q_2(s) & q_1(s) + q_2(s) \end{array} \right] = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$K(s) = \left[\begin{array}{c|cc} k_1(s) & 0 & 0 \\ \hline 0 & k_2(s) & 0 \\ \hline 0 & 0 & k_d(s) \end{array} \right] = \begin{bmatrix} K_{11}(s) & 0 \\ 0 & K_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

De la Ecuación (3.6), la MSF para el canal individual de posición del agente 1

C_{h1} es:

$$\begin{aligned}\Gamma_{Ch1}(s) &= G_{12}(s)G_{22}^{-1}(s)H_2(s)G_{21}(s)G_{11}^{-1}(s) \\ &= \frac{(q_2(s)k_2(s) + 1) q_1(s)k_d(s)}{1 + (q_1(s) + q_2(s)) k_d(s) + (q_1(s)k_d(s) + 1) q_2(s)k_2(s)}\end{aligned}\quad (3.12)$$

De las ecuaciones (3.3), (3.4) y (3.5), la ecuación del C_{h1} es:

$$C_{h1}(s) = (1 - \Gamma_{Ch1}(s))q_1(s)k_1(s) \quad (3.13)$$

En este caso, se considera el canal individual cuando el lazo cerrado $H_j(s)$ es ideal, o de otra manera evaluando la MSF con $H_j(s) = 1$, lo que permite obtener información estructural relevante:

$$\begin{aligned}\Gamma_{Ch1}(s) &= G_{12}(s)G_{22}^{-1}(s)G_{21}(s)G_{11}^{-1}(s) \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ q_1(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{q_1(s) + q_2(s)}{q_1(s)q_2(s)} & \frac{1}{q_1(s)} \\ \frac{1}{q_1(s)} & \frac{1}{q_1(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ q_1(s) \end{bmatrix} \frac{1}{q_1(s)} \\ &= 1\end{aligned}\quad (3.14)$$

La Ecuación (3.14) revela una propiedad estructural crucial en el control de formaciones: $\Gamma_{Ch1}(s) = 1$ implica que el sistema ha perdido un grado de libertad debido al alto acoplamiento cruzado. Esto significa que el control independiente de todas las variables de salida no es posible, ya que si $\Gamma_{Ch1}(s) = 1$, entonces $C_{h1}(s) = 0$ (como se muestra en la ecuación (3.13)), por lo que se puede decir que el canal individual de posición del agente 1 $C_{h1}(s)$ se encuentra bloqueado.

Este resultado es notorio, ya que suponer $H_j(s) = I$ implica que las salidas $Y_2(s)$ se regulan perfectamente mediante $U_2(s)$, es decir, que la posición del agente 2 y la distancia se controlan idealmente a través de $k_2(s)$ y $k_d(s)$. Bajo esta condición, cualquier acción ejercida por $k_1(s)$ sería contrarrestada por los otros controles, generando un escenario de competencia entre $k_1(s)$, $k_2(s)$ y $k_d(s)$, y produciendo un sistema altamente acoplado.

Para las ecuaciones del canal individual y la MSF correspondientes a la posición

del agente 2, su formulación es estructuralmente equivalente a la obtenida para el agente 1.

3.1.2 CANAL INDIVIDUAL DE DISTANCIA

Para calcular el canal individual del control de formación o distancia entre agentes C_d , se realiza una nueva partición:

$$Y_1(s) = \begin{bmatrix} h_1(s) \\ h_2(s) \end{bmatrix} \quad Y_2(s) = d(s) \quad (3.15)$$

El sistema y control se definen como:

$$G(s) = \left[\begin{array}{cc|c} q_1(s) & 0 & q_1(s) \\ 0 & q_2(s) & -q_2(s) \\ \hline q_1(s) & -q_2(s) & q_1(s) + q_2(s) \end{array} \right] = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$K(s) = \left[\begin{array}{cc|c} k_1(s) & 0 & 0 \\ 0 & k_2(s) & 0 \\ \hline 0 & 0 & k_d(s) \end{array} \right] = \begin{bmatrix} K_{11}(s) & 0 \\ 0 & K_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

La MSF correspondiente se obtiene como:

$$\Gamma_{Cd}(s) = \left(\frac{q_1^2(s)k_1(s)}{1 + q_1(s)k_1(s)} + \frac{q_2^2(s)k_2(s)}{1 + q_2(s)k_2(s)} \right) \frac{1}{q_1(s) + q_2(s)} \quad (3.18)$$

Considerando (3.3), (3.4) y (3.5), se obtiene el canal individual de distancia $C_d(s)$ como resultado:

$$C_d(s) = (1 - \Gamma_{Cd}(s))(q_1(s) + q_2(s))k_d(s) \quad (3.19)$$

De nuevo, se pueden obtener conclusiones importantes si se asume $H_j(s) = I$ en la MSF, lo que da como resultado:

$$\Gamma_{Cd}(s) = \begin{bmatrix} q_1(s) \\ -q_2(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{q_1(s)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{q_2(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(s) \\ -q_2(s) \end{bmatrix} \frac{1}{q_1(s) + q_2(s)} = 1 \quad (3.20)$$

$\Gamma_{Cd}(s) = 1$ en este caso confirma lo visto en la sección anterior. Cuando las posiciones de ambos agentes se regulan de manera ideal a través de $k_1(s)$ y $k_2(s)$, el canal individual asociado a la distancia queda bloqueado, provocando que $C_d(s)$ sea nulo.

3.2 CONTROL DE DISTANCIA DE ALTO ACOPLAMIENTO CRUZADO (CONSENSO TÍPICO)

Para esta sección se plantea el control de formaciones o distancia diseñado por consenso típico, es decir, sin considerar de forma explícita las interacciones internas del sistema visto desde una perspectiva multivariable.

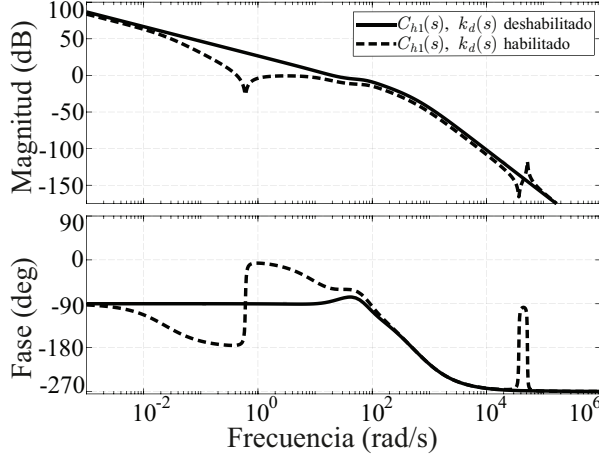
Se utiliza un control PD básico para $k_d(s)$ dada la ecuación (2.19), ya que no se cuenta con una metodología formal o explícita para su diseño; cualquier control que garantice estabilidad o convergencia en la formación podría emplearse. Para este caso se eligieron ganancias $P = 0.4079$ y $D = 59$. Para esto, la matriz de control diagonal de la ecuación (2.23) puede expresarse como:

$$K(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.35666(s+60)}{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.35666(s+60)}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 59s + 0.4079 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

A continuación, se analizan los efectos que produce la implementación del control de distancia $k_d(s)$ en lazo abierto de los canales individuales de posición de los agentes y de distancia, y a través de funciones de sensibilidad.

La respuesta en frecuencia de lazo abierto del $C_{h1}(s)$ ecuación (3.13) se muestra en la Figura 3.2a con línea negra discontinua cuando el $k_d(s)$ está habilitado y también se muestra la respuesta de Bode de lazo abierto del agente actuando de forma individual, es decir, sin la influencia del $k_d(s)$, representada como $k_1(s)q_1(s)$ y mostrada con línea continua. Esta comparación muestra que la incorporación de

(a) Lazo abierto del canal de posición del agente 1 " $C_{h1}(s)$ " con control de distancia " $k_d(s)$ " habilitado VS. Control de distancia " $k_d(s)$ " deshabilitado



(b) Funciones de sensibilidad

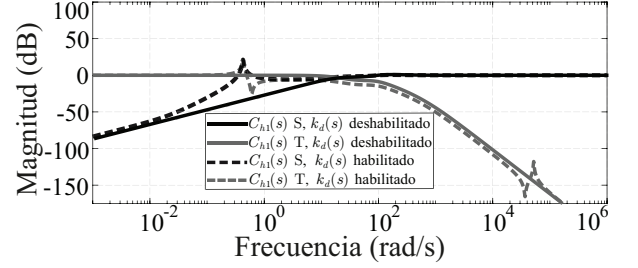


Figura 3.2: **(a)** Respuesta en frecuencia del canal individual de posición del agente 1 $c_{h1}(s)$ con control de distancia $k_d(s)$, habilitado y deshabilitado. **(b)** Función de sensibilidad S y sensibilidad complementaria T . Se observa pérdida de desempeño y de rechazo a perturbaciones al introducir $k_d(s)$.

$k_d(s)$ afecta el desempeño del agente, reduciendo el ancho de banda de su control. Incluso se observa que los márgenes de robustez del $C_{h1}(s)$ también se ven degradados con la implementación del $k_d(s)$: el margen de ganancia disminuye de 36,5 dB a 31 dB y el margen de fase de 95° a 5° . Esto evidencia cómo las especificaciones del agente se deterioran notablemente al activar $k_d(s)$.

En la Figura 3.2b se muestra la función de sensibilidad S y sensibilidad complementaria T , en ambos escenarios. Al implementar $k_d(s)$ genera oscilaciones de baja frecuencia en la posición del agente 1 (líneas punteadas), incluso cuando el agente actúa de forma individual (líneas continuas) presenta una respuesta aceptable. Es importante recordar que la función de sensibilidad $S(s)$ indica la capacidad del sistema para rechazar perturbaciones externas y errores de referencia a bajas frecuencias, por lo que $\|S\| \gg 1$ no es conveniente, mientras que la sensibilidad complementaria $T(s)$ mide la capacidad del sistema para seguir la referencia, pero es crítica en la respuesta al ruido en altas frecuencias. Por lo que se puede concluir que $k_d(s)$ añade polos y ceros que reducen el margen de fase afectando a $S(s)$ y $T(s)$, $k_d(s)$ provoca que $S(s)$ aumente en bajas frecuencias lo cual se presenta en las oscilaciones observa-

das, esto indica mal rechazo de perturbaciones, también una reducción de robustez indicada por $T(s)$ en baja frecuencia ≈ 0.4 rad/s.

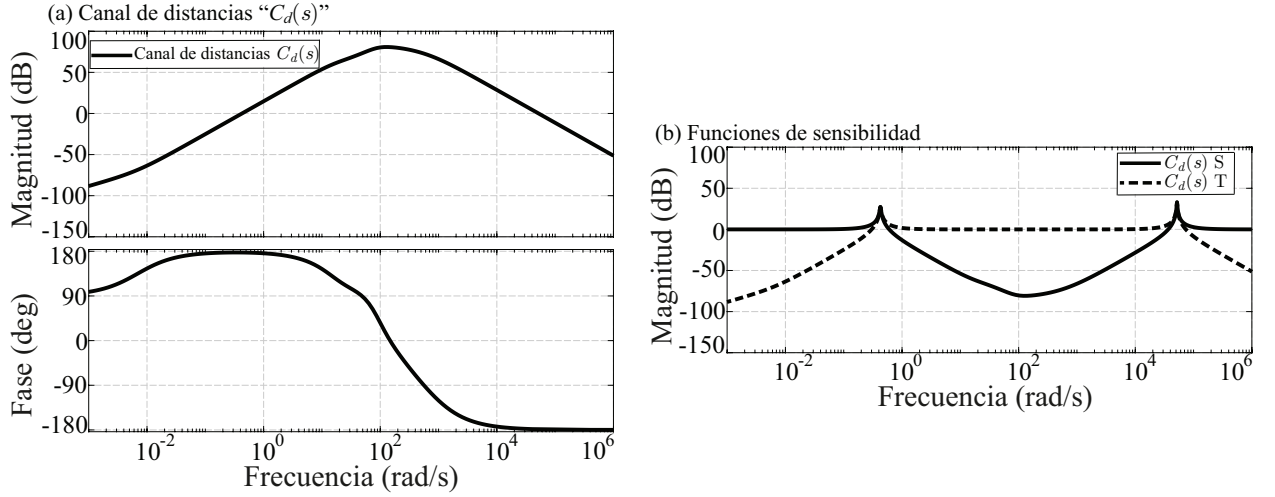


Figura 3.3: **(a)** Respuesta en frecuencia del canal individual de distancia $C_d(s)$. **(b)** S : sensibilidad y T : sensibilidad complementaria del canal de distancia.

Para el canal individual de distancia $C_d(s)$ se muestra la respuesta en frecuencia de lazo abierto en la Figura 3.3a. Se observa que $C_d(s)$ es apenas estable, con márgenes de ganancia y fase de ∞ dB y 2° , respectivamente. Por lo tanto, C_d presenta una estabilidad marginal, lo que a su vez degrada los márgenes de robustez del $(C_{h1}(s))$, como se observó anteriormente en la Figura 3.2a.

La Figura 3.3b muestra que la función de sensibilidad del $k_d(s)$ se comporta como un filtro de rechazo de banda, en otras palabras, bloqueando selectivamente un rango de frecuencias. Esto implica que $k_d(s)$ introduce capacidad de rechazo de perturbaciones en la distancia entre agentes eso se observa con $S(s)$. Como $k_d(s)$ está activo en esa zona, intenta mantener la distancia de referencia entre agentes frente a perturbaciones observado en $T(s)$. Por lo que el rechazo de perturbaciones está limitado a una banda de frecuencias específica y es en estado estacionario. Esto se debe a que $k_d(s)$ tiene una ganancia baja en estado estacionario comparado con el control de posición del agente $k_1(s)$.

Recordando que un valor de la MSF cercano a 1 (0 dB) indica bloqueo del canal

individual. Cuando $\|\Gamma(j\omega_0)\|_{dB} \rightarrow 0$ dB, el control $k_1(s)$ no puede actuar sobre y_1 debido al efecto de acoplamiento cruzado de $k_2(s)$. Como se demostró en la Sección anterior, para controles ideales en canales individuales opuestos ($H_j(s) = I$) se cumple $\Gamma_1(s) = 1$, lo que implica que alta ganancia en lazo abierto en el control de posición bloquea el canal de distancia $C_d(s)$, y viceversa.

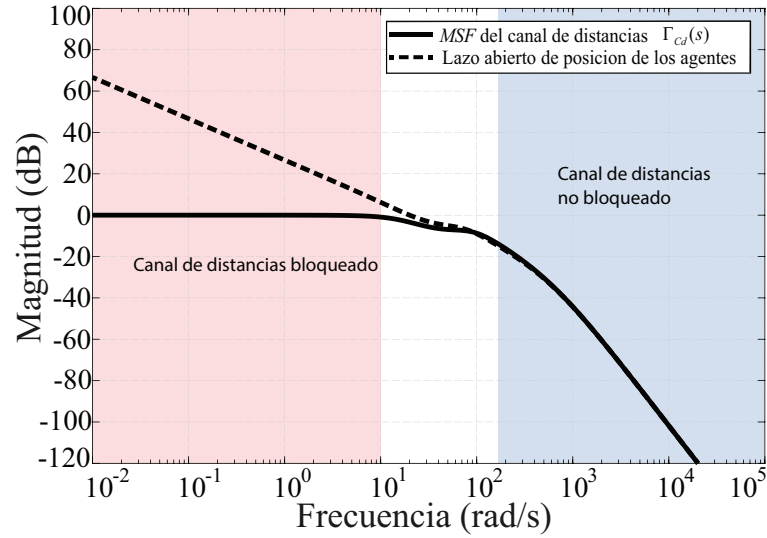


Figura 3.4: Diagrama de Bode de la MSF, $\Gamma_{Cd}(s)$ (línea negra continua) que corresponde al canal individual de distancia $C_d(s)$. Si $\|\Gamma(j\omega_0)\|_{dB} \rightarrow 0$ dB indica bloqueo del canal individual. En este caso, el $C_d(s)$ tiende a ser bloqueado cuando los controles de posición de los agentes tienen alta ganancia en lazo abierto (línea negra discontinua).

En la Figura 3.4 se puede mostrar este efecto de bloqueo del $C_d(s)$ mediante $\Gamma_{Cd}(s)$, se muestra que $\|\Gamma(j\omega_0)\|_{dB} \rightarrow 0$ dB (línea continua negra) en las frecuencias donde los lazos de control de posición de los agentes presentan alta ganancia (línea punteada negra). Una alta ganancia en lazo abierto implica mayor rechazo de perturbaciones, se concluye que mejorar el desempeño en posición de los agentes bloquea el $C_d(s)$. En esta figura, ambas respuestas en lazo abierto de los agentes (agente 1 y agente 2) están superpuestas ya que son iguales.

En la Figura 3.5 el bloqueo del $C_{h1}(s)$ se representa mediante $\Gamma_{Ch1}(s)$. En este caso, el acoplamiento cruzado es tanto del $C_d(s)$ como del lazo de control de posición del agente 2. Se muestra que cuando ambos canales individuales (el de distancia y el de posición del agente 2) presentan alta ganancia en lazo abierto,

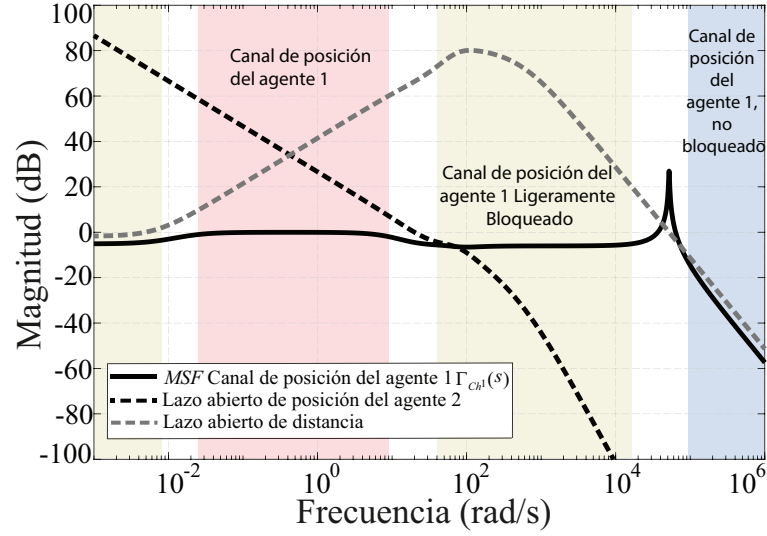


Figura 3.5: Diagrama de Bode de la MSF, $\Gamma_{Ch1}(s)$ (línea continua negra) que corresponde al canal individual de posición del agente 1 $C_{h1}(s)$. En este caso, el $C_{h1}(s)$ se bloquea (es decir, $\Gamma_{Ch1}(j\omega) \rightarrow 0$ dB) cuando el $C_d(s)$ y el canal individual de posición del agente 2 $C_{h2}(s)$, presentan alta ganancia en lazo abierto (ambas líneas discontinuas). Si solo uno de ellos tiene alta ganancia, entonces el $C_{h1}(s)$ se bloquea parcialmente.

entonces $\Gamma_{Ch1}(j\omega) \rightarrow 0$ dB. Cuando estas ganancias aumentan (aproximadamente entre 0.01 y 10 rad/s), el $C_{h1}(s)$ se bloquea, esto se observa en la zona roja de la gráfica. También se observa un pico de resonancia en el acoplamiento cruzado a alta frecuencia $\approx 5 \times 10^4$ rad/s pero no afecta significativamente el comportamiento del sistema en su banda de operación útil, es decir donde los controles interactúan.

El análisis de acoplamientos cruzados mostró que el $C_{h1}(s)$ pierde desempeño al implementar el $k_d(s)$. Se observa que en frecuencias donde $||\Gamma_{Ch1}(j\omega)||_{dB} \rightarrow 0$ dB aproximadamente entre 0.01 y 10 rad/s es cuando el $C_{h1}(s)$ pierde desempeño, se puede observar este efecto en la Figura 3.2a al comparar la línea punteada contra la línea continua.

La Figura 3.6 Muestra la respuesta en frecuencia y en tiempo de la posición de ambos agentes ante una perturbación en la entrada del primer agente, es decir, δ_u , como se muestra en la Figura 2.3. En la Figura 3.6a se muestra que ambos agentes responden de forma similar ante una perturbación en el agente 1, debido al alto

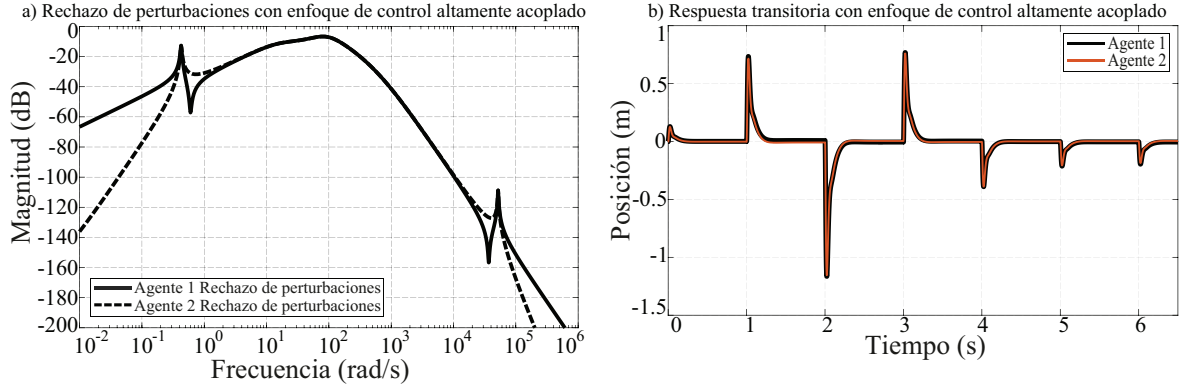


Figura 3.6: **(a)** Análisis de rechazo de perturbaciones de los dos agentes con $k_d(s)$ de alto acoplamiento cruzado, ante una perturbación en la entrada del agente 1. **(b)** Respuesta en el tiempo de los dos agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. En este caso, debido a la alta ganancia del $k_d(s)$ en lazo abierto, el rechazo de perturbaciones de los dos agentes es muy similar, lo que indica que la perturbación se propaga a toda la formación.

acoplamiento cruzado medido por $\Gamma_{Ch1}(s)$ y $\Gamma_{Cd}(s)$, lo que provoca la propagación de la perturbación a toda la formación. La Figura 3.6b muestra la respuesta en el tiempo ante una perturbación solo en el agente 1. Aunque solo un agente es perturbado, ambos responden de forma similar. Este comportamiento ayuda a mantener la distancia en la formación, pero también indica una baja capacidad de absorción de perturbaciones debido al alto acoplamiento cruzado por el $k_d(s)$.

Otra observación importante es que al comparar la Figura 3.6b con la Figura 2.6a muestra que el agente 1 mejora su rechazo de perturbaciones respecto al caso nominal esto es debido a la alta ganancia en lazo abierto del $C_d(s)$. Aunque es un resultado favorable, también modifica la dinámica original del agente. Por lo tanto, cualquier mejora adicional debería ser mediante las especificaciones del agente y no depender del control de formación.

3.3 CONTROL DE DISTANCIA MEDIANTE SEPARACIÓN DE ANCHO DE BANDA

El análisis de las MSF (*función de estructura multivariable*) y las ecuaciones de canales individuales de las secciones pasadas permitieron entender los efectos de acoplamiento cruzado, lo que facilita el diseño de esquemas de control de formaciones al considerar estos efectos. En esta sección se muestra cómo reducir dicho acoplamiento mediante un diseño por separación de ancho de banda de los controles.

El enfoque de separación de ancho de banda que se propone busca: (i) preservar el desempeño nominal de los controles individuales (controles de posición de los agentes), reduciendo el bloqueo en el canal individual de posición del agente 1, $C_{h1}(s)$; y (ii) lograr un rechazo de perturbaciones comparable al caso 3 de la Figura 2.1(c), lo cual se alcanza minimizando el acoplamiento cruzado entre los canales individuales de posición y canal individual de distancia $C_d(s)$ medido por $\Gamma_{Ch1}(s)$.

Los resultados de la Sección anterior y la Fig. 3.5 muestran que el $C_{h1}(s)$ se bloquea ($\|\Gamma_{Ch1}(j\omega)\|_{dB} \rightarrow 0$ dB) cuando los canales individuales de posición del agente 2 $C_{h2}(s)$ y $C_d(s)$ tienen alta ganancia en lazo abierto, lo que también incrementa el acoplamiento cruzado. Para evitar esto se debe reducir o evitar que se sobrepongan las frecuencias de alta ganancia de los controles, es decir una superposición de los controles. De las ecuaciones (2.20)–(2.23), las funciones relevantes son $k_2(s)q_2(s)$ y $k_d(s)(q_1(s) + q_2(s))$. Y para esto se considera que los agentes son idénticos por lo que $q(s) = q_1(s) = q_2(s)$ y $k_1(s) = k_2(s)$.

Para conservar el desempeño nominal de los agentes (desempeño de los agentes vistos como individuales), los controles de posición $k_1(s)$ y $k_2(s)$ se mantienen sin cambios. Pero el diseño de $k_d(s)$ debe cumplir los siguientes criterios:

- A.** Evitar superposición entre entre frecuencias de alta ganancia de $k_1(s)q_1(s)$ y $k_d(s)(q_1(s) + q_2(s))$ de esta forma los controles no interfieren entre si.

B. Estabilizar el canal individual de distancias $C_d(s)$ (ver ecuación (3.19)) con márgenes de robustez adecuados, condición necesaria para la estabilidad de la formación.

Con base a estos criterios, y utilizando el $C_d(s)$ se diseñó $k_d(s)$ mediante técnicas clásicas de diseño basadas en diagrama de Bode, como resultado se obtuvo el siguiente compensador en adelante:

$$k_d(s) = \frac{6.0325(s + 15)}{(s + 416.8)} \quad (3.22)$$

La matriz de control diagonal resulta:

$$K(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.35666(s + 60)}{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.35666(s + 60)}{s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6.0325(s + 15)}{(s + 416.8)} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

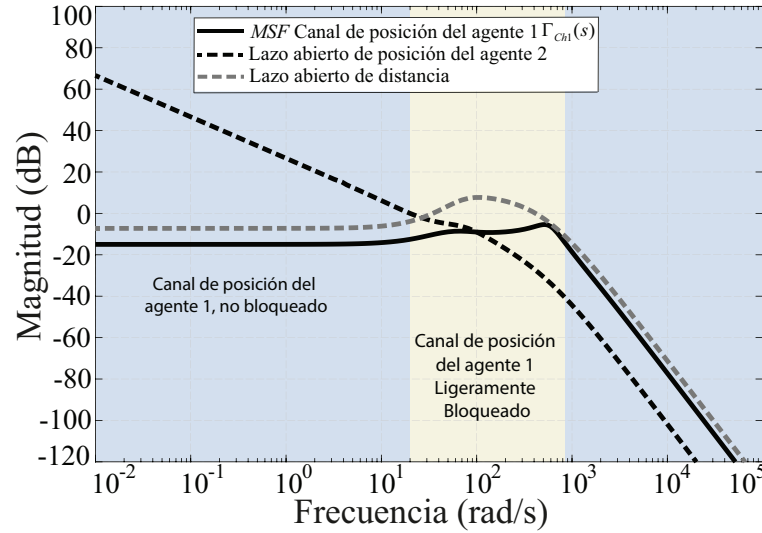
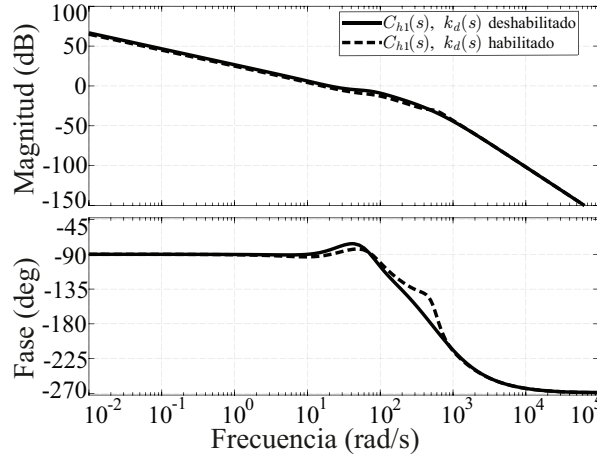


Figura 3.7: Diagrama de Bode de la MSF, $\Gamma_{Ch1}(s)$ (línea negra continua) del $C_{h1}(s)$, y lazo abierto del $C_{h2}(s)$ y del $C_d(s)$ (ambos con líneas punteadas). La reducción del acoplamiento cruzado y del bloqueo previamente observado en $\Gamma_{Ch1}(s)$ en la sección anterior, se debe a que las frecuencias de alta ganancia de los canales individuales en lazo abierto no se superponen.

En la Figura 3.7 la línea punteada indica el lazo abierto de los $C_{h2}(s)$ y de $C_d(s)$. Se observa que $k_d(s)$ en (3.22) satisface el requerimiento **A**, evitando la superposición de las frecuencias de alta ganancia. Como resultado se reduce el bloqueo del $C_{h1}(s)$ y el acoplamiento cruzado. Esto se verifica mediante $\Gamma_{C_{h1}}(s)$, representada con línea negra continua en la misma figura.

(a) Lazo abierto del canal de posición del agente 1 " $C_{h1}(s)$ " con control de distancia " $k_d(s)$ " habilitado VS. Control de distancia " $k_d(s)$ " deshabilitado



(b) Funciones de sensibilidad

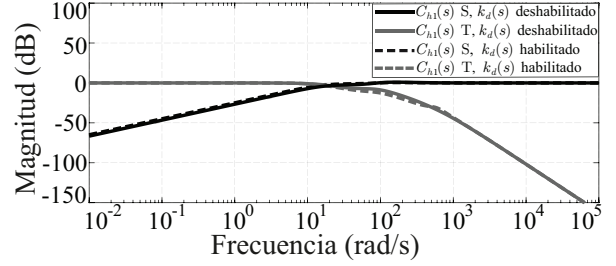


Figura 3.8: **(a)** Respuesta en frecuencia del $C_{h1}(s)$ con $k_d(s)$ habilitado y deshabilitado. **(b)** S: función de sensibilidad y T: sensibilidad complementaria de $C_{h1}(s)$. Mediante separación de ancho de banda los agentes mantienen el mismo desempeño en formación (línea punteada) que con control individual (línea continua). Esta figura puede compararse con la Fig. 3.2.

