

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA



**“ANÁLISIS TEÓRICO-COMPUTACIONAL DE LA PERMEABILIDAD
RELATIVA BIFÁSICA EN MEDIOS POROSOS EN CONDICIONES
DINÁMICAS. APLICACIÓN DE PROBLEMAS DE CERRADURA Y USO
DE MICROGRAFÍAS DIGITALMENTE PROCESADAS”**

TESIS

**QUE COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

PRESENTA

JORGE ALBERTO BRIONES CARRILLO

LINARES, NUEVO LEÓN

JUNIO DE 2026



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA



LA TESIS

**“ANÁLISIS TEÓRICO-COMPUTACIONAL DE LA
PERMEABILIDAD RELATIVA BIFÁSICA EN MEDIOS POROSOS
EN CONDICIONES DINÁMICAS. APLICACIÓN DE PROBLEMAS
DE CERRADURA Y USO DE MICROGRAFÍAS DIGITALMENTE
PROCESADAS”**

**QUE PRESENTA
M.C. JORGE ALBERTO BRIONES CARRILLO**

**QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR POR EL GRADO DE
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

**Vo. Bo.
DIRECTOR DE TITULACIÓN**


DR. CARLOS GILBERTO AGUILAR MADERA

LINARES, N.L. MÉXICO



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA



LA TESIS

**“ANÁLISIS TEÓRICO-COMPUTACIONAL DE LA PERMEABILIDAD
RELATIVA BIFÁSICA EN MEDIOS POROSOS EN CONDICIONES
DINÁMICAS. APLICACIÓN DE PROBLEMAS DE CERRADURA Y USO DE
MICROGRAFÍAS DIGITALMENTE PROCESADAS”**

**QUE PRESENTA
M.C. JORGE ALBERTO BRIONES CARRILLO**

**HA SIDO ACEPTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR POR EL GRADO
DE DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

**Vo. Bo.
COMITÉ DE TITULACIÓN**


DR. CARLOS GILBERTO AGUILAR MADERA
Director FCT/UANL


DR. VÍCTOR MATÍAS PÉREZ
FCT/UANL


DR. IGNACIO NAVARRO DE LEÓN
FCT/UANL


DR. GILBERTO ESPINOSA PAREDES
Universidad Autónoma Metropolitana


DR. ERIK CÉSAR HERRERA HERNÁNDEZ
Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Por este medio declaro bajo protesta, haber realizado esta tesis de manera personal y haber utilizado únicamente los medios, procedimientos y asesorías descritas en la misma.



Jorge Alberto Briones Carillo

Junio de 2026

Dedicatoria

A mi esposa, ♡Evelyn Zulay♡, por su amor y apoyo incondicional, y por hacer de mis sueños una realidad. Te amo.

A mis hijos, Jorge Yusef y Camila Zoe, por ser mi fuente de inspiración.

A mis padres, Francisco y Ninfa, por su ejemplo de vida y por siempre creer en mí.

Que este logro honre su presencia en mi vida y recuerde siempre que los sueños, con dedicación, esfuerzo y amor, se hacen realidad.

Agradecimientos

Al Dr. Carlos Gilberto Aguilar Madera, por su amistad sincera y por haber confiado en mí desde el momento en que dirigió mi trabajo de maestría, así como por su invaluable entrega en la dirección de esta Tesis de Doctorado en Ciencias de la Tierra, por enseñarme no solo ciencia, sino también disciplina, pasión y entrega. Mi querido y admirado “Sensei”, con profundo respeto y gratitud.

Al Dr. Víctor Matías Pérez, por su apoyo sincero, su valiosa amistad y sus sabios consejos, fundamentales para hacer posible este logro.

Al, Dr. Gilberto Espinosa Paredes, por su hospitalidad durante mis estancias académicas, por su valioso apoyo en el desarrollo de esta investigación, y por ser una persona a quién admiro profundamente.

Al Dr. Erick Cesar Herrera Hernández, por la revisión de mi tesis y por su sincera amistad.

Al Dr. Ignacio Navarro de León, por sus aportes, su experiencia, sus consejos y por la revisión de mi tesis.

Al (†)Lic. Roberto Soto Villalobos, por sus consejos y enseñanzas que perduran en mí, sé que desde el cielo, celebras este logro conmigo, mi querido “Sotonás”.

A mis profesores, directivos, al Sindicato STUANL y al personal administrativo de la Facultad de Ciencias de la Tierra de la Universidad Autónoma de Nuevo León, por su apoyo y por brindarme las facilidades que hicieron posible culminar este Doctorado en Ciencias de la Tierra.

El CONACYT, hoy SECIHTI (Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación) por el apoyo económico brindado a través de la beca de doctorado, que hizo posible este logro.

A mis familiares y amigos.

A Dios que lo hace posible todo.

RESUMEN

Esta tesis doctoral aborda el estudio de la permeabilidad relativa bifásica en medios porosos mediante un enfoque teórico-computacional que integra la solución de problemas de cerradura derivados de la teoría de promediado volumétrico de Whitaker (1994) con simulaciones directas de flujo en micrografías digitalmente procesadas. Se desarrolla y valida una metodología numérica para estimar los tensores de permeabilidad efectiva y acoplamiento viscoso bajo condiciones dinámicas de drene e imbibición, considerando efectos de histéresis, tensión interfacial y mojabilidad. Los resultados demuestran que el modelo escalado de Whitaker captura la anisotropía y el acoplamiento entre fases, ofreciendo una alternativa física a los modelos empíricos tradicionales. La simulación en microestructuras reales de rocas carbonatadas y areniscas valida la metodología y revela comportamientos no lineales asociados a la heterogeneidad existente a la escala de poro. Esta investigación proporciona herramientas computacionales para la predicción de flujo bifásico en aplicaciones energéticas y ambientales.

ABSTRACT

This doctoral thesis addresses the study of two-phase relative permeability in porous media through a theoretical-computational approach that integrates the solution of closure problems derived from Whitaker's volume averaging theory (1994) with direct flow simulations in digitally processed micrographs. A numerical methodology is developed and validated to estimate effective permeability and viscous drag tensors under dynamic drainage and imbibition conditions, considering hysteresis, interfacial tension, and wettability effects. Results demonstrate that the upscaled model captures anisotropy and phase coupling, offering a physics-based alternative to traditional empirical models. Simulation in real carbonate and sandstone rock microstructures validates the methodology and reveals nonlinear behaviors associated with pore-scale heterogeneity. This research provides computational tools for predicting two-phase flow in energy and environmental applications.

Tabla de contenido

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. CONTEXTO Y MOTIVACIÓN	4
<i>Aspectos destacados de la investigación</i>	<i>6</i>
1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	6
<i>El modelo matemático ampliado para el flujo bifásico</i>	<i>7</i>
<i>El esquema de problemas de cerradura para estimar coeficientes efectivos</i>	<i>10</i>
1.3. OBJETIVOS	14
<i>Objetivo general.....</i>	<i>14</i>
<i>Objetivos específicos.....</i>	<i>14</i>
1.4. HIPÓTESIS.....	14
2. ESTADO DEL ARTE.....	15
2.1. TEORÍA FUNDAMENTAL	15
<i>Propiedades de rocas y sus implicaciones en el flujo de fluidos.....</i>	<i>16</i>
2.2. MODELOS TEÓRICOS PARA LA SIMULACIÓN NUMÉRICA DE FLUJO BIFÁSICO	36
<i>Método Level Set</i>	<i>41</i>
<i>Método de Volumen de Fluido</i>	<i>44</i>
<i>Método Phase Field</i>	<i>48</i>
<i>Método de red de poros.....</i>	<i>52</i>
<i>Método de Lattice-Boltzmann.....</i>	<i>58</i>
<i>Modelos basados en Machine Learning.....</i>	<i>61</i>
2.3. MODELOS MACROSCÓPICOS DE FLUJO MULTIFÁSICO	65
<i>Modelos basados en promediado volumétrico</i>	<i>66</i>
<i>Tensores efectivos de Whitaker.....</i>	<i>66</i>
<i>Comparación con otros modelos.....</i>	<i>68</i>
<i>Problemas de cerradura en medios porosos.....</i>	<i>68</i>
<i>Simulación a escala de poro con Micrografías</i>	<i>75</i>
<i>Limitaciones sobre modelos basados en promediado volumétrico.....</i>	<i>75</i>
3. METODOLOGÍA.....	78
3.1. MATERIALES Y RECURSOS NECESARIOS	78
3.2. PROCESADO DE IMÁGENES	80
3.3. DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN DE LA INTERFACE	86
<i>Método Level Set</i>	<i>87</i>

	<i>Método de Phase Field</i>	<i>96</i>
4.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	100
4.1.	ESTIMACIÓN DE LA PERMEABILIDAD RELATIVA CON EL MÉTODO LEVEL SET EN MICROGRAFÍAS DE	
ROCA	100	
	<i>Configuración numérica y condiciones de frontera</i>	<i>100</i>
	<i>Análisis de los perfiles de presión y velocidad.....</i>	<i>101</i>
	<i>Cálculo de permeabilidades relativas mediante Level Set</i>	<i>101</i>
	<i>Comparación con datos experimentales</i>	<i>102</i>
	<i>Discusión sobre la dispersión de datos a microescala</i>	<i>105</i>
4.2.	ESTIMACIÓN DE TENSORES EFECTIVOS MEDIANTE LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CERRADURA	
	106	
	<i>Definición de una celda unitaria simple para procesos de drene e imbibición.....</i>	<i>106</i>
	<i>Experimentos numéricos y discusión</i>	<i>111</i>
	<i>Variables de cerradura</i>	<i>114</i>
	<i>Coeficientes efectivos.....</i>	<i>116</i>
5.	CONCLUSIONES GENERALES	123
	<i>Conclusiones utilizando el método Level Set en micrografías.....</i>	<i>124</i>
	<i>Conclusiones utilizando la solución de problemas de cerradura y el método Phase Field</i>	
	<i>en celdas unitarias</i>	<i>125</i>
6.	TRABAJO FUTURO	126
7.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	131
8.	ANEXOS	138
	ANEXO A. PUBLICACIONES DERIVADAS DE LA TESIS	138
	ANEXO B. CONVENIO DE COLABORACIÓN CON EL LABORATORIO NACIONAL DE SUPERCÓMPUTO DEL	
	SURESTE DE MÉXICO	140
	ANEXO C. PARTICIPACIÓN EN CONGRESOS NACIONALES E INTERNACIONALES	141

Índice de figuras

FIGURA 1. ESQUEMA DE CURVAS DE PERMEABILIDAD RELATIVA PARA ACEITE Y AGUA EN FUNCIÓN DE LA SATURACIÓN DE AGUA (S_w).	5
FIGURA 2. ESQUEMA QUE REPRESENTA INTERFACES PORO-SÓLIDO, ASÍ COMO FLUIDO-FLUIDO.....	8
FIGURA 3. CLASIFICACIÓN TEXTURAL DE ROCAS SILICICLÁSTICAS. MODIFICADO DE (FOLK, 1974).....	19
FIGURA 4. DIAGRAMA DE CURVA DE HJULSTRÖM QUE INDICA SI UN RÍO EROSIONA, TRANSPORTA O DEPOSITA SEDIMENTO. EL GRÁFICO TOMA EN CUENTA EL TAMAÑO DE LAS PARTÍCULAS DE SEDIMENTO, Y LA VELOCIDAD DEL AGUA. “CURVA DE HJULSTRÖM - WIKIPEDIA, LA ENCICLOPEDIA LIBRE” (INTERNET ARCHIVE, 2006).	20
FIGURA 5. MUESTRA DE NÚCLEO DONDE Q REPRESENTA EL CAUDAL A LA ENTRADA Y A LA SALIDA EN LA DIRECCIÓN DE FLUJO, P_{in} ES LA PRESIÓN EN LA ENTRADA Y P_{out} LA PRESIÓN A LA SALIDA, MIENTRAS QUE L ES LA LONGITUD DE LA MUESTRA DE NÚCLEO. (DJEBBAR & DONALSON, 2012).	23
FIGURA 6. GRÁFICO ILUSTRATIVO DEL CONCEPTO DE UNIDADES DE FLUJO HIDRÁULICO Y COMO SE UTILIZA PARA SEPARAR UNA FORMACIÓN EN DIFERENTES TIPOS DE RESERVORIO, SE PUEDEN DIFERENCIAR LOS DIFERENTES TIPOS DE ROCA DE UN YACIMIENTO BAJO EL CONCEPTO DE HFU. MODIFICADO DE (ARWINI, 2020).	26
FIGURA 7. GRÁFICO CRUZADO DE PERMEABILIDAD VERSUS POROSIDAD DEL NÚCLEO PARA DIFERENTES UNIDADES HIDRÁULICAS (POZO Q15), MODIFICADO DE (ARWINI, 2020).	27
FIGURA 8. EFECTOS DEL MATERIAL CEMENTANTE DE ARCILLA SOBRE LA POROSIDAD Y PERMEABILIDAD EN SUS DIRECCIONES HORIZONTAL Y VERTICAL. IZQUIERDA SIN CEMENTO Y DERECHA CON CEMENTO. TOMADO DE (DJEBBAR & DONALSON, 2012).	28
FIGURA 9. METODOLOGÍA PARA CARACTERIZACIÓN PETROFÍSICA DE YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS, CALIDAD DE LA ROCA Y FRACTURAS SOBRE NÚCLEOS CABREJO ET AL. (2010).	29
FIGURA 10. ÓRDENES DE LAS FASES DE MOJABILIDAD. LA FIGURA MUESTRA UNA VISIÓN CLARA DE CÓMO DIFERENTES CONDICIONES DE MOJABILIDAD Y MISCIBILIDAD Y SU IMPACTO EN LA INYECCIÓN DE GAS, INUNDACIÓN DE AGUA, AFECTAN LOS PROCESOS DE RECUPERACIÓN MEJORADA DE PETRÓLEO (EOR). TOMADO DE (ALHOSANI, BIJELJIC, & MARTIN, 2021).	32
FIGURA 11. (A – C) MEDICIONES USANDO UNA GOTA DE AGUA RODEADA POR ACEITE, Y (D – F) GOTA DE ACEITE RODEADA POR AGUA. EL ÁNGULO DE CONTACTO (θ) ES EL ÁNGULO QUE FORMA LA INTERFAZ FLUIDO-FLUIDO CON EL SÓLIDO Y ES MEDIDO A TRAVÉS DE LA FASE MÁS DENSA. (DJEBBAR & DONALSON, 2012).	35
FIGURA 12. ESQUEMA DE (A) PETRÓLEO ATRAPADO DENTRO DEL PORO Y (B) ÁNGULO DE CONTACTO EN LA INTERFAZ ROCA-SALMUERA-ACEITE. MODIFICADO DE BORDEAUX-REGO ET AL. (2021).	35
FIGURA 13. CLASIFICACIÓN DE LOS MÉTODOS PARA FLUJO BIFÁSICO. LOS MÉTODOS PARA CAPTURAR INTERFACES ESTÁN MARCADOS POR ELIPSES. IMAGEN TOMADA DE (MIRJALILI, JAIN, & DODD, 2017).	37
FIGURA 14. (A) MODELO 2D EXTRAÍDO DE TOMOGRAFÍA QUE MUESTRA LA GEOMETRÍA Y LOS POROS INTERCONECTADOS Y POROS AISLADOS. (B) PERFIL DE VELOCIDAD, LA BARRA DE COLOR REPRESENTA EL VALOR DE LA VELOCIDAD. (C) VARIACIÓN DE LA PRESIÓN, RELATIVA, LA PRESIÓN RELATIVA TAMBIÉN APARECE EN ZONAS SIN SALIDA, LA BARRA DE	

COLOR REPRESENTA EL VALOR DE LA PRESIÓN (D) PERFILES DE SATURACIÓN EN CADA PASO DEL TIEMPO DE SIMULACIÓN, LA BARRA DE COLOR REPRESENTA EL PERFIL DE SATURACIÓN DE AGUA Y ACEITE, DONDE EL AZUL REPRESENTA LA SATURACIÓN DE AGUA Y EL ROJO REPRESENTA LA SATURACIÓN DE ACEITE. MODIFICADO DE SOLTANMOHAMMADI ET AL. (2024).	38
FIGURA 15. TUBOS CAPILARES DONDE L REPRESENTA LA LONGITUD DEL BLOQUE DE MATERIAL POROSO, L_c REPRESENTA LA LONGITUD DE UN SEGMENTO DEL TUBO CAPILAR DENTRO DEL BLOQUE, A ES EL ÁREA TRANSVERSAL DEL TUBO CAPILAR DEL FLUIDO Y A_c ES EL ÁREA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DEL CANAL CAPILAR ESPECÍFICO. TOMADO DE MATTHEW (2008).	40
FIGURA 16. REPRESENTACIÓN TRIDIMENSIONAL DE SECCIONES TRANSVERSALES DE LA ESTRUCTURA INTERNA DE UN MATERIAL POROSO DE UNA MUESTRA DE ROCA QUE SE UTILIZAN COMO GEOMETRÍA EN COMSOL MULTIPHYSICS. TOMADA DE ROMERO ET AL. (2011).	40
FIGURA 17. ESQUEMA DE LA FUNCIÓN LEVEL SET EN UN DOMINIO BIFÁSICO. (A) DISTRIBUCIÓN DE LA FUNCIÓN ϕ , DONDE $\phi > 0$ CORRESPONDE AL FLUIDO 1, $\phi < 0$ AL FLUIDO 2, Y $\phi = 0$ DEFINE LA INTERFAZ ENTRE AMBOS FLUIDOS. (B) CURVAS DE NIVEL DE ϕ QUE ILUSTRAN LA TRANSICIÓN SUAVE ENTRE LAS FASES Y LA LOCALIZACIÓN DE LA INTERFAZ.	42
FIGURA 18. PERFILES DE INTERFAZ EN UN CANAL CON TRANSICIÓN DE ÁNGULO DE CONTACTO. LA REGIÓN IZQUIERDA CORRESPONDE A UNA SUPERFICIE NO MOJANTE ($\theta = 60^\circ$), MIENTRAS QUE LA DERECHA ES MOJANTE ($\theta = 30^\circ$). LAS CURVAS DE COLORES REPRESENTAN DIFERENTES POSICIONES DE LA INTERFAZ BAJO CONDICIONES DE EQUILIBRIO, MOSTRANDO LA INFLUENCIA DEL ÁNGULO DE CONTACTO EN LA CURVATURA Y LA FORMA DE LA INTERFAZ. GOLPALVAR ET AL. (2018).	43
FIGURA 19. MODELO FÍSICO DEL MEDIO POROSO EXTRAÍDO DE MICROTOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA, WANG ET AL. (2023).	46
FIGURA 20. INTERPRETACIÓN DE LA INTERFAZ-DIFUSA DE LA LÍNEA DE CONTACTO DE LA PARED SÓLIDA Y EL ÁNGULO DE CONTACTO. LAS LÍNEAS DISCONTINUAS DELIMITAN LA REGIÓN DE TRANSICIÓN ENTRE LAS FASES 1 Y 2, CUYA ANCHURA DEFINE EL ESPESOR DE LA INTERFAZ. ESTE ESPESOR ES CONTROLADO POR PARÁMETROS DEL MODELO Y DETERMINA LA VARIACIÓN SUAVE DE LA FUNCIÓN DE ORDEN ENTRE AMBAS FASES. TOMADO DE ALPAK ET AL. (2016).	50
FIGURA 21. ELEMENTOS QUE CONSTITUYEN A UN MODELO DE RED DE POROS. TOMADO DE (MARTINEZ-MENDOZA & DÍAZ-VIERA, METODOLOGÍA BASADA EN MODELOS DE RED DE POROS PARA LA ESTIMACIÓN DE PROPIEDADES EFECTIVAS DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS: CASO DE ESTUDIO PARA UNA ARENISCA, 2019).	53
FIGURA 22. DIÁMETROS DE PORO Y GARGANTA DE LA MUESTRA DE ARENISCA. ESTA MUESTRA FUE CONSIDERADA PARA ESTABLECER EL MODELO DE RED DE POROS DEL CASO DE ESTUDIO. TOMADO DE (MARTINEZ-MENDOZA & DÍAZ-VIERA, METODOLOGÍA BASADA EN MODELOS DE RED DE POROS PARA LA ESTIMACIÓN DE PROPIEDADES EFECTIVAS DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS: CASO DE ESTUDIO PARA UNA ARENISCA, 2019).	54

FIGURA 23. CURVAS DE PERMEABILIDAD RELATIVAS PARA EL CASO DE ARENISCA. PERMEABILIDAD RELATIVA DEL MERCURIO EN ROJO, Y EN AZUL LA PERMEABILIDAD RELATIVA DEL AIRE. (MARTINEZ-MENDOZA & DÍAZ-VIERA, METODOLOGÍA BASADA EN MODELOS DE RED DE POROS PARA LA ESTIMACIÓN DE PROPIEDADES EFECTIVAS DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS: CASO DE ESTUDIO PARA UNA ARENISCA, 2019).....	55
FIGURA 24. A DISTRIBUCIÓN DE FLUIDOS DENTRO DE LA ESTRUCTURA DE POROS BASADA EN IMÁGENES EXPERIMENTALES DE MCT DE UNA DISTRIBUCIÓN IN SITU DE SALMUERA Y CO ₂ DENTRO DE ARENISCA DE BENTHEIMER; B DISTRIBUCIÓN IN SITU DE SALMUERA Y ACEITE DOPADOS CON YODURO DE SODIO (NaI) EN ARENISCA DE BENTHEIMER, McCLURE ET AL. (2021).	59
FIGURA 25. COMPARACIÓN ENTRE PERMEABILIDAD RELATIVA SIMULADA Y RESULTADOS EXPERIMENTALES REPORTADOS EN LA LITERATURA PARA FLUJO BIFÁSICO EN ARENISCA BENTHEIMER, A EN ESCALA NORMAL Y B EN ESCALA LOGARÍTMICA. McCLURE, ET AL. (2021).....	60
FIGURA 26. REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE UNA RED NEURONAL ARTIFICIAL. (A) NEURONA INDIVIDUAL QUE RECIBE ENTRADAS x_i PONDERADAS POR LOS PESOS w_i Y UN SESGO b , APLICANDO UNA FUNCIÓN DE ACTIVACIÓN PARA GENERAR LA SALIDA y_1 . (B) ARQUITECTURA COMPLETA DE UNA RED NEURONAL MULTICAPA, COMPUESTA POR UNA CAPA DE ENTRADA, DOS CAPAS OCULTAS Y UNA CAPA DE SALIDA, DONDE CADA NODO ESTÁ CONECTADO MEDIANTE PESOS W_i Y SESGOS b . FIGURA TOMADA DE TIAM ET AL. (2020).	62
FIGURA 27. ILUSTRACIÓN DE GA(A) REPRESENTA UN PROCESO TÍPICO DE GA, (B) CROSSEOVER Y (C) MUTATION. TOMADO DE, TIAM ET AL. (2020).....	63
FIGURA 28. FLUJO DE TRABAJO DE MACHINE LEARNING (ML) PARA LA PREDICCIÓN DE LA PERMEABILIDAD. TOMADO DE TIAM ET AL. (2020).....	64
FIGURA 29. ESQUEMA DE LA ESCALA DE PORO DONDE SE MUESTRAN LAS FASES, ASÍ COMO LOS VECTORES NORMALES INTERFACIALES.	70
FIGURA 30. EJEMPLO DE SOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS DE CERRADURA IIb Y IIb' (COMPONENTE xx) EN UNA CELDA SIMPLE QUE CONTIENE DOS FLUIDOS, FASE- γ Y FASE- β . LA FIGURA DE ARRIBA A LA DERECHA MUESTRA LA MALLA CONSTRUIDA EN EL SOFTWARE COMSOL MULTIPHYSICS. LAS FIGURAS DE ABAJO MUESTRAN LA SOLUCIÓN DE LAS VARIABLES DE CERRADURA INVOLUCRADAS $(D\gamma\gamma_0)xx$, $(D\beta\gamma_0)xx$, $(D\gamma\gamma_1)xx$, $(D\beta\gamma_1)xx$	73
FIGURA 31. EJEMPLO DE UN CASO DE PROCESO DE DRENE EN EL SISTEMA MOSTRADO EN LA FIGURA 31.	74
FIGURA 32. EJEMPLO DE UN CASO DE PROCESO DE IMBIBICIÓN EN EL SISTEMA MOSTRADO EN LA FIGURA 31.	74
FIGURA 33. CARACTERÍSTICAS TEXTURALES OBSERVADAS EN MUESTRAS DE ROCA DE FORMACIÓN AMAXAC. A) VISTA GENERAL DE LA SUPERFICIE, CON DISTRIBUCIÓN DE PARTÍCULAS DE MORFOLOGÍA ANGULAR EN LA MATRIZ. B) ACERCAMIENTO EN EL QUE SE DISTINGUEN CUARZO (Q) Y CARBONATOS (CA); LAS MARCAS PUNTEADAS SEÑALAN CONTACTOS ENTRE GRANOS, MICRO CAVIDADES E IRREGULARIDADES TEXTURALES. C) DETALLE DE LA INTERRELACIÓN ENTRE FASES: Q (CUARZO), CA (CARBONATOS) Y ZONAS FINO LAMINARES ETIQUETADAS COMO S (MATERIAL LAMINAR/ARCILLOSO); K INDICA UN RASGO ESTRUCTURAL O FASE DIFERENCIADA. D) MICROESTRUCTURA CON GRANOS DE Q Y CA. TOMADA DE FINOL-GONZÁLEZ (2022).	78

FIGURA 34. VALORES DE TENSIÓN INTERFACIAL MEDIDOS EN UN SISTEMA AGUA-ACEITE-ROCA, VARIANDO LA SALINIDAD DE LA SALMUERA Y TIPO Y CONCENTRACIÓN DE SURFACTANTE EN UN MEDIO POROSO. TOMADA DE FINOL-GONZÁLEZ (2022).	79
FIGURA 35. ALGORITMO PARA PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES DIGITALES.	81
FIGURA 36. COMPARACIÓN ENTRE MICROGRAFÍA SEM ORIGINAL (IZQUIERDA) Y SU VERSIÓN SEGMENTADA (DERECHA) PARA ANÁLISIS MORFOLÓGICO. LA IMAGEN PROCESADA (BINARIA) PERMITE IDENTIFICAR BORDES DE GRANOS, POROS Y DEFECTOS, FACILITANDO LA CUANTIFICACIÓN DE PARÁMETROS ESTRUCTURALES RELEVANTES PARA SIMULACIONES NUMÉRICAS.	81
FIGURA 37. REPRESENTACIÓN BINARIA DEL MEDIO POROSO UTILIZADA COMO ENTRADA PARA LA SIMULACIÓN NUMÉRICA DE PROPIEDADES PETROFÍSICAS. LAS FASES SÓLIDAS (ROJO) Y POROSA (NEGRO) SE SEGMENTAN MEDIANTE ALGORITMOS MORFOLÓGICOS DE ALTA RESOLUCIÓN. LA AMPLIACIÓN DETALLA LA DISCRETIZACIÓN ESPACIAL EMPLEADA PARA EL CÁLCULO DE PERMEABILIDAD EFECTIVA MEDIANTE MÉTODOS BASADOS EN VOLÚMENES FINITOS Y MODELOS DE FLUJO EN EL DOMINIO DIGITAL.”	82
FIGURA 38. IMAGEN BINARIA MEJORADA MEDIANTE OPERADORES MORFOLÓGICOS DE DILATACIÓN Y EROSIÓN PARA ELIMINAR RUIDO, RELLENAR HUECOS Y SUAVIZAR BORDES EN LA REPRESENTACIÓN DEL MEDIO POROSO. EL PREPROCESAMIENTO ASEGURA LA CONTINUIDAD ESTRUCTURAL DE LA MATRIZ SÓLIDA Y DE LA RED POROSA, GENERANDO UNA SEGMENTACIÓN ROBUSTA PARA ETAPAS POSTERIORES DE ANÁLISIS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA. .	83
FIGURA 39. RESULTADO DE LA SEGMENTACIÓN MEDIANTE OPERADORES MORFOLÓGICOS Y ALGORITMO WATERSHED, DONDE LAS FASES DEL MEDIO POROSO SE DELIMITAN PARA IDENTIFICAR DOMINIOS CONECTADOS. LAS REGIONES NUMERADAS CORRESPONDEN A CELDAS OBTENIDAS TRAS LA APLICACIÓN SECUENCIADA DE APERTURA, CIERRE Y MARCADORES MORFOLÓGICOS, PERMITIENDO LA GENERACIÓN DE UNA PARTICIÓN TOPOLÓGICAMENTE CONSISTENTE DEL ESPACIO POROSO PARA SU POSTERIOR USO EN CÁLCULOS DE CONECTIVIDAD, TORTUOSIDAD Y PERMEABILIDAD DIGITAL.	84
FIGURA 40. GEOMETRÍA VECTORIZADA DEL MEDIO POROSO GENERADA A PARTIR DE LA SEGMENTACIÓN MORFOLÓGICA Y EXPORTADA A COMSOL MULTIPHYSICS. DEBIDO A LAS CAPACIDADES DEL EQUIPO UTILIZADO PARA LA SIMULACIÓN, LA MICROGRAFÍA SE DIVIDIÓ EN NUEVE PARTES PARA PROCESAR CADA PARTE POR SEPARADO, LAS BARRAS DE COLORES INDICAN EL PERFIL DE VELOCIDAD. LA ESTRUCTURA POROSA HA SIDO CONVERTIDA EN CONTORNOS PRECISOS PARA PERMITIR LA CREACIÓN DE DOMINIOS FÍSICOS UTILIZABLES EN LA MALLA NUMÉRICA. ESTE PROCESO ASEGURA LA PRESERVACIÓN DE LA TOPOLOGÍA Y CONECTIVIDAD DEL MEDIO, FACILITANDO SIMULACIONES DE TRANSPORTE, FLUJO Y PROPIEDADES PETROFÍSICAS MEDIANTE MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS CON LEVEL SET O PHASE FIELD.	85
FIGURA 41. INTERFAZ DE COMSOL MULTIPHYSICS MOSTRANDO LA GEOMETRÍA VECTORIZADA DEL MEDIO POROSO IMPORTADA DESDE EL PREPROCESAMIENTO MORFOLÓGICO. LA MALLA Y LOS DOMINIOS SE CONFIGURAN PARA LA SIMULACIÓN NUMÉRICA MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS, PRESERVANDO LA CONECTIVIDAD Y LA	

TOPOLOGÍA DE LA ESTRUCTURA POROSA. ESTA ETAPA PERMITE DEFINIR CONDICIONES DE FRONTERA, PROPIEDADES DEL MATERIAL Y PARÁMETROS DE RESOLUCIÓN PARA EL CÁLCULO DE PROPIEDADES PETROFÍSICAS.....	86
FIGURA 42. IMAGEN SEM DE LA MUESTRA DE ROCA DE LA FORMACIÓN AMAXAC, IDENTIFICACIÓN DE POROS, Y LA MALLA COMPUTACIONAL EMPLEADA EN COMSOL MULTIPHYSICS(149832 ELEMENTOS TRIANGULARES) PARA LA SOLUCIÓN NUMÉRICA DEL MODELO MATEMÁTICO.	91
FIGURA 43. DIAGRAMA DE FLUJO GENERAL PARA LA ESTIMACIÓN DE PERMEABILIDADES RELATIVAS A PARTIR DE IMÁGENES SEM EN COMSOL.....	94
FIGURA 44. MALLA GENERADA PARA LA GEOMETRÍA ANALIZADA, DONDE SE MUESTRA EN LA PARTE INFERIOR LA DISCRETIZACIÓN COMPLETA DEL DOMINIO Y, EN LA AMPLIACIÓN SUPERIOR, EL DETALLE LOCAL DEL MALLADO TRIANGULAR. LA VISTA AMPLIADA PERMITE APRECIAR LA CALIDAD, UNIFORMIDAD Y REFINAMIENTO DE LOS ELEMENTOS EN LA ZONA CRÍTICA, ASEGURANDO ESTABILIDAD NUMÉRICA Y PRECISIÓN EN LA RESOLUCIÓN DEL MODELO MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.	97
FIGURA 45. SIMULACIÓN DE IMBIBICIÓN EN MEDIO POROSO UTILIZANDO UN MODELO PHASE FIELD BASADO EN LA ECUACIÓN DE CAHN–HILLIARD, MOSTRANDO LA EVOLUCIÓN DE LA INTERFAZ MÓVIL DURANTE LA INFILTRACIÓN DEL FLUIDO MOJANTE.....	99
FIGURA 46. EVOLUCIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE FLUIDOS DENTRO DE LOS POROS DURANTE LOS PROCESOS DE IMBIBICIÓN Y DRENE.	103
FIGURA 47. A) PERFILES DE VELOCIDAD (M/S) DE LOS FLUIDOS EN LOS POROS, Y B) DISTRIBUCIÓN DE LA PRESIÓN (PA).	104
FIGURA 48. ESTIMACIÓN NUMÉRICA (ETIQUETA “NUM”) DE LA PERMEABILIDAD RELATIVA DEL ACEITE k_{ro} Y AGUA k_{rw} EN PROCESOS DE IMBIBICIÓN Y DRENE UTILIZANDO LA METODOLOGÍA DE ESTE TRABAJO. LAS LÍNEAS SÓLIDAS SOLO ILUSTRAN LA TENDENCIA DE LOS DATOS, Y NO REPRESENTAN ALGUNA CURVA DE AJUSTE. LOS SÍMBOLOS DE CRUCES INDICAN MEDICIONES EXPERIMENTALES (ETIQUETA “EXP”) EN ROCAS DE CARBONATO (SHI ET AL., 2018).....	105
FIGURA 49. ESQUEMA DE LA CELDA UNITARIA MOSTRANDO FASES E INTERFACES, ASÍ COMO EL DIÁMETRO DE LOS POROS Y LA GARGANTA DE LOS POROS.	106
FIGURA 50. AVANCE DE LA INTERFAZ FLUIDO-FLUIDO PARA EL PROCESO DE IMBIBICIÓN. COLOR AZUL = FASE MOJANTE (β), COLOR ROJO = FASE NO MOJANTE (γ).....	112
FIGURA 51. AVANCE DE LA INTERFAZ FLUIDO-FLUIDO PARA EL PROCESO DE DRENE. COLOR AZUL = FASE MOJANTE (β), COLOR ROJO = FASE NO MOJANTE (γ).	113
FIGURA 52. SOLUCIÓN DE CAMPO DE VARIABLES DE CERRADURA $A_{BB,xx}$ Y $A_{\Gamma B,xx}$ (ADIMENSIONALES) DURANTE EL PROCESO DE IMBIBICIÓN.....	115
FIGURA 53. SOLUCIÓN DE CAMPO DE LAS VARIABLES DE CERRADURA $A_{BB,xx}$ Y $A_{\Gamma B,xx}$ (ADIMENSIONALES) DURANTE EL PROCESO DE DRENE.	115
FIGURA 54. ESTIMACIÓN DE TENSORES K_{β} DE PERMEABILIDAD Y K_{γ} (COMPONENTS - xx Y - yy EN MD) PARA PROCESOS DE IMBIBICIÓN Y DRENE COMO FUNCIONES DE LA SATURACIÓN DE LA FASE MOJANTE.	118

FIGURA 55. ESTIMACIÓN DE LOS TENSORES DE ARRASTRE VISCOSO $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$ Y $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$ (COMPONENTES - xx Y - yy) PARA PROCESOS DE IMBIBICIÓN Y DRENE COMO FUNCIONES DE LA SATURACIÓN DE LA FASE MOJANTE.	120
FIGURA 56. COMPARACIÓN DE LOS ELEMENTOS DE LOS TENSORES DE PERMEABILIDAD CON PERMEABILIDADES RELATIVAS EXPERIMENTALES PARA DRENE E IMBIBICIÓN EN MUESTRAS DE NÚCLEOS CARBONATADOS DE EMBALSES ROCOSOS DE ABU DABI (SHI ET AL. 2018). k_{rw} SE REFIERE A LA PERMEABILIDAD RELATIVA AL AGUA MIENTRAS k_{ro} QUE ES LA PERMEABILIDAD RELATIVA AL ACEITE.	122
FIGURA 57. GEOMETRÍA 3D DE LA INTERFAZ SIMULADA MEDIANTE UN ENFOQUE COMBINADO PHASE-FIELD/LEVEL-SET PARA LA EVOLUCIÓN Y CAPTURA DE INTERFACES EN MEDIOS POROSOS.	127
FIGURA 58. MALLA TRIDIMENSIONAL DEL DOMINIO POROSO RECONSTRUIDO PARA LA SIMULACIÓN INTERFACIAL EN 3D MEDIANTE MÉTODOS PHASE-FIELD Y LEVEL-SET.	128
FIGURA 59. SUPERFICIE INTERFACIAL TRIDIMENSIONAL (3D) CON VARIACIÓN DE CURVATURA OBTENIDA MEDIANTE SIMULACIÓN DE FLUJO EN IMBIBICIÓN.	129

Índice de tablas

TABLA 1. VALORES ESTIMADOS DE POROSIDAD, MODIFICADO DE SANDERS (1998)	17
TABLA 2. COMPARACIÓN DEL MODELO DE WHITAKER CON OTROS MODELOS	68
TABLA 3. PROPIEDADES BÁSICAS DE LA MUESTRA DE ROCA UTILIZADA Y DE LOS FLUIDOS.	91
TABLA 4. DATOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA DE POROS Y PROPIEDADES DEL FLUIDO PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CERRADURA EN LA CELDA UNITARIA.....	107

Nomenclatura

Letras romanas

$\mathbf{a}_{\beta\beta}$	Variable de cerradura en el problema de cerradura I, 1/m
$\mathbf{a}_{\gamma\beta}$	Variable de cerradura en el problema de cerradura I, 1/m
$\mathbf{a}_{\beta\gamma}$	Variable de cerradura en el problema de cerradura II, 1/m
$\mathbf{a}_{\gamma\gamma}$	Variable de cerradura en el problema de cerradura II, 1/m
$\mathbf{A}_{\beta\beta}$	Variable de cerradura en el problema de cerradura I
$\mathbf{A}_{\gamma\beta}$	Variable de cerradura en el problema de cerradura I
$\mathbf{A}_{\beta\gamma}$	Variable de cerradura en el problema de cerradura II
$\mathbf{A}_{\gamma\gamma}$	Variable de cerradura en el problema de cerradura II
$A_{\beta\beta,xx}$	Componente -xx de la variable de cerradura $\mathbf{A}_{\beta\beta}$
$A_{\gamma\beta,xx}$	Componente -xx de la variable de cerradura $\mathbf{A}_{\gamma\beta}$
$\mathbf{e}_i$	Cosenos directores para la dirección- i
$\mathbf{g}$	Aceleración de la gravedad, m/s ²
h_c	Tamaño de la malla, m
$\mathbf{I}$	Tensor identidad
K	Permeabilidad Absoluta, mD
K_o	Permeabilidad del aceite, mD
K_w	Permeabilidad del agua, mD
K'_o	Permeabilidad relativa del aceite
K'_w	Permeabilidad relativa al agua
$k_{r\beta}$	Permeabilidad relativa para la fase- β
$k_{r\gamma}$	Permeabilidad relativa para la fase- γ
$\mathbf{K}_{\beta}$	Permeabilidad relativa para la fase- β , mD
$\mathbf{K}_{\gamma}$	Permeabilidad relativa para la fase- γ , mD

$\mathbf{K}_{\beta\gamma}$	Tensor de arrastre viscoso acoplado asociado a la fase- β ecuación escalada
$\mathbf{K}_{\gamma\beta}$	Tensor de arrastre viscoso acoplado asociado a la fase- γ ecuación escalada
N	Longitud de columna, m
$\mathbf{n}_{\beta}$	Vector normal unitario apuntando desde la fase- β hacia el exterior
$\mathbf{n}_{\gamma}$	Vector normal unitario apuntando desde la fase- γ hacia el exterior
P	Presión, Pa
p_{β}	Presión local en fase- β de Pa
P_{β}	Presión de fase- β , Pa
$\tilde{p}_{\beta}$	Desviación espacial de la presión de la fase- β , Pa
p_{γ}	Presión local en fase- γ , Pa
$\tilde{p}_{\gamma}$	Desviación espacial de la presión de fase- γ , Pa
Q_0	Flujo volumétrico del aceite, m ³
Q_w	Flujo volumétrico del agua, m ³
$\mathbf{r}$	Vector de posición, m
S_{β}	Saturación de la fase- β
S_{γ}	Saturación de la fase- γ
U_{β}	Velocidad de Darcy, m/s
$\mathbf{v}$	Velocidad del fluido en el Modelo de Phase Field, m/s
$\langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle$	Velocidad superficial para la fase- β , m/s
$\langle \mathbf{v}_{\gamma} \rangle$	Velocidad superficial para la fase- γ , m/s
V	Promediado volumétrico, m ³
V_{β}	Volumen de la fase- β dentro del promediado volumétrico, m ³
$\mathbf{v}_{\beta}$	Velocidad local de la fase- β , m/s
$\tilde{\mathbf{v}}_{\beta}$	Desviación espacial para la velocidad del fluido en la fase- β , m/s
V_{γ}	Volumen de la fase- γ dentro del promediado de volumétrico, m ³

v_γ	Velocidad local de la fase- γ , m/s
$\tilde{v}_\gamma$	Desviación espacial para la velocidad del fluido en la fase- γ , m/s

Letras griegas

α	Parámetro de movilidad en el Modelo de Phase Field
$\Delta\theta$	Tiempo transcurrido, s
ε	Espesor de interfaz en el Modelo de Phase Field
ε_β	Fracción volumétrica de la fase- β
ε_γ	Fracción volumétrica de la fase- γ
ϕ	Variable Phase Field
λ	Densidad de energía de mezcla en el Modelo de Phase Field
μ_β	Viscosidad de la fase- β , Pa×s
μ_g	Viscosidad de gas, Pa×s
μ_o	Viscosidad del aceite, Pa×s
μ_w	Viscosidad del agua, Pa×s
ρ_β	Densidad de masa de la fase- β , kg/m ³
ρ_γ	Densidad de masa de la γ fase- γ , kg/m ³
σ	Tensión interfacial, dyne/cm
ψ	Variable auxiliar en el Phase Field

1. Introducción

El flujo simultáneo de dos fluidos en los intersticios de medios porosos puede encontrarse en una gran variedad de sistemas naturales y artificiales. Por mencionar algunos ejemplos, los problemas de flujo bifásicos son de interés para modelar y simular el movimiento del agua y su vapor en rocas reservorio geotérmicas, las producciones de gas y petróleo de hidrocarburos en yacimientos petrolíferos (Jafari et al. 2020), las producciones de agua y petróleo en yacimientos de petróleo bajo procesos secundarios de recuperación (Dewan et al. 2022), y calcular el transporte de CO₂ a lo largo de la salmuera en rocas reservorio, en proyectos de captura y almacenamiento de CO₂ (por ejemplo, Khudaida y Das 2020). En todos estos ejemplos, la simulación del movimiento de los dos fluidos necesita establecer modelos matemáticos apropiados.

Uno de los primeros intentos de modelar matemáticamente el flujo simultáneo de dos fluidos a través de medios porosos fue propuesto por Leverett (1939), en sus estudios de laboratorio sobre el flujo en estado estacionario de aceite y agua en columnas compactas de arenas no consolidadas. Leverett definió las permeabilidades efectivas al aceite y al agua de la siguiente manera

$$K_o = \frac{Q_o \mu_o N}{P \Delta \theta A}, K_w = \frac{Q_w \mu_w N}{P \Delta \theta A} \quad (1)$$

Aquí K_o y K_w son las permeabilidades del aceite y agua, respectivamente, P/N representa el negativo de la caída de presión a lo largo de la columna compactada, A es el área de sección transversal de la columna de arena, μ_o y μ_w son las viscosidades del aceite y del agua, respectivamente, y $Q_o/\Delta\theta$ y $Q_w/\Delta\theta$ son el flujo volumétrico del aceite y del agua, respectivamente. Para establecer resultados comparables para diferentes arenas, las permeabilidades efectivas se escriben en términos de fracciones de la permeabilidad absoluta de la K arena, es decir ,

$$K'_o = K_o/K, K'_w = K_w/K \quad (2)$$

donde K'_o y K'_w finalmente se denominan permeabilidad relativa del aceite y del agua, respectivamente. Leverett concluyó que la permeabilidad relativa de una arena no consolidada es independiente de las viscosidades del fluido, pero está relacionada con la distribución del tamaño de los poros, la presión de desplazamiento, el gradiente de presión y la saturación del agua.

Utilizando la nomenclatura tensorial y considerando los efectos gravitacionales, las Ecuaciones (1) pueden escribirse en una forma generalizada similar a la estructura de Ley de Darcy para cualquier medio poroso y fase fluida:

$$\text{Para la } \beta\text{-fase} \quad \mathbf{U}_\beta = -\frac{\mathbf{K}k_{r\beta}}{\mu_\beta} \cdot (\nabla P_\beta - \rho_\beta \mathbf{g}) \quad (3)$$

donde $\mathbf{U}_\beta$ es la velocidad de Darcy para la *fase* β , $k_{r\beta}$ es la permeabilidad relativa para la *fase* β , μ_β es la viscosidad dinámica, $\mathbf{K}$ es el tensor absoluto de permeabilidad del medio poroso, P_β es la presión de la *fase* β , ρ_β es la densidad de masa de la *fase* β , y $\mathbf{g}$ es el vector de aceleración gravitatoria.

Además de la Ley de Darcy de dos fases establecida en Ecuación (3), otros enfoques matemáticos han sido derivados e implementados en la literatura, aunque con poco éxito en aplicaciones prácticas, ya que son computacionalmente más caros y requieren parámetros adicionales que a menudo no están disponibles. Desde los años 80 se han derivado varios enfoques matemáticos para el flujo bifásico mediante el método de promediado de volumen (por ejemplo, Lasseux y Valdés-Parada 2022; Luévano-Rivas y Valdés-Parada 2015; Lasseux, Valdés-Parada y Espinosa-Paredes 2005; Whitaker 1994, 1986; Quintard y Whitaker 1988) y la teoría de la homogeneización (por ejemplo, Picchi y Battiato 2018).

También se han considerado principios termodinámicos para formular modelos matemáticos para problemas de flujo bifásico. Niessner y Hassanizadeh (2008) propusieron un modelo matemático para el flujo bifásico a macroescala en medios porosos que consiste

en una ecuación de continuidad para cada fase, considerando las relaciones para la permeabilidad relativa y la presión capilar basadas en principios termodinámicos y físicamente consistentes. Sus fundamentos dieron lugar a un modelo que incluía ecuaciones de balances de momento para fases e interfaces, acompañadas de una relación con el área interfacial específica de la saturación de la presión capilar. Niessner y Hassanizadeh concluyeron que tal formulación elimina finalmente el fenómeno de la histéresis.

Hansen et al. (2023) propusieron un modelo similar a la termodinámica basado en variables extensivas y sus conjugados intensivos. Su enfoque permite manejar flujos no estacionarios y relaciona la entropía configuracional con la movilidad de los fluidos, lo que sugiere que una mayor movilidad implica menor entropía configuracional. Además, se introduce el concepto de *agitación* como una variable emergente proporcional al gradiente de presión. Otro enfoque ampliamente utilizado para modelar flujos bifásicos en medios porosos es el uso de redes de poros, donde se intenta capturar la topología interna de medios porosos mediante arreglos de cuerpos porosos conectados a través de cuerpos de garganta (Joekar-Niasar y Hassanizadeh 2012). Los modelos de redes de poros han demostrado ser una herramienta predictiva para la saturación de presión capilar (Zheng et al. 2021) y las curvas de permeabilidad relativa (Bravo et al. 2007).

En este estudio, es de interés estimar por primera vez los coeficientes efectivos propuestos teóricamente por Whitaker en 1986 y 1994 mediante su esquema de cerradura adjunto para flujos bifásicos inmiscibles en medios porosos. Los coeficientes efectivos son dos tensores de permeabilidad efectiva y dos tensores de arrastre viscosos que se calculan en una celda simple con tamaños de poros y garganta correspondientes a roca porosa real. Los coeficientes efectivos se calculan para escenarios en los que la interfaz fluido-fluido se desplaza bajo drene e imbibición. Por ello, se presenta el modelo matemático ampliado de Whitaker, mientras que se explica el esquema de cerradura asociado. Se hace un bosquejo de la celda unitaria, así como las variables físicas empleadas en las simulaciones. La tesis se centra en presentar y discutir los principales resultados como: la determinación de la interfaz para drene e imbibición, la solución en campo de variables de cerradura, los coeficientes

efectivos numéricamente estimados y la comparación de coeficientes efectivos con datos pertinentes de la literatura. Finalmente, se presentan las principales conclusiones del estudio.

1.1. Contexto y motivación

El flujo simultáneo de dos fluidos inmiscibles en medios porosos es un fenómeno fundamental en numerosos procesos naturales e industriales, como la recuperación de hidrocarburos, el almacenamiento geológico de CO₂, la hidrología de suelos y la remediación de acuíferos contaminados. Uno de los parámetros clave que gobierna estos procesos es la permeabilidad relativa, la cual cuantifica la reducción en la capacidad de flujo de una fase debido a la presencia de otra u otras.

El modelado en flujo monofásico en medios porosos homogéneos es usualmente llevado a cabo a través de la muy conocida Ley de Darcy. En flujo multifásico, es común utilizar una extensión de la ley de Darcy para incorporar la influencia de cada fase en el coeficiente de permeabilidad relativa. Las predicciones precisas de la permeabilidad relativa de flujo trifásico son requeridas para una variedad de aplicaciones en procesos petroleros y modelar la contaminación de acuíferos. Por ejemplo, el flujo simultáneo de agua-gas-aceite puede encontrarse en yacimientos de petróleo produciendo bajo procesos primarios, secundarios y/o terciarios. También en métodos de recuperación mejorada de aceite como la recuperación térmica, desplazamiento inmisible de dióxido de carbono, o cualquier proceso de inyección de gas que genere flujo simultáneo de tres fases.

