

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS



**ESTRATEGIAS DE COMERCIO DE ACTIVOS DIGITALES BASADAS
EN COINTEGRACIÓN Y MODELADO DE DEPENDENCIA**

Por

SERGIO ANDRÉS ELIZONDO RODRÍGUEZ

Como requisito parcial para obtener el Grado de
MAESTRÍA EN CIENCIA DE DATOS

Junio, 2026

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesina “Estrategias de Comercio de Activos Digitales Basadas en Cointegración y Modelado de Dependencia”, realizada por el alumno Sergio Andrés Elizondo Rodríguez, con número de matrícula 1907852, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Ciencia de Datos.

El Comité de Tesis

Dr. José de Jesús Rocha Salazar
Director

Dra. Azucena Yoloxóchitl Ríos Mercado
Revisor

Dr. Álvaro Eduardo Cordero Franco
Revisor

Vo.Bo.

Dra. Azucena Yoloxóchitl Ríos Mercado
Coordinadora de la Maestría en Ciencia de Datos

San Nicolás de los Garza, N.L.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi familia, a mis amigos, a la Casa del Mezquital y su asociación, a los maestros comprometidos con una educación liberadora.

Extiendo esta dedicación a los pueblos que resisten en cualquier parte del mundo: A Palestina, al Líbano, a Burkina Faso, a México.

Por ustedes estoy convencido de que el conocimiento académico debe buscar no sólo entender, sino transformar.

ÍNDICE DE CONTENIDO

Capitulo	Página
INTRODUCCIÓN	1
DELIMITACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	3
JUSTIFICACIÓN	5
FORMULACIÓN DE OBJETIVOS.....	7
4.1 Objetivo General	7
4.2 Objetivos Específicos	7
MARCO TEÓRICO	9
5.1 Reseña Histórica y Contexto Sobre la Compraventa de Activos Digitales	9
5.1.1 Orígenes y Evolución de los Activos Digitales (2009-2025)	9
5.1.2 Desarrollo de Estrategias de Compraventa en Mercados Tradicionales.....	12
5.1.3 Estudios Previos: Estrategias de Compraventa de Activos Digitales	15

5.2	Teoría de Cointegración	18
5.2.1	Pruebas de Raíz Unitaria y Estacionariedad	18
5.2.2	Fundamentos de la Cointegración	22
5.3	Teoría de Cópulas y Modelado de Dependencia	24
5.3.1	Medidas de Dependencia No Paramétrica	24
5.3.2	Fundamentos Matemáticos de la Teoría de Cópulas	25
5.3.3	Cópulas Elípticas	27
5.3.4	Cópulas de Arquímedes	28
5.3.5	Cópulas de Valor Extremo	30
5.3.6	Estimación de Cópulas	31
5.4	Generación de Señales con Cópulas	33
5.4.1	Enfoque Basado en Retornos	33
5.4.2	Enfoque Basado en Niveles	34
5.4.3	Enfoque Basado en Diferenciales Estacionarios	34
	METODOLOGÍA	36
6.1	Población y Muestra	36
6.1.1	Población	36

6.2	Recolección de Información	37
6.3	Procedimiento Experimental	38
6.3.1	Identificación de Pares Cointegrados	39
6.3.2	Modelado de Dependencias	40
6.3.3	Generación de Señales	41
6.3.4	Evaluación del Desempeño y Supuestos de la Simulación	43
6.3.5	Diseño de Experimentos	43
	RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....	45
7.1	Optimización del Umbral de Apertura.....	45
7.2	Evaluación de Configuraciones Temporales	48
7.3	Discusión y Conclusiones	51

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	Página
Tabla 1. Tipos de Indicadores Técnicos	13
Tabla 2. Evaluación del Desempeño con Diferentes Umbrales de Apertura (Prueba KSS).....	43
Tabla 3. Configuraciones Óptimas por Prueba de Cointegración ($\alpha_1 = 25\%$)	45

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica	Página
Gráfica 1. Comparación de indicadores con distintos umbrales de apertura para la prueba KSS. Fuente: Elaboración propia.....	48
Gráfica 2. Evolución temporal del retorno para la estrategia ganadora por prueba de cointegración. Fuente: Elaboración propia.....	50

AGRADECIMIENTOS

A mi madre, por su invaluable labor como correctora de estilo y por su constante apoyo. A mi padre, por su retroalimentación que me ayudó a enriquecer las ideas desarrolladas aquí. A Aracely, cuyo talento en el diseño gráfico permitió presentar de manera estética el material visual empleado en la difusión de esta investigación. A la familia Rodríguez y a la familia Regalado, por su apoyo permanente. Este logro también es fruto de su respaldo.

Mi agradecimiento académico al Dr. José de Jesús Rocha, a la Dra. Azucena Ríos y al Dr. Álvaro Cordero por su guía, comentarios y apoyo académico durante las distintas etapas de la investigación. También agradezco a los trabajadores de la educación de la Universidad Autónoma de Nuevo León por haber sido los artífices de mi formación profesional desde la preparatoria hasta el posgrado. Extiendo este reconocimiento a todos los docentes que defienden y fortalecen la educación pública en México.

Un especial agradecimiento a la comunidad de la Casa del Mezquital, por suplirme en mis tareas y actividades mientras desarrollaba este trabajo; su ayuda práctica y moral fue fundamental y esta tesis también les pertenece. A Diana, por su apoyo emocional en los momentos más difíciles. A mis amigos, en particular a Oziel, por abrirme las puertas de su hogar en las etapas más complejas de este proceso. A Horacio, Rubén, Rosario y a todas las personas de la asociación por su gran labor.

Finalmente, agradezco a la maestra Rebeca, al arquitecto y a todas las personas comprometidas con la mejora de nuestro país. Ustedes su mi fuente de inspiración y guía para continuar.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

El mercado de los activos digitales ha emergido como una de las innovaciones financieras más transformadoras de las últimas décadas. Según Binance Research (2025), en febrero de 2025 dicho mercado alcanzó una capitalización de 3.76 billones de dólares estadounidenses.

Un ejemplo de la madurez del ecosistema digital es el crecimiento exponencial del *Bitcoin*. Desde su lanzamiento en 2009, dicha criptomoneda ha pasado de ser una prueba experimental a ser un activo comercializado por instituciones financieras globales.

La expansión acelerada de los mercados criptográficos conlleva desafíos sin precedentes. La volatilidad inherente a estos mercados constituye uno de los principales obstáculos para la implementación de estrategias de inversión efectivas.

Estudios recientes demuestran que los rendimientos positivos en criptomonedas incrementan la volatilidad futura (Brini & Lenz, 2024). Este comportamiento contrasta significativamente con la relativa estabilidad de los activos bursátiles tradicionales.

La alta variabilidad y las persistentes ineficiencias en los mecanismos de fijación de precios de intercambios descentralizados, crean un entorno

donde las herramientas analíticas convencionales resultan insuficientes para formular estrategias comerciales robustas (Berg et al., 2022).

Para abordar esta problemática, la presente investigación se estructura de la siguiente manera. En el Capítulo 2, se delimita y plantea el problema de investigación, estableciendo la carencia de modelos avanzados de dependencia en el mercado de las criptomonedas. El Capítulo 3 expone la justificación del estudio, destacando su relevancia tanto académica como social. Posteriormente, el Capítulo 4 formula los objetivos generales y específicos que guían el desarrollo del trabajo.

El Capítulo 5 constituye el marco teórico, donde se revisan los fundamentos de las estrategias de compraventa, la teoría de la cointegración y el modelado de dependencia mediante cópulas. En el Capítulo 6, se describe la metodología empleada, detallando el proceso de recolección de datos, el diseño experimental y los criterios de evaluación de las estrategias propuestas. Finalmente, en el Capítulo 7 se presentan los resultados obtenidos, se discuten sus implicaciones y se exponen las conclusiones derivadas del estudio.

CAPÍTULO 2

DELIMITACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Las estrategias de compraventa de activos utilizadas en los mercados bursátiles no son directamente aplicables en el mercado de las criptomonedas. Esto se debe a un conjunto de condiciones como los comportamientos impredecibles en entornos volátiles y la alta capitalización (Miller & Kim, 2021).

La evidencia empírica sugiere que las aproximaciones analíticas basadas en un único indicador y las reglas fundamentadas exclusivamente en el análisis técnico no pueden mitigar la volatilidad intrínseca del mercado digital. Por el contrario, dichas aproximaciones resultan menos rentables que las estrategias pasivas.

El modelado de dependencia permite capturar probabilidades conjuntas entre activos digitales. Con este método, es posible construir señales de compraventa más robustas y reducir la exposición a pérdidas excesivas. Sin embargo, tanto en la literatura financiera como en las aplicaciones prácticas se puede identificar una carencia en la exploración de modelos que empleen técnicas avanzadas de dependencia dinámica en el mercado de las criptomonedas.

La presente investigación propone analizar y comparar el desempeño de estrategias de compraventa de activos digitales basadas en pruebas de

cointegración y modelado de dependencia con cópulas. El indicador a optimizar es la rentabilidad ajustada al riesgo.

CAPÍTULO 3

JUSTIFICACIÓN

Los fundamentos de esta investigación se basan en la creciente necesidad de superar las limitaciones de los enfoques basados en indicadores técnicos simples aplicados al mercado de los activos digitales, el cual se caracteriza por una mayor volatilidad en comparación con los mercados bursátiles.

La introducción de modelos basados en cointegración y dependencia dinámica pretende generar nuevas estrategias de compraventa de criptomonedas que amplíen el corpus teórico financiero y permitan capturar las relaciones no paramétricas existentes en este mercado.

El objetivo de este estudio no sólo es llenar un vacío en la literatura, sino también ofrecer un marco analítico robusto que contribuya al diseño de estrategias más eficientes y accesibles aplicables al comercio de criptomonedas. El enfoque principal se justifica socialmente en un entorno global donde la concentración de riqueza alcanza niveles extremos: el 1% más acaudalado concentra el 43% de los activos financieros mundiales (Gandour et al., 2024).