En la Figura 3.8a se corrobora que la separación de ancho de banda entre los canales individuales de posición y distancia reduce tanto el bloqueo de $C_{h1}(s)$ como el acoplamiento cruzado, lo que permite preservar el desempeño nominal de los controles individuales. En esta Figura muestra que $C_{h1}(s)$ presenta de forma muy similar la misma respuesta cuando $k_d(s)$ está habilitado (línea puntada negra), que cuando $k_d(s)$ esta deshabilitado (línea continua negra)

la Fig. 3.9a permite verificar que el requerimiento de diseño **B** asociado a la estabilidad y robustez del C_d se cumple, se observa que $k_d(s)$ utilizado en esta sección incrementa los márgenes de robustez. La Figura 3.9b muestra la función de

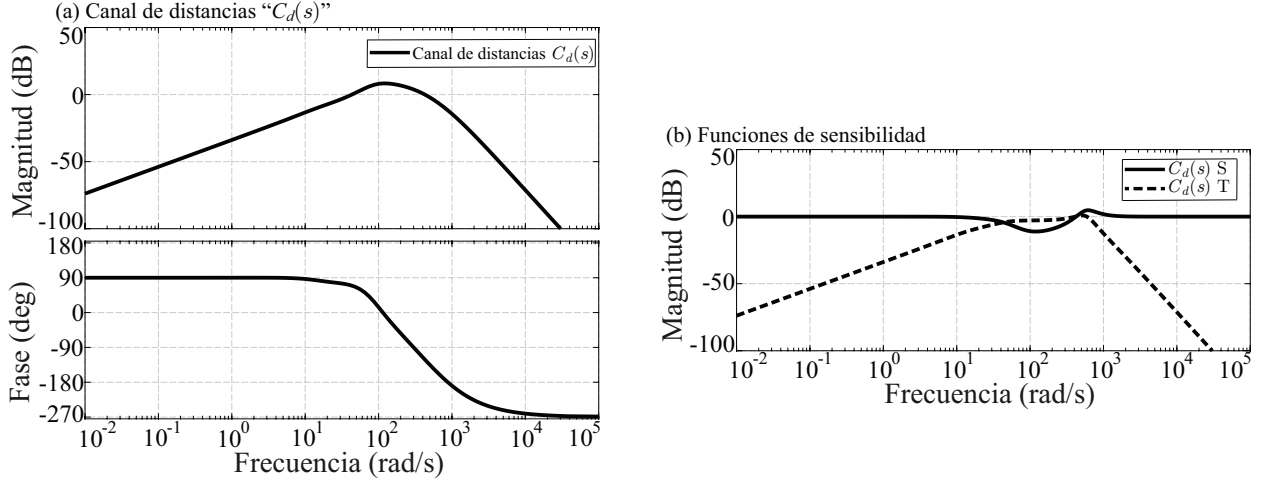


Figura 3.9: **(a)** Respuesta en frecuencia del C_d con $k_d(s)$ habilitado y deshabilitado. **(b)** S: función de sensibilidad y T: sensibilidad complementaria del canal de distancia.

sensibilidad $S(s)$ y la sensibilidad complementaria $T(s)$ para $C_d(s)$. A diferencia de los resultados de la Figura 3.3b, se muestra una mayor atenuación o absorción de perturbaciones de baja frecuencia y reducción del ancho de banda, esto por la menor ganancia en lazo abierto (línea punteada gris en la Figura 3.7). Esta disminución de ancho de banda está en concordancia con las propiedades de diseño buscadas y valida el uso del análisis por canales individuales para evaluar la robustez del sistema.

La estabilidad y robustez de la formación se puede caracterizar mediante los canales individuales. Para los canales individuales de posición de los agentes se obtiene un margen de ganancia de 31 dB, un margen de fase de 95° y un ancho de banda de 20 rad/s. En el $C_d(s)$, los márgenes son de 12 dB y 61° , con un ancho de banda de 415 rad/s. Estos valores confirman estabilidad en ambos canales individuales lo cual implica estabilidad en lazo cerrado. Esta también puede verificarse mediante el cálculo de polos a partir de la ecuación (3.2).

En la Figura 3.10a en el análisis de rechazo de perturbaciones, se observa que las respuestas de ambos agentes ante perturbaciones se tratan de acercar a frecuencias cercanas donde la función de sensibilidad de $C_{h1}(s)$, $\Gamma_{C_{h1}}(s)$, está cerca de 0 dB (se puede ver esto en la Figura 3.7).

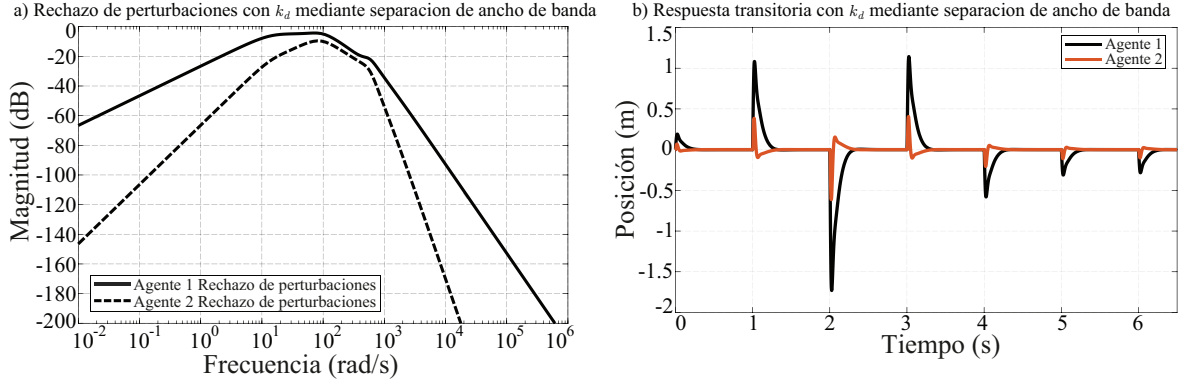


Figura 3.10: **(a)** Análisis de rechazo de perturbaciones de los dos agentes con $k_d(s)$ por separación de ancho de banda, ante una perturbación en la entrada del agente 1. **(b)** Respuesta en el tiempo de los dos agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. En este caso se muestra que la perturbación aplicada al agente 1 se atenúa conforme se propaga por la formación.

En la Figura 3.10b se confirma que el agente 2 responde con menor amplitud que el agente 1, lo que indica que la formación disipa la perturbación. Este comportamiento coincide con el tercer caso de la Figura 2.1, donde la perturbación es absorbida por la formación en lugar de distribuirse uniformemente en todo el grupo, como ocurre en la Figura 3.6b. En secciones posteriores se demostrará que esta disipación se mantiene incluso al incrementar el número de agentes.

Si se compara las respuestas de las Figuras 2.6a, 3.6b y 3.10b, se observa que la respuesta del agente 1 con $k_d(s)$ diseñado por separación de ancho de banda se acerca más a la de un agente independiente, con una poca atenuación. La Figura 3.10b muestra el mejor compromiso al: 1) conservar la respuesta nominal desacoplada, 2) absorber perturbaciones en la formación y 3) mejorar el rechazo de perturbaciones en agentes y distancia.

La Figura 3.11 presenta la respuesta escalón de C_{h1} , para los casos de control de distancia, $k_d(s)$ de alto acoplamiento cruzado, $k_d(s)$ por separación de ancho de banda y $k_d(s)$ deshabilitado. Se observa que con $k_d(s)$ diseñado por separación de ancho de banda, C_{h1} mantiene las propiedades transitorias nominales.

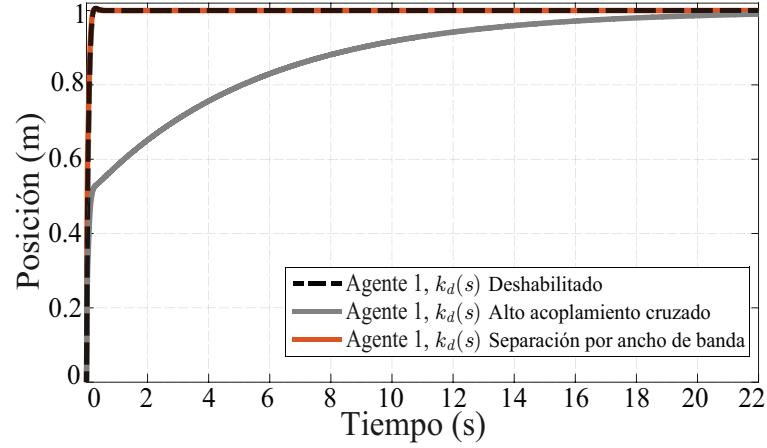


Figura 3.11: Respuesta escalón del $C_{h1}(s)$. Se observa el efecto de los distintos enfoques de $k_d(s)$. Un adecuado manejo del acoplamiento cruzado en la formación permite preservar la respuesta nominal del agente individual incluso con $k_d(s)$ habilitado.

Consideraciones sobre el acoplamiento cruzado:

- El control de formación introduce acoplamiento cruzado que impacta tanto la dinámica individual de los agentes como la estabilidad, robustez y rechazo de perturbaciones de la formación.
- Su manejo requiere un enfoque de análisis y diseño específico.
- El uso de canales individuales permite gestionar mejor este acoplamiento, conservar las dinámicas locales y garantizar estabilidad y robustez globales.
- El enfoque por separación de ancho de banda, definido por los requerimientos **A** y **B** permitió abordar el diseño del control como un problema SISO.

CAPÍTULO 4

ESCALABILIDAD HACIA FORMACIONES DE GRAN ESCALA

Derivado del enfoque de control de formaciones como un problema multivariable, cualquier topología de formación puede ser analizada mediante esta metodología (ver Capítulo 3). Cualquier topología puede modelarse como un grafo de interconexiones, donde los canales asociados a cada agente representan nodos, y los canales de distancia las conexiones entre ellos.

La finalidad de este capítulo es establecer una metodología sistemática para obtener la planta multivariable $G(s)$ a partir de las ecuaciones de control de posición y de distancia de los agentes, y demostrar cómo estas pueden organizarse en canales individuales. Este enfoque permitirá representar formaciones de cualquier tamaño o topología de manera estructurada y facilitar su análisis mediante técnicas multivariables como el Análisis y Diseño de Canales Individuales (ICD).

Cabe aclarar que, aunque es posible obtener la planta multivariable para cualquier configuración de topología aplicando el siguiente enfoque, las propiedades dinámicas resultantes no pueden generalizarse de forma directa, ya que dependen de la disposición de interconexiones entre agentes y sus características internas. Esto implica que, si bien se puede sistematizar la formulación de los modelos multiva-

riables para diferentes formaciones, el comportamiento dinámico de cada topología debe analizarse de forma particular. Este procedimiento resulta especialmente valioso, ya que permite construir la matriz de la planta multivariable para distintas configuraciones y a partir de ello realizar análisis detallados como canales individuales, diseñar controles locales o globales, bajo especificaciones de robustez o rechazo de perturbaciones, evaluar el desempeño dinámico en diferentes escenarios, etc.

A continuación, se presentarán diferentes configuraciones topológicas, comenzando con las formaciones lineales en una dimensión (1-D) y extendiéndose posteriormente hacia formaciones arbitrarias.

4.1 FORMACIONES LINEALES DE N-AGENTES (1-D)

Considerando una topología tipo cadena o formación lineal, donde cada agente se comunica únicamente con sus vecinos inmediatos, este caso representa la configuración más básica dentro de los esquemas de formaciones. Esto permite ilustrar con claridad el procedimiento general para obtener la planta multivariable $G(s)$ y con esto organizar las posiciones y distancias de los agentes en canales individuales. También esta configuración permite extender de manera directa las observaciones obtenidas en el caso de dos agentes hacia un número arbitrario de elementos, bajo el supuesto de que todos los agentes poseen dinámica y controles de navegación y orientación idénticos, es posible diseñar la formación completa mediante un único control SISO para posición y otro para distancia. También la topología, ilustrada en la Fig. 4.1, permite una implementación semi-descentralizada, ya que cada agente solo requiere medir de forma local las posiciones relativas o distancia respecto a sus vecinos.

Cabe señalar que, en formaciones tridimensionales, este arreglo unidimensional se replica una vez por eje de movimiento, conservando la misma lógica de control y comunicación local. Este caso servirá como referencia base para la extensión hacia

topologías más complejas en secciones posteriores.

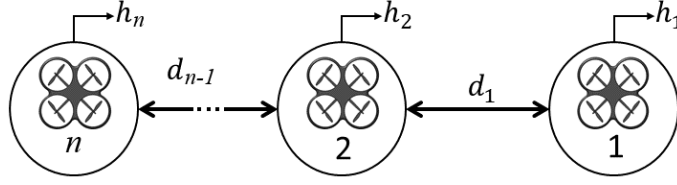


Figura 4.1: Topología de formación lineal de N-agentes.

El control de formaciones de la figura 4.1 puede considerarse como un sistema multivariable:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}(\mathbf{s}) \\ \mathbf{d}(\mathbf{s}) \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} \mathbf{u}_h(\mathbf{s}) \\ \mathbf{u}_d(\mathbf{s}) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

con vectores de entrada y salida en dominio del tiempo:

$$\begin{aligned} \mathbf{h} &= \begin{bmatrix} h_1 & \cdots & h_n \end{bmatrix}^T & \mathbf{u}_h &= \begin{bmatrix} u_1 & \cdots & u_n \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{d} &= \begin{bmatrix} d_1 & \cdots & d_{n-1} \end{bmatrix}^T & \mathbf{u}_d &= \begin{bmatrix} u_{d1} & \cdots & u_{d(n-1)} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.2)$$

Donde $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de posición, $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{n-1}$ es el vector de distancias, $\mathbf{u}_h \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de entrada de control de posición de los agentes y $\mathbf{u}_d \in \mathbb{R}^{n-1}$ es el vector de entrada de control de distancias. En consecuencia, la matriz del sistema se puede particionar de la siguiente manera:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_h(s) & \mathbf{G}_c(s) \\ \mathbf{G}_c(s)^T & \mathbf{G}_d(s) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Con:

$$\mathbf{G}_h = \text{diag}\{q_1(s), q_2(s), \dots, q_n(s)\}$$

$$\mathbf{G}_d = \begin{bmatrix} q_1(s) + q_2(s) & -q_2(s) & \cdots & 0 & 0 \\ -q_2(s) & q_2(s) + q_3(s) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_{n-2}(s) + q_{n-1}(s) & -q_{n-1}(s) \\ 0 & 0 & \cdots & -q_{n-1}(s) & q_{n-1}(s) + q_n(s) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{G}_c = \begin{bmatrix} q_1(s) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -q_2(s) & q_2(s) & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & -q_{n-1}(s) & q_{n-1}(s) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -q_n(s) \end{bmatrix}$$

Donde: $\mathbf{G}_h \in \mathbb{C}^{n \times n}$ es la matriz de transferencia de posición de los agentes o matriz de agentes, $\mathbf{G}_d \in \mathbb{C}^{(n-1) \times (n-1)}$ representa la matriz de funciones de transferencia asociadas a las distancias entre agentes o matriz de transferencia de distancias y $\mathbf{G}_c \in \mathbb{C}^{n \times (n-1)}$ es la matriz de transferencia de acoplamiento lo cual representa las funciones de transferencia que modelan el acoplamiento entre las posiciones y distancias. El control de consenso descentralizado equivalente se define como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_h \\ \mathbf{u}_d \end{bmatrix} = K(s) \begin{bmatrix} \mathbf{e}_h \\ \mathbf{e}_d \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

con

$$K(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_h & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_d \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \mathbf{K}_h = \text{diag} \left\{ k_1(s) \quad \cdots \quad k_n(s) \right\} \\ \mathbf{K}_d = \text{diag} \left\{ k_{d1}(s) \quad \cdots \quad k_{d,n-1}(s) \right\} \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathbf{e}_h = \mathbf{h}_d - \mathbf{h} \\ \mathbf{e}_d = \mathbf{d}_d - \mathbf{d} \end{array} \quad (4.6)$$

donde $\mathbf{K}_h \in \mathbb{C}^{n \times n}$ es la matriz de controles de posición de los agentes, $\mathbf{K}_d \in \mathbb{C}^{(n-1) \times (n-1)}$ indica la matriz de control de distancias y $\mathbf{h}_d \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{d}_d \in \mathbb{R}^{n-1}$ representan la posición deseada de los agentes y la distancia deseada entre agentes, respectivamente, cuyos elementos escalares cumplen con $d_{di} = h_i^d - h_{i+1}^d$.

Dado que: 1) todos los agentes tienen la misma dinámica (es decir, $q_i(s) = q_j(s) \forall i, j \in [1, \dots, n]$) y 2) se consideran controles uniformes (es decir, todos los controles de posición y distancia son iguales), además se puede realizar un análisis exhaustivo de la formación de n-agentes con la ayuda de los siguientes canales individuales:

$$C_{hi} : u_i \rightarrow h_i \quad C_{dij} : u_{dij} \rightarrow d_{ij} \quad (4.7)$$

Donde las funciones de transferencia de forma escalar se pueden obtener como se ilustra en la Sección 3. Cabe destacar que existen tantos canales individuales de posición C_{hi} como agentes en la formación y un canal individual de distancia C_{dij} por cada conexión entre pares de agentes según la topología definida. Debido a los supuestos de uniformidad en los controles, estos canales presentan propiedades dinámicas equivalentes entre sí para los agentes y conexiones correspondientes. Dada esta organización, un enfoque de diseño viable consiste en configurar los controles $k_h(s)$ y $k_d(s)$ de modo que el rechazo de perturbaciones y el acoplamiento cruzado entre agentes disminuyan a medida que aumenta el número de agentes intermedios. Es decir, los agentes vecinos deberían estar más acoplados que los no vecinos. Esta propiedad permite centrar el diseño en la relación entre agentes adyacentes, ya que estos últimos tienden a estar menos acoplados.

Como se mostró en la Sección 3, una buena medida del acoplamiento cruzado entre dos agentes son sus propiedades compartidas de rechazo de perturbaciones. En particular, se demostró que, al separar adecuadamente el ancho de banda de los controles de posición y distancia, se reduce el acoplamiento y la formación logra disipar mejor las perturbaciones, parecido al tercer caso de la Figura 2.1. Esto permite extender los resultados de la formación de 2 agentes al caso de n-agentes. En tal caso, es suficiente cumplir con las especificaciones de diseño A y B de la Sección 3.3. Es decir, el diseño completo del control de la formación se reduce al diseño de dos controles SISO simples (es decir, $k_h(s)$ y k_d con especificaciones A-B).

4.1.1 FORMACIÓN LINEAL DE 3-AGENTES

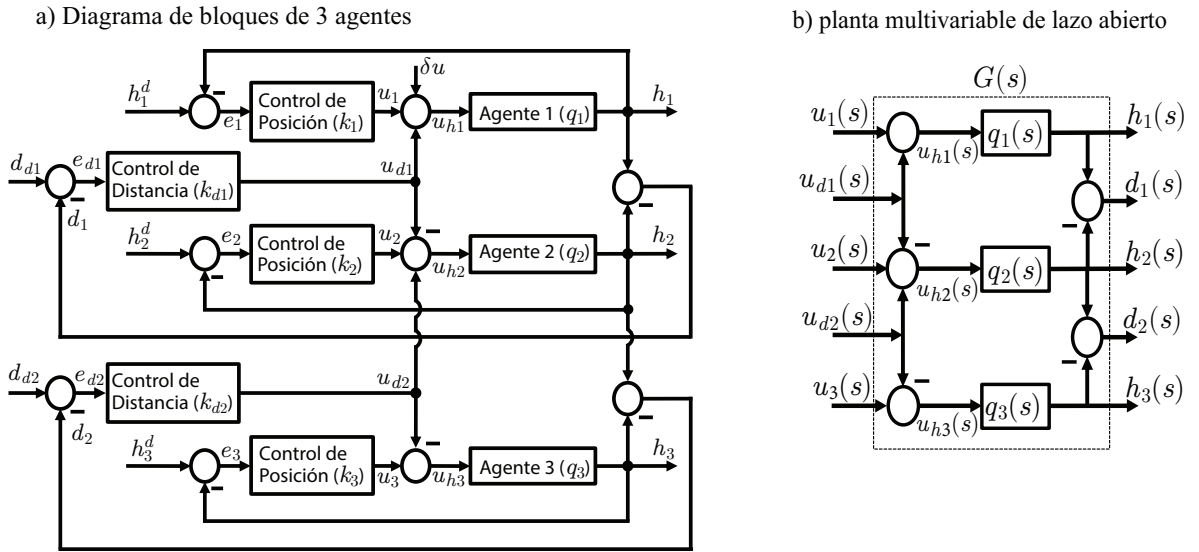


Figura 4.2: (a) Diagrama de bloques de 3 agentes (b) Planta multivariable de lazo abierto de los 3 agentes.

Por ejemplo, considerando una formación lineal como en la figura 4.1 pero conformada por tres cuadrirrotores como agentes, con dinámica de cada VANT similar $q_1 = q_2 = q_3$ y empleando el mismo diseño de control de navegación y mismo control de distancias definidos en la matriz 3.23 se puede obtener el diagrama de los 3 agentes como se muestra en la 4.2 con esto es posible obtener:

1. La representación multivariable de la planta en lazo abierto.
2. A partir de esta planta multivariable, organizar las entradas y salidas en canales individuales, como se muestra en la ecuación 4.7 y en general la Sección 3, permitiendo realizar un análisis detallado de las propiedades dinámicas de la formación.

En este caso particular, dado que todos los agentes comparten el mismo diseño de control de navegación y de distancias, posteriormente se realizará un análisis de rechazo de perturbaciones.

Iniciando de la Figura 4.2 inciso b) donde se muestra el esquema multivariable en lazo abierto de la formación, u_1, u_2, u_3 representan la entrada de control de cada VANT, mientras que u_{d1}, u_{d2} representan las entradas de control de distancias. Las salidas h_1, h_2, h_3 representan la posición de cada cuadrirrotor y u_{d1}, u_{d2} son las distancias entre agentes, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} & g_{15} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} & g_{25} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} & g_{35} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} & g_{45} \\ g_{51} & g_{52} & g_{53} & g_{54} & g_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_{d1} \\ u_{d2} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

La expresión matricial anterior puede expandirse como en las siguientes ecuaciones:

$$h_1 = g_{11}u_1 + g_{12}u_2 + g_{13}u_3 + g_{14}u_{d1} + g_{15}u_{d2}$$

$$h_2 = g_{21}u_1 + g_{22}u_2 + g_{23}u_3 + g_{24}u_{d1} + g_{25}u_{d2}$$

$$h_3 = g_{31}u_1 + g_{32}u_2 + g_{33}u_3 + g_{34}u_{d1} + g_{35}u_{d2}$$

$$d_1 = g_{41}u_1 + g_{42}u_2 + g_{43}u_3 + g_{44}u_{d1} + g_{45}u_{d2}$$

$$d_2 = g_{51}u_1 + g_{52}u_2 + g_{53}u_3 + g_{54}u_{d1} + g_{55}u_{d2}$$

La obtención de cada término g_{ij} en la matriz multivariable (4.8) se realiza identificando las trayectorias entrada-salida $u_i \rightarrow y_j$ en el diagrama de bloques de la planta, considerando las dinámicas $q_i(s)$ y los signos correspondientes. Este procedimiento es análogo al desarrollado en la sección 2.3 para el caso de dos agentes.

$$G(s) = \begin{bmatrix} q_1(s) & 0 & 0 & q_1(s) & 0 \\ 0 & q_2(s) & 0 & -q_2(s) & q_2(s) \\ 0 & 0 & q_3(s) & 0 & -q_3(s) \\ q_1(s) & -q_2(s) & 0 & q_1(s) + q_2(s) & -q_2(s) \\ 0 & q_2(s) & -q_3(s) & -q_2(s) & q_2(s) + q_3(s) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

La matriz multivariable obtenida por inspección directa del diagrama de bloques 4.2 se representa en la ecuación (4.9).

Pero también se puede hacer uso de la formulación matricial general basada en la estructura de matriz particionada definida en la ecuación (4.3) para obtener $G(s)$. La cual organiza el sistema en submatrices de posición, acoplamiento y distancia: $G_h(s)$, $G_c(s)$ y $G_d(s)$, respectivamente. Este enfoque, permite obtener la matriz multivariable $G(s)$ de forma directa y sistemática para cualquier número de agentes, sin necesidad de analizar individualmente cada trayectoria de entrada-salida.

Ambos enfoques conducen al mismo resultado, la planta multivariable $G(s)$ obtenida por inspección coincide con la que se deriva de la formulación de matriz particionada de forma general de la ecuación 4.3. El primer enfoque resulta útil para comprender la interacción específica entre variables en casos pequeños, incluso permite corroborar la formulación general de la ecuación 4.3 presentada en la Sección 4.1. Por otro lado, la formulación de matriz particionada de la planta multivariable formulado en 4.3 proporciona una base sólida y general para escalar la obtención de la planta multivariable de formaciones lineales de gran tamaño sin dificultad.

Los controles de posición y de distancias definidos como $K_h(s)$ y $K_d(s)$ respectivamente se definen como en la ecuación 4.6, como $K_h(s) = \text{diag}\{k_h(s), k_h(s), k_h(s)\}$ y $K_d(s) = \text{diag}\{k_d(s), k_d(s), k_d(s)\}$, donde

$$k_h(s) = \frac{0.3566(s + 60)}{s} \quad k_d(s) = \frac{6.0325(s + 15)}{(s + 416.8)} \quad (4.10)$$

Estos son el mismo control de posición para los tres agentes y mismo control de distancias diseñado mediante separación de ancho de banda de la Sección 3.3. Es decir, se utilizan los mismos controles que en la formación de 2 agentes para verificar si se mantienen las mismas propiedades de la formación en comparación a una formación más grande. En la Figura 4.3a, se presenta el análisis de rechazo de perturbaciones para una formación de 3 agentes, considerando una perturbación aplicada en la entrada del primer agente. De acuerdo con esta figura, se muestra que las características de disipación de perturbaciones observadas en la formación de 2 agentes se mantienen y se extienden al tercer agente.

Las respuestas en el dominio del tiempo de la posición de los agentes ante una serie de perturbaciones aplicadas en la entrada del agente 1 se muestran en la Figura 4.3b. Dichos resultados confirman que las perturbaciones introducidas en el agente 1, son gradualmente disipadas por la dinámica de la formación, tal como se esperaba de acuerdo con el diseño de control diseñado por separación de ancho de banda.

Como comparación, se consideró el caso de utilizar un control de distancias con alto acoplamiento, analizado en la Sección 3.2. Para este caso, se implementó el control de consenso de distancias clásico, definido en la ecuación 3.21 es decir $k_d(s) = (59s + 0.4079)$. El resultado de las propiedades de rechazo de perturbaciones, tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio del tiempo, se presentan en la figura 4.4. Esta figura confirma que las observaciones realizadas en el análisis de 2 agentes se mantienen: debido al alto acoplamiento cruzado introducido por este tipo de control de distancias, las perturbaciones aplicadas en la entrada del agente 1 se propagan a través de toda la formación, comprometiendo su capacidad de disipación.

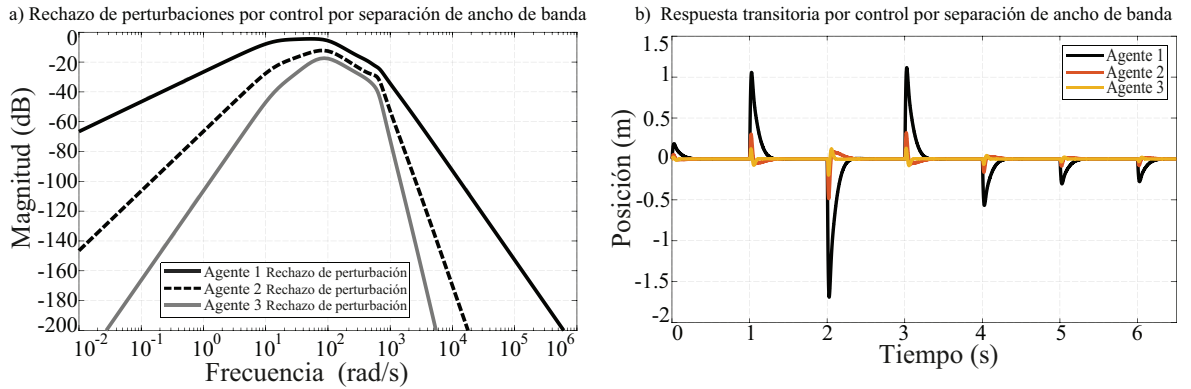


Figura 4.3: (a) Análisis de rechazo de perturbaciones en los 3 agentes con control de distancias basado en separación de ancho de banda, ante una perturbación en la entrada del agente 1. (b) Respuesta en el tiempo de los 3 agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. En este caso, la respuesta del agente 2 se disipa parcialmente en comparación con la del agente 1, y la del agente 3 se disipa parcialmente respecto a la del agente 2, mostrando que la formación disipa la perturbación.

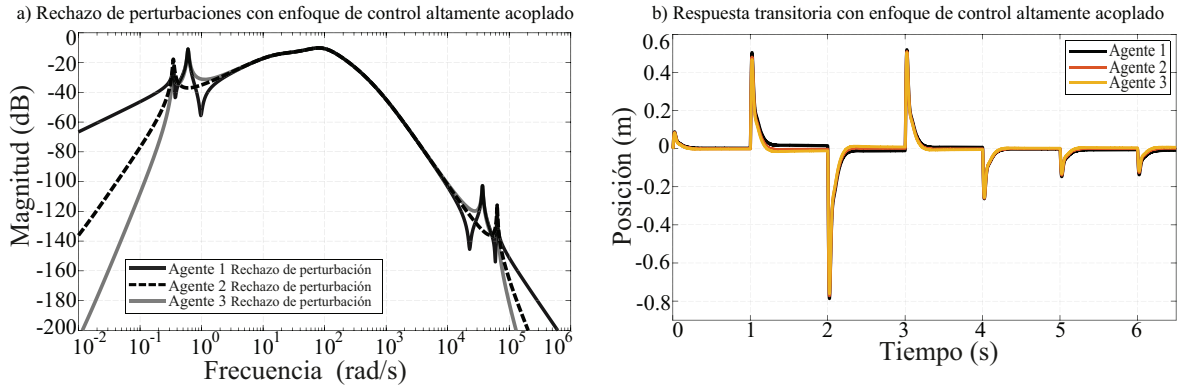


Figura 4.4: **(a)** Análisis de rechazo de perturbaciones en los 3 agentes con control de distancias altamente acoplado ante una perturbación en la entrada del agente 1. **(b)** Respuesta en el tiempo de los 3 agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. En este caso, debido a la alta ganancia del control de distancia en lazo abierto, el rechazo de perturbaciones de los tres agentes son muy similares, lo que indica que la perturbación se propaga a toda la formación.

Cabe mencionar que fenómenos similares de disipación de perturbaciones en formaciones de cuadrirrotores para 3 agentes fueron documentados previamente en [55]. No obstante, en este trabajo se avanza sustancialmente al formalizar dicho comportamiento desde una perspectiva analítica, estableciendo un marco generalizable que permite comparar sistemáticamente el desempeño de controles diseñados mediante separación de ancho de banda frente al consenso clásico para N-agentes. Este análisis corrobora que el fenómeno de disipación tiene su origen en la estructura multivariable inherente a la formación, y demuestra que, bajo supuestos de control con separación de ancho de banda, los requisitos de atenuación de perturbaciones se preservan en formaciones de N-agentes, extendiendo así los resultados previos a configuraciones de mayor escala y complejidad.

4.2 FORMACIONES ARBITRARIAS

En la Sección 4.1 que las propiedades principales derivadas de la formación de 2 agentes fueron conservadas en formaciones de n-agentes en formaciones lineales, sin embargo, como se ha estado comentando las topologías pueden involucrar grados

mayores de complejidad en diferentes aplicaciones.