Con respecto a la permeabilidad relativa, la importancia de este coeficiente radica en que este permite estimar la velocidad de cada fluido dentro del medio poroso, lo cual tiene repercusiones en las predicciones de la producción diaria y acumulada de fluidos a escala comercial en yacimientos. Para aclarar esta parte, en la Figura 1 se presenta un esquema acerca de la forma típica de la permeabilidad relativa para un sistema agua-aceite. La curva CA se refiere a la permeabilidad relativa del agua, k_{rw} , mientras que la curva DB cuantifica la permeabilidad relativa de la fase aceite, k_{ro} . En el eje x usualmente se grafica la saturación del fluido mojante. La posición C indica la saturación de agua irreductible, S_{wi} , mientras que la posición B indica la saturación residual de aceite, S_{or} , cuando se lleva a cabo el proceso

de desplazamiento del aceite a través de inyección de agua, es decir, un proceso de imbibición.

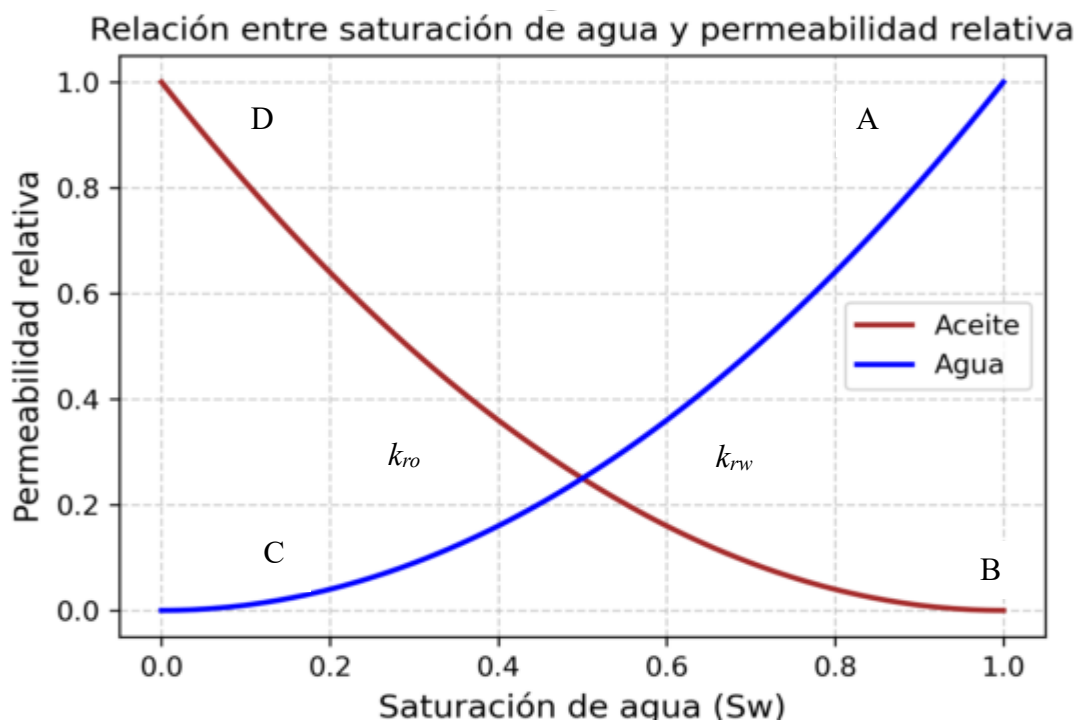


Figura 1. Esquema de curvas de permeabilidad relativa para aceite y agua en función de la saturación de agua (S_w).

La importancia en la estimación correcta de la saturación residual de aceite es que este parámetro determina la cantidad de aceite residual que aún permanece en yacimiento bajo procesos de recuperación secundaria de hidrocarburos. En el caso de la saturación irreducible de agua, esta es equivalente a la saturación de agua congénita cuando se trata de un yacimiento apenas por explotarse. La determinación de las curvas de permeabilidad puede hacerse a través de varias correlaciones empíricas reportadas en la literatura (véase por ejemplo Delshad y Pope, 1988), o con experimentos de laboratorio que debe de incluir fluidos del yacimiento y núcleos de roca del sitio. Tales mediciones de laboratorio representan costos altos a las compañías del sector.

Aspectos destacados de la investigación

- Los esquemas de cerradura desarrollados por Whitaker se resolvieron numéricamente
- La posición de las interfaces se calculó mediante el método de Phase Field
- Se calculó la permeabilidad efectiva y los coeficientes de arrastre viscoso para los escenarios de drene e imbibición, resultados que fueron publicados en artículos científicos en revistas de talla internacional indexadas en el JCR (Journal Citation Reports, por sus siglas en inglés), prueba de ello se puede ver en el Anexo A. Publicaciones derivadas de la Tesis
- La investigación fue presentada en diferentes foros y congresos nacionales e internacionales (ver más adelante en el Anexo C).

1.2. Planteamiento del problema

El flujo bifásico en medios porosos sigue siendo un tema de interés científico y tecnológico. Es tan importante que se han realizado grandes esfuerzos en proponer modelos desde los años 30 del siglo XXI hasta la actualidad, y han contribuido significativamente a describir el fenómeno a escala de poros. Un medio poroso con interfaces móviles representa grandes desafíos debido a las interrelaciones que las interfaces presentan con la física en la mayoría de las fases.

En este trabajo se analiza el flujo bifásico inmiscible en medios porosos mediante el modelo ampliado derivado por Whitaker en 1994. Este modelo está compuesto por cuatro ecuaciones: dos para el balance de masa de las fases móviles y dos para los balances de momento. Las ecuaciones de momento se acoplan a través de cuatro tensores escalados, uno para cada fase y los dos cruzados entre fases. Dos de estos tensores corresponden a la permeabilidad efectiva de las fases, y los otros dos se denominan tensores de arrastre viscoso. Estos coeficientes se determinan resolviendo problemas de cerradura tensoriales asociados en geometrías representativas. Se resolvieron numéricamente las ecuaciones integro-diferenciales que componen los problemas de cerradura en una celda que está sometida a procesos de imbibición y drene. Después, se calculan el comportamiento y los valores de estos coeficientes efectivos para las direcciones principales en función de la saturación de la

fase mojante. Las permeabilidades efectivas siguen tendencias similares a las curvas relativas de permeabilidad medidas experimentalmente, mostrando histéresis para drene e imbibición. El coeficiente de arrastre viscoso exhibe estimaciones de orden 1, que coinciden con las predicciones analíticas de Whitaker y parcialmente con las correlaciones empíricas disponibles de la literatura.

El modelo matemático ampliado para el flujo bifásico

Este estudio se centra en el modelo ampliado derivado por Whitaker (1986, 1994) para un problema de flujo bifásico en un medio poroso. Las principales suposiciones que adopta Whitaker son: medio poroso homogéneo y rígido, fluidos incompresibles y no reactivos, ausencia de agentes activos superficiales en las interfaces, fluidos inmiscibles y disparidad a escala de longitud desde el poro hasta la macroescala.

La suposición de incompresibilidad restringe el análisis a sistemas compuestos por dos fases líquidas, es decir, no se consideran fluidos gaseosos ya que son fluidos compresibles (densidad másica variable). Además, la condición para fluidos inmiscibles evita la aplicación del modelo ampliado a sistemas donde componentes químicos de una fase se transportan a fases vecinas, es decir, no se consideran escenarios de disolución y precipitación de minerales, o fenómenos de vaporización y condensación.

El modelo matemático ampliado derivado por Whitaker (1994) es:

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle = 0 \quad (4)$$

$$\langle \mathbf{v}_\beta \rangle = -\frac{\mathbf{K}_\beta}{\mu_\beta} \cdot (\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta - \rho_\beta \mathbf{g}) + \mathbf{K}_{\beta\gamma} \cdot \langle \mathbf{v}_\gamma \rangle \quad (5)$$

$$\langle \mathbf{v}_\gamma \rangle = -\frac{\mathbf{K}_\gamma}{\mu_\gamma} \cdot (\nabla \langle p_\gamma \rangle^\gamma - \rho_\gamma \mathbf{g}) + \mathbf{K}_{\gamma\beta} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\gamma}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\gamma \rangle = 0 \quad (7)$$

donde β y γ indican las fases inmiscibles presentes en los vacíos porosos (véase Figura 2), y ε_β y ε_γ son las fracciones volumétricas de las *fases* – β y γ , respectivamente; ρ_β y ρ_γ son las densidades de masa de las *fases* – β y γ , respectivamente; $\mathbf{g}$ es el vector de gravedad y μ_β y μ_γ son la viscosidad de los fluidos. En las ecuaciones anteriores $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle$ y $\langle \mathbf{v}_\gamma \rangle$ son la velocidad superficial definida por la Ecuación (8).

$$\langle \mathbf{v}_\beta \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_\beta} \mathbf{v}_\beta dV, \langle \mathbf{v}_\gamma \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_\gamma} \mathbf{v}_\gamma dV \quad (8)$$

Aquí V es el volumen representativo, y V_β y V_γ son el espacio ocupado por las *fases* – β y γ - dentro del volumen V , respectivamente, mientras que $\mathbf{v}_\beta$ y $\mathbf{v}_\gamma$ son las velocidades locales del fluido a escala de poros. Las Ecuaciones (4) y (7) corresponden a los balances de masa a escala macroscópica para las *fases* – β y γ , resultaron de la aplicación del método de *promediado volumétrico* al balance de masa de las fases individuales a escala de poros. En el mismo sentido, las Ecuaciones (5) y (6) representan los balances de momento a escala macroscópica y surgen del escalamiento de los balances de momento a escala de poros. Whitaker (1994) consideró la ecuación de Navier-Stokes ignorando las fuerzas inerciales, así como los efectos transitorios.

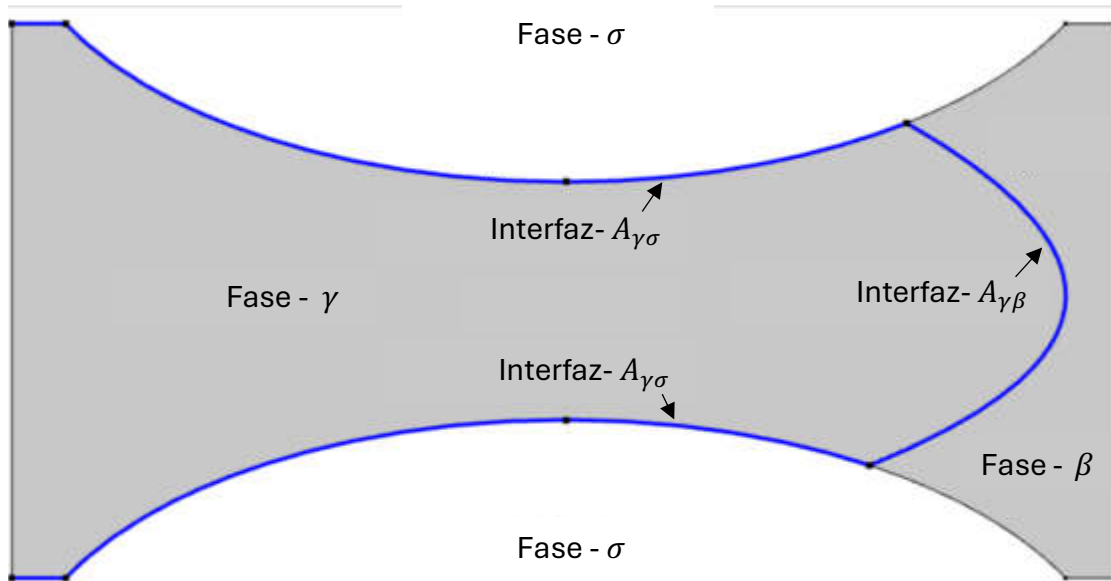


Figura 2. Esquema que representa interfaces poro-sólido, así como fluido-fluido.

Una característica importante del método de promedio volumétrico es la derivación de problemas de cerradura asociados para el cálculo analítico o numérico de coeficientes escalados resultantes. Los problemas de cerradura se construyen teniendo en cuenta las desviaciones espaciales alrededor del valor medio de variables locales, que se ha demostrado que son funciones de *términos fuente* actuando como constantes a nivel de escala de poros. Esto significa que se puede obtener un conjunto de ecuaciones que gobiernan las desviaciones espaciales de las velocidades y presiones en cada fase. Las soluciones formales de las desviaciones espaciales para la velocidad y la presión de fluidos se escriben como una combinación lineal de soluciones individuales multiplicadas por su término fuente asociado (Whitaker 1994):

$$\tilde{\mathbf{v}}_{\beta} = \mathbf{A}_{\beta\beta} \cdot \langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle^{\beta} + \mathbf{A}_{\beta\gamma} \cdot \langle \mathbf{v}_{\gamma} \rangle^{\gamma} \quad (9)$$

$$\tilde{p}_{\beta} = \mu_{\beta} \left[\mathbf{a}_{\beta\beta} \cdot \langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle^{\beta} + \mathbf{a}_{\beta\gamma} \cdot \langle \mathbf{v}_{\gamma} \rangle^{\gamma} \right] \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{\gamma} = \mathbf{A}_{\gamma\gamma} \cdot \langle \mathbf{v}_{\gamma} \rangle^{\gamma} + \mathbf{A}_{\gamma\beta} \cdot \langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle^{\beta} \quad (11)$$

$$\tilde{p}_{\gamma} = \mu_{\gamma} \left[\mathbf{a}_{\gamma\gamma} \cdot \langle \mathbf{v}_{\gamma} \rangle^{\gamma} + \mathbf{a}_{\gamma\beta} \cdot \langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle^{\beta} \right] \quad (12)$$

Los problemas de cerradura consisten en problemas de valor en frontera, cuya solución debe realizarse en geometrías representativas del medio poroso. Estas geometrías representativas se conocen como celdas unitarias, donde se realizan experimentos numéricos en una amplia variedad de escenarios para conocer el comportamiento de los tensores $\mathbf{K}_{\beta}$, $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$, $\mathbf{K}_{\gamma}$ y $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$. Los problemas de cerradura aplicados aquí se desarrollaron en el trabajo fundamental de Whitaker (1994); sin embargo, desde entonces no se han resuelto.

Para hacer los problemas de cerradura menos complicados y más asequibles numéricamente, Whitaker presentó una serie de simplificaciones del problema original, que pueden entenderse porque en aquellos años la capacidad de cálculo era mucho menor que la actual. En este trabajo se aplica el problema original de cerradura, es decir, sin simplificaciones. Resolver los problemas de cerradura es una tarea desafiante y complicada porque los coeficientes escalados son tensores de segundo orden, y el número de

experimentos numéricos es muy extenso, además de que el fenómeno da lugar a características transitorias. A continuación, se ofrecen más detalles sobre el esquema de problemas de cerradura.

El esquema de problemas de cerradura para estimar coeficientes efectivos

Las Ecuaciones (5) y (6) contienen cuatro tensores efectivos, estos son dos permeabilidades ampliadas relacionadas con la *fase* $-\beta$ ($\mathbf{K}_\beta$), y que se relaciona con la *fase* $-\gamma$ ($\mathbf{K}_\gamma$), y dos tensores viscosos acoplados de arrastre $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$ y $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$. Estos tensores aparecieron secuencialmente durante la aplicación del método de promedio volumétrico. Los tensores efectivos se definen como:

$$-\varepsilon_\beta \mathbf{K}_\beta^{-1} = \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta\sigma} + A_{\beta\gamma}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta\beta} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\beta}) dA \quad (13)$$

$$\varepsilon_\beta \mathbf{K}_\gamma^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\gamma\beta} = \frac{1}{V_\gamma} \int_{A_{\gamma\sigma} + A_{\beta\gamma}} \mathbf{n}_\gamma \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\gamma\beta} + \nabla \mathbf{A}_{\gamma\beta}) dA \quad (14)$$

$$\varepsilon_\gamma \mathbf{K}_\beta^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\beta\gamma} = \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta\sigma} + A_{\beta\gamma}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta\gamma} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\gamma}) dA \quad (15)$$

$$-\varepsilon_\gamma \mathbf{K}_\gamma^{-1} = \frac{1}{V_\gamma} \int_{A_{\gamma\sigma} + A_{\gamma\beta}} \mathbf{n}_\gamma \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\gamma\gamma} + \nabla \mathbf{A}_{\gamma\gamma}) dA \quad (16)$$

Dónde $\mathbf{A}_{\beta\beta}$, $\mathbf{A}_{\gamma\beta}$, $\mathbf{A}_{\beta\gamma}$, $\mathbf{A}_{\gamma\gamma}$, $\mathbf{a}_{\beta\beta}$, $\mathbf{a}_{\gamma\beta}$, $\mathbf{a}_{\beta\gamma}$ y $\mathbf{a}_{\gamma\gamma}$ son variables auxiliares denominadas como Variables de cerradura ya que sirven para cerrar la estructura matemática. Los vectores $\mathbf{n}_\beta$ y $\mathbf{n}_\gamma$ son vectores normales unitarios que apuntan desde la fase- β o fase- γ hacia la fase adyacente (es decir, el fluido adyacente o el sólido), véase la Figura 2. Una vez disponibles las variables de cerradura, se pueden calcular los tensores efectivos según las Ecuaciones (13) - (16). No obstante, el cálculo de variables de cerradura es una tarea desafiante ya que resuelven los siguientes problemas de valor en la frontera, denominados como Problemas de cerradura:

Problema IEn β -fase

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\beta\beta} = \mathbf{0} \quad (17)$$

En β -fase

$$-\nabla \mathbf{a}_{\beta\beta} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\beta\beta} = -\varepsilon_\beta \mathbf{K}_\beta^{-1} \quad (18)$$

En $A_{\beta\sigma}$

$$\mathbf{A}_{\beta\beta} = -\mathbf{I} \quad (19)$$

En $A_{\beta\gamma}$

$$\mathbf{A}_{\beta\beta} = \mathbf{A}_{\gamma\beta} - \mathbf{I} \quad (20)$$

En $A_{\beta\gamma}$

$$\begin{aligned} \mu_\beta \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta\beta} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\beta} + (\nabla \mathbf{A}_{\beta\beta})^T \right] = \\ \mu_\gamma \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\gamma\beta} + \nabla \mathbf{A}_{\gamma\beta} + (\nabla \mathbf{A}_{\gamma\beta})^T \right] + 2\sigma \mathbf{h}_\beta \mathbf{n}_{\beta\gamma} \end{aligned} \quad (21)$$

En $A_{\gamma\sigma}$

$$\mathbf{A}_{\gamma\beta} = \mathbf{0} \quad (22)$$

En γ -fase

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\gamma\beta} = \mathbf{0} \quad (23)$$

En γ -fase

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\gamma\beta} = \mathbf{0} \quad (24)$$

En γ -fase

$$-\nabla \mathbf{a}_{\gamma\beta} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\gamma\beta} = \varepsilon_\beta \mathbf{K}_\gamma^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\gamma\beta} \quad (25)$$

Periodicidad

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{\beta\beta}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}_{\beta\beta}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i), \quad \mathbf{a}_{\gamma\beta}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}_{\gamma\beta}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i), i = 1,2,3 \\ \mathbf{A}_{\beta\beta}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_{\beta\beta}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i), \quad \mathbf{A}_{\gamma\beta}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_{\gamma\beta}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i), i = 1,2,3 \end{aligned} \quad (26)$$

Restricciones.

medias

$$\langle \mathbf{A}_{\beta\beta} \rangle^\beta = \langle \mathbf{A}_{\gamma\beta} \rangle^\gamma = \mathbf{0} \quad (27)$$

Problema IIEn β -fase

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\beta\beta} = \mathbf{0} \quad (28)$$

En β -fase

$$-\nabla \mathbf{a}_{\beta\gamma} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\beta\gamma} = \varepsilon_\gamma \mathbf{K}_\beta^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\beta\gamma} \quad (29)$$

En $A_{\beta\sigma}$

$$\mathbf{A}_{\beta\gamma} = \mathbf{0} \quad (30)$$

En $A_{\beta\gamma}$

$$\mathbf{A}_{\beta\gamma} = \mathbf{A}_{\gamma\gamma} + \mathbf{I} \quad (31)$$

En $A_{\beta\gamma}$

$$\begin{aligned} \mu_\beta \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta\gamma} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\gamma} + (\nabla \mathbf{A}_{\beta\gamma})^T \right] = \\ \mu_\gamma \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\gamma\gamma} + \nabla \mathbf{A}_{\gamma\gamma} + (\nabla \mathbf{A}_{\gamma\gamma})^T \right] + 2\sigma \mathbf{h}_\gamma \mathbf{n}_{\beta\gamma} \end{aligned} \quad (32)$$

En $A_{\gamma\sigma}$

$$\mathbf{A}_{\gamma\gamma} = -\mathbf{I} \quad (33)$$

En γ -fase

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_\gamma = \mathbf{0} \quad (34)$$

En γ -fase

$$-\nabla \mathbf{a}_{\gamma\gamma} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\gamma\gamma} = -\varepsilon_\gamma \mathbf{K}_\gamma^{-1} \quad (35)$$

Periodicidad

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{\beta\gamma}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}_{\beta\gamma}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i), \quad \mathbf{a}_{\gamma\gamma}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}_{\gamma\gamma}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i), i = 1,2,3 \\ \mathbf{A}_{\beta\gamma}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_{\beta\gamma}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i), \quad \mathbf{A}_{\gamma\gamma}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_{\gamma\gamma}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i), i = 1,2,3 \end{aligned} \quad (36)$$

Restricciones.

medias

$$\langle \mathbf{A}_{\beta\gamma} \rangle^\beta = \langle \mathbf{A}_{\gamma\gamma} \rangle^\gamma = \mathbf{0} \quad (37)$$

Los problemas de cerradura deben resolverse en regiones representativas del medio poroso y, para este fin, es un uso común de una celda unitaria que, al repetirse periódicamente en todas las direcciones, reproduce completamente el medio poroso. Esta suposición ayuda a respaldar las condiciones de disparidad y homogeneidad a escala de longitud que el medio poroso debe satisfacer dentro del marco del método del promedio volumétrico. Cabe mencionar que los problemas de cerradura tienen en cuenta la tensión y curvatura interfacial de la interfaz fluido-fluido; Estos dos fenómenos, junto con la mojabilidad de las fases fluidas, acaban impactando en los diferentes procesos de desplazamiento que se desarrollan bajo escenarios de drene o imbibición dentro de las cavidades porosas. Por estas razones, se espera que los tensores efectivos presenten tendencias variables para el drene y la imbibición.

La solución de problemas de cerradura presenta dificultades relacionadas con su estructura matemática, y se requieren métodos numéricos potentes. El lado derecho de las Ecuaciones (14), (29), (34) y (35) incluye la integración simultánea de las variables de cerradura en la superficie según las definiciones (13)-(16), es decir, estamos tratando con ecuaciones diferenciales parciales integrales. Mientras tanto, las condiciones interfaciales de discontinuidad (21) y (32) se originan por el término de tensión interfacial σ . En casos donde la tensión interfacial es cercana a cero, entonces las condiciones de interfaz (21) y (32) representan la continuidad de la derivada normal de las variables de cerradura. Otros desafíos numéricos para resolver los problemas de cerradura son las condiciones periódicas escritas en las ecuaciones (26) y (36), lo que a su vez introduce esfuerzos computacionales adicionales. Finalmente, se enfatiza que la solución de los problemas de cerradura debe satisfacer que los promedios volumétricos de las variables de cerradura sean cero, o al menos cercanos a cero, según las Ecuaciones (28) y (34).

Recordamos que los problemas de cerradura I y II descritos anteriormente tienen naturaleza tensorial, y debe prestarse especial atención al calcular cualquiera de los elementos de los coeficientes efectivos (componentes $-xx$ o yy), es decir, se debe desarrollar algún esfuerzo algebraico para resolver los elementos apropiados de cada ecuación que compone el problema de cerradura. Con el objetivo de ser claros en esta parte, hemos añadido el Apéndice A para explicar cómo se obtienen los diferentes elementos de las variables de

cerradura vectoriales realizando productos escalares con los cosenos y/o dirección adecuados $\mathbf{e}_x$ y/o $\mathbf{e}_y$. Nótese que los coeficientes efectivos no pueden calcularse explícitamente una vez resueltos los problemas de cerradura, y es necesario calcular términos adicionales previamente para estimar directamente $\mathbf{K}_\beta$, $\mathbf{K}_\gamma$, $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$ y $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$.

1.3. Objetivos

Objetivo general

Determinar la permeabilidad relativa bifásica en medios porosos en condiciones dinámicas, utilizando micrografías reales de rocas y problemas de cerradura teóricos, bajo condiciones de drene, imbibición, y alteraciones de la mojabilidad y tensión interfacial.

Objetivos específicos

- Procesamiento de imágenes a partir de micrografías de rocas caracterizadas.
- En las micrografías procesadas, determinar el movimiento de las interfaces de los fluidos bajo diferentes escenarios de drene, imbibición y alteración de mojabilidad y tensión interfacial.
- Resolver los cuatro problemas de cerradura asociados en las micrografías digitales que contienen la evolución de las interfaces de los fluidos.
- Calcular los cuatro tensores de permeabilidad efectivos y la permeabilidad relativa de cada fluido.
- Comparar la permeabilidad relativa con datos de laboratorio y/o a nivel de yacimiento.

1.4. Hipótesis

La aplicación de problemas de cerradura en micrografías digitales de rocas hace posible obtener la permeabilidad relativa y los tensores de permeabilidad efectiva en condiciones dinámicas en procesos de drene e imbibición en medios porosos bifásicos.

2. Estado del arte

2.1. Teoría fundamental

En el ámbito de la ingeniería de yacimientos y la recuperación de recursos naturales, comprender el flujo bifásico a escala de poro en medios porosos es esencial para optimizar procesos de extracción, como la producción de aceite y gas. En este estudio se presenta una revisión de las metodologías empleadas para el modelado de flujo bifásico a escala de poro en yacimientos porosos, con el objetivo de destacar los principales fundamentos, aplicaciones y resultados relevantes de las teorías que se discuten. Se busca proporcionar una comprensión detallada de los fenómenos asociados con el comportamiento del flujo bifásico, así como los factores que influyen en su desplazamiento a través de un medio poroso.

Se da un enfoque particular en los aspectos de porosidad y permeabilidad. Se destaca especialmente el uso de modelos basados en imágenes o tomografías a escala de poro como una alternativa innovadora para representar los yacimientos porosos. Comprender los fenómenos relacionados con la porosidad y la permeabilidad es crucial, ya que estos factores tienen implicaciones directas en el desplazamiento de fluidos a través del medio poroso.

A lo largo del documento, se discuten en detalle diversos factores que afectan la permeabilidad, tales como la forma de los granos, la laminación, la cementación, el fracturamiento y la disolución. Cada uno de estos elementos tiene un impacto significativo en la capacidad de la roca para almacenar y transmitir fluidos. La revisión de estas metodologías y factores proporciona una base sólida para la comprensión y el avance en el modelado computacional de flujo bifásico en medios porosos, lo cual es esencial para optimizar la explotación de recursos en yacimientos porosos.

En esta parte de la tesis se proporcionan las bases teóricas para comprender y analizar de manera más concisa los fenómenos relacionados con el flujo bifásico en yacimientos de fluidos. Durante la revisión de la literatura se encontró que hay metodologías ampliamente usadas por investigadores, por lo que se discuten solo algunos trabajos a manera de ejemplo.

Propiedades de rocas y sus implicaciones en el flujo de fluidos

El conocimiento de las propiedades físicas de un yacimiento que contiene petróleo nos indica que los espacios vacíos de una roca se definen como porosidad y la medida de la capacidad de la roca para transmitir fluidos se llama permeabilidad. Conocer estas propiedades nos permite responder preguntas sobre tipos de fluidos, cantidad de fluidos, tasas de flujo y recuperación de fluidos. Los métodos para medir la porosidad y permeabilidad han constituido gran parte de la literatura técnica de la industria petrolera (Djebbar & Donalson, 2012).

Porosidad

Los granos que conforman las rocas sedimentarias clásticas, rara vez encajan perfectamente debido al alto grado de heterogeneidad en la forma. El espacio intergranular creado a lo largo de los lechos entre granos, llamado espacio poroso, está ocupado por fluidos (líquidos o gases). La porosidad de una roca de yacimiento se define como la fracción del volumen total del yacimiento que no está ocupada por la estructura sólida del yacimiento (Djebbar & Donalson, 2012). Matemáticamente, puede ser expresado como:

$$\phi = \frac{V_b - V_{gr}}{V_b} = \frac{V_p}{V_b} \quad (38)$$

Donde ϕ representa la porosidad de la roca, V_b es el volumen de la roca del yacimiento, V_{gr} es el volumen de grano y V_p representa el volumen de poros.

Fraser y Graton (1935), determinaron la porosidad de varios arreglos de empaquetamiento de esferas uniformes. Los autores demostraron que el sistema cúbico o de empaquetadura ancha tiene una porosidad del 47,6% y el sistema romboédrico o de empaquetadura compacta tiene una porosidad del 25,9%. La porosidad de dicho sistema es independiente del tamaño del grano (diámetro de la esfera). Sin embargo, si se mezclan esferas más pequeñas entre las esferas de cualquiera de los sistemas, la relación entre el espacio poroso y la estructura sólida se reduce y la porosidad se reduce.

Las porosidades de los yacimientos de petróleo oscilan entre el 5% y el 40% como puede observarse en la Tabla 1, pero con mayor frecuencia se encuentran entre el 10% y el 20% (Djebbar & Donalson, 2012).

Tabla 1. Valores estimados de porosidad, modificado de Sanders (1998)

Material	Porosidad total (%)	Porosidad eficaz (%)
Arcillas	40 a 60	0 a 5
Limos	35 a 50	3 a 19
Arenas finas, arenas limosas	20 a 50	10 a 28
Arena gruesa o bien clasificada	21 a 50	22 a 35
Grava	25 a 40	13 a 26
Shale intacta	1 a 10	0,5 a 5
Shale fracturada/alterada	30 a 50	
Arenisca	5 a 35	0,5 a 10
Calizas, dolomías NO carstificadas	0,1 a 25	0,1 a 20
Calizas, dolomías carstificadas	5 a 50	5 a 40
Rocas ígneas y metamórficas sin fracturar	0,01 a 1	0,0005
Rocas ígneas y metamórficas fracturadas	1 a 10	0,00005 a 0,01

Los factores que rigen la magnitud de la porosidad en sedimentos clásticos tienen que ver con la uniformidad del tamaño de grano, por ejemplo, si se mezclan partículas de limo o arcilla con granos más grandes, la porosidad efectiva se reducirá. A este tipo de depósitos se les denomina arcillosos que dependen del tamaño del material, tipo de depósito, características de la corriente y duración del proceso sedimentario. Un factor adicional radica en la cementación que se produce desde la litificación y durante la alteración de la roca mediante la circulación de agua subterránea. El proceso consiste en el relleno de los poros con material mineral que reduce la porosidad, como suelen ser los carbonatos, sulfuros de hierro, limonita, hematita, arcillas y muchos otros materiales, incluida cualquier combinación de estos. Otro factor es la compactación, proceso que da lugar a la migración de petróleo desde la roca madre hasta las rocas del yacimiento, consiste en perder huecos y *exprimir* el fluido para acercar las partículas minerales (Djebbar & Donalson, 2012).

Clasificación geológica de la porosidad

A medida que los sedimentos fueron depositados en océanos geológicamente antiguos, el primer fluido que llenó los espacios porosos en lechos de arena fue el agua de mar, también conocida como agua connata. Mientras tanto, durante la sedimentación y litificación, algunos poros quedaron aislados de otros espacios porosos mediante procesos diagenéticos como la cementación y la compactación. Por lo tanto, muchos poros están interconectados, mientras que otros se encuentran completamente aislados del resto. Esto conduce a clasificar la porosidad en dos categorías: la porosidad total, que también es conocida como absoluta, y la porosidad efectiva (Djebbar & Donalson, 2012).

La relación que existe entre la porosidad absoluta y la porosidad efectiva es la porosidad no efectiva. La porosidad absoluta es la relación que existe entre los poros de la muestra y el volumen total de la muestra, sin importar si los poros están interconectados o no. Por esta razón, una roca puede ser muy porosa, y, sin embargo, esta puede no tener conductividad de fluidos por falta de interconexiones entre sus poros (Djebbar & Donalson, 2012).

La porosidad efectiva se ve afectada por factores litológicos que incluyen el tipo de arcillas presentes en la roca, el tamaño de grano y su heterogeneidad, el empaquetamiento y cementación, procesos de meteorización y lixiviación, entre otros. Muchos de los poros pueden ser entradas a un sistema de poros que no tiene salida, dependiendo de la mojabilidad, estos poros pueden almacenar agua o aceite, a esto se le conoce como fluidos irreductibles (Djebbar & Donalson, 2012).

Otra manera de clasificar la porosidad se basa en si los espacios porosos se originaron cuando se colocaron los lechos de arena también conocida como porosidad primaria, o si se formaron a través de la diagénesis posterior, por ejemplo, dolomitización, catagénesis, tensiones terrestres y solución de agua que fluye a través de la roca. Estos procesos dan como resultado la porosidad secundaria.

En la descripción de las rocas sedimentarias siliciclásticas, para la clasificación microscópica, textural y composicional, se suele utilizar la clasificación de Folk. Según Folk (1974), la base de la clasificación es un diagrama triangular en la que se representan las proporciones de grava (material grueso de 2 mm), arena (material entre 0.0624 y 2 mm) y lodo (definido como todo el material fino de 0.0625 mm por ejemplo limo + arcilla), como se muestra en el diagrama triangular de la Figura 3. Dependiendo de las proporciones relativas de estos tres constituyentes, quince grupos texturales principales son definidos.

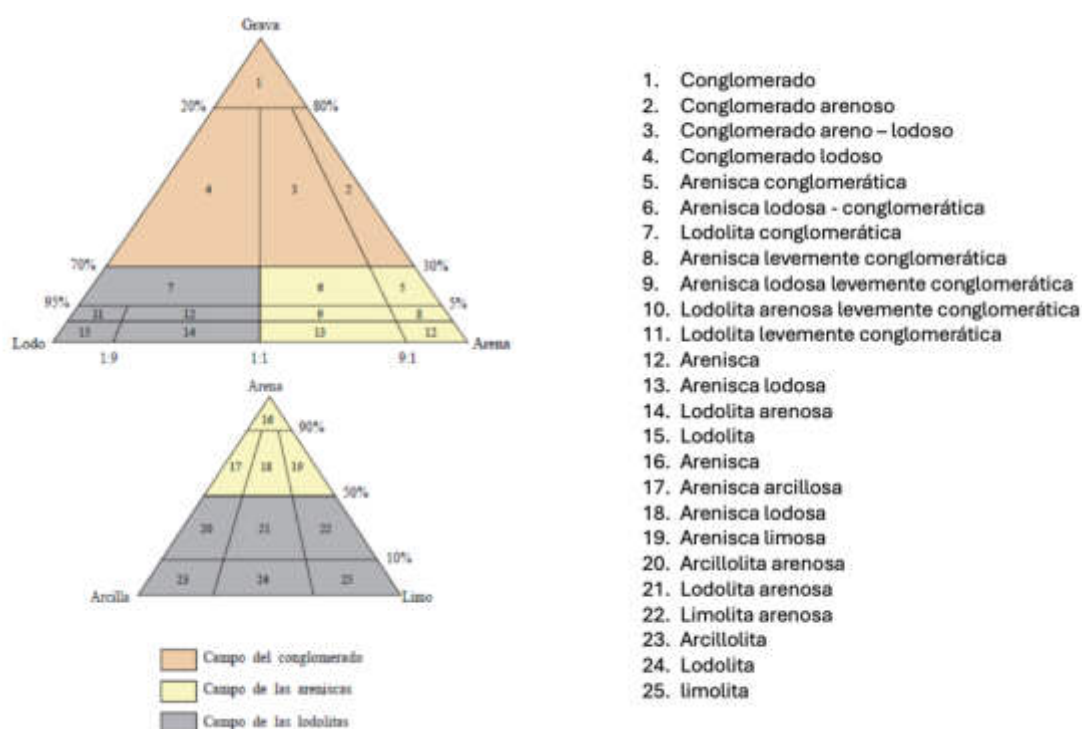


Figura 3. Clasificación textural de rocas siliciclásticas. Modificado de (Folk, 1974).

En el caso de las rocas carbonatadas, Folk las describe usando como criterio de clasificación la proporción relativa entre las partículas que forman el esqueleto y la matriz o el cemento, dándole más peso al tipo de partícula. La clasificación de Folk define sus términos en función del tipo predominante de grano y el dominio de matriz o cemento.

También se consideran los efectos de selección, y para esto una técnica muy utilizada es la curva de Hjulström, la cual describe los umbrales que, de acuerdo con los cambios de velocidad de una corriente, determinan si hay erosión, transporte o sedimentación para cada tamaño de partícula involucrada en el proceso como puede verse en la Figura 4.

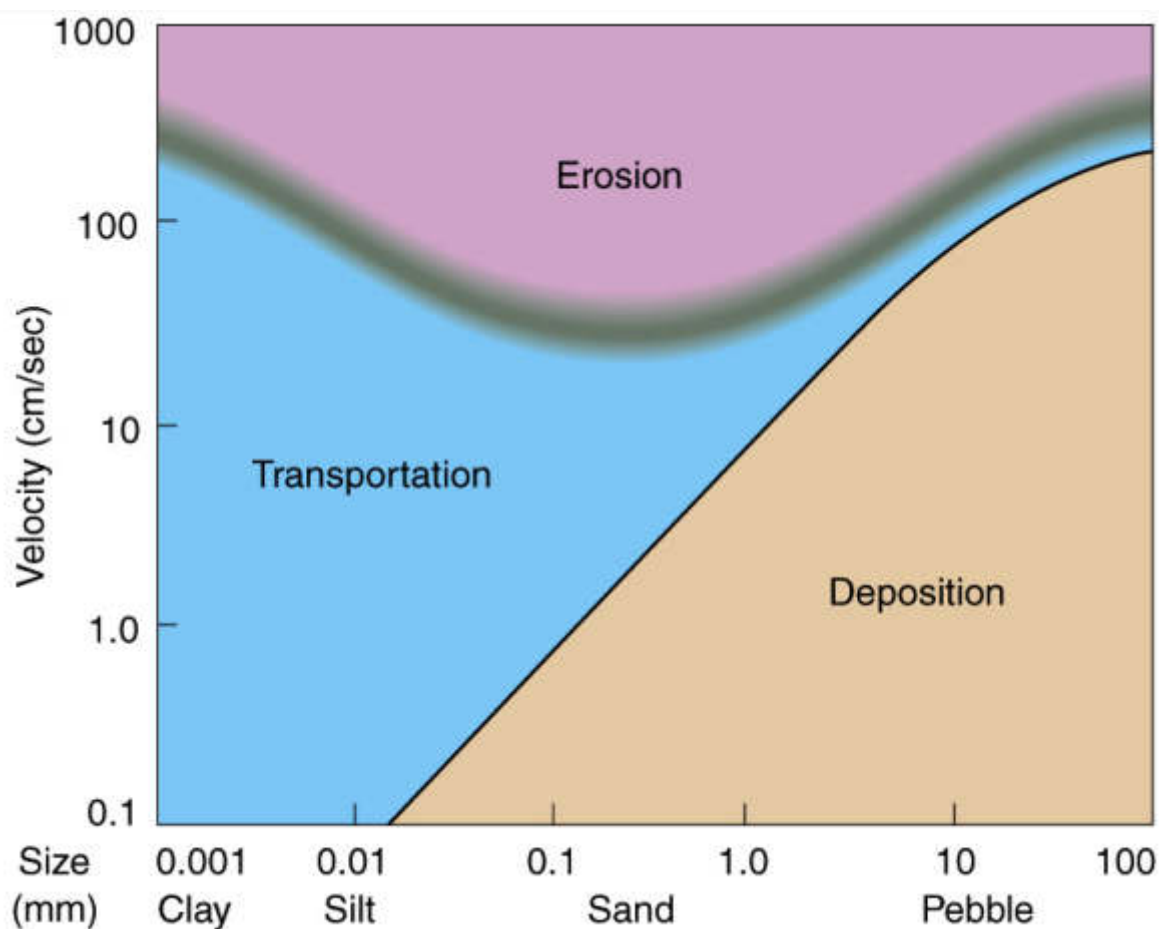


Figura 4. Diagrama de curva de Hjulström que indica si un río erosiona, transporta o deposita sedimento. El gráfico toma en cuenta el tamaño de las partículas de sedimento, y la velocidad del agua. “Curva de Hjulström - Wikipedia, la enciclopedia libre” (Internet Archive, 2006).

Las rocas utilizadas para el estudio del proyecto doctoral son catalogadas como litoarenitas inmaduras que contienen granos de cuarzo, abundantes fragmentos de carbonatos y fragmentos graníticos, pertenecientes a la cuenca de Chicontepec que es de tipo antepaís, y los sedimentos depositados son de tipo arcilloso arenoso de ambiente turbidítico con

evidencia de un paleocanal hacia la posición media sureste “Paleocanal de Chicontepec”, de edad eoceno temprano, que alcanza espesores de hasta 2700 metros. En general, la columna geológica está integrada por conglomerados, areniscas, limolitas y lutitas, con edades del Paleoceno al Eoceno temprano. Debido a la abundancia de carbonatos en el sistema deposicional, los sedimentos son altamente cementados por calcita y dolomita ferrosas, así como de sobre crecimientos de cuarzo, debido a ello, estos yacimientos se caracterizan por su baja porosidad y permeabilidad (Finol-Gonzalez, 2023).

Porosidad primaria

Se refiere a la porosidad remanente después de que los sedimentos se han compactado, pero sin considerar cambios debidos a una acción química subsecuente o flujo de agua a través de los sedimentos (SEG, 2020).

Factores que controlan la porosidad primaria

1. Inter cristalinos: Huecos entre los planos de ruptura de los cristales, vacíos entre los cristales individuales y vacíos en los lazos cristalinos. También llamado microporosidad porque muchos de estos poros pueden llegar a medir menos de 0.002 mm de diámetro.
2. Intergranular o interpartícula: Huecos entre granos, es decir, huecos intersticiales de todos los tipos de rocas. estos espacios vacíos pueden llegar a medir desde el tamaño subcapilar hasta el supercapilar de más de 0.5 mm de diámetro.
3. Planos de estratificación: los huecos se concentran paralelos a los planos de estratificación. La geometría mayor de muchos yacimientos está controlada por tales planos de estratificación. Las diferencias de los sedimentos depositados, de los tamaños y disposiciones de las partículas, y de los ambientes de deposición, son las causas de los huecos en el plano de estratificación.
4. Vacíos diversos: Espacios vacíos producto de fragmentos detríticos de fósiles, por empaquetamiento de oolitos, vórgulos y huecos cavernosos al momento de la deposición

Porosidad secundaria

Es la porosidad adicional que resulta por procesos geológicos subsecuentes (diagénesis, y catagénesis), especialmente fisuras, fracturas, cavidades de solución y porosidad creada por dolomitización (SEG, 2020).

Factores que controlan la porosidad secundaria

1. Porosidad de la solución: canales debido a la disolución de rocas por la circulación de soluciones calientes; aberturas causadas por intemperismo, y huecos caudados por organismos y luego agrandados por la solución.
2. Dolomitización: proceso por el cual la roca caliza se transforma en dolomita por reacción química.
3. Porosidad de fractura: aberturas creadas por fallas estructurales de las rocas del yacimiento bajo esfuerzos causadas por actividades tectónicas como plegamientos y fallas.
4. Vacíos secundarios varios: huecos creados por arrecifes en las crestas de anticlinales; fracturas creadas por colapsos de los estratos; huecos causados por brechas y conglomerados de deslizamiento submarinos causados por la gravedad después de la litificación parcial.

Permeabilidad

La roca de un yacimiento, además de ser porosa, debe de tener la capacidad de que fracture para que los fluidos en la roca fluyan a través de sus poros interconectados. La capacidad de la roca para permitir el transporte de fluidos por su estructura porosa se denomina *permeabilidad*. La permeabilidad de una roca resulta de su porosidad efectiva y como consecuencia se ve afectada por el tamaño de grano, la forma del grano, distribución del tamaño de grano, el empaquetamiento y el grado de consolidación y cementación (Djebbar & Donalson, 2012).

En 1856, el hidráulico francés Henry Darcy desarrolló una ecuación para flujo de fluidos que desde entonces se ha convertido en una de las herramientas matemáticas estándar más utilizadas por los ingenieros que se dedican a estudiar el flujo en medios porosos. Esta

ecuación es usada para medir la permeabilidad de una muestra de núcleo (Figura 5) y está denotada como sigue en la ecuación:

$$v = \frac{q}{A_c} = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dl} \quad (39)$$

Donde v es la velocidad del fluido, q representa el flujo volumétrico, k representa la permeabilidad de la roca porosa, A_c es el área de la sección transversal de la roca, μ representa la viscosidad del fluido, l es la longitud de la muestra de roca y $\frac{dp}{dl}$ es igual al gradiente de presión en la dirección del flujo.

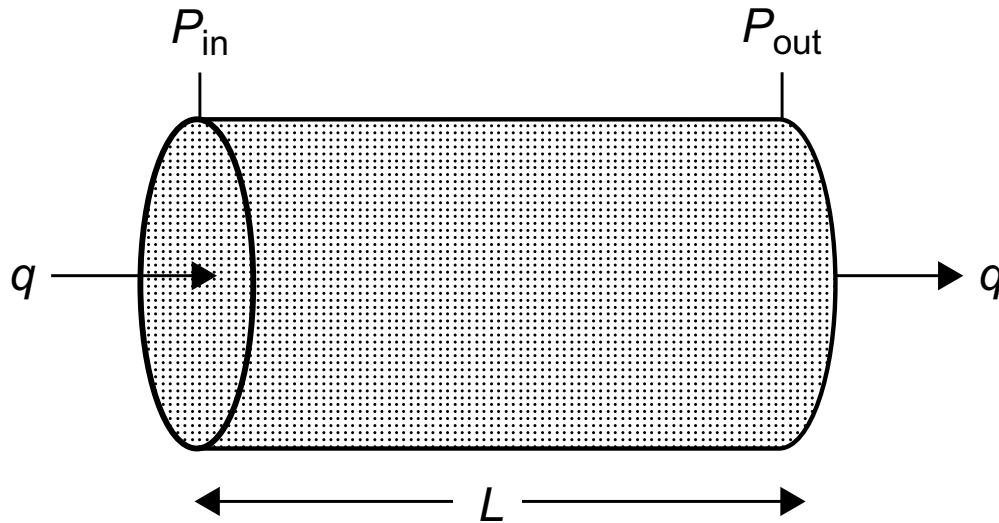


Figura 5. Muestra de núcleo donde q representa el caudal a la entrada y a la salida en la dirección de flujo, P_{in} es la presión en la entrada y P_{out} la presión a la salida, mientras que L es la longitud de la muestra de núcleo. (Djebbar & Donalson, 2012).

La permeabilidad de la mayoría de las rocas de un yacimiento petrolero es menor que un Darcy (Djebbar & Donalson, 2012); por lo tanto, la permeabilidad suele expresarse en milidarcys (1 D = 1000 mD), que se usa extensamente en la industria del aceite y gas. Un Darcy describe la permeabilidad de un medio poroso a través del cual pasa un centímetro

cúbico de fluido que tiene un centipoise de viscosidad y fluye en un segundo bajo una presión diferencial de una atmósfera, donde el medio poroso posee un área en sección transversal de un centímetro cuadrado y una longitud de un centímetro (Schlumberger, 2024).

Si la roca está 100 % saturada con un solo fluido o fase, la permeabilidad se denomina “absoluta”. En presencia de más de un fluido, la permeabilidad se denomina “relativa”, siendo la permeabilidad efectiva de aceite, agua o gas respectivamente. Los fluidos interactúan entre sí por los canales porosos de la roca; por lo tanto, la suma de las permeabilidades efectivas de todas las fases siempre será menor o igual que la permeabilidad absoluta.

En presencia de más de un fluido en la roca, la relación que existe entre la permeabilidad efectiva de cualquier fase y la permeabilidad absoluta de la roca es conocida como permeabilidad “relativa (k_r)” de esa fase. Por ejemplo, la permeabilidad relativa de aceite, gas y agua serían $k_{ro} = k_o/k$, $k_{rg} = k_g/k$, $k_{rw} = k_w/k$, donde k_o es la permeabilidad efectiva del aceite, k_g es la permeabilidad efectiva del gas y k_w es la permeabilidad efectiva del agua, mientras que K es la permeabilidad de la roca.

Clasificación de la permeabilidad

Para los yacimientos de petróleo existen dos tipos de permeabilidad, la primaria y la secundaria. La permeabilidad primaria se origina al momento de la deposición y litificación de las rocas sedimentarias, mientras que la permeabilidad secundaria resulta de la alteración de la matriz de la roca por compactación, cementación, fractura o disolución.

Los cementantes generalmente reducen la permeabilidad, ya que impiden el flujo de los fluidos que se encuentran en ella, mientras que las fracturas y la solución tienden a aumentarla. En algunas rocas, principalmente carbonatos de baja porosidad, la permeabilidad secundaria es la que proporciona el conducto de flujo.

Factores que afectan la permeabilidad

La permeabilidad de los yacimientos de petróleo puede variar en un rango de 0.1 a 1000 mD o incluso mayores. En este sentido, la calidad de un yacimiento puede ser determinada por su magnitud de permeabilidad, en mD, de acuerdo con la siguiente clasificación: mala si $k < 1$, regular si $1 < k < 10$, moderada si $10 < k < 50$, buena si $50 < k < 250$, y muy buena si $k > 250$ (Djebbar & Donalson, 2012).

De acuerdo con Djebbar & Donalson (2012), los factores que pueden afectar la magnitud de la permeabilidad son: la forma de los granos, laminación, cementación, el fracturamiento y disolución. Si la roca está constituida por granos grandes y planos dispuestos uniformemente de forma horizontal, su permeabilidad horizontal (k_H) será muy alta, mientras que la permeabilidad vertical (k_V) será de mediana a grande. En otro caso, si la roca está formada por granos grandes y redondeados, su permeabilidad será considerada alta y de la misma dimensión en ambas direcciones ($k_H = k_V$). La diferencia de permeabilidad medida paralela y vertical al plano del lecho es considerada del origen del sedimento, porque los granos se depositan en el agua en sus lados más largos y planos en posición horizontal, a este tipo de yacimientos se les llama anisotrópicos.