El desarrollo de estrategias de inversión accesibles y robustas va más allá de un tema meramente académico: supone un instrumento concreto para mejorar el bienestar y abrir caminos de movilidad social para quienes trabajan

cotidianamente con el fin de generar sus propios recursos y buscan la mejor manera de invertir sorteando las limitaciones impuestas por el capitalismo contemporáneo, como es el caso de muchos jóvenes de origen popular.

El diseño de pruebas retroactivas contemplado en el presente estudio permite ampliar el conocimiento científico en el área de las finanzas computacionales y facilitar la implementación de herramientas prácticas. De esta forma, los pequeños y medianos inversionistas pueden gestionar mejor su capital en mercados emergentes, contribuyendo así a una distribución más equitativa de las oportunidades financieras.

CAPÍTULO 4

FORMULACIÓN DE OBJETIVOS

4.1 Objetivo General

Desarrollar un método analítico que incorpore cointegración y técnicas de dependencia dinámica, para diseñar estrategias de comercio de criptomonedas más eficientes en comparación con enfoques pasivos.

4.2 Objetivos Específicos

Identificar las relaciones de equilibrio a largo plazo entre pares de criptomonedas, aplicando pruebas de cointegración, con el fin de cuantificar tanto relaciones lineales como no lineales que sirvan como base para la generación de señales de arbitraje estadístico.

Modelar la dependencia entre activos digitales utilizando cópulas y evaluar su efecto sobre la volatilidad conjunta de carteras en períodos de tensión de mercado, para mejorar la selección de umbrales de operación en escenarios extremos.

Implementar estrategias de comercio de criptomonedas basadas en los modelos desarrollados, mediante pruebas retroactivas en entornos de Python y comparar su rendimiento ajustado por riesgo frente a estrategias existentes en la literatura académica, con el objetivo

de validar la eficiencia del método propuesto y establecer configuraciones paramétricas óptimas.

CAPÍTULO 5

MARCO TEÓRICO

5.1 Reseña Histórica y Contexto Sobre la Compraventa de Activos Digitales

5.1.1 Orígenes y Evolución de los Activos Digitales (2009-2025)

El surgimiento de **Bitcoin** (BTC) en 2009 supone un cambio de paradigma en la concepción del dinero y de las transacciones financieras. La publicación del artículo de Nakamoto (2008) establece los fundamentos de un nuevo sistema descentralizado basado en métodos criptográficos. Dicho sistema plantea un mecanismo capaz de garantizar transacciones inmutables y validadas por consenso, sin la intervención de intermediarios convencionales.

El Bitcoin inicialmente circulaba solo en foros académicos y comunidades especializadas, exhibiendo una liquidez prácticamente nula y un valor cercano a cero. Un ejemplo emblemático de una transacción temprana en el mercado digital fue la adquisición de dos pizzas por 10,000 BTC en mayo del 2010 (Hanyecz, 2010).

La viabilidad práctica de esta nueva clase de activos se demuestra con la creación de las primeras plataformas de intercambio en línea, tales como

Mt. Gox (Moore & Christin, 2013). La segunda generación de plataformas de cadenas de bloques se desarrolla a partir de la consolidación de la red Bitcoin.

Vitalik Buterin propone la plataforma **Ethereum** en 2013 y en 2015 se lanza su máquina virtual (Fundación Ethereum, 2025). Este es el primer ejemplo de una plataforma de cadena de bloques capaz de ejecutar contratos inteligentes de manera autónoma. De este modo, la infraestructura de los activos digitales comienza a ser utilizada para la programación descentralizada, más allá del mero intercambio de valor.

Las **ofertas iniciales de criptomonedas** (*Initial Coin Offering, ICO*) surgen en 2016 como resultado de la popularización de nuevas plataformas de intercambio. En el período de 2016 a 2017, dichas ofertas recaudan más de 5 mil millones de dólares estadounidenses (Adhami et al., 2017).

La especulación excesiva y la ausencia de un marco regulatorio desembocan en una severa corrección del mercado en 2018 (Manahov, 2024). En este año, los principales activos digitales sufren caídas superiores al 80% de su valor, lo cual puso en evidencia la fragilidad de sus esquemas de financiamiento.

Las **finanzas descentralizadas** (*Decentralized Finance, DeFi*) han experimentado un notorio auge en el ecosistema de las criptomonedas desde el 2018. Algunos protocolos como Compound, Uniswap y Aave recrean servicios bancarios tradicionales, tales como préstamos, intercambios y derivados, a través de una infraestructura de contratos inteligentes.

El volumen total bloqueado (*Total Value Locked, TVL*) en los protocolos descentralizados había superado los 100 mil millones de dólares estadounidenses para el 2022 (Werner et al., 2022).

Las **soluciones de segunda capa**, tales como el agrupamiento de transacciones y las cadenas laterales, surgen como respuesta a la alta demanda y los elevados costos de la plataforma Ethereum (Gangwal et al., 2022). Las redes compatibles con la máquina virtual de Ethereum (*Ethereum Virtual Machine, EVM*), como Solana, ofrecen mayores rendimientos y menores comisiones (X. Li et al., 2022).

El ecosistema descentralizado experimenta dos transformaciones fundamentales entre 2020 y 2023. En primer lugar, Ethereum cambia su mecanismo de prueba de trabajo (*Proof of Work, PoW*) a uno de prueba de participación (*Proof of Stake, PoS*), reduciendo su consumo energético en aproximadamente 99.98% (Kapengut & Mizrach, 2023). Por otro lado, los actores institucionales comienzan a incorporarse masivamente a este mercado emergente en este mismo período.

Diversas entidades financieras gestionan productos basados en activos digitales y ofrecen servicios de custodia profesional a partir del 2023 (Mungo et al., 2023). Además, organismos reguladores en México (Banxico), los Estados Unidos y la Unión Europea (*MiCA*) establecen marcos normativos para proteger a los inversionistas y garantizar la transparencia (Xiong & Luo, 2024).

El mercado de los activos digitales se consolida durante 2024 con la digitalización de bienes del mundo real, tales como inmuebles y deuda soberana (World Economic Forum, 2025). El auge de plataformas de interoperabilidad cruzada de cadenas, como Polkadot y Cosmos, permite reducir la fragmentación de la liquidez (W. Li et al., 2025).

La capitalización total de los criptoactivos supera los 3 billones de dólares estadounidenses para febrero de 2025. De esta manera, el ecosistema

exhibe madurez e integración con el sistema financiero digital, alojando más de 26,000 proyectos en circulación a la fecha (Eckhardt & Glückler, 2025).

5.1.2 Desarrollo de Estrategias de Compraventa en Mercados Tradicionales

Las metodologías de compraventa en los mercados financieros tradicionales han evolucionado a lo largo de más de un siglo. El fundamento original de dichas metodologías es el análisis de patrones gráficos; sin embargo, en la actualidad las estrategias se han transformado gracias al diseño de modelos cuantitativos sofisticados basados en la teoría económica, la estadística y las finanzas conductuales (Murphy, 1999).

El **análisis técnico** se inspira en las reflexiones de Charles Dow a finales del siglo XIX, quien buscaba anticipar movimientos futuros de un activo por medio del estudio de sus gráficos. La premisa inicial de este tipo de análisis es que una serie histórica de precios refleja toda la información relevante sobre el activo subyacente.

A lo largo del siglo XX, esta disciplina se enriquece con el desarrollo de nuevos indicadores técnicos. Algunos de ellos son presentados en la **Tabla 1**.

Tabla 1. Tipos de Indicadores Técnicos.

Tipo de indicador	Descripción	Ejemplo
De tendencia	Filtran el ruido de corto plazo para revelar la trayectoria subyacente del precio.	Medias móviles simples (<i>Simple Moving Average, SMA</i>) y exponenciales (<i>Exponential Moving Average, EMA</i>).
De impulso	Están diseñados para medir la magnitud de los cambios de precio, alertando sobre posibles puntos de inflexión.	Índice de fuerza relativa (<i>Relative Strenght Index, RSI</i>) y la convergencia /divergencia de la media móvil (<i>Moving Average Convergence / Divergence, MACD</i>),
De volatilidad	Definen umbrales de sobrecompra o sobreventa usando desviaciones típicas alrededor de una media móvil.	Bandas de Bollinger
Cíclicos	Modelan los ciclos de impulso y corrección en términos de geometría fractal, incorporando bases de psicología multitudinaria	Teoría de ondas de Elliot

Fuente: Murphy, 1999.

El **análisis fundamental** es una herramienta para estimar el valor intrínseco de un activo examinando sus estados financieros inherentes (resultados netos, flujos de caja disponibles, estructura del capital) y de variables macroeconómicas (inflación, tasas de interés, crecimiento del producto interno).

La divergencia entre el precio de mercado y el valor teórico de un activo se estima en el análisis fundamental a través de técnicas de descuento de flujos y del uso de múltiplos comparables. Es así como este enfoque orienta

las decisiones de inversión hacia horizontes temporales medios y largos (Damodaran, 2012).

El aumento en la disponibilidad de los datos y el avance en la capacidad computacional permiten la implementación de metodologías cuantitativas de mayor complejidad, tales como las siguientes (Cartea, 2015):

1. **Compraventa por pares:** identificación de dos activos cuyo precio conjunto sigue un equilibrio estacionario mediante pruebas de cointegración. Cuando la relación histórica se desvía significativamente, se abren una posición larga en el activo infravalorado y una posición corta en el sobrevalorado, esperando una eventual reversión a la media.
2. **Estrategias con opciones basadas en volatilidad:** construcción de carteras de opciones que capturan variaciones en la volatilidad implícita a partir de la ecuación de Black-Scholes. Aprovechan discrepancias entre la volatilidad realizada y la prevista por el mercado (Damodaran, 2012).
3. **Optimización en la ejecución de órdenes:** Los algoritmos basados en el precio promedio ponderado por volumen (*Volume Weighted Average Price, VWAP*) o por tiempo (*Time Weighted Average Price, TWAP*) fragmentan órdenes grandes en múltiples transacciones menores, con la finalidad de minimizar el impacto del mercado y obtener una ejecución más cercana al precio promedio deseado.