Se considerando una formación de n -agentes descrita mediante una matriz de adyacencia $A = [a_{ij}]$, tal como se detalla en la Sección 2.1. En dicha matriz se cumple que $a_{ij} = a_{ji} = 1$ si se desea que los agentes i y j regulen la distancia compartida entre ellos; en caso contrario, $a_{ij} = a_{ji} = 0$. Esto implica una topología no dirigida, además de que se cumple $a_{ii} = 0$, ya que no se consideran distancias de un agente consigo mismo. Siguiendo el mismo enfoque de control planteado para formaciones en las secciones anteriores, se establece que la ley de control en la entrada de cada agente, por cada eje, está compuesta por dos términos: su control local de navegación, multiplicado por error de posición propio, y la suma de los controles de distancia asociados a cada conexión con agentes adyacentes, cada uno multiplicado por el error de distancia respecto a dichos agentes. Esto se expresa como:

$$u_{hi}(s) = k_i(s)e_{hi}(s) + \sum_{j=1}^n a_{ij}k_{d,ij}(s)e_{d,ij}(s) \quad (4.11)$$

Donde $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ y $e_{d,ij} = d_{d,ij} - d_{ij}$, donde $d_{ij} = h_i - h_j$ representa la distancia entre el agente i con respecto al agente j , y $d_{d,ij}$ corresponde a la distancia deseada que debe de cumplir con $d_{d,ij} = h_i^d - h_j^d$ para referencias de formaciones arbitrarias.

El término $k_i(s)$ corresponde al control de posición individual del i -ésimo agente, mientras que $k_{d,ij}(s) = k_{d,ji}(s)$ representa el control de distancias compartido entre los agentes i y j . Para el caso de control de formaciones en múltiples ejes, la ecuación (4.11) se replica para cada eje o para cualquier otra variable de consenso deseada. Por ejemplo, para controlar la posición tridimensional de una formación, la ecuación (4.11) se aplica de forma independiente en los ejes x , y y z . También, si se requiere lograr consenso sobre otras variables, por ejemplo, sincronizar la orientación de guiñada de los agentes se pueden incluir leyes de control adicionales con la misma estructura general. En todos los casos, los controles deben ajustarse de acuerdo con la dinámica particular del vehículo para la variable en cuestión, adoptando el modelo de agente apropiado.

El resultado de la formación está descrito completamente por las Ecuaciones

(4.1)-4.3, con mínimas modificaciones para considerar todas las distancias definidas por la matriz de adyacencia $A = [a_{ij}]$. En una topología completamente conectada, el vector de distancias tendría dimensión $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Sin embargo, al excluir las distancias entre un agente y sí mismo y teniendo en cuenta que $d_{ij} = -d_{ji}$, la dimensión práctica del vector de distancias se reduce a como mucho $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{(n^2-n)/2}$ para pares únicos de conexión no ordenados. Lo mismo pasa con el vector de entrada de control de distancias $\mathbf{u}_{\mathbf{d}}$ debe redefinirse.

Cada distancia entre agentes puede modelarse en el dominio de Laplace como la suma de dos componentes:

$$d_{ij}(s) = G_d(s) + G_c(s) \quad (4.12)$$

donde:

$$G_d(s) = q_i(s) \sum_{k=1}^n a_{ik} u_{d,ik}(s) + q_j(s) \sum_{k=1}^n a_{kj} u_{d,kj}(s) \quad (4.13)$$

$$G_c(s) = q_i(s) u_i(s) - q_j(s) u_j(s) \quad (4.14)$$

A partir de estas expresiones, es posible construir los elementos de las submatrices $\mathbf{G}_{\mathbf{d}}(s)$ y $\mathbf{G}_{\mathbf{c}}^T(s)$ para completar la planta del sistema multivariable $G(s)$ de la ecuación (4.1)

Este planteamiento permite descomponer cualquier topología no dirigida como un sistema multivariable descentralizado conforme a las ecuaciones previamente presentadas. A su vez, se pueden definir los canales individuales como se expresa en la ecuación (4.7) Estos canales sirven como base para un análisis formal de estabilidad, robustez y desempeño, empleando herramientas de control multivariable como el Análisis y Diseño por Canales Individuales (ICD).

El análisis formal de una formación de gran escala con topología arbitraria

puede ser altamente complejo; sin embargo, dado que: (1) todos los agentes tienen la misma dinámica (es decir, $q_i(s) = q_j(s) \forall i, j \in [1, \dots, n]$) y (2) se consideran controles de formación uniformes (es decir, todos los controles de posición y de distancia son iguales), es posible realizar un análisis aproximado de la formación completa utilizando únicamente los canales individuales ecuación (4.7), donde j es cualquier entero tal que $a_{1j} = 1$ (es decir, cualquier agente adyacente a 1 en el grafo).

Esto permite entender el comportamiento de una formación compleja a partir de los mismos conceptos desarrollados en secciones anteriores. Además, el diseño del control de la formación se reduce al cumplimiento de las especificaciones A y B de la Sección 3.3, lo que equivale a resolver un problema de control SISO.

4.2.1 EJEMPLO DE FORMACIÓN DE 7 AGENTES TIPO “ESTRELLA”

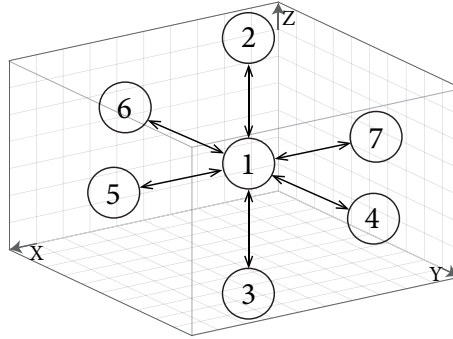


Figura 4.5: Topología de 7 agentes

Considerando una formación de 7 agentes donde el agente 1 es el núcleo y los demás agentes se conectan de forma periférica (formación tipo “estrella”) como se muestra en la figura 4.5, los vectores de distancias y entradas de control se pueden redefinir como lo comentado en la sección pasada y se expresan como:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & d_{17} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{u}_d = \begin{bmatrix} u_{d,12} & u_{d,13} & u_{d,14} & u_{d,15} & u_{d,16} & u_{d,17} \end{bmatrix}^T \quad (4.15)$$

Nótese que distancias como d_{21} no representan grados de libertad adicionales, ya que $d_{21} = -d_{12}$, por lo que no se incluyen en el vector.

A partir de las ecuaciones 4.11 y 4.12 y en esta última es posible derivar la representación matricial de la planta multivariable ecuación 4.3. Para ilustrar la congruencia entre estas formulaciones, se desarrollan de manera explícita las expresiones correspondientes, considerando para cada agente su ley de control de posición y las relaciones de distancia con los agentes adyacentes.

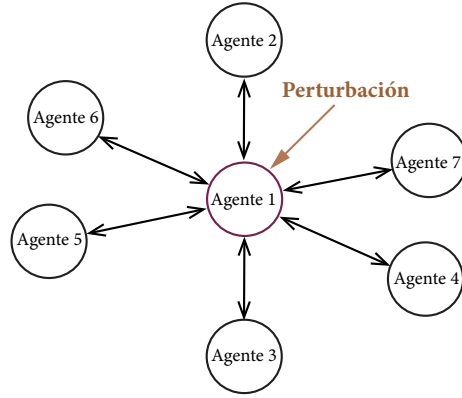
$$\begin{aligned}
u_{h1}(s) &= k_1(s)e_{h1}(s) + K_{12}(s)e_{d12}(s) + K_{13}(s)e_{d13}(s) + K_{14}(s)e_{d14}(s) \\
&\quad + K_{15}(s)e_{d15}(s) + K_{16}(s)e_{d16}(s) + K_{17}(s)e_{d17}(s) \\
u_{h2}(s) &= k_2(s)e_{h2}(s) - K_{12}(s)e_{d12}(s) \\
u_{h3}(s) &= k_3(s)e_{h3}(s) - K_{13}(s)e_{d13}(s) \\
u_{h4}(s) &= k_4(s)e_{h4}(s) - K_{14}(s)e_{d14}(s) \\
u_{h5}(s) &= k_5(s)e_{h5}(s) - K_{15}(s)e_{d15}(s) \\
u_{h6}(s) &= k_6(s)e_{h6}(s) - K_{16}(s)e_{d16}(s) \\
u_{h7}(s) &= k_7(s)e_{h7}(s) - K_{17}(s)e_{d17}(s)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{12}(s) &= q_1(s) [u_1(s) + u_{d,12}(s) + u_{d,13}(s) + u_{d,14}(s) + u_{d,15}(s) + u_{d,16}(s) + u_{d,17}(s)] - q_2(s) [u_2(s) - u_{d,21}(s)] \\
d_{13}(s) &= q_1(s) [u_1(s) + u_{d,12}(s) + u_{d,13}(s) + u_{d,14}(s) + u_{d,15}(s) + u_{d,16}(s) + u_{d,17}(s)] - q_3(s) [u_3(s) - u_{d,21}(s)] \\
d_{14}(s) &= q_1(s) [u_1(s) + u_{d,12}(s) + u_{d,13}(s) + u_{d,14}(s) + u_{d,15}(s) + u_{d,16}(s) + u_{d,17}(s)] - q_4(s) [u_4(s) - u_{d,21}(s)] \\
d_{15}(s) &= q_1(s) [u_1(s) + u_{d,12}(s) + u_{d,13}(s) + u_{d,14}(s) + u_{d,15}(s) + u_{d,16}(s) + u_{d,17}(s)] - q_5(s) [u_5(s) - u_{d,21}(s)] \\
d_{16}(s) &= q_1(s) [u_1(s) + u_{d,12}(s) + u_{d,13}(s) + u_{d,14}(s) + u_{d,15}(s) + u_{d,16}(s) + u_{d,17}(s)] - q_6(s) [u_6(s) - u_{d,21}(s)] \\
d_{17}(s) &= q_1(s) [u_1(s) + u_{d,12}(s) + u_{d,13}(s) + u_{d,14}(s) + u_{d,15}(s) + u_{d,16}(s) + u_{d,17}(s)] - q_7(s) [u_7(s) - u_{d,21}(s)]
\end{aligned}$$

Estas relaciones permiten construir tanto la planta multivariable completa $G(s)$ como el diagrama de bloques equivalente para la topología, eligiendo ya sea $U_{hi}(s)$ o $d_{ij}(s)$ según la estructura deseada.

Posteriormente usando VANTs tipo cuadrirrotor se procede hacer una serie de simulaciones, siendo dos escenarios diferentes. Para el primer escenario, se considera una perturbación en la entrada del agente 1 y se analiza cómo esta se propaga a toda la formación. Luego, se estudia el caso en que la perturbación es aplicada en el agente 4, y cómo esta se transmite al agente 1, quien a su vez la propaga al resto de la formación, como se muestra en la Figura 4.6.

a) Formación bajo perturbación en agente 1



b) Formación bajo perturbación en agente 4

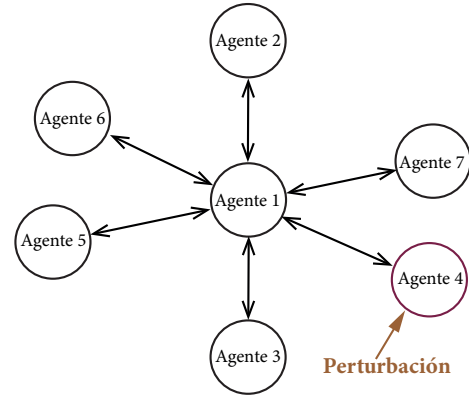


Figura 4.6: Topología de la formación con perturbación en dos escenarios diferentes

Siguiendo el mismo enfoque de diseño descrito en la sección anterior, los controles de posición individuales para todos los agentes se definen como $k_h(s)$ de la ecuación 4.10. Para los controles de distancia se considera:

- **Control de bajo acoplamiento cruzado:** diseñado con el enfoque de separación de ancho de banda (también de la ecuación 4.10 como k_d).
- **Control de alto acoplamiento cruzado:** diseñado con un enfoque consenso clásico, usando $k_d(s) = 59s + 0.4079$.

La Figura 4.7 muestra las respuestas en el tiempo de posición (en una dimensión) y de la acción de control de todos los agentes cuando se perturba al agente 1, y la Figura 4.8 cuando se perturba al agente 4.

- En la Figura 4.7a y Figura 4.8a (alto acoplamiento cruzado), muestra que una perturbación en cualquier agente se propaga a toda la formación.
- En cambio, en la Figura 4.7b y Figura 4.8b (separación de ancho de banda), el efecto de la perturbación disminuye a medida que se va propagando a lo largo de la formación.

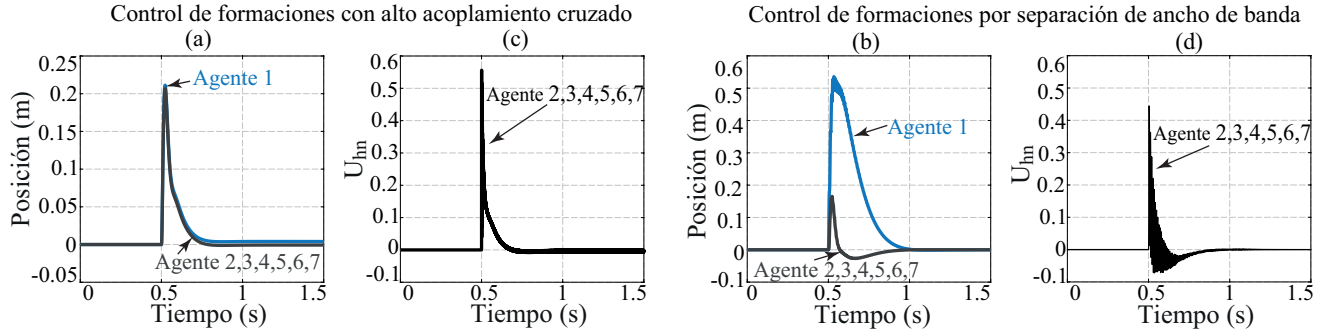


Figura 4.7: Análisis de la respuesta de la formación ante una perturbación aplicada al agente 1.

(a) Bajo un diseño con alto acoplamiento cruzado (diseño con consenso clásico), la perturbación se propaga a todos los agentes casi por igual. (b) Con enfoque de separación de ancho de banda, la perturbación se disipa conforme aumenta la distancia topológica. (c,d) Esfuerzos de control requeridos por los agentes no perturbados directamente, evidenciando que un mayor acoplamiento implica mayor esfuerzo en toda la formación.

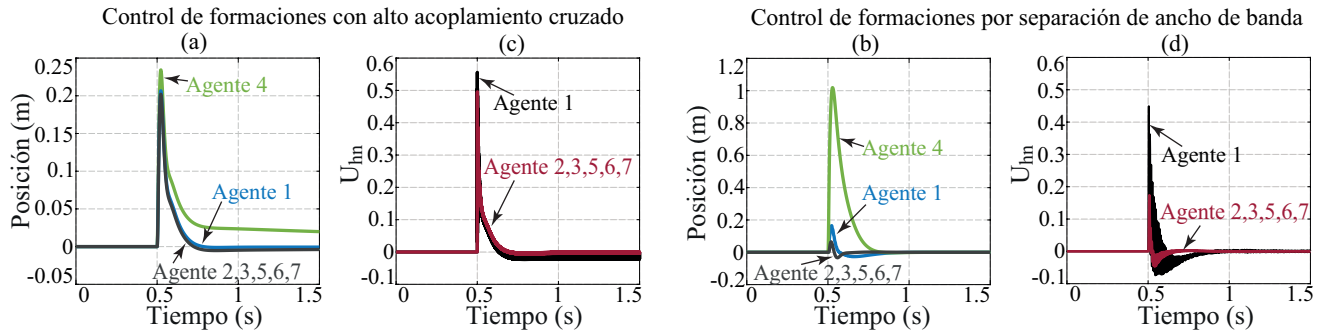


Figura 4.8: Análisis de la respuesta de la formación ante una perturbación aplicada al agente 4.

Además, el comportamiento de absorción de perturbaciones en el caso de separación de ancho de banda se explica fácilmente considerando la topología de formación (Figura 4.5) o bien desde la Figura 4.6 y la distancia en términos de nodos de grafo:

- Si se perturba el agente 1, los demás agentes están a un nodo de distancia, por lo que su respuesta es menor y uniforme (ver Figura 4.7b).
- Si se perturba el agente 4, el agente 1 está a un nodo de distancia, mientras que los demás están a dos nodos. Esto coincide con lo mostrado en la Figura 4.8b.

Una observación importante de las Figuras 4.7 y 4.8 es que un mayor acoplamiento cruzado no solo tiende a propagar perturbaciones, sino que también aumenta la capacidad de rechazo del propio agente perturbado. Esto puede ser como una ventaja del acoplamiento cruzado. Pero, observando las Figuras 4.7c,d y 4.8c,d muestran que esta ventaja implica un mayor esfuerzo de control por parte de los agentes no perturbados. Incluso con separación de ancho de banda, no se elimina por completo este fenómeno. Pero, usando las herramientas teóricas aquí planteadas, es posible ajustar aún más el acoplamiento de la formación, ya sea reducir o ajustando el ancho de banda de los canales de distancia y posición.

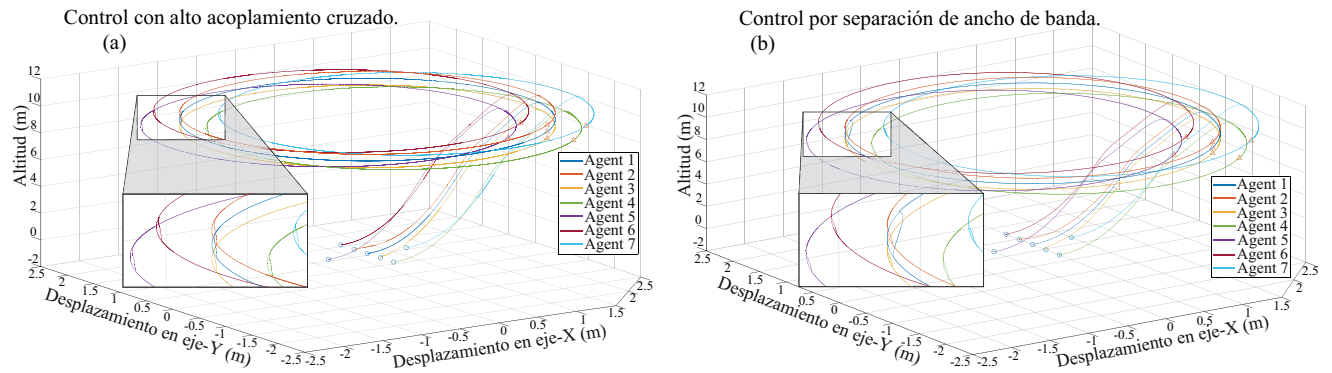


Figura 4.9: Simulación 3D de la formación de la Figura 4.5 siguiendo una trayectoria circular. En un momento dado, el agente 1 es perturbado (ver recuadro ampliado). **(a)** Con un enfoque de control altamente acoplado, la perturbación se propaga de forma casi uniforme entre todos los agentes. **(b)** Con control por separación de ancho de banda, los agentes no perturbados presentan una respuesta menor en comparación con el agente perturbado, reflejando un acoplamiento reducido en la formación.

La Figura 4.9 presenta una simulación tridimensional de la formación mostrada en la Figura 4.5, usando dos estrategias de control de formación distintas: diseño de alto acoplamiento cruzado (consenso clásico) y diseño basado en separación de ancho de banda. En ambos escenarios, los agentes representados por cuadrirrotores siguen una trayectoria circular desde una posición fija en tierra. Los controles son los usados anteriormente; la finalidad de esta simulación es visualizar el efecto de una perturbación introducida en el agente 1 y cómo afecta a los demás agentes en una trayectoria que involucra múltiples ejes. En la Figura 4.9b se emplea el control con

separación de ancho de banda, donde, al perturbarse el agente 1, los demás apenas reaccionan por el bajo acoplamiento. En cambio, en la Figura 4.9a se muestra el control fuertemente acoplado y se observa que toda la formación responde casi de manera simultánea. En un entorno real, esto sería poco práctico, ya que los agentes enfrentan perturbaciones constantes.

Estos resultados confirman que los análisis del Capítulo 3 se extienden bien a formaciones más complejas. Además, los controles diseñados mediante aproximaciones SISO mantienen sus propiedades esenciales, lo que simplifica tanto el análisis como el diseño. Se concluye que cualquier topología de formación no dirigida en n -dimensiones puede descomponerse como un problema de control descentralizado multivariable, analizable con ICD. Esto permite obtener canales individuales de posición y distancia por agente, útiles para estudiar estabilidad, robustez y rechazo de perturbaciones, aproximando el diseño del control de formación mediante dos problemas SISO. Las conclusiones del caso 1-D con dos agentes se conservan en topologías más grandes, y el enfoque de separación de ancho de banda (requisitos A y B, ver Sección 3.3) permitió mantener el desempeño individual de los agentes.

CAPÍTULO 5

CONTROL DE FORMACIONES POR ENFOQUE DE CENTROIDE–DISTANCIAS

En esta sección se presenta un diseño de control de formaciones basado en el uso del *centroide* de la formación y las *distancias* entre agentes. Este enfoque busca una representación más intuitiva y simplificada del comportamiento grupal, permitiendo derivar a un enfoque equivalentes a lo obtenidas mediante análisis de canales individuales

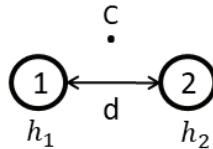


Figura 5.1: Topología de 2 agentes con centroide y distancia.

Considerando una formación lineal de dos cuadrirrotos (Agente 1 y Agente 2) como se muestra en la Figura 5.1, se define la variable de distancia d como:

$$d = h_1 - h_2 \quad (5.1)$$

donde h_1 y h_2 representan las posiciones de los agentes 1 y 2 respectivamente. Esta

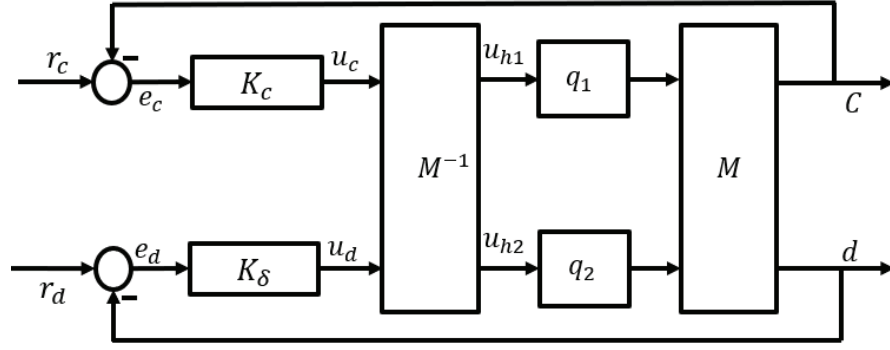


Figura 5.2: diagrama de bloques de Centroide–Distancias para una formación de dos agentes.

expresión se había explicado previamente y se obtiene desde la ley de consenso para formaciones de la ecuación (2.8).

También introduce la variable centroide C , definida como:

$$C = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (5.2)$$

La variable C representa el punto medio de la formación, actuando como una referencia colectiva del grupo.

Estas variables C (centroide) y d (distancia) permiten reformular el problema de control multivariable de formaciones visto en las secciones pasadas.

La Figura 5.2 se muestra el diagrama de bloques de la estructura centroide y distancias. Este concepto está basado en la transformación de variables $(h_1, h_2) \mapsto (C, d)$. Dicha transformación está dada por:

$$\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \quad \text{y su inversa:} \quad \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}}_{M^{-1}} \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Esta estructura permite separar los objetivos de control: el seguimiento del centroide C mediante el control K_c , y la regulación de la distancia d mediante el control K_Δ , este caso control asociado a las distancias dentro del enfoque centroide-

distancia.

Ambos controles generan señales de control u_c y u_d , respectivamente, que son transformadas por la matriz M^{-1} para obtener las señales individuales u_{h1} y u_{h2} , aplicadas sobre las plantas individuales q_1 y q_2 de cada agente respectivamente. Las salidas son convertidas nuevamente a variables (C, d) mediante la transformación directa M .

En este marco de referencia transformado, se entiende que el control asociado al centroide K_c se diseña con el objetivo de regular la posición global de la formación como si esta se comportara como un único agente equivalente. Es decir, K_c actúa sobre el movimiento colectivo del sistema, guiando la formación completa hacia una referencia común. El control de distancia K_δ en este enfoque, se encarga de regular las distancias entre los agentes, preservando así la geometría deseada de la formación. Esta estrategia permite abordar los objetivos de seguimiento y mantenimiento de la formación de manera coordinada. Como ejemplo en aplicación aeroespacial, el control de centroide permite guiar toda la formación o la flota hacia “waypoints” comunes, y mediante el control de distancias mantener la cohesión o geometría durante maniobras.

Para expresar el sistema de dos agentes en términos del centroide c y la distancia d , primero se definen las siguientes ecuaciones de error:

$$e_c = \frac{e_{h1} + e_{h2}}{2}, \quad e_d = e_{h1} - e_{h2} \quad (5.4)$$

$$u_c = K_c e_c, \quad u_d = K_\delta e_d \quad (5.5)$$

donde e_d es el error de distancia y e_c es el error del centroide.

$$h_1 = c + \frac{1}{2}d, \quad h_2 = c - \frac{1}{2}d \quad (5.6)$$

$$u_{h1} = u_c + \frac{1}{2}u_d, \quad u_{h2} = u_c - \frac{1}{2}u_d \quad (5.7)$$

Las ecuaciones (5.6) representan las posiciones de los agentes en función del centroide c y la distancia d , mientras que (5.7) describe las señales de control individuales generadas a partir de las acciones u_c (control del centroide) y u_d (control de distancia dentro de este enfoque), como se define en la ecuación (5.5). La forma matricial de estas expresiones está dada por M^{-1} .

Sustituyendo en las ecuaciones (5.7) los términos de (5.5), se obtiene:

$$u_{h1} = K_c e_c + \frac{K_\delta e_d}{2}, \quad u_{h2} = K_c e_c - \frac{K_\delta e_d}{2} \quad (5.8)$$

A continuación, se desarrolla únicamente la expresión de u_{h1} en función de los errores individuales e_{h1} y e_{h2} .

Primero, se inicia de la ecuación (5.8) y eqrefeq:erroresCD:

$$u_{h1} = K_c \left(\frac{e_{h1} + e_{h2}}{2} \right) + \frac{K_\delta (e_{h1} - e_{h2})}{2} \quad (5.9)$$

Distribuyendo los términos:

$$u_{h1} = e_{h1} \left(\frac{K_c}{2} + \frac{K_\delta}{2} \right) + e_{h2} \left(\frac{K_c}{2} - \frac{K_\delta}{2} \right) \quad (5.10)$$

Agrupando términos para dejar expresada la ecuación en función de la diferencia de errores de los agentes:

$$\begin{aligned} u_{h1} = & e_{h1} \left(\frac{K_c}{2} + \frac{K_\delta}{2} \right) + e_{h2} \left(\frac{K_c}{2} - \frac{K_\delta}{2} \right) \\ & + e_{h1} \left(\frac{K_c}{2} - \frac{K_\delta}{2} \right) - e_{h1} \left(\frac{K_c}{2} - \frac{K_\delta}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.11)$$

La ecuación anterior puede reorganizarse para tener la combinación de dos componentes importantes: uno que actúe sobre el error individual del agente y otra que responde al error relativo entre los agentes.

$$u_{h1} = e_{h1}K_c + (e_{h2} - e_{h1}) \left(\frac{K_c}{2} - \frac{K_\delta}{2} \right) \quad (5.12)$$

Reorganizando la ecuación anterior.

$$u_{h1} = e_{h1}K_c + (e_{h1} - e_{h2}) \left(\frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2} \right) \quad (5.13)$$

$$u_{h2} = e_{h2}K_c - (e_{h1} - e_{h2}) \left(\frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2} \right) \quad (5.14)$$

Las ecuaciones (5.13) y (5.14) muestran que la ley de control se compone de dos términos: (1) un componente individual, $e_{hi}K_c$, que regula la posición de cada agente respecto al centroide, y (2) un termino de acoplamiento, basado en el error relativo $e_d = e_{h1} - e_{h2}$, ponderado por un parametro de control definido como:

$$k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2} \quad (5.15)$$

Por tanto, k_d no es arbitraria, sino una consecuencia estructural de la parametrización del enfoque centroide–distancia; dicho de otra manera, k_d es el control de distancias en el espacio original (h_1, h_2) , a partir de K_δ y K_c (se observa en la ecuación 5.15). Esta formulación es equivalente a las expresiones (2.19) y (4.11), donde se combinan términos de control local (individual) y de acoplamiento (distancias entre agentes). Incluso con estas ecuaciones es posible obtener el mismo diagrama de bloques mostrado en la Figura 2.3. Para esto, utilizando las ecuaciones (5.13) y (5.14), se obtiene el diagrama representado en la Figura 5.3.

Con las ecuaciones obtenidas mediante el enfoque presentado, puede interpretarse que esta estructura representa un cambio de coordenadas en el espacio de salida (posiciones) h_1 y h_2 se proyectan hacia una nueva representación en términos del centroide c y distancia d . Este cambio de variables se realiza mediante una transformación lineal definida por las ecuaciones (5.3), como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

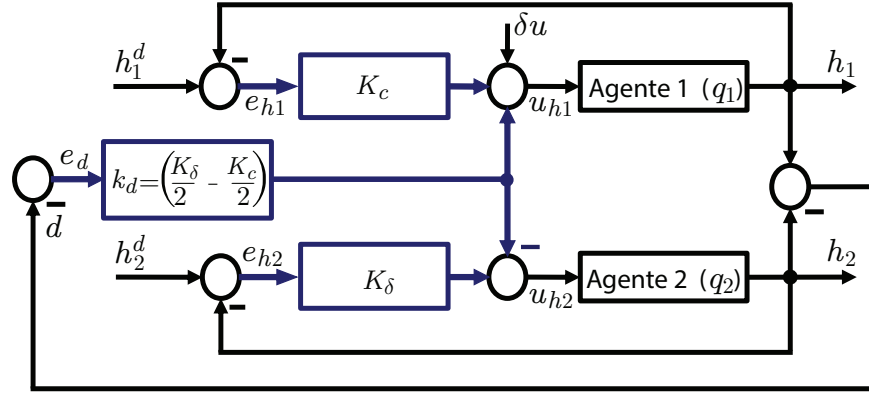


Figura 5.3: Diagrama de bloques mediante las ecuaciones de centroide y distancias (5.13), (5.14)

donde M es la matriz de cambio de base que descompone el sistema en dos componentes dinámicos: el control del movimiento global de la formación a través del centroide y el control para el mantenimiento de la formación mediante la interacción de distancia entre agentes. Este proceso puede interpretarse como un mapeo de coordenadas de agentes (h_1, h_2) a coordenadas colectivas (C, d) , como en la Figura 5.4.

Nota sobre los errores: Dependiendo del marco de análisis, los errores pueden expresarse de las siguientes formas:

- Desde una referencia global, como $e_c = r_c - c$ y $e_d = r_d - d$,
- O en términos de los errores individuales como $e_c = \frac{e_{h1} + e_{h2}}{2}$ y $e_d = e_{h1} - e_{h2}$.