Los minerales laminados como la moscovita y el esquistos actúan como barreras a la permeabilidad vertical, sin embargo, k_V podría ser mayor que k_H debido a las fracturas o juntas verticales y canales de solución verticales. Las juntas pueden funcionar como barreras a la permeabilidad horizontal, solo si estas están rellenas por material arcilloso, pero esto estará determinado por su composición mineral y la composición de los fluidos. Si los minerales arcillosos que recubren los granos se expanden o se desprenden debido a los cambios en la química de los fluidos, la permeabilidad se reducirá considerablemente.

Existe una gran cantidad de trabajos de investigación que relacionan la porosidad con la permeabilidad, por ejemplo, Arwini (2020), examinó la relación entre la porosidad y la permeabilidad de un yacimiento de carbonatos en el campo petrolífero de Defa, Libia. El autor destaca la dificultad para caracterizar esta relación debido a la heterogeneidad de las rocas carbonatadas. Además, propone que los elementos geológicos principales que controlan

la porosidad y permeabilidad son la litología, la estructura de la roca, la presencia de fracturas, la porosidad secundaria, la mineralogía, la diagénesis y la conectividad de los poros. Estos factores influyen en la capacidad de la roca para almacenar y transmitir fluidos, lo que a su vez afecta la permeabilidad y porosidad de un yacimiento.

En el caso de las rocas carbonatadas, la solubilidad de los minerales, la formación de porosidad secundaria y la presencia de fracturas son especialmente importantes en la determinación de la porosidad y permeabilidad. Arwini propuso un modelo de permeabilidad basado en la utilización de unidades de flujo hidráulico (HFU Hydraulic Flow Unit por sus siglas en inglés) para mejorar la descripción del yacimiento (Figura 6).

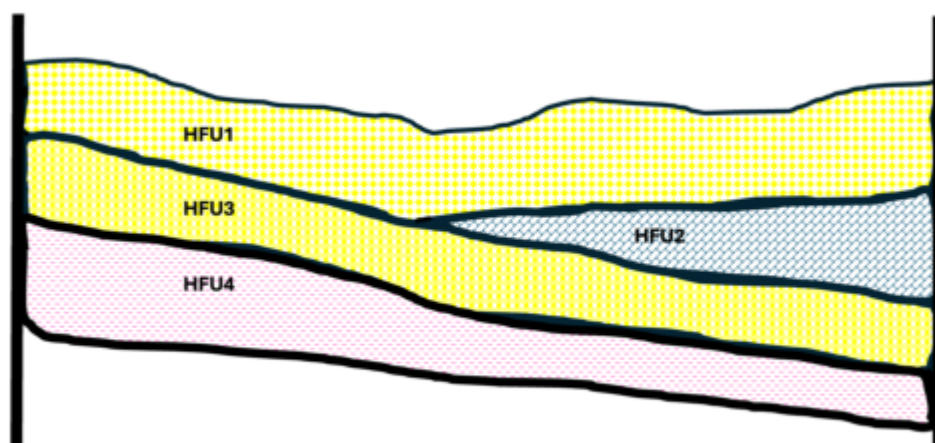


Figura 6. Gráfico ilustrativo del concepto de unidades de flujo hidráulico y como se utiliza para separar una formación en diferentes tipos de reservorio, se pueden diferenciar los diferentes tipos de roca de un yacimiento bajo el concepto de HFU. Modificado de (Arwini, 2020).

Para los geólogos, petroleros e hidrogeólogos, una unidad de flujo hidráulico (HFU) es el volumen representativo de la roca del yacimiento total, del cual las propiedades geológicas y petrofísicas del volumen de la roca son similares (Djebbar & Donalson, 2012). Otros autores también definen las HFU como una porción cartografiada del yacimiento dentro del cual las propiedades geológicas y petrofísicas que afectan al flujo del fluido son consistentes y predeciblemente diferentes frente a las propiedades de otro volumen de roca

del yacimiento (Quijas, 2019). Partiendo de estas definiciones, las HFU tienen las siguientes características:

1. Una HFU es un volumen específico del yacimiento, compuesta por una o más litologías.
2. Una HFU es correlativa y cartografiable en la escala de intervalo.
3. Una HFU es reconocible en el registro de pozo.
4. Una HFU puede estar en comunicación con otras HFU.

En contraste, muchos campos se caracterizan como extremadamente heterogéneos, lo que influye en los cálculos de ingeniería de yacimientos. La clasificación de las rocas mediante el método HFU revela la existencia de diferentes tipos de rocas en los yacimientos, y se logra una buena correlación entre la permeabilidad calculada y la permeabilidad real de los núcleos (Figura 7). Además, se discuten las complejidades relacionadas con la estimación de la permeabilidad en pozos donde no se obtuvieran muestras de roca utilizando métodos estadísticos y de inteligencia artificial.

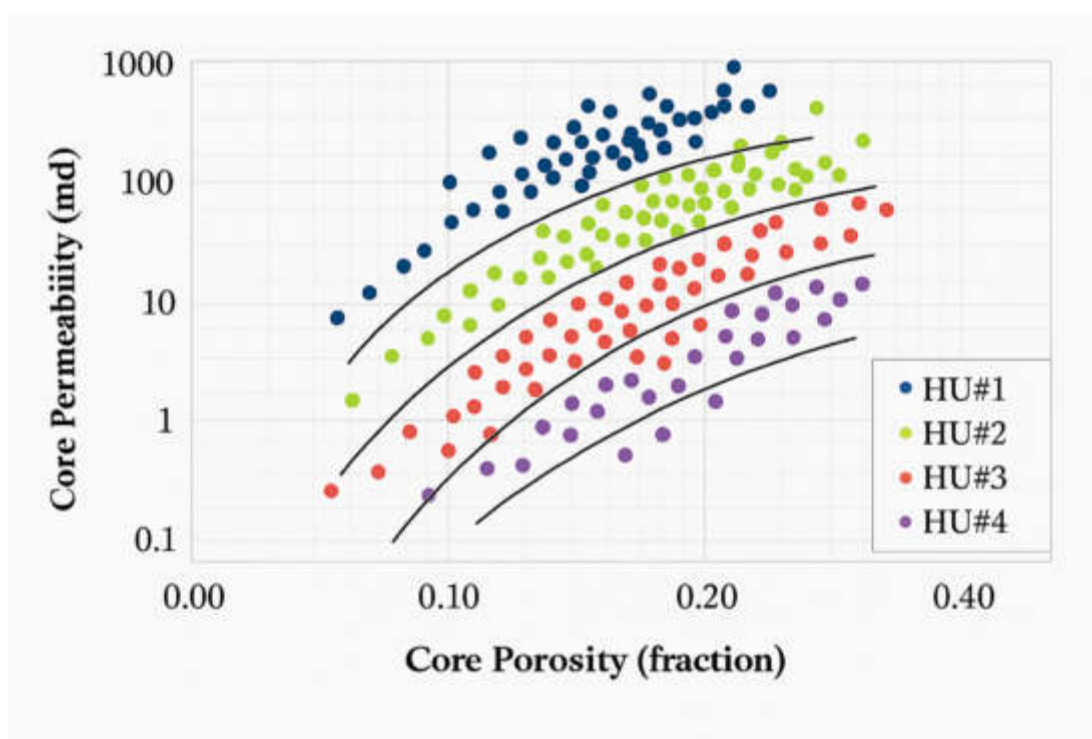


Figura 7. Gráfico cruzado de permeabilidad versus porosidad del núcleo para diferentes unidades hidráulicas (pozo Q15), modificado de (Arwini, 2020).

Este tipo de estudios proporciona una comprensión detallada de la relación porosidad-permeabilidad en yacimientos carbonatados y su aplicación en el campo. Comprender esta relación es esencial para desarrollar modelos predictivos de permeabilidad, lo que a su vez mejora la descripción de los yacimientos, permitiendo predecir la permeabilidad en las secciones no nucleadas de pozos, lo que es fundamental para la producción de petróleo. La permeabilidad y la porosidad de las rocas sedimentarias están influenciadas por la cementación y la ubicación del cemento dentro de los espacios porosos, como se muestra en la Figura 8. Existen algunos elementos geológicos que influyen en estas propiedades con una implicación directa en la dinámica de los fluidos, como lo es el tipo de roca, el tamaño y acomodo de los granos, la compactación, la presencia de fracturas, la cementación, entre otros. Comprender estos elementos geológicos es fundamental para predecir el movimiento de los fluidos a través de los medios porosos, lo cual es crucial en diversas disciplinas como lo son las Ciencias de la Tierra (Djebbar & Donalson, 2012).

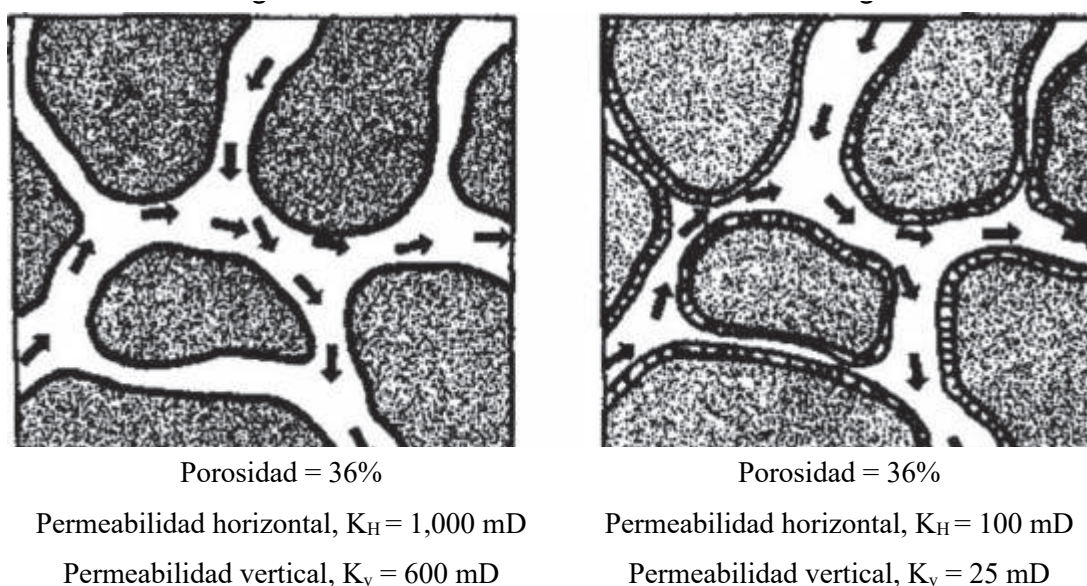


Figura 8. Efectos del material cementante de arcilla sobre la porosidad y permeabilidad en sus direcciones horizontal y vertical. Izquierda sin cemento y derecha con cemento. Tomado de (Djebbar & Donalson, 2012).

Existen investigaciones enfocadas en la caracterización geológica de yacimientos con un enfoque en la calidad de la roca como un yacimiento, en la heterogeneidad, en el

fracturamiento y en la acumulación de hidrocarburos. En este sentido, Cabrejo et al. (2010), identificaron propiedades en un sistema gobernado por matriz y fracturas, empleando registros de pozo y propiedades medidas sobre núcleos. En su investigación los autores se centraron en la caracterización de litologías y en la identificación de fracturas en yacimientos naturalmente fracturados. Los investigadores concluyen que cada yacimiento naturalmente fracturado es único y requiere un enfoque particular al aplicar técnicas y metodologías existentes, apoyándose en muestras de núcleos para validar la veracidad de las interpretaciones (Figura 9). Se resalta la importancia de considerar cada yacimiento como un proyecto independiente, identificar detalladamente las fracturas, identificar las litologías para comprender su heterogeneidad y su impacto en la producción de hidrocarburos.



Figura 9. Metodología para caracterización petrofísica de yacimientos naturalmente fracturados, calidad de la roca y fracturas sobre núcleos Cabrejo et al. (2010).

Otro fenómeno del flujo de fluidos relevante en rocas de yacimiento es el transporte de emulsiones con aplicaciones en el subsuelo. Muchas de las aplicaciones tienen que ver con la recuperación mejorada de hidrocarburos (EOR por sus siglas en inglés). En algunos

procesos de EOR con surfactantes y polímeros, las emulsiones son inyectadas directamente como un agente de control de movilidad. Este proceso puede mejorar la eficiencia de barrido en formaciones fracturadas y aumentar la producción del hidrocarburo. Modelar las emulsiones de hidrocarburos en medios porosos es todo un reto que implica la naturaleza compleja de diferentes interfaces y flujos asociados.

Romero et al. (2011), utilizaron un modelo de red capilar basado en relaciones constitutivas para obtener un comportamiento de flujo de emulsión a nivel de poro. Los autores tomaron en cuenta la relación entre el flujo volumétrico y la caída de presión de la emulsión a través de una red capilar, utilizando datos experimentales de relaciones constitutivas entre el flujo volumétrico y la caída de presión en capilares constrictivos para obtener un comportamiento de flujo macroscópico representativo. El modelo de red reprodujo cualitativamente la dependencia del flujo en el número capilar local, demostrando su capacidad para capturar los principales mecanismos físicos asociados con el flujo de emulsiones. Sin embargo, se observó que el modelo requiere una buena cantidad de datos de presión y flujo a nivel de poro para mejorar las predicciones.

Algunos autores han propuesto parámetros que combinan varias propiedades físicas, con el objetivo de verificar cuantitativamente el desplazamiento eficiente de una fase mojante. Desde el punto de vista experimental, Taber (1968), llevó a cabo pruebas en núcleos de muestras de roca de yacimiento para determinar las condiciones necesarias para barrer el aceite residual de una fase discontinua después de inyectar agua. Encontró que el barrido de aceite es en función de la presión, la distancia del barrido y la tensión interfacial entre el agua y el aceite. De sus resultados observó que no se puede eliminar el aceite residual hasta que se supere un valor crítico. El valor crítico es una propiedad fundamental de la roca, $\Delta P/L\sigma$ donde ΔP es la caída de presión a través de la distancia L por la tensión interfacial σ como se muestra en la siguiente ecuación.

$$\frac{\Delta P}{L\sigma} > 5 \frac{\left(\frac{psi}{ft}\right)}{\left(\frac{dinas}{cm}\right)} \quad (40)$$

Para muestras de arenisca berea “formación rocosa sedimentaria de Norteamérica” (principalmente Ohio, Michigan y Pensilvania), el valor crítico tiene un valor aproximado de $5 \left(\frac{\text{psi}}{\text{ft}} \right) / \left(\frac{\text{dinas}}{\text{cm}} \right)$. Se encontró que, para recuperar cantidades de aceite económicamente atractivas, el valor crítico $\Delta P/L\sigma$ debe exceder por lo menos un orden de magnitud. En el laboratorio, esto se puede lograr ajustando el flujo volumétrico y reduciendo la tensión interfacial entre el agua-aceite o ambas. Sin embargo, Taber (1968), concluye que el flujo volumétrico o el gradiente de presión, son los factores más importantes que afectan la recuperación de petróleo.

Mojabilidad

La *mojabilidad* es un término usado para describir la adhesión relativa de dos fluidos inmiscibles a una superficie sólida. En un medio poroso que comprende dos o más fluidos inmiscibles, la mojabilidad es una medida de la predisposición preferencial de uno de los fluidos para mojar (adherirse a) la superficie. En un sistema roca-agua-aceite, en donde la roca es preferentemente mojada por agua, el agua ocupa la mayoría de los poros más pequeños y mojará la mayor parte de la superficie de los poros más grandes.

En áreas de alta saturación, el aceite se posiciona sobre una película de agua esparcida por la superficie. Si la superficie de la roca está preferentemente mojada por agua y la roca está saturada por aceite, el agua se embeberá en los poros más pequeños, desplazando el aceite del núcleo cuando el sistema está en contacto con el agua. Si la superficie de la roca está preferentemente mojada por aceite, aunque pueda estar saturada con agua, el núcleo absorberá aceite en los poros más pequeños, desplazando el agua del núcleo cuando entra en contacto con el agua. Por lo tanto, un núcleo saturado de aceite se considera mojado con agua si se satura con agua, y viceversa, un núcleo saturado de agua se moja con aceite si se satura con aceite.

La mojabilidad de un sistema roca-fluidos es una característica promedio general de un sistema heterogéneo con mojabilidad relativa microscópica en todo el medio poroso. Las superficies de los poros tienen preferencia a mojarse por agua o aceite, y esta preferencia tiene efecto en el flujo de fluidos a través del medio poroso porque la mojabilidad controla

la presión capilar y el comportamiento de la permeabilidad relativa y, por lo tanto, el desplazamiento y recuperación final de hidrocarburos. Alhosani et al. (2021) estudiaron el flujo multifásico en medios porosos, centrándose en sistemas débilmente oleofílicos y en condiciones casi miscibles. En su estudio describen los procesos a escala de poro que controlan el movimiento de los fluidos, incluyendo el orden de la mojabilidad y los eventos de desplazamiento.

La mojabilidad controla el orden de los arreglos de las fases de fluido en un medio poroso, determina qué fase humedece preferentemente la superficie sólida y cuál ocupa el centro de los poros. El orden de mojabilidad, desde la mayor hasta la menor humedad, puede ser definido por el ángulo de contacto θ en la interfaz del par de fluidos, o directamente a través del tamaño de los poros ocupados por cada fluido. La fase mojante tiende a ocupar los poros y gargantas más pequeñas, mientras que, la fase no mojante, reside preferentemente en los centros de los poros más grandes (Figura 10).

Wettability	Miscibility	Wettability order (most-least wetting)	Spreading and wetting layers	Displacement events		Gas trapping	Oil recovery
				Gas injection	Water flooding		
Water-wet	Immiscible						Good
	Near-miscible			 	No data		Excellent
Weakly oil-wet	Immiscible			 			Good
	Near-miscible			 	 		Excellent
Strongly oil-wet	Immiscible			 	 		Very good
	Near-Miscible			 	 		Excellent

Figura 10. Órdenes de las fases de mojabilidad. La figura muestra una visión clara de cómo diferentes condiciones de mojabilidad y miscibilidad y su impacto en la inyección de gas, inundación de agua, afectan los procesos de recuperación mejorada de petróleo (EOR). Tomado de (Alhosani, Bijeljic, & Martin, 2021).

En la literatura de ingeniería de yacimientos petroleros, el desplazamiento de un fluido por otro fluido inmiscible en un medio poroso se le conoce como proceso de *drene* o *imbibición*, dependiendo si la fase que ingresa al medio poroso es no mojante o mojante. Estos procesos son afectados por fuerzas capilares, gravedad, viscosidad de los fluidos, tensión interfacial, propiedades físicas del medio, y la conectividad de los poros (Sahimi, 2011).

En el contexto de la recuperación de petróleo, la inyección de gas en estos sistemas facilita el flujo de petróleo y promueve la eficiencia en la recuperación. Asimismo, la inyección de agua posterior a la inyección de gas puede aumentar significativamente la recuperación de petróleo a través del desplazamiento doble de agua-aceite-gas. Además, los autores resaltan la necesidad de investigar el efecto de escalar la alteración de la mojabilidad en la permeabilidad relativa para abordar la aplicabilidad de la metodología en casos de campo. Alterar la mojabilidad en carbonatos puede modelarse con un enfoque numérico.

En un artículo reciente, Bordeaux-Rego et al. (2021), analizaron la recuperación de petróleo mediante la inyección de agua de baja salinidad en formaciones de carbonato, centrando su trabajo en la parte experimental, evaluación geoquímica y la alteración de la mojabilidad. En la metodología propuesta, utilizan un enfoque geoquímico y numérico para evaluar la alteración de la mojabilidad basados en la recuperación mejorada de hidrocarburos y su relación con la composición del agua de baja salinidad, destacando el impacto de la mojabilidad alterada en la eficiencia del desplazamiento.

Tensión interfacial

Cuando dos fluidos inmiscibles están en contacto, los fluidos están separados por una interfaz bien específica, que posee unos pocos diámetros moleculares de espesor (Djebbar & Donalson, 2012). Cuando ambas fases son líquidas se denomina tensión interfacial: cuando una de las fases es el aire se denomina tensión superficial. Dentro del fluido y lejos de la interfaz y las paredes del recipiente, las moléculas se atraen entre sí en todas direcciones. La tensión interfacial se produce porque una molécula cerca de una interfaz tiene interacciones moleculares diferentes de una molécula equivalente dentro del fluido estándar. Las moléculas

surfactantes se sitúan preferentemente en la interfaz y, por lo tanto, disminuyen la tensión interfacial. En la literatura moderna, la tensión interfacial tiene dimensiones de fuerza por unidad de longitud (newtons/metro), sin embargo, también puede ser expresado en unidades como (dinas/cm), que es numéricamente igual a mili-newtons por metro, $10^{-3} N/m$ ó mN/m .

Ángulo de contacto

El *ángulo de contacto* es un concepto fundamental en la física de superficies y la interacción entre líquidos y sólidos. Se refiere al ángulo formado por la interfaz entre un líquido y un sólido, cuando la interfaz está en contacto con las paredes del contenedor, la interfaz corta la superficie sólida en un ángulo, θ , que es función de la tensión adhesiva relativa de los líquidos al sólido (Figura 11). El ángulo se describe a continuación mediante la ecuación:

$$\cos \theta = \frac{\sigma_{so} - \sigma_{sw}}{\sigma_{wo}} \quad (41)$$

Donde σ_{so} representa la tensión interfacial entre el sólido y el aceite, σ_{sw} es la tensión interfacial entre el sólido y el agua y σ_{wo} es la tensión interfacial entre el agua y el aceite, respectivamente. En el contexto de la simulación del desplazamiento de flujo bifásico en medios porosos, el ángulo de contacto puede ser crucial para comprender cómo los líquidos interactúan con las superficies porosas y cómo estas interacciones afectan el flujo y la distribución de fluidos en el medio poroso. Se destaca la necesidad de investigar el efecto de escalar la alteración de la mojabilidad en la permeabilidad relativa para abordar la aplicabilidad de la metodología en casos de campo.

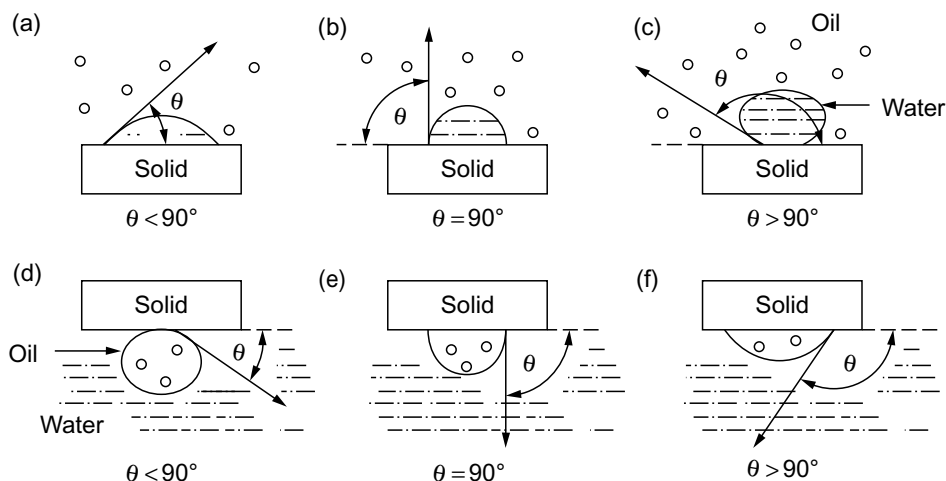


Figura 11. (a – c) Mediciones usando una gota de agua rodeada por aceite, y (d – f) gota de aceite rodeada por agua. El ángulo de contacto (θ) es el ángulo que forma la interfaz fluido–fluido con el sólido y es medido a través de la fase más densa. (Djebbar & Donalson, 2012).

Alterar la mojabilidad en carbonatos puede modelarse con un enfoque numérico, Bordeaux-Rego et al. (2021), proponen un modelo centrado en la predicción y comprensión de la alteración de la mojabilidad en medios porosos durante el desplazamiento de flujo bifásico. En este proceso, el modelo emplea la estimación del ángulo de contacto (Figura 12) para predecir la alteración de la mojabilidad, esto implica el cálculo de las fuerzas entre las fases de aceite, agua y roca. Además de considerar las fuerzas interfaciales, el modelo también considera la influencia de la composición del agua en la mojabilidad, identificando el impacto de la alteración de la mojabilidad en la eficiencia del desplazamiento mejorado.

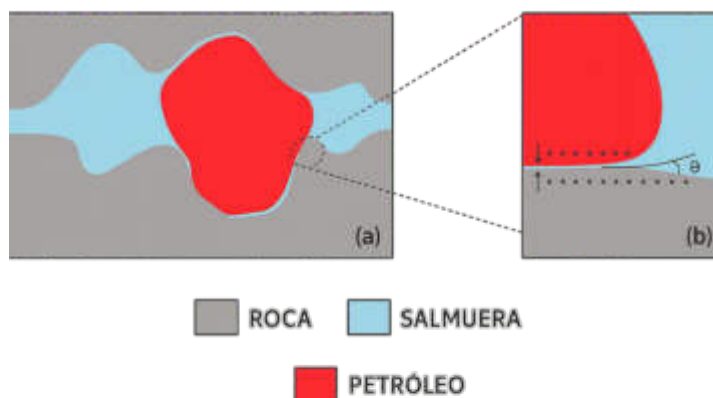


Figura 12. Esquema de (a) Petróleo atrapado dentro del poro y (b) ángulo de contacto en la interfaz roca-salmuera-aceite. Modificado de Bordeaux-Rego et al. (2021).

2.2. Modelos teóricos para la simulación numérica de flujo bifásico

La simulación numérica de flujo bifásico en medios porosos es crucial para la industria y la ciencia por su amplia gama de aplicaciones que van desde la extracción de hidrocarburos hasta la gestión de acuíferos y la recuperación mejorada de petróleo. En la literatura especializada se han desarrollado varios modelos teóricos que abordan este desafío. En este trabajo se destacan algunos de los principales modelos, especialmente aquellos que aprovechan las redes de poros obtenidas a partir de micrografías o tomografías para mejorar la precisión de la simulación.

El uso de micrografías y tomografías es fundamental para la simulación numérica del desplazamiento de flujo bifásico al proporcionar información detallada sobre la estructura del medio poroso lo más cercano a la realidad, permitiendo comprender el comportamiento de sistemas complejos, las propiedades del medio, la distribución de los poros y su conectividad. En este contexto, Mirjalili et al. (2017), estudiaron los métodos más utilizados de rastreo de interfaz disponibles para flujo bifásico, destacando las ventajas y desventajas de las diversas metodologías. Los autores se centran solo en flujo de dos fases inmiscibles, motivados por el hecho de que las observaciones de aplicaciones realistas son muy difíciles, ya que muchas técnicas experimentales no se pueden extender a flujo bifásico. La Figura 13 muestran diferentes clases de flujo bifásico y sus métodos destacados, resaltando con elipses los métodos de mayor interés para la comunidad científica.

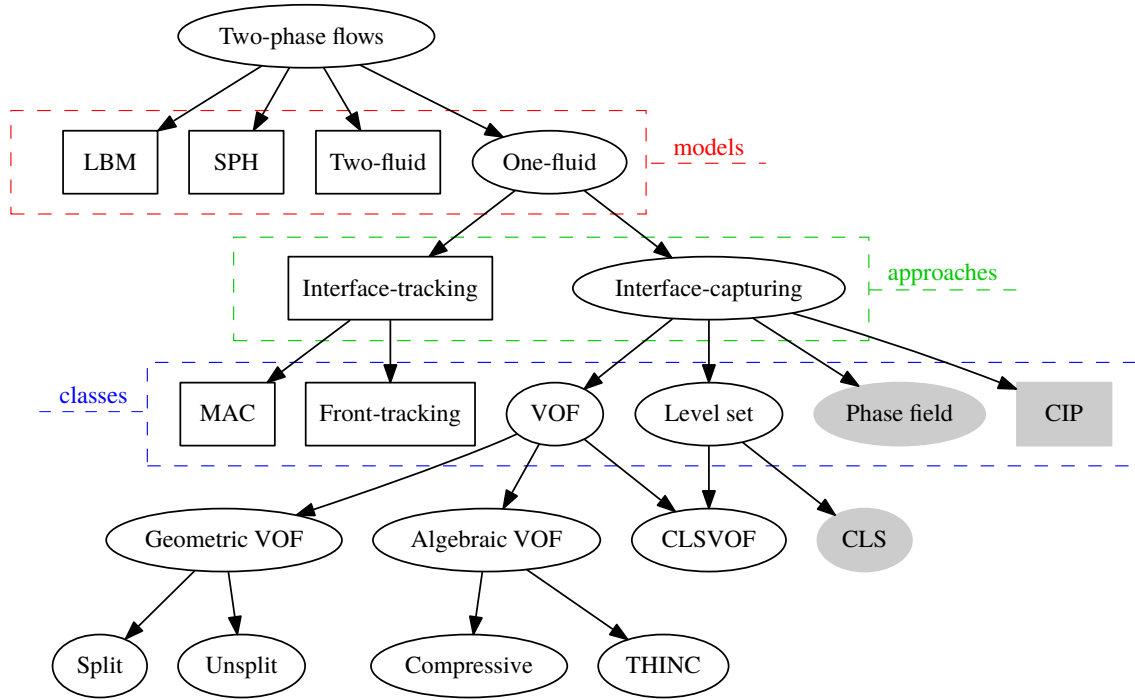


Figura 13. Clasificación de los métodos para flujo bifásico. Los métodos para capturar interfaces están marcados por elipses. Imagen tomada de (Mirjalili, Jain, & Dodd, 2017).

También existen estudios basados en la geometría de los poros y su influencia en el flujo de fluidos, Soltanmohammadi et al. (2024), hicieron estudios con un enfoque en yacimientos de pre-sal brasileños encontrando un factor de recuperación bajo a pesar de buenas propiedades petrofísicas de estos yacimientos, como porosidad y permeabilidad alta. Para su estudio, hicieron pruebas de flujo de una y dos fases, complementadas con tomografías computarizadas de alta resolución para generar líneas de flujo y evaluar la eficiencia del barrido de agua.

Los resultados de la simulación numérica mostraron que se produjo un avance rápido del aceite y una baja eficiencia de barrido, lo que sugiere que parte del núcleo quedó sin barrer dejando aceite atrapado. Estos hallazgos indican que se necesitan técnicas de recuperación mejoradas que optimicen el proceso de recuperación en estas áreas muertas. El impacto que genera la geometría de los poros en este tipo de flujo en medios porosos

heterogéneos tiene una influencia sobre la saturación, el perfil de presión, el factor de recuperación y la velocidad del fluido (Figura 14).

Soltanmohammadi et al. (2024), observaron que una parte considerable del fluido se mantiene atrapada en regiones muertas, lo que conduce a un comportamiento similar al de la canalización y una baja eficiencia de barrido del área.

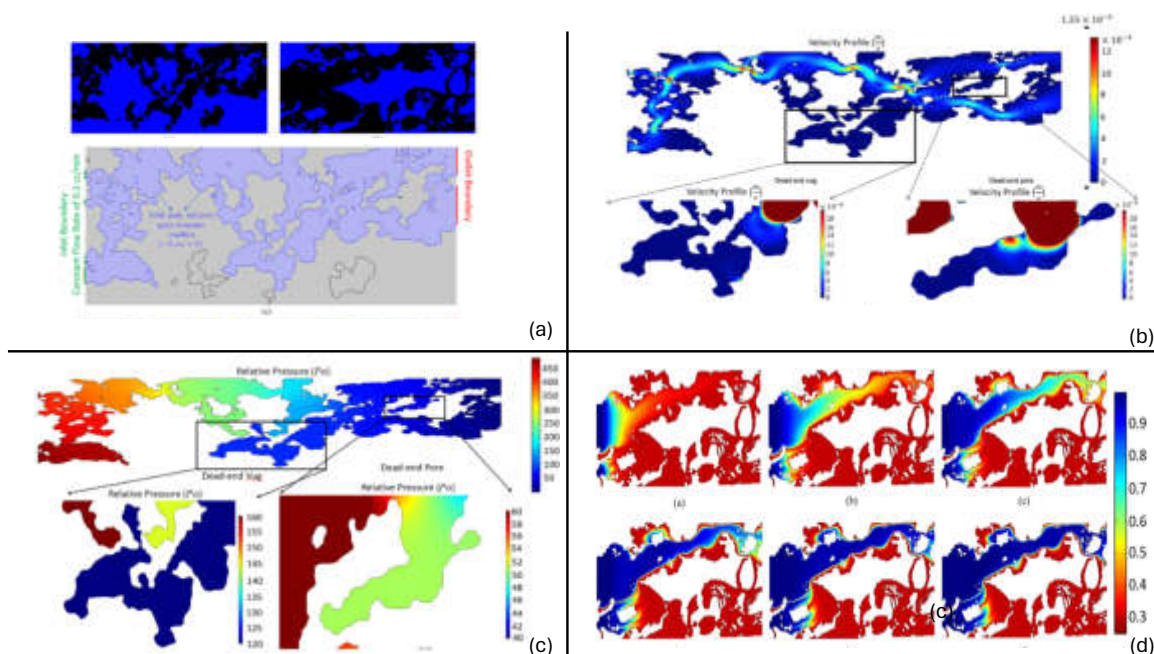


Figura 14. (a) Modelo 2D extraído de tomografía que muestra la geometría y los poros interconectados y poros aislados. (b) Perfil de velocidad, la barra de color representa el valor de la velocidad. (c) Variación de la presión, relativa, la presión relativa también aparece en zonas sin salida, la barra de color representa el valor de la presión (d) Perfiles de saturación en cada paso del tiempo de simulación, la barra de color representa el perfil de saturación de agua y aceite, donde el azul representa la saturación de agua y el rojo representa la saturación de aceite. Modificado de Soltanmohammadi et al. (2024).

También observaron poros y vórgulos sin salida en esas regiones donde permanece inmóvil el hidrocarburo, estos provocan un rápido avance y una baja eficacia de barrido. Las cavidades en la roca del tipo vórgulos comúnmente aparecen rellenos total o parcialmente de materiales precipitados, generan una forma de porosidad secundaria debido a la disolución

de materiales solubles de la roca o debido al agrandamiento de poros o fracturas por disolución. Generalmente, están presentes en rocas carbonatadas (Volcarce-Ortega & González-Espinoza, 2017).

Las similitudes entre resultados de simulación numérica y experimentación se centran en la presencia de poros y vórgulos sin salida que almacenan gran parte del fluido que permanece estancado en estas regiones. En la parte experimental se pudo observar con más detalle la saturación del hidrocarburo y la eficiencia del barrido durante la inyección de agua, mientras que en la parte de la simulación numérica se pudo hacer un análisis más preciso de la dinámica de los fluidos.

El modelado numérico a escala de poro es un enfoque alternativo para complementar las observaciones en experimentos de laboratorio, en primer lugar, sirven para vincular las propiedades de la escala de poro (geometría de poros, mojabilidad) y los mecanismos de desplazamiento en el flujo multifásico en medios porosos; en segundo lugar, permite estimar parámetros como la presión capilar y las curvas de permeabilidad relativa, que son necesarias para el modelado a escala macroscópica.

Para el flujo multifásico en medios porosos, Golpalvar et al. (2018), hicieron una revisión documental destacando tres enfoques principales: Modelo de tubos capilares, (BCTM por sus siglas en inglés), modelado directo a escala de poro, (DPSM, por sus siglas en inglés) y modelo de redes de poros, (PNM, por sus siglas en inglés). El enfoque del modelado de tubos capilares se basa en la construcción de una red de poros y gargantas de poro para simular el flujo de fluidos a través de un medio poroso. Este método se ha utilizado para estudiar fenómenos como el desplazamiento de fase, la formación de capas y el desplazamiento de fluidos (Figura 15).

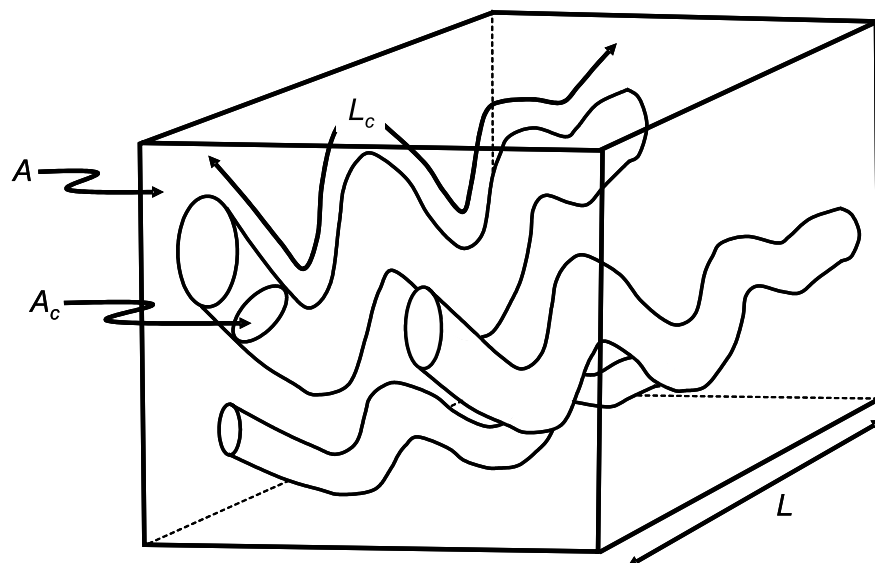


Figura 15. Tubos capilares donde L representa la longitud del bloque de material poroso, L_c representa la longitud de un segmento del tubo capilar dentro del bloque, A es el área transversal del tubo capilar del fluido y A_c es el área de la sección transversal del canal capilar específico. Tomado de Matthew (2008).

Para modelar BCTM, es posible reconstruir una imagen 3D a partir de tomografías de alta resolución en lugar de un conjunto de capilares, como se muestra en la Figura 16.

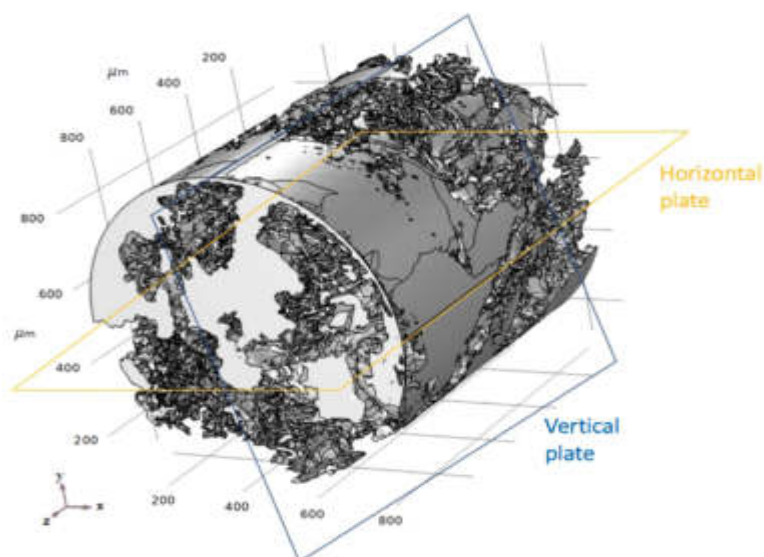


Figura 16. Representación tridimensional de secciones transversales de la estructura interna de un material poroso de una muestra de roca que se utilizan como geometría en COMSOL Multiphysics. Tomada de Romero et al. (2011).

Actualmente, se han adoptado varios métodos numéricos computacionales de fluidos para simular el flujo multifásico en espacio de poros 3D o en cortes transversales 2D, y pueden clasificarse como basados en partículas o en malla. Como ejemplo de métodos basados en partículas se encuentra la teoría de Lattice-Boltzmann (LB) que utiliza la función de probabilidad de partículas.

Para métodos basados en malla, se tiene por ejemplo el modelo Level Set (LS) que rastrea las interfaces entre fluido-fluido y fluido-sólido a través de la dinámica de fluidos. Mientras tanto, el enfoque de modelado directo a escala de poro (PNM) se utiliza la ecuación de Navier-Stokes (84) para simular flujo de fluidos en imágenes digitales de medios porosos. Por otra parte, el modelado basado en redes de poros se centra en la representación de la geometría del medio poroso y el cálculo de la presión capilar y la configuración del fluido.

Estas tres metodologías se han adoptado ampliamente para la investigación de la mecánica a escala de poros para interacciones fluido-fluido y fluido-sólido en medios porosos mediante simulación numérica.

Método Level Set

Este método se desarrolló en el contexto de procesamiento de imágenes (Sethian, 1999) y la primera aplicación en problemas de flujo bifásico fue desarrollado por (Sussman & Ohtha, 2009). Golpalvar et al. (2018) y Gada & Sharma (2009), describen el método Level set como uno de los métodos numéricos más populares que permite capturar interfaces dinámicas entre dos fluidos a través de medios porosos, aplicado para investigar fenómenos como la mojabilidad y sus efectos, distribución de las fases durante el proceso de imbibición, y para calcular parámetros como la permeabilidad y la permeabilidad relativa de las fases.

El método Level Set, aunque comúnmente asociado con el método VoF (Volume of Fluid, por sus siglas en inglés), ha demostrado un gran potencial para predecir la topología de la interfaz entre los fluidos con la fase sólida. Su capacidad para manejar cambios topológicos complejos lo hace especialmente útil en aplicaciones de dinámica de fluidos (Figura 17).

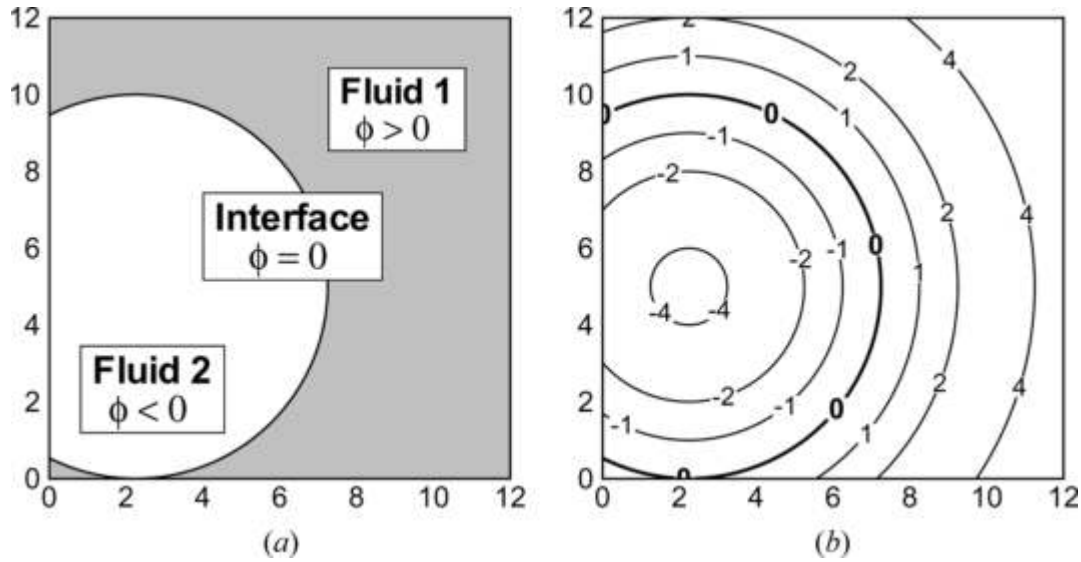


Figura 17. Esquema de la función Level Set en un dominio bifásico. (a) Distribución de la función ϕ , donde $\phi > 0$ corresponde al Fluido 1, $\phi < 0$ al Fluido 2, y $\phi = 0$ define la interfaz entre ambos fluidos. (b) Curvas de nivel de ϕ que ilustran la transición suave entre las fases y la localización de la interfaz.

Sin embargo, el método Level Set presenta ciertas limitaciones, una de ellas que es importante considerar tiene que ver con un alto consumo de tiempo computacional requerido para las simulaciones, especialmente cuando se trata de simulaciones en tres dimensiones (3D). Este aspecto puede convertirse en un obstáculo significativo en proyectos que demandan resultados rápidos.

Otra limitación relevante del método Level Set se relaciona con las dificultades que puede enfrentar al tratar con ciertos ángulos de contacto como se muestra en la Figura 18, este diagrama muestra visualmente cómo el ángulo de contacto afecta la forma de las interfaces de fluidos en un capilar o medio poroso, diferenciando entre regiones de mojado y no mojado. Esta limitación se vuelve más pronunciada en medios porosos con baja capilaridad. En estas condiciones, el método puede tener problemas de precisión en las simulaciones, lo que lleva a continuar investigando y desarrollando técnicas complementarias o mejoras al método para superar estos desafíos.

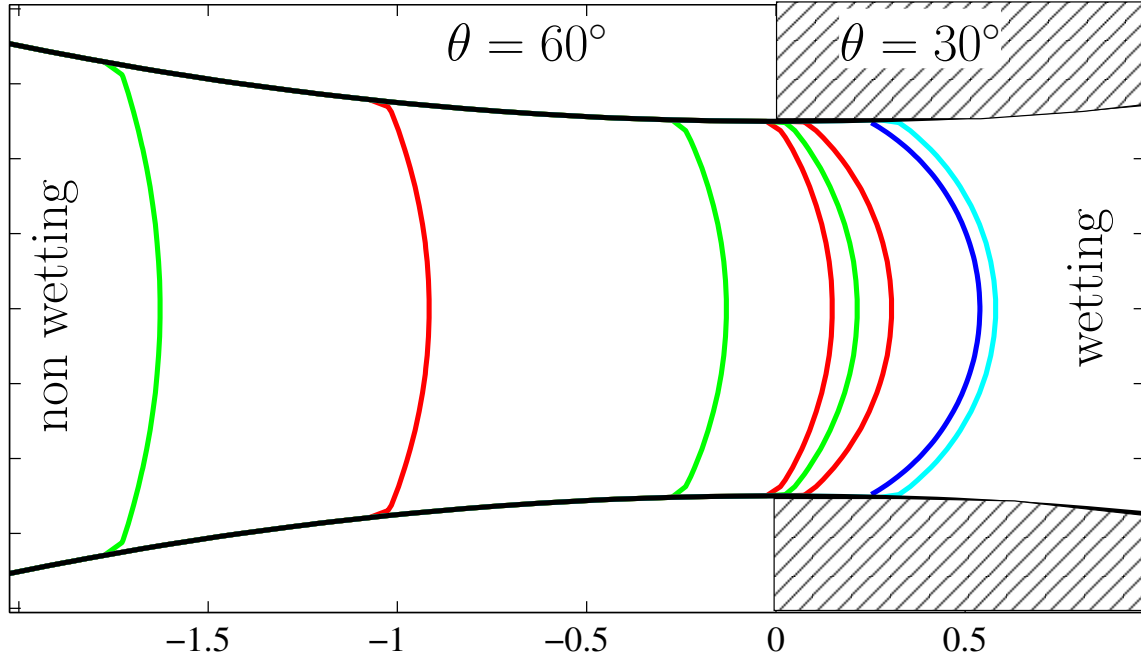


Figura 18. Perfiles de interfaz en un canal con transición de ángulo de contacto. La región izquierda corresponde a una superficie no mojante ($\theta = 60^\circ$), mientras que la derecha es mojante ($\theta = 30^\circ$). Las curvas de colores representan diferentes posiciones de la interfaz bajo condiciones de equilibrio, mostrando la influencia del ángulo de contacto en la curvatura y la forma de la interfaz. Golpalvar et al. (2018).

Otra gran limitante tiene que ver con la reinicialización de la variable ϕ en cada paso en el tiempo, el enfoque para reinicializar ϕ es calcular la ubicación ($\phi = 0$) y volver a calcular la distancia a la interfaz en todos los demás puntos, sin embargo, este método es demasiado caro computacionalmente hablando, se encontró que en algunos casos distorsiona la interfaz. Por lo tanto, Sussman et al. (1994) propusieron un método de reinicialización basado en EDP que resuelve la ecuación.

$$\phi_\tau = \text{sgn}(\phi^0)(|\nabla\phi| - 1) = 0 \quad (42)$$

Donde sgn es una ecuación de signo suavizada. La reinicialización de ϕ también se puede hacer resolviendo la ecuación.

$$\|\nabla\phi\| = 1 \quad (43)$$

Con el fin de resolver la ecuación planteada, se han propuesto diversas metodologías en la literatura, tales como el Fast-Marching Method (FMM) por sus siglas en inglés, y el Fast-Sweeping Method (FSM) por sus siglas en inglés. Estos métodos resultan atractivos por su bajo costo computacional y por ser intrínsecamente conservativos, evitando la pérdida de masa.

Por su parte, Mirjalili et al. (2017), señalan en su estudio que el método de Level Set se desarrolló y utilizó por primera vez en el contexto de gráficos por computadora y procesamiento de imágenes y después fue extendido a los casos de flujo bifásico. Mientras tanto, el flujo de fluidos con interfaces o fronteras móviles se produce en una serie de aplicaciones diferentes, como la interacción fluido-estructura, los flujos multifásicos y las membranas flexibles que se mueven en un líquido.

Método de Volumen de Fluido

La mayoría de las técnicas de captura de interfaz se basan en el método de volumen de fluido (VoF por sus siglas en inglés), en el enfoque de VoF las ecuaciones de Navier-Stokes se resuelven en una malla inmóvil, por lo tanto, la resolución de la malla se vuelve un factor primordial para determinar la precisión del método Watts et al. (2005). El método VoF completa la formulación de un fluido para flujos multifásicos. La fracción de volumen de uno de los fluidos actúa como indicador que rastrea la distribución instantánea de los fluidos.