La **compraventa de alta frecuencia** (*High Frequency Trading, HFT*) y el análisis de la **microestructura de mercado** permiten profundizar en la comprensión de cómo los diseños de las plataformas condicionan la formación de precios. Algunos ejemplos de dichos diseños son los tipos de órdenes, las filas en las órdenes limitadas y las reglas de emparejamiento.

La creación automática de mercado ofrece cotizaciones de compraventa en milisegundos, lo cual permite la captura de márgenes reducidos. Por otra parte, el **arbitraje estadístico** de corto plazo explota desalineaciones en el precio de activos altamente correlacionados en marcos temporales de segundos (Cartea, 2015).

Los avances en la economía conductual han puesto de manifiesto que los operadores no siempre se comportan de manera plenamente racional. Sesgos como la aversión a la pérdida, el comportamiento gregario y el exceso de confianza generan anomalías como la tendencia a mantener posiciones perdedoras o a seguir impulsos del mercado. En este sentido, los modelos cuantitativos pueden enriquecerse con la incorporación de variables de sentimiento y parámetros de volatilidad (Barberis & Thaler, 2002).

5.1.3 Estudios Previos: Estrategias de Compraventa de Activos Digitales

Las plataformas electrónicas y los intercambios de criptomonedas, tanto centralizados (*Centralized Exchange, CEX*) como descentralizados (*Decentralized Exchange, DEX*), requieren la adaptación de los enfoques clásicos de compraventa al contexto de estas. La característica principal en estos casos es la elevada volatilidad y la fragmentación del mercado.

La disponibilidad de datos de alta frecuencia permite trasladar a los **intercambios centralizados** arquitecturas algorítmicas de renta variable, tales como los sistemas basados en cruces de medias móviles y rupturas de rango (Vo & Yost-Bremm, 2020).

La ausencia de libros de órdenes centrales y el uso de creadores automáticos de mercado (*Automated Market Maker, AMM*) en los intercambios descentralizados impulsan la definición de indicadores técnicos específicos. El

impacto de precio y la profundidad de liquidez son ejemplos de indicadores utilizados para modelar la dinámica de precios dentro de grupos de intercambio (Angeris & Chitra, 2020).

Las estrategias pioneras de arbitraje en el ámbito de las criptomonedas explotan las divergencias de precios entre plataformas que históricamente tenían una alta correlación.

El **arbitraje espacial** consiste en adquirir un activo en un mercado donde cotice a un precio inferior y venderlo en donde cotice a un precio superior. En este caso, es posible obtener un beneficio sin exposición direccional (Makarov & Schoar, 2018).

El **arbitraje triangular**, por su parte, aprovecha discrepancias temporales entre tres pares de intercambio, ejecutando una secuencia de transacciones que genera una ganancia neta al completarse el ciclo. Por ejemplo, una tripleta de intercambio puede constituirse por BTC/ETH, ETH/USDT y BTC/USDT.

La rentabilidad de las estrategias anteriores se ve limitada por comisiones de transacción, latencias en la transferencia de fondos y variaciones de liquidez (Muck et al., 2025). El desarrollo de metodologías cuantitativas avanzadas mitiga estas limitaciones tomando como base los modelos de comercio de pares de acciones.

Tadi & Kortchmeski (2021) aplicaron pruebas de cointegración para identificar grupos de criptoactivos cuyos precios convergían hacia un equilibrio estacionario.

Las pruebas de raíz unitaria, tales como la de Dickey-Fuller aumentada y la de Kapetanios-Shin-Snell, permiten la generación de señales de entrada y salida basadas en desviaciones significativas de un diferencial. Estas estrategias reducen la dependencia en la dirección del mercado y aprovechan de manera eficiente las fluctuaciones estocásticas.

Tadi & Witzany (2025) integraron cópulas en el sistema basado en cointegración para modelar la dependencia entre activos y obtener una mejor gestión de riesgos.

El uso de cópulas de Arquímedes, elípticas y de valor extremo, permite la simulación de escenarios de caídas y apreciaciones conjuntas, así como establecer filtros diferenciados para identificar cuando una ruptura de la cointegración refleja un evento idiosincrático, ajustando las posiciones según la dependencia modelada.

La integración de técnicas de aprendizaje automático y profundo facilita la automatización y optimización de estrategias de comercio de criptomonedas. Estas metodologías procesan grandes volúmenes de datos de alta frecuencia y variables heterogéneas, como señales de sentimiento en redes sociales, para mejorar la calidad de las predicciones y la gestión de riesgos. Algunos ejemplos de dichas técnicas son la regresión penalizada, las redes neuronales recurrentes y el aprendizaje por refuerzo.

El desarrollo de estrategias comerciales en el mercado de los activos digitales ha evolucionado desde las reglas de arbitraje básicas, hasta la integración del aprendizaje profundo en sistemas algorítmicos complejos (Fang et al., 2022).

5.2 Teoría de Cointegración

5.2.1 Pruebas de Raíz Unitaria y Estacionariedad

La identificación de la naturaleza de integración y estacionariedad de series temporales financieras es un requisito para la aplicación de modelos de cointegración.

Una **serie temporal** es un conjunto ordenado de observaciones $\{y_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$, donde cada y_t es una variable aleatoria asociada al instante t .

La colección $\{y_t\}$ es un **proceso estocástico** si todas las variables y_t comparten un mismo espacio de probabilidad (Hamilton, 1994).

Algunos operadores fundamentales en las series temporales son los siguientes (Hamilton, 1994):

1. Operador de rezago (Ecuación 1):

$$Ly_t = y_{t-1} \quad (1)$$

2. Operador de diferencia de primer orden (Ecuación 2):

$$\Delta y_t = (1 - L)y_t = y_t - y_{t-1} \quad (2)$$

3. Operador de diferencia de orden $d \in \mathbb{N}$ (Ecuación 3):

$$\Delta^d y_t = (1 - L)^d y_t \quad (3)$$

Un proceso $\{x_t\}$ es **débilmente estacionario** si satisface simultáneamente las siguientes propiedades (Hamilton, 1994):

- **Media constante:** $\mathbb{E}[x_t] = \mu < \infty$ para todo t .
- **Varianza constante:** " Var " $(x_t) = \sigma^2 < \infty$ para todo t .
- **Covarianza invariante en el tiempo:** " Cov " (x_t, x_{t+k}) depende únicamente del desfase k y no de t .

Se dice que $\{y_t\}$ es **integrada de orden d** , denotado como $y_t \sim I(d)$, si se cumple que $d \geq 0$ sea el menor entero para el cual $\Delta^d y_t$ es un proceso estacionario.

La **prueba de Dickey-Fuller aumentada (ADF)** permite detectar la existencia de una raíz unitaria en un proceso lineal autorregresivo. Esto se realiza con la incorporación de términos deterministas y la corrección de efectos de autocorrelación (Hamilton, 1994).

La **Ecuación 4** muestra el modelo $AR(p)$, el cual es la base de la prueba **ADF**.

$$y_t = \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4)$$

La **Ecuación 5** se obtiene al aplicar el operador de diferencia y añadir la intercepción y la tendencia de la regresión.

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5)$$

donde:

- α es un término constante (intercepción),
- βt representa la tendencia determinista de primer orden,
- γ mide la velocidad de reversión hacia el nivel anterior,
- p es el número de rezagos de las primeras diferencias incluidos para la eliminar autocorrelación residual.
- ε_t es ruido blanco con $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$ y " Var " (ε_t) = $\sigma^2 < \infty$.

Hipótesis de prueba:

- H_0 : la serie y_t tiene una raíz unitaria (no es estacionaria), es decir, $\gamma = 0$.
- H_1 : la serie y_t es estacionaria, es decir, $\gamma < 0$ (reversión a la media).

Los parámetros del modelo se estiman utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) para evaluar la hipótesis y evaluar el estadístico de prueba mostrado en la **Ecuación 6**, asociado a $\hat{\gamma}$ (Hamilton, 1994):

$$\tau_{\gamma} = \frac{\hat{\gamma}}{se(\hat{\gamma})} \quad (6)$$

donde " se " ($\hat{\gamma}$) es el error estándar de $\hat{\gamma}$. Enseguida, se compara τ_{γ} con los valores críticos de la distribución de Dickey-Fuller. Se rechaza H_0 si τ_{γ} es menor que el valor crítico, lo cual indica estacionariedad.

El valor p se determina mediante criterios de información como el de Akaike (*Akaike Information Criterion*) o el bayesiano (*Bayesian Information Criterion*), los cuales penalizan la complejidad del modelo. Otra alternativa para determinar dicho valor son las pruebas secuenciales de autocorrelación

sobre los residuos (como la de Ljung-Box), las cuales permiten asegurar la ausencia de dependencias temporales no modeladas (Hamilton, 1994).

Kapetanios et al. (2003) introdujeron una prueba basada en un **modelo autorregresivo de transición suave** (*Exponential Smooth Transition Autoregressive, ESTAR*) para abordar las limitaciones de los enfoques lineales al intentar detectar reversiones a la media.

La motivación central radica en que, en los procesos financieros reales, la velocidad y la forma de la reversión pueden depender de la magnitud de las desviaciones respecto al nivel de equilibrio, produciendo umbrales o comportamientos asimétricos que el modelo lineal *ADF* no detecta.

La **Ecuación 7** representa el modelo *ESTAR* (Kapetanios et al., 2003).

$$\Delta y_t = \theta y_{t-1} (1 - e^{-\gamma y_{t-1}^2}) + \varepsilon_t \quad (7)$$

donde:

- θ mide la **intensidad de la reversión no lineal**.
- $\gamma > 0$ controla la **suavidad de la transición** entre regímenes: Valores pequeños de γ inducen cambios graduales, mientras que valores grandes generan un comportamiento más parecido a un umbral rígido.

Hipótesis de la prueba de KSS:

- $H_0: \gamma = 0$ (tiene raíz unitaria).
- $H_1: \gamma < 0$ (reversión no lineal a la media).