Ambas representaciones son equivalentes dando como resultado las ecuaciones (5.13) y (5.14); la elección depende de si el enfoque se centra en el comportamiento colectivo del sistema en el enfoque de Centroide–Distancias o en las acciones de agentes $[h_1, h_2]^T$.

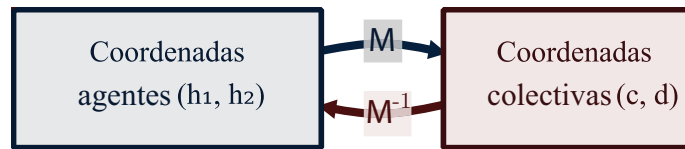


Figura 5.4: mapeo de coordenadas en el enfoque de Centroide–Distancias

La transformación lineal definida por la matriz M descompone el sistema en dos componentes matemáticamente ortogonales, se puede ver los vectores base como:

$$\mathbf{v}_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

donde su producto punto demuestra ortogonalidad ($\mathbf{v}_c \cdot \mathbf{v}_d = 0$). Aunque M no es una matriz ortogonal estándar (sus columnas no son ortonormales, $M^T M \neq I$, y no están normalizadas), la ortogonalidad de sus filas permite que esta descomposición diagonalice implícitamente la dinámica, facilitando el diseño independiente de K_c y K_δ . Esta estructura tiene implicaciones clave para el control:

Propiedad	Implica
Ortogonalidad en filas	Descomposición para movimiento grupal (c) y la geometría entre agentes (d)
Independencia	Diseño separado de K_c (movimiento grupal) y K_δ (geometría)
Invertibilidad	M^{-1} existe ($\det(M) = -1$)

Tabla 5.1: Propiedades de la transformación

5.0.1 DISEÑO DE CONTROL DE DISTANCIAS k_d MEDIANTE K_c , K_δ

El término $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, siendo k_d el control de distancias visto en capítulos anteriores, indica que se puede obtener mediante el enfoque centroide-distancia, mediante el diseño individual de K_c y K_δ , por lo que se puede considerar lo siguiente:

1. Acoplamiento debil o acoplamiento suave (prioridad al seguimiento individual de los agentes): Si se considera que los controles son $|K_\delta(j\omega)| \approx |K_c(j\omega)|$ con $|K_\delta(j\omega)| > |K_c(j\omega)|$ en un ancho de banda operativo, se tiene que $K_d(j\omega) = \frac{K_\delta(j\omega)}{2} - \frac{K_c(j\omega)}{2} > 0$. Esto deberá llevar a una coordinación o acoplamiento débil entre agentes en frecuencias de interés.

2. Alto acoplamiento o acoplamiento fuerte (prioridad de interacción entre agentes): Se presenta cuando $|K_\delta(j\omega)| \gg |K_c(j\omega)|$ y se encuentra en un ancho de banda operativo. Con $K_\delta(s)$ diseñado para alta ganancia en el rango de frecuencias de interés $\omega \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$, $k_d(j\omega) \gg 0$, por lo que ocasiona fuerte acoplamiento dinámico entre agentes.

3. Sistema desacoplado (comportamiento individual de los agentes): Si $|K_\delta(j\omega)| = |K_c(j\omega)| \forall \omega$, por lo que si $K_\delta(s) = K_c(s)$ entonces $k_d(s) = 0$ mediante $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$. Esto indica que no hay un comportamiento cooperativo o los agentes no mantienen la formación, por lo que el sistema está desacoplado.

En base a estas consideraciones, el diseño de k_d se plantea a partir del diseño de K_δ en función de K_c . Se busca que, al obtener k_d mediante la relación $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, el control de formaciones no interfiera en la región de frecuencias donde actúa k_q . Esto permite cumplir con los requerimientos de rechazo de perturbaciones definidos en los puntos **A** y **B** de la Sección 3.3. Para el diseño de K_δ , se considera la siguiente estructura:

$$K_\delta(s) = K_c(s) \cdot k \cdot \frac{s + a}{s + b}$$

Donde $K_c = k_q$, siendo k_q el control de posición individual del agente. Para cumplir con dichos puntos **A** y **B** de la Sección 3.3 se utiliza la ganancia $k = \frac{b}{a}$ para ajustar e igualar la magnitud $LA(q \cdot K_\delta)$ a $LA(q \cdot K_c)$ en zona de alta ganancia, evitando así la superposición entre controles. El cero en $s = -a$ marca el inicio del efecto de consenso, lo que hace que la magnitud de $LA(q \cdot K_\delta)$ se empiece a separar de la magnitud de $LA(q \cdot K_c)$. Se elige $a \approx$ al ancho de banda k_q para activar el control de distancias cuando k_q aún mantiene ganancia significativa. El polo en $s = -b$ marca la frecuencia ($\omega = b$) donde el efecto de consenso comienza a atenuarse, creando una zona operativa efectiva para el consenso en el rango $\omega \in [a, b]$; b no define estrictamente el ancho de banda.

Con K_δ diseñado de esta forma, se permite obtener k_d mediante $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$. Asegurando tres regímenes operativos claramente diferenciados en términos de

rechazo de perturbaciones: (1) En bajas frecuencias ($\omega < a$), $K_\delta(s) \approx K_c(s)$ produce $k_d \approx 0$, garantizando un acoplamiento débil o incluso sin acoplamiento en dicha zona, evitando interferencia con k_q ; (2) En la zona $a < \omega < b$, el término $(s + a)/(s + b)$ activa progresivamente el efecto consenso; y (3) Para $\omega \gg b$, la atenuación de $K_\delta(s)$ previene efectos indeseados en altas frecuencias.

$$K_\delta(s) = K_c(s) \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{s + a}{s + b} \quad (5.16)$$

Se muestra la ecuación 5.16 en términos de los parámetros del cero en a y el polo en b . Siguiendo la estrategia anteriormente mencionada, se pueden cumplir los requerimientos **A** y **B** de no superposición, manteniendo márgenes de robustez adecuados. Además, esta formulación proporciona un método práctico de sintonización mediante el análisis en el dominio de la frecuencia, utilizando diagramas de Bode.

A continuación, siguiendo el procedimiento anteriormente mencionado, se muestra la obtención de k_d a partir de las ecuaciones 5.15 y 5.16. Para este caso, se toma como referencia el $LA(k_q(s)q(s))$ mostrado en la Figura 2.5b, recordando que en este enfoque se considera $K_c = k_q$. Se eligió una frecuencia $\omega_a = 12$ rad/s para el cero en $s + a$ (con $a = 12$), y una frecuencia $\omega_b = 192$ rad/s para el polo en $s + b$ (con $b = 192$), resultando en $k = b/a = 192/12$.

Tabla 5.2: Valores de a y b empleados en el diseño de $K_\delta(s)$ para k_d con rechazo de perturbaciones.

Cero ($s + a$)	$a = 12$
Polo ($s + b$)	$b = 192$

La ecuación 5.17 muestra el control de distancias equivalente a partir de la ecuación 5.15, con los parámetros de la Tabla 5.2:

$$k_d(s) = \frac{2.6749(s + 58.75)}{s + 192} \quad (5.17)$$

La Figura 5.5(a) muestra el comportamiento del enfoque Centroide-Distancias (K_c , K_δ), donde se observa que el control de distancias (dentro de este enfoque) co-

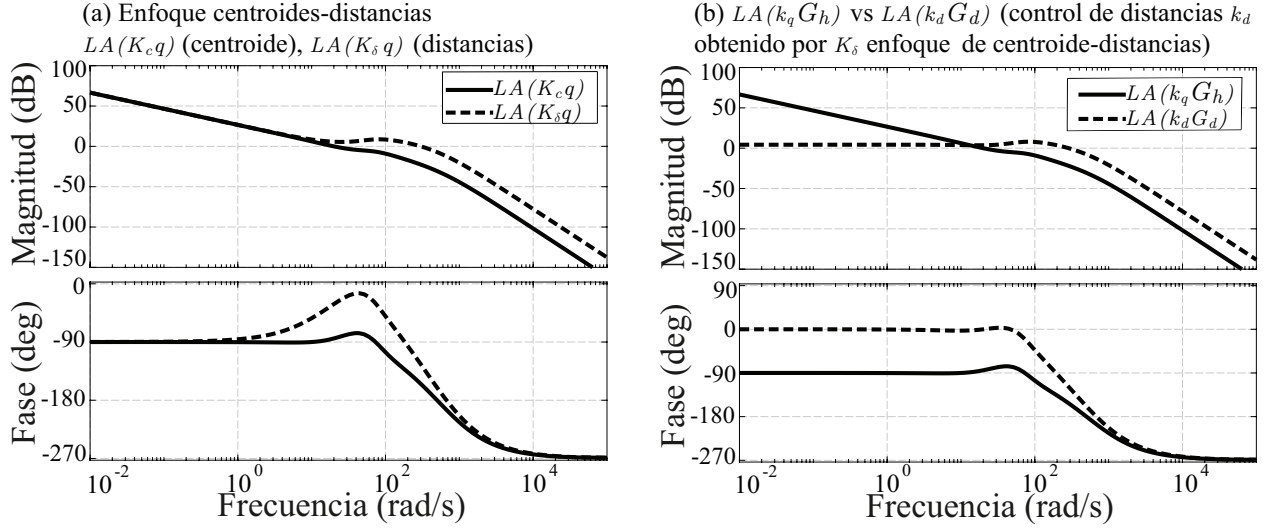
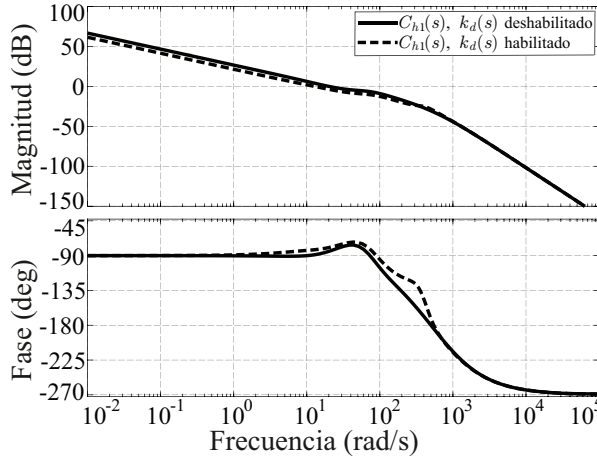


Figura 5.5: **(a)** Enfoque Centroide-Distancias. Lazo abierto de $K_c(s)q(s)$ comparado con el lazo abierto de $q(s)K_\delta(s)$. **(b)** Comparación de la diagonal del sistema multivariable de control de formaciones: $K(s)G(s)$ (Ecuaciones 4.3, 4.5, 2.21, 2.23); lazo abierto del agente con control de posición ($LA(k_q(s)G_h(s))$), y lazo abierto de $k_d \mathbf{G}_d(s)$, que corresponde al subsistema de distancias (ver 4.3). Se tiene $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.2, y $K_c(s) = k_q(s)$.

(a) Lazo abierto del canal de posición del agente 1 “ $C_{h1}(s)$ ” con control de distancia “ $k_d(s)$ ” habilitado VS. Control de distancia “ $k_d(s)$ ” deshabilitado



(b) Funciones de sensibilidad

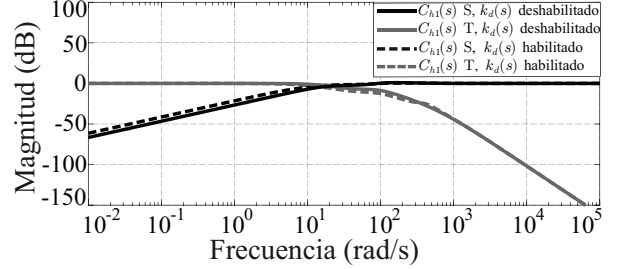


Figura 5.6: **(a)** Respuesta en frecuencia del $C_{h1}(s)$ con $k_d(s)$ habilitado y deshabilitado. **(b)** S : función de sensibilidad y T : sensibilidad complementaria de $C_{h1}(s)$. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.2, $K_c(s) = k_q(s)$

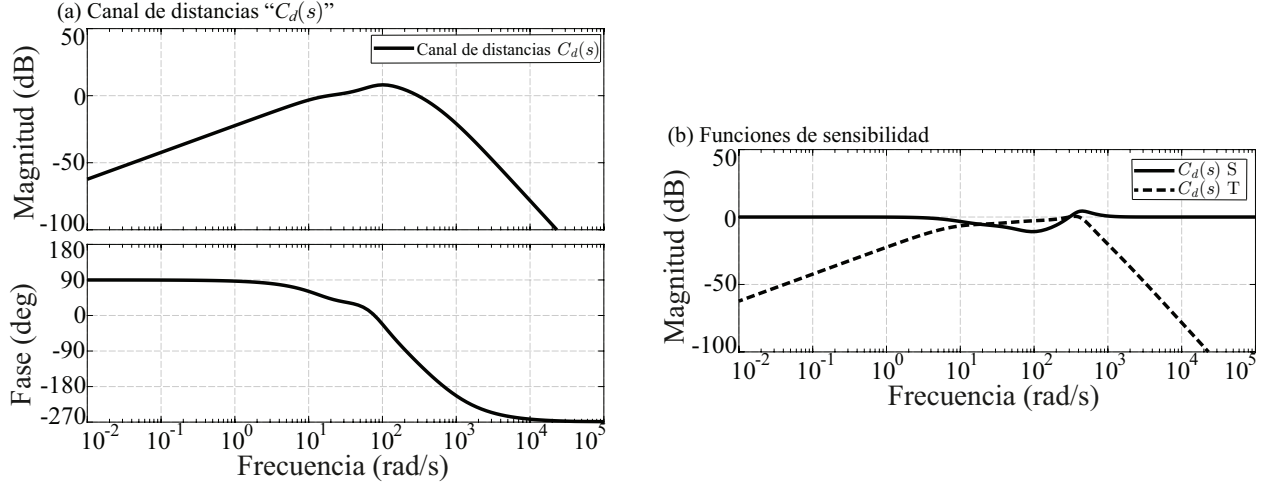


Figura 5.7: **(a)** Respuesta en frecuencia del canal individual de distancia $C_d(s)$ con control de distancias $k_d(s)$. **(b)** S : sensibilidad y T : sensibilidad complementaria del canal de distancia. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.2, $K_c(s) = k_q(s)$

mienza a separarse del lazo abierto de $LA(K_c q)$ alrededor de $\omega_a = 12$ rad/s, iniciando su decaimiento cerca de $\omega_b = 192$ rad/s. Mientras que, la Figura 5.5(b) presenta la interacción entre el control local (k_q) y el control de distancias (k_d) de la planta multivariable $G(s)$ eq. 4.3, siendo $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$. Se observa la transición entre coordenadas colectivas $((C, d)$ y del agente (h_1, h_2) .

La Figura 5.8 muestra la estructura de función multivariable (MSF) del canal 1 implementando el control de distancias $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$.

Mediante estas especificaciones, el control de distancias $k_d(s)$ no afecta el desempeño del agente, manteniendo márgenes de ganancia y fase similares con o sin $k_d(s)$ habilitado. Como muestra la Fig. 5.6, las funciones de sensibilidad S y T del canal $C_{h1}(s)$ presentan respuestas superpuestas en ambos casos, demostrando la efectividad de la estrategia para integrar el control de formaciones sin degradar la navegación individual. Este resultado valida que la estrategia de diseño mediante Centroide-Distancias cumple con los requerimientos de no superposición entre controles, preservando robustez, incluso siendo consistente con los mismos criterios **A** y **B** de la Sección 3.3 mediante el enfoque por separación de ancho de banda

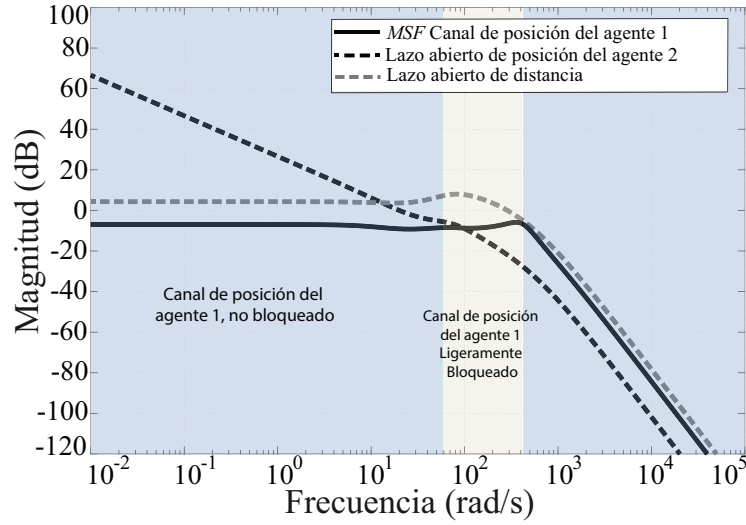


Figura 5.8: Diagrama de Bode de la MSF del canal de posición del agente 1, $\Gamma_{Ch1}(s)$; de los lazos abiertos del canal de posición del agente 2 $C_{h2}(s)$ y del canal distancia $C_d(s)$. El acoplamiento cruzado y el bloqueo en la posición del agente 1 se han reducido, ya que las frecuencias donde hay alta ganancia de los lazos abiertos de los canales de posición y distancia (líneas punteadas) no se intersectan.

desarrollado en el Capítulo 3 (ver Fig. 3.8).

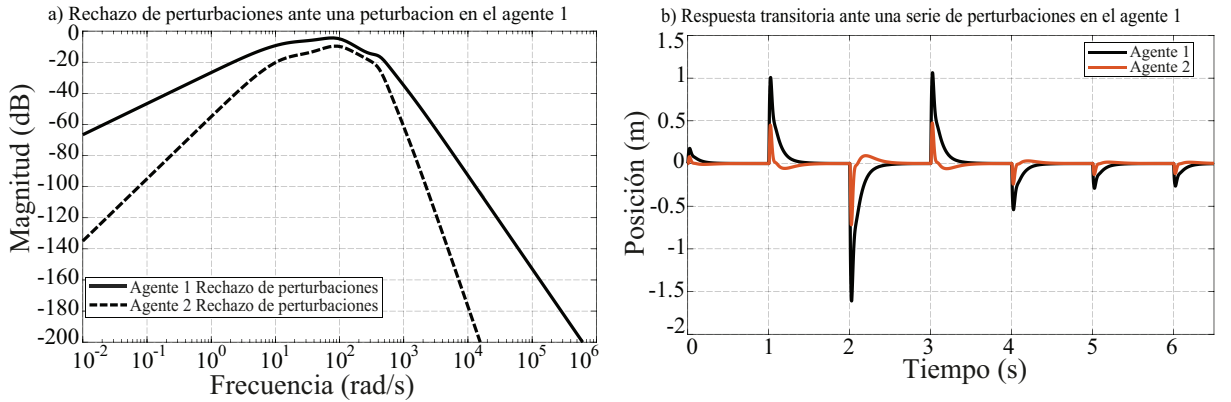


Figura 5.9: **(a)** Análisis de rechazo de perturbaciones de dos agentes ante una perturbación en la entrada en el agente 1, con $k_d(s)$ diseñado por la equivalencia Centroide-Distancias. **(b)** Respuesta en el tiempo de los dos agentes ante una serie de perturbaciones en la entrada del agente 1. En este caso se muestra que la perturbación aplicada al agente 1 se atenúa conforme se propaga por la formación. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.2, $K_c(s) = k_q(s)$

5.0.1.1 CONSIDERACIONES IMPORTANTES SOBRE ELEGIR a Y b EN CENTROIDE-DISTANCIAS, ECUACIÓN 5.16

La elección de los parámetros a y b para K_δ de la Ecuación 5.16 determina críticamente el comportamiento del control de formaciones, en este caso llamado control de distancias $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$. Si b se aproxima a a , con $a < b$, se disminuye la ganancia de consenso y su efecto ($\lim_{b \rightarrow a^+} |k_d(j\omega)| \rightarrow 0$ para $\omega \in [a, b]$), esto puede considerarse bueno para rechazo de perturbaciones ya que se está eligiendo un acoplamiento débil, por lo que hay prioridad en el seguimiento individual k_q sobre la formación.

Pero también debe considerarse la zona de efecto de consenso para $\omega \in [a, b]$. Si bien es posible elegir a y b muy alejados (con $a \ll b$) para aumentar la operatividad del efecto de consenso, debe cuidarse que no interfiera con las frecuencias de operación de controles preexistentes en los agentes, como el control de navegación. De esta forma, se evita la degradación de desempeño del sistema y se mantienen los márgenes de robustez, como se mostró en la Figura 5.6. Por ejemplo, si a se elige a frecuencias demasiado bajas ($a \ll \omega_c$, donde ω_c es el ancho de banda del lazo cerrado de navegación $k_q \cdot q$), y b se elige muy alejado del cero a , la acción de consenso k_d (mediante $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$) operará en una zona donde el control de navegación k_q aún tiene alta magnitud y fase crítica. Esto genera competencia entre ambos controles, degradando los márgenes de fase y ganancia del sistema.

Es importante saber que elegir un mayor consenso en zonas que interfieran con controles preexistentes puede ocasionar una degradación en los márgenes de robustez de dichos controles y, por ende, en el desempeño de los agentes. Esto puede afectar el cumplimiento de especificaciones y normas en aplicaciones críticas, como las aeroespaciales, donde se establecen requisitos para márgenes de fase y ganancia bien definidos, como la MIL-F-9490D.

Para observar este efecto se diseñó K_δ con los parámetros de la Tabla 5.3.

Tabla 5.3: Valores de a y b empleados en el diseño de $K_\delta(s)$ para k_d con alto acoplamiento.

Cero $(s + a)$	$a = 1$
Polo $(s + b)$	$b = 16$

La ecuación 5.18 muestra el control de distancias equivalente a partir de la ecuación 5.15, con los parametros de la Tabla 5.3:

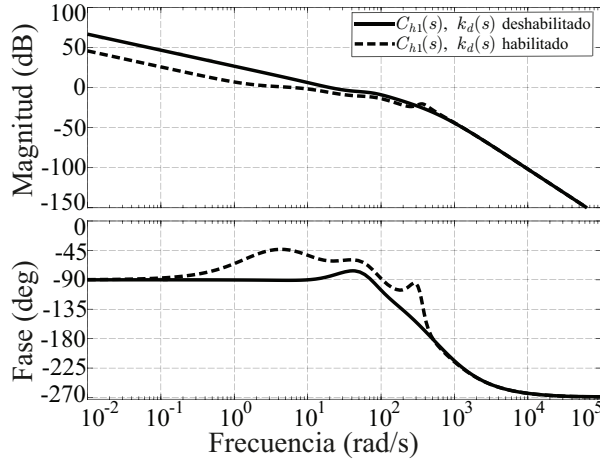
$$k_d(s) = \frac{2.6749(s + 60.27)}{s + 16} \quad (5.18)$$

En la Figura 5.10(a) se observa que el canal $C_{h1}(s)$ con k_d habilitado presenta una pérdida de ancho de banda por la interferencia entre controles. Esto se observa también en (b) donde la función de sensibilidad S del sistema acoplado se aproxima a 0 dB en frecuencias más bajas que en el caso de $k_d = 0$ (agente individual) indicando una degradación de rechazo a perturbaciones. La Figura 5.11 confirma la zona de frecuencias del efecto de consenso mediante el control de distancias. La Figura 5.12(a) muestra un análisis de rechazo de perturbaciones, demostrando que el sistema acoplado con el diseño de los parámetros de la Tabla 5.3 mantiene poco rechazo a perturbaciones, y la Figura 5.12(b) muestra en el dominio del tiempo cómo la perturbación en el agente 1 se propaga casi inmediatamente al agente 2, evidenciando el fuerte acoplamiento resultante de este diseño.

En el caso de $a = b$, se anula completamente el efecto del control de distancias, ya que $k_d = 0$. En cambio, si $a > b$, el control de distancias puede inducir un efecto contrario, generando una especie de “repulsión” entre los agentes que afecta a la geometría de la formación, como se muestra en la Figura 5.13.

El parámetro a también contribuye a la ganancia resultante de consenso. Al elegir a en una cierta frecuencia, se logra separar la respuesta en frecuencia de $LA(K_\delta \cdot q)$ de $LA(K_c \cdot q)$ en el punto de ω_a correspondiente, como se muestra en la Figura 5.5(a). En este punto, se conserva la magnitud de $LA(K_c \cdot q)$, lo que facilita la selección de la ganancia para k_d . En otras palabras, el parámetro a actúa como una

(a) Lazo abierto del canal de posición del agente 1 “ $C_{h1}(s)$ ” con control de distancia “ $k_d(s)$ ” habilitado VS. Control de distancia “ $k_d(s)$ ” deshabilitado



(b) Funciones de sensibilidad

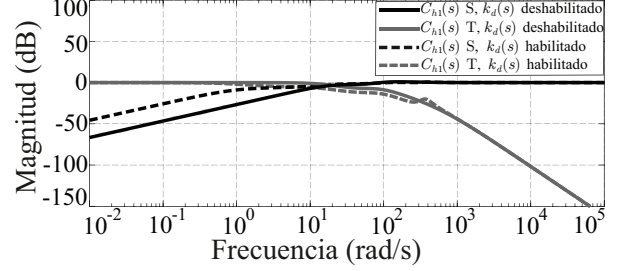
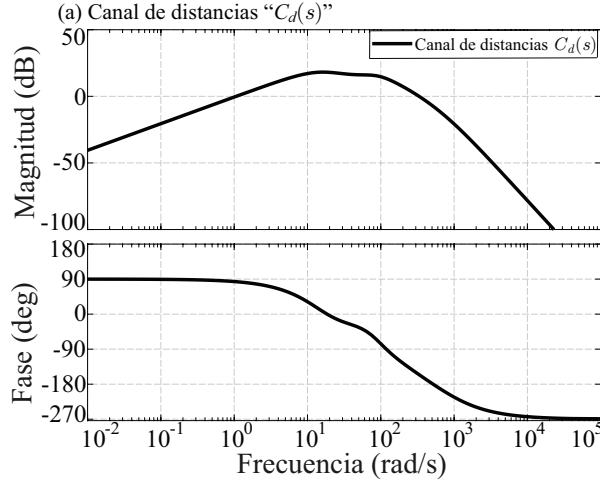


Figura 5.10: **(a)** Respuesta en frecuencia del $C_{h1}(s)$ con $k_d(s)$ habilitado y deshabilitado.

(b) S : función de sensibilidad y T : sensibilidad complementaria de $C_{h1}(s)$. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.3, $K_c(s) = k_q(s)$



(b) Funciones de sensibilidad

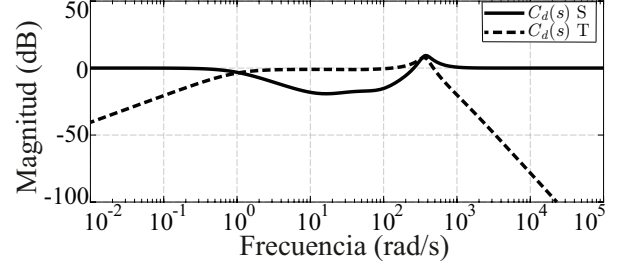


Figura 5.11: **(a)** Respuesta en frecuencia del canal individual de distancia $C_d(s)$ con control de distancias $k_d(s)$. **(b)** S : sensibilidad y T : sensibilidad complementaria del canal de distancia. $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.3, $K_c(s) = k_q(s)$

especie de frecuencia de cruce o punto de separación entre las acciones de consenso y la respuesta individual.

Por lo que la magnitud de k_d puede seleccionarse observando el diagrama de

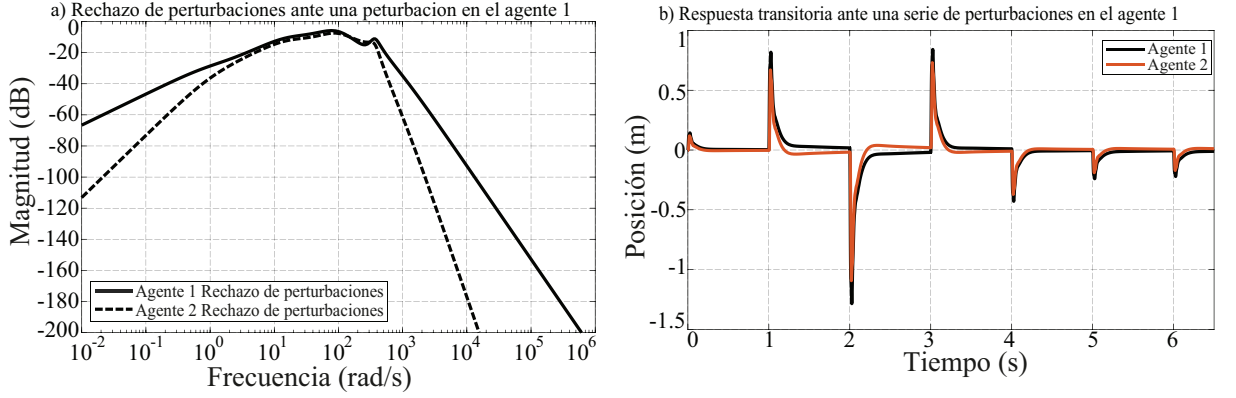


Figura 5.12: **(a)** Análisis de rechazo de perturbaciones de dos agentes ante una perturbación en la entrada en el agente 1, con $k_d(s)$ diseñado por la equivalencia Centroide–Distancias. **(b)** Respuesta en el tiempo de los dos agentes ante una serie de perturbaciones en la entrada del agente 1. Se observa que la perturbación se propaga a toda la formación.

$k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, con K_δ de la Ec. 5.16 con parámetros de la Tabla 5.3, $K_c(s) = k_q(s)$

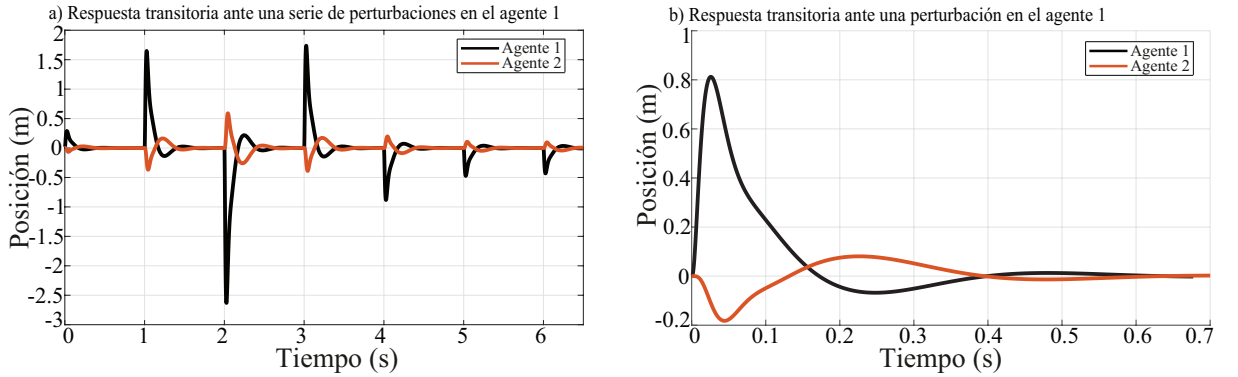


Figura 5.13: **(a)** Respuesta en el tiempo de dos agentes ante una serie de perturbaciones en la entrada del agente 1, con $k_d(s)$ diseñado mediante la equivalencia Centroide–Distancias. **(b)** Respuesta en el tiempo de dos agentes ante una perturbación en la entrada del agente 1. Se observa que la perturbación se transmite al segundo agente en este caso con un desplazamiento en sentido opuesto al agente 1 debido a $a > b$, con parámetros de diseño $a = 192$ y $b = 12$ para K_δ Ec. 5.16 y $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, $K_c(s) = k_q(s)$

Bode de $LA(K_c \cdot q)$ y eligiendo a de modo que la magnitud en esa frecuencia coincida con la deseada. Este efecto se aprecia claramente en la Figura 5.5, donde se observa la separación entre $LA(K_c \cdot q)$ y $LA(k_d \cdot K_\delta)$, que ocurre aproximadamente en $\omega = a$; y, transformando este enfoque de centroides y distancias al subsistema multivariable de

distancias $LA(k_d \cdot G_d)$, mediante k_d , siendo $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, se mantiene la magnitud observada (ver Figura 5.5(b)). Esto refuerza que el parámetro a no solo define el inicio de la acción de consenso, sino que también permite determinar la magnitud de consenso.