El método VoF fue desarrollado por Hirt & Nichols (1991), es un método conservador bien conocido diseñado para capturar la evolución inestable de la interfaz de flujo entre dos fluidos. En el Método VoF, la fracción de volumen de uno de los fluidos denotados por α define la distribución espacial de los fluidos. α es una función escalar indicadora que toma los valores desde cero a uno. $\alpha = 0$ denota ausencia, $\alpha = 1$ denota la presencia del fluido trazado, e $0 < \alpha < 1$ indica una mezcla. El valor de $\alpha = 0.5$ define la interfaz del fluido. El método VoF considera un único campo de velocidad continuo y describe la distribución de cada fase mediante una función de color discontinua $c(x, t)$ que asume valores 0 o 1 para cada fase. Esta función progresa de forma Lagrangiana, de conformidad con la ecuación.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\mathbf{u}) = 0 \quad (44)$$

Donde c es la fracción de volumen de la fase considerada (el valor de c es 1 dentro de la fase y 0 fuera de ella, t es el tiempo, $\mathbf{u}$ es la velocidad del fluido, $\nabla \cdot (c\mathbf{u})$ representa el operador divergencia aplicado al producto de la velocidad y la fracción de volumen, lo que describe el transporte de la fracción de volumen a través de la interfase. Esta ecuación se deriva de la ecuación de continuidad para un fluido incompresible y se modifica para incluir el transporte de la fracción de volumen en lugar de la densidad. El método VoF se basa en el seguimiento de la evolución de la fracción de volumen en el tiempo y en el espacio para capturar la interfase entre las dos fases. VoF presentaba dificultades para modelar la interfaz de manera precisa, sin embargo, con el transcurso del tiempo se han implementado mejoras, tales como la incorporación de fuerzas de tensión superficial y el uso del esquema de cálculo de interfaz lineal por tramos (PLIC) para controlar los cambios topológicos de la interfaz.

En el contexto de los medios porosos, Raeni et al. (2014) han adaptado el método VoF para simular flujo en estos medios. Han descompuesto el término de presión en componentes capilares y dinámicos y han introducido un nuevo modelo de fuerza de superficie filtrada para mejorar la modelización de la fuerza de tensión superficial. También han utilizado factores de relajación para suavizar la solución del acoplamiento de velocidad y presión. Su modelo puede predecir mecanismos de corte en procesos de drene y ha sido utilizado para calcular la presión capilar de drene en espacios porosos tridimensionales simétricos en forma de estrella. Sin embargo, su modelo solo funciona para áreas transversales uniformes y se desvía para las no uniformes.

A pesar de estos avances, las ecuaciones de Navier-Stokes tradicionales presentan dos problemas principales cuando se aplican a flujos multifásicos en medios porosos: la falta de un modelo de línea de ángulo de contacto y la dificultad para capturar la dinámica de la interfaz fluido-fluido. Los investigadores han abordado estos desafíos desarrollando varios modelos y técnicas para mejorar la precisión y aplicabilidad del método VoF en la simulación de flujos a escala de poro.

Otros autores también utilizan el VoF para analizar el comportamiento de la inyección de agua en medios porosos, como lo ocurrido por Wang et al. (2023), donde mediante la simulación numérica se determinó que reducir la tensión superficial del agua e incrementar su viscosidad, pueden incrementar el área barrida y el factor de recuperación. La simulación numérica también reveló que la formación de un canal de alto contenido de agua por la inyección de agua en medios microporosos rara vez se estudia y puede afectar la distribución y recuperación del petróleo, lo que permite identificar estrategias para mejorar la recuperación. Asimismo, el método VoF utiliza el flujo inmiscible de dos fases en medios porosos derivados de imágenes de tomografía computarizadas (Figura 19), lo que permite identificar los poros al definir una función de volumen para capturar la interfaz del flujo.

Según Wang et al. (2023), esta técnica demostró ser altamente efectiva para simular el comportamiento dinámico de dos fases, específicamente aceite y agua, en el contexto del factor de recuperación. Los resultados obtenidos por este estudio fueron prometedores, ya que el método no solo permitió una representación precisa de la interfaz entre las dos fases, sino que también capturó con exactitud las variaciones en la topología de estas a lo largo del tiempo.

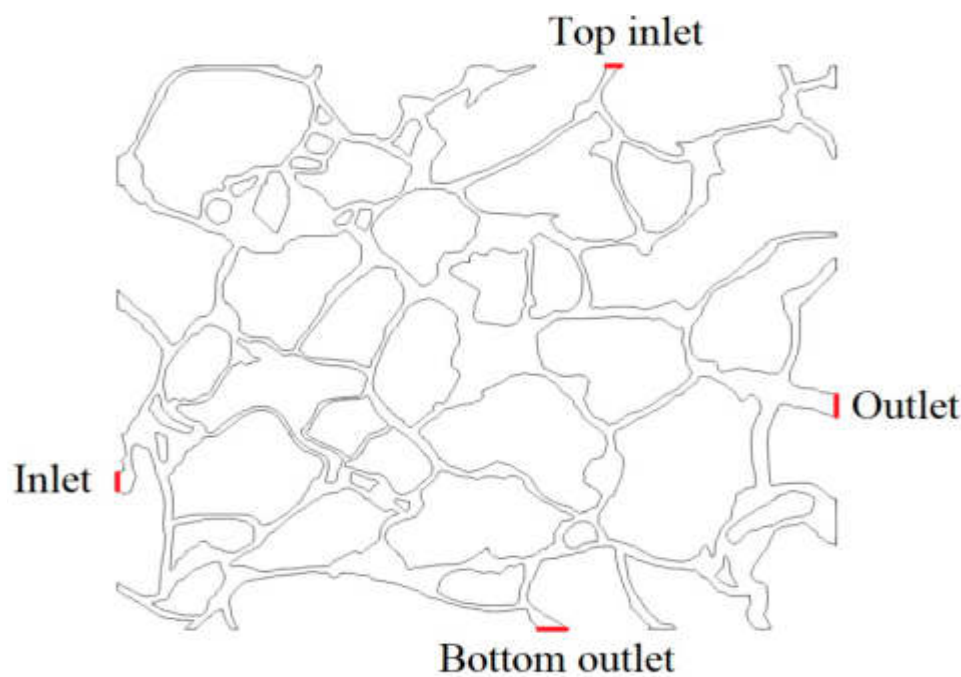


Figura 19. Modelo físico del medio poroso extraído de microtomografía computarizada, Wang et al. (2023).

En sus experimentos, Wang et al. (2023) observaron que la técnica fue capaz de modelar de manera realista la interacción entre el aceite y el agua, incluyendo fenómenos complejos como la coalescencia y la fragmentación de las gotas de aceite dentro del agua. Esto es particularmente relevante para aplicaciones en la industria petrolera, donde la eficiencia del factor de recuperación puede ser influenciada significativamente por la dinámica de estas dos fases.

A continuación, se describen las principales ventajas y desventajas del método VoF.

Ventajas de VoF:

1. Simplicidad: VoF es un método relativamente simple de implementar y requiere menos poder de cómputo que otros métodos.
2. Capacidad de modelar múltiples fases: Puede manejar múltiples fases inmiscibles y es útil para simular fenómenos como la formación de burbujas y la coalescencia.
3. Integración de fuerzas de superficie: VoF puede incorporar fuerzas de tensión superficial, lo que es crucial para modelar interfaces de fluidos.
4. Aplicabilidad a medios porosos: Ha sido adaptado para su uso en medios porosos, lo que lo hace relevante para la industria petrolera y la contaminación del agua.
5. Predicción de mecanismos de flujo: Puede predecir mecanismos como el corte de Haines (saltos bruscos e inestables del menisco durante la imbibición o drene de un fluido no mojante en un medio poroso.) y la movilización de ganglios (son un pequeño volumen aislado del fluido no mojante atrapado en los poros debido a fuerzas capilares), que son importantes en la dinámica de fluidos en medios porosos.

Desventajas de VoF:

1. Resolución limitada de la interfaz: La representación de la interfaz puede volverse menos nítida debido a la difusión numérica de la fracción volumétrica, lo que puede llevar a errores en la simulación.
2. Problemas de conservación de masa: Aunque se han hecho mejoras, VoF puede violar la conservación de masa, lo que afecta la precisión de los resultados.

3. Dependencia de la malla: La precisión de VoF depende de la calidad de la malla computacional, lo que puede requerir mallas finas y aumentar la demanda computacional.
4. Limitaciones en la modelización de la línea de contacto: No tiene un modelo para la línea de ángulo de contacto, lo que es esencial para el concepto de flujo multifásico.
5. Desviaciones en áreas transversales no uniformes: El modelo de Raeini et al. (2014) solo funciona para áreas transversales uniformes y se desvía para las no uniformes.

En resumen, VoF es un método versátil y relativamente simple para simular flujos multifásicos, pero tiene limitaciones en la precisión de la interfaz y la conservación de masa, así como en la modelización de la línea de contacto y la aplicabilidad a geometrías no uniformes.

Método Phase Field

Los avances en la adquisición de imágenes a escala de poro (por ejemplo, imágenes de tomografía computarizada μ CT), la creciente disponibilidad de recursos informáticos y los desarrollos de nuevos algoritmos numéricos han dado lugar a que sean más factibles las simulaciones numéricas a escala de poro para flujo multifásico en medios porosos. Es por esta razón que la simulación numérica a escala de poro de alta precisión y resolución en volúmenes fotografiados puedan brindar información importante sobre los fenómenos físicos durante el desplazamiento de los fluidos por un medio poroso.

Estos avances dan lugar a que se analicen otros métodos para flujo bifásico como el Phase Field (PF) que ofrece varias ventajas al simular flujo bifásico a escala de poro. Una de sus ventajas radica en que ha demostrado su capacidad del modelado para simular con precisión la evolución de las interfaces de cada fase y la interacción con las superficies sólidas, lo que lo hace adecuado para estudiar fenómenos de flujo multifásico a escala de poro (Alpak, Riviere, & Frank, 2016).

A diferencia del método de volumen de fluido (VoF) y de Level Set, que se basan en técnicas de regularización para describir las interfases de fase, el método de Phase Field

facilita un tratamiento termodinámico de las interfaces, haciéndolas más consistentes físicamente para las simulaciones directas de flujo bifásico a escala de poro. El método está basado en las ecuaciones de Cahn-Hilliard (Cahn & Hilliard, 1958) y Allen-Cahn (Allen & Cahn, 1979) que fueron desarrolladas principalmente para modelar la separación de fases y los fenómenos de engrosamiento en sólidos y el movimiento de límites anti-fase en sólidos cristalinos.

En la actualidad, estos métodos se han adoptado para modelar la interfaz entre dos fluidos. Gracias a las ecuaciones de Allen-Cahn, se deriva el modelo Phase Field para flujo incompresible, se puede escribir como:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (u\phi) = \nabla \cdot \left\{ \Gamma \left[\epsilon \nabla \phi - \phi(1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right] \right\} \quad (45)$$

Donde ϕ es la variable Phase Field que representa la fracción de volumen, u es la velocidad, Γ representa el parámetro de escala de velocidad, y ϵ es el parámetro de escala de espesor de la interfaz.

Este modelo puede considerarse conservativo como el método Level Set desarrollado por Olsson & Kreiss (2005). En síntesis, la ecuación que resuelve Phase Field describe la evolución de la variable de Phase Field durante el transcurso del tiempo, considerando tanto la difusión como la advección de la fase debido al campo de velocidad del fluido. Esta ecuación es fundamental para modelar la dinámica de interfaces y la separación de fases en sistemas bifásicos.

En la Figura 20, se muestra un diagrama que representa la interacción entre dos fases de fluido y una pared sólida. Se observan dos fases, etiquetadas como “phase 1” y “phase 2”, separadas por una interfaz cuyo grosor está indicado por la flecha roja etiquetada como “interface thickness”. La normal a la interfaz en el punto de contacto con la pared sólida está etiquetada con la letra “ n ”, mientras que la normal a la superficie sólida está etiquetada por “ n_s ”. Además, en el diagrama de igual forma se puede observar un ángulo de contacto, ϕ_s .

que es el ángulo formado por el punto donde la interfaz de las dos fases de fluidos se encuentra con la pared sólida.

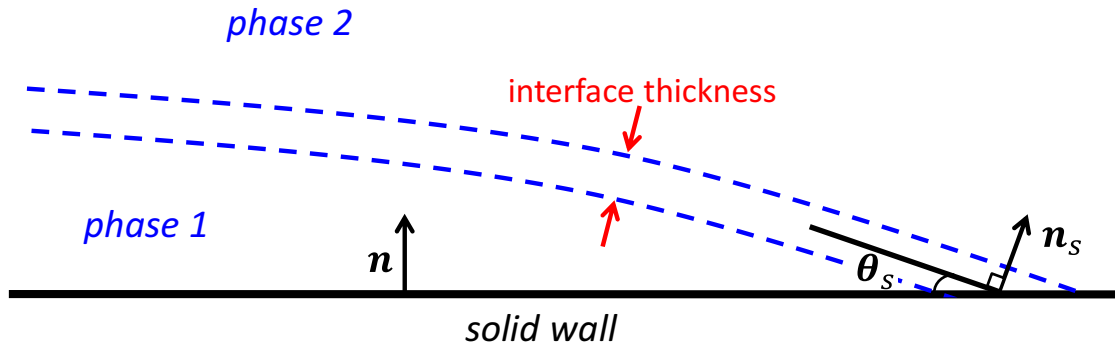


Figura 20. Interpretación de la Interfaz-Difusa de la línea de contacto de la pared sólida y el ángulo de contacto. Las líneas discontinuas delimitan la región de transición entre las fases 1 y 2, cuya anchura define el espesor de la interfaz. Este espesor es controlado por parámetros del modelo y determina la variación suave de la función de orden entre ambas fases. Tomado de Alpak et al. (2016).

En el método Phase Field (PF), la Figura 18 representa los perfiles de saturación en diferentes momentos en un dominio de modelo de canal 2D. Los perfiles de saturación muestran la evolución de la interfaz entre dos fases y como cambia con el tiempo. Esto es crucial para comprender la dinámica del ángulo de contacto y la evolución de las interfaces en los flujos multifásicos a escala de poro.

A continuación, se describen las ventajas y desventajas del método Phase Field

Ventajas de Phase Field:

1. Propiedades termodinámicas: La forma hiperbólica de la interfase en los métodos de Phase Field es similar al equilibrio termodinámicamente derivado, lo que puede ser útil para crear interfaces delgadas.
2. Tratamiento de interfaces complejas: Phase Field puede manejar interfaces complejas y cambios topológicos de manera natural, lo que es útil en simulaciones donde la interfase experimenta deformaciones significativas.

3. Conservación de masa: Phase Field puede garantizar la conservación de masa, lo que es crucial para simulaciones precisas de flujos de dos fases.
4. Facilidad de implementación: Cuando se acoplan con un paso de transporte de cantidad de movimiento que incluye fuerzas de tensión superficial, Phase Field puede proporcionar un enfoque fácil de implementar para la modelización de dos fases.
5. Resolución de interfase: Aunque el grosor físico de la interfase en aplicaciones reales es prácticamente imposible de resolver numéricamente, Phase Field ofrece una manera de modelar la interfase como una capa difusa, lo que puede mejorar la estabilidad numérica

Desventajas de Phase Field

1. Costo computacional: El método Phase Field puede ser más costoso computacionalmente que otros métodos, como VOF o Level Set, lo que puede limitar su uso en problemas de gran escala o en tiempo real.
2. Escalabilidad paralela: Los métodos híbridos que combinan Phase Field con VOF pueden tener dificultades para lograr una escalabilidad paralela eficiente debido a la carga de trabajo desequilibrada resultante de las operaciones requeridas para ambos métodos.
3. Valores fuera de rango: En algunos casos, las soluciones numéricas pueden producir valores de fase fuera de los límites aceptables, lo que requiere técnicas de corrección adicionales.
4. Energía discreta: Las correcciones artificiales para manejar valores fuera de rango pueden llevar a que las ecuaciones modificadas de Phase Field no sean más flujos de gradiente de una funcional de energía, lo que puede comprometer la conservación de energía discreta.

En esta tesis se eligió el método Phase Field como enfoque principal debido a sus ventajas conceptuales y numéricas para el estudio de interfaces en sistemas multifásicos. Este método permite representar la interfaz de manera continua mediante una función de campo que varía suavemente entre las fases, evitando la necesidad de seguirla explícitamente como ocurre en métodos tradicionales.

Gracias a esta característica, el método Phase Field maneja de forma natural cambios topológicos complejos, que son esenciales en problemas de dinámica interfacial.

Además, el método se fundamenta en principios termodinámicos, utilizando una energía libre para describir la evolución del sistema, lo que facilita la incorporación de fenómenos físicos como tensión superficial, capilaridad y condiciones de mojabilidad. Su formulación es robusta y flexible, permitiendo trabajar con geometrías complejas y condiciones de frontera variables, como diferentes ángulos de contacto, sin necesidad de reconstruir la interfaz.

Otra ventaja importante es su compatibilidad con esquemas numéricos como elementos y volúmenes finitos, lo que asegura precisión en dominios irregulares y escalabilidad para simulaciones en dos y tres dimensiones. Estas características lo convierten en una herramienta ideal para los objetivos de esta tesis, que incluyen el análisis de la evolución temporal de interfaces y el estudio de fenómenos capilares en superficies con propiedades heterogéneas.

Método de red de poros

Existen otras metodologías como la implementada por Martínez-Mendoza y Díaz-Viera (2019), donde describen el modelo de red de poros como un enfoque que permite estudiar una amplia gama de fenómenos, tomando en cuenta la geometría y la conectividad de los poros para estimar propiedades efectivas de flujo como las curvas de presión capilar, permeabilidades efectivas, curvas de permeabilidad relativa, entre otras, las cuales, habitualmente son obtenidas a través de experimentos de laboratorio.

En general, los modelos de redes de poros se dividen en dos partes fundamentales que son, la estructura geométrica del medio y los modelos de los fenómenos físicos, como puede verse en la Figura 21. Como geometría de poros se suelen usar red de puntos y líneas.



Figura 21. Elementos que constituyen a un modelo de red de poros. Tomado de (Martínez-Mendoza & Díaz-Viera, Metodología basada en modelos de red de poros para la estimación de propiedades efectivas de flujo en medios porosos: caso de estudio para una Arenisca, 2019).

Los autores reprodujeron procesos de imbibición y drene en una arenisca, para estimar parámetros representan la intrusión de mercurio considerando las propiedades previamente reportadas en pruebas de laboratorio, sin embargo, no hicieron análisis de imágenes, en su lugar usaron información de libre acceso de una arenisca genérica similar a la utilizada en el experimento.

Tras un análisis estadístico sobre el tamaño de poro y gargantas, se determinó la red irregular y la geometría de poros y gargantas. En la Figura 22 se muestran los diámetros de poro y garganta de una arenisca considerados para establecer el modelo de red de poros.

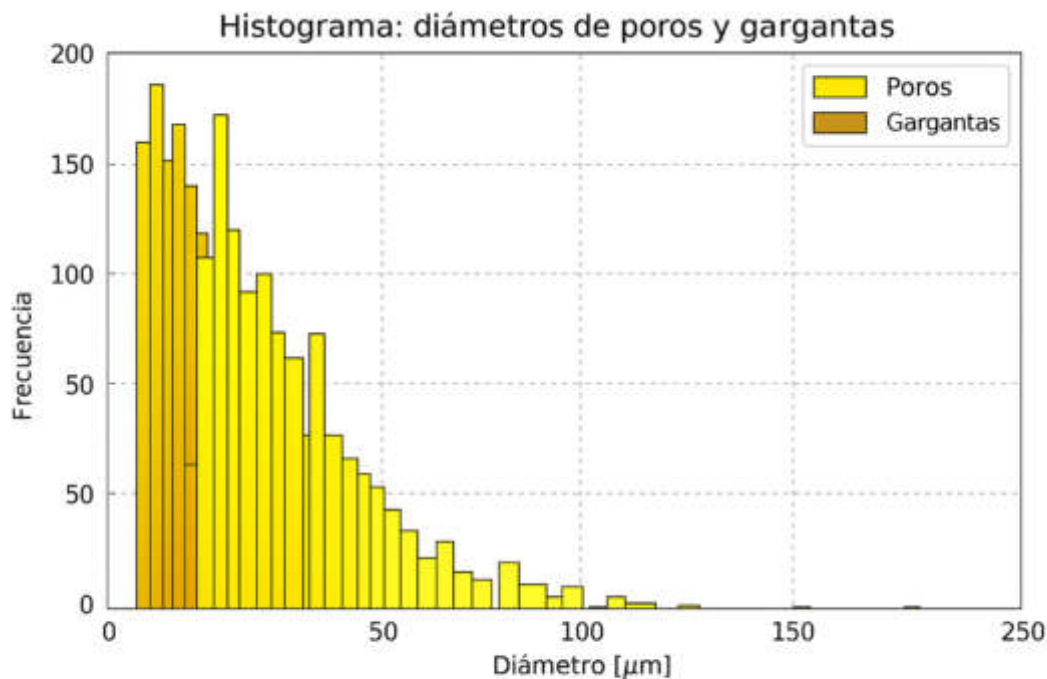


Figura 22. Diámetros de poro y garganta de la muestra de arenisca. Esta muestra fue considerada para establecer el modelo de red de poros del caso de estudio. Tomado de (Martínez-Mendoza & Díaz-Viera, Metodología basada en modelos de red de poros para la estimación de propiedades efectivas de flujo en medios porosos: caso de estudio para una Arenisca, 2019).

Posteriormente, definieron las propiedades de los fluidos para finalmente simular flujo en imbibición y drene primario, logrando estimar parámetros petrofísicos, permeabilidad absoluta y curvas de permeabilidad relativa, un ejemplo de los cálculos de permeabilidad relativa lo podemos ver en la Figura 23.

A través de su investigación, los autores presentaron una metodología para estudiar fenómenos a escala de poro, considerando el modelo de red de poros como una herramienta práctica para la estimación de propiedades efectivas.

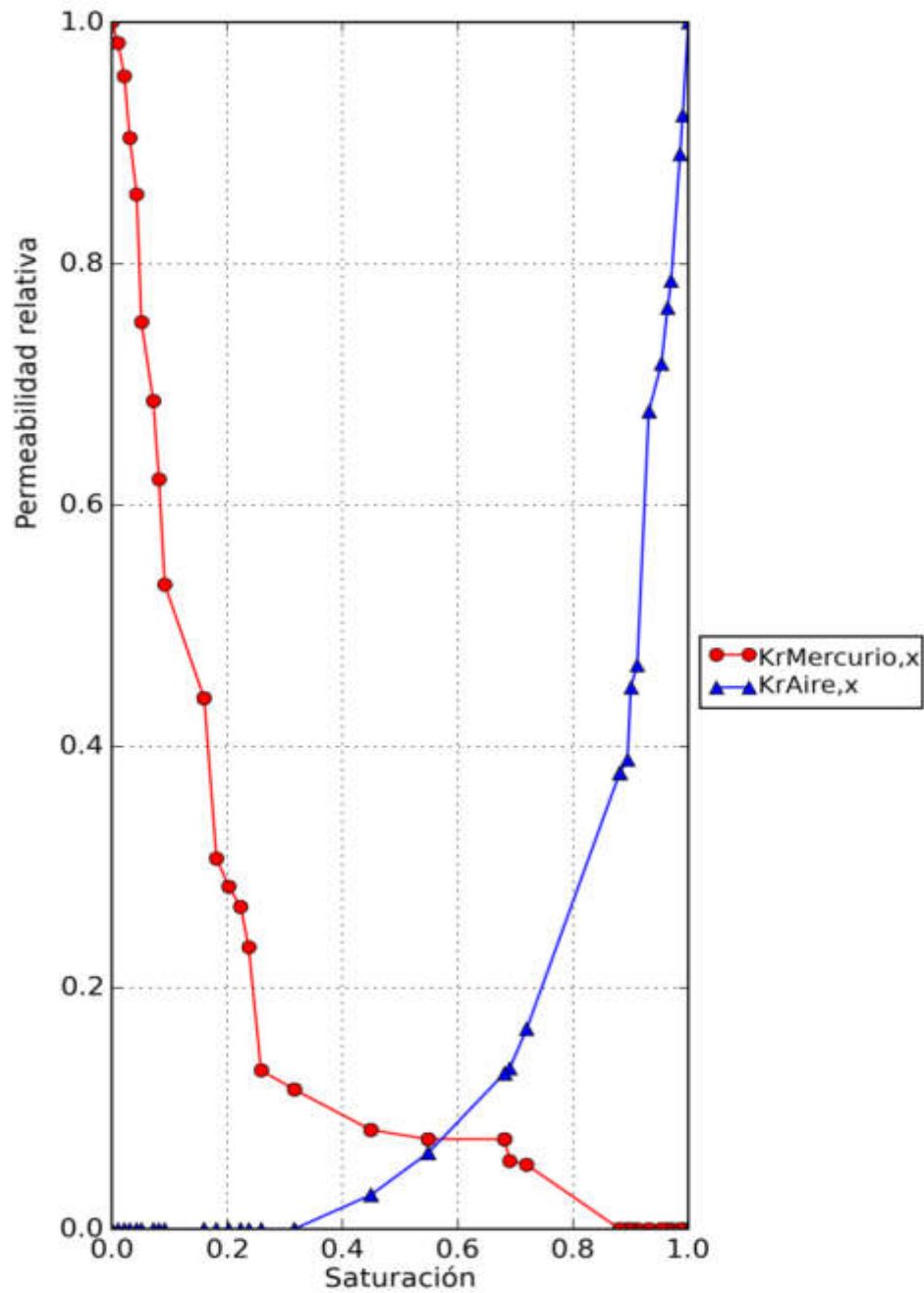


Figura 23. Curvas de permeabilidad relativas para el caso de arena. Permeabilidad relativa del mercurio en rojo, y en azul la permeabilidad relativa del aire. (Martínez-Mendoza & Díaz-Viera, Metodología basada en modelos de red de poros para la estimación de propiedades efectivas de flujo en medios porosos: caso de estudio para una Arena, 2019).

Para aplicar los modelos de red de poros en la estimación de propiedades efectivas, se obtienen las propiedades que caracterizan al medio poroso, a los fluidos y a las

interacciones entre ellos, esto incluye la forma y tamaño de los poros y gargantas y la forma en que se conectan, posteriormente se hace un análisis estadístico de las propiedades estructurales del medio para ajustar funciones de distribución de probabilidad lo que permite establecer los elementos fundamentales de la red de poros, como la red, la geometría, las fases, la física a escala de poro y los métodos. Una vez hecho esto se comparan los resultados de las simulaciones con datos de pruebas de laboratorio para verificar la representatividad del modelo.

Para el Método de Red de Poros se establecen modelos matemáticos para flujo y drene primario, se presentan a continuación:

El flujo a través del modelo de red poros considera la relación Hagen-Poiseuille que describe el flujo laminar de un fluido newtoniano incompresible a través de un conducto cilíndrico bajo la acción de un gradiente de presión aplicado a los extremos. La ecuación es:

$$q = -\frac{\pi r^4 \Delta p}{8\mu l} \quad (46)$$

Donde q es el flujo volumétrico r y l son el radio y la longitud del conducto, μ es la viscosidad del fluido y Δp es la diferencia de presión a través del conducto. En seguida se obtiene la conductancia hidráulica k .

$$k = -\frac{\pi r^4}{8\mu l} \quad (47)$$

Se lleva a cabo un balance de masa para el flujo volumétrico en cada poro en la red, y sustituyendo la ecuación de conductancia hidráulica, se obtiene el modelo de flujo:

$$\sum_{j=1}^n k_{ij}(p_i - p_j) = 0 \quad (48)$$

Donde k_{ij} es la conductancia hidráulica total del flujo que conecta los poros i y j , p_i y p_j son las presiones en cada elemento.

Una vez resuelto el problema de flujo, la permeabilidad absoluta se obtiene mediante la Ley de Darcy (49), que relaciona el caudal de fluido con la presión aplicada y las propiedades del medio poroso.

$$K = \frac{\mu Q L}{A(p_{in} - p_{out})} \quad (49)$$

Donde K es la permeabilidad absoluta, Q es el gasto total del fluido a través de la red, A es el área de la sección transversal de la red, L es la longitud del modelo en la dirección del flujo, μ es la viscosidad del fluido, p_{in} es la presión de entrada y p_{out} es la presión de salida. Para este trabajo, Martínez-Mendoza y Díaz Viera (2019) proponen que, al ser las gargantas representadas por cilindros, se considera la ecuación de Young-Laplace para calcular la presión capilar en conductos cilíndricos como las gargantas en un modelo de red de poros. La ecuación gobernante es la siguiente:

$$p_c = \frac{2\sigma \cos(\theta)}{r} \quad (50)$$

Donde p_c es la presión capilar, σ es la tensión superficial del fluido, θ es el ángulo de contacto entre el fluido y la superficie del medio poroso, r es el radio de la garganta de poro.

Estas ecuaciones son fundamentales para simular el flujo de fluidos a través de la red de poros y para estimar propiedades efectivas como la permeabilidad absoluta y la presión capilar, que son cruciales en el estudio de la recuperación de petróleo y otros procesos de flujo en medios porosos. No obstante, otros investigadores también estudian los fenómenos a escala de poro para flujo multifásico, autores como Ebdabi et al. (2024), proponen un marco de trabajo que utiliza modelos a escala de poro para validar los resultados de las simulaciones a escala continua, buscando establecer una conexión entre estas. Además, proponen un modelo geométrico de estado para predecir la característica de Euler en la escala de poro.

Los resultados revelan que el modelo extendido combinado con el modelo geométrico de estado puede servir como un marco para simular la imbibición, reflejando los fenómenos observados en la escala de poro y siendo aplicable a escenarios a escala continua.

Método de Lattice-Boltzmann

El método de Lattice Boltzmann (LBM) es una técnica de modelado computacional que se emplea para simular la dinámica de fluidos y otros sistemas físicos, empleado en un espacio físico representado con una malla discreta de puntos. Cada nodo de la malla puede intercambiar información con sus vecinos con funciones que evolucionan en cada paso del tiempo para encontrar una partícula con una velocidad dada, basándose en proceso de colisión y advección. LBM se utiliza ampliamente para simular flujo de fluidos en escenarios que involucran flujo turbulento, flujo multifásico y medios porosos.

Ebdabi et al. (2024) emplearon el método de LBPM (Lattice-Boltzmann Methods for Porous Media) para simular el flujo multifásico en medios porosos a nivel de escala de poro en un modelo fuertemente mojado por agua basado en una arenisca Dalton ($\phi = 23 - 5\%$, $k = 1.875 \times 10^{12} m^2$) obtenida con imágenes de microtomografía computarizada (μ CT) con un dominio computacional de tamaño $900 \times 900 \times 2600$ voxeles. Este método permitió observar la evolución de parámetros morfológicos dentro del dominio computacional, calcular propiedades geométricas comúnmente utilizadas, incluyendo el volumen, área superficial total y la curvatura media. Del mismo modo, se discute el método de Lattice Boltzmann para simular el flujo multifásico y calcular la permeabilidad relativa.

McClure et al. (2021) para su investigación presentan el software LBPM para simular flujo multifásico en imágenes digitales de rocas porosas. El LBPM simula cómo diferentes fluidos se mueven e interactúan dentro de la estructura porosa de la roca. Esto es crucial para diversas aplicaciones, como la optimización de la extracción de aceite y gas, la gestión de recursos hídricos subterráneos, y estudios ambientales sobre transporte de contaminantes en suelo y agua subterránea.

La Figura 24, ilustra claramente como se utilizan estas imágenes procesadas para las simulaciones, dichas imágenes previamente fueron procesadas para eliminar ruido y otras afectaciones para que la distribución espacial de materiales se pueda identificar de manera confiable. Este proceso de limpieza y preparación de las imágenes ha sido abordado en detalle por otros autores, como, por ejemplo, Wildenschild & Sheppard (2013), quienes han proporcionado una metodología exhaustiva para garantizar la integridad de los datos utilizados en las simulaciones.

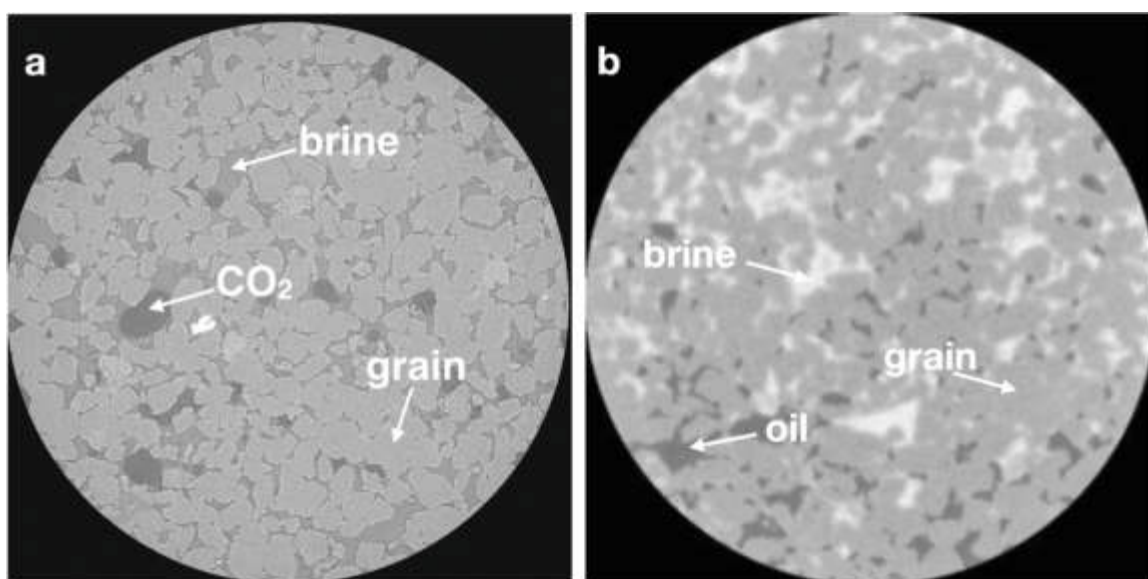


Figura 24. a Distribución de fluidos dentro de la estructura de poros basada en imágenes experimentales de μ CT de una distribución in situ de salmuera y CO₂ dentro de arenisca de Bentheimer; b Distribución in situ de salmuera y aceite dopados con yoduro de sodio (NaI) en arenisca de Bentheimer, McClure et al. (2021).

En un estudio similar, McClure et al. (2021), describen protocolos computacionales para simular desplazamiento no estacionario, flujo estacionario y experimentos de centrifugación, con el fin de estimar la permeabilidad relativa y las curvas de presión capilar. Las curvas de permeabilidad relativas que obtuvieron también fueron comparadas con resultados experimentales reportados en la literatura, como se muestra en la Figura 25, el gráfico a, muestra la permeabilidad relativa en función de la saturación de agua. Las

simulaciones (representadas por líneas de diferentes colores) se comparan con datos experimentales (representados por diferentes símbolos). La concordancia entre las simulaciones y los datos experimentales valida la precisión de los protocolos computacionales desarrollados. El gráfico b, presenta otra comparación de la permeabilidad relativa en función de la saturación de agua, pero bajo diferentes condiciones experimentales y de simulación. Este gráfico también demuestra como las simulaciones replican los comportamientos observados en experimentos anteriores.

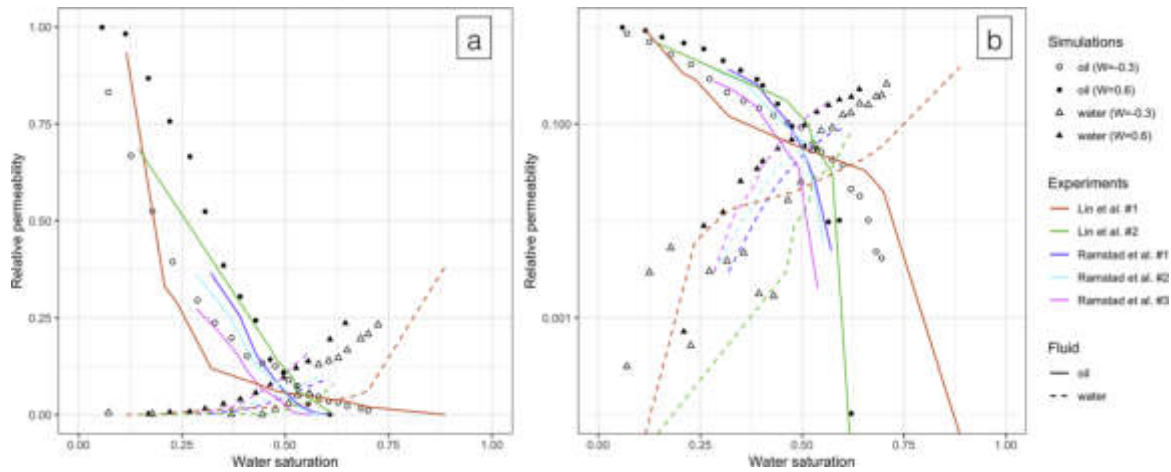


Figura 25. Comparación entre permeabilidad relativa simulada y resultados experimentales reportados en la literatura para flujo bifásico en arenisca Bentheimer, a en escala normal y b en escala logarítmica. McClure, et al. (2021).

La ecuación básica que se resuelve en el modelo (LBM) es:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \nabla f = C(f, f) \quad (51)$$

El término de colisión de dos partículas $C(f, f)$ en la Ecuación (51) modela la forma en que la distribución cambia como resultado de la colisión entre estas partículas. El término $v \cdot \nabla f$ modela el cambio en la función de distribución como resultado de la propagación de las partículas debido a su movimiento. Las colisiones entre partículas generan un intercambio de energía y de momentum, estos cambios se describen a través de la función de distribución f .

En otro estudio Winardhi et al (2016) presentaron un estudio sobre la estimación de la permeabilidad en medios porosos, centrándose en la comparación de dos métodos: la simulación de flujo de fluidos mediante el método de Lattice Boltzmann en Redes (LBM por sus siglas en inglés) y el análisis de imágenes digitales (DIA, por sus siglas en inglés) para estimación de parámetros empíricos

El estudio destaca la importancia de la permeabilidad en la evaluación de la calidad de un yacimiento, así como la variedad de métodos para su estimación, desde la Ley de Darcy, que calcula la permeabilidad aplicando un gradiente de presión entre los lados opuestos de la entrada - salida en una dirección específica donde la permeabilidad depende de la viscosidad y la tasa de flujo, hasta ecuaciones empíricas como la de Kozeny-Carman, que es una ecuación empírica que depende de varios parámetros, como el factor de forma del poro, la tortuosidad, el área superficial específica y la porosidad para determinar la permeabilidad.

También Winardhi et al. (2016) explican a detalle los procedimientos para obtener imágenes digitales a partir de muestras de rocas porosas, así como la aplicación de LBM y DIA en la estimación de la permeabilidad. Los experimentos y los resultados que obtuvieron son de núcleos de muestras reales de arenisca Fontainebleau. Los autores concluyeron que LBM produce resultados más consistentes y precisos que las ecuaciones empíricas de Kozeny-Carman y Ley de Darcy. Del mismo modo, subrayaron que, si bien LBM puede proporcionar resultados más precisos, su ejecución puede ser más lenta en comparación con el análisis digital de imágenes (DIA), que, a pesar de su menor precisión, es más rápido y permite visualizar y caracterizar las muestras en cuestión de minutos. El enfoque de los autores proporciona una comprensión profunda de los métodos utilizados, sus limitaciones y sus posibles mejoras, lo que contribuye al campo del estudio de la permeabilidad de medios porosos.

Modelos basados en Machine Learning

Como bien se ha dicho, en la práctica moderna, los medios porosos se pueden obtener mediante tomografía computarizada (CT) o nano-CT (μ CT) a partir de muestras de rocas

porosas reales. La predicción rápida de parámetros petrofísicos como la permeabilidad basada en factores de formación puede proporcionar algunas ideas sobre la evaluación y estimulación de yacimientos, como lo hecho por Tiam et al. (2020), que utilizaron el aprendizaje automático “Machine Learning” (ML, por sus siglas en inglés) con un enfoque prometedor para predecir correlaciones inherentes en grandes conjuntos de datos que son generados durante el proceso del secuestro geológico del gas de esquisto y del CO₂, donde la predicción de la permeabilidad se vuelve un parámetro crucial.

Los autores plantean un modelo híbrido de ML para construir implícitamente una relación no lineal entre los parámetros de la estructura de los poros y la permeabilidad. El modelo híbrido se compone de una combinación de red neural artificial (ANN, por sus siglas en inglés) y algoritmos genéticos (GA, por sus siglas en inglés). Los autores emplearon redes neurales artificiales (ANN) para aprender las relaciones no lineales y algoritmos genéticos (GA) para ajustar la arquitectura de ANN que les permitió obtener un mejor rendimiento, como puede verse en la Figura 26 y Figura 27. Los resultados de la predicción mostraron que GA-ANN fue concreto al predecir la permeabilidad en función de los parámetros de la estructura porosa. Cabe destacar, que la muestra porosa fue obtenida mediante tomografía computarizada con aplicación a medios porosos reales.

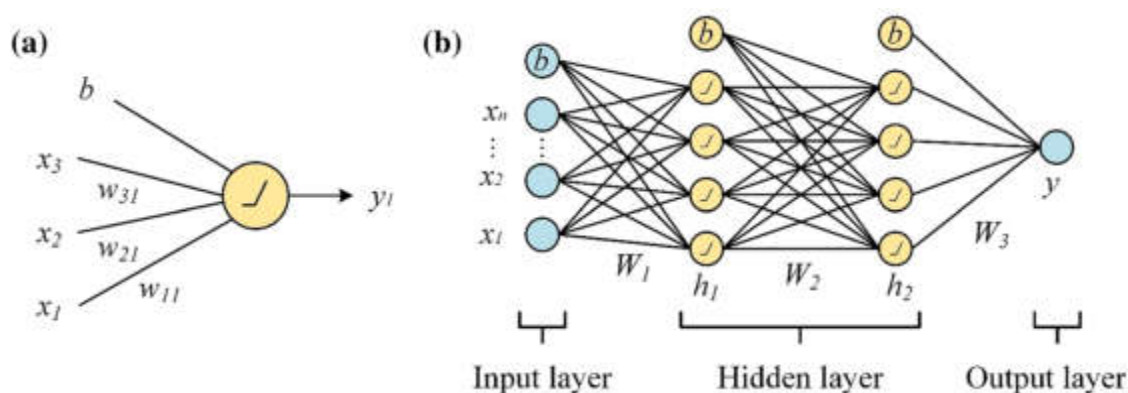


Figura 26. Representación esquemática de una red neuronal artificial. (a) Neurona individual que recibe entradas x_i ponderadas por los pesos w_i y un sesgo b , aplicando una función de activación para generar la salida y_1 . (b) Arquitectura completa de una red neuronal multicapa, compuesta por una capa de entrada, dos capas ocultas y una capa de salida, donde cada nodo está conectado mediante pesos W_i y sesgos b . Figura tomada de Tiam et al. (2020).

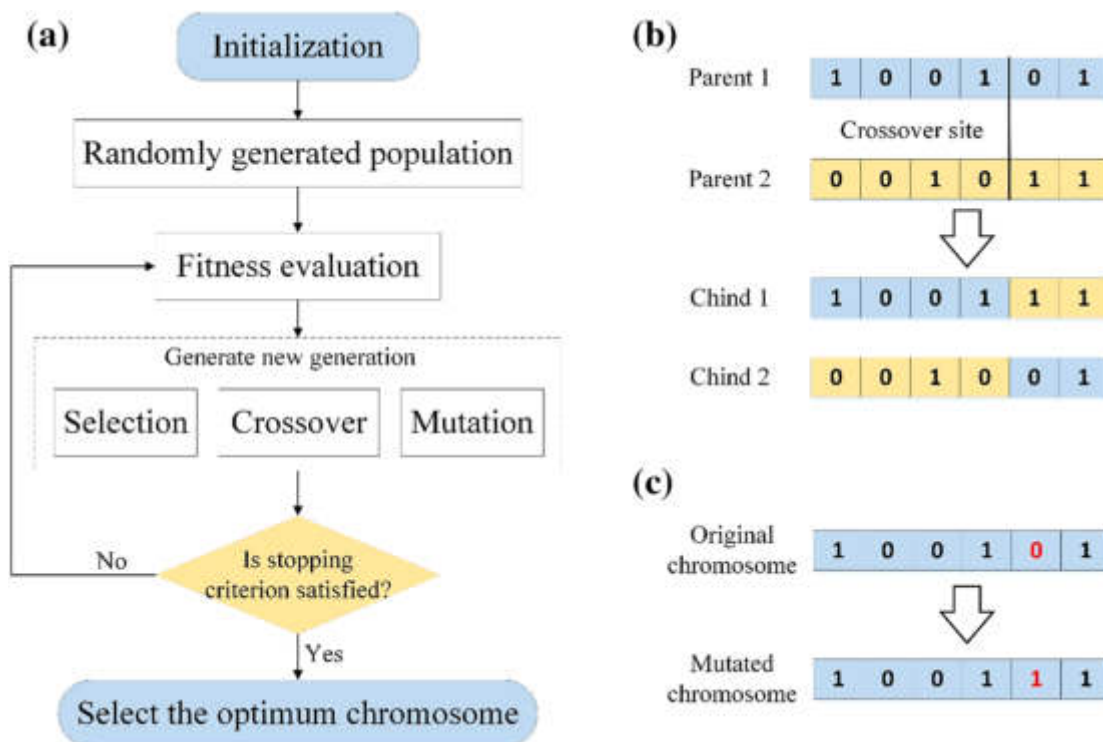


Figura 27. Ilustración de GA (a) representa un proceso típico de GA, (b) crossover y (c) Mutation. Tomado de, Tiam et al. (2020).

A partir del análisis de sus resultados, el modelo les permitió observar una relación inversa entre la tortuosidad, el número de poros y la relación poro-garganta con la permeabilidad. Además, efectuaron un análisis de sensibilidad de variables de entrada, que reveló que la porosidad predefinida, la porosidad calculada, el radio máximo de garganta de poro y el radio promedio de garganta de poro son las variables más influyentes en la predicción de la permeabilidad.

En la Figura 28 se muestra el flujo de trabajo para la predicción de la permeabilidad utilizando aprendizaje automático. Se divide en cuatro etapas principales: (1) generación de medios porosos, (2) extracción de características, (3) aprendizaje automático, y (4) evaluación de la predicción.

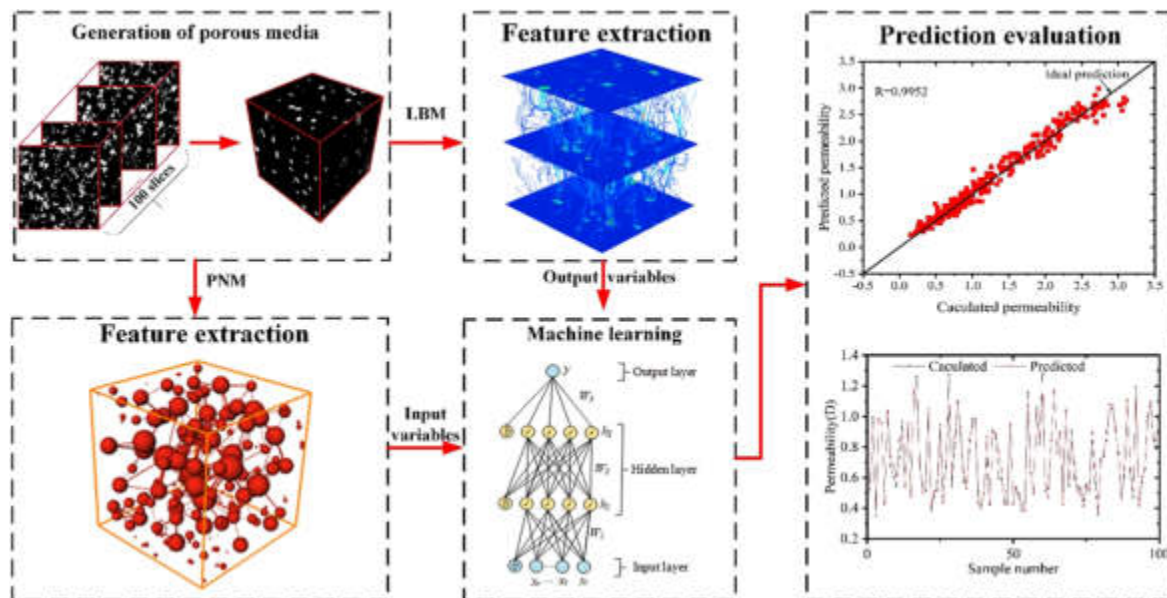


Figura 28. Flujo de trabajo de Machine Learning (ML) para la predicción de la permeabilidad. Tomado de Tiam et al. (2020).

En la primera etapa se examinan medios porosos que luego se analizan utilizando el método de Lattice Boltzmann (LBM) para calcular la permeabilidad. En la segunda etapa, se extraen las características de los medios porosos utilizando un modelo de red de poros (PNM). Estas características se convierten en las variables de entrada para la red neuronal artificial en la tercera etapa, que consta de una capa de entrada, capas ocultas y una capa de salida. Finalmente, en la cuarta etapa se evalúa la predicción de la permeabilidad comparando los valores calculados con los predichos por el modelo de Machine Learning (ML). Los resultados se muestran en los gráficos que muestran la permeabilidad predicha versus la calculada para 100 muestras, mostrando cómo se alinean estas dos medidas.

El enfoque híbrido de algoritmos genéticos (AG) y de redes neuronales artificiales (ANN) condujo a los autores a obtener una mayor precisión en la predicción de las propiedades físicas de los medios porosos, lo que es crucial en la evaluación y estimulación de yacimientos, además demostró ser rápido y eficiente, lo que lo hace adecuado para aplicaciones prácticas en la industria.

2.3. Modelos macroscópicos de flujo multifásico

El flujo multifásico en medios porosos es un proceso extremadamente importante con un sinnúmero de aplicaciones industriales y ambientales a varias escalas de tiempo y espacio. Es necesario identificar y entender el flujo multifásico y los procesos de transporte reactivo a escala microscópica, para describir su manifestación a nivel macroscópico (escala de núcleo o de campo).