Dado que el modelo no es lineal respecto a γ , dicho término se aproxima por medio de una serie de Taylor de primer orden, ajustando el término lineal de este nuevo modelo con el método de mínimos cuadrados. Como el estadístico de prueba no sigue una distribución convencional, los valores críticos se obtienen por medio de **simulaciones de Monte Carlo**. (Kapetanios et al., 2003)

A diferencia de *ADF*, la prueba de KSS permite capturar reversiones asimétricas y, en general, comportamientos no lineales en series temporales.

5.2.2 Fundamentos de la Cointegración

La **Ecuación 8** presenta dos procesos estocásticos $\{x_t\}$ e $\{y_t\}$ integrados de orden uno.

$$x_t, y_t \sim I(1) \quad (8)$$

Se dice que existe **cointegración** entre x_t e y_t si existe un vector no trivial $\beta = (\beta_1, \beta_2)' \neq \mathbf{0}$ tal que la combinación lineal mostrada en la **Ecuación 9** es un proceso estacionario de orden cero, $z_t \sim I(0)$ (Hamilton, 1994).

$$z_t = \beta_1 x_t + \beta_2 y_t \quad (9)$$

En el ámbito de los mercados financieros, esta propiedad implica que, si bien cada serie por separado puede ser no estacionaria, ambas se mantienen vinculadas por un **equilibrio a largo plazo**, de modo que cualquier desviación conjunta tiende a corregirse con el tiempo.

Engle & Granger (1987) propusieron un método de dos etapas para identificar y estimar relaciones de cointegración entre dos series:

1. La regresión se estima por el método de mínimos cuadrados ordinarios, tal como se muestra en la **Ecuación 10**.

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \quad (10)$$

donde $\hat{u}_t$ son los **residuos de equilibrio** que capturan las desviaciones temporales del vínculo entre ambas series.

2. Se aplica una prueba de raíz unitaria, como la prueba lineal *ADF* o la no lineal *KSS*, sobre la serie $\{\hat{u}_t\}$, contrastando las hipótesis mostradas en la **Ecuación 11**.

$$H_0: u_t \sim I(1) \text{ vs. } H_A: u_t \sim I(0) \quad (11)$$

El **rechazo de H_0** indica que las desviaciones $\hat{u}_t$ son estacionarias, y por tanto β constituye un **vector de cointegración**.

3. Una vez verificada la cointegración, la dinámica conjunta se puede describir con el modelo de corrección de errores descrito en la **Ecuación 12**.

$$\Delta y_t = \lambda \hat{u}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \phi_i \Delta x_{t-i} + \sum_{j=1}^{q-1} \psi_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (12)$$

donde

- $\lambda < 0$ mide la **velocidad de ajuste** de y_t hacia el equilibrio definido por $\hat{u}_{t-1}$.
- $\{\phi_i\}$ y $\{\psi_j\}$ capturan las dinámicas de corto plazo en ambas series.

5.3 Teoría de Cópulas y Modelado de Dependencia

5.3.1 Medidas de Dependencia No Paramétrica

La cuantificación de la dependencia entre dos variables no se limita a la correlación lineal.

En particular, cuando no se asume ninguna forma paramétrica para las distribuciones, las medidas no paramétricas ofrecen invarianza ante transformaciones monótonas y robustez frente a valores extremos.

Sea $\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^N$ una muestra independiente de tamaño N . Para dos índices $i < j$, se dice que el par (i, j) es concordante si ambas variables difieren en la misma dirección. Esto es, se cumple la **Ecuación 13** (Nelsen, 2006).

$$(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) > 0 \quad (13)$$

El par es discordante si se cumple la **Ecuación 14**.

$$(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) < 0 \quad (14)$$

La τ de Kendall poblacional se expresa como la diferencia de probabilidades mostrada en la **Ecuación 15** (Nelsen, 2006).

$$\tau = \Pr[(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) > 0] - \Pr[(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) < 0] \quad (15)$$

Por construcción, $\tau \in [-1, 1]$, de modo que:

- $\tau = 1$ indica una dependencia monótona estrictamente creciente (todos los pares son concordantes).
- $\tau = -1$ indica una dependencia monótona estrictamente decreciente.
- $\tau = 0$ sugiere ausencia de dependencia monótona.

El estimador muestral de τ de Kendall se muestra en la **Ecuación 16**. El operador signo se define en la **Ecuación 17**.

$$\hat{\tau} = \frac{1}{\binom{N}{2}} \sum_{\leq i < j \leq N} \text{sgn}(X_i - X_j) \text{sgn}(Y_i - Y_j) \quad (16)$$

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} +1, & t > 0, \\ 0, & t = 0, \\ -1, & t < 0. \end{cases} \quad (17)$$

Este estimador es insesgado y consistente ($\hat{\tau} \rightarrow \tau$ cuando $N \rightarrow \infty$). En presencia de empates, es posible incorporar correcciones que ajusten el denominador o penalicen los valores idénticos (Nelsen, 2006).

5.3.2 Fundamentos Matemáticos de la Teoría de Cópulas

Sea " $\mathbf{X}$ " = $(X_1, \dots, X_n)$ un vector aleatorio de dimensión n con la función de distribución acumulada definida en la **Ecuación 18**. Las **distribuciones marginales** se representan en la **Ecuación 19**.

$$F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_n) = \Pr(X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n) \quad (18)$$

$$F_{X_i}(x_i) = \Pr(X_i \leq x_i), i = 1, \dots, n \quad (19)$$

Cada $F_{X_i}(x_i)$ es una función no decreciente, continua por la derecha con $\lim_{x_i \rightarrow -\infty} F_{X_i}(x_i) = 0$ y $\lim_{x_i \rightarrow +\infty} F_{X_i}(x_i) = 1$.

$$C: [0,1]^n \rightarrow [0,1] \quad (20)$$

Una cópula es la función descrita en la **Ecuación 20** que satisface las siguientes condiciones (Joe, 2001):

1. **Marginales uniformes:** $C(u_1, \dots, u_{i-1}, 0, u_{i+1}, \dots, u_n) = 0$ para cualquier i y cualquier vector de entrada.
2. **Marginales univariantes:** $C(1, \dots, 1, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$ para cualquier i y $u_i \in [0,1]$.
3. **Monotonidad multidimensional:** Para todo hiperrectángulo $\prod_{i=1}^n [[u'_i], u''_i] \subset [0,1]^n$, se cumple la **Ecuación 21** con $v_i^{(0)} = u'_i$ y $v_i^{(1)} = u''_i$.

$$\sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} (-1)^{n-\sum \varepsilon_i} C(v_1^{(\varepsilon_1)}, \dots, v_n^{(\varepsilon_n)}) \geq 0 \quad (21)$$

Este conjunto de propiedades garantiza que una cópula actúe como una **función de distribución** sobre $[0,1]^n$ con márgenes uniformes.

Teorema de Sklar (1959)

Sea " $\mathbf{X}$ " = $(X_1, \dots, X_n)$ un vector aleatorio con una función de distribución conjunta $F_{\mathbf{X}}$ y marginales F_{X_i} . Entonces existe una cópula C tal que, para todo " $\mathbf{x}$ " = $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ se cumple la **Ecuación 22** (Nelsen, 2006).

$$F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_n) = C \left(F_{X_1}(x_1), \dots, F_{X_n}(x_n) \right) \quad (22)$$

- Si las marginales F_{X_i} son continuas, la cópula C es única.
- En el caso de las distribuciones con saltos, C está determinada únicamente en el rango de los marginales, pero puede extenderse de forma arbitraria en $[0,1]^n$ manteniendo las propiedades de la cópula.

Corolario

A la inversa, dado un conjunto de funciones marginales F_{X_i} y una cópula C , la función $F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_n)$ es una función de distribución conjunta válida con márgenes F_{X_i} (Nelsen, 2006).

5.3.3 Cópulas Elípticas

Este tipo de cópulas se derivan de distribuciones multivariadas elípticas y presentan dependencia **simétrica** y **monótona**.

1. Cópula gaussiana

Se construye a partir de la distribución normal multivariante $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma)$. Si Φ denota la función de distribución acumulada (CDF) típica univariante y Φ_ρ la bivalente con correlación $\rho \in (-1,1)$, entonces la cópula gaussiana se define como la **Ecuación 23** (Nelsen, 2006).

$$C_{gaussiana}(u, v; \rho) = \Phi_\rho(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)) \quad (23)$$

Propiedades:

- a. Dependencia **simétrica** y **lineal**.
- b. Colas ligeras. No captura eventos extremos simultáneos.

2. Cópula t de Student

Se deriva de la distribución t multivariante con $\nu > 0$ grados de libertad y correlación ρ . La cópula t de Student se define en la **Ecuación 24**, en la cual t_ν y $T_{\rho,\nu}$ representan las funciones de distribución acumuladas de Student univariante y bivariante, respectivamente (Demarta & McNeil, 2007).

$$C_t(u, v; \rho, \nu) = T(t_\nu^{-1}(u), t_\nu^{-1}(v)) \quad (24)$$

Propiedades:

- a. Captura colas **simétricas y gruesas**, permitiendo modelar eventos con dependencia extrema.
- b. Homogeneidad de dependencia.

5.3.4 Cópulas de Arquímedes

Las cópulas de Arquímedes se definen a partir de un **generador** $\varphi: [0,1] \rightarrow [0, \infty]$, estrictamente decreciente y convexo, con $\varphi(1) = 0$.

Este tipo de cópula se define en la **Ecuación 25** en el caso de dos variables (Nelsen, 2006).

$$C(u, v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (25)$$

A continuación, se describen algunas de las cópulas de Arquímedes más ampliamente utilizadas (Nelsen, 2006):

1. **Clayton ($\theta > 0$)**, definida en la **Ecuación 26**.

$$\varphi(t) = \frac{1}{\theta} (t^{-\theta} - 1) \quad (26)$$

Modela simultaneidad en caídas intensas al tener una marcada dependencia en la cola inferior.

2. **Gumbel** ($\theta \geq 1$), definida en la **Ecuación 27**.

$$\varphi(t) = [-\ln(t)]^\theta \quad (27)$$

Captura picos conjuntos al tener una marcada dependencia en la cola superior.