Por lo tanto, una elección adecuada de los parámetros a y b , con $a < b$, resulta importante para lograr un adecuado rechazo de perturbaciones, sin sacrificar seguimiento individual de los agentes ni la interacción de la geometría mediante k_d .

Como ya se había mencionado, para un apropiado rechazo de perturbaciones se puede considerar que la zona de consenso mediante $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, a través de 5.16, debe estar delimitada a frecuencias operativas de $\omega \in [a, b]$, sin empalmarse con $k_q(j\omega)$, que opera predominantemente en bajas frecuencias. Esta estrategia de separación por ancho de banda entre los controles ya se abordó en los capítulos anteriores, en la Sección 3.3 y la Figura 3.7, donde se evidenció su relevancia en el diseño de control de distancias.

Por lo cual, la complejidad de elegir un adecuado control de formaciones, en este caso representado por el control de distancias k_d , en el que puede estar sujeto a diversos requisitos y requerimientos, se reduce significativamente mediante el enfoque basado en Centroide–Distancias. Esta estrategia conduce a una estructura sencilla dada por la ecuación 5.16 para $K_\delta(s)$, en la que la sintonización se limita a la elección de dos sencillos parámetros: a y b . A su vez, el control k_d puede obtenerse directamente mediante la expresión $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$ (Eq. 5.15).

CAPÍTULO 6

VALIDACIÓN Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo se presenta la validación experimental de las estrategias de control de formaciones desarrolladas en los capítulos anteriores, implementadas en una formación de dos drones Ryze/DJI Tello EDU tipo cuadrirrotores como agentes. Los experimentos se diseñaron para contrastar el enfoque de control por consenso clásico, el cual está basado en la sintonización de un control proporcional-derivativo (PD), frente al diseño por separación de ancho de banda; evaluando la estabilidad de la formación en terminos de posición, la capacidad de rechazo a perturbaciones en un entorno real y la dificultad en la selección de parámetros en el diseño de control para evitar inestabilidades.

La configuración experimental empleó una arquitectura centralizada, donde una estación base ejecuta los algoritmos de control y comunica vía WiFi (Fig. 6.1) las acciones a cada agente, incluso una perturbación inducida en la entrada del agente 1. Se registraron las señales de control y los datos de los sensores embebidos en los cuadrirrotores, lo que permitió un análisis detallado del comportamiento de la formación. Los resultados demuestran que, mientras el consenso clásico presenta limitaciones prácticas, el enfoque propuesto, basado en separación por ancho de banda, consigue mantener la formación con estabilidad, superando ciertas restricciones

asociadas con la resolución de los sensores embebidos de los cuadrirrotores y algunos retardos de comunicación que pudieron presentarse.

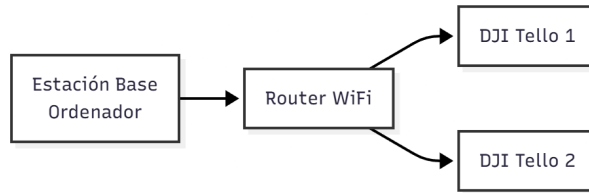


Figura 6.1: Diagrama de comunicación

6.1 CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL Y PLATAFORMA

Los drones Ryze/DJI Tello EDU (Fig. 6.2) ofrecen capacidades de programación mediante su *SDK* (*Software Development Kit*), basado en comunicación *UDP* y sensores integrados como acelerómetros y giroscopios de tres ejes, cuyas mediciones se utilizaron para estimar la posición y realizar un control de navegación como capa externa, implementado mediante un control proporcional-integral. Esto permitió mantener una posición deseada utilizando únicamente comandos como referencia en unidades de metros para su desplazamiento, con la finalidad de no interferir con el software de bajo nivel (como se observa en la Figura 2.4)), además de validar que el diseño de control de formaciones sea de tal manera que no altere el desempeño ni interfiera con los controles locales.

Sin embargo, en el aspecto de los sensores se identificó que la resolución limitada de estos impone restricciones prácticas para detectar desplazamientos menores a ciertos umbrales, aspecto que resultó crucial en la validación de los esquemas de control.

El desarrollo se realizó en *Matlab*, utilizando comandos de control remoto (`rc`), que aceptan valores en el rango de -100 a 100 (que representan porcentajes de movimiento del joystick virtual, donde 0 corresponde a la posición neutral y ± 100 a la deflexión máxima que produce la velocidad máxima configurada del

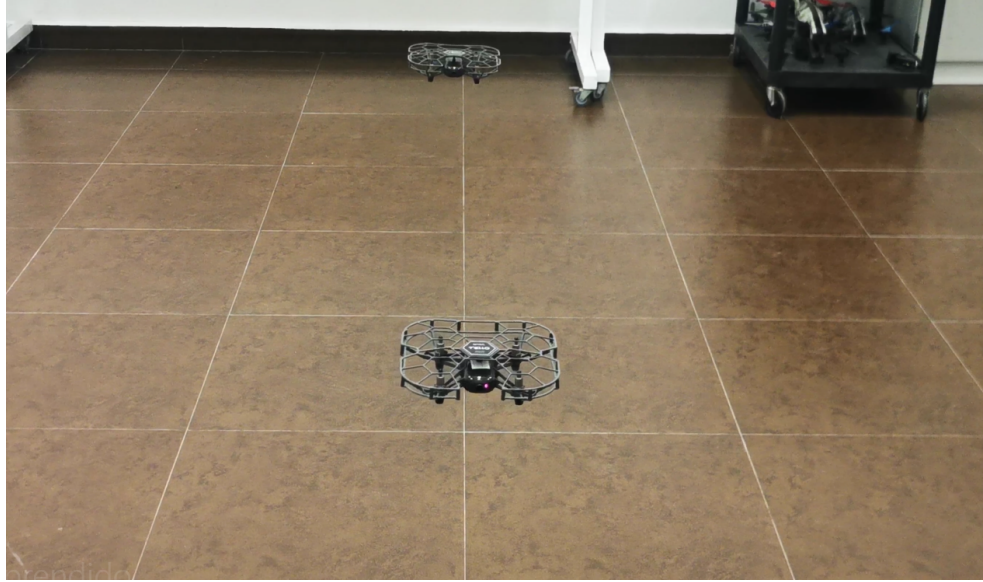


Figura 6.2: Drones Ryze/DJI Tello EDU como plataforma para experimentos

dron (10–100) cm/s) para cada canal (`rc a b c d`; *set remote controller control via four channels*, a = left/right (−100 a 100), b = forward/back (−100 a 100), c = up/down (−100 a 100), d = yaw (−100 a 100)). El desarrollo requirió modificar una librería existente para implementar las leyes de control propuestas, específicamente mediante el comando `write(D1.CommandConnection, uint8(['rc' ' ' 'int2str(EntradaD1) ' ' '0' ' ' '0' ' ' '0'])),`

donde `EntradaD1` representa la acción de control correspondiente a la entrada del sistema interno del cuadrirrotor.

Experimentalmente se identificó que los acelerómetros integrados presentan una resolución limitada que requiere velocidades superiores a 0.1 m/s para ser detectadas de manera confiable. Esta limitación estableció un umbral práctico donde acciones de control dentro del rango de ± 15 unidades (en la escala de −100 a 100) no generaban movimiento medible, aunque sí un movimiento real que podía asimilarse a una deriva. Por consiguiente, se implementó una zona muerta (ZM) para acciones de control dentro del rango ± 15 ; esto fue necesario para establecer un umbral mínimo que garantizara desplazamientos detectables por el sistema de sensores embebidos y, de esta forma, poder estimar la posición del cuadrirrotor mediante integración

numérica de forma más precisa y reducir la deriva que se pudiera presentar.

La Figura 6.3 muestra la respuesta de ambos cuadrirrotores (en adelante, dron 1 y dron 2) operando de manera totalmente desacoplada, es decir, sin el control de distancias k_d . Cada dron utiliza únicamente su control de navegación individual mediante un control proporcional-integral PI con $K_p = 40$ y $K_i = 7$, siguiendo una referencia de 1 metro.

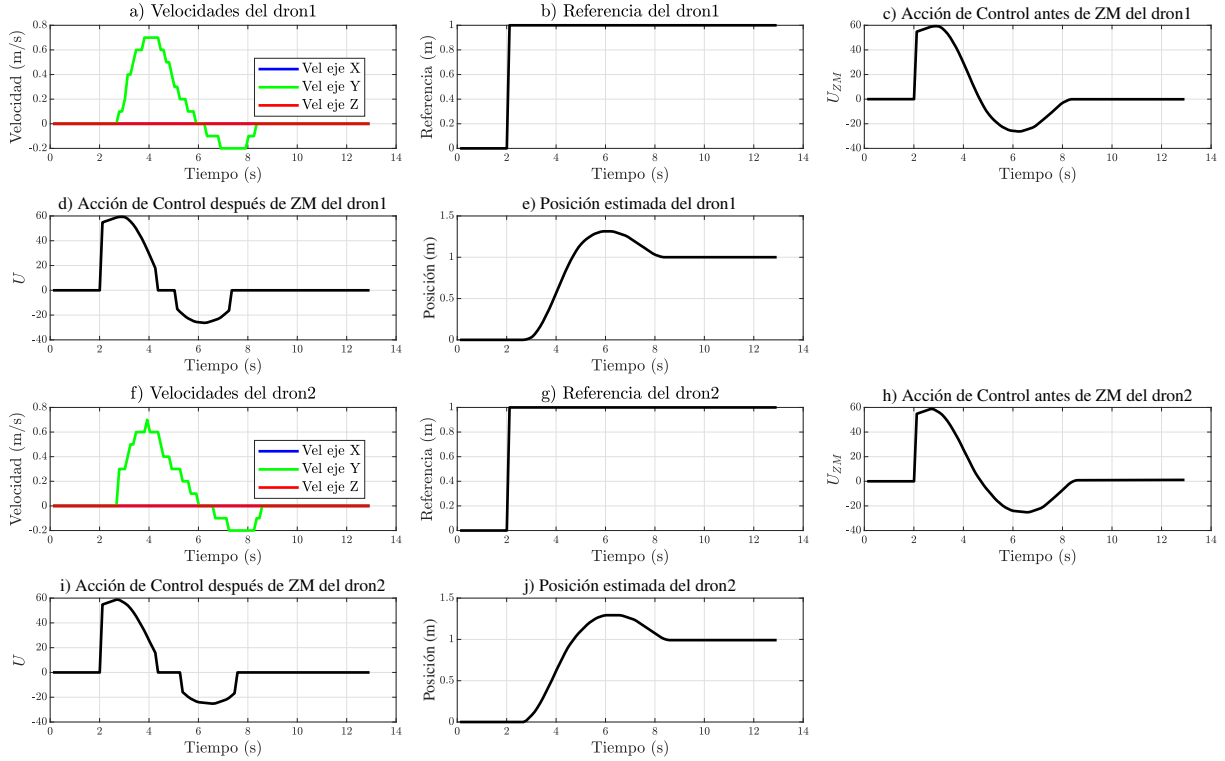


Figura 6.3: Respuesta del dron 1 y 2 totalmente desacoplados. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); **(d-e)** Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y; **(f-h)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; **(i-k)** Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y.

La Figura 6.4 muestra la respuesta del dron 1 y del dron 2 desacoplados, utilizando el mismo control de navegación PI ($K_p = 40$, $K_i = 7$) y una referencia de 1 m, pero con una perturbación aplicada en la entrada del dron 1. Esta prueba permite evaluar el seguimiento de trayectoria ante perturbaciones externas. Dado que no

existe control de formaciones en este caso, el dron 2 no se ve afectado por la perturbación del dron 1. Sin embargo, en el dron 2 se observa una deriva significativa, ya que no alcanza la referencia deseada y cruza el umbral de zona muerta, lo que activa una corrección para alcanzar la posición deseada, como se aprecia en la Figura 6.4k.

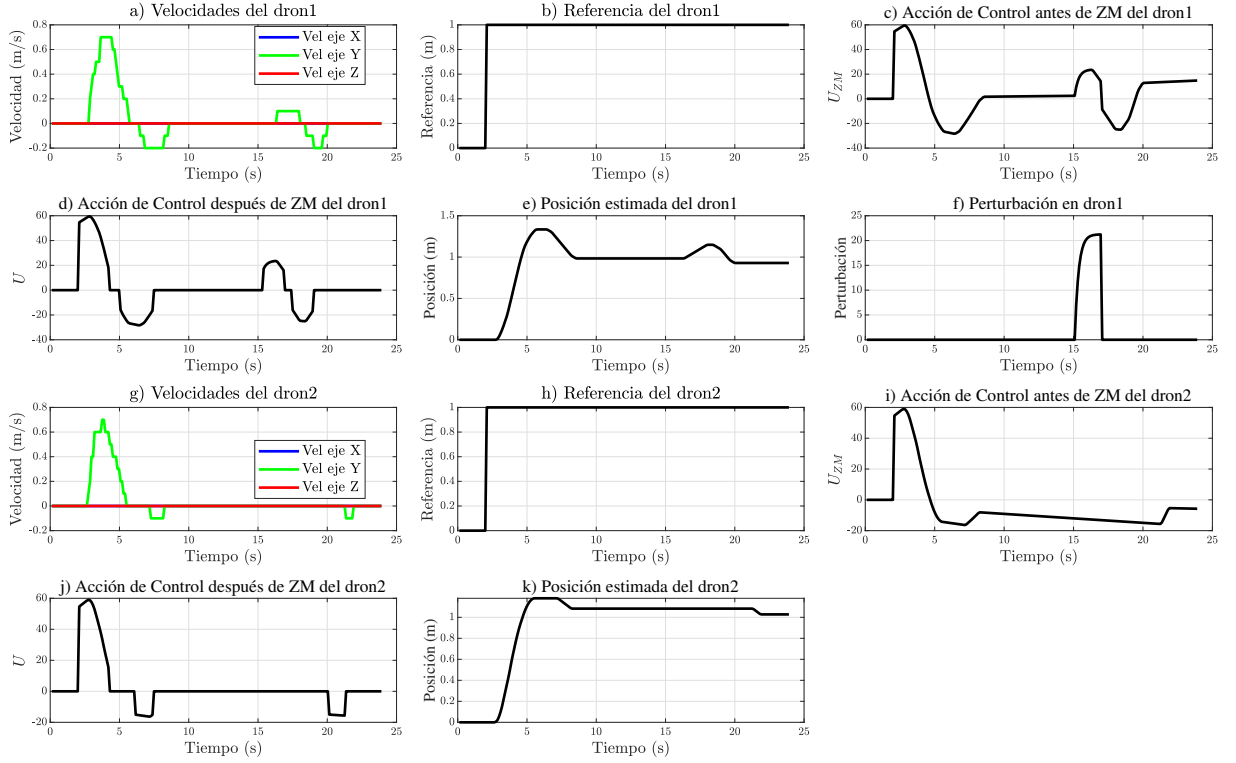


Figura 6.4: Respuesta del dron 1 y 2 totalmente desacoplados. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); **(d-f)** Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; **(j-k)** Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y.

6.2 CONSENSO CLÁSICO: DISEÑO DE CONTROL DE DISTANCIAS MEDIANTE SINTONIZACIÓN PD

En este apartado se usó consenso clásico, el cual implementó un control proporcional-derivativo sobre el error de distancias entre agentes, siguiendo la formulación presentada en el Capítulo 3 y en el diagrama de bloques mostrado en la Figura 2.3. Como parte del código se definieron algunas relaciones matemáticas importantes.

Para el control de navegación de cada cuadrirrotor se usó el mismo control proporcional-integrador anterior con los parámetros $K_p = 40$ y $K_i = 7$, como se mencionó previamente, representado en el diagrama de bloques como $K_q = K_p + K_i/s$, y se optó por usarlo como control PI discreto:

$$U_1 = K_p e_1 + K_i e_1 \Delta t, \quad U_2 = K_p e_2 + K_i e_2 \Delta t$$

donde U_1 y U_2 representan la salida de los bloques de control individual, por lo que son las acciones de control de navegación de los drones 1 y 2, respectivamente. En este contexto, K_q se mantiene como referencia al bloque de control PI, permitiendo relacionar la teoría de control presentada en secciones anteriores con la implementación práctica en cada dron. Por otro lado, el k_d basado en consenso se implementa mediante un control PD discreto, denominado $K_d = k_{Pd} + k_{Dd}s$ en la sección teórica:

$$U_d = K_{Pd} e_d[n] + K_{Dd} \frac{e_d[n] - e_d[n-1]}{\Delta t}$$

donde $e_d[n]$ representa el error de distancia entre los drones en el instante discreto n , $U_d[n]$ es la acción de control de distancia, y Δt es el periodo de muestreo. Después, se combinaron las señales de control de navegación o control individual y el control de distancias para obtener las entradas aplicadas a cada dron:

$$U_{h1} = U_1 + U_d, \quad U_{h2} = U_2 - U_d$$

y finalmente se considera una perturbación aplicada únicamente al dron 1:

$$\text{EntradaD1} = U_{h1} + \text{pert}, \quad \text{EntradaD2} = U_{h2}$$

De esta manera, U_1 y U_2 son las acciones de control individuales, como se mencionó anteriormente, y U_d es la acción de consenso; mientras que EntradaD1 y EntradaD2 constituyen las entradas finales aplicadas a los agentes o drones.

La sintonización de controles PD para el consenso típico requirió numerosas pruebas, con múltiples combinaciones que llevaron a inestabilidad. Se muestran dos casos representativos:

Tabla 6.1: Configuraciones de control PD

Configuración	Parámetros
Configuración 1 (Inestable)	$k_{Pd} = 45, k_{Dd} = 62$
Configuración 2 (Estable)	$k_{Pd} = 40, k_{Dd} = 56$

A continuación se muestra la configuración inestable para evidenciar el contraste. No obstante, en la mayoría de las gráficas posteriores se utiliza la configuración estable, ya que fue la que logró mantener la formación en condiciones experimentales.

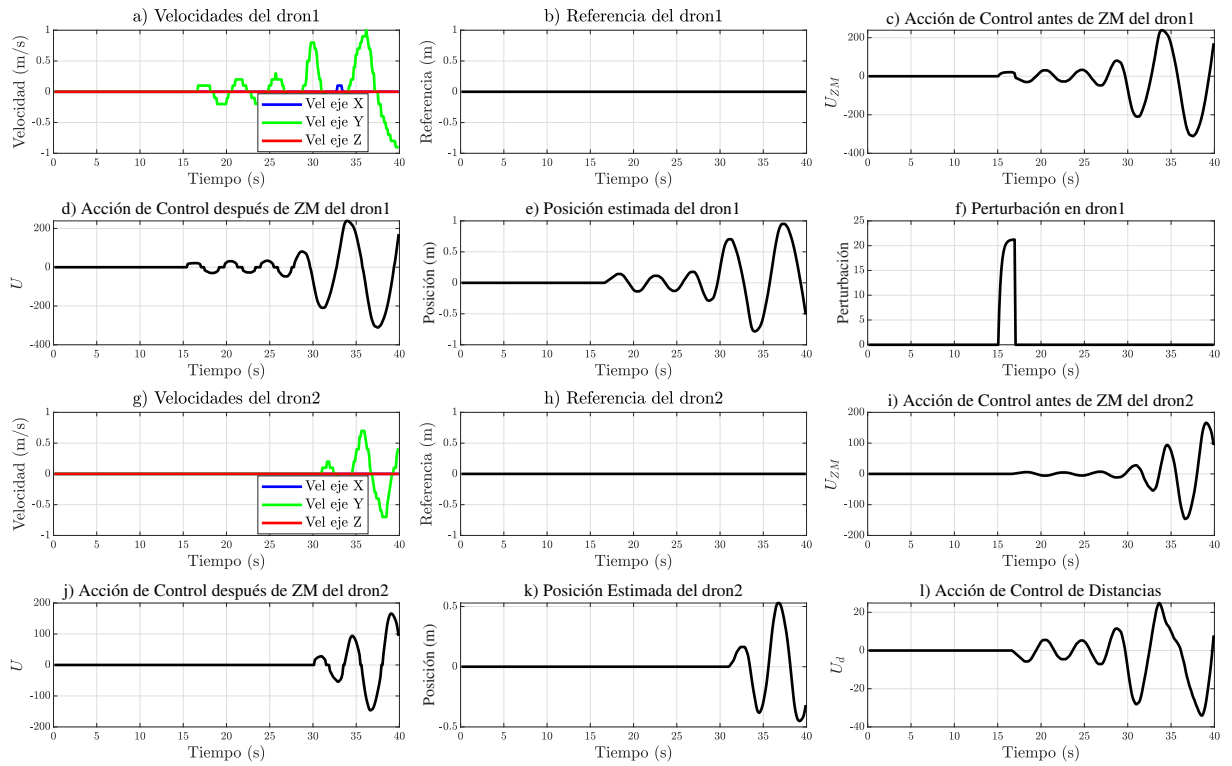


Figura 6.5: Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la **Configuración 1** de la Tabla 6.1. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); **(d-f)** Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; **(j-k)** Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; **(l)** acción de control de distancias (U_d)

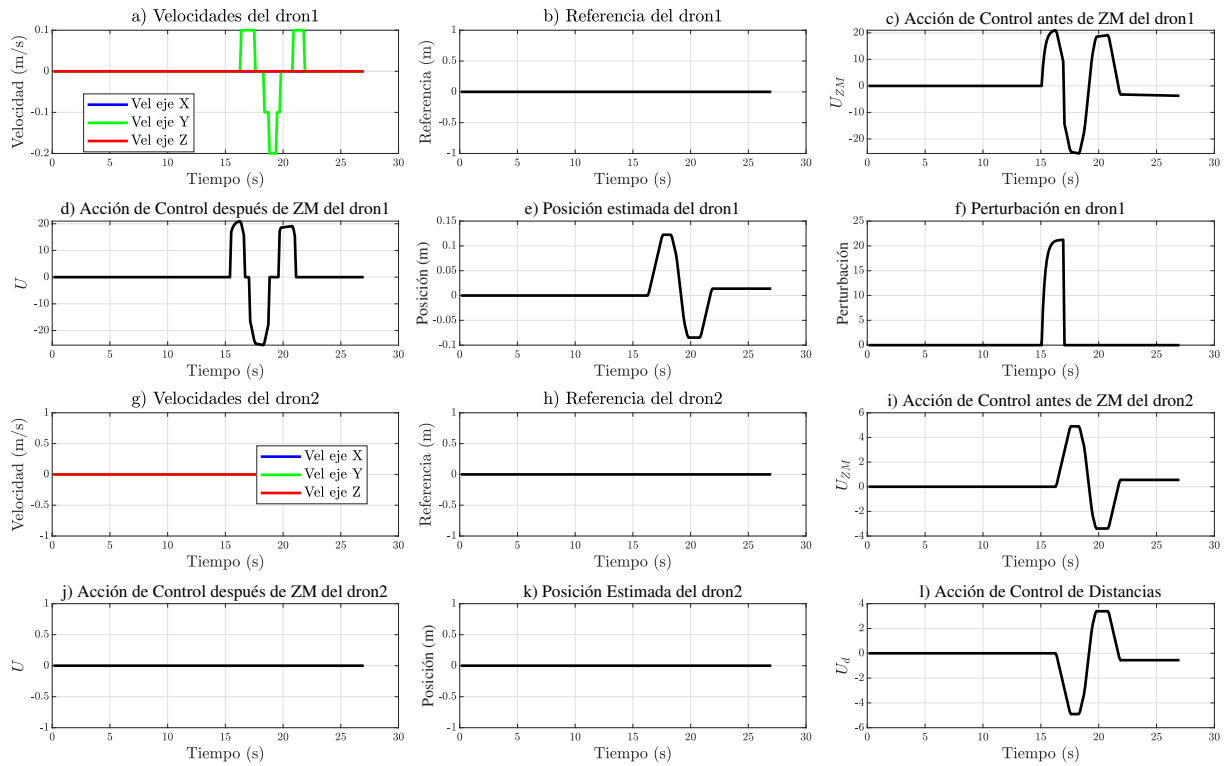


Figura 6.6: Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la **Configuración 2** de la Tabla 6.1. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); **(d-f)** Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; **(j-k)** Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; **(l)** acción de control de distancias (U_d)

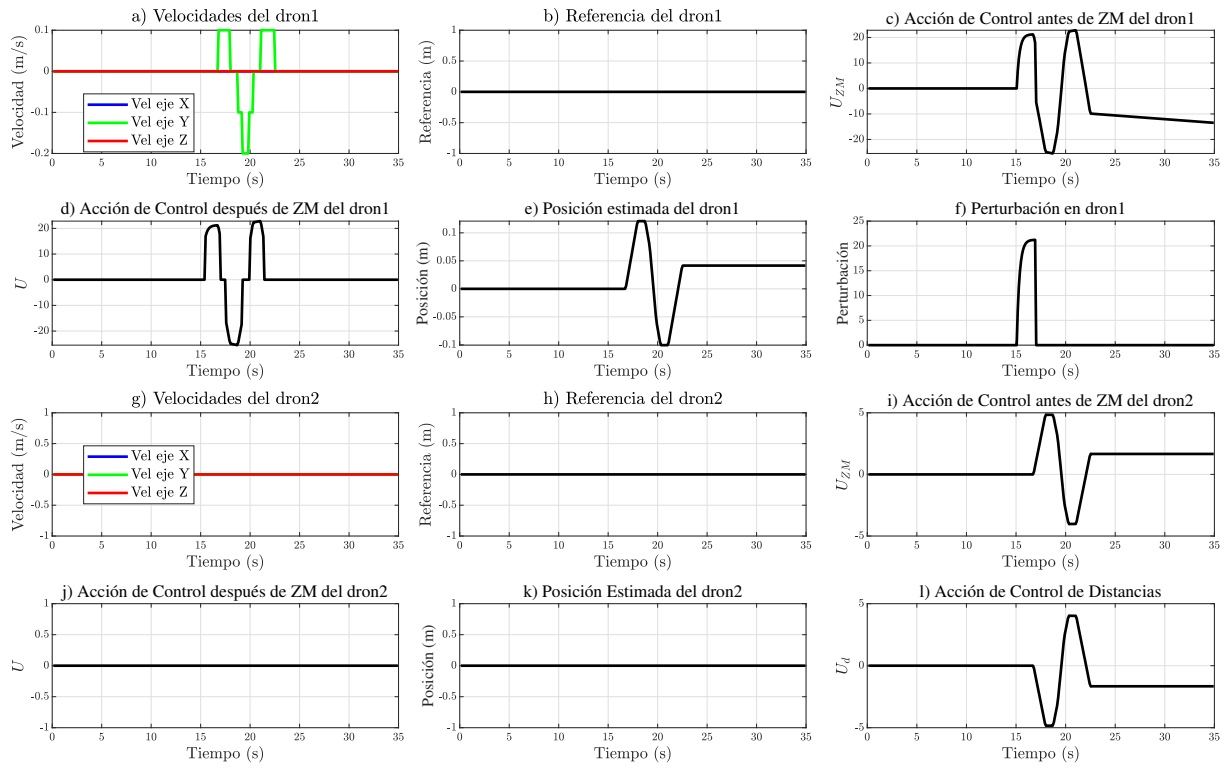


Figura 6.7: Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la **Configuración 2** de la Tabla 6.1. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); **(d-f)** Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; **(j-k)** Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; **(l)** acción de control de distancias (U_d)

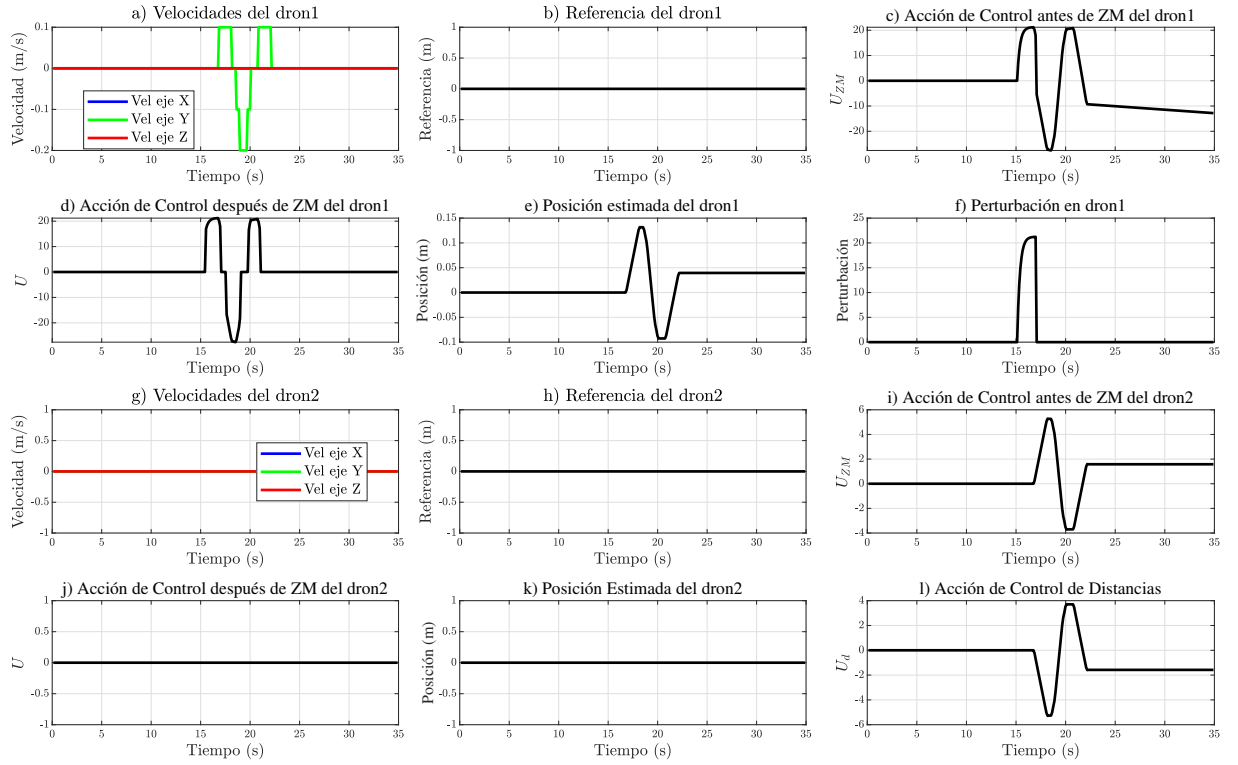


Figura 6.8: Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la **Configuración 2** de la Tabla 6.1. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); **(d-f)** Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; **(j-k)** Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; **(l)** acción de control de distancias (U_d)