En la gran mayoría de los trabajos en la literatura, la descripción actual del comportamiento del flujo multifásico a nivel macroscópico está basado en una extensión empírica de la ley de Darcy, complementada con relaciones de permeabilidad relativa. Esto es:

$$\mathbf{u}_\alpha = -\frac{\mathbf{K}k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \cdot (\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}) \quad (52)$$

En esta ecuación $\mathbf{u}$ representa la velocidad de la fase α , $\mathbf{K}$ es el tensor de permeabilidad del medio poroso, $k_{r\alpha}$ es la permeabilidad relativa de la fase α , μ es la viscosidad del fluido, p es la presión de la fase α , ρ es la densidad y $\mathbf{g}$ es el vector de gravedad. Aquí α puede representar la fase acuosa, oleica o gaseosa. Es común considerar que la permeabilidad relativa es función exclusiva de la saturación de fluidos, es decir, se considera que:

$$k_{r\alpha} = f(s_\alpha) \quad (53)$$

y no es claro cuál es la relación que tiene con las propiedades de los fluidos y la topología de los poros. Sin embargo, los modelos empíricos como la ecuación (19) no siempre son suficientes para explicar completamente la física del flujo, especialmente a escalas mayores que las de laboratorio y en medios porosos heterogéneos.

Los ejemplos clásicos de flujo en medios porosos están asociados con procesos de recuperación de aceite y flujo subterráneo. Los primeros pueden involucrar aceite y gas, aceite y agua, o aceite y soluciones de polímeros o surfactantes, mientras que los últimos pueden involucrar aire y agua. La demanda para teorías predictivas de flujo en dos fases en medios porosos es enorme, así como la complejidad de los sistemas bajo consideración. Los últimos involucran estructuras de poros desconocidas o difíciles de caracterizar, junto con heterogeneidades a gran escala y datos experimentales dispersos.

Usualmente se llevan a cabo experimentos de laboratorio en términos de flujo unidimensional y estacionario, mientras que en la práctica son frecuentemente multidimensional y transitorios. Estudios de laboratorio de flujo multidimensional y transitorios, están obstaculizados por la dificultad de medir las saturaciones locales y velocidades promedio, y debido a la ausencia de experimentos de este tipo quizás es la razón que la Ley de Darcy se ha mantenido.

Modelos basados en promediado volumétrico

Los modelos de **promediado volumétrico** surgen en el marco de la mecánica de medios porosos. La idea central es pasar de una descripción microscópica (fluido circulando entre granos o fibras) a una descripción macroscópica, válida a escala de ingeniería, mediante un proceso de **promediado espacial** sobre un volumen representativo.

Whitaker fue pionero en formalizar este enfoque, derivando ecuaciones macroscópicas que mantienen coherencia con las leyes fundamentales de conservación (masa, cantidad de movimiento, energía). Whitaker (1986, 1994) deriva ecuaciones macroscópicas con cuatro tensores efectivos: dos permeabilidades y dos acoplamientos viscosos.

Tensores efectivos de Whitaker

El resultado más destacado de Whitaker es la aparición de cuatro tensores efectivos en las ecuaciones macroscópicas:

1. Dos permeabilidades

- a. **Permeabilidad absoluta:** describe la facilidad con la que el fluido atraviesa el medio poroso.
- b. **Permeabilidad relativa o anisotrópica:** captura la dirección preferente del flujo cuando la geometría del medio no es isotrópica.

2. Dos acoplamientos viscosos

- a. Representan la interacción entre el fluido y la matriz sólida.
- b. Incorporan efectos de arrastre y disipación adicionales que no aparecen en modelos más simples como Darcy.

Estos tensores permiten que el modelo sea más general y realista, especialmente en medios heterogéneos o anisotrópicos.

Ventajas

- **Base física sólida:** se deriva directamente de las ecuaciones de Navier–Stokes mediante promediado, no de suposiciones empíricas.
- **Generalidad:** puede aplicarse a diferentes tipos de medios porosos (rocas, espumas, materiales fibrosos).
- **Consistencia matemática:** asegura que las leyes de conservación se cumplen a nivel macroscópico.
- **Capacidad de capturar anisotropías y efectos de acoplamiento** que modelos más simples (Darcy, Brinkman) no consideran.

Desventajas

- **Complejidad computacional:** Los cuatro tensores son funciones espaciales que deben determinarse, lo cual requiere simulaciones microscópicas o experimentos detallados. Resolver las ecuaciones macroscópicas con estos términos es mucho más costoso que aplicar modelos simplificados.
- **Difícil parametrización:** obtener valores confiables de los tensores en medios reales es complicado.

- **Menor aplicabilidad práctica inmediata:** en ingeniería aplicada muchas veces se prefiere un modelo más simple, aunque menos preciso.

Comparación con otros modelos

Tabla 2. Comparación del modelo de Whitaker con otros modelos

Modelo	Características	Ventajas	Limitaciones
Darcy (1856)	Flujo proporcional al gradiente de presión	Simplicidad, uso extendido	No considera efectos viscosos ni anisotropías
Brinkman (1947)	Añade término viscoso tipo Navier–Stokes	Captura transición entre poroso y libre	Menos riguroso físicamente
Whitaker (1986, 1994)	Promediado volumétrico, 4 tensores efectivos	Base física sólida, anisotropía, acoplamientos	Complejidad matemática y computacional

Aplicaciones

- **Ingeniería de yacimientos:** modelar flujo de aceite y agua en rocas heterogéneas.
- **Biomedicina:** transporte de fluidos en tejidos biológicos.
- **Materiales avanzados:** espumas metálicas, filtros, membranas.
- **Energía:** pilas de combustible, baterías porosas.

Problemas de cerradura en medios porosos

Los problemas de cerradura surgen naturalmente en el método de promediado volumétrico. Las variables de cerradura ($\mathbf{A}_{\beta\beta}$, $\mathbf{a}_{\beta\beta}$, etc.) satisfacen problemas de valores de frontera en la celda unitaria, y su solución es necesaria para calcular los tensores efectivos $\mathbf{K}_\beta$, $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$, $\mathbf{K}_\gamma$, $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$. Al aplicar el promediado sobre un volumen representativo del medio poroso, aparecen términos adicionales que reflejan la interacción entre el fluido y la matriz sólida. El resultado es una ecuación macroscópica del tipo:

$$\phi\rho\frac{\partial\langle\mathbf{u}\rangle}{\partial t} = -\nabla\langle p\rangle + \mu\nabla^2\langle\mathbf{u}\rangle - \mathbf{K}^{-1}\langle\mathbf{u}\rangle + \mathbf{C} \cdot \langle\mathbf{u}\rangle \quad (54)$$

donde:

- ϕ : porosidad

- $\langle \mathbf{u} \rangle$: velocidad promedio macroscópica
- $\mathbf{K}$: tensor de permeabilidad (puede ser anisotrópico)
- $\mathbf{C}$: tensor de acoplamiento viscoso

Variables de cerradura ($\mathbf{A}_{ij}, \mathbf{a}_{ij}$) satisfacen problemas de valores de frontera en la celda unitaria. Solución necesaria para calcular los tensores efectivos $\mathbf{K}_\beta, \mathbf{K}_{\beta\gamma}, \mathbf{K}_\gamma, \mathbf{K}_{\gamma\beta}$.

El problema de flujo bifásico se puede comenzar a analizar a partir de las ecuaciones a la escala de poro:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0, \text{ en la fase- } \beta \quad (55)$$

$$0 = -\nabla p_\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \nabla^2 \mathbf{v}_\beta, \text{ en la fase- } \beta \quad (56)$$

CF1:

$$\mathbf{v}_\beta = 0, \text{ en } A_{\beta\sigma} \quad (57)$$

CF2a:

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{v}_\beta = \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}_\gamma, \text{ en } A_{\beta\gamma} \quad (58)$$

CF2b:

$$\mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \mathbf{v}_\beta = 0, \text{ en } A_{\beta\gamma} \quad (59)$$

CF2c:

$$\mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \mathbf{v}_\gamma = 0, \text{ en } A_{\beta\gamma} \quad (60)$$

CF3:

$$-\mathbf{n}_{\beta\gamma} p_\beta + \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \boldsymbol{\tau}_\beta = -\mathbf{n}_{\beta\gamma} p_\gamma + \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \boldsymbol{\tau}_\gamma + 2\sigma H \mathbf{n}_{\beta\gamma}, \text{ en } A_{\beta\gamma} \quad (61)$$

CF4:

$$\mathbf{v}_\gamma = 0, \text{ en } A_{\gamma\sigma} \quad (62)$$

$$0 = -\nabla p_\gamma + \rho_\gamma \mathbf{g} + \mu_\gamma \nabla^2 \mathbf{v}_\gamma, \text{ en la fase- } \gamma \quad (63)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\gamma = 0, \text{ en la fase- } \gamma \quad (64)$$

CF5:

$$\mathbf{v}_\beta = \mathbf{f}(t), \text{ en } A_{\beta e} \quad (65)$$

CF6:

$$\mathbf{v}_\gamma = \mathbf{g}(t), \text{ en } A_{\gamma e} \quad (66)$$

En estas ecuaciones $\mathbf{V}_\alpha$ es la velocidad a escala de poro de la *fase* α , $\mathbf{n}$ es el vector normal a la interfaz entre dos fases, $\mathbf{P}$ es el tensor de proyección sobre la interfaz $\beta\gamma$, σ es la tensión interfacial, y H es la curvatura local de la interface. Las distintas fases móviles, γ y β , la fase sólida, σ , así como los vectores normales se presentan en el esquema de la Figura 29.

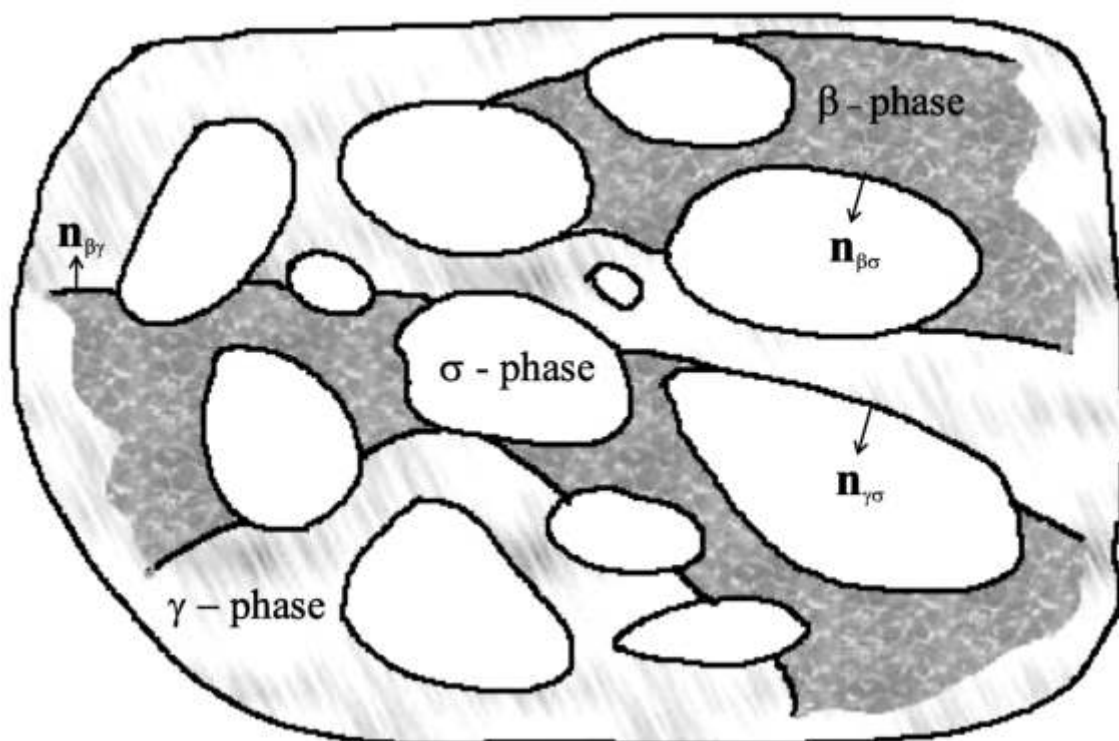


Figura 29. Esquema de la escala de poro donde se muestran las fases, así como los vectores normales interfaciales.

Si se intentara modelar un problema de flujo de dos fluidos desde la escala de poro, entonces el conjunto de Ecuaciones (55)-(66) debe resolverse. Esto puede representar un problema de cómputo extremadamente pesado, ya que el interés último de los ingenieros de yacimiento es conocer el flujo de fluidos a escala comercial, ya sea nivel de pozo o de un campo petrolero, por ejemplo. Además, un problema que no es trivial es el relacionado con la necesidad de conocer a cada instante la posición real de la interfaz que separa a los fluidos inmiscibles, lo cual puede representar un reto aún con los avances actuales en poder de cómputo que se tienen. Entonces, en este punto surge la necesidad y pertinencia de modelos

matemáticos que sean capaces de modelar el flujo a escalas grandes, y que incluyan la física de la escala de poro.

En este sentido, Whitaker (1994) presentó el siguiente modelo escalado de dos ecuaciones:

CF6:

$$\text{Balance de masa} \quad \frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle = 0 \quad (67)$$

$$\text{Balance de momentum} \quad \langle \mathbf{v}_\beta \rangle = -\frac{\mathbf{K}_\beta}{\mu_\beta} \cdot (\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta - \rho_\beta \mathbf{g}) + \mathbf{K}_{\beta\gamma} \cdot \langle \mathbf{v}_\gamma \rangle \quad (68)$$

$$\text{Balance de momentum} \quad \langle \mathbf{v}_\gamma \rangle = -\frac{\mathbf{K}_\gamma}{\mu_\gamma} \cdot (\nabla \langle p_\gamma \rangle^\gamma - \rho_\gamma \mathbf{g}) + \mathbf{K}_{\gamma\beta} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \quad (69)$$

$$\text{Balance de masa} \quad \frac{\partial \varepsilon_\gamma}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\gamma \rangle = 0 \quad (70)$$

Aquí las fracciones volumen ε_β y ε_γ , están definidas por:

$$\varepsilon_\beta = \frac{V_\beta}{V} \quad \varepsilon_\gamma = \frac{V_\gamma}{V} \quad (71)$$

En donde V_β y V_γ son los volúmenes de la *fase* β y γ contenidas en el volumen promediante, V . Las Ecuaciones (68) y (69) contienen cuatro tensores de permeabilidad efectiva: $\mathbf{K}_\beta$, $\mathbf{K}_\gamma$, $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$ y $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$, los cuales se pueden calcular a partir de las relaciones:

$$\langle \mathbf{D}_{\beta\beta}^0 \rangle^\beta - \langle \mathbf{D}_{\beta\beta}^1 \rangle^\beta \cdot (\mathbf{K}_\gamma^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\gamma\beta} \cdot \mathbf{K}_\beta) = -\mathbf{K}_\beta \varepsilon_\beta^{-1} \quad (72)$$

$$\langle \mathbf{D}_{\gamma\beta}^0 \rangle^\beta - \langle \mathbf{D}_{\gamma\beta}^1 \rangle^\beta \cdot (\mathbf{K}_\gamma^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\gamma\beta} \cdot \mathbf{K}_\beta) = 0 \quad (73)$$

$$\langle \mathbf{D}_\gamma^0 \rangle^\beta - \langle \mathbf{D}_{\beta\gamma}^1 \rangle^\beta \cdot (\mathbf{K}_\beta^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\beta\gamma} \cdot \mathbf{K}_\gamma) = 0 \quad (74)$$

$$\langle \mathbf{D}_\gamma^0 \rangle^\gamma - \langle \mathbf{D}_\gamma^1 \rangle^\gamma \cdot (\mathbf{K}_\beta^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\beta\gamma} \cdot \mathbf{K}_\gamma) = -\mathbf{K}_\gamma \varepsilon_\gamma^{-1} \quad (75)$$

Nótese que se tienen cuatro incógnitas, las cuales no se pueden despejar tan fácilmente y podría necesitarse alguna técnica iterativa.

El símbolo $\langle \psi \rangle^\alpha$ representa una integral de volumen definida como:

$$\langle \psi \rangle^\alpha = \frac{1}{V_\alpha} \int_{V_\alpha} \psi dV \quad (76)$$

Las variables tensoriales $\mathbf{D}_{\beta\beta}^0, \mathbf{D}_{\beta\beta}^1, \mathbf{D}_{\gamma\beta}^0, \mathbf{D}_{\gamma\beta}^1, \mathbf{D}_\gamma^0, \mathbf{D}_{\beta\gamma}^1, \mathbf{D}_\gamma^0, \mathbf{D}_\gamma^1$, se llaman *variables de cerradura*, las cuales se calculan una vez se resuelvan los problemas de valor en la frontera, también llamados ***problemas de cerradura***:

A manera de ejemplo a continuación se presenta la solución de los problemas de cerradura I Ib y I Ib' en su componente xx, utilizando una celda simple como en la Figura 31. Nótese que la solución de las variables de cerradura no es trivial, e involucra muchos fenómenos interfaciales, además debe de satisfacer condiciones de periodicidad en las fronteras externas.

En los casos mostrados en la Figura 30, se tienen cuatro variables de cerradura y no necesariamente son iguales, por ejemplo, véase los perfiles de las dos figuras inferiores. En este caso se usó una celda sencilla representando un poro de tamaño promedio para una arenisca y se resolvió con el software COMSOL Multiphysics. Los fluidos de prueba, fase- γ y fase- β , se consideraron con propiedades de agua y aceite.

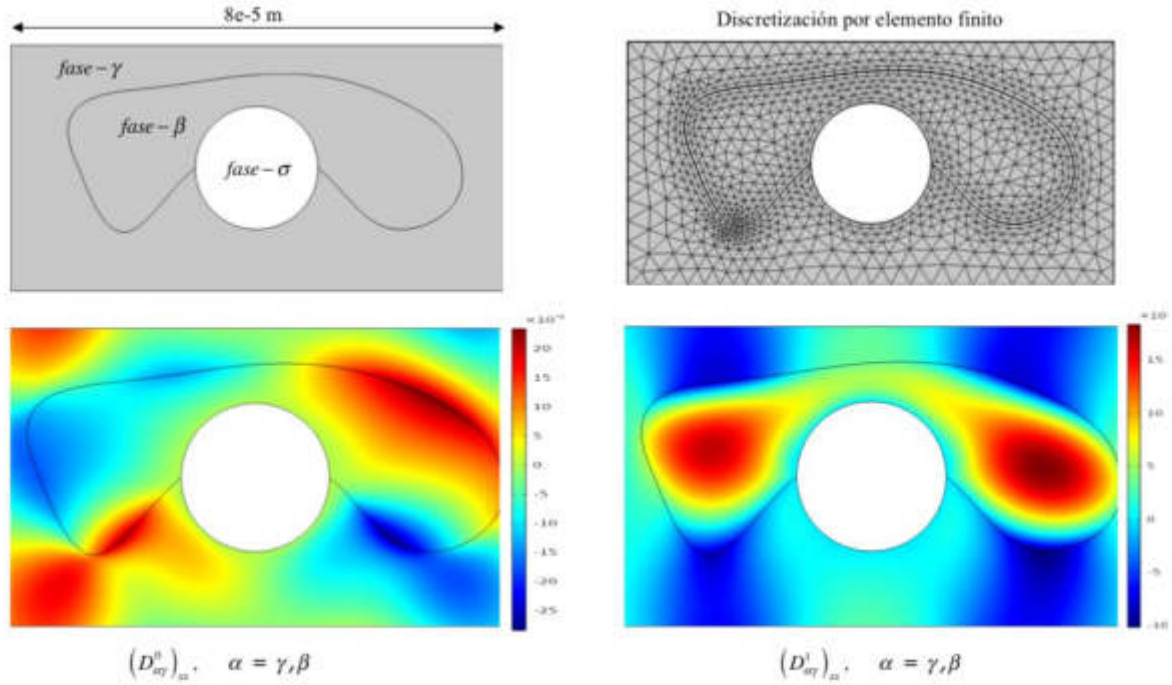


Figura 30. Ejemplo de solución de los problemas de cerradura IIb y IIb' (componente xx) en una celda simple que contiene dos fluidos, fase- γ y fase- β . La figura de arriba a la derecha muestra la malla construida en el software COMSOL Multiphysics. Las figuras de abajo muestran la solución de las variables de cerradura involucradas $[(D^0_{\sigma\gamma})_{xx}, (D^0_{\beta\gamma})_{xx}, (D^1_{\sigma\gamma})_{xx}, (D^1_{\beta\gamma})_{xx}]$.

Un paso adicional a estos cálculos sería enfocarse en calcular los tensores de permeabilidad efectiva, lo cual es uno de los objetivos de esta tesis doctoral. Sin embargo, nótese que los problemas de cerradura necesitan conocer la posición de la interfaz entre los dos fluidos, lo cual no es sencillo de determinar.

Por ejemplo, para la misma celda sencilla mostrada en la Figura 31 y Figura 32 se simulaban los procesos de inyección de drenaje e imbibición. En el primer caso se inyecta fluido γ el cual es el no mojante, mientras que en el caso de la imbibición se inyecta fluido mojante, fase- β .

Cada uno de estos procesos conduce a distinta evolución morfológica de la interfaz, lo cual eventualmente repercutirá en el movimiento de los fluidos. Es decir, los procesos de drenaje e imbibición conducen a fenómenos de histéresis (depende de la historia previa del movimiento de los fluidos, la geometría de la estructura porosa y las propiedades de los

fluidos). Este asunto de determinar la posición de las interfaces también se estudiará a detalle en esta tesis doctoral.

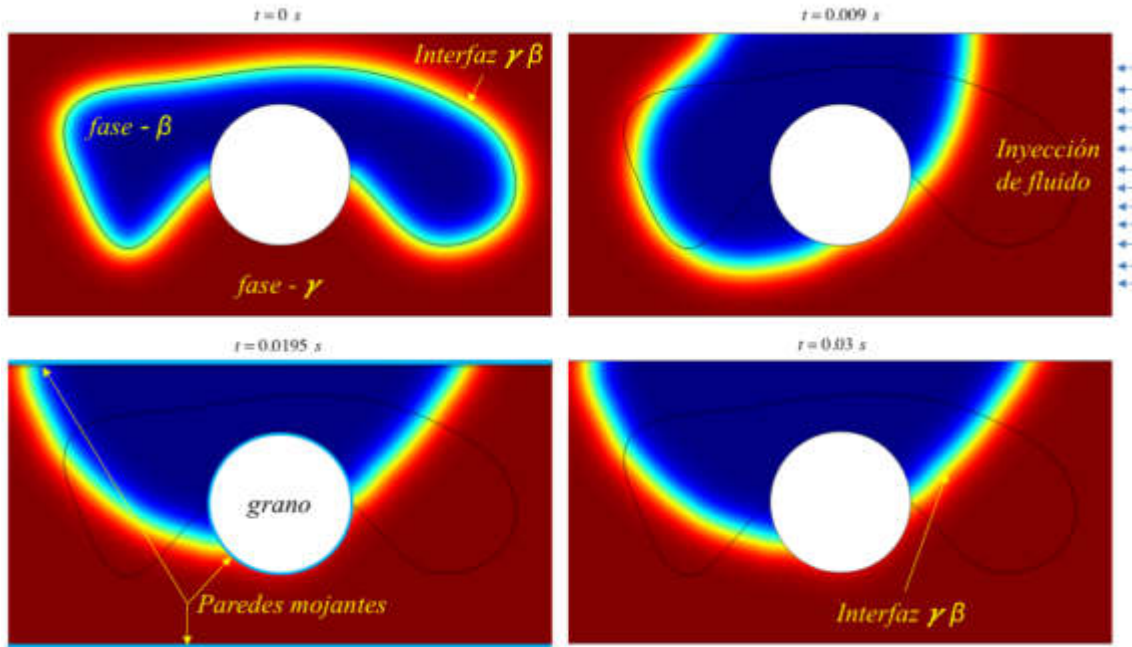


Figura 31. Ejemplo de un caso de proceso de drene en el sistema mostrado en la Figura 31.

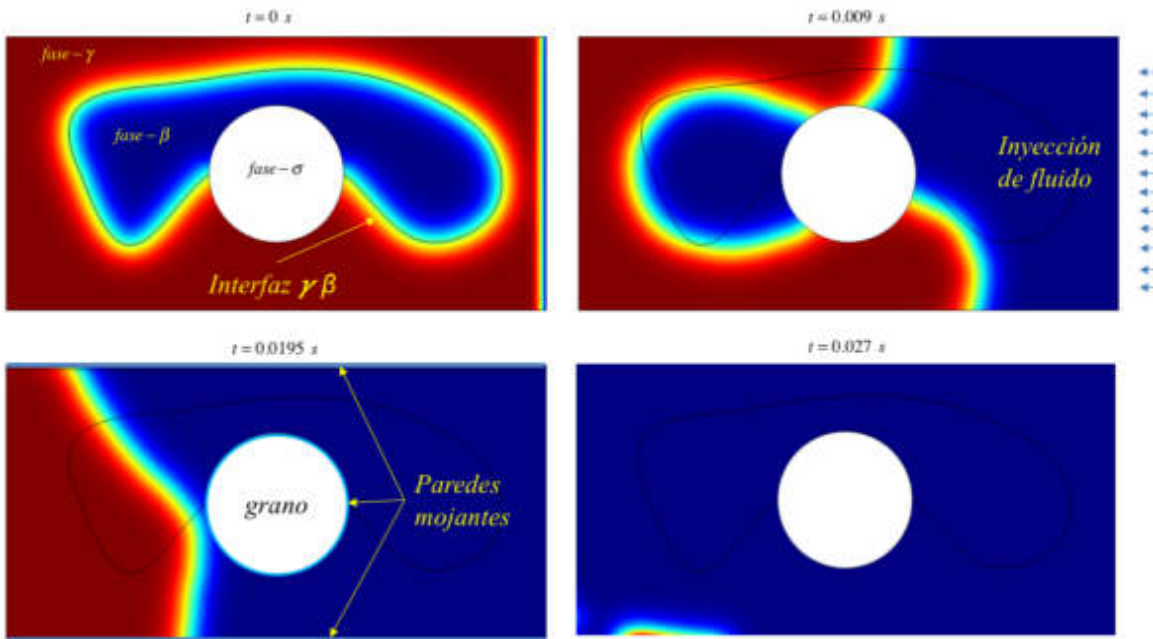


Figura 32. Ejemplo de un caso de proceso de imbibición en el sistema mostrado en la Figura 31.

Simulación a escala de poro con Micrografías

El avance en técnicas de imagen (micro-CT, SEM) ha permitido reconstruir microestructuras porosas reales. Level Set, Phase Field y VOF permiten simular el flujo bifásico a escala de poro, capturando efectos geométricos detallados.

- Avances en imágenes de micro-CT y SEM permiten reconstruir la microestructura porosa.
- Ventaja: captura efectos de geometría real.
- Desventaja: costoso computacionalmente y limitado a volúmenes pequeños.

Limitaciones sobre modelos basados en promediado volumétrico

Ausencia de integración sistemática entre modelos escalados y simulaciones a escala de poro

A pesar de los avances teóricos derivados del enfoque de Whitaker, aún no existe una metodología estandarizada que permita vincular de manera directa los modelos macroscópicos con simulaciones a escala de poro obtenidas a partir de micrografías reales (por ejemplo, mediante tomografía computarizada o microscopía electrónica).

- Los modelos escalados ofrecen una descripción promedio del comportamiento del fluido en el medio poroso, mientras que las simulaciones a escala de poro capturan la heterogeneidad local y los detalles geométricos.
- La falta de integración limita la capacidad de validar los parámetros macroscópicos (como permeabilidades anisotrópicas) con datos geométricos medidos directamente.
- En consecuencia, se mantiene una brecha epistemológica entre la teoría homogenizada y la realidad microscópica, lo que restringe la aplicabilidad práctica de los modelos en ingeniería de reservorios, materiales porosos y sistemas biológicos.

Falta de validación cuantitativa de los tensores de acoplamiento viscoso

Los tensores de acoplamiento viscoso introducidos por Whitaker representan un avance conceptual importante, pues permiten capturar la interacción fluido-sólido más allá de la simple resistencia hidráulica. Sin embargo:

- La literatura muestra una escasez de estudios experimentales que midan directamente estos tensores en medios reales.
- La mayoría de las aplicaciones se limitan a estimaciones teóricas o simulaciones numéricas, sin una validación cuantitativa que confirme su magnitud y comportamiento en diferentes condiciones.
- Esta carencia genera incertidumbre sobre la robustez física de los modelos y dificulta su adopción en aplicaciones industriales, donde la confiabilidad de los parámetros es esencial.
- En términos prácticos, los tensores de acoplamiento viscoso permanecen como un concepto más teórico que aplicado, lo que constituye un vacío crítico en la transición hacia modelos predictivos.

Escasez de estudios comparativos entre problemas de cerradura, datos experimentales y simulaciones directas

Los problemas de cerradura son fundamentales para derivar relaciones constitutivas en el marco del promediado volumétrico. Sin embargo:

- Existen pocos trabajos que comparen de manera sistemática los resultados obtenidos de problemas de cerradura con datos experimentales y simulaciones directas de flujo en geometrías reales.
- La mayoría de los estudios se concentran en análisis cualitativos, sin un esfuerzo suficiente por establecer comparaciones cuantitativas que permitan evaluar la precisión y los límites de validez de los modelos.
- Esta falta de contraste con datos experimentales y simulaciones de referencia limita la capacidad de los modelos para ser considerados herramientas confiables en aplicaciones prácticas.

- En consecuencia, se mantiene una incertidumbre metodológica sobre el grado de realismo de las ecuaciones macroscópicas derivadas, lo que refuerza la necesidad de estudios comparativos más rigurosos.

3. Metodología

3.1. Materiales y recursos necesarios

Los recursos de cómputo e información que se requirieron para la tesis doctoral son los siguientes:

- Micrografías de rocas reales. Se tomaron micrografías a partir de análisis SEM en muestras de afloramientos de las formaciones Amaxac y Chicontepec las cuales se encuentran dentro del paleocanal de Chicontepec (Figura 33). Estas rocas ya han sido caracterizadas y las micrografías SEM fueron tomadas de (Finol-Gonzalez, 2023).

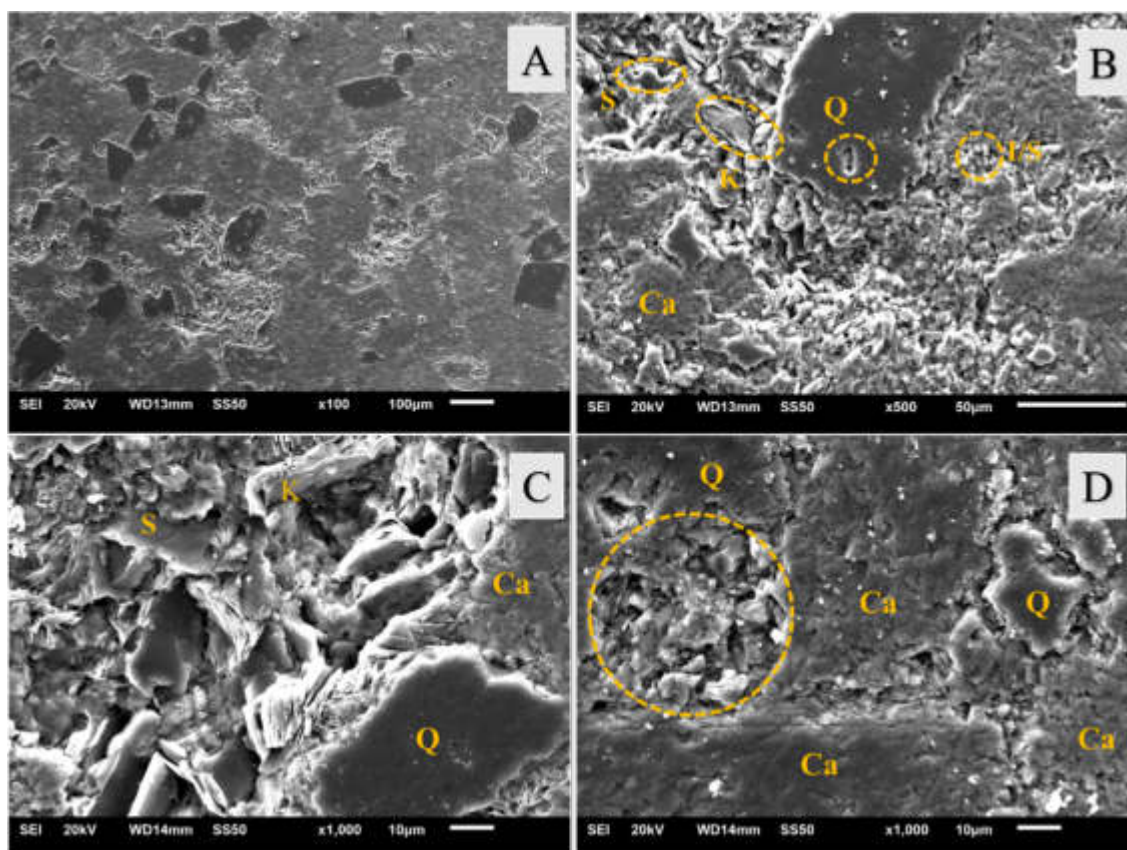


Figura 33. Características texturales observadas en muestras de roca de formación Amaxac. A) Vista general de la superficie, con distribución de partículas de morfología angular en la matriz. B) Acercamiento en el que se distinguen cuarzo (Q) y carbonatos (Ca); las marcas punteadas señalan contactos entre granos, micro cavidades e irregularidades texturales. C) Detalle de la interrelación entre fases: Q (cuarzo), Ca (carbonatos) y zonas fino laminares etiquetadas como S (material laminar/arcilloso); K indica un rasgo estructural o fase diferenciada. D) Microestructura con granos de Q y Ca. Tomada de Finol-González (2022).

- RStudio. utilizado para procesar numéricamente las micrografías.
- Software ImajeJ. Software libre para conversión de formatos de imágenes.
- Software Inkscape. Software libre para vectorizar y extraer la geometría de las micrografías.
- COMSOL Multiphysics. Software comercial para resolver los problemas de cerradura.
- Supercómputo. Para simular la parte dinámica se utilizó una Workstation en la Facultad de Ciencias de la Tierra, y además se contó con un convenio de colaboración científico/académico número 202201003N (ver Anexo B) para utilizar los servicios de Supercómputo e Investigación del Laboratorio Nacional de Supercómputo del Sureste de México en la BUAP (Benemérita Universidad Autónoma de Puebla).
- Mediciones experimentales de tensión interfacial y ángulo de contacto. Como ejemplo, en la Figura 34 se muestra la tensión interfacial con diferentes surfactantes.

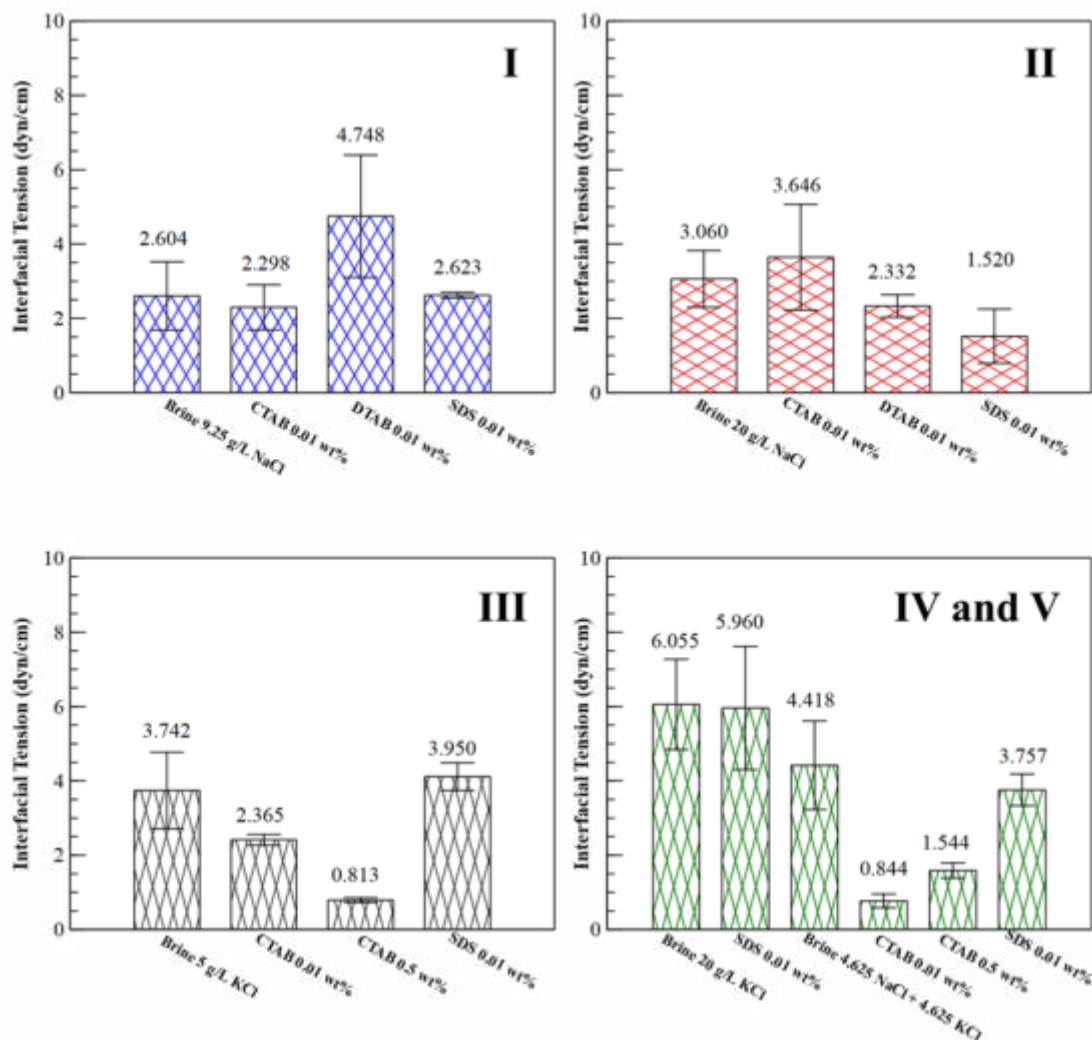


Figura 34. Valores de tensión interfacial medidos en un sistema agua-aceite-roca, variando la salinidad de la salmuera y tipo y concentración de surfactante en un medio poroso. Tomada de Finol-González (2022).

3.2. Procesado de imágenes

La caracterización precisa de medios porosos es fundamental para el modelado de transporte de fluidos en disciplinas como la ingeniería petrolera, geofísica, etc. Una herramienta clave en este proceso es el análisis de micrografías, que permite extraer información geométrica directamente desde imágenes de la estructura interna del material. Este capítulo describe el flujo de trabajo utilizado para procesar micrografías y generar geometrías útiles para simulaciones numéricas, especialmente en plataformas como COMSOL Multiphysics.

Las micrografías electrónicas digitales se definen como una función de dos dimensiones, $f(x, y)$, donde x , e y son coordenadas espaciales en el plano. La denominación en la escala de grises se usa para referirse a la intensidad en imágenes monocromáticas. Las imágenes en color están formadas por la combinación de imágenes 2-D como en el sistema de color RGB (Red, Green, Blue), una imagen consiste en tres imágenes almacenadas en una matriz de tres dimensiones con componentes individuales (rojo, verde, azul) almacenados en la coordenada x , y y z .

Para los términos de cuantificación y detección de la porosidad se utiliza un código diseñado en R-Studio, donde se hace uso de las herramientas *Dilatación*, *Erosión* y *RGB-Conversion*, *Gray-Scale*, *convolución*, entre otras, que se comparan con datos obtenidos de la implementación del software ImageJ.

El procedimiento consta de ocho etapas secuenciales (Figura 35), cada una con un propósito específico en la extracción, limpieza y digitalización de la información porosa contenida en la imagen original. Este flujo de procesamiento permite una **transición directa entre datos experimentales y simulación numérica**, lo cual es esencial para validar modelos teóricos como los derivados por Whitaker. Además, proporciona una base sólida para comparar resultados de simulaciones con datos reales, cerrar problemas constitutivos y estimar parámetros efectivos como la porosidad, permeabilidad, permeabilidades relativas y los tensores de arrastre viscoso.

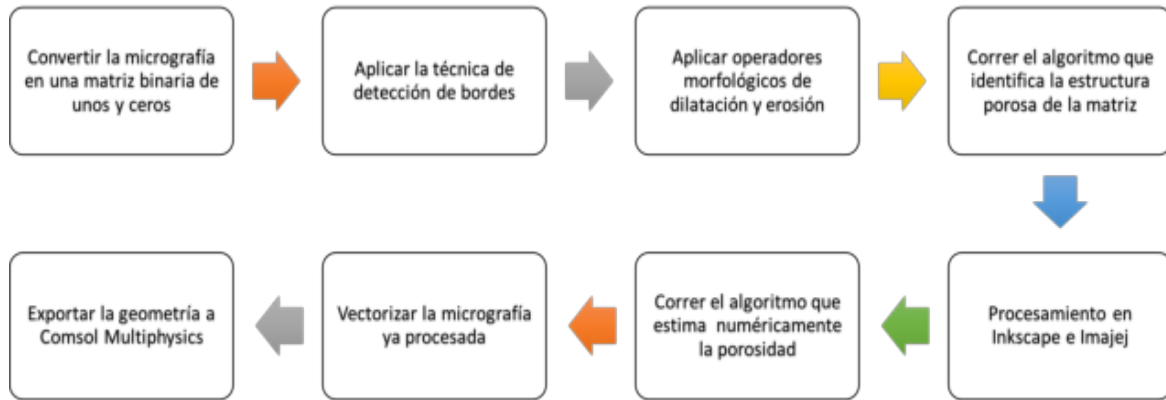


Figura 35. Algoritmo para procesamiento de las imágenes digitales.

Conversión a matriz binaria

La micrografía original se convierte en una **matriz binaria** (ver Figura 36) compuesta por unos y ceros, donde los unos representan la fase sólida del material, los ceros representan los poros o espacios vacíos. Esta etapa permite separar visualmente las regiones de interés y preparar la imagen para análisis morfológicos posteriores.

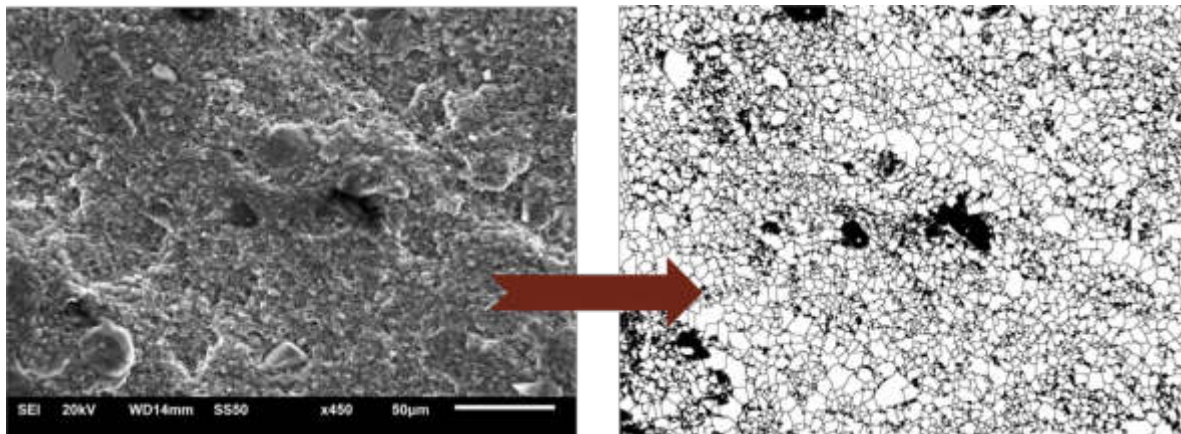


Figura 36. Comparación entre micrografía SEM original (izquierda) y su versión segmentada (derecha) para análisis morfológico. La imagen procesada (binaria) permite identificar bordes de granos, poros y defectos, facilitando la cuantificación de parámetros estructurales relevantes para simulaciones numéricas.

Detección de bordes

Se aplica una técnica de detección de bordes para identificar las fronteras entre la fase sólida y la porosa. Esto mejora la definición de los contornos y facilita la segmentación precisa de la estructura porosa (Figura 37).

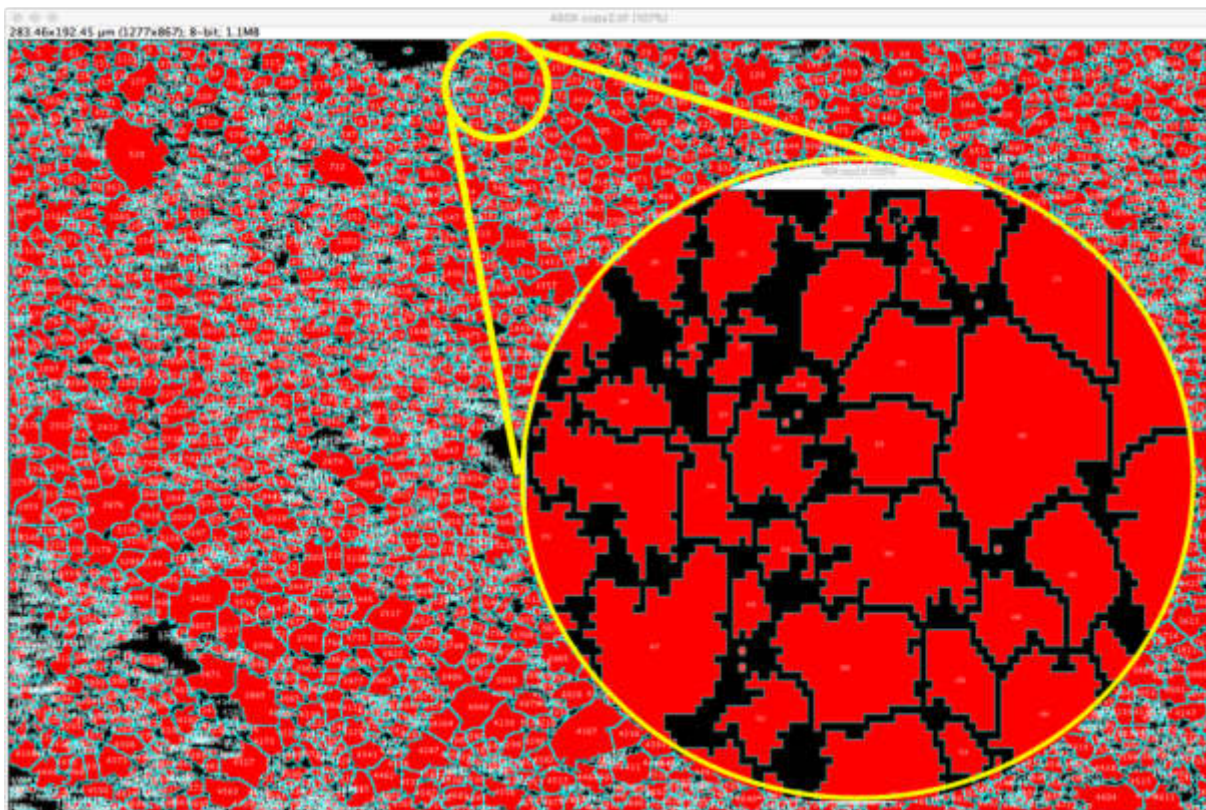


Figura 37. Representación binaria del medio poroso utilizada como entrada para la simulación numérica de propiedades petrofísicas. Las fases sólidas (rojo) y porosa (negro) se segmentan mediante algoritmos morfológicos de alta resolución. La ampliación detalla la discretización espacial empleada para el cálculo de permeabilidad efectiva mediante métodos basados en volúmenes finitos y modelos de flujo en el dominio digital.”

Operadores morfológicos

Se utilizan **operadores morfológicos** como dilatación y erosión para eliminar ruido, rellenar huecos y suavizar bordes. Estas operaciones refinan la imagen binaria y aseguran que la estructura porosa esté representada correctamente (ver Figura 38) .

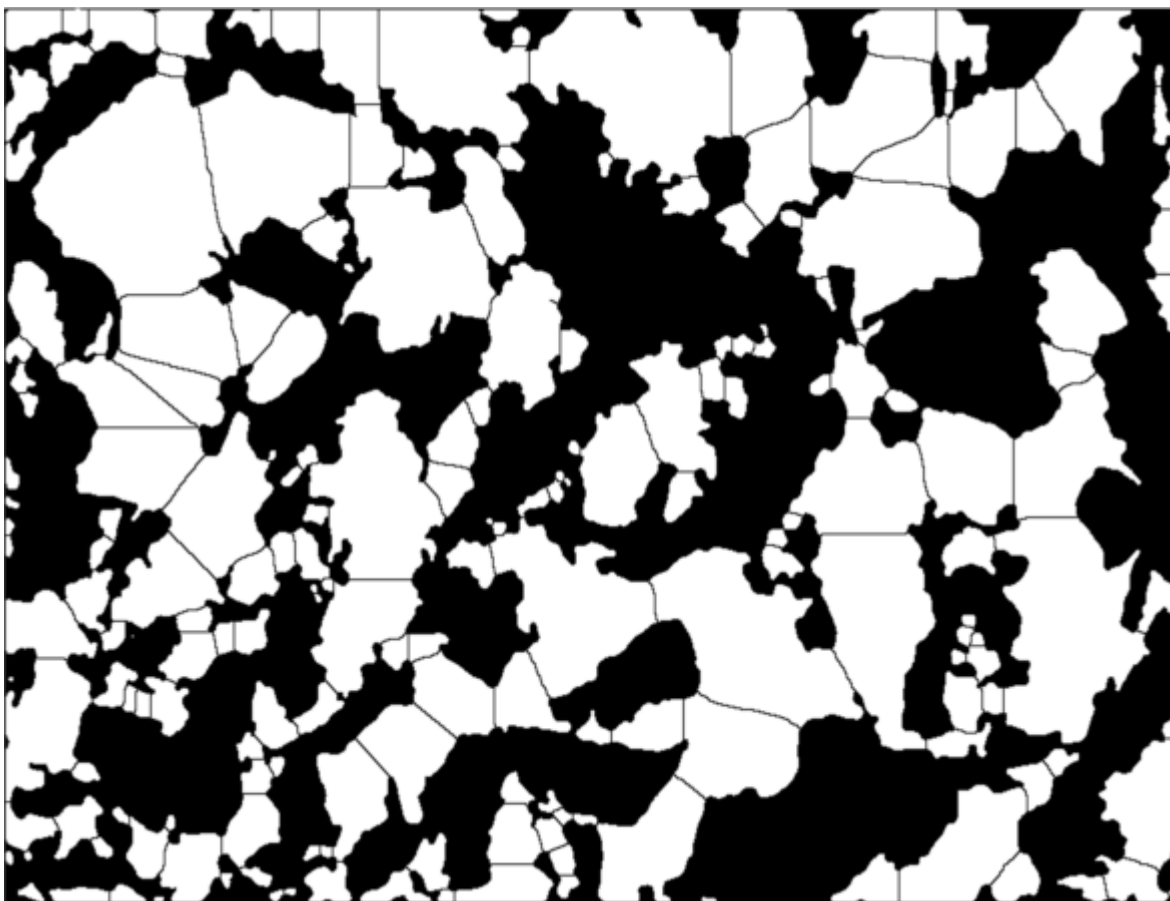


Figura 38. Imagen binaria mejorada mediante operadores morfológicos de dilatación y erosión para eliminar ruido, rellenar huecos y suavizar bordes en la representación del medio poroso. El preprocesamiento asegura la continuidad estructural de la matriz sólida y de la red porosa, generando una segmentación robusta para etapas posteriores de análisis y simulación numérica.