3. **Frank** ($\theta \neq 0$), definida en la **Ecuación 28**.

$$\varphi(t) = -\ln\left(\frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}\right) \quad (28)$$

Dependencia simétrica sin énfasis en las colas.

4. **Joe** ($\theta \geq 1$), definida en la **Ecuación 29**.

$$\varphi(t) = -\ln[1 - (1 - t)^\theta] \quad (29)$$

Mayor concentración en la cola superior respecto a Gumbel.

Las cópulas de Arquímedes de dos parámetros permiten un control independiente de la dependencia en las colas inferiores y superiores (Joe, 2001):

1. **BB1 (Clayton-Gumbel, $\theta > 0, \delta \geq 1$)**, definida en la **Ecuación 30**.

$$\varphi(t) = (t^{-\theta} - 1)^{\delta} \quad (30)$$

Permite un **control independiente** de colas inferiores (θ) y superiores (δ).

2. **BB6 (Joe-Gumbel, $\theta \geq 1, \delta \geq 1$)**, definida en la **Ecuación 31**.

$$\varphi(t) = (\ln[1 - (1 - t)^{\theta}])^{\delta} \quad (31)$$

Introduce asimetría predominantemente en la cola superior.

3. **BB7 (Joe-Clayton, $\theta \geq 1, \delta > 0$)**, definida en la **Ecuación 32**.

$$\varphi(t) = [1 - (1 - t)^{\theta}]^{\delta} - 1 \quad (32)$$

Combina la intensidad de la cola superior de Joe con la de la cola inferior de Clayton.

4. **BB8 (Joe-Frank, $\theta \geq 1, 0 < \delta \leq 1$)**, definida en la **Ecuación 33**.

$$\varphi(t) = -\ln \left[\frac{1 - (1 - \delta t)^{\theta}}{1 - (1 - \delta)^{\theta}} \right] \quad (33)$$

Ajusta la **simetría** o **asimetría** de la dependencia (según δ).

5.3.5 Cópulas de Valor Extremo

Las **cópulas de valor extremo** modelan la dependencia de **eventos extremos simultáneos**, siendo esenciales en la gestión de riesgos (Joe, 2001):

1. **Tawn Tipo 1** ($\alpha \in [1, 2]$), definida en la **Ecuación 34**.

$$C(u, v) = e^{-[(-\ln u)^\alpha + (-\ln v)^\alpha]^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (34)$$

Es adecuada para modelar eventos con dependencia simétrica extrema.

2. **Tawn Tipo 2** ($\alpha \in [1, 2]$, $\beta \in [0, 1]$), definida en la **Ecuación 35**.

$$C(u, v) = e^{-[(-\ln u)^\alpha + (-\ln v)^\alpha]^{\frac{1}{\alpha}} [1 - \beta(\ln u - \ln v)]} \quad (35)$$

Añade un parámetro β para introducir **asimetría** en la dependencia de la cola superior, permitiendo diferenciar la influencia de cada variable en los extremos.

5.3.6 Estimación de Cópulas

La correcta aplicación de las cópulas en el modelado de la dependencia requiere estimar sus parámetros y seleccionar la estructura que mejor se ajuste a los datos.

Dada una muestra bidimensional $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ con funciones marginales F_X y F_Y , la verosimilitud conjunta bajo una cópula C_θ de densidad $c_\theta(u, v) = \frac{\delta^2 C_\theta(u, v)}{\delta u \delta v}$ se calcula con la **Ecuación 36**.

$$L(\theta, \eta_X, \eta_Y) = \prod_{i=1}^N c_{\theta}[F_X(x_i; \eta_X), F_Y(y_i; \eta_Y)] \cdot f_X(x_i; \eta_X) \cdot f_Y(y_i; \eta_Y) \quad (36)$$

donde η_X y η_Y son parámetros marginales y f_X y f_Y sus densidades (Demarta & McNeil, 2007).

En el **método de máxima verosimilitud** (*MLE*), $\hat{\theta}$, $\hat{\eta}_X$ y $\hat{\eta}_Y$ se obtienen al maximizar la **Ecuación 37** mediante optimización numérica, utilizando algoritmos como Newton-Raphson o BFGS (Demarta & McNeil, 2007).

$$\ell = \ln L \quad (37)$$

En el método de máxima verosimilitud canónico (*CML*), se omiten las densidades marginales, centrándose únicamente la función de verosimilitud descrita en la **Ecuación 38**, donde $\hat{u}_i$ y $\hat{v}_i$ se construyen por medio de rangos de la función empírica de distribución acumulada, maximizándose $\ell = -\ln -L_{CML}$ (Demarta & McNeil, 2007)

$$L_{CML}(\theta) = \prod_{i=1}^N c_{\theta}(\hat{u}_i, \hat{v}_i) \quad (38)$$

Este método es invariante a la densidad marginal y computacionalmente más simple; sin embargo, puede ser inconsistente si las transformaciones empíricas no convergen rápido.

Otra alternativa para mitigar el alto costo computacional de *MLE* es realizar una inferencia para cada margen de manera independiente; esto es,

se estima por separado $\hat{\eta}_X$ y $\hat{\eta}_Y$ maximizando $\prod_i f_X(x_i; \eta_X)$ y $\prod_i f_Y(y_i; \eta_Y)$, respectivamente (Demarta & McNeil, 2007).

Con estas transformaciones $u_i = F_X(x_i; \hat{\eta}_X)$ y $v_i = F_Y(y_i; \hat{\eta}_Y)$ se maximiza la verosimilitud de la cópula de forma similar a *CML*, como se muestra en la **Ecuación 39**.

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \sum_{i=1}^N \ln c_{\theta}(u_i, v_i) \quad (39)$$

Este enfoque reduce la carga computacional al descomponer el problema en varias partes, manteniendo una eficiencia similar a *MLE*.

5.4 Generación de Señales con Cópulas

5.4.1 Enfoque Basado en Retornos

La explotación de la dependencia estadística entre activos permite generar señales de entrada y salida más robustas en los mercados financieros.

En el **enfoque basado en retornos**, una cópula se ajusta a los retornos en un período de tiempo de dos activos transformados a rangos uniformes $\{u_t = F_X(R_t^X), v_t = F_Y(R_t^Y)\}$.

A partir de dicha cópula se generan probabilidades que definen las señales de compra (cuando se supera un umbral superior) y de venta (si cae por debajo de un umbral inferior) (Nasri & Rémillard, 2019). De esta manera, es posible capturar asimetría y colas pesadas con la integración de información dinámica de la dependencia.

La desventaja de este enfoque es que, en activos de baja liquidez donde existen retornos cero consecutivos, las transformaciones uniformes se distorsionan, generando ruido en las señales y posiblemente comisiones excesivas.

5.4.2 Enfoque Basado en Niveles

En este enfoque se construye un **índice de desviación acumulada** (*CMI*) que mide cuánto se aparta la realización observada del valor medio a largo plazo.

Los valores extremos de "*CMI*"_{*t*} se interpretan como sobrevaloraciones o infravaloraciones sostenidas, esperando una eventual reversión hacia la media (Tadi & Witzany, 2025).

En la práctica el *CMI* puede no mostrar reversión hacia la media, a pesar de que se integra el histórico completo de las desviaciones, lo cual dificulta definir niveles bajo un supuesto que posiblemente no se cumpla.

5.4.3 Enfoque Basado en Diferenciales Estacionarios

Cuando dos series $\{X_t\}$ y $\{Y_t\}$ son $I(1)$ y existe un $\beta = (\beta_1, \beta_2)$ tal que se cumple la **Ecuación 40**, el diferencial S_t es estacionario.

$$S_t = \beta_1 X_t + \beta_2 Y_t, S_t \sim I(0) \quad (40)$$

En este caso, se construye una cópula para modelar la distribución conjunta de dos diferenciales estacionarios, permitiendo derivar señales de compraventa basadas en probabilidades condicionales definidas por la cópula (Tadi & Witzany, 2025).

Al utilizar diferenciales estacionarios, se reduce el sesgo de tendencias sostenidas utilizando la cointegración como métrica robusta de arbitraje estadístico.

Para generar señales válidas se requiere estimar β y modelar correctamente la estructura de la dependencia.

CAPÍTULO 6

METODOLOGÍA

El presente estudio adopta un diseño de investigación **cuantitativo**, **explicativo** y **longitudinal**, enmarcado dentro del paradigma de las finanzas computacionales.

La investigación consiste en el desarrollo, implementación y evaluación retroactiva de un modelo analítico que permita la generación de señales de compraventa automatizada en el mercado de los activos digitales.

La metodología central se fundamenta en el trabajo de Tadi & Witzany (2025), el cual se amplía con configuraciones paramétricas adicionales y un período de validación más extenso.

6.1 Población y Muestra

6.1.1 Población

El universo de estudio comprende todos los pares de futuros perpetuos de criptomonedas con margen en USDT listados en la plataforma Binance. Se emplea un muestreo no probabilístico por criterios con el objetivo de asegurar la liquidez y viabilidad operativa de la estrategia, así como la replicabilidad del estudio.

Los criterios de inclusión aplicados son los siguientes:

- Un volumen promedio de negociación diario superior a los 10 millones de dólares estadounidenses (USD).
- Una capitalización de mercado superior a los 500 millones de USD.
- Un historial de precios continuo y disponible de, al menos, cuatro años.

La unidad de análisis final la constituyen los pares de diferenciales cointegrados con BTCUSDT, actuando este último como activo de referencia del mercado. La selección muestral resulta en un conjunto de 20 criptomonedas.

El período de simulación retroactiva comprende desde el **1 de enero de 2021** hasta el **11 de octubre de 2025**. La elección de este rango temporal responde a dos criterios fundamentales. Primero, permite la comparación con el estudio de referencia de Tadi & Witzany (2025), cuyo análisis abarca desde enero de 2021 hasta enero de 2023.

Además, la extensión del período hasta octubre de 2025 incorpora regímenes de mercado adicionales no observados en el estudio original, incluyendo ciclos de vida de alta volatilidad (como el mercado alcista de 2024) y fases de consolidación, lo que permite evaluar la robustez de la metodología propuesta en condiciones variables y actualizadas.