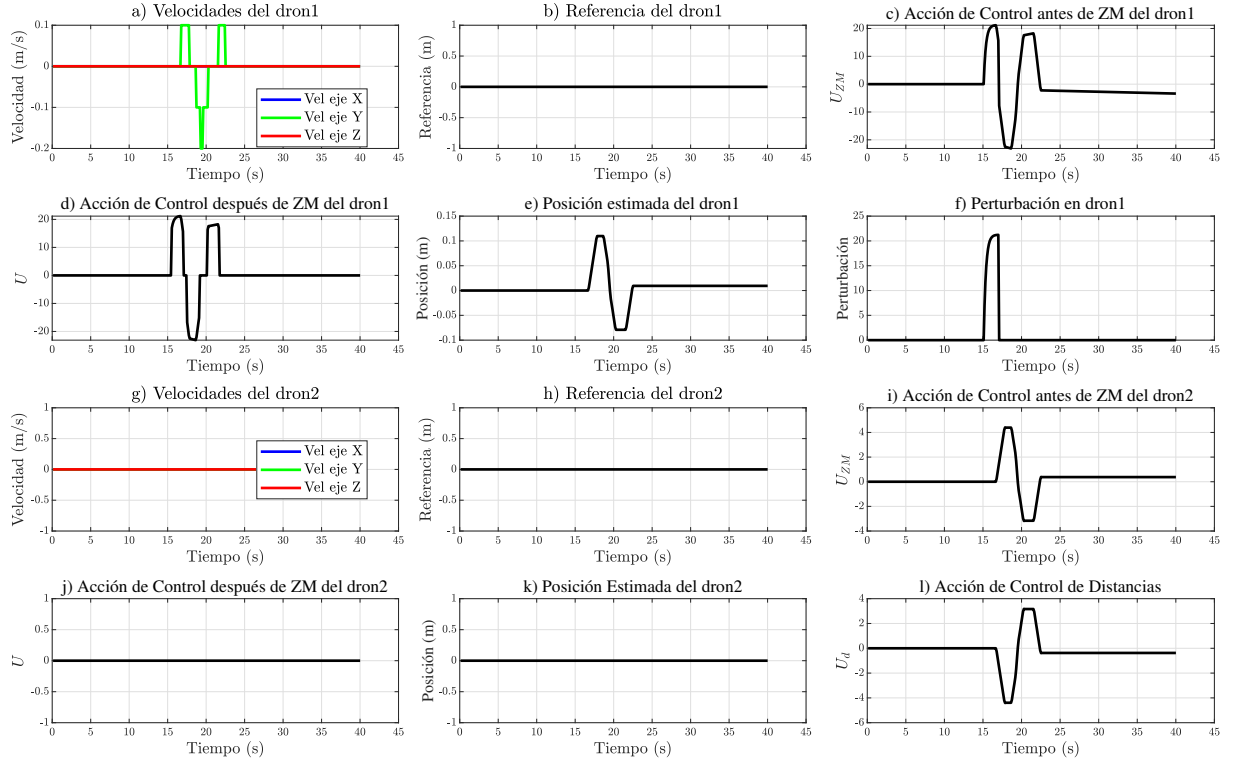


Figura 6.9: Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la **Configuración 2** de la Tabla 6.1. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); **(d-f)** Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; **(j-k)** Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; **(l)** acción de control de distancias (U_d)

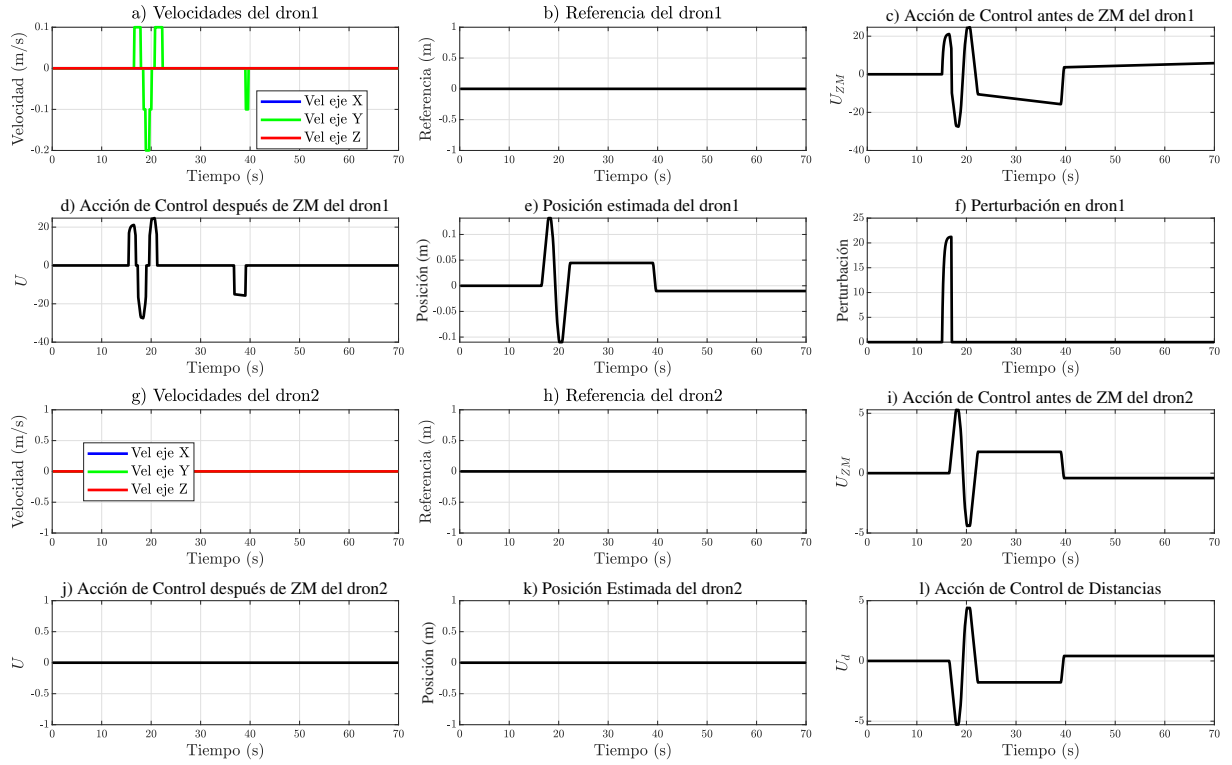


Figura 6.10: Respuesta de la formación durante 27 segundos, utilizando la **Configuración 2** de la Tabla 6.1. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1) antes de la zona muerta (ZM); **(d-f)** Dron 1: acción de control (U_1) después de la zona muerta (ZM), posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2) antes de la ZM; **(j-k)** Dron 2: acción de control (U_2) después de la ZM, posición estimada en eje Y; **(l)** acción de control de distancias (U_d)

Las Figuras 6.6 a 6.10 muestran las respuestas de experimentos con este enfoque. Donde la sintonización del control PD para el consenso requirió probar varias combinaciones de ganancias mediante prueba y error, buscando un acoplamiento visible entre cada dron. Varias combinaciones desestabilizaban la formación, mientras que elegir ganancias menos agresivas garantizaba estabilidad pero eliminaba casi toda interacción entre los agentes.

A estas dificultades se sumaron las limitaciones de la resolución de los sensores mencionadas anteriormente, por lo que se implementó la zona muerta como medida

de protección contra la deriva. La Figura 6.10 muestra este efecto. La zona muerta ayudaba a mantener la estabilidad al evitar que pequeñas señales de control, incapaces de generar movimiento medible, introdujeran ruido o comportamientos no deseados. No obstante, esta misma protección limitaba la propagación de las acciones de control de distancias k_d entre los agentes. Aunque el k_d permitía que el agente 2 respondiera a perturbaciones del agente 1, la amplitud de estas señales no era suficiente para superar la zona muerta y generar un movimiento real y medible sin comprometer la estabilidad, por lo que el dron 2 permanecía prácticamente estático durante las pruebas.

Esta limitación evidenció que los enfoques de sintonización tradicionales, al no considerar un análisis de frecuencia ni la separación de frecuencias entre lazos de control, pueden comprometer la robustez del sistema y su capacidad para lograr un acoplamiento efectivo en plataformas con restricciones algunas restricciones.

6.3 CONTROL POR SEPARACIÓN DE ANCHO DE BANDA

En esta parte se eligió el k_d por separación de ancho de banda, donde se seleccionó el polo y el cero para operar en ciertas frecuencias, tratando de evitar interferencias con los controles de navegación existentes. Por ende, se utilizó un compensador con la estructura presentada en secciones anteriores (ver 3.22, 5.18). En este caso se utilizó un tiempo de muestreo de $T_s = 0.1$ s para la discretización y se implementaron varios controles de distancia:

La estructura general del compensador sigue la forma:

$$k_d(s) = K \frac{s+z}{s+p} \quad \rightarrow \quad u_d[k] = \alpha_1 u_d[k-1] + \beta_0 e_d[k] + \beta_1 e_d[k-1] \quad (6.1)$$

A continuación, se presentan algunas configuraciones que se emplearon para los experimentos (ver Tabla 6.2).

Tabla 6.2: Control de distancias continuo y discreto que se usaron

Diseño	Control de distancias continuo $k_d(s)$	Control de distancias discreto $u_d[k]$
diseño 1	$k_d(s) = 450 \frac{s + 5.5}{s + 25}$	$u_d[k] = 0.08208 u_d[k - 1] + 450 e_d[k] - 359.1 e_d[k - 1]$
diseño 2	$k_d(s) = 800 \frac{s + 0.3}{s + 7.5}$	$u_d[k] = 0.4724 u_d[k - 1] + 800 e_d[k] - 783.1 e_d[k - 1]$
diseño 3	$k_d(s) = 720 \frac{s + 0.3}{s + 7.5}$	$u_d[k] = 0.4724 u_d[k - 1] + 720 e_d[k] - 704.8 e_d[k - 1]$

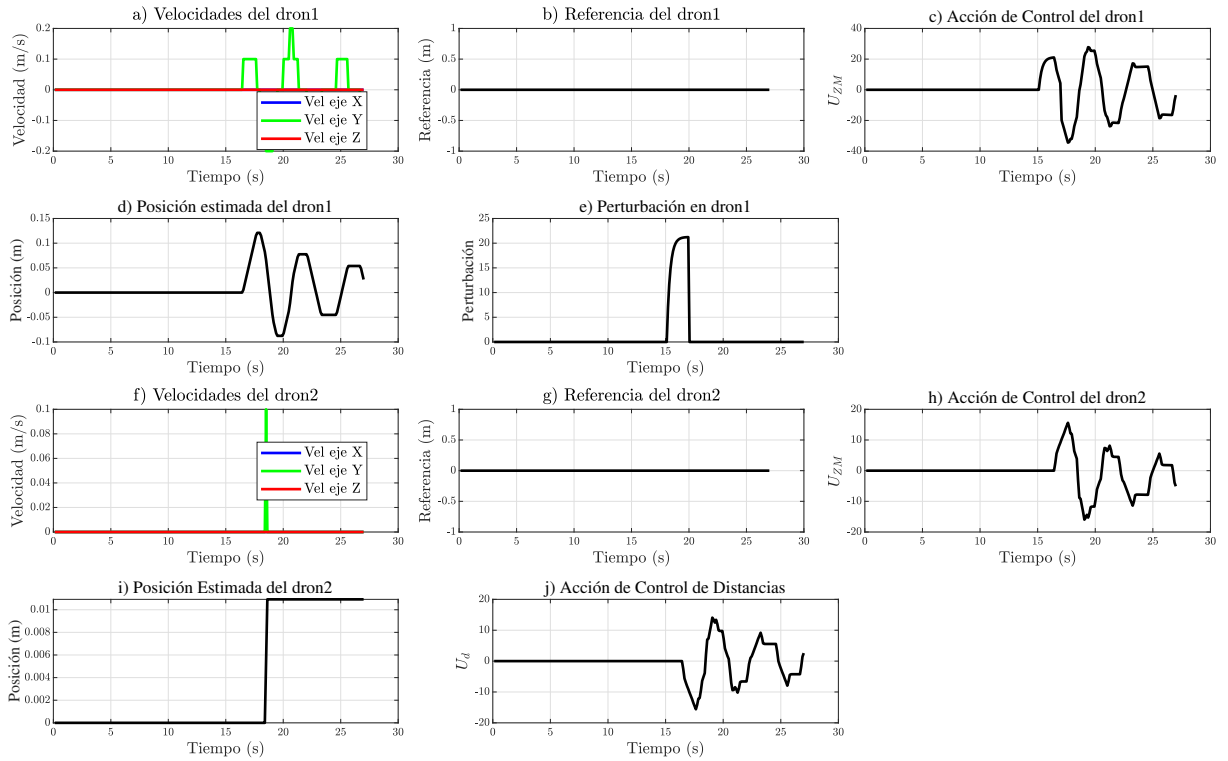


Figura 6.11: Respuesta de la formación durante 27 segundos con control de diseño 1 de la Tabla 6.2. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); **(d-e)** Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); **(f-h)** Dron 2: posición estimada en eje Y; **(j)** acción de control de distancias (U_d).

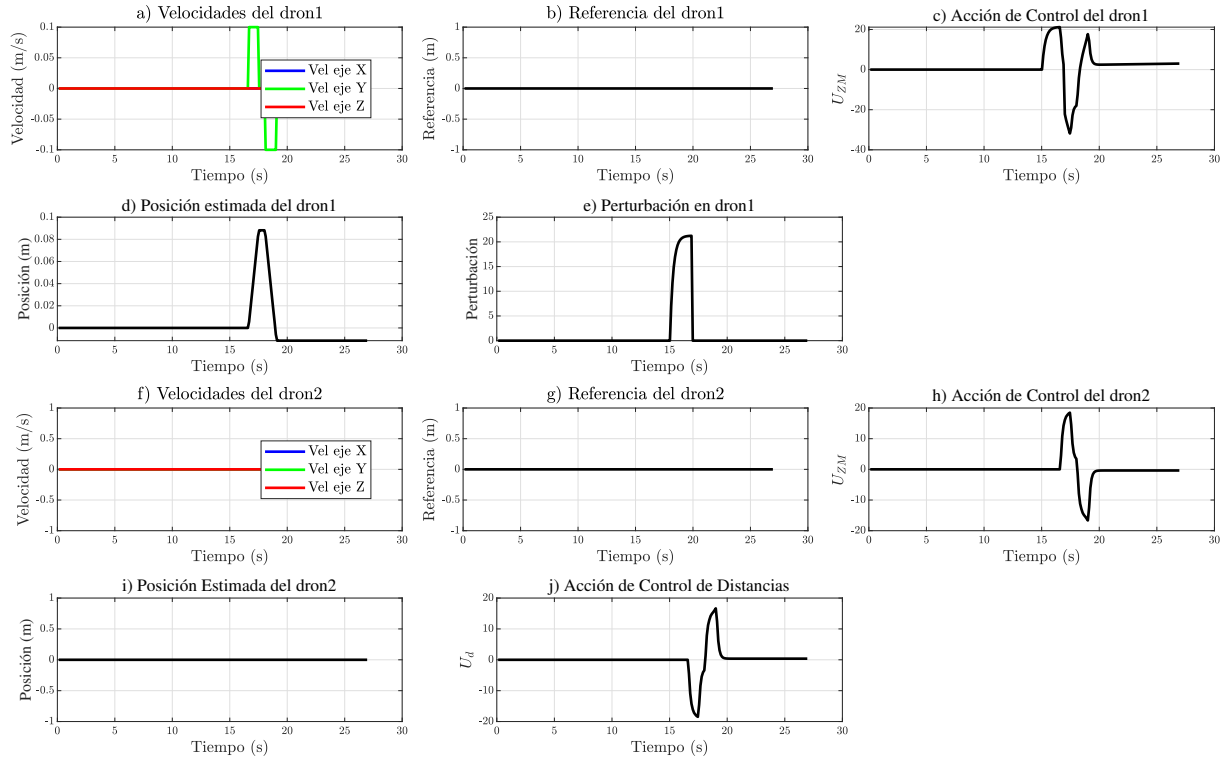


Figura 6.12: Respuesta de la formación durante 27 segundos con control de diseño 2 de la Tabla 6.2. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); **(d-e)** Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); **(f-h)** Dron 2: posición estimada en eje Y; **(j)** acción de control de distancias (U_d).

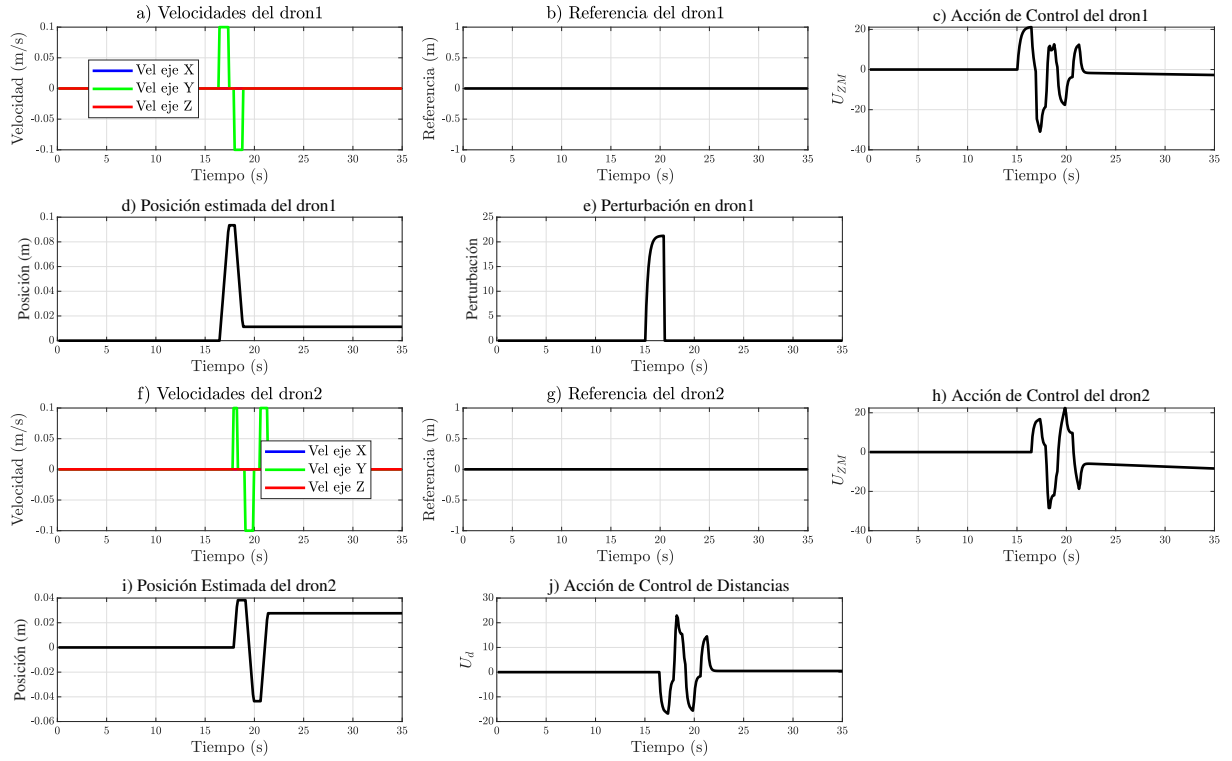


Figura 6.13: Respuesta de la formación durante 35 segundos con control de diseño 3 de la Tabla 6.2. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); **(d-e)** Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); **(f-h)** Dron 2: posición estimada en eje Y; **(j)** acción de control de distancias (U_d).

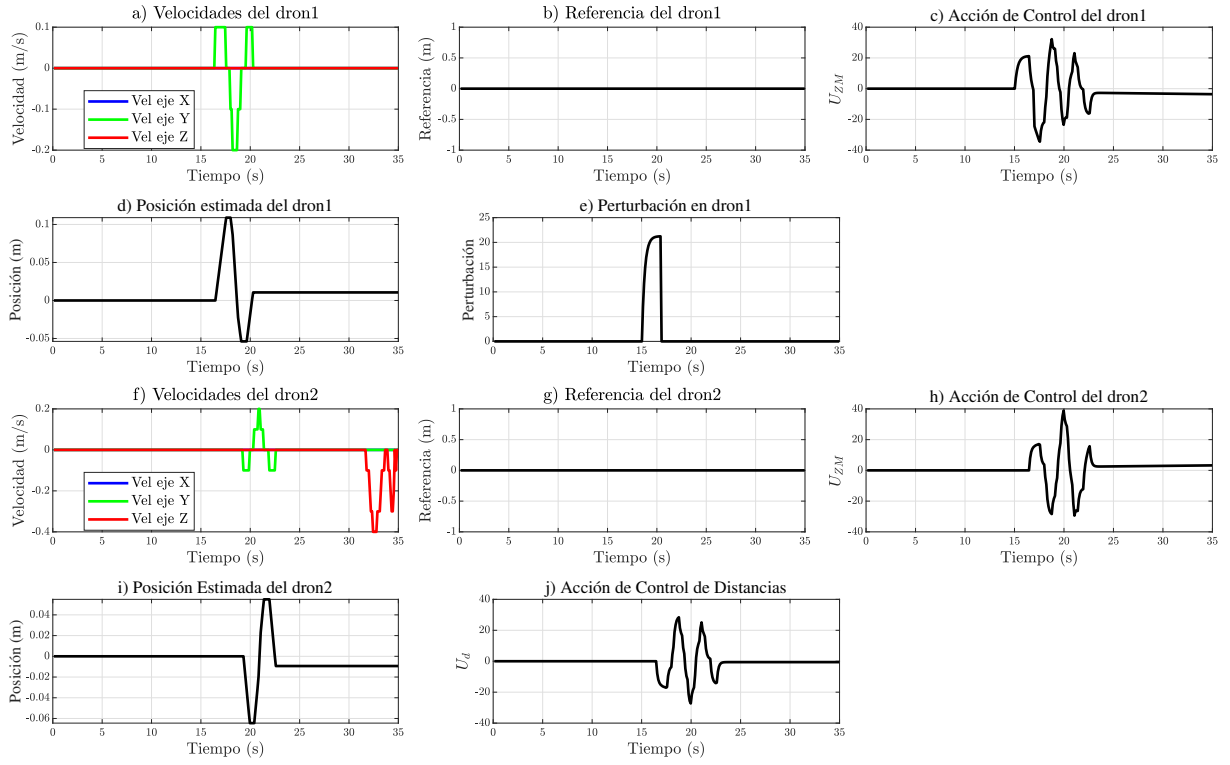


Figura 6.14: Respuesta de la formación durante 35 segundos con control de diseño 3 de la Tabla 6.2. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); **(d-e)** Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); **(f-h)** Dron 2: posición estimada en eje Y; **(j)** acción de control de distancias (U_d).

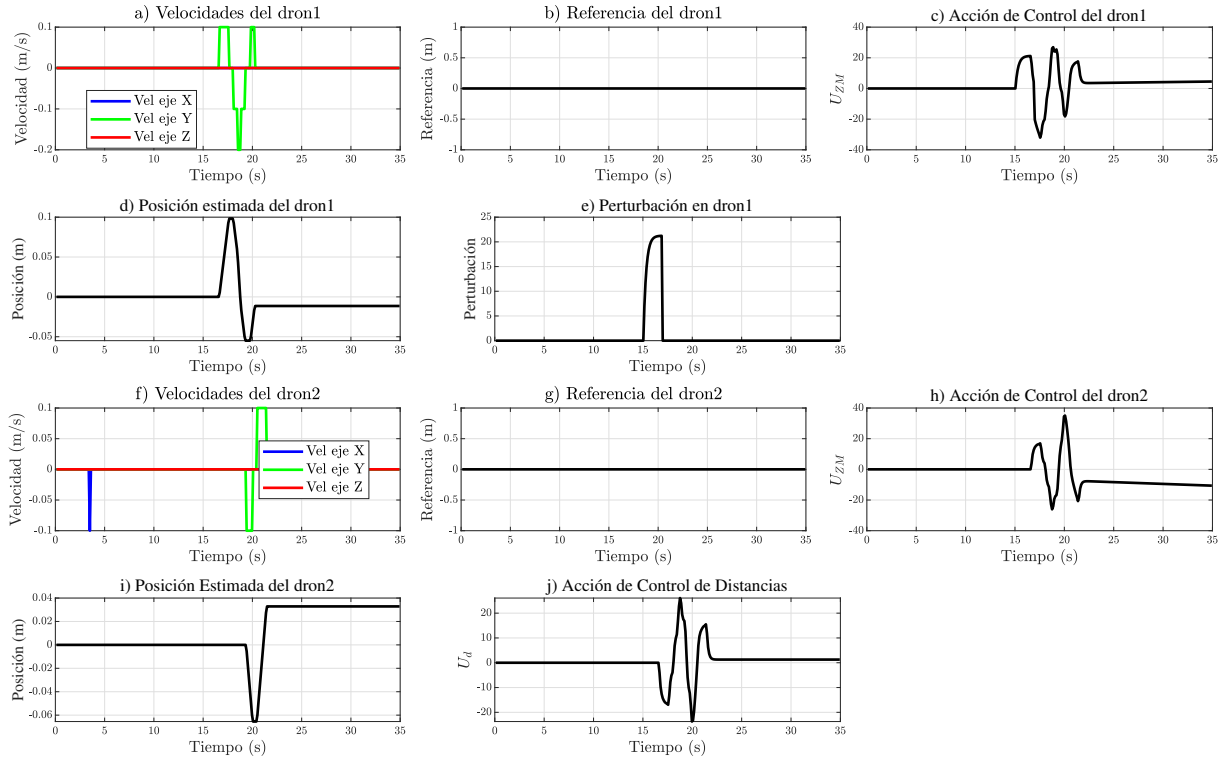


Figura 6.15: Respuesta de la formación durante 35 segundos con control de diseño 3 de la Tabla 6.2. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); **(d-e)** Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); **(f-h)** Dron 2: posición estimada en eje Y; **(j)** acción de control de distancias (U_d).

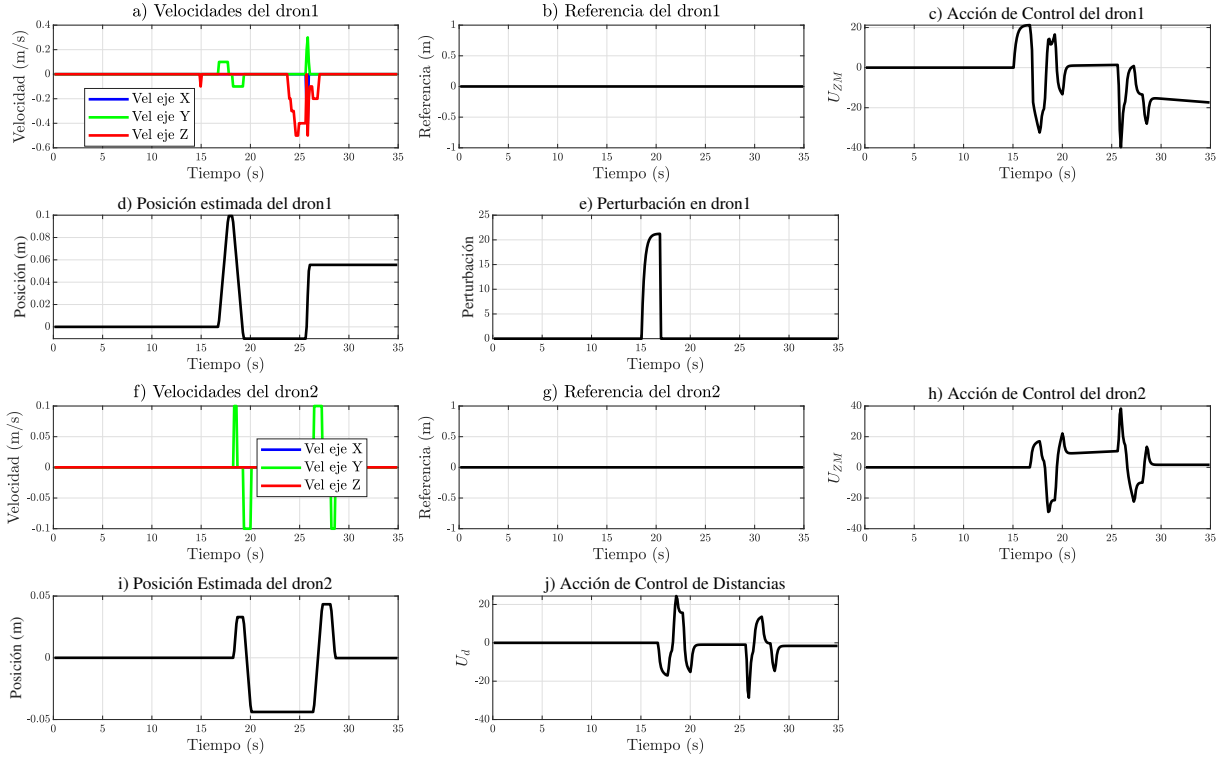


Figura 6.16: Respuesta de la formación durante 35 segundos con control de diseño 3 de la Tabla 6.2. **(a-c)** Dron 1: velocidades en ejes X, Y, Z, referencia y acción de control (U_1); **(d-e)** Dron 1: posición estimada en eje Y y perturbación en la entrada del dron 1 a los 15 segundos; **(g-i)** Dron 2: velocidades, referencia y acción de control (U_2); **(f-h)** Dron 2: posición estimada en eje Y; **(j)** acción de control de distancias (U_d).

Se evaluaron varias configuraciones para el control de distancias durante los experimentos, como se aprecia en la Tabla 6.2.

En este diseño, el cero se ubicó en frecuencias bajas (de 5.5 a 0.3 rad/s, equivalentes aproximadamente a 0.88 Hz y 0.048 Hz) para activar el consenso en la banda de frecuencia donde el control de navegación mantiene ganancia significativa, considerando que los drones operan a frecuencias bajas como se observó en los experimentos; mientras que el polo se colocó en frecuencias moderadas (25 rad/s $\approx$ 3.98 Hz para diseño 1 y 7.5 rad/s $\approx$ 1.19 Hz para diseños 2 y 3, mediante $f = \frac{\omega}{2\pi}$) para operar en una frecuencia específica, evitando así interferir con las dinámicas críticas del sistema. Esta selección también contribuye a mitigar el efecto del ruido en los sensores, al

evitar polos excesivamente rápidos que pudieran amplificar componentes dinámicos en alta frecuencia.

Un resultado notable se observa en la Figura 6.16, donde ocurre una pérdida de comunicación temporal debido al agotamiento de la batería del dron 1, que lo llevó a aterrizar súbitamente. A pesar de esta falla, el sistema mantuvo la estabilidad en ambos agentes: el dron 2 interpretó esta desconexión como una perturbación más en la formación y, mediante su control local, logró mitigar sus efectos sin comprometer la estabilidad global, lo mismo se observa en la Figura 6.14.