Identificación de la estructura porosa

Se ejecuta un algoritmo que identifica la conectividad y geometría de poros, permitiendo determinar si los poros están conectados, estimar el tamaño y distribución de los poros y preparar la imagen para la exportación a formato vectorial que pueda ser utilizado en COMSOL Multiphysics(Figura 39).

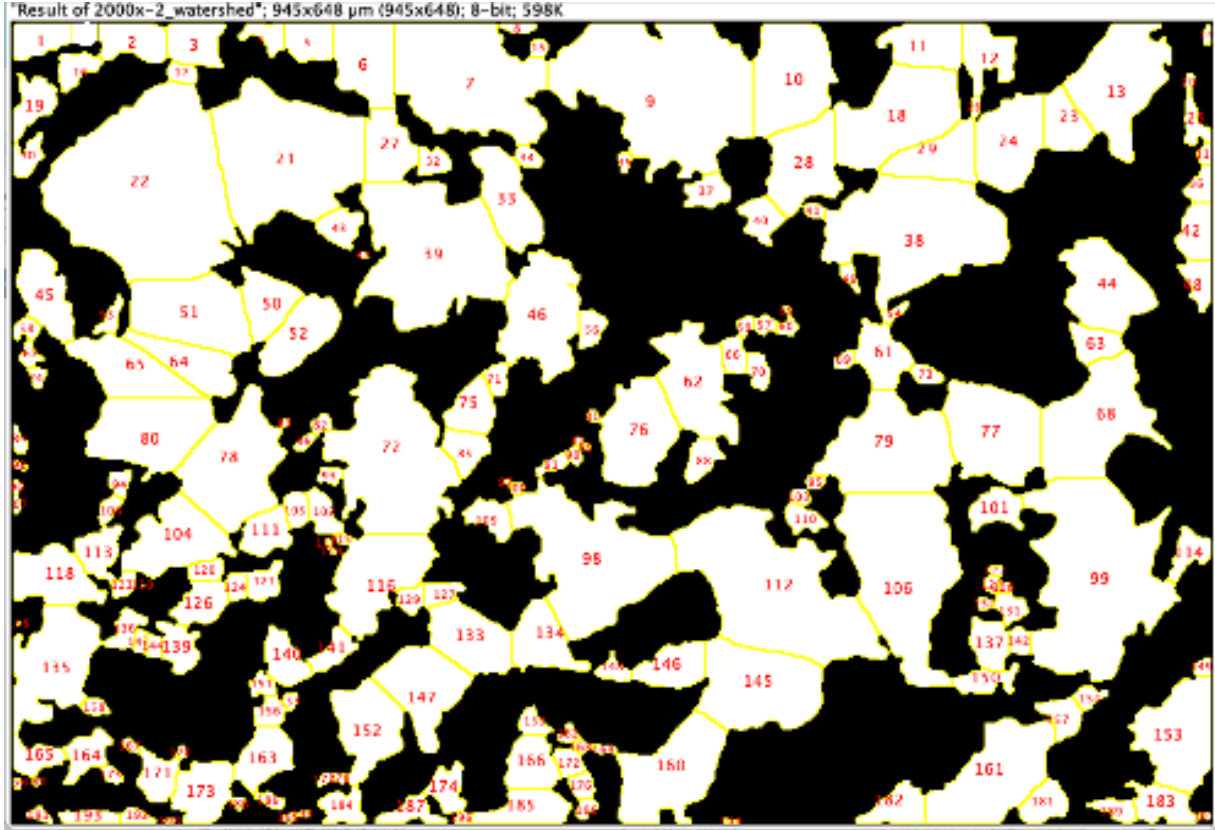


Figura 39. Resultado de la segmentación mediante operadores morfológicos y algoritmo watershed, donde las fases del medio poroso se delimitan para identificar dominios conectados. Las regiones numeradas corresponden a celdas obtenidas tras la aplicación secuenciada de apertura, cierre y marcadores morfológicos, permitiendo la generación de una partición topológicamente consistente del espacio poroso para su posterior uso en cálculos de conectividad, tortuosidad y permeabilidad digital.

Estimación numérica de la porosidad

Se corre un algoritmo que calcula la **porosidad efectiva** del medio, definida como:

$$\phi = \frac{V_{\text{poro}}}{V_{\text{total}}} \quad (77)$$

donde V_{poro} es el volumen (o área en 2D) ocupado por los poros, y V_{total} es el volumen total de la muestra.

Vectorización de la micrografía

La micrografía procesada se convierte en una imagen en formato vectorial (Figura 40), lo que permite representar la geometría con precisión, facilitar la edición y escalado y preparar la estructura para simulaciones en software COMSOL Multiphysics.

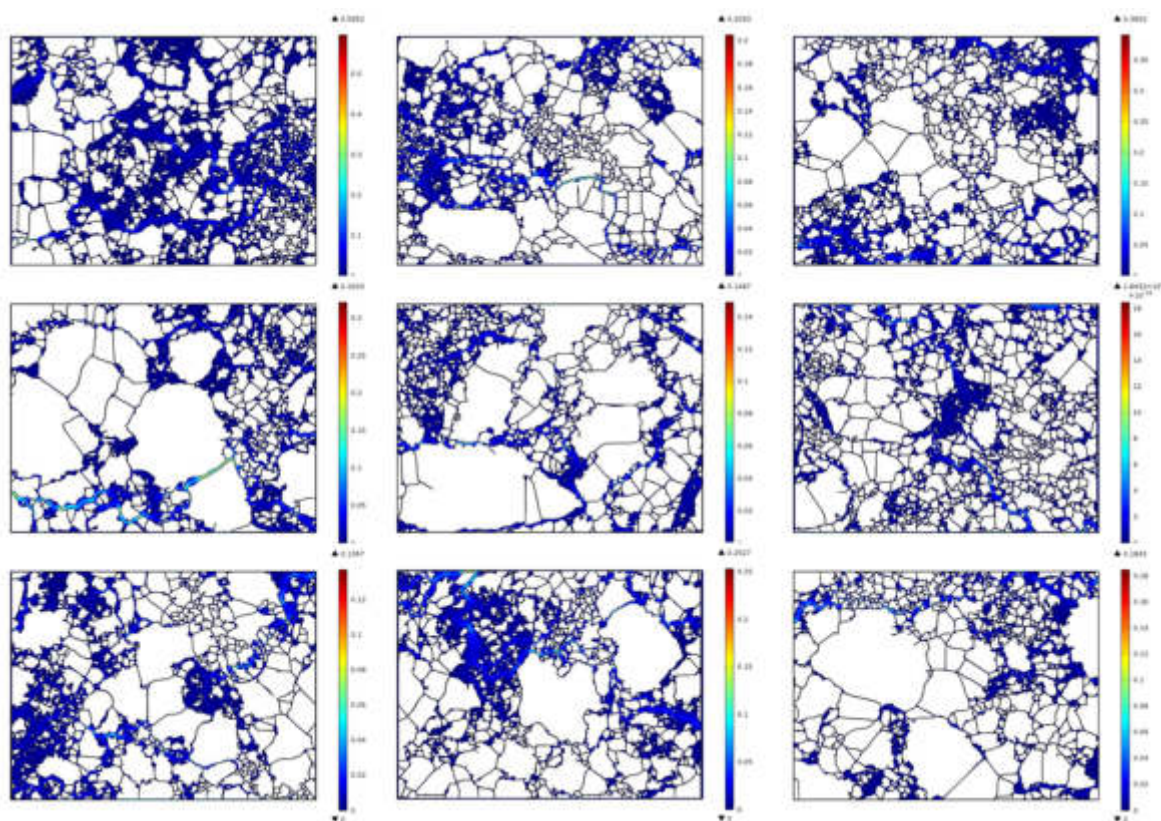


Figura 40. Geometría vectorizada del medio poroso generada a partir de la segmentación morfológica y exportada a COMSOL Multiphysics. Debido a las capacidades del equipo utilizado para la simulación, la micrografía se dividió en nueve partes para procesar cada parte por separado, las barras de colores indican el perfil de velocidad. La estructura porosa ha sido convertida en contornos precisos para permitir la creación de dominios físicos utilizables en la malla numérica. Este proceso asegura la preservación de la topología y conectividad del medio, facilitando simulaciones de transporte, flujo y propiedades petrofísicas mediante métodos de elementos finitos con Level Set o Phase Field.

Exportación a COMSOL Multiphysics

Finalmente, la geometría vectorizada se exporta a COMSOL Multiphysics, donde se puede definir condiciones de frontera, asignar propiedades físicas (viscosidad, densidad, permeabilidad, ángulo de contacto) para posteriormente simular el flujo de fluidos en escenarios de imbibición y drene, un ejemplo de esto se muestra en la Figura 41.

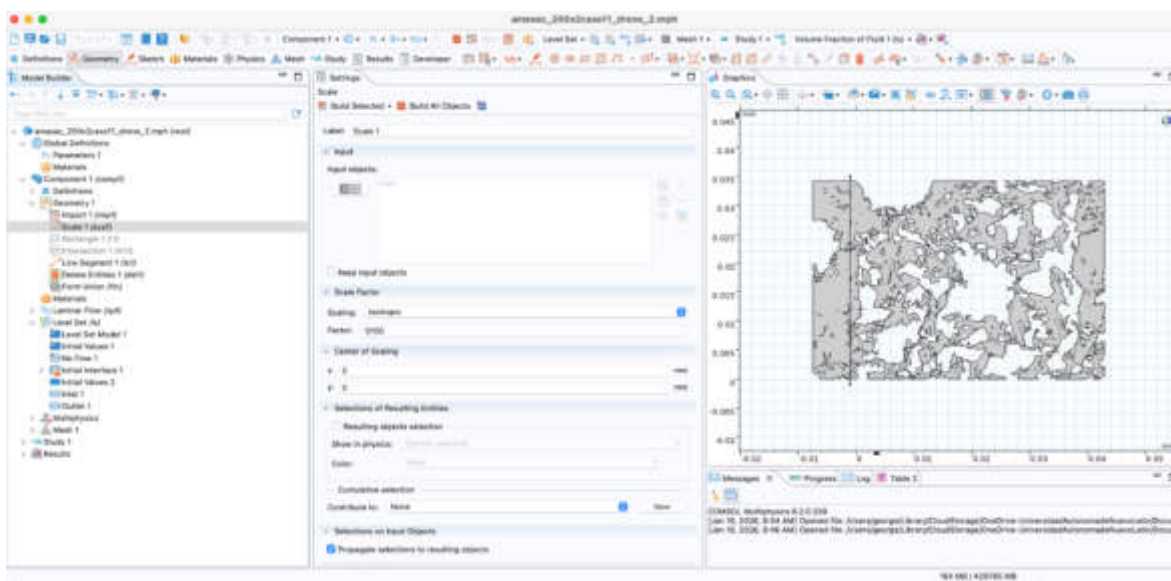


Figura 41. Interfaz de COMSOL Multiphysics mostrando la geometría vectorizada del medio poroso importada desde el preprocesamiento morfológico. La malla y los dominios se configuran para la simulación numérica mediante el método de elementos finitos, preservando la conectividad y la topología de la estructura porosa. Esta etapa permite definir condiciones de frontera, propiedades del material y parámetros de resolución para el cálculo de propiedades petrofísicas.

3.3. Determinación de la posición de la interface

En esta tesis se utilizaron dos distintos métodos para determinar el avance de la interface a través del medio poroso, estos son: el método Level Set y el método Phase Field. Ambos métodos se explican a continuación.

Método Level Set

La metodología implementada con Level Set para estimar la permeabilidad relativa de dos fluidos inmiscibles bajo escenarios de drene e imbibición parte con la obtención por medio de microscopio electrónico de barrido de imágenes SEM de muestras de roca, se identifica la red de poros y se simula la dinámica de fluidos intersticial considerando además el movimiento de la interfase entre los dos fluidos.

Para ello se utilizó el software COMSOL Multiphysics, en este caso, para ejemplificar la aplicación, se trabajó en la imagen SEM de una muestra de roca real de la Formación Amaxac del Paleocanal de Chicontepec en México, y se estimó la permeabilidad relativa del agua y del aceite siguiendo una formulación matemática basada en la Ley de Darcy multifásica. Cualitativamente, las estimaciones de la permeabilidad relativa coinciden con las que se pueden encontrar en la literatura, identificándose las saturaciones residuales, los valores máximos de la permeabilidad relativa (endpoints), y diferentes formas de las curvas de permeabilidad relativa asociadas a drene e imbibición.

La permeabilidad relativa es una propiedad roca-fluido de importancia crucial en sistemas porosos con condiciones de flujo multifásico. Su importancia radica en su utilidad para calcular el flujo de cada fluido dentro de las cavidades porosas, y cuyas repercusiones pueden tener alcances técnicos y económicos significativos en sistemas porosos con intereses de explotación.

Por ejemplo, en la industria petrolera la permeabilidad relativa de los fluidos, en cierto estado en el tiempo, puede ser tal que se tenga mayor producción de salmuera o gas hidrocarburo en los pozos productores, en lugar de aceite, lo cual puede condicionar a que los pozos se cierren parcial o totalmente, con el fin de minimizar o anular la producción de fluidos indeseados. Este ejemplo tiene grandes repercusiones económicas debido a los altos precios del petróleo y a los costos de perforación y mantenimiento de pozos, por lo que cerrar un pozo petrolero no es una acción que desean las empresas en esa industria.

En general, y además de la ya mencionada industria petrolera, la estimación de la permeabilidad relativa de los fluidos es necesaria en el análisis de sistemas geotérmicos (Gudjonsdottir *et al.*, 2015), hidrogeología (Zhang, 2011), remediación de contaminantes en el subsuelo (Oliveira y Demond, 2003), y sistemas artificiales (Baumann *et al.*, 2020) por mencionar algunos ejemplos. La permeabilidad relativa ha sido determinada a través de procedimientos de laboratorio (Su *et al.*, 2020), numéricos (Wang *et al.*, 2020) o meramente empíricos-teóricos (Delshad y Pope, 1989).

La metodología utilizada es implementada para calcular la permeabilidad relativa de dos fluidos en una roca sedimentaria, a partir de la simulación del flujo de fluidos en imágenes procesadas obtenidas de Microscopía Electrónica de Barrido (SEM, por sus siglas en inglés). Como fluidos se utiliza salmuera de concentración conocida (fase acuosa) y aceite mineral (fase oleica); la salmuera actúa como fluido mojante y el aceite mineral como fluido no mojante.

La roca utilizada corresponde a una muestra de afloramiento de la Formación Amaxac del Paleocanal de Chicontepec en México, cuya litología corresponde a una arenisca lítica calcárea. La estimación de la permeabilidad relativa se lleva a cabo en condiciones dinámicas y bajo procesos de drene e imbibición.

Materiales y métodos para el método Level Set

La permeabilidad relativa de cada uno de los fluidos presentes dentro de los poros está definida en la Ley de Darcy para flujo multifásico (Chen *et al.*, 2006), esto es

$$\begin{aligned} &\text{Para la fase aceite} \\ \mathbf{U}_o &= -\frac{\mathbf{K}k_{ro}}{\mu_o} \cdot (\nabla P_o - \rho_o \mathbf{g}) \quad (78) \\ &\text{Para la fase acuosa} \end{aligned}$$

$$\mathbf{U}_w = -\frac{\mathbf{K}k_{rw}}{\mu_w} \cdot (\nabla P_w - \rho_w \mathbf{g}) \quad (79)$$

donde $\mathbf{U}_o$ y $\mathbf{U}_w$ son la velocidad de filtrado del aceite y del agua, respectivamente, $\mathbf{K}$ es el tensor de permeabilidad de la roca, P_o y P_w son la presión promedio de la fase aceite y acuosa, respectivamente, $\mathbf{g}$ es el vector de aceleración de la gravedad, y k_{ro} y k_{rw} representan la permeabilidad relativa del aceite y del agua, respectivamente. Una vez encontrada la velocidad y distribución de los fluidos en los poros a diferentes tiempos mediante la solución de las Ecuaciones (84)-(86), k_{ro} y k_{rw} se calculan despejándolas de las Ecuaciones (80) y (81), respectivamente.

Mientras tanto, la saturación de los fluidos se encuentra a través de las expresiones:

$$\text{Saturación de aceite } s_o = \frac{\text{Volumen de aceite}}{\text{Volumen de poro}} \quad (80)$$

$$\text{Saturación de agua } s_w = \frac{\text{Volumen de agua}}{\text{Volumen de poro}} \quad (81)$$

Los volúmenes de poro y de los fluidos se calculan una vez que se conoce la distribución de fluidos. Ambas saturaciones de fluidos están relacionadas a través de la siguiente expresión

$$s_o + s_w = 1 \quad (82)$$

El modelo matemático presentado en la sección anterior se resolverá en una imagen representativa de rocas reales. Para ello se utiliza una muestra de roca de afloramiento de la Formación Amaxac correspondiente al borde del Paleocanal de Chicontepec, aproximadamente.

Una caracterización completa de la roca utilizada puede encontrarse en el trabajo de Finol-González *et al.* (2023), mientras que en este trabajo se presenta información básica acerca de las propiedades de la roca en la Tabla 3. Además, en la Tabla 3 también se reportan las propiedades de los fluidos considerados, así como el valor de la tensión interfacial entre los fluidos y el ángulo de contacto. Tales propiedades corresponden a uno de los escenarios estudiados en el trabajo de Finol-González *et al.* (2023), en el análisis de uso de surfactantes como método para incrementar la producción de aceite.

Para la solución del modelo matemático se utilizan técnicas numéricas de elemento finito, y para ello se utilizó el software COMSOL Multiphysics (Aguilar-Madera *et al.*, 2020). Las muestras de roca de la Formación Amaxac, así como la imagen original SEM de las muestras de roca se presentan en la Figura 42. En dicha figura también se presenta el resultado final después del proceso para identificar los poros (procesado de imágenes), así como la malla computacional utilizada en COMSOL Multiphysics.

La geometría final en Comsol fue de aproximadamente 0.05x0.035 mm, aproximadamente y corresponde al tamaño de la imagen SEM de la Figura 42. Se realizó un análisis de independencia de malla, en el cual se verificó que la malla computacional usada genere resultados consistentes y estables con un tiempo de cómputo tolerable.

Para el procesamiento de la imagen SEM se utilizó el lenguaje libre R-Studio para obtener la matriz numérica, la conversión a píxeles blancos y negros, y se usaron procedimientos de erosión y dilatación (Briones-Carrillo *et al.*, 2016).

Los softwares libres ImageJ, Gimp e Inkscape se usaron para vectorizar la imagen, así como también mejoras de aspecto y forma, y ajustes de contraste y brillo para resaltar los poros (Aguilar-Madera *et al.* 2020).

Tabla 3. Propiedades básicas de la muestra de roca utilizada y de los fluidos.

Porosidad	7.0 - 8.1%
Permeabilidad	0.002 – 0.041 mD
Área específica	2.9918 m ² /g
Volumen de poro específico	0.014528 cm ³ /g
Diámetro de poro	194.2387 μ m
Densidad del agua	1000 kg/m ³
Densidad del aceite	860 kg/m ³
Viscosidad del agua	1 cP
Viscosidad del aceite	4 cP
Tensión interfacial	0.813 dina/cm
Ángulo de contacto (medido entre el sólido y la interfase entre los fluidos)	56.957 °

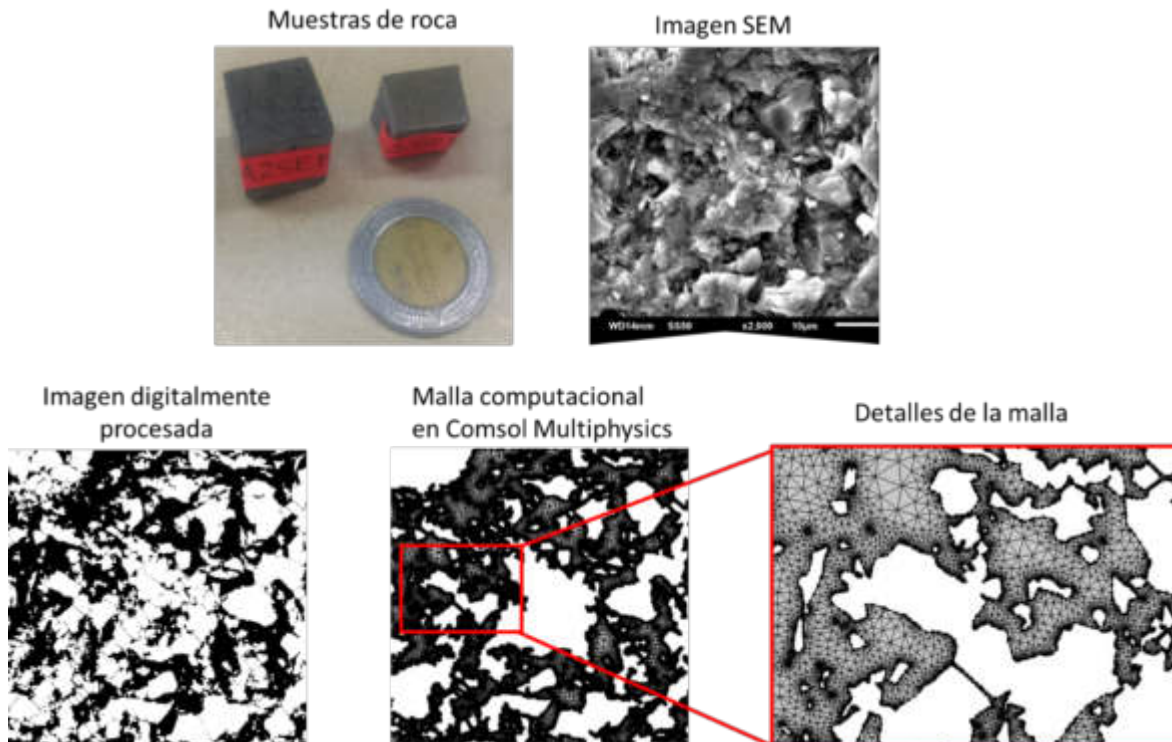


Figura 42. Imagen SEM de la muestra de roca de la Formación Amaxac, identificación de poros, y la malla computacional empleada en COMSOL Multiphysics(149832 elementos triangulares) para la solución numérica del modelo matemático.

En el método Level Set se puede mover la interfaz fluido-fluido dentro de cualquier campo de velocidad. Level Set utiliza una malla fija para representar interfaces o límites en movimiento. Es útil para problemas en los que el dominio computacional se puede dividir en dos dominios separados por una interfaz. La interfaz física resuelve la Ecuación (83) para mover la interfaz con el campo de velocidad u .

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot \left(\varepsilon \nabla \phi - \phi(1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (83)$$

Donde ε determina el espesor de la interfaz, es constante dentro de cada dominio y es igual al valor más grande del tamaño de la malla, ϕ es la función Level Set que varía entre 0 en una fase y 1 en la otra fase. Un valor de 0.5 representa la interfaz γ .

Se seleccionó el método Level en el contexto de flujo bifásico debido a diversas ventajas que se ajustan al proyecto doctoral, los cuales se enumeran a continuación:

1. Cálculo preciso de vectores normales y curvatura: Debido a la naturaleza suave de la variable ϕ , se pueden calcular con precisión las normales y la curvatura de la interfaz, lo que es útil para modelar fenómenos como la tensión superficial, ángulo de contacto, saturaciones residuales, permeabilidad relativa, entre otros.
2. Extensiones directas a mallas adaptativas: El método Level Set se puede extender fácilmente a mallas adaptativas, lo que permite un refinamiento localizado donde sea necesario, mejorando la eficiencia computacional.
3. Representación de la interfaz: El método Level Set representa la interfaz de manera implícita, lo que simplifica el seguimiento de esta, especialmente en geometrías complejas o cuando la interfaz experimenta cambios topológicos, como la coalescencia o la ruptura.
4. Facilidad de programación: El método Level Set es relativamente fácil de implementar en COMSOL para la dinámica de fluidos computacional (CFD), lo que los hace popular entre los investigadores y los ingenieros.

Sin embargo, la conservación de masa sigue siendo un desafío y ha llevado al desarrollo de variantes más conservadoras y a explorar nuevos métodos como Phase Field.

El método Level Set necesita conocer la velocidad del fluido, y para esto se utiliza la ecuación de Navier-Stokes, la cual es:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \mu(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T)] \quad (84)$$

Acompañada de la ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (85)$$

Estas ecuaciones están escritas para fluido incompresible, y cuyas variables son: ρ es la densidad másica del fluido, $\mathbf{u}$ representa el vector del campo de la velocidad del fluido, p es la presión, t es el tiempo, y μ es la viscosidad del fluido.

Las ecuaciones de Navier-Stokes y de continuidad se resuelven para cada fluido presente en los poros, y dado que se considera que los fluidos son inmiscibles, entonces la interfase que separa a los fluidos se considera como una frontera móvil, de la cual es necesaria rastrear su posición y forma a través del tiempo.

En general, la metodología de trabajo consiste en generar una imagen representativa de la microestructura de los poros, en donde eventualmente se resuelva numéricamente el modelo matemático antes establecido.

Una vez que el modelo matemático está resuelto, se trabaja con la distribución de fases dentro de los poros y se estima la permeabilidad relativa resultante, tal como se muestra en la Figura 43.

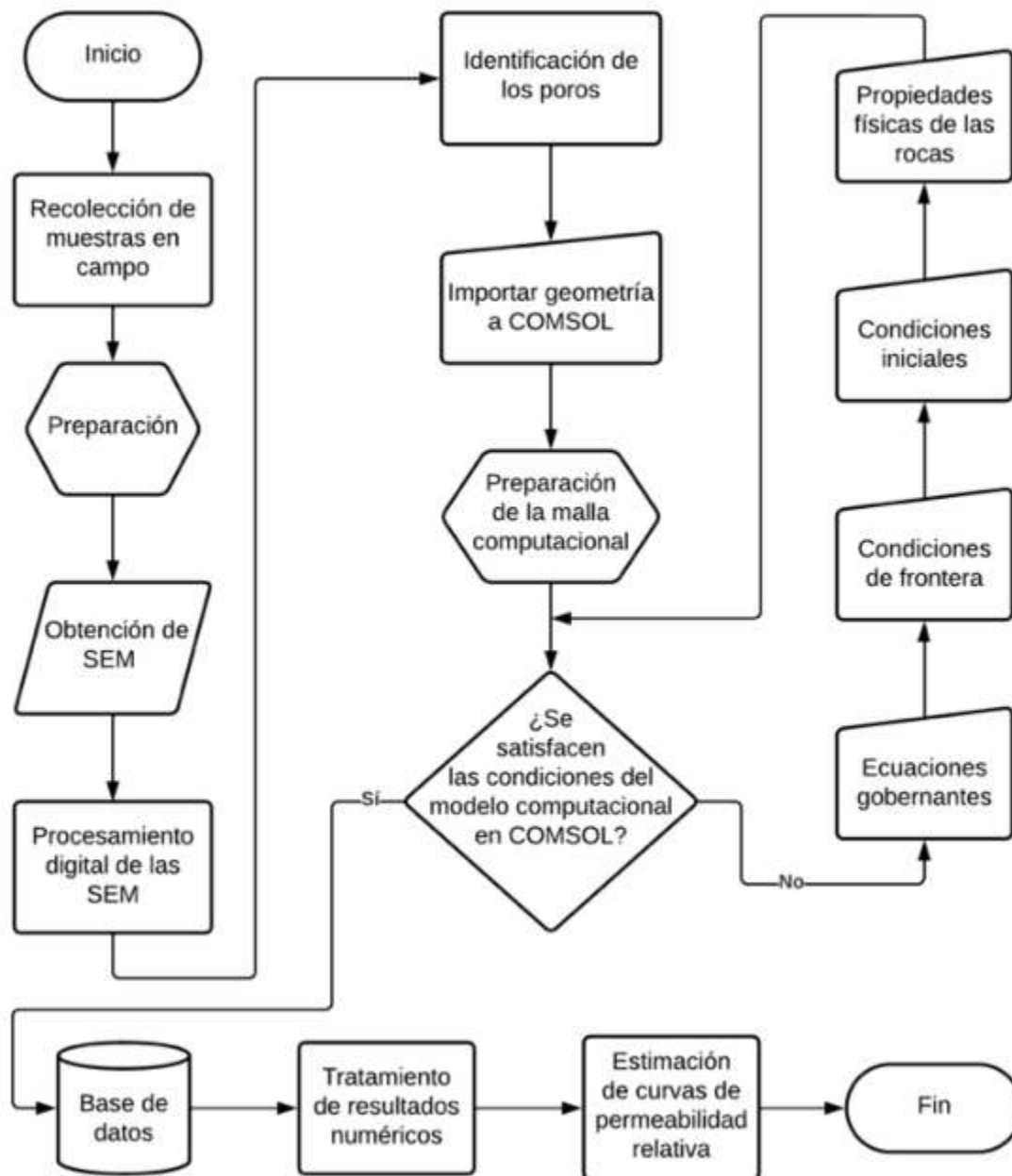


Figura 43. Diagrama de flujo general para la estimación de permeabilidades relativas a partir de imágenes SEM en COMSOL.

De acuerdo con la Ecuación (85), el modelo Level Set necesita valores numéricos para los parámetros γ y ε_{LS} . Para la configuración de estos parámetros es necesario hacer un estudio previo de convergencia, y la elección de estos parámetros depende en gran medida de la naturaleza del caso de estudio y de los objetivos de la simulación.

El parámetro de reinicialización controla la velocidad a la que la función Level Set se reinicializa después de cierto período de tiempo, generalmente se ajusta experimentalmente para lograr un equilibrio entre la estabilidad numérica y la precisión de la representación de la interfaz. Un valor más pequeño acelera la reinicialización, pero hay que tener en cuenta que se pueden generar errores numéricos, mientras que con un valor grande puede resultar en una interfase más suave pero que requiere más tiempo de cálculo. En los casos de simulación presentados se encontró que $\gamma = 1$ es un valor adecuado para tiempos de cómputo tolerables y un modelado adecuado del espesor de la interfase.

En cuanto al parámetro numérico asociado al espesor de la interfase ε_{ls} es una constante con el valor de 1.7263×10^{-3} mm. Se menciona que no existe un valor único para este parámetro, ya que se encuentra ligado estrechamente al tamaño máximo de la malla y con la discretización numérica de la función Level Set. La interfase real es una superficie infinitamente delgada, pero en las simulaciones en COMSOL ésta debe de tener un espesor finito para calcular eventualmente los efectos físicos tales como la deformación, desplazamiento, y el ángulo de contacto con el sólido.

Finalmente, en esta parte se agrega que, en conjunto, los parámetros γ y ε_{ls} juegan un papel determinante dada la forma de la ecuación parcial (86). El lado derecho del signo igual puede verse como un término difusivo, mientras el término del lado izquierdo del signo igual, y que involucra a la velocidad del fluido $\mathbf{u}$, representa un término advectivo.

Cuando el término advectivo es más grande que el término difusivo se presentan problemas de convergencia y estabilidad en la solución numérica de la ecuación parcial. De esta forma, los valores numéricos de γ y ε_{ls} pueden facilitar o complicar la solución numérica de la función Level Set.

Método de Phase Field

El método Phase Field se ha consolidado como una técnica eficaz para modelar interfaces difusas, como las que aparecen entre la matriz sólida y los poros en materiales heterogéneos. A continuación, se detallan los aspectos técnicos y computacionales involucrados.

El módulo **Phase Field** se implementa en COMSOL específicamente a través de la opción **Multiphase Flow + Two Phase Flow + Phase Field + Laminar Flow**. Esta elección permite:

- Definir ecuaciones personalizadas, lo cual es ideal para problemas con geometrías complejas y condiciones de frontera.
- Incorporar términos de energía libre, gradientes de campo, y acoplamientos entre variables físicas (por ejemplo, presión, velocidad, saturación).
- Resolver sistemas acoplados de ecuaciones diferenciales parciales (EDPs) que describen la evolución de la variable Phase Field (ϕ), junto con ecuaciones de flujo o transporte.
- Facilita la integración por partes y el manejo de discontinuidades suaves en el dominio, lo cual es esencial para representar interfaces difusas.

Para discretizar el dominio, se emplean **elementos finitos de tipo Lagrange de segundo orden**, que ofrecen mayor precisión en la representación de gradientes y curvaturas, especialmente cerca de interfaces, mejor convergencia en problemas con campos suaves, pero altamente variables y compatibilidad con formulaciones débilmente acopladas y sistemas no lineales. Estos elementos permiten capturar con fidelidad la evolución de la interface y las variables físicas asociadas, como presión o velocidad.

Una característica clave del método Phase Field es la necesidad de **resolución espacial refinada** en las regiones donde ocurre la transición entre fases. Para ello, se implementa una **mallado adaptativa** (Figura 44), que refina automáticamente el mallado en zonas donde el gradiente del Phase Field $\nabla\phi$ es elevado, además optimiza el uso de recursos computacionales, concentrando nodos donde más se necesita sin sobrecargar el resto del

dominio, mejorando de esta manera la estabilidad numérica y la precisión de la solución, especialmente en simulaciones transitorias. La adaptabilidad de la malla es crítica para capturar fenómenos como la evolución de interfaces, geometría de los poros o fenómenos de histéresis.

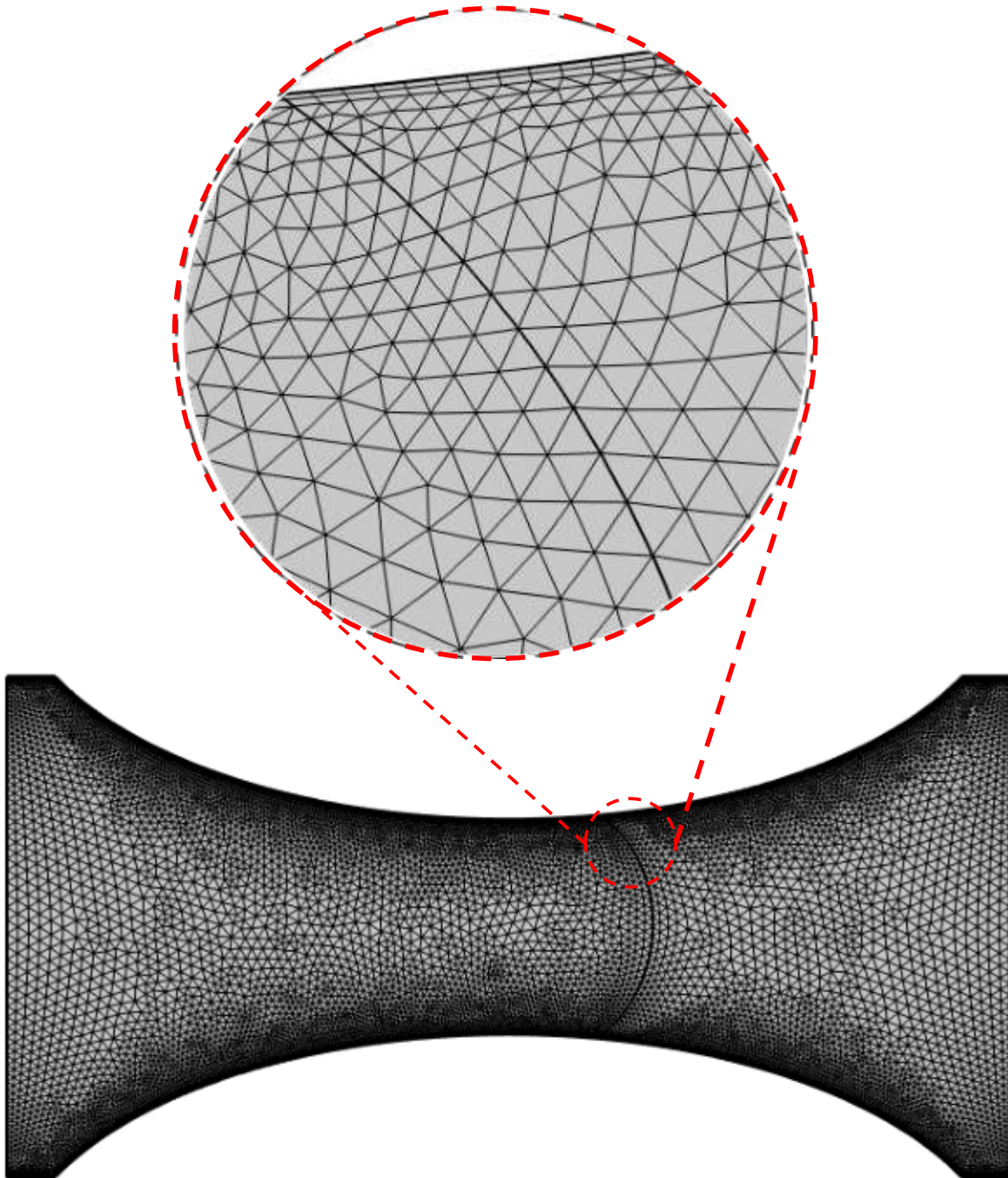


Figura 44. Malla generada para la geometría analizada, donde se muestra en la parte inferior la discretización completa del dominio y, en la ampliación superior, el detalle local del mallado triangular. La

vista ampliada permite apreciar la calidad, uniformidad y refinamiento de los elementos en la zona crítica, asegurando estabilidad numérica y precisión en la resolución del modelo mediante el método de elementos finitos.

La resolución del sistema no lineal de ecuaciones se realiza en **COMSOL Multiphysics** mediante el módulo **Phase Field**, el cual emplea una combinación de dos métodos numéricos complementarios. En primer lugar, se utiliza el método de **Newton–Raphson**, un esquema iterativo diseñado para resolver sistemas no lineales mediante actualizaciones sucesivas de la solución. Este método permite calcular la matriz Jacobiana en cada iteración y facilita el control de la tolerancia numérica y del número máximo de iteraciones, lo que lo hace especialmente adecuado para problemas acoplados con múltiples variables dependientes.

En segundo lugar, se incorpora **PARDISO** (*Parallel Direct Sparse Solver*), un solucionador directo altamente eficiente para sistemas lineales basado en una factorización LU optimizada. PARDISO es robusto frente a matrices dispersas o mal condicionadas y acelera significativamente la resolución de los grandes sistemas algebraicos derivados de la discretización espacial. La combinación de ambos métodos permite abordar problemas complejos con múltiples escalas espaciales y temporales, mejorar la **conservación de masa**, mantener estabilidad numérica incluso para números capilares bajos y aprovechar una paralelización eficiente, garantizando así un desempeño computacional estable y eficaz.

La teoría del método Phase Field ha demostrado ser altamente versátil y se utiliza en una amplia gama de aplicaciones donde es necesario describir transiciones suaves entre fases, tales como procesos de separación de componentes, desplazamientos fluido-fluido y la dinámica de interfaces en medios complejos. Su formulación difusa, basada en principios termodinámicos, permite representar cambios topológicos como el avance, retracción o deformación de una interfaz sin necesidad de rastrear explícitamente su ubicación.

La integración del método Phase Field con el enfoque de elementos finitos en COMSOL resulta especialmente potente, ya que facilita la resolución precisa de geometrías complejas y condiciones de frontera heterogéneas, dotando a este estudio de un marco

numérico sólido y coherente para capturar la física del desplazamiento bifásico en medios porosos.

El método numérico satisface necesidades comunes en diferentes problemas. Entre estas necesidades se destaca:

- Capacidad para reproducir cambios topológicos importantes en la interfaz.
- Posibilidad de simular fenómenos 2D y 3D
- Tiempo computacional razonable respecto al tiempo de cálculo del problema.

El método PF es independiente del tipo de técnica numérica utilizada para resolver las ecuaciones en derivadas parciales (EDP's) involucradas en el problema, que para este estudio es el Método de Elemento Finito (MEF). Una ventaja para destacar de la combinación de MEF con PF es el poder resolver este problema en dominios complejos donde la generación de una discretización espacial estructurada sea muy compleja (Figura 45).

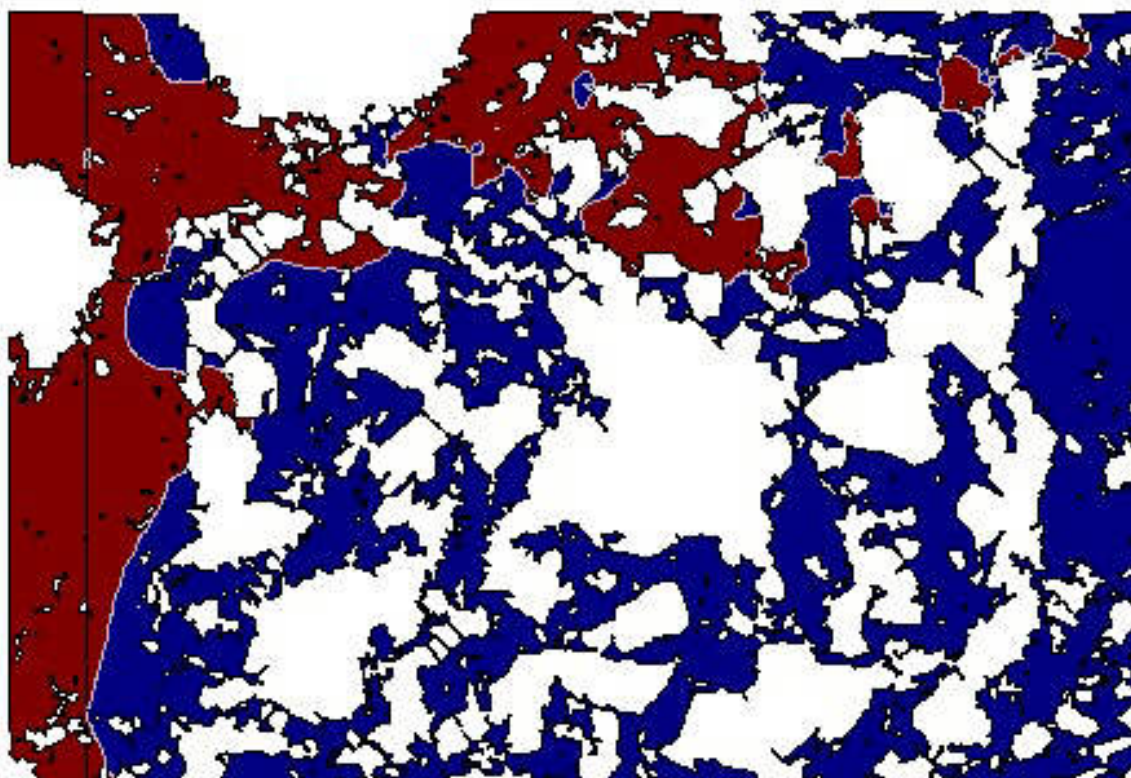


Figura 45. Simulación de imbibición en medio poroso utilizando un modelo Phase Field basado en la ecuación de Cahn-Hilliard, mostrando la evolución de la interfaz móvil durante la infiltración del fluido mojannte.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de dos enfoques numéricos aplicados al estudio de flujo bifásico en medios porosos: **el método Level Set**, empleado para el modelado directo a partir de micrografías SEM, y **el método Phase Field**, utilizado para determinar coeficientes efectivos y la dinámica de interfaces durante procesos de imbibición y drene. Asimismo, se incluye una discusión comparativa entre ambos enfoques, resaltando sus contribuciones, diferencias y alcances en el modelado poroso a microescala.

4.1. Estimación de la permeabilidad relativa con el método Level Set en micrografías de roca

Configuración numérica y condiciones de frontera

En la Figura 46 se presenta la solución numérica de la distribución de fluidos dentro de los poros hasta un tiempo de 0.01 s. Se presentan dos escenarios distintos: i) en la columna de la izquierda se presenta el caso de imbibición, es decir se inyecta el fluido mojante (salmuera) por la frontera izquierda para desplazar al fluido no mojante (aceite), ii) en la columna de la derecha se grafica la solución para el caso de drene, en este caso se inyecta por la frontera de la izquierda el fluido no mojante para desplazar al fluido mojante.

En ambos casos se inyecta el fluido a una velocidad constante de 0.00165 m/s, mientras que la frontera de producción la presión manométrica es 0 Pa, esto con la finalidad de mantener condiciones similares y comparar la manera en que se desplazan los fluidos en la matriz porosa. La inyección de fluidos se consideraron casos separados en el modelo computacional en COMSOL, y no se manejó el esquema de inyección secuencial de fluidos.

Las condiciones de frontera se completan estableciendo no deslizamiento (todos los componentes del vector velocidad $\mathbf{u}$ son cero) en la superficie de los sólidos y en las fronteras superior e inferior de la imagen SEM, y como condiciones iniciales la velocidad y la presión manométrica son igual a cero. Mientras tanto, para el modelo Level Set, se utilizó

como condición inicial la distribución inicial de los fluidos correspondiente para el caso ya sea de imbibición o de drene, es decir la función ϕ vale 1 si la región del poro está llena de aceite, o ϕ vale cero si el poro está lleno de agua. Como condición de frontera, en las fronteras en contacto con el sólido se considera una interfaz en movimiento que incluye el ángulo de contacto y la tensión interfacial entre los fluidos.

Análisis de los perfiles de presión y velocidad

Los perfiles de velocidad y presión ya en condiciones estables se presentan en la Figura 47. A partir de los resultados de la Figura 46, obsérvese que el movimiento de los fluidos es muy diferente al nivel de detalle de la red de poros, y aparenta ser similar al nivel de observación de toda la muestra de roca analizada.

Es posible observar que el fluido mojante irrumpe en mayor cantidad en la frontera de producción en el caso de imbibición, comparado con la irrupción del aceite para el caso de drene al tiempo de 0.01 s. Esto puede atribuirse a que el fluido mojante tiene una afinidad natural con el sólido, lo cual facilita que desplace al aceite hacia la zona de producción, fenómeno que impacta en la eficiencia global del proceso de recuperación.

Cálculo de permeabilidades relativas mediante Level Set

Una vez disponible la distribución de los fluidos, la velocidad local de los fluidos, y la presión dentro de los poros, entonces se utilizan las Ecuaciones (78) y (79) para determinar la permeabilidad relativa del aceite y de la salmuera. En la Figura 48 se han graficado k_{ro} y k_{rw} para los escenarios de imbibición y drene.

Es claro que las curvas de permeabilidad relativa presentan diferencias notables (no son las mismas para drene e imbibición), asociado con la asimetría del proceso cuando se llenan los poros con un fluido mojante, en lugar de un fluido no mojante.

Para el caso del fluido desplazado, la cantidad de fluido atrapado en la red de poros pequeños depende de las fuerzas capilares, las cuales a su vez dependen del ángulo de contacto, tamaño de poro, y de la tensión interfacial entre los fluidos. Tales fuerzas capilares pudieran ser muy grandes, y como consecuencia se tiene que el completo desplazamiento de un fluido por otro no es posible, y siempre se espera una cantidad residual en los procesos de inyección.

En ese tenor, obsérvese en la Figura 48 que el proceso de imbibición es un proceso efectivo para desplazar al aceite ya que se tiene poco aceite residual, lo cual corresponde al valor de saturación cuando $k_{ro} = 0$, lo cual ocurre aproximadamente a $s_w = 0.95$, o $s_o = 0.05$.

Otra característica muy rescatable de las curvas graficadas en la Figura 48 es que el valor máximo de la permeabilidad relativa de la fase mojante en la saturación residual (conocido como endpoint en la literatura en inglés) es muy diferente para drene e imbibición. Este valor es de suma importancia a nivel de yacimiento, ya que dictará los flujos máximos que se tienen del fluido móvil en los pozos productores. La permeabilidad relativa del agua es aproximadamente 0.3 para el proceso de imbibición, y casi 0.7 cuando se tiene el proceso de drene.

Comparación con datos experimentales

En la Figura 48 también se presentan datos experimentales de la permeabilidad relativa estimada en rocas de carbonato (Shi *et al.*, 2018), donde se observan ciertas similitudes con las curvas estimadas numéricamente. El objetivo es mostrar una comparación con las curvas determinadas con la metodología de este trabajo, ya que una validación rigurosa debería de hacerse con experimentación en rocas de la Formación Amaxac, lo cual, a conocimiento de los autores, no existen reportes en la literatura.

Se resaltan las capacidades de la metodología propuesta en este trabajo para estimar las permeabilidades relativas de flujos bifásicos en medios porosos como rocas. El comportamiento cualitativo de las curvas de permeabilidad relativa coincide con las que se pueden encontrar en la literatura en mediciones experimentales de laboratorio [ver por ejemplo las mediciones experimentales reportadas en los trabajos de Bennion y Bachu (2008), Rostami *et al.* (2010), y Shi *et al.* (2018)], en el sentido de que se tienen diferentes curvas de permeabilidad para drene e imbibición, cuantificación de saturaciones residuales, y el cálculo de valores máximos de la permeabilidad relativa.