6.2 Recolección de Información

La fuente primaria de datos es la API pública de Binance. Las series de tiempo históricas de los precios de cierre de 20 criptomonedas se recolectan **con una frecuencia de 5 minutos**, incluyendo BTCUSDT como activo de referencia.

La elección de la granularidad de 5 minutos se fundamenta en la evidencia empírica presentada por Tadi & Witzany (2025), quienes demostraron que las estrategias de reversión a la media basadas en cointegración y cópulas exhiben un rendimiento superior en este marco temporal en comparación con frecuencias horarias, debido a la captura más eficiente de las desviaciones estocásticas de corto plazo características del mercado de criptomonedas.

La extracción y el procesamiento de los datos se realizan mediante un programa desarrollado en Python, utilizando la biblioteca *Python-binance*. Este proceso garantiza la homogeneidad temporal de las series, el alineamiento de las marcas de tiempo y evita la existencia de datos faltantes para asegurar la integridad de las pruebas retroactivas.

6.3 Procedimiento Experimental

El procedimiento experimental se estructura en un esquema iterativo de ventanas deslizantes. Este diseño divide el eje temporal en dos fases secuenciales: una **fase de formación** (entrenamiento) y una **fase de compraventa** (validación fuera de la muestra).

Formalmente, se define una ventana de formación W_{form}^i de longitud L_{form} y una ventana de compraventa subsecuente W_{cv}^i de longitud L_{cv} para cada iteración i .

La ventana de formación se desplaza hacia adelante exactamente L_{cv} períodos una vez finalizada W_{cv}^i , descartando los datos más antiguos e incorporando los más recientes observados durante la fase de compraventa. Este mecanismo asegura que en ningún momento se utilizan datos futuros

para la calibración de los modelos (*lookahead bias*), replicando fielmente las condiciones reales de operación algorítmica,

6.3.1 Identificación de Pares Cointegrados

El siguiente procedimiento se ejecuta para identificar los pares de criptomonedas que exhiben una relación de equilibrio estacionario con BTCUSDT durante la fase de formación W_{form}^i .

1. Se estima una relación de cointegración mediante un modelo de regresión lineal por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) para cada criptomoneda X en la muestra (excluyendo BTCUSDT). La **Ecuación 41** define el diferencial S_t para el tiempo t .

$$S_t^i = P_t^{BTC} - \hat{\beta} \cdot P_t^X \quad (41)$$

Donde P_t^{BTC} y P_t^X son los precios en el instante t de BTCUSDT y la criptomoneda X , respectivamente, y $\hat{\beta}$ es el coeficiente de pendiente estimado por MCO.

2. Las siguientes pruebas de raíz unitaria le son aplicadas a la serie temporal de diferenciales S_t resultante para verificar la condición de cointegración a un nivel de significación $\alpha = 0.10$:
 - a. **Engle-Granger (EG)**: Prueba de Dickey-Fuller aumentada (ADF) sobre los residuos de la regresión S_t , basada en el supuesto de reversión lineal.
 - b. **Kapetanios-Shin-Snell (KSS)**: Prueba diseñada para detectar relaciones de cointegración no lineales, utilizando el valor crítico de -1.92, correspondiente a $\alpha = 0.10$.
 - c. **Phillips-Ouliaris (PO)**: Prueba que extiende a la ADF incorporando correcciones no paramétricas para la

autocorrelación y heterocedasticidad, utilizando un valor crítico de -14.1, correspondiente a $\alpha = 0.10$.

3. Para cada prueba de cointegración aplicada de forma independiente, se filtran aquellas criptomonedas cuyo diferencial S_t resulta estacionario, esto es, se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria.
4. Posteriormente, se calcula la correlación τ de Kendall entre los precios originales de BTCUSDT y cada una de las criptomonedas cointegradas.
5. Se seleccionan las dos criptomonedas con los valores más altos de τ de Kendall.

Cabe destacar que, durante la ejecución de las configuraciones óptimas reportadas en este estudio, siempre se contó con al menos dos pares cointegrados, por lo que no se produjeron períodos de inactividad forzosa por falta de activos elegibles.

6.3.2 Modelado de Dependencias

Para el par de criptomonedas seleccionado, denotado como X e Y , se toman sus respectivas series de diferenciales estacionarios S_t^X y S_t^Y de la ventana de formación W_{form}^i y se modela su estructura de dependencia mediante el siguiente flujo de trabajo:

1. Se estandarizan los diferenciales restando la media de la ventana y dividiendo entre la desviación estándar.
2. A continuación, a cada serie estandarizada se le ajustan tres distribuciones paramétricas candidatas: Normal, t de Student y Cauchy.

3. La distribución óptima para cada marginal se selecciona empleando el **Criterio de Información de Akaike (AIC)**, eligiendo aquella que minimiza dicho valor.
4. Los diferenciales observados se transforman a variables uniformes estándar U_t y V_t mediante la **Transformada Integral de Probabilidad (PIT)**, donde $U_t = F_X(S_t^X)$ y $V_t = F_Y(S_t^Y)$, siendo F_X y F_Y las funciones de distribución acumulada (CDF) de las distribuciones marginales óptimas seleccionadas en el paso anterior.
5. Se ajusta un conjunto de 12 cópulas candidatas al vector de pseudo-observaciones (U_t, V_t) . Las familias consideradas son las siguientes
 - a. **Cópulas elípticas:** Normal y t de Student.
 - b. **Cópulas de Arquímedes:** Clayton, Gumbel, Frank, Joe, BB1, BB6, BB7 y BB8.
 - c. **Cópulas de valor extremo:** Tawn tipo 1 y Tawn tipo 2.
6. Los parámetros de cada cópula se estiman usando el método de Máxima Verosimilitud (MLE).
7. La cópula óptima C_{opt} es aquella que minimiza el valor del AIC.

6.3.3 Generación de Señales

Durante la ventana de compraventa subsecuente W_{cv}^i (de duración variable, inicialmente 7 días), se generan señales de operación para cada nuevo registro de precios con una frecuencia de 5 minutos, utilizando los parámetros calibrados en W_{form}^i .

Para cada nuevo registro de precios en $t \in W_{cv}^i$, se calculan los diferenciales actuales S_t^X y S_t^Y utilizando el coeficiente $\hat{\beta}$ estimado en la fase de formación. Estos se estandarizan con la media y la desviación estándar de

W_{form}^i y se transforman a valores uniformes U_t y V_t usando las CDF marginales F_X y F_Y previamente ajustadas.

Las probabilidades condicionales se calculan numéricamente a partir de la cópula óptima C_{opt} :

- $P(U \leq U_t | V = V_t) \approx \left. \frac{\partial C_{opt}(U, V)}{\partial V} \right|_{(U_t, V_t)}$
- $P(V \leq V_t | U = U_t) \approx \left. \frac{\partial C_{opt}(U, V)}{\partial U} \right|_{(U_t, V_t)}$

Se definen dos umbrales: $\theta_{apertura}$ para apertura de posiciones y θ_{cierre} para cierre de posiciones. Las reglas de ejecución son simétricas:

- **Apertura de posición larga en X y corta en Y:**
Si $P(U \leq U_t | V = V_t) \geq 1 - \theta_{apertura}$ y $P(V \leq V_t | U = U_t) \leq \theta_{apertura}$
- **Apertura de posición corta en X y larga en Y:**
Si $P(U \leq U_t | V = V_t) \leq \theta_{apertura}$ y $P(V \leq V_t | U = U_t) \geq 1 - \theta_{apertura}$
- **Cierre de posiciones.** Cualquier posición abierta se cierra cuando la condición de mercado se normaliza:
 $\theta_{cierre} \leq P(U \leq U_t | V = V_t) \leq 1 - \theta_{cierre}$ y
 $\theta_{cierre} \leq P(V \leq V_t | U = U_t) \leq 1 - \theta_{cierre}$
- Con el fin de acotar la exposición temporal al riesgo de modelo, todas las posiciones abiertas se cierran forzosamente al final de la ventana de compraventa W_{cv}^i . Este cierre se ejecuta al precio de las 23:55 UTC del último día del período de compraventa.

6.3.4 Evaluación del Desempeño y Supuestos de la Simulación

El escenario de simulación asume un capital inicial nominal de 20,000 USDT por período.

Los siguientes supuestos aplican sobre la simulación:

- Se asume el peor escenario posible en el ecosistema de *Binance Futures*, aplicando una tasa fija de 0.04% por transacción (tarifa *Taker*). Esto penaliza la estrategia frente a escenarios más optimistas con tarifas *Maker*.
- No se aplica un descuento por deslizamiento de precios (*slippage*) en esta fase de la investigación, con el fin de replicar el estudio base.

El desempeño se evalúa mediante un conjunto estándar de métricas de finanzas cuantitativas: Retorno Neto (%), Volatilidad Anualizada, Razón de Sharpe, Máxima Caída (*Maximum Drawdown*) y la Razón Retorno/Máxima Caída.

Adicionalmente, se implementa un análisis cuantitativo del valor en riesgo (*VaR*) histórico, el cual se calcula a partir de la distribución empírica de los retornos observados para un nivel de confianza del 99% ($\alpha = 0.01$):

$$\text{VaR}_{5\min} = \text{Percentil}_{1\%}(r_t)$$

6.3.5 Diseño de Experimentos

Para probar las hipótesis de investigación y determinar la configuración paramétrica óptima, se implementa un diseño factorial que evalúa las siguientes dimensiones:

1. **Optimización de Configuraciones Temporales:** Se evalúan todas las combinaciones posibles de ventanas de formación $L_{form} \in \{3,4,5\}$ semanas y ventanas de compraventa $L_{cv} \in \{3,5,7\}$ días. Esto resulta en 9 configuraciones temporales para cada prueba de cointegración.
2. **Comparación de Pruebas de Cointegración:** Se mide de forma independiente la eficacia de las pruebas Engle-Granger (EG), Kapetanios-Shin-Snell (KSS) y Phillips-Ouliaris (PO) en la selección de pares rentables y estables.
3. **Calibración del Umbral de Apertura:** Para la configuración temporal y prueba de cointegración más prometedora, se analiza el impacto en el desempeño al variar sistemáticamente el umbral de apertura $\theta_{apertura}$ en el conjunto $\{10\%, 15\%, 20\%, 25\%, 30\%, 35\%\}$, manteniendo fijo el umbral de cierre θ_{cierre} .