Este enfoque permitió alcanzar acciones de control tanto de los agentes U_1 , U_2 como acción de control de distancias U_d significativamente mayores que las obtenidas con el método de sintonización PD (Sección 6.2) sin sacrificar estabilidad. Además, a diferencia del caso anterior, se lograron respuestas satisfactorias sin necesidad de implementar zonas muertas, manteniendo al mismo tiempo desempeño en el sistema. Los resultados demuestran que el diseño basado en separación de ancho de banda ofrece ventajas prácticas considerables frente a los métodos tradicionales de sintonización, proporcionando además un marco sistemático para seleccionar parámetros en función de los requisitos de desempeño deseados.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Esta tesis demostró que el control de formaciones multiagente puede abordarse efectivamente como un problema de control multivariable, mediante el Análisis y Diseño por Canales Individuales (ICD). Este marco permitió gestionar explícitamente los acoplamientos dinámicos entre agentes, representados en la matriz de planta multivariable $G(s)$ con submatrices $G_h(s)$, $G_d(s)$ y $G_c(s)$ e integrar de forma correcta los controles de formación con los controles locales preexistentes mediante un diseño basado en separación de ancho de banda en el dominio de la frecuencia.

A lo largo de la investigación se evidenció que los métodos tradicionales de consenso, basados en sintonización empírica del control de formaciones, omiten analizar la interacción con los lazos internos de cada agente. Este enfoque, aunque puede mantener la geometría de formación, inciden en una omisión crítica: no se verifica si la acción del control de formación modifica los márgenes de robustez de cada agente. En sistemas aéreos donde normas como MIL-F-9490D establecen márgenes mínimos de fase $> 45^\circ$ y ganancia > 6 dB para garantizar seguridad, aplicar control de formaciones sin considerar esta interacción degrada dichos márgenes. En este trabajo se usaron VANTs como agentes y se observó reducción del margen de fase de 95° a 5° afectando el cumplimiento de requisitos formales.

Frente a estas limitaciones, se usó un marco de análisis mediante canales in-

dividuales que reveló cómo el control de formaciones en este contexto control de distancias $k_d(s)$ interactúa con los controles locales de navegación de los agentes $k_q(s)$. El análisis demostró que, sin criterios adecuados en el dominio de la frecuencia, $k_d(s)$ interfiere con los lazos existentes, alterando el comportamiento esperado y provocando pérdida de desempeño. Como solución, se propuso un esquema de diseño basado en separación de ancho de banda que garantiza que cada lazo opere en bandas de frecuencias distintas, evitando interferencias entre el control individual y el de distancias.

También, el análisis en frecuencia demostró que el enfoque propuesto reduce significativamente la transmisión de perturbaciones entre agentes. En simulaciones con dos, tres y siete agentes, se confirmó que mientras el consenso tradicional propaga prácticamente toda las perturbaciones a través de la formación, el diseño de $k_d(s)$ por separación de ancho de banda produce disipación progresiva de las perturbaciones según la distancia topológica, manteniendo además márgenes de robustez adecuados (en el trabajo se mantuvo los márgenes de los agentes individuales 31 dB de ganancia y 95° de fase). La obtención de la planta multivariable $G(s)$ para configuraciones de n -agentes permitió generalizar el análisis y establecer una perspectiva multivariable, demostrando que la metodología es aplicable a diversos tipos de agentes autónomos.

Un hallazgo fundamental fue el desarrollo de la perspectiva geométrica basada en la transformación Centroide-Distancias, que descompone el comportamiento colectivo mediante la matriz de transformación M en componentes de centroide (C) y distancia (d). Esta formulación reveló la relación estructural $k_d = \frac{K_\delta}{2} - \frac{K_c}{2}$, que permite sintetizar el control de formación mediante el ajuste de sólo dos parámetros (a y b) en $K_\delta(s) = K_c(s) \frac{b}{a} \frac{s+a}{s+b}$ estableciendo una metodología sistemática para el diseño. Las simulaciones demostraron que siguiendo el criterio de separación de ancho de banda obteniendo $a = 12 \text{ rad/s}$ y $b = 192 \text{ rad/s}$, se logra un rechazo de perturbaciones efectivo sin degradar la robustez de los agentes individuales, mientras que configuraciones fuera de este criterio como $a = 1 \text{ rad/s}$ y $b = 16 \text{ rad/s}$

generaron acoplamiento excesivo u otras dinámicas. También, esta representación de Centroides-Distancias permitió interpretar toda la formación como un “agente ampliado” y cumplir el objetivo de mapear referencias individuales al centroide del grafo.

La validación experimental en plataformas DJI Tello EDU corroboró las ventajas del enfoque propuesto frente al consenso PD tradicional. Con el enfoque propuesto, se mantuvo la sincronización entre agentes en la formación y se observó una transmisión controlada de perturbaciones mediante el control de distancias, el dron 2 conservó su estabilidad con solo alteraciones parciales de posición ante perturbaciones aplicadas al dron 1. Significativamente, el enfoque propuesto superó ampliamente al método tradicional, logrando acciones de control de formación (u_d) hasta 3 veces mayores sin comprometer la estabilidad con la estructura, lo que no fue posible con la sintonización tradicional del control de distancias PD debido a limitaciones de resolución sensorial, eliminando además la necesidad de implementar zonas muertas. Notablemente, el sistema demostró tolerancia a fallos ante condiciones críticas como agotamiento de batería sin pérdida de estabilidad. Esta validación en entornos con limitaciones sensoriales inherentes (resolución mínima de 0.1 m/s en acelerómetros) confirma la practicidad de la metodología para implementaciones reales.

Esta tesis establece un marco metodológico integral que trasciende los enfoques tradicionales de consenso mediante la integración de: (1) análisis multivariable con descomposición ICD, (2) criterios de diseño por separación de ancho de banda, y (3) formulaciones geométricas Centroides-Distancias. Las contribuciones abren perspectivas para el desarrollo de sistemas de formación que cumplen simultáneamente requisitos individuales (normativas) y cooperativos, sentando bases para extensiones hacia topologías dinámicas y entornos con incertidumbre no modelada.

7.1 TRABAJO FUTURO

Como investigaciones futuras, se propone extender esta metodología hacia tres líneas principales: (1) formaciones híbridas con agentes de dinámicas heterogéneas, (2) en el enfoque Centroides-Distancias profundizar esquemas de sintonización para los parámetros a y b y (3) en este mismo enfoque de Centroides-Distancias extender el trabajo a una arquitectura jerárquica multi-nivel, donde flotas completas se representen como un único centroide que a su vez, interactúe con otros centroides de formaciones adyacentes, generalizando el concepto de “agente ampliado” hacia sistemas de sistemas cooperativos.

APÉNDICE A

MODELO DEL AGENTE

El comportamiento dinámico de un cuádrirrotor puede describirse a partir de las ecuaciones de movimiento de Newton-Euler , tal como se presenta en [56–58]. Para ello, se considera un sistema de referencia inercial y un sistema de referencia asociado al cuádrirrotor o conocido como marco de referencia del cuerpo.

Se definen dos marcos de referencia:

- **Marco inercial** $I = \{O, x_I, y_I, z_I\}$: un sistema de coordenadas fijo a la superficie de la tierra, con origen en el punto O .
- **Marco del cuerpo** $B = \{CG, x_B, y_B, z_B\}$: con origen en el centro de gravedad del (CG) del cuádrirrotor.

La relación entre ambos sistemas se muestra en la Fig. A.1.

Para la dinámica de movimiento del cuádrirrotor considerando como un cuerpo rígido y simétrico, se analizan las fuerzas y momentos que actúan sobre él. Se describe mediante el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= V & \dot{\eta} &= \Phi(\eta)\Omega \\ m\dot{V} &= R^{-1}F + mge_z & J\dot{\Omega} &= -\Omega \times J\Omega + \tau \end{aligned} \tag{A.1}$$

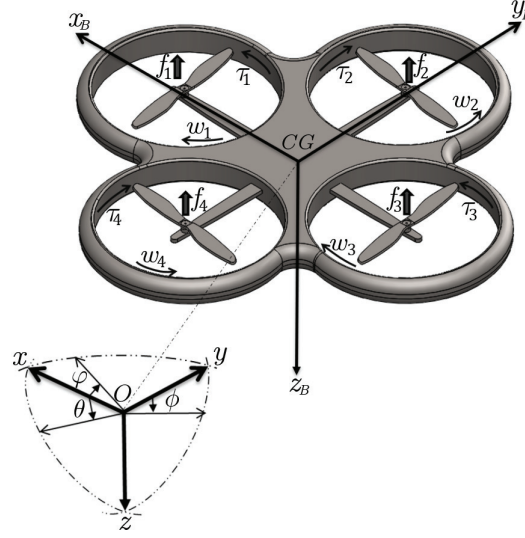


Figura A.1: marco de referencia inercial y del cuadrirrotor.

donde $\xi = (x, y, z)^T$ representa la posición del vehículo en el sistema inercial, V es la velocidad lineal, m es la masa, g la aceleración gravitacional, y $\eta = (\phi, \theta, \varphi)^T$ es el vector que contiene los ángulos de Euler con una secuencia de rotación φ - θ - ϕ (guiñada-cabeceo-alabeo). El vector $\Omega = [p, q, r]^T$ corresponde a la velocidad angular en el sistema del cuerpo, J es la matriz de inercia, y τ , F son vectores de momentos y fuerzas aplicadas al vehículo [59, 60].

Las matrices utilizadas para representar la rotación y la conversión cinemática son:

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\varphi & s_\phi s_\theta c_\varphi - c_\phi s_\varphi & c_\phi s_\theta c_\varphi + s_\phi s_\varphi \\ c_\theta s_\varphi & s_\phi s_\theta s_\varphi + c_\phi c_\varphi & c_\phi s_\theta s_\varphi - s_\phi c_\varphi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad \Phi(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & \frac{s_\phi}{c_\theta} & \frac{c_\phi}{c_\theta} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

donde R^{-1} es la matriz de rotación del marco inercial al marco del cuerpo, y $\Phi(\eta)$ relaciona la velocidad angular del cuerpo con las derivadas de los ángulos de Euler. Donde, $c_\alpha = \cos(\alpha)$, $s_\alpha = \sin(\alpha)$ y $t_\alpha = \tan(\alpha)$ [59, 60].

El torque que se genera por rotación de las hélices de cada motor o actuador se define como:

$$T_i = K_d w_i^2 \quad (\text{A.3})$$

donde K_d indica el coeficiente de resistencia de hélice del motor.

La suma de empuje de todos los motores o actuadores es:

$$f_t = K_T \sum_i^4 w_i^2 \quad (\text{A.4})$$

Los momentos generados por los actuadores del cuadirrotor estan expresado como:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_p \\ \tau_q \\ \tau_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(f_4 - f_2) \\ l(f_1 - f_3) \\ K_d(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

donde, “ l ” indica la longitud o distancia de un rotor al centro de masa del cuadirrotor.

De acuerdo con la configuración de los rotores que se muestra en la Fig. A.1, y las ecuaciones anteriores la fuerza total de empuje y los momentos generados se pueden expresar como:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -f_T \end{bmatrix}^T \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_p & \tau_q & \tau_r \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.6})$$

Se obtiene las ecuaciones que describen la dinamica de rotacion y traslacion expresadas de la ecuacion A.1 como:

$$\dot{\Omega} = \begin{bmatrix} \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr + \frac{\tau_p}{I_{xx}} \\ \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} pr + \frac{\tau_q}{I_{yy}} \\ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq + \frac{\tau_r}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (c_\phi s_\theta c_\varphi + s_\phi s_\varphi) \frac{-f_T}{m} \\ (c_\phi s_\theta s_\varphi - s_\phi c_\varphi) \frac{-f_T}{m} \\ (c_\phi c_\theta) \frac{-f_T}{m} \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Para fines de control, y considerando maniobras suaves donde los ángulos de actitud o de orientación son pequeños, es común recurrir a una aproximación lineal de estas ecuaciones. Se puede asumir que el cuadrirrotor opera cerca de su punto de equilibrio, si ángulos de Euler se aproximan a cero: $\cos\theta \approx \cos\phi \approx \cos\varphi \approx 1$, $\sin\theta \approx \sin\phi \approx \sin\varphi \approx 0$. Además usando aproximaciones válidas para ángulos pequeños, $\sin(\alpha) \approx \alpha$ y $\cos(\alpha) \approx 1$ cuando $\alpha < 0.5\text{rad}$. Esta simplificación introduce un error relativamente bajo en el modelo: por ejemplo, $\sin(\alpha) = \alpha$ presenta un error del 2% cuando $\alpha = 0.34906\text{rad}$ ($\approx 20^\circ$) [59, 60]. Dicho modelo linealizado toma la forma:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} & \ddot{\theta} & \ddot{\varphi} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\tau_p}{I_{xx}} & \frac{\tau_q}{I_{yy}} & \frac{\tau_r}{I_{zz}} \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} & \ddot{y} & \ddot{z} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\theta g & \phi g & -\frac{f_T}{m} + g \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.9})$$

Este modelo permite implementar una arquitectura de control en doble lazo, donde el lazo interno regula la orientación del vehículo, y el lazo externo regula su posición. El cual es un modelo simplificado, que ha sido utilizado para el diseño de control de cuadrirrotores en condiciones operativas típicas para diversas aplicaciones [61–63], y será utilizado a lo largo de este trabajo.

Como caso de estudio para el procedimiento se consideraron los parámetros de la Tabla A.1:

A.1.

m	0.76 kg
l	0.45 m
$I_{xx}=I_{yy}$	0.0228 kg m^2

Tabla A.1: Parámetros del cuadrirrotor

Las Ecuaciones A.8 y A.9 indican que para cuadrirrotores es posible emplear un enfoque de control de dos capas como el mostrado en la Figura 2.4. El lazo

de control interno se utiliza para controlar la orientación del vehículo A.8. Este lazo emplea como entradas los momentos generados por el sistema de propulsión τ_p, τ_q, τ_r y como salidas los ángulos de orientación (ϕ, θ, φ) . El lazo de control externo de navegación se encarga de controlar la posición del vehículo A.8, este lazo usa como entradas las referencias del control de orientación y la fuerza total de empuje, mientras que la salida es la posición del vehículo (x, y, z) .

Para este caso se estudiara únicamente un eje de navegación esto con la finalidad de simplificar el análisis de formaciones presentados mas adelante. No obstante los resultados pueden aplicarse directamente a los ejes de posición x o y , mientras que para el eje z se requiere una modificación en la ganancia o ancho de banda. Con los parámetros de la Tabla A.1, la orientación del vehículo respecto al eje x de la ecuación A.8 se puede expresar como la siguiente función de transferencia:

$$\frac{\phi(s)}{\tau_p(s)} = \frac{43.86}{s^2} \quad (\text{A.10})$$

Para el control de orientación se diseñó un controlr proporcional derivativo (PD) por asignación de polos, con un tiempo de establecimiento de 0.2s y un sobretiro del 15 % Considerado como de alto desempeño para este tipo de vehículos [64, 65]. Las ganancias obtenidas fueron $P = 34.13$ y $D = 0.9118$, resultando en:

$$\frac{\phi(s)}{\phi_r(s)} = \frac{39.993(s + 37.42)}{(s^2 + 39.99s + 1497)} \quad (\text{A.11})$$

Donde ϕ_r es la referencia del control de orientación. De la Ecuación A.8 y el lazo cerrado del control de orientación moestrado en la ecuación A.11, el desplazamiento del vehículo en el eje y se representa con la función de transferencia:

$$\frac{y(s)}{\phi_r(s)} = \frac{392.33(s + 37.42)}{s^2(s^2 + 39.99s + 1497)} \quad (\text{A.12})$$

Para la ecuación A.12 se diseñó un compensador de adelanto-atraso (C_n) con especificaciones de ancho de banda de 82 rad/s, un margen de fase de 61° y un margen

de ganancia de 24dB.

$$Cn(s) = \frac{58492(s+30)(s+0.07)}{(s+700)(s+500)} \quad (\text{A.13})$$

La respuesta en lazo cerrado resultante del desplazamiento del cuadrirrotor en eje y es:

$$\frac{y(s)}{y_r(s)} = \frac{2.2929 \times 10^7 (s+37.42)(s+30)(s+0.07)}{(s+794.4)(s+330.4)(s+16.9)(s+0.0701)(s^2+98s+5804)} \quad (\text{A.14})$$

Donde y_r representa la referencia del control de posición. Este modelo local se emplea posteriormente para la implementación de algoritmos de control de formaciones.

APÉNDICE B

DISEÑO POR CANAL INDIVIDUAL (ICD)

B.1 CONTROL MULTIVARIABLE DE 2-ENTRADAS 2-SALIDAS POR ICD

Este apéndice presenta el desarrollo matemático de la metodología ICD para sistemas multivariables, complementando el desarrollo conceptual presentado en el Capítulo 3. La formulación sigue la estructura fundamental establecida en [52, 54, 66] y ha sido aplicada en problemas de control [67–69].

Se considera un sistema multivariable de 2 entradas y 2 salidas de lazo cerrado como se muestra en la Fig. B.1.

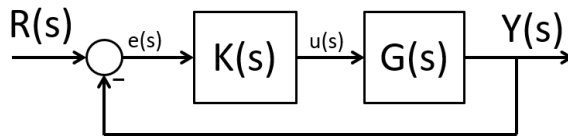


Figura B.1: Lazo cerrado de un esquema multivariable en forma de vector-matriz

Donde $R(s) = [r_1(s), r_2(s)]^T$ es el vector de referencias, $G(s)$ es una matriz que

representa la planta $G(s) = [g_{ij}]_{2 \times 2}$, $Y(s) = [y_1(s), y_2(s)]^T$ es el vector de salidas, $K(s)$ es una matriz diagonal de ganancias de control $K(s) = [k_{ij}]_{2 \times 2} : i \neq j \rightarrow k_{ij} = 0$, $U(s)$ representa la señal de control, $e(s)$ representa la señal del error $e(s) = R(s) - Y(s)$.

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} y_1(s) &= g_{11}(s)u_1(s) + g_{12}(s)u_2(s) \\ y_2(s) &= g_{21}(s)u_1(s) + g_{22}(s)u_2(s) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

La señal de control está expresada como:

$$U(s) = K(s)e(s) \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}(s) & 0 \\ 0 & k_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Las ecuaciones (B.3) y (B.5) se pueden representar en diagramas de bloques (Fig. B.2).

De la Fig. B.2 se puede observar las rutas que siguen las señales de referencias $r_1(s)$ y $r_2(s)$, las cuales están relacionadas a las salidas $y_1(s)$ y $y_2(s)$ respectivamente. La señal de referencia $r_1(s)$ se transmite hasta $y_1(s)$ pero pasa por dos rutas simultáneamente: una por $g_{11}(s)$ y otra por $g_{21}(s)$, mientras que la señal de referencia $r_2(s)$ se transmite a $y_2(s)$ directamente por $g_{22}(s)$ y paralelamente por $g_{12}(s)$.

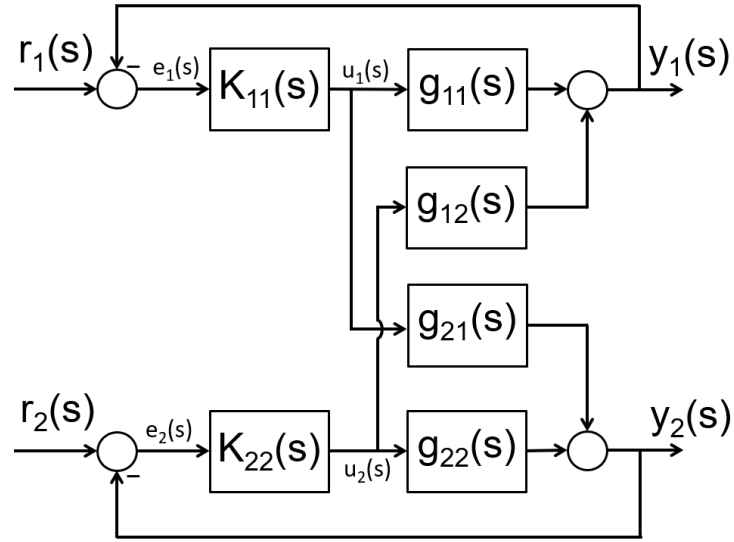


Figura B.2: Esquema multivariable 2x2 (2 entradas y 2 salidas) con control descentralizado

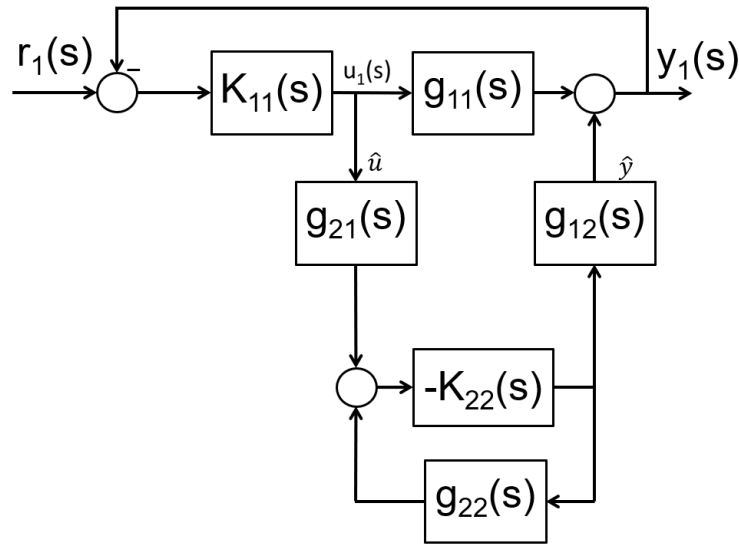


Figura B.3: Transmisión de señal de $r_1(s)$ a $y_1(s)$

En la Fig. B.3 se observa que de $\hat{u}$ (generada por la bifurcación en $U_1(s)$) a $\hat{y}$ se puede reducir a un solo bloque como se muestra en la Fig. B.4.

En la Fig. B.5 se muestra la transmisión de la señal $r_1(s)$ a $y_1(s)$ de forma directa; si se abre el lazo se le denomina canal individual. La señal $r_2(s)$ se considera

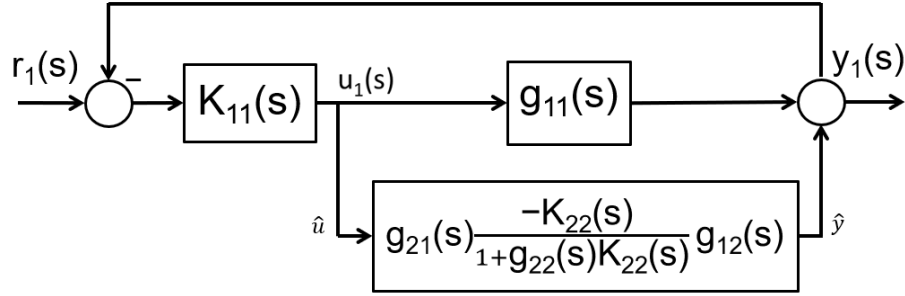


Figura B.4: Transmisión de señal de $r_1(s)$ a $y_1(s)$ con $\hat{u}$ a $\hat{y}$ de forma compacta

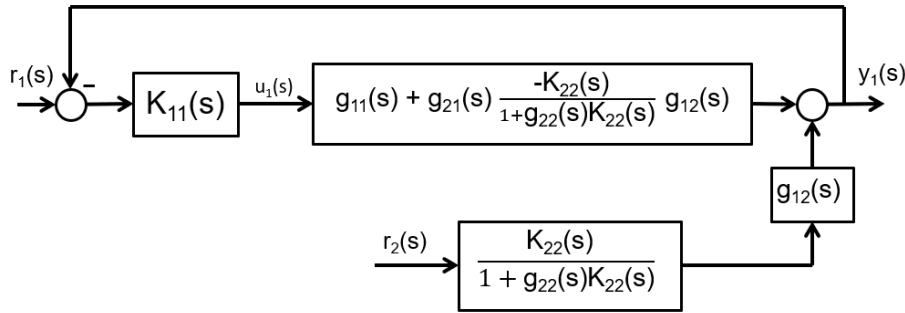


Figura B.5: Transmisión de señal de $r_1(s)$ a $y_1(s)$ con señal de perturbación de referencia cruzada

como perturbación en la salida que pasa por el lazo cerrado de $r_2(s)$ a $u_2(s)$ como se aprecia en la Fig. B.2.

De la Fig. B.5 se pueden definir los siguientes términos:

$$h_1 = \frac{g_{22}(s)k_{22}(s)}{1 + g_{22}(s)k_{22}(s)} \quad (\text{B.6})$$

$$\gamma(s) = \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)}{g_{11}(s)g_{22}(s)} \quad (\text{B.7})$$

En la Fig. B.6 el canal 2 es descrito de la misma manera que el canal 1 por su estructura simétrica. Se observa que h_1 es el lazo cerrado de la referencia r_1 con respecto a y_1 sin considerar g_{12} y de manera similar para h_2 (lazo cerrado de r_2 con

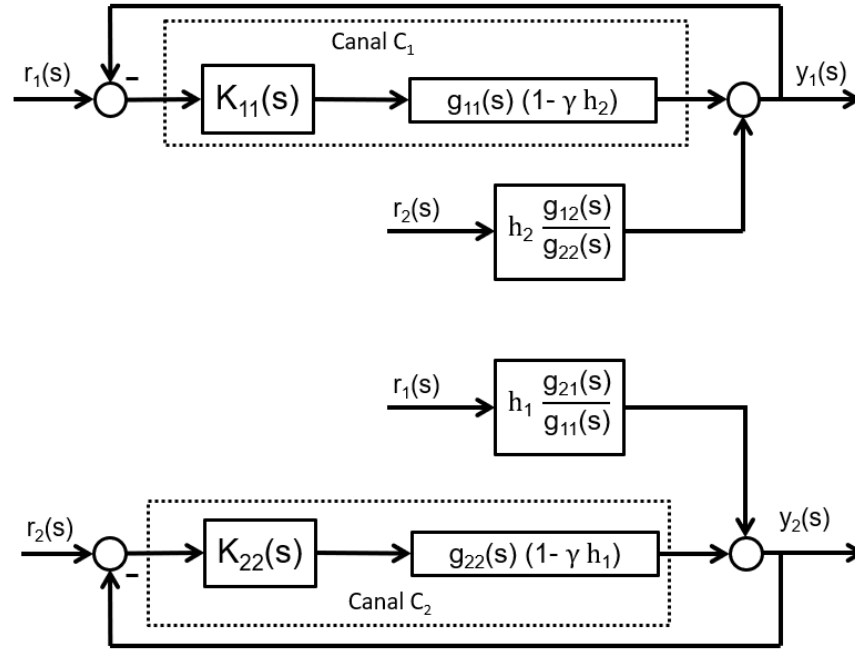


Figura B.6: Canales individuales C_1 y C_2 en lazo cerrado con señal de perturbación de referencia cruzada

respecto a y_2 sin considerar g_{21}). La función de estructura multivariable $\gamma(s)$ indica el acoplamiento interno de la planta (interacción entre los canales). Si $|\gamma(s)|$ es de baja magnitud, la interacción es poca; de otra manera, la interacción es alta. De esta forma, el sistema multivariable se separa en los canales 1 y 2 que son sistemas clásicos SISO, considerando que las señales de interacción por g_{12} y g_{21} son retenidas en cada canal sin pérdida de información.

APÉNDICE C

IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB

En este apendice contiene el código MATLAB desarrollado para la validación experimental del Capítulo 6.