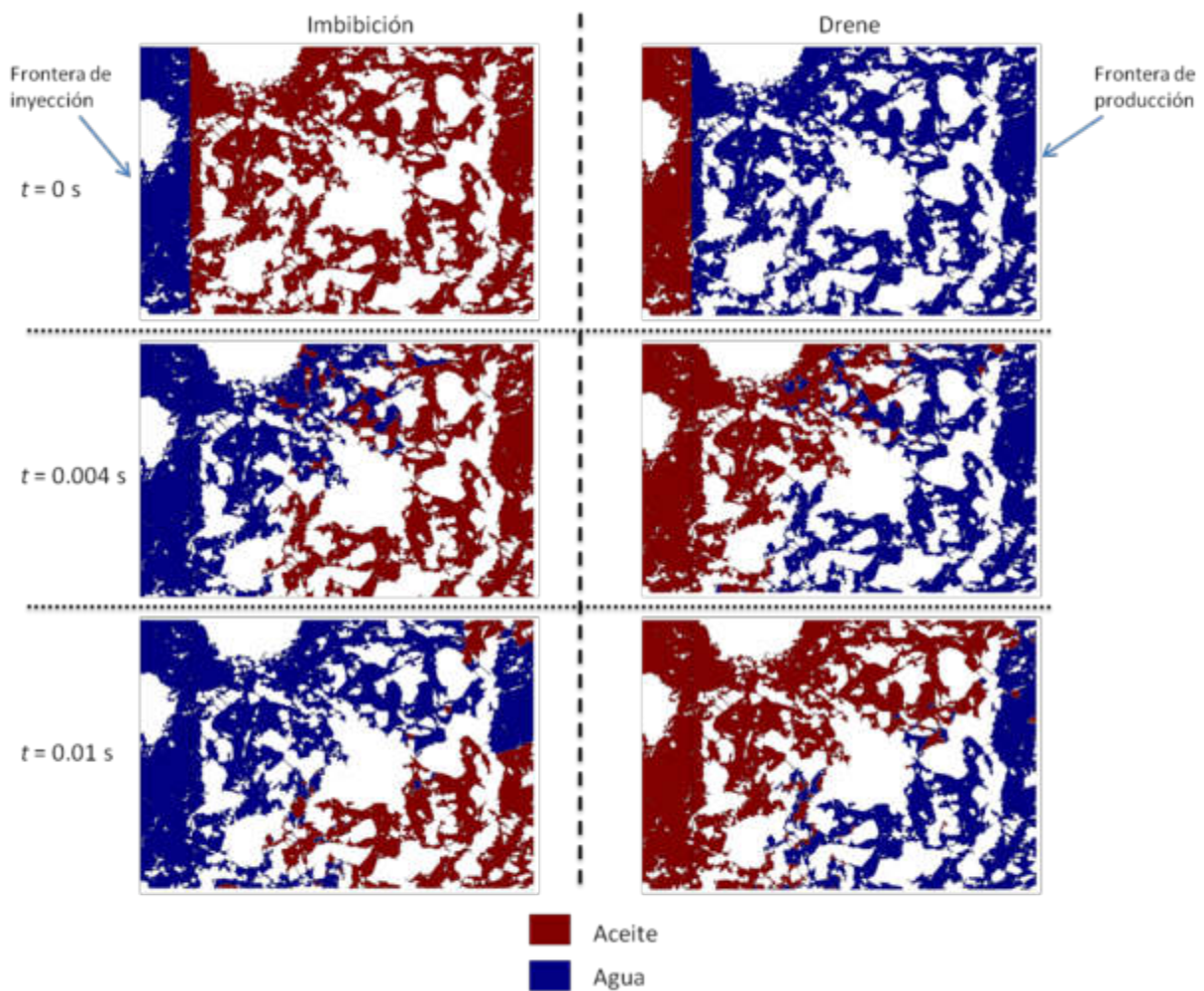


Figura 46. Evolución de la distribución de fluidos dentro de los poros durante los procesos de imbibición y drene.

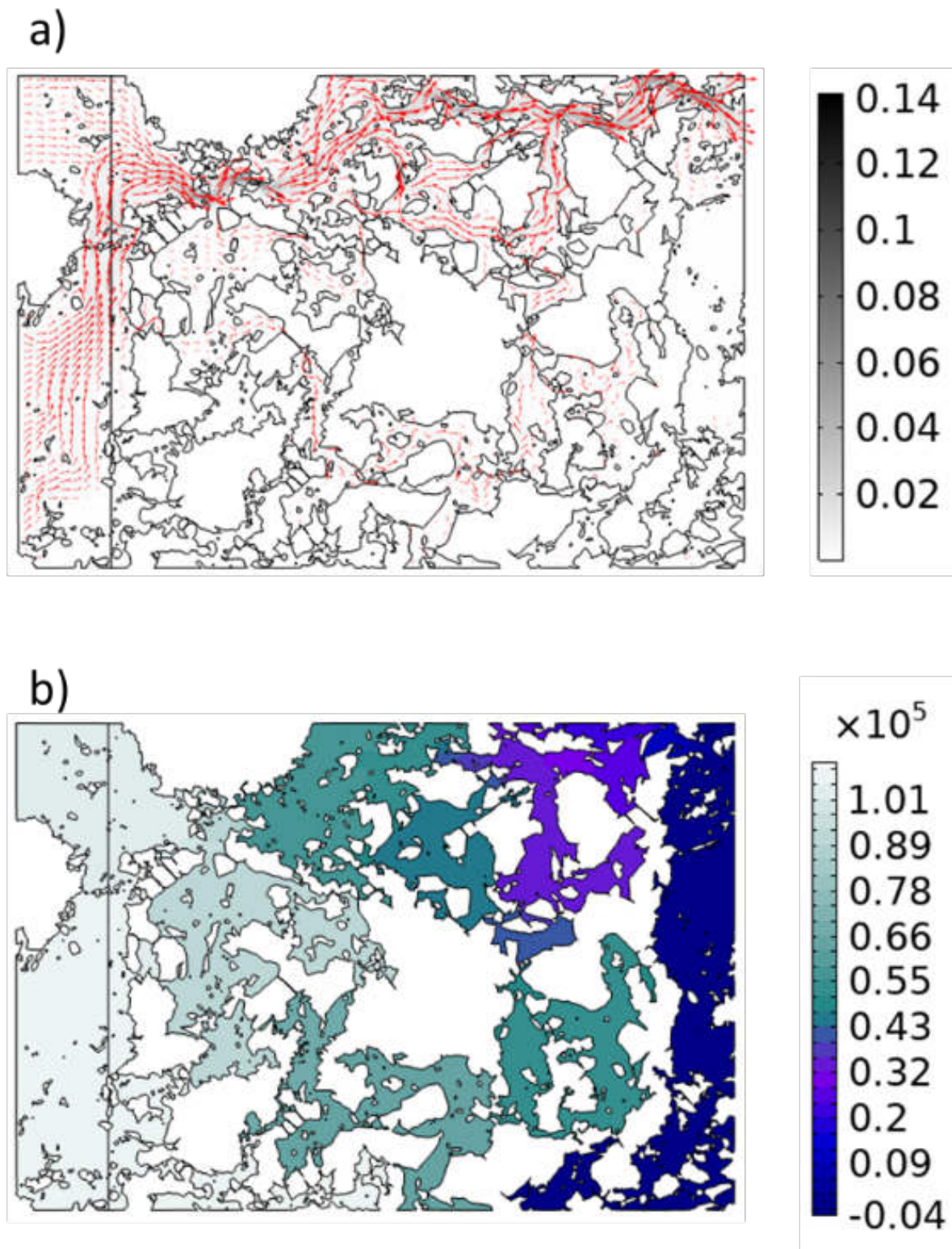


Figura 47. a) Perfiles de velocidad (m/s) de los fluidos en los poros, y b) distribución de la presión (Pa).

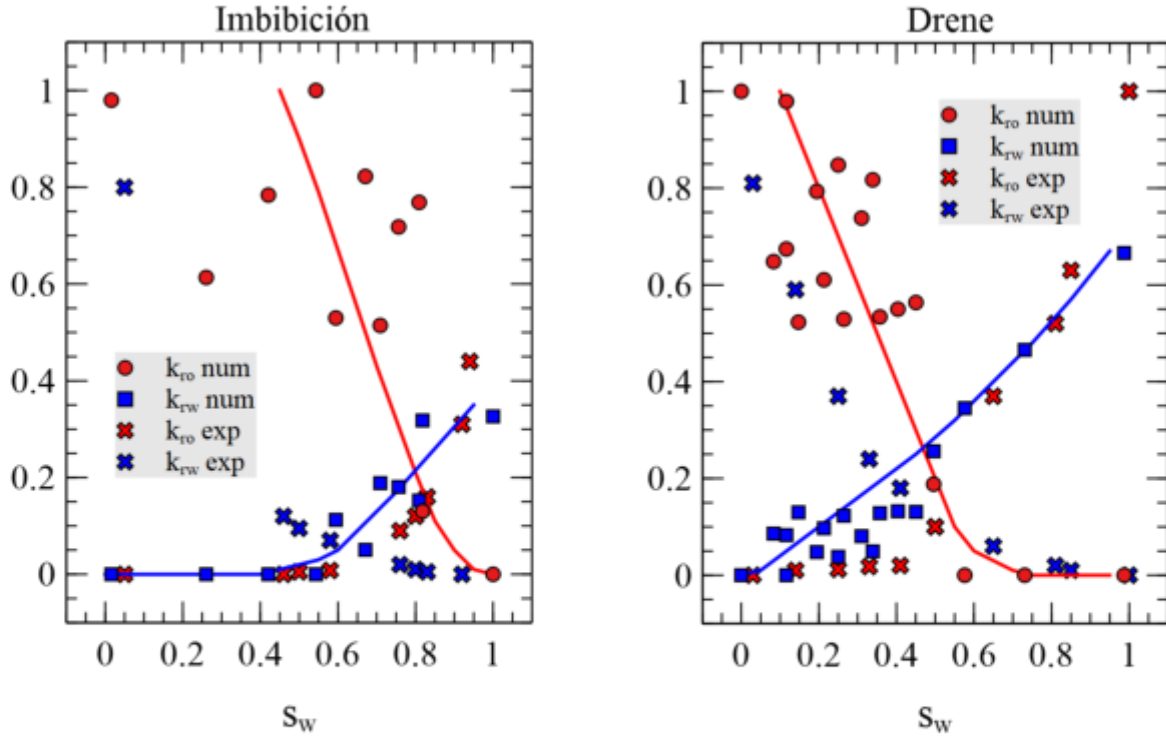


Figura 48. Estimación numérica (etiqueta “num”) de la permeabilidad relativa del aceite k_{ro} y agua k_{rw} en procesos de imbibición y drene utilizando la metodología de este trabajo. Las líneas sólidas solo ilustran la tendencia de los datos, y no representan alguna curva de ajuste. Los símbolos de cruces indican mediciones experimentales (etiqueta “exp”) en rocas de carbonato (Shi et al., 2018).

Discusión sobre la dispersión de datos a microescala

Por último, es de resaltar la dispersión que presentan los datos estimados numéricamente de acuerdo las gráficas de la Figura 48. En la macroescala, el dominio de observación es más grande por lo que los datos analizados tienden a suavizarse, y en general este problema se considera un fenómeno de escalamiento de la micro a la macroescala debido a las diferencias en la física y el comportamiento de los sistemas en estas escalas.

En la microescala los poros son más pequeños y morfológicamente más detallados, lo que significa que la capilaridad y la velocidad local presentan cambios significativos en pequeñas distancias, esto puede dar curvas de permeabilidad relativa con un comportamiento más aleatorio debido a los efectos de mojabilidad y desplazamiento de los fluidos a nivel de poro.

Aquí cabe recordar que la estimación de la permeabilidad relativa se hace a través de las Ecuaciones (78) y (79) por lo que fluctuaciones tanto en la velocidad local de los fluidos como en el gradiente de presión conducirán a variaciones en el valor de k_r . También, en la microescala los cambios en la saturación de fluidos se comportan de manera muy local; sin embargo, a nivel macroscópico la saturación de los fluidos usualmente se calcula a través de un volumen más grande. Otro aspecto que puede afectar también las curvas de permeabilidad es la heterogeneidad implícita de cualquier roca sedimentaria.

4.2. Estimación de tensores efectivos mediante la solución de problemas de cerradura

Definición de una celda unitaria simple para procesos de drene e imbibición

Como se mencionó antes, los problemas de cerradura deben resolverse en geometrías representativas del medio poroso y, en este sentido, es común utilizar una celda unitaria. En este trabajo, utilizamos una célula simple bidimensional que incluye la garganta y el diámetro del poro, tal como se muestra en la Figura 49.

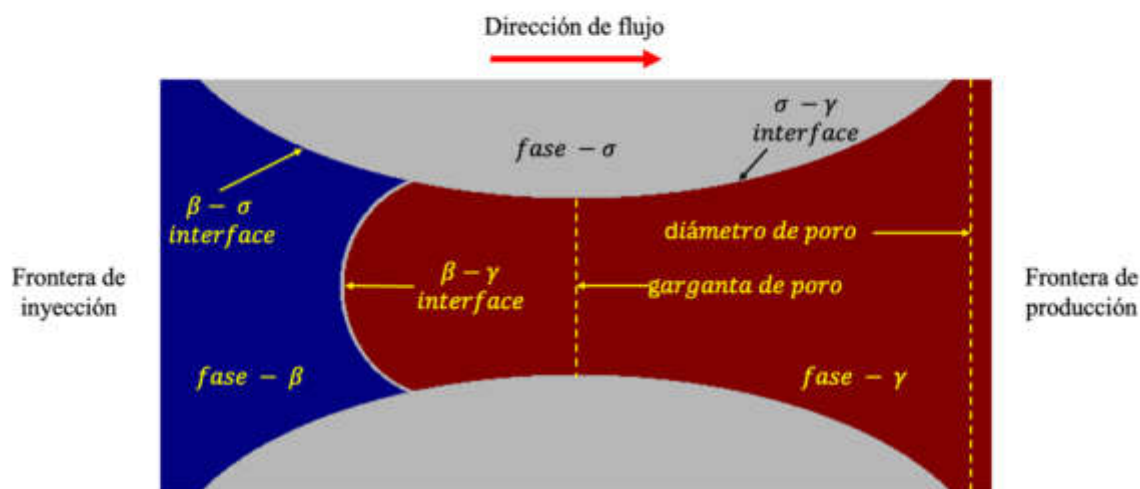


Figura 49. Esquema de la celda unitaria mostrando fases e interfaces, así como el diámetro de los poros y la garganta de los poros.

Estas celdas permiten modificar la geometría de los poros para abarcar de manera sencilla el espectro de los diferentes tipos de litologías que se pueden encontrar en las rocas reservorio. Utilizamos como garganta y diámetro de poro los valores resumidos en la Tabla 4, que son representativos de una roca arenisca obtenida de la muestra S1 del Consorcio del Imperial College sobre Modelización a Escala Porosa e Imagen (Martínez-Mendoza 2018).

Además, los valores de la tensión interfacial, viscosidad y densidad de los fluidos, y el ángulo de contacto se resumen en la Tabla 4; estos valores fueron reportados por Finol-González et al. (2023) en su estudio de pruebas experimentales de desplazamiento de aceite-mineral/agua (salmueras sintéticas) utilizando tensioactivos catiónicos y aniónicos en rocas del Paleocanal Chicontepec en México. En este caso, el aceite representa la fase— γ (fase no mojante), mientras que el agua es la fase— β (fase mojante).

Tabla 4. Datos básicos de geometría de poros y propiedades del fluido para la solución de problemas de cerradura en la celda unitaria

	Valor	Referencia
Tamaño medio de los poros	35 μm	Martínez-Mendoza (2018)
Tamaño medio de la garganta porosa	15 μm	Martínez-Mendoza (2018)
μ_γ	100 cP	Finol-González et al. (2023)
μ_β	0.5 cP	Finol-González et al. (2023)
ρ_γ	900 kg/m^3	Finol-González et al. (2023)
ρ_β	1000 kg/m^3	Finol-González et al. (2023)
Tensión interfacial	4.42 dyne/cm	Briones-Carrillo et al. (2022)
Ángulo de contacto	145.1 °	Briones-Carrillo et al. (2022)
Presión de inyección	4000.01 psi	-
Presión de producción	4000.00 psi	-

Los problemas de cerradura se resolvieron en la celda unitaria mostrada en la Figura 49, y para este objetivo empleamos el software COMSOL Multiphysics. Este software utiliza rutinas numéricas basadas en el método de elementos finitos y, por tanto, la geometría se

divide en múltiples subdominios donde se calculan las variables de cerradura. Investigamos que discretizando la celda unitaria con el tipo y número de subdominios mostrados en la Figura 49 se obtienen resultados numéricamente confiables.

La solución de problemas de cerradura requiere la ubicación explícita de las interfaces fluido-fluido y fluido-sólido. En estas interfaces se aplican varias condiciones de frontera según las indicadas en Ecuaciones (30)-(32). Considerando un medio poroso rígido, la interfaz fluido-sólido permanece fija, mientras que la interfaz fluido-fluido puede desplazarse en consecuencia con cualquier proceso de desplazamiento que ocurra dentro de los vacíos porosos. En este trabajo, nos interesa calcular los coeficientes efectivos bajo procesos de imbibición y drene, ya que conducen a una distribución diferente de fases, es decir, el movimiento y la forma de la interfaz $\beta - \gamma$ depende de la tensión interfacial entre fluidos y de la mojabilidad que ambos fluidos muestran al estar en contacto con el sólido, así como de la dirección del flujo. Estos fenómenos provocan histéresis, y este comportamiento también es de esperar para los coeficientes efectivos.

La posición de la interfaz $\beta - \gamma$ se aborda mediante el método *de Phase Field*, que ha demostrado ser eficaz para simular la interfaz y su interacción con paredes sólidas (Alpak et al. 2016). El método de Phase Field introduce restricciones termodinámicas para modelar la interfaz, y es capaz de satisfacer los balances de materiales de cada fase del fluido. La expresión matemática para el método Phase Field dice:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot \left(\frac{\alpha \lambda}{\varepsilon^2} \nabla \psi \right) \quad (86)$$

con

$$\psi = -\nabla \cdot (\varepsilon_{pf}^2 \nabla \phi) + (\phi^2 - 1)\phi \quad (87)$$

$$\lambda = \frac{3\varepsilon\sigma}{\sqrt{8}}, \alpha = \chi\varepsilon^2 \quad (88)$$

En este modelo, ϕ representa la variable de Phase Field adimensional, cuyo valor oscila entre -1 y 1 dentro de la interfaz difusa. El término $\mathbf{v}$ corresponde a la velocidad del

fluido, mientras que α denota la movilidad, y σ la tensión interfacial entre fluidos. Asimismo, γ es la densidad de energía de mezcla, entendida como la energía libre por unidad de volumen de un sistema bifásico; esta puede asociarse a la energía libre de **Gibbs** (temperatura y presión constantes) o a la energía libre de **Helmholtz** (temperatura y volumen constantes). El parámetro ε define el espesor característico de la interfaz, y ψ corresponde a la variable auxiliar del método Phase Field.

La movilidad α controla la escala temporal de la difusión descrita por la ecuación de Cahn–Hilliard, por lo que debe seleccionarse adecuadamente para asegurar un espesor interfacial constante; en la práctica, un valor proporcional a ε suele ser una buena aproximación. En este estudio, como estimación para el espesor de la interfaz, se adoptó $\varepsilon = h_c/2$, donde h_c es el tamaño característico de la malla cerca de la interfaz.

El método Phase Field incorpora explícitamente el ángulo de contacto entre la interfaz fluido-fluido y la superficie sólida para modelar la mojabilidad, así como la tensión interfacial entre las fases β y γ , utilizada para calcular la **presión capilar** (presión de la fase no mojante menos la presión de la fase mojante). Estos parámetros resultan esenciales para representar de manera rigurosa los procesos de **imbibición** y **drene** en medios porosos.

Como se señala en Ecuación (86), para simular la evolución de la interfaz es necesario calcular la velocidad del fluido; para ello empleamos el modelo de Navier-Stokes para fluidos incompresibles:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)] \quad (89)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (90)$$

Estas dos ecuaciones se aplican para ambas fases: los fluidos no mojantes y los fluidos mojantes. Además, el modelo de Navier-Stokes y las ecuaciones de Phase Field requieren condiciones iniciales y de frontera en los límites de inyección y producción de la celda esquematizadas en la Figura 49. Para la frontera de inyección, afirmamos:

$$p = p_{inj} \quad (91)$$

Y

$$\phi = \begin{cases} -1, & \text{si la fase-}\beta \text{ (mojante) es inyectada} \\ +1, & \text{si la fase-}\gamma \text{ (no mojante) es inyectada} \end{cases} \quad (92)$$

Mientras que para el límite de producción aplicamos las siguientes condiciones:

$$p = p_{prod} \quad (93)$$

Y

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (94)$$

Donde p_{inj} es la presión de inyección y p_{prod} es la presión de producción; de este modo, se establece un gradiente de presión entre la entrada y la salida de la celda unitaria, que es la fuerza motriz para el movimiento de fluidos. En la salida, establecemos que el gradiente normal de la variable de fase (ϕ) sea cero.

Como condiciones iniciales, afirmamos que la velocidad del fluido es cero y la presión es la del límite de producción, es decir:

En $t = 0$

$$p = p_{prod} \quad (95)$$

En $t = 0$

$$\mathbf{v} = 0 \quad (96)$$

Mientras tanto, la variable de fase toma valores ($+1$ o -1) en cada región del volumen de poros según la distribución inicial deseada de fluidos. Por ejemplo, en el proceso de imbibición el volumen de poros está inicialmente ocupado por la fase no mojante, y para el proceso de drene el volumen de poros está inicialmente ocupado por la fase mojante.

Experimentos numéricos y discusión

Primero determinamos la posición de interfaz entre las fases β y γ bajo dos escenarios diferentes: imbibición y drene, y, posteriormente, determinamos así el porcentaje de saturación de fluidos mojante y no mojante a lo largo del tiempo.

La Figura 50 y Figura 51 presentan la evolución de la saturación de fluidos para la imbibición y el drene, donde el fenómeno de la histéresis está claramente identificado, es decir, la forma de la interfaz y la distribución del fluido en los poros depende de la dirección del flujo y del papel de los fluidos desplazados.

Observe que el ángulo de contacto que forma la interfaz con el sólido varía según el fluido que se inyecta (fluido mojante no mojante). Sorprendentemente, la cantidad de líquido residual depende del fluido que se está desplazando. Solo existe líquido residual para el proceso de drene. La forma del menisco está controlada por el ángulo de contacto y la tensión interfacial.

Para la imbibición, la forma del menisco es convexa (desde el lado de la fase mojante), mientras que en el caso del drene es cóncava. Además, la forma del menisco es más alargada en el caso del drene, lo que está relacionado con un ángulo de contacto mayor a 90° . En este caso, debido a la falta de afinidad entre la fase no mojante y la superficie sólida, la curva del menisco se alarga más hacia la dirección del flujo.

Los resultados numéricos representados en la Figura 50 y Figura 51 se obtienen con las presiones de inyección y producción reportadas en la Tabla 4, que arrojan una tasa de inyección cercana a 0,0387 ml/(metro de profundidad de celda).

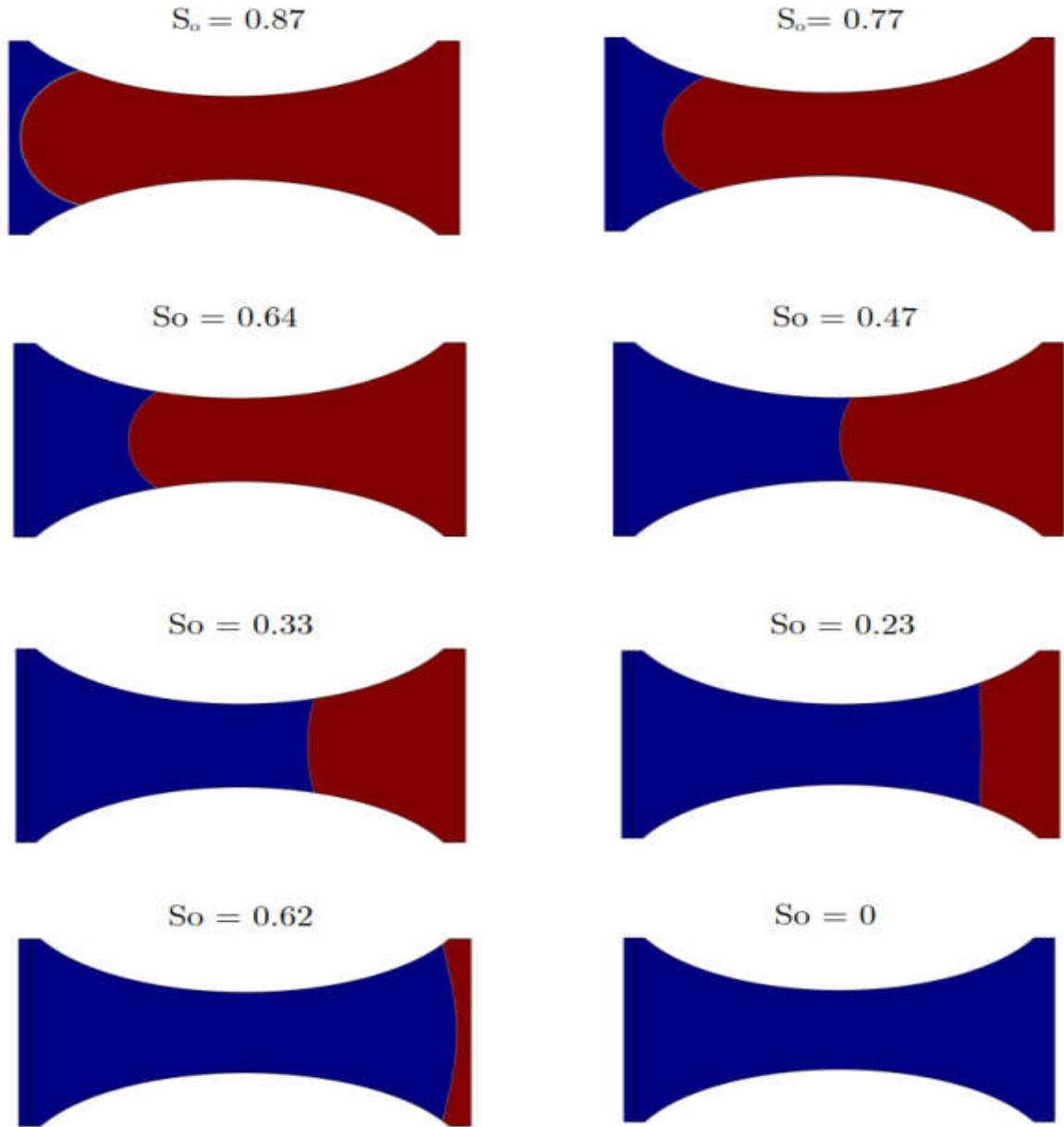


Figura 50. Avance de la interfaz fluido-fluido para el proceso de imbibición. Color azul = fase mojante (β), color rojo = fase no mojante (γ).

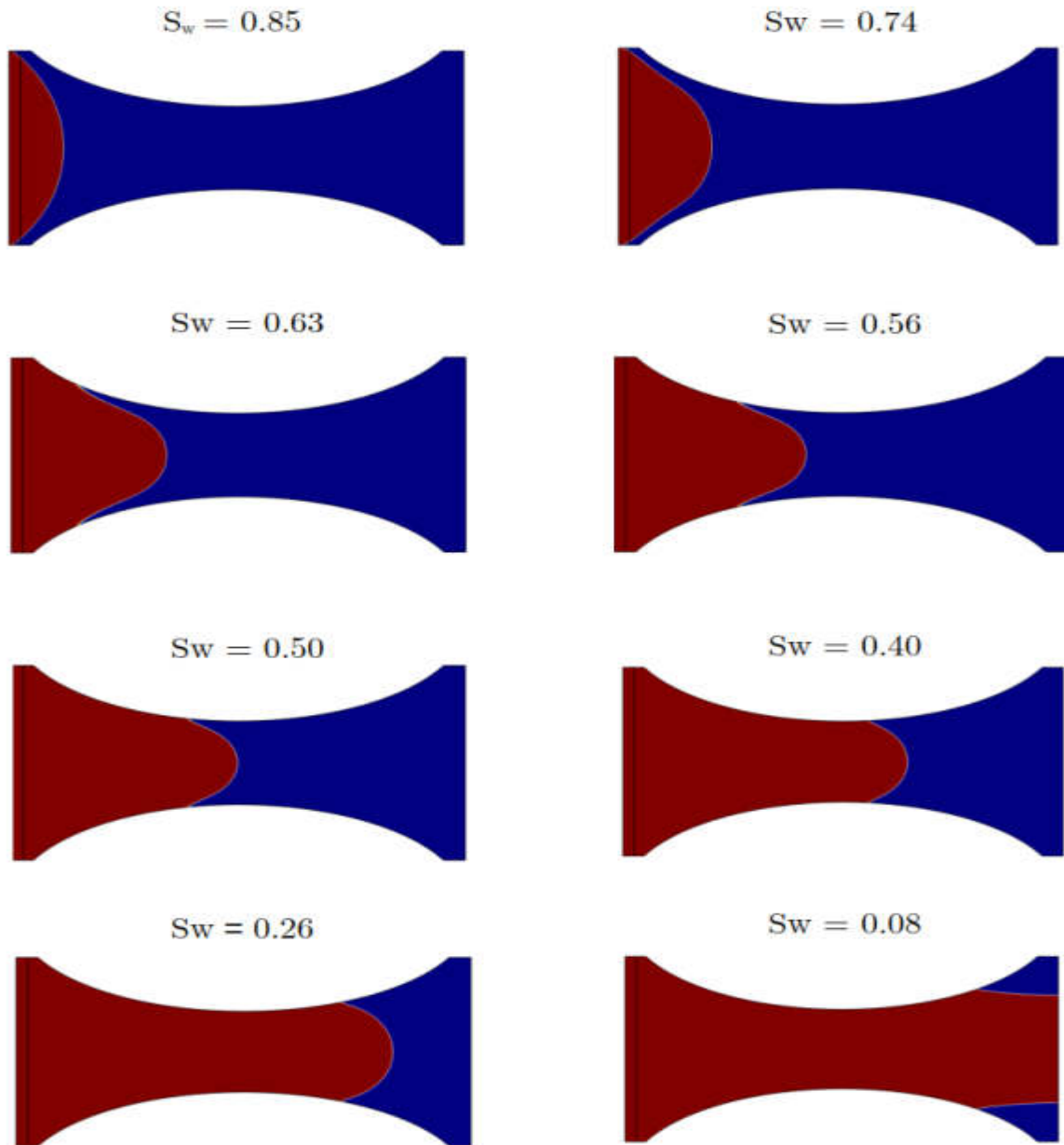


Figura 51. Avance de la interfaz fluido-fluido para el proceso de drene. Color azul = fase mojante (β), color rojo = fase no mojante (γ).

Variables de cerradura

Las Figuras 55 y 56 muestran la distribución de las variables de cerradura $A_{\beta\beta,xx}$ y $A_{\gamma\beta,xx}$ asociadas al problema de cerradura I, para los procesos de imbibición y drene, respectivamente, en función de la saturación del fluido mojante (fase β).

Los gráficos de la Figura 52 y Figura 53 solo muestran cuatro valores de saturación para fines ilustrativos, aunque para los cálculos de los tensores efectivos se simularon más valores de saturaciones de fluidos.

Además, por brevedad, en este trabajo se omiten los yy elementos de las variables de cerradura $\mathbf{A}_{\beta\beta}$ y $\mathbf{A}_{\gamma\beta}$ de las variables, así como las variables de cerradura asociadas al problema de cerradura II.

Las variables de cerradura son fundamentales para estimar los parámetros efectivos del flujo bifásico, ya que capturan la interacción entre las fases no mojante y mojante, y la pared sólida.

Se demuestra que, a medida que se inyecta el fluido mojante, las variables de cerradura son mayores cerca del contacto (punto triple) entre los fluidos y el sólido. Las variables de cerradura desarrollan un eje de simetría paralelo a la *dirección x* (dirección de flujo).

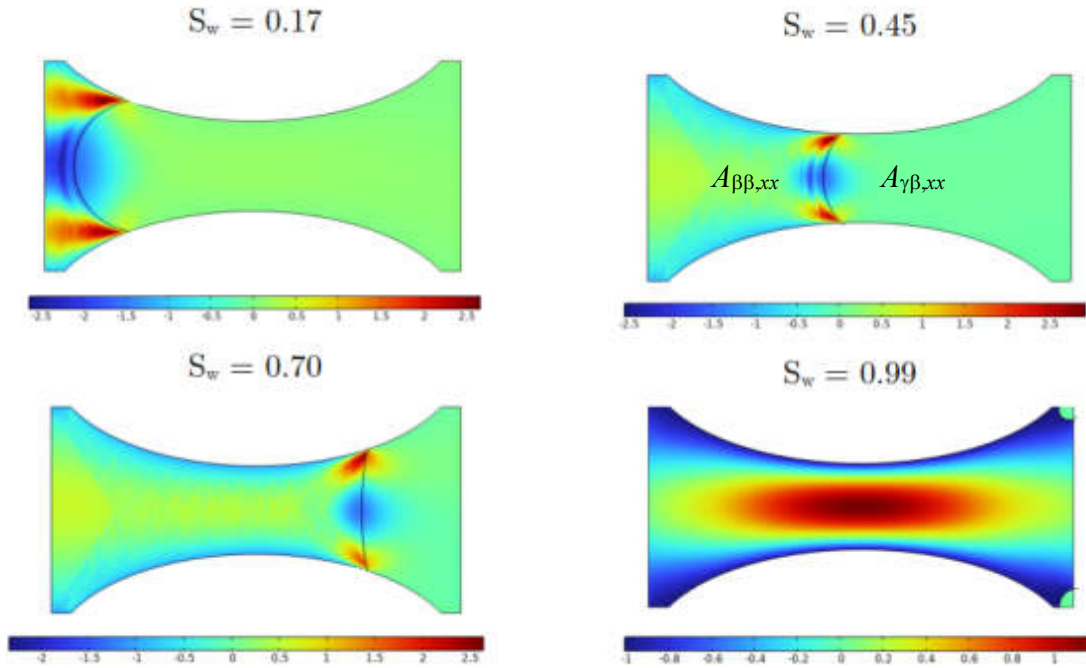


Figura 52. Solución de campo de variables de cerradura $A_{\beta\beta,xx}$ y $A_{\gamma\beta,xx}$ (adimensionales) durante el proceso de imbibición.

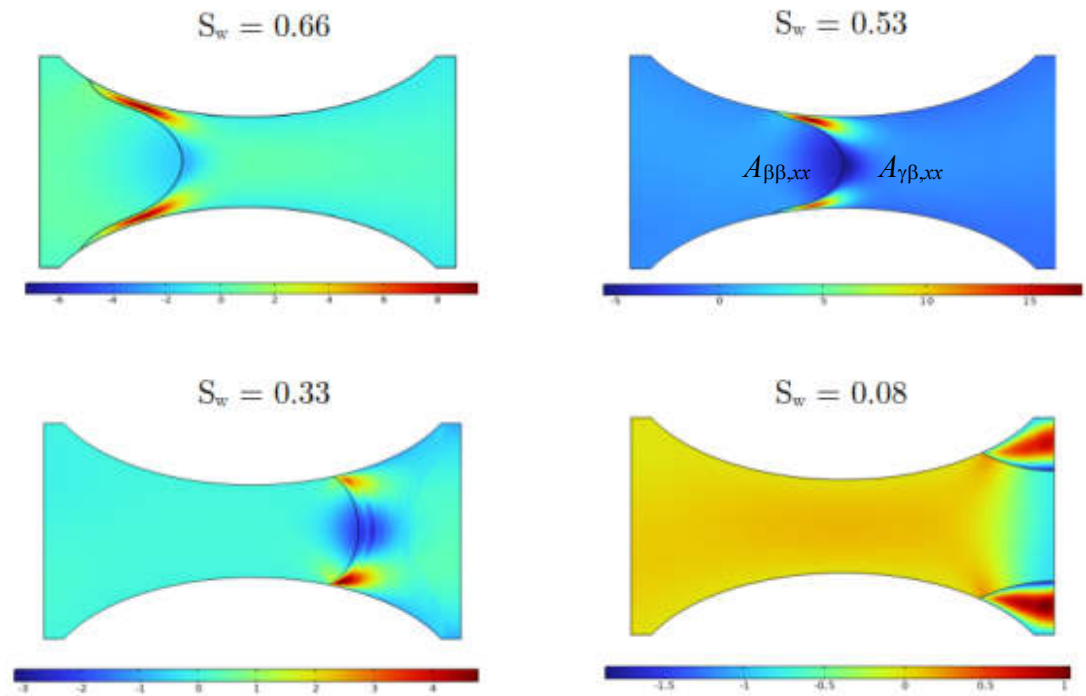


Figura 53. Solución de campo de las variables de cerradura $A_{\beta\beta,xx}$ y $A_{\gamma\beta,xx}$ (adimensionales) durante el proceso de drene.

Coeficientes efectivos

Una vez que las soluciones de la variable de cerradura se calculan en la misma celda unitaria representada en la Figura 49 para varias posiciones de la interfaz fluido-fluido, así como la permeabilidad efectiva y los tensores de arrastre viscoso (Estas estimaciones se resumen en los gráficos de las Figuras 53 y 54 tanto para casos de imbibición y drene como para funciones de saturaciones de fluidos.

Estas figuras se consideran en esta tesis como "curvas de histéresis", cuya descripción fenomenológica se presenta en la Figura 54 y Figura 55. Los vectores de flecha indican la dirección del proceso de desplazamiento, por ejemplo, durante la imbibición la saturación de la fase mojanter (β -fase) aumenta, mientras que para el proceso de drene la saturación de la fase- β disminuye mientras más fluido no mojanter entre en el medio poroso.

Destaca especialmente los tensores de permeabilidad $\mathbf{K}_\beta$ y $\mathbf{K}_\gamma$ abarcan la tendencia cualitativa de las permeabilidades relativas incluidas en la Ley de Darcy de dos fases. En otras palabras, se espera que el tensor $\mathbf{K}_\beta$ exhiban un comportamiento similar, pero no exactamente igual que su coeficiente homólogo $k_{r\beta}$; a medida que crece la saturación de la fase mojanter, $\mathbf{K}_\beta$ y $k_{r\beta}$ aumenta sus valores. Considerando el tensor $\mathbf{K}_\gamma$, este coeficiente disminuye mientras la saturación de la fase mojanter aumente, siguiendo una tendencia esperada de la permeabilidad relativa para $k_{r\gamma}$.

Es interesante observar algunas características de los tensores de permeabilidad en relación con la forma de las curvas típicas de permeabilidad relativa. En primer lugar, algunos casos presentan saturaciones residuales donde el tensor de permeabilidad se aproxima a cero. Conceptualmente, en esta saturación residual uno de los fluidos se vuelve inmóvil dentro de la formulación de la Ley de Darcy bifásica (si la permeabilidad relativa de un fluido dado es cero, entonces la velocidad correspondiente del fluido es cero).

Sin embargo, el modelo ampliado de Whitaker no predice necesariamente que la velocidad de cualquiera de los fluidos se acerque a cero, porque el tensor de arrastre viscoso

correspondiente no podría ser cero. En este sentido, la naturaleza y las estimaciones de los tensores de arrastre viscosos $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$ y $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$ se proporcionan a continuación. En segundo lugar, el valor de los tensores de permeabilidad en los extremos de las curvas representadas en la Figura 54 es bastante diferente, incluso para los componentes -xx o -yy del mismo tensor de permeabilidad. Estos valores extremos se conocen como *End Points* en la disciplina de ingeniería de yacimientos, y junto con las saturaciones residuales, sirven como datos de entrada para modelos empíricos de permeabilidades relativas.

Un hallazgo importante es que los extremos de los tensores de permeabilidad difieren significativamente entre los elementos-xx y yy; Estas son características novedosas y relevantes de los tensores efectivos, ya que tal anisotropía no es reportada para las permeabilidades relativas en la teoría de la Ley de Darcy bifásica, es decir, hasta donde sabemos, la existencia de permeabilidades relativas dependientes de la dirección no ha sido reportada en la literatura.

De forma complementaria, encontramos que los elementos cruzados (xy y yx) de los tensores de permeabilidad son cercanos a cero, lo que confirma la naturaleza simétrica tanto de los tensores $\mathbf{K}_\beta$ y $\mathbf{K}_\gamma$. La condición de simetría de los tensores de permeabilidad ha sido demostrada teóricamente por Whitaker (1994), y trabajos similares dedicados a demostrar la simetría de los tensores de transporte efectivos pueden encontrarse en hidrogeología [véase, por ejemplo, Felletti et al. (2006), y Giudici y Vassena (2007)].

Por último, según los resultados de la Figura 54, los elementos-yy de los tensores de permeabilidad presentan una zona plana (alrededor de $S_\beta \approx [0.3, 0.8]$) donde los parámetros dependen débilmente de las saturaciones del fluido.

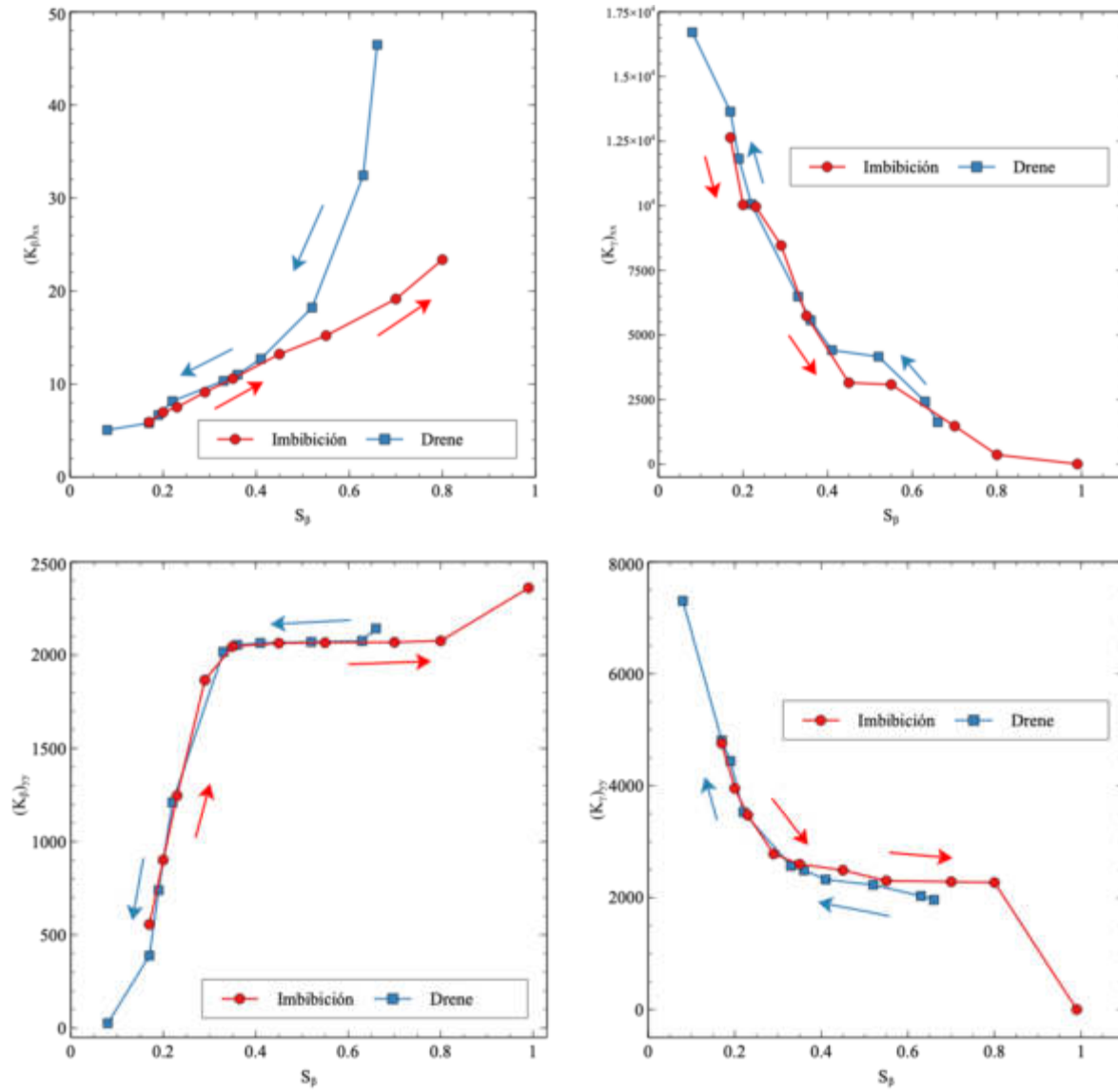


Figura 54. Estimación de tensores K_β de permeabilidad y K_γ (components - xx y - yy en mD) para procesos de imbibición y drene como funciones de la saturación de la fase mojante.

Los tensores de arrastre viscosos de $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$ y $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$ (tanto los elementos- xx como los elementos- yy) se representan en la Figura 55. Curiosamente, estos tensores presentan órdenes de magnitud 1 que coinciden con el análisis de Whitaker (1994) basado únicamente en estimaciones de órdenes de magnitud.

Más recientemente, Clavier et al. (2017) han propuesto expresiones explícitas para los tensores de arrastre viscosos en función de la saturación de gases y la relación de viscosidades de fluidos. Para un estudio del flujo gas-agua en capas porosas de alta permeabilidad, esas expresiones predicen estimaciones del orden 10^{-1} a 10 para el coeficiente $K_{\gamma\beta}$, y estimaciones del orden $(10^{-2} - 10) \times \frac{\mu_g}{\mu_l}$ del coeficiente $K_{\beta\gamma}$, donde μ_g es la viscosidad del gas correspondiente para la fase no mojante, y μ_l es la viscosidad del agua correspondiente para la fase mojante. Para el caso considerado para resolver los problemas de cerradura, tenemos que $\frac{\mu_\gamma}{\mu_\beta} = \frac{0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}}{0.0005 \text{ Pa}\cdot\text{s}} = 200$, y además el rango de magnitudes esperadas para coeficientes es de 1 a 10^2 . De este modo, nuestras estimaciones numéricas de los tensores de arrastre viscosos están en el rango de correlaciones de Clavier.

En términos generales, encontramos una fuerte dependencia de los tensores de arrastre viscosos con las saturaciones de fluidos. Estos tensores son similares para procesos de drene e imbibición, excepto por el componente- yy de $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$. Se demuestra que los componentes- xx son diferentes de los componentes- yy de los tensores de arrastre. En general, los resultados sugieren que $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$ desarrolla un comportamiento opuesto al de su contraparte $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$.

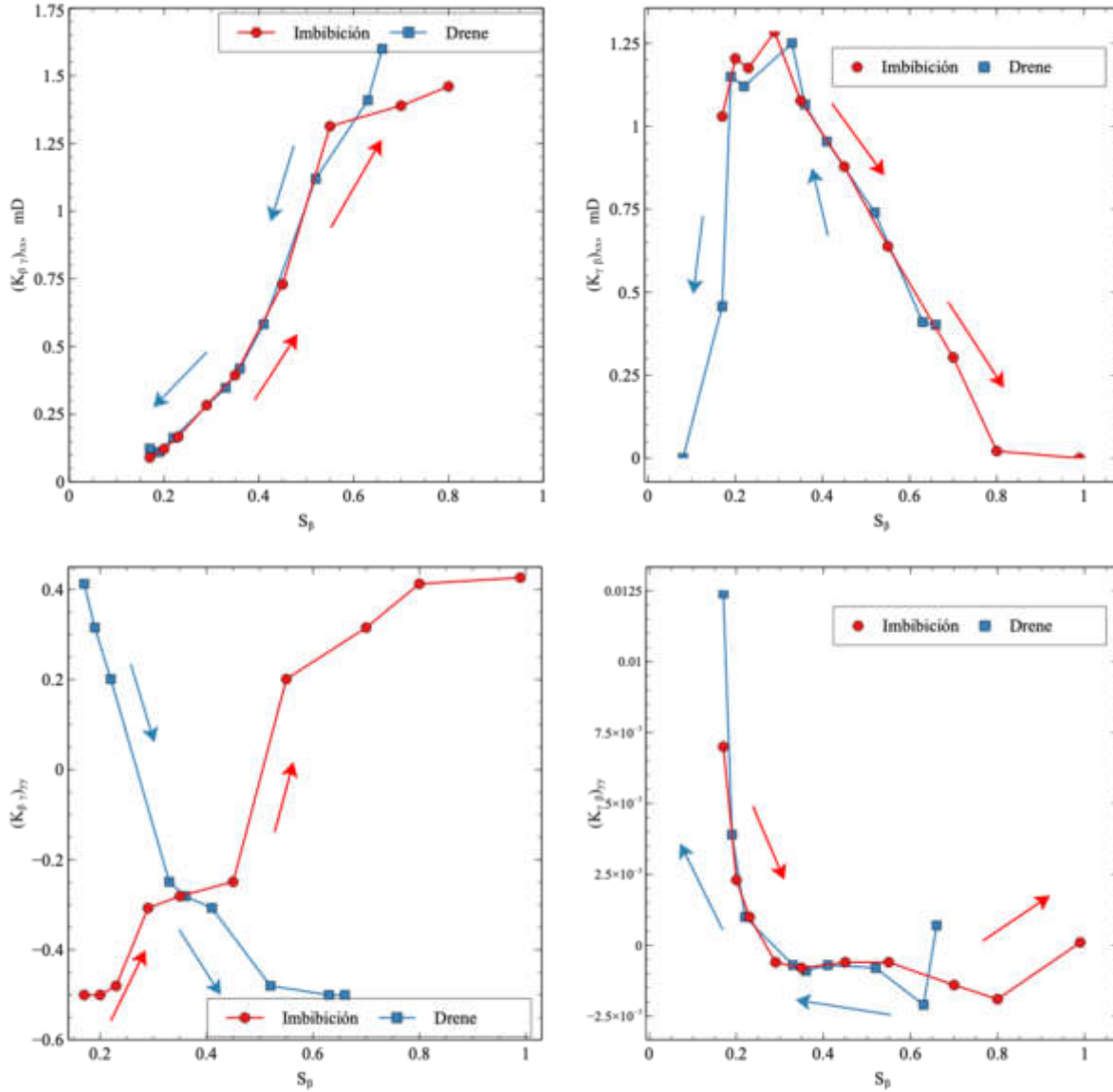


Figura 55. Estimación de los tensores de arrastre viscoso $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$ y $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$ (componentes -xx y -yy) para procesos de imbibición y drene como funciones de la saturación de la fase mojanete.