El objetivo de este diseño experimental es identificar la tripleta $(L_{form}^*, L_{cv}^*, \theta_{apertura}^*)$ y la prueba de cointegración que maximiza la rentabilidad ajustada al riesgo (Razón de Sharpe) sobre el período de validación completo (enero 2021 – octubre 2025).

CAPÍTULO 7

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El presente capítulo expone los resultados obtenidos de la implementación del modelo analítico para generación de señales de compraventa en el mercado de los activos digitales.

La evaluación se realiza por medio del diseño experimental propuesto, con el objetivo de identificar la combinación óptima que maximice el desempeño de la estrategia bajo criterios de rentabilidad ajustada al riesgo.

7.1 Optimización del Umbral de Apertura

La determinación del umbral de apertura óptimo (α_1) constituye un aspecto fundamental en la efectividad de la estrategia de compraventa, dado que este parámetro controla la selectividad de las señales generadas y, consecuentemente, el balance entre la frecuencia operativa y la calidad de las oportunidades identificadas.

Para este análisis, se evaluaron sistemáticamente seis umbrales de apertura distintos (10%, 15%, 20%, 25%, 30% y 35%) con ventanas de formación de 3 semanas y de compraventa de 7 días. Los resultados, sintetizados en la **Tabla 2**, revelan patrones significativos en la relación entre el nivel de selectividad y las métricas de desempeño.

Tabla 2. Evaluación del Desempeño con Diferentes Umbrales de Apertura (prueba KSS).

Umbral	Retorno Neto (%)	Razón de Sharpe	Máxima Caída (%)	Cantidad de Transacciones	Retorno / Caída
10%	574.9	0.94	-57.2	561	10.0
15%	759.1	1.40	-47.3	438	16.0
20%	648.7	1.34	-47.1	370	13.8
25%	738.4	1.54	-46.5	331	15.9
30%	780.4	1.35	-73.0	301	10.7
35%	843.0	1.47	-69.3	264	12.2

Fuente: Elaboración propia.

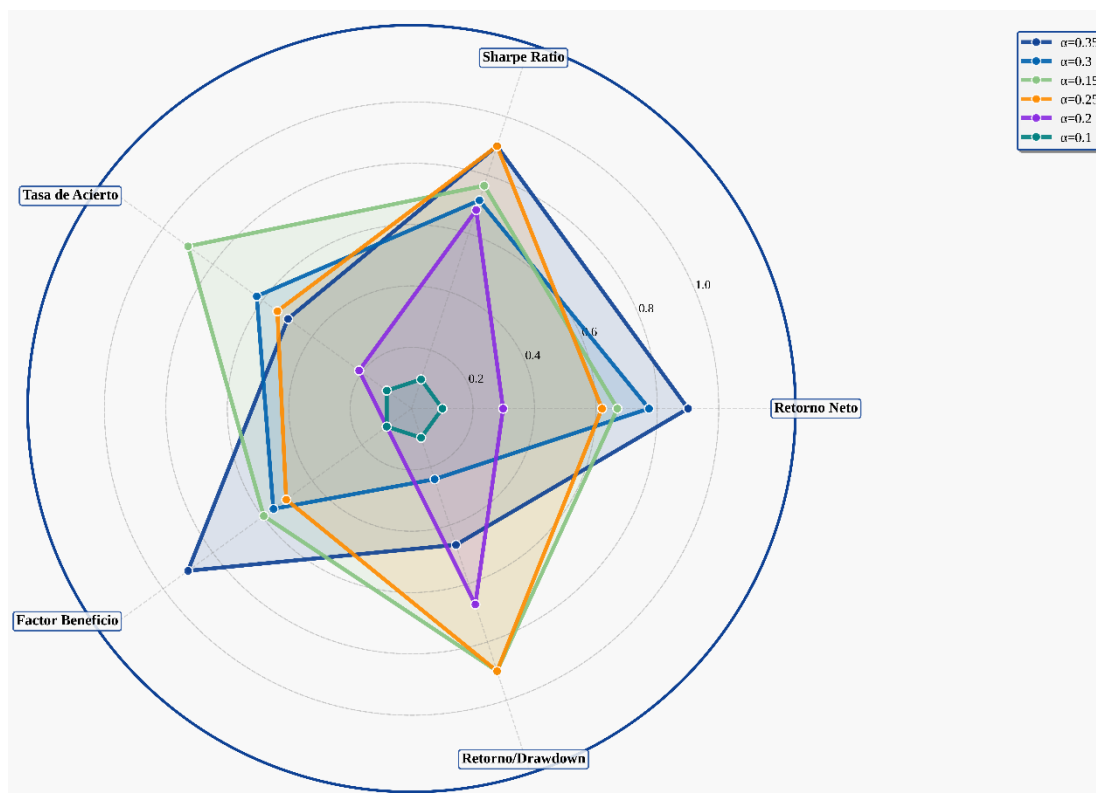
El análisis de la **Tabla 2** muestra una relación no monotónica entre el umbral de apertura y el desempeño de la estrategia. Aunque los umbrales más bajos (10% y 15%) generan una mayor frecuencia operativa (561 y 438 transacciones, respectivamente), los costos de transacción son proporcionalmente mayores, lo cual se traduce en una menor eficiencia en la selección de oportunidades. El umbral del 10%, en particular, presenta la razón de Sharpe más baja (0.94) y una relación retorno-caída de 10%, indicando un pobre desempeño ajustado al riesgo.

Por contraste, los umbrales más elevados (30% y 35%), si bien reducen significativamente el número de transacciones (301 y 264, respectivamente) y alcanzan mayores retornos netos absolutos (780.4% y 843.0%), exhiben

caídas excesivas (-73.0% y -69.3%), relacionadas con una mayor proporción de cierres forzosos.

El umbral del 25% emerge como la configuración óptima, al alcanzar el máximo valor de la razón de Sharpe (1.54) y mantener una relación retorno-caída equilibrada (15.9%). Esta configuración representa el punto de inflexión, donde la selectividad de las señales genera el mejor balance entre rentabilidad y control de riesgo.

La **Gráfica 1** presenta un análisis comparativo de los indicadores para los diferentes umbrales. Cabe destacar que, a pesar de que el umbral del 15% presenta un retorno neto ligeramente superior (759.1% vs 738.4%), su razón de Sharpe es significativamente menor y su mayor número de transacciones lo hacen menos eficiente desde la perspectiva de la gestión de riesgos y costos operativos.



Gráfica 1. Comparación de indicadores con distintos umbrales de apertura para la prueba KSS. Fuente: Elaboración propia.

7.2 Evaluación de Configuraciones Temporales

Una vez establecido el umbral de apertura óptimo del 25%, se evalúa el impacto de las ventanas temporales en el desempeño de las tres pruebas de cointegración consideradas. El diseño experimental comprende 27 opciones resultantes de la combinación factorial de ventanas de formación (3, 4 y 5 semanas) y ventanas de compraventa (3, 5 y 7 días) para cada prueba de cointegración (EG, KSS y PO).

La **Tabla 3** presenta las configuraciones óptimas identificadas para cada metodología de cointegración.

Tabla 3. Configuraciones Óptimas por Prueba de Cointegración
($\alpha_1 = 25\%$)

Prueba de Cointegración	Kapetanios-Shin-Snell (KSS)	Engle-Granger (EG)	Phillips-Ouliaris (PO)
Período de Formación	4 semanas	3 semanas	3 semanas
Período de Compraventa	7 días	3 días	7 días
Retorno Neto (%)	601.2	574.5	407.5
Razón de Sharpe	1.87	1.71	1.49
Máxima Caída	-39.9	-20.3	-35.2
Cantidad de Transacciones	297	538	369
Retorno/Caída	15.1	28.2	11.6
VaR 5 min 99% (%)	-0.19	-0.21	-0.22
VaR 1 año 99% (%)	-5.11	-11.65	-29.46

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados revelan comportamientos diferenciados en la efectividad de cada prueba de cointegración. La prueba de Kapetanios-Shin-Snell (KSS) con configuración de 4 semanas de formación y 7 días de compraventa demuestra superioridad, alcanzando la razón de Sharpe más elevada (1.87) y un retorno neto del 601.2%. La configuración mencionada se caracteriza por un número moderado de transacciones, específicamente 297, y una caída máxima controlada del 39.9%.

La prueba de Engle-Granger demuestra un mejor desempeño con ventanas más cortas de 3 semanas y 3 días. Esta configuración logra la menor caída máxima, de 20.3%. Sin embargo, una mayor frecuencia operativa incrementa los costos y la exposición.

La prueba Phillips-Ouliaris, por su parte, presenta el desempeño más modesto. El retorno neto de esta prueba es de 407.5%, con una razón de Sharpe de 1.49.

El análisis del valor en riesgo revela diferencias sustanciales en el perfil de riesgo de las tres pruebas de cointegración evaluadas. Como se observa en la Tabla 4, la prueba KSS presenta el menor VaR de 5 minutos (-0.19%), seguido por EG (-0.21%) y PO (-0.22%).

Esta diferencia se amplifica significativamente en el horizonte anual: el VaR de 1 año para KSS es de -5.11%, mientras que para EG alcanza -11.65% y para PO -29.46%.

La **Gráfica 2** ilustra la evolución temporal del retorno para las tres estrategias ganadoras. La configuración KSS exhibe una trayectoria de crecimiento estable. Esta metodología demuestra recuperaciones rápidas tras períodos de caída. Además, presenta una menor exposición a eventos de volatilidad extrema.



Gráfica 2. Evolución temporal del retorno para la estrategia ganadora por prueba de cointegración. Fuente: Elaboración propia.