Listing C.1: Código principal para los experimentos con dos drones Tello

```
1 %%
2 clear
3 close all
4 %ryzesetup
5
6 D2 = ryze("TELLO-9C7DE1")    %Dron 1
7 D1 = ryze("TELLO-EFBB50")    %Dron 2
8
9 % % ID: "TELLO-9C7DE1"
10 % % ID: "TELLO-EFBB50"
11
12 ts=0.1;    %tiempo de muestreo
13 t1D1=0;    %Tiempo final (para estimar la posicion del Dron1) o actual depende
            % de la prespectiva
14 t1D2=0;    %Tiempo final (para estimar la posicion del Dron2)
15 duracion=35;    %Duracion del experimento
16 pert=0;    %Perturbacion
17 ukm1=0;    %Ecuaciones de diferencias para el prefiltro Entrada
18 xkm1=0;    %Ecuaciones de diferencias para el prefiltro Salida
19 ed=0;    %erro de distancias inicial
20 edanterior=0;
21 ud_anterior=0;
22 Vud=[];
23
24
```

```

25 %vectores para guardar los datos Para D1 dron1 y D2 dron2
26 VtD1=[]; %tiempo
27 VectorSpeedD1=[0 0 0]; %velocidad x -y z
28 VsxD1=[]; %velocidad en eje x
29 VsyD1=[]; %velocidad en eje y
30 VszD1=[]; %velocidad en eje z
31 VrD1=[]; %referencia
32 VuD1=[]; %entrada o accion de control
33 VpoD1=[]; %posicion estimada
34 VuzmD1=[]; %entrada o accion de control antes de la zona muerta
35 VpeD1=[]; %Perturbacion
36
37 %D2 dron2
38 VtD2=[]; %tiempo
39 VectorSpeedD2=[0 0 0]; %velocidad x -y z
40 VsxD2=[]; %velocidad en eje x
41 VsyD2=[]; %velocidad en eje y
42 VszD2=[]; %velocidad en eje z
43 VrD2=[]; %referencia
44 VuD2=[]; %entrada o accion de control
45 VpoD2=[]; %posicion estimada
46 VuzmD2=[]; %entrada o accion de control antes de la zona muerta
47 %VpeD2=[]; %Perturbacion
48
49
50 %Valores para el control PI (navegacion)
51 kp=40;
52 ki = 7;
53
54
55 % C =
56 % 1
57 % Kp + Ki * ---
58 % s
59 %
60 %
61
62 ref=0; %Referencia
63 poD1=0; %Posicion Dron 1
64 poD2=0; %Posicion Dron 2
65 takeoff(D1); %Despegue Dron 1
66 takeoff(D2); %Despegue Dron 1
67 tic;while toc<3,end
68
69

```



```

70 tObj = tic;      %Conteo del tiempo transcurrido del total del experimento de los
    Drones (Obj=objeto)
71 tplot=tic;      %Segmento de tiempo de lectura/escritura de datos para el tiempo de
    muestreo establecido
72 while(toc(tObj)<duracion)
73     if toc(tObj)>2
74         ref=0;      % Señal de referencia de metro de amplitud inicia a los 2
            segundos
75     end
76
77 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Estimacion de posicion de los drones
    mediante acelerometros internos
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
78     while(toc(tplot)>ts)      %Todo lo que sigue es para la estimacion de posicion
        apartir de integracion numerica d velocidad (V_(k-1)+V(k)/2)*(DeltaT)
79         VelocidadAnteriorD1=VectorSpeedD1(2);
80         VelocidadAnteriorD2=VectorSpeedD2(2);
81         tOD1=t1D1;      %Tiempo inicial Dron1 o anterior depende de la
            perspectiva
82         tOD2=t1D2;      %Tiempo inicial Dron2
83         VectorSpeedD1=[]; %los pongo en vacio para una lectura actualizada
84         VectorSpeedD2=[];
85
86 %Dron1
87         while isempty(VectorSpeedD1)      %Mientras esta vacio hace:
88             VectorSpeedD1 = readSpeed(D1); %Lectura de velocidad en los ejes x,y,z
                directo de los sensores del Dron1
89             t1D1=toc(tObj);      %registra el tiempo cuando se tomo la lectura de
                la linea de comando anterior
90         end
91         %Dron1 filtrado y suavizado
92         % alpha = 0.2;      %Cte de filtrado y suavizado para la velocidad de lectura
93         % nuevaVelD1 = VectorSpeedD1(2); % velocidad nadamas en eje y
94         % nuevaVelD1 = alpha*nuevaVelD1 + (1-alpha)*VelocidadAnteriorD1; %para
            suavizar y evitar variaciones muy rápidas, connforme al valor anterior y
            con una cte de proporcion velFiltrada=Alpha*VelActual+(1-Alpha)*VelAnterior
95         % % si Alpha es 1 seria solo la velActual, si alpha es 0 es
            mucho filtrado, si Alpha=0.2 se usa 20% del valor actual y 80% del
            anterior
96         % if abs(nuevaVelD1) < 0.05 % zona muerta en velocidad de lectura de los
            acelerometros , osea en 0.1m/s. No creo que afecte mucho pero es para
            evitar posible ruido y puede eliminar algo de deriva
97         % nuevaVelD1 = 0;
98         % end
99         % deltaT1 = t1D1 - tOD1; %diferencia de tiempos actual-pasado

```

```

100     % if deltaT1 > 0 && deltaT1 < 0.2 % esto es evitar integracion cuando
        deltaT1 es menor a 0 o cuando es negativo y para cuando deltaT1 es mayor a
        0.2 evitar grandes saltos en integracion por algun retardo de comunicacion
        o de los mismos sensores, el ts=0.1 lo puse mas grande por si acaso
101     %     poD1 = poD1 + ((VelocidadAnteriorD1 + nuevaVelD1) / 2) * deltaT1; %
        integracion numerica ya con el suavizado y evitando posibles errores de
        integracion por deltaT1
102     % end
103
104     %Codigo con solo integracion numerica
105     poD1 = poD1 + (((VelocidadAnteriorD1+VectorSpeedD1(2))/2) *(t1D1-t0D1
        )); %Posicion Dron1 mediante integracion numerica
106     erD1=ref-poD1; %error %Suma/resta de la referencia con la posisicon
        del Dron1
107
108 %Dron2
109     while isempty(VectorSpeedD2)
110         VectorSpeedD2 = readSpeed(D2); %Lectura de velocidad en los ejes x,y,z
            directo de los sensores del Dron2
111         t1D2=toc(tObj);
112         end
113         %Dron2 filtrado y suavizado
114         % nuevaVelD2 = VectorSpeedD2(2);
115         % nuevaVelD2 = alpha*nuevaVelD2 + (1-alpha)*VelocidadAnteriorD2;
116         %
117         % if abs(nuevaVelD2) < 0.05
118         %     nuevaVelD2 = 0;
119         % end
120         % deltaT2 = t1D2 - t0D2; %diferencia de tiempos actual-pasado
121         % if deltaT2 > 0 && deltaT2 < 0.2
122         %     poD2 = poD2 + ((VelocidadAnteriorD2 + nuevaVelD2) / 2) * deltaT2; %
            integracion numerica
123         % end
124         %Codigo con solo integracion numerica
125         poD2 = poD2 + (((VelocidadAnteriorD2+VectorSpeedD2(2))/2)*(t1D2-t0D2
            )); %Posicion Dron2 mediante integracion numerica
126         erD2=ref-poD2; %error %Suma/resta de la referencia con la posisicon
            del Dron2
127
128 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% PERTURBACION %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
129
130     if toc(tObj)<17 && toc(tObj)>15
131         xk=ukm1*0.08242+xkm1*0.6703; %perturbacion con filtro de 30 de
            amplitud
132         xkm1=xk;

```

```

133     ukm1=85;           %ukm1=120 perturbacion con filtro sera de 30 de amplitud ;
        ukm1=100  amplitud sera de 25;
134     pert=xk;
135     else
136         pert=0;
137     end
138     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% entrada al dron
        ya con el PI para el Control individual
139
140     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Consensus%%%%%%%%%
141
142     d=poD1-poD2;  %d=h1-h2 distancia entre agentes, se uso diagrama de bloques
        consensus redefinido
143     dd=0;
144     ed=dd-d;      %error de distancias
145     KPd=40;       %proporcional para kd
146     KDd=56;       %derivativo para kd
147
148     % ud=(KPd*ed)+(KDd*(ed-edanterior))/toc(tObj);           % % Ctr consensus o
        distancias consensus tipico o "naive" PD
149
150     %kd por separacion de ancho de banda "wb" ya discretizado
151     % ud=0.6703*ud_anterior + 35.27*ed - 29.54*edanterior;  %con polo s+4 y
        conservando ganancias
152     % ud=0.6703*ud_anterior + 141.1*ed - 118.2*edanterior;  %multiplicado por k=
        8 en Kd antes de discretizar
153     % ud=0.08208*ud_anterior + 450*ed - 372.3*edanterior;
154     % ud=0.08208*ud_anterior + 450*ed - 359.1*edanterior;
155     % ud=0.06393*ud_anterior + 300*ed - 243.8*edanterior;
156     % ud=0.4724*ud_anterior + 800*ed - 783.1*edanterior;
157     ud=0.4724*ud_anterior + 720*ed -704.8*edanterior;           %funciona para D1
        y D2
158     % ud=0.4724*ud_anterior + 700*ed -685.2*edanterior;
159     % ud=0.08208*ud_anterior + 450*ed -364.1*edanterior;
160     ud_anterior=ud;  % actualización de memoria
161     edanterior=ed;   % actualización de memoria
162
163     Vud=[Vud ud];    %Guardar datos en vector para graficar mas adelante
164
165     U1=(kp*erD1)+ki*erD1*toc(tObj);  % Ctr individual o navegacion Dron 1
166     U2=(kp*erD2)+ki*erD2*toc(tObj);  % Ctr individual o navegacion Dron 2
167     %ud=0;
168     Uh1=U1+ud;       %entrada al dron 1 ya con consensus y ctrl individual
169     Uh2=U2-ud;       %entrada al dron 2 ya con consensus y ctrl individual
170     EntradaD1=Uh1+pert; %entrada al dron 1 ya con consensus y ctrl individual y

```

```

    perturbacion
171 EntradaD2=Uh2;
172 % EntradaD1=U1; %individual dron1 (sin consensus)
173 % EntradaD2=U2;
174 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
175
176     VuzmD1=[VuzmD1 EntradaD1]; %registrar entrada al dron1 o accion de
        control antes de la zona muerta
177
178
179     VuzmD2=[VuzmD2 EntradaD2]; %registrar entrada al dron2 o accion de
        control antes de la zona muerta
180
181 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
182 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%ZONA MUERTA
183     % if (EntradaD1>=-15)&(EntradaD1<=15)
184     % EntradaD1=0;
185     % end
186     %
187     % if (EntradaD2>=-15)&(EntradaD2<=15)
188     % EntradaD2=0;
189     % end
190
191 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%comando de escritura
        en entrada de los drones y registro de vectores para graficar
192 write(D1.CommandConnection, uint8(['rc' ' ' int2str(EntradaD1) ' ' '0' ' ' '0' '
        ' '0']));
193 write(D2.CommandConnection, uint8(['rc' ' ' int2str(EntradaD2) ' ' '0' ' ' '0' '
        ' '0']));
194
195     VsxD1=[VsxD1 VectorSpeedD1(1)]; %registrar velocidad en eje x
196     VsyD1=[VsyD1 VectorSpeedD1(2)]; %registrar velocidad en eje y
197     VszD1=[VszD1 VectorSpeedD1(3)]; %registrar velocidad en eje z
198     VtD1=[VtD1 toc(tObj)]; %registrar tiempo
199     VrD1=[VrD1 ref]; %registrar referencia
200     VuD1=[VuD1 EntradaD1]; %registrar entrada al dron o accion de
        control
201     VpoD1=[VpoD1 poD1]; %registrar posicion estimada
202     VpeD1=[VpeD1 pert];
203
204     VsxD2=[VsxD2 VectorSpeedD2(1)]; %registrar velocidad en eje x
205     VsyD2=[VsyD2 VectorSpeedD2(2)]; %registrar velocidad en eje y
206     VszD2=[VszD2 VectorSpeedD2(3)]; %registrar velocidad en eje z
207     VtD2=[VtD2 toc(tObj)]; %registrar tiempo
208     VrD2=[VrD2 ref]; %registrar referencia

```

```

209     VuD2=[VuD2 EntradaD2];           %registrar entrada al dron o accion de
        control
210     VpoD2=[VpoD2 poD2];           %registrar posicion estimada
211     %VpeD2=[VpeD2 pert];
212
213     tplot=tic;
214     end
215 end
216 toc(tObj)
217 write(D1.CommandConnection, uint8(['rc' ' ' int2str(0) ' ' '0' ' ' '0' ' ' '0']));
218 write(D2.CommandConnection, uint8(['rc' ' ' int2str(0) ' ' '0' ' ' '0' ' ' '0']));
219 tic;while toc<3,end
220
221
222 figure(1);
223     title('DroneSpeed DRONE1 v/s Time');
224     xlabel('Time (in s)');
225     ylabel('Speed (in m/s)');
226     hold on
227     plot(VtD1,VsxD1,'b','LineWidth',1);
228     hold on;
229     plot(VtD1,VsyD1,'g','LineWidth',1);
230     hold on;
231     plot(VtD1,VszD1,'r','LineWidth',1);
232     legend('XSpeed', 'YSpeed', 'ZSpeed');
233     grid on
234 figure(2);
235     title('referencia DRONE1 v/s tiempo');
236     xlabel('Time (s)');
237     ylabel('referencia (mts)');
238     hold on
239     plot(VtD1,VrD1,'LineWidth',1);
240     legend('referencia');
241     grid on
242 figure(3);
243     title('Accion de control DRONE1 v/s tiempo');
244     xlabel('Time (s)');
245     ylabel('U');
246     hold on
247     plot(VtD1,VuD1,'LineWidth',1);
248     legend('Accion de control');
249     grid on
250 figure(4);
251     title('X_{estimada} DRONE1 v/s tiempo');
252     xlabel('Time (s)');

```

```

253     ylabel('X{estimada} (mts)');
254     hold on
255     plot(VtD1,VpoD1,'LineWidth',1);
256     legend('Posicion estimada');
257     grid on
258
259 figure(5);
260     title('Accion de control antes de ZM DRONE1 v/s tiempo');
261     xlabel('Time (s)');
262     ylabel('U');
263     hold on
264     plot(VtD1,VuzmD1,'LineWidth',1);
265     legend('Accion de control antes de ZM');
266     grid on
267
268 figure(6);
269     title('Perturbacion DRONE1 v/s tiempo');
270     xlabel('Time (s)');
271     ylabel('Perturbacion');
272     hold on
273     plot(VtD1,VpeD1,'LineWidth',1);
274     legend('Perturbacion');
275     grid on
276
277 figure(7);
278     title('DroneSpeed DRONE2 v/s Time');
279     xlabel('Time (in s)');
280     ylabel('Speed (in m/s)');
281     hold on
282     plot(VtD2,VsxD2,'b','LineWidth',1);
283     hold on;
284     plot(VtD2,VsyD2,'g','LineWidth',1);
285     hold on;
286     plot(VtD2,VszD2,'r','LineWidth',1);
287     legend('XSpeed', 'YSpeed', 'ZSpeed');
288     grid on
289 figure(8);
290     title('referencia DRONE2 v/s tiempo');
291     xlabel('Time (s)');
292     ylabel('referencia (mts)');
293     hold on
294     plot(VtD2,VrD2,'LineWidth',1);
295     legend('referencia');
296     grid on
297 figure(9);

```

```

298     title('Accion de control DRONE2 v/s tiempo');
299     xlabel('Time (s)');
300     ylabel('U');
301     hold on
302     plot(VtD2,VuD2,'LineWidth',1);
303     legend('Accion de control');
304     grid on
305 figure(10);
306     title('X_{estimada} DRONE2 v/s tiempo');
307     xlabel('Time (s)');
308     ylabel('X{estimada} (mts)');
309     hold on
310     plot(VtD2,VpoD2,'LineWidth',1);
311     legend('Posicion estimada');
312     grid on
313
314 figure(11);
315     title('Accion de control antes de ZM DRONE2 v/s tiempo');
316     xlabel('Time (s)');
317     ylabel('U');
318     hold on
319     plot(VtD2,VuzmD2,'LineWidth',1);
320     legend('Accion de control antes de ZM');
321     grid on
322
323 figure(12);
324     title('Accion de control del control de distancias "ud" v/s tiempo');
325     xlabel('Time (s)');
326     ylabel('ud');
327     hold on
328     plot(VtD1,VuD,'LineWidth',1);
329     legend('Accion de control "ud"');
330     grid on
331
332     tic;while toc<3,end
333 land(D1);
334 land(D2);
335 clear D1;
336 clear D2;
337
338 %write(edu.DroneConnection, uint8('emergency'));

```

APÉNDICE D

DIVULGACIÓN CIENTÍFICA

Durante el desarrollo de esta tesis doctoral se derivó la siguiente publicación científica citada en [1], doi.org/10.1016/j.jfranklin.2023.10.030

Surgida de los resultados y análisis presentados en esta investigación. Se incluye únicamente la portada:



Figura D.1: Portada del artículo *Formation control as a classical decentralized multivariable problem: Performance, robustness, cross-coupling and perturbation rejection* [1], derivado de esta tesis.

También se participó en el congreso *International Symposium on Drones and Unmanned Aircraft Systems (DUAS)* [70]. Adicionalmente, se colaboró en los siguientes trabajos [71,72]

BIBLIOGRAFÍA

- [1] AMEZQUITA-BROOKS, L., L. G. TAKANO DE LA CRUZ, O. GARCIA-SALAZAR, F. VILLARREAL-VALDERRAMA, C. SANTANA-DELGADO y D. HERNANDEZ-ALCANTARA, «Formation control as a classical decentralized multivariable problem: Performance, robustness, cross-coupling and perturbation rejection», *Journal of the Franklin Institute*, **360**(18), págs. 14 344–14 371, 2023, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016003223006944>.
- [2] HASSANALIAN, M. y A. ABDELKEFI, «Classifications, applications and design challenges of drones: A review», *Progress in Aerospace Sciences*, **91**, págs. 99–131, 2017.
- [3] REN, W. y R. W. BEARD, *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control: Theory and Applications*, Springer, London, U.K., 2008.
- [4] OH, K. K., M. C. PARK y H. S. AHN, «A survey of multi-agent formation control», *Automatica*, **53**, págs. 424–440, 2015.
- [5] N. MICHAEL, Q. L., D. MELLINGER y V. KUMAR, «The GRASP Multiple Micro-UAV Testbed», *IEEE Robotics & Automation Magazine*, **17**(3), págs. 56–65, 2010.
- [6] OLFATI-SABER, R. y R. M. MURRAY, «Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays», *IEEE Trans. Autom. Control*, **49**(9), págs. 1520–1533, 2004.

- [7] LEWIS, M. A. y K. H. TAN, «High precision formation control of mobile robots using virtual structures», *Auton. Robots*, **4**(4), págs. 387–403, 1997.
- [8] J. P. DESAI, J. K. O. y V. KUMAR, «Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **17**(6), págs. 905–908, 2001.
- [9] LI, H., J. HU, Q. ZHOU *et al.*, «Safe formation control of multiple unmanned aerial vehicles: Control design and safety-stability analysis», *Control Theory Technol.*, **22**, págs. 442–454, 2024.
- [10] SHENG, H., J. ZHANG, Z. YAN, B. YIN, L. XIE, S. HUANG, F. LIU y N. LIU, «New multi-UAV formation keeping method based on improved artificial potential field», *Chinese Journal of Aeronautics*, **36**(11), págs. 249–270, 2023.
- [11] KHODAVERDIAN, M., M. NAJAFI, O. KAZEMIFAR y S. RAHMANIAN, «Fault-tolerant model predictive sliding mode control for trajectory replanning of multi-UAV formation flight», *Applied Mathematics and Computation*, **487**, 2025.
- [12] DING, J., X. JIANG, Y. ZOU, Z. TANG y Z. ZHEN, «A multivariable adaptive formation control for multiple UAVs with external uncertain disturbances», *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2024.
- [13] HU, X., X. XU, X. YU, Y. XU y Z. FENG, «Adaptive formation control architectures for a team of quadrotors with multiple performance and safety constraints», *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2023.
- [14] WANG, G., Z. LIU, K. YANG, T. ZHAO, L. JING y B. WANG, «Adaptive Fault-Tolerant Formation Control for Multiple UAVs Under Unknown Actuator Failures», en *Proceedings of 2023 7th Chinese Conference on Swarm Intelligence and Cooperative Control*, Springer, 2023.
- [15] FAX, J. y R. MURRAY, «Information flow and cooperative control of vehicle formations», *IEEE Transactions on Automatic Control*, **49**(9), págs. 1465–1476, 2004.

- [16] SCHARF, D., F. HADAEGH, Z. RAHMAN, J. SHIELDS, G. SINGH y M. WETTE, «An Overview of the Formation and Attitude Control System for the Terrestrial Planet Finder Formation Flying Interferometer», en *Proceedings from the 2nd International Symposium on Formation Flying Missions and Technologies*, 2004.
- [17] MELLINGER, D. y V. KUMAR, «Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors», en *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, págs. 2520–2525, 2011.
- [18] TURPIN, M., N. MICHAEL y V. KUMAR, «Decentralized formation control with variable shapes for aerial robots», en *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, págs. 23–30, 2012.
- [19] KHALIL, H., *Nonlinear Systems*, tercera edición, Prentice Hall, 2015.
- [20] EULER, L., «Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis», *Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae*, págs. 128–140, 1736.
- [21] HARARY, F., *Graph Theory*, Addison-Wesley, 1969.
- [22] BONDY, J. A. y U. S. R. MURTY, *Graph Theory, Graduate Texts in Mathematics*, tomo 244, Springer, 2008.
- [23] GROSS, J. y J. YELLEN, *Graph Theory and Its Applications*, segunda edición, Chapman and Hall/CRC, 2006.
- [24] REYNOLDS, C. W., «Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model», *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, **21**(4), págs. 25–34, 1987.
- [25] FERDOUS, M. S., M. J. M. CHOWDHURY y M. A. HOQUE, «A survey of consensus algorithms in public blockchain systems for crypto-currencies», *Journal of Network and Computer Applications*, **182**, pág. 103 035, May 2021.

- [26] WANG, N., J. DAI y J. YING, «Research on Consensus of UAV Formation Trajectory Planning Based on Improved Potential Field», en *Proceedings of the 40th Chinese Control Conference (CCC)*, Shanghai, China, págs. 99–104, 2021.
- [27] ROJO-RODRIGUEZ, E. U., E. G. ROJO-RODRIGUEZ, E. J. OLLERVIDES-VAZQUEZ, P. CASTILLO y O. GARCIA-SALAZAR, «Obstacle-aware UAV navigation based on a leader-follower consensus protocol», en *Proceedings of the International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, Dubrovnik, Croatia, págs. 274–281, 2022.
- [28] KUCHEROV, D. P., G. JIANG, H. LIU y M. FU, «UAV group control protocol with adaptive consensus», *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, **38**(9), págs. 3177–3194, 2024.
- [29] PAPAIOANNOU, S., P. KOLIOS, T. THEOCHARIDES, C. G. PANAYIOTOU y M. M. POLYCARPOU, «Distributed Search Planning in 3-D Environments With a Dynamically Varying Number of Agents», *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **53**(7), págs. 4117–4130, Jul 2023.
- [30] BUI, D. N., M. D. PHUNG y H. P. DUY, «Self-Reconfigurable V-Shape Formation of Multiple UAVs in Narrow Space Environments», en *Proceedings of the IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII)*, Ha Long, Vietnam, págs. 1006–1011, 2024.
- [31] SUN, T., W. SUN, C. SUN y R. HE, «Multi-UAV Formation Path Planning Based on Compensation Look-Ahead Algorithm», *Drones*, **8**(6), pág. 251, 2024.
- [32] YANG, J., «Deep Learning-Based Consensus Control of a Multi-Agents System with Unknown Time-Varying Delay», *Electronics*, **11**, pág. 1176, 2022.
- [33] AHMAD, S., Z. N. SUNBERG y J. S. HUMBERT, «APF-PF: Probabilistic Depth Perception for 3D Reactive Obstacle Avoidance», en *Proceedings of the American Control Conference (ACC)*, New Orleans, LA, USA, págs. 32–39, 2021.

- [34] LEWIS, F. L., H. ZHANG, K. HENGSTER-MOVRIC y A. DAS, *Cooperative Control of Multi-Agent Systems: Optimal and Adaptive Design Approaches*, Springer, London, U.K., 2014.
- [35] LIU, L., M. XU, Z. WANG, C. FANG, Z. LI, M. LI, Y. SUN y H. CHEN, «Delay-Informed Intelligent Formation Control for UAV-Assisted IoT Application», *Sensors*, **23**(13), pág. 6190, Jul 2023.
- [36] KOH, M. H. y R. SIPAHI, «A consensus dynamics with delay-induced instability can self-regulate for stability via agent regrouping», *Chaos*, **26**(11), pág. 116 313, 2016.
- [37] BLIMAN, P. A. y G. FERRARI-TRECCATE, «Average consensus problems in networks of agents with delayed communications», *Automatica*, **44**(8), págs. 1985–1995, 2008.
- [38] HOU, W., M. FU y H. ZHANG, «Consensusability of multi-agent systems with constant communication delay», en *Proceedings of the 34th Chinese Control Conference (CCC)*, Hangzhou, China, págs. 6889–6893, 2015.
- [39] OLFATI-SABER, R., J. A. FAX y R. M. MURRAY, «Consensus and cooperation in networked multi-agent systems», *Proceedings of the IEEE*, **95**(1), págs. 215–233, Jan 2007.
- [40] LI, Z., Z. DUAN, G. CHEN y L. HUANG, «Consensus of multi-agent systems and synchronization of complex networks: A unified viewpoint», *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, **57**(1), págs. 213–224, Jan 2010.
- [41] U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, «MIL-F-8785C: Flying Qualities of Piloted Airplanes», U.S. Department of Defense, Nov 1980.
- [42] DEPARTMENT OF DEFENSE, «Military Specification: Flight Control Systems — Design, Installation and Test of Piloted Aircraft, General Specification for

- (MIL-F-9490D)», *Informe Técnico MIL-F-9490D*, U.S. Department of Defense, accessed: November 8, 2025, 1975, URL <https://quicksearch.dla.mil/ImageRedirector.aspx?token=147649.7692>.
- [43] U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, «MIL-STD-1797A: Flying Qualities of Piloted Aircraft», U.S. Department of Defense, 1990.
- [44] KIA, S. S., B. VAN SCOY, J. CORTÉS, R. A. FREEMAN, K. M. LYNCH y S. MARTÍNEZ, «Tutorial on dynamic average consensus: The problem, its applications, and the algorithms», *IEEE Control Systems Magazine*, **39**(3), págs. 40–72, Jun 2019.
- [45] NAJM, A. A., I. K. IBRAHEEM, A. T. AZAR y A. J. HUMAIDI, «Genetic Optimization Based Consensus Control of Multi Agent 6 DoF UAV System», *Sensors*, **20**(12), pág. 3576, Jun 2020.
- [46] YU, W., W. XING, G. CHEN, W. REN y J. CAO, «Second-order consensus in multi-agent dynamical systems with sampled position data», *Automatica*, **47**(7), págs. 1496–1503, Mar 2011.
- [47] SUN, Q., Z. JIANG, T. SUN, X. JIANG y X. REN, «Energy Optimized Consensus Formation Control for the Time Delayed Bilateral Teleoperation System of UAVs», *International Journal of Aerospace Engineering*, **2018**, pág. Article ID 2857674, 2018.
- [48] KARTAL, Y., K. SUBBARAO, N. R. GANS, A. DOGAN y F. L. LEWIS, «Distributed backstepping based control of multiple UAV formation flight subject to time delays», *IET Control Theory & Applications*, **14**(12), págs. 1628–1638, Jul 2020.
- [49] BEARD, R. W., J. LAWTON y F. Y. HADAEIGH, «A coordination architecture for spacecraft formation control», *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **9**(6), págs. 777–790, 2001.

-
- [50] NORTH ATLANTIC TREATY ORGANIZATION, ADVISORY GROUP FOR AEROSPACE RESEARCH & DEVELOPMENT (AGARD), *Handling Qualities of Unstable Highly Augmented Aircraft*, Neuilly-Sur Seine, France, advisory Report No. 279, 1991.
- [51] «Control and Stabilization Systems: Automatic, Piloted Aircraft, General Specification», U.S. Navy Military Specification MIL-C-18244A AMENDMENT-1, 1993.
- [52] O'REILLY, J. y W. E. LEITHEAD, «Multivariable Control by 'Individual Channel Design'», *International Journal of Control*, **54**(1), págs. 1–46, 1991.
- [53] LEITHEAD, W. y J. O'REILLY, «m-input m-output feedback control by individual channel design part 1. Structural issues», *International Journal of Control*, **56**(6), págs. 1347–1397, 1992.
- [54] LEITHEAD, W. E. y J. O'REILLY, «Investigation of the ICD structure of systems defined by state-space models», *International Journal of Control*, 1994.
- [55] DE LA CRUZ, L. G. T., *Control en formaciones basado en criterios de desempeño y rechazo a perturbaciones clásicas*, Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, México, 2019.
- [56] POUNDS, P., R. MAHONY, J. GRESHAM, P. CORKE y J. ROBERTS, «Towards dynamically-favourable quad-rotor aerial robots», en *Proceedings of the 2004 Australasian Conference on Robotics and Automation*, The Australian Robotics and Automation Association Inc., págs. 1–10, 2004.
- [57] KOSE, O. y T. OKTAY, «Dynamic modeling and simulation of quadrotor for different flight conditions», *European Journal of Science and Technology*, **15**, págs. 132–142, 2019.
- [58] AMEZQUITA-BROOKS, L., E. LICEAGA-CASTRO, M. GONZALEZ-SANCHEZ, O. GARCIA-SALAZAR y D. MARTINEZ-VAZQUEZ, «Towards a standard design

- model for quad-rotors: A review of current models, their accuracy and a novel simplified model», *Progress in Aerospace Sciences*, **95**, págs. 1–23, 2017.
- [59] COOK, M., *Flight Dynamics Principles: A Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control*, Elsevier Science, 2011.
- [60] STENGEL, R., *Flight Dynamics*, Princeton University Press, 2015.
- [61] RINALDI, F., S. CHIESA y F. QUAGLIOTTI, «Linear quadratic control for quadrotors UAVs dynamics and formation flight», *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, **70**(1), págs. 203–220, 2013.
- [62] WANG, P., Z. MAN, Z. CAO, J. ZHENG y Y. ZHAO, «Dynamics modelling and linear control of quadcopter», en *2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS)*, IEEE, págs. 498–503, 2016.
- [63] AHMAD, F., P. KUMAR, A. BHANDARI y P. P. PATIL, «Simulation of the quadcopter dynamics with LQR based control», *Materials Today: Proceedings*, **24**, págs. 326–332, 2020.
- [64] WALID, M., N. SLAHEDDINE, A. MOHAMED y B. LAMJED, «Modeling and control of a quadrotor UAV», en *2014 15th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA)*, IEEE, págs. 343–348, 2014.
- [65] LOUBAR, H., R. Z. BOUSHAKI, Y. ARIBI, A. AZOUAOU, S. DORBANE y K. ABDELLAH, «Modeling and simulation of three control techniques for UAV quadrotor», en *2019 4th International Conference on Power Electronics and their Applications (ICPEA)*, IEEE, págs. 1–8, 2019.
- [66] LEITHEAD, W. E. y J. O'REILLY, «M-input m-output feedback-control by Individual Channel Design .2. The multivariable structure», *International Journal of Control*, 1993.

- [67] LICEAGA-CASTRO, J., C. VERDE, J. O'REILLY y W. LEITHEAD, «Helicopter flight control using individual channel design», *IEEE Proceedings-Control Theory and Applications*, **142**(1), págs. 58–72, 1995.
- [68] AMEZQUITA-BROOKS, L., J. LICEAGA-CASTRO, E. LICEAGA-CASTRO, D. MARTINEZ-VAZQUEZ y O. GARCIA-SALAZAR, «Fundamental Analysis of the Perturbation Rejection Characteristics of Single-Input-Multiple-Output Systems Subject to Multiple Perturbations», *Mathematical Problems in Engineering*, 2017.
- [69] AMEZQUITA-BROOKS, L., J. LICEAGA-CASTRO y E. LICEAGA-CASTRO, «The Structural Robustness of the Induction Motor Stator Currents Subsystem», *Asian Journal of Control*, 2014.
- [70] CRUZ, L. T. D. L. y L. AMEZQUITA-BROOKS, «Multi-Agent Consensus Design by Individual Channel Analysis (ICD)», , 10 2025.
- [71] VILLARREAL VALDERRAMA, J. F., L. TAKANO, E. LICEAGA-CASTRO, D. HERNANDEZ-ALCANTARA, P. D. C. ZAMBRANO-ROBLEDO y L. AMEZQUITA-BROOKS, «An integral approach for aircraft pitch control and instrumentation in a wind-tunnel», *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, **92**(7), págs. 1111–1123, 06 2020, <https://www.emerald.com/aeat/article-pdf/92/7/1111/287668/aeat-10-2019-0193.pdf>, URL <https://doi.org/10.1108/AEAT-10-2019-0193>.
- [72] AMEZQUITA-BROOKS, L. A., S. SALAZAR-MARTINEZ, D. HERNANDEZ-ALCANTARA, F. VILLARREAL-VALDERRAMA, I. LOBODA y L. T. D. L. CRUZ, «Multivariate Statistics for Anomaly Detection: Application in a Turbo-jet», *DYNA*, **99**(2), págs. 208–214, fecha de recepción: 13 marzo 2023; Fecha de evaluación: 19 marzo 2023; Fecha de aceptación: 8 junio 2023, marzo 2024.

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Luis Gustavo Takano de la Cruz

Candidato para obtener el grado de
Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

CONTROL DE FORMACIONES PARA VEHÍCULOS AÉREOS NO
TRIPULADOS MEDIANTE UN ANÁLISIS DE RECHAZO DE
PERTURBACIONES A PARTIR DE UN ENFOQUE MULTIVARIABLE POR
SEPARACIÓN DE CANALES.

El Ing. Luis Gustavo Takano De La Cruz nació el 26 de diciembre de 1992 en la ciudad de Monterrey, Nuevo León, México, hijo de Olga Lydia De La Cruz Medina y José Luis Mauricio Takano Staines. Graduado de bachillerato de la Preparatoria No. 9 de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL) en el año 2009. Obtuvo el título de técnico en Electricidad y Electrónica Industrial en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) de la UANL en el año 2010. Posteriormente, ingresó a la licenciatura en la misma facultad, obteniendo el grado de Ingeniero en Electrónica y Automatización.

Realizó la Maestría en Ingeniería Aeronáutica con orientación en Vuelo en

el Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica de la UANL, donde desarrolló trabajo relacionado con sistemas de control aplicados a plataformas multiagente, contribuyendo al fortalecimiento de sus conocimientos en dinámica y control de vehículos aéreos.

Actualmente se desempeña como docente universitario.