Comparación con datos experimentales

En esta parte, comparamos los tensores de permeabilidad previamente calculados con datos experimentales de la literatura. Para ello, recordamos las permeabilidades relativas bifásicas medidas experimentalmente por Shi et al. (2018) para muestras de rocas carbonatadas sometidas a procesos de imbibición y drene (véase Fig. 29 de Shi et al. 2018).

Los investigadores usaron agua como fase mojante y aceite como fase no mojante. La comparación con experimentos en rocas carbonatadas es recomendada y congruente con nuestro trabajo, ya que empleamos la tensión interfacial y el ángulo de contacto del agua (salmuera) y el aceite en muestras de roca carbonatada de Finol-González et al. (2023) para la solución de problemas de cerradura. La comparación solo se realiza sobre los componentes- xx de los tensores de permeabilidad correspondientes a la dirección del flujo de los cálculos numéricos.

Para los tensores adimensionales de permeabilidad, usamos el valor límite en $S_\beta = 0$ o $S_\beta = 1$ con el objetivo de limitar la permeabilidad efectiva entre 0 y 1, como usualmente se reportan las permeabilidades relativas. Las comparaciones entre la permeabilidad efectiva adimensional y la permeabilidad relativa experimental se representan en la Figura 56.

En el caso del drene, la permeabilidad adimensional calculada $(K_\beta)_{xx}$ reproduce adecuadamente los valores experimentales de permeabilidad relativa del agua para saturaciones comprendidas entre 0.4 y 0.6. Sin embargo, durante el proceso de imbibición se observan desviaciones notorias respecto a los datos experimentales, lo que indica un comportamiento menos consistente bajo este mecanismo de desplazamiento.

En cuanto a la permeabilidad calculada de la fase no mojante, $(K_\gamma)_{xx}$, es interesante observar la buena concordancia con los resultados experimentales bajo el proceso de imbibición, aunque para el proceso de drene nuestros cálculos predicen una curva de permeabilidad desplazada hacia valores pequeños de las saturaciones del fluido mojante.

En general, afirmamos que la solución de problemas de cerradura como un método para estimar los tensores de permeabilidad puede dar resultados precisos para casos de drene o imbibición, con desviaciones mayores principalmente para valores extremos de saturaciones de fluidos (cerca de $S_\beta = 0$ o $S_\beta = 1$). Sin embargo, en esta última afirmación, cabe destacar que también los resultados experimentales pueden carecer de consistencia

debido a diversos factores como: heterogeneidades a pequeña y gran escala de muestras de roca, fuertes interacciones entre componentes químicos de la salmuera y el aceite con algunos componentes de minerales en la superficie de la roca, variaciones en los procedimientos de laboratorio para manipular muestras y sustancias de roca, entre otros.

Por estas razones, es común encontrar en la literatura datos dispersos con diferentes tendencias de permeabilidad relativa medidas experimentalmente. Además, normalmente la determinación experimental de permeabilidades relativas asume la validez de la Ley de Darcy bifásica en el medio poroso, que, estrictamente, presenta una estructura matemática diferente al modelo de flujo bifásico ampliado de Whitaker (1994).

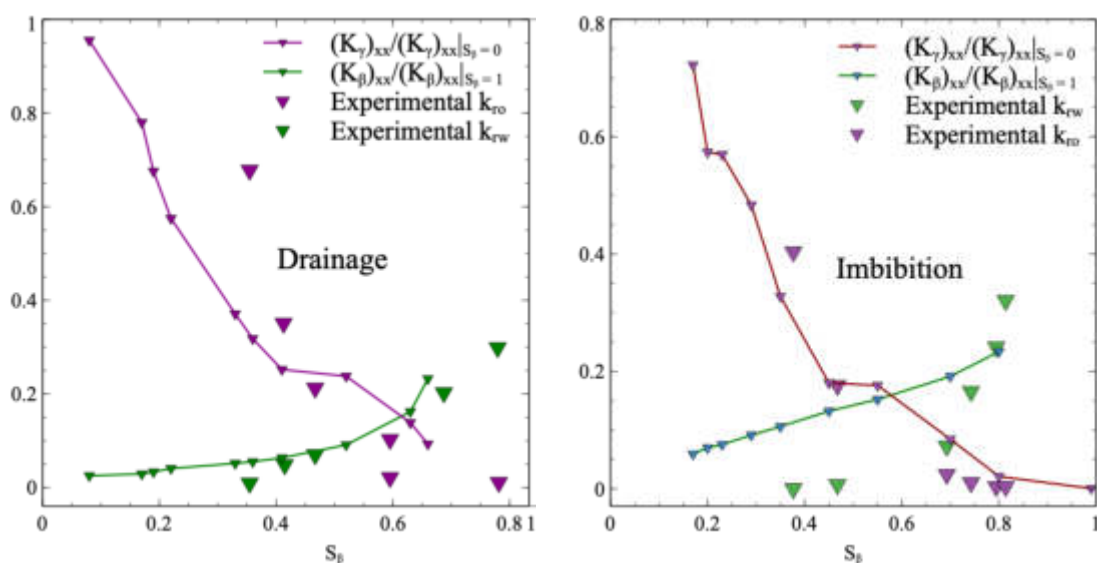


Figura 56. Comparación de los elementos de los tensores de permeabilidad con permeabilidades relativas experimentales para drene e imbibición en muestras de núcleos carbonatados de embalses rocosos de Abu

Dabi (Shi et al. 2018). k_{rw} se refiere a la permeabilidad relativa al agua mientras k_{ro} que es la permeabilidad relativa al aceite.

5. Conclusiones generales

La tesis integró un marco teórico-numérico para estudiar el flujo bifásico inmiscible en medios porosos que combina micrografías de rocas, dinámica interfacial y promediado volumétrico. A través de métodos Level Set y Phase Field, y de la resolución explícita de problemas de cerradura en celdas representativas, se obtuvieron propiedades efectivas (permeabilidades y tensores de arrastre viscosos) y curvas de permeabilidad relativa coherentes con tendencias reportadas en la literatura experimental para rocas carbonatadas y areniscas.

El procedimiento basado en micrografías 2D permitió capturar la influencia de la geometría real del poro y de la mojabilidad sobre la evolución de interfaces durante imbibición y drene, reproduciendo histéresis, atrapamiento capilar y diferencias en puntos extremos y saturaciones residuales. Esto valida el enfoque como alternativa computacional para estimar propiedades roca-fluido cuando el acceso a mediciones de laboratorio es limitado o costoso.

La solución completa, sin simplificaciones, de los problemas de cerradura de Whitaker permitió estimar los cuatro tensores efectivos (dos de permeabilidad y dos de arrastre viscoso). Se corroboró el carácter anisotrópico de las permeabilidades efectivas y se obtuvieron magnitudes del orden de la unidad para los coeficientes de arrastre, en concordancia con inferencias teóricas previas. Este resultado subraya la relevancia de incorporar acoplamientos viscosos y direccionalidad en formulaciones macroscópicas de flujo bifásico.

El modelo Phase Field demostró ser robusto para localizar la interfaz y cuantificar la saturación de fases bajo condiciones de mojabilidad y tensión interfacial variables, mientras que Level Set resultó eficaz para la reconstrucción dinámica sobre microestructuras reales. En conjunto, ambos enfoques ofrecieron una lectura consistente de la transición de la micro a la macro escala, aportando insumos para la comparación con correlaciones empíricas y para su eventual uso a escala de yacimiento.

La metodología abre una vía reproducible y extensible para vincular directamente la física a escala de poro con parámetros macroscópicos, reduciendo dependencia de correlaciones y habilitando estudios paramétricos (por ejemplo, variación de ángulo de contacto y tensión interfacial) difíciles de instrumentar en laboratorio. Esto la hace pertinente para ingeniería de yacimientos, geotermia, hidrogeología y remediación ambiental.

Hasta donde alcanza nuestro conocimiento y el de la literatura consultada, es la primera vez que se resuelven los problemas de cerradura de Whitaker empleando directamente micrografías de rocas reales para determinar, de forma coherente, la evolución interfacial y los cuatro tensores efectivos bajo escenarios de imbibición y drene. Este resultado establece un puente verificable entre la escala de poro observada y los coeficientes macroscópicos utilizados en modelos de ingeniería.

Conclusiones utilizando el método Level Set en micrografías

En esta investigación se presentó una metodología numérica para estimar la permeabilidad relativa para el flujo de dos fluidos. Para ello se utilizó una imagen SEM de una muestra de roca real proveniente del Paleocanal de Chicontepec en México, en donde se identificó la red de poros por medio de técnicas de procesamiento de imágenes.

El método numérico consiste en la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes para encontrar el perfil de presiones y velocidad, y el método Level Set para rastrear el movimiento de la interfase entre los fluidos. Una vez obtenida la distribución de fluidos a través del tiempo, y los perfiles de presión y velocidad, la permeabilidad relativa de aceite y agua se obtuvo a partir de la Ley de Darcy multifásica.

Las estimaciones de la permeabilidad relativa capturan características importantes similares a las que se encuentran por métodos experimentales de laboratorio como son: curvas de permeabilidad relativa diferentes para drene e imbibición, saturaciones residuales, y la estimación de la permeabilidad relativa máxima evaluada en la saturación irreducible.

Conclusiones utilizando la solución de problemas de cerradura y el método Phase Field en celdas unitarias

En este trabajo se calcularon numéricamente los cuatro tensores efectivos propuestos por Whitaker en 1986 y 1994 para modelar flujos bifásicos inmiscibles en medios porosos. Dos tensores corresponden a la permeabilidad efectiva de cada fase, mientras que los otros dos tensores explican la resistencia viscosa entre las fases móviles.

Las estimaciones se realizaron en una celda simple con características geométricas a partir de una roca carbonatada descrita en la literatura. El cálculo de tensores exige seguir la interfaz fluido-fluido siempre que los fluidos se muevan a través de los poros, lo que hace necesario analizar el proceso bajo drene e imbibición para tener en cuenta el fenómeno de histéresis, así como la tensión interfacial y la mojabilidad de las fases.

Una vez determinada la posición de la interfaz fluido-fluido mediante el método de Phase Field, se resolvieron numéricamente los problemas de cerradura asociados para estimar los coeficientes efectivos. Estos problemas de cerradura consisten en dos problemas tensoriales de valor límite propuestos teóricamente por Whitaker aplicando la metodología del promedio volumétrico.

Las permeabilidades efectivas calculadas se compararon con datos experimentales de curvas de permeabilidad relativas para rocas carbonatadas de la literatura, encontrando tendencias similares para drene e imbibición. En cuanto a los coeficientes de arrastre viscosos, estos presentaron estimaciones de orden de magnitud 1 tal como las predijo teóricamente Whitaker en 1994, y coinciden parcialmente con las correlaciones disponibles en la literatura.

En trabajos futuros, se explorará la solución de problemas de cerradura, como forma de estimar la permeabilidad efectiva y los coeficientes de arrastre viscosos, en micrografías reales de rocas con diferentes grados de mojabilidad y tensión interfacial. Dicho procedimiento podría representar una alternativa más económica a los procedimientos de laboratorio para evaluar el desplazamiento de fluidos a través de medios porosos.

6. Trabajo futuro

El presente trabajo abre múltiples líneas de investigación que pueden fortalecer significativamente la comprensión y modelación multiescala del flujo multifásico en medios porosos. Una de las extensiones más prometedoras consiste en llevar la metodología hacia dominios tridimensionales mediante el uso de micro-CT y nano-CT.

La reconstrucción volumétrica permitiría capturar de manera explícita la conectividad, tortuosidad y anisotropía real del medio, superando las limitaciones inherentes a los cortes bidimensionales. Asimismo, la segmentación tridimensional y la aplicación de métodos Phase-Field o Level-Set en 3D habilitarían una representación más fiel de la evolución interfacial, a la vez que permitirían formular y resolver problemas de cerradura en tres dimensiones, produciendo tensores efectivos más realistas y menos inciertos.

Se optó por un dominio 2D debido a su eficiencia computacional y capacidad para capturar los fundamentos de los tensores (permeabilidad efectiva y resistencia viscosa) en procesos de imbibición/drene. Se reconoce que la celda 2D representa una primera aproximación para calcular los tensores, y por esta razón comparamos con datos experimentales para validar los resultados numéricos.

En la literatura especializada en escalado de propiedades en sistemas multifásicos, es común el uso de geometrías simples (denominadas celdas unitarias) para realizar las primeras estimaciones de propiedades efectivas, como se estudian los tensores de permeabilidad y resistencia viscosa en nuestro trabajo. Sorprendentemente, estas geometrías simples pueden ofrecer resultados cercanos a los experimentos, aunque se esperan algunas desviaciones.

Estas características de las capacidades simples de las celdas se explican en el sentido de que la información principal capturada por los coeficientes efectivos requiere la integración de variables de cerradura en las interfaces, y no necesariamente la integración de las variables de cerradura en la mayoría de las fases. En otras palabras, las integrales

contenidas en las definiciones de coeficientes efectivos actúan como filtro de información esencial de la escala de poros.

El costo computacional de las simulaciones 3D es significativamente mayor: Malla: Millones de elementos (frente a miles en 2D). Problemas de cerradura de tensores: 9 componentes (frente a 4 en 2D), que requieren más memoria (TB de RAM) y técnicas HPC (Computación de Alto Rendimiento). Tiempo: Las simulaciones pasan de horas/semana (2D) a semanas/meses (3D). Se reconoce la necesidad de geometrías 3D para futuros estudios, aunque interesa explorar antes la solución de problemas de cerradura en celdas 2D complejas derivadas de imágenes SEM y secciones delgadas de muestras de roca. Esta sería una alternativa más económica para calcular la petrofísica.

Finalmente, los cálculos en geometrías 3D se explorarán en trabajos futuros, ya que está demostrado que los recursos computacionales aumentan de forma notable. Por ejemplo, se realizaron simulaciones en la celda equivalente a la representada en la Figura 49 extendiéndolas a 3D como la Figura 57.

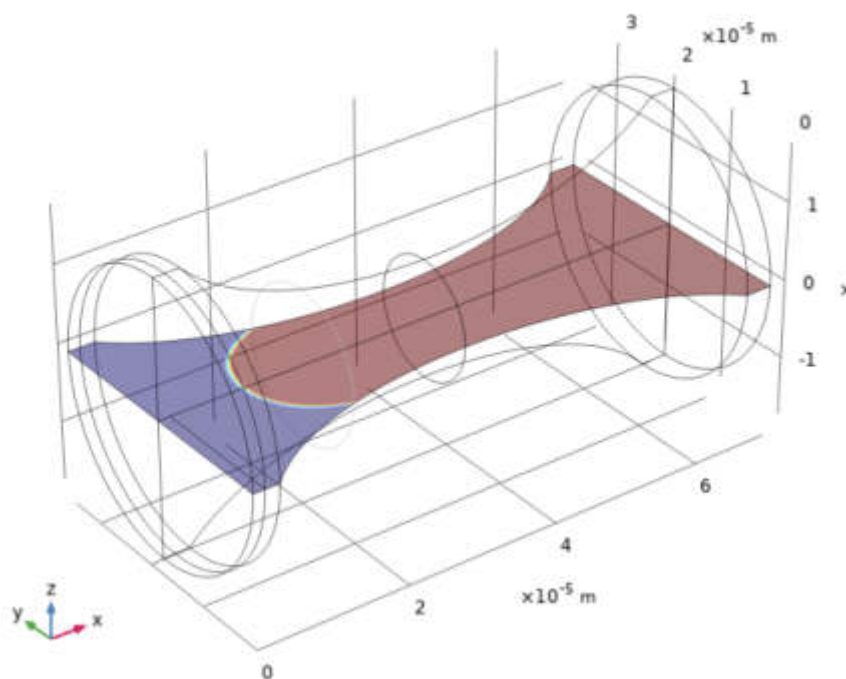


Figura 57. Geometría 3D de la interfaz simulada mediante un enfoque combinado Phase-Field/Level-Set para la evolución y captura de interfaces en medios porosos.

En este caso la malla la geometría final consiste en 985344 elementos de cuadrícula empleada en subdominios. La simulación de un caso de imbibición se realizó en aproximadamente 16 horas. Tuvimos serios problemas para lograr convergencia cuando uno de los problemas de cerradura estaba programado.

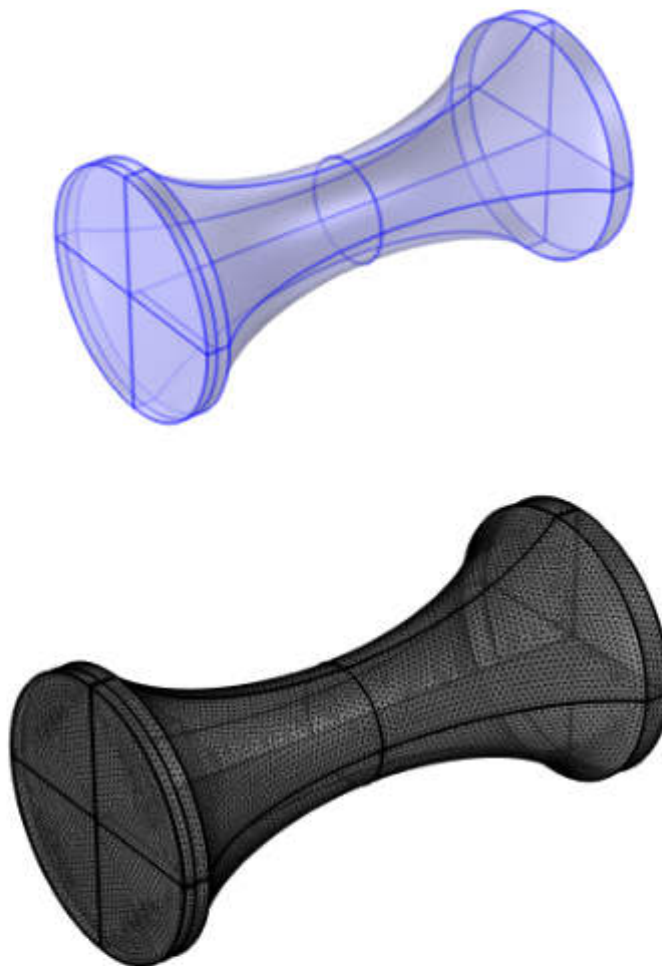


Figura 58. Malla tridimensional del dominio poroso reconstruido para la simulación interfacial en 3D mediante métodos Phase-Field y Level-Set.

Por tanto, los cálculos 3D están fuera del alcance de este trabajo en esta etapa. La simulación de imbibición se muestra en las Figura 59. Muchas de las curvas mostradas en estas imágenes muestran un cambio de curvatura en función de la saturación.

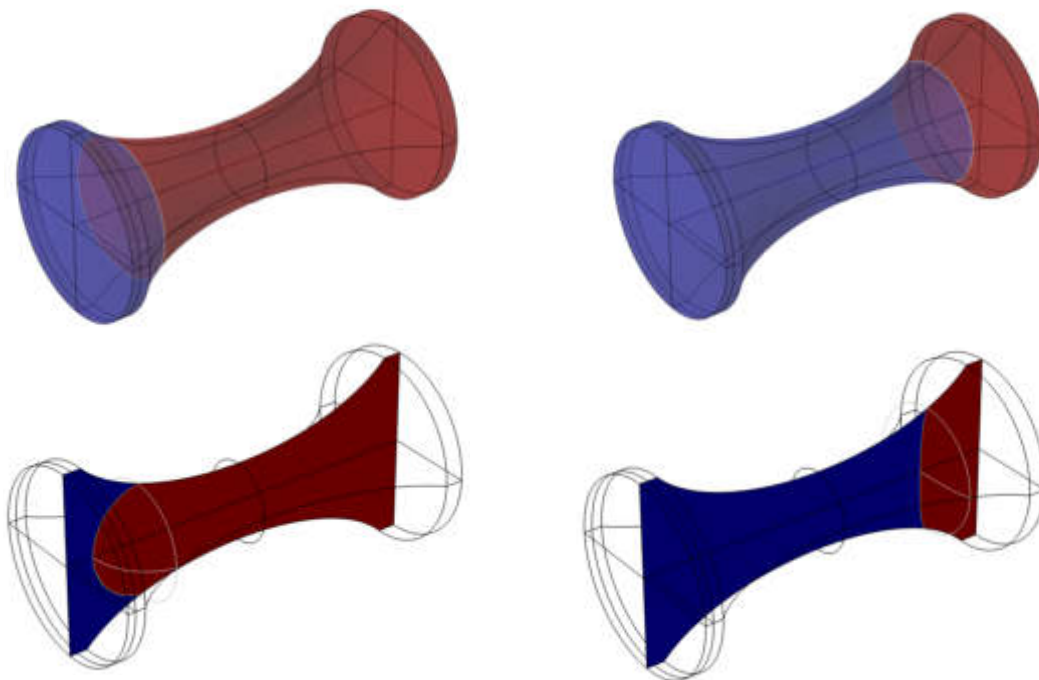


Figura 59. Superficie interfacial tridimensional (3D) con variación de curvatura obtenida mediante simulación de flujo en imbibición.

Un aspecto igualmente relevante para consolidar los resultados consiste en el diseño de campañas experimentales de validación bajo condiciones controladas. Estas campañas deberían reproducir los parámetros fisicoquímicos empleados en las simulaciones, como tensiones interfaciales, viscosidades o ángulos de contacto, con el objetivo de generar comparaciones cuantitativas robustas.

La medición de curvas de presión capilar, permeabilidades relativas y propiedades interfaciales permitiría evaluar directamente la concordancia entre los modelos numéricos y los comportamientos observados, fortaleciendo la confiabilidad del enfoque multiescala tanto en la caracterización de medios porosos como en su aplicación en escenarios prácticos.

Otra línea de investigación de gran interés es la introducción explícita de heterogeneidad espacial en la mojabilidad. La asignación de campos de ángulo de contacto y energía interfacial que dependan de la mineralogía local permitiría estudiar configuraciones con mojabilidad mixta o fraccional, las cuales son comunes en medios geológicos reales. Esta

extensión resulta crucial para comprender mejor los efectos de la histéresis, el atrapamiento de fases y la redistribución capilar, así como la manera en que estas variaciones locales se reflejan en las propiedades efectivas a escala continua.

Además, la incorporación de procesos termodinámicos, hidrológicos y geoquímicos representa un paso natural para ampliar el alcance del modelo. Procesos como precipitación, disolución, dolomitización o intercambio iónico pueden modificar la porosidad, la permeabilidad y las propiedades interfaciales, afectando la evolución del flujo multifásico. Incluir dependencias con la temperatura o con reacciones químicas permitiría capturar la dinámica acoplada de sistemas más complejos, donde los cambios mineralógicos y fisicoquímicos influyen de manera directa en la mojabilidad, la tensión interfacial y, en consecuencia, en los tensores efectivos resultantes.

Con el propósito de facilitar estudios a gran escala, también se vislumbra la oportunidad de desarrollar modelos reducidos y herramientas de aprendizaje automático que actúen como metamodelos. La construcción de aproximadores basados en inteligencia artificial permitiría emular soluciones de cerradura o dinámicas interfaciales con un costo computacional mucho menor, acelerando significativamente las simulaciones y abriendo la posibilidad de integrarlas dentro de simuladores de yacimientos. De este modo, sería factible evaluar múltiples escenarios de manera rápida y eficiente sin sacrificar la fidelidad física del modelo original.

Finalmente, un reto clave consiste en integrar las propiedades efectivas obtenidas a través de múltiples ventanas de microestructura para generar modelos que representen con mayor precisión escalas de bloque o incluso de campo. El ensamblaje de estos tensores efectivos anisotrópicos permitiría evaluar cómo la microestructura condiciona el comportamiento a gran escala y cómo dichas propiedades influyen en simulaciones de inyección, producción o historia de campo. Este paso es esencial para conectar la física del poro con aplicaciones reales de ingeniería, asegurando que los modelos desarrollados puedan contribuir a una mejor toma de decisiones en contextos operativos.

7. Referencias bibliográficas

- Aguilar-Madera, C. G., Flores-Cano, J. V., Matías-Pérez, V., Briones-Carrillo, J. A., & Velasco-Tapia, F. (2020). Computing the permeability and Forchheimer tensor of porous rocks via closure problems and digital images. *Advances in Water Resources*, 142, 107635.
- Aguilar-Madera, C. G., Herrera-Hernández, C. E., Espinosa-Paredes, G., & Briones-Carrillo, J. A. (2020). On the effective diffusion in the Sierpiński carpet. *Computational Geosciences*.
- Alhosani, A., Bijeljic, B., & Martin, J. B. (2021). Pore-scale imaging and analysis of wettability order, trapping and displacement in three-phase flow in porous media. *Transport in Porous Media*, 140, 59–84.
- Alpak, F. O., Riviere, B., & Frank, F. (2016). A phase-field method for the direct simulation of two-phase flows in pore-scale media using a non-equilibrium wetting boundary condition. *Comput Geosci*, 881-908.
- Arwini, S. (2020). Porosity - Permeability Relationship of Libyan Carbonate Reservoir in Defa Oil Field. *World Academics Journal of Engineering Sciences*, 7(2), 01-05.
- Bennion, D. B., & Bachu, S. (2008). Relative permeability characteristics for supercritical CO₂/brine and H₂S/brine systems in sandstone, carbonate, shale, and anhydrite rocks. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 11(3), 487–496.
- Bordeaux-Rego, F., Ferreira, J. A., Salinas Tijerina, C. A., & Sepehrnoori, K. (2021). Modeling oil recovery in Brazilian carbonate rock by engineered water injection. *Energies*, 14(3043), 1–16.
- Bravo, M. C., Araujo, M., & Lago, M. E. (2007). Pore network modeling of two-phase flow in a liquid (disconnected) gas system. *Physica A*, 375, 1–17.
- Briones-Carrillo, J. A., Soto-Villalobos, R., Aguilar-Madera, C. G., & Ramos-Ledezma, A. (2016). Estimación de porosidad en areniscas a partir de micrografías digitales utilizando R-Studio. *Revista Ciencia UANL*, 19(81), 29.

- Cabrejo, I. T., Pineda, E., Gómez, R., & Castellanos, D. (2010). Metodología para la caracterización petrofísica de yacimientos naturalmente fracturados. *Revista Fuentes*, 8, 53–68.
- Cahn, J. W., & Hilliard, J. E. (1958). Free energy of a nonuniform system: I. Interfacial free energy. *The Journal of Chemical Physics*, 28, 258–267.
- Chen, Z., Huan, G., & Ma, Y. (2006). Computational methods for multiphase flows in porous media. SIAM.
- Clavier, R., Chikhi, N., Fichot, F., & Quintard, M. (2017). Modeling inertial multiphase flows through high-permeability porous media: Closure laws by friction. *International Journal of Multiphase Flow*, 91, 243–261.
- Comsol Multiphysics® Reference Manual (Version 6.0). (2021). COMSOL.
- Dalí, K. R., & Roose, T. (2015). Homogenization of two-fluid flows in porous media. *Proceedings of the Royal Society A*, 471.
- Delshad, M., & Pope, G. A. (1989). Comparison of the three-phase oil relative permeability models. *Transport in Porous Media*, 4, 59–83.
- Dewan, R., Kumar, A., Rahmani, M. K. I., Bhatia, S., & Ahmed, M. E. (2022). Simulation and modeling of water injection for pressure maintenance in reservoirs. *Computers, Materials & Continua*, 72(3), 5761–5776.
- Djebbar, T., & Donaldson, E. C. (2012). *Petrophysics: Theory and practice of measuring reservoir rock and fluid transport properties*. Elsevier.
- Ebdabi, M., McClure, J., Mostaghimi, P., & Armstrong, R. (2024). Bridging the gap: Connecting pore-scale and continuum-scale simulations for immiscible multiphase flow in porous media. *Physics of Fluids*, 36, 1–9.
- Felletti, F., Bersezio, R., Giudici, M.: Geoestatistical simulation and numerical upscaling, to model ground-water flow in a sandy-gravel, braided river, aquifer analogue. *J. Sediment. Res.* 76, 1215-1229 (2006). <https://doi.org/10.2110/jsr.2006.091>
- Finol-González, A.T., Matías-Pérez, V., Jenchen, U., Flores-Cano, J.V., Ocampo-Pérez, R., García-Hernández, E., Flores-Vivián, I., Aguilar-Madera, C.G.: Effect of cationic and anionic surfactants on the wettability and interfacial tension of oil-brine systems in analogous rocks from the Chicontepec Paleochannel, Mexico. *Pet. Sci. Technol.* 42(20), 2725–2745 (2023). <https://doi.org/10.1080/10916466.2023.2176518>

- Finol-González, A. (2023). Estudio teórico experimental de inyección de surfactantes como método de recuperación mejorada de aceite. UANL.
- Folk, R. (1974). Petrology of sedimentary rocks. Hemphill Publishing.
- Fraser, H. J., & Gratton, L. C. (1935). Systematic packing of spheres with particular relations to porosity and permeability. *Journal of Geology*, 43, 785–909.
- Gada, H. V., & Sharma, A. (2009). On derivation and physical interpretation of level set method-based equations for two-phase flow simulations. *Numerical Heat Transfer*, 56, 307–322.
- Golpalvar, A., Yingfang, Z., Kejian, W., Jingsheng, M., & Zhixin, Y. (2018). A comprehensive review of pore-scale modeling methodologies for multiphase flow in porous media. *Advances in Geo-Energy Research*, 2(4), 418–440.
- Gudjonsttir, M., Palsson, H., Eliasson, J., & Saevarsdottir, G. (2015). Cálculo de la permeabilidad relativa del agua y el vapor a partir de mediciones de laboratorio. *Geothermics*, 53, 396–405.
- Giudici, M., Vassena, C.: About the symmetry of the upscaled equivalent transmissivity tensor. *Math. Geol.* 39, 399–408 (2007). <https://doi.org/10.1007/s11004-0079101-0>
- Hansen, A., Flekkøy, E. G., Sinha, S., & Slotte, P. A. (2023). A statistical mechanics framework for immiscible incompressible two-phase flow in porous media. *Advances in Water Resources*, 171, 104336.
- Hirt, C. W., & Nichols, B. D. (1991). Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39, 201–225.
- Holmes, D. W., Williams, J. R., Tilke, P., & Leonardi, C. R. (2015). Characterizing flow in oil reservoir rock using SPH: Absolute permeability. *Computational Particle Mechanics*, 3, 141–154.
- Internet Archive. (2006, December 24). Sediments image. https://web.archive.org/web/20060116223735/http://faculty.uvi.edu/users/sratchf/SS_EA_ocean/files/sediments/sediments01.jpg
- Jafari, A., Hasani, M., Hosseini, M., & Gharibshahi, R. (2020). Application of CFD techniques for enhanced oil recovery processes: Current status and future opportunities. *Petroleum Science*, 17(2), 434–456.

- Joekar-Niasar, V., & Hassanizadeh, S. M. (2012). Analysis of fundamentals of two-phase flow in porous media using dynamic pore-network models: A review. *Critical Reviews in Environmental Science and Technology*, 42, 1895–1976.
- Kalpak, F. O., Riviere, B., & Frank, F. (2016). A phase-field method for the direct simulation of two-phase flows in pore-scale media. *Computational Geosciences*, 20, 881–908.
- Khudaida, K. J., & Das, D. B. (2020). Numerical analysis of the effects of supercritical CO₂ injection on CO₂ storage capacities. *Clean Technologies*, 2(21).
- Lasseux, D., Ahmadi, A., & Arani, A. A. A. (2008). Two-phase inertial flow in homogeneous porous media: a theoretical derivation of a macroscopic model *Transport in Porous Media*, 75, 371–400.
- Lasseux, D., & Valdés-Parada, F. J. (2022). A macroscopic model for immiscible two-phase flow in porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 944.
- Leverett, M. C. (2022). Flow of oil–water mixtures through unconsolidated sands. *Transactions of the Society of Petroleum Engineers*, 132, 149–171.
- Luévano-Rivas, O., & Valdés-Parada, F. J. (2015). Upscaling immiscible two-phase dispersed flow in homogeneous porous media: a mechanical equilibrium approach. *Chemical Engineering Science*, 126, 116–131.
- Martínez-Mendoza, E. G. (2018). Estimation of rock–fluid properties using pore network models for the simulation of low-salinity waterflood processes (Master's thesis). UNAM.
- Martínez-Mendoza, E. G., & Dias-Viera, M. A. (2019). Metodología basada en modelos de red de poros para la estimación de propiedades efectivas de flujo en medios porosos: Caso de estudio para una arenisca. *Modelación Matemática III: Biomecánica e Ingeniería*, 75–98.
- Matthew, D. J. (2008). Characterization of multiphase electrokinetic coupling using a bundle of capillary tubes model. *Journal of Geophysical Research*, 113(B04201).
- McClure, J. E., Li, Z., Berrill, M., & Ramstad, T. (2021). The LBPM software package for simulating multiphase flow on digital images of porous rocks. *Computational Geosciences*, 25, 871–895.

- Mirjalili, P., Jain, S. S., & Dodd, M. S. (2017). Interface-capturing methods for two-phase flows: An overview and recent developments. *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, 117–135.
- Niessner, J., & Hassanizadeh, S. M. (2008). A model for two-phase flow in porous media including fluid–fluid interfacial area. *Water Resources Research*, 44, 3–10.
- Oliveira, L. I., & Demond, A. H. (2003). Estimation of primary drainage three phase relative permeability for organic liquid transport in the vadose zone. *Journal of Contaminant Hydrology*, 66, 261–285.
- Olsson, E., & Kreiss, G. (2005). A conservative level-set method for two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, 210, 225–246.
- Osher, S. J., & Sethian, J. A. (1988). Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton–Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 79, 12–49.
- Picchi, D., & Battiato, I. (2018). The impact of pore-scale flow regimes on immiscible two-phase flow upscaling in porous media. *Water Resources Research*, 54(9), 6683–6707.
- Quijas, J. (2019). Metodología para la identificación de unidades de flujo en yacimientos de hidrocarburos. UNAM.
- Quintard, M., & Whitaker, S. (1988). Two-phase flow in heterogeneous porous media: The method of large-scale averaging. *Transport in Porous Media*, 3(4), 357–413.
- Reaeni, A. Q., Bijelic, B., & Blunt, M. (2014). Numerical modelling of sub-pore scale events in two-phase flow through porous media. *Transport in Porous Media*, 104, 191–213.
- Romero, M. I., Carvalho, M. S., & Alvarado, V. (2011). Experiments and network model of flow of oil–water emulsion in porous media. *Physical Review E*, 83(046305).
- Rostami, B., Kharrat, R., Ghotbi, C., & Tabatabaie, S. H. (2010). Gas–oil relative permeability and residual oil saturation in relation to displacement instability and dimensionless numbers. *Oil & Gas Science and Technology*, 65, 299–313.
- Sahimi, M. (2011). *Flow and transport in porous media and fractured rock*. Wiley-VCH.
- Sanders, L. (1998). *A manual of field hydrogeology*. Prentice Hall.
- SEG. (2020). Society of Exploration Geophysicists. <https://seg.org>

- Sethian, J. (1999). Level set methods and fast marching methods. Cambridge University Press.
- Shi, S., Belhaj, H., & Bera, A. (2018). Capillary pressure and relative permeability correlations for transition zones of carbonate reservoirs. *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, 8, 767–784.
- Schlumberger. (1 de Enero de 2024). *Energy Glossary*. Obtenido de Schlumberger: <https://glossary.slb.com/es/>
- Su, W., Liu, Y., Gao, Z., Yang, L., Yang, R., Mcharo, W., & Tang, R. (2020). Relative permeability variations during low salinity water flooding in carbonate rocks with different mineral composition. *Journal of Dispersion Science and Technology*, 41, 227–234.
- Sussman, M., & Ohta, M. (2009). A stable and efficient method for treating surface tension in incompressible two-phase flow. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 31, 2447–2471.
- Soltanmohammadi, R., Shohreh, I., Rodriguez-de-Almeida, T., Basso, M., Ruidias-Muñoz, E., & Campane-Vidal, A. (2024). Investigation of pore geometry influence on fluid flow in heterogeneous porous media: A pore-scale study. *Energy Geoscience*, 5, 100222.
- Taber, J. J. (1968). Dynamic and static forces required to remove a discontinuous oil phase from porous media containing both oil and water. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1(1), 3–12.
- Tiam, J., Qi, C., Sun, Y., Mundsén-Yaseen, Z., & Thai-Pham, B. (2020). Permeability prediction of porous media using a combination of computational fluid dynamics and hybrid machine learning methods. *Engineering with Computers*, 36, 3455–3471.
- Valdes-Parada, F. J., & Espinosa-Paredes, G. (2005). Darcy's law for immiscible two-phase flow: a theoretical development. *Journal of Porous Media*, 8(6), 557–567.
- Volcarce-Ortega, R. M., & González-Espinoza, J. (2017). Evaluación de la doble porosidad en acuíferos kársticos. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 38(3), 30–40.
- Wang, Y. D., Chung, T., Armstrong, R. T., McClure, J., Ramstad, T., & Mostaghimi, P. (2020). Accelerated calculation of relative permeability via coupled morphological

- and direct multiphase flow simulation. *Journal of Computational Physics*, 401, 108966.
- Wang, L., Wu, H., Cao, Z., Fang, S., Duan, S., & Wang, Y. (2023). Influence of different redevelopment measures on water–oil immiscible displacement and mechanism analysis. *Energies*.
- Watts, M., Alibadati, S., & Tu, S. (2005). A coupled interface-tracking/interface-capturing technique for free-surface flows. *Computational Methods in Multiphase Flow*.
- Wildenschild, D., & Sheppard, a. P. (2013). X-ray imaging and analysis techniques for quantifying pore-scale structure and processes in subsurface porous medium systems. *Advances in Water Resources*, 217-246.
- Winardhi, C. W., Maulana, F. I., & Latief, F. D. (2016). Permeability Estimation of Porous Rock by Means of Fluid Flow Simulation and Digital Image Analysis. *Earth and Environmental Science*, 1-7.
- Whitaker, S. (1986). Flow in porous media: I. A theoretical derivation of Darcy's law. *Transport in Porous Media*, 1, 3–25.
- Whitaker, S. (1994). The closure problem for two-phase flow in homogeneous porous media. *Chemical Engineering Science*, 49(5), 765–780.
- Yang, Y., Xu, Q., Li, X., Zhang, L., Lan, X., Wang, J., Zhang, K., Sun, H., & Yao, J. (2022). Pore-scale simulation of gas–water two-phase flow in a volcanic gas reservoir based on the VOF method. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 106, 104733.
- Zhang, Z. F. (2011). Water retention and relative permeability for conditions ranging from oven-dry to full saturation. *Vadose Zone Journal*.
- Zheng, J., Liu, H., Liu, N., & Xiao, Y. (2021). A new pore-scale capillary pressure model for fractional-wettability media using mixed-wet cylindrical tubes. *International Journal of Multiphase Flow*, 140, 103624.

8. Anexos

Anexo A. Publicaciones derivadas de la Tesis

Transport in Porous Media (2025) 152:83
<https://doi.org/10.1007/s11242-025-02222-z>



Upscaled Coefficients for Immiscible Two-Phase Flow in Porous Media for Drainage and Imbibition Processes

J. A. Briones-Carrillo¹ · C. G. Aguilar-Madera¹ · G. Espinosa-Paredes³ · A. Pérez-Valseca³ · E. C. Herrera-Hernández⁴ · V. Matías-Pérez¹ · I. Navarro-de León¹ · A. T. Finol-González²

Received: 21 January 2025 / Accepted: 31 July 2025
 © The Author(s), under exclusive licence to Springer Nature B.V. 2025

Abstract

In this work, we study immiscible two-phase flow in porous media through the upscaled model derived by Whitaker in 1994. This model contains two momentum equations for each fluid, which are coupled through four effective tensors, one for each phase and two crossed tensors between phases. Two tensors correspond to the effective permeability of phases, and the other two are named as viscous drag tensors. The four tensors are determined by solving associated tensorial closure problems in representative geometries of the porous medium. We have numerically solved the integro-differential equations composing the closure problems in a 2D cavity (unit cell) undergoing imbibition and drainage processes, as a first approximation. Thus, we have estimated the main directions of the effective tensors as functions of the wetting-phase saturation. The effective permeabilities follow trends similar to experimentally measured permeability relative curves, showing hysteresis for drainage and imbibition, although with some deviations from the experimental values. Meanwhile, the viscous drag tensors exhibit estimations of order 1, which are in agreement with the analytical predictions of Whitaker. The findings of this work are promising, as in future works, more realistic cells as: thin sections of rocks, SEM images, or 3D tomography of rocks, can be used to improve the numerical predictions of the effective tensors and elucidate thus the effect of microscale phenomena on the two-phase flow at larger scales.

Article Highlights

✉ C. G. Aguilar-Madera
 carlos.aguilarmd@uanl.edu.mx

¹ Facultad de Ciencias de la Tierra, Universidad Autónoma de Nuevo León, Ex-Hacienda de Guadalupe, C.P. 67755 Linares, N.L., México

² Universidad Politécnica de Chiapas, Col. Las Brisas, C.P. 29150 Suchiapa, Chiapas, México

³ Area de Ingeniería en Recursos Energéticos, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Mexico City 09310, México

⁴ Facultad de Ciencias Químicas, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Av. Dr. Manuel Nava 6, Zona Universitaria, C.P. 78210 San Luis Potosí, S.L.P., México

Published online: 05 September 2025



ESTIMACIÓN DE LA PERMEABILIDAD RELATIVA BIFÁSICA A PARTIR DE LA SIMULACIÓN DE FLUJO DE FLUIDOS EN MICROGRAFÍAS DE ROCAS

ESTIMATION OF THE TWO-PHASE RELATIVE PERMEABILITY FROM FLUID FLOW SIMULATIONS IN ROCK MICROGRAPHS

Jorge A. Briones-Carrillo¹, Carlos G. Aguilar-Madera^{1,*}, Víctor Matías-Pérez¹

(1) Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias de la Tierra, Carretera a Cerro Prieto Km 8, Ejido Ex Hacienda de Guadalupe, C.P. 67700, Linares, N.L. - México
(correo de contacto: carlos.aguilarmd@uanl.edu.mx)

Recibido: 11/08/2022 - Evaluado: 24/08/2022 - Aceptado: 25/09/2022

RESUMEN

En este trabajo se presenta una metodología para estimar la permeabilidad relativa de dos fluidos inmiscibles bajo escenarios de drene e imbibición. A partir de la imagen SEM de una muestra de roca, se identifica la red de poros y se simula la dinámica de fluidos intersticial considerando además el movimiento de la interfase entre los dos fluidos con el método *Level Set*. Para ello se utilizó el software COMSOL Multiphysics. Para ejemplificar la aplicación, se trabajó en la imagen microscopía electrónica de barrido de una muestra de roca real de la Formación Amaxac del Paleocanal de Chicontepec en México, y se estimó la permeabilidad relativa del agua y del aceite siguiendo una formulación matemática basada en la Ley de Darcy multifásica. Cualitativamente, las estimaciones de la permeabilidad relativa coinciden con las que se pueden encontrar en la literatura, identificándose las saturaciones residuales, los valores máximos de la permeabilidad relativa (endpoints), y diferentes formas de las curvas de permeabilidad relativa asociadas a drene e imbibición.

ABSTRACT

In this work a methodology for estimation of two immiscible fluids relative permeability is presented for drainage and imbibition processes. Using a SEM image of rock samples, the pore network is identified and CFD routines are implemented along the tracking of the interface movement with the Level Set method. This process was done using the software Comsol Multiphysics. This proposal was applied to a scanning electron microscopy image of a real rock sample from the Formation Amaxac in the Paleochannel Chicontepec, Mexico, and based on the Darcy's Law for multiphase flow the oil and water relative permeabilities were estimated. Qualitatively, the obtained relative permeability curves are similar to those encountered in the literature and features as: residual saturations and endpoint values are clearly identified, as well as the differences found in relative permeability curves for drainage and imbibition.

Palabras clave: permeabilidad relativa, dinámica de fluidos computacional, imbibición, drene, microscopía electrónica de barrido

Keywords: relative permeability, Computational Fluid Dynamics, imbibition, drainage, Scanning Electron Microscopy

Anexo B. Convenio de colaboración con el Laboratorio Nacional de Supercómputo del Sureste de México



CONVENIO DE COLABORACIÓN QUE CELEBRAN, POR UNA PARTE EL LABORATORIO NACIONAL DE SUPERCÓMPUTO DEL SURESTE DE MÉXICO – EN LO SUCESIVO LNS –, REPRESENTADO EN ESTE ACTO POR EL DR. MANUEL I. MARTÍN ORTIZ, DIRECTOR DE SERVICIOS DE SUPERCÓMPUTO ACADÉMICO E INVESTIGACIÓN Y POR LA OTRA PARTE, EL DR. CARLOS GILBERTO AGUILAR MADERA EN ADELANTE EL "USUARIO", ADSCRITO A LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN Y RESPONSABLE DEL PROYECTO CIENTÍFICO/ACADÉMICO NÚMERO "202201003N", LAS CUALES PODRÁN SER REFERIDAS CONJUNTAMENTE COMO "LAS PARTES", AL TENOR DE LAS SIGUIENTES:

CLÁUSULAS

PRIMERA. OBJETO

El objeto del presente Convenio es brindar recursos de supercómputo en el LNS, para el desarrollo del proyecto científico/académico **"La permeabilidad relativa aceite-salmuera en presencia de surfactantes. Un estudio teórico y computacional en rocas análogas del Paleocanal de Chicotepec"**.

SEGUNDA. ACTIVIDADES

Para la ejecución del objeto del presente Convenio, LAS PARTES convienen llevar a cabo las acciones y actividades que a continuación se indican:

1. Firma digital de los documentos correspondientes al Convenio y la aceptación de cumplimiento de las Políticas de uso de la supercomputadora Cuetlaxcoapan y sus segmentos.
2. Realizar la Capacitación básica para el uso del equipo de supercómputo del LNS.
3. Evaluación correspondiente a la capacitación.
4. Asignación de los recursos de supercómputo asociados al USUARIO.
5. Provisión del servicio de supercómputo, incluyendo cuando sea necesario el mantenimiento preventivo y/o correctivo a sistemas y equipos del LNS.
6. Entrega de reportes de avance del proyecto por el USUARIO.
7. Entrega del reporte final del proyecto por el USUARIO.

TERCERA. COMPROMISOS DEL LNS.

Para efectos de este Convenio el LNS interaccionará con el USUARIO a través de las siguientes acciones:

1. Proveer al USUARIO, a través de su correo electrónico, una cuenta (nombre de usuario y contraseña) de acceso a los recursos de supercómputo asignados.
2. De manera inicial, asignar a la cuenta del USUARIO, bajo requerimiento del proyecto, los siguientes recursos de supercómputo:
 - a) **50,000 Horas Core.**
 - b) **Software:**
Comsol
 - c) Espacio de almacenamiento en la partición `/home` hasta por 10 GB, para el

Anexo C. Participación en congresos nacionales e internacionales





La
Facultad de Ciencias de la Tierra
otorga el presente Reconocimiento al

M.C. Jorge Alberto Briones Carrillo

Por su excelente presentación:

“Estimación de la Permeabilidad Relativa en rocas del Paleocanal de Chicontepec: Una análisis teórico computacional mediante simulación Numérica y modelos de Red de Poros”

durante el Simposio

“El Paleocanal de Chicontepec”

del 24.11.2025


Dr. Carlos Gilberto Aguilar Madera
Director
Facultad de Ciencias de la Tierra


Dr. Juan Carlos Montalvo Arrieta
Subdirector de Investigación
Facultad de Ciencias de la Tierra



El Capítulo Mexicano de Interpore
otorga la presente

Constancia de participación

a Jorge A. Briones-Carrillo; Carlos G. Aguilar-Madera, Víctor Matías-Pérez, José V. Flores-Cano, Lázaro Molina-Espinosa, Erik C. Herrera-Hernández
por la presentación del trabajo titulado **“La permeabilidad relativa bifásica en medios porosos en condiciones dinámicas: cálculo en micrografías digitalmente procesadas”** en la

10^{ma} Reunión Anual del Capítulo Mexicano de Interpore
celebrada en formato híbrido los días 07 y 08 de marzo de 2024 en Facultad de Ingeniería, UNAM, Cd. de México


Dr. Rodolfo Gabriel Camacho Velázquez
Presidente de la Mesa Directiva del CMI


Dr. Carlos Gilberto Aguilar Madera
Vice-Presidente de la Mesa Directiva del CMI







InterPore
Groenekanseweg 128
3731AK De Bilt
The Netherlands

Darío Farrera-Salazar
Universidad Autónoma de Nuevo León

09 June 2026

InterPore2026 Conference Certificate of Presentation

This is to certify Darío Farrera-Salazar from Universidad Autónoma de Nuevo León attended the International Society for Porous Media 18th Annual Meeting (InterPore2026) and presented the following abstract:

Abstract Title: Numerical Estimation of Transport Tensors in Immiscible Two-Phase Flow through Porous Media

Author(s): Jorge Alberto Briones Carrillo, Benny Obregon-Gonzalez, Darío Farrera-Salazar, Juan Emiliano Acevedo-González, Leonel Escobar-Hernández, Sebastian Romo-Castillo, Valeria Valenzuela Gutierrez

Mini-Symposium: (MS05) Physics of multiphase flow in diverse porous media

Presentation Type: Poster Presentation

The InterPore2026 conference is organized by the International Society for Porous Media (InterPore.org.) InterPore is a non-profit scientific organization aiming at advancing and disseminating knowledge regarding the understanding and modelling of natural and industrial porous media systems.

Sincerely,

Christophe Binetruy, Local Organizing Committee Co-Chair
Nantes Université

www.interpore.org/2026



InterPore