7.3 Discusión y Conclusiones

Esta investigación desarrolla un método analítico que incorpora cointegración y modelado de dependencia para el diseño de estrategias de comercio de activos digitales.

La identificación de relaciones de equilibrio a largo plazo se consigue mediante la aplicación de pruebas de cointegración. La prueba de Kapetanios-Shin-Snell es la que obtuvo los mejores resultados.

La implementación de estrategias de compraventa de activos digitales se realiza a través de pruebas retroactivas en Python. El modelado de dependencia con cópulas permite capturar dinámicamente la dependencia conjunta en períodos de tensión de mercado durante el período de prueba.

Los hallazgos de esta investigación representan un avance respecto al trabajo de Tadi & Witzany (2025). Estos autores identificaron la prueba de Engle-Granger como la más efectiva. No obstante, el análisis realizado revela una superioridad de la prueba KSS en horizontes temporales extendidos.

La discrepancia observada se atribuye parcialmente a que el estudio de Tadi & Witzany (2025) se concentró en períodos de formación más cortos, donde las ventajas de KSS para capturar relaciones no lineales no resultan tan evidentes.

La optimización paramétrica realizada en este trabajo permite identificar configuraciones que mejoran sustancialmente el desempeño reportado por estos autores. Específicamente, el umbral de apertura del 25% y la

configuración temporal de 4 semanas de formación con 7 días de compraventa demostraron ser los óptimos para maximizar la razón de Sharpe, alcanzando un rendimiento neto anual de 128%, superior al de 111% reportado previamente en la literatura.

El análisis del valor en riesgo indica que la estrategia KSS no solo genera mayores retornos ajustados al riesgo, sino que también expone al inversionista a menores pérdidas potenciales en escenarios extremos.

En investigaciones futuras, es recomendable explorar la incorporación de técnicas de aprendizaje automático que permitan la detección de relaciones de cointegración y la optimización dinámica de parámetros. Además, este análisis eventualmente puede extenderse a un conjunto más amplio de activos digitales para evaluar el desempeño de la estrategia en diferentes regímenes de mercado.

En conclusión, esta investigación valida la efectividad de las estrategias basadas en cointegración y cópulas para la compraventa de criptomonedas, estableciendo configuraciones paramétricas óptimas y demostrando la superioridad de los métodos no lineales como KSS en horizontes temporales extendidos.

Los resultados constituyen una contribución significativa al campo de las finanzas computacionales y proporcionan las bases para el desarrollo de estrategias algorítmicas más sofisticadas en mercados digitales.

REFERENCIAS

- Adhami, S., Giudici, G., & Martinazzi, S. (2017). Why Do Businesses Go Crypto? An Empirical Analysis of Initial Coin Offerings. *SSRN Electronic Journal*.
<https://doi.org/10.2139/ssrn.3046209>
- Angeris, G., & Chitra, T. (2020). Improved Price Oracles: Constant Function Market Makers. *Proceedings of the 2nd ACM Conference on Advances in Financial Technologies*, 80–91. <https://doi.org/10.1145/3419614.3423251>
- Barberis, N., & Thaler, R. (2002). *A Survey of Behavioral Finance*. National Bureau of Economic Research. <https://doi.org/10.3386/w9222>
- Berg, J. A., Fritsch, R., Heimbach, L., & Wattenhofer, R. (2022). *An Empirical Study of Market Inefficiencies in Uniswap and SushiSwap* (No. arXiv:2203.07774). arXiv.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2203.07774>
- Binance Research. (2025, febrero 6). *Monthly Market Insights—February 2025*. Binance. <https://www.binance.com/research/analysis/monthly-market-insights-2025-02>
- Brini, A., & Lenz, J. (2024). *A Comparison of Cryptocurrency Volatility-benchmarking New and Mature Asset Classes* (No. arXiv:2404.04962). arXiv.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.04962>

- Cartea, Á. (2015). *Algorithmic and high-frequency trading*. Cambridge University Press.
- Damodaran, A. (2012). *Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset, University Edition* (3rd ed). John Wiley & Sons, Incorporated.
- Demarta, S., & McNeil, A. J. (2007). The t Copula and Related Copulas. *International Statistical Review*, 73(1), 111–129. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2005.tb00254.x>
- Eckhardt, Y., & Glückler, J. (2025). Cryptocurrencies, a controversial innovation? Unpacking argumentation analysis in economic geography. *Progress in Economic Geography*, 3(1), 100032. <https://doi.org/10.1016/j.peg.2024.100032>
- Engle, R. F., & Granger, W. J. (1987). Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing. *Econometrica*, 55(2), 251–276. <https://doi.org/10.2307/1913236>
- Fang, F., Ventre, C., Basios, M., Kanthan, L., Martinez-Rego, D., Wu, F., & Li, L. (2022). Cryptocurrency trading: A comprehensive survey. *Financial Innovation*, 8(1), 13. <https://doi.org/10.1186/s40854-021-00321-6>
- Fundación Ethereum. (2025, febrero 12). *Ethereum Whitepaper*. Ethereum.Org. <https://ethereum.org/en/whitepaper/>

- Gandour, J., Riddell, R., & Ahmed, N. (2024, septiembre 24). *Multilateralism in an Era of Global Oligarchy*. Oxfam International.
<https://www.oxfam.org/en/research/multilateralism-era-global-oligarchy>
- Gangwal, A., Gangavalli, H. R., & Thirupathi, A. (2022). *A Survey of Layer-Two Blockchain Protocols* (No. arXiv:2204.08032). arXiv.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.08032>
- Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis*. Princeton University Press.
- Hanyecz, L. (2010, mayo 22). *Pizza for bitcoins?* [Publicación en foro]. Pizza for bitcoins? <https://bitcointalk.org/index.php?topic=137.msg665>
- Joe, H. (2001). *Multivariate models and dependence concepts*. Chapman & Hall/CRC.
- Kapengut, E., & Mizrach, B. (2023). *An Event Study of the Ethereum Transition to Proof-of-Stake* (No. arXiv:2210.13655). arXiv.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2210.13655>
- Kapetanios, G., Shin, Y., & Snell, A. (2003). Testing for a unit root in the nonlinear STAR framework. *Journal of Econometrics*, 112(2), 359–379.
[https://doi.org/10.1016/s0304-4076\(02\)00202-6](https://doi.org/10.1016/s0304-4076(02)00202-6)
- Li, W., Liu, Z., Chen, J., Liu, Z., & He, Q. (2025). Towards Blockchain Interoperability: A Comprehensive Survey on Cross-Chain Solutions. *Blockchain: Research and Applications*, 100286. <https://doi.org/10.1016/j.bcra.2025.100286>
- Li, X., Wang, X., Kong, T., Zheng, J., & Luo, M. (2022). From Bitcoin to Solana – Innovating Blockchain Towards Enterprise Applications. En K. Lee & L.-J. Zhang

- (Eds.), *Blockchain – ICBC 2021* (Vol. 12991, pp. 74–100). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-96527-3_6
- Makarov, I., & Schoar, A. (2018). Trading and Arbitrage in Cryptocurrency Markets. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3171204>
- Manahov, V. (2024). The great crypto crash in September 2018: Why did the cryptocurrency market collapse? *Annals of Operations Research*, 332(1–3), 579–616. <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05575-0>
- Miller, D., & Kim, J.-M. (2021). Univariate and Multivariate Machine Learning Forecasting Models on the Price Returns of Cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 14(10), Article 10. <https://doi.org/10.3390/jrfm14100486>
- Moore, T., & Christin, N. (2013). Beware the Middleman: Empirical Analysis of Bitcoin-Exchange Risk. En A.-R. Sadeghi (Ed.), *Financial Cryptography and Data Security* (Vol. 7859, pp. 25–33). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-39884-1_3
- Muck, M., Schmidl, T., & Wolf, J. (2025). Wish or reality? On the exploitability of triangular arbitrage in cryptocurrency markets. *Finance Research Letters*, 73, 106508. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2024.106508>
- Mungo, L., Bartolucci, S., & Alessandretti, L. (2023). *Cryptocurrency co-investment network: Token returns reflect investment patterns* (No. arXiv:2301.02027). arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2301.02027>

- Murphy, J. J. (1999). *Technical analysis of the financial markets: A comprehensive guide to trading methods and applications*. New York Institute of Finance.
- Nakamoto, S. (2008). *Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System*.
<https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>
- Nasri, B. R., & Rémillard, B. N. (2019). Copula-based dynamic models for multivariate time series. *Journal of Multivariate Analysis*, 172, 107–121.
<https://doi.org/10.1016/j.jmva.2019.03.002>
- Nelsen, R. B. (2006). *An introduction to copulas* (2nd ed). Springer.
- Tadi, M., & Kortchmeski, I. (2021). Evaluation of Dynamic Cointegration-Based Pairs Trading Strategy in the Cryptocurrency Market. *Studies in Economics and Finance*, 38(5), 1054–1075. <https://doi.org/10.1108/SEF-12-2020-0497>
- Tadi, M., & Witzany, J. (2025). Copula-based trading of cointegrated cryptocurrency Pairs. *Financial Innovation*, 11(1), 40. <https://doi.org/10.1186/s40854-024-00702-7>
- Vo, A., & Yost-Bremm, C. (2020). A High-Frequency Algorithmic Trading Strategy for Cryptocurrency. *Journal of Computer Information Systems*, 60(6), 555–568.
<https://doi.org/10.1080/08874417.2018.1552090>
- Werner, S. M., Perez, D., Gudgeon, L., Klages-Mundt, A., Harz, D., & Knottenbelt, W. J. (2022). *SoK: Decentralized Finance (DeFi)* (No. arXiv:2101.08778). arXiv.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2101.08778>
- World Economic Forum. (2025). *Asset Tokenization in Financial Markets: The Next Generation of Value Exchange*.

https://reports.weforum.org/docs/WEF_Asset_Tokenization_in_Financial_Markets_2025.pdf

Xiong, X., & Luo, J. (2024). *Global Trends in Cryptocurrency Regulation: An Overview* (No. arXiv:2404.15895). arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.15895>